TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

MATIAS MUSTONEN

JOUSTAVAN PUOMIMEKANISMIN TESTILAITTEISTON SUUNNITTELU

Diplomityö

Tarkastaja: professori Jouni Mattila
Tarkastaja ja aihe hyväksytty
Teknisten tieteiden tiedekuntaneuvoston kokouksessa 4. helmikuuta 2015

TIIVISTELMÄ

MATIAS MUSTONEN: Joustavan puomimekanismin testilaitteiston suunnittelu
Tampereen teknillinen yliopisto
Diplomityö, 46 sivua, 33 liitesivua
Lokakuu 2015
Konetekniikan diplomi-insinöörin tutkinto-ohjelma
Pääaine: Hydrauliikka ja automatiikka, hydraulitekniikka
Tarkastaja: professori Jouni Mattila

Avainsanat: puomi, puomirakenne, mekaaninen jousto, hydraulinen jousto, testilaitteisto

Energiansäästö eri teknologian osa-alueilla on tällä hetkellä yksi tiedemaailman haasteista. Erilaisia työkoneita, jotka ovat varustettuja puomeilla, on maailmassa miljoonia. Puomeilla tehdään pääosin työtä, jossa tavaraa tai materiaalia siirretään. Helpoin keino säästää energiaa on vähentää puomin omaa painoa, sillä se ei itsessään tee hyödyllistä työtä. Tämä onkin nykyään mahdollista lujien terästen kehittymisen ansoista. Teräksen kimmokerroin on lähes sama riippumatta teräslaadusta, joten lujia teräksiä käyttämällä puomeista tulee joustavia ja jouston kompensointi voi olla joissakin sovelluksissa tarpeen.

Tämän työn tavoitteena on suunnitella testikäyttöön soveltuva kolmiosanen puomirakenne, jolla voidaan mitata joustoa ilmiönä sekä kehittää sen hallintaan soveltuvia menetelmiä. Puomin suunnittelu aloitettiin keräämällä vaatimuksia, jotka testilaitteiston tulee toteuttaa. Tärkeimpinä vaatimuksina voidaan pitää sitä, että puomin tulee olla mahdollisimman joustava, jotta joustojen mittaus olisi helppoa ja materiaaleina käytetään teräsprofiilia, jolla on vakiopoikkileikkaus. Lisäksi nivelten tulee olla mahdollisimman välyksettömät ja nivelissä tulee olla kulmanmittaus.

Varsinainen suunnittelu aloitettiin tekemällä puomista matemaattinen laskentamalli, joka perustuu Euler-Bernoullin palkkiteoriaan. Matemaattisen mallin avulla pystyttiin selvittämään puomin eri osien mitat sekä puomiin vaikuttavat voimat. Myös mekaaniselle joustolle muodostettiin matemaattinen lauseke. Matemaattisen mallin pohjalta puomista luotiin CAD-malli, jolla saatiin vertailtavia tuloksia mm. puomien taipumasta.

Suunniteltu puomi täyttää asetut vaatimukset vähintään kohtuullisesti. Puomista olisi saanut vielä joustavamman, jos saatavilla olisi ollut paremmin kyseiseen tapaukseen sopivia materiaaleja. Matemaattisen mallin ja FEM-tarkastelun väillä tuloksissa oli paikoin merkittävä ero, joten tarkastelu suuret joustot paremmin huomioon ottavalla teorialla tai oikealla laitteella olisi tarpeen matemaattisen mallin oikeellisuuden varmistamiseksi.

ABSTRACT

MATIAS MUSTONEN: Design of test platform for flexible boom mechanism
Tampere University of Technology
Master of Science Thesis, 46 pages, 33 Appendix pages
October 2015
Master's Degree Programme in Machine Technology
Major: Fluid Power
Examiner: Professor Jouni Mattila

Keywords: boom, boom structure, mechanical deflection, hydraulic deflection, test platform

The energy saving is one of challenges in different sections of technology. There are millions of different working machines, which have equipped with booms. They are mainly used to move goods or material. The easiest way to save energy is reduce boom own weight, because it doesn't do profitable work itself. This is nowadays possible, because of development of the high strength steels. Young's modulus of steel is almost same regardless of steel grade, so when the high strength steels is used, booms become flexible and compensation of deflection could be necessary in some cases.

The objective in this work is design three-part boom in test usage. The boom will be used to measure deflection and develop methods to control it. Design of boom is started to collect requirements, which the test platform must be implement. The most important requirements are that the boom must be as flexible as possible because measurement of deflection would be easy and material of boom is used steel profile which has standard hollow section. In addition, joints must be as free from backlash as possible and the joints must be equipped with angle measurement.

The proper design is started to do a mathematical model from the boom which based on Euler-Bernoulli beam theory. With help of the mathematical model is found out the boom dimensions and also forces which are affected to the boom. An expression of mechanical deflection of the boom is also created. A CAD-model is created which based on mathematical model.

The boom measure up the requirements at least moderate which are imposed. The boom would become more flexible if better materials would be available in this case. There significant difference between mathematical model and FEM-analysis. Therefore a new study which takes better big deflections into account or measurement to real machine is needed to confirm validity of the mathematical model.

ALKUSANAT

Tämä työ tehtiin Tampereen teknillisen yliopiston Hydrauliikan ja automaatikan laitokselle. Työn ohjaajana ja tarkastajana toimi professori Jouni Mattila. Kiitän kaikkia henkilöitä, joiden kanssa olin yhteydessä työni vuoksi.

Rautalammilla 3.11.2015

Matias Mustonen

SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO 1
2. TAUSTAA PUOMIRAKENTEISTA 3
2.1 Puomirakenteen osat 3
2.2 Puomien rakenteista 4
2.3 Materiaalien ominaisuuksia 4
3. MEKAANISEN JOUSTON TEORIA 6
3.1 Euler-Bernoullin palkkiteoria 6
3.2 Goodmanin väsymismalli 11
4. MATEMAATTINEN LASKENTAMALLI 12
5. PUOMIRAKENTEEN MALLINNUS JA FEM-TARKASTELU 23
5.1 Pylväs 23
5.2 Nostopuomi 29
5.3 Siirtopuomi 32
6. TULOKSET 40
6.1 Matemaattisen laskentamallin tulokset 40
6.2 Menetelmien vertailu 43
6.3 Vaatimusten toteutuminen 45
7. YHTEENVETO 46
LÄHTEET 47
LIITE A: HYDRAULISEN JOUSTON TEORIA 49
LIITE B: KOKOONPANOPIIRRUSTUS 51
LIITE C: MATHCAD MITOITUSDOKUMENTTI 52

KUVALUETTELO

Kuva 1. *Kuormausnosturin pääosat. [1, s.22]* *4*
Kuva 2. *Erilaisia puomityyppejä. [2, s.5]* *3*
Kuva 3. *Rakenteen jousto.* *5*
Kuva 4. *Poikkileikkauksen kääntyminen puhtaassa taivutuksessa [5 s.170].* *6*
Kuva 5. *Palkin pitkittäissäikeen venyminen [5 s.173]* *7*
Kuva 6. *Poikkileikkauksen pinta-alaelementti [5, s.174].* *8*
Kuva 7. *Palkin kimmoviivan reunaehdot [5, s.208].* *10*
Kuva 8. *Geometrian hyödyntäminen taipuman laskennassa.* *10*
Kuva 9. *Puomin parametrit.* *12*
Kuva 10. *Nostopuomiin vaikuttavat voimat.* *13*
Kuva 11. *Nostosylinteriltä vaadittava voima eri puomien kulmilla.* *14*
Kuva 12. *Korvakkeen B momentti.* *15*
Kuva 13. *Nostopuomiin vaikuttavat voimat* *15*
Kuva 14. *Nostopuomin leikkausvoima.* *16*
Kuva 15. *Nostopuomin taivutusmomentti.* *17*
Kuva 16. *Nostopuomin pystysuuntainen jousto.* *18*
Kuva 17. *Puomin mekaaninen jousto.* *19*
Kuva 18. *Eulerin nurjahdustapaukset [5, s.280]* *20*
Kuva 19. *Nostosylinterin varmuus nurjahduksen suhteen.* *20*
Kuva 20. *Nostosylinterin hydraulinen jousto.* *21*
Kuva 21. *Puomin kokonaisjousto eri puomien kulmilla.* *22*
Kuva 22. *Pylväs.* *24*
Kuva 23. *Pylvään tyven jännitykset* *25*
Kuva 24. *Korvakkeen B jännitykset* *26*
Kuva 25. *Pylvään vaakajousto* *27*
Kuva 26. *Pylvään pystysuuntainen jousto* *28*
Kuva 27. *Pylvään lommahdus* *29*
Kuva 28. *Nostopuomin rakenne* *30*
Kuva 29. *Korvakkeen C jännitykset* *30*
Kuva 30. *Korvakkeen D jännitykset* *31*
Kuva 31. *Nostopuomin pystysuuntainen jousto.* *31*
Kuva 32. *Nostopuomin nurjahdus* *32*
Kuva 33. *Siirtopuomin rakenne* *32*
Kuva 34. *Siirtopuomin jännitykset* *33*
Kuva 35. *Siirtopuomin pystysuuntainen jousto* *34*
Kuva 36. *Siirtopuomin nurjahdus* *34*
Kuva 37. *Perinteinen tappinivel [11].* *35*
Kuva 38. *Nivelratkaisu.* *36*
Kuva 39. *Kantavuusluvun korjauskerroin. [13]* *37*

Kuva 40. *Pylvään tyvi* *38*
Kuva 41. *Valmis puomi.* *39*
Kuva 42. *Nostopuomin mekaaninen jousto.* *41*
Kuva 43. *Siirtopuomin mekaaninen jousto.* *42*
Kuva 44. *Puomirakenteen mekaaninen kokonaisjousto.* *42*
Kuva 45. *Puomien joustot nostopuomin kulman funktiona* *44*

LYHENTEET JA MERKINNÄT

CAD	Computer-aided design, tietokoneavusteinen suunnittelu
FEM	Finite element method, elementtimenetelmä

1. JOHDANTO

Tämän työn tavoitteena on suunnitella ja mallintaa matemaattisesti joustava puomimekanismi. Puomimekanismilla tullaan tutkimaan käytännössä puomirakenteen joustoja. Energiansäästö on tällä hetkellä polttava puheenaihe kaikilla teknologian osa-alueilla. Helpoiten nostureiden energiankulutus voidaan pienentää vähentämällä nostureiden omaa massaa, sillä se ei itsessään tee hyödyllistä työtä vaan mahdollistaa kuorman liikuttelun. Nostureiden painoa voidaan vähentää käyttämällä entistä lujempia teräksiä, mutta silloin rakenteen joustot kasvavat ja haitallisen värähtelyn riski on suurempi

Suunniteltavan testilaitteiston tavoitteena puomissa tapahtuvan jouston mittaaminen kuorman vaikutuksesta. Näin ollen puomirakenne tulee suunnitella niin, että sillä saavutetaan mahdollisimman suuria joustoja pienelläkin kuormituksella, jotta joustojen mittaaminen on helppoa ja mittaukset ovat luotettavia. Puomirakenne koostuu kolmesta osasta, pylväästä, nostopuomista ja siirtopuomista. Puomirakenne on nivelöity pylvään ja nostopuomin sekä nostopuomin ja siirtopuomin väliltä. Pylväs on muuten kiinteä alustaan nähden, mutta se voi kiertyä pystyakselin ympäri yhdessä nosto- ja siirtopuomin kanssa. Liikkeet tapahtuvat hydraulisylintereiden avulla. Nosto- ja siirtopuomille halutaan mahdollisimman laajat liikealueet

Puomin ensimmäinen osa eli pylväs on noin 1,2 m korkea ja pää- ja siirtopuomi ovat noin 1,5 m pitkät, puomin kokonaisulottuvuuden ollessa n.3 m. Puomin materiaalina käytetään vakioitua teräsprofiilia ja puomin tulee kestää väsymättä tuhat työsykliä täydellä ulottumalla ja kuormalla. Koska laitteisto tulee testikäyttöön, voidaan nostettava kuorma valita niin, että edellä mainitut ominaisuudet toteutuvat. Puomien välisten nivelien on mahdollistettava kulman mittaus puomin osien väliltä. Puomin nivelien tulee olla mahdollisimman välyksettömät, jotta kulmanmittaukseen ei aiheudu virhettä.

Testilaitteistolta vaadittavat ominaisuudet kootusti:

- Puomirakenteen on oltava mahdollisimman joustava, jotta jouston ilmiöitä voidaan mitata.
- Puomirakenne koostuu kolmesta osasta, pylväästä, nosto- ja siirtopuomista.
- Puomien välillä on nivelet jotka mahdollistavat riittävän suuret liikeradat.
- Puomin materiaalina käytetään vakioitua teräsprofiilia.
- Puomirakenteen on kestettävä tuhat työsykliä väsymättä.
- Kuorma voidaan valita, koska kyseessä on testilaitteisto.
- Puomien välillä on oltava kulmanmittaus
- Nivelien on oltava mahdollisimman välyksettömät

Näitä vaatimuksia hyödyntämällä aloitettiin puomin matemaattinen suunnittelu, joka esitellään luvussa neljä.

Kappaleessa kaksi kerrotaan erilaisista puomirakenteista ja käsitellään kuormausnostureiden terminologiaa. Kappaleessa kolme esitellään työssä hyödynnettävä Euler-Bernoullin palkkiteoria. Neljännessä kappaleessa esitellään suunnittelussa käytetty matemaattinen laskentamalli, joka pohjautuu Euler-Bernoullin palkkiteoriaan. Viidennessä kappaleessa kerrotaan puomin CAD-mallista, esitellään rakenneratkaisuja sekä esitellään FEM-tulokset. Kuudes kappale etsittelee saatuja tuloksia ja vertailee matemaattisen laskentamallin ja CAD-mallin tuloksia sekä arvioidaan kuinka hyvin asetettuihin vaatimuksiin päästiin. Viimeisessä kappaleessa on yhteenveto. Liitteessä A on käsitelty työssä käytetty hydraulisen jouston teoria ja liitteessä B on suunnitellun puomin kokoonpanopiirustus. Liitteessä C on kokonaisuudessaan matemaattinen laskentadokumentti.

2. TAUSTAA PUOMIRAKENTEISTA

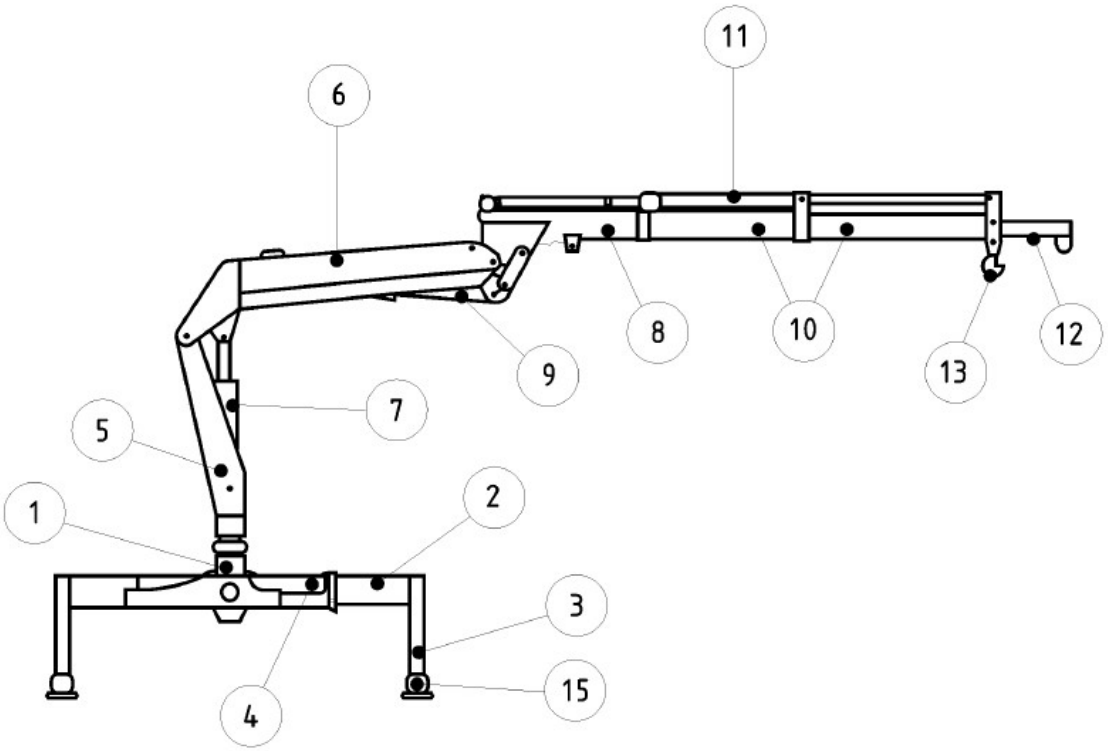
Tässä luvussa käsitellään puomirakenteisiin liittyvää terminologiaa ja selvennetään erilaisia puomityyppejä, niiden ominaisuuksia ja rakenteita.

2.1 Puomirakenteen osat

Puomirakenne koostuu puomeista, niiden välisistä nivelistä, puomeja liikuttelevista toimilaitteista ja kiinteästä alustasta, johon puomirakenne on kiinnitetty. Puomien materiaali nykyään on lähes yksinomaan teräs, mutta myös kevytmetalleja on käytetty erikoiskohteissa. Nivelien avulla puomit voivat kiertyä toisiinsa nähden ja tekevät puomeista koneen, jolla voidaan tehdä työtä. Yleensä nivelet mahdollistavat yhden vapausasteen liikkeen, mutta ne voivat olla myös kahden tai kolmen vapausasteen niveliä (esim. pallonivel).

Puomeja liikuttelevat toimilaitteet voivat olla mekaanisia, hydraulisia, pneumaattisia tai sähköisiä. Hydrauliset toimilaitteet (hydraulisylinteri ja hydraulimoottori) ovat näistä yleisimpiä, sillä niillä aikaansaadaan suuria voimia ja ne ovat pienikokoisia ja kevyitä tehoonsa nähden. Mekaaniset toimilaitteet olivat yleisiä ennen hydrauliikan yleistymistä, mutta nykyään niitä löytyy enää suurista erikoissovelluksista. Pneumaattiset ja sähköiset toimilaitteet ovat yleisiä teollisuuden automaatiossa, mutta sähköiset ovat yleistymässä yhä enemmän. Kiinteänä alustana toimii sovelluksesta riippuen joko lattia, maaperä, ajoneuvon alusta tai mikä muu tahansa kiinteä.

Puomin osien nimille on olemassa sovelluskohtaisia nimityksiä. Tässä työssä osien nimeäminen tapahtuu standardia SFS-EN 12999 A1 Nosturit. Kuormausnosturit [1] mukaillen. Kuormausnosturin pääosat standardin SFS-EN 12999 Nosturit. Kuormausnosturit mukaisesti on esitetty kuvassa 1.



Kuva 1. *Kuormausnosturin pääosat. [1, s.22]*

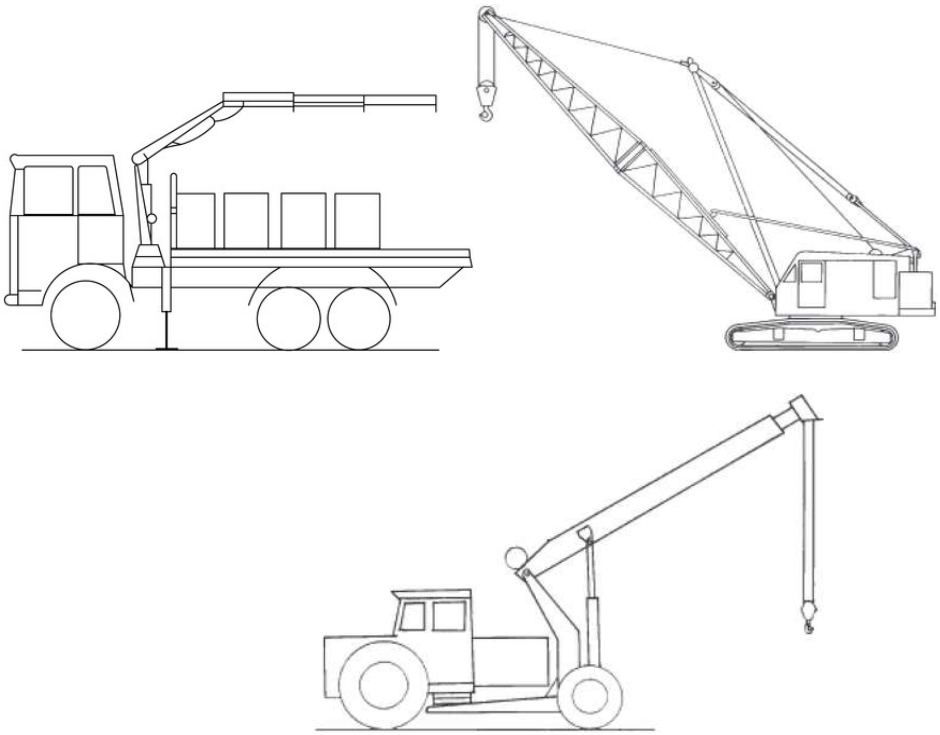
1	Jalusta	8	Siirtopuomi
2	Tukivarsi	9	Siirtosylinteri
3	Tukijalka	10	Puomin jatke, hydraulinen
4	Kääntökoneisto	11	Jatkesylinterit
5	Pylväs	12	Puomin jatke, käsitoiminen
6	Nostopuomi	13	Koukku
7	Nostosylinteri	15	Maalevy

Vaikka tässä työssä suunniteltava puomi ei olekaan varsinaisesti kuormausnosturi, soveltuu standardi näiltä osin tähän tarkoitukseen. Olennaiset osat tämän työn kannalta ovat 1 ja 5-9. Näiden osien nimiä tullaan käyttämään tästä eteenpäin.

2.2 Puomien rakenteista

Puomirakenteet voidaan jakaa rakenteen perusteella yksi- tai useampiosaisiin puomeihin lisäksi puomeissa voi olla liikkuvia jatkoja. Yksiosaisia puomeja käytetään lähinnä yksinkertaisissa nostimissa, kuten moottorinnostimessa. Yksiosaisen puomin nostoalue on sangen rajattu, nostorata pyörähtää määrätyn nivelpisteen ympäri. Yleisin työkoneissa käytettävä puomityyppi on kaksiosainen puomi, jossa puomi koostuu toisiinsa nivelöidyistä puomin osista, joilla saavutetaan kaksiulotteinen avaruus, jonka kaikkiin pisteisiin voidaan puomin kulmien muutoksilla vapaasti liikkua. Tämän tyyppinen puomi-

rakenne löytyy esimerkiksi kaivinkoneesta. Kuvassa 2 on esitetty erilaisia puomityyppejä.



Kuva 2. *Erilaisia puomityyppejä. [2, s.5]*

Puomeihin voidaan tarvittaessa tehdä jatkeita, jolloin puomi voi olla tarvittaessa lyhyt tai pitkä käyttötilanteen mukaan. Jatkeita voi olla useita peräkkäin, autonostureissa voi olla jopa 6 jatkoa. Niveliä ja jatkeita yhdistelemällä saadaan hyvin erilaisia puomeja tiettyihin käyttötarkoituksiin. Niinpä puomit ovat hyvin yleisiä erilaisissa työkoneissa, kuten kaivin- ja metsäkoneissa, autonostureissa, trukeissa, erilaissa nostimissa ja kuormaajissa.

Työkoneiden puomien avulla siirretään yleensä jotain, maata, raakapuuta, ihmisiä tai tavaraa. Koneiden energiankulutus koostuu siis lähinnä siirretyn materian potentiaalienergian muutoksesta. Yleensä tämä potentiaalienergia hukataan materiaan tai muutetaan välillisesti liike-energiaksi, joka hukkuu prosessissa. Energian talteenottoa on kehitetty ja ensimmäiset kaupalliset sovellukset ovat tulleet jo markkinoille ja niillä on saavutettu selvää hyötyä. Kuitenkin energiankulutusta voidaan vähentää pienentämällä nostettavan massan määrää. Materian määrää ja massaa ei voida vähentää työtehon kärsimättä, mutta puomirakenteen massaa pystytään vielä vähentämään.

2.3 Materiaalien ominaisuuksia

Menneinä vuosikymmeninä puomeissa käytetty teräs ei ollut lujuudeltaan kovin vahvaa, samaa terästä käytettiin monissa muissa kohteissa eikä sitä valmistettu erikseen puomirakenteita varten. Näin ollen puomeista tuli kookkaita ja painavia. Terästen kehittyessä entistä lujempia teräksiä alettiin käyttää ja nykyään puomeissa käytetyt teräslaadut ovat myötölujuudeltaan n. 650–700 MPa [3]. Myös tätä lujempia teräksiä on olemassa aina 1100 MPa asti, jotka soveltuvat erityisesti puomien rakentamiseen [4]. Ongelmaksi muodostuu se, että teräksen kimmokerroin ei juuri muutu eri teräslaaduissa. Näin ollen, mitä lujempaa terästä käytetään, sitä enemmän puomin joustot kasvavat. Tämä voidaan todeta Hooken laista [5, s.39].

$$\sigma = E\varepsilon \tag{1}$$

missä σ on jännitys [Pa],
E on materiaalin kimmokerroin [Pa] ja
ε on suhteellinen venymä.

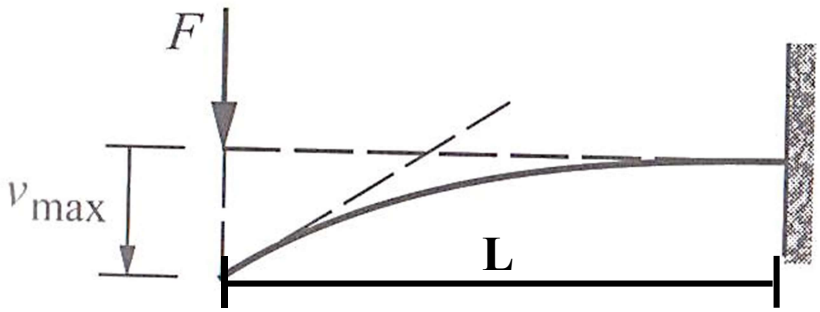
Teräksen kimmokerroin on teräslaadusta riippumatta n. 210 GPa [5, s.429]. Jos jännitys kasvaa kaksinkertaiseksi, on suhteellisen venymän samoin kasvettava kaksinkertaiseksi. Tästä syystä lujista teräksistä valmistetut rakenteet ovat joustavia, koska suunnittelija haluaa materiaalin mahdollisimman hyvin käyttöön eli tosin sanottuna jännityksen riittävän suureksi. Muiden materiaalien käyttö ei ole poissuljettua, mutta teräs on käytetyin materiaali. Taulukossa 1 on vertailtu eri materiaalien ominaisuuksia [5, s.433, 6, 7 ja 8].

Taulukko 1. *Materiaalien ominaisuuksia.*

	Myötöraja (MPa)	Murtoraja (MPa)	Kimmokerroin (GPa)	Tiheys (kg/m$_3^3$)
Teräs S355	355	510	210	7850
Teräs Ruukki QH 900	900	1050	210	7850
Alumiini AW 6082 T6	250	290	70	2700
Alumiini AW 7075 T&	503	572	71,1	2810
Titaani TiV13Cr11Al3	900-1700	950-1820	-	-

Taulukossa 1 olevan titaaniseoksen kimmokerrointa ja tiheyttä ei löydetty, mutta titaaniseosten kimmokerroin vaihtelee väillä 75–125 GPa ja tiheys 4370–5060 kg/m^3. Alumiinin käyttö teräksen sijasta olisi lujuuden puolesta mahdollista, saatavuus, hinta ja työstettävyys aiheuttavat haasteita. Titaani on alumiinia kertaluokkaa haastavampi, hinta on korkea, saatavuus rajoitettua ja työstäminen vaatii tietotaitoa. Alumiinin ja varsinkin titaanin käyttö onkin rajoittunut sovelluksiin, joissa teräksen suuresta tiheydestä on haittaa ja hinnalla on vähäisempi merkitys, kuten ilmailu- ja aseteollisuudessa.

Rakenteen joustavuutta voidaan kuvata suhteellisella joustolla eli jouston suhdetta rakenteen kokonaispituuteen. Kuva 3 havainnollistaa tätä ajatusta.



Kuva 3. *Rakenteen jousto.*

Kuvan 3 rakenteessa suurin suhteellinen jousto on

$$\delta_{rel} = \frac{v_{max}}{L} \tag{2}$$

missä v_{max} on rakenteen suurin jousto [m] ja
L on rakenteen kokonaispituus [m].

Jousto voi olla tavoiteltava ominaisuus tai sitä yritetään välttää. Tämä on vahvasti sovelluskohtainen asia, jäykässä rakenteessa suurin suhteellinen jousto voi olla vain prosenttien kymmenyksiä tai sadasosia, kun taas erittäin joustavassa rakenteessa suhteellinen jousto voi olla jopa 5 %. Näin suuren jouston aikaan saaminen vaatii lujia materiaaleja ja rakenteen huolellista suunnittelua sekä optimointia. Rakenteen materiaalin joustosta käytetään tässä työssä nimitystä mekaaninen jousto.

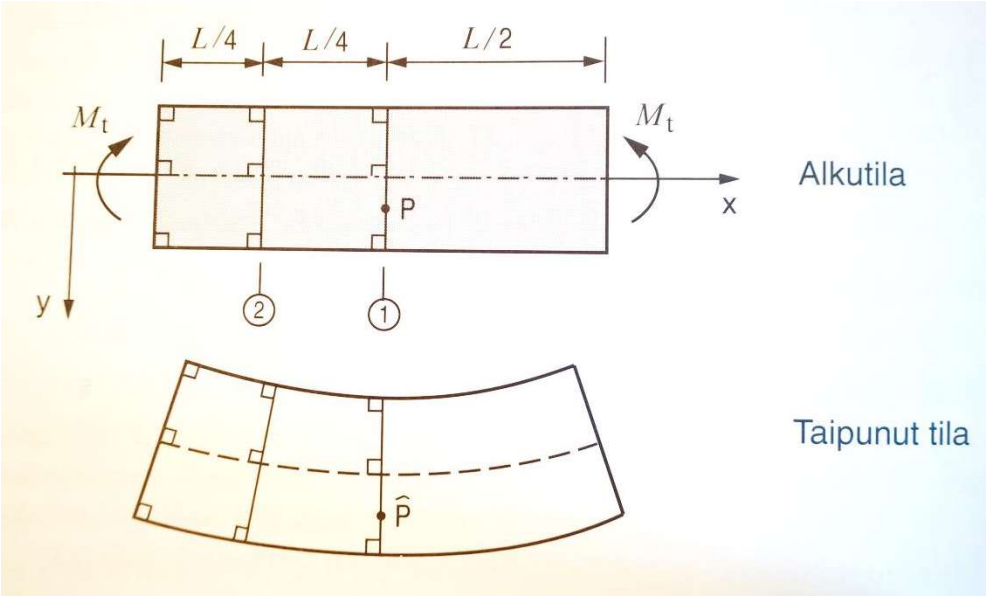
Puomin kokonaisjoustoon vaikuttaa puomin rakenteen jouston lisäksi hydrauliikan jousto. Hydrauliikan jousto on riippuvainen hydraulijärjestelmän painetasosta ja hydraulinesteen kimmokertoimesta. sekä letkujen, putkien ja hydraulisylintereiden joustosta. Suurin osa hydraulisesta joustosta aiheutuu hydraulinesteen joustosta. Tässä työssä hydrauliikan jousto otetaan huomioon rakenteen kokonaisjoustossa ja siihen käytetty teoria on esitelty liitteessä A.

3. MEKAANISEN JOUSTON TEORIA

Tässä kappaleessa esitellään matemaattisen laskentamallin käyttämä Euler-Bernoullin palkkiteoria [5, s.170–177]. Euler-Bernoullin palkkiteoria on kehitetty 1700- ja 1800-luvuilla. Iästään huolimatta se on yhä tänä päivänäkin käyttökelpoinen ja sitä käytetään yleisesti teknisessä mitoittamisessa.

3.1 Euler-Bernoullin palkkiteoria

Tarkastellaan palkin puhdasta taivutusta, jolloin palkissa ei esiinny leikkausvoimaa ja kuormituksena on vain taivutusmomentti (M_t). Palkin symmetria-akseli pysyy taivutuksesta huolimatta symmetrisenä eli palkin taipunut tila on symmetrinen kuvan 4 mukaisesti.

