



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

JOONIS ALI
KVANTTI-ZENON-EFEKTI

Kandidaatintyö

Tarkastaja: Prof. Tapio Rantala

TIIVISTELMÄ

JOONIS ALI: Kvantti-Zenon-efekti

Tampereen teknillinen yliopisto

Kandidaatintyö, 24 sivua

Joulukuu 2018

Teknis-luonnontieteellinen koulutusohjelma

Pääaine: Teknillinen fysiikka

Tarkastaja: Prof. Tapio Rantala

Avainsanat: zenon, kvanttimekaniikka, kvanttietokone, kontrafaktuaalinen kommunikaatio

Tämä kandidaatintyö on kirjallisuusselvitys kvantti-Zenon-efektistä. Tarkoituksena on selvittää yleisesti, mikä kyseinen efekti on ja millaisia sovellutuksia sillä on. Työssä esitetään efektin teoreettiset johdot puhtaalle ja sekatilalle, vahvistavia kokeellisia tuloksia sekä sovellutuksia ja laajennuksia.

Efekti on saanut nimensä vertauksesta antiikin filosofin Zenonin nuoliparadoksiin, jonka mukaan ammuttu nuoli ei voi olla liikkeessä. Kvanttimekaniikassa tämä vastaa efektiä, jossa tiheät mittaukset hidastavat systeemin aikakehitystä ja jatkuva mittaus estää sen kokonaan.

Sovellutuksia ovat efektiä sivuava laskennallinen tapa löytää systeemin stationäärisiä ominaistiloja ja lähettää tietoa kontrafaktuaalisesti, eli ilman hiukkasten kulkemista osapuolten välillä. Laajennuksia puolestaan ovat kvanttietokoneissa hyödynnettävä kvantti-Zenon-dynamiikka, jossa systeemi voi vaihtaa tilaansa ainoastaan tietyn aliavaruuden sisällä, sekä käänteinen kvantti-Zenon-efekti, jossa tavallista efektiä harvemmat mittaukset nopeuttavat systeemin aikakehitystä.

SISÄLLYS

1. Johdanto	1
2. Kvanttimekaniikan perusteita	3
2.1 Puhdas tila	3
2.2 Sekatila	4
2.3 Mittaus	5
3. Kvantti-Zenon-efektin teoria	7
3.1 Yksinkertainen johto	7
3.2 Misran ja Sudarshanin johdon pääpiirteet	8
4. IHWB-koe	11
5. Kvantti-Zenon-efektin sovellutuksia ja laajennuksia	14
5.1 Laskennallisia tuloksia harmoniselle värähtelijälle	14
5.2 Kontrafaktuaalinen kommunikaatio	16
5.3 Kvantti-Zenon-dynamiikka	17
5.4 Käänteinen kvantti-Zenon-efekti	18
6. Yhteenveto	20
Lähteet	22

1. JOHDANTO

Zenon Elealainen (n. 488–420 eaa.) esitti monta muun muassa liikkeeseen liittyvää paradoksia. Yksi näistä tunnetaan Zenonin nuoliparadoksina, jonka mukaan ammuttu nuoli ei voi olla liikkeessä. Koska nuoli ei liiku yksittäisenä hetkenä, ja koska aika on vain sarja näitä yksittäisiä hetkiä, ei nuoli voi liikkua millään aikavälillä. [1]

Vuonna 1977 Misra ja Sudarshan esittivät artikkelissaan [2] teoreettisen johdon ilmiölle, jota he kutsuivat kvantti-Zenon-paradoksiksi, Zenonin nuoliparadoksin mukaisesti. He totesivat, että jonkin kvanttitalan tiheä mittaaminen hidastaa systeemin aikakehitystä ja jatkuva mittaus pysäyttäisi sen kokonaan. Sittemmin on saatu ilmiön olemassaoloa tukevia kokeellisia tuloksia. Eräs merkittävä koe on Itanon, Heinzenin, Bollingerin ja Winelandin vuoden 1990 koe [3], jota tässä työssä kutsutaan IHBW-kokeeksi.

Nykyään puhutaan yleensä paradoksin sijasta kvantti-Zenon-efektistä, vaikkakin nimitysten käytössä esiintyy vaihtelua ja jotkut käsittelevät paradoksia ja efektiä erillisinä asioina [4]. Suomenkielisissä yhteyksissä saattaa myös nähdä käytettävän antiikin filosofin nimestä englanninkielistä kirjoitusasua ”Zeno” (ks. esim. [5]). Tässä työssä kunnioitetaan alkuperäistä lähempänä olevaa suomenkielistä kirjoitusasua ”Zenon” ja käytetään ainoastaan nimitystä kvantti-Zenon-efekti, millä tarkoitetaan systeemin jumiutumista yhdelle tilalle jatkuvan mittauksen takia, riippumatta siitä mikä ajaa systeemin kehitystä tai aiheuttaa mittaustapahtuman.

Työn tarkoituksena on koota ja selventää mitä ilmiöstä tiedetään ja kuinka sitä voidaan soveltaa kandidaatintasolla ymmärrettävällä, mutta kuitenkin kattavalla tavalla. Aiheesta on olemassa ainakin yksi aikaisempi kandidaatintyö [5], mutta se on erittäin suppea efektin käsittelyssään ja keskittyy enemmän kvanttimekaniikan perusteisiin ja sen tulkintoihin. Tässä työssä käytettävä kieli pohjautuu Kööpenhaminan tulkintaan, mutta sen tarpeellisuuteen tai merkitykseen efektin kannalta ei oteta kantaa.

Aluksi lukuun 2 on koottu teoreettiseen käsittelyyn tarvittavia perusasioita, joita sitten hyödynnetään luvussa 3, jossa käydään läpi kaksi eritasoista teoreettista joh-

toa Kvantti-Zenon-efektille. Tämän jälkeen esitellään efektin olemassaoloa tukevia kokeellisia tuloksia luvussa 4 ja suppeammin alaluvussa 5.4, joka on osa efektin laajennuksista ja sovellutuksia käsittelevää lukua 5. Kyseisessä luvussa kerrotaan myös laskennallisesta tavasta löytää kvanttisysteemin energiatiloja, minkä kehittämiseen työn ohjaaja on osallistunut. Muita laajennuksia ja sovellutuksia ovat kvanttitietokoneiden parantaminen ja kommunikaatio ilman hiukkasten vaihtamista. Lopuksi on kokonaiskuvaa havainnollistava yhteenveto lukuna 6.

2. KVANTTIMEKANIIKAN PERUSTEITA

Kvanttimekaanista systeemiä kuvaa aaltofunktio Ψ . Sitä voidaan muokata operaattoreilla, joiden ominaisarvot ovat vastaavien mitattavien suureiden mahdolliset arvot. Kokonaisenergiaa E vastaa Hamiltonin operaattori H . Näiden avulla voidaan ilmaista kvanttimekaniikan perusyhtälö Schrödingerin yhtälö, jonka ajasta riippumaton muoto on

$$H\Psi = E\Psi \quad (2.1)$$

ja ajasta riippuva

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi(t) = H\Psi(t), \quad (2.2)$$

missä \hbar on redusoitu Planckin vakio ja i imaginaariyksikkö.

Yhtälöstä 2.2 nähdään, että tilan aikakehitystä voidaan kuvata operaattorilla

$$U = e^{-iHt/\hbar}, \quad (2.3)$$

siten, että

$$\Psi(t) = U\Psi(0), \quad (2.4)$$

kun t on aika tunnetusta tilasta hetkellä $t = 0$. Yhtälö 2.4 toteuttaa yhtälön 2.2

$$i\hbar \frac{d}{dt} e^{-iHt/\hbar} \Psi(0) = i\hbar \frac{-i}{\hbar} H e^{-iHt/\hbar} \Psi(0) = H\Psi(t). \quad (2.5)$$

U on unitaarinen, eli

$$U^* = U^{-1} = e^{iHt/\hbar}, \quad (2.6)$$

missä merkitään matriisin U inversiä U^{-1} :llä ja konjugaattitranspoosia U^* :llä.

