



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO  
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

LOTTA RÅBERG  
TERÄSBETONILAATAN LÄVISTYMISEN ANALYSOINTI  
EPÄLINEAARISELLA ELEMENTTIMENETELMÄLLÄ  
Diplomityö

Tarkastaja:  
professori Markku Tuomala  
Tarkastaja ja aihe hyväksytty  
Tuotantotalouden ja rakentamisen  
tiedekuntaneuvoston kokouksessa  
15. toukokuuta 2013

## TIIVISTELMÄ

TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

Rakennustekniikan koulutusohjelma

**RÄBERG, LOTTA:** Teräsbetoni-laatan lävistymisen analysointi epälineaarilla elementtimenetelmällä

Diplomityö, 88 sivua, 20 liitesivua

Marraskuu 2013

Pääaine: Rakennesuunnittelu

Tarkastaja: professori Markku Tuomala

Avainsanat: Code\_Aster, elementtimenetelmä (FEM), epälineaarisuus, Eurokoodi, lävistyminen, lävistyskapasiteetti, Suomen rakentamismääräyskokoelma

Pilari-laattarakenne on nykyaikana suosittu ratkaisu monissa rakennuksissa, sillä rakenne on yksinkertainen ja nopea rakentaa. Lisäksi se luo vapautta rakennuksen layoutin suunnitteluun sekä parantaa rakennuksen muuntojoustavuutta. Sen haasteena on pilarin päällä olevaan laattaan syntyvä monimutkainen kolmiulotteinen jännitystila, joka voi aiheuttaa pilarin lävistymisen laatan läpi hyvinkin nopeasti ilman merkittäviä ulkoisia ennusmerkkejä. Työn alussa kerrotaan teoriatasolla mitä lävistymisessä tapahtuu ja millaisia mekaanisia malleja kansainvälisissä tutkimuksissa on lävistymiselle kehitetty.

Työssä on tutkittu epälineaarisen kolmiulotteisen FEM-mallinnuksen soveltuvuutta lävistymisen mallintamiseen. Työn teoriaosuudessa on käyty läpi epälineaariseen FEM-mallinnukseen liittyvää teoriaa siten, että siinä on keskitytty lävistymisen mallintamisessa oleellisiin asioihin. Työssä on mallinnettu Code\_Aster-ohjelmistolla laboratoriossa koestettu pilari-laattarakenne ja verrattu FEM-mallinnuksesta ja laboratorionkoestesta saatuja tuloksia toisiinsa. Tämän pohjalta arvioitiin FEM-mallinnuksen soveltuvuutta lävistymisen mallintamiseen ja täten rakennesuunnittelussa tehtävien päätösten tueksi. Saadut tulokset vastasivat muuten melko tarkasti laboratoriossa saatuja tuloksia, mutta FEM-mallinnuksessa laatta ei tapahtunut lävistysmurtoa, vaan se murtui taiputusmurtolla. Sen pohjalta voidaan arvioida, että FEM-mallinnus soveltuu teräsbetonisen laatan mallinnukseen, mutta lävistymisen onnistunut mallintaminen on epävarmaa tässä työssä käytetyllä menetelmällä. Kuitenkin FEM-mallinnuksesta saadun oikeanlaisen kuormataipumakuvaajan ja Muttonin teorian mukaisen murtokriteerin avulla pystytään lävistyskuorma sekä taipuma lävistyshetkellä arvioimaan hyvin tarkasti oikein.

Pilari-laattarakenteen mitoittaminen lävistymiselle on tärkeä osa rakenteen mitoituksessa ja se tehdään usein jonkin suunnitteluohjeen mukaisesti. Työssä selvitettiin FEM-mallinnetun koesarjan avulla, miten laatan lävistyskapasiteetti kasvoi laatan paksuuden kasvaessa ja millaisia lävistyskapasiteetteja suunnitteluohjeet antoivat vastaaville laatoille. Tulokseksi saatiin, että laatan paksuuden kasvaessa eri suunnitteluohjeiden mukainen varmuus pienenee todelliseen lävistyskapasiteettiin nähden, mutta saadut ratkaisut ovat koko ajan varmallalla puolella. Riippumatta laatan paksuudesta, antaa Eurokoodi suuremman lävistyskapasiteetin kuin Suomen rakentamismääräyskokoelman tai Eurokoodin uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaiset laskennat.

## ABSTRACT

TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Master's Degree Programme in Civil Engineering

**RÄBERG, LOTTA:** Analysis of reinforced concrete slab punching with nonlinear finite element method

Master of Science Thesis, 88 Pages, 20 Appendix pages

November 2013

Major: Civil Engineering

Examiner: Professor Markku Tuomala

Keywords: Code\_Aster, finite element method (FEM), non-linearity, Eurocode, punching, punching capacity, Finnish code of building regulations

Nowadays the flat-slab floor is a popular solution in many buildings because of its simplicity and fast construction time. In addition it creates freedom to the layout design and makes buildings more modifiable. On the downside this arrangement creates a complex triaxial stress state in the slab which can cause punching of the column though the slab unexpectedly and without any significant warning signs. In the first part of this thesis is explained what happens in the punching process and what kind of mechanical models have been developed in international researches.

The main idea of this thesis has been to study a nonlinear three-dimensional FEM-analysis suitable for modeling punching and therefore a proper tool for structural design. The theory part handles the theory of nonlinear three-dimensional FEM-analysis with the focus on modeling punching. Also the punching of a flat-slab floor structure has been modeled using a FEM-program called Code\_Aster. That same structure has also been tested earlier in laboratory conditions, which makes it possible to compare the FEM-analysis results to the laboratory test results. It turned out that even though the test results and the FEM-calculation results were very close to each other, the FEM-modeled slab did not fail due to punching, but due to reaching its flexural limit. We can say that the used FEM-analysis type is suitable for modeling of reinforced concrete slabs, but that calculatively achieving punching is uncertain. However the load-deflection curve achieved through the Code\_Aster calculation turned out to be very accurate and combining this result with the failure criterion from Muttoni's theory we get estimated punching capacity and punching deflection values remarkable close to the real values.

Designing flat-slab floors against punching is an important part of structural designing and is usually done according to a chosen design standard. It was next studied in a test series how the real punching capacity increases when the flat-slab floor becomes more massive. Simultaneously was studied how several design standards predict the increase of the punch capacity for more massive situations. It was found that the safety margin concerning punch decreased with growing massiveness independently of the used standard and that the Eurocode predicts higher punching capacities than the Finnish code of building regulations and the upcoming new Finnish national annex to the Eurocode, but even more importantly also that all standards were in all cases on the safe side.

## ALKUSANAT

Tähän se 7-vuotiaana aloitettu yhtäjaksoinen opiskelurupeama nyt sitten kulminoituu. Diplomityöhön. Sen tekeminen ei olisi ollut mahdollista ilman professori Markku Tuomalan, Kevin De Bleserin sekä Kimmo Ylisen korvaamattomia neuvoja ja osaavaa opastusta. Kiitos, että olette kärsivällisestä vastailleet kysymyksiini sekä antaneet arvokkaita mielipiteitä työn kehittämiseksi. Lisäksi haluan kiittää kihlattuani Juhaa, joka on tylsistymiseen asti kuunnellut puuduttavia selityksiäni siitä, miksi FEM-mallini ei toimi ja laskenta-aika on liian pitkä. Kaikesta huolimatta hän on kuitenkin jaksanut kannustaa ja valaa uskoa siihen, että työ vielä jonain päivänä valmistuu. Erityismaininnan haluan antaa Lepille, joka on aina uskollisesti odottanut minua kotiin ja kotiin päästyäni saanut mieleni huononkin päivän jälkeen piristymään. Lisäksi haluan kiittää vanhempiani sekä veljeäni, sillä ilman heidän tukeaan en olisi opiskeluissani päässyt näin pitkälle.

Näiden yhdeksäntoista vuoden opiskelujen aikana paljon on opittu ja paljon on jo tähän päivään mennessä unohdettukin. Mutta tästä se todellinen oppiminen vasta alkaa siirtäessä työelämään. Opiskelut antavat tälle siirtymiselle stabiilin pohjan, jolta ponnistaa elämässä eteenpäin kohti uusia haasteita. Lisäksi tulevaisuudessa riittää enemmän aikaa rakkaiden harrastuksieni suunnistuksen, juoksun, hiihdon ja pyöräilyn parissa. Näihin sanoin, näihin tunnelmiin:

*”Onnellinen ihminen on aina matkalla jonnekin,  
vähintään yksi jalka kerrallaan ilmassa.”*

Tampereella 14. lokakuuta 2013

Lotta Råberg

# SISÄLLYS

Käytetyt merkinnät .....	vii
1 Johdanto.....	1
2 Lävistymisen teoria .....	3
2.1 Lävistymisen mekanismi .....	3
2.2 Lävistymisen mekaaniset mallit .....	6
2.2.1 Taivutuskapasiteettiin perustuvat mallit .....	7
2.2.2 Plastisuusteoriaan perustuvat mallit .....	8
2.2.3 Kinnusen ja Nylanderin malli sekä sen modifioidut versiot .....	9
2.2.4 Betonin vetolujuuteen perustuvat mallit .....	18
2.2.5 Stallerin empiirinen malli .....	22
2.3 Eri suunnitteluohjeiden mukaiset laattojen lävistyskapasiteettien laskennat ..	24
2.3.1 Eurokoodin mukainen laatan lävistyskapasiteetin laskenta .....	24
2.3.2 Suomen rakentamismääräyskokoelman mukainen laatan lävistyskapasiteetin laskenta .....	31
2.3.3 ACI 318.....	33
3 Lävistymisen kolmiulotteinen FEM-mallinnus .....	34
3.1 Laatan mallinnustavat ja elementtityypit .....	34
3.2 Tukiehdot .....	36
3.3 Materiaalimallit .....	38
3.3.1 Betonin mallinnuksessa käytettävät materiaalimallit .....	38
3.3.2 Raudoituksen mallinnuksessa käytettävät materiaalimallit .....	43
3.4 Epälineaarinen laskenta .....	44
3.5 Laskenta-aikaan vaikuttavat asiat.....	48
4 Laboratoriokokeen ja FEM-laskennan vertailu .....	51
4.1 Laboratoriokokeen laatta .....	51
4.2 Code_Aster-mallin rakenne .....	54
4.3 Laboratoriokokeesta saadut tulokset .....	64
4.4 Code_Asterista saadut tulokset .....	67
4.5 Peruslaatan tulosten analysointi .....	70
4.6 Johtopäätökset peruslaatan tuloksista.....	73
5 Laskennallinen koesarja .....	76
5.1 Koesarjan rakenne .....	76
5.2 Koesarjan laattojen FEM-mallien rakenne .....	77
5.3 Code_Aster-laskennasta sekä Muttonin lävistymisteoriasta saadut tulokset koesarjan laatoille .....	77
5.4 Suunnitteluohjeiden mukaiset lävistyskapasiteetit koesarjan laatoille.....	79
5.5 Koesarjan tulosten analysointi .....	80
5.6 Johtopäätökset koesarjan tuloksista.....	82
6 Yhteenveto.....	83
Lähteet.....	85

Liite 1, Peruslaatan mallitiedosto .....	5s
Liite 2, Eurokoodin sekä uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaiset laskennat.	10s
Liite 3, Rakentamismääräyskokoelman mukainen laskenta .....	5s

## KÄYTETYT MERKINNÄT

$b_0$	Tutkimuspiirin pituus
$b_{o,in}$	Pilarin piiri
$b_y$	Tarkastuspiirin maksimimitta y-akselin suunnassa
$b_z$	Tarkastuspiirin maksimimitta z-akselin suunnassa
$c$	Laatan halkaisija
$c_0$	Etäisyys laatan keskipisteestä leikkaushalkeaman kohdalle
$c_1$	Epäkeskisyyden suuntainen pilarin sivumitta
$c_2$	Epäkeskisyyttä kohtisuorassa oleva pilarin sivumitta
$d, d_{eff}$	Laatan tehollinen korkeus
$d_a, d_g$	Betonin kiviaineksen maksimiraekoko
$d_{g0}$	Halkeamaleveyden referenssileveys, 16 mm
$d_{st}$	Pilarin halkaisija
$d_y$	Raudoituksen tehollinen korkeus laatan y-suunnassa
$d_z$	Raudoituksen tehollinen korkeus laatan z-suunnassa
$e$	Kuorman epäkeskisyys
$e_y$	Kuorman epäkeskisyys y-akselin suunnassa
$e_z$	Kuorman epäkeskisyys z-akselin suunnassa
$f_{1ct}$	Betonin maksimivetolujuus
$f_c'$	Betonin lieriöpuristuslujuuden ominaisarvo
$f_c, f_{cc}$	Betonin puristuslujuus
$f_{ck}$	Betonin puristuslujuuden ominaisarvo
$f_{cm}$	Betonin kuutiopuristuslujuuden keskiarvo
$f_{ctd}$	Betonin mitoitusvetolujuus
$f_{ct,sp}$	Betonin halkaisuvetolujuus
$f_{sy}, f_y, f_{ym}$	Teräksen myötölujuus
$h$	Laatan korkeus
$h_m$	Laatan tehollinen korkeus
$k$	Apusuure, joka ottaa huomioon laatan paksuuden vaikutuksen lävistyskapasiteettiin
$k_1$	Eurokoodin mukainen kerroin
$k_E$	Kerroin, joka ottaa huomioon laatan jäykkyyden kasvamisen kaksiaksisiaalisessa puristuksessa
$l_{ch}$	Karakteristinen pituus
$r_1$	Säde pilarin keskeltä murtopinnan alareunaan
$r_2$	Säde pilarin keskeltä etäisyydelle, jossa vetoteräksset läpäisevät murtopinnan
$r_s$	Säde, jonka sisällä laatta on plastisessa tilassa ja ulkopuolella elastisessa tilassa
$s$	Vinon murtopinnan pituus
$u$	Kriittisen leikkauksen piiri
$u_0$	Siirtymä laskennan alkutilassa

$u_I^n$	Siirtymä ensimmäisellä inkrementillä ja n:llä iterointikierröksellä
$u_I^{n-1}$	Siirtymä ensimmäisellä inkrementillä ja n-1:llä iterointikierröksellä
$u_{col}$	Pilarin piiri
$u_i$	Tarkasteltavan tarkistuspiirin pituus
$v_{Ed}$	Lävistymisen mitoitusjännitys
$v_{min}$	Eurokoodin mukainen kerroin
$v_{Rd,c}$	Laatan lävistyslujuus
$w$	Halkeamaleveys
$x$	Tangentiaalisen puristuspuunnan syvyys
$y$	Katkaistun kiilan syvyys
$A$	Empiirinen kerroin
$A_{cy}$	Betonin pinta-ala, johon y-akselin suuntaiset voimat vaikuttavat
$A_{cz}$	Betonin pinta-ala, johon z-akselin suuntaiset voimat vaikuttavat
$A_{load}$	Kuormituspinta-ala
$A_s$	Teräsmäärä
$A_u$	Kriittisen leikkauksen rajoittaman alueen pinta-ala
$B$	Pilarin halkaisija
$C$	Kerroin, joka ottaa huomioon maksimitaivutusmomentin vaikutuksen laatan lävistyskestävyyteen
$C_{Rd,c}$	Eurokoodin mukainen kerroin
$D$	Pyöreän pilarin halkaisija, vaarnavoima
$E, E_c$	Betonin kimmokerroin
$E_s$	Teräksen kimmokerroin
$E_T$	Teräksen plastisen vaiheen kimmokerroin
$F$	Rakenteen voimavektori
$F_0$	Voima laskennan alkutilanteessa
$F_1$	Voima ensimmäisen inkrementin jälkeen
$F_{ct}$	Betonin vetovoiman pystysuora komponentti
$F_{dow}$	Taivutusraudoituksen vaarnavaikutuksen pystysuora voimakomponentti
$\Delta F_i$	Lisättävä kuorma inkrementillä i
$F_p$	Jänneterästen vaikutuksen pystysuora komponentti
$F_{pun}$	Lävistyskestävyys
$F_{sw}$	Leikkausraudoituksen vaikutuksen pystysuora voimakomponentti
$F(f_{ct})$	Betonin vetokestävyydestä riippuva osittaisfunktio
$F(\zeta)$	Laatan tehollisen paksuuden ja ominaispituuden suhteesta riippuva osittaisfunktio



$F(\omega)$	Laatan mekaanisesta raudoitussuhteesta riippuva osittaisfunktio
$F(\lambda)$	Laatan hoikkuudesta riippuva osittaisfunktio
$G_f, G_F$	Betonin halkeamaenergia
$K$	Rakenteen jäykkyysmatriisi
$K_{i-1}$	Rakenteen jäykkyysmatriisi iterointikierroksella $i-1$
$K_I^n$	Rakenteen jäykkyysmatriisi ensimmäisellä inkrementillä ja $n$ :llä iterointikierroksella
$K_y$	Kerroin, joka ottaa huomioon laatan tangentin suuntaisen puristusvoiman resultantin
$F_{int}(u_I^n)$	Sisäinen voima ensimmäisellä inkrementillä ja $n$ :llä iterointikierroksella
$F_{ext}\{u\}$	Ulkoinen voima siirtymällä $u$
$F_{int}\{u\}$	Sisäinen voima siirtymällä $u$
$M_{Ed}$	Pilarilta tulevan epäkeskisen leikkausvoiman aiheuttama momentti
$N_{Ed,y}$	Pilarivälin alueen pituussuuntaiset voimat $y$ -akselin suunnassa
$N_{Ed,z}$	Pilarivälin alueen pituussuuntaiset voimat $z$ -akselin suunnassa
$P$	Ulkoinen kuorma
$P_u$	Lävistyskuorma
$R_1$	Säteittäistä halkeamaa kohtisuoraan olevien terästen resultanttivoima
$R_2$	Leikkaushalkeamaa lävistävien terästen resultanttivoima
$R_4$	Tangentin suuntaisen puristusvoiman resultantti betonissa
$R_{i-1}$	Jäännösvoima iterointikierroksella $i-1$
$R_{cT}$	Tangenciaalinen resultanttivoima betonissa
$R_{sR}$	Säteensuuntainen resultanttivoima teräksissä
$R_{sT}$	Tangenciaalinen resultanttivoima teräksissä
$R(u_I^n)$	Sisäisten ja ulkoisten voimien erotus ensimmäisen inkrementin $n$ :nen iteroinnin jälkeen
$T$	Puristuskartion päähän vaikuttava voima
$U$	Rakenteen siirtymävektori
$\Delta U_i$	Siirtymävektorin muutos inkrementillä $i$
$V_{cal}$	Lävistyskapasiteetti
$V_d$	Lävistysvoima
$V_{Ed}$	Lävistysvoiman mitoitusarvo
$V_{flex}$	Maksimivoima, jonka rakenne kestää taivutusjännitysten puolesta
$V_R$	Lävistysvoima
$V_{Rd,c}$	Lävistyskestävyys

$V_{shear}$	Maksimivoima, jonka rakenne kestää leikkausjännitysten puolesta
$V_u$	Maksimileikkauskapasiteetti
$V_{u1}$	Lävistymiseen vaadittava leikkausvoima lävistyskartion suoralla osalla
$V_{u2}$	Lävistymiseen vaadittava leikkausvoima lävistyskartion käyrällä osalla
$W_i$	Leikkausjännityksen jakautumisesta aiheutuva termi
$Z_B$	Resultanttivetovoima murtopinnassa
$\alpha$	Murtopinnan kulma vaakasuoraan nähden
$\alpha_s$	Kerroin, joka ottaa huomioon pilarin sijainnin laatan alueella
$\beta$	Kerroin, joka ottaa huomioon lävistysvoiman epäkeskisyyden
$\beta_c$	Pilarin lyhemmän ja pidemmän sivun välinen suhde
$\delta u_l^n$	Siirtymän muutos ensimmäisen inkrementin n:nellä iterointikerroksella
$\varepsilon_{ct}$	Muodonmuutos laatan alapinnassa
$\varepsilon_{cT0}, \varepsilon_{cTu}$	Tangentiaalinen venymä betonissa
$\zeta$	Laatan tehollisen paksuuden ja ominaispituuden suhteesta riippuva kerroin
$\eta$	Kerroin, joka ottaa huomioon pilarin koon vaikutuksen
$\kappa_c^p$	Betonin plastinen muodonmuutos puristuksessa
$\kappa_t^p$	Betonin plastinen muodonmuutos vedossa
$\lambda$	Laatan tehollisen korkeuden ja pilarin halkaisijan välinen suhde
$\mu$	Kerroin, joka ottaa huomioon laatan korkeuden ja betonin kiviaineksen maksimiraekoon
$\rho$	Geometrinen raudoitussuhde
$\rho_c$	Betonin tiheys
$\rho_l$	Laatan raudoitussuhde
$\rho_x$	Raudoitussuhde laatan x-akselin suunnassa
$\rho_y, \rho_{ly}$	Raudoitussuhde laatan y-akselin suunnassa
$\rho_{lz}$	Raudoitussuhde laatan z-akselin suunnassa
$\bar{\sigma}_1$	Betonin päävetojännitys
$\sigma_{cp}$	Keskimääräinen normaalijännitys kriittisessä poikkileikkauksessa
$\sigma_{cy}$	Betonin y-akselin suuntainen normaalijännitys kriittisessä poikkileikkauksessa
$\sigma_{cz}$	Betonin z-akselin suuntainen normaalijännitys kriittisessä poikkileikkauksessa
$\sigma_s$	Teräksen aksiaalinen vetojännitys
$\sigma_t$	Jännitys puristuskartiossa

$\sigma_{sy}$	Teräksen myötöraja
$\sigma_v$	Vetojännityksen pystykomponentti murtopinnassa
$\phi_s$	Teräksen halkaisija
$\psi$	Laatan kiertymä
$\omega$	Mekaaninen raudoitussuhde

# 1 JOHDANTO

Pilari-laattarakenne syntyi 1900-luvun vaihteessa Yhdysvalloissa. Tällöin laattaa tukevan pilarin päässä oli sienimäinen rakenne, joka jakoi pilarilta tulevan voiman laatan ja pilarin välillä. [1] Kuvan 1.1 rakenne on Sveitsiläisen Robert Maillartin [2] suunnittelema pilari-laattarakenne, joka on rakennettu vuonna 1910 Sveitsiläiseen Giesshübelin varastorakennukseen. Rakenne oli aikanaan ensimmäisiä pilari-laattarakenteita, joissa yläpäistään sienimäiset pilarit tukivat laattaa. Laajan tieteellisen tutkimuksen ja rakenteen kehittymisen myötä pilari-laattarakenne on nykypäivänä hyvin suosittu sen yksinkertaisuuden, taloudellisuuden sekä toiminnallisuuden vuoksi. Rakenne on nopea rakentaa ja se luo vapautta rakennuksen layoutin suunnitteluun sekä parantaa rakennuksen muuntojoustavuutta. Nämä kaikki ovat tärkeitä ominaisuuksia esimerkiksi teollisuus- tai toimistorakennuksille, joissa pilari-laattarakennetta suositaan erityisen paljon. [1]



*Kuva 1.1 Vuonna 1910 Zürichiin rakennetun Giesshübelin varaston pilari-laattarakenne, jossa yläpäistään sienimäiset pilarit tukevat laattaa [2]*

Pilari-laattarakenteen lävistymistä ja sen toimintaa on tutkittu runsaasti erilaisilla laboratorionkokeilla ympäri maailmaa aina 1900-luvun alusta näihin päiviin asti. Laatassa vallitsevan monimutkaisen kolmiulotteisen jännitystilan vuoksi lävistymisen kuvaaminen on vaikeaa ja oleellisinta onkin havainnollistaa voimien kulku rakenteessa. Tämän vuoksi kehitetyt lävistymisen mekaaniset mallit sekä suunnitteluohjeet ovat todella pitkälti empiirisiä, joten olisi hyödyllistä jos esimerkiksi FEM-mallinnuksen avulla pystyttäisiin tutkimaan helposti laatan lävistyskapasiteettia. Tällöin rakenteista pystyttäisiin tekemään kustannustehokkaita, mutta kuitenkin turvallisia. [1, s. 660; 3, s. 22] Tämän työn kappaleessa 4 tutkitaan epälineaarisen FEM-mallinnuksen avulla laatan lävistyskapasiteettia. Kappaleessa verrataan laboratoriossa tehdystä laatan kuormituksesta

saatua tuloksia vastaavan laatan FEM-mallinnuksesta saatuihin tuloksiin, jolloin saadaan selville toimiiko FEM-mallinnettu laattaa samalla tavalla kuin laatta todellisuudessa. Näin pystytään arvioimaan epälineaarisen FEM-mallinnuksen soveltuvuutta rakennesuunnittelussa tehtävien päätösten pohjaksi.

FEM-mallinnuksessa käytetään Code\_Aster-ohjelmistoa, joka soveltuu epälineaariin teräsbetoniin mallintamiseen. Code\_Aster [4] on avointa lähdekoodia käyttävä Linux-käyttöjärjestelmän vaativa FEM-ohjelmisto, joka on alunperin kehitetty ranskalaisen energiayhtiön, Électricité de France (EDF), sisäiseen käyttöön, mutta ohjelma vapautettiin yleiseen käyttöön vuonna 2001. Ohjelma on suunniteltu yrityksen intressien mukaisesti ydinvoimalaturvallisuuteen tähtäävään mallinnukseen mallintamaan ydinvoimalassa olevia laitteita ja niiden ympärillä olevia rakenteita. Sillä voidaan tutkia esimerkiksi rakenteiden dynamiikkaa, geometrista ja materiaalista epälineaarisuutta, lämpöjännityksiä sekä materiaalien vaurioitumisen vaikutuksia rakenteiden toimintaan. [4]

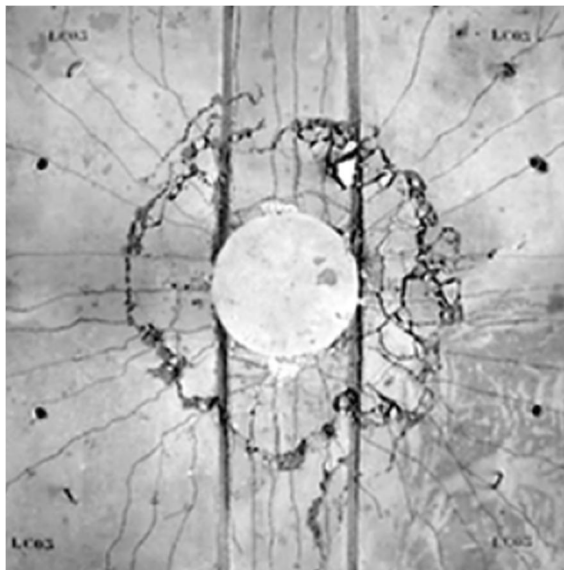
Suomessa lävistymistä on jo vuosikymmenien ajan mitoitettu Suomen rakentamismääräyskokoelman mukaisesti, mutta nyt ollaan siirtymässä yleiseurooppalaisten Eurokoodien mukaiseen mitoitukseen. Eurokoodin mukainen lävistysmitoitus on kuitenkin kyseenalaistettu Suomessa, sillä nykyisen yleiskäsityksen mukaan se saattaa alimitoitaa tietynlaisia rakenteita. Tämän vuoksi Eurokoodin Suomen kansallisessa liitteessä [5] on määrätty, että Suomessa käytetään edelleen rakentamismääräyskokoelman mukaista mitoitusta, koska Eurokoodin mukaisen mitoituksen toimivuudesta ei ole varmuutta. Tämän työn kappaleessa 5 tutkitaan Eurokoodin soveltuvuutta massiivisten rakenteiden mitoitukseen vertailemalla Eurokoodista, Suomen rakentamismääräyskokoelmasta sekä FEM-laskennasta saatua lävistyskapasiteetteja toisiinsa.

## 2 LÄVISTYMISEN TEORIA

Tässä kappaleessa perehdytään lävistymisen taustalla olevaan teoriaan sekä tutustutaan muutamiin kansainvälisistä tutkimuksista saatuihin lävistymisen mekaanisiin malleihin. Lisäksi kappaleessa käydään läpi lävistyskapasiteetin laskenta eri suunnitteluohjeiden mukaisesti. Suunnitteluohjeista keskitytään Suomen rakentamismääräyskokoelmaan, Eurokoodiin ja sen Suomen kansalliseen liitteeseen sekä siihen mahdollisesti tuleviin muutoksiin. Vertailun vuoksi tutustutaan myös muutaman muun maan antamiin ohjeistuksiin siitä, miten Eurokoodia tulisi lävistysmitoituksen osalta tulkita ja miten mitoitus tulisi tehdä. Lopuksi tutustutaan vielä Yhdysvaltojen standardeissa olevaan laatan lävistyskapasiteetin laskentaan.

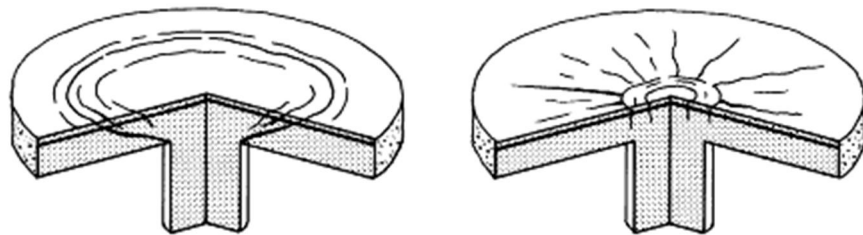
### 2.1 Lävistymisen mekanismi

Teräsbetonista pilari-laattarakennetta, jossa laatta tuetaan pilarin avulla, suositetaan paljon rakennuksissa, sillä rakenne on yksinkertainen ja se on nopea rakentaa. Lisäksi se luo vapautta rakennuksen layoutin suunnitteluun sekä parantaa rakennuksen muuntojoustavuutta. Laatan ja pilarin liitos tulee kuitenkin suunnitella huolella, sillä siinä laattaan syntyvät jännitykset keskittyvät usein pienelle alueelle ja tämä voi aiheuttaa laatan lävistymisen. Lävistyminen ei useinkaan aiheuta rakenteeseen ulkoisia merkkejä, jotka enteilisivät sen tapahtumista, vaan lävistyminen voi olla äkillinen hauras ilmiö ja täten aiheuttaa rakenteen sortumisen melko nopeasti. Kuvassa 2.1 näkyy teräsbetoniseen laattaan lävistymisestä syntyneet vauriot. [1, s. 660]



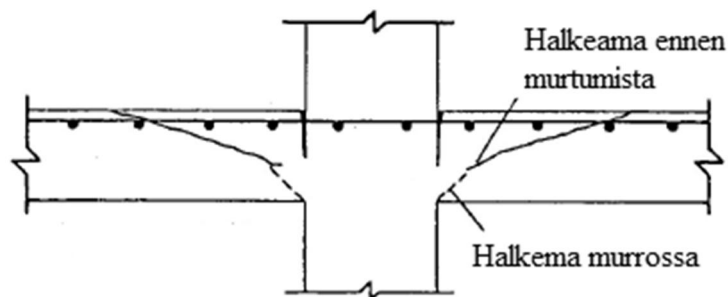
*Kuva 2.1 Laattaan lävistymisestä syntyneet vauriot [1, s. 660]*

Kun pilarin päällä olevaa rakennetta kuormitetaan, syntyy pilarin reunan ympäristöön ja sitä ympäröivään laattaan monimutkainen kolmiulotteinen jännitystila. Aluksi laattaan syntyy säteittäisiä halkeamia, jotka aiheutuvat sitä taivuttavista voimista. Kuorman ollessa noin 60 % lävistysmurtokuormasta syntyy laattaan sisäisiä vinohalkeamia, jotka etenevät kuorman kasvaessa kohti laatan puristettua pintaa, eli pilarilaatan tapauksessa alapintaa. Näin laattaan syntyy tangentin suuntaisia halkeamia betonin vetolujuuden ylittyessä tässä suunnassa. Mikäli laatan taivutuskapasiteetti on suuri verrattuna lävistyskapasiteettiin, syntyvät nämä halkeamat vasta juuri ennen laatan murtumista. [6; 7] Kuvassa 2.2 on esitetty laattaan syntyvät säteittäisten ja tangentin suuntaisten halkeamien aiheuttamat halkeamakuviot. Kuvassa 2.1 näkyy selkeästi edellä mainitut halkeamakuviot todellisessa lävistyksessä.



**Kuva 2.2** Säteittäisten- ja tangentin suuntaisten halkeamien halkeamakuviot [6, s. 1]

Kun saavutetaan lävistysmurto, yhtyvät aikaisemmin syntyneet tangentin suuntaiset vinohalkeamat isoksi lävistymishalkeamaksi ja lävistyshalkeama ulottuu laatan yläpinnasta sen alapintaan asti kuvan 2.3 mukaisesti. Laatasta leikkautuu äkillisesti irti kartiomainen osa laattaa, jonka sisäinen kaltevuuskulma on  $30^{\circ}$ - $35^{\circ}$ . Laatan vetopinnassa lävistyshalkeama sijaitsee yleensä noin  $1,5-2d$  etäisyydellä pilarin reunasta. Mikäli laatasta on runsaammin taivutusraudoitusta, voi lävistyshalkeama sijaita kauempanakin pilarin reunasta. Laatan puristuspuolella ainoa merkki lävistymisestä on reikä pilarin kohdalla. Lävistymisen tapauksessa murtoa ei aiheuta vetoterästen myötäminen, vaan lävistyminen tapahtuu puhtaasti betonin kapasiteetin ylittymisen vuoksi. [7]

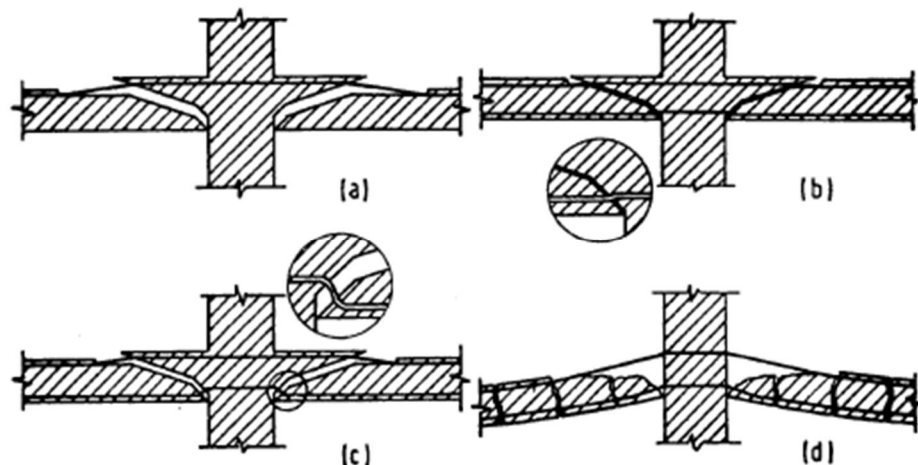


**Kuva 2.3** Pilarin lävistyminen [7, s. 13]

Laatan lävistyskapasiteettiin vaikuttaa laatussa käytettävän betonin lujuusluokka siten, että betonin puristuslujuuden kasvaessa kasvaa myös laatan lävistyskapasiteetti. Lävistyskapasiteetti on verrannollinen laatussa käytettävän betonin puristuslujuuden kuutiojuureen. Lisäksi lävistyskapasiteettiin vaikuttavat laatan raudoitussuhde ja raudoituksen halkaisija. Raudoitussuhteen kasvattaminen nostaa huomattavasti laatan lävistyskapasiteettia, sillä se kasvattaa laatan puristuspuolta ja täten vähentää taivutuksen aiheuttamaa halkeilua. Lisäksi syntyneiden taivutushalkeamien leveys pienenee, jolloin voima pääsee helpommin kulkeutumaan karheiden betonipintojen lomittumisen vuoksi läpi betonin vaarnavaikutuksen voimistuessa. [1]

Pilarin geometria ja mitat vaikuttavat myös laatan lävistyskestävyyteen, sillä niiden muuttuessa jännitysten jakautuminen laatan ja pilarin liitoksessa vaihtelee. Tutkimusten mukaan neliömäisillä pilareilla tuetuissa laatoissa on havaittu jännitysten keskittymistä pilarin nurkkien alueille laatussa. Pyöreillä pilareilla jännityksen jakautuminen on tasaisempaa, mikä selittää pyöreillä pilareilla tuettujen laattojen paremman lävistyskestävyyden. Lisäksi on havaittu, että suorakulmaisilla pilareilla jännitysten keskittyminen pilarin nurkkakohtiin laatussa on vielä voimakkaampaa ja se pienentää laatan leikkauskestävyyttä pilarin reunasuhteen, eli pidemmän reunan pituuden suhteen lyhyemmän reunan pituuteen, kasvaessa. Lävistyskestävyyteen vaikuttaa myös laatan tehollinen korkeus: mitä paksumpi laatta on, sitä pienempi on sen lävistyskapasiteetti suhteessa ohuempaan laattaan. Tämä size effect-ilmiötä on laajalti tutkittu kansainvälisesti, sillä sen vaikutus massiivisilla laatoilla on merkittävä. [1]

Lävistysmurron jälkeen laatta pystyy ottamaan vastaan enää vain noin 20 % sen murtokuormasta. Jos laattaa kuormitetaan edelleen eikä laatan alapinnassa ole puristusteräksiä, voivat laatan yläpinnan teräkset repiä irti laatan yläpinnan pintabetonia vaarnavaikutuksen vuoksi kuvan 2.4 kohdan a mukaisesti.



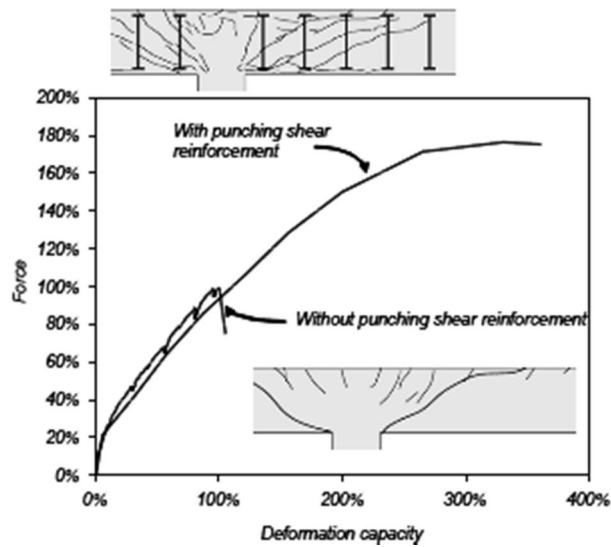
*Kuva 2.4 Laatan käyttäytyminen lävistysmurron jälkeen eri tapauksissa [7, s. 14]*

Mikäli rakenteessa on pilarin läpi meneviä puristusteräksiä, jäykistävät ne rakennetta ja täten estävät suurempien vaurioiden syntymistä, kuten kohdissa b ja c on esitetty.



Tutkimuksissa on havaittu, että laatan puristusteräksillä ei kuitenkaan ole suurta merkitystä laatan lävistyskapasiteettiin, vaan ne alkavat toimia vasta laatan lävistyttyä. Kohta d havainnollistaa tilannetta, jossa laatalle oleva kuorma on vielä murronkin jälkeen suuri ja täten laattaan syntyy suuria muodonmuutoksia. Tällöin laatan alapinnan puristusteräokset eivät juurikaan pysty estämään laatan muodonmuutoksia. [1; 7]

Teräsbetonisen laatan lävistyskestävyyttä voidaan parantaa laittamalla laatan lävistysalueelle erilaisia lävistysraudoituksia. Kuvassa 2.5 on esitettyä kahden laatan voima- taipumakuvaajat, joista toisessa laatussa on ollut lävistysraudoitusta ja toisessa ei. Kuvan mukaisesti lävistysraudoitettu laatta kestää huomattavasti enemmän kuormaa kuin vastaava lävistysraudoittamaton laatta. [8, s. 1]



*Kuva 2.5 Lävistysraudoitetun ja lävistysraudoittamattoman laatan voima- taipumakuvaajat [8, s. 1]*

Lävistysraudoitus on siis käyttökelpoinen menetelmä laatan lävistyskestävyyden parantamisessa. Tässä työssä ei kuitenkaan keskitytä lävistysraudoitettuihin laattoihin, vaan pelkästään lävistysraudoittamattomiin laattoihin.

## 2.2 Lävistymisen mekaaniset mallit

Lävistyminen on mekanismina monimutkainen ja sen kuvaamiseen on kehitetty monia erilaisia mekaanisia malleja. Mekaaniset mallit perustuvat usein empiirisiin laboratorio- kokeisiin. Seuraavaksi esitellään lyhyesti muutama leikkausraudoittamattoman teräsbetonilaatan lävistymisen mekaaninen malli. Esittelyssä on alalla merkittäviä vanhoja klassisia malleja sekä klassisista malleista modifioituja uudempia malleja.

