TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

MIRA TENGVALL

SUBSTANSSIOSAAMISEN INTEGROINNIN VAIKUTUS ASENTEISIIN JA MOTIVAATIOON YLIOPISTOMATEMATIIKASSA

Diplomityö

Tarkastajat:
Lehtori Terhi Kaarakka
Yliopistonlehtori Simo Ali-Löytty
Professori Petri Nokelainen
Tarkastajat ja aiheen hyväksynyt
Teknis-luonnontieteellisen tiedekunnan dekaani 4.1.2017

TIIVISTELMÄ

MIRA TENGVALL: Substanssiosaamisen integroinnin vaikutus asenteisiin ja motivaatioon yliopistomatematiikassa
Tampereen teknillinen yliopisto
Diplomityö, 59 sivua, 16 liitesivua
Heinäkuu 2017
Teknis-luonnontieteellinen koulutusohjelma
Pääaine: Matematiikka
Tarkastajat: Lehtori Terhi Kaarakka, Yliopistonlehtori Simo Ali-Löytty, Professori Petri Nokelainen
Avainsanat: substanssiosaamisen integrointi, matematiikan opetus, asenne, motivaatio

Matematiikka on tärkeä osa diplomi-insinöörin osaamista ja sen opetuksen kehittämiseen halutaan Tampereen teknillisessä yliopistossa panostaa. Opetuksen kehittämiseksi on kartoitettu opiskelijoiden opiskeluprofiileja ja etsitty keinoja opetuksen kehittämiseen sekä opiskelun tukemiseen. Tässä työssä selvitetään, voidaanko opiskelijoiden motivaatioon ja asenteisiin matematiikkaa kohtaan vaikuttaa substanssiosaamisen integroinnilla matematiikan harjoitustehtäviin. Tutkimuksessa tarkastellaan interventio- ja verrokkiryhmien kyselykohtaisia eroja, ryhmien sisäisiä muutoksia kyselyiden välillä ja näiden muutosten eroa ryhmien välillä. Lisäksi tutkitaan integroinnin vaikutusta osaamistasoon.

Työn alussa tarkastellaan tutkimuksen lähtökohtia sekä asenteen ja motivaation merkitystä matematiikan oppimisessa. Lisäksi esitellään tutkimuksen matemaattista taustaa opintojakson harjoitustehtävien ja analysoinnissa käytettyjen tilastollisten menetelmien näkökulmasta. Aineisto kerättiin syksyn 2016 Insinöörimatematiikka A2 -opintojakson vapaaehtoisilta opiskelijoilta, jotka oli jaettu interventio- ja verrokkiryhmiin harjoitusryhmien perusteella. Aineisto muodostui kolmesta sähköisestä kyselystä opintojakson aikana, opintojakson ensimmäisen tentin pistemääristä ja opiskelijoiden opintosuuntatiedoista.

Tulosten perusteella voidaan päätellä, että substanssiosaamista integroivilla tehtävillä voidaan vaikuttaa opiskelijoiden asenteisiin ja motivaatioon jo lyhyellä aikavälillä. Integrointi muun muassa vähensi matematiikan irrallisuuden tunnetta oman alan opinnoista. Tulosten perusteella opetuksen kehittämiseen alakohtaisten sovellusten suuntaan kannattaa panostaa ja tutkia aihetta lisää.

ABSTRACT

MIRA TENGVALL: The Effect of Content-Integration on Attitudes and Motivation in University Mathematics
Tampere University of Technology
Master's Thesis, 59 pages, 16 Appendix pages
July 2017
Master's Degree Programme in Science and Engineering
Major: Mathematics
Examiner: Lecturer Terhi Kaarakka, University Lecturer Simo Ali-Löytty, Professor Petri Nokelainen
Keywords: content-integration, mathematics education, attitude, motivation

Mathematics is a crucial part of the know-how of a graduate engineer and Tampere University of Technology wants to invest in the development of teaching mathematics. The learner-profiles of students have been studied to develop the teaching methods and to support students with their studies in mathematics. The effect of content-integration on attitudes and motivation is studied by comparing control and intervention groups by means of analysing their differences in questionnaires case-by-case, the changes within the group between questionnaires and the differences in changes between the groups. The effect on learning results is also studied.

At first, we discuss the basis of this study and the meaning of attitude and motivation in mathematics education. Then the mathematical background of this study is introduced from the viewpoint of exercises used on the course and statistical methods. Material for this study was collected from voluntary students during autumn 2016 on course Engineering Mathematics A2. The students were divided into control and intervention groups based on the exercise groups. The material consists of three electrical questionnaires answered during the course, the results from the first exam of the course and the information about the study fields of the students.

According to the results we can conclude that content-integration in mathematics exercises had an effect on students? attitudes and motivation even during a short time. For instance, integration decreased the students? feeling of mathematics being detached from their own study area. These findings support the idea of developing the mathematics teaching into the direction of content-integrated applications and they also set a foundation for further studies.

ALKUSANAT

Tämä diplomityö on tehty Tampereen teknillisen yliopiston matematiikan laboratoriolle. Diplomityötutkimuksen suunnittelu alkoi kesällä 2016 työskennellessäni tutkimusapulaisena, jolloin tutkimuskyselyä ja tutkimuksessa käytettäviä substanssiosaamista integroivia tehtäviä alettiin kehittää. Tutkimus toteutettiin syksyllä 2016, aineiston analysointi suoritettiin talven aikana ja varsinainen diplomityön kirjoitus tapahtui kevään ja kesän 2017 aikana.

Tutkimusaihe on ollut todella mielenkiintoinen ja haluankin kiittää ohjaajiani lehtori Terhi Kaarakkaa ja yliopistonlehtori Simo Ali-Löyttyä Matematiikan laboratoriosta tutkimusaiheen mahdollistamisesta, avusta ja tasaisen varmasta painostuksesta työn etenemiseksi. Kiitokset myös ohjaajalleni Petri Nokelaiselle tutkimukseen liittyvästä avusta. Matematiikan säännönmukaisuus on aina kiehtonut minua, ja sen puhdas loogisuus ilman kielille tyypillisiä poikkeuksen poikkeuksia on ollut omiaan innostamaan minut sen pariin. Tämä diplomityö antoi minulle pienen mahdollisuuden saada muutkin näkemään matematiikan hienouden, tai ainakin vilauksen siitä.

Edellisten perusteellahan se opintosuunta virallisesti valitaan, mutta nyt voin viimein myöntää... Violetit haalarit ja tupsulakki. Taikasanat. Opintojen aikana olen tutustunut mahtaviin ihmisiin, kokenut lukemattomia unohtumattomia elämyksiä ja löytänyt korvaamattomat Hiukkasen fuksitytöt'12. Diplomityön kirjoittaminen aloittaa lähtölaskennan valmistumiseen ja tätä matkaa en olisi selvinnyt yksin. Haluan esittää kiitokset Rosalle, joka aikoinaan järjesti parhaan mahdollisen "valmennuskurssin" opintosuuntaansa pähkäilevälle pikkusiskolle, kaikki opiskelujen riemut ja tuskat jakaneille Hiukkasen fuksitytöille'12, erityisesti dippatuskan jakaneelle Sallalle, sekä perheelleni kannustuksesta. Lopuksi haluan esittää kiitokset Jarkolle, joka on kulkenut kanssani tämän unohtumattoman matkan ja kannustanut jatkamaan, kun oma usko on meinannut horjua.

Genevessä, 30.7.2017

Mira Tengvall

SISÄLLYS

TAULUKKOLUETTELO

LYHENTEET JA MERKINNÄT

MATLAB	MATrix LABoratory, numeeriseen laskentaan tarkoitettu tietokoneohjelmisto ja ohjelmointikieli
Moodle	avoimen lähdekoodin sähköinen oppimisympäristö
MRBQ	Mathematics-Related Beliefs Questionnaire, kysely matematiikkaan liittyvistä uskomuksista
op	Opintopiste
SDT	Self-Determination Theory, itsemääräämisteoria
SPSS	Tilastotieteelliseen analyysiin suunniteltu ohjelmisto
STACK	System for Teaching and Assessment using a Computer Algebra Kernel, tietokoneavusteinen järjestelmä tehtävien automaattiseen tarkistamiseen
TK	Tutkimuskysymys
TMA	Three-dimensional Model for Attitude, kolmiulotteinen malli asenteelle
TTY	Tampereen teknillinen yliopisto

A	Matriisi
A^{-1}	Matriisin A käänteismatriisi
$\mathbf{b}$	Vektori
d_i	Wilcoxonin merkkitestin peräkkäisten havaintojen arvojen erotus
f	Funktio
H_0	Nollahypoteesi
H_1	Vastahypoteesi
Md	Mediaani
Mo	Moodi eli tyyppiarvo
μ, E	Satunnaismuuttujan odotusarvo
n, N_V, N_S	Joukon havaintojen lukumäärä
N	Kaikkien havaintojen lukumäärä
$\mathbb{N}$	Luonnollisten lukujen joukko
$N(\mu, \sigma)$	Normaalijakauma
Ω	Satunnaismuuttujan otosavaruus
p	p-arvo, merkitsevyystaso
r	Efektikoko

r_{xi}	Suuruusjärjestykseen asetetun joukon X arvon x_i järjestysluku
$\mathbb{R}$	Reaalilukujen joukko
$\mathbb{R}^3$	Kolmiulotteinen reaaliavaruus
rref	redusoitu vaakariviporrasmuoto
σ	Satunnaismuuttujan keskihajonta
σ^2	Satunnaismuuttujan varianssi
s	Satunnaismuuttujan otoskeskihajonta
s^2	Satunnaismuuttujan otosvarianssi
S, V	Ryhmän tunnus, Siniset ja Vihreät
$\sum$	Summamerkintä
θ	Testattava parametri tilastollisessa testauksessa
t, u, v	Reaalilukuja
T^-, T^+, T	Wilcoxonin merkkitestin testisuureita
U_1, U_2, U	Mann-Whitneyn U-testin testimuuttujia
W	Mann-Whitneyn U-testin järjestyssumma
x	Muuttuja
x_i	Satunnaismuuttujan X i:s arvo
X	Satunnaismuuttuja
$\overline{x}$	Aritmeettinen keskiarvo

1. JOHDANTO

Matematiikan merkitys insinöörien ongelmien määrittelyssä ja analysoinnissa sekä yhteistyökumppaneiden välisessä kommunikaatiossa on tiedostettu jo pitkään [3]. Opiskelijoiden matemaattisen osaamisen tason on havaittu laskeneen ja erityisesti yliopistotasolla matematiikan heikko osaaminen voi heijastua oman alan opinnoissa ja työtehtävissä suoriutumiseen. Yleinen matemaattisen osaamistason lasku suomalaisten oppilaiden keskuudessa [25] on herättänyt kiinnostusta matematiikan opetuksen kehittämiseksi eri koulutustasoilla, eikä Tampereen teknillinen yliopisto poikkea tästä joukosta.

Tampereen teknillisessä yliopistossa (TTY) kaikkien teknillisten alojen opiskelijoiden tulee suorittaa matematiikan peruskursseja vähintään 27 opintopisteen edestä [36], jolloin opiskelijamäärät näillä kursseilla ovat suuria. Tämä johtaa luentomuotoiseen massaopetukseen, jossa yksittäisen opiskelijan huomioiminen opetuksessa ei ole mahdollista ja opintojakson esimerkit ja harjoitustehtävät ovat usein matemaattisesti ilmaistuja teoreettisia ongelmia. Matematiikan opetuksen kehittämisen tarkoituksena on parantaa opiskelijoiden oppimistuloksia ja täten edesauttaa opintojen etenemistä aikataulussa. Matematiikan opintojen ei ole tarkoitus tarjota ainoastaan matemaattisia työkaluja diplomi-insinöörin työtehtäviä varten, vaan myös yleisesti kehittää loogista ajattelua, päättelyketjujen pätevyyden arvioimista ja kokonaisuuksien hallintaa, jotka ovat tärkeitä asiantuntijuuden elementtejä.

TTY:ssa lukuvuonna 2004–2005 tehdyn tutkimuksen perusteella muodostettiin viisi erilaista oppijaprofiilia ja esitettiin opetuksen kehitysideoita eri profiilien näkökulmista [35]. Tulosten perusteella ainakin kolme näistä ryhmistä voisi hyötyä alakohtaisista sovelluksista ja matematiikan käytännöllisyyden osoittamisesta. Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, voidaanko matematiikan opetuksesta tehdä opiskelijan kannalta motivoivaa ja voidaanko asenteita matematiikkaa kohtaan parantaa integroimalla oppiaineeseen substanssiosaamista sisältäviä harjoitustehtäviä. Parantuneen motivaation myötä opiskelijat voisivat panostaa enemmän matematiikan opiskeluun ja saavuttaa näin oppimistavoitteet aiempaa paremmin [38]. Asenteen ja motivaation merkitystä matematiikan oppimisessa ovat tutkineet aiemmin muun muassa Hannula [12, 13, 14], Di Martino ja Zan [4, 5, 6] ja Wæge [42], mutta tutkimukset ovat keskittyneet enemmän peruskoulutasolle ja yliopistotason opiskelua käsitteleviä tutkimuksia on saatavilla heikosti.

Tutkimusaihe on itselleni kiinnostava, sillä pedagogisten opintojen myötä motivaation ja asenteen merkitys oppimisessa on osoittautunut todella merkittäväksi. Useissa epävirallisissa keskusteluissa TTY:ssa opiskelevien kavereiden kesken on noussut esiin näkemys, jonka mukaan matematiikan kurssit ovat turhia ja aivan liian abstrakteja niiden menetelmien soveltamiseen käytännössä. Tämän ajatusmaailman muuttaminen vaatii konkreettisia esimerkkejä ja asenteiden muutoksia. Tutkimuksen kannalta on merkittävää huomata, että tarkastelun kohteena ovat teknillisten alojen opiskelijat, jotka eivät ole lähtökohtaisesti tulleet yliopistoon opiskelemaan matematiikkaa, jolloin niin kiinnostuksen, motivaation kuin osaamistason skaalat opiskelijapopulaatiossa voivat olla hyvinkin suuria. Tämän takia on olennaista tutkia, miten opiskelijoita voitaisiin motivoida panostamaan matematiikan opiskeluun.

Tässä tutkimuksessa otoksena toimii TTY:n ensimmäisen vuoden matematiikan peruskurssin Insinöörimatematiikka A2 opiskelijat, joiden asenteita ja näkemyksiä matematiikasta tutkitaan viisiportaisista Likert-väittämistä koostuvien kyselyjen avulla. Tutkimusta varten opiskelijat jaetaan kahteen ryhmään, joista toisessa opiskelijat tekevät tutkimusta varten kehitettyjä substanssiosaamista soveltavia tehtäviä harjoitusviikoilla 2–4 ja toisessa niin sanottuja perinteisiä tehtäviä aiempien vuosien mallien mukaan. Kyselyyn vastataan kolme kertaa opintojakson aikana ja vastausten perusteella tutkitaan substanssiosaamisen integroinnin vaikutusta asenteisiin ja motivaatioon matematiikassa.

Luvussa 2 tarkastellaan tutkimuksen lähtökohtia, joihin sisältyvät integrointikokeilun taustatekijät, tarkennetut tutkimuskysymykset sekä integroinnin käytännön keinoja ja haasteita. Luvussa 3 käsitellään asenteen ja motivaation teoriataustaa matematiikassa ja esitellään tässä tutkimuksessa käytettävät määritelmät. Luvussa 4 tarkastellaan tutkimuksen matemaattista taustaa, johon sisältyy sekä tutkitun opintojakson aihepiirejä että tilastollisia menetelmiä. Luvussa esitellään kaksi tutkimuksessa käytettyä harjoitustehtävää ratkaisuineen ja tilastollisessa osiossa käydään läpi tutkimuksen kannalta olennaisia käsitteitä ja testejä.

Luvussa 5 esitellään varsinaisen tutkimuksen toteutus ja aineisto sekä käytetyt analysointimenetelmät. Luvussa 6 esitellään tutkimuksen tulokset, jotka on jaoteltu tutkimuskysymyskohtaisesti ja suoritetaan niiden tarkastelua ja pohdintaa. Luvussa esitetään myös johtopäätöksiä ja jatkotutkimusaiheita. Luvussa 7 tarkastellaan tutkimuksen ja sen tulosten luotettavuutta, ja koko tutkimuksen yhteenveto on esitetty luvussa 8.

Tutkimuksen tulokset osoittavat, että substanssiosaamisen integroinnilla oli vaikutusta opiskelijoiden asenteisiin ja motivaatioon, mutta ei osaamistasoon opintojakson ensimmäisessä tentissä. Tulosten perusteella integrointi loi eroja opintojakson aikana tapahtuviin muutoksiin erityisesti matematiikkaa sosiaalisena toimintana ja osaamisen alueena mittaavissa väittämissä. Kyselykohtaisissa vertailuissa ryhmien välillä esiintyi eroja kaikissa kolmessa kyselyssä ja eroavien väittämien määrä kasvoi opintojakson edetessä. Tulosten perusteella substanssiosaamisen integrointi olisi hyvä keino kehittää matematiikan opetusta yliopistotason matematiikan peruskursseilla, mutta tulokset kaipaavat vahvistusta jatkotutkimusten avulla. Jatkotutkimuksissa voitaisiin toteuttaa laajempi interventio pitkällä aikavälillä ja potentiaalisesti suuremmalla otoksella, jolloin vaikutuksista saataisiin vahvempaa näyttöä.

2. TUTKIMUKSEN LÄHTÖKOHDAT

Tampereen teknillisessä yliopistossa on arkkitehtuurin lisäksi viisi tekniikan kandidaatin tutkinto-ohjelmaa, joissa on yhteensä yksitoista opintosuuntaa. Diplomi-insinöörin tulee suorittaa matematiikan perusopintoja vähintään 27 opintopistettä (op), joista suurin osa kuuluu tekniikan kandidaatin tutkintoon. Insinöörimatematiikan opintojaksot 1–3 (15 op) suorittavat kaikki rakennustekniikan, teknistaloudellisen, teknisten tieteiden ja tieto- ja sähkötekniikan tutkinto-ohjelmien opiskelijat. Ensimmäiselle vuodelle suunniteltu neljäs opintojakso ja täydentävät opintojaksot vaihtelevat opintosuunnan mukaan. Tekniikan ja luonnontieteiden tutkinto-ohjelmaan kuuluu laajempi Matematiikka-kokonaisuus ja arkkitehtuuriin ei sisälly lainkaan pakollista matematiikkaa. [36]

Tutkimuksen toteutukseen valittiin opintojakso Insinöörimatematiikka 2, sillä siihen mennessä opiskelijat ovat jo tutustuneet yliopistomatematiikkaan yhden opintojakson ajalta ja opintojakson suorittavien opiskelijoiden määrä on suuri. Opintojakson Insinöörimatematiikka 1 sisältöjä ovat lukuvuonna 2016–2017 joukko-opin, logiikan ja todistamisen perusteet, funktio-oppi, alkeisfunktiot, funktion raja-arvo ja jatkuvuus, kompleksiluvut sekä derivaatta [9, 23, 31]. Opintojakson Insinöörimatematiikka 2 sisältöjä ovat puolestaan vektorit, lineaariset yhtälöryhmät, matriisit, aliavaruudet, determinantit, ominaisarvot ja -vektorit sekä pienimmän neliösumman ratkaisu [22, 31].

2.1 Integrointikokeilun taustatekijät

Yliopistomatematiikka koetaan usein opiskelijoiden keskuudessa vaikeana hahmottaa, ja sen myötä oppimisstrategia suuntautuu pinnalliseen ulkolukuun asioiden ymmärtämisen ja yhdistelemisen sijaan [43]. Yusofin ja Tallin tutkimuksen [43] perusteella opiskelijoita on mahdollista motivoida ja saada näkemään erilaisia matematiikan oppimisen mekanismeja ongelmaperustaisen lähestymisen kautta, jossa esitettyyn soveltavaan ongelmaan ei ole suoraa ratkaisumallia. Opiskelijoiden asenne matematiikkaa kohtaan ja sen eri oppimistyylien ymmärtäminen parantuivat, kun opetuksessa hyödynnettiin ongelmalähtöistä oppimista. Vastaavasti luento- ja matemaattiskeskeisessä opetusmenetelmässä opiskelijoiden uskomukset matematiikan oppimisesta ulkoa opettelun tuella ja vastauksen saamisen tärkeys ratkaisun ymmärtämisen sijaan vahvistuivat. Näitä havaintoja voidaan hyödyntää matematiikan opetuksen kehityksessä tuomalla suurten opiskelijamäärien matematiikan opintojaksoille alakohtaisia sovelluksia, jotka ovat työelämän ongelmiin perustuvia, mutta ratkaistavissa opintojaksolla käsiteltyjen menetelmien avulla.

Tampereen teknillisessä yliopistossa tutkittiin vuosina 2004–2005 opiskelijoiden välisiä eroja matematiikan opiskeluun liittyvien asenteiden ja taitojen suhteen [35]. Tutkimuksessa kerättiin tietoja uusille opiskelijoille tarkoitetun matematiikan perustaitojen testin yhteydessä, jossa heitä pyydettiin vastaamaan matematiikan opiskelun asenteita ja lähestymistapoja koskeviin väitteisiin matematiikan tehtävien ratkaisemisen lisäksi. Tulosten perusteella opiskelijoista muodostettiin viisi ryhmää, joiden tarpeet matematiikan opetuksen ja oppimisen suhteen eroavat toisistaan. Nämä ryhmät ovat [35]

1) Pintasuuntautuneet mallista oppijat
2) Vertaisoppijat
3) Tukea tarvitsevat
4) Omin päin opiskelevat
5) Osaajat.

Tulosten perusteella etsittiin keinoja matematiikan opetuksen kehittämiseen. Pintasuuntautuneet opiskelijat hyötyisivät matematiikan taitojen tärkeyden korostamisesta koulutusohjelman näkökulmasta ja vertaisoppijat aktiivisesti toimivista harjoitusryhmistä. Tukea tarvitsevat hyötyisivät osaltaan matemaattisten perustaitojen kehittämisen lisäksi motivaation parantamisesta. Omin päin opiskelevilla ei tulosten mukaan ole kiinnostusta itse matematiikkaa kohtaan, vaan he arvostavat matematiikkaa välineenä oman ammattitaidon näkökulmasta. Heille tulisi konkretisoida matematiikan käyttökohteita ja vahvistaa näkemystä matematiikan hyödyllisyydestä. Osaajat hyötyvät eniten keskustelusta ja ajatusten vaihtamisesta oman pohdinnan jälkeen. [35]

Näiden tulosten perusteella substanssiosaamisen integrointi voisi parantaa pintasuuntautuneiden mallista oppijoiden, tukea tarvitsevien ja omin päin opiskelevien matematiikan opiskelumotivaatiota ja asennetta matematiikkaa kohtaan. Substanssiosaamisen integrointia matematiikkaan on toteutettu TTY:ssa aiemmin Sitikka-hankkeen [17] muodossa, jossa tietoliikennetekniikan ja signaalikäsittelyn alalta on laadittu esimerkkejä alakohtaisista matematiikan sovelluskohteista. Hanke ei kuitenkaan kata kaikkia opintosuuntia ja osa tehtävistä edellyttää alakohtaisia esitietoja, mikä vaikeuttaa niiden käyttöä laajemmille opiskelijajoukoille.

Myös ammattikorkeakouluissa on tutkittu matemaattisten ja luonnontieteellisten aineiden opetusta ja niiden kehityskeinoja. Hämeen ammattikorkeakoulun tekemän selvityksen [24] mukaan ammattikorkeakouluopiskelijat toivoisivat enemmän oman alan esimerkkejä ja motivoivia sovelluskohteita matemaattisiin opintosisältöihin sekä yhteistyötä eri aineiden opettajien välillä. Selvityksen mukaan muun muassa vähäinen kiinnostus aihetta kohtaan, aiheiden irrallisuuden tunne oman alan opinnoista ja asenne sekä motivaatio aihetta kohtaan ovat merkittäviä syitä opintosuoritusten viivästymiselle eli “roikkumiselle”. Selvityksen mukaan tärkeimpänä “roikkumista” ehkäisevänä tekijä nähdään sisältöjen integrointi oman alan opintoihin. Myös motivaatio esiintyy viiden tärkeimmän tekijän joukossa, mikä tukee tämän tutkimuksen lähtökohtia.

2.2 Tutkimuskysymykset

Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, voidaanko opiskelijoiden asenteisiin ja motivaatioon matematiikkaa kohtaan vaikuttaa substanssiosaamisen integroinnilla harjoitustehtäviin. Erityisesti vektorit, yhtälöryhmät ja matriisit tarjoavat hyviä sovellusmahdollisuuksia teknillisillä aloilla, mikä oli yhtenä valintaperusteena tutkimuksen toteutusajankohdalle. Tutkimuskysymyksiä on neljä:

TK1. Miten interventio- ja verrokkiryhmän näkemykset asenteistaan ja motivaatiostaan matematiikkaa kohtaan poikkeavat?

TK2. Miten opiskelijoiden näkemykset asenteistaan ja motivaatiostaan matematiikkaa kohtaan muuttuvat opintojakson aikana?

TK3. Miten interventio- ja verrokkiryhmän sisäiset muutokset poikkeavat toisistaan?