2.1 Puhdas tila

Yhtälö 2.1 on Hamiltonin operaattorin ominaisarvoyhtälö, jossa E edustaa sen ominaisarvoja ja Ψ ominaisvektoreita. Ominaisarvoyhtälöillä voidaan saada kaikille päteville operaattoreille ominaisvektorit ϕ , joiden summana voidaan esittää kaikkien

puhtaiden tilojen aaltofunktio

$$\Psi = \sum_n c_n \phi_n, \quad (2.7)$$

missä c_n on imaginäärinen kerroin. [6]

Puhtaista tiloista voidaan tuntea kaikki ominaisuudet, ja kehittää niiden perusteella seulovia koejärjestelyjä, jotka määrittävät puhtaan tilan. Esimerkiksi tasopolarisointuneelle valolle voidaan asettaa polarisaattori, joka päästää kaikki kyseisesti polarisoidut fotonit lävitseen. Muun polarisaation valonsäteet eivät voi läpäistä samaa polarisaattoria kokonaisuudessaan, jolloin polarisaattori määrittää tietyn puhtaan tilan. Tämän ansiosta haluttuja puhtaita tiloja voidaan myös valmistella sopivilla järjestelyillä. Myös puhtaiden tilojen lineaarikombinaatio on puhdas tila. [7]

2.2 Sekatila

Tutkittava kokonaisuus saattaa koostua useista kytkeytyneistä pienemmistä yksiköistä, joiden kokonaisuutta ei voida enää kuvata suoraan aaltoyhtälöllä. Tällöin koko systeemi on sekatilassa, jonka määrittää tilan valmistelun puutteellinen tieto puhtaaseen tilaan verrattuna. Esimerkiksi osittain polarisoidun valon tullessa polarisaattoriin yksittäisen fotonin läpipääsystä ei voida sanoa mitään varmasti. Siinä, missä puhdas tila voidaan esittää muiden puhtaiden tilojen superpositiona, sekatiilan voidaan ajatella olevan puhtaiden tilojen Ψ^α epäkoherentti superpositio, jossa indeksillä α merkityllä puhtaalla tilalla on tilastollinen painokerroin p^α . [6] [7]

Sekatilojen käsittelyä varten on hyödyllistä määritellä tiheysmatriisi ρ , jonka alkiot (indekseinä i ja j) saadaan edellä mainitun epäkoherentin superposition avulla,

$$\rho_{i,j} = \sum_{\alpha=1} p^\alpha (c_j^\alpha)^* c_i^\alpha, \quad (2.8)$$

missä c^α on yhtälön 2.7 mukainen kerroin puhtaalle tilalle Ψ^α . Tiheysmatriisi voi kuvata myös puhdasta tilaa, jolloin jollekin α pätee $p^\alpha = 1$. Tilastollisten painokerroimien summa on 1. [7]

Tiheysmatriisin ominaisuuksien seurauksena saadaan yleinen tulos operaattorin X odotusarvolle, joka pätee myös sekatiiloille.

$$\langle X \rangle = \text{Tr}(X\rho), \quad (2.9)$$

missä Tr on matriisiin jälki (trace) eli päädiagonaalien alkioden summa. [6] Matrii-

sijäljellä on kierto-ominaisuus

$$\text{Tr}(ABC) = \text{Tr}(CAB) = \text{Tr}(BCA) \quad (2.10)$$

sopivan kokoisille matriiseille A , B ja C .

Tiheysmatriisia käyttäen saadaan uusi muoto aaltoyhtälölle

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho] = H\rho - \rho H, \quad (2.11)$$

missä on kirjoitettu auki kommutaattori $[H, \rho]$. Kommutoiville operaattoreille kommutaattori on 0. [6] Tällekin yhtälölle saadaan aikakehitystä kuvaava ratkaisu

$$\rho(t) = U\rho(0)U^*. \quad (2.12)$$

Sijoittamalla yhtälö 2.12 yhtälöön 2.11 saadaan

$$i\hbar \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = i\hbar \left(\frac{-i}{\hbar} HU\rho(0)U^* + U\rho(0)U^* \frac{i}{\hbar} H \right) = H\rho(t) - \rho(t)H = [H, \rho(t)]. \quad (2.13)$$

Yhtälö 2.11 kuvaa siis sekatilaa samalla lailla kuin yhtälö 2.2 puhdasta tilaa, ja kvantttilaa voidaan merkitä sen tiheysmatriisilla ρ .

2.3 Mittaus

Havaittavia suureita x vastaa hermiittinen operaattori $X = X^*$, jolle voidaan tehdä spektrihajotelma

$$X = \sum_x x M_x, \quad (2.14)$$

missä x :t ovat X :ien ominaisarvoja, joiden havaitsemista vastaa mittaus M_x . Ideaalimittauksissa M_x on projektori, jolle pätee [8]

$$M_x^2 = M_x. \quad (2.15)$$

Ominaisarvo vastaa mittaustulosta ja on reaalin hermiittisille operaattoreille. Operaattorin hermiittisyydestä seuraa projektorin hermiittisyys,

$$X = X^* = \left(\sum_x x M_x \right)^* = \sum_x (x M_x)^* = \sum_x x M_x^* \quad (2.16)$$

$$\Rightarrow M_x = M_x^*. \quad (2.17)$$

Jos mittauksen tulos on x , systeemin uudeksi normeeraamattomaksi tilaksi ρ' heti mittauksen jälkeen saadaan [8]

$$\rho' = M_x \rho M_x. \quad (2.18)$$

Tästä nähdään myös helposti mittaustuloksen x todennäköisyys p_x matriisin jäljen avulla,

$$p_x = \text{Tr}(\rho'). \quad (2.19)$$

Näitä ideaalimittausten ominaisuuksia tarvitaan alaluvussa 3.2.

3. KVANTTI-ZENON-EFEKTIN TEORIA

Tässä luvussa käydään läpi kaksi teoreettista johtoa kvantti-Zenon-efektille. Alaluku 3.1 perustuu Griffithsin perustason oppikirjan [9] käsittelyyn, ja se pätee puhtaille viritystiloille. Alaluvussa 3.2 puolestaan käydään läpi fysikaalisesti tärkeimmät asiat Misran ja Sudarshanin artikkelista [2]. Vaikka efekti onkin mainittu joissakin muodoissa jo ennen kyseisen artikkelin julkaisua, Misran ja Sudarshanin asian matemaattinen käsittely oli ensimmäinen kokonaisvaltainen ja antoi nimen ilmiölle [2, 4, 9].