Lävistymisen mekaaniset mallit voidaan mallin toiminnan perusteella jakaa eri kategorioihin, jotka auttavat ymmärtämään ja vertailemaan niitä. Moni, etenkin uudempi malli on yhdistelmä useasta eri menetelmästä, jolloin niiden lajittelu eri kategorioihin voi olla hankalaa. Lävistymisen mekaaniset mallit eroavat toisistaan siinä, miten voiman

ajatellaan kulkeutuvan rakenteessa, mitä mallissa käytetään rakenteen murtokriteerinä sekä miten malli ottaa huomioon leikkausvoiman kulkeutumismekanismit. [3, s. 22]

### 2.2.1 Taivutuskapasiteettiin perustuvat mallit

Taivutuskapasiteettiin perustuvat mallit ovat klassisia malleja, jotka on kehitetty 1980-luvulla tai tätä ennen. Tällöin tehtyjen laboratoriokokeiden perusteella laatan taivutuskapasiteetti ei merkittävästi eroa laatan lävistyskapasiteetista. Taivutuskapasiteettiin perustuvissa malleissa laatan lävistyskapasiteetti johdetaan taivutuskapasiteetista. Yksi merkityksellisimmistä taivutuskapasiteettiin perustuvista malleista on Moen vuonna 1961 kehittämä malli. [3, s. 22] Moe tutki laatan lävistyskapasiteettia neliölaatoilla ja näiden kokeiden pohjalta johti empiirisen kaavan lävistyskestävyydelle, jota käytettiin pohjana Yhdysvaltojen ACI-standardissa 318 vuonna 1963. [3, s. 25]

Moen mallissa tutkitaan kahta eri rajatilaa. Toisesta rajatilasta saadaan maksimivoima  $V_{flex}$ , jonka pilari voi kantaa taivutusjännitysten puolesta ja toisesta vastaava voima  $V_{shear}$  leikkausvoimakestävyyden kannalta. Nämä yhdistämällä saadaan seuraava yhteys

$$\frac{V_u}{V_{shear}} + A \frac{V_u}{V_{flex}} = 1, \quad 2.1$$

missä  $V_u$  on laatan maksimileikkauskapasiteetti ja  $A$  on kerroin, joka on määritetty tehtyjen laboratoriotulosten perusteella. Ratkaisemalla kaavasta 2.1 laatan maksimileikkauskapasiteetti ja sijoittamalla siihen laboratoriokokeista saadut empiiriset kertoimet saadaan yhtälö 2.2

$$V_u = \frac{1,246(1 - 0,059\eta)u_{col}d\sqrt{f_c}}{1 + \frac{0,436}{V_{flex}}u_{col}d\sqrt{f_c}}, \quad 2.2$$

missä  $u_{col}$  on pilarin piiri,  $f_c$  on betonin puristuslujuus ja  $d$  on laatan tehollinen korkeus. [3, s. 25] Kaavasta nähdään, että siinä on monta empiiristä vakiota, jotka on saatu tehdyistä laboratoriokokeista. Pilarilta tuleva maksimivoima  $V_{flex}$ , jonka rakenne voi kantaa taivutusjännitysten puolesta, saadaan kaavasta 2.3

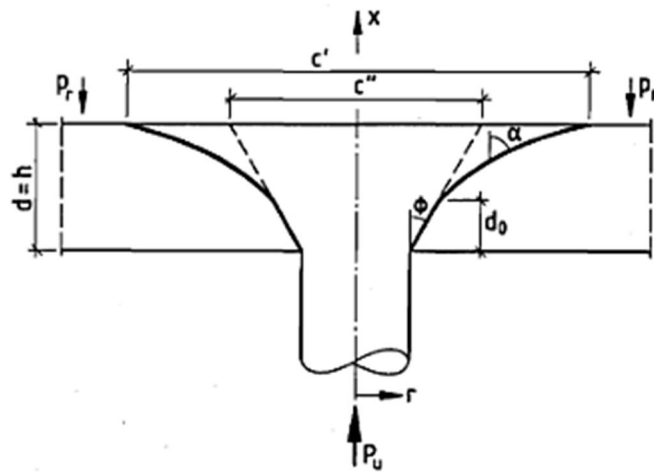
$$V_{flex} = C\omega(1 - 0,59\omega)d^2f_c, \text{ missä } \omega = \rho \frac{f_y}{f_c} \text{ ja } \eta = \frac{c_2}{d}. \quad 2.3$$

Mekaanisen raudoitussuhteen  $\omega$  kautta lävistyskestävyys riippuu laatan geometrisesta raudoitussuhteesta  $\rho$ , teräksen myötölujuudesta  $f_y$  ja vakion  $\eta$  kautta myös pilarin sivumitasta  $c_2$ . Kerroin  $C$  ottaa huomioon laatan maksimitaivutusmomentin vaikutuksen laatan kestävyYTEEN. [3, s. 26]

Tämä malli ei suoraan perustu rakenteen geometriaan tai materiaalilakeihin. Malli ei myöskään ota huomioon betonin vetopuolella leikkausvoiman kulkeutumismekanismeja. Myöhemmin tehtyjen laboratoriokokeiden perusteella voidaan kuitenkin arvioida, että malli soveltuu yllättävän hyvin lävistymisen mallintamiseen, vaikka menetelmä on vanha ja vahvasti empiirinen. Malli soveltuu käytettäväksi myös korkealujuusbetoneille ja paksuille laatoille, sillä mallissa käytetään geometrisen raudoitussuhteen sijasta mekaanista raudoitussuhdetta, joka ottaa nämä hyvin huomioon. [3, s. 125]

## 2.2.2 Plastisuusteoriaan perustuvat mallit

Plastisuusteoriaan perustuvat mallit ovat klassisia malleja, joita käyttämällä saadaan laskettua lävistysvoiman ylärajaratkaisu. Kuuluisin plastisuusteoriaan perustuva malli on Braestrupin ja Nielsenin malli, joka on kehitetty vuonna 1976. Plastisuusteorian mukainen malli olettaa, että betoni on täysin plastinen materiaali. Murtokriteerinä siinä käytetään modifioitua Coulombin murtokriteeriä, joka on  $\tau + \sigma \tan \phi - c = 0$ . Braestrupin ja Nielsenin malli olettaa kuvan 2.6 mukaisen lävistyskartion, jonka murtopinta ei ole suora vaan yhdistelmä suoraa ja käyrää pintaa. Lisäksi murtopinta on pyörähdys-symmetrinen ja lävistyksen oletetaan tapahtuvan kohtisuoraan laattaan nähden. [3, s. 22, 26; 7, s. 16-17]



**Kuva 2.6** Lävistyskartio Braestrupin ja Nielsenin mallin mukaisesti [3, s. 26]

Plastisuusteorian mukainen mallin analyttinen ratkaisu saadaan johdettua asettamalla ulkoinen työ yhtä suureksi kuin halkeilusta johtuvan lävistyskartion irtoamisesta dissipoitunut energia. Täten saatu ratkaisu on ylärajaratkaisu. Ratkaisu on iteratiivinen ja murtopinnan muoto optimoidaan siten, että se minimoi ylärajaratkaisun, jolloin saadaan arvot kertoimille  $A$ ,  $B$  ja  $C$  kaavaan 2.6. Koska saatu tulos on ylärajaratkaisu, tulee betonin veto- ja puristuslujuutta pienentää korjauskertoimella, jotta saatu tulos vastaisi koetuloksia. [3, s. 26-27; 7, s. 17-18]

Lävistyskuorma  $P_u$  koostuu kahdesta termistä kaavan 2.4 mukaisesti. Termi  $V_{ul}$  ottaa huomioon halkeilun lävistyskartion suoralla osalla ja se lasketaan kaavan 2.5 mukai-

sesti. Termi  $V_{u2}$  ottaa huomioon halkeilun lävistyskartion käyrällä osalla ja se lasketaan kaavan 2.6 mukaisesti

$$P_u = V_{u1} + V_{u2}, \quad 2.4$$

$$V_{u1} = 0,5\pi f_c d_0 (c_2 + d_0 \tan \phi) \frac{1 - \sin \phi}{\cos \phi}, \quad 2.5$$

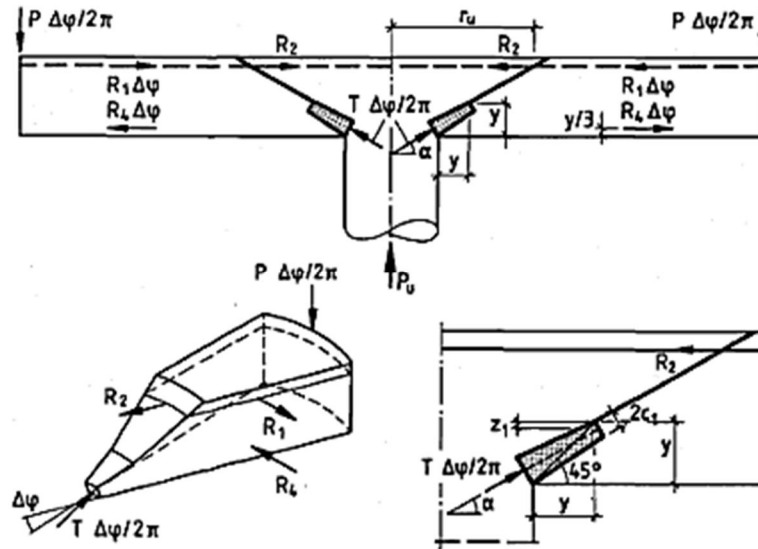
$$V_{u2} = 0,5\pi f_c \left[ k_2 C (d - d_0) + k_2 \left( \frac{c'}{2} \sqrt{\frac{c'^2}{4} - C^2 - AB} \right) - k_3 \left( \frac{c'^2}{4} - A^2 \right) \right], \quad 2.6$$

missä  $k_2$  ja  $k_3$  ovat materiaalivakioita. Vakiot  $d$ ,  $d_0$ ,  $\phi$  ja  $c'$  ovat kuvan 2.6 mukaisia geometriasta tulevia mittoja. [3, s. 26-27] Tämä malli ottaa huomioon laatan lävistyskestävyydessä vain betonin vaikutuksen, eikä laatasta olevia teräksiä huomioida ollenkaan. Malli ei myöskään ota huomioon leikkausvoiman kulkeutumismekanismeja murtopinnalla. Kokeiden mukaan malli aliarvio laatan lävistyskestävyyttä matalalujuuksisilla betoneilla ja yliarvioi korkealujuuksisilla betoneilla [3, s. 125].

### 2.2.3 Kinnusen ja Nylanderin malli sekä sen modifioidut versiot

Kinnusen ja Nylanderin malli on klassinen malli, joka ensimmäisenä mallina havainnollisti selkeästi voimien kulun rakenteessa. Tätä alkuperäistä mallia on myöhemmin modifioitu todella runsaasti, muun muassa Broms ja Shehata vuonna 1990 sekä Hallgren vuonna 1996. [3, s. 22] Tässä kappaleessa käydään ensin läpi alkuperäinen Kinnusen ja Nylanderin klassinen malli ja sen jälkeen siitä johdetut Hallgrenin malli sekä kriittisen leikkaushalkeaman malli sveitsiläisen Muttonin mukaan.

Kinnusen ja Nylanderin klassinen malli perustuu laboratoriokokeisiin, jotka on tehty pyöreille laatoille, joita tukee pyöreä pilari. Laattaa on kuormittanut tasaisesti jakautunut kuorma laatan reunoilla. Mallissa tutkitaan kuvan 2.7 mukaista jäykkää kappaletta, jota rajoittaa laatan säteen suuntaiset halkeamat ja sen yläpinnassa leikkaushalkeama. Mallin perusideana on, että tälle kappaleelle etsitään voimatasapainotilanne. Kappaleeseen vaikuttavia voimia ovat ulkoinen kuorma  $P$ , puristuskartion päähän vaikuttava voima  $T$ , säteittäistä halkeamaa kohtisuoraan olevien terästen resultanttivoima  $R_1$ , leikkaushalkeamaa lävistävien terästen resultanttivoima  $R_2$  sekä tangentin suuntaisen puristusvoiman resultantti  $R_4$  betonissa. [3, s. 24; 9, s. 70-72]



Kuva 2.7 Kinnusen ja Nylanderin malli [3, s. 24]

Mallissa laatan lävistyskestävyys saadaan laskettua iteroinnin avulla laskemalla ulkoinen kuorma  $P$  kahdella eri tavalla. Lävistyskapasiteetti on saavutettu, kun nämä kaksi ulkoista kuormaa saavat saman arvon. Iterointikierrosten välillä muuttuvana parametrina käytetään suhdetta  $y/d$ , jolle aluksi arvataan jokin arvo. Mallissa ulkoinen kuorma  $P$  kulkee puristuskartion läpi puristusvoimaksi  $T$ , jolloin näiden väliseksi yhteydeksi saadaan yhtälö 2.7

$$P = T \sin \alpha = \pi \frac{B}{d} \frac{y}{d} \frac{1 + 2 \frac{y}{d} \frac{d}{B}}{1 + \frac{y}{d} \frac{d}{B}} f(\alpha) \sigma_t d^2, \quad 2.7$$

missä  $f(\alpha) = \sin \alpha \cos \alpha (2 - \tan \alpha)$ ,  $B$  on pilarin halkaisija,  $d$  on laatan tehollinen korkeus ja  $\sigma_t$  on jännitys puristuskartiossa [9, s. 73]. Toisella tavalla ulkoinen voima saadaan ratkaistua tasapainoyhtälöstä 2.8

$$R_1 \Delta \varphi + R_2 = P \frac{\Delta \varphi}{2\pi} K_y, \quad 2.8$$

missä kerroin  $K_y$  ottaa huomioon tangentin suuntaisen puristusvoiman resultantin  $R_4$  betonissa. [9, s. 85] Apusuureksi lasketaan säde  $r_s$ , jonka sisällä laatta on jo plastisessa tilassa ja jonka ulkopuolella laatta on vielä elastisessa tilassa. Säde saadaan laskettua kaavalla 2.9

$$\frac{r_s}{d} = \frac{E_s}{\sigma_{sy}} \psi \left(1 - \frac{y}{d}\right), \quad 2.9$$

missä  $E_s$  on teräksen kimmokerroin ja  $\sigma_{sy}$  on sen myötöraja. [9, s. 74] Säteiläistä halkeamaa kohtisuoraan olevien terästen resultanttivoima  $R_I$  lasketaan kaavalla 2.10 [9, s. 74-75]

$$R_1 = \begin{cases} \mu\sigma_{sy}d^2 \left[ \left( \frac{r_s}{d} - \frac{c_0}{d} \right) + \frac{r_s}{d} \ln \frac{1}{2} \frac{c}{r_s} \right] & , \text{ kun } \frac{r_s}{d} > \frac{c_0}{d} \\ \mu\sigma_{sy}d^2 \frac{r_s}{d} \ln \frac{1}{2} \frac{c}{c_0} & , \text{ kun } \frac{r_s}{d} \leq \frac{c_0}{d} \end{cases} \quad 2.10$$

missä  $\mu$  on laatan raudoitussuhde,  $c$  on tutkittavan laatan halkaisija ja  $c_0$  on etäisyys laatan keskipisteestä leikkaushalkeaman kohdalle. Mikäli laatta on raudoitettu tasajaolla kahteen suuntaan, saadaan leikkaushalkeamaa lävistävien terästen resultanttivoima  $R_2$  laskettua kaavalla 2.11 [9, s. 76]

$$R_2 = \begin{cases} \mu\sigma_{sy}d^2 \frac{c_0}{d} \Delta\varphi & , \text{ kun } \frac{r_s}{d} \geq \frac{c_0}{d} \\ \mu\sigma_{sy}d^2 \frac{r_s}{d} \Delta\varphi & , \text{ kun } \frac{r_s}{d} < \frac{c_0}{d} \end{cases} \quad 2.11$$

Mallin mukaan laatan murtokriteerinä käytetään muodonmuutosta  $\varepsilon_{ct}$  laatan alapinnassa, joka saadaan laskettua kaavalla 2.12. Tästä yhtälöistä saadaan ratkaistua kulma  $\psi$  säteen  $r_s$  laskemiseen. [9, s. 81]

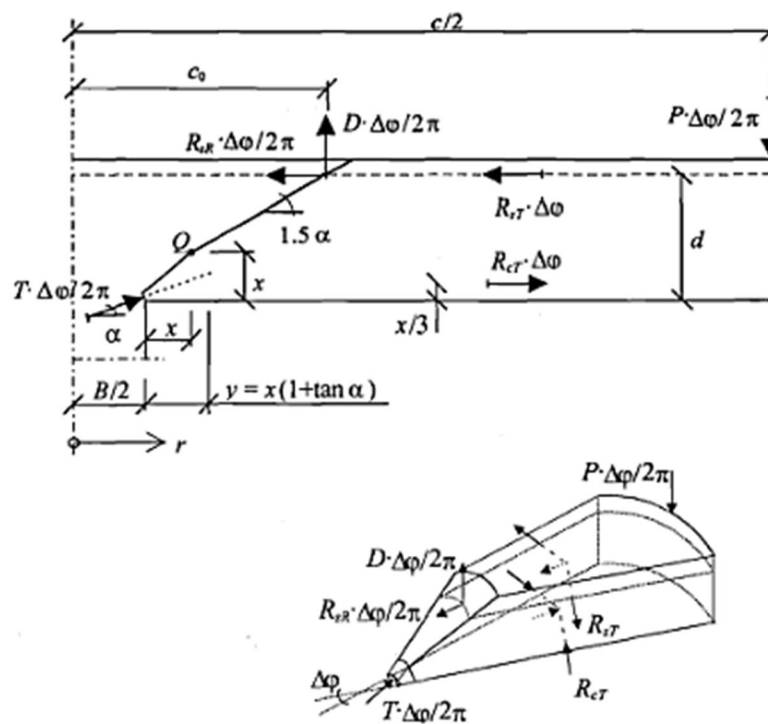
$$\varepsilon_{ct} = \begin{cases} \frac{\psi}{1 + \frac{1}{2} \frac{B}{d} \frac{y}{d}} = 0,0035 \left( 1 - 0,22 \frac{B}{d} \right) & , \text{ kun } 0 < \frac{B}{d} \leq 2 \\ \frac{\psi}{1 + \frac{1}{2} \frac{B}{d} \frac{y}{d}} = 0,0019 & , \text{ kun } 2 < \frac{B}{d} \end{cases} \quad 2.12$$

Näiden suureiden avulla kaavasta 2.8 saadaan ratkaistua ulkoinen kuorma  $P$ . Mikäli tämä on sama kuin kaavasta 2.7 saatu ulkoinen kuorma on rakenteeseen saavutettu tasapaino ja lävistyskuorma on suoraan ulkoisen kuorman arvo. Mikäli tasapainoa ei kuitenkaan vielä ole saavutettu, jatketaan iterointia muuttamalla suureen  $y/d$  arvoa, kunnes tasapaino löytyy. [9, s. 85-86] Edellä on esitettyä vain mekaanisen mallin toiminnan kannalta oleellisimpien suureiden laskenta.

Kinnusen ja Nylanderin malli antaa realistisen kuvan siitä, mitä laatussa tapahtuu sen lävistyessä. Mallin murtokriteeri on kuitenkin osittain empiirinen. Kinnusen ja Nylanderin mallin mukaan laatan lävistyskestävyys kasvaa betonin lujuuden kasvaessa. Vuonna 1996 Hallgren kuitenkin havaitsi, että lävistyskestävyyden kasvaminen ei kuitenkaan ollut verrannollista niinkään betonin veto- eikä puristuskestävyyden kasvamiseen, vaan se riippui enemmän betonin hauraudesta. Tehtyjen laboratoriokokeiden ja

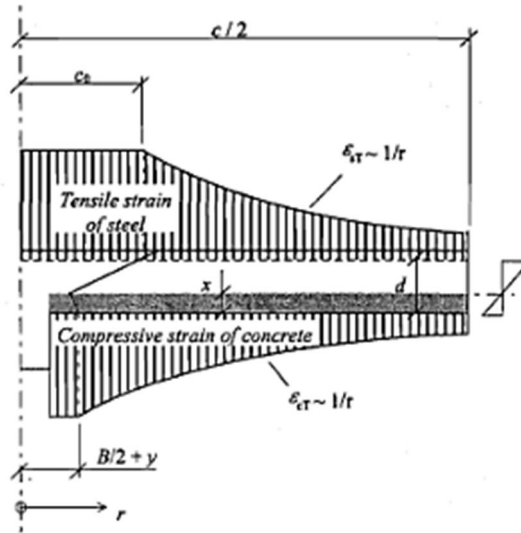
numeeristen laskujen pohjalta Hallgren modifioi Kinnusen ja Nylanderin mallia siten, että uusi malli ottaa huomioon murtumismekaniikan, jolloin laatan lävistyskestävyyteen vaikuttaa betonin hauraus. [3, s. 46]

Kuten Kinnusen ja Nylanderin malli, perustuu Hallgrenin mallikin pyöreään laattaan, jota rasittaa tasaisesti jakautunut kuorma laatan kehällä ja jota tukee näin keskeisesti kuormitettu pyöreä pilari kuvan 2.8 mukaisesti. Laatasta tutkittavana on kappale, joka rajoittuu lävistysalueen ulkopuolelle ja jota rajoittaa laatan säteen suuntaiset halkeamat ja sen yläpinnassa lävistymisen murtopinta. Kuvassa 2.8 alhaalla näkyy kyseisen kappaleen vapaakappalekuva. Menetelmän ideana on laskea kuvassa näkyvä ulkoinen voima  $P$  voimien tasapainon avulla. Voiman ajatellaan kulkeutuvan laatan läpi pilarille katkaistun kiilan kautta ja puristava voima kiilan päässä on  $T$ . Se vaikuttaa vaakatasoon nähden kulmassa  $\alpha$  ja tangenciaalisen puristuspinnan syvyys on  $x$ . Etäisyys pilarin keskeltä murtopinnan siihen kohtaan, jossa teräkset lävistävät sen, on  $c_0$ . [3, s. 46]



Kuva 2.8 Hallgrenin malli [3, s. 47]

Tangenciaalisen puristuspinnan syvyydelle  $x$  on olemassa neljä eri laskentatapaa riippuen siitä ovatko materiaalit elastisessa vai plastisessa tilassa. Betonin ja teräksien venymien jakaumat säteen  $r$  suunnassa ovat kuvassa 2.9 ja niiden oletetaan olevan bilinearisia. [3, s. 47]



**Kuva 2.9** Tangentiaalisten venymien jakautuminen teräksissä ja betonissa säteen  $r$  suunnassa [3, s. 48]

Mikäli sekä betoni että teräkset ovat elastisessa tilassa lasketaan  $x$  kaavalla 2.13

$$x = \rho \frac{E_s}{k_E E_c} \left( \sqrt{1 + \frac{2k_E E_c}{\rho E_s}} - 1 \right) d, \quad 2.13$$

missä  $\rho$  on laatan raudoitussuhde,  $E_s$  on terästen ja  $E_c$  betonin kimmokerroin. Kerroin  $k_E$  ottaa huomioon jäykkyyden kasvamisen kaksiakselisessa puristuksessa. Mikäli betoni on plastisessa tilassa pinnalla, jossa säde  $r = c_0$  ja teräkset ovat vielä elastisessa tilassa lasketaan  $x$  kaavalla 2.14

$$x = \frac{\rho E_s \varepsilon_{cT0}}{2\alpha_{c0} f_{cc}} \left( \sqrt{1 + \frac{4\alpha_{c0} f_{cc}}{\rho E_s \varepsilon_{cT0}}} - 1 \right) d, \quad 2.14$$

missä  $f_{cc}$  on betonin puristuslujuus ja  $\varepsilon_{cT0}$  on tangentiaalinen venymä betonissa, kun säde  $r = c_0$ . Mikäli teräkset ovat plastisessa tilassa pinnalla, jossa  $r = c_0$  ja betoni on elastisessa tilassa, voidaan  $x$  laskea kaavalla 2.15

$$x = \frac{2\rho d f_{sy}}{\varepsilon_{cT0} k_E E_c}, \quad 2.15$$

missä  $f_{sy}$  on teräksen myötölujuus. Mikäli sekä betoni että teräkset ovat plastisessa vaiheessa pinnalla  $r = c_0$ , lasketaan  $x$  kaavalla 2.16



$$x = \frac{\rho d f_{sy}}{\alpha_{c0} f_{cc}}. \quad 2.16$$

Kun tangentiaalisen puristuspuunnan syvyys  $x$  on tiedossa, voidaan katkaistun kiilan pituus  $y$  laatan säteen suunnassa laskea kaavalla 2.17 [3, s. 47-49]

$$y = x(1 + \tan \alpha). \quad 2.17$$

Tämän jälkeen saadaan laskettua resultanttivoimat betonissa ja teräksissä integroimalla ne sen alueen yli, missä ne sijaitsevat. Mikäli kaikki betoni tangentiaalisessa suunnassa on elastisessa vaiheessa, tangentiaalinen resultanttivoima betonissa  $R_{cT}$  lävisytymisen tapahtuessa voidaan laskea kaavalla 2.18. Jos betoni on kuitenkin plastisella alueella, lasketaan resultanttivoima kaavalla 2.19

$$R_{cT} = \frac{1}{2} E_c x \varepsilon_{cTu} \left( \frac{B}{2} + y \right) \ln \left( \frac{c}{B + 2y} \right) \quad 2.18$$

$$R_{cT} = f_{cc} x \left[ r_c \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{c}{2r_c} \right) \right) - \left( \frac{B}{2} + y \right) + \frac{1}{4r_c} \left( \frac{B}{2} + y \right)^2 \right]. \quad 2.19$$

Resultanttivoimat teräksissä tangentiaalisessa ja säteen suuntaisessa tilassa voidaan laskea kaavoilla 2.20 ja 2.21, kun teräkset ovat vielä elastisella alueella

$$R_{sT} = \rho d E_s \varepsilon_{cTu} \left( \frac{d}{x} - 1 \right) \left( \frac{B}{2} + y \right) \ln \left( \frac{c}{2c_0} \right) \quad 2.20$$

$$R_{sR} = \rho d 2\pi \varepsilon_{cTu} \left( \frac{d}{x} - 1 \right) \left( \frac{B}{2} + y \right). \quad 2.21$$

Mikäli teräkset ovat myötäneet, tangentiaalinen resultanttivoima teräksissä lasketaan kaavalla 2.22 ja säteen suuntainen resultanttivoima saadaan kaavalla 2.23 [3, s.49-51]

$$R_{sT} = \rho d f_{sy} \left[ r_s \left( 1 + \ln \left( \frac{c}{2r_s} \right) \right) - c_0 \right] \quad 2.22$$

$$R_{sR} = \rho d 2\pi c_0 f_{sy}. \quad 2.23$$

Mallin murtokriteeri saavutetaan, kun laatan tangentiaalinen venymä saavuttaa arvon  $\varepsilon_{cTu}$ , joka saadaan laskettua kaavalla 2.24

$$\varepsilon_{cTu} = \frac{3,6G_F}{x f_{ct}} \left( 1 + \frac{13d_a}{x} \right)^{-1/2}, \quad 2.24$$

missä  $d_a$  on betonin maksimiraekoko ja  $G_F$  betonin halkeamaenergia. Murtokriteeri vaikuttaa resultanttivoimien laskentaan olemalla suoraan mukana kaavoissa tai välillisesti säteiden  $r_s$  tai  $r_c$  laskennan kautta. Murtokriteerin kautta tulee malliin mukaan betonin murtumismekaniikkaa, sillä siihen vaikuttavat betonin halkeamaenergia ja maksimiraekoko, jotka ovat betonin haurautta kuvaavia suureita. [3, s. 53]

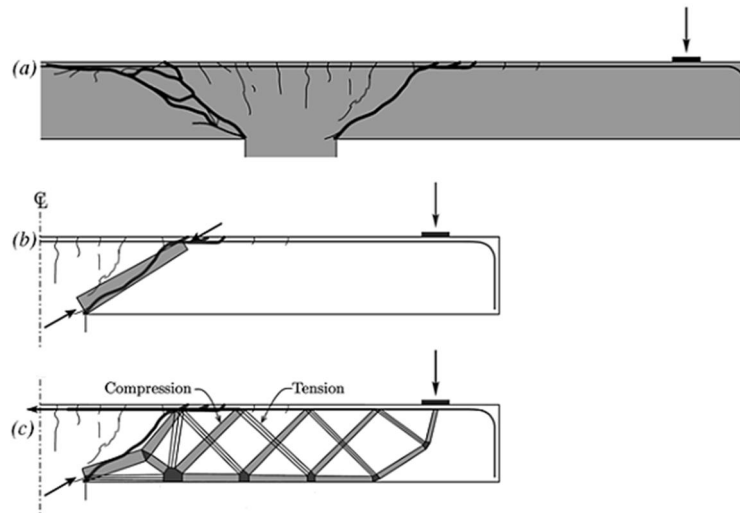
Lopulta rakenteen tasapaino saadaan laskettua kaavoilla 2.25 ja 2.26. Näissä kaavoissa termi  $D$  eli vaarnavoima ottaa huomioon laatan terästen aiheuttaman vaarnavoiman, mikäli teräkset eivät ole vielä myötäneet. Mikäli ne saavat saman arvon, on rakenteessa tasapaino ja lävistyskuorma on suoraan suureen  $P$  arvo.

$$P = [R_{sR} + 2\pi(R_{sT} - R_{cT})] \tan \alpha + D \quad 2.25$$

$$P = \frac{(2\pi R_{sT} + R_{sR})(d - x) + D \left( c_0 - \frac{B}{2} - x \right) + \frac{[R_{sR} + 2\pi(R_{sT} - R_{cT})]x}{2 \cos^2 \alpha} + 2\pi R_{cT} \frac{2x}{3}}{0,5(c - B) - x} \quad 2.26$$

Mikäli tasapainoa ei ole saavutettu, jatketaan iterointia muuttamalla kulmaa  $\alpha$ , kunnes tasapaino saavutetaan. Tasapaino saavutetaan, kun betonin tangentialinen puristusjännitys etäisyydellä  $y$  pilarin reunasta saavuttaa arvon  $\varepsilon_{cTu}$  eli annetun murtumiskriteerin, jolloin edellä esitetyt kaavat 2.25 ja 2.26 saavat saman arvon. [3, s. 51] Kokeiden perusteella Hallgrenin malli antaa tarkempia tuloksia laatan lävistyskapasiteetille kuin Kinnusen ja Nylanderin malli juuri sen takia, että malli ottaa huomioon murtumismekaniikkaa. Menetelmä ei kuitenkaan ole kovinkaan käyttökelpoinen jokapäiväisessä rakennesuunnittelussa, sillä se on monimutkainen runsaiden kaavojensa vuoksi. [3, s. 124]

Sveitsiläinen Aurelio Muttoni on kehittänyt Kinnusen ja Nylanderin mallin pohjalta lävistymisen mallin, joka ottaa huomioon laatan paksuuden vaikutuksen lävistyskestävyyteen sekä on käyttökelpoisempi menetelmä rakennesuunnittelun mitoitukseen sen yksinkertaisuuden vuoksi. Menetelmä perustuu nimensäkin mukaisesti laattaan syntyvään kriittiseen leikkaushalkeamaan (Critical shear crack theory, CSCT). Kuvassa 2.10 kohdassa a näkyy oletettu kriittinen leikkaushalkeama mustana paksuna halkeamana. Mallille johdetaan murtokriteeri, joka riippuu laatan kiertymästä sekä laatan kuormakiertymäyhteydestä. Mallin mukaan leikkausvoima kulkeutuu vinon puristussauvan kautta pilarille kuvan 2.10 kohdan b mukaisesti. Tätä vahvistaa tutkimuksista saatu tieto siitä, että juuri ennen lävistystä havaitaan laatan alapinnassa olevan puristuksen vaihtuminen vedoksi kuvan 2.10 kohdan c mukaisesti, joka saa aikaan laatan lopullisen lävistymisen. [10, s. 441-442]



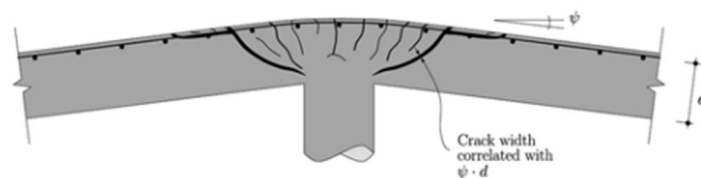
**Kuva 2.10** (a) Laatan halkeamakuvio, jossa kriittinen lävistyshalkeama mustalla; (b) teoreettinen diagonaali kriittisessä lävistyshalkeamassa; (c) ristikkomalli [10, s. 442]

Muttonin mallin mukaan kriittisen leikkaushalkeaman leveneminen alentaa puristusdiagonaalin kestävyyttä, kuljettaa leikkausvoimaa ja lopulta se johtaa laatan lävistymiseen. Tämän mukaan lävistyskestävyys riippuu siis halkeaman leveydestä  $w$  sekä kriittisen halkeaman karheudesta, jota kuvaavaksi parametriksi on valittu betonin runkoaineksen maksimiraekoko  $d_g$ . Tällöin leikkauskestävyyden  $V$  yhteydeksi saatiin kaava 2.27

$$\frac{V}{b_0 d} = \sqrt{f_c} f(w, d_g), \quad 2.27$$

missä  $d$  on laatan tehollinen paksuus,  $f_c$  on betonin puristuslujuus,  $f(w, d_g)$  on halkeamaleveydestä ja betonin runkoaineksen maksimiraekoosta riippuva funktio ja  $b_0$  on tutkimuspiirin pituus, joka on  $d/2$  etäisyydellä pilarin reunasta. Halkeamaleveyden  $w$  havaittiin olevan verrannollinen kiertymään  $\Psi$  kaavan 2.28 ja kuvan 2.11 mukaisesti.

$$w = \Psi d \quad 2.28$$



**Kuva 2.11** Kriittisen halkeaman halkeamaleveyden  $w$ , laatan paksuuden  $d$  ja kiertymän  $\Psi$  välinen yhteys [10, s. 442]

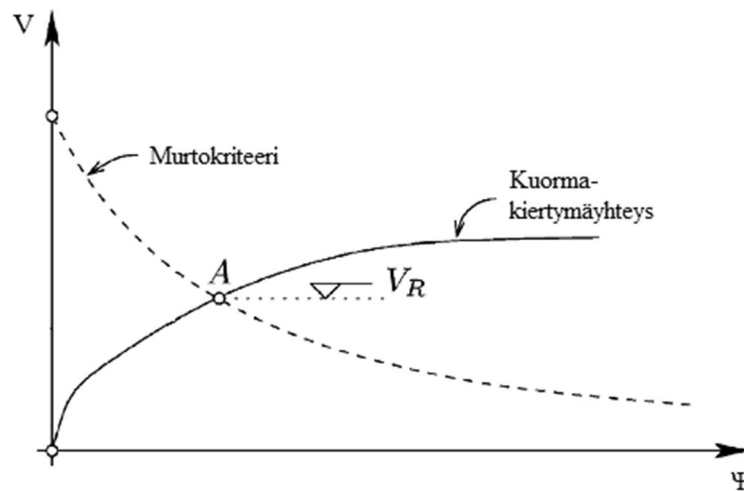
Osa leikkausvoimasta kulkee kriittistä leikkaushalkeamaa pitkin sen karheuden vuoksi. Tämä voidaan ottaa huomioon jakamalla halkeamaleveys suureella  $d_{g0}+d_g$ , missä  $d_{g0}$  on referenssileveys 16 mm. Tämän pohjalta Muttoni julkaisi kaavasta 2.27 modifioidun murtokriteerin vuonna 2003, joka on kaavan 2.29 mukainen

$$\frac{V}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad 2.29$$

Kaavan mukaan laatan kiertymän ja samalla muodonmuutosten kasvaessa laatan leikkauskestävyys pienenee. [10, s. 441-443] Laatan toimintaan tehtyjen yksinkertaistuksien avulla Muttoni sai laskettua laatan kuorma-kiertymäyhteyden siten, että saatu yhtälö on selkeässä muodossa 2.30

$$\psi = 1,5 \frac{r_s f_y}{d E_s} \left( \frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad 2.30$$

missä  $r_s$  on laatan säde,  $f_y$  on taivutusterästen myötölujuus,  $E_s$  on terästen kimmokerroin ja  $V_{flex}$  on laatan taivutuskapasiteetti. [10, s. 446] Näistä kaavoista 2.29 ja 2.30 saadaan iteratiivisesti laskettua tarkka lävistysvoima  $V_R$ . Kuvassa 2.12 on esitetty yhtälöiden 2.29 ja 2.30 mukaiset käyrät, jolloin haluttu lävistysvoima saadaan näiden käyrien leikkauspisteestä A. [10, s. 448]



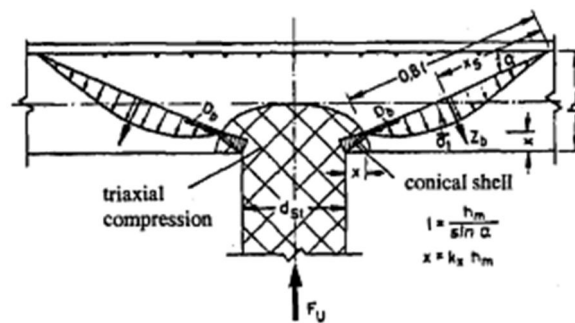
**Kuva 2.12** Lävistysvoima  $V_R$  saadaan murtokriteerin 2.29 ja kuorma-kiertymäyhteyden 2.30 mukaisten käyrien leikkauspisteestä A [10, s. 448]

Tutkimusten mukaan menetelmä ottaa hyvin huomioon laatan paksuuden vaikutuksen lävistyskestävyyteen sekä soveltuu hyvin myös matalille raudoitussuhteille. Tämän menetelmän pohjalta Muttoni on kehittänyt myös menetelmän leikkausraudoitetun laatan lävistyskestävyyden laskentaan. [19, s. 448]

## 2.2.4 Betonin vetolujuuteen perustuvat mallit

Betonin vetolujuuteen perustuvissa malleissa murtomekanismina on betonin vetolujuuden ylittyminen lävistymisen murtopinnalla. Tähän kategoriaan kuuluvat esimerkiksi Georgopouloksen malli vuodelta 1988 ja 1989 sekä Menétreyn malli vuodelta 1994. Periaatteessa nämä mallit voisivat kuulua myös murtumismekaniikan kategoriaan, mutta usein ne halutaan erottaa omaksi ryhmäkseen. [3, s. 23]

Georgopouloksen mallissa pääparametreja ovat betonin päävetojännitys  $\bar{\sigma}_1$  sekä mekaaninen raudoitussuhde  $\omega$ . Mallissa tehdään oletus, että lävistyskuorma välittyy oletettua murtopintaa kohtisuoraan olevaksi vetojännitykseksi ja vinot puristavat voimat kulkeutuvat kartiomaisille puristusalueille pilarin juureen kuvan 2.13 mukaisesti. [3, s. 33]

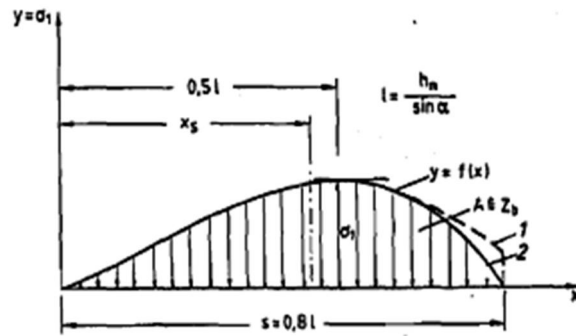


*Kuva 2.13 Georgopouloksen malli [3, s. 34]*

Lisäksi oletuksena on, että lävistyskuormasta noin 75 % aiheuttaa murtopinnan vetojännityksen ja tästä aiheutuva resultanttivetovoima murtopinnassa on  $Z_B$ . Lävistysvoima  $P_u$  saadaan näin resultanttivetovoiman pystykomponenttina suoraan trigonometriasta kaavalla 2.31

$$P_u = \frac{Z_B \cos \alpha}{0,75}, \quad 2.31$$

missä  $\alpha$  on murtopinnan kaltevuuskulma. Georgopouloksen mukaan päävetojännitys jakauma murtopinnassa on kuvan 2.14 mukainen ja se noudattaa kolmannen asteen yhtälöä. [3, s. 33] Oletuksena on myös, että puristuspuunnan korkeus  $x=0,2h_m$ . Integroimalla vetojännitykset murtopintaa pitkin ja olettamalla tasapaino vaakasuunnassa kaavan 2.31 mukaisesti saadaan lävistyskuorman yhtälöksi kaava 2.32