TK4. Miten interventio- ja verrokkiryhmän osaaminen poikkeaa toisistaan opintojakson lopussa?

Tutkimusongelmana on siis löytää mahdollisia keinoja kehittää opetusta asenteisiin ja motivaatioon vaikuttamisen näkökulmasta.

2.3 Eriyttämisen keinoja

Substanssiosaamisen integroinnin tavoitteena on tarjota motivoivia matematiikan käytännön sovelluskohteita eri opintoaloille. Tehtävien eriyttämiseen massakursseilla ei ole yksinkertaista ratkaisua, mutta ideaalitilanteessa viikkoharjoitusten vaihtoehtoiset tehtävät ja sähköiset tehtävät tarjoavat siihen hyviä mahdollisuuksia. Sähköisissä STACK-tehtävissä [34] on mahdollista luoda satunnaisuutta suorituskertakohtaisesti, jolloin lähtöarvoihin saadaan opiskelijakohtaista vaihtelua. Sähköisyyden myötä olisi myös mahdollista luoda esimerkiksi opintojakson Moodle-sivulle eri tehtäväosioita opintoaloittain. Tällöin opiskelija voisi tehdä omaan alaansa liittyvät tehtävät kaikille suunnattujen tehtävien sijaan. Vastaavasti paperisiin harjoitustehtäviin voitaisiin luoda vaihtoehtoisia tehtäviä opintoalan perusteella aihepiirien mahdollisuuksien mukaan.

Opintosuuntakohtaisten tehtävien toteuttaminen vaatisi kuitenkin nykyistä enemmän resursseja tehtävien valmisteluun sekä vähintään koulutusohjelmakohtaiset harjoitusryhmät. Tehtävien suunnittelu edellyttää käytännössä eri alojen asiantuntijoiden tai opetushenkilöstön yhteistyötä, jotta voidaan löytää aidot sovelluskohteet ensimmäisen vuoden opiskelijoille sopivilla taustatietovaatimuksilla. Lukuisien eri sovelluskohteiden löytäminen ja niihin tutustuminen ilman eri alojen yhteistyötä on käytännössä lähes mahdotonta opetuksen valmisteluun käytettävän ajan puitteissa. Tätä tutkimusta varten saimme materiaalia ja kirjallisuutta yhteistyötahoilta, mikä osaltaan mahdollisti tehtävien tehokkaan kehittämisen.

2.4 Integroinnin haasteita

Suurin osa matematiikan peruskurssien osallistujista on ensimmäisen vuoden opiskelijoita, joilla ei ole juurikaan ollut alakohtaisia opintoja. Tämä tarjoaa merkittävän haasteen, ellei jopa suoranaisen ongelman, substanssiosaamisen integroinnille. Tämän seurauksena soveltavissa tehtävissä ei voida olettaa laajaa alan tuntemusta, mikä asettaa rajoituksia sovelluskohteiden löytämiselle. Peruskurssien opiskelijat edustavat myös useaa eri opintosuuntaa, jolloin alasoveltavien tehtävien mahdolliset esitieto-olettamukset ovat entistä suppeammat. Tehtävien aihepiiri ei myöskään saisi vaikuttaa matemaattisen osaamisen näyttämiseen, eli tehtävien alakohtaiset tietovaatimukset eivät saa rajoittaa matemaattista suoriutumista. Opiskelijoiden alojen suuri kirjo asettaa ehkä kaikkein suurimman haasteen integroinnille, sillä opiskelijan voi olla vaikeaa motivoitua toisen alan soveltavista tehtävistä. Jos opintosuuntia olisi opintojaksolla vain kaksi, niin tehtävien kohdistaminen aloittain olisi huomattavasti helpompaa.

Myös opintojakson luennoitsijan kannalta mahdollisimman realistinen substanssiosaamisen integrointi on haastavaa, sillä matematiikan asiantuntijalla ei välttämättä ole tietoa eri alojen matemaattisista sovelluskohteista. Tämän vuoksi yhteistyö muiden alojen asiantuntijoiden kanssa on välttämätöntä sopivien alasoveltavien tehtävien kehittämiseksi. Yhteistyötä voi vaikeuttaa osapuolten vähäinen tietämys toisen alasta tai opintojaksolle sopivista sisällöistä ja vaativuustasoista, mikä tekee tehtävien kehittämisestä työlästä ja aikaa vievää. Lisäksi tämä vaatii eri osapuolilta motivaatiota, sillä uusien tehtävien kehittäminen ja ratkaisujen laatiminen eri aihepiireistä vaatii huomattavan paljon aikaa valmiin materiaalin ollessa vähäistä. Alakohtaista kirjallisuutta ja sovelluksia on kyllä saatavissa, esimerkiksi [2, 19, 37], mutta niiden tehtävien alakohtaisten tietojen ja vaikeustason määrittäminen voi olla hidasta verrattuna opintojakson pohjana käytettävän kirjallisuuden matemaattisiin tehtäviin.

3. ASENNE JA MOTIVAATIO MATEMATIIKASSA

Asenteiden ja motivaation vaikutusta oppimistuloksiin on tutkittu laajasti ja erityisesti näiden merkitys matematiikassa on ollut useissa tutkimuksissa (mm. [6],[12]). Asenteiden ja motivaation merkitystä oppimiseen voidaan lähestyä affektien, joita ovat uskomukset, tunteet ja asenteet, avulla [27]. Asenteiden ja motivaation tutkimuksen alalla McLeod on luonut merkittävän pohjan matematiikkaan liittyvien affektien tutkimukselle. McLeod [27] viittaa useisiin tutkimuksiin, joissa on havaittu, että innostus matematiikkaa kohtaan ja itseluottamus matemaattisissa tehtävissä laskee kouluvuosien lisääntyessä. Lasku alkaa jo peruskoulutasolla ja tämä tarjoaa haasteen yliopistotason matematiikalle sekä opiskelijoiden osaamisen että opetuksen kehittämisen kannalta. Laskevan kehityksen katkaisemiseksi opetusta voidaan kehittää affektien avulla saatavien tietojen mukaan ja McLeodin ajatukset ovat toimineet pohjana monille tutkimuksille (esimerkiksi [4, 11, 29]).

Sitoutuminen matematiikkaan vaatii sekä motivaation että muiden affektien aktiivista ohjausta kohti pitkäkestoista oppimista. Yksilön toimintaa ohjaavat sisäinen, ulkoinen ja sosiaalinen motivaatio, muut yksilölliset tekijät sekä näiden osien eri kombinaatiot. Kun yksilö on sitoutunut tehtävään, nämä rakenteet mahdollistavat toiminnan valvonnan ja ohjaamisen tavoitteiden saavuttamiseksi. Niiden avulla voidaan ottaa käyttöön kognitiivisia ja affektiivisia resursseja, eli ohjata omaa ajattelua, asenteita ja toimintaa suuntaan, joka parantaa menestymisen mahdollisuuksia suoritettavassa tehtävässä. Jopa hyvin itsenäisesti ohjautuva matemaattinen käytös ottaa vaikutteita sosiaalisista säännöistä ja suhteista. Vastaavasti hyvin tiukasti ulkoa asetetut tavoitteet ja normit eivät voi määrittää täysin yksilön matemaattista käytöstä, vaan siihen sisältyy aina tietty osa yksilön arvoja ja valintoja. [15]

Affektiivinen alue koostuu laajasta skaalasta uskomuksia, tunteita ja mielentiloja, jotka muodostavat kognitiivista aluetta syvemmän ja laajemman kokonaisuuden, jota on vaikea määritellä yksikäsitteisesti. Affektiivinen alue voidaan jakaa kolmeen osa-alueeseen, joita ovat uskomukset, tunteet ja asenteet ja näitä käytetään usein kuvaamaan affektiivisia vasteita matematiikassa. Uskomukset ja asenteet ovat usein hitaasti muovautuvia ja niiden muodostuminen vaatii toistuvia tapahtumia tai ympäristön vaikutusta. Tunteet voivat vaihdella lyhyelläkin aikavälillä ja ympäristöstä riippumatta. Myös kognition vaikutuksen merkittävyys eroaa näiden osa-alueiden välillä. [27] Joissain tapauksissa myös arvot lasketaan kuuluviksi affekteihin [13].

Oppijan matematiikkaan liittyvät uskomukset voidaan jaotella uskomuksen kohteen mukaan. Näitä kohteita ovat matematiikka itsessään, oppija itse, matematiikan opetus ja opetuksen konteksti. Uskomukset voidaan nähdä myös kognitiivisena alueena, mutta uskomukset ovat matematiikkaan liittyvien asenteiden ja tunteiden kehittymisen keskiössä, jolloin ne eivät rajoitu ainoastaan kognitiiviselle alueelle. [27] Esimerkiksi yksilön uskomus matematiikan tehtävien yleisesti nopeasta ratkaistavuudesta voi aiheuttaa negatiivisia tunteita soveltavammissa tehtävissä, joihin kuluu uskomusta enemmän aikaa. Tämä voi pidemmällä aikavälillä kehittyä negatiiviseksi asenteeksi matematiikkaa kohtaan. Lisäksi jos oppija kokee usein negatiivisia tunteita, kuten turhautumista tai epäonnistumista, tiettyyn matematiikan aihepiiriin liittyen, nämä tunteet voivat muodostua negatiiviseksi asenteeksi aihetta kohtaan.

Yksilön luottamus omaan kykyyn oppia vaikuttaa tunteisiin ja asenteeseen, sillä vahva matemaattinen itseluottamus johtaa usein pitkäjänteisempään ongelmanratkaisuun ja sitä kautta onnistumiseen, jolloin positiivinen vahvistava kierre ruokkii itseään. Vastaavasti huono itseluottamus asettaa oppijalle jo lähtökohtaisesti negatiivisen tunteen todennäköisestä epäonnistumisesta. Tämä voi kuitenkin muuttua positiiviseksi tunteeksi ratkaisun onnistuessa ja vahvistaa itseluottamusta. Yksi positiivinen tapahtuma ei kuitenkaan vaikuta yhtä vahvasti positiiviseen suuntaan kuin mitä uusi epäonnistumisen tunne vahvistaa olemassa olevaa omien taitojen riittämättömyyden uskomusta. Henkilökohtaisten kokemusten lisäksi vallitsevalla ympäristöllä, kuten kulttuurilla, ryhmällä ja perheellä, on keskeinen osa uskomusten muodostamisessa. Erityisesti kotona opitut uskomukset ovat usein juurtuneet jo lapsina ja näiden uskomusten muuttaminen vaatii aikaa. [27]

Affektiiviseen alueeseen liittyviä muita konsepteja tai miniteorioita ovat muun muassa itseluottamus, käsitys itsestä, luottamus omiin kykyihin, matematiikka-ahdistus, eri syiden attribuutio, panostamisen ja kykyjen attribuutio, opittu avuttomuus ja motivaatio [27]. Tässä diplomityössä ei perehdytä näihin tarkemmin. Seuraavassa alaluvussa tarkastellaan asennetta ja motivaatiota matematiikassa.

3.1 Asenteen merkitys matematiikassa

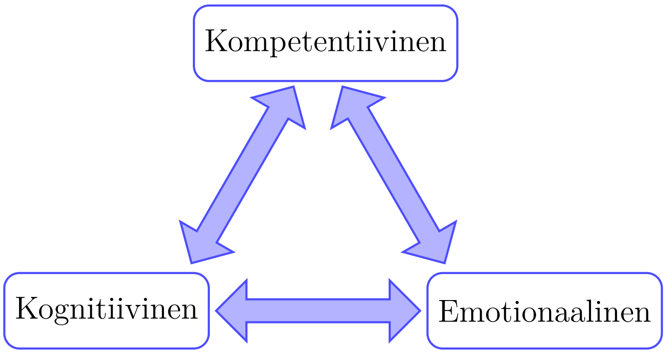
Asennetta alettiin käsitellä omana matemaattisen tutkimuksen aiheena 1950-luvulla, jolloin sen ymmärrettiin olevan tärkeä tekijä matematiikan oppimisessa kognitiivisten tekijöiden rinnalla [15]. Tutkimukset painottuivat pääasiassa asenteen mittaamiseen, vaikka yhtenäistä teoriapohjaa tai selkeää määritelmää asenteelle ei ollut olemassa, eikä sen yhteyttä muihin affekteihin oltu tutkittu. Asenteet voidaan määritellä positiivisia tai negatiivisia tunteita sisältäviksi affektiivisiksi vastineiksi, jotka ovat suhteellisen pysyviä. Matematiikkaan liittyvät asenteet kehittyvät pääasiassa matematiikkaan liittyvien tunteiden toistumisen seurauksena tai ne voivat olla johdannaisia toisesta, samankaltaiseen aiheeseen liittyvästä asenteesta. Asenne ei kuitenkaan ole verrannollinen menestykseen matematiikassa, vaan näiden kahden välinen vuorovaikutus on monimutkaista ja sisältää monia muita tekijöitä. [27]

Matematiikan oppimiseen ja opettamiseen liittyvää affektia käsittelevissä tutkimuksissa sen on yleisesti määritelty koostuvan uskomuksista, tunteista ja asenteista, mutta näiden osa-alueiden määritelmät eivät ole olleet yksikäsitteiset. Vaihtelevien määritelmien joukossa esiintyy kuitenkin kolme päätyyppiä asenteelle [5]:

1) Yksinkertaisen määritelmän mukaan asenne muodostuu aiheeseen liittyvien positiivisten ja negatiivisten affektien määrästä.
2) Kaksiulotteisen määritelmän mukaan asenne muodostuu emotionaalisesta reaktiosta ja aiheeseen liittyvistä uskomuksista.
3) Kolmiulotteinen malli sisältää edellisen määritelmän lisäksi käyttäytymisen aihetta kohtaan.

Näiden määritelmien ja lisätutkimusten pohjalta on kehitetty kolmiulotteinen malli asenteelle (TMA) [5], joka on mukailtuna Kuvassa 1.

Kompetentiivinen ulottuvuus muodostuu matemaattisen kompetenssin saavuttamiskäsityksestä eli uskosta omiin mahdollisuuksiin oppia matematiikkaa. Emotionaalinen ulottuvuus sisältää matematiikkaan liittyvät dispositiot, jotka ovat usein seurausta onnistumisen tai epäonnistumisen tunteista, ja kognitiivinen ulottuvuus sisältää käsitykset matematiikasta itsestään. Ulottuvuudet ovat vahvassa vuorovaikutuksessa keskenään ja niiden avulla voidaan tutkia asenteen positiivisuutta tai negatiivisuutta. Asennetta ei kuitenkaan voida suoraan tarkastella positiivinen–negatiivinen-janalla, vaan jokaiselle ulottuvuudelle voidaan asettaa omat janansa. Kompeten-



Kuva 1 *Asenteen kolme ulottuvuutta [5].*

tiiviselle ulottuvuudelle nämä ovat matala–korkea, emotionaaliselle positiivinen–negatiivinen ja kognitiiviselle ulottuvuudelle relaationaalinen–instrumentaalinen. [5]

Asennetta koskevissa tutkimuksissa on yleisesti ollut ongelmana käsitteen “asenne” epätarkka ja tutkimuskohtainen määrittely, ja tutkimusten pääpaino on ollut asenteen mittareiden kehityksessä yhtenäisen teorian luomisen sijaan [6]. Tämän seurauksena asenne on useimmiten määritelty tutkimuksen aiheen tai mittarin kannalta sopivasti määritelmän tarkkuuden sijaan ja vasta viime aikoina on kiinnitetty enemmän huomiota yhtenäisen teoriapohjan luomiseen [15]. Erityisesti varhaisemmissa tutkimuksissa asenteen ja uskomusten raja on häilyvä [6]. Näin ollen eri tutkimustulosten vertailu on haastavaa ja kattavien päätelmien luominen käytännössä mahdotonta.

Asenne ei ole kvantitatiivinen, yksikäsitteinen suure, jota voitaisiin helposti mitata. Yleisesti puhutaan henkilöllä olevan hyvä tai huono asenne hänen positiivisen tai negatiivisen suhtautumisensa perusteella. Koska asenteen muodostavat osa-alueet tai siihen vaikuttavat tekijät eivät ole eksplisiittisiä, niin myöskään asenteisiin vaikuttaminen ei ole yksinkertaista. Yksilötasolla on onnistuttu muuttamaan asenteita matematiikkaa kohtaan positiivisempaan suuntaan, mutta ryhmätasolla vaikutuksia ei ole saatu yhtä selkeiksi tai niitä ei ole havaittu lainkaan. Asenteen määrittelyä vaikeuttaa lisäksi näkyvän ja hiljaisen sisäisen asenteen välinen ristiriita, joka voi syntyä ympäröivän ryhmän painostuksesta. Jos kaveripiirissä muut pitävät matematiikkaa tylsänä ja turhana, niin yksilön voi olla vaikeaa tuoda esiin omaa kiinnostuneisuuttaan. [12]

Psykologiaan pohjautuva malli asenteelle perustuu Hannulan [12] tutkimuksiin peruskoulun oppilailla. Sen mukaan asenne muodostuu neljästä osasta:

1) oppilaan tuntemat tunteet matematiikkaan liittyvien tehtävien aikana
2) oppilaan automaattisesti matematiikkaan liittämät tunteet
3) oppilaan odotukset tehtävän tekemistä seuraavista tilanteista
4) matematiikkaan liittyvien tavoitteiden arvo oppilaan yleisten tavoitteiden joukossa.

Hannulan psykologinen lähestymistapa sopii hyvin tapaustutkimuksiin, joissa on mahdollista seurata tutkittavia kohteita läheltä ja pitkäaikaisesti. Mallin sovittaminen suurille massoille tarjoaa kuitenkin haasteita ajankäytön puolesta. Mallin mukaan asenne ei ole yksittäinen psykologinen tekijä, vaan se on yksilön eri arviointimenetelmien kombinaatio, joka ohjaa käyttäytymistä. Kognitio on neuronipohjaista prosessointia, kun taas tunteisiin vaikuttavat aiemmat kokemukset ja muut psykologiset efektit [12]. Nämä kaksi ovat vahvassa vuorovaikutuksessa keskenään ja toimivat asenteiden muodostumisen pohjana [12]. Esitetyn mallin taustalla olivat yläkoulun oppilaat ja muutokset olivat havaittavissa jatkuvan seurannan ja toistuvien haastatteluiden avulla. Tutkimuksen aikana havaittiinkin muutoksia asenteessa matematiikkaa kohtaan vain muutaman kuukauden aikana.

Tämän tutkimuksen kannalta psykologinen malli ei ollut sopiva, sillä opintojaksolle oli ilmoittautunut yli neljäsataa opiskelijaa (418), jolloin yksilöllisten haastatteluiden ja tarkkailun toteuttaminen olisi ollut ajankäytännöllisistä syistä mahdotonta. Malli tuo kuitenkin lisäarvoa tutkimuksen tulosten tarkempaan tulkintaan ja jatkotutkimusaiheisiin. Tässä tutkimuksessa asenne määritellään kolmiulotteisen mallin (TMA) mukaisesti ja tutkimus keskittyy pääosin kognitiiviseen ja kompetentiiviseen osaan eli siihen, mitä hyötyä opiskelija kokee saavansa matematiikan opiskelusta, millainen usko hänellä on omiin kykyihinsä ja arvostaako hän matemaattista osaamista.

Asenteen merkitystä oppimisessa ja erityisesti matematiikan saralla on alettu ymmärtää paremmin aina 1950-luvulta lähtien ja siihen liittyvien tutkimusten määrä on kasvanut erityisesti 1990-luvulta alkaen McLeodin affekteihin liittyvän julkaisun [27] jälkeen. Tutkimusten tarkoituksena on kehittää matematiikan pedagogisia ja didaktisia valintoja, jotta oppijoiden halua oppia matematiikkaa voitaisiin vahvistaa. Tulevat asenteeseen liittyvät tutkimukset voidaan käytännössä luokitella kolmeen osa-alueeseen. Ensimmäinen keskittyy erilaisten asenneprofiilien ja mittareiden kehittämiseen sekä näiden profiilien syntymekanismien tutkimiseen eri ympäristöissä. Toinen keskittyy aikuisten asenteiden analysointiin matematiikassa ja asenteiden vaikutukseen opettajan käyttämässä pedagogiikassa, ja kolmannen pääpainona on löytää erilaisia keinoja muuttaa negatiiviset asenteet positiivisemmiksi, mikä on myös tämän tutkimuksen tarkoitus. [15]

3.2 Motivaation merkitys matematiikassa

Motivaatio on potentiaalia ohjata käytöstä ja tunteita kontrolloivien mekanismien avulla. Se ei asenteen tavoin ole itsessään mitattava suure, mutta sitä voidaan mitata yksilön tavoitteista ja tarpeista muodostuvien affektien ja tunteiden avulla. Motivaatio ei siis kuulu affektiiviseen alueeseen, vaan se ennemminkin tarjoaa uutta näkökulmaa affektien tutkimiseen. Motivaatiota voidaan tarkastella yksilön sisäisenä ja ulkoisena jaotteluna, oppimiseen ja menestymiseen liittyvinä osiona tai yksilöllisinä ja tilannesidonnaisina osina yksilön ajatusmaailmaa. [13]

Tässä tutkimuksessa motivaatiolle käytetään Hannulan määritelmää [14], jonka mukaan motivaatio on käyttäytymistä ohjaava potentiaali, joka on sisäänrakennettuna tunteita ohjaileviin systeemeihin ja joka voidaan havaita kognition, tunteiden ja/tai käyttäytymisen yhteydessä. Motivaation ja asenteen merkittävin ero matematiikan kannalta on motivaation suora yhteys matemaattiseen suoriutumiseen, mitä ei ole havaittu asenteen kohdalla [38].

Motivaation säätelyyn vaikuttaa oppijan käsitys tavoitteiden saavutettavuudesta ja tätä kutsutaan omiin kykyihin liittyviksi uskomuksiksi (*self-efficacy beliefs*) [13]. Ilmiö voidaan havaita helposti koulumaailmassa, jossa oppija ei pidä oppiaineesta, joka on hänelle vaikea. Tällöin usko omiin kykyihin ja mahdollisuuteen menestyä oppiaineessa voi olla matala ja vaikuttaa siten motivaatioon. Ei kuitenkaan voida olla varmoja, onko motivaatio ollut alun perin matala, minkä seurauksena oppiaine on tuntunut vaikealta vai onko oppiaineen vaikeus johtanut motivaation laskuun. Motivaation säätelyssä voidaan havaita kolme näkökulmaa, joita ovat tavoitteiden muodostaminen tarpeiden pohjalta, oppijan uskomukset tavoitteiden saavutettavuudesta ja niiden vaikutukset motivaatioon sekä automaattiset tunnereaktiot tavoitteiden säätelyssä [13]. Viimeinen näkökulma viittaa negatiivisten tunteiden välttämiseen, jolloin tavoitteet pyritään asettamaan saavutettavalle tasolle. Yksilöllisen motivaation keskeiset muuttujat [15] ovat esitettynä Taulukossa 3.1.

Taulukko 3.1 *Motivationaalisten muuttujien suhteet: hetkellisestä motivaatiosta pitkäkestoiseen motivaatioon [15].*

		Hetkellinen	$\longrightarrow$	Pitkäkestoinen
Motivaatioon vaikuttavat faktorit	Kiinnostus	Tilannekohtainen	$\longrightarrow$	Henkilökohtainen
	Preferenssi	Tilapäinen taso	$\longrightarrow$	Tapa, taipumustaso
	Saavutettu käytettävyys	Endogeeninen	$\longrightarrow$	Eksogeeninen
	Henkilökohtaiset tavoitteet	Tehtävä, tilapäinen	$\longrightarrow$	Tavoite-orientaatio
	Luottamus omiin kykyihin	Tehtäväkohtainen	$\longrightarrow$	Usko akateemiseen osaamiseen
	Affekti	Lokaali affekti, tunne	$\longrightarrow$	Globaali affekti, emotionaalinen orientaatio
	Sosiaaliset tekijät	Käytös, käytänteet	$\longrightarrow$	Sosio-matemaattiset, motivationaaliset normit

Kiinnostus tai mielenkiinto on keskeisin motivaation osa-alue, joka indikoi menestystä ja pitkäjänteisyyttä matematiikan opiskelussa. Erityisesti lyhytkestoisen mielenkiinnon kehittyminen pitkäkestoiseksi toimii sisäisen motivaation ylläpitäjänä. Mielenkiinto on yhteydessä preferensseihin, jotka kehittyvät ajan mittaan yksilön mieltymysten ja kiinnostuksen kohteiden perusteella. Saavutettu käytettävyys eli koettu hyötyarvo kuvaa sitoutumista, jonka päätekijänä ei ole kiinnostus, vaan tarve tiedolle muiden mielenkiinnon kohteiden yhteydessä. Saavutettu käytettävyys voidaan jakaa endogeeniseen eli lyhytkestoiseen ja eksogeeniseen eli pitkäkestoiseen käytettävyyteen. Endogeeninen käytettävyys kuvaa käsillä olevan tehtävän kannalta olennaista tarpeellisuutta, mikä korostuu opetustilanteessa ja eksogeeninen käytettävyys kaukaisemman tavoitteen saavuttamiseksi tarpeellista käytettävyyttä.