3.1 Yksinkertainen johto

Yksinkertainen teoreettinen johto kvantti-Zenon-efektille saadaan tutkimalla kahden tilan systeemiä, missä 1 on perus- ja 2 virittynyt tila. Griffiths esittää todennäköisyyden P sähkömagneettisen säteilyn (taajuus ω) aiheuttamalle atomin virittyneen tilan purkautumiselle. Tämä pätee hänen mukaansa myös ulkoisen säteilyn puuttuessa, sillä spontaani purkautuminen on vain aina läsnä olevan sähkömagneettisen säteilyn (vrt. nollapiste-energia) indusoimaa. Tilan 2 purkautumistodennäköisyys

$$P_{2 \rightarrow 1} = A|\mathbf{p}|^2 \int_0^\infty \left\{ \frac{\sin^2[(\omega_0 - \omega)t/2]}{(\omega_0 - \omega)^2} \right\} \varrho(\omega) d\omega, \quad (3.1)$$

missä A on vakio, ω_0 on purkautumista vastaava taajuus, $\varrho(\omega)d\omega$ energiatiheys taajuusalueella $d\omega$ ja \mathbf{p} on tulevan säteilyn polarisaatioon liittyvä termi. [9, s. 350–354] Tämän työn kannalta olennaista on ainoastaan yhtälöstä 3.1 saatavan todennäköisyyden aikariippuvuus erittäin lyhyillä ajoilla t , joille

$$\sin^2[(\omega_0 - \omega)t/2] \approx \frac{t^2}{4}(\omega_0 - \omega)^2. \quad (3.2)$$

Täten saadaan arvioksi todennäköisyydelle

$$P_{2 \rightarrow 1} = t^2 \frac{A}{4} |\mathbf{p}|^2 \int_0^\infty \varrho(\omega) d\omega, \quad (3.3)$$

mistä nähdään, että

$$P_{2 \rightarrow 1} = \alpha t^2, \quad (3.4)$$

missä α on verrannollisuuskerroin.

$P_{2 \rightarrow 1}$ kuvastaa todennäköisyyttä, että virittynyt tila on purkautunut, kun sitä tutkitaan ajan t jälkeen. Mikäli näin ei ole käynyt, prosessin voidaan katsoa alkavan alusta siten, että ensimmäisen mittauksen jälkeen saman ajan t kuluttua purkautumisen todennäköisyys on yhtä suuri kuin kyseisen mittauksen aikana. Systeemin muuttumattomuus on purkautumisen vastatapahtuma, jonka todennäköisyys on

$$P_2 = 1 - \alpha t^2. \quad (3.5)$$

Kahdelle peräkkäiselle mittaukselle

$$P_2^2 = (1 - \alpha t^2)^2 = 1 - 2\alpha t^2 + \alpha^2 t^4 \approx 1 - 2\alpha t^2, \quad (3.6)$$

missä viimeisen termin vaikutusta ei huomioida sen pienuuden takia. Samalla tavalla saadaan todennäköisyys purkautumiselle, kun aikana \mathcal{T} suoritetaan tasaisesti n mittauskertaa,

$$P_2^n = \left(1 - \alpha \left(\frac{\mathcal{T}}{n}\right)^2\right)^n \approx 1 - n \frac{\alpha}{n^2} \mathcal{T}^2 = 1 - \frac{\alpha}{n} \mathcal{T}^2. \quad (3.7)$$

Tutkimalla raja-arvoa nähdään, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_2^n = 1 - \frac{\alpha \mathcal{T}^2}{\infty} = 1 - 0 = 1. \quad (3.8)$$

Jatkuva mittaus siis estää virittyneen tilan purkautumisen. Tämä tunnetaan kvantti-Zenon-efektinä.

3.2 Misran ja Sudarshanin johdon pääpiirteet

Tutkitaan systeemin tilaa mittausjärjestelyllä, joka kertoo, onko systeemin kvanttitila purkautunut, ja merkitään tätä mittausta vastaavaa projektoraa M :llä. Todennäköisyys q sille, että tilaan ρ valmistellun systeemin havaitaan olevan samassa tilassa ajan t kuluttua, saadaan soveltamalla yhtälöitä 2.12 ja 2.19,

$$q(t) = \text{Tr}[\rho U^*(t) M U(t)]. \quad (3.9)$$

Misran ja Sudarshanin artikkelissa [2] etsitään ilmausta vastaavanlaiselle todennäköisyydelle $Q(\Delta)$ silloin, kun systeemiä mitataan jatkuvasti aikavälillä $\Delta = [0, t]$.

Jos kyseisellä aikavälillä tehdään tasaisesti $n + 1$ mittausta hetkillä $0, \frac{t}{n}, \frac{2t}{n}, \dots, t$, niin vastaava todennäköisyys on $Q(\Delta, n)$ ja

$$Q(\Delta) = \lim_{n \rightarrow \infty} Q(\Delta, n). \quad (3.10)$$

Koska ollaan kiinnostuneita jatkuvien mittausten vaikutuksesta kvanttitalan purkautumiseen, oletetaan ensimmäisen mittauksen tuloksen olevan purkautumaton kvanttitala, jolloin

$$q(0) = \text{Tr}(\rho M) = 1. \quad (3.11)$$

Merkitään $n + 1$ mittauksen jälkeistä kvanttitalaa $\rho(n, t)$, kun mittauksilla ei ole havaittu tilan muutosta. Kun aloitetaan tilan ρ tutkiminen hetkellä 0 , heti ensimmäisen mittauksen jälkeinen tila ρ_1 saadaan yhtälöiden 2.17 ja 2.18 mukaisesti,

$$\rho_1 = M\rho M^*. \quad (3.12)$$

Tämän jälkeen tilalla on normaali aikakehitys, kunnes se mitataan uudestaan hetkellä n/t , ja mittauksen jälkeinen tila on

$$\rho_2 = MU(t/n)\rho_1 U^*(t/n)M^* = T(t)\rho T(t)^*, \quad (3.13)$$

missä aikakehityksen kuvaamiseen on otettu käyttöön apufunktio

$$T(t) = MU(t/n)M. \quad (3.14)$$

Ominaisuuden 2.15 perusteella

$$T(t) = MT(t) = T(t)M = MT(t)M. \quad (3.15)$$

Toisen mittauksen jälkeen aikakehitys alkaa alusta, joten kolmannelle mittaukselle

$$\rho_3 = MU(t/n)T\rho(U(t/n)M)^* T^* = T^2\rho(T^2)^*, \quad (3.16)$$

ja näin jatkamalla saadaan lopulta

$$\rho(n, t) = T_n(t)\rho T_n^*(t), \quad (3.17)$$

missä

$$T_n(t) = [MU(t/n)M]^n. \quad (3.18)$$

Halutulle todennäköisyydelle saadaan nyt yhtälöön 3.9 vertautuva lauseke

$$Q(\Delta, n) = \text{Tr}[T_n(t)\rho T_n^*(t)], \quad (3.19)$$

mistä saadaan todennäköisyys jatkuvan mittauksen tapauksessa

$$Q(\Delta) = \lim_{n \rightarrow \infty} \text{Tr}[T_n(t)\rho T_n^*(t)] = \text{Tr}[\rho T^*(t)T(t)] \quad (3.20)$$

Tässä oletetaan, että $T(t)$ on olemassa ja fysikaalisiin perusteisiin $T(0) = M$.

Misra ja Sudarshan todistavat, että

$$T(t)T(s) = T(t+s) \quad (3.21)$$

ja

$$T^*(t) = T(-t). \quad (3.22)$$

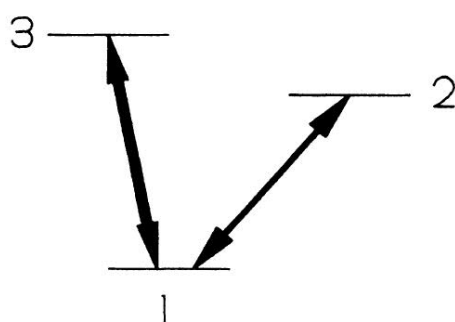
Nyt

$$Q(\Delta) = \text{Tr}[\rho T(-t)T(t)] = \text{Tr}(\rho T(0)) = \text{Tr}(\rho M) = 1 \quad (3.23)$$

oletuksen 3.11 perusteella. Täten jatkuva mittaus tekee kvanttitalan purkautumisesta mahdottoman tapahtuman. Sekä tämä johto että edellisen osion 3.1 vastaava pohjautuvat raja-arvoihin, joten on ilmeistä, että tihenevät mittaukset laskevat purkautumisen todennäköisyyttä, mikä hidastaa systeemin aikakehitystä.