**Kuva 2.14** Vetojäännitys jakauma murtopinnassa [3, s. 34]

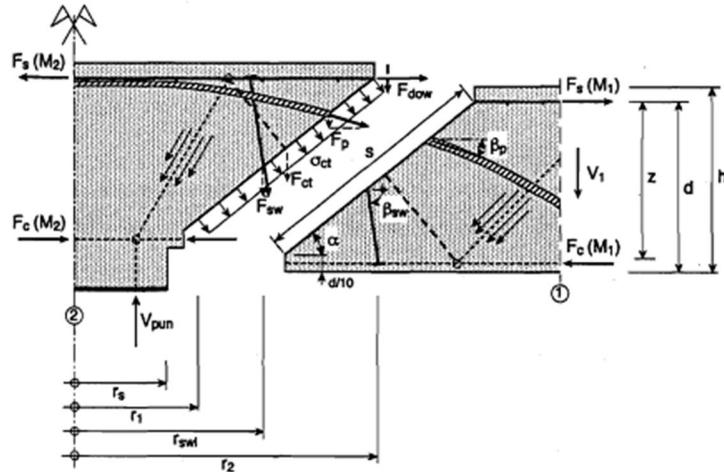
$$P_u = 4,13 \bar{\sigma}_1 h_m^2 \cot \alpha \left( \frac{\lambda}{2} + 0,20 + 0,35 \cot \alpha \right), \quad 2.32$$

missä  $h_m$  on laatan tehollinen korkeus,  $d_{st}$  on pilarin halkaisija ja  $\lambda = d_{st}/h_m$ . Suurimmaksi päävetojäännitykseksi voidaan arvioida  $\bar{\sigma}_1 = 0,17(f_{ck,cube})^{2/3}$ . [3, s. 33] Murtopinnan kaltevuuskulma  $\alpha$  saadaan laboratorionkokeista johdetusta yhtälöstä 2.33, jossa kulma  $\alpha$  on verrannollinen mekaaniseen raudoitussuhteeseen  $\omega$ , joka lasketaan teräksen ominaismyötölujuuden sekä betonin ominaiskuutiolujuuden avulla. [3, s. 34]

$$\tan \alpha = \frac{0,056}{\omega} + 0,3 \quad 2.33$$

Tällä menetelmällä saadut tulokset osoittavat, että ne ovat todella vahvasti riippuvaisia betonin puristuslujuudesta ja täten ne antavat tarpeettoman pieniä lävistyskestävyyksiä korkealujuuksisilla betoneilla. Tämä aiheutuu siitä, että korkeat betonilujuudet johtavat suuriin murtopinnan kaltevuuskulmiin ja siten vetojännityksen pystysuora komponentti on suhteessa pienempi. Tutkimukset osoittavat myös, että malli kuvaa onnistuneesti raudoitussuhteen ja laatan paksuuden vaikutuksen lävistyskapasiteettiin. [3, s. 125]

Menétrey'n analyyttisessä mallissa pilarilta tulevan voima ajatellaan jakautuvan laattaan ristikkoanalogian mukaisesti siten, että lävistysmurtopinta kulkee kohtisuoraan vetodiagonaaliin nähden, kuvan 2.15 mukaisesti. Mallissa lävistyminen tapahtuu tämän vetosauvan murtuessa, jolloin vetosauvan kestävyys rajoittaa lävistyskestävyyttä. [3, s. 39]



**Kuva 2.15** Menétréyn malli [3, s. 40]

Betonin vetovoiman pystysuora komponentti  $F_{ct}$  saadaan laskettua integroimalla betonin vetojännitys murtopinnan yli ja huomioimalla siinä myös murtopinnan läpäisevät vetoteräksiset, joiden merkitys on tärkeä mikrohalkeilun alkaessa betonissa. Malli ottaa huomioon myös taivutusraudoituksen vaarnavaikutuksen  $F_{dow}$ , leikkausraudoituksen  $F_{sw}$  sekä jänteiden vaikutuksen  $F_p$  lävistyskapasiteettiin. Kaikki nämä termit ovat tutkittavan voiman pystykomponentteja. Lävistyskestävyys lasketaan superpositiona edellä esitetyistä neljästä termistä kaavan 2.34 mukaisesti. Tässä työssä ei kuitenkaan oteta kantaa leikkausraudoitettuihin tai jänneteräksillä varustettuihin laattoihin, joten niistä aiheutu-  
via kahta viimeistä termiä ei sen tarkemmin esitellä. [3, s. 39]

$$F_{pun} = F_{ct} + F_{dow} + F_{sw} + F_p \quad 2.34$$

Betonin vetovoiman pystysuoraa komponenttia ratkaistaessa määritetään murtopinta tarkemmin. Sen oletetaan olevan katkaistu pinta, jonka sulkee sisäänsä säteet  $r_1$  ja  $r_2$ . Säde  $r_1$  saadaan laskettua kaavalla 2.35

$$r_1 = r_s + \frac{1}{10} \frac{d}{\tan \alpha'} \quad 2.35$$

missä  $r_s$  on pilarin säde ja  $\alpha$  on murtopinnan kaltevuuskulma. [3, s. 40] Säde  $r_2$  ulottuu pilarin keskeltä taivutusteräksiin asti ja se saadaan laskettua kaavalla 2.36

$$r_2 = r_s + \frac{d}{\tan \alpha} \quad 2.36$$

Vinon murtopinnan pituus  $s$  saadaan laskettua edellä esitellyistä parametreista kaavalla 2.37

$$s = \sqrt{(r_2 - r_1)^2 + (0,9d)^2}. \quad 2.37$$

Murtopinnan pinta-ala  $A = \pi(r_1 + r_2)s$  saadaan näin laskettua. Yksinkertaistuksen vuoksi betonin vetojännityksen on ajateltu olevan tasaisesti jakautunut murtopinnassa ja sen pystykomponenttia merkitään  $\sigma_v$ , jolloin vetovoiman pystysuoraksi komponentiksi  $F_{ct}$  saadaan [3, s. 40]

$$F_{ct} = A\sigma_v = \pi(r_1 + r_2)s\sigma_v = \pi(r_1 + r_2)sf_{ct}^{2/3}\xi\eta\mu. \quad 2.38$$

Parametrit  $\xi$ ,  $\mu$  ja  $\eta$  ovat kokeellisesti määriteltyjä ja ne ottavat huomioon taivutusteräsmäärän, laatan paksuuden ja pilarin koon vaikutuksen lävistyskapasiteettiin. Kertoimeen  $\xi$  vaikuttaa vetoraudoituksen suhteellinen osuus  $\rho$  tutkittavassa poikkileikkauksessa kaavan 2.39 mukaisesti

$$\xi = \begin{cases} 0,35 + 0,46\rho - 0,1\rho^2 & , \rho < 2\% \\ 0,87 & , \rho \geq 2\% \end{cases} \quad 2.39$$

missä  $\rho$  on prosentteina. Parametri  $\mu$  ottaa huomioon laatan korkeuden  $d$  sekä betonin kiviaineksen maksimikoon  $d_a$  ja se lasketaan kaavalla 2.40

$$\mu = 1,6 \left(1 + \frac{d}{d_a}\right)^{-1/2}. \quad 2.40$$

Kerroin  $\eta$  ottaa huomioon pilarin koon vaikutuksen lävistyskapasiteettiin kaavan 2.41 mukaisesti

$$\eta = \begin{cases} 0,1 \left(\frac{r_s}{h}\right)^2 - 0,5 \left(\frac{r_s}{h}\right) + 1,25 & , 0 < \frac{r_s}{h} < 2,5 \\ 0,625 & , \frac{r_s}{h} \geq 2,5 \end{cases} \quad 2.41$$

missä  $r_s$  on pilarin säde ja  $h$  on laatan korkeus. [3, s. 41] Taivutusterästen vaarnavaikutuksen on myös havaittu kasvattavan laatan lävistyskestävyyttä merkittävästi etenkin, jos laatassa on ortogonaalinen rauditus. Tämä ilmiö otetaan huomioon termissä  $F_{dow}$  ja se lasketaan kaavalla 2.42

$$F_{dow} = \frac{1}{2} \sum^{bars} \phi_s^2 \sqrt{f_c f_t \left(1 - \left(\frac{\sigma_s}{f_t}\right)^2\right)} \sin \alpha, \quad 2.42$$



missä summataan kaikki teräkset, jotka lävistävät murtopinnan ja missä  $\phi_s$  on summattavan teräksen halkaisija. Huomioitavaa on myös, että betonin puristuslujuus  $f_c$  ja vetolujuus  $f_t$  ovat ominaisarvoja. Aksiaalinen veto teräksissä  $\sigma_s$  saadaan laskettua kaavasta 2.43

$$\sigma_s = \frac{F_{pun} / \tan \alpha}{\sum A_s}, \quad 2.43$$

missä  $A_s$  on vaarnatapin poikkileikkausala. [3, s. 42] Aksiaalinen veto teräksissä riippuu kuitenkin laatan lävistyskapasiteetista, jolloin mikäli halutaan ottaa huomioon teräksen vaarnavaikutus, täytyy ratkaisu hakea iteroimalla. Tutkimusten mukaan Menétrey'n menetelmä aliarvioi hieman laatan lävistyskapasiteettia, mutta toisaalta se ottaa laajasti huomioon laatan lävistyskestävyyteen vaikuttavat parametrit. Huomioitavaa on myös, että Menétrey'n malli on ainoa, joka ottaa huomioon leikkausraudoituksen tai jänneiden vaikutuksen laatan lävistyskestävyyteen. [3, s. 124]

### 2.2.5 Stallerin empiirinen malli

Stallerin vuonna 2000 julkaisema empiirinen malli perustuu laboratoriossa tehtyihin kokeisiin ja sieltä saatujen tulosten tilastollisiin regressioanalyysiin. Analyysit ovat olleet joko lineaarisia tai epälineaarisia ja niissä on ollut yksi tai useampia muuttujia. Laboratoriokokeissa on tutkittu tietyn parametrin vaikutusta laatan lävistyskapasiteettiin ja tämän pohjalta on luotu osittaisfunktio eli yhteys tutkittavan suureen ja lävistyskapasiteetin välille. Parametreiksi valittiin ne suureet, joiden tiedettiin vaikuttavan lävistyskapasiteettiin kaikista eniten. Niitä olivat laatan mekaaninen raudoitussuhde  $\omega$ , laatan hoikkuus  $\lambda$ , betonin maksimivetolujuus  $f_{lct}$  sekä laatan paksuuden ja tehollisen korkeuden vaikutus  $\xi$ . Tutkimukset ovat perustuneet jännityksiin tarkistuspiirillä, joka on  $2d$  etäisyydellä pilarin reunasta. Lopuksi nämä osittaisfunktiot yhdistettiin yhdeksi yhtälöksi kaavan 2.44 mukaisesti, jolloin laatan lävistyskapasiteetti on riippuvainen saaduista osittaisfunktiosta ja täten tutkittavista parametreista [3, s. 56; 6, s. 6]

$$v = F(\xi)F(\omega)F(\lambda)F(f_{ct}). \quad 2.44$$

Tässä  $F(\xi)$  on laatan tehollisen paksuuden ja ominaispituuden suhteesta riippuva osittaisfunktio. Lisäksi  $F(\omega)$  on laatan mekaanisesta raudoitussuhteesta,  $F(\lambda)$  on laatan hoikkeudesta ja  $F(f_{ct})$  on betonin vetokestävyydestä riippuva osittaisfunktio. [3, s. 57] Suuri vaikutus laatan lävistyskestävyyteen on laatan paksuudella ja sen tehollisella korkeudella. Nämä huomioon ottavaksi osittaisfunktioiksi saatiin kaava 2.45, jossa on dimensioton vakio  $d/l_{ch}$ . Tämä vakio ottaa laatan paksuuden lisäksi huomioon betonin plastisuuden sekä haurauden karakteristisessa pituudessa  $l_{ch}$ , joka on osa laatan murtumismekaniikkaa [6, s. 6]

$$F(\xi) = 1 + \left(\frac{d}{l_{ch}}\right)^{-1/2}, \text{ missä } l_{ch} = \frac{G_f E_c}{f_{1ct}^2}. \quad 2.45$$

Tässä  $G_f$  on betonin vetohalkeamaenergia,  $E_c$  on betonin kimmokerroin ja  $f_{1ct}$  on betonin vetokestävyys. Terästen koon ja asetteluun laatasta ottaa huomioon mekaaninen raudoitussuhde  $\omega$ . Sen kasvaessa, kasvaa myös laatan lävistyskestävyys siten, että lävistyskestävyys on verrannollinen mekaanisen raudoitussuhteen kuutiojuureen kaavan 2.46 mukaisesti [3, s. 59]

$$F(\omega) = \omega^{1/3}. \quad 2.46$$

Laatan geometria vaikuttaa myös lävistyskestävyyteen. Geometriaa kuvaavaksi parametriksi valittiin laatan hoikkuus  $\lambda$ , joka voidaan laskea kaavalla 2.47

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{(c_1 - c_2)}{d}, \quad 2.47$$

missä  $c_1$  on laatan jänneväli, jolle kuorma on jakautunut. [6, s. 6] Nelikulmaisella laataalla se on laatan sivun pituus ja pyöreällä laataalla sen halkaisija. Vastaavasti  $c_2$  on pilarin sivun pituus tai pyöreällä pilarilla sen halkaisija. Regressioanalyysin tuloksena saatiin, että rakenteen hoikkuuden vaikutus laatan lävistyskestävyyteen on kaavan 2.48 mukainen

$$F(\lambda) = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{1/5}. \quad 2.48$$

Betonin lujuus on määräävin parametri, joka vaikuttaa laatan lävistyskapasiteettiin. Tältä osin osittaisfunktioiksi saatiin kaavan 2.49 mukainen yhteys eli lävistyskestävyys on lineaarisesti verrannollisen betonin vetokestävyteen  $f_{1ct}$  [3, s. 59]

$$F(f_{ct}) = f_{1ct}. \quad 2.49$$

Kun nämä osittaisfunktiot oli muodostettu, tehtiin lopullinen regressioanalyysi ja kertoimen  $C$  arvoksi saatiin 0,5324, joka voidaan pyöristää arvoon 0,53. Nämä kaikki termit yhdistämällä saatiin lävistyskapasiteetin yhtälöksi kaava 2.50

$$V_{cal} = C \xi^3 \sqrt{\omega} \lambda^{-1/5} f_{1ct} u d \quad , \text{ missä } \xi = 1 + \left(\frac{d}{l_{ch}}\right)^{-1/2}. \quad 2.50$$

Tutkimusten mukaan Stallerin empiirinen malli kuvaa lävistymistä todella realistisesti ja sen mukaan tehtyjen laskelmien tulokset eroavat vähemmän laboratoriotuloksista, kuin mekaanisilla malleilla tehtyjen laskelmien tulokset. [6, s. 7]

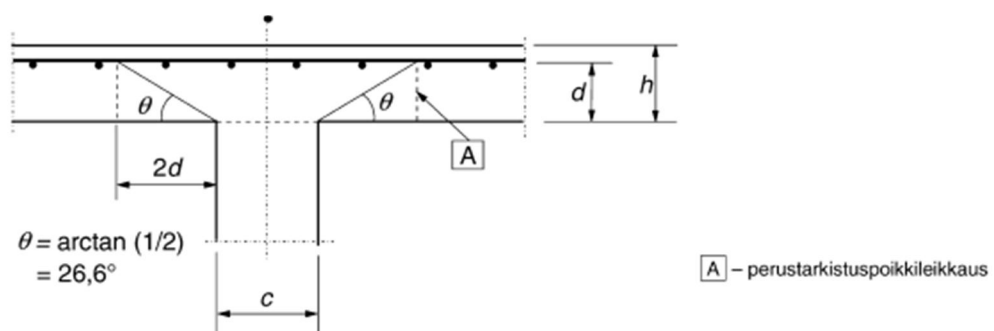
## 2.3 Eri suunnitteluohjeiden mukaiset laattojen lävistyskapasiteettien laskennat

Rakennesuunnittelu perustuu usein jonkin suunnitteluohjeen mukaiseen mitoitukseen. Seuraavassa tutkitaan, miten eri suunnitteluohjeissa laatan lävistyskapasiteetti lasketaan. Aluksi tutustutaan Eurokoodin mukaiseen laskentaan sekä Suomen ja muutaman muun maan kansallisiin liitteisiin, joissa on lisäohjeistusta Eurokoodin käytöstä. Lisäksi tutustutaan Suomen rakentamismääräyskokoelman ja Amerikan standardien mukaiseen lävistyslaskentaan.

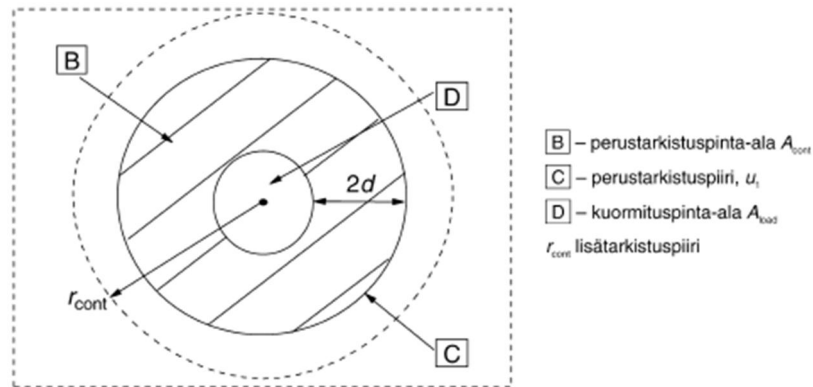
### 2.3.1 Eurokoodin mukainen laatan lävistyskapasiteetin laskenta

Eurokoodit ovat Euroopan standardisoimisjärjestön (Comité Européen de Normalisation, CEN) laatimia kantavien rakenteiden suunnittelua koskevia eurooppalaisia standardeja, joiden tavoitteena on yhtenäistää Euroopassa käytettäviä suunnittelustandardeja. [11] Suomessa rakennesuunnittelussa Eurokoodit ovat rinnakkaiskäytössä Suomen rakentamismääräyskokoelman kanssa, kunnes lopulta siirrytään kokonaan Eurokoodin mukaiseen rakenteiden mitoitukseen.

Eurokoodissa, SFS-EN 1992-1-1+AC Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt [12], esitetään yleiset perusteet, joiden mukaan suunnitellaan raudoittamattomasta betonista, teräsbetonista ja jännebetonista valmistettavat rakenteet, joissa käytetään kiviaineksena normaalia tai kevytkiviainesta. Tämän koodin kohdassa 6.4 Lävistys kerrotaan, miten umpilaatoissa lävistysmitoitus tehdään. Sen mukaan lävistyminen voi aiheutua pistekuormasta tai reaktiosista, joka vaikuttaa laatasta alueella, jota kutsutaan kuormituspinta-alaksi ja jota merkitään  $A_{load}$ . Lävistyskestävyys tarkistetaan perustarkistuspiirin  $u_1$  kohdalla, joka sijaitsee  $2d$  etäisyydellä kuormituspinta-alan reunasta. Kuvassa 2.16 näkyy perustarkistuspiirin sivuleikkaus sekä lävistyskartio, jonka kulma  $\theta$  on  $26,6^\circ$ . Kuvassa 2.17 näkyy sama katsoessa laattaa ylhäältäpäin. [12, kohta 6.4.1]

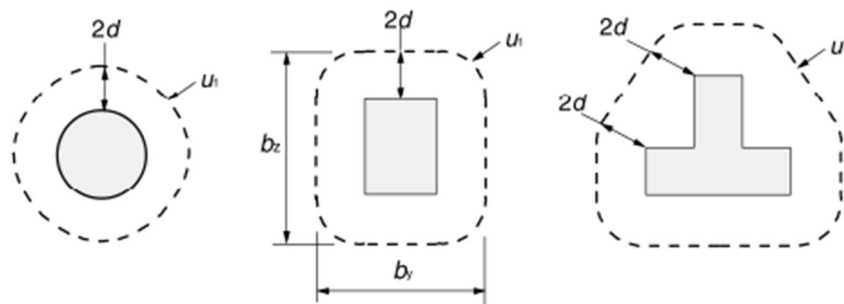


**Kuva 2.16** Perustarkistuspoikkileikkaus laatan sivulta [12, kuva 6.12a]



**Kuva 2.17** Perustarkistuspiiri laattaa ylhäältäpäin katsottaessa [12, kuva 6.12b]

Perustarkistuspiiri valitaan siten, että se on pituudeltaan mahdollisimman lyhyt ja se on  $2d$  etäisyydellä kuormitusalan reunasta. [12, kohta 6.4.2] Tämän vuoksi suorakulmaisen pilarin nurkassa perustarkistuspiirissä ei ole suorakulmaa, vaan kulma on pyöristetty siten, että pyöristyksen säde on  $2d$ . Esimerkkejä tavallisimmista pilarin muodoista ja niiden perustarkistuspiireistä on kuvassa 2.18.



**Kuva 2.18** Tyypillisten pilarimuotojen perustarkistuspiirit [12, kuva 6.13]

Miltei poikkeuksetta laatoissa on terästä kahteen suuntaan [12, kohta 9.3] siten, että erisuuntaisten terästen tehollinen korkeus on eri. Eurokoodissa laatan tehollinen paksuus oletetaan kuitenkin vakioksi  $d_{eff}$  ja sille käytetään arvona erisuuntaisten terästen tehollisten korkeuksien keskiarvoa kaavan 2.51 mukaisesti

$$d_{eff} = \frac{d_y + d_z}{2}, \quad 2.51$$

missä  $d_y$  ja  $d_z$  ovat raudoitusten teholliset korkeudet laatan eri raudoitussuunnissa. [12, kohta 6.4.2] Mikäli pilari-laattarakenne halutaan toteuttaa siten, että siinä ei ole erillistä leikkaus- tai lävistysraudoitusta, täytyy seuraavan ehdon 2.52 toteutua eli pilarilta tulevan mitoitusjännityksen  $v_{Ed}$  tulee olla pienempi kuin laatan lävistyslujuuden  $v_{Rd,c}$ , kun tarkasteltavassa tarkistuspoikkileikkauksessa ei ole lävistysraudoitusta [12, kohta 6.4.3]

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}. \quad 2.52$$

Mikäli pilarilta tulevan lävistysvoiman mitoitusarvo on epäkeskinen rakenteeseen nähden, redusoidaan mitoitusjännitys lävistysvoiman mitoitusarvosta kaavan 2.53 mukaisesti

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d}, \quad 2.53$$

missä  $d$  on laatan keskimääräinen tehollinen paksuus,  $u_1$  on tarkasteltavan tarkistuspiirin pituus ja  $V_{Ed}$  on lävistysvoiman mitoitusarvo. Suorakulmaiselle pilarille kerroin  $\beta$  saadaan kaavasta 2.54

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed} u_1}{V_{Ed} W_1}, \quad 2.54$$

missä  $M_{Ed}$  on pilarilta tulevan epäkeskisen leikkausvoiman aiheuttama momentti ja  $k$  on kerroin, joka saadaan taulukosta 2.1 pilarin reunasuhteen eli epäkeskisyyden suuntaisen pilarin sivumitan  $c_1$  ja sitä kohtisuoraan olevan sivumitan  $c_2$  suhteen avulla. [12, kohta 6.4.3]

**Taulukko 2.1** Kertoimen  $k$  arvot eri pilarin reunasuhteilla [12, kohta 6.4.3]

$c_1/c_2$	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
$k$	0,45	0,60	0,70	0,80

Leikkausjännityksen jakautumisesta aiheutuva termi  $W_i$  saadaan laskettua yhtälöstä 2.55

$$W_i = \int_0^{u_1} |e| dl, \quad 2.55$$

missä  $dl$  on perustarkistuspiirin pituusalkio ja  $e$  on pituusalkiota vastaava etäisyys akselista, jonka suhteen momentti vaikuttaa. Suorakulmaiselle pilarille saadaan yksinkertaistetusti

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1. \quad 2.56$$

Mikäli kuormitus on kummankin suorakulmaisen pilarin akselin suhteen epäkeskinen, voidaan kertoimelle  $\beta$  käyttää seuraava likimääräistä arvoa

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2}, \quad 2.57$$

missä  $e_y$  ja  $e_z$  ovat vastaavien askelien suuntaiset epäkeskisyydet ja  $b_z$  ja  $b_y$  ovat tarkastuspiirin mitat kuvan 2.18 mukaisesti. Pyöreille pilareille kerroin  $\beta$  saadaan kaavasta 2.58

$$\beta = 1 + 0,6\pi \frac{e}{D + 4d}, \quad 2.58$$

missä  $D$  on pyöreän pilarin halkaisija ja  $e$  on kuorman epäkeskisyyden  $e = M_{Ed}/V_{Ed}$ . [12, kohta 6.4.3] Kuitenkin jos rakenteen poikittainen stabiilius ei riipu laattojen ja pilarien välisestä kehävaikutuksesta ja pilarit ovat miltei samalla jaolla, voidaan keskipilarille käyttää likimääräistä kertoimen  $\beta$  arvoa 1,15. [12, kohta 6.4.3] Kertoimen arvo voidaan myös antaa maakohtaisesti erikseen kansallisessa liitteessä.

Lopulta leikkausraudoittamattoman laatan lävistyskestävyys perustarkistuspoikki-leikkauksessa saadaan määritettyä laskemalla lävistyslujuus [MPa] kaavalla 2.59

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}), \quad 2.59$$

missä  $f_{ck}$  on betonin puristuslujuuden ominaisarvo ja se annetaan yksikössä MPa. Apusuure  $k$  ottaa huomioon laatan paksuuden vaikutuksen lävistyskapasiteettiin siten, että laatan tehollisen korkeuden  $d$  kasvaessa kerroin  $k$  pienenee kaavan 2.60 mukaisesti ja täten myös lävistyskestävyys pienenee. Rajoitukseksi kertoimen arvolle on annettu, että sen tulee olla pienempi kuin kaksi. [12, kohta 6.4.4] Tämä rajoitus tulee merkitseväksi, kun laatan tehollinen korkeus on alle 200 millimetriä eli sen tarkoituksena on rajoittaa laatan tehollisen korkeuden pienentymisestä aiheutuvaa lävistyskapasiteetin kasvamista, joka ei alle 200 millimetrin laatoilla ole todellista.

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad 2.60$$

Pääraudoituksen raudoitussuhde  $\rho_l$  ottaa huomioon vetoterästen määrän vaikutuksen laatan lävistyskapasiteettiin kaavan 2.61 mukaisesti

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0,02, \quad 2.61$$

missä  $\rho_{ly}$  ja  $\rho_{lz}$  ovat vetoterästen raudoitussuhteet laatan  $y$ - ja  $z$ -suunnissa. Raudoitus-  
suhteet lasketaan keskiarvoina, kun otetaan huomioon raudoitus leveydeltä, joka on pi-  
larin tutkittavan suunnan leveys plus kummallekin puolelle pilaria etäisyys  $3d$ . Kaavan  
2.61 mukaisesti vetoterästen lisääminen kasvattaa laatan lävistyskapasiteettia, kunnes  $\rho_l$   
saavuttaa arvon 0,02. [12, kohta 6.4.4] Tämän avulla rajoitetaan suurien vetoteräsmääri-  
en aiheuttamaa lävistyskapasiteetin kasvamista, sillä sitä ei todellisuudessa enää tapahdu  
teräsmäärien ollessa riittävän suurina. Kaava 2.59 ottaa myös huomioon laatasta vallitse-  
van normaalivoiman vaikutuksen lävistyskapasiteettiin termin  $\sigma_{cp}$  avulla, joka lasketaan  
kaavan 2.62 mukaisesti

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cy} + \sigma_{cz}}{2}, \quad 2.62$$

missä  $\sigma_{cy}$  ja  $\sigma_{cz}$  ovat betonin  $y$ - ja  $z$ -akselien suuntaiset normaalijännitykset kriittises-  
sä poikkileikkauksessa siten, että puristus on positiivista ja yksikkönä käytetään MPa.  
Tällöin laatasta oleva puristus kasvattaa laatan lävistyskapasiteettia, sillä puristusvoi-  
man vuoksi laatan halkeilu on vähäisempää. Normaalijännitykset saadaan laskettua kaa-  
vojen 2.63 ja 2.64 mukaisesti

$$\sigma_{cy} = \frac{N_{Ed,y}}{A_{cy}}, \quad 2.63$$

$$\sigma_{cz} = \frac{N_{Ed,z}}{A_{cz}}, \quad 2.64$$

missä  $N_{Ed,y}$  ja  $N_{Ed,z}$  ovat välipilarin tapauksessa koko pilarivälin alueen pituussuun-  
taiset voimat, ja  $A_{cy}$  ja  $A_{cz}$  ovat betonin pinta-alat, joihin edellä esitetyt normaalivoimat  
vaikuttavat. Useissa tapauksissa nämä jännitykset ovat nolliä, sillä laatoissa on hyvin  
harvoin pituussuuntaista normaalivoimaa aiheuttavaa kuormaa tai jännevoimia. Kerto-  
mille  $C_{Rd,c}$ ,  $k_1$  ja  $v_{min}$  Eurokoodi esittää seuraavat suositusarvot:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$$

$$k_1 = 0,1$$

$$v_{min} = 0,035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}.$$

Kullakin maalla on kuitenkin mahdollisuus esittää omat suositusarvonsa näille ker-  
toimille omissa kansallisissa liitteissään. [12, kohta 6.4.4] Kaavasta 2.59 saatu lävistys-  
lujuus on yksiköltään MPa. Käytännössä hyödyllisempi yksikkö olisi kuitenkin kN. Lä-  
vistyslujuudesta  $v_{Rd,c}$  saadaan lävistyskestävyys kaavalla 2.65

$$V_{Rd,c} = \frac{v_{Rd,c} u_1 d}{\beta}, \quad 2.65$$

missä  $V_{Rd,c}$  on yksikössä kN. Tällöin kaava 2.52 muuttuu muotoon

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad 2.66$$

eli lävistysvoiman mitoitusarvon  $V_{Ed}$  tulee olla pienempi tai yhtä suuri kuin lävistyskestävyys  $V_{Rd,c}$ .

Eurokoodi sisältää kohtia, joihin kukin maa voi itse määritellä käytettävät parametrit tai menetelmät. Näihin kohtiin annetaan kansalliset suositukset kyseisen Eurokoodin kunkin maan kansallisessa liitteessä. Kansallisten liitteiden päätarkoituksena on ottaa huomioon kunkin maan paikalliset olosuhteet, kuten erilaiset ilmastot, maastonmuodot tai esimerkiksi mahdolliset maanjäristykset. Maan ei kuitenkaan ole pakko ottaa kantaa käytettäviin parametreihin, jolloin käytetään Eurokoodissa annettuja suositusarvoja. [12, National Standards implementing Eurocodes] Suomessa kansallisten liitteiden laatimisesta vastaa talonrakentamisen puolella Ympäristöministeriö. Edellä esitellystä Eurokoodista on Suomessa olemassa kansallinen liite, Kansallinen liite standardiin SFS-EN 1992-1-1 Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. Tässä kansallisessa liitteessä on kohdassa 6.4 Lävistys [5] seuraavanlainen kohta:

”Lävistysmitoitusta ei toistaiseksi tehdä standardin EN 1992-1-1 mukaan. Sen sijaan lävistysmitoitusta tehdään Suomen rakentamismääräyskokoelman osan B4 ”Betonirakenteet, ohjeet” kohdan 2.2.2.7 mukaan. Selostus: Standardin lävistysmitoituksessa on huomattu tiettyjä ristiriitaisuuksia koetuloksiin nähden siten, että standardin mitoituksella saatavat kapasiteetit ovat tietyissä tapauksissa epävarmalla puolella.”

Tämän mukaisesti Suomessa ei siis käytetä edellä esitettyä Eurokoodin mukaista lävistysmitoitusta, vaan Suomen rakentamismääräyskokoelman mukaista laskentaa, joka esitetään kappaleessa 2.3.2 Suomen rakentamismääräyskokoelman mukainen laatan lävistyskapasiteetin laskenta. Vaikka laskennassa käytetään rakentamismääräyskokoelman mukaista laskentaa, tulee muistaa, että kuormat ja materiaalien varmuudet lasketaan kuitenkin Eurokoodin mukaisesti. [15, s. 107] Kansallisessa liitteessä mainitaan myös kohdassa 9.4.3 Lävistysraudoitus, että lävistysraudoituksen mitoitusarvo ei myöskään kappaleessa 6.3 annettujen ohjeiden ja perustelujen vuoksi tehdä Eurokoodin mukaisesti. [5]

Tulevaisuudessa tältä osin Suomen kansallista liitettä ollaan kuitenkin muuttamassa siten, että Suomessakin käytettäisiin edellä esitettyä Eurokoodin lävistysmitoitusta ja täten Suomen rakentamismääräyskokoelman käyttämisestä Eurokoodin mukaisessa mitoituksessa luovuttaisiin. Tämän uudistuksen jälkeen Suomessa leikkausraudoittamattoman rakenteen lävistyskestävyyttä sekä lävistyskestävyyden ylärajaa määritettäessä käytettäisiin suureen  $C_{Rd,c}$  arvona



$$C_{Rd,c} = \frac{0,3 \left( \frac{D}{d} + 1,5 \right)}{\gamma_c \left( \frac{D}{d} + 4 \right)}, \quad 2.67$$

missä  $D$  on pyöreän pilarin halkaisija tai suorakaidepilarille  $D = \sqrt{c_1 c_2}$ , jossa  $c_1$  ja  $c_2$  ovat pilarin sivumittoja ja  $d$  on laatan keskimääräinen tehollinen paksuus kaavan 2.51 mukaisesti. Suureen  $v_{min}$  arvona käytetään 0 ja suureen  $k_l$  arvona käytetään Eurokoodisakin suositeltua arvoa 0,1. Tätä muutosta tehtäessä on huomioitu jo tulossa oleva muutos Eurokoodin leikkausraudoitettujen rakenteiden lävistyskestävyyteen, sillä kaavassa on  $v_{Rd,c}$ , johon vaikuttaa edellä annetun  $C_{Rd,c}$ :n arvo. Perusteluna Eurokoodin mukaisten suositusarvojen muuttamiselle on, että koska  $C_{Rd,c}$  arvo on vakio, ei se ota huomioon suhteen  $d/D$  muuttumista. Tämän vuoksi kerroin on muutettu vakioarvosta muuttujaksi, joka ottaa tämän suhteen huomioon. Koska  $C_{Rd,c}$  arvo valitaan suositusarvoa pienemmäksi, on  $v_{min}$  tällöin valittava nollassi, jottei se nouse määrääväksi. [16]

Seuraavassa tutkitaan muutaman Euroopan maan kansallisissa liitteissä annettuja ohjeita lävistyksestä. Ruotsin kansallisessa liitteessä [17, s. 65] opastetaan, että lävistyksen laskennassa käytetään Eurokoodissa annettuja suositusarvoja, kun on kyseessä lävistysraudoittamattomat laatat. Iso-Britannian kansallisessa liitteessä [18, s. 8] otetaan kantaa kertoimien  $C_{Rd,c}$ ,  $v_{min}$  ja  $k_l$  suuruuteen. Niiden arvoiksi annetaan samat arvot, kuin mitkä ovat Eurokoodin mukaiset suositusarvot. Lisäksi kansallisessa liitteessä annetaan suurelle  $\beta$  arvoksi 1,15, kun tutkittava pilari on keskipilari. Tämä arvo on sama kuin Eurokoodin suositusarvo.

Saksan kansallisessa liitteessä DIN EN 1992-1-1/NA:2011 [19] Eurokoodin mukaisista lävistysmitoitusta on muutettu siten, että kertoimen  $C_{R,c}$  arvo riippuu pilarin piirin  $b_{0,in}$  ja laatan tehollisen korkeuden  $d$  suhteesta seuraavan kaavan 2.68 mukaisesti

$$C_{R,c} = \begin{cases} 0,18 & , \text{ kun } \frac{b_{0,in}}{d} \geq 4 \\ 0,18 \left( 0,1 \frac{b_{0,in}}{d} + 0,6 \right) & , \text{ kun } \frac{b_{0,in}}{d} < 4 \end{cases}. \quad 2.68$$

Lisäksi raudoitussuhteelle  $\rho$  on Eurokoodin mukaisen 2 % rajoituksen lisäksi toinen rajoitus kaavan 2.69 mukaisesti

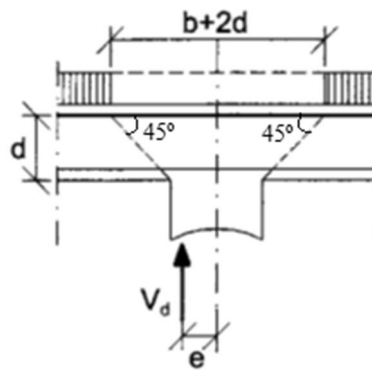
$$\rho \leq 0,5\alpha \frac{\gamma_s f_c}{\gamma_c f_y} = 0,5 \cdot 0,85 \cdot \frac{1,15 f_c}{1,5 f_y} \leq 2 \%, \quad 2.69$$

missä  $\gamma_c$  ja  $\gamma_s$  ovat betonin ja teräksen osavarmuuskertoimia,  $f_c$  on betonin puristuslujuus ja  $f_y$  on teräksen myötölujuus. Termistä  $C_{R,c}$  saadaan  $C_{Rd,c}$  jakamalla se kertoimella  $\gamma_c$ . Muita ohjeistuksia Saksan kansallisessa liitteessä ei ole annettu eli muiden parametrien kohdalta noudatetaan Eurokoodin mukaisia arvoja ja menetelmiä. [19, s. 16]

### 2.3.2 Suomen rakentamismääräyskokoelman mukainen laatan lävistyskapasiteetin laskenta

Suomessa kantavien rakenteiden suunnittelu voi perustua joko edellä esitettyyn Eurokoodiin ja sen kansallisiin liitteisiin tai Suomen rakentamismääräyskokoelman määräyksiin ja ohjeisiin [20]. Rakentamismääräyskokoelma on Ympäristöministeriön ylläpitämä ja siinä esitetyt määräykset ovat velvoittavia. [21] Rakentamismääräyskokoelman osa B4 sisältää määräyksiä betonirakenteiden lujuudesta ja kohta 2.2.2.7 käsittelee laatan lävistyksen murtorajatilamitoitusta. [22]

Siinä lävistysvoimaa laskettaessa ei tarvitse ottaa huomioon kuormaa, joka sijaitsee alueella, jota rajoittaa pilarin reunasta etäisyydellä  $d$  oleva poikkileikkaus, kuvan 2.19 mukaisesti. Kuvassa  $V_d$  on lävistysvoima ja  $e$  on sen epäkeskisyyss leikkautuvan alueen painopisteestä. Syntyvän lävistyskartion korkeus on laatan tehollinen korkeus  $d$  ja kartion pohjakulma on  $45^\circ$ . Pohjaltaan lävistyskartion mitat ovat  $b+2d$  ja  $h+2d$ . Lävistyskapasiteetti lasketaan poikkileikkauksessa, joka on  $0,5d$  etäisyydellä pilarin ulkoreunasta. [22 s. 19]



**Kuva 2.19** Lävistyskartio rakentamismääräyskokoelman mukaan [22, s.19]

Betonin lävistyskapasiteetti ilman erillistä leikkausraudoitusta lasketaan kaavan 2.70 mukaisesti

$$V_c = k\beta(1 + 50\rho)udf_{ctd}, \quad 2.70$$

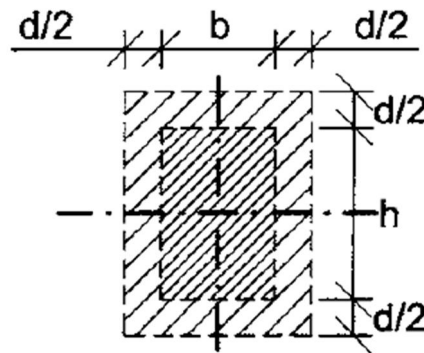
missä  $d$  on laatan tehollinen korkeus ja  $f_{ctd}$  on betonin mitoitusvetolujuus. [22, s. 19] Kertoimen  $k$  arvo vaihtelee kaavan 2.71 mukaisesti riippuen käytettävän betonin tiheydestä  $\rho_c$ :

$$k = \begin{cases} 1,6 - d [m] \geq 1, & \text{kun } \rho_c \geq 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ 1,0, & \text{kun } 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \leq \rho_c < 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ 0,85, & \text{kun } \rho_c < 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{cases} \quad 2.71$$

Yleisesti käytettävien betonien tiheys on yli  $2400 \text{ kg/m}^3$ , jolloin kaava ottaa huomioon laatan paksuuden vaikutuksen lävistyskapasiteettiin siten, että laatan paksuuden kasvaessa lävistyskapasiteetti pienenee. Laatan kumpaakin akselia kohtisuoraan olevien poikkileikkausten raudoitussuhteista  $\rho_x$  ja  $\rho_y$  saadaan laskettua suhteellinen teräsmäärä  $\rho$  kaavalla 2.72. Raudoitussuhde lasketaan poikkileikkauksessa, joka sijaitsee  $0,5d$  etäisyydellä tuen reunasta. Kaavaa käytettäessä tulee muistaa, että vedetyn pinnan raudat eivät saa olla ankkuroituna tässä poikkileikkauksessa. [22, s.19] Näin termi  $1+50\rho$  ottaa huomioon vetoterästen lävistyskapasiteettia kasvattavan vaikutuksen, mutta kuitenkin siten, että suhteellisen teräsmäärän maksimiksi on asetettu 8 ‰.