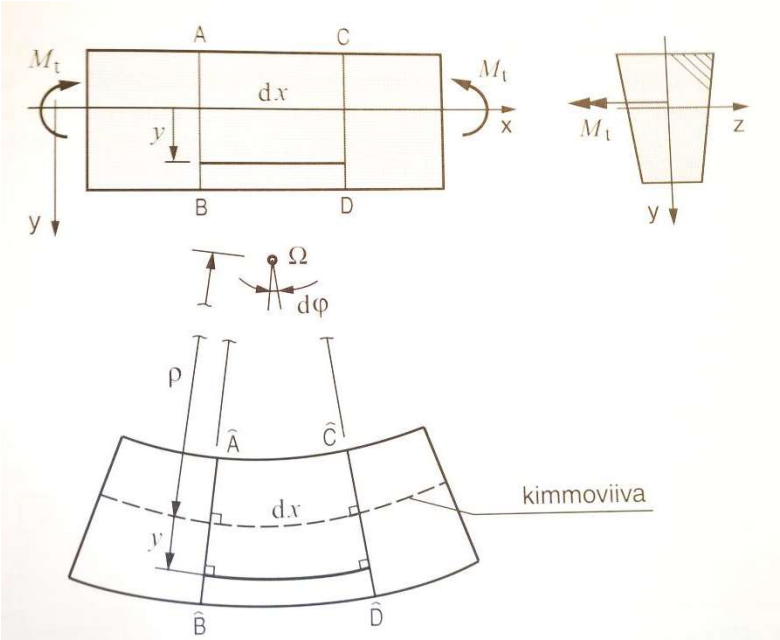


Kuva 4. *Poikkileikkauksen kääntyminen puhtaassa taivutuksessa [5 s.170].*

Myös palkin symmetriapoikkileikkaus pysyy tasona kohtisuorasti palkin pituussuuntaisia säikeitä vasten. Jos palkkia kuormittaa leikkausjännitys, aiheuttaa se palkin vapaan pään käyristymisen. Kokemuksen perusteella vaikutus palkin jännitystilaan on pieni, joten oletetaan, että palkin poikkileikkaus säilyy taivutuksessa tasona, joka on kohtisuorassa palkin pituussäikeitä vastaan. Tätä toteamaa kutsutaan Bernoullin hypoteesiksi. Palkkiteoriaan sisältyy toinenkin oletus eli palkin poikkileikkauksen säilyminen yhtenevänä. Todellisuudessa tätä tapahtuu myös puhtaassa taivutuksessa, mutta koska sen vai-

kutus on vähäinen, ei poikittaiskutistumaa oteta huomioon. Näin on saatu perusteet palkkiteorialle.

Puhtaassa taivutuksessa palkin differentiaalielementin poikkileikkaustasot (AB ja CD kuvassa neljä) kääntyvät toisiinsa nähden muodostaen kulman dφ. Poikkileikkaustasot pysyvät kohtisuorassa palkin pituussäikeitä vastaan. Tällöin pituussäikeistä tulee samankeskisiä ympyränkaaria ja palkin kuperalla puolella säikeet venyvät ja koveralla puolella säikeet puristuvat. Tietyssä kohdassa säikeet pysyvät muuttumattomina, ne ainoastaan taipuvat ja muodostavat niin sanotun palkin neutraalitason. Yleensä palkin koordinaatisto kiinnitetään neutraalitasoon kuvan 5 mukaisesti.



Kuva 5. *Palkin pitkittäissäikeen venyminen [5 s.173].*

Taipumatonta x-akselia sanotaan palkin akseliksi ja taipunutta muotoa palkin kimmoviivaksi. Kuvan neljä differentiaalisesta palkkielementin ABCD venymäksi saadaan etäisyydellä y neutraalitasosta, alkutilan ollessa dx.

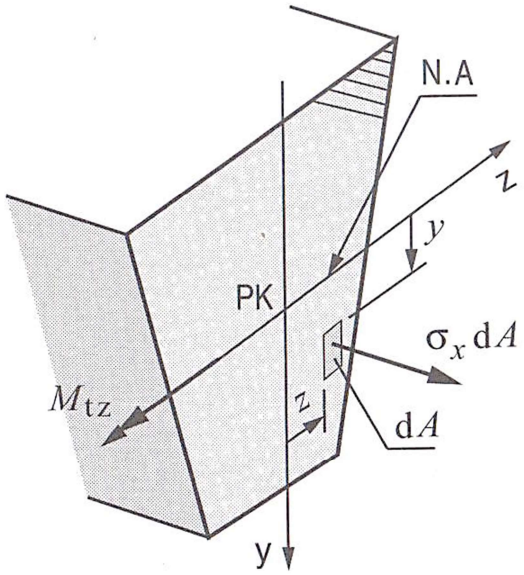
$$\varepsilon_x = \frac{(\rho+y)d\varphi - dx}{dx} = \frac{(\rho+y)d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho} \tag{2}$$

Näin ollen pituussäikeiden venymä on suoraan verrannollinen etäisyyteen neutraalitasosta. Tämä on seurausta oletuksesta, että poikkileikkauspinta säilyy taivutuksessa tasona. Puhtaassa taivutuksessa jokaisessa palkin poikkileikkauksen pisteessä vallitsee aksiaalinen jännitystila, jonka pääjännitys σ_x on x-akselin suuntainen. Todellisuudessa pääjännitys on taipuneen pituussäikeen suuntainen, mutta loivilla siirtymäkentillä tasapainoyhtälöt voidaan kirjoittaa alkuperäisiä suuntia ja asemia käyttäen. Hooken lain mukaisesti jännityksen ja venymän yhteys on

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = E\frac{y}{\rho} \tag{3}$$

missä E on materiaalin kimmokerroin [Pa],
ε_x on x-akselin suuntainen venymä [m],
y on säikeen etäisyys kimmoviivasta [m] ja
ρ on ympyräkaaren säde [m].

Yhtälön 3 mukaisesti poikkileikkauksen normaalijännitys jakautuu lineaarisesti kuvan 6 mukaisesti.



Kuva 6. *Poikkileikkauksen pinta-alaelementti [5, s.174].*

Palkin poikkileikkauksen differentiaalisen pintaelementin dA kohdistuva voima $\sigma_x dA$ aiheuttaa momentin z-akselin suhteen on kuvan 6 mukaisesti. Yleensä σ_x oletetaan tasan jakautuneeksi palkin leveyssuunnassa

$$M_{tz} = \iint y\,\sigma_x dA = \iint y\frac{Ey}{\rho}dA \tag{4}$$

missä E on materiaalin kimmokerroin [Pa],
y on pinta-alaelementin etäisyys kappaleen neutraaliakselista [m],
ρ on kimmoviivan kaarevuussäde [m] ja
dA on differentiaalinen pinta-alaelementti [m^2].

Jos kimmokerroin E on vakio poikkileikkauksessa, saadaan

$$M_{tz} = \frac{E}{\rho}\iint y^2 dA \tag{5}$$

Yleisesti merkitään

$$I_z = \iint y^2 dA \tag{6}$$

Suuretta I_z kutsutaan pinnan neliömomentiksi. Koska kyseessä on puhdas taivutus, saadaan yhtälö muotoon ($M_{tz} = M_t$)

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_t}{EI_z} \tag{7}$$

Palkin kimmoviiva eli kuormituksen taivuttama tasokäyrä kertoo palkin kukin kohdan siirtymän kuormittamattomaan tilanteeseen nähden. Edellistä yhtälöä hyödyntäen saadaan kimmoviivan kaarevuussäteelle yhtälö palkin pituuden x yli.

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{|M_t(x)|}{EI(x)} \tag{8}$$

Käyrän kaarevuudelle on olemassa tarkka lauseke, mutta jos tarkastellaan pieniä siirtymiä, voidaan käyttää yksinkertaistusta.

$$\kappa(x) \approx v''(x) \qquad \text{ja} \qquad \frac{1}{\rho} = |\kappa| \approx v''(x)$$

missä v''(x) on taipuman toinen derivaatta

Yhdistämällä yksinkertaistukset ja yhtälö (8) saadaan

$$|v''(x)| = \frac{|M_t(x)|}{EI(x)} \tag{9}$$

Taivutusmomenttiin ja kaarevuussäteeseen liittyvien merkkisääntöjen johdosta voidaan lauseke ilman itseisarvomerkkejä.

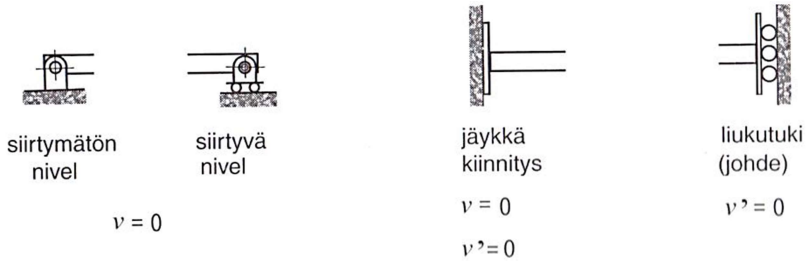
$$v''(x) = \frac{M_t(x)}{EI(x)} \tag{10}$$

Yleensä käytetään yhtälöä

$$EIv'' = -M_t \tag{11}$$

missä E on kimmokerroin [Pa],
I on palkin neliömomentti taivutussuunnassa [m^4],
v'' on taipuman toinen derivaatta [1/m] ja
M_t on palkkiin kohdistuva taivutusmomentti [Nm].

Kimmoviivan määrittämiseksi tarvitaan yhtälön reunaehdot eli miten palkki on tuettu. Ratkaisemalla differentiaaliyhtälö reunaehtojen avulla saadaan taipumalle lauseke palkin pituuden funktiona. Reunaehtoja on eritelty tarkemmin kuvassa 7.



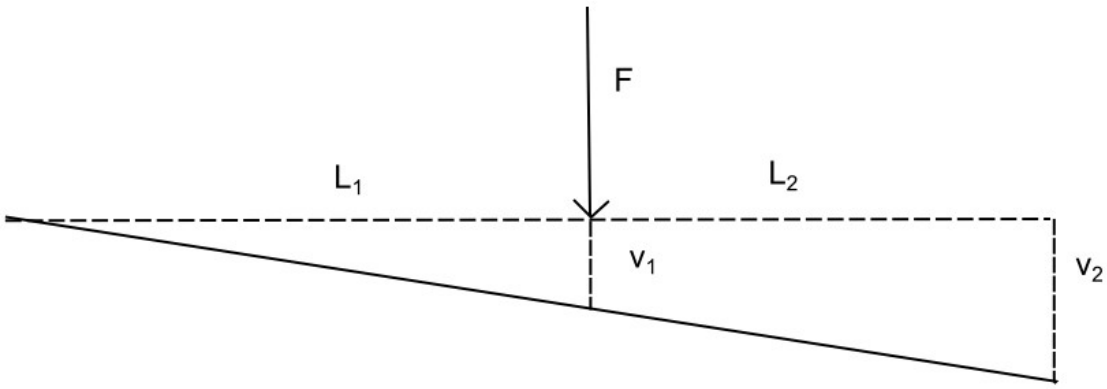
Kuva 7. *Palkin kimmoviivan reunaehdot [5, s.208].*

missä v on palkin taipuma [m],
v' on palkin kääntymä.

Erilaisille kuormitus- ja tuentatapauksille on valmiiksi määritettyjä yhtälöitä, joten yleensä taipuman yhtälöä ei tarvitse itse ratkaista vaan hyödyntämällä ja yhdistämällä valmiita yhtälöitä, saadaan monimutkainen, useita voimia ja momentteja sisältävä, tapaus ratkaistua. Valmiiksi määriteltyjä tapauksia löytyy mm. lujuusopin kirjallisuudesta [5 s.440–451 ja 9]. Jos voimia ja momentteja on useita, voidaan hyödyntää yhteenlaskuperiaatetta [5, s.215]. Yhteenlaskuperiaatteen mukaan voidaan palkin taipuma ratkaista usean osataipuman summana. Yhteenlaskuperiaate on voimassa, jos

1. palkin siirtymäkenttä on loiva eli taipuma pieni verrattuna palkin jännemittaan ja
2. materiaali noudattaa Hooken lakia (yhtälö 1).

Yhteenlaskuperiaatteen lisäksi voidaan hyödyntää geometriaa. Tarkastellaan kuvaa 8. Jos tiedetään taipuma pisteessä v_1 ja palkkiin ei vaikuta muita voimia voiman F ja palkin pään välillä, on taipuma palkin päässä v_2 yhtälön 12 mukaisesti.



Kuva 8. *Geometrian hyödyntäminen taipuman laskennassa.*

$$v_2 = \frac{L_1+L_2}{L_1} v_1 \tag{12}$$

missä L_1 on voiman F etäisyys tuennasta [m],
L_2 on palkin pään etäisyys voimasta F [m] ja
v_1 on taipuma voiman F kohdalla [m].

3.2 Goodmanin väsymismalli

Työssä tarvittiin myös rakenteen väsymiseen liittyvää teoriaa, esitellään se tässä lyhyesti, koska se ei ole työssä pääosassa. Käytetään väsymisen arviointiin Goodmanin väsymisyhtälöä. [5 s. 366]. Kestoraja saadaan selville yhtälöstä 13.

$$\sigma_n = \frac{\sigma_a}{1-\frac{\sigma_m}{\sigma_y}} \tag{13}$$

missä σ_n on materiaalin kestoraja [Pa],
σ_a on jännitysamplitudi [Pa],
σ_m on keskijännitys [Pa] ja
σ_y on materiaalin myötöraja [Pa]

Keskijännitys ja jännitysamplitudi saadaan yhtälöistä 14 ja 15 [5, s.358]

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{\min}) \quad (14) \quad \text{ja} \quad \sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{max} + \sigma_{\min}) \quad (15)$$

missä σ_{max} on jännitysjakson suurin arvo [Pa] ja
σ_{min} on jännitysjakson pienin arvo [Pa]

Väsymiseen vaadittavien syklien määrä saadaan yhtälöstä 16 [5, s.361]

$$N = \left(\frac{\sigma_n}{1{,}6218*\sigma_u}\right)^{-1\ ,75} \tag{16}$$

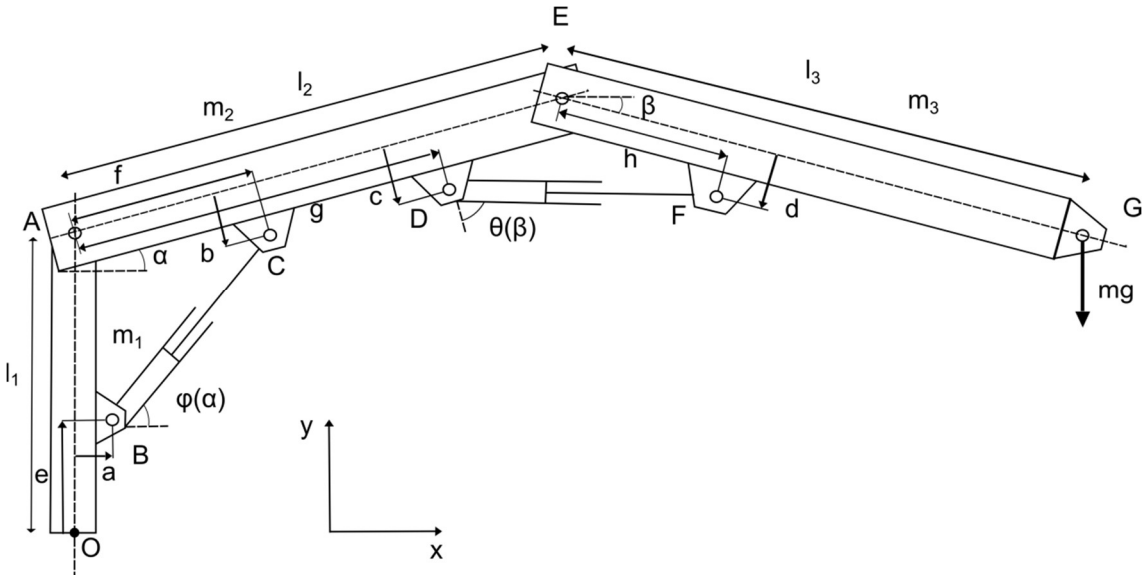
missä σ_n on materiaalin kestoraja [Pa] ja
σ_u on materiaalin murtoraja [Pa]

Goodmanin väsymismalli on yleisesti käytössä, sen tarkkuutta voidaan parantaa ottamalla huomioon mm. materiaalin paksuus, pinnanlaatu, kuormitustyyppi ja jännityskeskittymän muodon vaikutus. Näitä tekijöitä ei otettu erikseen huomioon, sillä valittujen materiaalien ominaisuuksia näiltä osin ei ollut täydellisesti saatavissa.

4. MATEMAATTINEN LASKENTAMALLI

Tässä luvussa esitellään puomirakenteen matemaattinen laskentamalli, joka pohjautuu Euler-Bernoullin palkkiteoriaan [10]. Laskennassa käytettiin Mathcad 15-ohjelmaa. Tekstissä esitellään tärkeimmät menetelmät ja tulokset. Liitteessä C on esitetty laskentamalli kokonaisuudessaan.

Puomissa on kolme osaa, josta nosto- ja siirtopuomi liikkuvat ja siirtopuomin liike on suhteessa nostopuomiin. Näin ollen helpointa laskea kunkin puomin pisteen paikka on hyödyntää vektorilaskentaa. Näin vältytään trigonometristen funktioiden käytöltä, jotka kyseisessä tapauksessa muodostuisivat monimutkaisiksi. Kuvassa 9 on esitetty puomin parametrisoitu malli laskentaa varten.



Kuva 9. *Puomin parametrit.*

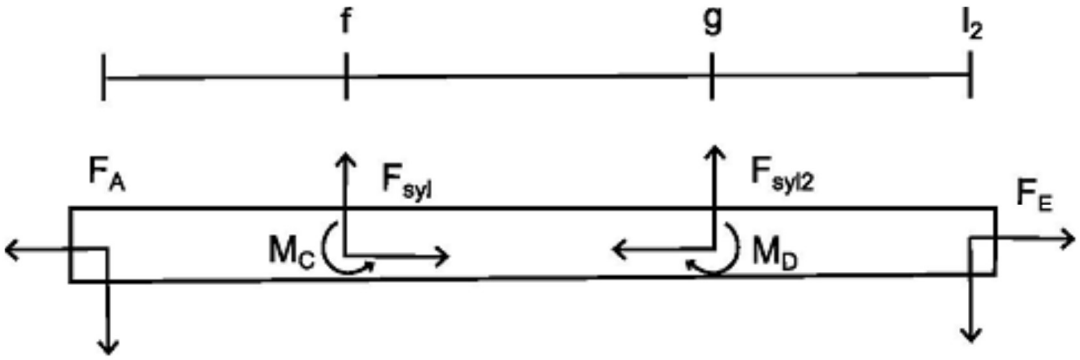
Esimerkiksi pisteen E (nostopuomin uloin nivelpiste) paikka nostopuomin kulman α ja tyvinivelen A funktiona voidaan kirjoittaa

$$E(\alpha) = A + A_{koord}(\alpha) * r_E \tag{17}$$

missä	A	on pisteen paikka globaalissa koordinaatistossa,
	$A_{koord}(\alpha)$	on koordinaatistonkiertomatriisi ja
	r_E	on pisteen E paikkavektori suhteessa pisteeseen A

Muut pisteet (A-G) määriteltiin vastaavalla tavalla. Seuraavaksi määritellään puomien palkkien poikkileikkausten parametrit. On huomattava, että laskentapohjan käyttö on vahvasti iteratiivinen prosessi, joka edellyttää parametrien vaihtoa useasti, jotta haluttuun tulokseen päästään. Poikkileikkauksen parametreihin kuuluvat pinta-ala, neliömomentti ja taivutusvastus. Koska käyttöön sopivia palkkeja on rajallinen määrä, täysin optimaalista vaihtoehtoa ei löydy. Seuraavaksi määritellään sylinterien pituus puomien kulmien funktiona. Tämä onnistuu helposti vektorimuotoisilla lausekkeilla.

Seuraavaksi selvitetään sylintereihin kohdistuva voima puomin kulmien funktiona. Muodostetaan esimerkiksi nostopuomin momenttiyhtälö pisteen A suhteen. Tasapainotilanteessa momenttien summa on nolla. Muodostetaan voimavektorit nostopuomiin vaikuttavista voimista eli nostosylinterin voimasta, nosto- ja siirtopuomin massasta ja kuorman massasta. Kuvassa 10 on esitetty nostopuomiin vaikuttavat voimat.



Kuva 10. *Nostopuomiin vaikuttavat voimat.*

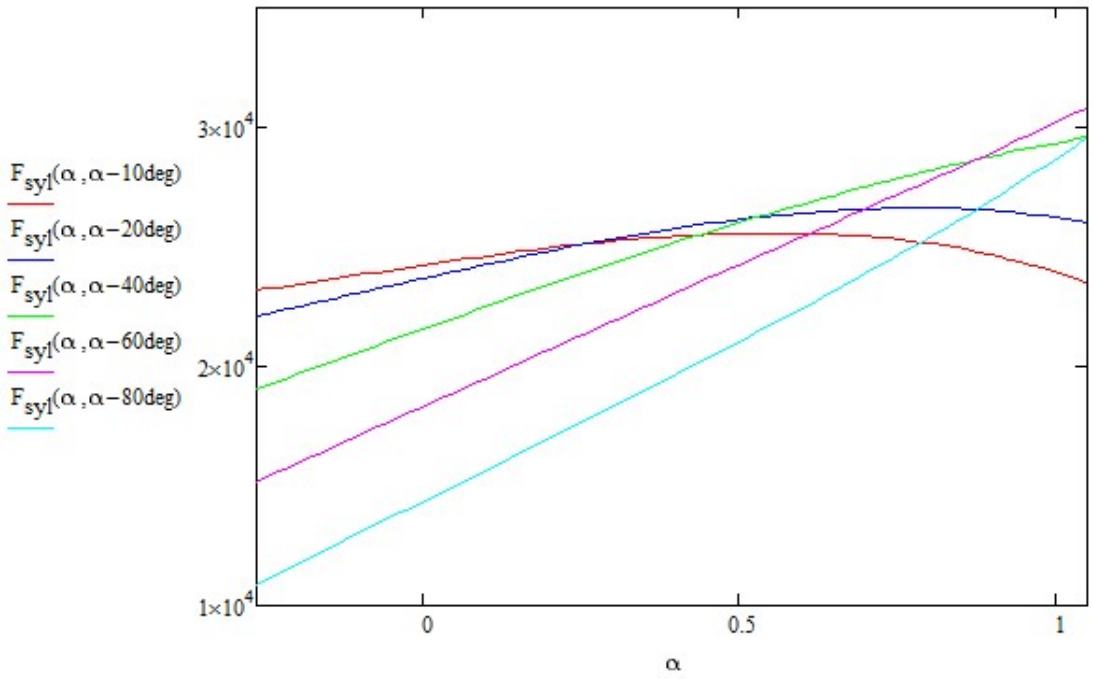
Sylinterivoimista aiheutuvat momentit (M_C ja M_D) voidaan ajatella kappaleen sisäiseksi kuormitukseksi, jotka eivät vaikuta momenttiyhtälöön. Näin momenttiyhtälöksi pisteen A suhteen saadaan

$$(C - A) \times F_{syl} \cdot M(\alpha) + (G - A) \times \left(-m_{kuorma} \cdot g_{gra} \cdot E_{yks}\right) + \frac{\frac{l_2}{2}}{l_2 + l_3} \cdot (G - A) \times \left(-m_2 \cdot g_{gra} \cdot E_{yks}\right) + \frac{\frac{l_3}{2} + l_2}{l_2 + l_3} \cdot (G - A) \times \left(-m_3 \cdot g_{gra} \cdot E_{yks}\right) = 0$$

Puomien massat on huomioitu massakeskiön etäisyyden mukaan. Massoista aiheutuviin komponentteihin lisätty termi E_{yks}, joka on y-akselin suuntainen yksikkövektori, jolla saadaan massojen aiheuttamat voimat kohdistumaan alaspäin. Ratkaistaan sylinterivoima edellisestä yhtälöstä

$$F_{syl}(\alpha, \beta) := \frac{\left[m_{kuorma} \cdot g_{gra} + \frac{\frac{l_2}{2} m_2 \cdot g_{gra} + \left(\frac{l_3}{2} + l_2\right) \cdot m_3 \cdot g_{gra}}{l_2 + l_3}\right] \cdot (G(\alpha, \beta) - A) \times E_{yks} \cdot E_{yks2}}{(C(\alpha) - A) \times M(\alpha) \cdot E_{yks2}}$$

Kuvassa 11 on esitetty nostosylinteriin kohdistuva voima kulmien α ja β funktiona. Kulma β (toinen F_{syl}:n muuttujista) on kuvaajassa sidottu kulmaan α eli tilanne vastaa todellisuutta, koska α:n muutos vaikuttaa myös β:aan.



Kuva 11. *Nostosylinteriltä vaadittava voima eri puomien kulmilla.*

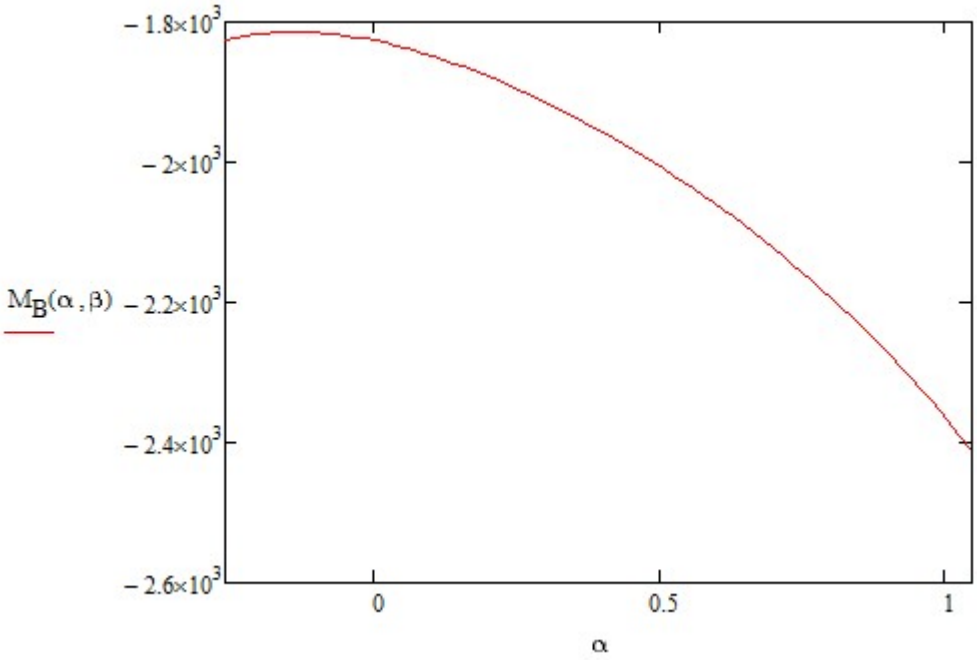
Vastaavalla tavalla saadaan selville myös taittosylinterin voima ja suunta. Seuraavaksi ratkaistiin niveliin kohdistuvat voimat. Niiden ratkaisu onnistuu vastaavalla tavalla kirjoittamalla momenttiyhtälöt ja ratkaisemalla niveleen kohdistama voima.

Koska sylinterien korvakkeet sijaitseva puomin keskilinjan alapuolella, aiheutuu sylinterivoimista momentti puomiin, joka täytyy ottaa huomioon taipuman laskennassa. Esimerkiksi korvakkeeseen B aiheutuva momentti saadaan yhtälöstä 17.

$$M_B(\alpha,\beta) := -a\cdot\left(M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta)\right)_1 \tag{17}$$

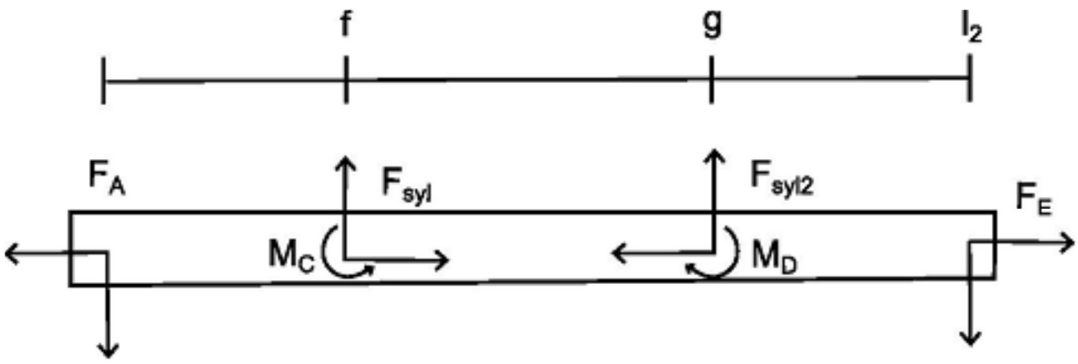
missä	a	on voiman momenttivarsi (etäisyys pylvään keskilinjalta pisteeseen B)
	M(α)	on nostosylinterin suuntavektori
	$F_{syl}(\alpha,\beta)$	on nostosylinterin voima nostopuomin (α) ja siirtopuomin (β) kulmien funktiona

Lausekkeen etumerkillä saadaan momentti halutun suuntaiseksi palkin kannalta. Kuvassa 12 on esitetty korvakkeeseen B aiheutuva momentti kulman α funktiona ja kun β = -10°.



Kuva 12. *Korvakkeen B momentti.*

Muut korvakkeet ratkaistiin vastaavalla tavalla. Seuraavaksi määriteltiin kunkin puomin osan leikkausvoima, taivutusmomentti ja taivutusjännitys. Kuvassa 13 on esitetty nostopuomiin vaikuttavat voimat.

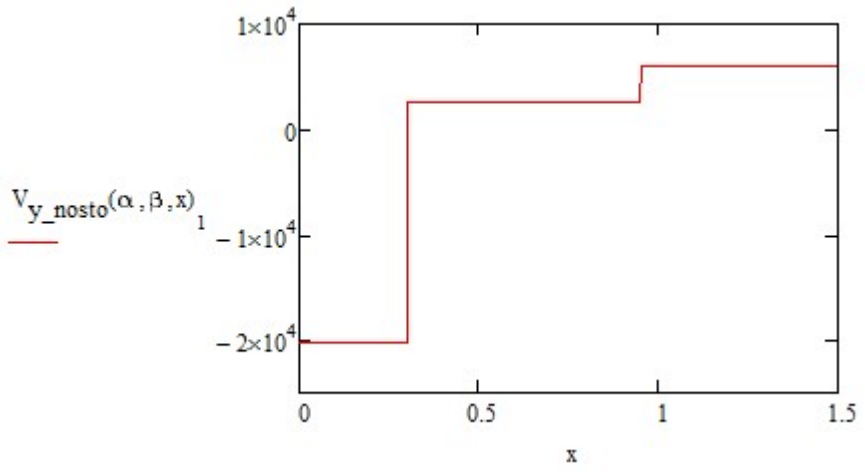


Kuva 13. *Nostopuomiin vaikuttavat voimat*

Nostopuomin leikkausvoimalle saadaan seuraava yhtälö määrittelemällä palkki osissa.

$$V_{y_nosto}(\alpha,\beta,x) := \begin{cases} F_A(\alpha,\beta) & \text{if } x < f \\ F_A(\alpha,\beta) + M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta) & \text{if } f \le x < g \\ \left(F_A(\alpha,\beta) + M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta) - O(\alpha,\beta)\cdot F_{syl2}(\alpha,\beta)\right) & \text{if } g \le x < l_2 \end{cases}$$

Kuvassa 14 on esitetty leikkausjännitys nostopuomin pituuden funktiona

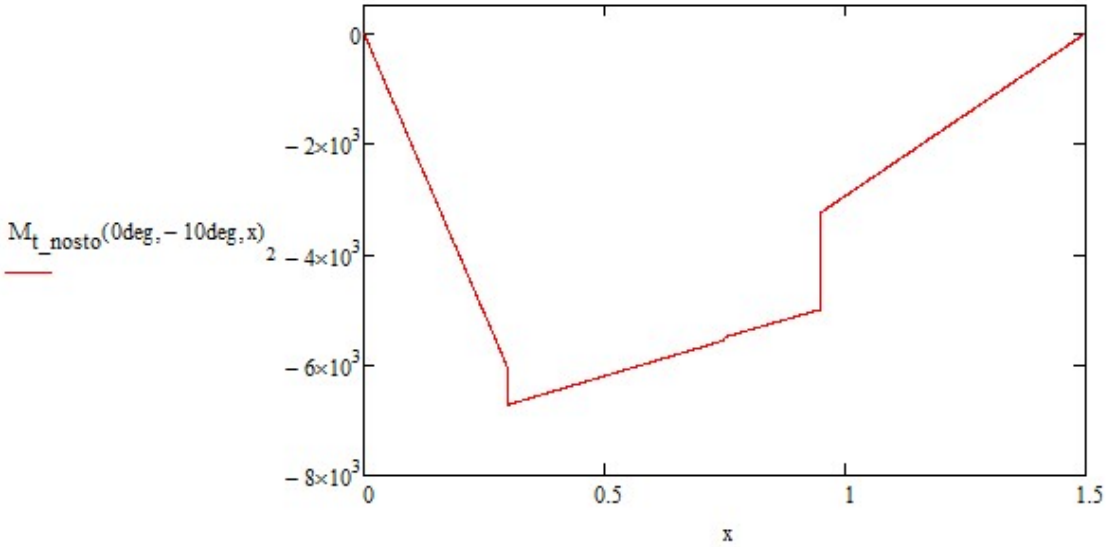


Kuva 14. *Nostopuomin leikkausvoima.*

Samoin taivutusmomentille saadaan seuraava yhtälö määrittelemällä palkki osissa.

$$M_{t_nosto}(\alpha,\beta,x) := \begin{cases} \frac{x}{f}\cdot r_{nosto2}(\alpha)\times F_A(\alpha,\beta) & \text{if } x < f \\ \frac{x}{\frac{l_2}{2}}\cdot r_{nosto4}(\alpha)\times F_A(\alpha,\beta) + \frac{x-f}{\frac{l_2}{2}-f}\cdot\left(r_{nosto4}(\alpha)-r_{nosto2}(\alpha)\right)\times M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta)+M_C(\alpha,\beta) & \text{if } f\le x<\frac{l_2}{2} \\ \frac{x}{g}\cdot r_{nosto3}(\alpha)\times F_A(\alpha,\beta)+\frac{x-f}{g-f}\cdot\left(r_{nosto3}(\alpha)-r_{nosto2}(\alpha)\right)\times M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta)+M_C(\alpha,\beta)-\frac{x-l_2}{g-\frac{l_2}{2}}\cdot r_{nosto5}(\alpha)\times E_{yks}\cdot m_2\cdot g_{gra} & \text{if } \frac{l_2}{2}\le x<g \\ \frac{l_2-x}{l_2-g}\cdot\left(r_{nosto1}(\alpha)-r_{nosto3}(\alpha)\right)\times F_E(\alpha,\beta) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Kuvassa 15 on esitetty taivutusmomentti puomin pituuden funktiona, suurin taivutusmomentti esiintyy odotetusti nostosylinterin kohdalla.