4. IHWB-KOE

Kvantti-Zenon-efektin havaitseminen spontaanille purkautumiselle on erittäin haastavaa, sillä suhde 3.4 pätee ainoastaan lyhyillä aikaväleillä. IHWB-kokeen tarkoituksena on havaita indusoidun virittymisen ja purkautumisen estyminen, mikä voidaan tehdä tutkimalla vangitun ionin tilanmuutoksia kolmen eri tilan välillä. [3]



Kuva 4.1 Kaavio IHWB-kokeen vaatimista energiatasoista ja niiden välisistä mahdollisista tilanmuutoksista. Kuva lähteestä [3]

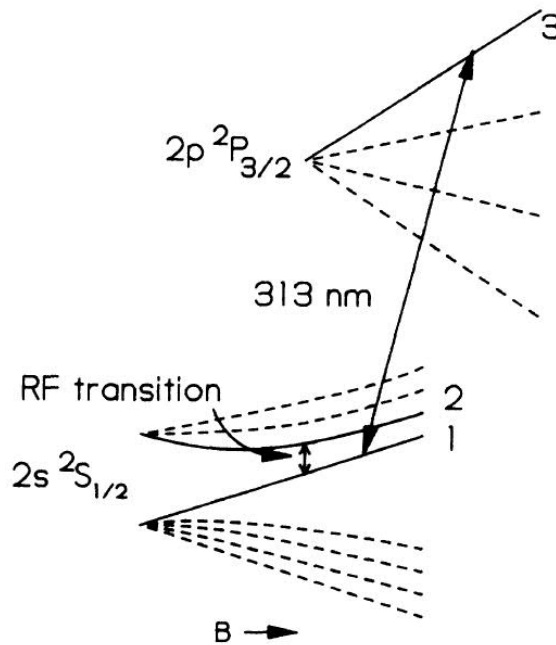
Kuvassa 4.1 on havainnollistettu tarvittavia energiatasoja. Siinä tila 1 on perustila, tila 2 on metastabiili virittynyt tila ja tila 3 on epästabiili virittynyt tila. Tila 3 voi purkautua ainoastaan tilalle 1, mikä tapahtuukin helposti. Tilan 2 spontaani purkautuminen tilalle 1 on puolestaan häviävän harvinaista.

Kokeessa käytetään tilojen 1 ja 2 energiaeroa vastaavaa radiotaajuutta, jolloin ionin kvanttitila on näiden tilojen superpositio. Normaalioloissa systeemin pitäisi lopulta voida havaita virittyneen tilaan 2. Virittymisen tapahtumista mitataan tilan 3 sekä sen ja tilan 1 energiaeroa vastaavan laservalon avulla. Laserpulssi romahtuttaa tilojen superposition joko tilaan 1 tai 2. Romahdus tilaan 1 mahdollistaa virittymisen tilaan 3, jonka purkautuessa voidaan havaita emittoituneita fotoneita. Jos fotoneita ei havaita, tiedetään superposition romahtaneen tilaan 2.

Kokeessa käytetään Penningin ioniloukkua ja sekä laser- että myötäjähdytystä (sympathetic cooling). Kyseisessä loukussa ionikaasulle annetaan kiertosuunta magneettikentällä, jonka suuntainen ionien liikkuminen saadaan estettyä sähkökentällä. Laserjähdytyksessä käytetään hieman haluttua tilanmuutosta alhaisempaa taajuutta, jotta fotonien absorptio tapahtuisi enemmän laserin lähdeä kohti tule-

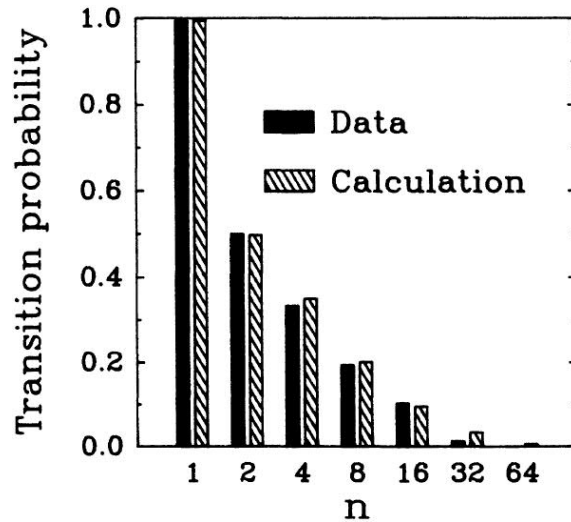
vissa ioneissa Doppler-ilmion mukaisesti. Vastakkaiseen suuntaan kulkevan fotonin absorptio pienentää ionin liikemäärää hidastaen sitä. Emittoituminen voi tapahtua symmetrisesti mihin suuntaan tahansa, joten keskiarvoisesti se ei vaikuta ionin liikemäärään, jolloin kokonaisvaikutus on hidastava. Kun laserjäähdytystä ei voida tehdä suoraan, voidaan hyödyntää myötäjäähdytystä, jossa jäähdytetään toisenlaista saman varauksellista ionia, joka puolestaan jäähdyttää kohdeionia sähköisten vuorovaikutusten kautta. [10]

${}^9\text{Be}^+$ -ionin hyperhienorakenteella on koetta varten sopivat mahdolliset tilat, joten Itano *et al.* asettivat noin viisituhatta sellaista yhdessä noin sadantuhannen myötäjäähdyttävän ${}^{26}\text{Mg}^+$ -ionin kanssa Penningin ioniloukkuun. ${}^9\text{Be}^+$ -ionin kokeen kannalta olennaiset tilat löytyvät kuvasta 4.2.

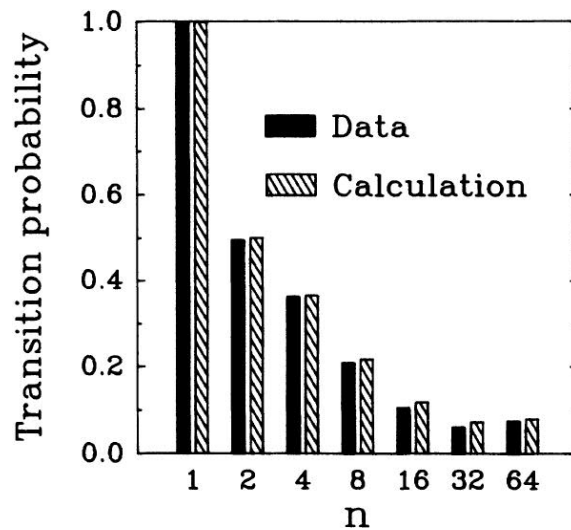


Kuva 4.2 ${}^9\text{Be}^+$ -ionin hyperhienorakenne IHWB-kokeessa. Kuvaan on merkitty kuvaa 4.1 vastaavat tilat sekä käytetyn laserin aallonpituus. "RF transition" on käytetty radiotaajuus, 320,7 MHz. B on käytetty magneettikenttä, 0,8194 T. Kuva lähteestä [3].

Yksi koekerta kesti 256 ms:a, jolloin radiotaajuus oli jatkuvasti päällä. Mittauksena toimivia laserpulsseja oli puolestaan tasaisin välein n kappaletta, jokainen kestoltaan 2,4 ms:a. Koejärjestelyllä voidaan havainnoida todennäköisyyksiä muutoksille tilojen 1 ja 2 välillä molempiin suuntiin riippuen siitä, kumpaan tilaan systeemi on aluksi valmisteltu. Kuvaan 4.3 on koottu havaitut virittymistodennäköisyydet tilasta 1 tilaan 2 ja kuvaan 4.4 vastaavat purkaantumistodennäköisyydet.