Yksilötasolla motivaatio on useimmiten tavoiteorientoitunutta. Henkilökohtaisia tavoitteita voidaan kuvata tavoitteen etäisyyden, täsmällisyyden ja fokuksen vuorovaikutuksien avulla. Mitä lähempänä tavoitteen saavuttaminen on, sitä enemmän yksilö kohdentaa siihen toimintaa ja mitä täsmällisempi tavoite on, sitä helpompaa sitä kohti pyrkiminen on. Luottamus omiin kykyihin ja osaamiseen vahvistaa yksilön matemaattista identiteettiä ja tämän on havaittu korreloivan matemaattisen kiinnostuksen ja ratkaisun löytämisen sinnikkyyden kanssa, mikä lopulta johtaa parempiin suorituksiin. Matematiikkaan liittyvät affektit, aiemmat kokemukset ja tunteet, kuten ahdistus, onnistumisen elämys tai epäonnistumisen tunne, määrittävät omalta osaltaan ihmisen kiinnostusta aihetta kohtaan. [15]

Yksilön motivaatio on vahvasti linkittynyt ryhmän sosiaaliseen käyttäytymismalliin, jolloin ryhmään kuulumisen tarve voi ajaa yksilön henkilökohtaisten kiinnostusten edelle. Tämä on erityisen tärkeä näkökulma motivaation parantamissa, sillä sen perusteella yksittäisten opiskelijoiden motivoiminen ei välttämättä riitä, vaan koko ryhmän suhtautuminen matematiikkaa kohtaan on saatava positiivisemmaksi. Edellisen seurauksena huomion keskittäminen yksilön motivaatioon irrallaan sosiaalisesta ympäristöstä ja normeista on hidastanut matematiikan opetuksen kehittämistä motivaation osalta. Esimerkkinä tästä monissa maissa matematiikkaa pidetään yleisellä tasolla hyödyllisenä osaamisen alueena, mutta vain harva opiskelija kokee näin yksilötasolla. [15]

Itsemääräämisteorian (Self Determination Theory, SDT)[33] mukaan yksilön motivaatio tietyn toiminnan toteuttamiseen syntyy, kun yksilö uskoo toiminnan johtavan tavoitteen saavuttamiseen tai muutoin toivottuun lopputulokseen. Lisäksi opiskelijoiden motivaatio matematiikkaa kohtaan tulisi olla parhaimmillaan sosiaalisessa kontekstissa, jossa he voivat tyydyttää psykologiset tarpeensa [42]. Tämä tukee ajatusta, jonka mukaan kiinnostavat sovellukset harjoitustehtävissä voisivat motivoida opiskelijoita luomalla positiivisen sosiaalisen kontekstin tehtävien tekemiselle, sillä opiskelijat voivat halutessaan ratkoa tehtäviä yhdessä ja saavat samalla kuvan oman alan sovelluksista.

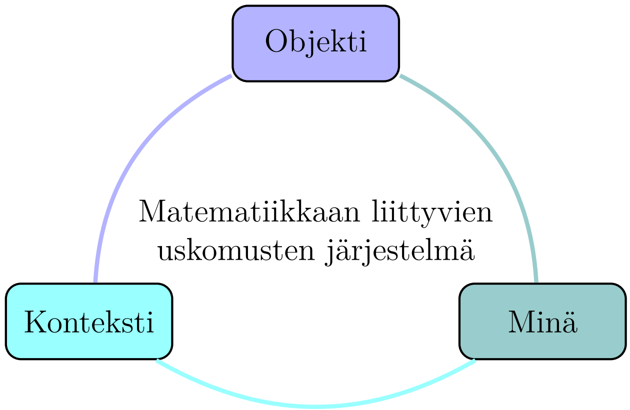
Motivaation tutkimiseksi matematiikan oppimisessa on kehitetty malli, joka perustuu kognitioon, tunteisiin ja käytökseen [42]. Mallin perustana toimivat viisi faktoria eli kokonaisuuteen vaikuttavaa tekijää, joita ovat oppijan

1) keskittyminen matemaattisten konseptien oppimiseen ja ymmärtämiseen sekä oikean vastauksen saamiseen
2) matemaattisista tehtävistä nauttiminen
3) matematiikkaan liittyvät positiiviset tai negatiiviset tunteet
4) halu ottaa riskejä ja lähestyä vaativia tehtäviä
5) itseluottamus matematiikan oppijana.

Kaikki nämä elementit voidaan tunnistaa tutkimuksessa käytetystä kyselystä ja ne voidaan liittää yksilön matematiikkaan liittyvien uskomusten järjestelmään.

3.3 Matematiikkaan liittyvien uskomusten järjestelmä

Asenne ja motivaatio matematiikkaa kohtaan linkittyvät kunkin opiskelijan matematiikkaan liittyvien uskomusten järjestelmään [29], joka on esitetty Kuvassa 2.



Kuva 2 *Matematiikkaan liittyvien uskomusten järjestelmä Op't Eyndea ja De Cortea mukaillen [29].*

Tässä järjestelmässä konteksti koostuu opiskelijan uskomuksista opettajan roolista ja toiminnasta, opiskelijoiden omasta roolista luennoilla ja harjoituksissa sekä sosiaalisista normeista ja toimintatavoista ryhmässä. Minään kuuluvat uskomukset koostuvat opiskelijan sisäisestä matematiikkaa koskevasta päämäärätietoisuudesta, ulkoa asetetuista päämääristä, tehtävän hyödyllisyyden tunteesta sekä luottamuksesta omiin kykyihin. Objekti kuvaa matematiikan koulutuksellisia uskomuksia, joihin kuuluvat opiskelijan yleiset uskomukset matematiikasta, sen oppimisesta ja ongelmanratkaisusta sekä matematiikan opettamisesta. Yhdessä nämä tekijät muodostavat matematiikkaan liittyvien uskomusten järjestelmän, joka on vuorovaikutuksessa matematiikkaan kohdistuvan asenteen ja motivaatioon kanssa. [29]

Op't Eynde ja De Corte määrittelevät matematiikkaan liittyvien uskomusten järjestelmän seuraavasti [29]:

> "...the implicitly or explicitly held subjective conceptions students hold to be true about mathematics education, about themselves as mathematics learners, and about the mathematics class context. These beliefs determine in close interaction with each other and with students' prior knowledge their mathematical learning and problem-solving activities in class."

Heidän tavoitteenaan oli yhdistää nämä uskomusjärjestelmän eri osiot, joita aiemmissa tutkimuksissa oli käsitelty erillisinä, ja muodostaa koko järjestelmää mittaava kysely. Kysely rakennettiin olemassa olevien kyselyiden pohjalta tarkentamalla kysymyksiä ja laajentamalla kysymyspatteria, jolloin useampi kysymys koski samaa aihepiiriä. Kyselyä on myöhemmin kehitetty edelleen [7]. Tutkimuksen [29] perusteella yläkouluikäisten oppilaiden matematiikkaan liittyvien uskomusten järjestelmä voidaan määrittää neljän faktorin, eli kokonaisuuteen vaikuttavan tekijän avulla. Nämä faktorit ovat [29]:

1) Uskomukset oman opettajan roolista ja toiminnasta
(*Beliefs about the role and the functioning of their own teacher*)
2) Uskomukset matematiikan merkittävyydestä ja kyvyistä matematiikassa
(*Beliefs about the significance of and competence in mathematics*)
3) Matematiikka sosiaalisena toimintana (*Mathematics as a social activity*)
4) Matematiikka osaamisen alueena (*Mathematics as a domain of excellence*).

Alkuperäisen kyselyn väittämät on esitetty ryhmiteltynä faktoreittain liitteessä A, jossa on tarkasteltu myös mittarin yhtenäisyyttä. Mittarin tarkennettu versio [7] toimi tämän tutkimuksen kyselyn pohjana ja sen sisältämät väittämät on esitetty liitteessä B.

Faktoreista ensimmäinen liittyy Kuvan 2 uskomuksiin kontekstista, toinen uskomuksiin minästä ja kolmas ja neljäs uskomuksiin objektista. Yliopistomatematiikan peruskursseilla opettajan rooli eroaa merkittävästi yläkoulun aineenopettajan roolista, sillä aineenopettajan kontakti oppilaisiin on huomattavasti läheisempi ja hänen on mahdollista tutustua oppilaisiin yksilöllisesti. Yliopiston suurten opiskelijamäärien kursseilla opettajan ja opiskelijan suhde on etäisempi eikä luennoitsijalla ole mahdollisuutta huomioida yksittäisiä opiskelijoita. Tämän seurauksena kyselyn ensimmäinen faktori ei sovi suoraan yliopistotason suurille peruskursseille, mutta muilta osin kysely on sovellettavissa yliopisto-opetuksen kehittämistarkoituksiin. Kolmas faktori sisältää uskomukset matematiikan hyödyllisyydestä elämässä ja sen arvosta yhteiskunnassa ja neljännessä faktorissa korostuu uskomus, että matemaattisella osaamisella voi osoittaa paremmuutta opiskelutovereihin nähden ja omaa kyvykkyyttään.

4. TUTKIMUKSEN MATEMAATTINEN TAUSTA

Tutkimuksen matemaattinen tausta muodostuu Insinöörimatematiikka 2 -opintojaksolla käsiteltyihin aiheisiin liittyvistä esimerkkitehtävistä sekä analysoinnissa käytetyistä tilastomatematiikan menetelmistä. Insinöörimatematiikka 2 on matematiikan peruskurssi, joten sen teoriaosuuksiin ei paneuduta tässä työssä. Tilastollisessa osiossa esitellään tilastomatematiikan perusteita ja tutkimuksen suorittamisen kannalta olennaisia käsitteitä ja menetelmiä.

4.1 Matriisilaskenta

Opintojakson toteutuskerran sisältöjä olivat vektorit, lineaariset yhtälöryhmät, matriisit, aliavaruudet, determinantit, ominaisarvot ja -vektorit sekä pienimmän neliösumman ratkaisu [22, 31]. Tässä osiossa esitellään kaksi substanssiosaamista integroivaa tehtävää, joita käytettiin tutkimuksessa hieman eri muotoiluilla. Substanssiosaamista integroivien tehtävien tarkoituksena on tuoda matemaattisten menetelmien käyttö osaksi mahdollisten työtehtävien sisältöä konkreettisten esimerkkien avulla. Tehtävänannot on muodostettu niin, että ne kuvaavat ongelman riittävän täsmällisesti matemaattista ratkaisua ajatellen ja tarjoavat tiedot reaalista tilannetta vastaavalla tasolla. Opiskelijan tavoitteena tehtävissä on oppia kirjoittamaan ongelma matemaattisessa muodossa ja hyödyntämään vektori- ja matriisilaskennan menetelmiä sen ratkaisemiseksi.

Rakennustekniikka
On olemassa kolme betonin lujuusluokkaa K20 C16/20, K15 C12/15 ja K10 C8/10, joissa sementin ja kiviaineksen seossuhteet vaihtelevat. Sinulla on varastossa kolme omaa sekoitusta, joiden seossuhteet ovat:

Seos	Sementti	Karkea kiviaines	Hieno kiviaines
I	25 %	40 %	35 %
II	10 %	54 %	36 %
III	15 %	65 %	20 %

Kuinka paljon kutakin seosta on sekoitettava yhteen, jotta saadaan 1000 kg (valu $\approx$ 0,5m^3) K20 C16/20 seosta, jonka kuivasekoitus sisältää 14 % sementtiä, 51 % karkeaa kiviainesta ja 35 % hienoa kiviainesta? (Ilmoita kilon tarkkuudella)
Voit hyödyntää ratkaisussa MATLABia.

Ratkaisu:
Ratkaistavana on kolme tuntematonta, joten on muodostettava vähintään kolme yhtälöä. Opiskelijan on osattava yhdistellä tietoja kokonaismassasta, halutuista prosenttiosuuksista ja taulukon tiedoista. Merkitään tarvittavaa seoksen I massaa muuttujalla x, seoksen II massaa muuttujalla y ja seoksen III massaa muuttujalla z. Ensimmäinen yhtälö saadaan massojen kokonaissummasta, toinen sementin osuuden massoista ja kolmas karkean kiviaineksen osuuden massoista. Saadaan yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + y + z &= 1000 \text{ kg} \\ 0{,}25x + 0{,}10y + 0{,}15z &= 140 \text{ kg} \\ 0{,}40x + 0{,}54y + 0{,}65z &= 510 \text{ kg}, \end{cases}$$

mistä voidaan ratkaista eri seosten tarvittavat massat. Lineaarinen yhtälöryhmä voidaan esittää matriisiyhtälönä $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, jolloin saadaan

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0{,}25 & 0{,}10 & 0{,}15 \\ 0{,}40 & 0{,}54 & 0{,}65 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 140 \\ 510 \end{bmatrix}.$$

Koska matriisi A on kääntyvä, niin matriisiyhtälö voidaan ratkaista käänteismatriisin avulla $\mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b}$ tai Gaussin eliminointimenetelmällä rref([$A|\mathbf{b}$]), jolloin ratkaisuksi saadaan

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 251{,}06 \\ 702{,}13 \\ 46{,}81 \end{bmatrix}.$$

On siis sekoitettava yhteen 251 kg seosta I, 702 kg seosta II ja 47 kg seosta III.

Automaatiotekniikka
Kaksi drinkkirobottia halutaan työskentelemään samassa tilassa ja samoilla pulloilla. Robotit liikuttavat testivaiheessa pulloja vakionopeudella ja vain suoria linjoja pitkin rajoitetussa tilassa. Hetkellä $t = 0$ robotin A pullo on pisteessä (1,2,3) ja robotin B pisteessä (3,4,0). Hetkellä $t = 1$ robotin A pullo on pisteessä (3,2,4) ja robotin B pisteessä (5,3,3). Onko olemassa hetki, jolloin pullot ovat samassa pisteessä näillä säädöillä? Entä voiko robotin pullo osua toisen robotin varteen? Jos voi, niin missä?

Ratkaisu:
Robottien A ja B pullot liikkuvat avaruudessa $\mathbb{R}^3$ suoraa rataa pitkin tasaisella nopeudella. Merkitään kappaleiden sijainnit paikkavektoreina

$$\mathbf{a}_0 = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}, \ \mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix}3\\2\\4\end{bmatrix}, \ \mathbf{b}_0 = \begin{bmatrix}3\\4\\0\end{bmatrix}, \ \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix}5\\3\\3\end{bmatrix}$$

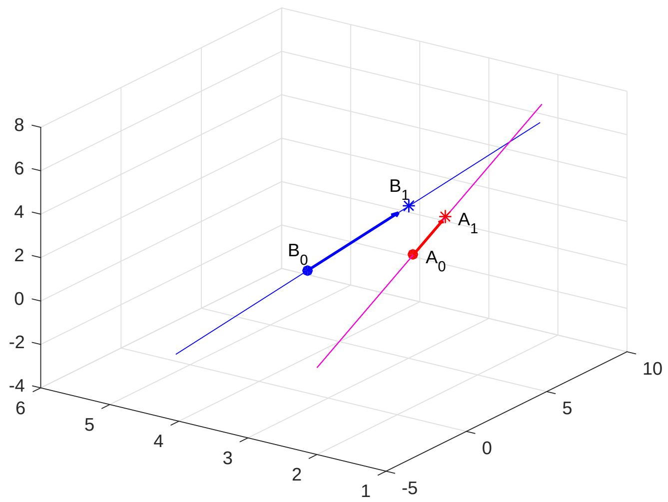
Muodostetaan näistä tiedoista molempien pullojen sijainteja ajan funktioina kuvaavat suorat. Suorien suuntavektoreina ovat vektorit $\mathbf{d}_a = \mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0$ ja $\mathbf{d}_b = \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_0$ ja suorien yhtälöt vektorimuodossa ovat

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_a(u) &= \mathbf{a}_0 + u\mathbf{d}_a = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix} + u\begin{bmatrix}2\\0\\1\end{bmatrix}, \ u \in \mathbb{R}\\ \mathbf{x}_b(v) &= \mathbf{b}_0 + v\mathbf{d}_b = \begin{bmatrix}3\\4\\0\end{bmatrix} + v\begin{bmatrix}2\\-1\\3\end{bmatrix}, \ v \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

Pullojen paikat ja liikeradat ovat esitettyinä Kuvassa 3. Kun halutaan selvittää suorien mahdollista leikkaamista, niin tutkitaan, onko olemassa sellaiset parametrien u ja v arvot, että $\mathbf{x}_a(u) = \mathbf{x}_b(v)$. Tämä johtaa yhtälöryhmään

$$\begin{cases} 1 + 2u = 3 + 2v \\ 2 = 4 - v \\ 3 + u = 3v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 3 \\ v = 2 \end{cases}.$$

Yhtälöryhmällä on ratkaisu, joten suorat leikkaavat. Koska parametrien u ja v arvot ovat erisuuret, niin pullot eivät ole leikkauspisteessä samaan aikaan. Leikkauspisteen



Kuva 3 *Pullojen sijainnit ja liikeradat.*

koordinaatit saadaan sijoittamalla $u = 3$ suoran $\mathbf{x}_a$ yhtälöön

$$\mathbf{x}_a(3) = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix}2\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}7\\2\\6\end{bmatrix}.$$

Tarkistuksena voidaan laskea suoran $\mathbf{x}_b$ piste arvolla $v = 2$

$$\mathbf{x}_b(2) = \begin{bmatrix}3\\4\\0\end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix}2\\-1\\3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}7\\2\\6\end{bmatrix},$$

jolloin saadaan sama tulos kuin yllä. Pullot eivät siis ole samassa pisteessä samaan aikaan, mutta robotin pullo voi osua toisen robotin varteen pisteessä (7,2,6).

Substanssiosaamista integroivissa tehtävissä tarkoituksena oli upottaa matemaattinen sisältö alakohtaiseen kontekstiin, jolloin matematiikan menetelmät saavat konkreettista kosketuspintaa. Samalla myös matemaattinen ajattelu kehittyy, sillä tehtävissä on jokin kehyskertomus matemaattisen väittämän sijaan, jolloin opiskelija joutuu pohtimaan kuvatun ongelman ja matematiikan menetelmien yhteyttä. Tämä perustuu matematiikan kielentämiseen, jonka on havaittu tukevan matemaattisen ajattelun kehittymistä [21].

4.2 Tilastolliset menetelmät

Tilastollisessa tutkimuksessa tutkimusaineistoa käsitellään numeroin erilaisten matemaattisten toimenpiteiden avulla ja tilastotieteen avulla tietoa voidaan tiivistää, kuvailla tai mallintaa visuaalisesti ja tehdä näiden pohjalta päätelmiä [40, s. 15–16]. Tilastollisia menetelmiä voidaan hyödyntää määrällisessä eli kvantitatiivisessa tutkimuksessa, jossa aineisto on numeerisessa muodossa ja havaintoyksiköiden määrä on riittävän suuri [41, s. 13, 17]. Seuraavaksi käsitellään lyhyesti tilastollisten menetelmien olennaisia käsitteitä.

4.2.1 Populaatio ja otos

Populaatio ja otos ovat tutkittavaa joukkoa kuvaavia käsitteitä ja niiden merkitys tutkimustulosten tarkastelussa on merkittävä. *Populaatio* eli perusjoukko on joukko, jota tutkimus koskee ja johon tulokset halutaan yleistää [40, s. 158]. Aina ei kuitenkaan ole mahdollista tutkia koko populaatiota, esimerkiksi maan kansalaisten tulevat äänestysvalinnat, jolloin populaatiosta valitaan tietty määrä yksilöitä, joita tutkitaan. Tätä perusjoukosta poimittua osajoukkoa, jonka pohjalta tutkimustulokset saadaan, kutsutaan *otokseksi* [40, s. 158].

Otos tulisi valita niin, että se edustaa populaatiota mahdollisimman hyvin, eli siinä on oltava samoja ominaisuuksia samassa suhteessa kuin perusjoukossa [16, s. 33–34]. Otoksen sopiva koko on määriteltävä tutkimuskohtaisesti tarkkuusvaatimusten ja mitattavan ominaisuuden perusteella, mutta käytännössä otoskoon valintaan vaikuttavat käytettävien tilastollisten menetelmien vaatimukset ja tutkimuksen resurssit [41, s. 58].

4.2.2 Tilastolliset tunnusluvut

Tilastollisten tunnuslukujen on tarkoitus tarjota numeerista tietoa koko aineistosta. Niitä voidaan tietyissä tapauksissa käyttää korvaamaan graafinen esitys, jos tulosten tarkastelu ei vaadi tarkkaa kuvausta aineiston jakaumasta. Alla on esitelty tämän tutkimuksen kannalta olennaisia sijainti- ja hajontalukuja. *Sijaintiluvuilla* pyritään ilmaisemaan aineiston informaatio ainoastaan yhdellä luvulla ja se pyrkii kuvaamaan jakauman sijaintia [16, s. 83]. Näitä ovat esimerkiksi aritmeettinen keskiarvo, mediaani ja moodi, joita kutsutaan myös *keskiluvuiksi* [16, s. 83]. *Hajontaluvut* puolestaan kuvaavat mittaustulosten vaihtelua eli kuinka hajallaan muuttujan arvot ovat. Näitä ovat esimerkiksi varianssi ja keskihajonta [16, s. 85–87].

Aritmeettinen keskiarvo ($\overline{x}$) kertoo kyseisen muuttujan keskimääräisen arvon otoksessa ja on keskiluvuista tunnetuimpia. Aritmeettinen keskiarvo lasketaan summaamalla kaikki muuttujan arvot yhteen ja jakamalla numeruksella. [28, s. 343]

Määritelmä 4.1. [20, s. 25] Olkoot $x_1, \ldots, x_n$ satunnaismuuttujan X havaittuja arvoja. Tällöin *aritmeettinen keskiarvo* $\overline{x}$ määritellään

$$\overline{x} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

Aritmeettinen keskiarvo ei itsessään tarjoa juurikaan tietoa aineistosta, sillä se on hyvin herkkä poikkeaville havainnoille ja erityisesti järjestysasteikollisessa mittauksessa se ei välttämättä kuvaa aineiston painopistettä oikein. [28, s. 344][41, s. 122]

Mediaani (Md) on suuruusjärjestykseen asetetun aineiston keskimmäisen muuttujan arvo tai parillisen määrän tapauksessa kahden keskimmäisen arvon keskiarvo. Mediaanin ala- ja yläpuolelle jää lukumäärällisesti yhtä monta havaintoa, jolloin se ei ole herkkä poikkeaville arvoille. Jos mediaani ja keskiarvo ovat lähellä toisiaan, niin tämä viittaa jakauman symmetrisyyteen. Mediaania suurempi keskiarvo viittaa oikealle vinoon jakaumaan ja vastaavasti mediaania pienempi keskiarvo vasemmalle vinoon jakaumaan. Havaintojen suurien erojen tapauksessa mediaani kuvaa jakauman keskikohtaa yleensä aritmeettista keskiarvoa paremmin. [16, s. 84, 89]

Moodi (Mo) eli tyyppiarvo ilmaisee, minkä muuttujan arvon frekvenssi on suurin eli mitä muuttujan arvoa aineistossa esiintyy eniten. Erityisesti paljon poikkeavia arvoja sisältävästä aineistosta voi saada aritmeettista keskiarvoa paremman kuvan moodin avulla ja järjestysasteikollisiin mittauksiin aritmeettista keskiarvoa paremmin sopivat moodi ja mediaani yhdessä. [28, s. 343]

Määritelmä 4.2. [8, s. 109, 111] Olkoon X satunnaismuuttuja. Jos X on diskreetti satunnaismuuttuja, Ω sen otosavaruus ja $f(x)$ sen pistetodennäköisyysfunktio, niin satunnaismuuttujan X *odotusarvo* määritellään

$$\mu = E[X] = \sum_{x \in \Omega} x f(x).$$

Jos X on jatkuva satunnaismuuttuja ja $f(x)$ sen tiheysfunktio, niin satunnaismuuttujan X *odotusarvo* määritellään

$$\mu = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Otosvarianssi (s^2) kuvaa havaintojen ja aritmeettisen keskiarvon poikkeamien neliöiden keskiarvoa otoksessa ja tarjoaa keskiarvon rinnalla tietoa muuttujan arvojen jakautumisesta [20, s. 27].

Määritelmä 4.3. [20, s. 27] Olkoot $x_1, \ldots, x_n$ satunnaismuuttujan X havaittuja arvoja otoksessa ja $\overline{x}$ niiden aritmeettinen keskiarvo. Tällöin *otosvarianssi* s^2 määritellään

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}.$$

Otoskeskihajonta (s) eli standardipoikkeama on otosvarianssin neliöjuuri ja näin ollen sen yksikkö vastaa alkuperäisen aineiston yksikköä [20, s. 28]. Otoskeskihajonta kuvaa otoksen muuttujan arvojen vaihtelua aritmeettisen keskiarvon ympärillä ja sitä voi käyttää vain välimatka- tai suhdeasteikon muuttujille [16, s. 86].