Kuva 15. *Nostopuomin taivutusmomentti.*

Taivutusmomentille haettiin maksimi ja sen perusteella määritettiin palkkiin kohdistuva suurin jännitys. Laskennallinen arvo on suuntaa antava, sillä se ei huomio mm. korvakkeen vaikutusta jännitykseen. Näin ollen rakenteen todellinen jännitys selviää vasta FEM-analyysissä. Puomin muille osille suoritettiin vastaavat tarkastelut.

Seuraavaksi selvitettiin puomien taipumat kulmien α ja β funktiona. Jokaiseen puomin osaan kohdistuvat voimat aiheuttavat joustoa, joten jokaiselle voimalle kirjoitettiin yhtälö kuinka paljon se taipumaa aiheuttaa. Tässä kohdassa hyödynnettiin valmiita, kirjallisuudesta löytyviä yhtälöitä ja niitä yhdistelemällä saatiin lauseke puomin taipumalle. Esimerkiksi taittosylinterin aiheuttama taipuma nostopuomissa voidaan esittää.

$$v'_D(\alpha,\beta) := \frac{-O(\alpha,\beta)\cdot F_{syl2}(\alpha,\beta)\cdot b_\alpha(\alpha)\cdot(g-f)\cdot f}{3\cdot E_{teräs}\cdot I_2} \tag{18}$$

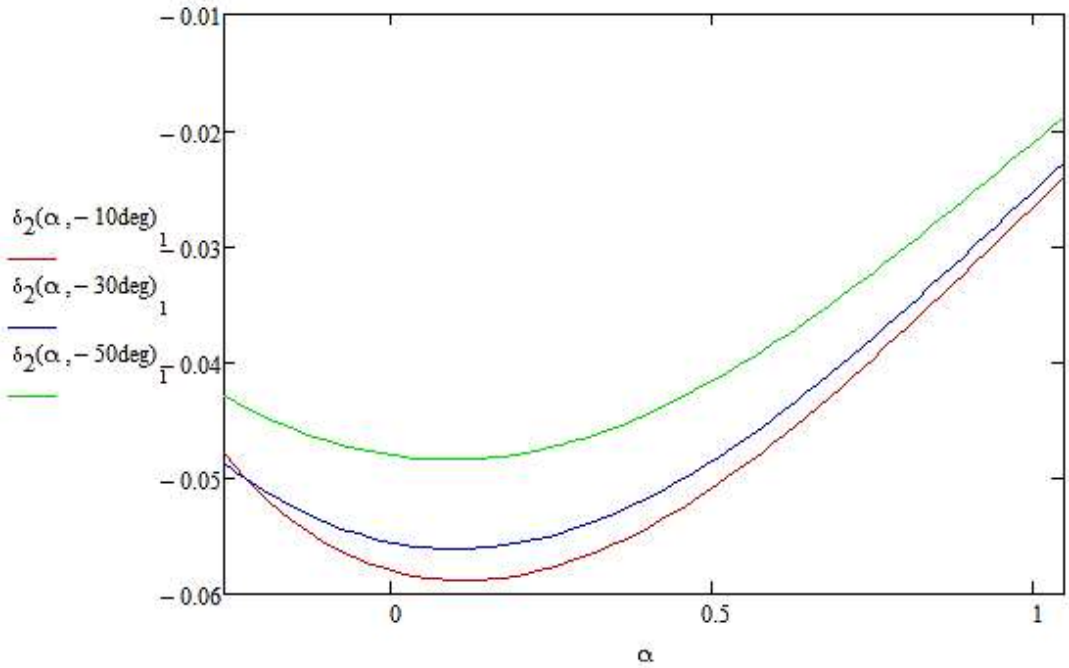
missä	$O(\alpha,\beta)$	on taittosylinterin suuntavektori,
	$F_{syl}(\alpha,\beta)$	on taittosylinterin voima [N],
	$b_\alpha(\alpha)$	on nostopuomin keskilinjaa vastaan oleva globaalikoordinaatiston yksikkövektori,
	g ja f	ovat korvakkeiden etäisyyksiä pisteen A suhteen [m],
	$E_{teräs}$	on teräksen kimmokerroin [Pa] ja
	I_2	on nostopuomin neliömomentti [m^4]

Yhtälöt koottiin siirtymävektoriin, jossa jokaiselle 3-uloitteisen avaruuden suunnalle on muodostettu oma yhtälö. Tässä tapauksessa z-suunta jätettiin tyhjäksi, sillä yhtälö mal-

lintaa staattista tilannetta ja tällöin z-suuntaista siirtymää ei tapahdu. Nostopuomin siirtymävektoriksi saatiin.

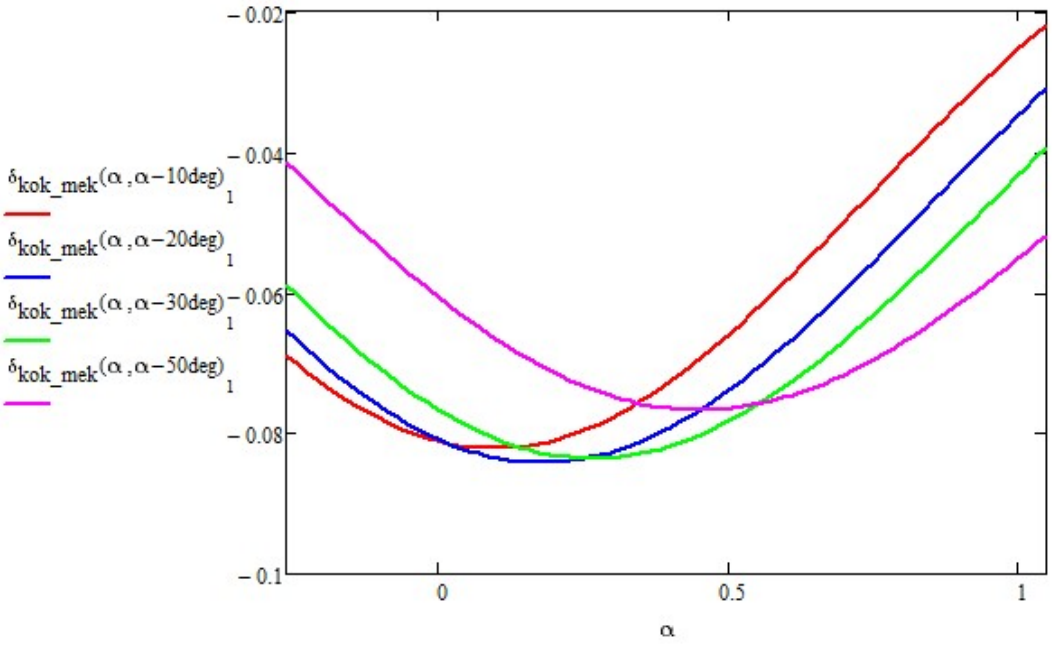
$$\delta_{2_lok}(\alpha,\beta) := \begin{bmatrix} \varepsilon_{AC}(\alpha,\beta) + \varepsilon_{DE}(\alpha,\beta) \\ v_{AE}(\alpha,\beta) + v'_{C}(\alpha,\beta)\cdot(l_2 - f) + v_{D}(\alpha,\beta)\cdot\left(\frac{l_2 - f}{g - f}\right) + v'_{D}(\alpha,\beta)\cdot(l_2 - f) + v_{AD}(\alpha,\beta)\cdot\left(\frac{l_2 - f}{l_2 - g}\right) + v'_{AD}(\alpha,\beta)\cdot(l_2 - f) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Jokaisen voiman siirtymäyhtälössä jouduttiin huomiomaan kuinka paljon se suhteellisesti aiheuttaa joustoa. Tämän takia yhtälöitä on kerrottu puomin pituutta sisältävillä termeillä. Näin saadut yhtälöt esittävät paikallisesti eli puomin yhden osan kannalta sen joustoa. Jotta saadaan selville globaali jousto, täytyy siirtymävektori kertoa koordinaatistonkiertomatriisilla. Kuvassa 16 on esitetty nostopuomin globaali pystysuuntainen jousto eri puomien kulmilla.



Kuva 16. *Nostopuomin pystysuuntainen jousto.*

Vastaavasti toimittiin muille puominosille ja puomin pään mekaanisesta joustosta aiheutuva jousto on kunkin puomin osan komponenttien summa. Kuvassa 17 on esitetty puomin pään mekaanisesta joustosta aiheutuva jousto.



Kuva 17. *Puomin mekaaninen jousto.*

Puomin palkkien lisäksi mitoitettiin puomia liikuttavat sylinterit. Tässä vaiheessa sylinterivoimat puomien kulmien funktiona olivat selvillä, joten sylinterin mäntien mitoitus oli helppo. Puomia liikuttelevan hydraulijärjestelmän painetasoksi sovittiin 200 baaria. Sylintereihin kohdistuva suurimman voiman avulla saatiin selville vaadittava männän halkaisija yhtälön 19 mukaisesti.

$$d_{syl} = \sqrt{\frac{4*F_{syl_max}}{\eta_{hm}*p_{max}*\pi}} \tag{19}$$

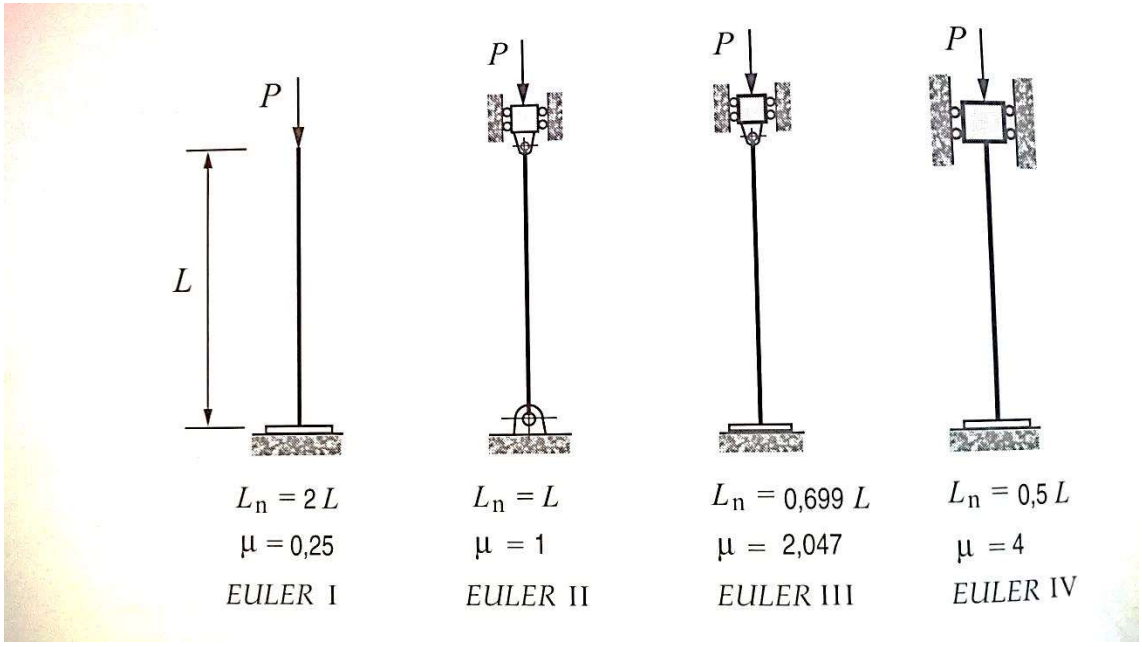
missä F_{syl_max} on sylinteriin kohdistuva maksimivoima [N],
η_{hm} on sylinterin mekaanishydraulinen hyötysuhde ja
p_{max} on hydraulijärjestelmän maksimipainetaso [Pa]

Sylinterin mekaanishydraulisena hyötysuhteena käytettiin 0,9, joka on sangen konservatiivinen arvo, mutta varmistaa kuorman varman liikkumisen. Molempiin sylintereihin valittiin männän halkaisijaksi 50 mm. Sylinterien varret mitoitettiin nurjahduksen perusteella, varmuudeksi nurjahduksen suhteen pyrittiin saamaan noin kaksi. Varren nurjahtamiseen vaadittava voima saadaan yhtälöstä 20 [5, s.277].

$$F_{nur} = \frac{\pi*E*I}{l^2} \tag{20}$$

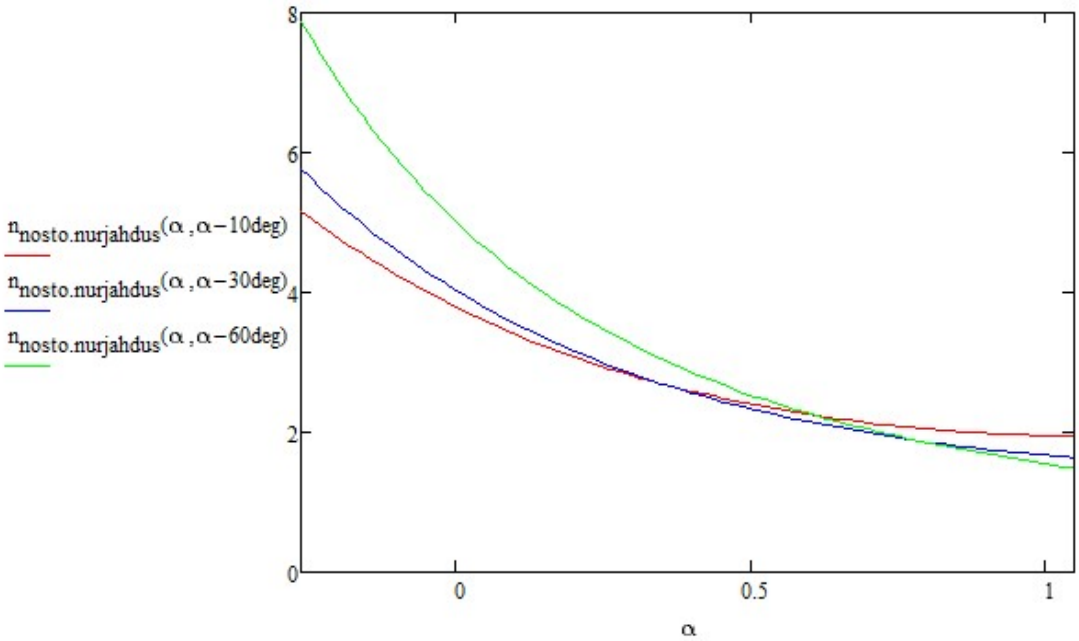
missä E on sylinterin varren materiaalin kimmokerroin [Pa],
I on varren neliömomentti [m^4] ja
l on efektiivinen nurjahduspituus [m].

Efektiivinen nurjahduspituus määräytyy sylinterin päiden tuentojen perusteella. Tässä tapauksessa molemmissa päissä on tuettu ja nivelöity kiinnitys, joten efektiivinen nurjahduspituus on sama kuin todellinen pituus kuvan 18 tapauksen kaksi mukaisesti.



Kuva 18. *Eulerin nurjahdustapaukset [5, s.280]*

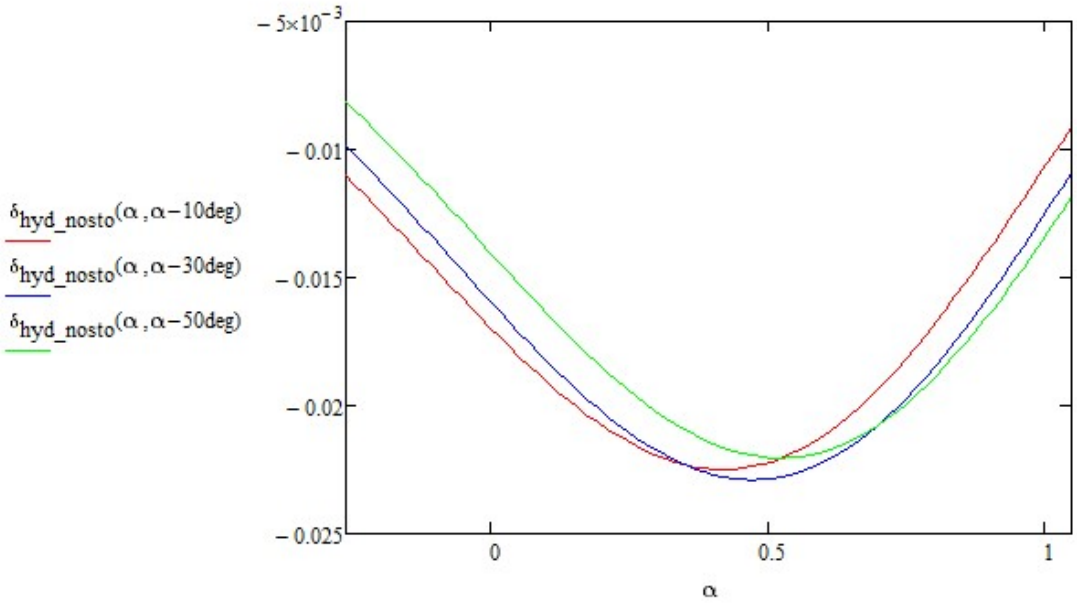
Kuvassa 19 on esitetty nostosylinterin varmuus nurjahduksen suhteen kulman α funktiona.



Kuva 19. *Nostosylinterin varmuus nurjahduksen suhteen.*

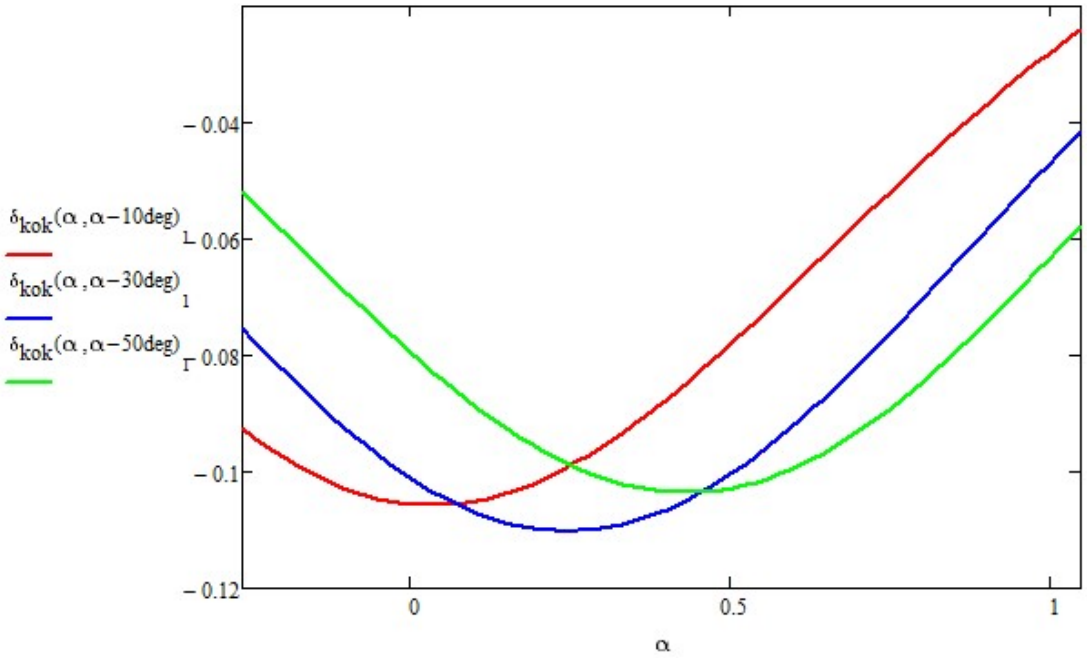
Vastaava tarkastelu suoritettiin taittosylinterille. Nosto- ja siirtosylitereiksi valittiin 50/30–350. Optimoimalla sylinterin pituutta ja kiinnityskorvakkeiden paikkoja saatiin puomille laajat liikeradat.

Mekaanisen jouston lisäksi täytyy huomioida hydraulinen jousto. Puomin kokonaisjousto koostuu mekaanisesta joustosta ja hydraulisesta joustosta. Hydraulinen jousto määritettiin kunkin joustavan komponentin summan käänteislukuna liitteen 1 mukaisesti. Kuvassa 20 on esitetty nostosylinterin hydraulipiirin aiheuttama jousto nostopuomin päässä.



Kuva 20. *Nostosylinterin hydraulinen jousto.*

Vastaava tarkastelu suorittiin myös taittosylinterin piirille. Summaamalla hydraulinen ja mekaaninen jousto yhteen saadaan puomin kokonaisjousto. Kuvassa 21 on esitetty puomin kokonaisjousto kulmien funktiona.



Kuva 21. *Puomin kokonaisjousto eri puomien kulmilla.*

Suurin kokonaisjousto saavutetaan kulmilla α = 13° ja β = 14°. Lopuksi selvitettiin puomissa käytettävien niveltappien halkaisija. Tapit mitoitettiin puhtaan leikkauksen perusteella. Tappien halkaisijaksi valittiin 25 mm, joka määräytyi nivelissä käyttävien laakereiden sisähalkaisijan mukaan, eikä niinkään leikkauskuorman perusteella. Täydellinen mitoitusdokumentti löytyy liitteestä C:

5. PUOMIRAKENTEEN MALLINNUS JA FEM-TARKASTELU

Tässä luvussa suoritetaan puomirakenteen FEM-mallinnus matemaattisen laskentamallin perusteella. Matemaattinen laskentamalli ei huomioon puomirakenteen yksityiskohtien vaikutusta rakenteen jännityksiin ja joustoihin. Suorittamalla puomirakenteen mallinnus SolidWorks-ohjelmalla ja suorittamalla jännitys- ja taipuma-analyysit, saadaan tulokset, joita voidaan verrata matemaattiseen malliin. Puomi jaetaan tarkastelussa kolmeen osaan, pylvääseen, nostopuomiin ja siirtopuomiin. Jokaisesta osasta tarkastellaan jännitys, taipuma, nurjahdus ja korvakkeiden hitsaussauman kestävyys väsyttävän kuorman suhteen. Tarkastelussa käytettävät mallit ovat yksinkertaisempia kuin valmiin puomin CAD-mallit. Poistamalla yksityiskohdat, joilla ei ole merkitystä jännitystarkastelussa, saadaan mallista laskennallisesti kevyempi ja yhtä laskentaa kohden aikaa kuluu vähemmän.

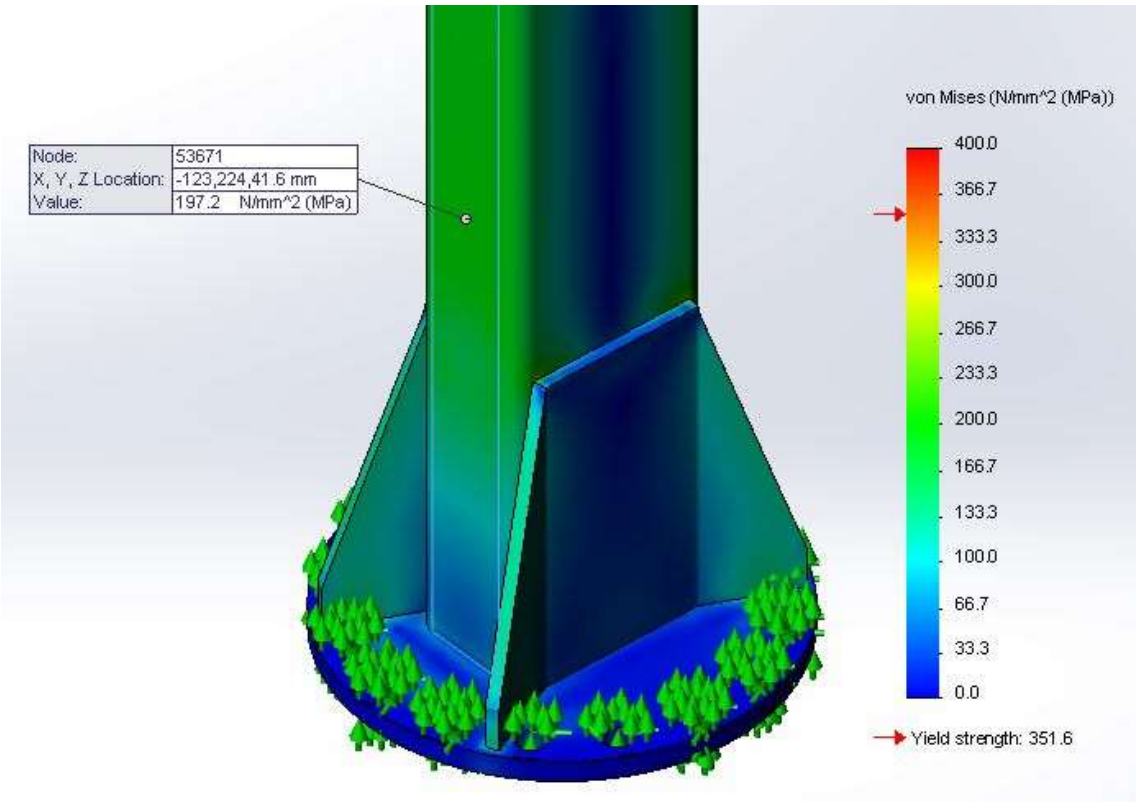
Puomin mitoituskuormana käytetään 250 kg massaa puomin päässä. Koska puomien asema vaikuttaa voimakkaasti kaikkiin tuloksiin, haettiin tilannetta, jossa puomien kuormitus on mahdollisimman suuri. Nosto- ja siirtopuomi tarkasteltiin niiden ollessa vaakatasossa (kulma 0°) ja pylväs nostopuomin ollessa vaakatasossa ja siirtopuomin 10° alaspäin kiertyneenä vaakatasosta. Pylväälle ja nostopuomille saatiin tarvittavat reaktiovoimat korvakkeisiin matemaattisesta laskentapohjasta.

5.1 Pylväs

Pylväs on tuettu alapäästään kiinteästi kehälaakeriin, joka mahdollistaa puomirakenteen pyörittämisen pystyakselin ympäri ja siihen liittyvät nostosylinteri korvakkeen B kautta sekä nostopuomi nivelen A kautta. Pylvään materiaalina käytetään RHS-putkea mitassa 100*60*6 ja materiaalina on rakenneteräs S355. Kuvassa 22 on esitetty pylvään rakenne.

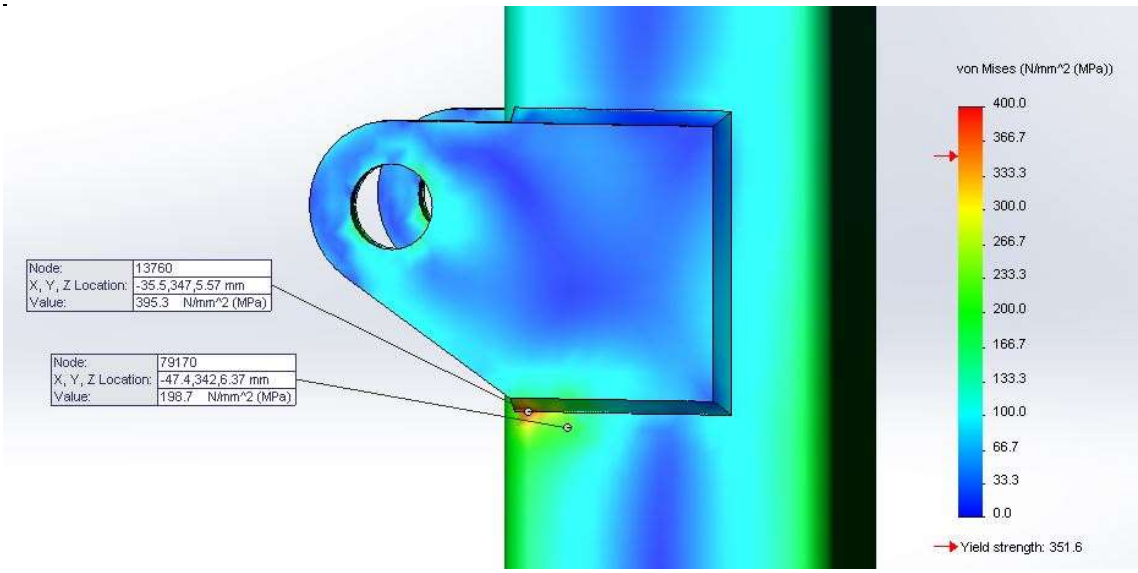
Kuva 22. *Pylväs.*

Korvake B valmistetaan 6 mm teräslevystä leikkaamalla ja kiinnitetään hitsaamalla pylvään sivuihin. Korvaketta A varten leikataan/porataan pylvään päähän aukot, johon ainesputkesta valmistetaan sopiva holkki. Holkin sisään asetetaan korvakkeen A niveltappi ja se lukitaan 8 mm putkisokalla liikkumattomaksi. Kuvassa 23 on esitetty pylvään tyven jännitykset.



Kuva 23. *Pylvään tyven jännitykset*

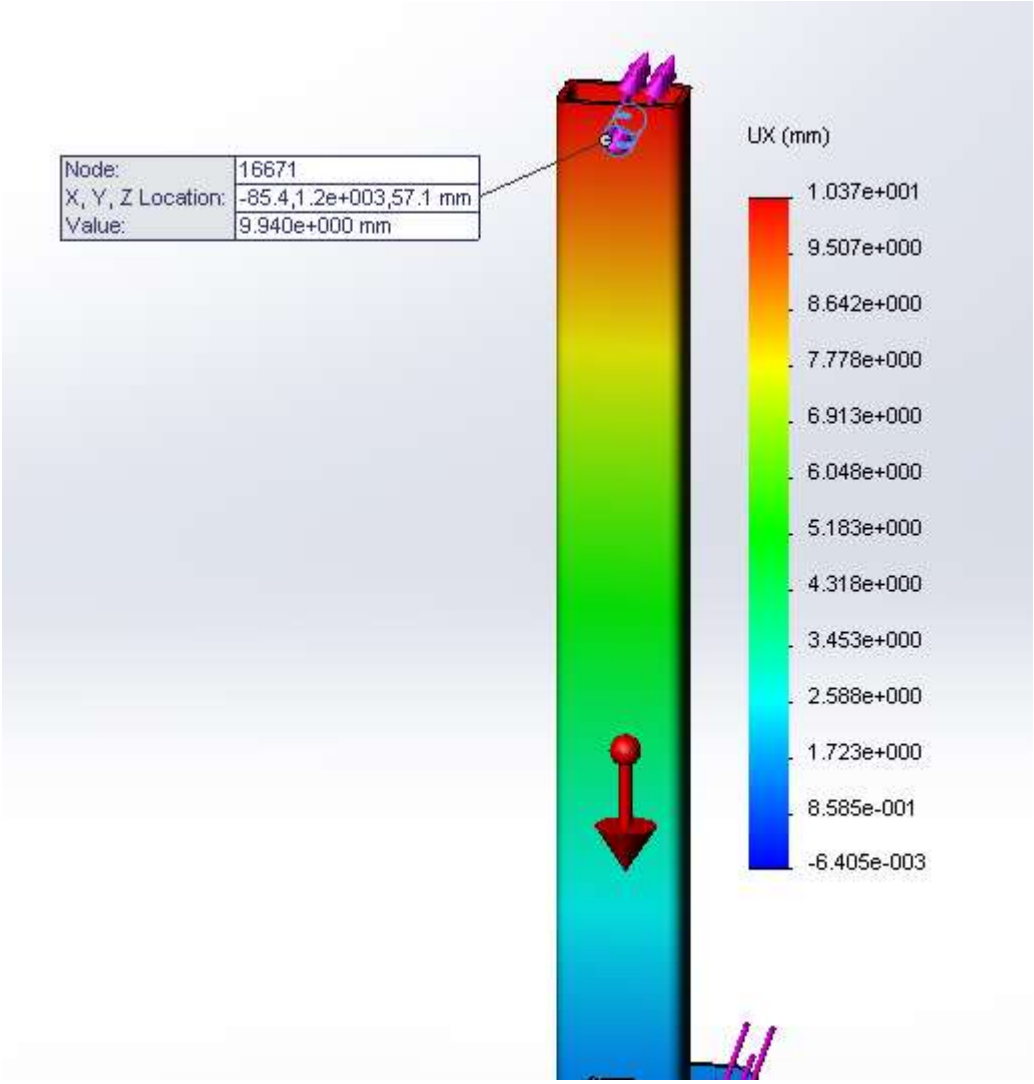
Pylvään palkki kiinnittyy suoraan pohjalevyyn ja lisäksi palkki on tuettu vahvikelevyjen avulla tukevasti pohjalevyyn. Pohjalevy kiinnittyy pulttiliitoksella kehälaakeriin. Pylvään mallissa tuenta on toteutettu niin, että pohjalevyn pohjassa on alue, joka kantaa vain alaspäin suuntautuvia voimia, pultinreiät ottavat vastaan sivusuuntaiset voimat ja pohjalevyn yläpuolella olevat pinnat, jotka mallintavat pultinkantoja, ottavat vastaan ylöspäin suuntautuvat voimat. Suurin jännitys on n. 200 MPa, joka esiintyy pylvään laippapinnoilla. Pylväästä tarkasteltiin tyven lisäksi korvake B eli nostosylinterin alakorvake. Kuvassa 24 on korvakkeen B jännitykset.