Kuva 4.3 IHWB-kokeen tuloksia virittymisen $1 \rightarrow 2$ todennäköisyydelle (Transition probability). Kiinteäpalkki (Data) kuvastaa mittauksia ja viivoitettu (Calculation) laskennallista ennustusta. Mitatun todennäköisyyden virheeksi arvioitu 0,02. Kuva lähteestä [3].



Kuva 4.4 IHWB-kokeen tuloksia purkautumisen $2 \rightarrow 1$ todennäköisyydelle (Transition probability). Kiinteäpalkki (Data) kuvastaa mittauksia ja viivoitettu (Calculation) laskennallista ennustusta. Mitatun todennäköisyyden virheeksi arvioitu 0,02. Kuva lähteestä [3].

Molemmissa kuvissa 4.3 ja 4.4 näkyy selvästi, että useampi mittaus saman ajan sisällä vähentää muuten tapahtuvan siirtymän todennäköisyyttä ennustusten mukaisesti, mikä toimii kokeellisena todisteena kvantti-Zenon-efektin olemassaolosta. Kuvassa 4.4 näkyvät loppupään suuremmat todennäköisyydet selittyvät käytetyn laserin aiheuttamana optisena pumppauksena, joka on huomioitu laskennallisissa ennustuksissa.

5. KVANTTI-ZENON-EFEKTIN SOVELLUTUKSIA JA LAAJENNUKSIA

Tässä luvussa esitetään sovellutuksia sekä tärkeitä laajennuksia kvantti-Zenon-efektille. Efekti mahdollistaa kvanttimekaanisten systeemien tilan hallitsemisen, joten sovellutuskohteet ovat laajat, eivätkä tämän työn suppeat kuvaukset ole siten kattavia. Esitettäviksi valitut sovellutukset perustuvat pitkälti työn laatijan ja ohjaajan intresseihin ja laajennukset on poimittu Itanon vuoden 2009 efektistä käytyä keskustelua kokoavasta tekstistä [4].

5.1 Laskennallisia tuloksia harmoniselle värähtelijälle

Ruokosenmäki ja Rantala hyödyntävät kvantti-Zenon-efektiä sivuavaa laskennallisesta menetelmästä etsiessään kvanttisysteemien ominaistiloja Feynmanin polku-integraaleilla [11]. Menetelmää on myös sovellettu myöhemmissä laskennallisen fyziikan julkaisuissa, joissa esitetään uusia lähestymistapoja Hooken atomiin [12] ja Diffuusio- Monte Carlo -menetelmään [13]. Heidän menetelmässään systeemin aika-kehitystä häiritään jatkuvilla mittauksilla, jotka projisoivat aaltofunktion reaalisiksi poistamalla sen imaginaariosan. Tämä menetelmä romahduttaa puhtaan tilan aaltofunktion yhtälön 2.7 mukaiseen pienienergisiin ominaistilaan. Näin voidaan löytää mikä tahansa virittynyt tila asetetun viite-energian läheisyydestä.

Ruokosenmäen ja Rantalan alkuperäisessä julkaisussa käytetään mallina harmonista värähtelijää. Lisäksi he tutkivat elektronia pistemäisenä kvanttihiukkasena potentiaalilaatikossa. Tämä on hyvin tunnettu tapaus, jossa aaltoyhtälöstä voidaan separoida aika- ja paikkariippuvuus (ks. esim. [9, s. 24–28] tai [14, s. 233–235]) ja saadaan aikakehitykseksi

$$U_{har}(t) = e^{-iEt/\hbar}. \quad (5.1)$$

Menetelmän pohjana on seuraavanlainen teoreettinen käsittely. Jaetaan aaltoyhtälö ominaistilojensa summaksi yhtälön 2.7 mukaisesti, mutta tässä yksiulotteisessa tapauksessa ominaistiloja ja kertoimia voidaan käsitellä reaalisina. Tällaisesta tietyn hetken tilan Ψ kuvauksesta saadaan tila $\Psi(\Delta t)$ ajan Δt kuluttua soveltamal-

la aikakehitystä jokaiseen summan termiin erikseen. Kun tutkitaan yhteen termiin vaikuttavaa aikakehitystä U_n pienellä aikavälillä Δt , saadaan

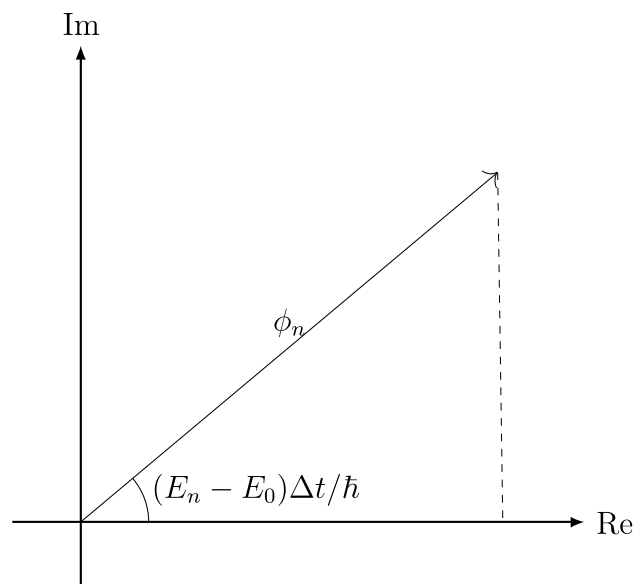
$$U_n(\Delta t) = e^{-iE_n\Delta t/\hbar} = \cos(E_n\Delta t/\hbar) - i \sin(E_n\Delta t/\hbar) \approx 1 - \frac{(E_n\Delta t/\hbar)^2}{2} - iE_n\Delta t/\hbar. \quad (5.2)$$

Reaaliakselille projisoimisen jälkeen

$$\Psi(\Delta t) = \sum_n \left[1 - \frac{(E_n\Delta t)^2}{2}\right] c_n \phi_n, \quad (5.3)$$

mistä ilmenee kvantti-Zenon-efekti, sillä kun $\Delta t \rightarrow 0$, niin $\Psi = \Psi(\Delta t)$. Pienillä aikaväleillä summaa 5.3 alkaa hallita se termi, jolla on pienin energia E_n . Ruokosenmäen ja Rantalan käsittelyssä käytetään energiaa verrattuna viite-energiaan E_0 , jolloin E_n korvaantuu termillä $E_n - E_0$.

Tilannetta voidaan hahmottaa myös yhtälön 5.3 graafisella tulkinnalla.



Kuva 5.1 Työn ohjaajan ja lähteen [12] innoittama havainnollistus reaalisen aaltofunktion aikakehityksestä. Kuvassa ϕ_n on joku kvanttitalan superpositioon osallistuva ominaisarvo (ks. yht. 2.7), E_n on sitä vastaava energia ja E_0 valittu viite-energia.