Määritelmä 4.4. [20, s. 28] Olkoot $x_1, \ldots, x_n$ satunnaismuuttujan X havaittuja arvoja otoksessa ja $\overline{x}$ niiden aritmeettinen keskiarvo. Tällöin *otoskeskihajonta* s määritellään

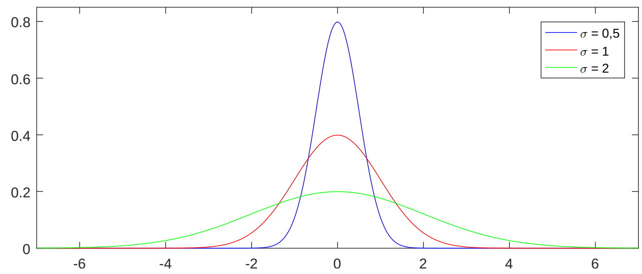
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}}.$$

Koko populaatiota tarkasteltaessa varianssille käytetään symbolia σ^2 ja sen laskukaavassa nimittäjänä on n [28, s. 346]. Vastaavasti keskihajonnalle käytetään tällöin symbolia σ ja sen laskukaavassa nimittäjänä on n [16, s. 87].

Efektikoko (r) ilmaisee, kuinka suuri yhteys, selitys tai ero tutkittavien ryhmien välillä on, jolloin otoskoosta riippumatta voidaan suorittaa vertailua eri tutkimusten välillä. Riippumattomalla muuttujalla voi olla pieni vaikutus ($r \geq 0{,}10$), keskisuuri vaikutus ($r \geq 0{,}30$) tai suuri vaikutus ($r \geq 0{,}50$). Lukuarvot ovat ainoastaan suuntaa antavia ja tulosta tulisi tulkita tutkimuskohtaisesti. [10]

4.2.3 Normaalijakauma

Jakaumatyypeillä on merkittävä rooli tilastollisten analyysien ja tunnuslukujen valinnassa sekä tulosten arvioinnissa. Normaalijakauma eli Gaussin käyrä on yksi yleisimmin tunneituista jatkuvista jakaumista ja monet tilastolliset testit, esimerkiksi t-testit ja varianssianalyysi, perustuvat oletukseen aineiston normaalijakautuneisuudesta [28]. Tilastollinen analyysi aloitetaan usein tutkimalla aineiston normaalijakautuneisuutta, minkä takia myös tässä työssä esitellään normaalijakauman perusominaisuuksia. Normaalijakauma on symmetrinen keskiarvon suhteen, jolloin muuttujan ääripäähavaintojen frekvenssit ovat vähäisiä ja keskimääräisten havaintojen frekvenssi on suurin [16, s. 101]. Kuvassa 4 on esitettynä erään populaation normaalijakauman muoto kolmella eri keskihajonnan arvolla, kun odotusarvo on nolla.



Kuva 4 *Normaalijakauman muotoja eri keskihajonnoilla*

Kuvasta 4 nähdään, että jakauman huipun sijainti määräytyy odotusarvon perusteella ja että jakauma on symmetrinen odotusarvo suhteen, kun taas keskihajonta vaikuttaa jakauman leveyteen. Jos jatkuva satunnaismuuttuja X noudattaa normaalijakaumaa odotusarvolla μ ja keskihajonnalla σ, niin merkitään $X \sim N(\mu, \sigma)$ [8, s. 158–159]. Lähteestä riippuen voidaan käyttää myös merkintää $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Tässä diplomityössä noudatetaan ensimmäistä merkintätapaa. Normaalijakauman kuvaaja voidaan piirtää tiheysfunktion f avulla, jos tunnetaan populaation odotusarvo ja keskihajonta.

Määritelmä 4.5. [8, s. 159] Normaalijakaumaa noudattavan satunnaismuuttujan X *tiheysfunktio* f on muotoa

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad x \in \mathbb{R},$$

missä $\mu \in \mathbb{R}$ on populaation odotusarvo ja $\sigma > 0$ populaation keskihajonta.

Tiheysfunktion avulla voidaan verrata tutkittavan aineiston jakaumaa normaalijakaumaan erilaisin testein tai graafisesti. Tämän tutkimuksen aineistoa analysoitaessa osoittautui, että aineisto ei noudattanut normaalijakaumaa (kts. luku 5.2).

4.2.4 Tilastollinen testaus

Tilastollista testaamista varten on tärkeää selvittää aineiston asettamat vaatimukset ja rajoitukset testeille sekä rajata tutkittava asia selkeästi. Tarkastellaan seuraavaksi tämän tutkimuksen kannalta olennaisia tilastolliseen testaamiseen liittyviä käsitteitä ja tutkimuksessa käytettyjä testejä.

Tilastollisen tutkimuksen merkittävä käsite on *hypoteesi*, jolla kuvataan tutkittavien muuttujien välistä yhteyttä. Hypoteesi esittää selkeän ja yksikäsitteisen väitteen, jonka paikkaansa pitävyyttä halutaan tutkia [28, s. 48]. Erityisesti eri ryhmien vertailu hypoteesin avulla tarjoaa täsmällisen esitysmuodon tilastolliseen testaukseen. Asetettua tutkimushypoteesia kutsutaan *nollahypoteesiksi* H_0 ja sille vastakkaista hypoteesia *vastahypoteesiksi* H_1 [16, s. 191]. Hypoteeseista vain toinen voi olla voimassa ja jommankumman täytyy olla voimassa. Tilastollisten testien tarkoitus on tuottaa tietoa nollahypoteesin hylkäämiseksi, jolloin vastahypoteesi on välttämättä voimassa. Tulosten perusteella nollahypoteesi voidaan myös jättää hylkäämättä, mutta tämä ei välttämättä osoita sen olevan totta [26]. Jos halutaan esimerkiksi tutkia kahden ryhmän arvosanojen keskiarvon eroa, niin nollahypoteesiksi voidaan asettaa keskiarvojen olevan samat. Nollahypoteesi voidaan merkitä muodossa

$$H_0 : \theta_1 = \theta_2,$$

missä θ on tutkittava parametri. Testaus voi olla muuttujasta ja tutkimuksen intresseistä riippuen yksi- tai kaksipuoleinen, jolloin vastahypoteesi voidaan kirjoittaa seuraavissa muodossa [8, s. 410]:

$$\begin{aligned} H_1 : &\quad \theta_1 \neq \theta_2 \\ H_1 : &\quad \theta_1 > \theta_2 \\ H_1 : &\quad \theta_1 < \theta_2. \end{aligned}$$

Näistä ensimmäinen edustaa kaksipuoleista testausta, jota käytetään tässä tutkimuksessa. Kaksi jälkimmäistä ovat yksipuoleisen testaamisen vastahypoteeseja, joiden käyttö edellyttää aiempia tutkimuksia tai vahvaa yleistä tietoa oletetusta tutkimuksen tuloksesta [28, s. 48]. Esimerkiksi arvosanatarkastelussa ensimmäinen vastahypoteesi ilmaisee vain, että keskiarvot eivät ole samoja, kun taas yksipuoleisen testaamisen vastahypoteesit ottavat kantaa keskiarvojen keskinäiseen suuruuteen.

Hypoteesin hylkäämistä tai hyväksymistä varten on määritettävä *merkitsevyystaso*, jolla tutkittavaa parametria halutaan vertailla. Merkitsevyys- eli riskitaso ilmoittaa, kuinka suurella riskillä saatu ero tai riippuvuus on sattumanvaraista [16, s. 194]. Jos tutkittavan parametrin θ merkitsevyystaso alittaa tutkijan määrittämän riskitason, niin nollahypoteesi hylätään ja vastahypoteesi on voimassa. Muutoin nollahypoteesi jää voimaan. Tutkittavan parametrin havaittua merkitsevyystasoa nimitetään p-arvoksi, jonka yleisesti käytetyt kolme eri merkitsevyystasoa ja niiden tulkinnat on esitetty Taulukossa 4.1.

Taulukko 4.1 *p-arvon merkitsevyystasot ja tulkinta [28, s. 434].*

Todennäköisyys	Riskitaso	Kuvaus
$p < 0{,}001$	0,1 %	Tilastollisesti erittäin merkitsevä
$p < 0{,}01$	1,0 %	Tilastollisesti merkitsevä
$p < 0{,}05$	5,0 %	Tilastollisesti melkein merkitsevä

Laajemmalla tulkinnalla havaittu p-arvo voi olla myös *tilastollisesti suuntaa antava* eli oireellinen, jos $0{,}05 \leq p < 0{,}1$ [16, s. 195]. Mitä pienempi p-arvo on, niin sitä pienempi on nollahypoteesin virheellisen hylkäämisen todennäköisyys. Seuraavaksi käsitellään tämän tutkimuksen kannalta tärkeitä tilastollisia testejä.

Mann-Whitneyn U-testi

Suoritettu tutkimuskysely oli mielipideasteikollinen ja kerätty aineisto ei noudattanut normaalijakaumaa (kts. luku 5.2), mikä asetti rajoituksia käytettävälle tilastolliselle testille. Mielipideasteikkoa voidaan kuitenkin pitää välimatka-asteikollisena, jolloin vastaukset on mahdollista asettaa suuruusjärjestykseen. Mann-Whitneyn U-testi on parametriton testi, joka ei aseta tutkittavalle aineistolle normaalijakaumavaatimusta, toisin kuin esimerkiksi yleisesti käytetty t-testi [16, s. 234]. Testi sopii kahden riippumattoman joukon tietyn ominaisuuden vertailuun, sillä sen avulla havaitaan helposti jakaumien sijainneissa olevat erot. Testiä ei kuitenkaan voida laajentaa koskemaan useampaa joukkoa samanaikaisesti. Testistä voidaan käyttää kielialueesta ja lähteestä riippuen myös eri nimityksiä, esimerkiksi *Wilcoxon rank* *sum* -testi tai Mann-Whitney-Wilcoxonin testi [28, s. 1066]. Tästä eteenpäin testistä käytetään lyhyesti nimitystä U-testi.

U-testin periaatteena on asettaa koko aineisto tarkasteltavan muuttujan suhteen suuruusjärjestykseen ja antaa havainnoille järjestysluvut, joiden summaa tutkitaan [28, s. 1067]. Tällöin aineiston jakaumalla ei ole merkitystä ja U-testi toimii siten myös tilastollisesti pienille otoksille. Jos yhteisotoksessa on useampi kappale samaa muuttujan arvoa, niin niille annetaan alkuperäisten peräkkäisten järjestyslukujen keskiarvo [8, s. 494].

Määritelmä 4.6. [8, s. 492] Olkoot $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ ja $Y = \{y_1, \ldots, y_m\}$ tarkasteltavien joukkojen tietyn ominaisuuden havaintoja. Lisäksi olkoot $r_{x1}, \ldots, r_{xn}$ joukon X ja $r_{y1}, \ldots, r_{ym}$ joukon Y järjestyslukuja eli 1,2,3... kaikkien suuruusjärjestykseen asetettujen havaintojen joukossa. Tällöin *järjestyssummat* W_1 ja W_2 määritellään

$$W_1 = \sum_{i=1}^{n} r_{xi} \quad \text{ja} \quad W_2 = \sum_{i=1}^{m} r_{yi}.$$

Jos tarkasteltava joukko on tyhjä joukko, niin sitä vastaava järjestyssumma on nolla.

Lause 4.2.1. *[44] Olkoot $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ ja $Y = \{y_1, \ldots, y_m\}$ tarkasteltavien joukkojen tietyn ominaisuuden havaintoja ja $k = n + m$. Tällöin*

$$W_1 + W_2 = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Todistus. Olkoon $Z = \{x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_m\} = \{z_1, \ldots, z_k\}$. Todistetaan Lause 4.2.1 kahdessa osassa:

1) Jos $z_i \neq z_j$, kun $i \neq j$ kaikilla $i,j \in \mathbb{N}$, niin kaikki havainnot saavat eri järjestysluvun r, joka kuuluu luonnollisten lukujen joukkoon, joita on $n + m$ kappaletta. Todistetaan väite induktiolla.

   1. Kun $k = 1$, niin $(W_1 = 1 \wedge W_2 = 0) \vee (W_1 = 0 \wedge W_2 = 1)$, jolloin

   $$W_1 + W_2 = 1 \quad \text{ja} \quad \frac{1(1+1)}{2} = 1$$

   eli väite pätee, kun $k = 1$.
   2. Tehdään induktio-oletus, että väite pätee, kun $k = l$.
   3. Osoitetaan, että väite pätee, kun $k = l + 1$.

$$1 + 2 + \cdots + l + (l+1) \overset{\text{ind.ol.}}{=} \frac{l(l+1)}{2} + (l+1) = \frac{(l+1)(l+2)}{2}$$

eli väite pätee, kun $k = l + 1$. Tämän ja perusaskeleen perusteella väite on tosi kaikilla $k \in \mathbb{N}$ ja tällöin

$$
\begin{aligned}
W_1 + W_2 &= \sum_{i=1}^{n} r_{xi} + \sum_{i=1}^{m} r_{yi} = \sum_{i=1}^{n+m} i \\
&= 1 + 2 + \cdots + n + (n+1) + \cdots + (n+m) \\
&= \frac{(n+m)(n+m+1)}{2} = \frac{k(k+1)}{2}.
\end{aligned}
$$

2) Jos $z_i = z_j$, kun $i \neq j$ joillakin $i,j \in \mathbb{N}$, niin havaintoja ei voida laittaa puhtaasti suuruusjärjestykseen. Tällöin kaikki järjestysluvut eivät ole kokonaislukuja, vaan samoille havaintojen arvoille annetaan niitä vastaavien peräkkäisten järjestyslukujen keskiarvo.

Olkoot $z_s, \ldots, z_t$, $1 \leq s \leq t \leq n+m$, joukon Z yhtä suuria havaintoja. Tällöin kunkin niiden järjestysluvuksi r_{zj}, $s \leq j \leq t \in \mathbb{N}$, saadaan alkuperäistä järjestystä vastaavien järjestyslukujen keskiarvo

$$
r_{zj} = \frac{r_{zs} + \cdots + r_{zt}}{t - s + 1}.
$$

Summaksi saadaan nyt

$$
\begin{aligned}
W_1 + W_2 &= \sum_{i=1}^{n} r_{xi} + \sum_{i=1}^{m} r_{yi} = \sum_{i=1}^{n+m} r_{zi} \\
&= r_{z1} + \cdots + r_{z(s-1)} + (t - s + 1)\left(\frac{r_{zs} + \cdots + r_{zt}}{t - s + 1}\right) + \cdots + r_{z(n+m)} \\
&= r_{z1} + \cdots + r_{z(n+m)} = \sum_{i=1}^{n+m} i.
\end{aligned}
$$

Nähdään, että järjestyslukujen keskiarvon laskemisella ei ole vaikutusta kokonaissummaan. Vastaavasti jos yhtäsuuria havaintoja on useammalla eri arvolla, niin keskiarvon käyttö ei vaikuta kokonaissummaan. Kohtien 1) ja 2) perusteella

$$
W_1 + W_2 = \frac{k(k+1)}{2}.
$$

□

Mikäli joukkojen X ja Y havainnoilla ei ole eroa, niin järjestetyssä aineistossa on sekaisin kummankin joukon havaintoja ja joukkojen järjestyslukujen summissa ei ole merkittävää eroa. Tutkittavien joukkojen X ja Y tilastollisessa vertailussa käytetään testimuuttujaa U.

Määritelmä 4.7. [20, s. 450] Olkoot $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ ja $Y = \{y_1, \ldots, y_m\}$ tarkasteltavien joukkojen tietyn ominaisuuden havaintoja ja W_1 ja W_2 näiden järjestyssummat samassa järjestyksessä. Tällöin *testimuuttujat U_1 ja U_2* määritellään

$$U_1 = W_1 - \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{ja} \quad U_2 = W_2 - \frac{m(m+1)}{2}$$

ja *testimuuttuja U* määritellään

$$U = \min\{U_1, U_2\}.$$

Lause 4.2.2. *[45] Olkoot U_1 ja U_2 Määritelmässä 4.7 määriteltyjä testimuuttujia. Tällöin*

$$U_1 + U_2 = nm.$$

Todistus.

$$U_1 + U_2 = W_1 - \frac{n(n+1)}{2} + W_2 - \frac{m(m+1)}{2},$$

joka voidaan kirjoittaa Lauseen 4.2.1 perusteella muotoon

$$\begin{aligned} U_1 + U_2 &= \frac{(n+m)(n+m+1)}{2} - \frac{n(n+1)}{2} - \frac{m(m+1)}{2} \\ &= \frac{n(n+m+1-n-1) + m(n+m+1-m-1)}{2} \\ &= \frac{nm+nm}{2} = nm \end{aligned}$$

□

Lause 4.2.3. *[20, s. 450] Riittävän suurilla otoskoilla n ja m testimuuttujan U voidaan approksimoida noudattavan normaalijakaumaa $U \sim N(\mu,\sigma)$, missä*

$$\mu = \frac{nm}{2} \quad \textit{ja} \quad \sigma^2 = \frac{nm(n+m+1)}{12}.$$

Todistus. Olkoot W_1 ja W_2 Määritelmässä 4.6 määriteltyjä järjestyssummia, U_1, U_2 ja U Määritelmässä 4.7 määriteltyjä testimuuttujia ja r_i yhdistettyjen havaintojen joukon $Z = \{x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_m\}$ i:nnen havainnon järjestysluku. Koska jokaisen peräkkäisen järjestysluvun saamisen todennäköisyys on $\frac{1}{n+m}$, niin järjestysluvun r_i odotusarvoksi saadaan

$$E[r_i] = \frac{1}{n+m}(W_1 + W_2) = \frac{n+m+1}{2}.$$

Odotusarvon lineaarisuuden perusteella järjestyssummille W_1 ja W_2 pätee

$$\begin{aligned} E[W_1] &= \sum_{i=1}^{n} E[r_i] = \frac{n(n+m+1)}{2} \\ E[W_2] &= \sum_{i=1}^{m} E[r_i] = \frac{m(n+m+1)}{2}. \end{aligned}$$

Testimuuttujille U_1 ja U_2 saadaan odotusarvon lineaarisuuden perusteella

$$\begin{aligned} E[U_1] &= E[W_1] - \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+m+1)}{2} - \frac{n(n+1)}{2} = \frac{nm}{2} \\ E[U_2] &= E[W_2] - \frac{m(m+1)}{2} = \frac{n(n+m+1)}{2} - \frac{m(m+1)}{2} = \frac{nm}{2}. \end{aligned}$$

Molempien testimuuttujien odotusarvo on siis $\mu_{1,2} = \frac{nm}{2}$. Testimuuttujaksi U voidaan määritellä pienempi testimuuttujista U_1 ja U_2, jolloin

$$\mu = E[U] = \frac{nm}{2}$$

Varianssin todistus ohitetaan ja se on esitetty lähteessä [32, s. 407]. $\square$

U-testi soveltuu kahdelle samanaikaisesti vertailtavalle joukolle, joten sitä käytettiin tutkimuksessa kyselykohtaisissa vertailuissa riippumattomien ryhmien välillä. Lisäksi ryhmien välinen vastausten absoluuttisten muutosten vertailu voitiin suorittaa U-testillä. U-testi ei kuitenkaan sovellu pitkittäistarkasteluun, jossa tutkitaan tietyn ryhmän muutoksia tutkimusajanjakson aikana, eli sitä ei voitu käyttää ryhmien sisäisten muutosten tutkimiseen. Seuraavaksi esitellään lyhyesti ryhmien sisäisen muutosten tarkastelussa käytetty Wilcoxonin merkkitesti.

Wilcoxonin merkkitesti

Wilcoxonin merkkitesti *(Wilcoxon Signed Ranks Test)* sopii tilanteisiin, joissa halutaan tutkia kohderyhmän kehitystä tarkkailujakson aikana, mutta parittaisen t-testin käytön asettama normaalijakauman ehto ei toteudu. Jatkossa testiä nimitetään lyhyesti merkkitestiksi. Oletuksena merkkitestin käytölle on jokaiseen havaintopariin liittyvän erotuksen muuttujan jatkuvuus, tämän muuttujan jakauman symmetrisyys ja eri erotusten keskinäinen riippumattomuus. Lisäksi erotusten on oltava vähintään välimatka-asteikollisia. Testistä voidaan käyttää myös nimitystä

Wilcoxonin parittainen testi *(Wilcoxon Matched Pairs Test)*. [28] Seuraavaksi esitellään lyhyesti testin perusidea ja käytettävät testisuureet.

Merkkitesti soveltuu tutkimuksellisiin testeihin, joissa samaa ominaisuutta halutaan mitata ennen tietyn toimenpiteen suorittamista ja sen jälkeen. Merkkitestin periaatteena [28, s. 984] on saman kohteen eri havaintojen erotuksen määrittäminen, minkä jälkeen muutosten suunta ja itseisarvo kirjataan ylös ja annetaan niille järjestysnumerot pienimmästä arvosta suurimpaan. Jos eroa ei ole, niin havaintoa ei oteta huomioon testissä ja näitä havaintoja nimitetään *sidoksiksi*. Jos useamman havainnon erotusten itseisarvot ovat yhtäsuuria, niin niitä vastaavien järjestyslukujen keskiarvo annetaan kaikille havainnoille kuten U-testissä. Näin saadaan muodostettua testisuureet, joiden perusteella nollahypoteesi jätetään voimaan tai hylätään.

Määritelmä 4.8. [28, s. 985] Olkoot satunnaismuuttuja $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ aineiston havainnot alussa, satunnaismuuttuja $Y = \{y_1, \ldots, y_n\}$ aineiston havainnot toimenpiteen jälkeen ja $D = \{d_1, \ldots, d_n\}$ näiden erotus, missä $d_i = y_i - x_i$, $i = 1, \ldots, n$. Lisäksi olkoot $r_1, \ldots, r_n$ muuttujien $|d_i|$ suuruusjärjestykseen asetettujen arvojen järjestyslukuja. Tällöin *testisuureet* T^- ja T^+ määritellään

$$T^- = \sum_{d_i<0} r_i \quad \text{ja} \quad T^+ = \sum_{d_i>0} r_i.$$

ja *testisuure* T määritellään

$$T = \min\{T^-, T^+\}.$$

Tässä tutkimuksessa haluttiin selvittää verrokki- ja interventioryhmän vastausten muutoksia kyselyiden välillä. Aineisto ei noudattanut normaalijakaumaa (kts. luku 5.2), jolloin kahden kyselyn välisiä muutoksia yksilötasolla voitiin tarkastella merkkitestin avulla.

5. AINEISTO JA MENETELMÄT

Tutkimus toteutettiin syksyllä 2016 Tampereen teknillisen yliopiston Insinöörimatematiikka A2 -opintojaksolla, joka on suunnattu talouden ja rakentamisen sekä tieto- ja sähkötekniikan tiedekunnan ensimmäisen vuoden opiskelijoille [36]. Opintojakso sijoittui toiseen periodiin, jolloin opiskelijoilla oli jo takanaan ensimmäinen matematiikan peruskurssi Insinöörimatematiikka 1. Toiselle matematiikan peruskurssille osallistuminen ei kuitenkaan edellytä edellisen suorittamista hyväksytysti. Insinöörimatematiikka A2 -opintojakson sisältöjä ovat vektorit, lineaariset yhtälöryhmät, matriisit, aliavaruudet, determinantit, ominaisarvot ja -vektorit sekä pienimmän neliösumman ratkaisu [31].

Kurssilla käytettiin sähköisenä oppimisalustana Moodlea, jossa opintojakson materiaalit olivat osallistujien saatavilla. Opintojakson suoritusvaatimuksiin kuului harjoituspaketti, jonka voi suorittaa hyväksytysti tekemällä vähintään 50 % opintojakson viikoittaisista harjoitustehtävistä. Nämä koostuivat kolmesta Moodlessa tehtävästä sähköisestä ja automaattisesti tarkastettavasta STACK-tehtävästä [34], kolmesta ennakkoon itsenäisesti ratkaistavasta ja kolmesta paikan päällä harjoituksissa ratkaistavasta tehtävästä. STACK-tehtävillä oli viikoittain kaikille yhteinen palautusaika maanantaisin klo 12.00 mennessä ja loppujen tehtävien määräaika riippui harjoitusryhmän ajankohdasta. Harjoitustehtävistä oli mahdollista saada harjoituspisteitä, kun tehtynä oli vähintään 50 %. Harjoituspisteet lisätään arvioinnissa opintojakson tentistä saataviin pisteisiin, jolloin ne vaikuttavat opintojaksosta saatavaan arvosanaan. Kolme harjoituspistettä sai tekemällä 80 % viikkoharjoitustehtävistä. Harjoituspaketin suorittaneiden opiskelijoiden tehtyjen tehtävien keskiarvo oli tutkittavalla toteutuskerralla 82 %. Harjoitusviikoilla 2–4 kaikkien opintojakson opiskelijoiden tehtyjen tehtävien keskiarvo oli jopa 89 %.

5.1 Toteutus ja aineiston kerääminen

Tutkimuksen ja aikataulun suunnittelu sekä harjoitustehtävien kehittäminen tapahtuivat kesällä 2016. Tutkimusta varten kehitettiin substanssiosaamista sisältäviä tehtäviä lineaarisiin yhtälöryhmiin ja matriiseihin liittyen, jolloin tehtävät osuivat viikkoharjoituksiin 2–4 opintojakson sisältöjen perusteella. Substanssiosaamista sisältävät, verrokkiryhmän tehtävistä poikkeavat viikkoharjoitusten tehtävät on koottu liitteeseen C.