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0,008 \quad 2.72$$

Laskennassa käytetään pilarin reunasta  $0,5d$  etäisyydellä olevaa poikkileikkausta eli kriittistä leikkausta, kuvan 2.20 mukaisesti, jolloin  $A_u$  on leikkauksen rajoittaman alueen pinta-ala ja  $u$  on alueen piiri. [22, s. 19] Kuvan 2.20 mukaiselle pilarille kriittisen leikkauksen alueen piiri on  $u=2h+2b+4d$ . Pyöreälle pilarille se on  $u=\pi(D+d)$ , missä  $D$  on pyöreän pilarin halkaisija.

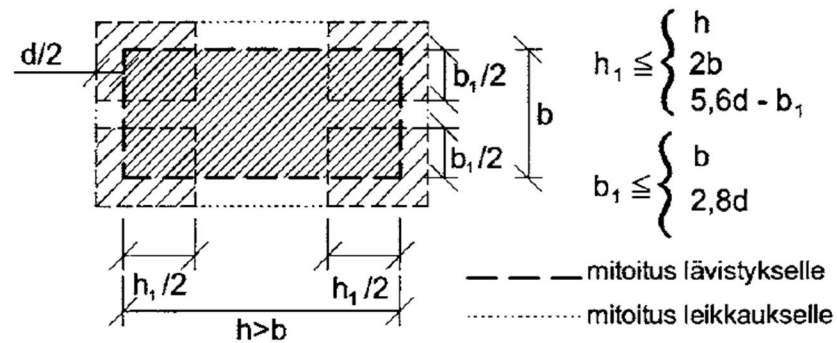


**Kuva 2.20** Laskennassa käytettävä laatan poikkileikkaus [22, s. 19]

Näiden suureiden avulla saadaan laskettua apusuure  $\beta$  kaavalla 2.73

$$\beta = \frac{0,40}{1 + \frac{1,5e}{\sqrt{A_u}}} \quad 2.73$$

Termi ottaa huomioon lävistysvoiman epäkeskisyyden heikentävän vaikutuksen laatan lävistyskapasiteettiin. Mikäli laattaa kannattelee suuri tuki, esimerkiksi iso pilari, tulee vain nurkat mitoittaa lävistykselle kuvan 2.21 mukaisesti. Edelleen koko poikkileikkaus mitoitetaan kuitenkin leikkaukselle. Mikäli tuki on pyöreä, mitoitetaan se leikkaukselle, jos sen halkaisija on suurempi kuin  $\geq 3,5d$ . [22, s. 19]



**Kuva 2.21** Laskennassa käytettävä laatan poikkileikkaus isolla tuella [22, s. 19]

Lisäksi Suomen rakentamismääräyskokoelman mukainen lävistysmitoitus sisältää ohjeistuksia tapauksiin, joissa tuki sijaitsee lähellä laatan reunaa, laatasta on reikiä tai jos laatasta käytetään leikkausraudoitusta.

### 2.3.3 ACI 318

Yhdysvalloissa noudatetaan rakenteiden mitoituksessa American Concrete Institute (ACI) antamia standardeja betonirakenteiden mitoituksesta. Julkaisussa ACI 318 Building code requirements for structural concrete and commentary [23] ohjeistetaan, miten lävistysmitoitus laatoille tehdään. Tämän ohjeistuksen mukaan kriittinen poikkileikkaus sijaitsee  $0,5d$  etäisyydellä pilarin reunasta, kuten Suomen rakentamismääräyskokoelmassakin. Leikkausraudoittamattomalle teräsbetonilaatalle lasketaan lävistyskapasiteetti seuraavan kaavan 2.74 avulla

$$V_{R,c} = \min \begin{cases} 0,17 \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \sqrt{f_c'} b_0 d \\ 0,083 \left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2\right) \sqrt{f_c'} b_0 d, \\ 0,33 \sqrt{f_c'} b_0 d \end{cases} \quad 2.74$$

missä  $d$  on laatan tehollinen korkeus,  $b_0$  on tarkistuspiirin pituus,  $f_c'$  on betonin lie-riöpuristuslujuuden ominaisarvo ja  $\beta_c$  on pilarin pidemmän ja lyhemmän sivun välinen suhde. Puristuslujuuden maksimiarvoksi on rajattu 69 MPa. Pyöreille pilareille kerroin  $\beta_c$  on yksi. Kerroin  $\alpha_s$  ottaa huomioon pilarin sijainnin laatan alueella. Laatan keskellä oleville pilareille sen arvo on 40, sivupilareille 30 ja nurkkapilareille 20. Tämän mitoitustavan mukaan lävistyskestävyys ei ole riippuvainen laatan teräsmäärästä. [23, kohta 11.12.2.1]

## 3 LÄVISTYMISEN KOLMIULOTTEINEN FEM-MALLINNUS

Mallinnettaessa laatan lävistymistä elementtimenetelmällä (FEM) täytyy kiinnittää huomiota mallin yksityiskohtiin. Käytettävien materiaalmallien, elementtityyppien sekä muiden mallinnuksessa käytettävien komponenttien tulee olla sellaisia, että ne soveltuvat lävistymisen mallintamiseen. Niiden tulee huomioida ne asiat, jotka lävistymisen kannalta ovat oleellisia ja niiden tulee toimia saumattomasti yhteen. Seuraavassa tutustutaan teoriatasolla niiden komponenttien taustoihin, joita työn FEM-mallinnusosiossa käytetään lävistymisen mallinnuksessa aina mallinnustavasta epälineaarisen laskennan asetuksiin asti.

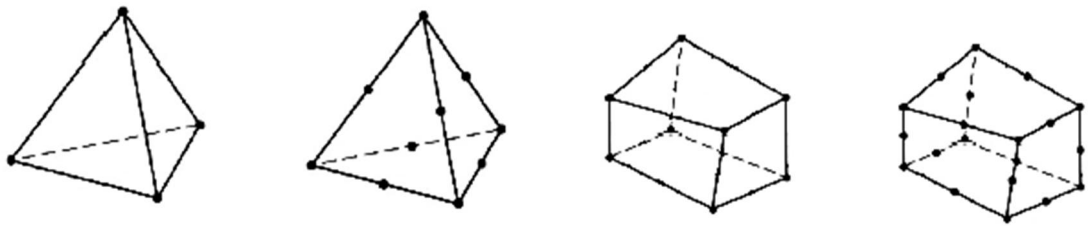
### 3.1 Laatan mallinnustavat ja elementtityypit

Laatan mallinnustavat eroavat toisistaan siinä, mallinnetaanko laatasta oleva betoni käyttäen kaksiulotteisia laattaelementtejä vai kolmiulotteisia solidielementtejä. Mikäli laatta mallinnetaan käyttämällä kaksiulotteisia elementtejä, on laatasta oleva elementtiverkko tasomainen. Kaksiulotteiset elementit ovat tällöin laattaelementtejä, jotka sisältävät tiedon laatan toiminnasta. Näin laatan paksuus otetaan huomioon, vaikka käytetäänkin kaksiulotteisia elementtejä. Laattaelementit eivät kuitenkaan kuvaa täydellisesti laatan toimintaa, vaan niihin on tehty yksinkertaistuksia käytettävän laattateorian mukaisesti. Suosituimpia laattateorioita, joihin laattaelementit voivat pohjautua ovat Kirchhoffin ja Reissnerin-Mindlinin laattateoriat. [24; 25, s. 7]

Lävistymistä mallinnettaessa erikoisvaatimuksena laattaelementille on, että se ottaa huomioon poikittaiset leikkausmuodonmuutokset, sillä ne ovat lävistymisen tapauksessa merkityksellisiä. Reissnerin-Mindlinin laattateorian mukainen laattaelementti ottaa rajoitetusti nämä leikkausmuodonmuutokset huomioon, kun taas Kirchhoffin laattateorian mukainen elementti ei tee sitä lainkaan. Reissnerin-Mindlinin laattateoria otaksuu laatan keskipinnan normaalien pysyvän suorina, mutta ei välttämättä kohtisuorassa deformatunutta laatan keskipintaa vastaan. [24, 26] Kaksiulotteisessa mallinnuksessa laatta jaetaan sen paksuussuunnassa ohuisiin kerroksiin, joiden sekaan laatan teräkset lisätään omina kerroksinaan. Tämän vuoksi voidaankin puhua kerroksellisesta mallinnustavasta. Mallinnustavan suurin etu on, että se vaatii huomattavasti vähemmän laskenta-aikaa ja tietokoneen kapasiteettia kuin kolmiulotteisilla elementeillä tapahtuva mallinnus, sillä kaksiulotteisissa elementeissä on usein vähemmän vapausasteita. Menetelmä sopii kuitenkin vain pääosin taivutetuille rakenteille, joten mikäli lävistystä halutaan tutkia, ei tämä menetelmä enää sovellu käytettäväksi. [24, 25] Nyrkkisääntönä laattaelementtien

käyttöön voidaan pitää, että mikäli kappaleen korkeuden suhde kappaleen lyhimmän sivun pituuteen on pienempi kuin  $1/10$ , voidaan kappale käsittää laattana ja käyttää sen mallintamisessa laattaelementtejä. Käytetyt elementit ovat usein isoparametrisiä kolmion tai nelikulmion muotoisia elementtejä ja lisäksi ne voivat olla kvadraattisia eli niissä voi olla solmu elementin jokaisen särmän keskellä.

Mikäli laatta mallinnetaan kolmiulotteisilla solidi- eli tilavuuselementeillä, on laatasta oleva elementtiverkko kolmiulotteinen. Kolmiulotteiset solidielementit ovat kaikista monipuolisimpia elementtejä, sillä ne mahdollistavat kaikenlaisten muotojen, kuormien, materiaaliominaisuuksien sekä reunaehtojen lisäämisen. Kolmiulotteinen mallinnus soveltuu hyvin massiivisille ja monimuotoisille rakenteille, sillä tällaisissa rakenteissa on usein monimutkainen kolmiulotteinen jännitys- ja venymätila, joka voidaan kolmiulotteisilla elementeillä mallintaa tarkasti. Nämä elementit ottavat huomioon koko jännitystilän eli kolme normaali- ja kolme leikkausjännitystä. Saadussa siirtymäkentässä on myös kolme komponenttia  $u$ ,  $v$  ja  $w$ . Käytettävät elementit ovat tällöin kolmiulotteisia usein heksaedrin, tetraedrin tai kiilan muotoisia elementtejä, joiden jokaisessa solmussa on kolme siirtymävapausastetta. Monimutkaisia muotoja mallinnettaessa käytetään useampisivuisia elementtejä, mutta yksikertaisissa rakenteissa pärjätään usein juuri heksaedrin, tetraedrin tai kiilan muotoisilla elementeillä. [27, s. 145] Elementti voi olla joko lineaarinen tai kvadraattinen. Linearisessa elementissä on solmu sen jokaisessa nurkassa, kun taas kvadraattisessa elementissä on nurkkasolmujen lisäksi solmu jokaisen elementin särmän keskellä. Kvadraattinen elementti mahdollistaa kaarevien ja monimutkaisten muotojen mallintamisen tarkemmin. Kaikki kolmiulotteiset elementit ovat pitkälti isoparametrisiä. Kuvassa 3.1 näkyy yleisimmät isoparametriset tetraedrin ja heksaedrin muotoiset elementit sekä lineaarisina että kvadraattisina. [27, s. 145, 150]



**Kuva 3.1** Yleisimmät 3D-elementit isoparametrisessä muodossa: neli- ja kymmenso-  
muinen tetraedri sekä kahdeksan- ja kaksikymmentäsolmuinen heksaedri [27, s. 150]

Kolmiulotteisilla elementeillä mallinnettaessa ongelmana voi olla laskennan pitkä kesto. Mikäli mallissa on paljon kolmiulotteisia elementtejä, on solmujen määrä ja samalla vapausasteiden määrä suuri, jolloin laskenta-aika pitenee huomattavasti verrattuna kaksiulotteiseen mallinnukseen, jossa vapausasteita on usein vähemmän. [27, s. 145] Käyttäjän tulee ennen mallintamistapapäätöksen tekemistä hahmottaa hyvin käytettävissä oleva laskentakapasiteetti ja -aika sekä miettiä tarkoin, vaatiiko mallinnus kolmiulotteisia elementtejä. Mikäli kolmiulotteisia elementtejä käytetään, laskenta-aikaa voidaan

lyhentää tietyillä mallissa ja laskennassa tehtävillä valinnoilla, joista esitetään lisää kapaleessa 3.5.

Laatassa olevan raudoituksen mallintamiseen on olemassa kolme eri mallinnustapaa, jotka ovat saatavilla useissa FEM-mallinnusohjelmistoissa. Raudoitustangot voidaan mallintaa joko yhtenäisenä kerroksena kaksiulotteisilla tasoelementeillä, yksittäisinä tankoina sauvaelementtien avulla tai palkkielementeillä. Kaikki tavat soveltuvat käytettäväksi sekä kaksi- että kolmiulotteisesti mallinnetun betonin kanssa. Yhtenäisenä kerroksena teräkset kannattaa mallintaa silloin, kun raudoitus on yksinkertainen ja säännöllinen. Tämä tulee kysymykseen, kun kaikki yhden kerroksen teräkset ovat samassa tasossa, ne ovat samankokoisia ja suorina. Mikäli raudoitus on monimutkaisempi, soveltuu sauvaelementeillä tehty mallinnus paremmin terästen mallinnukseen. Tällöin jokainen tanko mallinnetaan erikseen, jolloin on mahdollista mallintaa raudoista erikokoisia, niiden jako ja sijainti laatan paksuussuunnassa voi vaihdella ja lisäksi teräksen muoto voi olla monimutkainen. [25, s. 7, 9]

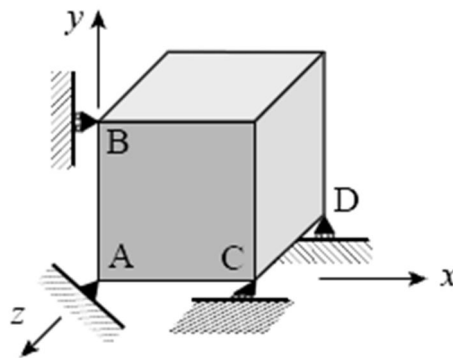
Mallinnettaessa teräkset yhtenäisenä kerroksena, käytetään elementtityyppinä kaksiulotteista elementtiä. Tällöin terästen elementit muodostavat kerroksen sille alalle, jossa teräkset laatas- ssa sijaitsevat. Yleensä elementit ovat joko kolmion tai neliön muotoisia kaksiulotteisia elementtejä. Mallinnettavan teräskerroksen tulee olla siinä tasossa laatas- sa, missä terästen keskipinta sijaitsee. Laskentaohjelmasta riippuen voi olla myös saatavilla elementtejä, joille voidaan ilmoittaa epäkeskisyys. Tällöin teräskerroksen elementtiverkko mallinnetaan laatan keskelle ja epäkeskisyyden avulla ilmoitetaan laskennalle, missä tasossa teräkset oikeasti sijaitsevat. Kummallakin tavalla mallinnetuille teräskerroksille annetaan ominaisuutena teräspinta-ala laatas- sen pituusyksikköä kohden sekä kulma missä teräkset kerroksessa ovat. Näin mallinnettuna terästen ajatellaan olevan teräskerros, jossa teräsmäärä on jakautuneena tasaisesti koko laatan alueelle. [25, s. 9,10]

Mallinnettaessa laatan teräkset yksittäisinä tankoina elementtityyppinä käytetään usein sauvaelementtiä, joka mallinnetaan siihen kohtaan rakennetta, missä terästanko sijaitsee. Sille annetaan ominaisuutena materiaaliominaisuuksien lisäksi teräksen poikkipinta-ala. Sauvaelementti kuvaa teräksen kolmiulotteisena, eikä se luonnollisestikaan ota vastaan taivutusta, vaan siihen syntyy ainoastaan aksiaalisia jännityksiä. [25, s. 9; 28, s. 4] Mallinnettaessa teräkset millaisella elementillä tahansa on ne erikseen kytkettävä betonin elementteihin tartunnan aikaansaamiseksi. Kytöntätapa riippuu pitkälti käytettävästä ohjelmistosta.

## 3.2 Tukiehdot

Tutkittaessa jonkin tietyn rakenteen toimintaa, kuten lävistymisen tapauksessa laatan ja siihen tukeutuvan pilarin toimintaa, täytyy rakenteelle määrittellä tukiehdot. Näiden tukiehtojen tulee olla mahdollisimman tarkasti samanlaiset kuin tutkittavassa rakenteessa, jotta rakenne toimisi tältä osin oikein. Tukiehtojen määrittäminen onkin yksi tärkeä vaihe mallin luomisessa, sillä väärillä tukiehdoilla voi rakenne toimia aivan toisella tavalla

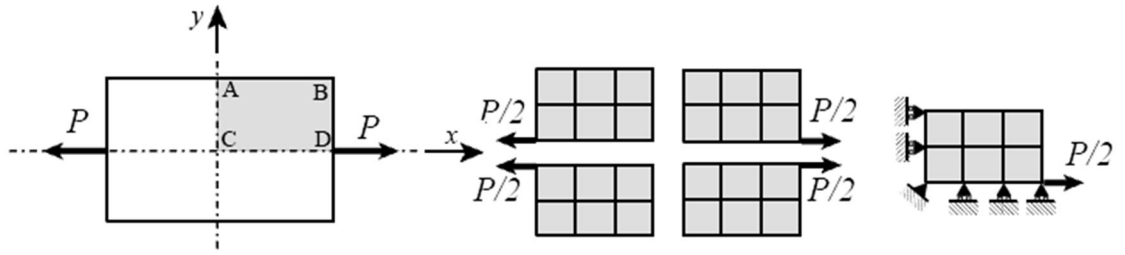
kuin miten sen pitäisi. Tukiehdot voivat olla esimerkiksi kinemaattisia, dynaamisia tai jousitukia. Tässä työssä tutkitaan kuitenkin vain kinemaattisia reunaehtoja, joilla pärjätään yleisesti suurimmassa osassa suunnittelutehtäviä ja myös tämän työn mallinnusosiossa. Tukiehtoja määritettäessä kerrotaan mitkä kuudesta vapausasteesta, eli kolmesta siirtymä- tai kolmesta kiertymävapausasteesta ovat sidottuja ja mitkä ovat vapaita. Kuvassa 3.2 on esitetty kolmiulotteinen kappale, jolle on määritelty reunaehdot kappaleen nurkissa. Tässä tapauksessa tukiehto keskittyy vain yhteen pisteeseen, mutta se voi vaikuttaa myös kappaleen yhdelle reunalle, kokonaiseen pintaan tai johonkin näiden väliin. [29, s. 11-12]



**Kuva 3.2** Kolmiulotteinen kappale tuettuna nurkistaan [29, s. 12]

Mikäli tutkittavasta rakenteesta mallinnetaan vain osa käyttäen hyödyksi rakenteen symmetriaa tai antisymmetriaa, täytyy reunaehtojen olla sellaiset, että rakenne toimii kuten kokonainenkin rakenne. Tällöin kappaleen symmetriareunoille tulee valita reunaehdot, joissa on lukittuna ne vapausasteet, jotka kokonaisessakin rakenteessa olisivat lukittuina. Oleellista on kuitenkin muistaa, että vaikka rakenne olisi symmetrinen tai antisymmetrinen, ei se yksistään riitä, vaan rakenteelle tulevan kuorman tulee myös olla symmetrinen tai antisymmetrinen. Kuvassa 3.3 on kaksiulotteinen laattarakente, jossa on vain tasojännitystila ja joka on symmetrinen sekä  $x$ - että  $y$ -akselin suhteen, niin geometrian kuin kuormankin puolesta. Tällöin riittää, että laatasta mallinnetaan vain yksi neljäsosa. Nyt symmetriareunoilla  $x$ -akselin suuntaiset reunapisteet eivät saa liikkua  $y$ -akselin suunnassa ja vastaavasti  $y$ -akselin suuntaiset pisteet eivät saa liikkua  $x$ -akselin suunnassa. Lisäksi  $z$ -akselin ympäri kiertymä on sidottava symmetriareunoja pitkin. Yhteen neljäsosalaataan tulee vaikuttaa vain puolikas siitä voimasta, joka vaikuttaa kokonaiseen laattaan ja sen tulee vaikuttaa samaan pisteeseen kuin alkuperäisenkin voiman. Näin neljäsosarakenteen reunaehdot vastaavat kokonaisen rakenteen tapausta ja neljäsosalaatta toimii kuten kokonainen laatta. Käytettävässä elementtiverkossa on vähemmän solmuja kuin kokonaisen rakenteen elementtiverkossa, jolloin laskenta-aika on huomattavasti lyhyempi. [29, s. 12-14]





*Kuva 3.3 Symmetrisen laatan yhden neljäsosan mallintaminen [29, s. 14]*

Mikäli rakenne, rakenteen tukiehdot ja siinä oleva kuorma on pyörähdyssymmetrinen riittää, että rakenteesta mallinnetaan vain halutun kokoinen sektori.

### 3.3 Materiaalimallit

Oikeanlaisten materiaalimallien valinnalla on tärkeä merkitys epälineaarisen FEM-mallin oikeanlaisen toiminnan varmistamisessa, mikäli kyseessä on rakenteen erikoistarkastelu. Seuraavassa käydään läpi erilaisia lävistymisen mallinnuksessa käytettävissä olevia yleisimpiä materiaalimalleja ja niiltä vaadittavia ominaisuuksia niin betonin kuin terästenkin mallinnuksessa.

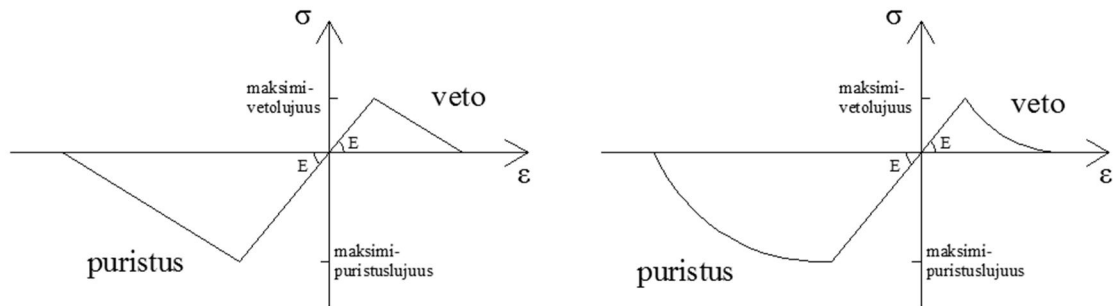
#### 3.3.1 Betonin mallinnuksessa käytettävät materiaalimallit

Betonin materiaalimallin oikea valinta on ensiarvoisen tärkeää onnistuneessa lävistymisen mallinnuksessa, sillä lävistys perustuu pitkälti betonissa tapahtuviin ilmiöihin. Betonin mallintamisen tekee vaikeaksi sen erilainen toiminta puristuksessa ja vedossa. Tämän vuoksi materiaalimallin tulee erottaa nämä kaksi tilannetta toisistaan. Lävistymisen kannalta oleellisinta on betonin oikeanlainen toiminta vedossa eli mallin tulee ottaa mahdollisimman tarkasti huomioon betonin halkeilu. Betonin puristuspuolen toiminnalle riittää likimääräisempi tarkastelu. Lisävaatimuksena materiaalimallille on, että sen tulee soveltua epälineaariseen mallinnukseen, sillä lävistymistä pystytään tarkasti mallintamaan vain epälinearisella analyysillä. [30, s. 1]

Betonin halkeilun mallinnustavan mukaan materiaalimallit voidaan jakaa kahteen eri kategoriaan. Toisessa menetelmässä betonin vetolujuuden ylittyessä betonin elementti-verkkoon syntyy oikeastikin halkeama ja tähän kohtaan eri puolille halkeamaa syntyy uudet solmut. Tämä vaatii sen, että ohjelma luo verkkoa uusiksi aina halkeaman edetessä. Toisessa tavalla betonin saavuttaessa vetolujuutensa verkko pysyy yhä ehjänä ja halkeaman kohdalla jännitys betonissa alkaa pienentyä hallitusti venymän kasvaessa. Jälkimmäistä menetelmää kutsutaankin hallitun halkeilun menetelmäksi. [30, s. 1] Sitä käytetään tässäkin työssä betonin vetopuolen mallinnuksessa. Betonin materiaalimalleissa on olemassa toki runsaamminkin erilaisia vaihtoehtoja, mutta tässä keskitytään nyt vain tämän työn FEM-mallinnuksessakin käytettävään materiaalimallityyppiin.

Useissa malleissa betoni käyttäytyy vedossa lineaarisesti maksimivetolujuuteensa asti kuvan 3.4 mukaisesti. Tällöin materiaalimallissa annetaan betonille parametreina

sen kimmokerroin, Poissonin vakio sekä maksimivetolujuus. Maksimivetolujuuden saavuttamisen jälkeen jännitys alkaa vähitellen pienentyä. Pienentyminen voi olla joko lineaarista kuvan 3.4 vasemman jännitys-venymäkäyrän mukaisesti tai eksponentiaalista oikean jännitys-venymäkäyrän mukaisesti. [30, s. 2-5]



**Kuva 3.4** Betonimateriaalimallien yleisimmät jännitys-venymäkuvaajien muodot

Jotta jännitys-venymäkäyrän laskeva osuus olisi betonin veto-ominaisuuksien mukainen, annetaan materiaalimallille usein parametrina laskevan osuuden kulmakerroin tai vetohalkeamaenergia, joka ottaa huomioon betonin haurauden ja siten halkeilun. Mikäli materiaalimallille annetaan vetohalkeamaenergia sekä karakteristinen pituus, muokkautuu vetopuolen jännitys-venymäkuvaajan laskeva osuus sellaiseksi, että vetopuolella jännitys-venymäkuvaajan alle jäävän alueen pinta-ala kerrottuna elementin karakteristisella pituudella vastaa betonin vetohalkeamaenergiaa. Näin materiaalimallista saadaan verkkoriippumaton. [3, s. 69-70; 30, s. 2-5] Edellä esitetty malli ottavaa huomioon vain materiaalin yksiaksiaalisen käyttäytymisen.

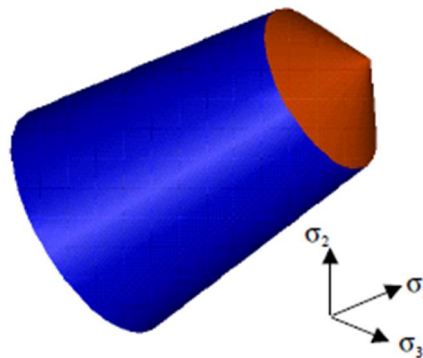
Lävistymisen tapauksessa betonin puristuksen mallintaminen ei ole pääroolissa, jolloin sen osalta riittää karkeampi mallinnus. Melkein aina betonille annetaan parametrina sen maksimilieriöpuristuslujuus, kimmokerroin sekä Poissonin vakio. Yleensä betoni mallinnetaan käyttäytymään lineaarisesti maksimipuristuslujuuteensa asti, kuvan 3.4 mukaisesti. Vaihtoehtoisesti betonin käyttäytyminen voi olla lineaarista vain tiettyyn rajaan asti, jonka jälkeen jännitys-venymäyhteys vaihtuu epälineaariseksi. Tyypillisillä betoneilla tämä raja on noin 30-40 % betonin maksimilieriöpuristuslujuudesta. [30, s. 2]

Maksimipuristuslujuuden saavuttamisen jälkeen betonin toiminta voidaan yleisesti mallintaa kolmella eri tapaa. Puristuslujuus voi pysyä maksimipuristuslujuuden suuruisena muodonmuutoksen kasvaessa. Vaihtoehtoisesti jännitys voi alkaa pienentyä joko lineaarisesti kuvan 3.4 vasemman jännitys-venymäkäyrän mukaisesti tai parabolisesti oikean jännitys-venymäkäyrän mukaisesti. Tällöin jännitys-venymäkuvaajan puristuspuolen tulee vastata betonin puristusmurtoenergiaa, kuten vedon vetohalkeamaenergiankin tapauksessa. Puristusmurtoenergia on kuitenkin vaikeasti määritettävä parametri betonille ja se pitää määrittää jokaiselle betonille erikseen. Suuruusluokaltaan se on yleisesti noin 100-500 kertaa halkeamaenergian suuruinen. Lisäksi on olemassa materiaalimalleja, joille jännitys-venymäkäyrän muodot voidaan asettaa tarkemmin, mutta

näiden käyttö vaatii käytettävästä betonista tarkkoja tutkimustuloksia, jotta saadut tulokset ovat tarkkoja. [30 s. 2]

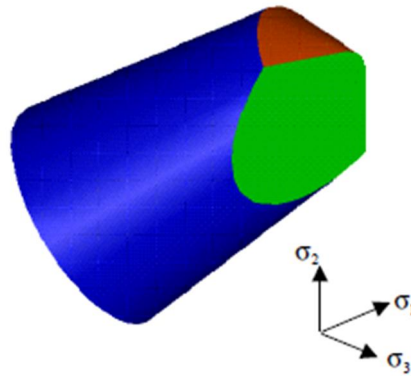
Useissa materiaalimalleissa materiaalia tutkitaan yksiakselisesti, jolloin materiaali käyttäytyy edellä esitettyjen jännitys-venymäkäyrien mukaisesti ja vertailusuurena ovat pääjännitykset. Tällöin esimerkiksi suurimman puristavan pääjännityksen saavuttaessa maksimipuristusjännityksen, alkaa jännitys pienentyä. Lisäksi on olemassa myös materiaalimalleja, jotka ottavat huomioon useampiakselisen jännitystilän.

Mikäli betonin toimintaa halutaan tutkia tarkemmin, ovat vaihtoehtoina materiaalmallit, jotka ottavat tarkemmin huomioon betonin kolmiakselisen jännitystilän, jolla on merkitystä etenkin materiaalin puristuspuolen toimintaan. Tällaiset mallit ottavat esimerkiksi huomioon sen, että betoni kestää puristusta paremmin, mikäli puristus on kaksiakselista tai jopa kolmiakselista. Seuraavassa kerrotaan tarkemmin Code\_Aster-ohjelmiston Drucker-Pragerin myötöehtoa käyttävästä BETON\_DOUBLE\_DP-materiaalimallista, jota tässä työssä tullaan käyttämään FEM-mallinnusosiossa materiaalimallina. Drucker-Pragerin-myötöehto sopii hyvin betonille, sillä se ottaa huomioon betonin erilaiset kestävyyydet puristuksessa ja vedossa. BETON\_DOUBLE\_DP-materiaalimalli on epälineaarinen materiaalimalli, joka perustuu plastisuusteoriaan ja joka soveltuu kolmiulotteisen jännitystilän mallintamiseen. Malli mahdollistaa myös lämpötilan muuttumisen huomioonottamisen betonissa. Malli perustuu Drucker-Pragerin-myötöehtoon sekä puristuksessa että vedossa. Materiaalimallin kolmiulotteinen myötöpinta on kuvan 3.5 mukainen kahdesta kartiosta koostuva kappale, jonka symmetria-akseli on suoran  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  suuntainen. [31, s. 5]



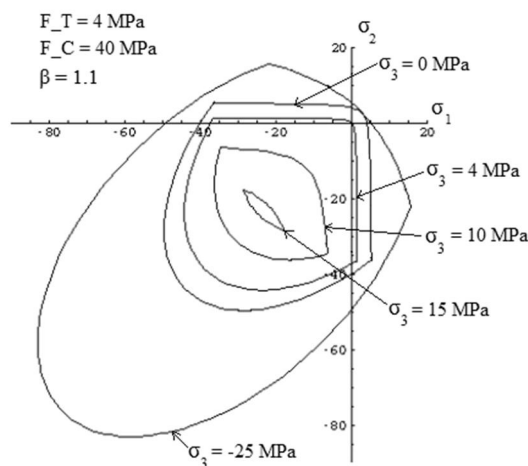
*Kuva 3.5 BETON\_DOUBLE\_DP- materiaalimallin myötöpinta [31, s. 6]*

Tasojännitystilassa myötöpinta on kaksiulotteinen taso, joka saadaan leikkaamalla edellä esitettyä kartiota tasolla. Kuvassa 3.6 kartiota on leikattu kolmannen pääjännityksen suuntaisella tasolla eli  $\sigma_3$  on ollut vakio. Näin saatu kaksiulotteinen myötöpinta näkyy kuvassa vihreällä. [31, s. 7]



**Kuva 3.6** Edellisessä kuvassa esitetty myötöpinta leikattuna tasolla, jossa  $\sigma_3$  on vakio (leikkauspinta näkyy vihreällä) [31, s. 7]

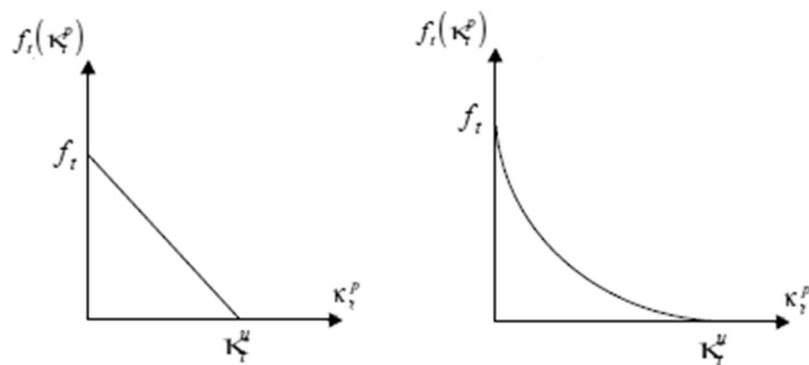
Kaksiulotteisen pinnan muoto riippuu siis siitä, mikä kolmannen pääjännityksen arvo on ollut. Kuvassa 3.7 on havainnollistettu, miten pinnan muoto muuttuu kolmannen pääjännityksen muuttuessa. Kuvassa käytetylle betonille yksiakiaalinen maksimiveto-  
lujuus on ollut 4 MPa ja puristuslujuus on ollut 40 MPa. Kaksi- ja yksiakiaalisen puristuksen väliseksi suhteeksi  $\beta$  on annettu 1,1. Kuvasta havaitaan, että mikäli kolmas pääjännitys on puristusta (kuvassa -25 MPa), sallii materiaalimalli huomattavasti enemmän puristusta muiden pääjännityksien suuntaan, kuin mikä on annettu yksiakiaalinen maksimipuristuslujuus. Kuvasta näkyy myös selvästi, että mikäli kolmas pääjännitys on nol-  
la eli rakenteessa on kaksiulotteinen tasojaännitystila, leikkaa pinta puristuspuolella akselit kohdassa -40 MPa ja vetopuolella 4 MPa, jolloin kyseessä on yksiakiaalinen jännitystila. [31, s. 14]



**Kuva 3.7** Kaksiulotteiset myötöpinnat eri  $\sigma_3$  arvoille [31, s. 15]

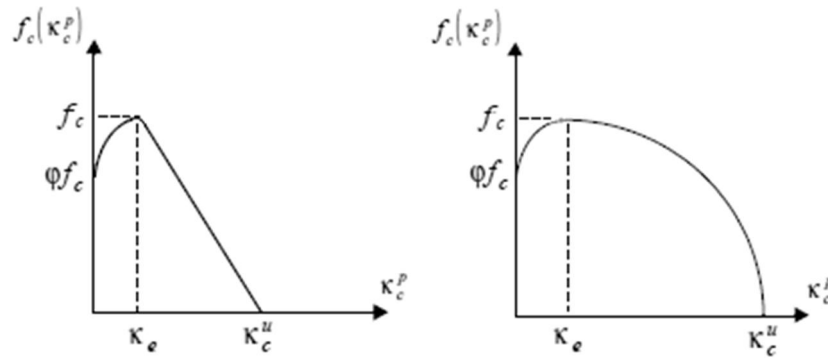
Materiaalimallille annetaan lähtötietoina betonin elastiset ominaisuudet, jotka ovat kimmokerroin  $E$  sekä Poissonin vakio  $\nu$ . Lisäksi lähtötietoina annetaan yksiakiaaliset lieriöpuristuslujuus  $F_C$ , vetolujuus  $F_T$  sekä kaksiakiaalisen ja yksiakiaalisen lieriöpu-

ristuslujuuksien suhde COEF\_BIAX. Betoni toimii vedossa lineaarisesti aina maksimivetolujuuden saavuttamiseen asti. Näiden parametrien lisäksi käyttäjä voi halutessaan valita betonille karakteristisen pituuden LONG\_CARA-parametrilla. Mikäli käyttäjä ei karakteristista pituutta erikseen anna, laskee ohjelma sen itse erikseen jokaiselle elementille. Maksimilujuuksien saavuttamisen jälkeisen jännitysten pienenemisen mallintamiseen vedossa annetaan parametreina betonin vetohalkeamaenergia ENER\_TRAC\_RUPT sekä lisäksi ECRO\_TRAC\_P\_PIC-parametrin avulla lineaarinen (LINEAIRE) tai eksponentiaalinen (EXPONENT) pieneneminen. Näiden parametrien avulla materiaalimallin vetopuolen jännitys-venymäkäyrän laskeva osuus saadaan säädettyä siten, että se vastaa käytettävän betonin veto-ominaisuuksia. Kuvassa 3.8 näkyy vetojännityksen pieneneminen vedossa plastisen venymän  $\kappa^p$  funktiona, vasemmalla lineaarisesti ja oikealla eksponentiaalisesti. Edellä esitetty plastinen venymä vedossa on materiaalimallin sisäinen parametri. [31, s. 20-21; 32, s. 66-67]



**Kuva 3.8** Vetojännityksen pieneneminen lineaarisesti (vasen) tai eksponentiaalisesti (oikea) plastisen venymän funktiona [31, s. 20-21]

Puristuksessa jännitys-venymäkäyrän muoto on aluksi lineaarinen, kunnes saavutetaan käyttäjän määrittämä raja (COEF\_ELAS\_COMP,  $\varphi$ ), jonka jälkeen yhteys on epälineaarinen maksimipuristuslujuuden saavuttamiseen asti. Maksimilujuuksien saavuttamisen jälkeisen jännitysten pienenemisen mallintamiseen puristuksessa annetaan parametreina betonin puristusmurtoenergia ENER\_COMP\_RUPT sekä lisäksi ECRO\_COMP\_P\_PIC-parametrin avulla lineaarinen (LINEAIRE) tai parabolinen (PARABOLE) jännityksen pieneneminen. Näiden parametrien avulla materiaalimallin puristuspuolen jännitys-venymäkäyrän laskeva osuus saadaan säädettyä siten, että se vastaa käytettävän betonin puristusominaisuuksia. Kuvassa 3.9 näkyy jännityksen pieneneminen puristuksessa plastisen venymän  $\kappa^p$  funktiona, sekä lineaarisesti että parabolisesti. Huomioitavaa on, että plastinen venymä puristuksessa alkaa kasvaa jo ennen maksimipuristuslujuuden  $f_c$  saavuttamista. Edellä esitetty plastinen venymä puristuksessa on myös materiaalimallin sisäinen parametri. [31, s. 20-21; 32, 66-67]

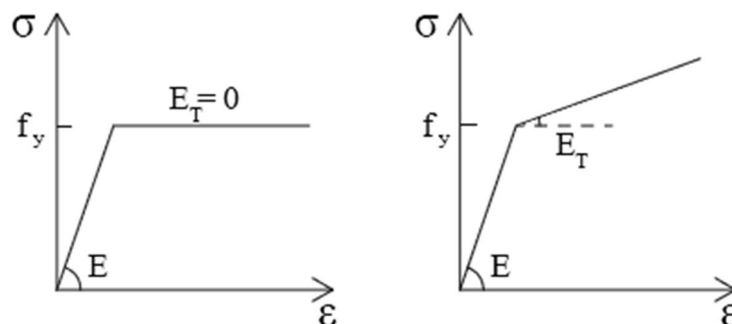


**Kuva 3.9** Puristusjännityksen pieneneminen lineaarisesti (vasen) tai parabolisesti (oikea) plastisen venymän funktiona [31, s. 19-20]

Lisäksi materiaalimallille on mahdollisuutena antaa materiaaliparametrit lämpötilasta riippuvina, mutta sitä ei käsitellä tämän työn puitteissa.