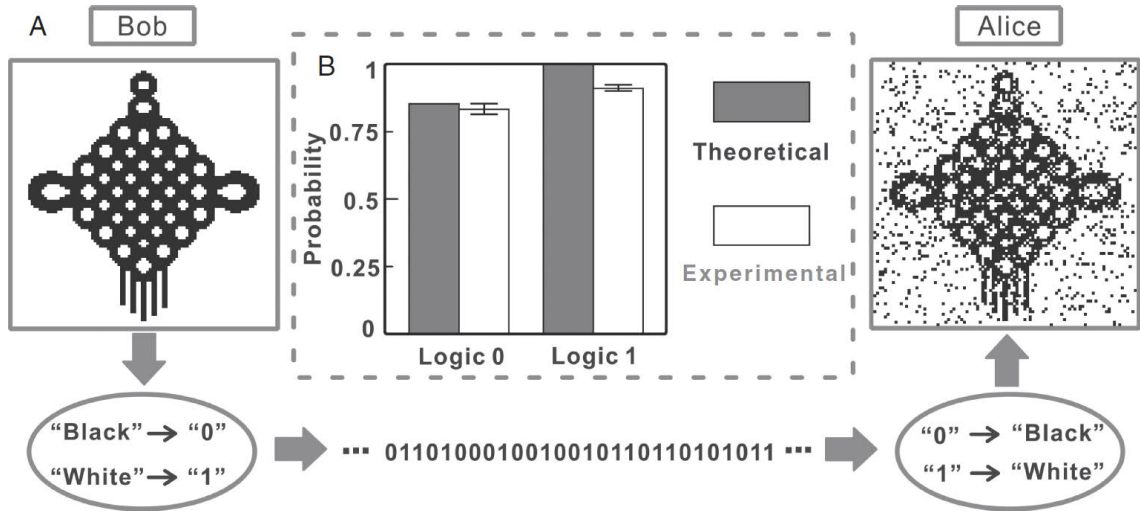
Kuvassa 5.1 näkyy, kuinka ominaisarvo ϕ_n pyörii imaginaarikoordinaatistossa ajan kuluessa. Mitä kauempana sen energia on viite-energiasta, sitä pienempi osa siitä projisoituu reaaliakselille, jolloin suurin kontribuutio tulee viite-energiaa lähimpänä olevasta tilasta. Näin voidaan tunnistaa halutun energian läheinen virittynyt tila ja erityisesti perustila viite-energian ollessa nolla.

5.2 Kontrafaktuaalinen kommunikaatio

Kontrafaktuaalinen kommunikaatio (counterfactual communication) on mielenkiintoinen uusi sovellutus, jossa siirretään tietoa kahden osapuolen välillä ilman hiukasten välittymistä. Sovellutusta ja sen taustoja käsitellään englanniksi populaarilähteessä [15], johon kannattaa tutustua.

Interferometrissä valon säde jakautuu kulkemaan eri reittejä pitkin detektoriin, jossa voidaan havaita eri kautta tulleiden säteiden vaihe-ero interferenssinä. Yksittäinen fotoni kulkeutuu jotakin reittiä pitkin sattumanvaraisesti, mutta kaikki mahdolliset reitit ovat kvanttimekaanisessa superpositiossa ja kohteessa voidaan havaita interferenssi aivan kuin yksittäinen fotoni kulkisi kaikkia mahdollisia reittejä pitkin samanaikaisesti. Täten jollekin reitille asetettu este voidaan havaita interferenssin muuttumisena, vaikka esteeseen ei ole osunut yhtäkään fotonia. Koodaamalla tieto esteen olemassaolosta binääriseksi voi esteen asettaja (Bob) lähettää tietoa interferometrin käyttäjälle (Alice) kontrafaktuaalisesti. Bobin asettama este estää fotonien saapumisen hänelle, jolloin kontrafaktuaalisuus on ilmeistä. Kuitenkin fotonien kulkeutumisen estäminen Bobille vaatii enemmän toimia tilanteessa, jossa fotonien reittiä hänelle ei ole suoraan estetty. Salih *et al.* [16] teorioivat tavan saavuttaa täysi kontrafaktuaalisuus hyödyntämällä kvantti-Zenon-efektiä.

Mikäli Bob ei estä fotonin kulkua, voi sen tila muuttua ja kulkeutua hänelle asti. Tämä voidaan estää asettamalla systeemiin Bobille kulkevan reitin vaihtoehdoksi ketjutettuja pienempiä interferometrejä, jotka vastaavat tiheitä mittauksia estäen tilan muutoksen kvantti-Zenon-efektin mukaisesti. Tiedon siirtymisen tarkkuus paranee, kun näitäkin kokonaisuuksia ketjutetaan peräkkäin, ja tieto tapauksesta, jossa Bob ei ole asettanut estettä välittyy varmemmin kuin tieto esteen asettamisesta. Cao *et al.* [17] kertovat onnistuneensa lähettämään tällaisella menetelmällä yksivärisen bittikartan kiinalaisesta solmusta. Heidän tuloksensa näkyy kuvassa 5.2.



Kuva 5.2 Kontrafaktuaalisen kommunikaation kokeilemisen tulos. Vasemmassa laidassa on alkuperäinen lähetetty kuva ja oikeassa vastaanotettu. Keskellä on oikean tiedon kulke-
misen todennäköisyys (Probability), missä harmaa palkki on teoreettinen (Theoretical) ja
valkea kokeellinen (Experimental). Tapahtumat koodattiin siten, että luku 0 (Logic 0) vas-
taa esteellistä tapausta ja mustaa (Black) väriä, kun taas luku 1 (Logic 1) vastaa esteetöntä
tapausta ja valkoista (White) väriä. Kuva lähteestä [17].

Kontrafaktuaalisen kommunikaation perusteita voitaneen hyödyntää myös kuvan-
tamaan kappaleita alistamatta niitä fotoneille. Tämä olisi hyödyllistä esimerkiksi
sellaisten muinaisten artefaktien tutkimisessa, joiden ylimääräistä altistusta valolle
halutaan välttää [17].

5.3 Kvantti-Zenon-dynamiikka

Alaluvun 3.2 käsittelyssä M on mittaus, joka antaa tiedon onko systeemi tietyssä
tilassa vai ei. Tähän pohjautuu myös luvussa 4 kuvattu koeeasetelma. Käsittelyn
yleisyyttä voidaan kuitenkin laajentaa tulkitsemalla mittausta erilaisesti.

Kvanttifysiikan algebrallisessa käsittelyssä systeemin mahdolliset tilat muodostavat
Hilbertin avaruuden \mathcal{H} , joka on täydellinen sisätulolla varustettu vektoriavaruus.
Jos tulkitaan M projektoriksi joka määrittää aliavaruuden

$$M\mathcal{H}M = \mathcal{H}_M, \quad (5.4)$$

niin alaluvun 3.2 johdon mukaisesti tiheästi suoritettut mittaukset estävät systeemiä
poistumasta tästä aliavaruudesta. Kuitenkin systeemin tila voi siirtyä aliavaruuden
virittävien mittausten määrittämien ominaistilojen välillä. [18] Tätä systeemin ke-
hitystä kutsutaan kvantti-Zenon-dynamiikaksi, jonka erikoistapauksena on kvantti-
Zenon-efekti, jossa systeemin tila ei muutu [4].

Kvantti-Zenon-dynamiikkaa voidaan hyödyntää kvanttietokoneiden suoritus-
parantamisessa [4]. Niiden toimintaa rajoittaa dekoherenssi, jossa laskentaan käytetty
kvanttibitti eli kubitti lomittuu ympäristönsä kanssa. Tällöin menetetään kubitin
tilojen superpositio, johon kvanttilaskenta perustuu. [19] On esitetty, että vuorovai-
kutuksen ympäristön kanssa voitaisiin valjastaa luomaan dekoherensittomia aliavaruuk-
sia kvantti-Zenon-dynamiikan mukaisesti. Vuorovaikutus ympäristön kanssa toimisi
jatkuvana mittauksena, mutta kubitti voisi silti säilyttää superpositionsa mahdol-
listaen kvanttilaskennan. [20]