Kuva 24. *Korvakkeen B jännitykset*

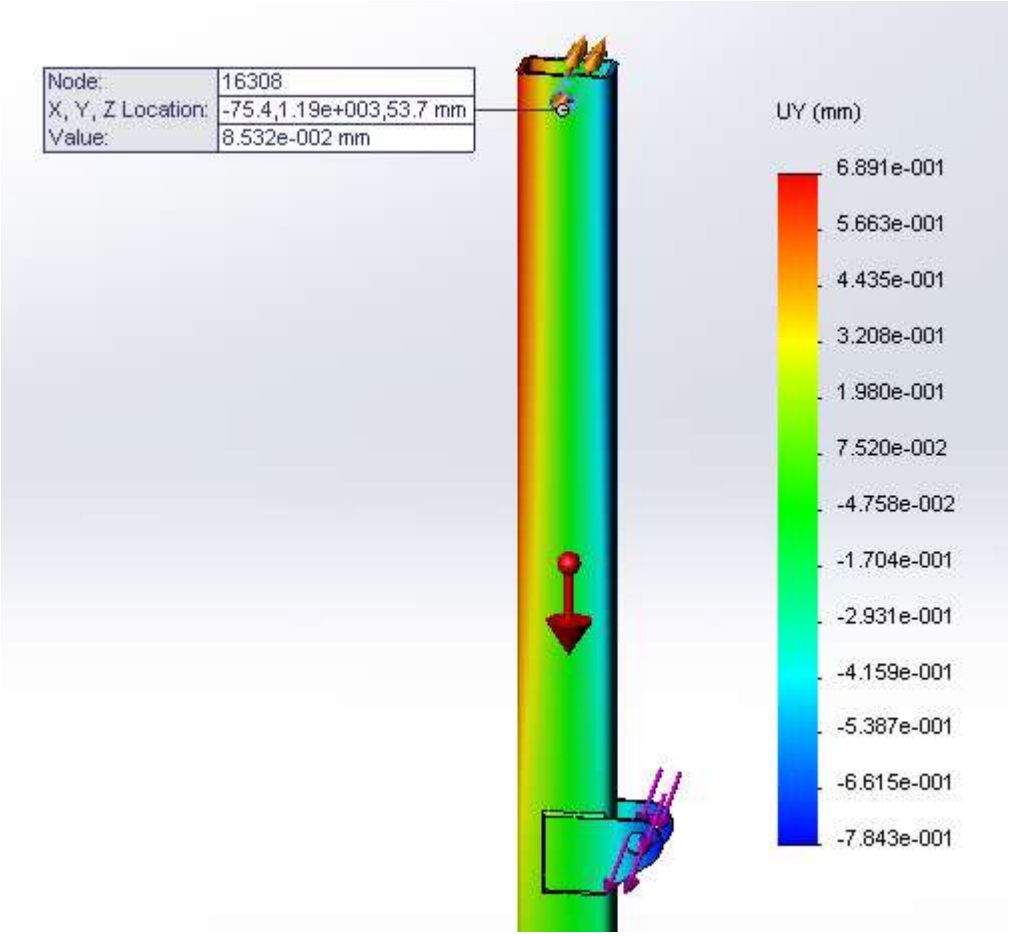
Korvake kiinnitetään pylvääseen hitsaamalla ja siksi malliin luotiin hitsiä mallintava piirre. Mallinnettu hitsi kantaa korvakkeeseen kohdistuvan kuormituksen kokonaisuudessaan eikä korvakkeen levy siirrä keskiosaltaan voimaa pylvääseen. Tämä vastaa todellista tilannetta. Kuvasta 24 havaitaan, että suurin paikallinen jännitys on n. 400 MPa. Tämä johtuu epäjatkuvuuskohdasta rakenteessa eli tässä tapauksessa korvakkeen etuosan hitsiä ei ole mallinnettu, koska hitsin geometria olisi monimutkainen ja mallin verkotus on haastavaa. Tämä voidaan välttää, kun hitsiä ei mallinneta ja suuri paikallinen jännitys jätetään huomiotta. Kuvasta 24 voidaan myös havaita, että siirryttäessä kauemmaksi epäjatkuvuuskohdasta, jännitys laskee n. 200 MPa:iin.

Jännitysten lisäksi on huomioitava pylvään joustot. Vaikka pylvästä ei testilaitteistossa tutkita, sen jousto vaikuttaa rakenteen kautta puomin pään joustoon. Kuvassa 25 on esitetty pylvään jousto X-suunnassa eli vaakajousto. Jousto on mitattu SolidWorksin Probe-työkalulla nivelholkin sisäpinnalta. Menetelmästä johtuen mittaus ei ole äärettömän tarkka, sillä tulokset vaihtelevat hieman, riippuen mistä kohtaa holkkia mitataan. Mittauksissa on pyritty valitsemaan edustavin tulos.



Kuva 25. *Pylvään vaakajousto*

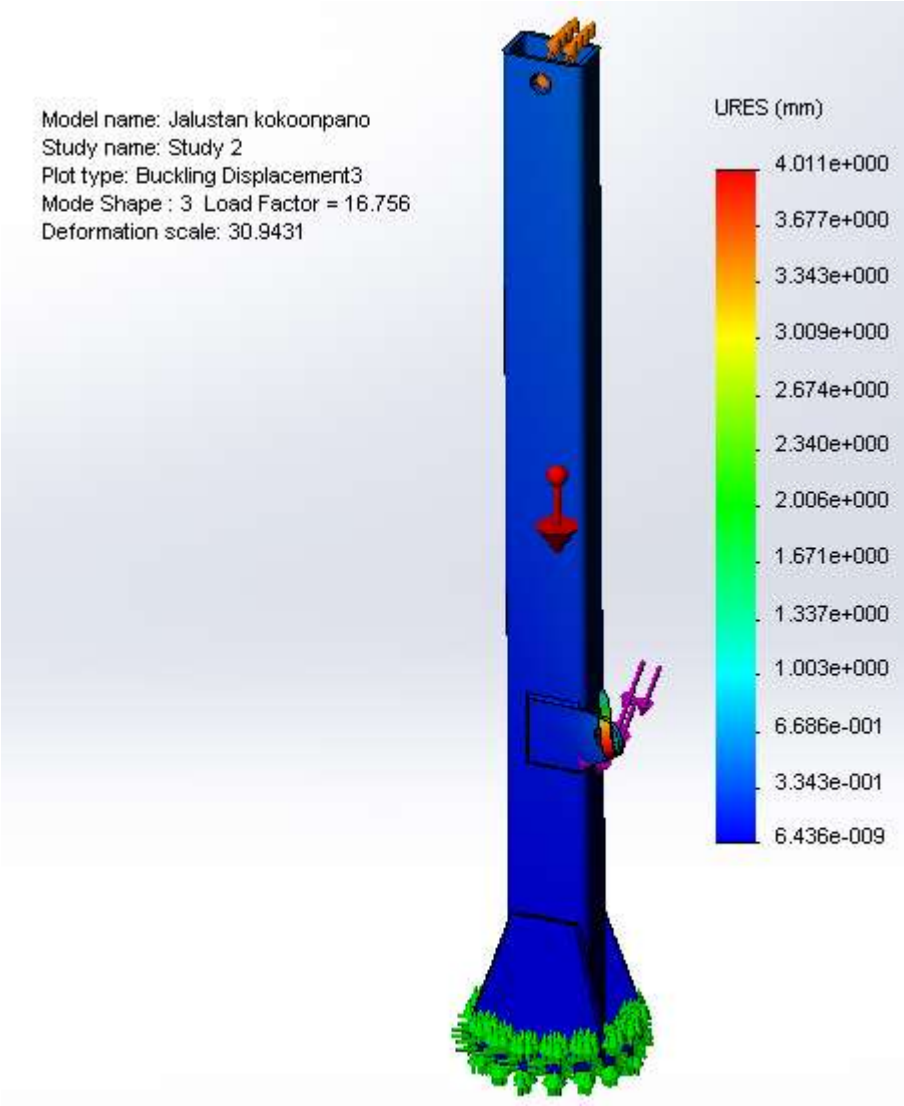
Pylvään yläpää siirtyy valitussa puomin asennossa n. 10 mm. Kuvassa 26 on esitetty pylvään pystysuuntainen jousto. Y-suunnassa joustoa ei juuri tapahdu.



Kuva 26. *Pylvään pystysuuntainen jousto*

Pystysuuntainen jousto niveltapin kohdalla on n. 0,09 mm eli hyvin pieni verrattuna puomin pään mekaaniseen kokonaisjoustoon.

Lisäksi tutkittiin pylvään kesto lommahduksen suhteen. Putkipalkit on lähtökohtaisesti suunniteltu niin, että niissä tapahtuu murtuminen ennen lommahtamista, joten tämä ei olisi välttämättä tarpeen, mutta koska lommahduksen pystyy helposti tarkistamaan FEM-ohjelmistolla, suoritettiin tämä kaikesta huolimatta. Kuvassa 27 on esitetty pylvään ensimmäinen positiivinen loimahdusmuoto.

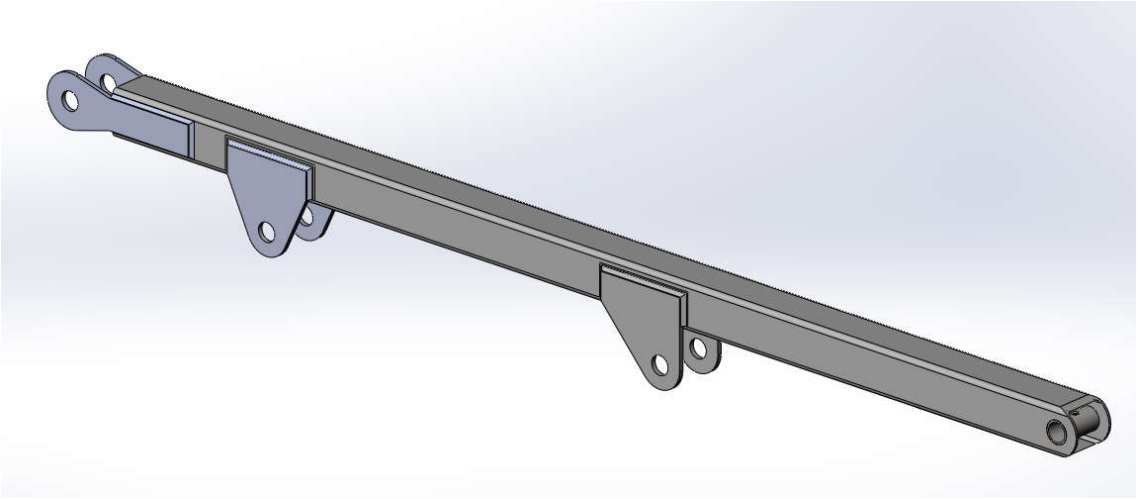


Kuva 27. *Pylvään lommahdus*

Lommahdukseen vaadittava voima on 16.7-kertainen kuormittavaan voimaan nähden, joten rakenteen murtuminen tapahtuu paljon ennen lommahdusta eli lommahdus ei rajoita rakenteen lujuutta. Tässä tapauksessa lommahdus tapahtuu korvakkeen A taipumisena, joka ei vastaa todellisuutta, sillä rakennetta jäykistää nostosylinterin kiinnitystappi eli rakenteen varmuus lommahduksen suhteen on vielä suurempi.

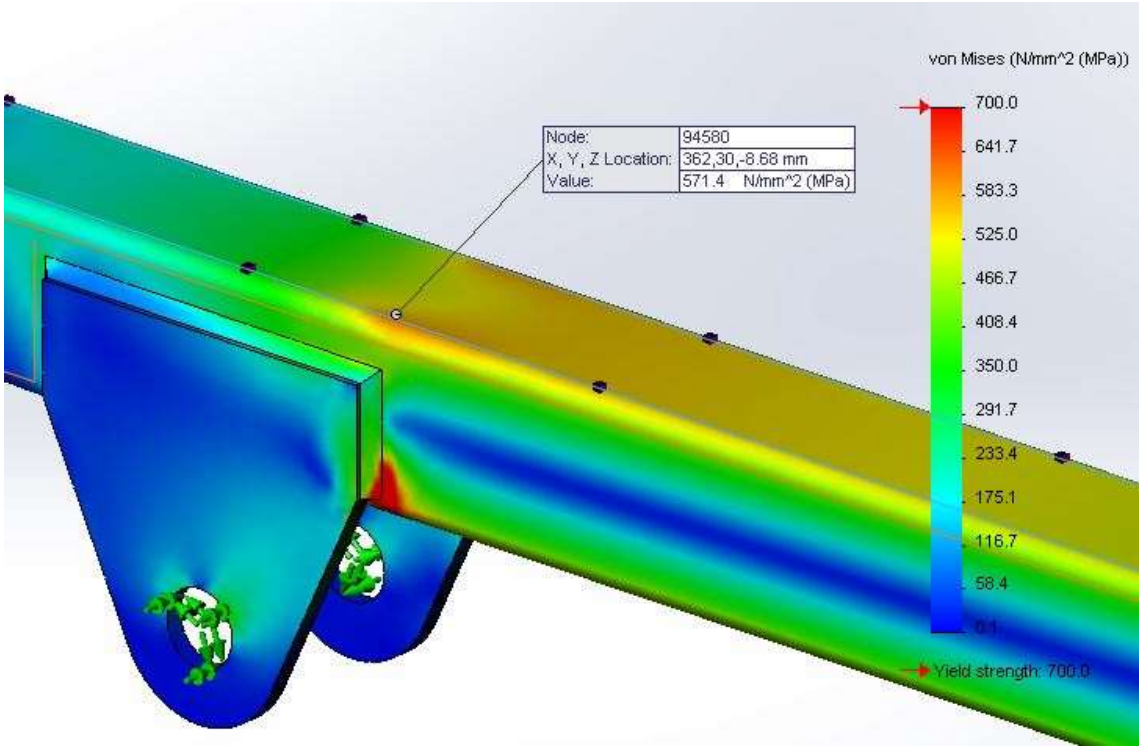
5.2 Nostopuomi

Nostopuomi on nivelöity pylvääseen nivelen A kautta ja siirtopuomi edelleen nostopuomiin nivelen E kautta. Nostosylinteri kiinnittyy nostopuomiin korvakkeen C ja siirtosylinteri korvakkeeseen D. Nostopuomin materiaalina käytetään Ruukin Optim 700-rakenneputkea mitassa 60*60*3. Kuvassa 28 on esitetty nostopuomin rakenne.



Kuva 28. *Nostopuomin rakenne*

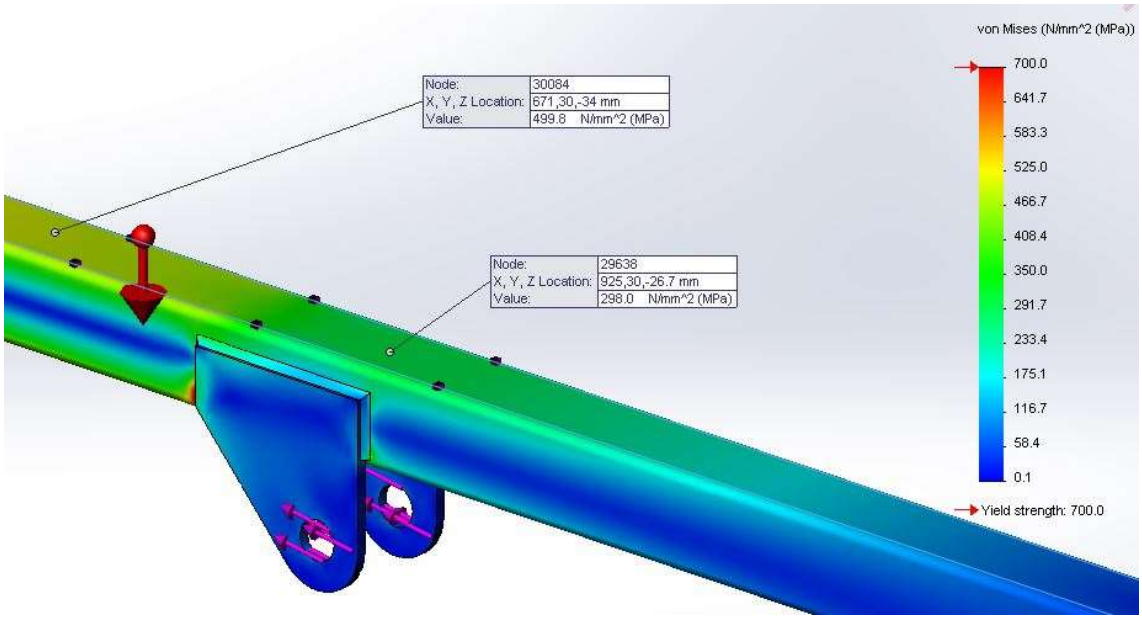
Nostopuomille suoritettiin vastaava jännitystarkastelu kuin pylväälle. Nyt rakenteen tuli olla mahdollisimman joustava, joten jännitysten tuli olla riittävän suuria, jotta rakenteen venymistä tapahtuu. Kuvassa 29 on esitetty korvakkeen C eli nostosylinterin yläkorvan jännitykset.



Kuva 29. *Korvakkeen C jännitykset*

Suurin jännitys esiintyy puomin yläpinnalla, sen ollessa n. 570 MPa. Myös korvakkeessa C esiintyy epäjatkuvuuskohdan aiheuttama jännityshuippu. Tämä johtuu samasta syystä kuin aikaisemmin eli hitsiä ei ole mallinnettu korvan ja palkin alapinnan liitokseen.

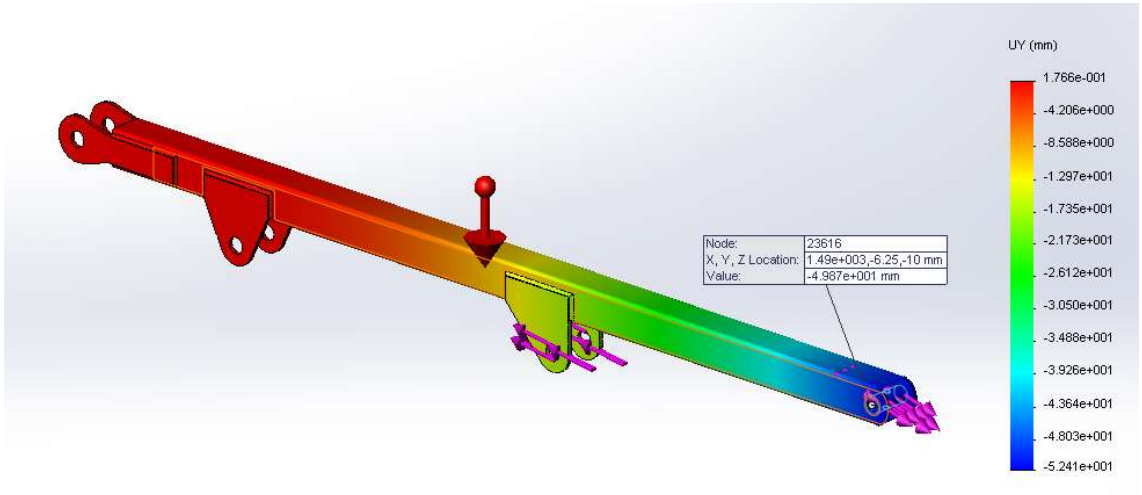
Kuvassa 30 on esitetty korvakkeen D eli taittosylinterin tyvikorvakkeen jännitykset.



Kuva 30. *Korvakkeen D jännitykset*

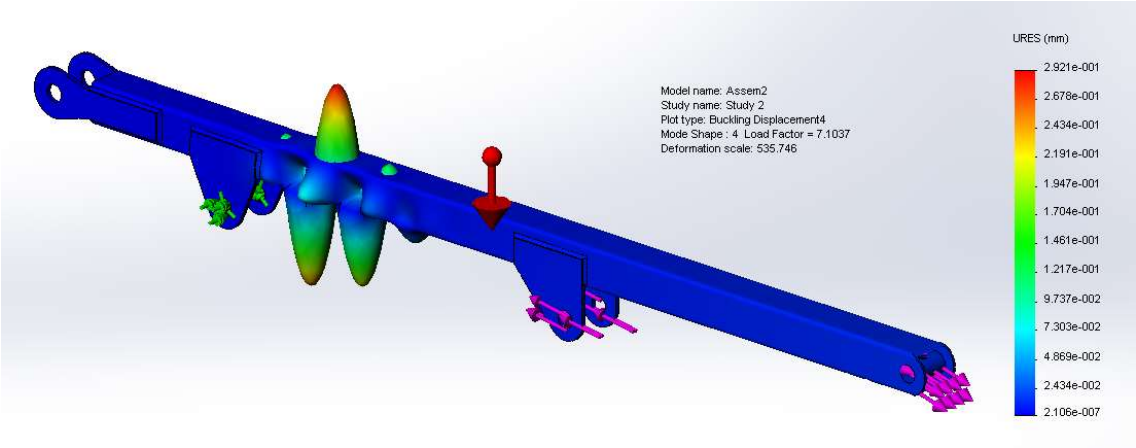
Puomin yläpinnalla esiintyy ennen korvaketta D n. 500 MPa jännitys ja korvakkeen kohdalla n. 300 MPa jännitys. Myös korvakkeessa D esiintyy epäjatkuvuuskohdan aiheuttama jännityshuippu. Testilaitteiston vaadittu käyttöikä on sangen lyhyt, joten näin suuret jännitykset voidaan hyväksyä.

Seuraavaksi tutkittiin nostopuomin joustoa kuormituksessa. Kuvassa 31 on esitetty nostopuomin pystysuuntainen jousto.



Kuva 31. *Nostopuomin pystysuuntainen jousto.*

Nostopuomin pää siirtyy kuormitettuna lähes 50 mm alaspäin. Tämä tarkoittaa 3,3% suhteellista joustoa eli jouston osuutta palkin kokonaispituudesta. Kuvassa 32 on esitetty nostopuomin nurjahdus.



Kuva 32. *Nostopuomin nurjahdus*

Nostopuomi kestää nurjahtamatta normaalinkäytön, sillä nurjahduskuormitus on 7,1-kertainen mitoituskuormaan.

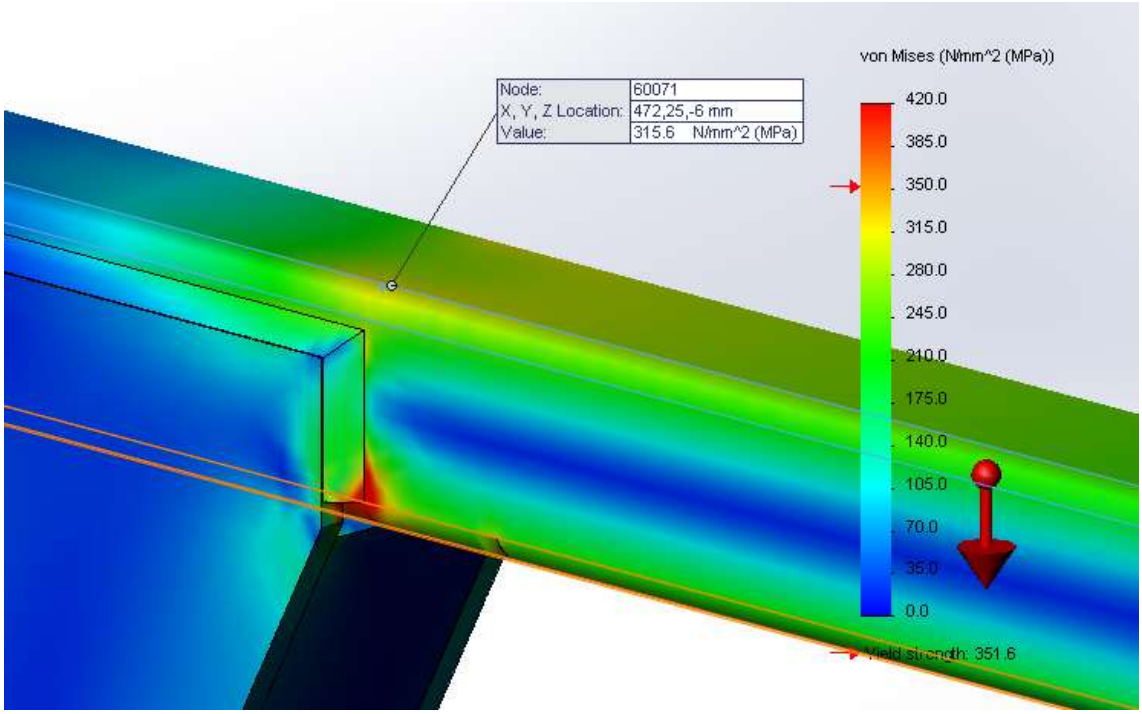
5.3 Siirtopuomi

Siirtopuomi on nivelöity nostopuomiin nivelen E kautta, siirtosylinteri liittyy korvakkeeseen F ja nostettava kuorma siirtopuomin päähän pisteeseen G. Siirtopuomin materiaalina käytetään Ruukin MH 420-rakenneputkea mitassa 50*50*3. Kuvassa 33 on esitetty siirtopuomin rakenne.

Kuva 33. *Siirtopuomin rakenne*

Siirtopuomin tulee olla myös mahdollisimman joustava, jotta riittävä jousto saavutettaisiin. Tästä vaatimuksesta jouduttiin hieman tinkimään, sillä maksimaallisen jouston mahdollistava rakenne olisi tullut hankalaksi toteuttaa. Erittäin lujalla AW 6062-sarjan alumiinilla olisi mekaaninen jousto saatu n. 5 mm suuremmaksi kuin valitulla teräsrakenteella, mutta alumiinisesta puomista luovuttiin sen vähäisen hyödyn ja monimutkai-

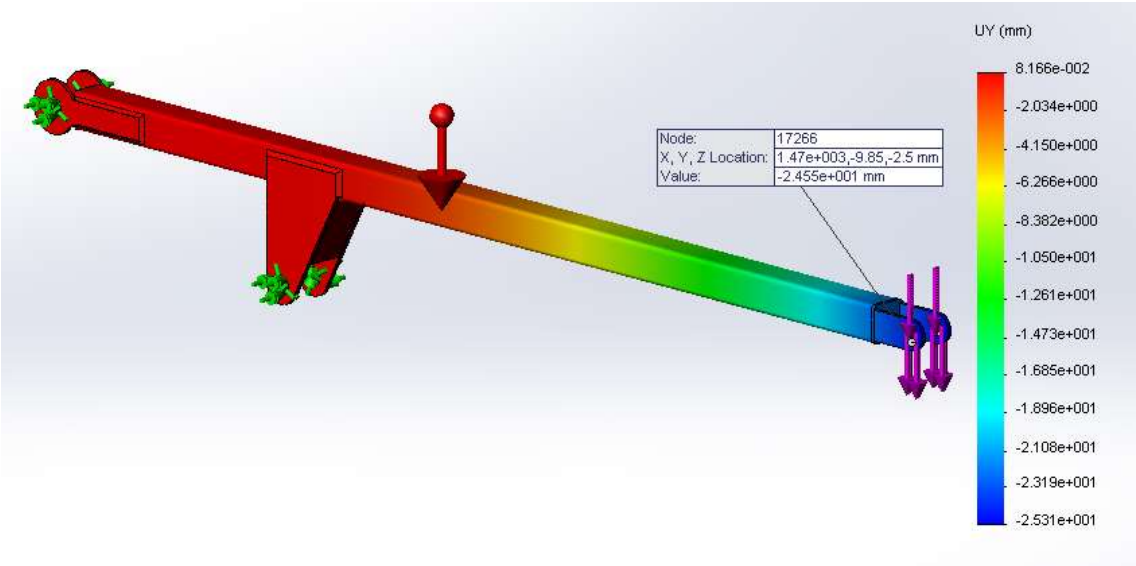
semman valmistamisen takia. Puomi olisi pitänyt valmistaa kokonaisuudessaan alumiinista, sisältäen korvakkeet ja laakeripesät, sillä alumiinin ja teräksen liittäminen kyseisessä osassa olisi ollut haasteellista. Siirtopuomille suoritettiin vastaavat analyysit kuin kahdelle aikaisemmalle puomin osalle. Kuvassa 34 on esitetty siirtopuomin jännitys korvakkeen F kohdalla.



Kuva 34. *Siirtopuomin jännitykset*

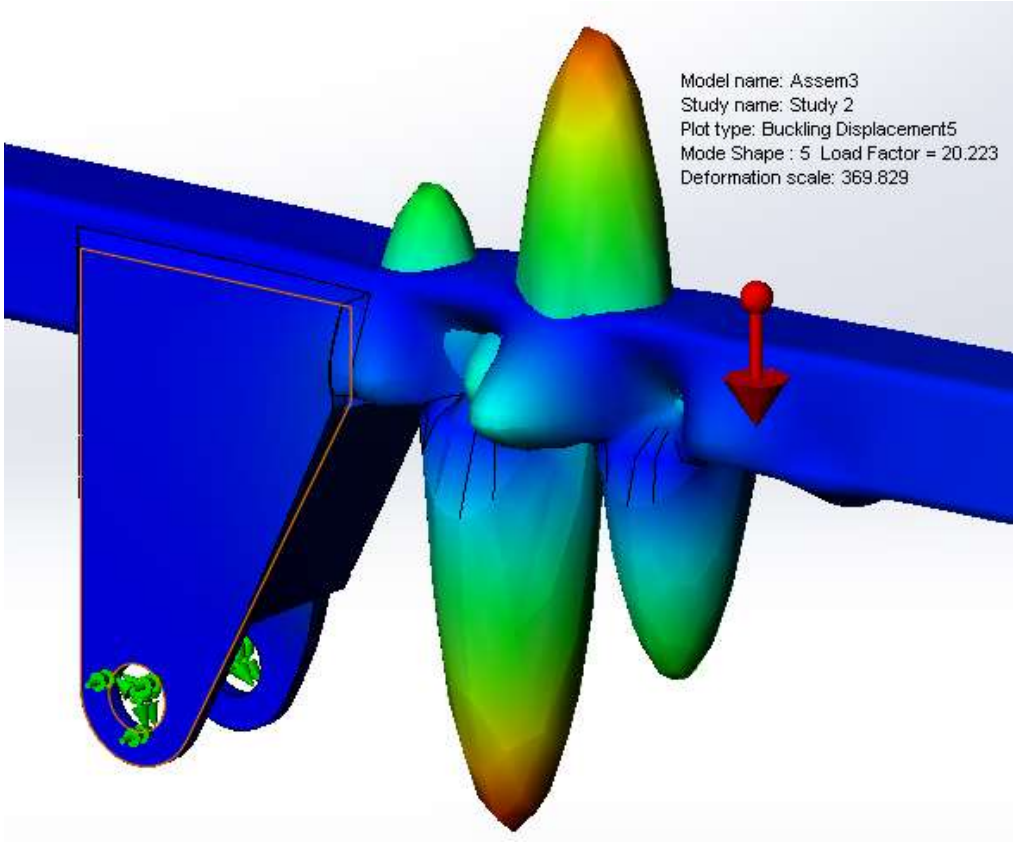
Suurin jännitys on. 320 MPa, joka esiintyy palkin yläpinnalla ja myös tässä osassa esiintyy geometrinen jännityshuippu korvakkeen juuressa.

Kuvassa 35 on esitetty siirtopuomin pystysuuntainen jousto.



Kuva 35. *Siirtopuomin pystysuuntainen jousto*

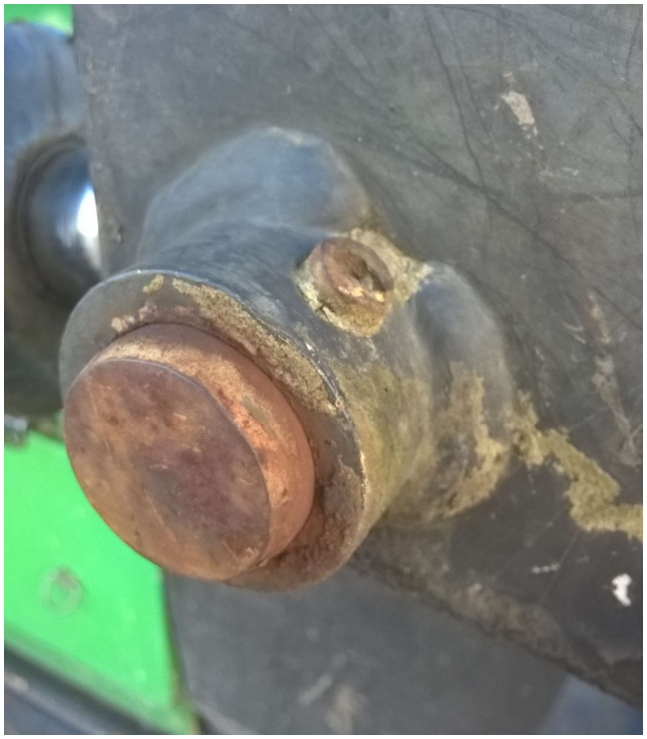
Testitilanteessa puominpään jousto puomintyveen nähden on n. 24,5 mm. Kuvassa 36 on esitetty siirtopuomin nurjahdus mitoitustilanteessa.