### 3.3.2 Raudoituksen mallinnuksessa käytettävät materiaalimallit

Raudoituksessa käytettävän kuumavalssatun harjateräksen jännitys-venymäkäyrässä havaitaan kolme vaihetta, jotka ovat lineaarisesti kimmoinen vaihe, myötövaihe sekä myötölujittumisvaihe. Harvoin teräksen materiaalimallilta vaaditaan näin tarkkaa teräksen toiminnan mallintamista, jolloin riittää että teräksen toiminta mallinnetaan bi-lineaarisenä. Etenkin lävistymisen tapauksessa teräksen mallinnukseen riittää juuri bi-lineaarinen materiaali malli, sillä lävistymisessä laatan toimintaan vaikuttaa enemmän betonin ominaisuudet. Vaihtoehtoina teräksen bi-lineaarisisissa materiaalimalleissa on usein ideaaliplastinen ja lineaarisesti myötölujittuva materiaali malli. Alla olevan kuvan 3.10 mukaisesti ennen teräksen myötölujisuuden  $f_y$  saavuttamista teräs toimii lineaarisesti kimmoisesti Hooken lain mukaisesti kummassakin materiaali mallissa. Tämän jälkeen ideaaliplastisessa materiaali mallissa jännitys pysyy vakiona teräksen muodonmuutoksen kasvaessa ja lineaarisesti myötölujittuvassa mallissa teräksen jännitys kasvaa lineaarisesti muodonmuutoksen kasvaessa, mutta eri kulmakertoimella  $E_T$  kuin lineaarisesti kimmoisessa vaiheessa. [33 s. 42]



**Kuva 3.10** Ideaaliplastinen (vasen) ja lineaarisesti myötölujittuva (oikea) materiaali malli

Useista materiaalimalleista on olemassa sekä isotooppisia että kinemaattisia muokauslujittumisen malleja. Näiden erona on se, että muokauslujittumisessa isotrooppisesti käyttäytyvä materiaali toimii samalla tavalla sekä puristuksessa että vedossa plastisen muodonmuutoksen aikana, kun taas muokauslujittumisessa kinemaattisesti toimiva materiaalimalli käyttäytyy plastisen muodonmuutoksen aikana erilailla puristuksessa ja vedossa. Lävistymistä tutkittaessa teräksen muokauslujittumismekanismeilla ei kuitenkaan ole merkitystä, sillä tällöin tutkitaan vain tasaisesti kasvavaa kuormaa, jolloin teräkseen syntyy yhden tutkimuksen aikana vain puristusta tai vetoa ja tällöin teräksen kuormitushistorialla ei ole merkitystä. Lisäksi materiaalimalli voi olla joko lineaarinen tai epälineaarinen. Linearisessa materiaalimallissa plastinen vaihe on lineaarinen, kuten kuvan 3.10 mukaisissa malleissa ja epälinearisessa materiaalimallissa plastinen vaihe on epälineaarinen, jolloin jännitys-venymäyhteys ei ole lineaarinen, vaan se voi olla esimerkiksi parabolinen. [34, s. 10-13]

### 3.4 Epälineaarinen laskenta

Suuri osa FEM-laskennalla tehdyistä analyyseistä on lineaarisia. Linearisessa analyysissä muodonmuutokset otaksutaan pieniksi ja materiaalit käyttäytyvät kimmoisesti, jolloin tuntemattomat suureet voidaan ratkaista suoraan yhtälöstä 3.1

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{U}, \quad 3.1$$

missä  $\mathbf{F}$  on rakenteen voimavektori,  $\mathbf{K}$  on rakenteen jäykkyyssmatriisi ja  $\mathbf{U}$  on rakenteen siirtymävektori. Lineaarisen analyysin käyttö edellyttää usein rakenteen toiminnan yksinkertaistamista. Mikäli rakenteelle halutaan tehdä erikoistarkastelu eli tutkia tarkemmin jonkun rakenteessa olevan ilmiön vaikutuksia tai muuten vain tarkasti tutkia rakenteen kokonaisvaltaista toimintaa, tämä ei kuitenkaan ole mahdollista. Tällöin käytetään epälineaarista analyysiä, jossa voidaan huomioida materiaalien, geometrian tai reunaehtojen epälineaarisuus tai näiden yhdistelmät. Täten saadaan paremmin todellisuutta vastaavia tarkempia laskentatuloksia. [35]

Epälineaarisen materiaalin jännitys-venymäkäyrä on jossakin kuormitusvaiheessa epälineaarinen tai vaihtoehtoisesti jännitys-venymäkäyrä on riippuvainen materiaalin kuormitushistoriasta. Tällainen materiaali on esimerkiksi teräs. Teräksen saavuttaessa myötörajansa se alkaa plastisoitua, jolloin teräksen venymän ja jännityksen välinen yhteys ei enää ole lineaarinen. Lisäksi teräksellä havaitaan hystereesi-ilmiötä, jonka vuoksi jännitys-venymäyhteys on riippuvainen materiaalin kuormitushistoriasta. Geometrisesti epälinearisessa rakenteessa on niin suuria siirtymiä tai kiertymiä, että niitä ei voida arvioida oikein alkuperäisellä jäykkyyssmatriisilla, vaan rakenteen laskentamallissa täytyy ottaa huomioon siirtymien vaikutus rakenteen kuormitukseen ja toisinpäin. Mikäli kappaleessa on reunaehtojen epälineaarisuutta, tarkoittaa se, että reunaehdot muuttuvat analyysin aikana. Tällainen on yleistä esimerkiksi kontaktitapauksissa tai tapauksissa, joissa rakenteessa mallinnetaan kappaleiden välistä vuorovaikutusta. Kontaktitapauk-

sessä rakenteen siirtyminen tiettyyn suuntaan estyy kontaktin syntyessä, jolloin rakenteen siirtyminen siihen suuntaan estyy tai se vaatii enemmän voimaa. [35, 36]

Epälineaarisisä analyysissä siirtymävektoria ei enää voida ratkaista suoraan jäykkymatriisista ja voimavektorista, sillä jäykkymatriisi  $\mathbf{K}$  on riippuvainen siirtymävektorista  $\mathbf{U}$ , voimavektorista  $\mathbf{F}$  tai molemmista yhtälön 3.2 mukaisesti [35, s. 3]

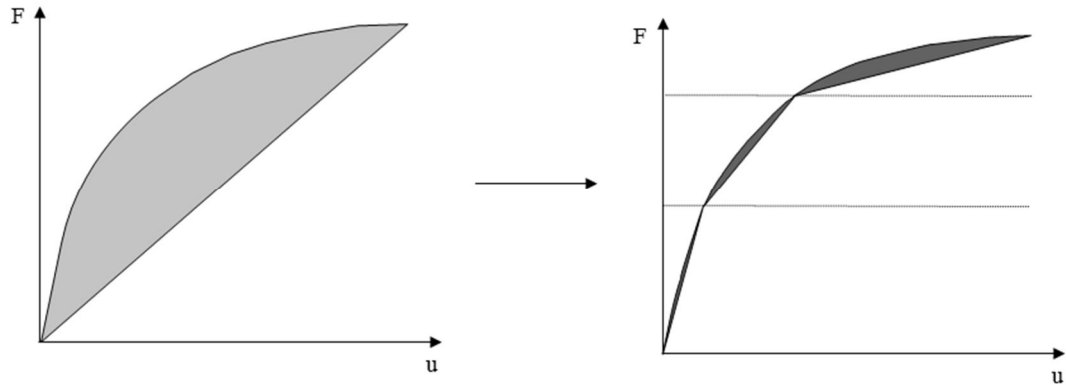
$$\mathbf{K} = \mathbf{f}(\mathbf{U}, \mathbf{F}). \quad 3.2$$

Epälineaarinen tapaus voidaan kuitenkin ratkaista joko inkrementaalisella tai iteratiivisella menetelmällä tai näiden yhdistelmällä. Staattisessa tapauksessa etsitään tilanne, jossa rakenteelle annetut ulkoiset kuormat  $\mathbf{F}_{ext}$  ja rakenteessa olevat sisäiset voimat  $\mathbf{F}_{int}$  ovat tasapainossa. Tasapaino riippuu yhtälön 3.3 mukaisesti siirtymästä  $u$  [36, s. 20]

$$\{\mathbf{F}_{int}(u)\} - \{\mathbf{F}_{ext}(u)\} = \{0\}. \quad 3.3$$

Inkrementteillä epälineaarista ongelmaa ratkaistaessa jaetaan laskenta kuormitusparametrin inkrementteihin. Tällöin ratkaisu perustuu todellisen voima-siirtymäkäyrän paloittaiseen lineaariseen approksimointiin. Inkrementtien avulla rakenteeseen lisättävä kuorma  $F$  jaetaan osiin ja näin kuormaa lisätään pienissä osissa  $\Delta F_i$  rakenteelle, kunnes lopullinen kuorma  $F$  saavutetaan. Mikäli tutkittava kuorma rakenteelle on esimerkiksi  $F = 200 \text{ kN}$  ja se jaetaan kahteenkymmeneen inkrementtiin, lisää laskenta  $\Delta F_i = 10 \text{ kN}$  kuormaa jokaisella inkrementillä. Lisäämällä kuormitusparametria pienissä osissa rakenteelle ongelma on helpompi ratkaista, sillä inkrementoinnin avulla pystytään materiaalin ja reunaehtojen epälineaarisuus huomioimaan tarkemmin, koska yhdellä inkrementillä epälineaarisuus on pienempää ja tasapainon löytyminen helpompaa ja täten saatu tulos on tarkempi. [35; 36 s. 24] Kuvassa 3.11 vasemmalle rakenteelle on lisätty kuorma yhdellä inkrementillä. Tällöin epälineaarisuus yhdellä inkrementillä on suurta, kun taas oikealla olevassa kuvassa kuorma on lisätty kolmella inkrementillä. Tällöin jokaisella kuorman lisäyksellä epälineaarisuus on pienempää ja saatu tulos on tarkempi. Inkrementaalisessa ratkaisussa rakenteen tangenttimatriisi päivitetään jokaisen inkrementin lopuksi ja sitä käytetään koko seuraavan inkrementin ajan, jolloin laskenta on lineaarinen inkrementin sisällä. Edellä esitetty esimerkki on ollut voimaohjattu, jolloin inkrementoitava suure on ollut voima. Mikäli laskenta halutaan toteuttaa siirtymäohjattuna, voidaan myös rakenteelle annettava siirtymä inkrementoida.





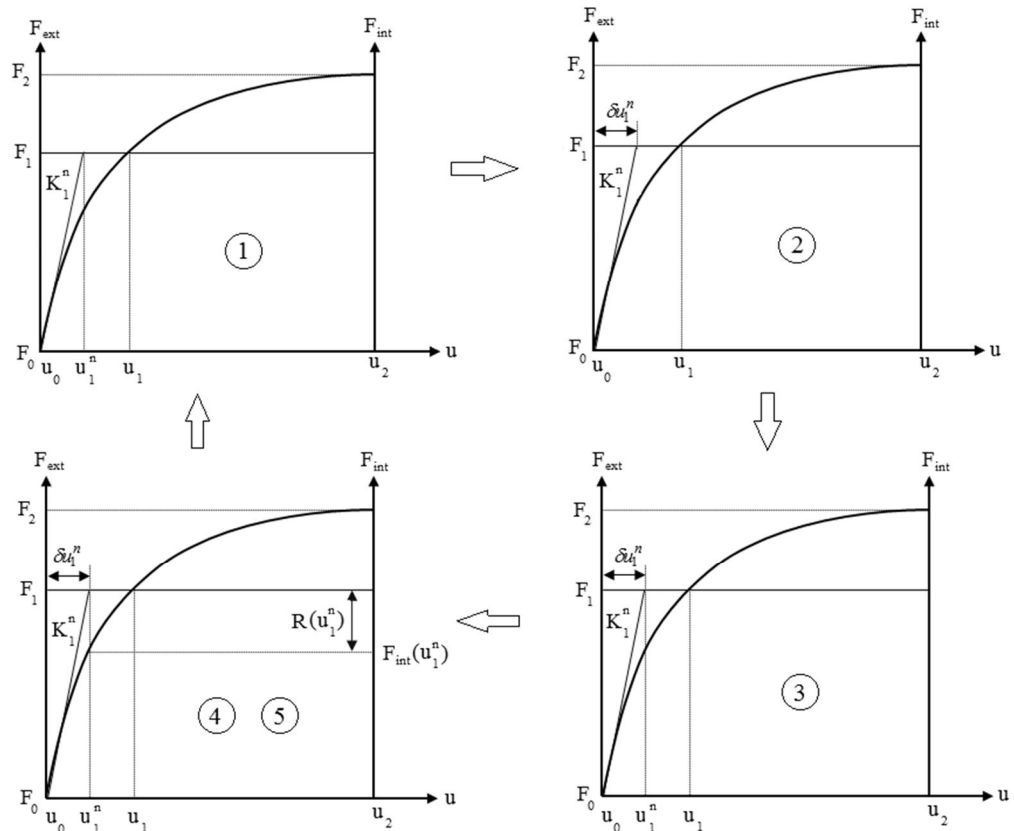
**Kuva 3.11** Kuorman lisääminen yhdellä tai kolmella inkrementillä [36, s. 24]

Iteratiivinen ratkaisu perustuu usein Newtonin-Raphsonin numeeriseen epälineaariin yhtälöryhmän ratkaisumenetelmään, jossa kuorma laitetaan vaikuttamaan rakenteeseen yhdellä kertaa. Jäykkyysmatriisi päivitetään aina iterointikierrosten välissä, jolloin tasapainoyhtälö on lineaarinen yhden kierroksen ajan. Tällä menetelmällä jokaisella iterointikierröksellä ei saavuteta tasapainoa, jolloin rakenteeseen jää jäännösvoimaa  $\mathbf{R}_{i-1}$ . Jokaisella iterointikierröksellä lasketaan kaavan 3.4

$$\mathbf{R}_{i-1} = \mathbf{K}_{i-1} \Delta \mathbf{U}_i \quad 3.4$$

mukaisesti edellisen kierroksen jäykkyysmatriisin avulla siirtymille inkrementti  $\Delta \mathbf{U}_i$ , missä  $i$  on iterointikierroksen numero. Iterointia jatketaan, kunnes jäännösvoima on pienempi kuin suppenevuusehdossa annettu sallittu arvo. Vaihtoehtoisesti jäykkyysmatriisi voidaan päivittää vain tietyin välein tai käyttää samaa jäykkyysmatriisia koko laskennan ajan. Iterointiprosessista ja päivittämisestä esitetään lisää myöhemmin yhdistetyssä menetelmässä.

Yhdistetyssä epälineaarisessa iteratiivisessa ja inkrementaalissa laskennassa rakenteelle lisätään kuormitusta pienissä erissä ja jokaisen lisäyksen jälkeen rakenteelle haetaan tasapainotila iteroinnin avulla. Iterointi voidaan jakaa viiteen vaiheeseen, jotka kullakin iterointikierröksellä suoritetaan. Näitä vaiheita ovat tangenttimatriisin määrittäminen, lineaarisen systeemin ratkaiseminen, siirtymien päivittäminen, sisäisten ja ulkoisten voimien laskeminen sekä saadun tuloksen konvergoituvuuden eli suppenemisen tarkastaminen. Kuvassa 3.12 on esitetty näiden viiden peräkkäisen vaiheen muodostama sykli, joka toistetaan jokaisella iterointikierröksellä. [36, s. 28-47]



**Kuva 3.12** Iterointisykli [36, s. 38]

Kuvan 3.12 laskenta on jaettu kahteen inkrementtiin. Laskenta lähtee liikkeelle vaiheesta 1, jossa voimasta  $F_0$  ja siirtymästä  $u_0$  rakenteen alkutilasta ennen kuormitusta lasketaan tangenciaalinen jäykkyyismatriisi  $K_1^n$  iterointikierröksellä  $n$  ja inkrementillä 1. Matriisi on tangenciaalinen, sillä sen mukainen siirtymä on todellisen voima-siirtymäkäyrän tangentin suuntainen. [36, s. 34] Tämän jälkeen vaiheessa 2 ratkaistaan yhtälö 3.5, josta saadaan siirtymän muutos  $\delta u_1^n$ . [36, s. 35]

$$K_1^n \delta u_1^n = F_1 - F_0 \rightarrow \delta u_1^n \quad 3.5$$

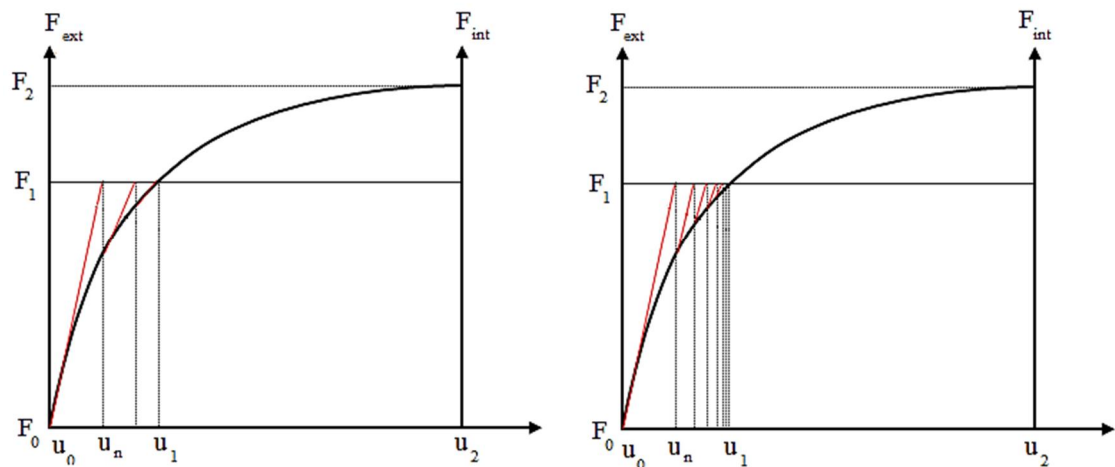
Vaiheessa 3 tämän siirtymän muutoksen avulla saadaan ratkaistua uusi siirtymä  $u_1^n$  yhtälöstä 3.6 [36, s. 36]

$$u_1^n = u_1^{n-1} + \delta u_1^n. \quad 3.6$$

Uuden siirtymän avulla saadaan laskettua sisäinen voima  $F_{int}(u_1^n)$ . Ulkoinen voima on tässä tapauksessa tällä inkrementillä vaikuttava voima  $F_1$ . Kun sisäiset ja ulkoiset voimat ovat selvillä, voidaan vaiheessa 5 arvioida konvergoivatko tulokset riittävästi. Mikäli sisäisten ja ulkoisten voimien erotus eli jäännösvoima  $R(u_1^n)$  tai erotus edelliseen ulkoiseen voimaan nähden on pienempi kuin suppeneuusehdossa annettu sallittu arvo, voidaan siirtyä laskemaan seuraavaa inkrementtiä tai lopettaa laskenta, mikäli haluttu

kuorma on jo saavutettu. Mikäli suppenevuusehto ei täyty, jatketaan iterointia edelleen ja edellä esitetty iterointisykli suoritetaan uudelleen, kunnes riittävä konvergointi toteutuu tai käyttäjän määriteltävissä oleva iterointikierrosten maksimimäärä yhden inkrementin aikana saavutetaan. Mikäli iterointikierrosten maksimimäärä saavutetaan voidaan laskenta päättää tai inkrementtiä voidaan alkaa pienentää, jotta riittävä konvergoituvuus saavutettaisiin. [36, s. 37-39]

Tangenttimatriisi voidaan päivittää monella tavalla. Perinteisessä Newtonin menetelmässä matriisi päivitetään jokaisella iteraatiokierroksella uudelleen, jolloin suoran kulmakerroin muuttuu jokaisella kierroksella kuvan 3.13 vasemman puolen mukaisesti. Tällöin laskenta konvergoi nopeasti, mutta jokainen iteraatio kestää pidempään jäykkymatriisin uudelleen laskemisen vuoksi. Modifioiduissa Newtonin menetelmissä jäykkymatriisia ei päivitetä välttämättä jokaisella iterointikierröksellä. Alussa lasketua jäykkymatriisia voidaan käyttää koko laskennan ajan, matriisi voidaan päivittää vain jokaisen inkrementin alussa tai vaihtoehtoisesti vain joka  $i$ :nnellä iterointikierröksellä. Tällöin laskenta kestää lyhyemmän aikaa, mutta vastaavasti iterointikierröksia tarvitaan enemmän. Kuvassa 3.13 oikealla jäykkymatriisia ei päivitetä jokaisella iterointikierröksellä, jolloin punaisella merkittyjen suorien kulmakerroin pysyy vakiona. [35, s. 25-26; 36, s. 39]



**Kuva 3.13** Jäykkymatriisi voidaan päivittää jokaisella iterointikierröksellä (vasen) tai harvemmin (oikea) [36, s. 39]

Eri laskentaparametrien vaikutusta laskenta-aikaan käsitellään tarkemmin seuraavassa kappaleessa 3.5.

### 3.5 Laskenta-aikaan vaikuttavat asiat

Epälineaarisen laskennan ongelmana on usein laskennan pitkä kesto suunnittelun etenemisen kannalta. Laskenta-aikaa pystyy kuitenkin säästämään erilaisilla mallinnuksissa tehtävillä valinnoilla ilman, että saatujen tulosten luotettavuus kärsii.

Mallinnuksessa ensimmäinen vaihe on rakenteen mallin geometrian luominen. Rakenteen geometrian suunnitteluun kannattaa käyttää runsaasti aikaa, sillä geometriaan tehtävillä yksinkertaistuksilla voidaan laskenta-aikaa lyhentää huomattavasti. Tämä johtuu siitä, että mitä yksinkertaisempi mallin geometria on, sitä vähemmän elementtejä on ja tätä kautta laskenta-aika on lyhyempi. Yksi huomattava yksinkertaistus rakenteeseen on sen symmetrian ja antisymmetrian hyödyntäminen. Yhden akselin suhteen symmetrisen tai antisymmetrisen rakenteen tapauksessa riittää, että rakenteesta mallinnetaan puolet, jolloin laskenta-aika vähintäänkin puolittuu. Jos rakenne on kahteen kertaan symmetrinen tai antisymmetrinen, riittää vain yhden neljäsosan mallintaminen ja näin laskenta-aika on alle yksi neljäsosa verrattuna koko rakenteen mallinnukseen. Näissä tapauksissa tulee kuitenkin muistaa, että myös rakennetta kuormittavan kuorman sekä reunaehtojen tulee olla symmetrisiä tai antisymmetrisiä eli pelkkä geometrian symmetrisyys ei riitä. Pyörähdyssymmetriselle rakenteelle riittää, että rakenteessa mallinnetaan vain sektori, joka pienentää laskenta-aikaa tehokkaasti. Mikäli symmetriaa hyödynnetään rakenteen mallintamisessa, tulee tarkasti miettiä rakenteen reunaehdot, jotta rakenne toimii samalla tavalla kuin kokonainen rakenne olisi toiminut. [29]

Jo geometriaa suunniteltaessa tulee miettiä millaisilla elementeillä mallinnus tehdään. Pääsääntönä voidaan pitää, että mallinnus kannattaa tehdä aina elementeillä, joissa on mahdollisimman vähän vapausasteita, sillä mitä vähemmän siinä on vapausasteita, sitä nopeampi laskenta on. Esimerkiksi ohut laatta tai kuorimainen rakenne, voidaan mallintaa käyttämällä kaksiulotteisia elementtejä, joissa on vähän vapausasteita verrattuna vastaaviin kolmiulotteisiin elementteihin.

Kun geometria on luotu, verkotetaan rakenne. Elementtiverkon tulee olla riittävän tiheä, jotta saadut tulokset ovat luotettavia. Mitä tiheämpi verkko rakenteeseen laitetaan, sitä enemmän rakenteessa on solmuja ja sitä kautta vapausasteita, jolloin laskenta kestää pidempään. Etukäteen onkin jo hyvä arvioida missä osassa rakennetta tulee olemaan tutkittavan ilmiön kannalta kriittiset kohdat jännityksien, taipumien tai muiden kiinnostavien suureiden suhteen, jotta näihin kohtiin voidaan luoda tiheämpi verkko tarkempien tulosten aikaansaamiseksi. Kun rakennetta aletaan verkottaa, on aluksi hyvä tutkia rakenteen toimintaa karkealla elementtiverkolla, jolloin tuloksista nähdään, että malli toimii oikealla tavalla, mutta silti laskenta-aika on lyhyt. Vasta lopullisia tuloksia laskettaessa käytetään tarkempaa ja tiheämpää verkkoa.

Elementit voivat olla joko lineaarisia tai kvadraattisia. Kvadraattiset elementit soveltuvat kaareville pinnoille, sillä ne sisältävät keskisolmun elementin jokaisen särmän keskellä. Täten niissä on enemmän solmuja, kuin vastaavissa lineaarisissa elementeissä, joten laskenta-aika pitenee. Toisaalta käytettäessä kaarevien pintojen mallinnuksessa kvadraattisia elementtejä voidaan elementtiverkko tehdä harvemmaksi, kuin mikäli vastaava rakenne olisi mallinnettu lineaarisilla elementeillä, jotta päästään yhtä tarkkoihin tuloksiin. Laskentaa tehdessä onkin tämän vuoksi hyvä vertailla, kummalla tavalla laskenta-aika on lyhyempi.

Mallin laskenta kannattaa mahdollisimman pitkään pitää lineaarisena ja pala palalta alkaa muuttaa sitä epälineaariseksi. Tällöin käyttäjä varmistuu nopeilla lineaarisilla las-

kelmilla mallin toimimisesta ja mallia pystyy hiomaan ominaisuus kerrallaan toimivaksi ennen laskennan epälineaariseksi muuttamista ja täten laskenta-ajan pitenemistä.

Epälineaarinen laskenta vaatii runsaasti erilaisia parametreja, joita säätämällä voidaan vaikuttaa laskennan kestoön. Laskennan kestoön suuri vaikutus on käytetyllä inkrementillä tai inkrementin koolla. Mitä pienemmäksi inkrementti asetetaan, sitä tarkempia ovat saadut tulokset. Tämän seurauksena laskenta kestää kuitenkin huomattavasti pidempään. Siksi laskenta kannattaakin aluksi tehdä suuremmilla inkrementillä ja vasta lopulliset tulokset kannattaa laskea pienemmillä inkrementillä. Lisäksi laskennalle määritetään suppenevuusehto, jonka täytyessä laskenta siirtyy seuraavaan inkrementtiin tai päättyy. Laskennan suppenevuusehtoa voi myös helpottaa, jolloin laskenta kestää vähemmän aikaa, sillä laskennan ei tarvitse iteroida tulosta niin tarkaksi kuin alkuperäinen suppenevuusehto vaatii. Tämän muuttamisessa tulee olla kuitenkin tarkkana, sillä mikäli suppenevuusehto on liian löysä, voidaan laskennasta saada tuloksia, jotka eivät ole luotettavia. Laskennalle pystytään myös määrittämään kuinka usein laskennassa lasketaan Newtonin-Raphsonin menetelmän mukainen jäykkyyismatriisi. Mikäli laskenta tehdään jokaisella iteroinnilla, kestää laskenta huomattavasti kauemman, koska jäykkyyismatriisin muodostaminen ja yhtälöryhmän ratkaiseminen on hidas operaatio. Toisaalta tällöin saatu tulos on tarkempi. Mikäli matriisia ei lasketa uudelleen jokaisella iterointikierröksellä, on laskenta nopeampi, mutta vastaavasti tulos on epätarkempi.

Yhteenvetona voidaan sanoa, että mallista kannattaa tehdä aina mahdollisimman yksinkertainen. Mallin toiminta kannattaa varmistaa mahdollisimman karkealla mallilla, jolloin laskenta-aika on lyhyt. Vasta lopulliset tulokset kannattaa laskea monimutkaisemmalla mallilla, jossa muun muassa elementtiverkko on tiheämpi ja malli on epälineaarinen. Käyttäjän tulee kuitenkin koko ajan pitää mielessä, että mallin laskenta-aikaa lyhentäviä toimenpiteitä ei saa tehdä tulosten luotettavuuden kustannuksella.

## 4 LABORATORIOKOKEEN JA FEM-LASKENNAN VERTAILU

Tässä kappaleessa verrataan laboratoriossa tehdyn teräsbetonilaatan lävistyskokeen tuloksia vastaavan laatan FEM-mallinnuksesta saatuihin tuloksiin. Laboratoriotulokset on saatu laatan lävistystä käsittelevästä tutkimuksesta, joka on tehty Teknillisessä korkeakoulussa ja josta on saatavilla laaja dokumentaatio [37] sekä diplomityö [7]. Vastaava laatta mallinnetaan työssä myös Code\_Aster-ohjelmistolla. Kun laboratorionkokeesta ja FEM-laskennasta saatuja tuloksia verrataan keskenään, saadaan selville toimiiko FEM-mallinnettu laatta samalla tavalla, miten laatta todellisuudessaakin käyttäytyy. Tämän pohjalta voidaan arvioida, soveltuuko epälineaarinen FEM-mallinnus lävistymisen tutkimiseen rakennesuunnittelua tehtäessä. Kappaleen aluksi kerrotaan millainen laboratorionkoe on ollut ja miten mallinnus on tehty Code\_Aster-ohjelmistolla. Tämän jälkeen kerrotaan millaiset tulokset laboratorionkokeesta sekä Code\_Asterista on saatu ja lopuksi vertaillaan saatuja tuloksia ja tehdään niistä johtopäätökset.

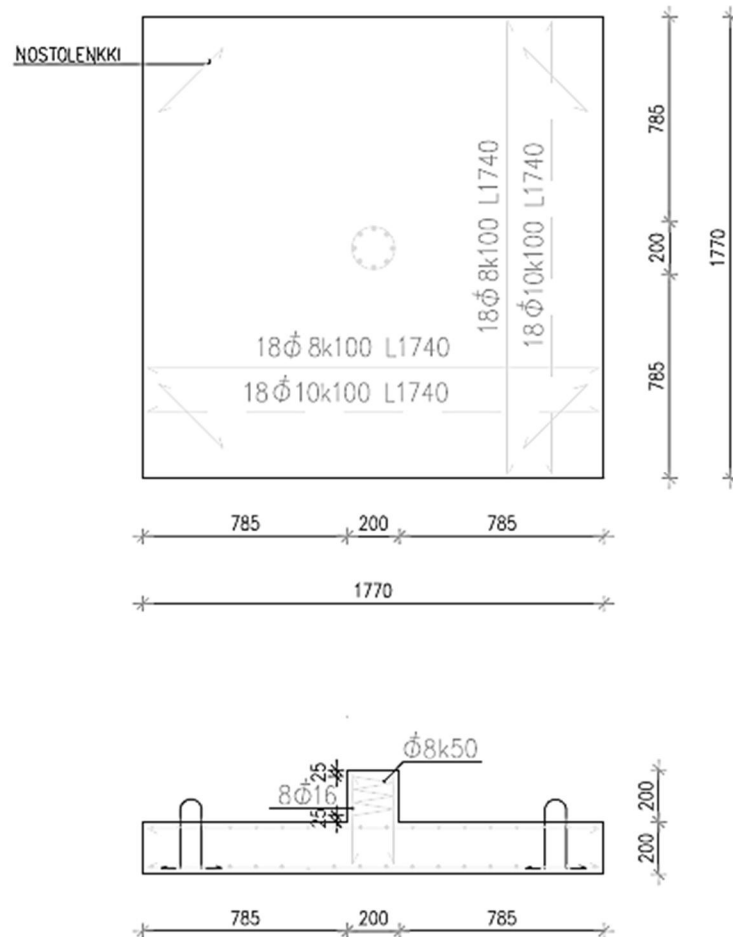
### 4.1 Laboratorionkokeen laatta

Laboratorionkoe ja sen tulokset on saatu Teknillisessä korkeakoulussa vuonna 1997 tehdystä tutkimuksesta, joka on ollut osa Kestävä kivitalo-tavoitetutkimushanketta. Hankkeen osana on tutkittu leikkausraudoittamattoman teräsbetonilaatan lävistymistä. Esko Sistonen on tehnyt diplomityön, Teräsbetonilaatan lävistyskapasiteetin laskentakaavan geometrinen malli [7], tutkimuksessa tehdyistä kokeista. Diplomityössä kokeiden suoritus ja saadut tulokset on kerrottu melko tarkasti. Tutkimuksessa on koekuormitettu kymmenen teräsbetonilaattaa, joiden päällä on ollut pilari. Kaikkien näiden laattojen murtumismekanismi on ollut lävistyminen. Laatoista tehty koeohjelma oli taulukon 4.1 mukainen. Muuttujina laatoissa on ollut pilarin halkaisija, laatan jänneväli sekä vetoteräsmäärä. [7, s. 51]

*Taulukko 4.1 Koeohjelman laatat ja niiden muuttujat [7, s. 51]*

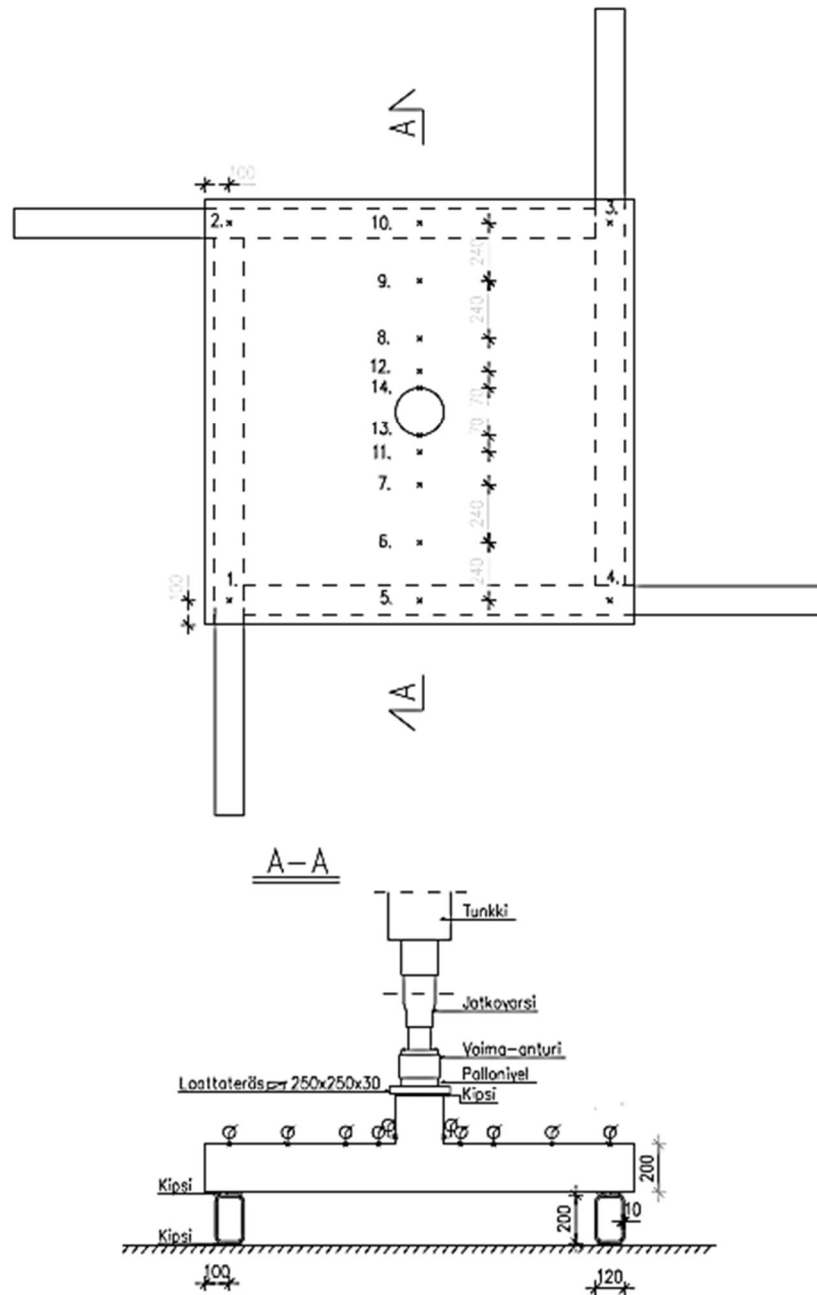
Laatta	Pilarin halkaisija D [mm]	Jänneväli L [mm]	Pääteräsmäärä
L1-L3	200	1570	Ø10#100
L4-L6	400	1770	Ø12#100
L7	200	1770	Ø12#100
L8-L10	900	2270	Ø16#100

Laboratoriossa tutkituista laatoista valittiin tässä työssä tehtävään vertailuun laatat L1-L3, jotka ovat keskenään samanlaisia. Laatat ovat raudoitukseltaan ja ulkomitoiltaan kuvan 4.1 mitta- ja raudituspiirustuksen mukaisia. Laatat L1-L3 valittiin vertailuun siksi, että näille laatoille tehdyt kuormitukset olivat onnistuneet hyvin.



**Kuva 4.1** Laattojen L1-L3 mitta- ja raudituspiirustus [7, Liite 1]

Laatta oli ulkomitoiltaan neliö siten, että laatan sivumitta oli 1770 millimetriä ja paksuus 200 millimetriä. Betoni oli lujuusluokaltaan K30-2. Pileri laatan päällä oli halkaisijaltaan sekä pituudeltaan 200 millimetriä ja siinä käytetty betoni oli lujuusluokaltaan K50. Laatan alapinnassa oli vetoterästä kumpaankin laatan pääsuuntaan  $\phi 10k100$  eli  $785 \text{ mm}^2/\text{m}$  ja yläpinnassa oli puristusraudoitusta kumpaankin pääsuuntaan  $\phi 8k100$  eli  $503 \text{ mm}^2/\text{m}$ . Käytetty raudoitusteräs oli teräslaatua A500HW. Betonipeitteenä käytettiin 15 millimetriä, jolloin alapinnan rautojen tehollisiksi korkeuksiksi saatiin 180 ja 170 millimetriä. Sekä betonille että teräkselle oli tehty lujuuskokeet, joista käytetyille materiaaleille saatiin tarkat materiaaliparametrit. Kaiken kaikkiaan laatta on geometriansa, reunaehtojensa ja kuormansa puolesta kahteen kertaan symmetrinen. Laatan tuenta, kuormitus- ja mittausjärjestely oli kuvan 4.2 mukainen. [7, s. 51-56]



**Kuva 4.2** Tuenta, kuormitus- ja mittausjärjestely [7, s. 62]

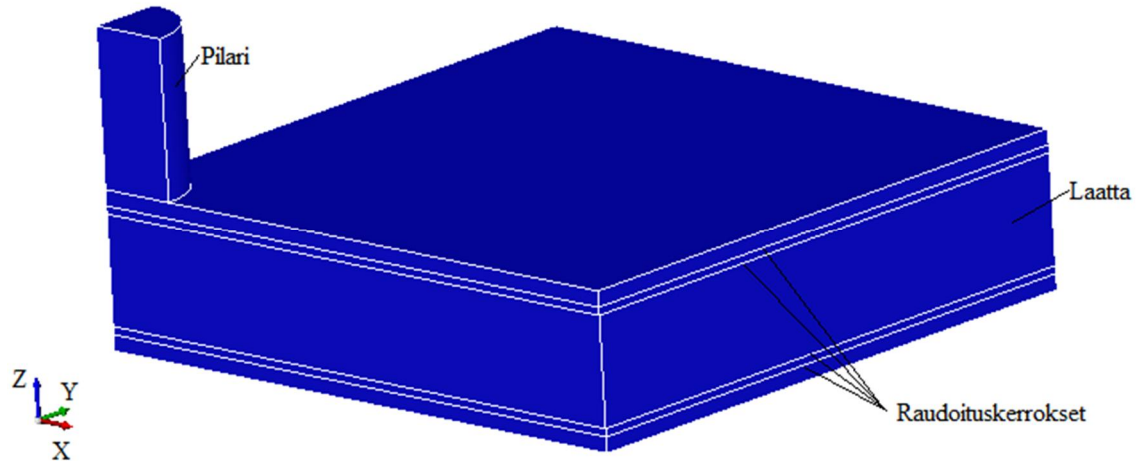
Laatta oli tuennoiltaan jokaiselta reunaltaan vapaasti tuettu. Tukena oli putkiprofiili Fe52D, joka oli mitoiltaan 120 x 200 x 10 millimetriä. Tuen keskikohta asetettiin siten, että se oli 100 millimetrin päässä laatan reunasta, jolloin jänneväliksi jäi suunniteltu 1570 millimetriä. Kokeessa laattaa kuormitettiin hydraulisella tunkilla voimaohjatusti pilarin päästä kuvan 4.2 mukaisesti. Kuormaa lisättiin laatalle vakionopeudella 15 kN/min, kunnes laatta murtui. Laattaan oli asetettu kuvassa 4.2 näkyvät 14 anturia. Anturit 1-4 mittasivat laatan nurkkien nousua ja muut anturit mittasivat laatan taipumaa. Anturit 13 ja 14 mittasivat taipumaa pilarin reunassa. [7, s. 59-63]



Materiaaliominaisuuksien varmistamiseksi laatoissa käytettävälle betonille ja teräkselle tehtiin lujuuskokeet, joista saatiin materiaalien lujuusparametrit. Betonille tehtiin puristuslujuuden mittaamiseksi puristuskoe 150 millimetrin särmäisellä koekuutiolla, jolloin kuutiopuristuslujuuden keskiarvoksi saatiin  $f_{cm} = 32,7$  MPa. Halkaisukokeessa betonin halkaisuvetolujuudeksi saatiin  $f_{ct,sp} = 2,43$  MPa. Lisäksi lovipalkin avulla betonin kimmokertoimeksi saatiin  $E = 24$  GPa ja murtoenergian keskiarvoksi  $G_F = 147$  N/m. Betonin suurin raekoko oli 16 millimetriä. Pilarin betonille kuutiopuristuslujuuden keskiarvoksi saatiin  $f_{cm} = 72,2$  MPa. Muita parametreja pilarin betonista ei tutkittu, sillä pilari on koko kuormituksen ajan puristettuna. Tutkittavassa laatussa käytettävän raudoitusteräksen A500HW halkaisija oli 10 millimetriä ja sille tehtyjen vetokokeiden pohjalta teräksen myötölujuudeksi saatiin  $f_{ym} = 621$  MPa ja kimmokertoimeksi saatiin  $E_s = 205$  GPa. [7, s. 53-56]

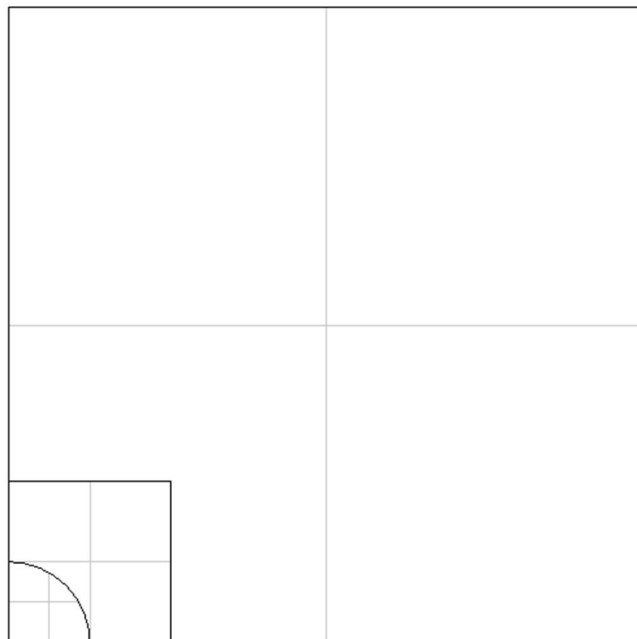
## 4.2 Code\_Aster-mallin rakenne

Code\_Aster-mallinnuksen tavoitteena on luoda malli, joka toimii mahdollisimman tarkasti samalla tavalla kuin edellä esitelty laboratoriossa koestettu laatta. Koska laboratoriossa kuormitettu laatta oli rakenteeltaan kahteen kertaan geometrian, reunaehtojen sekä kuorman suhteen symmetrinen riittää, että laatasta mallinnetaan vain yksi neljäsosa. Rakenne mallinnetaan kahdesta osasta. Laatta mallinnetaan suorakulmion muotoisena laatikkona, jonka paksuus on 200 millimetriä ja kummankin pitkän sivun pituus on 785 millimetriä eli puolet laatan jännevälistä 1570 millimetriä. Laatan päällä oleva pilari mallinnetaan yhden neljäsosalieriön muotoisena kappaleena yhteen laatan nurkista. Lieriön korkeus on 200 millimetriä ja sen säde on puolet pilarin halkaisijasta eli 100 millimetriä. Tämän lisäksi laattaa mallinnetaan raudoitus neljänä kerroksena eli neljäsosalaatan kokoisena tasona. Kerrokset mallinnetaan siihen kohtaan laattaa, missä kunkin kerroksen terästen keskiliinja on. Laatan suojapeitepaksuus on 15 millimetriä ja alapinnan teräkset ovat halkaisijaltaan 10 millimetriä, jolloin laatan alapinnan teräskerrokset mallinnetaan 20 millimetriä ja 30 millimetriä laatan alapinnasta ylöspäin. Samaan tapaan laatan yläpinnassa teräkset ovat halkaisijaltaan 8 millimetriä, jolloin kerrokset ovat 19 millimetriä ja 27 millimetriä laatan yläpinnasta alaspäin. Kuvassa 4.3 näkyy tämän rakenteen geometria.