Viikkoharjoituksia varten opiskelijat jakautuivat harjoitusryhmiin, joiden ajankohdat oli suunniteltu opintosuuntien aikataulujen mukaisesti. Ryhmittely ei kuitenkaan ollut sitova, joten harjoitusryhmät eivät olleet jakaantuneet täysin opintosuunnittain. Tutkimusta varten harjoitusryhmistä muodostettiin kaksi ryhmää, *Vihreät* (verrokkiryhmä) ja *Siniset* (interventioryhmä). Jako suoritettiin niin, että kunkin opintosuunnan edustajien määrä ja opiskelijoiden kokonaismäärät olisivat mahdollisimman tasaisia kummassakin ryhmässä harjoitusryhmien opintosuuntakohdistuksiin perustuen. Ryhmien jako esimerkiksi matematiikan lähtötasotestin tulosten perusteella olisi rajoittanut opiskelijoiden mahdollisia harjoitusryhmävalintoja, mitä haluttiin välttää tutkimuseettistä syistä. Myös harjoitusryhmien toteutuksellisista syistä ryhmän kaikkien jäsenten tuli kuulua samaan tutkimusryhmään. Sinisillä oli viikkoharjoituksissa 1–3 alasoveltavaa tehtävää, kun taas Vihreiden harjoitukset koostuivat niin sanotuista perinteisistä tehtävistä, eli ne noudattivat aiempien vuosien tehtävämalleja.

Opiskelijoita informoitiin toteutettavasta tutkimuksesta ja ryhmäjaon tarkoituksesta avausluennolla ja opintojakson Moodle-sivulla. Jakoa varten opintojakson Moodle-sivulla oli omat osionsa Vihreille ja Sinisille väreillä erotettuina osinaan, joista löytyivät ryhmien viikkoharjoitukset ja kyselyt. Opiskelijoiden oli mahdollista vaihtaa harjoitusryhmää oman värikoodin sisällä, jos he eivät päässeet omaan harjoitusryhmäänsä. Harjoitusryhmien värikoodit ilmoitettiin myös Moodle-sivulla ennen julkaistavien harjoitusten osuuksia, joten opiskelijoilla oli mahdollisuus tarkistaa harjoitusryhmien värit koko opintojakson ajan. Lisävarmistuksena kunkin julkaistun viikkoharjoituksen yläreuna oli värikoodattu ja sisälsi tekstin “Vihreät/Siniset”, jotta opiskelijoiden olisi helppo löytää heille kuuluvat tehtävät. Opiskelijoilla oli halutessaan mahdollisuus nähdä kummankin ryhmän harjoitustehtävät.

Tutkimusta varten muodostettiin matematiikan yliopisto-opetukseen sopiva 50 Likert-väitteen kyselylomake, joka pohjautuu täydennettyyn Mathematics-Related Beliefs Questionnaire (MRBQ)-kyselyyn [7]. Väittämistä 49 pohjautuu mainittuun kyselyyn ja viimeinen väittämä lisättiin kartoittamaan opiskelijoiden vastausten luotettavuutta. Väittämät voidaan jakaa neljään faktoriin, joita ovat uskomukset opettajan roolista ja toiminnasta (1), uskomukset omasta kompetenssista ja sen merkittävyydestä (2), matematiikka sosiaalisena toimintana (3) ja matematiikka osaamisen alueena (4) [30]. Muodostetun kyselyn väittämät 1–3 edustavat faktoria (1), väittämät 4–17 faktoria (2), väittämät 18–37 faktoria (3) ja väittämät 38–49 faktoria (4). Kyselyssä käytettiin viisiportaista Likert-asteikkoa (1 = Täysin eri mieltä, 2 = Osittain eri mieltä, 3 = En samaa enkä eri mieltä, 4 = Osittain samaa mieltä, 5 = Täysin samaa mieltä), joiden lisäksi oli vaihtoehto “En osaa sanoa” (EOS). Kyselyyn sisällytettiin vaihtoehto 3, koska myös mielipiteetön vastaus tarjoaa olennaista tietoa asenteesta ja neutraalin vaihtoehdon puuttuminen voisi vääristää tuloksia negatiiviseen tai positiiviseen suuntaan. Osa väitteistä puolestaan koski aiheita, joista opiskelijalla ei välttämättä ollut kokemusta tai tietoa, minkä vuoksi EOS sisällytettiin vaihtoehtoihin.

Kyselyt toteutettiin sähköisenä opintojakson Moodle-sivulla ja opiskelijoiden tuli vastata samaan kyselyyn kolme kertaa opintojakson aikana: jakson ensimmäisellä viikolla ennen interventiota, viidennellä viikolla heti intervention jälkeen sekä kahdeksannen ja yhdeksännen viikon aikana opintojakson päätyttyä. Jako Vihreisiin ja Sinisiin ilmoitettiin opiskelijoille heti kurssin alussa ennen ensimmäisen kyselyn aukeamista. Kaikkiin kolmeen kyselyyn vastaamisesta ja ryhmäjaon noudattamisesta opiskelijat saivat yhden harjoituspisteen, joita oli muutoin mahdollista saada maksimissaan kolme tehtyjen harjoitustehtävien perusteella. Kyselyt olivat auki rajoitetun ajan ja kukin kysely lisättiin Moodle-sivulle omana tapahtumanaan, jolloin kyselyiden vastaukset eivät päässeet sekoittumaan keskenään. Viimeisen kyselyn julkaisussa tapahtui tekninen virhe, jolloin opiskelijat eivät saaneet automaattista sähköpostiviestiä kyselyn aukeamisesta. Tämän seurauksena vastauksia kertyi suhteellisen vähän ja kyselyn aukioloaikaa jatkettiin toisella viikolla uuden ilmoituksen kera. Kyselyjen lisäksi kerättiin jälkikäteen tiedot harjoituspaketin suorittaneiden opiskelijoiden opintojakson 1. tentin pistemääristä ja matematiikan lähtötasotestin pistemääristä.

5.2 Aineiston analysointi

Kyselyjen tuloksia analysoitiin kvantitatiivisesti vertailemalla aluksi ryhmien välisiä eroja kussakin yksittäisessä kyselyssä. Pelkät ryhmien väliset erot eivät kuitenkaan tarjoa tietoa mielipiteiden muutosten suhteen, joten aineistosta tutkittiin ryhmäkohtaisesti myös kunkin väitteen kohdalla tapahtuneita muutoksia kyselyjen välillä. Näitä muutoksia verrattiin ryhmien välillä, minkä seurauksena voitiin tehdä päätelmiä intervention vaikutuksista.

Tutkimusaineisto oli suhteellisen pieni ja se ei ollut normaalijakautunut, joten ryhmien väliset analyysit suoritettiin ei-parametrisella Mann-Whitneyn U-testillä ja ryhmien sisäiset analyysit Wilcoxonin testillä luottamusvälillä 95 %. Normaalijakauman testaamisessa käytettiin Kolmogorov-Smirnovin testiä ja graafista tarkastelua. Muutosten analyysissa käytettiin vain niiden opiskelijoiden vastauksia, jotka olivat vastanneet kaikkiin kolmeen kyselyyn ja vastausten väliset muutokset voitiin määrittää yksilöllisesti. Analyysin tarkoituksena oli tutkia asenteiden ja motivaation näkemysten kehitystä ryhmän sisällä opintojakson edetessä ja selvittää, oliko substanssiosaamisen integroinnilla vaikutusta niihin. Kyselyvastausten lisäksi analysoitiin harjoituspaketin suorittaneiden opiskelijoiden ($N = 243$) opintojakson ensimmäisen tentin pistejakaumia ryhmien välillä Mann-Whitneyn U-testillä. Ryhmäjaon luotettavuustarkastelua varten vertailtiin myös opiskelijoiden matematiikan lähtötasotestin pistemääriä.

Ryhmien kyselyvastauksista laskettiin vastausten aritmeettinen keskiarvo, mediaani, moodi ja otoskeskihajonta kyselykohtaisesti. Näissä ei huomioitu vastauksia "En osaa sanoa". Aritmeettinen keskiarvo sisällytettiin raportoitaviin tunnuslukuihin, sillä se tarjoaa lisätietoa mediaanin ja moodin rinnalla vastausten jakaumasta järjestysasteikollisessa aineistossa. Tämän lisäksi laskettiin eri vastausten prosenttiosuudet, jotta tilastollisten tunnuslukujen rinnalle saatiin vertailtavaksi mielipiteiden todellinen jakauma. Tunnusluvut ja mielipiteiden prosentuaaliset jakaumat määritettiin MS Excel -taulukkolaskentaohjelmalla ja Mann-Whitneyn U-testi sekä Wilcoxonin testi suoritettiin SPSS-ohjelmalla [18].

6. TUTKIMUKSEN TULOKSET JA NIIDEN TARKASTELU

Ryhmien vastauksista tutkittiin aluksi ryhmien välisiä eroavaisuuksia kyselykohtaisesti ja sen jälkeen ryhmien välisiä eroavaisuuksia kyselyiden välisissä muutoksissa. Lisäksi tarkasteltiin ryhmien tenttipisteiden välisiä eroavaisuuksia opintojakson ensimmäisessä tentissä. Nollahypoteesina H_0 oli, että ryhmien vastausten jakaumien välillä ei ole eroa. Tutkimuksen tilastollisesti melkein merkitsevällä tasolla ($p < 0{,}05$) eroavat väittämät [28] tai lähelle tätä p-arvoa asettuvat väittämät on taulukoitu kussakin kyselyssä erikseen. Merkitsevyystasolla $p < 0{,}05$ virheellisen nollahypoteesin hylkäyksen riski on 5 %. Tässä tutkimuksessa tämä tarkoittaa tilannetta, jossa ryhmien välillä ei olekaan eroa, vaikka H_0 olisi hylätty.

Kyselyvastauksista laskettiin aritmeettinen keskiarvo ($\overline{x}$), mediaani (Md), moodi (Mo) ja otoskeskihajonta (s) kummallekin ryhmälle ja ne ovat pyöristettyinä arvoina taulukoissa. Näiden lisäksi määritettiin kullekin ryhmien välillä eroavalle väittämälle efektikoko (r), joka esiintyy tekstissä. Aritmeettinen keskiarvo on laskettu jakauman vinouman havainnollistamiseksi ja ryhmien välisen eron selventämiseksi. Suuruussuhteiden tarkastelu on suoritettu tarkoilla arvoilla, mikä voi aiheuttaa pientä eroa taulukon arvojen vertailun kanssa. Tulosten käsittely on jaoteltu tutkimuskysymysten perusteella.

6.1 Erot ryhmien välillä (TK1)

Ryhmien välisiä eroja tarkasteltiin Mann-Whitneyn U-testillä. Ensimmäiseen kyselyyn vastasi yhteensä 322 opiskelijaa ($N_V = 160$, $N_S = 162$) ja ryhmien välillä esiintyi tilastollisesti merkitseviä eroja väittämien 1 ja 26 kohdalla, vaikka alussa ryhmien välillä ei olisi pitänyt esiintyä eroja. Eroavat väittämät on koottu Taulukkoon 6.1 ryhmäkohtaisten vastauskeskiarvojen, mediaanien, moodien ja keskihajontojen sekä saatujen p-arvon kanssa. Erot ensimmäisessä kyselyssä selittyvät satunnaisella ryhmäjaolla, jolloin opiskelijoiden näkemykset eivät välttämättä jakaudu tasapuolisesti tilastollisesti suhteellisen pienessä otoksessa.

Taulukko 6.1 *Kyselyn 1 ryhmien välillä eroavat väittämät merkitsevyystasolla $p < 0{,}05$. Ryhmä V=Vihreät ja S=Siniset, $\overline{x}$=aritmeettinen keskiarvo, Md=mediaani, Mo=moodi, s=otoskeskihajonta ja p=laskettu p-arvo.*

Väittämä	Ryhmä	$\overline{x}$	Md	Mo	s	p
1. Luennoitsija yrittää tehdä matematiikan opiskelusta mielenkiintoista.	V	3,7	4,0	4	0,867	0,022
	S	3,4	4,0	4	0,843	
26. Kaikki voivat oppia matematiikkaa.	V	4,1	4,0	4	0,931	0,016
	S	3,8	4,0	4	1,120	

Kummassakin väittämässä ryhmien vastausten mediaanit ja moodit ovat samat, mutta keskiarvoissa ja -hajonnoissa on eroa. Väittämässä 1 Vihreiden vastausten keskiarvo on 9,0 % korkeampi ja otoskeskihajonta 2,9 % suurempi kuin Sinisillä. Kummallakin ryhmällä keskiarvo on mediaania pienempi, mikä viittaa vasemmalle vinoon jakaumaan. Myös väittämässä 26 Vihreiden vastausten keskiarvo on 8,0 % korkeampi kuin Sinisillä, mutta otoskeskihajonta on 17 % pienempää kuin Sinisillä. Kummankin väittämän kohdalla efektikoko on pieni ($r = 0{,}13$), joten vaikutus on suhteellisen pieni. Prosentuaaliset mielipidejakaumat kaikissa tilastollisesti eroavissa väitteissä on esitettynä liitteessä D.

Väittämässä 1 esiintyi suuri ero täysin samaa mieltä olevien osuuksissa, sillä väittämän kanssa täysin samaa mieltä oli viidennes Vihreistä (20 %), kun vastaava osuus Sinisillä oli vain noin yksi kahdestakymmenestä (5,6 %). Yhdistetyt osuudet täysin tai osittain samaa mieltä olevista oli Vihreillä noin kolme viidestä (58,8 %) ja Sinisillä hieman yli puolet (50,7 %), jolloin ero ei ole yhtä merkittävä, mutta aiheuttaa erot keskiarvoissa ja -hajonnassa. Kyselyyn vastattiin ensimmäisellä luentoviikolla, joten vastausten luotettavuus luennoitsijaa koskevassa väittämässä ei ole kovinkaan hyvä. Väittämässä 26 Vihreistä alle yksi kymmenestä (7,5 %) oli täysin tai osittain eri mieltä, kun sama osuus Sinisillä oli hieman yli kaksinkertainen (15,4 %). Tämä selittää erot keskiarvoissa, mutta Sinisten vastausten suuremman hajonnan seurauksena mediaani ja moodi ovat ryhmillä kuitenkin samat.

Toiseen kyselyyn vastasi 297 opiskelijaa ($N_V = 154, N_S = 143$) heti intervention jälkeen. Vastauksissa esiintyi aiempaa enemmän tilastollisesti merkitseviä eroja, mikä oli odotettua. Eroavat väittämät tunnuslukuineen ja p-arvoineen on koottu Taulukkoon 6.2. Tulosten efektikoot olivat kaikissa väittämissä pieniä ja niiden arvot on esitetty tekstissä taulukon jälkeen. Kaikkien kyselyiden mielipidejakaumien prosenttiosuudet ovat esitettyinä liitteessä D.

Taulukko 6.2 *Kyselyn 2 ryhmien välillä eroavat väittämät merkitsevyystasolla $p < 0{,}05$. Ryhmä V=Vihreät ja S=Siniset, $\overline{x}$=aritmeettinen keskiarvo, Md=mediaani, Mo=moodi, s=otoskeskihajonta ja p=laskettu p-arvo.*

Väittämä	Ryhmä	$\overline{x}$	Md	Mo	s	p
2. Luennoitsija haluaa meidän ymmärtävän kurssilla käsitellyt asiat.	V	4,2	4,0	4	0,777	0,021
	S	4,0	4,0	4	0,892	
3. Luennoitsija selittää meille, miksi matematiikka on tärkeää.	V	3,3	3,0	3	0,954	0,041
	S	3,1	3,0	3	0,974	
25. Matematiikka auttaa meitä ymmärtämään paremmin ympäröivää maailmaa.	V	3,7	4,0	4	0,997	0,032
	S	3,5	4,0	4	0,882	
41. Matematiikan oppiminen perustuu pääosin hyvään muistiin.	V	2,6	2,0	2	0,966	0,050
	S	2,4	2,0	2	0,903	
47. Kurssin sisältö on täysin irrallaan oman alan opinnoistani.	V	2,2	2,0	2	0,983	0,035
	S	2,0	2,0	2	0,852	

Jälleen kaikissa väittämissä ryhmien mediaanit ja moodit ovat samoja. Ensimmäisen kyselyn tilastollisesti eroavista väitteistä kumpikaan ei nouse esille toisessa kyselyssä, joten erot näissä ovat tasoittuneet. Uskomuksia omasta kompetenssista ja sen merkittävyydestä mittaavissa väittämissä ei esiintynyt lainkaan tilastollisesti merkitseviä eroja.

Uskomuksia opettajan roolista ja toiminnasta mittaavissa väittämissä havaittiin eroja kahden väittämän kohdalla. Väittämässä 2 ($r = 0{,}13$) Sinisten keskiarvo ja mediaani ovat samat, mikä viittaa jakauman symmetrisyyteen. Vihreillä keskiarvo on hieman mediaania suurempi, mistä voidaan päätellä jakauman olevan hieman oikealle vino. Vihreistä noin kaksi viidestä (38,3 %) on väittämän kanssa täysin samaa mieltä, kun Sinisillä vastaava osuus on hieman yli neljäsosa (28,7 %), mikä selittää keskiarvojen eroa. Sinisillä hajonta on Vihreitä suurempaa, mikä näkyy suurempina eri mieltä olevien osuuksina. Väittämässä 3 ($r = 0{,}12$) Vihreiden keskiarvo on 5,8 % korkeampi kuin Sinisillä, mutta muutoin erot ryhmien välillä ovat suhteellisen pieniä. Suurin ero löytyy vaihtoehdon “En osaa sanoa”-vastanneista, jonka vastasi Vihreistä yksi kymmenestä (10,4 %) ja Sinisillä osuus oli alle puolet tästä (4,9 %). Muutoin vastausten jakaumat eivät eroa merkittävästi.

Matematiikkaa sosiaalisena toimintana mittaavista väittämistä ainoastaan yhdessä oli tilastollisesti merkitsevä ero ryhmien välillä. Väittämässä 25 (r = 0,12) kummankin ryhmän keskiarvo on pienempää kuin mediaani, joten jakaumat ovat vinoutuneet vasemmalle. Jälleen Vihreiden keskiarvo on korkeampi kuin Sinisillä (4,8 %), mutta myös Vihreiden otoskeskihajonta on 13,0 % suurempi kuin Sinisillä. Yksikään Sinisistä ei ollut täysin eri mieltä väittämän kanssa, kun Vihreillä osuus oli noin yksi sadasta (1,3 %) ja täysin samaa mieltä Vihreistä oli noin yksi viidestä (21,4 %), kun Sinisillä osuus oli vain hieman yli puolet tästä (12,6 %).

Matematiikkaa osaamisen alueena mittaavissa väittämissä 41 ja 47 Vihreillä on jälleen korkeampi keskiarvo kuin Sinisillä, mutta mediaani ja moodi ovat samoja. Väittämässä 41 (r = 0,11) osittain samaa mieltä Vihreistä oli noin yksi viidestä (20,8 %), kun Sinisillä vastaava osuus oli hieman yli puolet tästä (11,9 %), mikä näkyy eroina keskiarvossa ja -hajonnassa. Väittämässä 47 (r = 0,12) Sinisten jakauma on symmetrinen, mutta Vihreillä hieman vinoutunut oikealle. Sinisistä yksikään ei ollut täysin samaa mieltä väittämän kanssa, kun Vihreillä osuus oli noin kaksi sadasta (1,9 %). Vihreillä EOS vastanneiden osuus (11,7 %) oli jälleen noin kaksinkertainen Sinisten vastaavaan osuuteen (4,9 %) verrattuna. Sinisillä otoskeskihajonta oli myös 13,4 % pienempi kuin Vihreillä. Kaikissa väittämissä Vihreiden vastausten keskiarvo on ollut suurempaa kuin Sinisillä.

Kolmanteen kyselyyn vastasi 263 opiskelijaa ($N_V = 134, N_S = 129$) opintojakson päättyessä. Vastauksissa esiintyneet tilastollisesti eroavat väittämät tunnuslukuineen ovat esitettyinä Taulukossa 6.3. Tulosten efektikoot olivat jälleen pieniä tai suhteellisen pieniä kaikkien väittämien kohdalla ja ne on esitetty tekstissä taulukon jälkeen. Vastausten prosentuaaliset jakaumat ovat esitettyinä liitteessä D.

Vihreiden vastausten keskiarvot ovat kaikissa eroavissa väittämissä suurempia kuin Sinisillä ja samoin moodit lukuun ottamatta väittämiä 34, 38 ja 41, joissa moodit ovat samat. Ryhmien mediaanit ovat kuitenkin samoja lukuun ottamatta väittämiä 41 ja 45, joissa Vihreillä mediaani on suurempi kuin Sinisillä.

Uskomuksia opettajan roolista ja toiminnasta mittaavassa väittämässä 2 (r = 0,13) suurin ero syntyy täysin samaa mieltä olevien osuuksista, joka oli Vihreillä yli neljä kymmenestä (43,3 %), kun vastaava osuus Sinisillä oli vain hieman yli neljänneksen (28,7 %). Myös Vihreiden otoskeskihajonta oli 7,9 % suurempaa kuin Sinisillä ja Vihreiden yleisin vastaus oli “Täysin samaa mieltä”, kun Sinisillä yleisin oli “Osittain samaa mieltä” (50,4 %).

Taulukko 6.3 *Kyselyn 3 ryhmien välillä eroavat väittämät merkitsevyystasolla $p < 0{,}05$. Ryhmä V=Vihreät ja S=Siniset, $\overline{x}$=aritmeettinen keskiarvo, Md=mediaani, Mo=moodi, s=otoskeskihajonta ja p=laskettu p-arvo.*

Väittämä	Ryhmä	$\overline{x}$	Md	Mo	s	p
2. Luennoitsija haluaa meidän ymmärtävän kurssilla käsitellyt asiat.	V	4,3	4,0	5	0,822	0,030
	S	4,1	4,0	4	0,762	
8. Pidän erityisesti haastavista tehtävistä, koska silloin opin uusia asioita.	V	3,3	3,0	4	0,959	0,022
	S	3,1	3,0	3	0,916	
27. Matematiikkaa käytetään koko ajan ihmisten arkipäivässä.	V	4,2	4,0	5	0,927	0,008
	S	3,9	4,0	4	0,973	
34. Jos en saa ratkaistua matematiikan tehtävää nopeasti, niin luovutan.	V	2,5	2,0	2	0,882	0,037
	S	2,3	2,0	2	0,919	
37. Tavalliset opiskelijat eivät voi ymmärtää matematiikkaa, vaan he voivat vain opetella säännöt ulkoa.	V	1,9	2,0	2	0,913	0,036
	S	1,8	2,0	1	0,842	
38. Jos en saa ratkaistua matematiikan tehtävää muutamassa minuutissa, niin luultavasti en saa ratkaistua sitä lainkaan.	V	2,2	2,0	2	0,984	0,007
	S	2,0	2,0	2	0,901	
41. Matematiikan oppiminen perustuu pääosin hyvään muistiin.	V	2,7	3,0	2	1,018	0,002
	S	2,4	2,0	2	0,897	
45. Ainoa kiinnostuksen kohteeni tällä kurssilla on saada hyvä arvosana.	V	2,7	3,0	3	0,948	0,036
	S	2,5	2,0	2	0,961	

Uskomuksia omasta kompetenssista ja sen merkittävyydestä mittaavassa väittämässä 8 ($r = 0{,}14$) puolestaan Vihreiden osittain samaa mieltä olevien ja ei samaa eikä eri mieltä olevien osuudet olivat lähes yhtä suuria (33,6 % ja 31,3 %), kun taas Sinisillä osittain samaa mieltä olevien osuus oli vain hieman yli puolet ei samaa eikä eri mieltä olevien osuudesta (24,0 % ja 44,2 %). Kummassakin väittämässä jakauma on vinoutunut oikealle, mutta Vihreillä moodi on suurempi kuin Sinisillä. Vihreiden EOS vastanneiden osuus (5,2 %) on yli kuusinkertainen Sinisten vastaavaan osuuteen (0,8 %) verrattuna.

Matematiikkaa sosiaalisena toimintana mittaavista väittämistä eroja esiintyi väittämissä 27,34 ja 37 ja matematiikkaa osaamisen alueena mittaavissa väittämissä 38, 41 ja 45. Väittämissä 27, 38 ja 41 erot ryhmien välillä ovat selkeästi tilastollisesti merkitsevämpiä kuin muissa väittämissä p-arvon perusteella. Väittämässä 27 ($r = 0{,}16$) ryhmien vastausten jakaumat ovat vinoutuneet vastakkaisiin suuntiin ja Vihreistä vajaa puolet (44,8 %) on ollut väittämän kanssa täysin samaa mieltä, kun Sinisillä vastaava osuus oli alle kolmanneksen (30,2 %). Toisaalta osittain samaa mieltä olevien osuudet ovat lähes käänteiset, Vihreillä noin kolmanneksen (33,6 %) ja Sinisillä vajaa puolet (44,2 %), mikä selittää erot keskiarvoissa ja moodeissa. Väittämässä 38 (r = 0,17) täysin eri mieltä oli Vihreistä noin neljännes (25,4 %), osittain samaa mieltä noin kolmannes (33,6 %) ja ei samaa eikä eri mieltä hieman alle neljännes (23,1 %), kun Sinisillä vastaavat osuudet olivat hieman vajaa kolmannes (31,0 %), noin puolet (51,2 %) ja alle kymmenennes (8,5 %), joten jakaumat eroavat selkeästi. Vihreiden vastausjakauma on vinoutunut oikealle, kun Sinisillä se on symmetrinen. Myös Vihreiden otoskeskihajonta oli 12,6 % suurempaa kuin Sinisillä. Saman faktorin väittämässä 41 (r = 0,19) Vihreiden otoskeskihajonta on 13,5 % suurempaa kuin Sinisillä, mikä selittää osaltaan eroa mediaaneissa, vaikka moodit ovatkin samat. Ryhmien jakaumat ovat vinoutuneet vastakkaisiin suuntiin ja Vihreiden keskiarvo on 16,2 % suurempi kuin Sinisillä. Suurimmat erot esiintyvät täysin eri mieltä olevien osuuksissa, joka oli Vihreillä alle kymmenenneksen (9,7 %) ja Sinisillä noin kaksinkertainen (17,8 %) sekä osittain samaa mieltä olevien osuuksissa, joka on lähes käänteinen täysin eri mieltä olevien osuuksiin (Vihreillä 19,4 % ja Sinisillä 7,8 %).