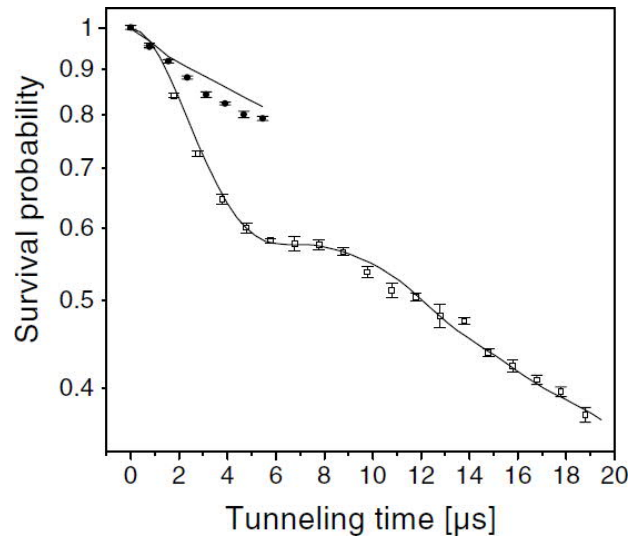
5.4 Käänteinen kvantti-Zenon-efekti

Kvantti-Zenon-efektin tähänastinen käsittely on ollut yleisluonteista, eikä sen teo-
reettinen ilmentyminen riipu käsiteltävän systeemin ominaisuuksista. Kuitenkin joil-
lekin systeemeille voidaan ratkaista sellainen mittausten aikaväli τ , jolla mittaukset
eivät muuta systeemin aikakehitystä. Tätä useammin suoritettavat mittaukset joh-
tavat kvantti-Zenon-efektiin, mutta harvemmillä mittauksilla havaitaan käänteinen
kvantti-Zenon-efekti, jossa systeemin luonnollinen aikakehitys nopeutuu. [21]

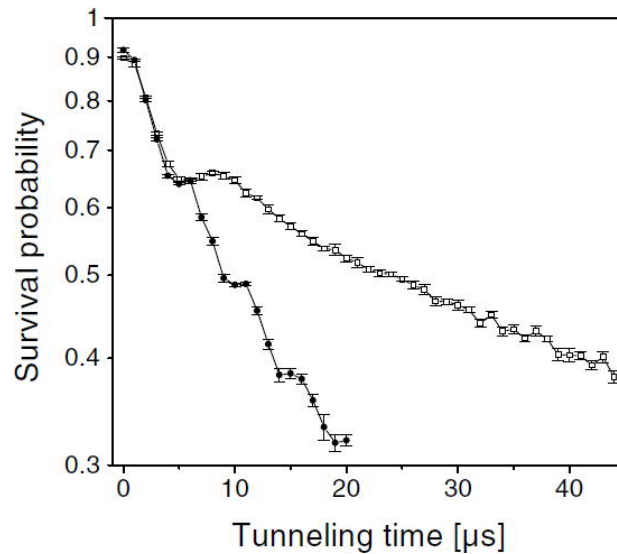
Käänteinen kvantti-Zenon-efekti asettaa enemmän ehtoja systeemille, eikä sitä siis
esiinny kaikissa niissä. Esimerkiksi IHWB-kokeen tilanteessa ei voida havaita sitä.
Kuitenkin käänteisen efektin havaitsemisen mahdollisuus on yleisempi, ja esimerkiksi
luonnollisille radioaktiivisille prosesseille τ on niin lyhyt, että kvantti-Zenon-efektiä
ei voida käytännössä havaita tuhoamatta systeemiä. [22]

Fischer *et al.* [23] tutkivat kokeellisesti käänteistä ja tavallista kvantti-Zenon-efektiä.
He tutkivat potentiaaliuopassa olevia vangittuja Natrium-atomeja. Tämä on epä-
vakaa systeemi, jonka purkautuminen ilmenee tunneloitumisena. Potentiaalin muo-
dosti seisova valoaalto, jota kiihdytettiin kokeen aikana, jotta voitaisiin tunnistaa
eriaikoina tunneloituneet atomit jälkikäteen. Kokeen aikana mitattiin potentiaali-
uopassa olevat atomit vähentämällä kiihdytystä, jolloin tunneloituminen oli mitä-
töntä. Tämän keskeytyksen jälkeen kiihdyttämistä jatkettiin normaalisti.

Tärkeimmät tulokset ovat kuvissa 5.3 ja 5.4 tavalliselle ja käänteisellä kvantti-
Zenon-efektille vastaavasti. Mittaukset keskeyttävät systeemin kehityksen, joten tun-
neloitumiseen käytettävissä olevaan kokonaisaikaan ei ole huomioitu mittausten kes-
toa. Erillisessä mittauksessa käänteisen kvantti-Zenon-efektin vaikuttavuudessa ei
havaittu merkittäviä eroja mittausten kestojen 30 ja 50 μs :n välillä. Fischer *et al.* us-
kovat kuvassa 5.3 esiintyvän laskennallisten mittausten suuremman hidastavan vai-
kutuksen kokeelliseen verrattuna johtuvan systeemin tunneloitumisajan aliarvioin-
nista.



Kuva 5.3 Todennäköisyys (Survival probability) sille, että atomi ei tunneloidu siihen käytettävissä olevan ajan (Tunneling time) funktiona. Kiinteät ympyrät kuvaavat kehitystä mittauksilla ja ontot neliöt häiritsemätöntä kehitystä. Mittausten aikaa ei ole huomioitu vaaka-akselilla. Kuvaa selkeyttävät viivat on saatu laskennallisista tuloksista. Mittauksen kestona oli $50 \mu\text{s}$:a ja mittausvälinä $1 \mu\text{s}$:a. Kuva lähteestä [23].



Kuva 5.4 Todennäköisyys (Survival probability) sille, että atomi ei tunneloidu siihen käytettävissä olevan ajan (Tunneling time) funktiona. Kiinteät ympyrät kuvaavat kehitystä mittauksilla ja ontot neliöt häiritsemätöntä kehitystä. Mittausten aikaa ei ole huomioitu vaaka-akselilla. Kuvaa selkeyttävät viivat on saatu laskennallisista tuloksista. Mittauksen kestona oli $40 \mu\text{s}$:a ja mittausvälinä $5 \mu\text{s}$:a. Kuva lähteestä [23].

Kuvassa 5.4 näkyy selvästi, että mittaukset nopeuttavat systeemin tilan purkautumista, ja on siis saatu kokeellisia todisteita käänteisestä kvantti-Zenon-efektistä. Lisäksi kuvasta 5.3 nähdään tavallinen kvantti-Zenon-efekti epävakaaalle systeemille, mikä on myös tärkeä koetulos. IWHB-koehan käsitteli ainoastaan indusoitua tilan muutosta.

6. YHTEENVETO

Kvantti-Zenon-efekti on kvanttimekaniikan seuraus, joka on saanut nimensä antiikin filosofin Zenonin nuoliparadoksista. Paradoksin mukaan ammuttu nuoli ei voi olla liikkeessä seurauksena siitä, että se ei liiku millään yksittäisellä hetkellä. Kvanttimekaniikassa efektillä tarkoitetaan sitä, kuinka tiheät mittaukset hidastavat systeemin aikakehitystä ja jatkuva mittaus pysäyttää sen. Efekti voidaan johtaa teorian pohjalta erikseen puhtaille ja sekatiiloille, vaikkakin jälkimmäiseen johtoon sisältyykin puhtaan tilan erikoistapaus.

Perusoppikirjoista tuttuja ovat puhtaat tilat, joita voidaan käsitellä aaltoyhtälöinä. Sekatila on sellainen tila mitä ei voida esittää puhtaiden tilojen lineaarikombinaationa. Molempia voidaan käsitellä tiheysmatriisin avulla, mitä Misra ja Sudarshan käyttivätkin esittäessään efektille teoreettisen johdon vuonna 1977. Rinnastus nuoliparadoksiin ja efektin nimi ovat peräisin heiltä. Vuonna 1990 Itano *et al.* julkaisivat efektin olemassaoloa tukevia kokeellisia tuloksia indusoiduille tilanmuutoksille. Myöhemmin Fischer *et al.* saivat kokeellista vahvistusta luonnollisen aikakehityksen tapauksessa tavalliselle ja käänteiselle efektille.