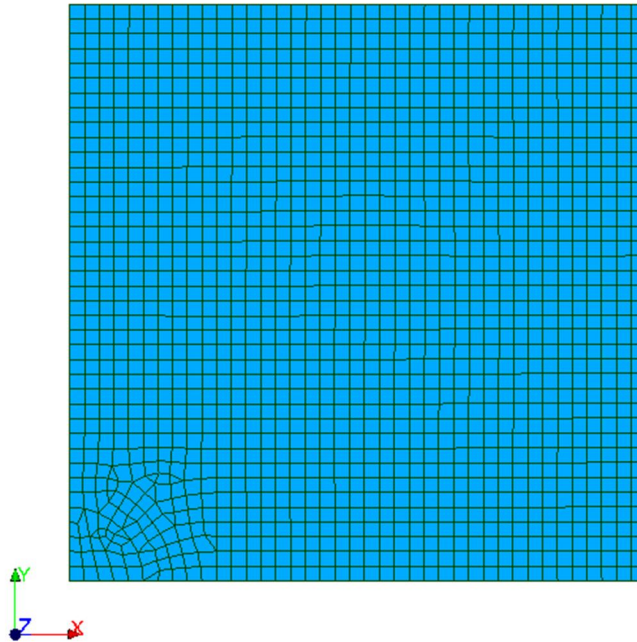
*Kuva 4.3 Code\_Aster-mallin geometria*

Rakenteen geometria luodaan Salome-Meca-ohjelmiston Geometry-modulilla. Geometrian mallintamista varten riittää, että laatasta mallinnetaan taso, joka on ulkomi-toiltaan neliö ja jonka särmän pituus on 785 millimetriä. Lisäksi samaan tasoon mallin-netaan pilarin kohdalle yhden neljäsosaympyrän muotoinen taso sekä kaksi viivaa, jotka kulkevat pisteistä  $(0,200)$  ja  $(200,0)$  pisteeseen  $(200,200)$ , kun laatan kulma, missä pilari sijaitsee on origossa. Tämän jälkeen näiden neljän komponentin avulla laatan yläpinta jaetaan osiin Partition-komennolla, jolloin laattaan syntyy kuvan 4.4 mukaiset kolme aluetta. Tämä tehdään sen vuoksi, että syntyneet rajat alueiden välillä mahdollistavat tason verkottamisen yhdellä kertaa siten, että syntyneen verkon solmut osuvat näihin rajapintoihin.



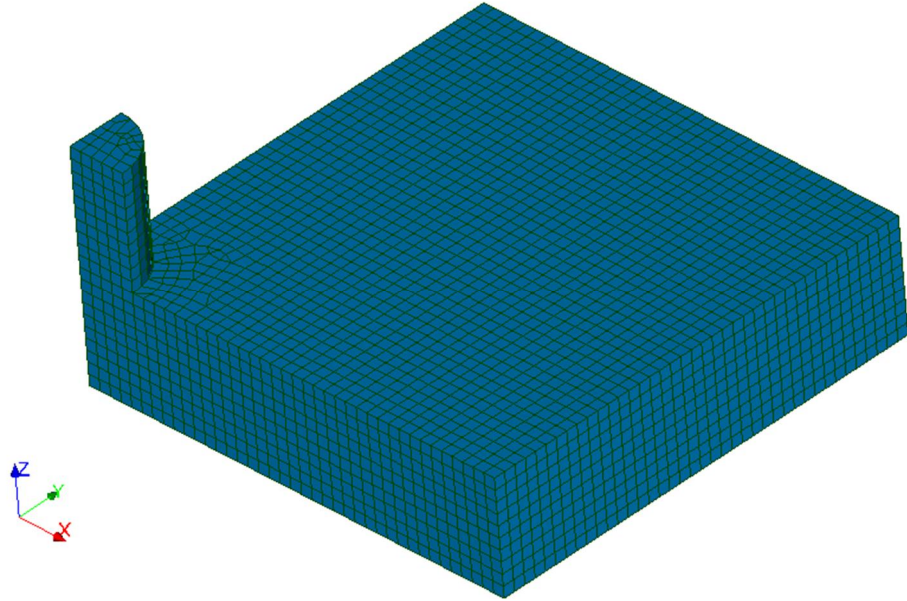
*Kuva 4.4 Verkotettavan tason rakenne*

Edellä esiteltyyn tasoon luodaan elementtiverkko Salome-Meca-ohjelmiston Mesh-modulin avulla. Verkotuksessa Netgen 2D-verkotusalgoritmia käytetään kaksiulotteisena verkotusmenetelmänä ja sen parametreissa sallitaan nelikulmion muotoisten elementtien käyttö sekä elementin maksimisivumitaksi rajataan 20 millimetriä. Wire discretisation-verkotusalgoritmia käytetään yksiulotteisena verkotusmenetelmänä ja siinä käytetään Start and end length-parametria, jossa ensimmäisen ja viimeisen elementin pituudeksi särmää pitkin valitaan 20 millimetriä. Pistemäiseksi verkotusalgoritmiksi valitaan Segments around vertex ja siinä jakoparametrina käytetään 20 millimetriä. Näiden asetusten perusteella ohjelma verkottaa tason automaattisesti siten, että verkoksi tulee kuvan 4.5 mukainen kaksiulotteinen verkko. Verkko sisältää pääsääntöisesti nelikulmion muotoisia elementtejä siten, että elementtien särmien pituudet ovat noin 20 millimetriä. Pilarin lähellä verkko on vapaampaa ja verkko sisältää joitain kolmion muotoisia elementtejä. Lisäksi solmut asettuvat tason sisälle tehtyihin rajoihin, kuten pilarin ulkoreunaan.



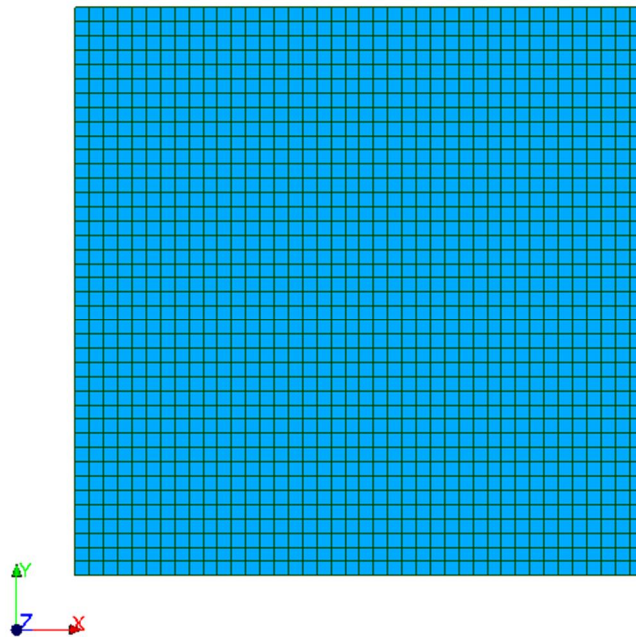
**Kuva 4.5** Kaksiulotteinen elementtiverkko

Tämän jälkeen verkko muutetaan kolmiulotteiseksi pursottamalla saatua tasoverkkoa alaspäin 200 millimetriä kahdenkymmenen millimetrin jaolla, jolloin kolmiulotteisia elementtejä tulee laatan paksuudelle kymmenen kappaletta. Lisäksi verkkoa pursotetaan pilarin kohdalta ylöspäin samaan tapaan, jolloin syntyy kuvan 4.6 mukainen kolmiulotteinen verkko.



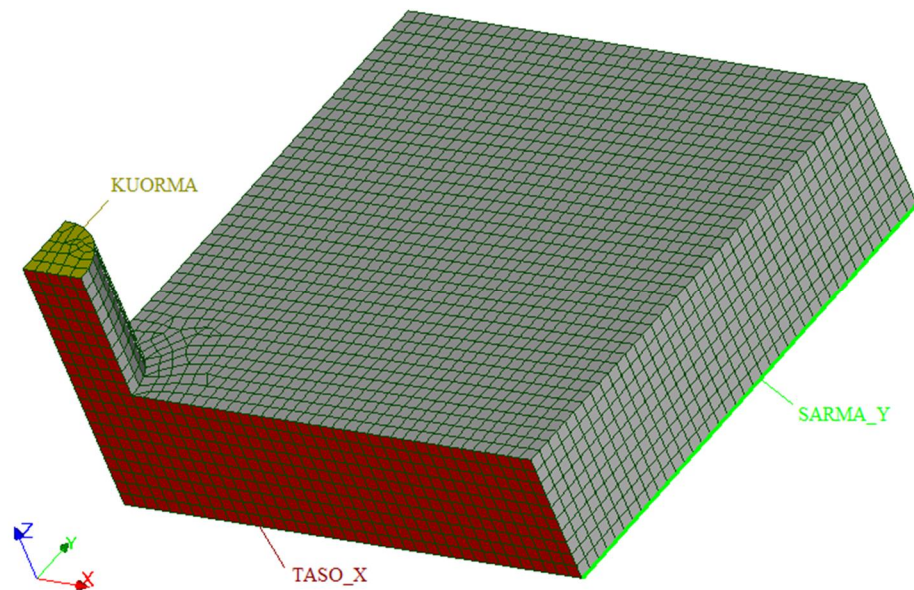
**Kuva 4.6** Laatan kolmiulotteinen elementtiverkko

Laatan rauditus mallinnetaan neljänä kerroksena eli neljäsosalaatan kokoisena tasona. Terästen tasot luodaan malliin sille etäisyydelle laatan ylä- tai alapinnasta, missä ne todellisuudessa sijaitsevat. Tämän jälkeen tasot verkotetaan erikseen siten, että kaksiulotteisena verkotusmenetelmänä käytetään Quadrangle mapping-verkotusalgoritmia ja yksiulotteisena verkotusmenetelmänä Wire discretisation-verkotusalgoritmia, jossa elementin sivun maksimipituudeksi annetaan 20 millimetriä. Tällöin jokaiseen raudituskerrokseen tulee kuvan 4.7 mukainen säännöllinen verkko, jossa on 1600 neliöelementtiä, jotka ovat särmältään noin 20 millimetriä.



**Kuva 4.7** Teräskerroksen elementtiverkko

Mallin reunaehtojen, kuormitusten, materiaalien sekä elementtien määrittämistä varten laatan elementeistä luodaan ryhmiä, joihin voidaan viitata rakenteen mallitiedostossa. Ryhmien avulla pystytään ryhmän nimeen viittaamalla kertomaan ne alueet mallista, joihin kyseessä oleva komento halutaan kohdentaa. Reunaehtoja varten laatan reunoille, jotka ovat tuettuja, määritetään ryhmät SARMA\_X ja SARMA\_Y, joista SARMA\_Y viittaa kuvan 4.8 mukaisesti laatan y-akselin suuntaiseen reunaan ja SARMA\_X vastavaan x-akselin suuntaiseen reunaan. Laatan symmetriareunaehtoja varten määritetään kuvan 4.8 mukainen x-akselin suuntainen taso TASO\_X sekä vastaava y-akselin suuntainen taso TASO\_Y. Jotta laatan betonille ja sen teräksille pystytään määrittämään halutut materiaaliominaisuudet sekä elementit, täytyy niistä muodostaa omat ryhmänsä. Jokaisesta teräskerroksesta muodostetaan oma ryhmänsä siten, että alapinnan alin kerros on RAUD\_V\_A ja ylempi kerros RAUD\_V\_Y. Yläpinnan teräkset ovat vastaavasti RAUD\_P\_A ja RAUD\_P\_Y. Pilarille tulevan kuorman määrittämistä varten pilarin päähän määritetään kuvassa 4.8 näkyvä ryhmä KUORMA. Lisäksi laatan ja pilarin elementeistä tehdään yksi ryhmä, joka on nimeltään KOKO. Materiaaliominaisuuksien kohdistamista varten laatan elementeille tehtiin myös oma ryhmänsä LAATTA sekä pilarin elementeille ryhmä PILARI.



**Kuva 4.8** Malliin määritetyjä ryhmiä

Lopuksi laatan verkko sekä neljän teräskerroksen verkot kootaan yhdeksi verkoksi Compound mesh-komennolla. Näin saadusta verkosta tehdään verkkotiedosto, joka sisältää verkon lisäksi tiedot rakenteeseen luoduista ryhmistä ja jonka tiedostopäätte on .med.

Laskentamalli luodaan tekstitiedoston avulla. Tämä tiedosto sisältää mallin tiedot, kuten elementtityypit, materiaaliparametrit, reunaehdot sekä laskennan ohjaukseen tarvittavat tiedot. Tiedoston tiedostopäätte on .comm. Tiedostossa käytetään Code\_Aster-

ohjelmiston mukaisia komentoja. Laskentamallia varten tehty .comm-kooditiedosto on tämän työn lopussa liitteessä 1. Seuraavaksi käydään läpi tämän tiedoston rakenne ja kerrotaan mistä elementeistä se koostuu. Liitteen koodissa olevat rivit, jotka alkavat ristikkomerkillä, ovat kommenttirivejä, joilla ei ole merkitystä laskennan kulkuun, vaan ne on tehty selkeyttämään koodin luettavuutta.

Tekstitiedoston alkuun laitetaan aina aloituskomento DEBUT [38]. Tämän avulla Code\_Aster-ohjelmisto osaa tulkita, että siihen syötetty tiedosto alkaa. Ensimmäisenä tiedostossa tulee määrittää laskennassa käytettävä verkko. Tähän käytetään komentoa LIRE\_MAILLAGE [39], jolle annetaan parametreina verkkotiedoston tiedostopääte eli tässä tapauksessa MED. Tämän avulla Code\_Aster osaa hakea käytettävän verkon laskennalle lähtötiedostoina annetuista tiedostoista siten, että se valitsee tiedoston, jonka tiedostopääte on .med.

Mallissa käytettävät elementtityypit määritetään AFFE\_MODELE-komennon [40] avulla. KOKO-ryhmälle valitaan MODELISATION-parametrilla elementiksi 3D ja kaikille neljälle terästen ryhmille valitaan samalla tapaa elementtityypiksi GRILLE\_MEMBRANE. Mallissa käytettävät materiaalit määritetään DEFI\_MATERIAU-komennolla [41]. Teräkselle annetaan materiaaliominaisuuksina GRILLE\_ISOT\_LINE-materiaalimallin vaatimat kimmokerroin E, Poissonin vakio NU sekä myötölujuus SY ja plastisen vaiheen kulmakerroin D\_SIGM\_EPSI. Alla näkyvät näille parametreille annetut arvot:

$$E = 205000 \text{ MPa}$$

$$NU = 0,3$$

$$SY = 621 \text{ MPa}$$

$$D\_SIGM\_EPSI = 0 \text{ MPa}$$

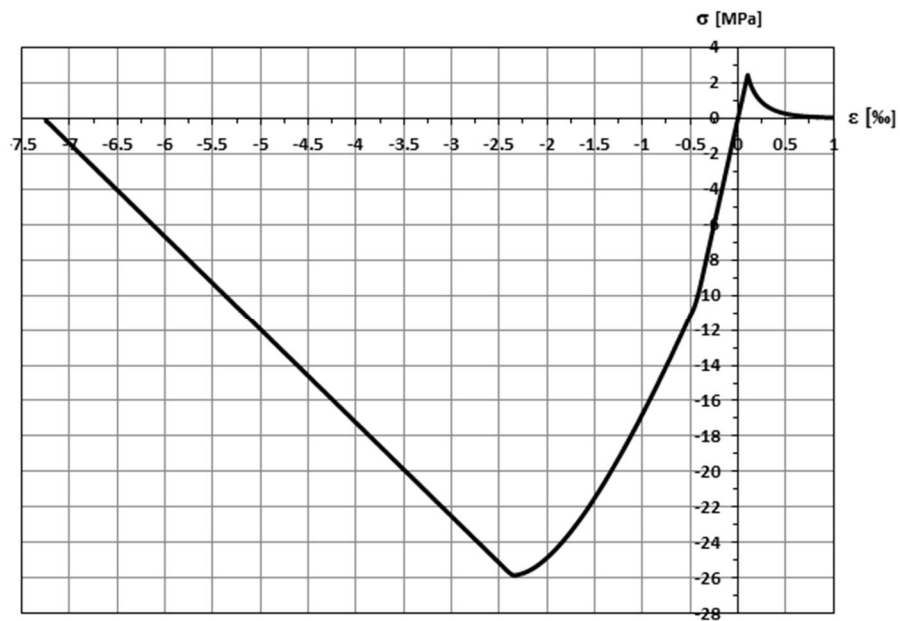
Kimmokertoimen ja myötölujuuden arvot on saatu laboratoriokokeen yhteydessä tehdyistä teräksen vetokokeista, joiden tulokset [7, s. 55-56] olivat Esko Sistosen diplomityössä. Näillä materiaaliarvoilla käytettävä teräs on ideaaliplastista, sillä plastisen vaiheen kulmakerroin on nolla. Laatan betonille annetaan materiaaliominaisuuksina BETON\_DUOBLE\_DP-materiaalimallin [41 s. 66-68] vaatimat kimmokerroin E, Poissonin vakio NU, lieriöpuristuslujuus FC, vetolujuus FT, kaksiaksaalisen puristuslujuuden ja yksiaksaalisen puristuslujuuden suhde COEF\_BIAX, puristusmurtoenergia ENER\_COMP\_RUPT sekä vetohalkeamaenergia ENER\_TRAC\_RUPT. Lisäksi materiaalimallille määritetään COEF\_ELAS\_COMP-parametrin avulla, millä jännityksellä maksimipuristusjännityksestä betoni ei enää toimi elastisesti. Lopuksi määritetään vielä ECRO\_COMP\_P\_PIC- sekä ECRO\_TRAC\_P\_PIC-parametrit, jotka määrittävät miten betonin jännitys laskee nollaan maksimi puristus- tai vetojännityksen ylittymisen jälkeen.

Alla näkyvät näille parametreille annetut arvot:

$E = 24000 \text{ MPa}$   
 $NU = 0,2$   
 $FC = 25,8 \text{ MPa}$   
 $FT = 2,43 \text{ MPa}$   
 $COEF\_BIAX = 1,16$   
 $ENER\_COMP\_RUPT = 29,4 \text{ N/mm}$   
 $ENER\_TRAC\_RUPT = 0,147 \text{ N/mm}$   
 $COEF\_ELAS\_COMP = 40 \%$   
 $ECRO\_COMP\_P\_PIC = \text{LINEAIRE}$   
 $ECRO\_TRAC\_P\_PIC = \text{EXPONENT}$

Kimmokerroin, vetolujuus ja vetohalkeamaenergia on saatu suoraan laboratoriokekeen yhteydessä tehdyistä betonin koekuormituksista [7, s. 53-55]. Puristusmurtoenergialle ei ollut laboratoriokeessä tehty tarkempia mittauksia, jolloin sen arvoksi valittiin 200 kertaa vetohalkeamaenergia, sillä tutkimuksen [30, s. 2] mukaan tämä on tavallisimmille betoneille hyvä arvio. Puristuslujuudeksi, jossa betonin lineaarinen käyttäytyminen vaihtuu epälineaariseksi valittiin 40 % maksimipuristuslujuudesta, sillä Eurokoodissa [12, kohta 3.1.5] käytetään tätä arvoa. Laboratoriokekeen betonin koekuormituksissa betonin puristuskestävyyttä oli tutkittu 150 mm särmäisellä koekuutiolla, jonka puristuslujuudeksi oli saatu 32,7 MPa. Materiaalimalli vaatii kuitenkin betonin lieriöpuristuslujuuden, joka saadaan 150 mm särmäisellä kuutiolla tutkitusta kuutiopuristuslujuudesta kertomalla se arvolla 0,79, jolloin lieriöpuristuslujuudeksi saadaan 25,8 MPa. [42]

Jotta materiaalimallin oikeanlainen jännitys-venymäyhteys pystytään varmistamaan, mallinnettiin edellä esitetyn materiaalimallin ja -parametrien mukainen koekuutio, joka oli särmältään 200 millimetriä. Tälle koekappaleelle tehtiin siirtymäohjattu yksiaksiaalinen puristus- ja vetokoe. Tuloksena saatiin kuvan 4.9 mukainen jännitys-venymäkäyrä. Vetopuolella materiaalimalli toimii lineaarisesti aina 2,43 MPa jännitykseen asti, jonka jälkeen jännitys alkaa pienentyä eksponentiaalisesti venymän kasvaessa. Kuvaajan alle jäävän alueen pinta-ala on annetun vetohalkeamaenergian mukainen. Puristuspuolella jännitys-venymäkäyrä on lineaarinen aina 40 % maksimivetolujuudesta eli tässä tapauksessa 10,32 MPa asti. Tämän jälkeen jännitys kasvaa epälineaarisesti, kunnes saavutetaan betonin maksimipuristuslujuus eli 25,8 MPa. Kuvaajan alle jäävän alueen pinta-ala on annetun puristusmurtoenergian mukainen. Materiaalimallille ei anneta erikseen karakteristista pituutta, vaan tietokone laskee sen itse käytettävän elementtiverkon mukaisesti.



*Kuva 4.9 BETON\_DOUBLE\_DP- materiaalimallin mukainen jännitys-venymäkäyrä edellä esitettyjen parametrien mukaisella materiaalimallilla*

Pilarin betoni mallinnetaan elastisena, jolloin riittää, että tälle betonille BETONI2 annetaan ELAS-komennolla kimmokerroin  $E$  sekä Poissonin vakio  $\nu$ . Niiden arvoksi annetaan samat kuin edellä esitellylle betonille BETONI. Materiaalien määrittelyn jälkeen AFFE\_MATERIAU-komennolla [43] kohdennetaan materiaali BETONI ryhmälle LAATTA, materiaali BETONI2 ryhmälle PILARI sekä materiaali TERAS ryhmille RAUD\_P\_A, RAUD\_P\_Y, RAUD\_V\_A sekä RAUD\_V\_Y.

Seuraavaksi määritetään laatan teräkset tarkemmin AFFE\_CARA\_ELEM-komennon [44] GRILLE-parametrilla. Jokaiselle teräsryhmälle määritetään poikkipinta-ala metrin laattakaistaa kohden SECTION-komennolla siten, että alapinnan vetoteräksille poikkipinta-ala oli  $785 \text{ mm}^2/\text{m}$  ja puristusteräksille  $503 \text{ mm}^2/\text{m}$ . Lisäksi teräksille määritetään kulma, jossa teräkset ovat laatussa ANGLE-komennon avulla siten, että laatan ala- ja yläpinnassa toinen kerros on kulmassa  $0^\circ$  ja toinen kulmassa  $90^\circ$  eli kohtisuorassa toisiinsa nähden. Laatalle tulee lisäksi määrittää reunaehdot eli tässä tapauksessa nivelellinen tuenta laatan ulkoreunoille ja pystysuuntaisen liikkumisen salliva tuenta symmetriareunoille AFFE\_CHAR\_MECA-komennon [45] DDL\_IMPO-parametrin avulla. Ulkoreunoilla eli ryhmissä SARMA\_X ja SARMA\_Y estetään reunan  $z$ -akselin suuntainen siirtyminen, jolloin  $DZ=0$ . Tämä reunaehto ei aivan vastaa laboratorioissa tutkitun laatan reunaehto, sillä laboratorioissa tutkitun laatan tuenta salli  $z$ -akselin suuntaisen siirtymän ylöspäin. Tämän eron vaikutus lävistyskapasiteettiin on kuitenkin pieni. Symmetriareunalla, joka on  $x$ -akselin suuntainen ja jota vastaa ryhmä TASO\_X, estetään tason liikkuminen  $y$ -akselin suunnassa määrittämällä, että  $DY=0$ .  $Y$ -akselin suuntaisella reunalla ryhmässä TASO\_Y estetään vastaavasti  $x$ -akselin suuntainen liike määrittämällä, että  $DX=0$ . Koska laskenta suoritetaan siirtymäohjattuna, anne-



taan pilarin pään KUORMA-ryhmälle siirtymä  $DZ=-8$ . Tällöin laskenta lisää siirtymää pilarin päälle inkrementti kerrallaan, kunnes pilarin pään taso on siirtynyt 8 millimetriä. Lisäksi LIAISON\_MAIL-komennon [45, s. 29] avulla luodaan laatan betonin ja siinä olevien terästen välinen täydellinen tartunta.

Ennen kun määritetään miten epälineaarinen laskenta suoritetaan mallille, määritetään laskennassa käytettäviä osakokonaisuuksia, joihin laskentaa määriteltäessä voidaan viitata. Aluksi määritetään DEFI\_LIST\_REEL-komennolla [46] laskennassa käytettävät inkrementit, joilla laskenta suoritetaan. Inkrementit määritetään parametrilla JUSQU\_A ja inkrementti jaetaan osiin määrittämällä sille parametri NOMBRE, joka kertoo monenko osaan inkrementti jaetaan. Tässä peruslaatan laskennassa taipumaa lisätään aluksi joka inkrementillä 0,1 millimetriä aina 4,6 millimetriin asti, jolloin  $NOMBRE=4,6$  ja  $JUSQU\_A=46$ . Tämän jälkeen inkrementtiä aletaan pienentää siten, että väli 4,6 millimetristä 5 millimetriin lasketaan 0,025 millimetrin inkrementillä eli  $NOMBRE=5$  ja  $JUSQU\_A=16$ . Loppu 8 millimetriin asti mennään 0,01 millimetrin inkrementillä, jolloin  $NOMBRE=8$  ja  $JUSQU\_A=300$ .

Edellä esitetystä laskennasta on melko paljon inkrementtejä, jolloin tulosten laskeminen vie paljon tilaa tietokoneelta ja tulostiedostosta tulee kohtuuttoman iso. Sen vuoksi määritetään toinen harvempi inkrementti-sarja ARC, johon määritetään mitkä tulokset lasketaan ja tallennetaan lopullisiin tuloksiin. Aina 4,6 millimetrin taipumaan asti tulokset tallennetaan 0,2 millimetrin välein. Tästä eteenpäin aina 5 millimetriin asti tulokset tallennetaan 0,1 millimetrin välein ja lopussa 0,05 millimetrin välein.

Tämän jälkeen määritetään DEFI\_LIST\_INST-komennolla [47] laskennan kulku siten, että laskennassa käytetään edellä annettuja inkrementtejä valitsemalla menetelmäksi MANUEL. Lisäksi tässä kohdassa määritetään ECHEC-komennolla, miten laskenta etenee, jos se päättyy jossain vaiheessa virheeseen, koska tulokset eivät konvergoi riittävästi tai siinä tulee jokin muu virhe. Tähän on DECOUPE-komennolla määritetty, että laskenta alkaa pienentää inkrementtiä automaattisesti, jolloin käytettävä komento on AUTO. DEFI\_FOCNTION-komennolla [48] määritetään, että laskenta riippuu edellä määrättyistä inkrementteistä komennolla INST ja että ennen ja jälkeen ensimmäisen ja viimeisen inkrementin on kuorman jatkuminen lineaarista. Lisäksi määritetään parametri VALE, joka annetaan muodossa  $(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ , missä  $x_1$  on inkrementti josta laskenta aloitetaan ja  $y_1$  on tätä inkrementtiä vastaava kuormakerroin,  $x_n$  on viimeinen inkrementti ja  $y_n$  on tätä vastaava kuormakerroin. Tässä laskennassa  $x_1=0$ ,  $y_1=0$ ,  $x_n=8$  ja  $y_n=1$ .

STAT\_NON\_LINE-komennon [49] avulla määritetään, miten epälineaarinen laskenta suoritetaan. Komennon aluksi annetaan tiedot minkä nimiselle mallille laskenta tehdään, mitä materiaaleja siinä on ja mitä elementtejä se sisältää. Nämä kaikki on jo edelle määritelty, joten riittää että niihin vain viitataan. COMP\_INCR-komennolla kerrotaan laskennalle, mitä materiaalimallia mikäkin ryhmä käyttää. Materiaalimallin vaatimat materiaaliparametrit on syötetty ryhmille jo aikaisemmin kohdassa, missä käytettiin komentoa AFFE\_MATERIAU. Nyt siis riittää, että LAATTA-ryhmä määritetään käyttämään betonin materiaalimallia BETON\_DOUBLE\_DP ja rautojen ryhmät materi-

aalimallia GRILLE\_ISOT\_LINE. INCREMENT-komennolla kerrotaan, että laskennassa käytetään DEFI\_LIST\_INST kohdassa määriteltyä laskentaa. NEWTON-komennolla määritetään, että laskenta käyttää Newtonin ratkaisualgoritmia joka kymmenennellä iterointikierröksellä (REACT\_ITER=10). Lopuksi määritellään vielä laskennan ehdot tulosten konvergoinnille CONVERGENCE-komennolla. ITER\_GLOB\_RELA-parametrilla määritetään, kuinka monta iterointikierrösta laskenta saa maksimissaan suorittaa yhdellä inkrementillä. Tässä laskentaesimerkissä maksimiksi on valittu 150. Lisäksi RESI\_GLOB\_RELA-parametrin avulla määritetään suppenevuusehto sille, kuinka suuri iterointien välinen jäännös suhteessa edelliseen iterointiin saa olla, jotta laskentaa jatketaan. Tämän arvoksi laskentaan on valittu  $10^{-6}$ . Tällöin laskenta jatkuu niin kauan, kunnes iteroinnissa täytyy annettu suppenevuusehto tai kunnes saavutetaan annettu iterointikierrösten maksimimäärä. Lisäksi ARCHIVAGE-komennolla määritetään, että laskennan tulokset tallennetaan vain edellä esitellyn jälkimmäisen inkrementti-sarjan ARC mukaisesti, jottei tulosten laskenta ja tulostiedosto kasva kohtuuttoman suureksi.

Laskettavat tuloskentät määritetään komennossa CALC\_CHAMP [50]. Tässä laskennassa haluttuja tuloksia ovat SIEF\_NOEU eli erisuuntaiset jännitykset verkon solmuissa, VARI\_NOEU eli materiaalimallin sisäiset parametrit verkon solmuissa, SIEQ\_NOEU ja EPEQ\_NOEU eli rakenteen pääjännitykset ja päävenymät elementin solmuissa, EPSI\_NOEU eli akselien suuntaiset venymät laatan solmuissa sekä FORC\_NODA ja REAC\_NODA eli voimat ja reaktiot laatan solmuissa. Suuret DEPL eli laatan taipumat, VARI\_ELGA eli materiaalimallin sisäiset parametrit Gaussin pisteissä sekä SIEF\_ELGA eli erisuuntaiset jännityksen Gaussin pisteissä laskenta laskee automaattisesti.

IMPR\_RESU-komennolla [51] määritetään missä muodossa ja mitkä tulokset laskennasta halutaan. Tässä laskennassa haluttu tiedostomuoto on .rmed, jolloin parametriksi FORMAT valitaan MED. Lisäksi määritetään halutut tuloskentät, jotka tässä mallissa ovat DEPL eli laatan taipumat, SIEF\_ELGA ja SIEF\_NOEU eli erisuuntaiset jännitykset Gaussin pisteissä ja verkon solmuissa, VARI\_ELGA ja VARI\_NOEU eli materiaalimallin sisäiset parametrit Gaussin pisteissä sekä verkon solmuissa, SIEQ\_NOEU ja EPEQ\_NOEU eli rakenteen pääjännitykset ja päävenymät elementin solmuissa, EPSI\_NOEU eli akselien suuntaiset venymät laatan solmuissa sekä FORC\_NODA ja REAC\_NODA eli voimat ja reaktiot laatan solmuissa.

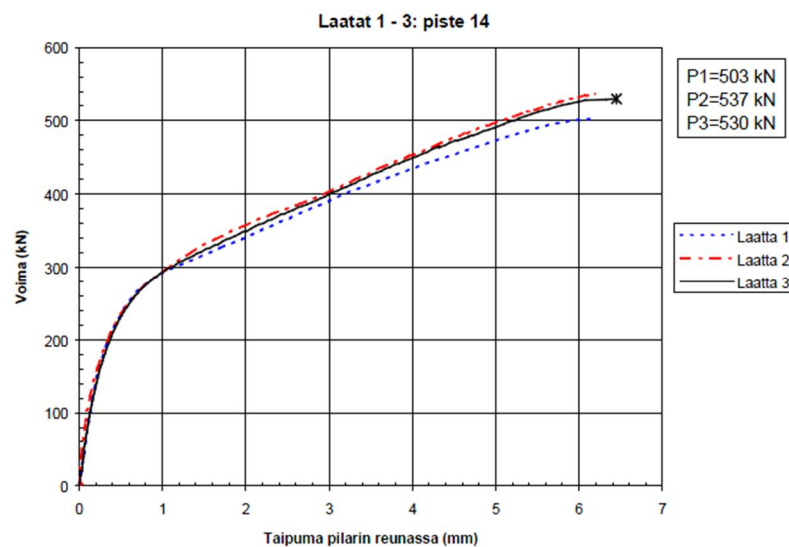
POST\_REVERSE\_T-komennolla [52] määritetään, mitkä edellä esitetyistä tuloksista halutaan siihen muotoon, että ne voidaan esimerkiksi IMPR\_TABLE-komennolla tulostaa taulukoksi. Tästä mallista halutaan tulokseksi taipuma laatan z-akselin suunnassa pilarin juuressa eli solmussa numero 6738. Tällöin POST\_REVERSE\_T-komennolle annetaan OPERATION parametriksi EXTRACTION, joka antaa tutkittavan suureen arvon halutussa kohdassa rakennetta. Parametrilla NOM\_CHAM annetaan tutkittavan kentän nimi, josta haluttu suure halutaan eli tässä tapauksessa DEPL. Lisäksi NOEUD-parametrilla annetaan tutkittavan solmun numero eli tässä tapauksessa N6738 sekä NOM\_CMP-parametrilla tutkittava suure eli DZ. Mallista halutaan tulokseksi myös

laatan tukireaktioiden resultantti, joka on sama kuin laatan kuorma. Tämä saadaan samalla komennolla, mutta siten että tutkittavan kentän nimi on FORC\_NODA ja tutkittavat ryhmät ovat SARMA\_X ja SARMA\_Y. Lisäksi komennolla RESULTANTE määritetään, että resultantti lasketaan z-akselin suuntaisista voimista DZ. Näin laskennasta saadaan tulokseksi SARMA\_X- ja SARMA\_Y-ryhmiin kuuluvien solmujen pystysuuntaisten voimien summa. Tämän jälkeen IMPR\_TABLE-komennolla [53] määritetään, että POST\_RELEVE\_T kohdassa määritetyt tulokset tulostetaan tulostiedostoon taulukkomuodossa siten, että tulosten välisenä erottimena (SEPARATEUR) on pilkku. Tiedoston viimeiseksi komennoksi laitetaan vielä lopetuskomento FIN, joka ilmoittaa Code\_Aster-ohjelmistolle, että tiedosto on päättynyt.

Lopulta nämä kaksi tiedostoa eli verkko- ja mallitiedosto annetaan Code\_Asterille lähtötiedostoiksi ja niiden pohjalta se laskee mallin sekä palauttaa tulostiedostoihin mallitiedostossa määritellyt tulokset. Tuloksia voidaan käsitellä ja analysoida esimerkiksi Salome-Mecan Post-pro-jälkikäsitteilymodulilla.

### 4.3 Laboratoriokokeesta saadut tulokset

Laboratoriokokeessa laatoista tutkittiin laattaa kuormittavaa voimaa sekä taipumaa laatan päällä olevan pilarin reunassa. Kuvassa 4.10 näkyy laatoista L1-L3 saadut voima-taipumakuvaajat. Kuvan taipumista on vähennetty tukien painumien vaikutus mittauspisteiden sijaintiin nähden. Lävistysmurtokuormaksi laatalle yksi saatiin 503 kN, laatalle kaksi 537 kN ja laatalle kolme 530 kN. [7, s. 77]

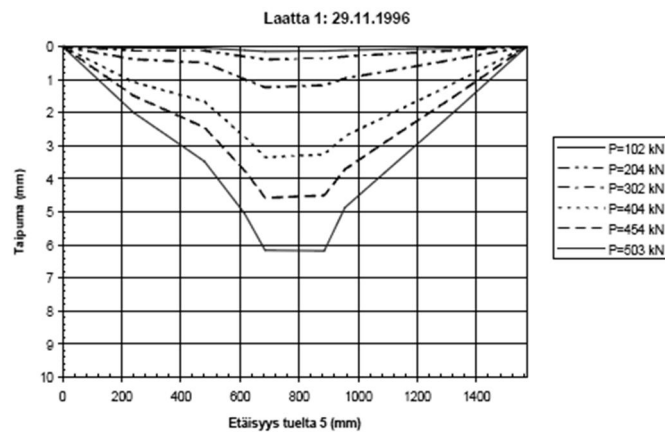


**Kuva 4.10** Laattojen L1-L3 taipumat pilarin reunassa [7, s.77]

Kuvan 4.10 kuvaajissa voidaan havaita kolme eri vaihetta. Ensimmäinen vaihe on lineaarinen ja se kestää noin 180 kN asti. Tällöin laatta on vielä kokonaisuudessaan kimmoisessa tilassa. Tämän jälkeen laattaan alkaa muodostua merkittäviä halkeamia, joka havaitaan kuvaajien kaartumisena noin 0,5-1,2 millimetrin taipumilla laattojen

jäykkyyden pienentyessä. Kolmannessa vaiheessa laattaan syntyneet halkeamat alkavat leventyä, jolloin kuvaajaan syntyy toinen lineaarinen vaihe. Tämä vaihe päättyy, kun laatan lävistysmurtokuorma saavutetaan. Kuvan 4.10 kaikki kolme laatta L1-L3 ovat olleet samanlaisia, mutta niiden taipumat ja lävistysmurtokuormat eroavat silti hieman toisistaan, mikä on betonille tyypillistä sen heterogeenisuuden vuoksi. [7, s. 81]

Taipumista mittauslinjalla oli tehty myös kuvaaja, jossa näkyvät taipumat eri kuormilla. Kuvassa 4.11 on esitettyä laatan yksi taipumat mittauslinjalla. Vastaavia kuvia ei tässä ole esitetty laatoista kaksi tai kolme, sillä ne eivät merkittävästi eroa laatan yksi kuvaajasta. Kuvasta havaitaan, että laatan taipuma kasvaa miltei lineaarisesti siirryttäessä laatan reunalta laatan keskelle päin. Saavuttaessa laatan alueelle, jossa lävistyminen tapahtuu, havaitaan että taipumat alkavat kasvaa melko nopeasti, siten että taipumat ovat suurimmillaan pilarin alueella.