Kuva 36. *Siirtopuomin nurjahdus*

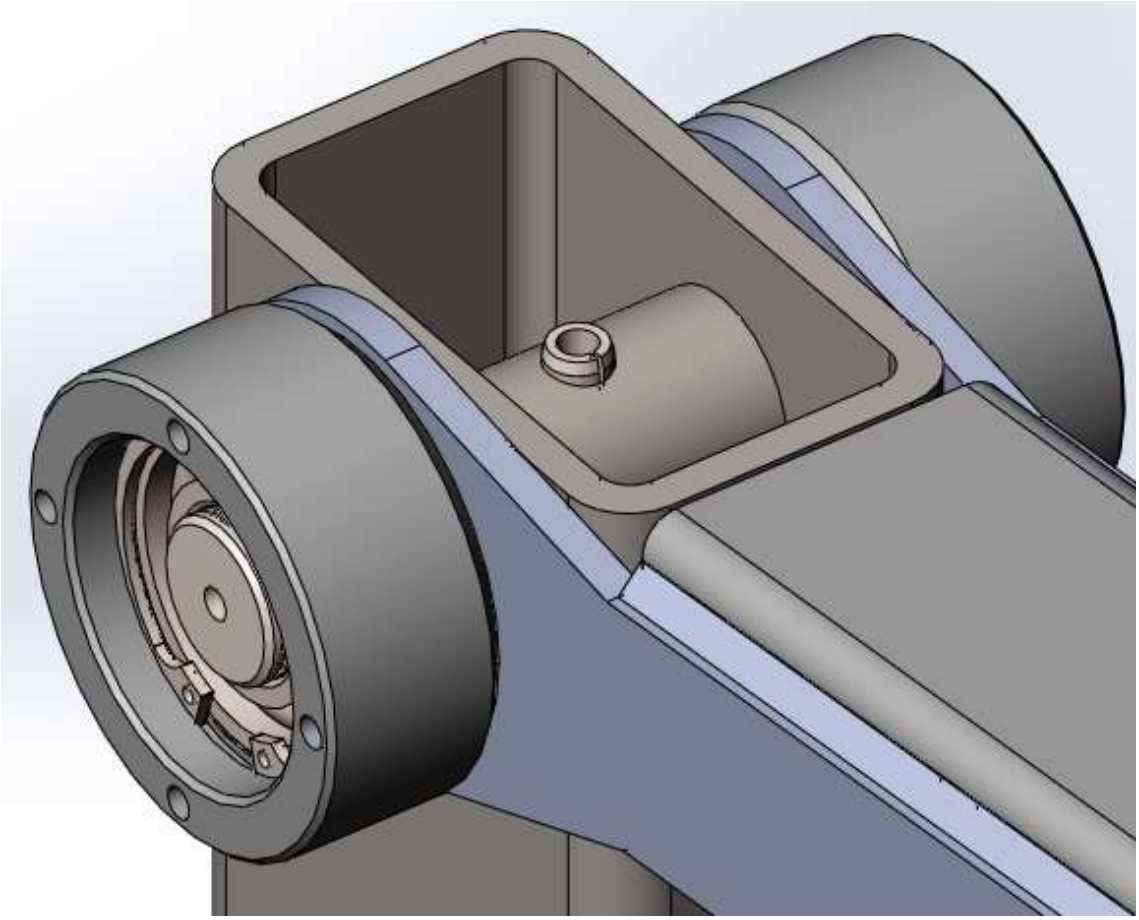
Siirtopuomin kestävyys nurjahduksen suhteen on 20,2-kertainen mitoituskuormaan nähden, joten se ei rajoita rakenteen kestävyyttä.

FEM-analyysien lisäksi esitellään vielä eräitä rakenneyksityiskohtia. Pylvään ja nostopuomin sekä nosto- ja siirtopuomin välillä tuli olla kulmanmittaus. Mittaavan anturin kiinnitys tuli huomioida erityisesti, sillä tavanomainen nivelratkaisu aiheuttaisi omat hankaluutensa. Kuvassa 37 on esitetty tavanomainen ratkaisu, jota käytetään puomien nivelissä.



Kuva 37. *Perinteinen tappinivel [11].*

Niveltappi on lukittu putkisokalla holkkiin, joka on taas osa päällimmäistä puomia. Tämänkaltaiseen rakenteeseen kulmaa mittaavan anturin kiinnitys on hankalaa, sillä anturin runko tuli kiinnittää sisempään puomiin. Tämä johtaa teknisesti monimutkaiseen ja hankalaan ratkaisuun. Tästä syystä päätettiin nivel suunnitella poikkeavasti kuvan 38 osoittamalla tavalla.



Kuva 38. *Nivelratkaisu.*

Tässä ratkaisussa nivelen rakenne käännetty eli niveltappi lukittuu sisempänä olevaan puomiin putkisokan avulla. Nivelen tuli olla mahdollisimman välyksetön, joten laakeroinniksi valittiin urakuulalaakeri yksi kappale puollelleen. Laakeriksi valittiin 6205-sarjan urakuulalaakeri, joka lukitaan laakeripesään lukkorenkaalla. Kulma-anturi kiinnitetään joustavan kytkimen avulla niveltappiin ja anturin runko erityisen välikappaleen avulla laakeripesän ulkopintaan. Näin niveltapin ja laakeripesän väillä tapahtuu kulmapoikkeama puomia liikutettaessa, joka voidaan mitata.

Laakerin valinta tehtiin SKF:n Bearing Calculator [12] työkalua hyväksi käyttäen. Tyvinivel on kuormitetuin ja siihen kohdistuu maksimissaan 28,2 kN voima. Laakerin staattinen kantavuusluku C_o sallii laakerille 7,8 kN kuormituksen. Koska laakerin pyöriminen on kyseisessä tapauksessa hidasta, kantavuuslukua tulee korjata korjauskertoimella [13]. Ekvivalentti kantavuusluku P_0 voidaan esittää yhtälöllä.

$$C_0 = s_0 * P_0 \tag{21}$$

missä C_o on laakerin kantavuusluku [N],
s_o on korjauskerroin ja
P_o on ekvivalentti kantavuusluku [N]

Korjauskerroin valittiin kuvan 39 mukaisesti

SKF

table 1 - Guideline values for the static safety factor s_0

Type of operation	Rotating bearing						Non-rotating bearing	
	Performance requirements (e.g. quiet running or vibration-free operation)							
	unimportant		normal		high			
	Ball bearings	Roller bearings	Ball bearings	Roller bearings	Ball bearings	Roller bearings	Ball bearings	Roller bearings
Smooth, vibration-free	0,5	1	1	1,5	2	3	0,4	0,8
Normal	0,5	1	1	1,5	2	3,5	0,5	1
Pronounced shock loads[1)]	≥ 1,5	≥ 2,5	≥ 1,5	≥ 3	≥ 2	≥ 4	≥ 1	≥ 2

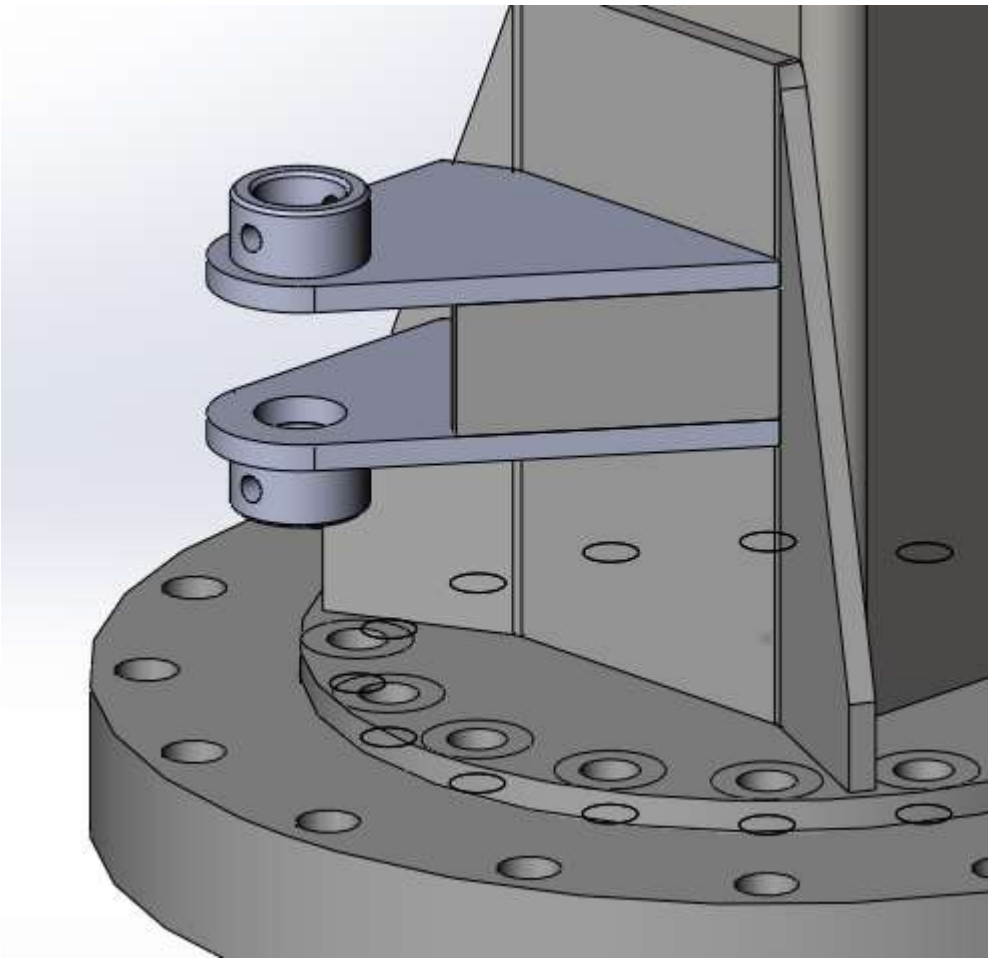
For spherical roller thrust bearings it is advisable to use $s_0 \geq 4$, for full complement tapered roller bearings (screw-down bearings) $s_0 \geq 2,5$, and for cylindrical and tapered roller bearings with steel, pin-type cages $s_0 \geq 2$.

1) Where the magnitude of the shock load is not known, values of s_0 which are at least as large as those quoted above should be used. If the magnitude of the shock loads is known, smaller values of s_0 can be applied.

Kuva 39. *Kantavuusluvun korjauskerroin. [13]*

Koska kyseissä sovelluksessa ei ollut erityisvaatimuksia hiljaiselle tai tasaiselle käynnille, valittiin korjauskertoimeksi 0,5. Näin ollen nivelen laakerien kantavuudeksi saadaan 7,8*2/0,5 =31,8 kN, joka riittää kyseiseen tapaukseen.

Pylvään tuli pyöriä pituusakselinsa ympäri, joten jonkinlainen nivel vaadittiin pylvään juureen. Tämä toteutettiin kehälaakerilla (Rollix 03-0217-00), joita käytetään yleisesti mm. ympäripyörivissä kaivinkoneissa. Kehälaakeri mahdollistaa rajoittamattoman pyörimisen vaikka se ei ollut vaatimuksena. Kehälaakerin asennus sovelluskohteeseen on helppoa, ei vaadita suuria koneistustöitä, laakeri kiinnittyy sekä alustaan että puomiin pulttiliitoksella ja yksittäisenä komponenttina vältytään suurelta suunnittelutyöltä. Laakeri kestää helposti puomin aiheuttaman kuormituksen ja on varsin tarkka, joten haitallista välystä ei pääse syntymään. Huonona puolena voidaan pitää laakerin korkeaa hintaa, mutta laakeri on mahdollista siirtää helposti sovelluskohteesta toiseen. Kuvassa 40 on esitetty pylvään tyven rakenne.



Kuva 40. *Pylvään tyvi*

Puomin kääntö tapahtuu kahden hydraulisylinterin avulla. Puomin pyörähdysalueen ei tarvitse olla suuri, joten tämä ratkaisu on tässä tapauksessa toimiva. Sylinterit kiinnittyvät kuvassa 40 näkyviin korvakkeisiin tappiliitoksella ja sylinterien toiset päät tulee kiinnittää kiinteää alustaa tavalla tai toisella, joka jää puomin käyttäjän suunniteltavaksi, koska alustasta ei tässä vaiheessa ole tarkempaa tietoa. Kuvassa 41 on esitetty valmiin puomin CAD-malli ilman nosto- ja siirtosylintereitä.

Kuva 41. *Valmis puomi.*

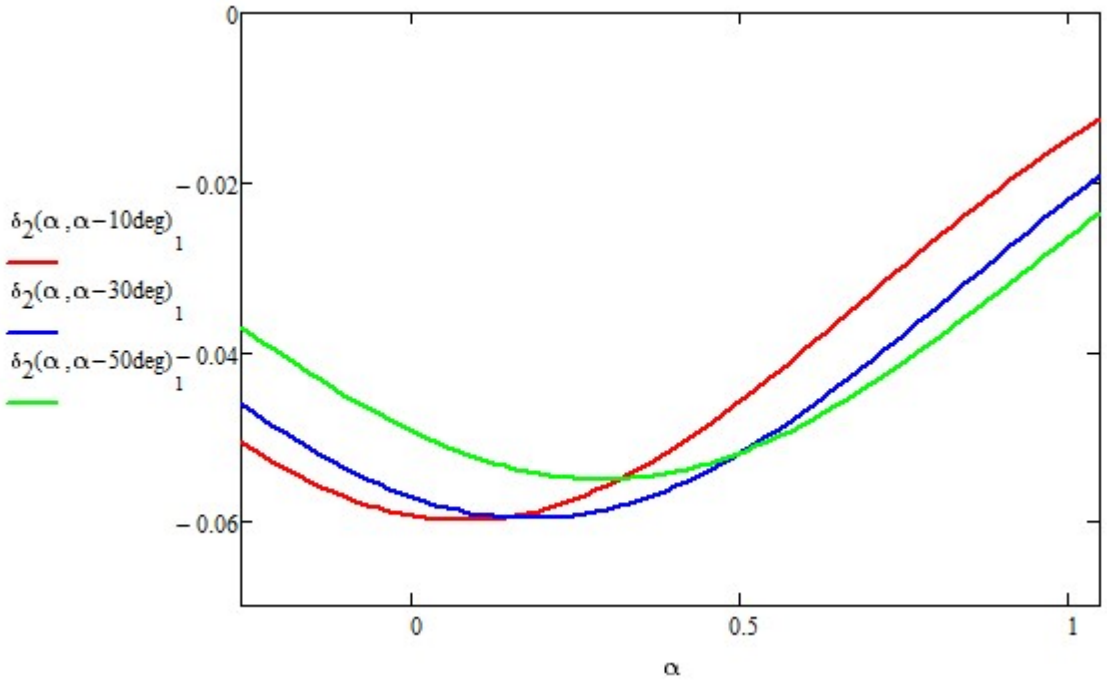
Nosto- ja siirtosylintereitä ei lisätty malliin, koska ne valmiina osina eivät tuo lisää informaatiota malliin ja niiden mallintaminen itse ei olisi järkevää. Valmiin puomin kokoonpanopiirustus on esitetty liitteessä B.

6. TULOKSET

Tässä kappaleessa vertaillaan matemaattisen laskentamallin ja FEM-tarkastelun tuloksia. Vertailtavia tuloksia ovat puomin jännitykset ja joustot. Myös annettujen vaatimusten toteutumista analysoidaan.

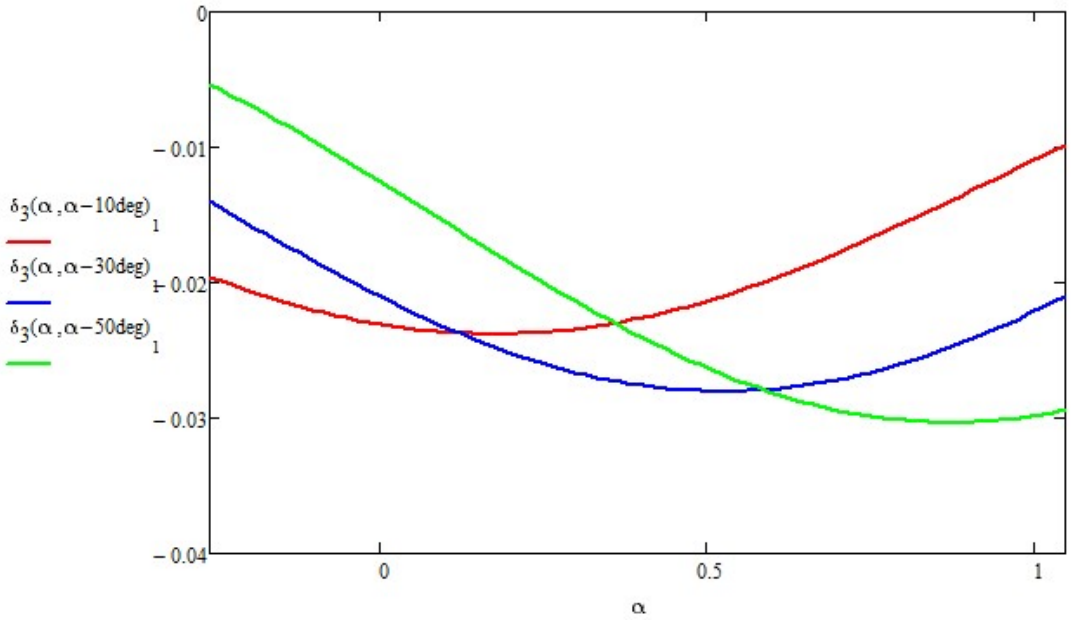
6.1 Matemaattisen laskentamallin tulokset

Tässä työssä erittäin olennainen asia on kuinka joustava puomi on. Koska puomi on tarkoitettu tutkimuskäyttöön, pyrittiin puomista tekemään mahdollisimman joustava. Suunnitellun puomin käytöstä mallinnettiin kahdella tavalla, matemaattisella laskentamallilla sekä FEM-tarkastelulla. Matemaattinen malli on näistä kahdesta nopeampi ja epätarkempi. Matemaattisella mallilla saa helposti selvitettyä esimerkiksi puomin jouston millä tahansa puomien kulmien (α ja β) yhdistelmällä. FEM-tarkastelu vaatii ensin voimien selvittämisen matemaattisen mallin avulla ja erillisen laskennan jokaisessa tilanteessa, joten tämä tapa on tarkempi, mutta huomattavasti hitaampi. Tarkastellaan seuraavaksi matemaattisen mallin antamia tuloksia. Kuvassa 42 on esitetty nostopuomin mekaaninen jousto kulmien α ja β funktiona.



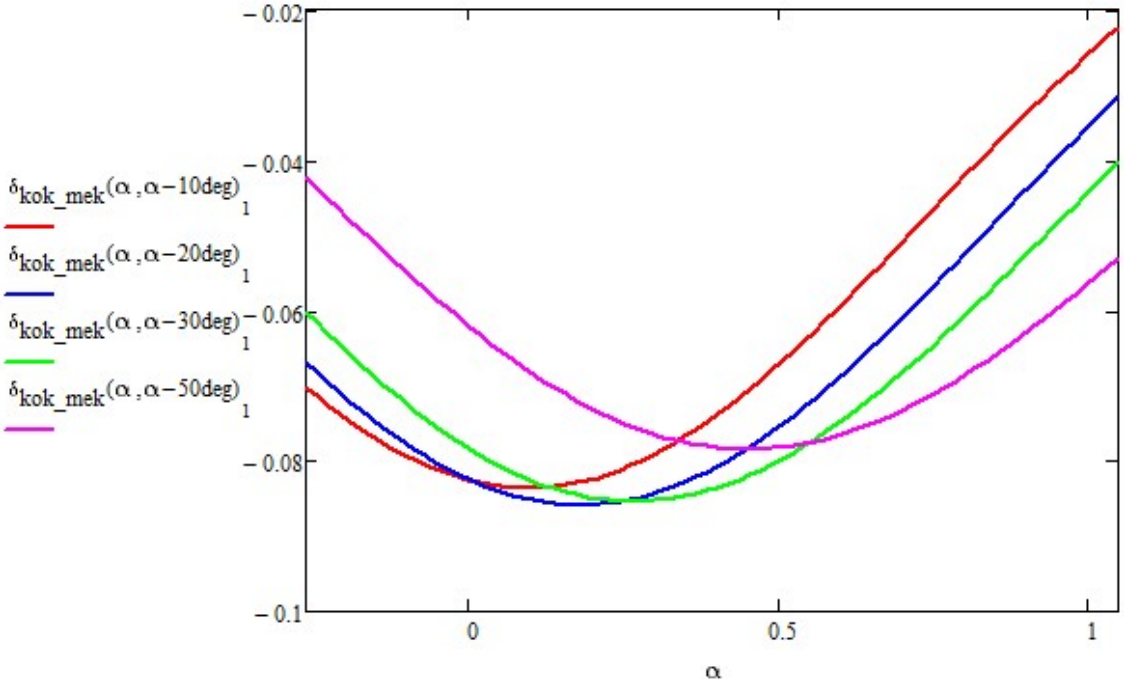
Kuva 42. *Nostopuomin mekaaninen jousto.*

Kulma β on kytketty kulmaan α kolmella eri tavalla. Tämä vastaa todellista tilannetta niin, että esimerkiksi nosto- ja siirtopuomin välillä on 10° kulmapoikkeama ja siirtopuomi pysyy liikkumattomana nostopuomiin nähden ja nostopuomi liikkuu liikealueensa päästä toiseen. Muuttamalla puomien välistä kulmaa saadaan erilainen käyrä joustolle nostopuomissa, koska puomiin vaikuttavien voimien suuruus ja suunta muuttuvat. Vastaavasti kuvassa 43 on esitetty siirtopuomin mekaaninen jousto kulmien α ja β funktiona.



Kuva 43. *Siirtopuomin mekaaninen jousto.*

Summaamalla nosto- ja siirtopuomin sekä pylvään mekaaninen jousto yhteen, saadaan puomirakenteen mekaaninen kokonaisjousto. Tämä on esitetty kuvassa 44.



Kuva 44. *Puomirakenteen mekaaninen kokonaisjousto.*

Koska matemaattinen malli käsittelee joustavana elementtinä pelkkää palkkia, ilman jäykistäviä rakenteita, on perusteltua verrata matemaattisen mallin ja FEM-tarkastelun antamia tuloksia keskenään.

6.2 Menetelmien vertailu

Taulukossa 2 on esitetty nostopuomin jousto viidellä eri puomien kulmilla. Joustolla tässä tarkoitetaan, puomin uloimman nivelpisteen joustoa kuormituksen alla tyvipisteeseen nähden. Summaamalla nosto- ja siirtopuomin jousto saadaan koko puomin mekaaninen jousto. Siirtopuomin kulma on kussakin tilanteessa kymmenen astetta pienempi kuin nostopuomin kulma.

Taulukko 2. *Nostopuomin jousto eri puomien kulmilla*

Kulma α/kulma β	Matemaattinen laskentamalli, nostopuomi	Matemaattinen laskentamalli, siirtopuomi	Matemaattinen laskentamalli, yhteensä
-15/-25	-50,6	-19,6	-70,2
0/-10	-59,4	-23,1	-82,5
20/10	-53,7	-23,1	-76,8
40/30	-33,1	-17,8	-50,9
60/50	-12,6	-9,8	-22,4

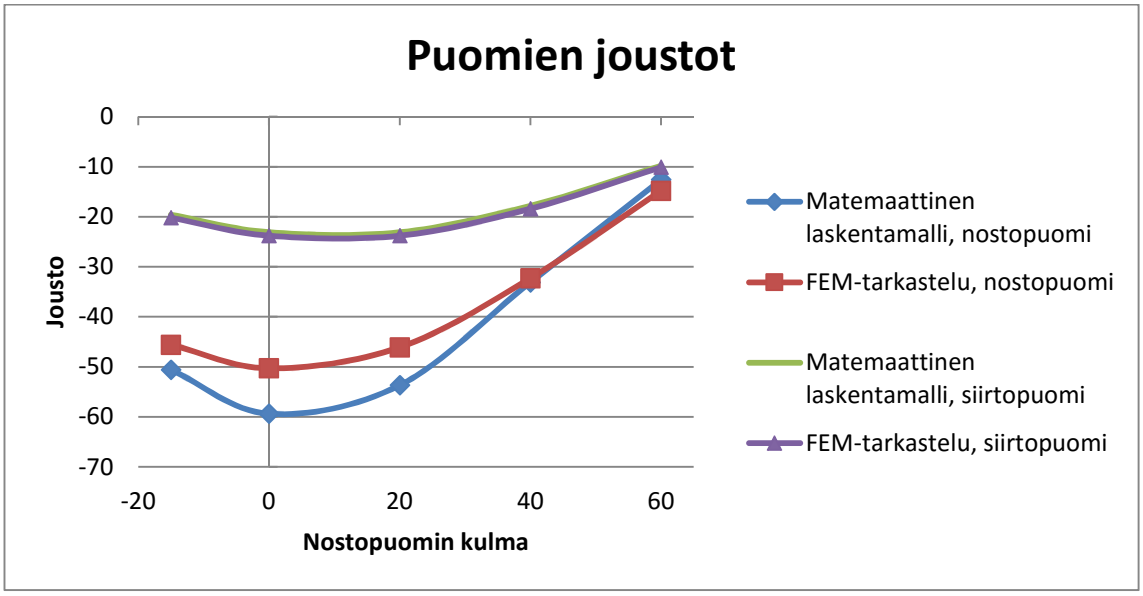
Taulukossa 3 on esitetty siirtopuomin jousto eri puomien kulmilla sekä vertailtu eri menetelmien antamia tuloksia. Erotus on positiivinen, kun matemaattisen mallin tulos on suurempi.

Taulukko 3. *Siirtopuomin jousto eri puomien kulmilla ja menetelmien vertailu*

Kulma α/kulma β	FEM-tarkastelu, nostopuomi	FEM-tarkastelu, siirtopuomi	FEM-tarkastelu, yhteensä	Erotus, abs	Erotus, %
-15/-25	-45,6	-20,2	-65,8	4,4	6 %
0/-10	-50,3	-23,8	-74,1	8,4	10 %
20/10	-46,1	-23,8	-69,9	6,9	9 %
40/30	-32,3	-18,4	-50,7	0,2	0 %
60/50	-14,8	-10,1	-24,9	-2,5	-11 %

Matemaattisen laskentamallin ja FEM-tarkastelun välillä joustossa varsinkin nostopuomin osalta on paikoin huomattava. Tämä johtuu luultavasti siitä, että nostopuomin CAD-mallissa olevat korvakkeet lisäävät jäykkyyttä nostopuomissa, jolloin jousto on pienempi. Lisäksi joustot alkavat olla sangen suuria, jolloin palkkiteorian oletukset saattavat aiheuttaa epätarkkuutta. Myös FEM-tarkastelun luotettavuus alkaa kärsiä suurilla joustoilla. SolidWorks mahdollistaa ns. suurten joustojen laskennan, joka tarkempi menetelmä, mutta laskennallisesti raskaampi. Tätä asetusta ei kuitenkaan pystytty hyödyntämään, sillä laskenta epäonnistui, kun ohjelma oli asetettu suurten joustojen tilaan. Siirtopuomin joustot noudattavat hyvinkin tarkasti toisiaan. Oletettavasti palkkiteoria ja

FEM-laskenta antavat luotettavampia tuloksia siirtopuomin pienemmillä joustoilla. Kuvassa 45 on esitetty graafisesti puomien joustot eri puomien kulmilla.



Kuva 45. *Puomien joustot nostopuomin kulman funktiona*

Kuten taulukon 1 tuloksista havaittiin, nostopuomin joustoilla on merkittävä ero pienillä puomin kulmilla eri menetelmien välillä.

Tarkastellaan lyhyesti puomien väsymistä. Taulukossa 4 on esitetty jokaiselle puominosalle suurimman arvon mukainen laskennallinen väsymiskesto puhtaassa aineessa.

Taulukko 4. *Puomien väsyminen*

	Suurin jännitys	Keskijän./ Jän. Amp.	Materiaalin myötöraja	Materiaalin murtoraja	Kestoraja	Väsymissyklien lukumäärä
Pylväs	200	100	355	510	139,2	1,24E+09
Nostop.	580	290	700	750	495,1	3,86E+04
Siirtop.	315	157,5	420	500	252,0	9,20E+05

Puomin kuormitus vaihtelee täydestä kuromasta kuormittamattomaan, joten keskijännitys ja jännitysamplitudi ovat samat. Materiaalien arvoina on käytetty valmistajien ilmoittamia arvoja. Edellä oleva tarkastelu ei huomio materiaalissa olevia jännityshuippuja, kuten mahdollisia pintavaurioita ja materiaalin sisäisiä vikoja. Näin ollen arvio kestoiästä on vahvasti optimistinen. Lisäksi korvakkeiden hitsit aiheuttavat paikallisia jännityshuippuja, jotka tulisi tarkastella erikseen. Hitsauksen väsymisen tarkasteluun on omat menetelmänsä, joita ei tässä työssä käytetty muodostuvan suuren työmäärän ja kyseiseen tapaukseen heikon soveltuvuuden vuoksi.

6.3 Vaatimusten toteutuminen

Kappaleessa 4 esitettiin vaatimuksia testilaitteistolle, tarkastellaan seuraavaksi vaatimusten toteutumista. Asetetut vaatimukset olivat:

- Puomirakenteen on oltava mahdollisimman joustava, jotta jouston ilmiöitä voidaan mitata.
- Puomirakenne koostuu kolmesta osasta, pylväästä, nosto- ja siirtopuomista.
- Puomien välillä on nivelet jotka mahdollistavat riittävän suuret liikeradat.
- Puomin materiaalina käytetään vakioitua teräsprofiilia.
- Puomirakenteen on kestettävä tuhat työsykliä väsymättä.
- Kuorma voidaan valita, koska kyseessä on testilaitteisto.
- Puomien välillä on oltava kulmanmittaus
- Nivelien on oltava mahdollisimman välyksettömät

Tärkeimpänä vaatimuksena oli saada puomirakenteesta mahdollisimman joustava. Valitulla rakenteella suurimmaksi joustoksi saadaan noin 80 mm riippuen käytettävästä laskentamenetelmästä. Tämä on noin 2,7 % puomin kokonaispituudesta, joten rakennetta voidaan pitää varsin joustavana. Suurempaan joustoon olisi päästy rakennetta vielä edelleen optimoimalla, erityisesti siirtopuomin osalta. Tämä muodostui haastavaksi olemassa olevien materiaalien kannalta, sillä kaikkia materiaalivaihtoehtoja ei ollut saatavilla. Siirtopuomin jouston olisi saanut suuremmaksi käyttämällä lujaa alumiini profiilia tai suurlujuusteräksestä valmistettua ohutseinämäistä putkipalkkia. Valittuina profiileina kaikissa puomin osissa käytettiin vakioitua teräsprofiilia, jota on suhteellisen helposti saatavissa. Tämä kuitenkin rajoittaa osaltaan suuren jouston saavuttamista. Kokonaisuutena jouston suuruutta voidaan pitää kohtuullisen onnistuneena.

Nivelien tuli olla välyksettömät, jotta jouston mittaus olisi mahdollisimman häiriötön. Nivelöinti pylvään ja nostopuomin sekä nostopuomin ja siirtopuomin liitoksessa toteutettiin urakuulalaakereilla, jotka mahdollistavat välyksettömän toiminnan. Myös helposti järjestettävä kulmanmittaus oli tärkeä vaatimus. Kulmamittaukseen käytettävän anturin kiinnityksen kiinnitettiin erityistä huomiota, jotta asennus olisi mahdollisimman helppoa. Tämä vaati nivelen rakenteen uudelleensuunnittelun poikkeavalla tavalla. Anturin voi asentaa niveleen helposti eikä asennus vaadi erikoistoimenpiteitä.

Puomin väsymiskeston arviointi korvakkeiden hitsaussaumojen osalta jäi puutteelliseksi käytettävien menetelmien osalta. Puomin käyttöikä kuitenkin tulee testikäytössä olemaan lyhyt, joten puute ei ole suuri. Puhtaan aineen osalta rakenne kestää vaaditun määrän syklejä.

7. YHTEENVETO

Tämän työn tavoitteena oli suunnitella ja mallintaa matemaattisesti joustava puomimekanismi. Puomi koostuu kolmesta osasta: pylväästä, nostopuomista ja siirtopuomista. Pylvään kiertyminen pystyakselinsa ympäri toteutettiin kehälaakerilla, joka mahdollisti samalla välyksettömän liitoksen ja helpon kiinnityksen alustaan. Nosto- ja siirtopuomin liikkeet toteutettiin hydraulisylintereillä. Nosto- ja siirtopuomien niveliin kohdistettiin erityistä huomiota välyksettömän liitoksen aikaansaamiseksi ja kulmaa mittaavan anturin liittämiseksi.

Puomista oli tarkoitus tehdä mahdollisimman joustava, jotta jouston mittaus olisi mahdollisimman helppoa. Puomista saatiin varsin joustava, mutta vielä hieman parempaan tulokseen olisi päästy, jos varsinkin siirtopuomin rakennetta olisi optimoitu enemmän. Tässä oli omat hankaluutensa erityisesti materiaalin saatavuudessa. Suunniteltu puomi täytti muuten ainakin kohtuullisesti sille asetetut vaatimukset. Puomin väsymiskeston arviointi sivuutettiin osittain sen suuren työmäärän sekä työn kannalta vähäisen merkityksen takia. Myös käytettävissä olevat menetelmät hitsin rajaviivan jännityksen määrittämiseksi osoittautuivat kyseiselle tapaukselle hankaliksi. Koska puomi tulee lyhytaikaiseen tutkimuskäyttöön, ei tästä aiheudu suurta haittaa.

Matemaattisen laskentamallin ja FEM-tarkastelun väillä nostopuomin joustossa esiintyi merkittävää eroa. Tämä todennäköisesti johtui suuresta suhteellisesta joustosta, jolloin palkkiteorian oletukset tuovat epätarkkuutta tuloksiin. Myös todellisen rakenteen suurempi jäykkyys saattoi vaikuttaa asiaan. Suuret joustot paremmin huomioiva matemaattinen teoria tai varmistusmittataukset oikealla laitteella selventäisivät matemaattisen malli toimivuutta.

LÄHTEET

[1] Standardi SFS-EN 12999+A1 NOSTURIT. KUORMAUSNOSTURIT. 2012, Suomen standardisoimisliitto SFS. 158 s.