Väittämässä 34 (r = 0,13) Sinisten otoskeskihajonta on 4,2 % suurempaa kuin Vihreillä. Osittain eri mieltä oli hieman alle neljä kymmenestä 38,8 %) Vihreistä, kun vastaava osuus Sinisillä oli vajaa puolet (47,3 %). Myös ei samaa eikä eri mieltä olevien osuuksissa oli selvä ero, sillä Vihreillä osuus oli noin kolmanneksen (34,3 %), kun taas Sinisillä osuus oli vajaan neljänneksen (24,0 %). Väittämässä 37 (r = 0,13) Vihreiden otoskeskihajonta oli 8,4 % suurempaa kuin Sinisillä ja myös moodi oli suurempi, vaikka ero vastausten keskiarvoissa ei ole huomattava. Yllättävän suuri osa Vihreistä, yli seitsemän sadasta (7,5 %), vastasi EOS, kun Sinisillä tämä osuus oli vain noin yksi sadasta (0,8 %). Lisäksi täysin eri mieltä olevien osuuksissa oli kohtalaisen suuri ero, sillä näin vastasi Vihreistä noin kolmannes (33,6 %) ja Sinisillä hieman yli neljä kymmenestä (41,9 %).

Väittämässä 45 (r = 0,13) Vihreiden keskiarvo, mediaani ja moodi ovat kaikki suurempia kuin Sinisillä, vaikka keskihajonnat ovat lähes yhtä suuret. Ryhmien jakaumat ovat myös vinoutuneet vastakkaisiin suuntaan. Vihreistä alle kymmenennes (9,7 %) oli täysin eri mieltä väittämän kanssa, kun Sinisten vastaava osuus oli noin puolitoistakertainen (13,2 %) tähän Vihreisiin verrattuna. Myös osittain eri mieltä olevien osuus Sinisillä oli suurempi, sillä Sinisillä osuus oli noin neljä kymmenestä (41,9 %), kun vastaava osuus Vihreillä oli noin kolmannes (33,6 %). Väittämän havaittiin olevan monitulkintainen, sillä sisällöstä ja sovelluksista kiinnostunut opiskelija ja vain läpipääsyä tavoitteleva opiskelija voivat vastata samoin. Tämän johdosta väittämän osoittamia eroja täytyy tulkita harkitusti.

6.2 Ryhmien sisäiset muutokset kyselyiden välillä (TK2)

Ryhmien sisäisiä muutoksia kyselyiden välillä tutkittiin Wilcoxonin testin avulla ja aineistoon otettiin mukaan vain kaikkiin kolmeen kyselyyn vastanneiden opiskelijoiden vastaukset, joita oli yhteensä 255 ($N_V = 131, N_S = 124$). Taulukossa 6.4 on esitettynä tilastollisesti merkitsevästi tai melkein merkitsevästi ($p < 0{,}05$) eroavien väittämien p-arvot. Alaindeksit viittaavat verrattuihin kyselyihin ja kaikki väittämät ovat liitteessä E. Väittämät, joissa esiintyi eroja kyselyiden välillä ovat vastauskeskiarvoineen liitteessä F.

Nähdään, että vain 24 väittämän kohdalla on tapahtunut tilastollisesti merkitsevää tai melkein merkitsevää muutosta tutkimuksen aikana ainakin toisessa ryhmistä ja vain viiden väittämän kohdalla tilastolliset erot ovat esiintyneet kummassakin ryhmässä. Näistä väittämän 17 muutokset ovat tapahtuneet eri väleillä. Tutkimuksen kannalta erityisen mielenkiintoisia ovat väittämät, joissa on tapahtunut pitkäkestoista muutosta eli kyselyiden 1 ja 3 välillä on eroa ja vain toisessa ryhmistä, joita käsitellään alla. Eroavia väittämiä on Vihreillä yhteensä 15 ja Sinisillä 14, joista väittämät 9, 13, 15, 17 ja 28 esiintyvät molemmilla ryhmillä. Väittämissä 15 ja 28 muutokset ovat tapahtuneet samoilla väleillä ja eivät poikkea merkittävästi ryhmien välillä. Tämä oli odotettavissa, sillä sisältö vaikeutuu opintojakson edetessä ja tunne asioiden osaamisesta vaatii alkua enemmän töitä.

Uskomuksia opettajan roolista ja toiminnasta mittaavassa väittämässä 1 vain Sinisillä esiintyy eroa kyselyiden välillä ja vastausten keskiarvojen perusteella muutos on ollut positiiviseen suuntaan. Myös saman faktorin väittämien 2 ja 3 kohdalla vain Sinisillä esiintyy eroa kyselyiden välillä. Voidaan päätellä, että interventiolla on ollut vaikutusta opiskelijoiden näkemyksiin luennoitsijan panostamisesta mielenkiinnon ylläpitämiseksi ja matematiikan ymmärtämisen helpottamiseksi. Uskomuksia omasta kompetenssista ja sen merkittävyydestä mittaavissa väittämissä 4 ja 5 puolestaan vain Vihreillä esiintyy eroa kyselyjen välillä, mistä voidaan päätellä intervention vaikuttaneen kurssin sisältöön liittyvien mielipiteiden säilyvyyteen.

Taulukko 6.4 *Ryhmien sisäiset, kyselyiden välillä eroavat väittämät merkitsevyystasolla* $p < 0{,}05$ *ja niille lasketut p-arvot. Alaindeksipari viittaa verrattuihin kyselyihin 1–3, viiva merkitsee lasketun p-arvon ylittäneen merkitsevyystason ja tilastollisesti merkitsevät p-arvot on lihavoitu.*

	Vihreät			Siniset		
Väittämä	p_{12}	p_{23}	p_{13}	p_{12}	p_{23}	p_{13}
1	-	-	-	-	0,043	**0,001**
2	-	-	-	0,038	-	-
3	-	-	-	-	-	**0,009**
4	0,014	0,047	-	-	-	-
5	**0,009**	-	-	-	-	-
9	0,015	-	-	**0,003**	-	-
12	0,046	-	-	-	-	-
13	**0,002**	-	-	0,023	-	-
14	-	-	-	0,016	-	-
15	**0,000**	0,028	**0,000**	**0,000**	0,027	**0,000**
16	-	-	-	0,008	-	-
17	**0,001**	-	0,010	**0,001**	0,011	-
27	-	-	-	-	-	0,034
28	**0,000**	-	**0,002**	**0,002**	-	**0,008**
29	-	-	-	0,011	-	**0,001**
34	-	-	0,020	-	-	-
37	-	-	0,043	-	-	-
38	0,036	-	**0,000**	-	-	-
39	-	-	-	0,045	-	-
40	-	-	**0,005**	-	-	-
44	0,042	-	0,015	-	-	-
46	-	-	-	**0,005**	-	-
47	0,028	-	**0,007**	-	-	-
48	-	-	0,028	-	-	-

Matematiikkaa sosiaalisena toimintana mittaavissa väittämissä 27 ja 29 ainoastaan Sinisillä on tapahtunut muutosta ja molemmissa muutos on ollut pidemmällä välillä. Väittämät koskevat matematiikan käytettävyyttä ja hyödyllisyyttä, joten interventiolla on ollut vaikutusta näihin näkemyksiin. Vastausten keskiarvoa tarkastellessa Sinisten keskiarvot ovat laskeneet, mikä on yllättävä havainto, sillä keskiarvon aleneminen viittaa opiskelijoiden näkemysten muuttuneen negatiiviseen suuntaan. Edellisen faktorin väittämissä 34 ja 37 ja matematiikkaa osaamisen alueena mittaavassa väittämässä 38 puolestaan vain Vihreillä on tapahtunut muutosta pidemmällä aikavälillä. Väittämät liittyvät myös matematiikan käytettävyyteen, hyödyllisyyteen ja itseluottamukseen, joten ryhmien erilaiset muutokset näissä ja edellisissä väittämissä on yllättävää. Edellisen faktorin väittämissä 44, 47 ja 48 esiintyy muutoksia jälleen vain Vihreillä, joten interventiolla voidaan päätellä olevan vaikutusta matematiikan ymmärtämiseen liittyviin näkemyksiin. Kummankin ryhmän muutostrendi keskiarvoissa on kuitenkin samansuuntainen. Kyselyiden välisten erojen tarkastelu antaa kuvan opintojakson aikana tapahtuvista muutoksista, mutta ei varsinaisesti tarkkaa tietoa intervention vaikutuksista. Ryhmien sisäisten muutosten vertailu tarjoaa tästä yksityiskohtaisempaa tietoa.

6.3 Erot ryhmien sisäisissä muutoksissa (TK3)

Ryhmien eroja kyselyiden välisissä muutoksissa vertailtiin tutkimalla saman henkilön vastausten muutoksia. Vastauksia, joiden muutosta kaikkien kyselyjen välillä oli mahdollista tutkia, oli yhteensä 255 ($N_V = 131$, $N_S = 124$). Kyselyssä käytettiin viisiportaista Likert-asteikkoa, jossa positiivinen muutos kertoo opiskelijoiden olleen vahvemmin samaa mieltä kuin aiemmin ja vastaavasti negatiivinen muutos ilmaisee mielipiteiden eriävyyden kasvua. Ryhmien välisiä eroja tutkittiin Mann-Whitneyn U-testillä ja eroaville väittämille määritettiin efektikoko.

Tuloksista käy ilmi, että on vain muutama väittämä, joiden vastausten muutokset ryhmien välillä ovat tilastollisesti merkitsevästi tai melkein merkitsevästi eroavia. Kaikkien eroavien väittämien kohdalla efektikoko on pieni. Väittämät, joiden muutoksissa on eroa ryhmien välillä, on koottu Taulukkoon 6.5, jossa on ilmoitettuna myös ryhmien kyselyvastausten muutosten keskiarvo, laskettu p-arvo ja efektikoko. Muutosten keskiarvo tarjoaa moodia tai mediaania tarkempaa tietoa yleisestä trendistä ja muutoksissa erojen voidaan arvioida olevan suuruudeltaan kohtalaisen pieniä, jolloin moodi ei ole riittävän tarkka. Kyselyiden 2 ja 3 välillä eroavia muutoksia ei esiintynyt yhdenkään väittämän kohdalla.

Ensimmäisen ja toisen kyselyn vastauksissa esiintyi tilastollisesti merkitsevästi eroava muutos vain yhden väittämän kohdalla. Matematiikkaa osaamisen alueena mittaava väittämä 47 kuvaa kuitenkin hyvin opiskelijoiden näkemyksiä matematiikan

Taulukko 6.5 *Ryhmien välillä eroavat sisäiset muutokset väittämissä merkitsevyystasolla* $p < 0{,}05$*, ryhmien muutosten keskiarvot, laskettu p-arvo ja efektikoko.*

Verratut kyselyt	Väittämä	Keskiarvo V	Keskiarvo S	p	r
1 ja 2	47. Kurssin sisältö on täysin irrallaan oman alan opinnoistani.	0,40	-0,17	0,002	0,19
1 ja 3	34. Jos en saa ratkaistua matematiikan tehtävää nopeasti, niin luovutan.	0,25	0,04	0,048	0,12
	38. Jos en saa ratkaistua matematiikan tehtävää muutamassa minuutissa, niin luultavasti en saa ratkaistua sitä lainkaan.	0,55	0,17	0,005	0,17
	41. Matematiikan oppiminen perustuu pääosin hyvään muistiin.	0,27	-0,02	0,050	0,12
	45. Ainoa kiinnostuksen kohteeni tällä kurssilla on saada hyvä arvosana.	0,16	-0,16	0,048	0,12
	47. Kurssin sisältö on täysin irrallaan oman alan opinnoistani.	0,48	-0,10	0,015	0,15

sovellettavuudesta ja muutokset ovat tapahtuneet eri suuntiin. Vihreillä näkemys irrallisuudesta on vahvistunut, kun taas Sinisillä muutos on ollut matematiikan kannalta positiivinen, mistä voidaan päätellä intervention vähentäneen kurssisisällön irrallisuuden tunnetta oman alan opinnoista.

Ensimmäisen ja kolmannen kyselyn välillä eroja löytyi viiden väittämän kohdalla, joista väittämä 34 mittaa matematiikkaa sosiaalisena toimintana ja muut matematiikkaa osaamisen alueena. Poikkeuksellisesti myös väittämä 41 p-arvolla 0,05 on otettu mukaan taulukkoon, sillä se on aivan merkitsevyystason rajalla. Väittämissä 34 ja 38 muutokset ovat saman suuntaisia, mutta Sinisten muutokset ovat pienempiä keskiarvotarkastelussa, mikä viittaa Sinisten matemaattisen itseluottamuksen ja yritteliäisyyden säilyneen Vihreitä paremmin. Väittämien 41, 45 ja 47 tapauksessa muutokset tapahtuvat eri suuntiin, mistä voidaan päätellä interventiolla olevan vahvaa vaikutusta näkemyksiin. Sinisten käsitykset ovat muuttuneet eriävän mielipiteen suuntaan, mikä indikoi syventynyttä ymmärtämistä matematiikan oppimisen tavoista, kasvanutta kiinnostusta matematiikka kohtaan ja matematiikan ja substanssiosaamisen yhteyden ymmärtämistä. Vihreillä kaikissa näissä muutokset ovat matematiikan kannalta negatiiviseen suuntaan.

6.4 Vaikutus osaamiseen tentissä (TK4)

Harjoitustehtävissä substanssiosaamista sisältävät tehtävät sisälsivät teoreettisia enemmän sanallisia tehtävänantoja ja opiskelija joutui muodostamaan itse yhtälöitä, joita verrokkiryhmälle oli annettu valmiina. Tämä toi hieman lisää vaativuutta ja työtä tehtäviin, vaikka yhtälöt ja matemaattinen ratkaisu pyrittiin pitämään samoina kummallekin ryhmälle.

Tenttipistetarkastelun aineistona toimivat harjoituspaketin suorittaneet opiskelijat, joita oli yhteensä 243 ($N_V = 123$, $N_S = 120$). Tulosten perusteella ryhmien pistejakauman välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevää eroa (p=0,323), joten interventiolla ei ollut vaikutusta opiskelijoiden tenttisuoriutumiseen.

6.5 Pohdinta

Havaittujen erojen perusteella muutosta tapahtui kaikilla osa-alueilla ja erityisesti ryhmien sisäisten muutosten eroissa korostuivat faktoreiden 3 ja 4 väittämät. Voidaankin päätellä, että substanssiosaamisen integroinnilla oli vaikutusta opiskelijoiden näkemyksiin matematiikasta sosiaalisena toimintana ja osaamisen alueena. Faktorin 2 väittämät olivat vähiten edustettuina kaikissa vertailuissa, joten oletettavasti substanssiosaamisen integroinnilla ei ollut merkittävää vaikutusta opiskelijoiden uskomuksiin omasta kompetenssista tai sen merkittävyydestä. Faktorin 1 väittämiä oli määrällisesti vähiten yliopistomatematiikan opetustyylistä johtuen, mutta silti väittämiä nousi esille ryhmien välisessä vertailussa.

Mielenkiintoisina tuloksina nousi esille myös väittämiä, joissa ei esiintynyt tilastollisesti merkitsevää eroa ryhmien välillä. Kyselyssä 2 väittämien 9 “Odotan suoriutuvani hyvin tentissä.” (p = 0,938) ja 20 “Matematiikka on hyödyllinen ja tarpeellinen oppiaine.” (p = 0,994) tulosten perusteella ei voida päätellä interventiolla olleen vaikutusta opiskelijoiden uskomuksiin tenttisuoriutumisestaan tai matematiikan hyödyllisyyteen liittyvissä näkemyksissä. Kyselyssä 3 puolestaan väittämissä 4 “Mielestäni kurssilla opiskeltavat asiat ovat mielenkiintoisia.” (p = 0,936) ja 46 “Uskon kurssilla opiskeltavien asioiden olevan sovellettavissa oman alan opintoihini.” (p = 0,968) ei myöskään voida päätellä interventiolla olleen vaikutusta. Tämä on kiinnostavaa, sillä oletuksena oli intervention vaikuttavan erityisesti kurssisisällön mielenkiintoisuuden ja käytettävyyden näkemyksiin. Substanssiosaamisen integrointi ei siis tuonut tilastollisesti merkitsevää eroa näihin kohtiin. Matriisilaskenta on kuitenkin melko helposti sovellettavissa käytännön ongelmiin ja opiskelija voi ymmärtää näiden menetelmien hyödyllisyyden ilman varsinaisia oman alan soveltavia tehtäviä, mikä voi osaltaan selittää tulosta.

Kaikissa kolmessa kyselyssä esiintyi eroja ryhmien välillä opettajan rooliin ja toimintaan liittyviä uskomuksia mittaavissa väittämissä. Erot ovat mielenkiintoisia, sillä kaikilla opiskelijoilla oli koko opintojakson ajan sama luennoitsija ja yhteiset luennot. Voidaankin päätellä, että erot harjoitustehtävissä voivat vaikuttaa myös näkemyksiin luennoitsijasta ja tätä kautta ilmentää substanssiosaamisen integroinnin vaikutusta asenteeseen.

6.6 Johtopäätökset ja jatkotutkimusaiheet

Tutkimuksen tulokset osoittavat, että jo lyhytkestoisella substanssiosaamisen integroinnilla on vaikutusta opiskelijoiden asenteisiin ja motivaatioon matematiikkaa kohtaan, vaikkakin vaikutukset ovat hyvin pieniä. Tutkimus toteutettiin opintojaksolla, jossa osallistujat edustivat useaa eri opintosuuntaa, jolloin varsinaisten opiskelijoiden omaa alaa koskettavien tehtävien kehittäminen oli hyvin haastavaa. Tämän seurauksena kullekin opintosunnalle oli vain 1–2 oman alan soveltavaa tehtävää opintojakson aikana. Tämä osaltaan voi vaikuttaa tuloksiin, sillä homogeenisemmässä opiskelijapopulaatiossa tehtäviä voitaisiin kohdentaa tarkemmin ja tätä kautta sitoa matematiikka vahvemmin kunkin alan sovelluksiin.

Voidaan siis päätellä, että luomalla käytännön kontekstia matemaattisiin teorioihin ja kaavoihin voidaan vaikuttaa opiskelijoiden asenteisiin ja motivaatioon jo lyhyelläkin aikavälillä. Aihetta olisi syytä tutkia pidemmällä aikavälillä ja vahvemmalla substanssiosaamisen integroinnilla, jolloin yliopistomatematiikan opetusta voitaisiin kehittää tulosten mukaisesti. Tällä voisi olla myös vaikutusta opintojaksojen oppimistavoitteiden saavuttamiseen ja opiskelijoiden opintomenestykseen, jos opiskelijat olisivat syväsuuntautuneemmin motivoituneita [1] matematiikan opiskeluun. Näin he voisivat hyödyntää tehokkaammin matemaattisia menetelmiä myös alakohtaisilla kursseillaan. Lisäksi homogeenisempi opiskelijaryhmä olisi tutkimuskohteena mielenkiintoinen ja substanssiosaamisen integroinnin vaikutusten arviointia vahvistava tekijä.

Mielenkiintoinen jatkotutkimuskohde olisi opintojakso, jossa olisi edustettuna vain pari opintosuuntaa, jolloin interventiosta olisi mahdollista tehdä kohdistetumpi ja intensiivisempi. Suurempi aineisto ja pidempi tutkimusaika tarjoaisivat myös vahvempia tuloksia opetuksen kehittämiseen. Yksi jatkotutkimusmahdollisuus voisi olla kehittää jokaiselle opintosuunnalle kohdistettuja STACK-tehtäviä, jolloin interventiota voitaisiin suorittaa harjoitusryhmäjaoista riippumatta ja myös useamman opintojakson ajan.

7. TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS

Tutkimuksen tulosten kokonaisluotettavuuteen vaikuttavat tutkimuksen reliaabelius ja validius. Reliabiliteetti kuvaa tutkimuksen toistettavuutta eli tulosten riippumattomuutta tutkijasta ja validiteetti tutkimuksen oikeaa kohdistusta. Tällöin tarkastellaan, onko onnistuttu mittaamaan juuri sitä asiaa, mitä oli tarkoituskin ja onko teoria kyetty siirtämään tutkimuskyselyyn onnistuneesti. [41]

Tutkimuksen kohderyhmäksi valittiin opintojakson Insinöörimatematiikka 2 toteutuskerta, jolle oli ilmoittautunut yli neljäsataa (418) opiskelijaa. Näin oli mahdollista saada kohtuullisen suuri otanta ja tutkimusryhmiin jako suoritettiin mahdollisimman tasaisen opintosuuntajakauman saavuttamiseksi. Eettisistä ja harjoitusryhmien toteutuksellisista syistä opiskelijoita ei voitu määrätä tiettyyn ryhmään, mikä aiheutti pientä epätasapainoa opintosuuntien edustajien määrissä. Tutkimukseen osallistuminen oli vapaaehtoista, joten saatujen vastausten totuudenmukaisuutta voidaan pitää hyvänä. Vastaajamäärät kussakin kyselyssä olivat kohtuullisen suuria, mikä vähentää yksittäisten vastausten vaikutusta tuloksiin. Kyselyihin vastattiin sähköisesti, jolloin vastaukset olivat suoraan sähköisinä tilastollista analyysia varten, mikä poistaa inhimillisten virheiden vaikutuksen tuloksiin. Vastauksia ei muokattu ja vastaajien oikea ryhmä tarkistettiin harjoitusryhmätietojen perusteella. Harjoitusryhmätilastojen perusteella kaikki tutkimukseen osallistuneet opiskelijat noudattivat jakoa Vihreät/Siniset, joten tuloksia voidaan pitää luotettavina.

Tutkimuksessa käytetyn kyselyn pohjana käytettiin aiemmin luotua ja tarkennettua kyselyä [7], jolloin kyselyn validiteettia voidaan pitää hyvänä. Väittämät käännettiin suomeksi, jotta opiskelijoiden kielitaito ei vaikuttaisi tuloksiin ja käännökset pyrittiin tekemään alkuperäistä vastaaviksi sävyltään ja sisällöltään. Tutkimuksen kyselystä jätettiin pois osa alkuperäisistä kysymyksistä niiden yliopisto-opintoihin soveltumattomuuden seurauksena, mutta muilta osin kysely pyrittiin säilyttämään mahdollisimman alkuperäistä vastaavana. Tutkimuskyselyssä oli 50 viisiportaista Likert-väittämää, joissa oli lisäksi vaihtoehto “En osaa sanoa”. Näistä 49 väittämää oli käännettyjä väittämiä ja viimeiseksi lisättiin opiskelijan kyselyyn keskittymistä mittaava väittämä. Tutkimuksen aikana havaittiin väittämän 45 olevan monitulkintainen, minkä perusteella sen antamia tuloksia täytyy tulkita varauksella. Ensimmäiseen kyselyyn vastasi 322 opiskelijaa, toiseen 297 ja kolmanteen kyselyyn 263 opiskelijaa. Vaikka vastaajien määrä laski kyselyiden välillä, niin saatu aineisto oli riittävän suuri vertailtavuuden kannalta.

Harjoituspaketin suorittaneet opiskelijat olivat tehneet keskimäärin 82 % harjoitustehtävistä. Jos tarkastelussa ei huomioida harjoituspaketin hyväksyttyä suorittamista, niin Vihreillä tehtyjen tehtävien keskiarvo paikan päällä laskettavista tehtävistä harjoitusviikoilla 2–4 oli 89 % ja Sinisillä 88 %. Eriävien harjoitustehtävien osuudet olivat vastaavasti Vihreillä 84 % ja Sinisillä 80 %, joten erot tehtävien tekemisaktiivisuudessa ovat suhteellisen pieniä. Ryhmien osaamistasojen välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevää eroa (p=0,289) opintojen alussa tehdyn matematiikan lähtötasotestin tulosten perusteella, joten ryhmäjakoa voidaan siltä osin pitää onnistuneena. Opiskelijoiden omat arviot ja näkemykset voivat vaihdella suhteessa toisiinsa, joten absoluuttista kehystä sopivalle vastaukselle kyselyssä ei voitu tarjota. Omien arvioiden kriittisyyden merkitys lopullisiin tuloksiin on kuitenkin todennäköisesti suhteellisen pieni suuressa aineistossa.