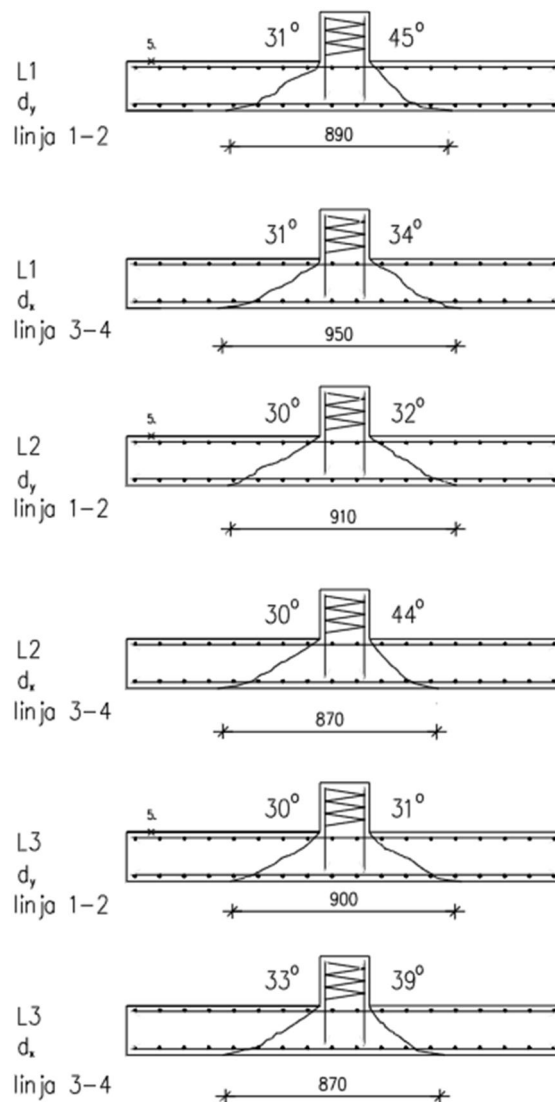
**Kuva 4.11** Laatan L1 taipuma mittauslinjalla [7, liite 3 3/2]

Laboratoriotutkimuksessa selvitettiin myös syntyneiden lävistyskarttioiden muodot koekuormituksen jälkeen. Kuvassa 4.12 näkyy laatan 2 alapintaan syntyneet vauriot laatan lävistymisen jälkeen. Laattojen kuormitustavasta johtuen laatan alapinnan halkeamien syntymistä ei voitu seurata kuormituksen aikana.



**Kuva 4.12** Laatan 2 alapintaan syntyneet vauriot lävistymisen jälkeen [7, s. liite 6]

Syntyneiden lävistyskarttioiden muodot näkyvät kuvassa 4.13. Laatoille 1-3 sisäiseksi kaltevuuskulmaksi saatiin keskimäärin  $32^\circ$ . Pilarin murtopinta voidaan laatan paksuussuunnassa jakaa karkeasti kolmeen osaan. Pilarin juuresta murtopinta lähtee etenevästi melko jyrkästi kohti laatan alapintaa. Tämä osa on noin laatan puristuspuolelta. Tämän jälkeen murtopinta loivenee ja saavuttaa kulman joka on likipitään vakio rauditusverkkojen välisellä osalla. Täältä osalta mitattiin kuvassa 4.13 olevat kaltevuuskulmat. Kolmannessa osassa murtopinta loivenee entisestään laatan vetopuolella. Tämä osa on pitkälti kokonaan vetoterästen ulkopuolella ja tämä osa on syntynyt veto-raudoituksen repiessä vaarnavaikutuksen vuoksi suojabetonikerroksen irti lävistymisen jälkeen. Tämä osa näkyy melko selkeästi laatan alapinnassa kuvassa 4.12. Kokeen suorituksen jälkeen lävistyskartiot irrotettiin laatasta, jolloin huomattiin, että laatan teräksissä ei ollut vielä saavutettu terästen murtolujuutta. Lisäksi huomattiin, että syntyneet lävistyskartiot eivät olleet aivan symmetrisiä, sillä niissä murtopinnan kaltevuuskulma oli hieman eri pilarin eri puolilla. Tämä viittaa siihen, että rakenteessa on ollut pientä epäkeskisyyttä. [7, s. 70-71]

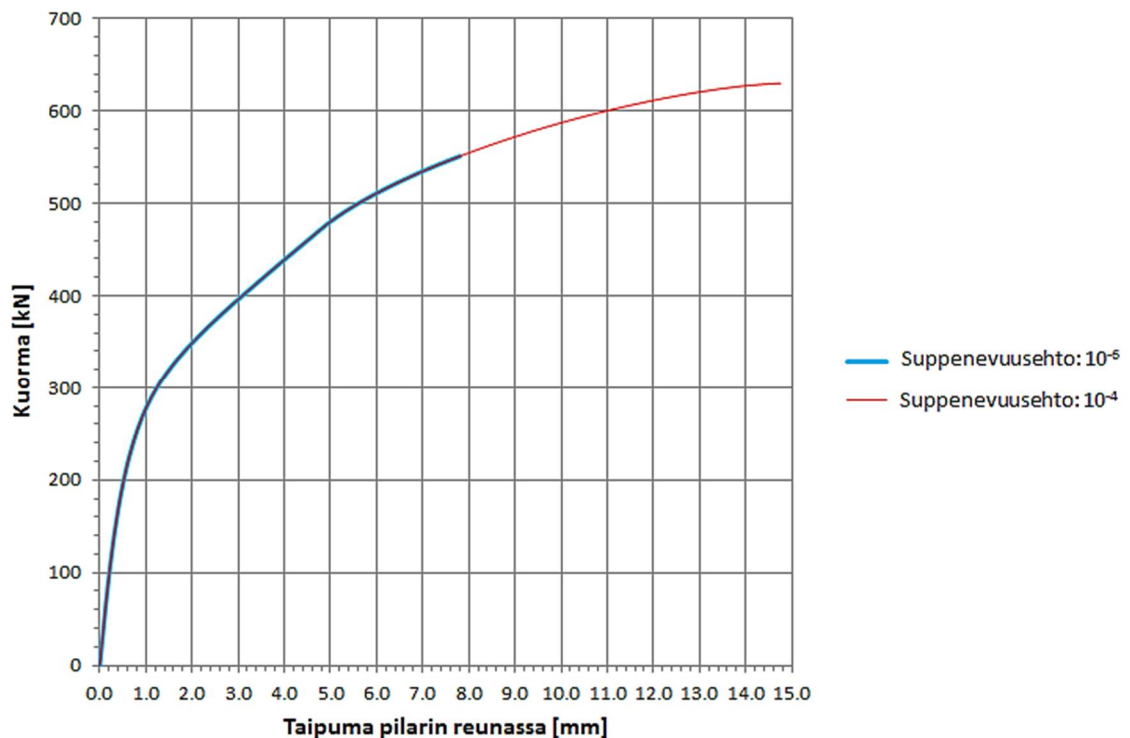


**Kuva 4.13** Laattojen L1-L3 lävistyskartiot laatan päälinoilla [7, s. 72]

Laboratoriokokeesta saatuja tuloksia verrataan FEM-laskennasta saatuihin tuloksiin kappaleessa 4.5.

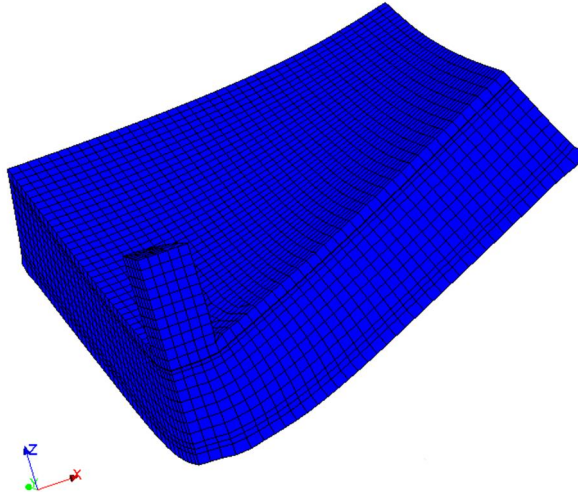
#### 4.4 Code\_Asterista saadut tulokset

Code\_Aster-mallista haluttiin tulokseksi peruslaatan kuorma-taipumakuvaaja. Laskenta tehtiin siirtymäohjattuna kappaleessa 4.2 esitellylle mallille siten, että laatan pilarin päähän asetettiin siirtymää asteittain aina nolasta millimetristä kahdeksaan millimetriin asti. Laskennalle annettulla suppenevuusehdolla  $10^{-6}$  tulokseksi saatiin kuvan 4.14 sinisen käyrän mukainen kuorma-taipumayhteys. Laskenta kesti kaiken kaikkiaan viikon ja kuusi päivää, josta viimeisen 0,1 millimetrin laskemiseen meni kuusi päivää. Sama malli laskettiin myös suppenevuusehdolla  $10^{-4}$  siten, että taipuma oli lopussa 15 millimetriä. Tulokseksi saatiin kuvassa 4.14 oleva punainen kuorma-taipumayhteys. Tämän laskemiseen aikaa meni kaksi päivää. Kummassakaan tapauksessa laskenta jatkui annettuun maksimitaipumaan asti.



**Kuva 4.14** Peruslaatan kuorma-taipumakuvaajat suppenevuusehdoilla  $10^{-6}$  ja  $10^{-4}$

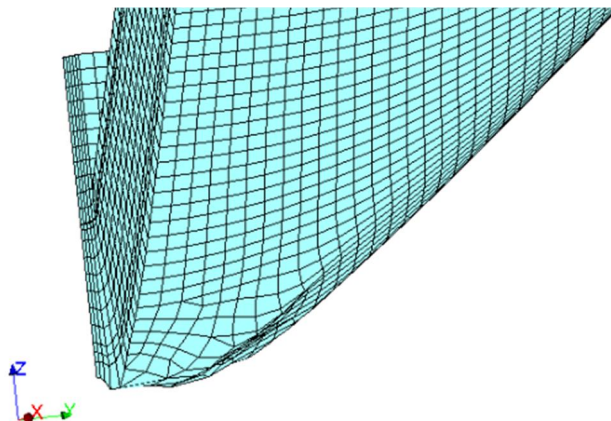
Suppenevuusehdolla  $10^{-6}$  saadussa sinisessä kuvaajassa ei havaita lävistymisen aiheuttamaa laskevaa osuutta, vaan kuvaaja jatkuu nousevana annettuun maksimitaipumaan asti. Kuvassa 4.15 näkyvät laatan muodonmuutokset nelikymmenkertaisiksi skaalattuina viimeisellä inkrementillä eli kahdeksan millimetrin taipumalla.



**Kuva 4.15** Laatan muodonmuutokset viimeisellä inkrementillä eli kahdeksan millimetrin taipumalla, laskennassa, jolla suppenevuusehto on ollut  $10^{-6}$

Kuvassa ei havaita lävistymisen aiheuttamaa elementtien muuttumista salmiakin muotoisiksi lävistysmurtopinnan alueella, vaan elementeissä havaitut muodonmuutokset ovat laatan taivutuksesta aiheutuneita. Näiden tulosten pohjalta ei siis voida päätellä, että mallin peruslaatta olisi lävistynyt.

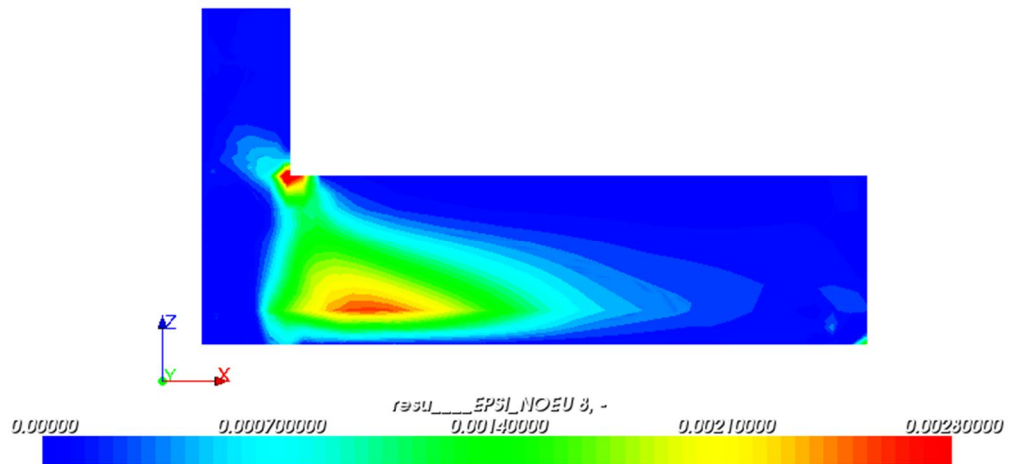
Löysemällä suppenevuusehdolla saadussa punaisessa kuvaajassa havaitaan, että se muuttuu miltei vaakasuoraksi laskennan loppua kohti mentäessä, joka viittaa siihen, että laatta saavuttaa taivutusmurtonsa. Esko Sistonen oli laskenut diplomityössään myötöviivateorialla peruslaatan taivutusmurtokuorman ja hän oli saanut sen arvoksi noin 620 kN. FEM-laskennasta saatu kuvaaja sen sijaan lähestyy kuorman arvoa 630 kN. Tällöin teoreettisesti saatu arvo sekä FEM-laskennasta saatu arvo ovat melko lähellä toisiaan, ottaen huomioon, että tutkittava rakenne on betonia, joka on materiaalina epähomogeeninen ja täten saatujen tulosten hajonta on melko suurta. Suppenevuusehdon  $10^{-4}$  mukaisen laskennan viimeisellä inkrementillä eli 15 millimetrin taipumalla havaittiin kuvan 4.16 mukaiset nelikymmenkertaiseksi skaalatut muodonmuutokset laatan pilarin alueella ja sen lähiympäristössä.



**Kuva 4.16** Laatan muodonmuutokset viimeisellä inkrementillä eli 15 millimetrin taipumalla, laskennassa, jolla suppenevuusehto on ollut  $10^{-4}$

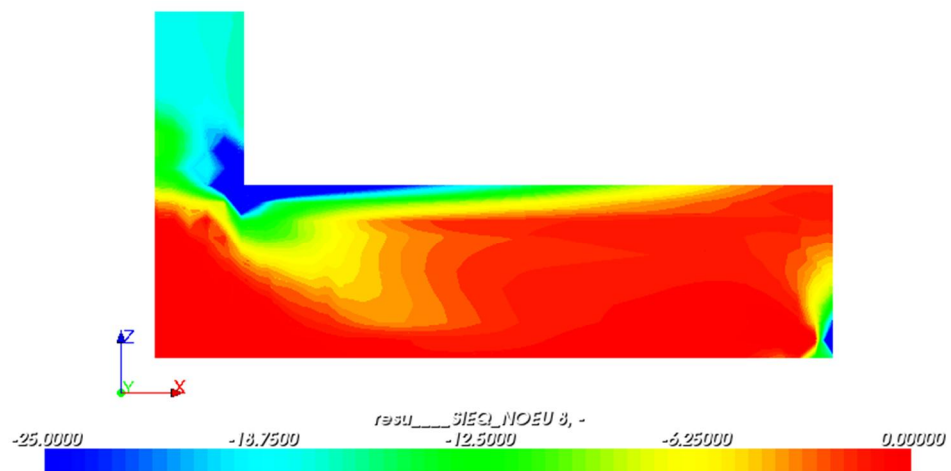
Kuvassa voidaan havaita taivutusmurron mukaisia muodonmuutoksia eli suurempia muodonmuutoksia pilarin alueella laatasta sekä laatan keskeltä nurkkaa kohti lähtevä harjanne, jossa on suurempia muodonmuutoksia. Kuvaajan sekä viimeisen inkrementin muodonmuutoksista voidaan päätellä, että laatta saavuttaa taivutusmurtonsa noin 630 kN kuormalla.

Kuvassa 4.17 näkyvät laattaan syntyneet leikkausmuodonmuutosten vakiopinnat viimeisellä inkrementillä eli kahdeksan millimetrin taipumalla. Suurimmat leikkausmuodonmuutokset ovat lähellä laatan alapintaa sekä pilarin juuressa.



**Kuva 4.17** Rakenteen leikkausmuodonmuutosten vakiopinnat viimeisellä inkrementillä eli kahdeksan millimetrin taipumalla

Työn teoriaosuudessa esitettyjen mekaanisten mallien mukaan laattaan pitäisi syntyä lävistysmurtopinnan kohdalle puristussauva ennen lävistymistä. Kuvassa 4.18 näkyy pääpuristusjännityksen vakiopinnat viimeisellä inkrementillä eli kahdeksan millimetrin taipumalla siten, että laatasta olevat vetojännitykset ovat kokonaan kirkkaan punaisella ja kaikki -20 MPa pienemmät puristusjännitykset näkyvät tummansinisellä.



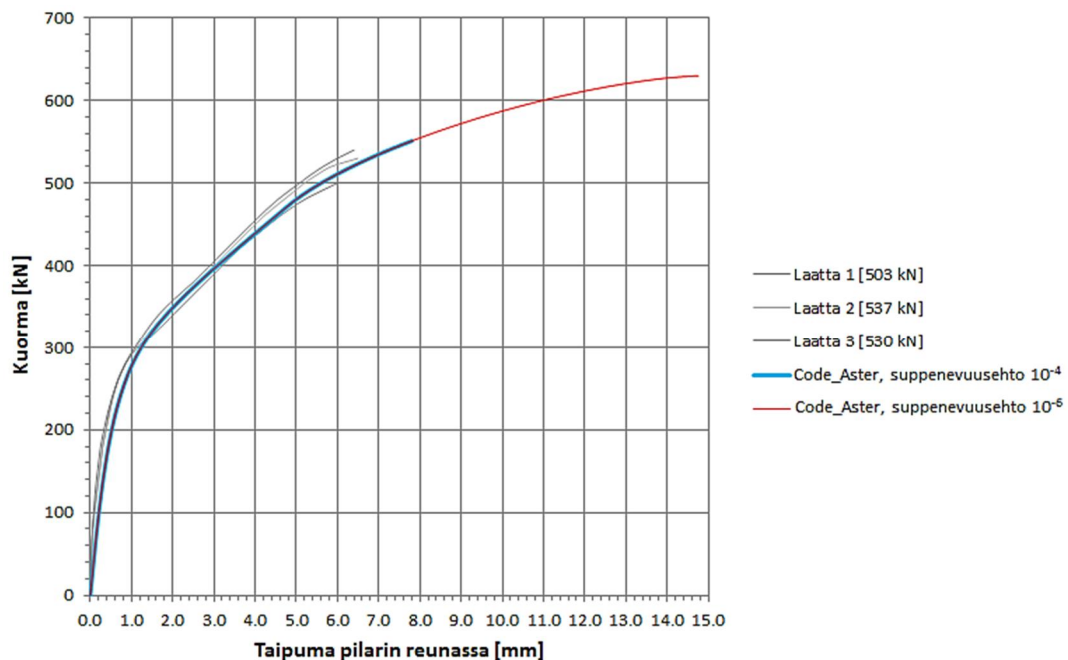
**Kuva 4.18** Pääpuristusjännityksen vakiopinnat viimeisellä inkrementillä eli kahdeksan millimetrin taipumalla



Kuvassa näkyy selkeästi puristettu alue, joka kulkee vinosti pilarin juuresta laatan alapintaan. Mittaamalla kuvasta 4.18 vastaava kulma kuin laboratoriossa testatuista laatoista kuvassa 4.13, saadaan kulman arvoksi noin  $32\text{--}25^\circ$ . Laboratoriolaattojen keskimääräiseksi sisäiseksi kaltevuuskulmaksi saatiin  $32^\circ$ , jolloin FEM-mallinnuksesta saatu kulma on todella lähellä laboratoriotutkimuksista saatua kulmaa. Code\_Asterista saattujen tulosten tarkempi analysointi ja vertailu laboratoriotuloksiin ovat kappaleessa 4.5.

## 4.5 Peruslaatan tulosten analysointi

Kuvassa 4.19 on yhdistettynä laboratoriokokeista eli laatoista L1-L3 sekä Code\_Aster-mallinnuksesta saadut kuorma-taipumakuvaajat. Laboratoriossa tutkittujen laattojen kuvaajista voidaan havaita, että ne eroavat toisistaan jonkin verran, vaikka kaikki kolme laattaa ovat olleet samanlaisia. Tämä johtuu pitkälti betonin epähomogeenisuudesta sekä mahdollisesta kuormitus- ja tuentajärjestelyn aiheuttamasta pienestä epäkeskisyydestä. Tähän verrattuna Code\_Aster-mallinnetun laatan kuorma-taipumakuvaaja eroaa hyvin vähän laboratoriossa tutkittujen laattojen kuorma-taipumakuvaajista, sillä Code\_Aster-mallinnetun laatan kuvaaja osuu laboratoriossa mallinnettujen laattojen kuvaajien väliin. Tämä osoittaa sen, että Code\_Aster-mallinnettu laatta toimii hyvin tarkasti samalla tavalla kuin laatta todellisuudessaakin. Laatat alkavat halkeilla samalla kuormalla ja laatan jäykkyydet pienenevät samaan tapaan halkeamien lisääntyessä ja kasvaessa.



**Kuva 4.19** Laboratoriossa koestettujen laattojen sekä FEM-mallinnetun peruslaatan kuorma-taipumakuvaajat

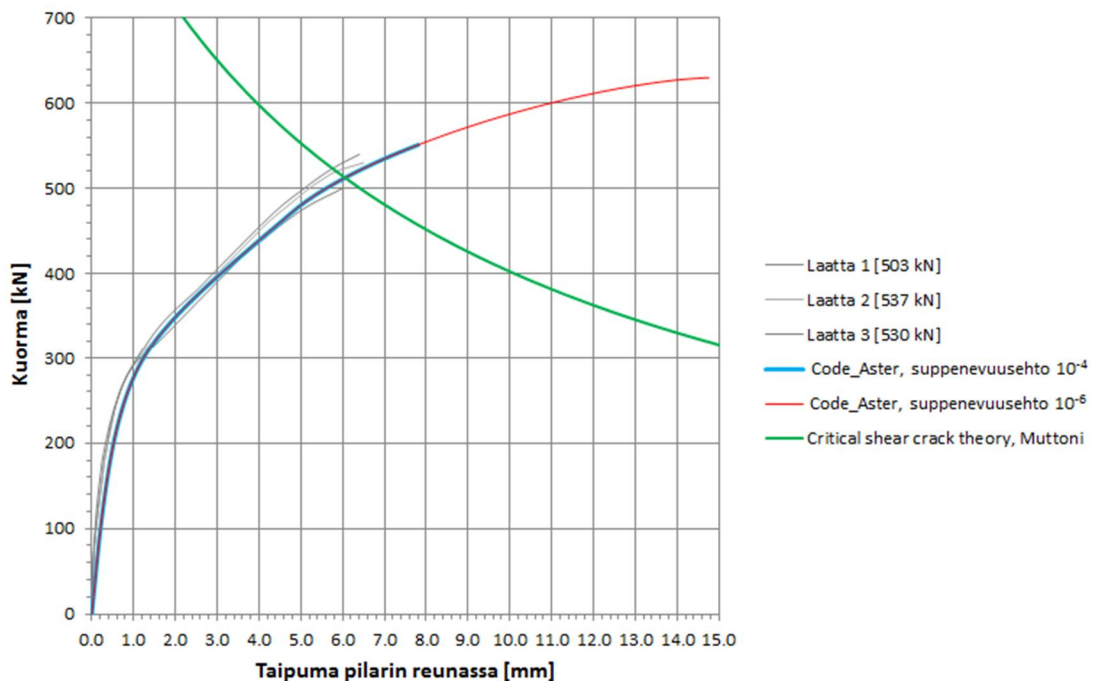
Suppenevuusehdolla  $10^{-4}$  mallinnettu laatta saavuttaa taivutusmurtonsa kuormalla 630 kN, joka eroaa vain noin 10 kN myötöviiveteorialla lasketusta laatan teoreettisesta taivutusmurtokuormasta 620 kN. Code\_Aster-mallinnettu laatta ei kuitenkaan lävisty

niin kuin sen olisi pitänyt. Suppenevuusehdolla  $10^{-6}$  lasketun laatan laskenta hidastui huomattavasti 5,43 mm taipuman jälkeen. Tällöin käytettävää inkrementtiä täytyi pienentää huomattavasti, jotta laskenta etenisi. Tämä antaa viitteitä siitä, että mallissa tapahtuu epälineaarisuuden kasvua. Sen lähde on kuitenkin hankala paikantaa, sillä se voi aiheutua taivutuksesta aiheutuneista kasvaneista muodonmuutoksista tai siitä että laattaa pyrkii lävistymään. Tämän pohjalta ei kuitenkaan voida tehdä sen tarkempia johtopäätöksiä laatan lävistymisestä tällä taipumalla.

Kappaleen 2.2.3 lopussa esitellyn Muttonin kehittämän Critical shear crack theoryn mukaan saadaan laskettua kaavan 2.29 mukainen laatan murtokriteeri peruslaatalle. Ratkaisemalla yhtälöstä 2.29 tutkittava suure  $V$  eli lävistyskuorma saadaan murtokriteerin yhtälöksi kaava 4.1

$$V = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}} b_0 d \sqrt{f_c}, \quad 4.1$$

missä  $d_{g0}$  on raekokoon liittyvä referenssileveys 16 mm,  $d_g$  on betonin runkoaineksen maksimiraekoko eli laatussa käytetylle betonille 16 mm,  $f_c$  on laatan puristuslujuus,  $d$  on laatan tehollinen korkeus eli 175 mm ja  $b_0$  on tutkimuspiirin pituus  $d/2$  etäisyydellä pilarin reunasta. Koska peruslaatussa on pyöreä pilari, on tutkimuspiiri myös ympyrä. Laatan kiertymä  $\psi$  saadaan laskettua jakamalla laatan taipuma pilarin juuressa etäisyydellä laatan sivun keskeltä pilarin reunaan. Kun tämän murtokriteerin yhtälö piirretään laatan taipuman funktiona, saadaan kuvan 4.20 mukainen vihreä kuvaaja.



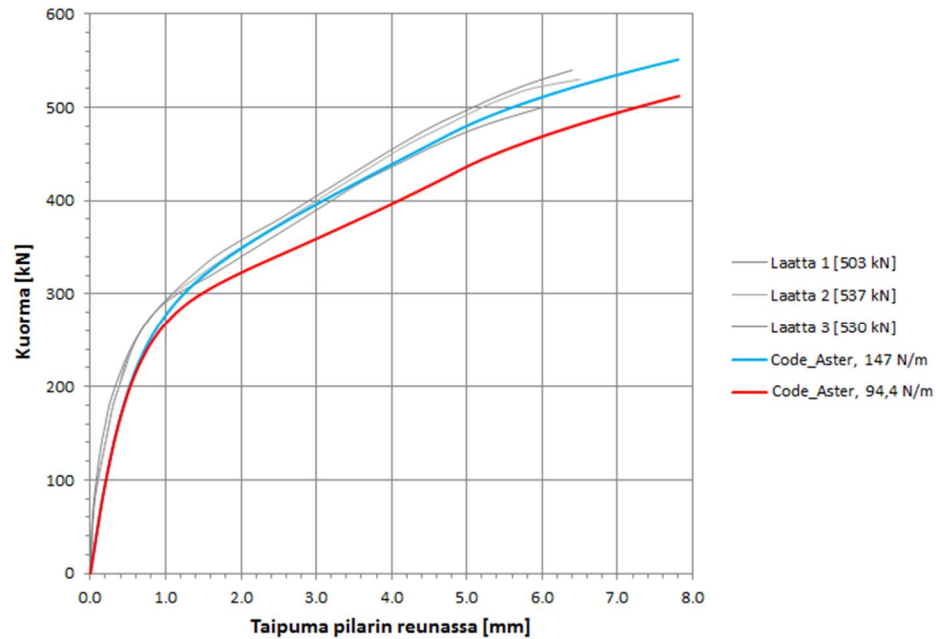
**Kuva 4.20** Laboratoriolaattojen ja Code\_Aster-mallinnetun peruslaatan kuorma-taipumakuvaajat sekä Muttonin murtokriteerin mukainen kuvaaja

Muttonin murtokriteerin mukainen kuvaaja leikkaa Code\_Aster-mallinnetun laatan kuorma-taipumakuvaajan noin 513 kN kohdalla 6,1 millimetrin taipumalla ja laboratoriossa tutkittujen laattojen kuorma-taipumakuvaajat noin 500-530 kN kohdalla 5,7-6 millimetrin taipumalla. Tässä tapauksessa Muttonin murtokriteerin mukainen käyrä leikkaa laboratoriolaattojen kuorma-taipumakäyrät hyvin lähellä sitä kohtaa, missä laatat todellisuudessaakin lävistyivät. Muttonin teoria näyttäisi siis toimivan hyvin lähelle samalla tavalla kuin laatta todellisuudessaakin toimii. Vaikka Code\_Aster-mallinnettu laatta ei lävistynytäkään, antoi se laatalle kuitenkin oikeanlaisen kuorma-taipumakuvaajan. Yhdessä Muttonin murtokriteerin kanssa saadaan sekä lävistyskuorma että -taipuma arvioitua todella tarkasti oikeaksi, jolloin näiden kahden menetelmän yhdistämistä voidaan käyttää laatan lävistyskapasiteetin laskemisessa.

Betonin materiaalimallille annettiin parametrina betonin vetohalkeamaenergia. Mikäli laskennassa käytetty vetohalkeamaenergian arvo olisi liian suuri todelliseen arvoon verrattuna, lävistyisi laatta vasta todellista lävistyskuormaa suuremmilla kuormilla, joka voisi selittää sen, että laattaa ei ole edellä esitetyissä laskennoissa saatu lävistymään. Tämän vuoksi sama peruslaatan laskenta tehtiin myös pienemmällä vetohalkeamaenergian arvolla 94,4 N/m, jotta saataisiin selville oliko käytetty arvo ollut liian suuri. Vetohalkeamaenergian arvo 94,4 N/m saatiin kaavasta 4.2 [54]

$$G_F = 2,5\alpha_0 \left( \frac{f'_c}{0,022} \right)^{0,46} \left( 1 + \frac{d_a}{11,27} \right)^{0,22} \left( \frac{w}{c} \right)^{-0,30}, \quad 4.2$$

missä  $f'_c$  on betonin lieriöpuristuslujuus,  $d_a$  on betonin raekoko,  $w/c$  on käytetyn betonin vesisementtisuhde ja  $\alpha_0$  on vakio 1,44 käytetylle kiviainekselle. Tulokseksi saatiin seuraavan kuvan 4.21 mukaiset käyrät, missä sinisellä on esitetty alkuperäisellä vetohalkeamaenergialla 147 N/m saatu käyrä ja punaisella on esitetty pienennetyllä vetohalkeamaenergian arvolla 94,4 N/m saatu käyrä.



**Kuva 4.21** Laboratoriossa koestettujen laattojen sekä Code\_Aster-mallinnettujen eri vetohalkeamaenergialla laskettujen peruslaattojen kuorma-taipumakuvaajat

Kuvasta 4.21 nähdään, että alkuperäinen vetohalkeamaenergia antaa oikeamman kuorma-taipumakuvaajan, kuin uusi pienennetty vetohalkeamaenergia. Näin voidaan päätellä, että laskennoissa käytetty alkuperäinen vetohalkeamaenergian arvo 147 N/m oli oikein.

## 4.6 Johtopäätökset peruslaatan tuloksista

Peruslaatan tulosten pohjalta voidaan sanoa, että teräsbetonirakenteiden epälineaarinen mallinnus Code\_Aster-ohjelmalla vastaa erittäin hyvin todellista teräsbetonirakenteiden käyttäytymistä, sillä saadut tulokset vastasivat hyvin laboratoriossa tehtyjä kokeita sillä tarkkuudella mitä betonirakenteille voidaan asettaa. Etenkin laatan taipumien ja taivutuskestävyyden osalta tulokset olivat erittäin lähellä todellisuutta. Lävistymisen osalta näin hyviin tuloksiin ei kuitenkaan päästy, sillä laatan lävistymistä ei Code\_Aster-laskennassa havaittu, vaikka laboratoriokokeiden mukaan laatan olisi pitänyt lävistyä. Lävistymisen osalta voidaan sanoa, että lävistymisen mallintaminen Code\_Aster-ohjelmistolla ja peruslaatan mallissa käytetyillä komponenteilla on epävarmaa. Tämän tutkimuksen perusteella ei kuitenkaan pystytä täysin sulkemaan pois sitä mahdollisuutta, että lävistyminen pystyttäisiin mallintamaan esimerkiksi vaihtamalla materiaalimalleja tai ohjelmistoa, sillä kaikkia vaihtoehtoja ei tämän työn puitteissa pystytty tutkimaan käytettävien aikaresurssien ollessa rajalliset.

Epälineaarinen FEM-laskenta ei siis yksistään soveltunut lävistymisen arviointiin, mutta sen avulla laatalle saatiin oikeanlainen kuorma-taipumakuvaaja. Käyttämällä lisäksi apuna Muttonin teorian mukaista murtokriteeriä saatiin sekä laatan lävistyskuorma että -taipuma arvioitua todella tarkasti oikein. Näin sekä FEM-mallinnusta että Mutto-

nin teoriaa hyödyntäen saadaan laatan lävistyskapasiteetti laskettua todella tarkasti rakennesuunnittelua varten.

Tässä esitetty peruslaatan mallinnus poikkesi normaalista suunnittelutilanteesta siten, että FEM-mallinnuksen apuna oli laboratoriotutkimuksesta saadut tulokset. Laboratoriotulosten avulla pystyttiin arvioimaan, milloin FEM-mallinnuksesta saadut tulokset olivat vääriä ja milloin oikeita. Todellisessa suunnittelutilanteessa vertailutuloksia ei kuitenkaan ole saatavilla. Mikäli edellä esitetty peruslaatan mallinnus olisi ollut todellinen suunnittelutehtävä, olisi FEM-mallinnuksen tuloksista ollut mahdollista tehdä johtopäätös, että laatta murtuu taivutusmurrolla eikä lävistyksellä. Tämän johtopäätöksen pohjalta tehdyt suunnitelmat olisivat olleet tällöin virheellisiä. Tämän vuoksi onkin tärkeää, että käytettävän suunnittelumenetelmän eli tässä tapauksessa FEM-mallinnuksen toimivuudesta voidaan olla varmoja jo etukäteen ja että suunnittelijalla on melko tarkka etukäteisarvio lävistyskuorman suuruudesta. Tämän vuoksi pitäisi jo ennalta selvittää käytettävien menetelmien kuten materiaalimallien ja ohjelmien soveltuvuus lävistymisen mallintamiseen ennen kuin todellista suunnittelua menetelmällä aloitetaan. Edellä esitetty peruslaatan mallinnus, josta on olemassa laboratoriotulokset, soveltuu tähän käyttötarkoitukseen hyvin.

Itse laskennan suorittamisessa ongelmia tuotti laskennan pitkä kesto, mikä yleisestikin tiedostetaan kolmiulotteisilla elementeillä toteutettavan epälineaarisen mallinnuksen ongelmaksi. Tämän vuoksi saatavilla oleva laskentakapasiteetti tulisi tarkoin määrittää ennen laskennan aloittamista, jotta siitä ei synny ongelmaa suunnittelun aikana. Laskennan pitkän keston vuoksi epälineaarinen kolmiulotteinen mallinnus ei sovellu jokapäiväiseen suunnittelutyöskentelyyn, vaan enemmän erikoistarkasteluihin, joihin sitä yleensä käytetäänkin. Pitkän laskenta-ajan vuoksi suunnitteluprosessi voi kestää moninkertaisesti pidempään, kuin mitä se kestäisi ilman laskentaa. Tällöin laskennasta saatujen hyötyjen tulee olla niin merkittäviä, jotta laskenta-ajan pitenemisen vuoksi kasvaneet suunnittelukustannukset ovat perusteltuja.

Käytetty Code\_Aster-ohjelmisto osoittautui toimivaksi ohjelmistoksi epälineaariin teräsbetoniilaatan mallintamiseen. Ohjelma vaatii käyttäjältään keskivertoa FEM-mallinnusohjelmistoa enemmän tietämystä elementtimenetelmän taustoista, sillä käyttäjän tulee itse määritellä normaalia tarkemmin esimerkiksi mallin rakenne, laskennan asetukset tai materiaalimallien parametrit. Tämä mahdollistaa juuri sellaisen mallin tekemisen kun käyttäjä itse haluaa. Mikäli käyttäjälle tulee ongelmia ohjelmiston käytön kanssa, ei sille ole olemassa virallista käyttäjätukea. Sen sijaan ohjelmistolle on saatavilla laaja dokumentaatio sekä useita esimerkkimalleja, jotka auttavat ongelmien ratkaisemisessa. Dokumentaatiot on käännetty ranskankielisestä englanninkieliseksi suoraan käännösohjelmistolla, jolloin englanninkielisten dokumentaatioiden ymmärrettävyys voi olla paikoin heikko. Ohjelmistossa oli saatavilla betonille useita erilaisia materiaalimalleja, jotka on usein tarkoitettu tietyn betonin ominaisuuden tarkempaan tarkasteluun. Lisäksi osa malleista vaatii melko tarkkoja parametreja käytettävästä betonista. Lävistymisen tapauksessa olisi kuitenkin pärjätty melko yksinkertaisellakin materiaalimallil-

la, mutta juuri tähän käyttötarkoitukseen täydellisesti sopivaa materiaalmallia ei ollut saatavilla.

Jatkotutkimuksena voisi tutkia lävistymistä lisää Code\_Aster-ohjelmistolla esimerkiksi muuttamalla materiaalmalleja tai vaihtoehtoisesti tutkimalla lävistymistä kokonaan jollakin toisella epälineaariseen FEM-mallinnukseen soveltuvalla ohjelmistolla. Tällöin saataisiin varmuus siihen, että epälineaarinen FEM-mallinnus on luotettava menetelmä rakennesuunnittelun tueksi.

Epälineaarinen FEM-mallinnus on kaiken kaikkiaan kehityskelpoinen menetelmä teräbetonirakenteiden analysointiin. Nykymenetelmillä pystytään jo melko helposti mallintamaan yksinkertaisimpia rakenteita, mutta esimerkiksi lävistymisen tapauksessa, jossa laattaan syntyy monimutkainen kolmiulotteinen jännitystila, voi mallin oikeanlainen toiminta olla epävarmaa. Näiltä osin ohjelmistojen ja tietokoneiden kehittyminen luo varmasti lisämahdollisuuksia menetelmän kehittämiseen ja runsaampaan käyttöön jokapäiväisessä rakennesuunnittelussa. Edellä esitetty esimerkki, jossa epälineaarisen FEM-mallinnuksen tukena käytettiin Muttonin lävistysteoriaa, osoittaa kuitenkin, että jo nykypäivänä epälineaarista FEM-mallinnusta voidaan hyödyntää lävistymisen laskennassa, mutta yksistään se ei vielä lävistymisen luotettavaan analysointiin riitä.

## 5 LASKENNALLINEN KOESARJA

Laatan lävistyskestävyyden mitoitukseen on olemassa monenlaisia suunnitteluohjeita. Suomessa on jo pitkään käytetty Suomen omaa rakentamismääräyskokoelmaa, mutta nyt mitoituksessa ollaan siirtymässä yleiseurooppalaiseen Eurokoodiin. Suomessa Eurokoodin lävistysmitoituksesta saatavien tulosten oikeellisuudesta ollaan kuitenkin epävarmoja, etenkin mikäli tutkittava rakenne on massiivinen. Epäilläään, että tällöin Eurokoodi voi antaa epävarmalla puolella olevia ratkaisuja. Tällä hetkellä Suomessa ei vielä käytetä Eurokoodin mukaista lävistysmitoitusta ja moni muu maakin on antanut siihen omat ohjeistuksensa. Tässä kappaleessa tutkitaan epälineaarisen FEM-analyysin ja Muttonin lävistysteorian avulla paksujen laattojen lävistyskapasiteettia, sillä menetelmä osoittautui edellisen kappaleen laskennan tuloksena luotettavaksi. Saatuja tuloksia verrataan Suomen rakentamismääräyskokoelmasta ja Eurokoodista saatuihin lävistyskapasiteettien arvoihin. Täten saatujen tulosten pohjalta voidaan arvioida eri suunnitteluohjeiden soveltuvuutta paksujen laattojen lävistyskapasiteetin laskentaan. FEM-laskennassa käytetään Code\_Aster-ohjelmistoa. Laskennallista koesarjaa kutsutaan jatkossa yksinkertaisuuden vuoksi koesarjaksi.