[2] Standardi ISO 4306–2:2012 Cranes — Vocabulary — Part 2: Mobile cranes, [WWW] [Viitattu 16.2.2015] Saatavissa: https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:4306:-2:en

[3] Ponsse – Maailma lujin puomi [WWW] [Viitattu 16.1.2015] Saatavissa: www.ruukki.fi/Referenssit/Maatalous-ja-metsanhoito/Ponsse---maailman-lujin-puomi

[4] Optim QC rakenneteräkset [WWW] [Viitattu 15.1.2015] http://www.ruukki.fi/Teras/Kuumavalssatut-terakset/Rakenneterakset/Optim-QC-rakenneterakset

[5] Pajunen, S., Salmi, T. Lujuusoppi. Tampere 2010, Pressus Oy, 462 s.

[6] Alloy datasheet EN AW 6062 [PDF] [Viitattu 10.10.2015] Saatavissa: http://www.nedalextrusion.com/files/9913/0678/5555/Data_6082.pdf

[7] Aluminum 7075-T6 [WWW] Viitattu 10.10.2015 Saatavissa: http://asm.matweb.com/search/SpecificMaterial.asp?bassnum=MA7075T6

[8] Suorakaiteenmuotoiset Optim 900 QH –rakenneputket [WWW] Vitattu 10.10.2015 Saatavissa: http://www.ruukki.fi/Teras/Rakenneputket/Suorakaiteenmuotoiset-rakenneputket/Suorakaiteenmuotoiset-Optim-900-QH--rakenneputket

[9] Beam design formulas with shear and moment diagrams [PDF) [Viitattu 3.2.2015] Saatavissa: http://www.awc.org/pdf/DA6-BeamFormulas.pdf

[10] IHA-2360 Hydraulikäyttöisen koneen suunnittelu: Joustava puomimekanismi [PDF] [Viitattu 17.1.2015] Saatavissa rajoitetusti: https://moodle2.tut.fi/

[11] Mustonen, M. 2015.

[12] SKF Bearing Calculator [WWW] www.skf.com/group/knowledge-centre/engineering-tools/skfbearingcalculator.html

[13] Laakerin kantavuusluvun korjauskerroin [WWW] [Viitattu 3.9.2015] Saatavissa: http://www.skf.com/pages/jsp/catalogue-table.jsp?id=tcm:21-114912

[14] IHA-2600 luentomateriaali [PDF] [Viitattu 12.3.2015] Saatavissa rajoitetusti: https://moodle2.tut.fi/

LIITE A: HYDRAULISEN JOUSTON TEORIA

Järjestelmän mekaanisen jouston lisäksi hydraulijärjestelmä aiheuttaa joustoa. Mekaanisen jouston selvittämiseksi täytyy hydraulisen jouston vaikutus eliminoida. Hydraulijärjestelmän jousto koostuu komponenttien joustosta, kuten sylinterien, letkujen ja putkien joustosta sekä hydraulinesteen kokoonpuristumisesta. Hydraulinesteen vaikutus joustoon on merkittävin. Kokoonpuristuvuutta kuvataan puristuskertoimella [14, s.48].

$$B_n = \frac{\Delta p}{\Delta V} V \tag{18}$$

missä Δp on nesteessä tapahtuva paineen muutos [PA],
ΔV on järjestelmän nestetilavuuden muutos [m^3] ja
V on järjestelmän kokonaistilavuus [m^3]

Tyypillisesti hydrauliöljylle puristuskerroin B ≈ 1500 MPa, öljyjen valmistajat eivät yleisesti ilmoita tuotteidensa arvoja, joten tämä arvo pohjautuu kokemusperäiseen tietoon. Puristuskerroin kasvaa lievästi paineen noustessa, mutta jos toimitaan järjestelmissä, joiden suurin paine on 40 MPa, ei puristuskerotoimen kasvua yleisesti tarvitse ottaa huomioon. Öljyn lämpötilan nousu pienentää puristuskerroin, mutta merkitys on vähäinen eikä sitä tarvitse ottaa huomioon. Öljyn sisältämä ilma sen sijaan vaikuttaa voimakkaasti, sillä ilma kokoonpuristuvana kaasuna lisää tuntuvasti joustoa.

Hydrauliikassa paineellista öljyä sisältävät komponentit ovat pääasiassa lieriöitä (sylinterit, letkut, putket). Näiden komponenttien jousto voidaan mallintaa yhtälöllä 19 [14, s. 50].

$$B_k = \frac{Es}{D} \tag{19}$$

missä E on seinämän materiaalin kimmokerroin [Pa],
s on seinämän vahvuus [m] ja
D on putkimaisen kappaleen sisähalkaisija [m].

Hydrauliletkut koostuvat kumista ja vahvistavasta kudoksesta, yleensä teräksestä, joten edellinen yhtälö ei sovi kahden erilaisen materiaalin yhdistelmän laskentaan. Näin ollen yleisesti letkuille käytetään puristuskertoimena mitattua arvoa välillä B_l = 100–800 MPa, riippuen letkun rakenteesta. Letku on joka tapauksessa joustavin komponentti järjestelmässä.

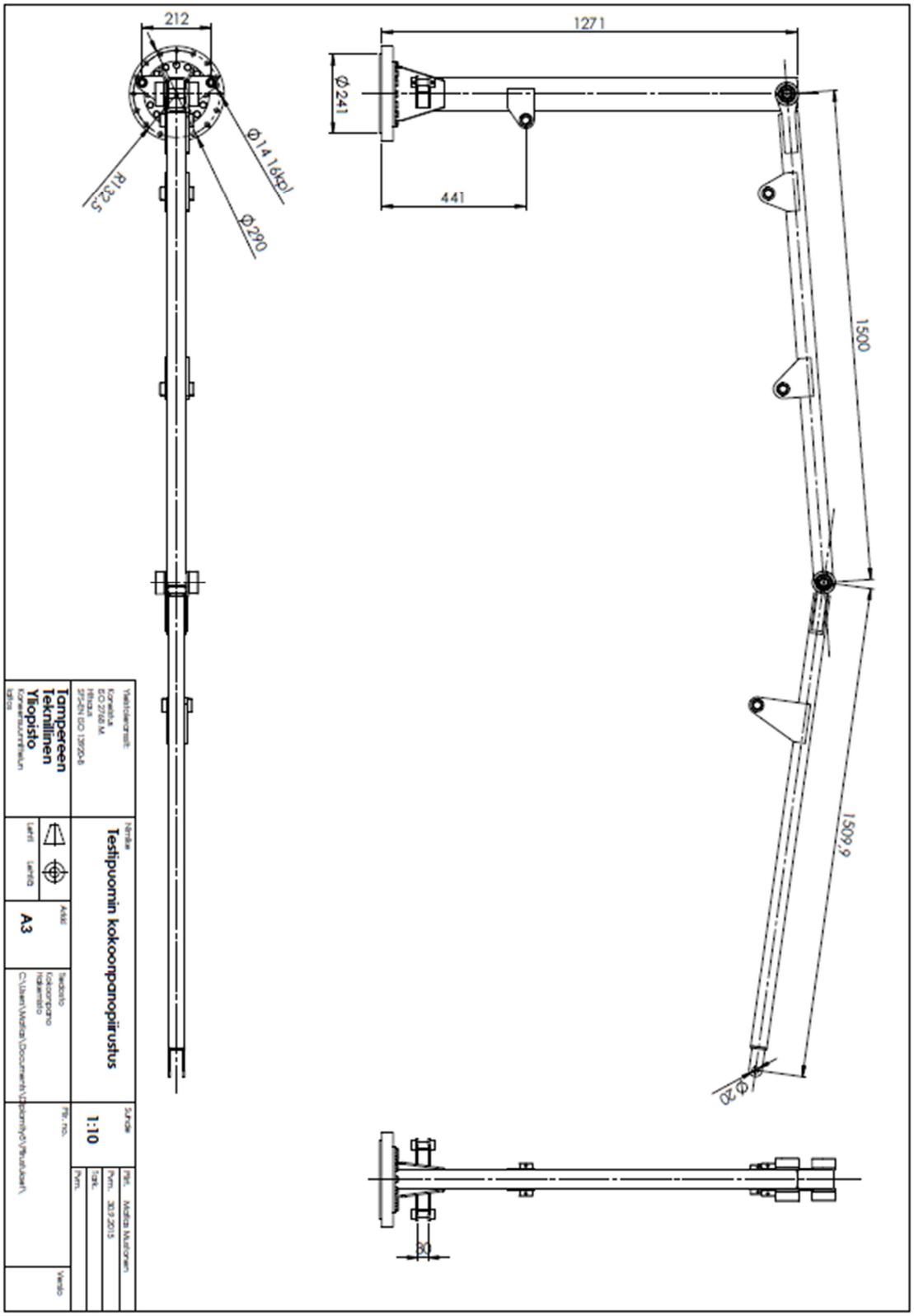
Järjestelmän kokonaispuristuskerroin määritetään kunkin komponentin käänteisarvon summana.[14, s. 50–51]

$$\frac{1}{B_{kok}} = \frac{1}{B_{neste}} + \frac{V_{putki}}{V}\frac{1}{B_{putki}} + \frac{V_{syl}}{V}\frac{1}{B_{syl}} + \frac{V_{letku}}{V}\frac{1}{B_{letku}} \tag{20}$$

missä B_{neste} on hydraulinesteen puristuskerroin [Pa],
V_{putki} on hydrauliputken sisätilavuus [m^3],
V on järjestelmän kokonaistilavuus [m^3],
B_{putki} on putken kimmokerroin [Pa],
V_{syl} on sylinterin sisätilavuus [m^3],
B_{syl} on sylinteerin kimmokerroin [Pa],
V_{letku} on letkun sisätilavuus [m^3] ja
B_{letku} on letkun kimmokerroin [Pa].

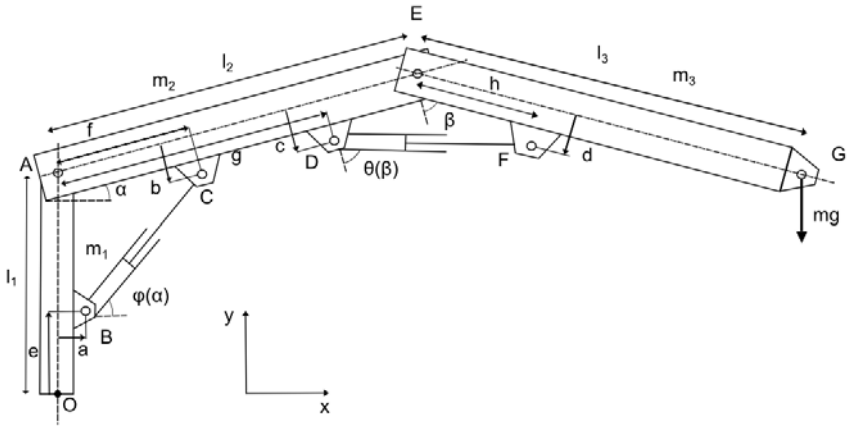
Yhtälöä 18 hyödyntäen voidaan ratkaista järjestelmän nestetilavuuden muutos, josta edelleen sylinterin jousto kuormituksessa. Sylinterin joustosta voidaan ratkaista puomin pään jousto.

LIITE B: KOKOONPANOPIIRRUSTUS



LIITE C: MATHCAD MITOITUSDOKUMENTTI

Puomirakenteen mitoitusdokumentti



Puomirakenteen mitat

$a := 80mm$ $e := 500mm$ $c := 80mm$ $g := 950mm$

$b := 80mm$ $f := 300mm$ $d := 150mm$ $h := 400mm$

$l_1 := 1200mm$ $\alpha_1 := -15deg$ $\beta_1 := -80deg$

$l_2 := 1500mm$ $\alpha_2 := 60deg$ $\beta_2 := -10deg$

$l_3 := 1500mm$

Pisteiden A ja B paikkavektorit. Origo valittu pisteiden A ja B linjalle.

$$A := \begin{pmatrix} 0 \\ l_1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} a \\ e \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vastaavasti pisteiden C-G paikkavektorit

$$r_C := \begin{pmatrix} f \\ -b \\ 0 \end{pmatrix} \quad r_D := \begin{pmatrix} g \\ -c \\ 0 \end{pmatrix} \quad r_E := \begin{pmatrix} l_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad r_F := \begin{pmatrix} h \\ -d \\ 0 \end{pmatrix} \quad r_G := \begin{pmatrix} l_3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{koord}(\alpha) := \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Koordinaatistonkiertomatriisi α

Pisteiden C, D ja E sijainti globaalissa koordinaatistossa astekulman α funktiona.

$$C(\alpha) := A + A_{koord}(\alpha) \cdot r_C$$

$$D(\alpha) := A + A_{koord}(\alpha) \cdot r_D$$

$$E(\alpha) := A + A_{koord}(\alpha) \cdot r_E$$

$$E_{koord}(\beta) := \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Koordinaatistonkiertomatriisi β

Pisteiden F ja G sijainti globaalissa koordinaatistossa astekulman β funktiona.

$$F(\alpha, \beta) := E(\alpha) + E_{koord}(\beta) \cdot r_F$$

$$G(\alpha, \beta) := E(\alpha) + E_{koord}(\beta) \cdot r_G$$

Puomien palkkien poikkileikkausten valinta

Pylväs

Valitaan palkiksi RHS 100*60*6

Neliömomentti

$I_1 := 205.30 \cdot 10^4 mm^4$

Poikkileikkauksen pinta-ala

$A_{pylväs} := 1683 mm^2$

Taivutusvastus

$W_{z1} := 41.06 \cdot 10^3 mm^3$

Tiheys (teräs)

$\rho := 7850 \frac{kg}{m^3}$

Puomin metripaino

$G_{pylväs} := A_{pylväs} \cdot \rho = 13.212 \frac{kg}{m}$

Puomin massa

$m_1 := G_{pylväs} \cdot l_1 = 15.854 kg$

Materiaalin myötöraja

$\sigma_y := 700 MPa$

Materiaalin murtoraja

$\sigma_u := 750 MPa$

Nostopuomi

Valitaan palkiksi RHS 60*60*3

Neliömomentti

$I_2 := 35.13 \cdot 10^4 mm^4$

Poikkileikkauksen pinta-ala

$A_{nosto} := 661 mm^2$

Taivutusvastus

$W_{z2} := 11.71 \cdot 10^3 mm^3$

Puomin metripaino

$G_{nosto} := A_{nosto} \cdot \rho = 5.189 \frac{kg}{m}$

Puomin massa

$m_2 := G_{nosto} \cdot l_2 = 7.783 kg$

Taittopuomi

RHS 50*50*3

Neliömomentti

$I_3 := 19.47 \cdot 10^4 mm^4$

Poikkileikkauksen pinta-ala

$A_{taitto} := 541 mm^2$

Taivutusvastus

$W_{z3} := 7.79 \cdot 10^3 mm^3$

Puomin metripaino

$G_{taitto} := A_{taitto} \cdot \rho = 4.247 \frac{kg}{m}$

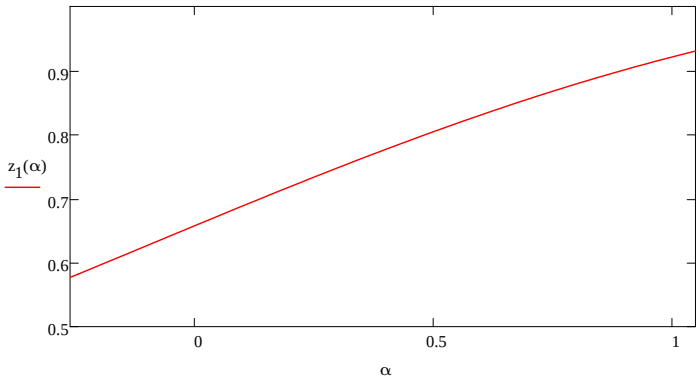
Puomin massa

$m_3 := G_{taitto} \cdot l_3 = 6.37 kg$

Nostosylinterin pituus kulman α funktiona.

$z_1(\alpha) := |C(\alpha) - B|$

Nostosylinterin pituuden kuvaaja puomin astekulma-alueella -15 - +60°.



Nostosylinterin mitta lyhyimmillään

$z_1(-15deg) = 0.577\,m$

Nostosylinterin mitta pisimmillään

$z_1(60deg) = 0.93\,m$

Nostosylinterin isku

$z_1(\alpha_2) - z_1(\alpha_1) = 0.353 \cdot m$

Suurimman ja lyhimmän aseman suhdeluku oltava < 2

$$\frac{z_1(60deg)}{z_1(-15deg)} = 1.612$$ OK

Nostosylinterin voiman laskenta

Nostosylinterin suunnan ilmaiseva yksikkövektori

$$M(\alpha) := \frac{C(\alpha) - B}{z_1(\alpha)}$$

Putoamiskiihtyvyys

$$g_{gra} := 9.81\,\frac{m}{s^2}$$

y-akselin suuntainen yksikkövektori

$$E_{yks} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

z-akselin suuntainen yksikkövektori

$$E_{yks2} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Kuorman massa

$$m_{kuorma} := 250kg$$

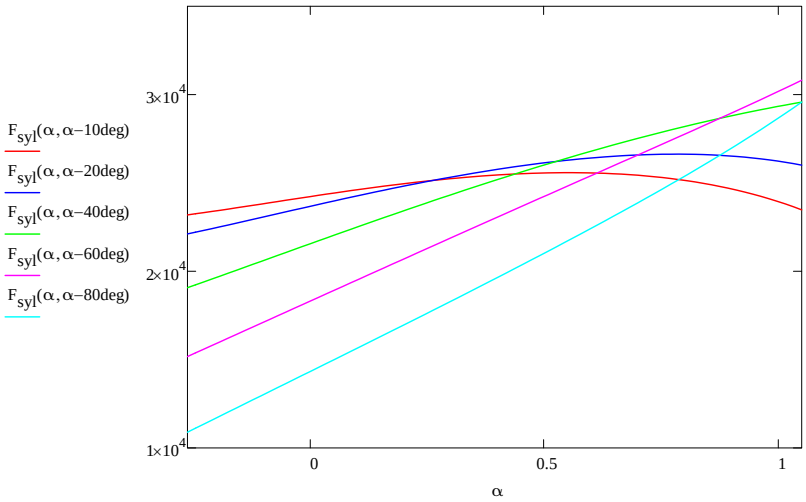
Puomin momenttiyhtälö pisteen A suhteen

$$(C - A) \times F_{syl} \cdot M(\alpha) + (G - A) \times \left(-m_{kuorma} \cdot g_{gra} \cdot E_{yks}\right) + \frac{\frac{l_2}{2}}{l_2 + l_3} \cdot (G - A) \times \left(-m_2 \cdot g_{gra} \cdot E_{yks}\right) + \frac{\frac{l_3}{2} + l_2}{l_2 + l_3} \cdot (G - A) \times \left(-m_3 \cdot g_{gra} \cdot E_{yks}\right) = 0$$

Ratkaistaan sylinterivoima edellisestä yhtälöstä.

$$F_{syl}(\alpha, \beta) := \frac{\left[m_{kuorma} \cdot g_{gra} + \frac{\frac{l_2}{2} m_2 \cdot g_{gra} + \left(\frac{l_3}{2} + l_2\right) \cdot m_3 \cdot g_{gra}}{l_2 + l_3}\right] \cdot (G(\alpha, \beta) - A) \times E_{yks} \cdot E_{yks2}}{(C(\alpha) - A) \times M(\alpha) \cdot E_{yks2}}$$

Nostosylinterin voiman kuvaaja astekulman α funktiona



Nostosylinterin maksimivoima etsintä.

$\alpha_{apu} := 50deg$ $\beta_{apu} := 0deg$ Alkuarvaus maksimivoiman esiintymiskulmille

Given

$\alpha_{apu} > \alpha_1$ $\alpha_{apu} < \alpha_2$ $\beta_{apu} > \beta_1$ $\beta_{apu} < 0deg$

$$\alpha_{nosto_max} := \text{Maximize}(F_{syl}, \alpha_{apu}, \beta_{apu}) = \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot deg$$

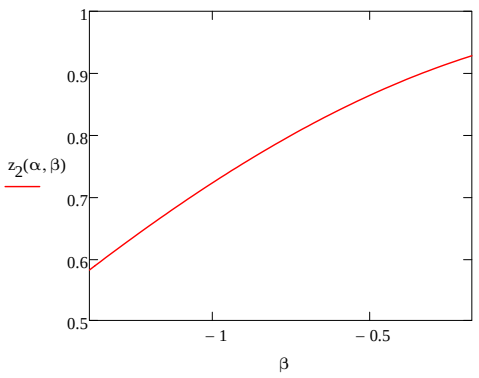
Nostosylinterin maksimivoima

$$F_{nosto_max} := F_{syl}\left(\alpha_{nosto_max_0}, \alpha_{nosto_max_1}\right) = 30.813 \cdot kN$$

Taittosylinterin pituus

$$z_2(\alpha, \beta) := \left|F(\alpha, \beta) - D(\alpha)\right|$$

Taittosylinterin pituuden kuvaaja kulman β funktiona.



Taittosylinterin lyhin mitta Taittosylinterin pisin mitta Taittosylinterin isku

$z_2(0deg, \beta_1) = 0.581\ m$ $z_2(0deg, \beta_2) = 0.928\ m$ $z_2(0deg, \beta_2) - z_2(0deg, \beta_1) = 0.347 \cdot m$

Suurimman ja lyhimmän aseman suhdeluku oltava < 2

$$\frac{z_2(0deg, \beta_2)}{z_2(0deg, \beta_1)} = 1.596$$

Taittosylinterin voiman laskenta

Sylinterin suuntainen yksikkövektori

$$O(\alpha, \beta) := \frac{F(\alpha, \beta) - D(\alpha)}{z_2(\alpha, \beta)}$$

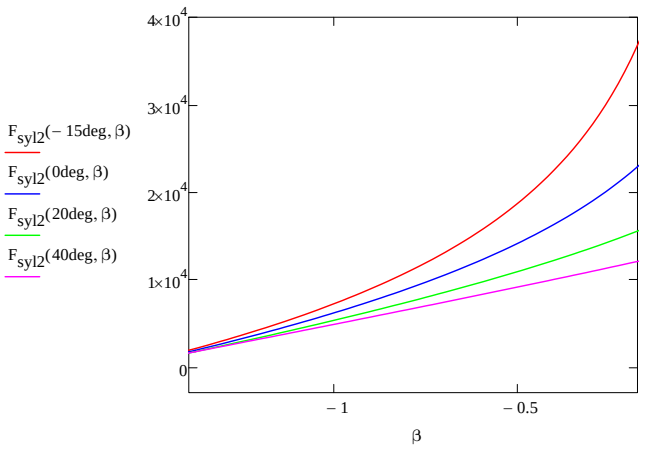
Puomin momenttiyhtälö pisteen E suhteen.

$$(G - E) \times \left(-m_{kuorma} \cdot g_{gra} \cdot E_{yks}\right) + (F - E) \times F_{syl2} \cdot O(\alpha, \beta) + \frac{\frac{l_3}{2}}{l_3} \cdot (G - E) \times \left(-m_3 \cdot g_{gra} \cdot E_{yks}\right) = 0$$

Ratkaistaan taittosylinterin voima edellisestä yhtälöstä.

$$F_{syl2}(\alpha, \beta) := \frac{\left(m_{kuorma} \cdot g_{gra} + \frac{\frac{l_3}{2}}{l_3} \cdot m_3 \cdot g_{gra}\right) \cdot (G(\alpha, \beta) - E(\alpha)) \times E_{yks} \cdot E_{yks2}}{(F(\alpha, \beta) - E(\alpha)) \times O(\alpha, \beta) \cdot E_{yks2}}$$

Taittosylinterin voiman kuvaaja astekulman β funktiona



Taittosylinterin maksimivoiman etsintä

$\alpha_{apu2} := -10deg$ $\beta_{apu2} := -12deg$

Given

$\alpha_{apu2} \ge \alpha_1$ $\alpha_{apu2} \le \alpha_2$ $\beta_{apu2} \ge (\beta_1 + \alpha_{apu2})$ $\beta_{apu2} \le (\beta_2 + \alpha_{apu2})$

Maksimivoiman esiintymiskulma

$$\beta_{taitto_max} := \text{Maximize}(F_{syl2}, \alpha_{apu2}, \beta_{apu2}) = \begin{pmatrix} 10 \\ 1.048 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \cdot deg$$

Maksimivoima

$$F_{taitto_max} := F_{syl2}(\beta_{taitto_max_0}, \beta_{taitto_max_1}) = 23.224 \cdot kN$$

Tyvinivelen voiman laskenta

$$F_A(\alpha, \beta) + F_{syl}(\alpha, \beta) \cdot M(\alpha) + (m_2 + m_3 + m_{kuorma}) \cdot g_{gra} \cdot E_{yks} = 0$$

Nostopuomin voimayhtälö

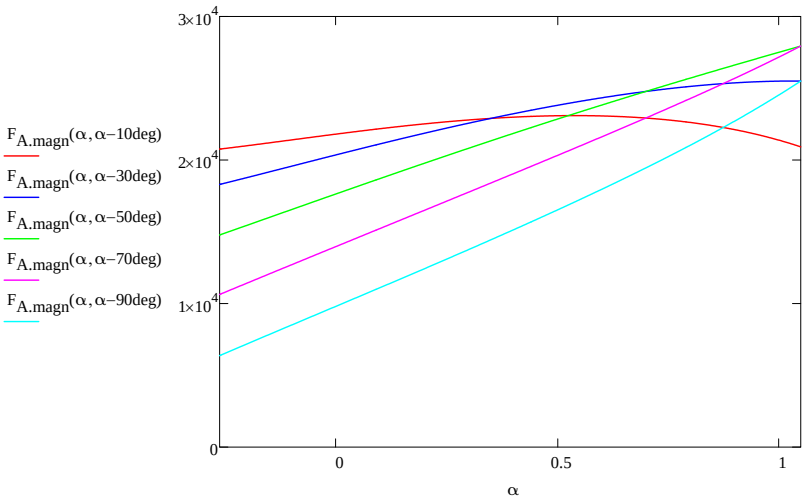
$$F_A(\alpha, \beta) := -F_{syl}(\alpha, \beta) \cdot M(\alpha) + (m_2 + m_3 + m_{kuorma}) \cdot g_{gra} \cdot E_{yks}$$

Ratkaistaan tyvinivelen voima

$$F_{A.magn}(\alpha, \beta) := |F_A(\alpha, \beta)|$$

Voiman suuruus

Tyvinivelen voima kulmien α ja β funktiona.



Tyvinivelen maksimivoiman etsintä.

Given

$\alpha_{apu3} := 50deg$ $\beta_{apu3} := 0deg$

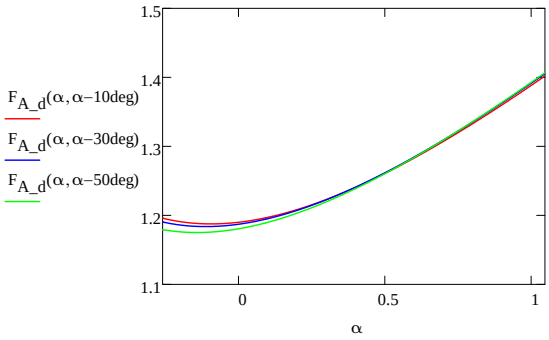
$\alpha_{apu3} \ge \alpha_1$ $\alpha_{apu3} \le \alpha_2$ $\beta_{apu3} \ge \beta_1$ $\beta_{apu3} \le 50deg$

$\beta_{tyvi_max} := \text{Maximize}(F_{A.magn}, \alpha_{apu3}, \beta_{apu3}) = \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot deg$ Maksimivoiman esiintymiskulma

$F_{A.magn_max} := F_{A.magn}(\beta_{tyvi_max_0}, \beta_{tyvi_max_1}) = 28.253 \cdot kN$ Maksimivoima

$F_{A_d}(\alpha, \beta) := \text{atan}\left(\frac{F_A(\alpha, \beta)_1}{F_A(\alpha, \beta)_0}\right)$ Tyvinivelen voiman suunta

Tyvinivelen voiman suunta kulmien α ja β funktiona



Taittonivelen voiman laskenta

Taittopuomin voimayhtälö

$F_E(\alpha, \beta) + F_{syl2}(\alpha, \beta) \cdot O(\alpha, \beta) + (m_3 + m_{kuorma}) \cdot g_{gra} \cdot E_{yks} = 0$

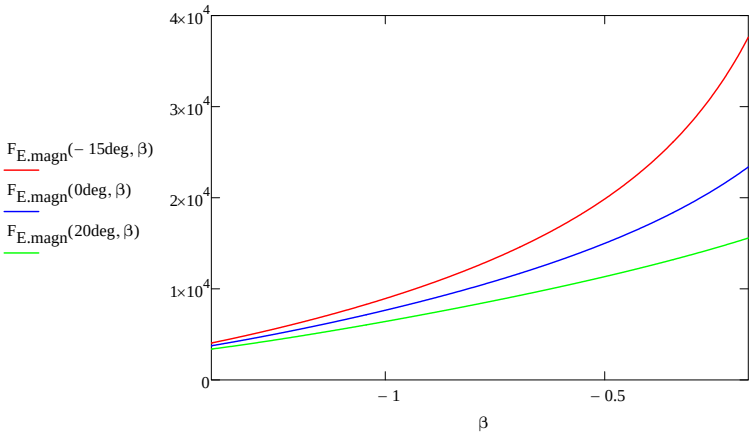
Ratkaistaan taittonivelen voima

$F_E(\alpha, \beta) := F_{syl2}(\alpha, \beta) \cdot O(\alpha, \beta) - (m_3 + m_{kuorma}) \cdot g_{gra} \cdot E_{yks}$

Taittonivelen voiman suuruus.

$F_{E.magn}(\alpha, \beta) := |F_E(\alpha, \beta)|$

Taittonivelen voima kulmien α ja β funktiona.



Taittonivelen maksimivoiman etsintä

Given

$\alpha_{apu4} := 50deg$ $\beta_{apu4} := 0deg$ $\alpha_{apu4} \geq \alpha_1$ $\alpha_{apu4} \leq \alpha_2$ $\beta_{apu4} \geq \beta_1$ $\beta_{apu4} \leq \beta_2$

Maksimivoiman esiintymiskulma

$$\beta_{taitto_max} := \text{Maximize}\left(F_{E.magn}, \alpha_{apu4}, \beta_{apu4}\right) = \begin{pmatrix} -15 \\ -10 \end{pmatrix} \cdot deg$$

Kyseinen kulmien yhdistelmä ei ole mahdollinen, joten valitaan β:n kulmaksi -25.

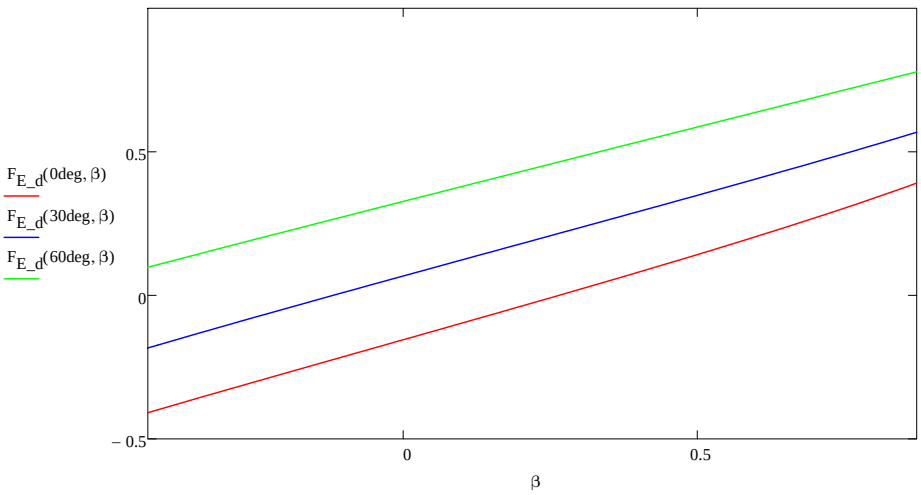
Maksimivoima

$$F_{E.magn_max} := F_{E.magn}\left(\beta_{taitto_max_0}, -25deg\right) = 22.172 \cdot kN$$

Taittonivelen voiman suunta

$$F_{E_d}(\alpha, \beta) := \text{atan}\left(\frac{F_E(\alpha, \beta)_1}{F_E(\alpha, \beta)_0}\right)$$

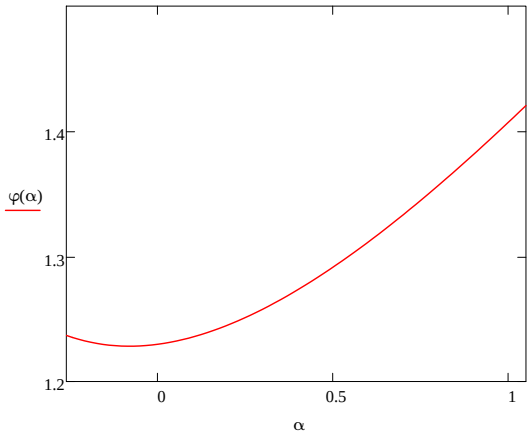
Taittonivelen voiman suunta kulmien α ja β.