Tutkimus suunniteltiin ja valmisteltiin huolellisesti ja aineiston analysoinnissa käytettiin vain aineiston kriteerit täyttäviä tilastollisia menetelmiä. Tulokset on raportoitu rehellisesti ja kokonaisvaltaisesti. Tutkimuksen luotettavuutta arvioitiin koko tutkimusprosessin ajan ja sen teossa on noudatettu hyvää tieteellistä käytäntöä [39]. Tutkimuksen tulokset ovat linjassa aiempien asenteeseen ja motivaatioon liittyvien tutkimusten kanssa, mutta havaitut muutokset ovat suhteellisen pieniä, mikä ilmenee havaittujen erojen efektikokojen pieninä tai suhteellisen pieninä arvoina. Tuloksia ei näin ollen voida pitää yleistettävinä, mutta kuitenkin suuntaa antavina. Näiden seikkojen perusteella tutkimuksen yleisluotettavuutta voidaan pitää hyvänä.

Tulosten luotettavuutta voitaisiin parantaa tarkentamalla väittämiä ja tutkimusryhmäjakoa opintosuuntien perusteella, jotta jakauma olisi mahdollisimman yhtenevä molemmissa ryhmissä. Lisäksi substanssiosaamista sisältäviä tehtäviä oli suhteellisen vähän, mikä heijastuu havaittuihin vaikutuksiin. Havaittujen vaikutusten luotettavuutta voitaisiin parantaa lisäämällä soveltavien tehtävien määrää ja kohdistamalla ne entistä paremmin eri opintosuuntien sovelluksiin.

8. YHTEENVETO

Tässä diplomityössä pyrittiin selvittämään substanssiosaamisen integroinnin vaikutusta opiskelijoiden asenteisiin ja motivaatioon yliopistomatematiikan peruskurssilla Tampereen teknillisessä yliopistossa. Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, poikkeavatko verrokki- ja interventioryhmän opiskelijoiden näkemykset asenteistaan ja motivaatiostaan matematiikkaa kohtaan, muuttuvatko nämä näkemykset opintojakson aikana ja poikkeavatko mahdolliset muutokset verrokki- ja interventioryhmän välillä toisistaan. Lisäksi haluttiin selvittää, poikkeaako opiskelijoiden osaaminen opintojakson ensimmäisessä tentissä näiden ryhmien välillä. Tutkimuksen tuloksia on tarkoitus käyttää matematiikan opetuksen kehittämiseen Tampereen teknillisessä yliopistossa.

Tutkimus toteutettiin lukuvuonna 2016–2017 opintojaksolla Insinöörimatematiikka 2 ja tutkimukseen osallistuminen oli vapaaehtoista. Tutkimusta varten opiskelijat oli jaettu verrokkiryhmään (Vihreät), jotka tekivät koko opintojakson ajan niin sanottuja perinteisiä tehtäviä aiempien vuosien mallien mukaan, ja interventioryhmään (Siniset), joilla oli 1–3 substanssiosaamista integroivaa eli alasoveltavaa harjoitustehtävää harjoitusviikoilla 2–4. Yhteensä harjoituksia oli opintojakson aikana kuudet. Ryhmäjako suoritettiin harjoitusryhmien opintosuuntakohdistusten perusteella, jolloin opintosuuntien edustus ja opiskelijoiden lukumäärä olisivat mahdollisimman tasaiset ryhmien välillä. Tutkimusaineiston keruu toteutettiin sähköisellä kyselyllä, johon vastattiin yhteensä kolme kertaa: opintojakson ensimmäisellä viikolla ennen interventiota, viidennellä viikolla heti intervention jälkeen sekä kahdeksannen ja yhdeksännen viikon aikana opintojakson päätyttyä. Lisäksi kerättiin opintojakson ensimmäiseen tenttiin osallistuneiden opiskelijoiden pistemäärät, vuoden alussa suoritetun lähtötasotestin pistemäärät sekä opintosuuntien tiedot.

Tulosten perusteella substanssiosaamisen integroinnilla matematiikkaan oli vaikutusta opiskelijoiden asenteisiin ja motivaatioon matematiikkaa kohtaan, vaikkakin erot ryhmien välillä olivat suhteellisen pieniä lyhyen tutkimuksen aikana. Eroilla viitataan tilastollisesti merkitsevästi tai melkein merkitsevästi ($p < 0{,}05$) eroaviin väittämiin. Ensimmäisessä kyselyssä esiintyi eroja kahden väittämän kohdalla, vaikka tässä vaiheessa interventiota ei oltu tehty. Erot selittyivät ryhmäjaon satunnaisuudella ja erityisesti ensimmäisen, uskomuksia opettajan roolista ja toiminnasta mittaavan väittämän tuloksia voidaan tarkastella varauksella, sillä kyseessä oli luentojen ensimmäinen viikko.

Toisen ja kolmannen kyselyn aikana eroavien väittämien määrä lisääntyi ja eroja esiintyi lopulta kaikkien kyselyn faktoreiden alueella, joita olivat uskomukset opettajan roolista ja toiminnasta (1), uskomukset omasta kompetenssista ja sen merkittävyydestä (2), matematiikka sosiaalisena toimintana (3) ja matematiikka osaamisen alueena (4). Kyselyssä 2 eroavia väittämiä oli yhteensä viisi, joista kaksi kuului faktoria 1 mittaaviin väittämiin, yksi faktoria 3 ja kaksi faktoria 4 mittaaviin väittämiin. Uskomuksia omasta kompetenssista ja sen merkittävyydestä mittaavista väittämistä yksikään ei nousset esille erojen tarkastelussa. Kyselyssä 3 puolestaan eroavia väittämiä oli yhteensä kahdeksan, joista yksi kuului faktoria 1 mittaaviin väittämiin, yksi faktoria 2 ja kolme sekä faktoria 3 että faktoria 4 mittaaviin väittämiin.

Ryhmien välillä esiintyvien erojen määrä kasvoi opintojakson aikana eli oletettavasti substanssiosaamisen integroinnilla oli vaikutusta kaikkien neljän faktorin alueella. Pelkät hetkelliset erot ryhmien välisissä vastauksissa eivät kuitenkaan tarjoa riittävää tietoa integroinnin vaikutuksista eroteltuna opintojakson aikana yleisesti tapahtuvista muutoksista. Tämän takia tutkimuksessa selvitettiin myös kyselyiden välisiä muutoksia ryhmien sisällä ja näiden muutosten eroja ryhmien välillä. Ryhmien sisäisten muutosten perusteella voidaan päätellä, että interventiolla oli vaikutusta opiskelijoiden näkemyksiin luennoitsijan panostamisesta mielenkiinnon ylläpitämiseksi ja matematiikan ymmärtämisen helpottamiseksi. Lisäksi tuloksista voidaan päätellä intervention vaikuttaneen kurssin sisältöön liittyvien mielipiteiden säilyvyyteen ja osittain yllättävänä tuloksena laskevasti matematiikan käytettävyyttä ja hyödyllisyyttä kuvaileviin näkemyksiin. Matematiikkaa sosiaalisena toimintana mittaavissa väittämissä esiintyi myös eroja ryhmien välillä, joten substanssiosaamisen integroinnilla voidaan päätellä olevan vaikutusta tähän.

Ryhmien sisäisten muutosten väliset erot kyselyiden 1 ja 2 välissä nostivat puolestaan esille, että interventio oli vähentänyt opintojakson sisällön irrallisuuden tunnetta. Kyselyiden 2 ja 3 välisissä muutoksissa ei esiintynyt lainkaan eroja ryhmien välillä. Pidempiaikaisemmissa muutoksissa kyselyiden 1 ja 3 välillä esiintyi viiden väittämän kohdalla, joista yksi on juuri tilastollisesti melkein merkittävän rajalla. Näistä väittämistä yksi kuuluu faktoria 3 mittaaviin väittämiin ja loput faktoria 4 mittaaviin väittämiin. Pitkäaikaiset muutokset ovat opetuksen kehittämisen näkökulmasta erityisen mielenkiintoisia ja voidaankin päätellä, että substanssiosaamisen integroinnilla on ollut vaikutusta opiskelijoiden näkemyksiin matematiikasta sosiaalisena toimintana ja osaamisen alueena. Tämä osoittaa, että integroinnilla ei ollut kestävää vaikutusta opettajaan tai luennoitsijaan kohdistuvissa tai omaan kompetenssiin ja sen merkittävyyteen liittyvissä uskomuksissa. Myöskään osaamistasoissa opintojakson ensimmäisen tentin pisteiden perusteella ei ollut eroja, joten alasoveltavat tehtävät eivät vaikuttaneet osaamistasoon tentissä. Jatkotutkimusten kannalta on positiivista, etteivät substanssiosaamista integroivat tehtävät ainakaan heikentäneet opiskelijoiden osaamistasoa.

Tulosten perusteella voidaan päätellä, että substanssiosaamista integroivilla tehtävillä voidaan vaikuttaa opiskelijoiden asenteisiin ja motivaatioon jo lyhyelläkin aikavälillä ja suhteellisen pienellä interventiolla. Tämä tarjoaa mielenkiintoisen mahdollisuuden kehittää matematiikan opetusta yliopistossa alakohtaisempaan suuntaan, jossa opiskelijoiden tulevat käyttökohteet huomioidaan matematiikan peruskursseilla. Tulokset noudattavat lähteistönä käytettyjen tutkimusten tuloksia ja erityisesti ammattikorkeakoulusta saadut tulokset [24] tukevat tämän tutkimuksen tuloksia.

Matematiikan osaamisen tason lasku asettaa uudenlaisia vaatimuksia matematiikan opetukselle kaikilla koulutasoilla ja laskusuunta tulisi saada pysäytettyä. Matematiikka on elintärkeä kieli tekniikan ja insinöörien maailmassa, jossa ongelmat voidaan kuvata ja ratkaista täsmällisesti matemaattisten menetelmien avulla. Opiskelijoiden motivointi ja positiivisen asenteen vahvistaminen matematiikkaa kohtaan on yksi tekijä, jonka avulla oppimistuloksia voitaisiin parantaa ja auttaa opiskelijoista ymmärtämään matematiikan merkityksen tulevalla urallaan. Aihetta ei ole aiemmin tutkittu laajasti yliopistotasolla, joten tämän tutkimuksen tulokset voivat antaa suuntaa tulevaisuuden tutkimuksille ja jään mielenkiinnolla odottamaan matematiikan opetuksen tulevaisuutta.

LÄHTEET

[1] C. Chin and D. E. Brown, Learning in science: A comparison of deep and surface approaches, Journal of research in science teaching, Vol. 37, No. 2, 2000, pp. 109–138.

[2] A. Croft and R. Davison, Mathematics for Engineers, 4th ed. Pearson Educated Limited, 2015, 1194 p.

[3] A. Croft and J. Ward, A modern and interactive approach to learning engineering mathematics, British Journal of Educational Technology, Vol. 32, No. 2, 2001, pp. 195–207.

[4] P. Di Martino and R. Zan, Attitude toward mathematics: some theoretical issues, in PME CONFERENCE, Vol. 2, 2001.

[5] P. Di Martino and R. Zan, 'Me and maths': towards a definition of attitude grounded on students' narratives, Journal of Mathematics Teacher Education, Vol. 13, No. 1, 2010, pp. 27–48.

[6] P. Di Martino and R. Zan, Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions, Zdm, Vol. 43, No. 4, 2011, pp. 471–482.

[7] J. Diego-Mantecón, P. Andrews, and P. Op't Eynde, Refining the mathematics-related beliefs questionnaire (MRBQ), WORKING GROUP 2. Affect and mathematical thinking 201, 2007, 229 p.

[8] E. R. Dougherty, Probability and statistics for the engineering, computing, and physical sciences. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1990, 800 p.

[9] C. H. Edwards and D. E. Penney, Calculus: early transcendentals: matrix version, 6th ed. Prentice Hall, 2002.

[10] C. O. Fritz, P. E. Morris, and J. J. Richler, Effect size estimates: current use, calculations, and interpretation. Journal of experimental psychology: General, Vol. 141, No. 1, 2012, pp. 2–18.

[11] G. A. Goldin, Affect, meta-affect, and mathematical belief structures, Mathematics education library, Vol. 31, 2002, pp. 59–72.

[12] M. S. Hannula, Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values, Educational studies in Mathematics, Vol. 49, No. 1, 2002, pp. 25–46.

[13] M. S. Hannula, Motivation in mathematics: Goals reflected in emotions, Educational studies in mathematics, Vol. 63, No. 2, 2006, pp. 165–178.

[14] M. S. Hannula, Regulating motivation in mathematics, Journal of Changde Teachers University-Natural Science Edition, Vol. March, 2016, pp. 96–105.

[15] M. S. Hannula, P. Di Martino, M. Pantziara, Q. Zhang, F. Morselli, E. Heyd-Metzuyanim, S. Lutovac, R. Kaasila, J. A. Middleton, A. Jansen, and J. A. Goldin, Attitudes, beliefs, motivation, and identity in mathematics education, in Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education, Springer, 2016, pp. 1–35.

[16] T. Heikkilä, Tilastollinen tutkimus, 5. painos, Helsinki: Edita Prima Oy, 2004, 327 s.

[17] H. Huttunen, M. Valkama, J. Talvitie and M. Laaksonen, Motivating the mathematics studies by real-life examples of signal processing and communications engineering, in Digital Signal Processing Workshop and IEEE Signal Processing Education Workshop (DSP/SPE), IEEE, 2011, pp. 210–215.

[18] IBM Corp, IBM SPSS Statistics 24, 2016.

[19] G. James, D. Burley, D. Clements, P. P. G. Dyke, J. Searl, and J. Wright, Modern engineering mathematics, 5th ed. Harlow, England: Pearson Education Limited, 2015, 1152 p.

[20] R. Johnson, J. Freund, and I. Miller, Miller and Freund's Probability and Statistics for Engineers, 8th ed. Pearson Prentice Hall, 2011, 544 p.

[21] J. Joutsenlahti, H. Sarikka, J. Kangas, ja P. Harjulehto, Matematiikan kirjallinen kielentäminen yliopiston matematiikan opetuksessa, teoksessa M. Hähkiöniemi, H. Leppäaho, P. Nieminen & J. Viiri (toim.) Proceedings of the 2012 annual conference of Finnish mathematics and science education research association, Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto, 2013, s. 59–70.

[22] T. Kaarakka ja H. Orelma, Matriisilaskentaa insinöörien tarpeisiin, Tampereen teknillinen yliopisto, 2016, opintomoniste.

[23] J. Kauhanen, Insinöörimatematiikka 1 & 3 (insinöörimatematiikka 1:n osuus), Tampereen teknillinen yliopisto, Matematiikan laitos, 2016, opintomoniste.

[24] M. Kortetmäki, T. Lahtinen, R. Manninen ja E. Sarkola, Luonnontieteiden ja matematiikan opetuksen kytkeytyminen muihin ammattiopintoihin: käsityksiä, käytänteitä, toimintatapoja, teoksessa: J. Keskitalo (toim.) Tehoa insinöörikoulutukseen INSSI-hankkeella, Hämeenlinna: Hämeen ammattikorkeakoulu, 2013, s. 25–47.

[25] P. Kupari, J. Välijärvi, L. Andersson, I. Arffman, K. Nissinen, E. Puhakka ja J. Vettenranta, PISA12 Ensituloksia, Opetus- ja kulttuuriministeriö, 2013. Saatavissa: `julkaisut.valtioneuvosto.fi/bitstream/handle/10024/75271/okm20.pdf`.

[26] KvantiMOTV, Hyvä tieteellinen käytäntö ja sen loukkaukset, verkkosivu. Saatavissa (päivitetty 2.9.2003): `http://www.fsd.uta.fi/menetelmaopetus/hypoteesi/testaus.html`.

[27] D. B. McLeod, Research on affect in mathematics education: A reconceptualization, Handbook of research on mathematics teaching and learning, 1992, pp. 575–596.

[28] J. Metsämuuronen, Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä : tutkijalaitos, 3. laitos, 2. korj. painos. Helsinki: International Methelp, 2006, 1324 s.

[29] P. Op't Eynde and E. De Corte, Students' mathematics-related belief systems: Design and analysis of a questionnaire. The Annual Meeting of the American Educational Research Association, 2003.

[30] P. Op't Eynde, E. De Corte, and L. Verschaffel, Epistemic dimensions of students' mathematics-related belief systems, International Journal of Educational Research, Vol. 45, No. 1, 2006, pp. 57–70.

[31] D. Poole, Linear algebra: A modern introduction, 2nd ed. Cengage Learning, 2006, 712 p.

[32] J. A. Rice, Mathematical Statistics and Data Analysis, 2nd ed. Duxbury Press, 1995, 602 p.

[33] R. M. Ryan and E. L. Deci, Intrinsic and extrinsic motivations: Classic definitions and new directions, Contemporary educational psychology, Vol. 25, No. 1, pp. 54–67, 2000.

[34] C. Sangwin, Who uses STACK? A report on the use of the STACK CAA system, University of Birmingham, 2010.

[35] K. Silius, M. Huikkola, and S. Pohjolainen, Asenteet vaikuttavat oppimiseen? auttaako tietotekniikka?, Tuovi 5 – Interaktiivinen tekniikka koulutuksessa 2007 -konferenssin tutkijatapaamisen artikkelit, 2007, s. 33–44.

[36] Opinto-opas 2016–2017, Tampereen teknillinen yliopisto, Saatavissa (viitattu 8.5.2017): `http://www.tut.fi/opinto-opas/2016-2017/`.

[37] M. J. Tobias, Matrices in engineering problems, Synthesis Lectures on Mathematics and Statistics, Vol. 4, No. 2, 2011, pp. 1–282.

[38] T. Tossavainen, P. Väisänen, J. K. Merikoski, T. Lukin, and H. Suomalainen, A survey on the permanence of finnish students' arithmetical skills and the role of motivation, Education Research International, Vol. 2015, 2015.

[39] Tutkimuseettinen neuvottelukunta (TENK), Hyvä tieteellinen käytäntö ja sen loukkaukset, Saatavissa: `http://www.tenk.fi/sites/tenk.fi/files/HTK_ohje_2012.pdf`.

[40] R. Valli, Johdatus tilastolliseen tutkimukseen, 2. painos. PS-kustannus, 2015, 169 s.

[41] H. Vilkka, Tutki ja mittaa – määrällisen tutkimuksen perusteet, Kustannusosakeyhtiö Tammi, Helsinki, 2007, 188 s.

[42] K. Wæge, Motivation for learning mathematics in terms of needs and goals, in Proceedings of CERME, Vol. 6, 2009, pp. 84–93.

[43] Y. M. Yusof and D. Tall, Changing Attitudes to University Mathematics Through Problem Solving, Educational Studies in Mathematics, Vol. 37, No. 1, 1998, pp. 67–82. DOI: `10.1023/A:1003456104875`

[44] C. Zaiontz, Real Statistics Using Excel, Mann-Whitney Test for Independent Samples, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 16.5.2017): `http://www.real-statistics.com/non-parametric-tests/mann-whitney-test/`.

[45] C. Zaiontz, Real Statistics Using Excel, Wilcoxon Rank Sum Test – Advanced, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 17.5.2017): `http://www.real-statistics.com/non-parametric-tests/wilcoxon-rank-sum-test/`.

LIITE A. ALKUPERÄINEN MATHEMATICS-RELATED BELIEFS QUESTIONNAIRE (MRBQ)

Alkuperäinen MRBQ-kysely jaoteltuna faktoreittain [29]. Suluissa esitetty alkuperäisen tutkimuksen Cronbachin alfat.

1. **Beliefs about the role and the functioning of their own teacher (α= .92)**

    52. Our teacher is friendly to us (.884)
    48. Our teacher listens carefully when we ask or say something (.849)
    47. Our teacher understands the problems and difficulties we experience (.826)
    57. Our teacher does not really care how we feel in class. She/he is totally absorbed with the content of this mathematics course (- .811)
    43. Our teacher cares how we feel in the mathematics lessons (.806)
    51. Our teacher appreciates it when we have tried hard, even if our results are not so good. (.742)
    46. Our teacher really wants us to enjoy learning new things (.730)
    55. Our teacher wants us to understand the content of this mathematics course, not just memorize it. (.674)
    53. Our teacher tries to make the mathematics lessons interesting (.654)
    50. Our teacher gives us time to really explore new problems and to try out possible solution strategies (.652)
    42. Our teacher thinks mistakes are okay as long as we are learning (.643)
    54. Our teacher thinks she/he knows everything best (- .616)
    45. Our teacher first shows step by step how we have to solve a specific mathematical problem, before he gives us similar exercises. (.585)
    44. Our teacher explains why mathematics is important (.519)
    56. We are not allowed to ask fellow students for help during classwork. (- .506)
    49. We do a lot of group work in this mathematics class (.405)

2. **Beliefs about the significance of and competence in mathematics (α= .89)**

    34. I can understand even the most difficult material presented in a mathematics course(.858)
    27. I like doing mathematics (.850)
    24. I believe that I will receive this year an excellent grade for mathematics (.844)
    40. I'm very interested in mathematics. (.830)
    41. Taking into account the level of difficulty of our mathematics course, the teacher,and my knowledge and skills, I'm confident that I will get a good grade formathematics. (.798)
    31. I can understand the course material in mathematics (.682)
    29. I expect to get good grades on assignments and tests of mathematics (.673)
    37. If I try hard enough, then I will understand the course material of the mathematicsclass. (.540)
    32. To me mathematics is an important subject (.538)
    33. I prefer mathematics tasks for which I have to exert myself in order to find thesolution (.527)
    6. Mathematics learning is mainly memorizing (-.516)
    7. It is a waste of time when the teacher makes us think on our own about how to solvea new mathematical problem (.-438)
    4. Group work facilitates the learning of mathematics (.-414)

3. **Mathematics as a social activity (α= .65)**

    23. I think I will be able to use what I learn in mathematics also in other courses (.568)
    11. Mathematics enables men to better understand the world he lives in (.545)
    13. Solving a mathematics problem is demanding and requires thinking, also from smartstudents (.492)
    18. Mathematics is used by a lot of people in their daily life. (.478)
    16. Mathematics is continuously evolving. New things are still discovered. (.463)

10. There are several ways to find the correct solution of a mathematics problem (.448)
8. Anyone can learn mathematics (.431)
38. When I have the opportunity, I choose mathematical assignments that I can learnfrom even if I'm not at all sure of getting a good grade. (.409)
3. Making mistakes is part of learning mathematics (.402)

4. **Mathematics as a domain of excellence (α= .69)**

25. By doing the best I can in mathematics I want to show the teacher that I'm better than most of the other students. (.664)
30. I want to do well in mathematics to show the teacher and my fellow students how good I am in it. (.633)
35. My major concern when learning mathematics is to get a good grade (.603)
17. There is only one way to find the correct solution of a mathematics problem (.544)
19. Those who are good in mathematics can solve any problem ina few minutes (.540)
20. I'm only satisfied when I get a good grade in mathematics (.521)

LIITE B. MATHEMATICS-RELATED BELIEFS QUESTIONNAIRE -MALLI (MRBQ)

Tutkimuksessa käytetty kysely on muokattu ja käännetty suomeksi alla esitetystä kyselystä. [7] Väittämät on jaoteltu faktoreittain.

1.
1. My teacher really wants us to enjoy learning new things.
2. My teacher understands our problems and difficulties with mathematics.
3. My teacher tries to make the mathematics lessons interesting.
4. My teacher appreciates it when we try hard, even if our results are not so good.
5. My teacher always shows us, step by step, how to solve a mathematical problem, before giving us exercises.
6. My teacher listens carefully to what we say.
7. My teacher is friendly to us.
8. My teacher always gives us time to really explore new problems and try out different solution strategies.
9. My teacher wants us to understand the content of this mathematics course.
10. My teacher explains why mathematics is important.
11. We do a lot of group work in this mathematics class.
12. My teacher thinks mistakes are okay as long as we are learning from them.
13. My teacher is too absorbed in the mathematics to notice us.
14. My teacher does not really care how we feel in class.

2.
1. I think that what I am learning in this class is interesting.
2. I like what I am learning in this class.
3. I'm very interested in mathematics.
4. I like doing mathematics.
5. I prefer class work that is challenging so I can learn new things.
6. I expect to do well on the mathematics tests and assessments we do.
7. I prefer mathematics when I have to work hard to find a solution.

8. I find I can do hard mathematics problems with patience.
9. I am certain I can learn how to solve the most difficult mathematics problem.
10. I don't have to try too hard to understand mathematics.
11. Compared with others in the class, I think I'm good at mathematics.
12. I think I will do well in mathematics this year.
13. I understand everything we have done in mathematics this year.
14. I can usually do mathematics problems that take a long time to complete.
15. I can understand even the most difficult topics taught me in mathematics.
16. By doing the best I can in mathematics I try to show my teacher that I'm better than other students.
17. I try hard in mathematics to show the teacher and my fellow students how good I am.

3.

1. Mathematics has no relevance to my life.
2. Studying mathematics is a waste of time.
3. Mathematics is a worthwhile and necessary subject.
4. I study mathematics because I know how useful it is.
5. Knowing mathematics will help me earn a living.
6. I think mathematics is an important subject.
7. I think that what I am learning in this class is useful for me to know.
8. Mathematics enables us to better understand the world we live in.
9. Everyone can learn mathematics.
10. Mathematics is used all the time in people's daily life.
11. If I try hard enough I understand the mathematics we are taught.
12. I can use what I learn in mathematics in other subjects.
13. Discussing different solutions to a mathematics problem is a good way of learning mathematics.
14. I think it is important to learn different strategies for solving the same problem.
15. Time used to understand why a solution works is time well spent.
16. Routine exercises are very important in the learning of mathematics.