Efektin laajennuksessa lukitaan systeemi mahdollisten tilojen aliavaruuteen, jolloin puhutaan kvantti-Zenon-dynamiikasta. Sillä on sovellutuksia kvanttietokoneiden toiminnan parantamisessa. Luonnollisissa systeemeissä törmätään kuitenkin luultavammin käänteiseen kvantti-Zenon-efektiin, jossa tiheät – mutta tavalliseen efektiin vaadittavaa harvemmat – mittaukset johtavat tilan luonnollisen aikakehityksen nopeutumiseen. Tämä koskee erityisesti radioaktiivista hajoamista. Muita sovellutuksia ovat efektiä sivuava laskennallinen keino löytää halutun energian läheisiä ominaistiloja ja tapa välittää tietoa ilman hiukkasten siirtymistä osapuolien välillä eli kontrafaktuaalisesti.

Tämä työ on pyritty laatimaan huomioiden kandidaatintasolle sopivan laajuuden sekä sisällöllisesti että määrällisesti. Lisäksi on pyritty pysymään fysikaalisesti mielekkäällä tavalla työn aiheessa antamalla siitä kunnollinen kokonaiskuva menemättä liikoja sivupoluille. Lähes jokaisen työn osion syvällisempään käsittelyyn vaaditaan tässä esitettyä enemmän pohjatietoja eri osa-alueilta. Erityisesti Misran ja Su-

darshanin johdon tarkempi läpikäynti vaatii ymmärrystä kompleksianalyysin saralta. Kvantti-Zenon-dynamiikka puolestaan perustuu kvanttimekaniikan algebralliseen käsittelyyn, ja käänteisen kvantti-Zenon-efektin yhteydessä esiintyy kirjallisuudessa Fourier-analyysiiä. Kokeelliseen puoleen syventyessä on puolestaan hyvä olla hallussa erilaiset viilennysmenetelmät ja ioniloukut sekä interferometrit. Työn osa-alueisiin syventymisestä saisiikin helposti uusia kandidaatintöiden aiheita.

LÄHTEET

- [1] R. Valta: *Zenon: Fragmentit ja paradoksit*. Osuuskunta Jyväskunta, 2001.
- [2] B. Misra and E. C. G. Sudarshan: *The Zeno's paradox in quantum theory*. Journal of Mathematical Physics, 18(4):756, Apr 1977. <https://www.doi.org/10.1063/1.523304>.
- [3] W. M. Itano, D. J. Heinzen, J. J. Bollinger, and D. J. Wineland: *Quantum Zeno effect*. Physical Review A, 41(5):2295, Mar 1990. <https://www.doi.org/10.1103/PhysRevA.41.2295>.
- [4] W. M. Itano: *Perspectives on the quantum Zeno paradox*. Journal of Physics: Conference Series, 196(1):012018, Dec 2009. <https://www.doi.org/10.1088/1742-6596/196/1/012018>.
- [5] J. Kantola: *Kvantti-Zeno-efekti*. Oulun yliopisto (kandidaatintyö), Toukokuu 2016.
- [6] S. H. Liu: *Density matrix*, 2014. <https://www.doi.org/10.1036/1097-8542.186100>, Vierailtu 11.10.2018.
- [7] U. Fano: *Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques*. Reviews of Modern Physics, 29(1):74, Jan 1957. <https://www.doi.org/10.1103/RevModPhys.29.74>.
- [8] M. G. A. Paris: *The modern tools of quantum mechanics*. The European Physical Journal Special Topics, 203(1):61, Apr 2012. <https://www.doi.org/10.1140/epjst/e2012-01535-1>.
- [9] D. J. Griffiths: *Introduction to Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, 2nd edition, 2017.
- [10] J. J. Bollinger, L. R. Brewer, J. C. Bergquist, W. M. Itano, D. J. Larson, S.L. Gilbert, and D. J. Wineland: *Ion Trapping Techniques: Laser Cooling and Sympathetic Cooling*. In E. H. Ottewitte and W. Kells (editors): *Intense Position Beams*, page 63. World Scientific, 1988. <https://tf.nist.gov/general/pdf/943.pdf>, Noudettu verkkolähteestä 18.11.2018.
- [11] I. Ruokosenmäki and T.T. Rantala: *Numerical Path Integral Approach to Quantum Dynamics and Stationary Quantum States*. Communications in Computational Physics, 18(1):91, Jul 2015. <https://www.doi.org/10.4208/cicp.180914.161214a>.

- [12] I. Ruokosenmäki, H. Gholizade, I. Kylänpää, and T. T. Rantala: *Numerical path integral solution to strong Coulomb correlation in one dimensional Hooke's atom*. Computer Physics Communications, 210:45, Jan 2017. <https://www.doi.org/10.1016/j.cpc.2016.09.012>.
- [13] I. Ruokosenmäki and T.T. Rantala: *Real-Time Diffusion Monte Carlo Method*. Communications in Computational Physics, 25(2):347, Feb 2019. Ei julkaistu kirjoittamishetkellä.
- [14] P. A. Tipler and R. A. Llewellyn: *Modern Physics (International edition)*. W. H. Freeman and Company, 6th edition, 2012.
- [15] J. Roebke: *Nil Communication: How to Send a Message without Sending Anything at All*. Scientific American, Jun 2017. <https://www.scientificamerican.com/article/nil-communication-how-to-send-a-message-without-sending-anything-at-all>, Vierailtu 25.11.2018.
- [16] H. Salih, Z.-H. Li, M. Al-Amri, and M. S. Zubary: *Protocol for Direct Counterfactual Quantum Communication*. Physical Review Letters, 110(17):170502, Apr 2013. <https://www.doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.170502>.
- [17] Y. Cao, Y.-H Li, Z. Cao, J. Yin, Y.-A. Chen, H.-L. Yin, T.-Y. Chen, X. Ma, C.-Z. Peng, and J.-W. Pan: *Direct counterfactual communication via quantum Zeno effect*. Proceedings of the National Academy of Sciences, 114(19):4920, May 2017. <https://www.doi.org/10.1073/pnas.1614560114>.
- [18] P. Facchi, V. Gorini, G. Marmo, S. Pascazio, and E. C. G. Sudarshan: *Quantum Zeno dynamics*. Physics Letters A, 275(1):12, Oct 2000. [https://www.doi.org/10.1016/S0375-9601\(00\)00566-1](https://www.doi.org/10.1016/S0375-9601(00)00566-1).
- [19] P. W. Shor: *Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory*. Physical Review A, 52(4):R2493, Oct 1995. <https://www.doi.org/10.1103/PhysRevA.52.R2493>.
- [20] A. Beige, D. Braun, B. Tregenna, and P. L. Knight: *Quantum Computing Using Dissipation to Remain in a Decoherence-Free Subspace*. Physical Review Letters, 85(8):1762, Aug 2000. <https://www.doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.1762>.
- [21] P. Facchi, H. Nakazato, and S. Pascazio: *From the Quantum Zeno to the Inverse Quantum Zeno Effect*. Physical Review Letters, 86(13):2699, Mar 2001. <http://www.doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.2699>.

- [22] A. G. Kofman and G. Kurizki: *Acceleration of quantum decay processes by frequent observations*. *Nature*, 405(6786):546, Jun 2000. <https://www.doi.org/10.1038/35014537>.
- [23] M. C. Fischer, B. Gutiérrez-Medina, and M. G. Raizen: *Observation of the Quantum Zeno and Anti-Zeno Effects in an Unstable System*. *Physical Review Letters*, 87(4):040402, Jul 2001. <https://www.doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.040402>.