Nostosylinterin kulma

$$\varphi(\alpha) := \text{atan}\left(\frac{M(\alpha)_1}{M(\alpha)_0}\right)$$

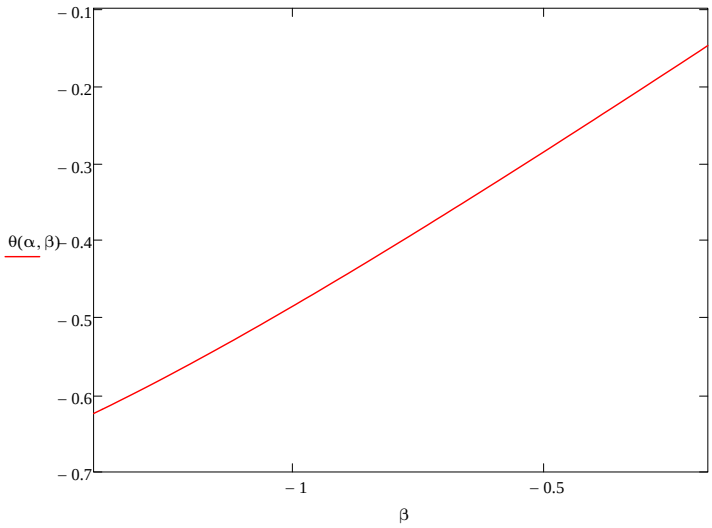
Nostosylinterin kulma kulman α funktiona.



Taittosylinterin kulma

$$\theta(\alpha,\beta) := \operatorname{atan}\left(\frac{O(\alpha,\beta)_1}{O(\alpha,\beta)_0}\right)$$

Taittosylinterin kulma kulman β funktiona.



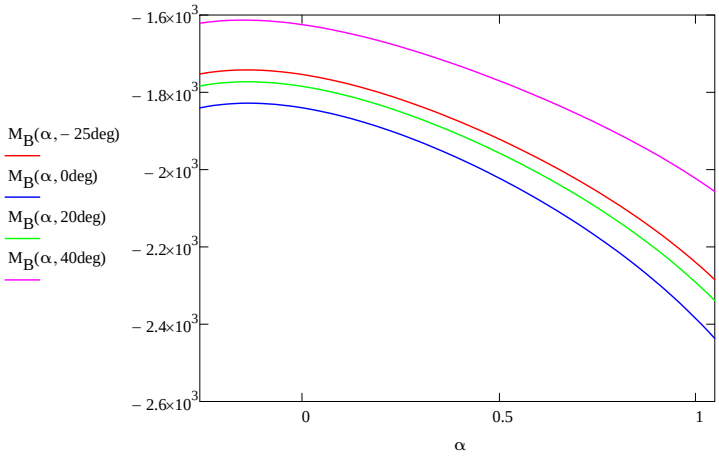
Korvakkeiden momenttien laskenta

Koska sylintereiden kiinnityspisteet eivät sijaitse puomien keskilinjalla, aiheutuu sylinterivoimista momentti korvakkeeseen. Seuraavaksi lasketaan kuhunkin korvakkeeseen aiheutuva momentti. Positiivinen momentti vastapäivään.

Pisteeseen B aiheutuva momentti.

$$M_B(\alpha,\beta) := -a\cdot\left(M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta)\right)_1$$

Korvakkeen B momentti kulmien α ja β funktiona.



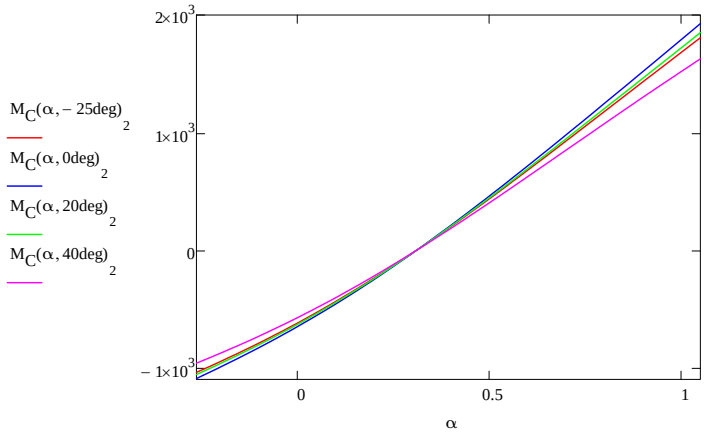
$$a_\alpha(\alpha) := \begin{pmatrix} \sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nostopuomin keskilinjan suuntainen globaalikoordinaatiston yksikkövektori

Pisteeseen C aiheutuva momentti.

$$M_C(\alpha, \beta) := b \cdot a_\alpha(\alpha) \times M(\alpha) \cdot F_{syl}(\alpha, \beta)$$

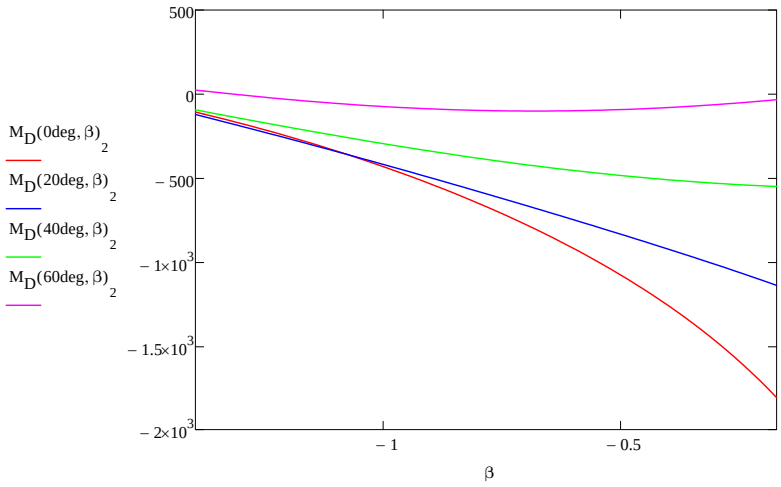
Korvakkeen C momentti kulmien α ja β funktiona.



Pisteeseen D aiheutuva momentti.

$$M_D(\alpha, \beta) := c \cdot a_\alpha(\alpha) \times O(\alpha, \beta) \cdot F_{syl2}(\alpha, \beta)$$

Korvakkeen C momentti kulmien α ja β funktiona.



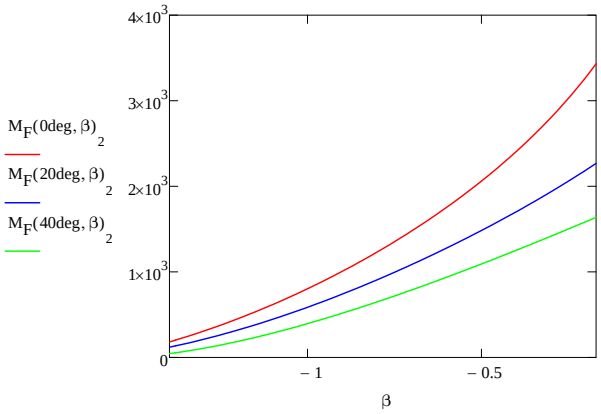
$$b_\beta(\beta) := \begin{pmatrix} \sin(\beta) \\ -\cos(\beta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Siirtopuomin keskilinjan suuntainen globaalikoordinaatiston yksikkövektori

Pisteeseen F aiheutuva momentti.

$$M_F(\alpha,\beta) := d \cdot b_\beta(\beta) \times O(\alpha,\beta) \cdot F_{syl2}(\alpha,\beta)$$

Korvakkeen F momentti kulmien α ja β funktiona.



Tarkistetaan voimayhtälöt

Pystypuomiin kohdistuvat voimat

$$\left(-F_A(\alpha,\beta) - M(\alpha) \cdot F_{syl}(\alpha,\beta)\right) + \begin{bmatrix} 0 \\ \left(m_1 + m_2 + m_3 + m_{kuorma}\right) \cdot g_{gra} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ m_1 \cdot g_{gra} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} N$$

OK

Nostopuomiin kohdistuvat voimat

$$F_A(\alpha,\beta) + F_E(\alpha,\beta) + M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta) - O(\alpha,\beta)\cdot F_{syl2}(\alpha,\beta) - \begin{pmatrix} 0 \\ G_{nosto}\cdot l_2\cdot g_{gra} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8.1\times 10^{-13} \\ 0 \end{pmatrix} N \qquad \text{OK}$$

Taittopuomiin kohdistuvat voimat

$$-F_E(\alpha,\beta) + O(\alpha,\beta)\cdot F_{syl2}(\alpha,\beta) - \begin{pmatrix} 0 \\ G_{nosto}\cdot l_3\cdot g_{gra} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ m_{kuorma}\cdot g_{gra} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -13.862 \\ 0 \end{pmatrix} N \qquad \text{OK}$$

Puomeihin kohdistuvien voimien summat ovat 0 (puomit eivät siis ole kiihtyvässä liikkeessä), joten voimayhtälöt ovat oikein.

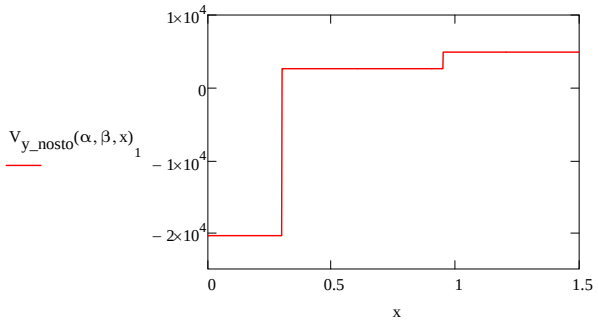
Puomien tivutusmomenttien ja taivutusjännitysten laskenta

Nostopuomin leikkausvoima, taivutusmomentti ja taivutusjännitys

Nostopuomin leikkausjännitys

$$V_{y_nosto}(\alpha,\beta,x) := \begin{cases} F_A(\alpha,\beta) & \text{if } x < f \\ F_A(\alpha,\beta) + M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta) & \text{if } f \le x < g \\ \left(F_A(\alpha,\beta) + M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta) - O(\alpha,\beta)\cdot F_{syl2}(\alpha,\beta)\right) & \text{if } g \le x < l_2 \end{cases}$$

Nostopuomin leikkausvoima puomin pituuden funktiona.



$$a_\alpha(\alpha) := \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$ Nostopuomin keskilinjan suuntainen globaalikoordinaatiston yksikkövektori.

$r_{nosto1}(\alpha) := l_2\cdot a_\alpha(\alpha)$ Vektori, joka on puomilinjan suuntainen ja jonka pituus on pisteestä A pisteeseen E.

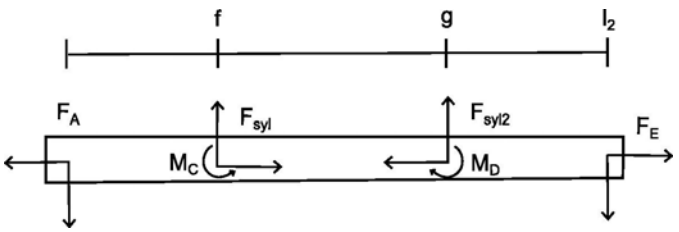
$r_{nosto2}(\alpha) := f\cdot a_\alpha(\alpha)$ Vektori, joka on puomilinjan suuntainen ja jonka pituus on pisteestä A pisteeseen C.

$r_{nosto3}(\alpha) := g\cdot a_\alpha(\alpha)$ Vektori, joka on puomilinjan suuntainen ja jonka pituus on pisteestä A pisteeseen D.

$r_{nosto4}(\alpha) := \frac{l_2}{2}\cdot a_\alpha(\alpha)$ Vektori, joka on puomilinjan suuntainen ja jonka pituus on pisteestä A nostopuomin massakeskiöön.

$r_{nosto5}(\alpha) := r_{nosto3}(\alpha) - r_{nosto4}(\alpha)$

Kuva nostopuomiin vaikuttavista voimista ja momenteista

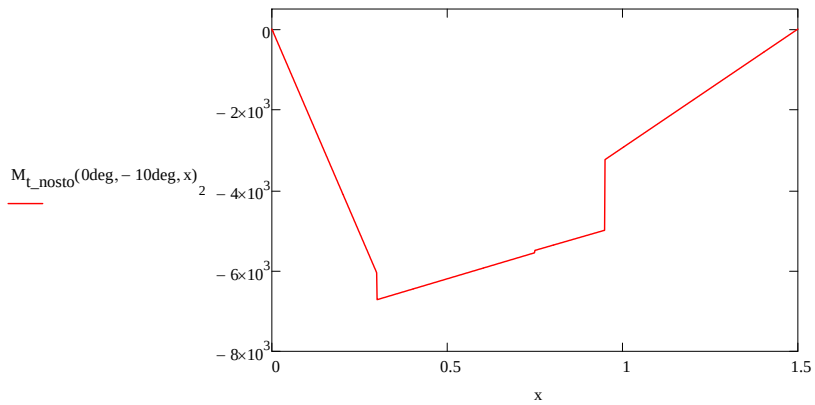


Nostopuomin taivutusmomentti

$$M_{t_nosto}(\alpha,\beta,x) := \begin{cases} \frac{x}{f}\cdot r_{nosto2}(\alpha) \times F_A(\alpha,\beta) & \text{if } x < f \\ \frac{x}{\frac{l_2}{2}}\cdot r_{nosto4}(\alpha) \times F_A(\alpha,\beta) + \frac{x-f}{\frac{l_2}{2}-f}\cdot\left(r_{nosto4}(\alpha) - r_{nosto2}(\alpha)\right) \times M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta) + M_C(\alpha,\beta) & \text{if } f \le x < \frac{l_2}{2} \\ \frac{x}{g}\cdot r_{nosto3}(\alpha) \times F_A(\alpha,\beta) + \frac{x-f}{g-f}\cdot\left(r_{nosto3}(\alpha) - r_{nosto2}(\alpha)\right) \times M(\alpha)\cdot F_{syl}(\alpha,\beta) + M_C(\alpha,\beta) - \frac{x-l_2}{g-\frac{l_2}{2}}\cdot r_{nosto5}(\alpha) \times E_{yks}\cdot m_2\cdot g_{gra} & \text{if } \frac{l_2}{2} \le x < g \\ \frac{l_2-x}{l_2-g}\cdot\left(r_{nosto1}(\alpha) - r_{nosto3}(\alpha)\right) \times F_E(\alpha,\beta) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Nostopuomin taivutusmomentti puomin pituuden funktiona

$x := 0, 0.001m .. l_2$



$$b_\alpha(\alpha) := \begin{pmatrix} \sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

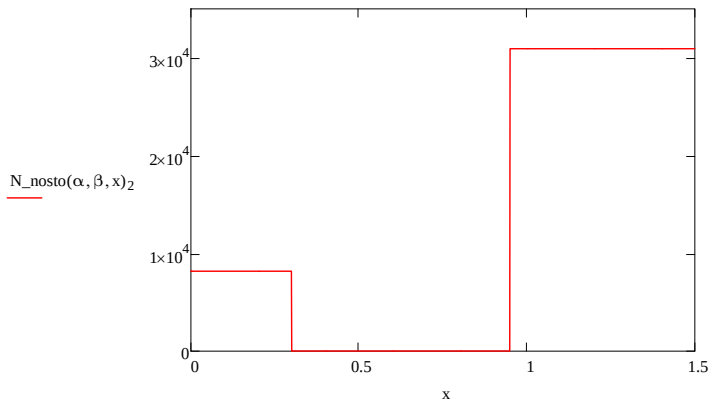
Nostopuomin keskilinjaa vastaan kohtisuora globaalikoordinaatiston yksikkövektori.

Normaalivoima nostopuomissa

$$N_nosto(\alpha,\beta,x) := \begin{cases} b_\alpha(\alpha) \times F_A(\alpha,\beta) & \text{if } x < f \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \text{if } f \le x < g \\ -b_\alpha(\alpha) \times F_E(\alpha,\beta) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Veto positiivista

Nostopuomin normaalivoima puomin pituuden funktiona.



$$M_{nosto_max} := M_{t_nosto}(-15deg, -25deg, f) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -7.229 \times 10^3 \end{pmatrix} \cdot N \cdot m$$

Suurin taivutusjännitys esiintyy pisteessä C, kun α= -15 ja β= -25.

$$\sigma_{max.nosto} := \left(\frac{-M_{nosto_max}}{W_{z2}} + \frac{N_nosto(-15deg, 10deg, f - 0.0001m)}{A_{nosto}} \right)_2 = 636.8 \cdot MPa$$

Maksimijännitys

Varmuusluku myötämiseen nähden.

$$n_{jänn.nosto} := \frac{\sigma_y}{\sigma_{max.nosto}} = 1.099$$

Väsyminen

Tarkastetaan, että puomiin aiheutuva väsyttävä kuormitus ei ole liian suuri. Käytetään Godmanin jännitysmallia.

$$\sigma_a := \frac{1}{2} \cdot \sigma_{max.nosto} = 318.42 \cdot MPa$$

Jännitysamplitudi

$$\sigma_m := \frac{1}{2} \cdot \sigma_{max.nosto} = 318.42 \cdot MPa$$

Keskijännitys

$$\sigma_N := \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_y}} = 584.135 \cdot MPa$$

Kestoraja

Jännityssyklien lukumäärä

$$N := \left(\frac{\sigma_N}{1.6218 \cdot \sigma_u} \right)^{-11.75} = 5532$$

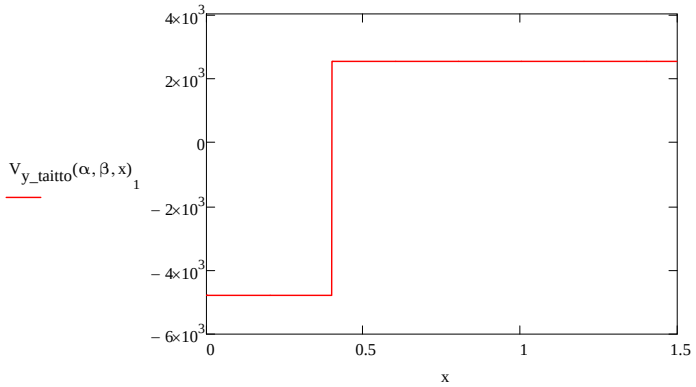
OK

Taittopuomin, leikkausjännitys, taivutusmomentti ja taivutusjännitys

Taittopuomin leikkausjännitys

$$V_{y_taitto}(\alpha,\beta,x) := \begin{cases} F_E(\alpha,\beta) & \text{if } x < h \\ -F_E(\alpha,\beta) + O(\alpha,\beta)\cdot F_{syl2}(\alpha,\beta) & \text{if } h \le x < l_3 \end{cases}$$

Taittopuomin leikkausjännitys puomin pituuden funktiona.



$$a_\beta(\beta) := \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Puomin keskilinjan suuntainen globaalikoordinaatiston yksikkövektori

$$r_{taitto1}(\beta) := l_3\cdot a_\beta(\beta)$$

Vektori, joka on puomilinjan suuntainen ja jonka pituus on pisteestä E pisteeseen G.

$$r_{taitto2}(\beta) := \frac{l_3}{2}\cdot a_\beta(\beta)$$

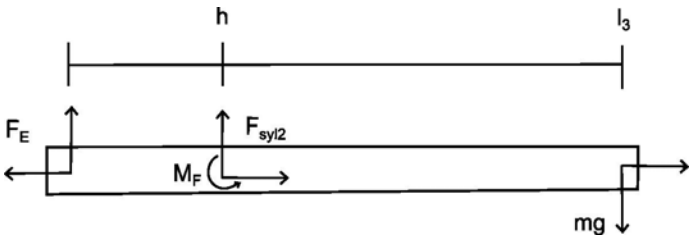
Vektori, joka on puomilinjan suuntainen ja jonka pituus on pisteestä E taittopuomin massakeskiöön.

$$r_{taitto3}(\beta) := h\cdot a_\beta(\beta)$$

Vektori, joka on puomilinjan suuntainen ja jonka pituus on pisteestä E pisteeseen F.

$$r_{taitto4}(\beta) := r_{taitto2}(\beta) - r_{taitto3}(\beta)$$

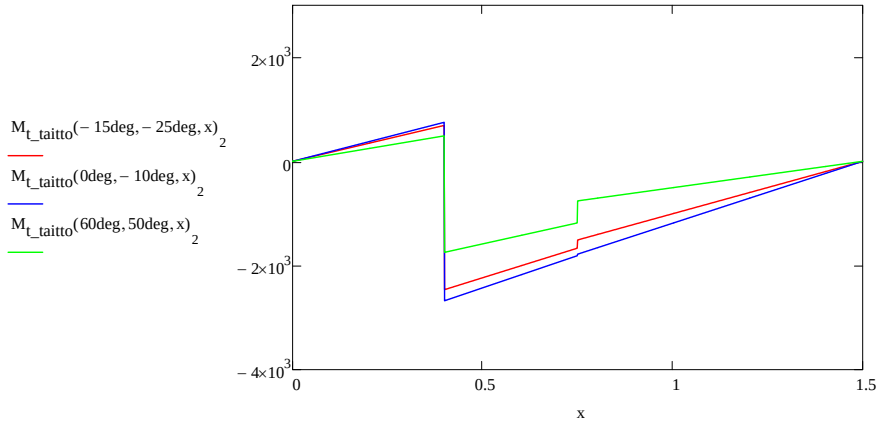
Kuva taittopuomiin vaikuttavista voimista



Taittopuomin taivutusmomentti

$$M_{t_taitto}(\alpha,\beta,x) := \begin{cases} \frac{x}{h}\cdot r_{taitto3}(\beta)\times -F_E(\alpha,\beta) & \text{if } x < h \\ \frac{x}{\frac{l_3}{2}}\cdot r_{taitto2}(\beta)\times -F_E(\alpha,\beta) + \frac{x-h}{\frac{l_3}{2}-h}\cdot r_{taitto4}(\beta)\times O(\alpha,\beta)\cdot F_{syl2}(\alpha,\beta) - M_F(\alpha,\beta) & \text{if } h \le x < \frac{l_3}{2} \\ \frac{l_3 - x}{\frac{l_3}{2}}\cdot\left(r_{taitto1}(\beta) - r_{taitto2}(\beta)\right)\times E_{yks}\cdot -m_{kuorma}\cdot g_{gra}\cdot\cos(\beta) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Taittopuomin taivutusmomentti kulmien α ja β funktiona



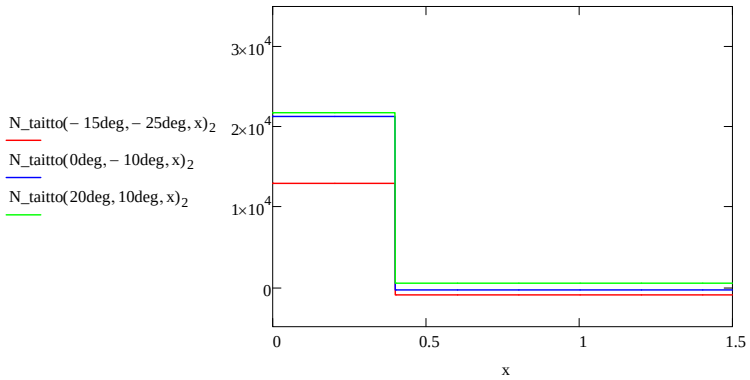
Taittopuomin keskilinjaa vastaan kohtisuora globaalikoordinaatiston yksikkövektori.

$$b_\beta(\beta) := \begin{pmatrix} \sin(\beta) \\ \cos(\beta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Normaalivoima taittopuomissa

$$N_taitto(\alpha,\beta,x) := \begin{cases} -b_\beta(\beta)\times F_E(\alpha,\beta) & \text{if } x < h \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m_{kuorma}\cdot g_{gra}\cdot\sin(\beta) \end{pmatrix} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Nostopuomin normaalivoima kulmien α ja β funktiona.



Taittopuomin suurin taivutusmomentti

Suurin taivutusmomentti esiintyy taittopuomin ollessa vaakatasossa.

$$M_{taitto_max} := M_{t_taitto}(10deg, 0deg, h + 0.0001m) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2719 \end{pmatrix} N \cdot m$$

Suurin taittopuomissa vallitseva jännitys

$$\sigma_{max.taitto} := \left(\frac{-M_{taitto_max}}{W_{z3}} + \frac{N_taitto(10deg, 0deg, h - 0.0001m)}{A_{taitto}} \right)_2 = 391.999 \cdot MPa$$

Varmuusluku myötöön nähden

Myötöraja $\sigma_y := 420MPa$

Murtoraja $\sigma_u := 500MPa$

$$n_{jänn.taitto} := \frac{\sigma_y}{\sigma_{max.taitto}} = 1.071$$

Väsyminen

$$\sigma_a := \frac{1}{2} \cdot \sigma_{max.taitto} = 195.999 \cdot MPa$$

Jännitysamplitudi

$$\sigma_m := \frac{1}{2} \cdot \sigma_{max.taitto} = 195.999 \cdot MPa$$

Keskijännitys

$$\sigma_N := \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_y}} = 367.498 \cdot MPa$$

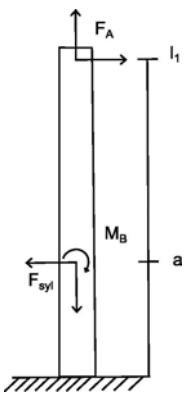
Kestoraja

$$N := \left(\frac{\sigma_N}{1.6218 \cdot \sigma_u} \right)^{-11.75} = 1.09 \times 10^4$$

OK

Jännityssyklien lukumäärä

Pylvään taivutusjännitys

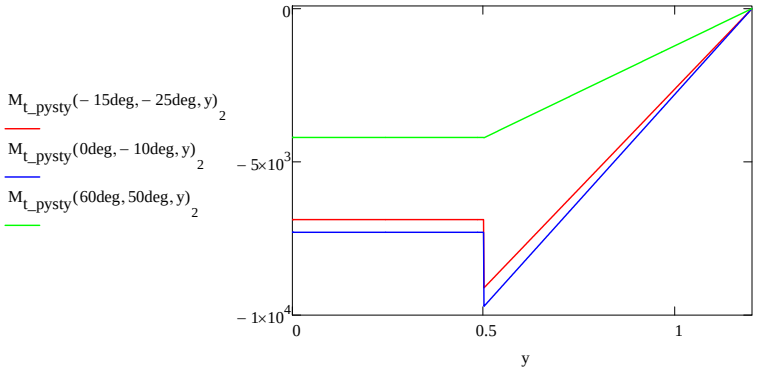


$$r_{pysty1}(\alpha, \beta) := r_{nosto1}(\alpha) + r_{taitto1}(\beta)$$

Taivutusjännitys pylväässä

$$M_{t_pysty}(\alpha, \beta, y) := \begin{cases} r_{pysty1}(\alpha, \beta) \times -E_{yks} \cdot m_{kuorma} \cdot g_{gra} & \text{if } y < e \\ \frac{l_1 - y}{l_1 - e} \cdot A \times -F_A(\alpha, \beta) & \text{otherwise} \end{cases}$$

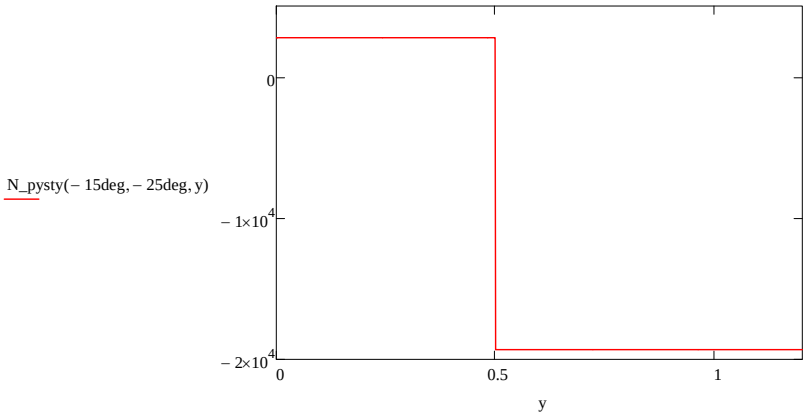
Pylvään taivutusjännitys kulmien α ja β funktiona



Normaalivoima pylväässä

$$N_pysty(\alpha,\beta,y) := \begin{cases} (m_{kuorma} + m_1 + m_2 + m_3)\cdot g_{gra} & \text{if } y < e \\ F_A(\alpha,\beta)_1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Pylväässä vaikuttava normaalivoima kulmien α ja β funktiona



Pylvään taivutusmomentin maksimi esiintyy kun α = 5 ja β = -5

$$M_{pysty_max} := M_{t_pysty}(5deg, -5deg, h) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -7330 \end{pmatrix} N\cdot m$$

Suurin taivutusmomentti pylväässä

$$\sigma_{max.pysty} := \left(\frac{-M_{pysty_max}}{W_{z1}} + \frac{N_pysty(5deg, -5deg, e - 0.0001m)}{A_{pylväs}} \right)_2 = 180.139\cdot MPa$$

Varmuusluku myötöön nähden

Myötöraja $\sigma_y := 355MPa$

Murtoraja $\sigma_u := 510MPa$

$$n_{jänn.pysty} := \frac{\sigma_y}{\sigma_{max.pysty}} = 1.971$$

Väsyminen

$$\sigma_a := \frac{1}{2}\cdot\sigma_{max.pysty} = 90.07\cdot MPa$$

Jännitysamplitudi

$$\sigma_m := \frac{1}{2}\cdot\sigma_{max.pysty} = 90.07\cdot MPa$$

Keskijännitys

$$\sigma_N := \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_y}} = 120.691\cdot MPa$$

Kestoraja

Jännityssyklien lukumäärä

$$N := \left(\frac{\sigma_N}{1.6218\cdot\sigma_u}\right)^{-11.75} = 6.63\times 10^9$$

OK

Teräksen kimmokerroin

$E_{teräs} := 210GPa$

Puomien taipumat

Pylväs

Normaalivoimasta aiheutuva pituuden muutos välillä O-B

$$\varepsilon_{OB} := \frac{\frac{\left(m_{kuorma}+m_1+m_2+m_3\right)\cdot g_{gra}}{A_{pylväs}}}{E_{teräs}}\cdot e$$

Normaalivoimasta aiheutuva pituuden muutos välillä B-A

$$\varepsilon_{BA}(\alpha,\beta) := \frac{\frac{F_A(\alpha,\beta)_1}{A_{pylväs}}}{E_{teräs}}\cdot\left(l_1 - e\right)$$

Taipuma sylinterivoiman vaikutuksesta

$$v_{OB}(\alpha,\beta) := \frac{\left(M(\alpha)\cdot -F_{syl}(\alpha,\beta)\right)_0\cdot e^3}{3\cdot E_{teräs}\cdot I_1}$$

Kulman muutos pisteen B kohdalla

$$v'_B(\alpha,\beta) := \frac{\left(M(\alpha)\cdot -F_{syl}(\alpha,\beta)\right)_0\cdot e^2}{2\cdot E_{teräs}\cdot I_1}$$

Momentin aiheuttama taipuma

$$v_{BM}(\alpha,\beta) := \frac{-M_B(\alpha,\beta)\cdot e^2}{2\cdot E_{teräs}\cdot I_1}$$

Momentin aiheuttama kulman muutos pisteessä B

$$v'_{BM}(\alpha,\beta) := \frac{-M_B(\alpha,\beta)\cdot e}{E_{teräs}\cdot I_1}$$

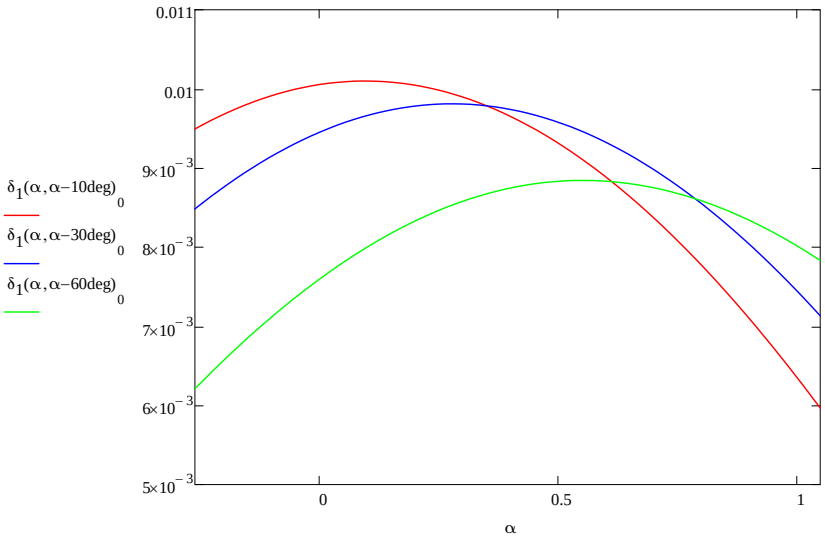
Taipuma nivelvoiman A vaikutuksesta

$$v_{OA}(\alpha,\beta) := \frac{\left(-F_A(\alpha,\beta)\right)_0\cdot l_1^3}{3\cdot E_{teräs}\cdot I_1}$$

Pisteen A siirtymä origon O suhteen

$$\delta_1(\alpha,\beta) := \begin{bmatrix} v_{OB}(\alpha,\beta)\cdot\frac{l_1}{e} + v'_B(\alpha,\beta)\cdot(l_1 - e) + v_{BM}(\alpha,\beta)\cdot\frac{l_1}{e} + v'_{BM}(\alpha,\beta)\cdot(l_1 - e) + v_{OA}(\alpha,\beta) \\ \varepsilon_{OB} + \varepsilon_{BA}(\alpha,\beta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pisteen A vaakasiirtymä origoon nähden astekulman α funktiona



Nostopuomin siirtymät pisteen A suhteen

$$b_\alpha(\alpha) := \begin{pmatrix} -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Puomin keskilinjaa vastaan oleva globaalikoordinaatiston yksikkövektori

$$D_E(\alpha,\beta) := \left|F_E(\alpha,\beta)\right|\cdot\cos(\alpha + 90deg - \varphi(\alpha))$$

Normaalivoiman aiheuttama siirtymä väillä A-C

$$\varepsilon_{AC}(\alpha,\beta) := \frac{\frac{\left(b_\alpha(\alpha)\times F_A(\alpha,\beta)\right)_2}{A_{nosto}}}{E_{teräs}}\cdot f$$

Normaalivoiman aiheuttama siirtymä väillä D-E

$$\varepsilon_{DE}(\alpha,\beta) := \frac{\frac{\left(-b_\alpha(\alpha)\times F_E(\alpha,\beta)\right)_2}{A_{nosto}}}{E_{teräs}}\cdot(l_2 - g)$$

Pisteen D momentin aiheuttama taipuma pisteen C suhteen

$$v_{AD}(\alpha,\beta) := \frac{M_D(\alpha,\beta)_2\cdot(g - f)^2}{2\cdot E_{teräs}\cdot I_2}$$

Pisteen C momentin aiheuttama kulmanmuutos

$$v'_C(\alpha,\beta) := \frac{\left(-M_C(\alpha,\beta)\right)_2\cdot f}{3E_{teräs}\cdot I_2}$$

Taittosylinterin voiman aiheuttama taipuma pisteen C suhteen

$$v_D(\alpha,\beta) := \frac{-O(\alpha,\beta)\cdot F_{syl2}(\alpha,\beta)\cdot b_\alpha(\alpha)\cdot(g - f)^3}{3\cdot E_{teräs}\cdot I_2}$$

Nivelvoiman E aiheuttama taipuma

$$v_{AE}(\alpha,\beta) := \frac{F_E(\alpha,\beta)\cdot b_\alpha(\alpha)\cdot(l_2 - f)^2\cdot l_2}{3\cdot E_{teräs}\cdot I_2}$$

Taittosylinterin voiman aiheuttama kulmanmuutos pisteen C suhteen

$$v'_D(\alpha,\beta) := \frac{-O(\alpha,\beta)\cdot F_{syl2}(\alpha,\beta)\cdot b_\alpha(\alpha)\cdot(g - f)\cdot f}{3\cdot E_{teräs}\cdot I_2}$$

Pisteen D momentin aiheuttama kulmanmuutos pisteen C suhteen

$$v'_{AD}(\alpha,\beta) := \frac{M_D(\alpha,\beta)_2\cdot f}{3\cdot E_{teräs}\cdot I_2}$$

Pisteen E siirtymä (nostopuomin mekaaninen jousto) pisteeseen A nähden puomin paikallisessa koordinaatistossa

$$\delta_{2_lok}(\alpha,\beta) := \begin{bmatrix} \varepsilon_{AC}(\alpha,\beta) + \varepsilon_{DE}(\alpha,\beta) \\ v_{AE}(\alpha,\beta) + v'_C(\alpha,\beta)\cdot\left(l_2 - f\right) + v_D(\alpha,\beta)\cdot\left(\frac{l_2 - f}{g - f}\right) + v'_D(\alpha,\beta)\cdot\left(l_2 - f\right) + v_{AD}(\alpha,\beta)\cdot\left(\frac{l_2 - f}{l_2 - g}\right) + v'_{AD}(\alpha,\beta)\cdot\left(l_2 - f\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

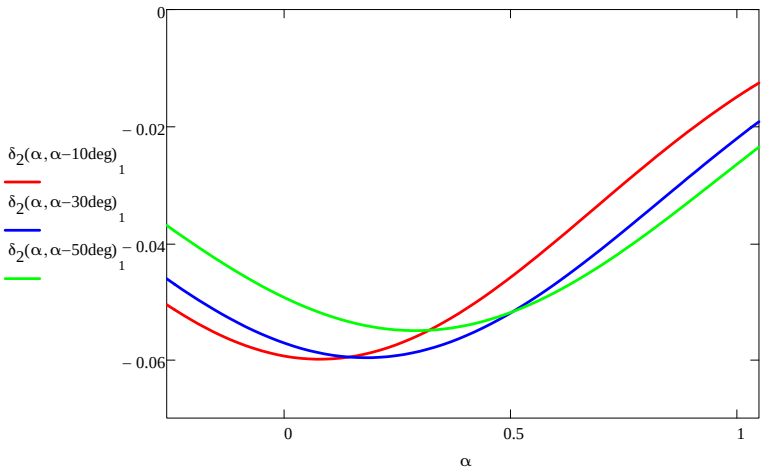
Pisteen E siirtymä pisteen A nähden yleisessä koordinaatistossa saadaan kertomalla se koordinaatistonkiertomatriisilla.

$$A_{koord}(\alpha) := \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pisteen E yleinen siirtymä

$$\delta_2(\alpha,\beta) := A_{koord}(\alpha)\cdot\delta_{2_lok}(\alpha,\beta)$$

Nostopuomin mekaaninen jousto kulmien α ja β funktiona.