4.

1. If I can not solve a mathematics problem quickly, I quit trying.
2. Only very intelligent students can understand mathematics.

3. Only the mathematics to be tested is worth learning.
4. Ordinary students cannot understand mathematics, but only memorise the rules they learn.
5. If I can not do a mathematics problem in a few minutes, I probably can not do it at all.
6. It's a waste of time when our teacher makes us think on our own.
7. My teacher wants us just to memorise the content of this mathematics course.
8. Mathematics learning is mainly about having a good memory.
9. There is only one way to find the correct solution to a mathematics problem.
10. Everybody has to think hard to solve a mathematics problem.
11. My teacher thinks she/he knows everything best.
12. Getting the right answer in mathematics is more important than understanding why the answer works.
13. My only interest in mathematics is getting a good grade.

LIITE C. EROAVAT HARJOITUSTEHTÄVÄT

1V. Kappaleet A ja B liikkuvat avaruudessa $\mathbb{R}^3$ suoraa rataa pitkin tasaisella nopeudella. Hetkellä $t = 0$ kappaleet ovat pisteissä (1,2,3) (A) ja (3,4,0) (B) ja hetkellä $t = 1$ pisteissä (3,2,4) (A) ja (5,3,3) (B). Onko olemassa hetki, jolloin kappaleet ovat samaan aikaan samassa pisteessä? Entä leikkaavatko radat toisensa, eli voivatko kappaleet olla eri aikaan samassa pisteessä? Määritä vielä mahdolliset leikkauspisteet.

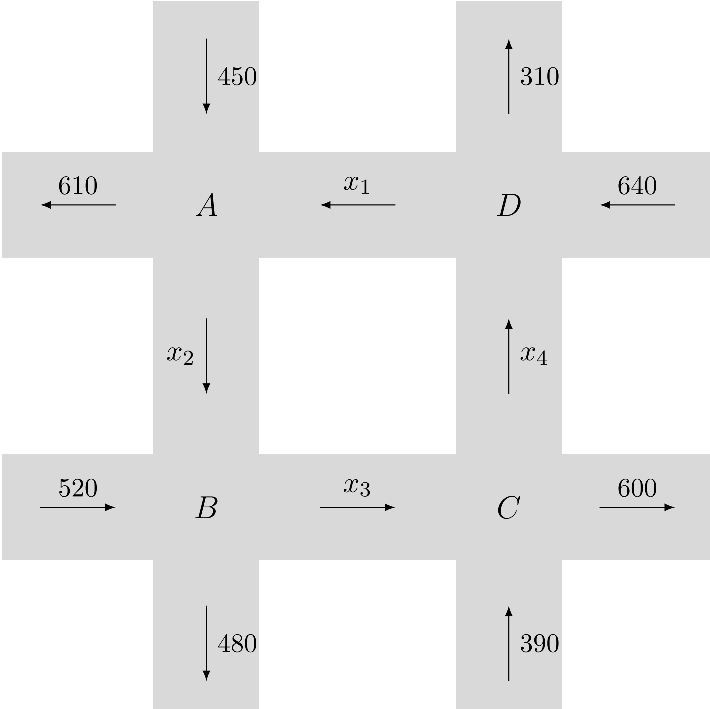
1S. Kaksi drinkkirobottia halutaan työskentelemään samassa tilassa ja samoilla pulloilla. Robotit liikuttavat testivaiheessa pulloja vakionopeudella ja vain suoria linjoja pitkin tilassa. Hetkellä $t = 0$ robotin A pullo on pisteessä (1,2,3) ja robotin B pisteessä (3,4,0). Hetkellä $t = 1$ pullot ovat pisteissä (3,2,4) (A) ja (5,3,3) (B). Onko olemassa hetki, jolloin pullot ovat samassa pisteessä näillä säädöillä? Entä leikkaavatko radat toisensa, eli voiko robotin pullo osua toisen robotin varteen? Jos voi, niin missä pisteissä?

2V.

$$\begin{cases} x_1 + 450 & = & x_2 + 610 \\ x_2 + 520 & = & x_3 + 480 \\ x_3 + 390 & = & x_4 + 600 \\ x_4 + 640 & = & x_1 + 310 \end{cases}$$

a) Määritä tuntemattomien x_1,x_2,x_3 ja x_4 keskinäinen suuruusjärjestys.
b) Ilmaise yhtälöt rref-muotoisena matriisina.
c) Ratkaise yhtälöryhmä ja ilmoita vastaus vektorimuodossa.

2S. Kaupungissa neljä yksisuuntaista katua risteää kuvan mukaisesti. Keskimääräinen liikenteen määrä tunnissa tällä alueella ruuhka-aikana on merkitty kuvaan nuolien yhteyteen.



a) Määritä yhtälöt jokaisen risteyksen A,B,C ja D liikenteen määrille ja määritä tuntemattomien liikennemäärien suuruusjärjestys.

b) Ilmaise yhtälöt rref-muotoisena matriisina.

c) Mitkä ovat liikenteen määrät, kun tiedetään, että liikenteen määrä risteyksien C ja D välillä on 200 ajoneuvoa?

3V. Ratkaise yhtälöryhmä Matlabilla käänteismatriisin ja matriisiyhtälön $Ax = b$ avulla.

$$\begin{cases} x + y + z &= 1000 \\ 0{,}25x + 0{,}10y + 0{,}15z &= 140 \\ 0{,}40x + 0{,}54y + 0{,}65z &= 510 \end{cases}$$

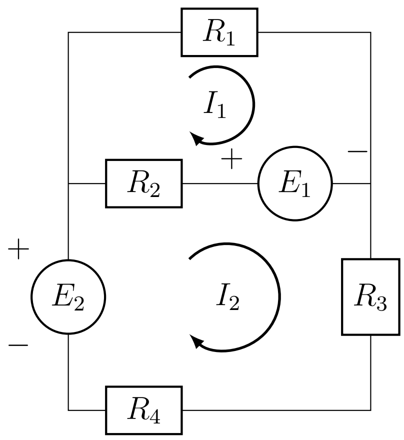
3S. On olemassa kolme betonin lujuusluokkaa K20 C16/20, K15 C12/15 ja K10 C8/10, joissa sementin ja kiviaineksen seossuhteet vaihtelevat. Sinulla on varastossa kolme omaa sekoitusta, joiden seossuhteet ovat:

	Sementti	Karkea kiviaines	Hieno kiviaines
I	25 %	40 %	35 %
II	10 %	54 %	36 %
III	15 %	65 %	20 %

Kuinka paljon näitä seoksia on sekoitettava yhteen, jotta saadaan 1000 kg (valu $\approx 0{,}5m^3$) K20 C16/20 seosta, jonka kuivasekoitus sisältää 14 % sementtiä, 51 % karkeaa kiviainesta ja 35 % hienoa kiviainesta?
Ratkaise Matlabilla käänteismatriisin ja matriisiyhtälön $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ avulla.

4V. Kun kolminumeroinen luku jaettiin kahden ensimmäisen numeronsa summalla, saatiin 49 ja jakojäännös oli 11. Kun sama luku jaettiin ensimmäisen ja kolmannen numeronsa summalla, niin saatiin 66 ja jakojäännös 3. Lopuksi luku jaettiin kaikkien numeroidensa summalla ja saatiin 37 ja jakojäännös 18. Mikä kolminumeroinen luku oli kyseessä?

4S. Kuvan mukaisesta virtapiiristä tiedetään lähdejännitteiden ja vastuksien arvot.



$$\begin{cases} E_1 = 5{,}0 \text{ V} \\ E_2 = 12{,}0 \text{ V} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 = 2{,}0\ \Omega \\ R_2 = 6{,}0\ \Omega \\ R_3 = 4{,}0\ \Omega \\ R_4 = 3{,}0\ \Omega \end{cases}$$

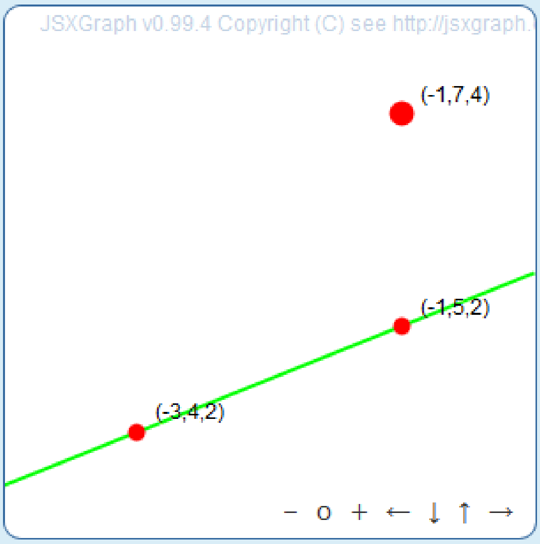
Määritä silmukoiden sähkövirtojen I_1 ja I_2 arvot käänteismatriisin avulla. Voit hyödyntää Matlabia ja Ohmin lakia $E = RI$. Esimerkiksi silmukalle 1 voidaan kirjoittaa Kirchhoffin ja Ohmin lakien mukaan yhtälö

$$E_1 = (I_1 - I_2)R_2 + I_1R_1.$$

Alla esimerkki yhdestä STACK-tehtävästä eri ryhmillä. STACK-tehtävissä pisteiden koordinaatit ovat satunnaistettuja, jolloin tehtävän arvot vaihtelevat suorituskohtaisesti.

5V. Suoran kaksi pistettä ovat $(-3, 4, 2)$ ja $(-1,5,2)$. Mikä on pisteen $(-1,7,4)$ etäisyys tästä suorasta? Huomaa, että avaruuden $\mathbb{R}^3$ suoralla ei ole normaalimuotoa. Tidy question | Suorita testitapaukset...

Syntaksivihjeitä: Jakolaskun saat /-merkin avulla ja neliöjuuren sqrt()-funktiolla. Esim. $\dfrac{a}{\sqrt{b}}$ kirjoitetaan a/(sqrt(b)).



Vastaus:

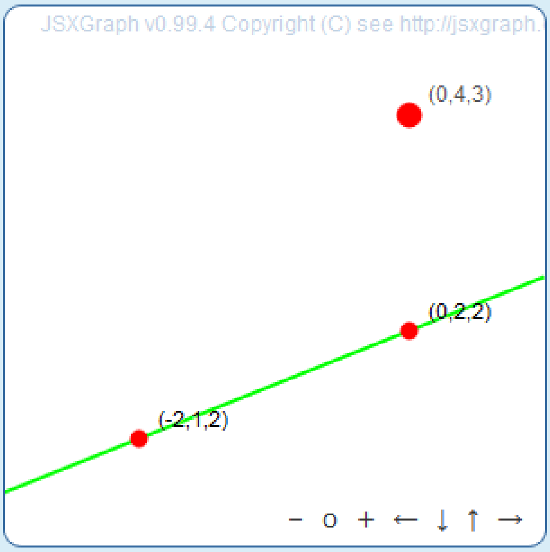
5S. Avaruussukkula kulkee suoraa rataa, jonka kaksi pistettä Tidy question | Suorita testitapaukset... ovat $(-2, 1, 2)$ ja $(0,2,2)$ avaruudellisessa tarkastelussa. Vieraan tukiaseman sijainti samassa tarkastelukoordinaatistossa on $(0,4,3)$. Sukkulan miehistö voi kommunikoida tukiaseman kanssa, jos etäisyys on alle 4.0 tarkastelun pituusyksikköä.

Mikä on sukkulan ja tukiaseman välinen lyhin etäisyys?

Eli saako sukkula yhteyden tukiasemaan..?

Huomaa, että avaruuden $\mathbb{R}^3$ suoralla ei ole normaalimuotoa.

Syntaksivihjeitä: Jakolaskun saat /-merkin avulla ja neliöjuuren sqrt()-funktiolla. Esim. $\frac{a}{\sqrt{b}}$ kirjoitetaan a/(sqrt(b)).



LIITE D. KYSELYVASTAUSTEN PROSENTUAALISET JAKAUMAT

1 = Täysin eri mieltä, 2 = Osittain eri mieltä, 3 = En samaa enkä eri mieltä, 4 = Osittain samaa mieltä, 5 = Täysin samaa mieltä, EOS = En osaa sanoa ($N_{V1} = 160$, $N_{S1} = 162$, $N_{V2} = 154$, $N_{S2} = 143$, $N_{V3} = 134$, $N_{S3} = 129$)

	Väittämä	Ryhmä	1	2	3	4	5	EOS
Kysely 1	1	V	0,0	6,9	30,6	38,8	20,0	3,8
		S	1,2	12,3	30,2	45,1	5,6	5,6
	26	V	0,6	6,9	15,0	38,8	36,3	2,5
		S	3,1	12,3	21,0	31,5	30,9	1,2
Kysely 2	2	V	0,6	1,3	12,3	42,2	38,3	5,2
		S	1,4	4,9	15,4	46,2	28,7	3,5
	3	V	1,3	18,2	35,7	24,7	9,7	10,4
		S	4,2	22,4	36,4	25,9	6,3	4,9
	25	V	1,3	12,3	20,1	40,9	21,4	3,9
		S	0,0	13,3	30,8	42,0	12,6	1,4
	41	V	9,7	39,0	27,9	20,8	1,3	1,3
		S	14,0	43,4	28,7	11,9	0,7	1,4
	47	V	23,4	35,7	20,8	6,5	1,9	11,7
		S	25,9	47,6	14,7	7,0	0,0	4,9
Kysely 3	2	V	0,7	3,7	6,7	41,0	43,3	4,5
		S	0,8	1,6	14,0	50,4	28,7	4,7
	8	V	2,2	20,1	31,3	33,6	7,5	5,2
		S	3,9	21,7	44,2	24,0	5,4	0,8
	27	V	0,0	7,5	11,9	33,6	44,8	2,2
		S	0,8	10,9	14,0	44,2	30,2	0,0
	34	V	10,4	38,8	34,3	12,7	0,7	3,0
		S	15,5	47,3	24,0	10,1	1,6	1,6
	37	V	33,6	37,3	15,7	5,2	0,7	7,5
		S	41,9	39,5	13,2	4,7	0,0	0,8
	38	V	25,4	36,6	23,1	10,4	0,7	3,7
		S	31,0	51,2	8,5	8,5	0,8	0,0
	41	V	9,7	32,1	31,3	19,4	3,7	3,7
		S	17,8	36,4	35,7	7,8	0,8	1,6
	45	V	9,7	33,6	35,1	15,7	2,2	3,7
		S	13,2	41,9	31,0	10,9	3,1	0,0

LIITE E. TUTKIMUKSESSA KÄYTETTY KYSELY

1. Luennoitsija yrittää tehdä matematiikan opiskelusta mielenkiintoista.
2. Luennoitsija haluaa meidän ymmärtävän kurssilla käsitellyt asiat.
3. Luennoitsija selittää meille, miksi matematiikka on tärkeää.
4. Mielestäni kurssilla opiskeltavat asiat ovat mielenkiintoisia.
5. Pidän kurssilla opiskeltavista asioista.
6. Olen erittäin kiinnostunut matematiikasta.
7. Pidän matematiikan parissa työskentelystä.
8. Pidän erityisesti haastavista tehtävistä, koska silloin opin uusia asioita.
9. Odotan suoriutuvani hyvin tentissä.
10. Pidän matematiikasta erityisesti silloin, kun joudun tekemään paljon töitä ratkaisun löytämiseksi.
11. Pystyn ratkaisemaan vaikeatkin tehtävät kärsivällisyyden avulla.
12. Olen varma, että minun on mahdollista oppia ratkaisemaan kurssin vaikeimmatkin matematiikan tehtävät.
13. Ymmärrän kurssin matematiikan ilman suurta ponnistelua.
14. Uskon pärjääväni hyvin matematiikassa tänä vuonna.
15. Olen ymmärtänyt tähän mennessä kaikki kurssilla käsitellyt asiat.
16. Pystyn yleensä ratkaisemaan matematiikan tehtävät, joihin kuluu paljon aikaa.
17. Pystyn ymmärtämään myös kurssin vaikeimmat aiheet.
18. Matematiikka ei ole olennaista elämässäni.
19. Matematiikan opiskelu on ajanhaaskausta.
20. Matematiikka on hyödyllinen ja tarpeellinen oppiaine.
21. Opiskelen matematiikkaa, koska tiedän sen olevan hyödyllistä.
22. Matematiikan osaaminen auttaa minua työllistymään.
23. Pidän matematiikkaa tärkeänä oppiaineena.
24. Pidän kurssilla opiskeltavia asioita minulle hyödyllisinä tietää.

25. Matematiikka auttaa meitä ymmärtämään paremmin ympäröivää maailmaa.
26. Kaikki voivat oppia matematiikkaa.
27. Matematiikkaa käytetään koko ajan ihmisten jokapäiväisessä elämässä.
28. Ymmärrän kurssilla opetetut asiat, jos vain yritän tarpeeksi.
29. Voin hyödyntää kurssilla opiskeltuja asioita muissa opinnoissani.
30. Eri ratkaisutavoista keskusteleminen on hyvä tapa oppia matematiikkaa.
31. Mielestäni on tärkeää oppia erilaisia ratkaisutapoja samaan tehtävään.
32. Ratkaisun pätevyyden ymmärtämiseen käytetty aika on hyvin käytettyä.
33. Rutiinitehtävät ovat todella tärkeä osa matematiikan oppimista.
34. Uskon kurssilla opiskeltavien asioiden olevan sovellettavissa oman alan opintoihini.
35. Kurssin sisältö on täysin irrallaan oman alan opinnoistani.
36. Matematiikan kursseista ei ole apua käytännön ongelmanratkaisuun.
37. Matematiikan teoriaan on helppo keksiä käytännön sovelluskohteita.
38. Jos en saa ratkaistua matematiikan tehtävää nopeasti, niin luovutan.
39. Vain todella älykkäät opiskelijat voivat ymmärtää matematiikkaa.
40. Vain tentissä kysyttävät aihepiirit kannattaa opetella.
41. Tavalliset opiskelijat eivät voi ymmärtää matematiikkaa, vaan he voivat vain opetella säännöt ulkoa.
42. Jos en saa ratkaistua matematiikan tehtävää muutamassa minuutissa, niin luultavasti en saa ratkaistua sitä lainkaan.
43. On vain ajan tuhlausta, jos meidät pakotetaan miettimään itsenäisesti.
44. Luennoitsija haluaa meidän vain opettelevan kurssisisällön ulkoa.
45. Matematiikan oppiminen perustuu pääosin hyvään muistiin.
46. On vain yksi tapa löytää oikea ratkaisu matematiikan tehtävään.
47. Kaikkien opiskelijoiden tulee pohtia ankarasti ratkaistakseen matematiikan tehtävän.
48. Oikean vastauksen saaminen on tärkeämpää kuin ratkaisun ymmärtäminen.
49. Ainoa kiinnostuksen kohteeni tällä kurssilla on saada hyvä arvosana.
50. Jaksoin vastata kysymyksiin ajatuksella.

LIITE F. RYHMIEN TILASTOLLISESTI MERKITSEVÄT EROT KYSELYIDEN VÄLILLÄ

Kyselyjen väliset, ryhmän sisällä keskenään tilastollisesti merkitsevästi tai melkein merkitsevästi eroavat väittämät ($p < 0{,}05$), on merkitty yläindeksipareilla * ja ' ($N_V = 131$, $N_S = 124$). Ryhmien väliset, tilastollisesti merkitsevät kyselykohtaiset erot on merkitty alaindeksipareilla a,b ja c. ($N_{V1} = 160$, $N_{S1} = 162$, $N_{V2} = 154$, $N_{S2} = 143$, $N_{V3} = 134$, $N_{S3} = 129$)

		Keskiarvo		
Väittämä	Ryhmä	Kys1	Kys2	Kys3
1. Luennoitsija yrittää tehdä matematiikan opiskelusta mielenkiintoista.	V	$3{,}75_a$	3,78	3,87
	S	$3{,}44_a^{*'}$	3,64*	3,77'
2. Luennoitsija haluaa meidän ymmärtävän kurssilla käsitellyt asiat.	V	4,31	$4{,}23_b$	$4{,}28_c$
	S	4,22*	$3{,}99_b^*$	$4{,}10_c$
3. Luennoitsija selittää meille, miksi matematiikka on tärkeää.	V	3,19	$3{,}26_b$	3,35
	S	2,90*	$3{,}08_b$	3,31*
4. Mielestäni kurssilla opiskeltavat asiat ovat mielenkiintoisia.	V	3,36*	3,15*'	3,33'
	S	3,32	3,31	3,36
5. Pidän kurssilla opiskeltavista asioista.	V	3,30*	3,05*	3,13
	S	3,21	3,15	3,30
8. Pidän erityisesti haastavista tehtävistä, koska silloin opin uusia asioita.	V	3,30	3,22	$3{,}25_c$
	S	3,22	3,05	$3{,}05_c$
9. Odotan suoriutuvani hyvin tentissä.	V	3,41*	3,11*	3,21
	S	3,32*	3,09*	3,24
12. Olen varma, että minun on mahdollista oppia ratkaisemaan kurssin vaikeimmatkin matematiikan tehtävät.	V	3,82*	3,62*	3,78
	S	3,73	3,60	3,70
13. Ymmärrän kurssin matematiikan ilman suurta ponnistelua.	V	3,10*	2,83*	2,98
	S	2,95*	2,73*	2,91
14. Uskon pärjääväni hyvin matematiikassa tänä vuonna.	V	3,39	3,16	3,29
	S	3,35*	3,10*	3,30
15. Olen ymmärtänyt tähän mennessä kaikki kurssilla käsitellyt asiat.	V	3,78*	2,71*	2,91*
	S	3,76*	2,57*	2,84*
16. Pystyn yleensä ratkaisemaan matematiikan tehtävät, joihin kuluu paljon aikaa.	V	3,39	3,30	3,28
	S	3,44*	3,18*	3,27

17. Pystyn ymmärtämään myös kurssin vaikeimmat aiheet.	V	3,41$^{*'}$	3,06*	3,22’
	S	3,26*	2,97$^{*'}$	3,24’
25. Matematiikka auttaa meitä ymmärtämään paremmin ympäröivää maailmaa.	V	3,75	3,72$_b$	3,76
	S	3,58	3,55$_b$	3,73
26. Kaikki voivat oppia matematiikkaa.	V	4,06$_a$	3,95	4,00
	S	3,76$_a$	3,86	3,87
27. Matematiikkaa käytetään koko ajan ihmisten arkipäivässä.	V	4,26	4,18	4,18$_c$
	S	4,11*	4,07	3,92$^{*}_c$
28. Ymmärrän kurssilla opetetut asiat, jos vain yritän tarpeeksi.	V	4,35$^{*'}$	4,03*	4,13’
	S	4,24$^{*'}$	3,96*	3,95’
29. Voin hyödyntää kurssilla opiskeltuja asioita muissa opinnoissani.	V	4,07	3,92	3,77
	S	4,17$^{*'}$	3,90*	3,79’
34. Jos en saa ratkaistua matematiikan tehtävää nopeasti, niin luovutan.	V	2,33*	2,50	2,53$^{*}_c$
	S	2,33	2,43	2,34$_c$
37. Tavalliset opiskelijat eivät voi ymmärtää matematiikkaa, vaan he voivat vain opetella säännöt ulkoa.	V	1,82*	1,98	1,94$^{*}_c$
	S	1,86	1,84	1,80$_c$
38. Jos en saa ratkaistua matematiikan tehtävää muutamassa minuutissa, niin luultavasti en saa ratkaistua sitä lainkaan.	V	1,81$^{*'}$	2,01*	2,22$_c$’
	S	1,81	1,89	1,97$_c$
39. On vain ajan tuhlausta, jos meidät pakotetaan miettimään itsenäisesti.	V	1,63	1,76	1,68
	S	1,58*	1,76*	1,83
40. Meidän halutaan vain opettelevan kurssisisällön ulkoa.	V	1,86*	1,98	2,07*
	S	1,92	1,97	2,10
41. Matematiikan oppiminen perustuu pääosin hyvään muistiin.	V	2,64	2,64$_b$	2,74$_c$
	S	2,45	2,41$_b$	2,36$_c$
44. Oikean vastauksen saaminen on tärkeämpää kuin ratkaisun ymmärtäminen.	V	1,70*	1,87*	1,94*
	S	1,84	1,93	2,00
45. Ainoa kiinnostuksen kohteeni tällä kurssilla on saada hyvä arvosana.	V	2,57	2,61	2,66$_c$
	S	2,54	2,61	2,49$_c$
46. Uskon kurssilla opiskeltavien asioiden olevan sovellettavissa oman alan opintoihini.	V	3,70	3,50	3,50
	S	3,86*	3,61*	3,71
47. Kurssin sisältö on täysin irrallaan oman alan opinnoistani.	V	1,93$^{*'}$	2,18$^{*}_b$	2,24’
	S	1,97	2,03$_b$	2,11
48. Oikean vastauksen saaminen on tärkeämpää kuin ratkaisun ymmärtäminen.	V	1,74*	1,82	1,88*
	S	1,74	1,81	1,93