Taittopuomin siirtymä pisteen E suhteen

Normaalivoiman aiheuttama siirtymä välillä E-F

$$\varepsilon_{EF}(\alpha,\beta) := \frac{\frac{\left(-b_\beta(\beta)\times F_E(\alpha,\beta)\right)_2}{A_{taitto}}}{E_{teräs}}\cdot h$$

Normaalivoiman aiheuttama siirtymä välillä F-G

$$\varepsilon_{FG}(\beta) := \frac{\frac{m_{kuorma}\cdot g_{gra}\cdot\sin(\beta)}{A_{taitto}}}{E_{teräs}}\cdot\left(l_3 - h\right)$$

Kuorman aiheuttama taipuma

$$v_{EG}(\beta) := \frac{-m_{kuorma}\cdot g_{gra}\cdot\cos(\beta)\cdot\left(l_3 - h\right)^2\cdot l_3}{3\cdot E_{teräs}\cdot I_3}$$

Pisteen F momentin aiheuttama kulmanmuutos

$$v'_F(\alpha,\beta) := \frac{M_F(\alpha,\beta)_2 \cdot h}{3E_{teräs} \cdot I_3}$$

Taipuma puomin paikallisessa koordinaatistossa

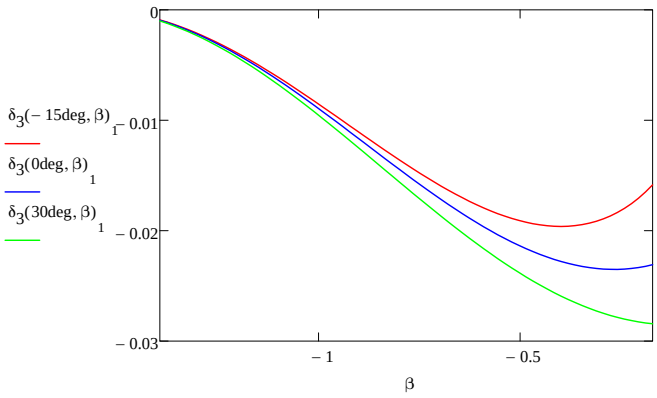
$$\delta_{3_lok}(\alpha,\beta) := \begin{bmatrix} \varepsilon_{EF}(\alpha,\beta) + \varepsilon_{FG}(\beta) \\ v_{EG}(\beta) + v'_F(\alpha,\beta)\cdot(l_3 - h) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Siirtymä yleisessä koordinaatistossa pisteen E suhteen

$$E_{koord}(\beta) := \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\delta_3(\alpha,\beta) := E_{koord}(\beta)\cdot\delta_{3_lok}(\alpha,\beta)$$

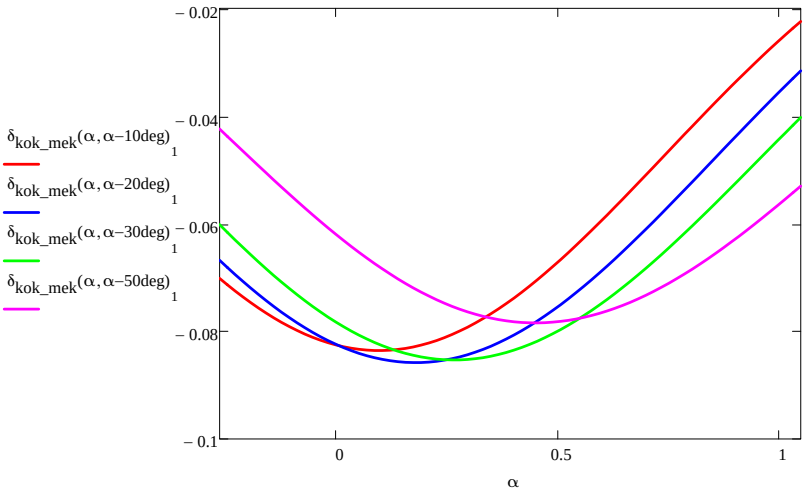
Taittopuomin pystysuuntainen siirtymä (pisteen G siirtymä pisteen E suhteen) kulmien α ja β funktiona.



Mekaaninen kokonaisjousto saadaan summaamalla puomien joustot yhteen.

$$\delta_{kok_mek}(\alpha,\beta) := \delta_1(\alpha,\beta) + \delta_2(\alpha,\beta) + \delta_3(\alpha,\beta)$$

Puomirakenteen mekaaninen kokonaisjousto pystysuunnassa kulmien α ja β funktiona.



Nostosylinterin mitoitus

$F_{nosto_max} = 30.813 \cdot kN$ Nostosylinteriltä vaadittava maksimivoima

Sylinterin hydraulismekaaninen hyötysuhde

$p_{max} := 200bar$ Järjestelmän painetaso

$\eta_{hm} := 0.9$

$d_{nosto} := \sqrt{\frac{4F_{nosto_max}}{\eta_{hm} p_{max} \cdot \pi}} = 46.686 \cdot mm$ Nostosylinterin männän halkaisija

$d_{nosto} := 50mm$ Valitaan nostosylinterin männän halkaisijaksi 50 mm

$p_{max.nosto.tod} := \frac{F_{nosto_max}}{\left(\frac{d_{nosto}^2 \cdot \pi}{4}\right)} = 156.929 \cdot bar$ Nostosylinterissä vallitseva paine suurimmalla kuormalla

$z_1(\alpha_1) = 576.9 \cdot mm$ Sylinterin kiinnityspisteiden välimatka puomin maksimiastekulmalla

$z_1(\alpha_2) = 930.3 \cdot mm$ Sylinterin kiinnityspisteiden välimatka puomin minimiastekulmalla

$\frac{z_1(\alpha_2)}{z_1(\alpha_1)} = 1.612$ Testi sylinterin liikematkan riittämisen varmistamiseksi.
Suhdeluvun täytyy olla selkeästi alle 2.

$l_{nosto}(\alpha) := z_1(\alpha) - z_1(\alpha_1)$ Sylinterissä olevan paineen alaisen öljypatsaan pituus

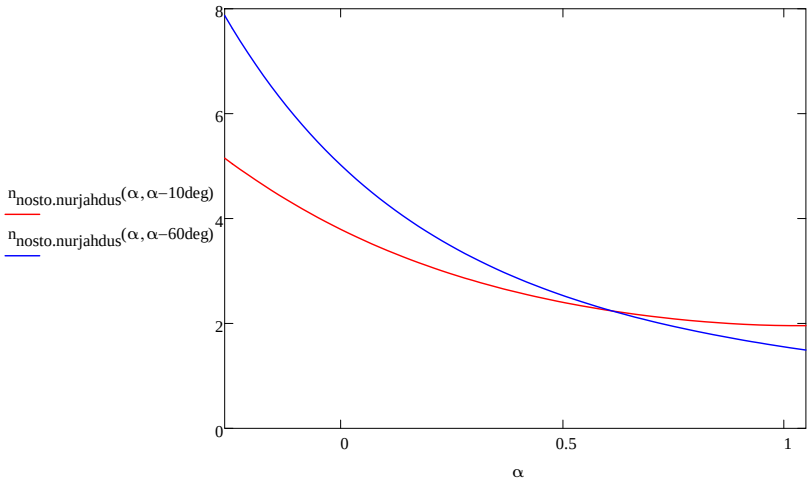
$d_{varsi.nosto} := 25mm$ Valitaan varren halkaisijaksi

$I_{nosto} := \frac{\pi}{4}\left(\frac{d_{varsi.nosto}}{2}\right)^4 = 1.917 \times 10^{-8} \cdot m^4$ Varren neliömomentti

$P_{n_nosto}(\alpha) := \frac{\pi^2 \cdot E_{teräs} \cdot I_{nosto}}{z_1(\alpha)^2}$ Varren nurjahdusvoima kulman α funktiona

$n_{nosto.nurjahdus}(\alpha, \beta) := \frac{P_{n_nosto}(\alpha)}{F_{syl}(\alpha, \beta)}$ Varmuusluku nurjahduksen suhteen, kun otetaan huomioon syliterissä vallitseva voima

Nostosylinterin varmuusluku nurjahduksen suhteen astekulman α funktiona



Nostosylinterin hydraulisen jouston laskenta

$E_{teräs} = 210 \cdot GPa$ Hydraulisylinterin kimmokerroin (teräs)

$t_{nosto} := 4mm$ Nostosylinterin seinämävahvuus

$\nu_c := 0.3$ Hydraulisylinterin Poissonin luku (teräs)

$$B_{nosto_syl} := \frac{E_{teräs} \cdot t_{nosto}}{d_{nosto}} = 16.8 \cdot GPa$$

Sylinterin puristuskerroin

$$V_{nosto}(\alpha) := \frac{d_{nosto}^2 \cdot \pi}{4} \cdot l_{nosto}(\alpha)$$

Sylinterin paineenalainen öljytilavuus nostossa

$$\delta_{nosto_syl}(\alpha, \beta) := \frac{V_{nosto}(\alpha)}{B_{nosto_syl} \cdot \left(\frac{d_{nosto}^2 \cdot \pi}{4}\right)^2} \cdot F_{syl}(\alpha, \beta)$$

Nostosylinterin jousto

Hydrauliputken aiheuttama jousto

$E_p := 210GPa$ Hydrauliputken kimmokerroin (teräs)

$t_p := 1.5mm$ Hydrauliputken seinämävahvuus

$\nu_p := 0.3$ Hydrauliputken Poissonin luku (teräs)

$d_p := 12mm$ Hydrauliputken sisähalkaisija

$$B_p := \frac{E_p \cdot t_p}{d_p} = 26.25 \cdot GPa$$

Putken puristuskerroin

$l_p := 1.5m$ Sylintereille menevän nostolinjan hydrauliputken pituus

$$V_{putki_nosto} := \frac{d_p^2 \cdot \pi}{4} \cdot l_p = 0.17 \cdot L$$

Hydrauliputken paineenalainen tilavuus nostossa

$$\delta_{p_nosto}(\alpha, \beta) := \frac{V_{putki_nosto}}{B_p \cdot \left(\frac{d_{nosto}^2 \cdot \pi}{4}\right)^2} \cdot F_{syl}(\alpha, \beta)$$

Hydrauliputken aiheuttama jousto sylinterissä

Hydrauliletkun jousto

$B_{letku_nosto} := 400MPa$ Hydrauliletkun puristuskerroin

$d_{letku_nosto} := \frac{3}{8} \cdot 25.4mm = 9.525 \cdot mm$ Hydrauliletkun sisähalkaisija (3/8")

$l_{letku_nosto} := 1.5m$ Sylintereille menevän nostolinjan hydrauliletkun pituus

$$V_{letku_nosto} := \frac{d_{letku_nosto}^2 \cdot \pi}{4} \cdot l_{letku_nosto} = 0.107 \cdot L$$

Hydrauliletkun paineenalainen tilavuus nostossa

$$\delta_{letku_nosto}(\alpha, \beta) := \frac{V_{letku_nosto}}{B_{letku_nosto} \cdot \left(\frac{d_{nosto}^2 \cdot \pi}{4}\right)^2} \cdot F_{syl}(\alpha, \beta)$$

Hydrauliletkun aiheuttama jousto sylinterissä

Hydrauliöljyn jousto

Järjestelmän paineenalainen öljytilavuus nostossa

$$V_{tot}(\alpha) := \frac{d_{nosto}^{2}\cdot\pi}{4}\cdot l_{nosto}(\alpha) + \frac{d_p^{2}\cdot\pi}{4}\cdot l_p + \frac{d_{letku_nosto}^{2}\cdot\pi}{4}\cdot l_{letku_nosto}$$

$B_f := 1.5GPa$ Hydrauliöljyn puristuskerroin

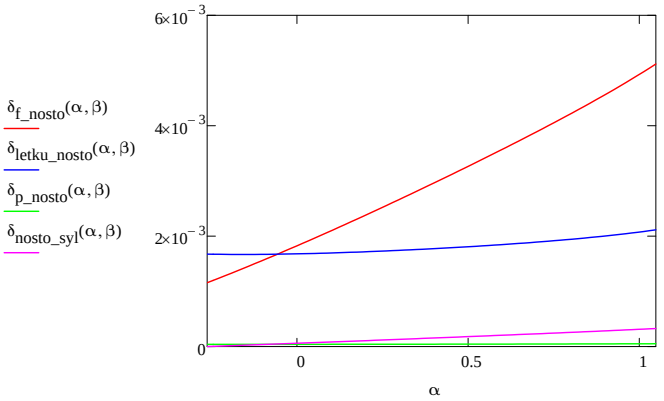
$$\delta_{f_nosto}(\alpha,\beta) := \frac{V_{tot}(\alpha)}{B_f\cdot\left(\frac{d_{nosto}^{2}\cdot\pi}{4}\right)^{2}}\cdot F_{syl}(\alpha,\beta)$$

Hydrauliöljyn aiheuttama jousto sylinterissä

Nostosylinteristä aiheutuva kokonaisjousto

$$\delta_{hyd_nosto}(\alpha,\beta) := \delta_{nosto_syl}(\alpha,\beta) + \delta_{p_nosto}(\alpha,\beta) + \delta_{letku_nosto}(\alpha,\beta) + \delta_{f_nosto}(\alpha,\beta)$$

Eri joustokomponenttien aiheuttamat siirtymät



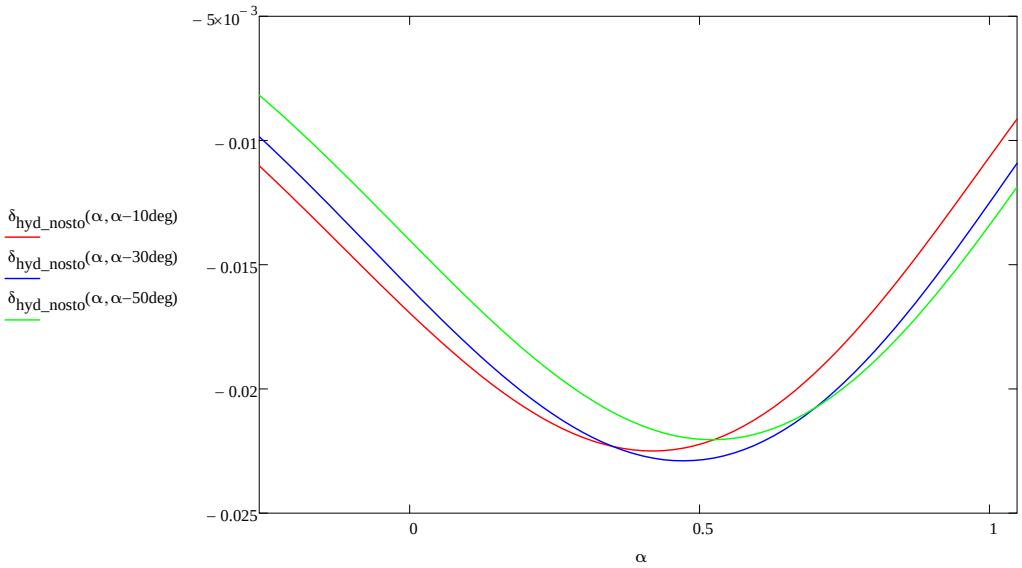
$$\delta_{hyd.syl.kohtisuora}(\alpha,\beta) := \delta_{hyd_nosto}(\alpha,\beta)\cdot\sin(180deg - \varphi(\alpha) - \alpha)$$

Nostosylinterin joustosta aiheutuva siirtymä puomissa (oletus: pienillä kulmilla sinα = α)

$$\delta_{hyd_nosto}(\alpha,\beta) := -\delta_{hyd.syl.kohtisuora}(\alpha,\beta)\cdot\frac{l_2}{f}\cdot\cos(\alpha)$$

Nostosylinterin joustosta aiheutuva taipuma pisteessä E pisteen A suhteen

Nostosylinterin aiheuttama nostopuomin jousto astekulman α funktiona



Taittosylinterin mitoitus

$F_{taitto_max} = 23.224 \cdot kN$ Taittosylinteriltä vaadittava maksimivoima

Sylinterin hydraulismekaaninen hyötysuhde

$\eta_{hm} := 0.9$

$p_{max} := 200bar$ Järjestelmän painetaso

$d_{taitto} := \sqrt{\frac{4F_{taitto_max}}{\eta_{hm} p_{max} \cdot \pi}} = 40.531 \cdot mm$ Taittosylinterin männän halkaisija

$d_{taitto} := 50mm$ Valitaan taittosylinterin männän halkaisijaksi 50 mm

$p_{max.nosto.tod} := \frac{F_{taitto_max}}{\left(\frac{d_{taitto}^{2} \cdot \pi}{4}\right)} = 118.281 \cdot bar$ Taittosylinterissä vallitseva paine suurimmalla kuormalla

$z_2(0deg, \beta_1) = 581.5 \cdot mm$ Sylinterin kiinnityspisteiden välimatka puomin maksimiastekulmalla

$z_2(0deg, \beta_2) = 928.1 \cdot mm$ Sylinterin kiinnityspisteiden välimatka puomin minimiastekulmalla

$\frac{z_2(0deg, \beta_2)}{z_2(0deg, \beta_1)} = 1.596$ Testi sylinterin liikematkan riittämisen varmistamiseksi.
Suhdeluvun täytyy olla selkeästi alle 2.

$l_{taitto}(\alpha, \beta) := z_2(\alpha_1, \beta) - z_2(\alpha_1, \beta_1)$ Sylinterissä olevan paineen alaisen öljypatsaan pituus

$d_{varsi.taitto} := 25mm$ Varren halkaisija

$$I_{taitto} := \frac{\pi}{4}\left(\frac{d_{varsi.taitto}}{2}\right)^4 = 1.917 \times 10^4 \cdot mm^4$$

Varren neliömomentti

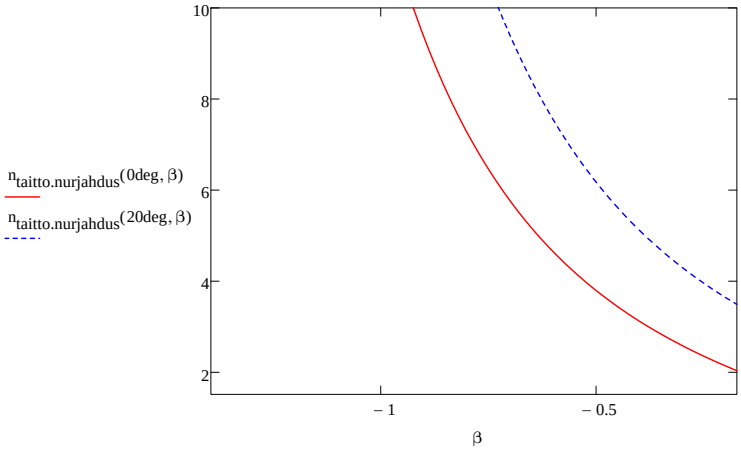
$$P_{n_taitto}(\alpha,\beta) := \frac{\pi^2 \cdot E_{teräs} \cdot I_{taitto}}{z_2(\alpha,\beta)^2}$$

Varren nurjahdusvoima

$$n_{taitto.nurjahdus}(\alpha,\beta) := \frac{P_{n_taitto}(\alpha,\beta)}{F_{syl2}(\alpha,\beta)}$$

Varmuusluku nurjahduksen suhteen

Varmuusluku taittosylinterin nurjahduksen suhteen astekulman β suhteen



$E_{teräs} = 210 \cdot GPa$ Hydraulisylinterin kimmokerroin (teräs)

$t_{taitto} := 4mm$ Nostosylinterin seinämävahvuus

$\nu_c := 0.3$ Hydraulisylinterin Poissonin luku (teräs)

$$B_{taitto_syl} := \frac{E_{teräs} \cdot t_{taitto}}{d_{taitto}} = 16.8 \cdot GPa$$

Sylinterin puristuskerroin

$$V_{taitto}(\alpha,\beta) := \frac{d_{taitto}^2 \cdot \pi}{4} \cdot l_{taitto}(\alpha,\beta)$$

Sylinterin paineenalainen öljytilavuus nostossa

$$\delta_{taitto_syl}(\alpha,\beta) := \frac{V_{taitto}(\alpha,\beta)}{B_{taitto_syl} \cdot \left(\frac{d_{taitto}^2 \cdot \pi}{4}\right)^2} \cdot F_{syl2}(\alpha,\beta)$$

Nostosylinterin jousto

Hydrauliputken aiheuttama jousto

$E_p := 210GPa$ Hydrauliputken kimmokerroin (teräs)

$t_{p_taitto} := 1.5mm$ Hydrauliputken seinämävahvuus

$\nu_p := 0.3$ Hydrauliputken Poissonin luku (teräs)

$d_{p_taitto} := 12mm$ Hydrauliputken sisähalkaisija

$B_{p_taitto} := \frac{E_p \cdot t_{p_taitto}}{d_{p_taitto}} = 26.25 \cdot GPa$ Putken puristuskerroin

$l_{p_taitto} := 1.5m$ Sylintereille menevän nostolinjan hydrauliputken pituus

$V_{putki_taitto} := \frac{d_{p_taitto}^2 \cdot \pi}{4} \cdot l_{p_taitto} = 0.17 \cdot L$ Hydrauliputken paineenalainen tilavuus nostossa

$\delta_{p_taitto}(\alpha, \beta) := \frac{V_{putki_taitto}}{B_{p_taitto} \cdot \left(\frac{d_{taitto}^2 \cdot \pi}{4}\right)^2} \cdot F_{syl2}(\alpha, \beta)$ Hydrauliputken aiheuttama jousto sylinterissä

Hydrauliletkun jousto

$B_{letku_taitto} := 400MPa$ Hydrauliletkun puristuskerroin

$d_{letku_taitto} := \frac{3}{8} \cdot 25.4mm = 9.525 \cdot mm$ Hydrauliletkun sisähalkaisija (3/8")

$l_{letku_taitto} := 1.5m$ Sylintereille menevän nostolinjan hydrauliletkun pituus

$V_{letku_taitto} := \frac{d_{letku_taitto}^2 \cdot \pi}{4} \cdot l_{letku_taitto} = 0.107 \cdot L$ Hydrauliletkun paineenalainen tilavuus nostossa

$\delta_{letku_taitto}(\alpha, \beta) := \frac{V_{letku_taitto}}{B_{letku_taitto} \cdot \left(\frac{d_{taitto}^2 \cdot \pi}{4}\right)^2} \cdot F_{syl2}(\alpha, \beta)$ Hydrauliletkun aiheuttama jousto sylinterissä

Hydrauliöljyn jousto

Järjestelmän paineenalainen öljytilavuus nostossa

$$V_{tot_taitto}(\alpha, \beta) := \frac{d_{taitto}^2 \cdot \pi}{4} \cdot l_{taitto}(\alpha, \beta) + \frac{d_{p_taitto}^2 \cdot \pi}{4} \cdot l_{p_taitto} + \frac{d_{letku_taitto}^2 \cdot \pi}{4} \cdot l_{letku_taitto}$$

$B_f := 1.5GPa$ Hydrauliöljyn puristuskerroin

$\delta_{f_taitto}(\alpha, \beta) := \frac{V_{tot_taitto}(\alpha, \beta)}{B_f \cdot \left(\frac{d_{taitto}^2 \cdot \pi}{4}\right)^2} \cdot F_{syl2}(\alpha, \beta)$ Hydrauliöljyn aiheuttama jousto sylinterissä

Taittosylinteristä aiheutuva kokonaisjousto

$$\delta_{hyd_taitto}(\alpha, \beta) := \delta_{taitto_syl}(\alpha, \beta) + \delta_{p_taitto}(\alpha, \beta) + \delta_{letku_taitto}(\alpha, \beta) + \delta_{f_taitto}(\alpha, \beta)$$

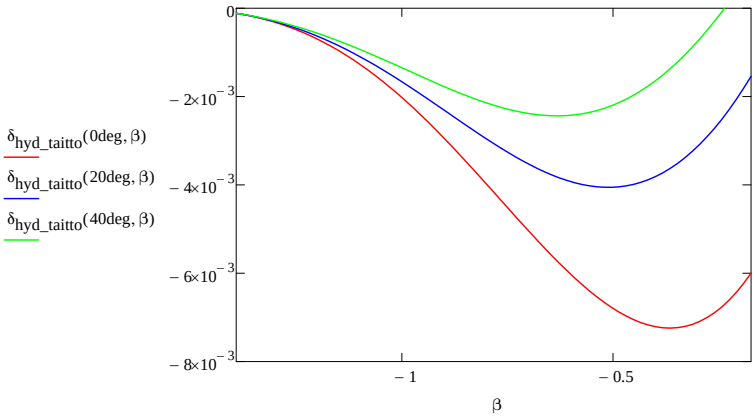
Taittosylinterin joustosta aiheutuva taittopuomin pään siirtymä

$$\delta_{hyd.syl.kohtisuora2}(\alpha, \beta) := \delta_{hyd_taitto}(\alpha, \beta) \cdot \sin(180deg - \theta(\alpha, \beta) - \beta)$$

Taittosylinterin joustosta aiheutuva taipuma pisteessä G pisteen E suhteen

$$\delta_{hyd_taitto}(\alpha, \beta) := \delta_{hyd.syl.kohtisuora2}(\alpha, \beta) \cdot \frac{l_3}{h} \cdot \cos(\beta)$$

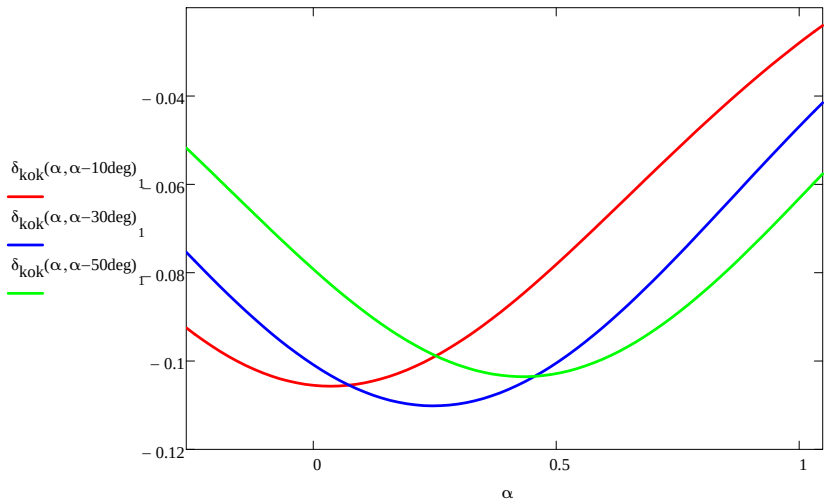
Taittosylinterin aiheuttama taittopuomin jousto astekulman β funktiona



Kokonaisjousto koostuu mekaanisesta ja hydraulisesta joustosta.

$$\delta_{kok}(\alpha,\beta) := \delta_{kok_mek}(\alpha,\beta) + \begin{pmatrix} 0 \\ \delta_{hyd_nosto}(\alpha,\beta) + \delta_{hyd_taitto}(\alpha,\beta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Puomirakenteen kokonaisjousto kulmien α ja β funktiona.



Tyvinivelen niveltapin mitoitus

Mitoitetaan nosto- ja taittopuomin niveltapit maksimivoiman mukaan. Tappiin voidaan ajatella kohdituvan puhdas leikkauskuormitus. Nivelien laakerien sisähalkaisija on 25 mm = tapin halkaisija.

$d_{tappi_A} := 25mm$ — Tyvinivelen niveltapin halkaisija

$\sigma_y := 355MPa$ — Niveltapin myötölujuus (S355)

$\tau_y := \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} = 205 \cdot MPa$ — Niveltapin leikkausmyötölujuus

$F_{A.magn_max} = 28.253 \cdot kN$ Niveltappiin kohdistuva maksimivoima

$A_{tappi_A} := \frac{\pi \cdot d_{tappi_A}^2}{4} = 490.874 \cdot mm^2$ Niveltapin poikkileikkausala

$F_{tappi_A.max} := \tau_y \cdot A_{tappi_A} = 100.609 \cdot kN$ Niveltapin kantama suurin mahdollinen kuorma

$n := \frac{F_{tappi_A.max}}{0.5 F_{A.magn_max}} = 7.122$ Varmuusluku niveltapin leikkautumisen suhteen. Yhdelle leikkauspinnalle kohdistuu vain puolet niveltappiin kohdistuvasta kokonaisvoimasta.

Taittonivelen niveltapin mitoitus

$d_{tappi_E} := 25mm$ Taittonivelen niveltapin halkaisija

$\sigma_y = 355 \cdot MPa$ Niveltapin myötölujuus (S355)

$\tau_y := \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} = 205 \cdot MPa$ Niveltapin leikkausmyötölujuus

$F_{E.magn_max} = 22.172 \cdot kN$ Niveltappiin kohdistuva maksimivoima

$A_{tappi_E} := \frac{\pi \cdot d_{tappi_E}^2}{4} = 490.874 \cdot mm^2$ Niveltapin poikkileikkausala

$F_{tappi_E.max} := \tau_y \cdot A_{tappi_E} = 100.609 \cdot kN$ Niveltapin kantama suurin mahdollinen kuorma

$n := \frac{F_{tappi_E.max}}{0.5 F_{E.magn_max}} = 9.075$ Varmuusluku niveltapin leikkautumisen suhteen. Yhdelle leikkauspinnalle kohdistuu vain puolet niveltappiin kohdistuvasta kokonaisvoimasta.