### 5.1 Koesarjan rakenne

Koesarjassa tutkitaan laatan paksuuden vaikutusta laatan lävistyskapasiteettiin. Edellä laskettua perusmallia muokataan siten, että rakenteessa kasvatetaan pilarin kokoa, laatan paksuutta sekä jänneväliä samassa suhteessa. Betonin ja raudoitusterästen materiaaliominaisuudet pidetään kuitenkin samoina, sillä niiden vaikutus ei tässä tapauksessa ole kiinnostuksen kohteena. Lisäksi laattoihin lisätään raudoitusta sen verran, että laatan raudoitussuhde pysyy samana kuin perusmallissa. Koesarjassa on edellä tutkitun peruslaatan lisäksi neljä muuta laattaa taulukon 5.1 mukaisesti.

*Taulukko 5.1 Koesarja FEM-laskentaan*

	Pilarin halkaisija [mm]	Laatan paksuus [mm]	Jänneväli [mm]	Raudoitusmäärä ( $\rho$ =vakio=4,5‰) [mm <sup>2</sup> /m]	Skaalausuhde
Peruslaatta	200	200	1570	785	1x
Koesarja 1	500	500	3925	2137,5	2,5x
Koesarja 2	1000	1000	7850	4387,5	5x
Koesarja 3	1500	1500	11775	6637,5	7,5x
Koesarja 4	2000	2000	15700	8887,5	10x

Taulukossa 5.1 näkyvät koesarjan neljän eri laatan pilarin säteet, laatan paksuudet sekä jännevälit. Suhde-sarake kertoo, kuinka monta kertaa isommat pilarin säde, laatan paksuus sekä jänneväli ovat peruslaatan vastaaviin mittoihin verrattuna. Koesarjan laattojen massiivisuus kasvaa siten, että laatta 4 on jo kymmenen kertaa isompi kuin peruslaatta. Raudoitussuhde laatoissa pysyy kuitenkin koko ajan vakiona eli 4,5 % suuruisena. Raudoitusmäärää laskettaessa on ollut oletuksena, että jokaisessa koesarjan laatoissa alapinnan teräskerrokset ovat keskimäärin 25 millimetrin päässä laatan alapinnasta kuten peruslaatatassakin. Tässä ei siis ole otettu huomioon, että suurempi teräsmäärä vaatisi isomman tankokoon ja sen mukaan raudoituserrokset olisivat keskimäärin ylempänä laatan alapinnasta kuin 25 millimetriä. Tällä ei kuitenkaan ole mitään merkitystä, mikäli FEM-mallit ja suunnitteluohjeiden mukaiset laskennat tehdään tämän saman oletuksen mukaisesti. Laatan yläpinnan puristuserästen raudoitussuhde pysyy samana koesarjanlaatoissa kuin peruslaatatassakin.

## 5.2 Koesarjan laattojen FEM-mallien rakenne

Koesarjan laattojen Code\_Aster-mallit olivat rakenteeltaan hyvin pitkälle samanlaisia kuin peruslaatan Code\_Aster-mallikin oli. Geometrialtaan rakenteet olivat samanmuotoiset, mutta koesarjan laattojen kaikki dimensiot olivat skaalattu taulukon 5.1 mukaisesti. Lisäksi koesarjan laatoille veto- ja puristuseräsmäärää lisättiin niin paljon, että laatan raudoitussuhde pysyi aina samana kuin peruslaatatassakin. Näin saadut vetoteräsmäärät näkyvät myös taulukossa 5.1. Sekä veto- että puristuseräokset mallinnettiin samoille etäisyyksille laatan pinnoista kuin peruslaatatassakin.

Elementtiverkko koesarjan laatoissa oli samanlainen kuin peruslaatatassakin, mutta elementtien koko oli suurempi. Elementin särmän maksimipituutta kasvatettiin samassa suhteessa perusmallin särmän pituuteen nähden, kuin mitä laatan mittojakin kasvatettiin. Näin elementtimäärä ja täten myös solmumäärä pysyi samana kuin peruslaatatassa, jolloin laskenta-aika ei pidentynyt, sillä se oli jo melko pitkä peruslaattaakin laskettaessa. Näin estettiin myös erilaisen verkon vaikutus saataviin tuloksiin ja täten tulosten vertailuun.

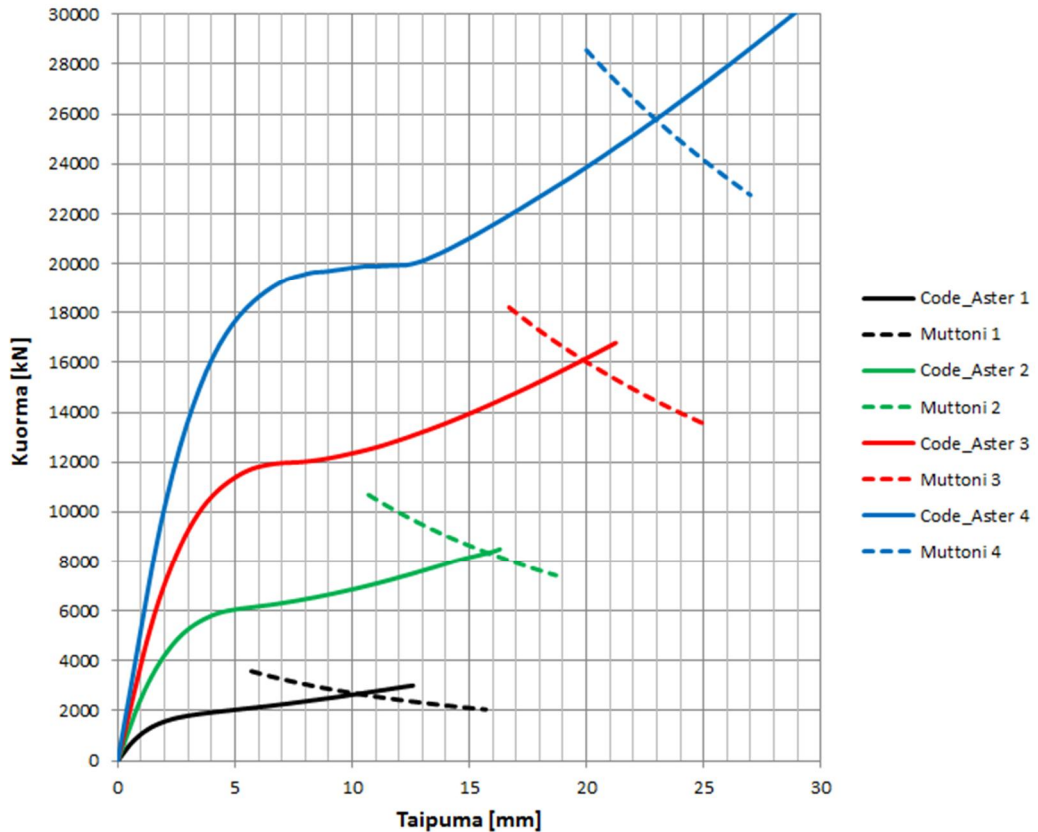
Koesarjassa käytetty laskenta oli edelleen siirtymäohjattu sekä epälineaarinen. Käytetyt inkrementit sekä laatalle annettu maksimitaipuma määritettiin erikseen kullekin laatalle sopivaksi, siten että saatu kuorma-taipumakäyrä oli riittävän pitkälle laskettu, jotta se leikkasi Muttonin murtokriteerin mukaisen käyrän. Koesarjan laatoissa tangenttimatriisi käännettiin jokaisella iterointikierröksellä ja suppenevuusehdon arvona käytettiin  $10^{-4}$ .

## 5.3 Code\_Aster-laskennasta sekä Muttonin lävistymisteoriasta saadut tulokset koesarjan laatoille

Code\_Aster-laskenta peruslaatalle ja koesarjan laatoille oli siirtymäohjattu ja laskennoista haluttiin tulokseksi laattojen kuorma-taipumakuvaajat. Kuorma-taipumakuvaajaa varten laskennasta otettiin talteen laatan taipuma pilarin juuressa sekä laskettiin kutakin



taipumaa vastaava laatan tukireaktioiden resultantti, joka on suoraan laatan kuorma. Näiden taipuma-voimaparien avulla saatiin kuvan 5.1 mukaiset kuorma-taipumakuvaajat kullekin laatalle. Koska laatta ei Code\_Aster-laskennassa lävistynyt, laskettiin kullekin koesarjan laatalle myös Muttonin murtokriteerin mukainen kuvaaja samalla tavalla kuin edellisessäkin kappaleessa peruslaatalle. Muttonin mallin murtokriteerin mukaiset kuvaajat näkyvät myös kuvassa 5.1.



**Kuva 5.1** Koesarjan laattojen kuorma-taipumakuvaajat sekä Muttonin murtokriteerin mukaiset kuvaajat

Kunkin laatan lävistyskapasiteetti saadaan edellä olevasta kuvasta kyseessä olevan laatan kuorma-taipumakuvaajan ja Muttonin murtokriteerin mukaisen kuvaajan leikkauskohdasta. Lävistyskapasiteeteiksi saatiin taulukon 5.2 mukaiset arvot. Peruslaatan lävistyskapasiteetti saatiin samaan tapaan kuvasta 4.20.

**Taulukko 5.2** Koesarjan laattojen lävistyskapasiteetit Code\_Aster-laskennasta

	Lävistyskuorma [kN]
Peruslaatta	513
Koesarja 1	2675
Koesarja 2	8350
Koesarja 3	16100
Koesarja 4	25785

Saatujen lävistyskuormien tarkempi analysointi on esitetty kappaleessa 5.5.

#### 5.4 Suunnitteluohjeiden mukaiset lävistyskapasiteetit koesarjan laatoille

Peruslaatalle ja koesarjan laatoille 1-4 laskettiin Eurokoodin, Suomen rakentamismääräyskokoelman sekä Eurokoodin uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaiset lävistyskapasiteetit. Eurokoodin ja uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaiset lävistyskapasiteettien laskennat on esitetty liitteessä 2. Suomen rakentamismääräyskokoelman mukaiset laskemat on esitetty liitteessä 3. Laskennat ovat tehty teoriaosuudessa esitettyjen suunnitteluohjeiden mukaisesti ja niissä on käytetty mahdollisimman tarkasti samoja mittoja, materiaaliominaisuuksia ja muita parametreja, kuin FEM-mallinnetuissa laatoissa, jotta saadut tulokset olisivat mahdollisimman tarkasti vertailukelpoisia. Materiaaliarvoina on käytetty materiaalien todellisia materiaaliparametreja, joihin on lisätty käytettävän suunnitteluohjeen mukainen varmuus. Tällöin saadut suunnitteluohjeiden mukaiset lävistyskapasiteetit ovat mitoitusarvoja, jotka sisältävät materiaalien varmuuden.

Kaikissa laskennoissa laatan tehollisena korkeutena käytettiin laatan korkeutta, josta oli vähennetty 25 millimetriä. Teräsmäärät sekä pilarin halkaisijat olivat taulukon 5.3 mukaisia. Eurokoodin mukaisessa laskennassa käytetään betonin lieriölujuuden ominaisarvoa. Sen arvo saatiin FEM-laskennassakin käytetystä betonin keskimääräisestä lieriöpuristuslujuudesta vähentämällä siitä 8 MPa Eurokoodin mukaisesti. Pilarille tuleva kuorma ei ollut epäkeskinen, jolloin kerroin  $\beta$  sai arvon yksi. Eurokoodin mukaisessa laskennassa käytettiin Eurokoodin mukaisia suositusarvoja suureille  $C_{Rd,c}$ ,  $v_{min}$  ja  $k_I$ . Uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaisessa laskennassa käytettiin kyseessä olevassa liitteessä esitettyjä arvoja edellä esitellyille kolmelle suurelle. Suomen rakentamismääräyskokoelman mukaisessa laskennassa betonin vetolujuus laskettiin betonin puristuslujuudesta. Epäkeskisyys rakenteelle oli myös nolla, jolloin kerroin  $\beta$  sai arvon 0,4.

Lävistyskapasiteeteiksi saatiin taulukon 5.3 mukaiset arvot:

**Taulukko 5.3** Eurokoodin, sen uudistuvan Suomen kansallisen liitteen ja Suomen rakentamismääräyskokoelman mukaiset laattojen lävistyskapasiteetit

	EC [kN]	EC, Suomi, uudistuva [kN]	RakMK [kN]
Peruslaatta	238	203	196
Koesarja 1	1419	1195	1094
Koesarja 2	5239	4388	4042
Koesarja 3	11272	9425	9210
Koesarja 4	19454	16252	16477

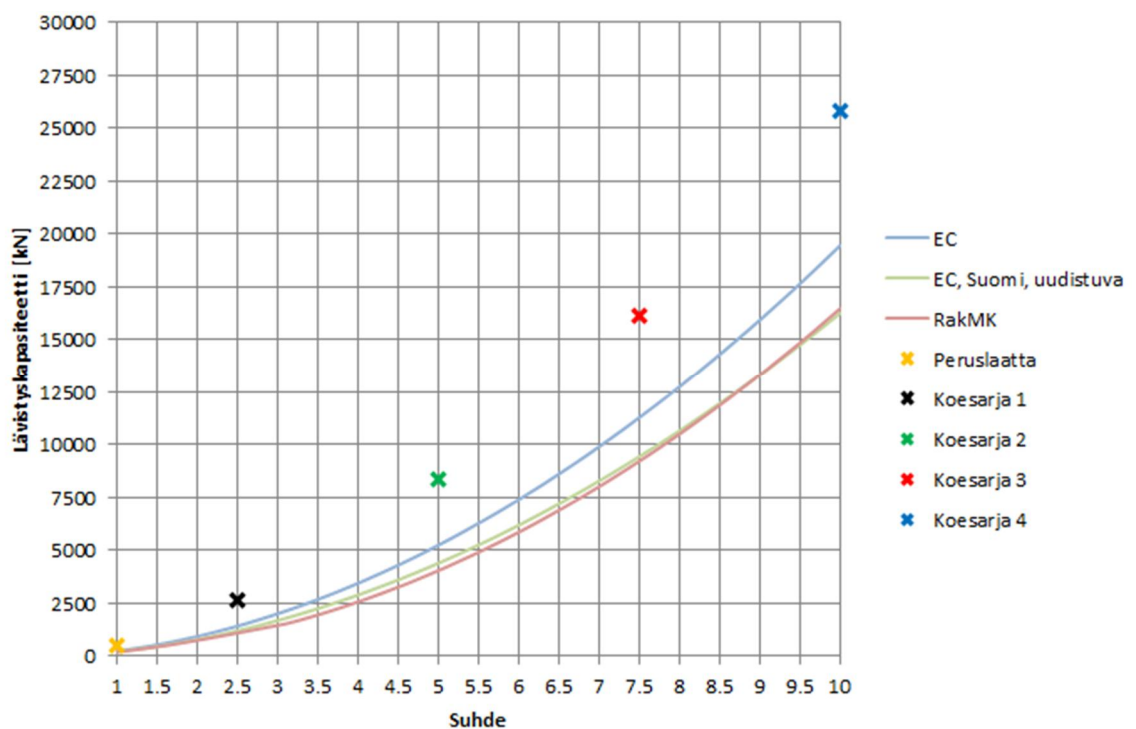
Suunnitteluohjeiden mukaisten lävistyskapasiteettien tarkempi analysointi on esitetty kappaleessa 5.5.

## 5.5 Koesarjan tulosten analysointi

Koesarjan FEM-laskennasta tulokseksi saadut laattojen todelliset lävistyskapasiteetit sekä Eurokoodin, sen uudistuvan Suomen kansallisen liitteen ja Suomen rakentamismääräyskokoelman mukaiset lävistyskapasiteetit näkyvät taulukossa 5.4 sekä kuvassa 5.2.

**Taulukko 5.4** Koesarjan laattojen lävistyskapasiteetit Code\_Aster-laskennasta ja suunnitteluohjeiden mukaisesti

	EC [kN]	EC, Suomi, uudistuva [kN]	RakMK [kN]	Code_Aster [kN]
Peruslaatta	238	203	196	513
Koesarja 1	1419	1195	1094	2675
Koesarja 2	5239	4388	4042	8350
Koesarja 3	11272	9425	9210	16100
Koesarja 4	19454	16252	16477	25785



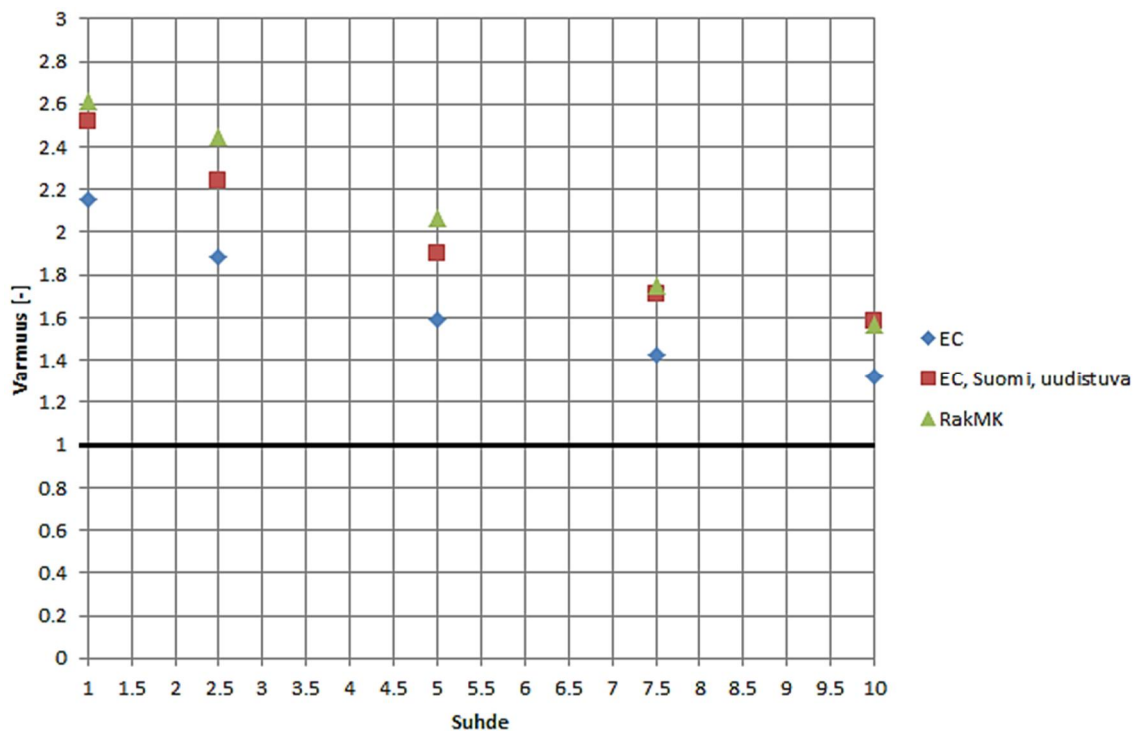
**Kuva 5.2** Code\_Aster-laskennasta sekä Eurokoodista, sen uudistuvasta Suomen kansallisesta liitteestä ja Suomen rakentamismääräyskokoelmasta saadut lävistyskapasiteetit laatan paksuutta kuvaavan suhteen funktiona

Riippumatta laatan paksuudesta Eurokoodin mukainen mitoitus antaa suuremmat lävistyskapasiteetit kuin Suomen rakentamismääräyskokoelman tai Eurokoodin uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaiset laskennat. Suomen rakentamismääräyskokoelman ja Eurokoodin uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaiset kapasiteetit ovat puolestaan miltei samansuuruiset. Suomessa Eurokoodin uudistuvat kansalliset parametrit on siis ilmeisesti valittu siten, että niillä laskettaessa lävistyskapasiteetit vastaisivat Suomen rakentamismääräyskokoelman laskennasta saatuja arvoja.

Rakennesuunnittelussa on tärkeää, että tehty suunnitteluratkaisu sisältää varmuutta todelliseen lävistyskapasiteettiin nähden. Tämän vuoksi laskettiin kullekin laatalle ja suunnitteluohjeelle varmuus eli Code\_Aster-laskennasta saadun todellisen lävistyskapasiteetin suhde suunnitteluohjeen mukaiseen lävistyskapasiteettiin. Varmuudeksi saatiin taulukon 5.5 mukaiset arvot, jotka ovat esitettyinä kuvassa 5.3 laatan paksuutta kuvaavan suhteen funktiona.

*Taulukko 5.5 Peruslaatan ja koesarjan laattojen varmuudet suunnitteluohjeittain*

	EC	EC,Suomi	RakMK
Peruslaatta	2,16	2,51	2,61
Koesarja 1	1,89	2,24	2,45
Koesarja 2	1,59	1,90	2,07
Koesarja 3	1,43	1,71	1,75
Koesarja 4	1,33	1,59	1,57



*Kuva 5.3 Koesarjan laattojen varmuudet eri suunnitteluohjeisiin verrattuna*

Kuvasta havaitaan, että riippumatta käytettävästä suunnitteluohjeesta varmuus pienenee laatan paksuuden kasvaessa. Peruslaatalle varmuus on noin 2,1-2,6 ja kymmenkertaiseen laattaan mentäessä varmuus laskee noin arvoon 1,3-1,6. Missään vaiheessa varmuus ei siis kuitenkaan laske alle yhden, joten kaikki suunnitteluohjeilla saadut ratkaisut olivat turvallisia. Lisäksi tulee muistaa, että saadut tulokset eivät sisällä kaikkea varmuutta, mitä rakennesuunnittelun mitoituksessa yleensä käytetään, sillä Code\_Aster-laskennasta saatu kuorma ei sisältänyt varmuutta, koska laskennan materiaaliparametrit olivat todellisia. Näin todellisessa mitoitusilanteessa varmuus olisi vieläkin suurempi. Lisäksi tyypilliset rakenneratkaisut ovat yleensä peruslaatan kokoluokkaa, jolloin varmuus on selkeästi yli kahden. Tällöin pienempi varmuus tulee kyseeseen vasta, kun rakenne on todella massiivinen eli usein erikoisrakenne. Rakenteita, jotka olisivat paksuudeltaan suurempia kuin koesarjan 4 laatta, ei käytännössä koskaan esiinny.

## 5.6 Johtopäätökset koesarjan tuloksista

Koesarjan perusteella voidaan sanoa, että suunnitteluohjeista Eurokoodi antaa laatoille kaikista suurimman lävistyskestävyyden riippumatta laatan paksuudesta. Suomen rakentamismääräyskokoelman ja Eurokoodin uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaiset lävistyskapasiteetit ovat pienempiä ja keskenään miltei samansuuruisia. Uudistuvassa Suomen kansallisessa liitteessä on siis ilmeisesti valittu kansalliset parametrit siten, että siitä saadut tulokset vastaisivat Suomen rakentamismääräyskokoelman tuloksia.

FEM-laskennasta saatuihin peruslaatan ja koesarjan laattojen lävistyskapasiteetteihin verrattuna tutkituista suunnitteluohjeista pienin varmuus on siis Eurokoodin mukaisella mitoituksella. Suomen rakentamismääräyskokoelman ja Eurokoodin uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaiset varmuudet ovat siis suurempia. Riippumatta suunnitteluohjeesta havaittiin, että laatan paksuuden kasvaessa varmuus lävistymisen suhteen pieneni. Peruslaatalle varmuus oli noin 2,1-2,6, kun taas kymmenkertaisella laatalle varmuus oli noin 1,3-1,6. Oleellisinta on kuitenkin, että missään tapauksessa varmuus ei laskenut alle yhden, joten kaikilla näillä suunnitteluohjeilla tehnyt rakenneratkaisut olisivat olleet turvallisia.

## 6 YHTEENVETO

Pilari-laattarakennetta käytetään nykyään paljon sen yksinkertaisuuden vuoksi. Lisäksi se luo vapautta rakennuksen layoutin suunnitteluun sekä parantaa rakennuksen muuntojoustavuutta. Lävistyminen on laatasta tapahtuva äkillinen ja hauras murtumistapahtuma, jossa laatta tukeva pilari lävistyy läpi laatasta. Ennen lävistymistä laataan syntyy monimutkainen kolmiulotteinen jännitystila, jonka ymmärtäminen on lävistymisen kannalta oleellista. Tämän vuoksi olisikin hyvä, jos lävistymistä pystyttäisiin mallintamaan luotettavasti esimerkiksi FEM-mallinnuksen avulla.

Työssä mallinettiin epälineaariseen FEM-analyysiin soveltuvalla Code\_Aster-ohjelmistolla samanlainen laatta, joka oli aikaisemmin kuormitettu laboratoriossa. Tulokseksi saatiin, että FEM-mallinnettu laatta ei lävistynyt sillä kuormalla, jolla se oli lävistynyt laboratorionkokeessa, vaan se murtui taiputusmurroilla. FEM-laskennasta saatu kuorma-taipumakuvaaja oli kuitenkin hyvin lähelle samanlainen kuin laboratorionkokeesta saatu vastaava kuvaaja. Käyttämällä apuna Muttonin lävistymisteorian mukaista murtokriteeriä saatiin sekä laatan lävistyskuorma että -taipuma arvioitua hyvin tarkasti oikein eli samoiksi kuin laboratorionkokeesta saadut vastaavat suureet. Täten yhdessä Muttonin lävistysteorian murtokriteerin kanssa FEM-mallinnus soveltuu käytettäväksi laatan lävistyskapasiteetin laskentaan todella hyvin. Yksistään työssä käytetty FEM-mallinnusmenetelmä ei vielä siihen sovellu.

Rakennesuunnittelussa rakenteet mitoitetaan jonkun suunnitteluohjeen mukaisesti. Suomessa tähän asti käytössä olevasta Suomen rakentamismääräyskokoelmasta ollaan siirtymässä yleiseurooppalaisen Eurokoodin mukaiseen mitoitukseen. Ongelmana on kuitenkin ollut, että Suomessa Eurokoodin mukaisen mitoituksen oikeellisuudesta ollaan oltu epävarmoja, etenkin jos kyseessä on ollut massiivinen rakenne. Tämän vuoksi työssä tutkittiinkin FEM-mallinnetun koesarjan avulla laatan paksuuden vaikutusta lävistyskapasiteettiin. FEM-mallinnuksesta saatuja todellisia lävistyskestävyyksiä verrattiin suunnitteluohjeiden antamiin lävistyskapasiteetteihin vastaaville laatoille. Tulokseksi saatiin, että riippumatta laatan paksuudesta Eurokoodin mitoitus antaa suurimpia lävistyskapasiteetteja. Suomen rakentamismääräyskokoelma ja Eurokoodin mukainen uudistuva Suomen kansallinen liite puolestaan antavat pienemmät lävistyskapasiteetit. Vertaamalla näitä tuloksia vastaavien laattojen FEM-mallinnuksesta saatuihin todellisiin lävistyskapasiteetteihin huomattiin, että riippumatta suunnitteluohjeesta varmuus todelliseen lävistyskapasiteettiin pieneni laatan paksuuntuessa. Oleellisinta on kuitenkin, että missään tapauksessa varmuus ei laskenut alle yhden, joten kaikilla suunnitteluohjeilla tehnyt rakenneratkaisut olisivat olleet turvallisia. Huoli siitä että Eurokoodin mukainen

mitoitus olisi epävarmalla puolella, näyttää siis tämän tutkimuksen perusteella olevan aiheeton.

## LÄHTEET

- [1] Sacramento P.V.P., Ferreira M.P., Oliveira D.R.C., Melom G.S.S.A., Punching strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement, *Ibracon structures and material journal*, Volume 5, Number 5, 2012, p. 659-691
- [2] Corres-Peiretti H., Romo J., León J., Pérez A., Conceptual Design, [viitattu 13.6.2013]. Saatavissa: [http://www.fhecor.es/files/ARW/ES\\_CONCEPTUAL%20DESIGN.pdf](http://www.fhecor.es/files/ARW/ES_CONCEPTUAL%20DESIGN.pdf)
- [3] Punching of structural concrete slabs, Technical report prepared by the CEB/FIB Task Group, 2001, p. 307
- [4] Code\_Aster, Analysis of Structures and Thermomechanics for Studies & Research, Électricité de France (EDF), [viitattu 13.6.2013]. Saatavissa: [http://www.codeaster.org/V2/UPLOAD/DOC/Presentation/plaquette\\_aster\\_en.pdf](http://www.codeaster.org/V2/UPLOAD/DOC/Presentation/plaquette_aster_en.pdf)
- [5] Suomen kansallinen liite standardiin SFS-EN 1992-1-1 Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat määräykset, [viitattu 13.6.2013]. Saatavissa: <http://www.eurocodes.fi/1992/1992-1-1/NA%20SFS-EN1992-1-1-YM.pdf>
- [6] Staller M.A., Analytical Studies and Numerical Analysis of Punching Shear Failure in Reinforced Concrete Slabs, International Workshop on Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs, TRITA\_BKN, Bulletin 57, Royal Institute of Technology, 2000, p. 8
- [7] Sistonen E., Teräsbetoni laatan lävistyskapasiteetin laskentakaavan geometrinen malli, Diplomityö, Teknillinen korkeakoulu, Rakennus- ja yhdyskuntatekniikan osasto, Talonrakennustekniikka, 1997, p. 147
- [8] Fernández R.M., Muttoni A., Performance and Design of Punching-Shear Reinforcing Systems, 3rd FIB International Congress, N° 437, Washington D.C., USA, 2010, p. 14
- [9] Kinnunen S., Nylander H., Punching of concrete slabs without shear reinforcement, Transactions No. 158, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1960, p. 112
- [10] Muttoni A., Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement, *ACI Structural Journal*, V. 105, N° 4, USA, 2008, p. 440-450
- [11] Eurocodes, European Committee for Standardization (CEN), [viitattu 17.6.2013]. Saatavissa: <http://www.cen.eu/cen/Sectors/Sectors/Construction/Eurocodes/Pages/default.aspx>
- [12] SFS-EN 1992-1-1+AC, Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, Suomen standardisoimisliitto (SFS), 2005, p. 217



- [13] Hegger J., Amendment for the maximum punching resistance according to EN 1992-1-1, Prepared by Task Group 4, Institute of Structural Concrete, RWTH Aachen University, 2013, p. 8
- [14] Information about the NDPs. EUROCODE.info, [viitattu 17.6.2013]. Saatavissa: [http://www.eurocode.info/readarticle.php?article\\_id=3](http://www.eurocode.info/readarticle.php?article_id=3)
- [15] Lindberg R., Kerokoski O., RTEK-3210 Teräsbetonirakenteet, Luentomoniste, Tampereen teknillinen yliopisto, 2010, p. 294
- [16] Valmisteilla oleva muutos Suomen kansalliseen liitteeseen standardiin SFS-EN 1992-1-1 Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat määräykset [Julkaisematon, saatu Timo Tikanojalta]
- [17] Boverkets forfattningssamling, BFS 2011:10 EKS 8, [viitattu 17.6.2013]. Saatavissa: <https://rinfo.boverket.se/EKS/PDF/BFS2011-10-EKS8.pdf>
- [18] UK National Annex to Eurocode 2: Design of concrete structures- Part 1-1: General rules and rules for buildings, NA to BS EN 1992-1-1:2004, British Standards, 2004, p. 20
- [19] Lips S., Punching of Flat Slabs with Large Amounts of Shear Reinforcement, Thèse N° 5409, École polytechnique fédérale de Lausanne, 2012, p. 217
- [20] Rakentamismääräykset ja eurokoodisuunnittelu, päivitys 15.5.2012, [viitattu 14.6.2013]. Saatavissa: <http://www.ymparisto.fi/download.asp?contenti=136425&lan=fi>
- [21] Suomen rakentamismääräyskokoelma, [viitattu 17.6.2013]. Saatavissa: [http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto\\_ja\\_rakentaminen/Lainsaadanto\\_ja\\_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma](http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma)
- [22] Suomen rakentamismääräyskokoelma B4, Betonirakenteet, ohjeet, 2005 [viitattu 14.6.2013]. Saatavissa: <http://www.finlex.fi/data/normit/17075-B3s.pdf>
- [23] Building code requirements for structural concrete and commentary (ACI 318M-05), ACI Committee 318, 2005, p. 430
- [24] Polak A., Modeling Punching Shear of Reinforced Concrete Slabs Using Layered Finite Elements, Technical Paper, ACI Structural Journal, Title no. 96, 1998, p. 71-80
- [25] Code\_Aster-dokumentaatio. Realization of a study of civil engineer under seismic loading, U2.06.10, [viitattu 18.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u2/u2.06.10.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u2/u2.06.10.pdf)
- [26] Kouhia R., Tuomala M., Rakennetekniikan numeeriset menetelmät, luentomoniste, 2009
- [27] Cook R.D., Finite Element modeling of Stress Analysis, University of Wisconsin-Madison, John Wiley & Sons, Inc., 1995
- [28] Code\_Aster-dokumentaatio. Modelizations POU\_DT, POU\_D\_E, POU\_C\_T, BAR, U3.11.01, [viitattu 18.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u3/u3.11.01.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u3/u3.11.01.pdf)

- [29] Chapter 7: FEM Modeling: Mesh, Loads and BCs, [viitattu 18.6.2013]. Saatavissa: <http://www.colorado.edu/engineering/cas/courses.d/IFEM.d/IFEM.Ch07.d/IFEM.Ch07.pdf>
- [30] Eder M.A., Vollum R.L., Elghazouli T., Abdel-Fattah T., Modelling and experimental assessment of punching shear in flat slabs with shearheads, *Engineering Structures* 32, 2010, p. 3911-3924
- [31] Code\_Aster-dokumentaatio. Constitutive law BETON\_DOUBLE\_DP with double Drucker-Prager criterion for the cracking the compression of the Résumé, R7.01.03, [viitattu 18.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man\\_r/r7/r7.01.03.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man_r/r7/r7.01.03.pdf)
- [32] Code\_Aster-dokumentaatio. Opérateur DEFI\_MATERIAU, U4.43.01, [viitattu 18.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u4/u4.43.01.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u4/u4.43.01.pdf)
- [33] Salmi T., Pajunen S., Lujuusoppi, Pressus Oy, Tampere, 2004, p. 464
- [34] Quasi-static non-linear capabilities, Code\_Aster, Salome-Meca course material, Électricité de France (EDF), [viitattu 18.6.2013].
- [35] Mathisen K.M., Solution Methods for Nonlinear Finite Element Analysis (NFEA), Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology, 2012, p. 39
- [36] Advanced non-linear analysis, Code\_Aster, Salome-Meca course material, Électricité de France (EDF), [viitattu 18.6.2013]. Saatavissa: <http://www.code-aster.org/V2/UPLOAD/DOC/Formations/08-advanced-nonlinear.pdf>
- [37] Sistonen E., Lydman M., Huovinen S., Teräsbetoniastian lävistyskapasiteetin laskentakaavan geometrinen malli, Talonrakennustekniikan laboratorio, julkaisu 69, Teknillinen korkeakoulu, Espoo, 1997, p. 95
- [38] Code\_Aster-dokumentaatio. Procedure DEBUT, U4.11.01, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man\\_u/u4/u4.11.01.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man_u/u4/u4.11.01.pdf)
- [39] Code\_Aster-dokumentaatio. Opérateur LIRE\_MAILLAGE, U4.21.01, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u4/u4.21.01.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u4/u4.21.01.pdf)
- [40] Code\_Aster-dokumentaatio. Opérateur AFFE\_MODELE, U4.41.01, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u4/u4.41.01.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u4/u4.41.01.pdf)
- [41] Code\_Aster-dokumentaatio. Opérateur DEFI\_MATERIAU, U4.43.01, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man\\_u/u4/u4.43.01.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man_u/u4/u4.43.01.pdf)
- [42] Neville A.M., A General Relation for Strengths of Concrete Specimens of Different Shapes and Sizes, *ACI Structural Journal*, October 1966, p. 1095-1110
- [43] Code\_Aster-dokumentaatio. Operator AFFE\_MATERIAU, U4.43.03, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u4/u4.43.03.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u4/u4.43.03.pdf)

- [44] Code\_Aster-dokumentaatio. Opérateur AFFE\_CARA\_ELEM, U4.42.01, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man\\_u/u4/u4.42.01.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man_u/u4/u4.42.01.pdf)
- [45] Code\_Aster-dokumentaatio. Operators AFFE\_CHAR\_MECA and AFFE\_CHAR\_MECA\_F, U4.44.01, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u4/u4.44.01.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u4/u4.44.01.pdf)
- [46] Code\_Aster-dokumentaatio. Opérateurs DEFI\_LIST\_REEL, U4.34.01, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u4/u4.34.01.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u4/u4.34.01.pdf)
- [47] Code\_Aster-dokumentaatio. Opérateur DEFI\_LIST\_INST, U4.34.03, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man\\_u/u4/u4.34.03.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man_u/u4/u4.34.03.pdf)
- [48] Code\_Aster-dokumentaatio. Operator DEFI\_FONCTION, U4.31.02, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u4/u4.31.02.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u4/u4.31.02.pdf)
- [49] Code\_Aster-dokumentaatio. Opérateur STAT\_NON\_LINE, U4.51.03, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u4/u4.51.03.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u4/u4.51.03.pdf)
- [50] Code\_Aster-dokumentaatio. Opérateur CALC\_CHAMP, U4.81.04, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man\\_u/u4/u4.81.04.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man_u/u4/u4.81.04.pdf)
- [51] Code\_Aster-dokumentaatio. Procedure IMPR\_TABLE, U4.91.03, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u4/u4.91.03.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u4/u4.91.03.pdf)
- [52] Code\_Aster-dokumentaatio. Opérateur POST\_RELEVE\_T, U4.81.21, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man\\_u/u4/u4.81.21.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/v10/en/man_u/u4/u4.81.21.pdf)
- [53] Code\_Aster-dokumentaatio. Procedure IMPR\_RESU with formats "RESULTAT" and "ASTER", U4.91.01, [viitattu 20.6.2013]. Saatavissa: [http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man\\_u/u4/u4.91.01.pdf](http://www.code-aster.org/V2/doc/default/en/man_u/u4/u4.91.01.pdf)
- [54] Bazant Z.P., Becq-Giraudon E., Statistical prediction of fracture parametres of concrete and implications for choice of testing standard, Cement and Concrete Research 32, Pergamon, 2002, p. 529-556

## LIITE 1, PERUSLAATAN MALLITIEDOSTO

```

#-----
# ALOITUSKOMENTO
#-----

DEBUT();

#-----

MAIL=LIRE_MAILLAGE(FORMAT='MED');

#-----
# LUODAAAN GROUPIT
#-----

MAIL=DEFI_GROUP(reuse =MAIL,
                MAILLAGE=MAIL,
                CREA_GROUP_NO=_F(TOUT_GROUP_MA='OUI',));

#-----
# KOHDENTAA ELEMENTTITYYPIT GPOUPEILLE
#-----

MODEL=AFPE_MODELE(MAILLAGE=MAIL,
                  AFPE=( _F(GROUP_MA='KOKO',
                           PHENOMENE='MECANIQUE',
                           MODELISATION='3D'),
                        _F(GROUP_MA='KUORMA',
                           PHENOMENE='MECANIQUE',
                           MODELISATION='3D'),
                        _F(GROUP_MA=('RAUD_V_Y','RAUD_V_A',
                                    'RAUD_P_A','RAUD_P_Y'),
                           PHENOMENE='MECANIQUE',
                           MODELISATION='GRILLE_MEMBRANE',)),);

#-----
# MÄÄRITELLÄÄN MATERIAALIT JA KOHDENNETAAN NE GROUPEILLE
#-----

TERAS=DEFI_MATERIAU(ELAS=_F(E=205000,
                            NU=0.3),
                   ECRO_LINE=_F(D_SIGM_EPSI=0,
                                SY=621,));

E = DEFI_CONSTANTE(VALE=24000)

NU = DEFI_CONSTANTE(VALE=0.2)

FC = DEFI_CONSTANTE(VALE=25.833)

```







```
tresu=POST_RELEVE_T(ACTION=( _F(INTITULE='TAIPUMA',
                                OPERATION='EXTRACTION',
                                RESULTAT=resu,
                                NOM_CHAM='DEPL',
                                NOEUD='N6738',
                                NOM_CMP='DZ',
                                TOUT_ORDRE='OUI'),
                        _F(INTITULE='RESULTANTTI',
                            OPERATION='EXTRACTION',
                            RESULTAT=resu,
                            NOM_CHAM='FORC_NODA',
                            GROUP_NO=('SARMA_X','SARMA_Y'),
                            RESULTANTE='DZ',
                            TOUT_ORDRE='OUI'),),),);
```

```
IMPR_TABLE(TABLE=tresu, SEPARATEUR=',');
```

```
#-----
# LOPETUSKOMENTO
#-----

FIN();

#-----
```



## LIITE 2

### Eurokoodin sekä uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaiset laskennat

#### Peruslaatta

(Ympyröidyt ovat lähtötietoja, harmaalla pohjalla olevat tuloksia)

Laskennassa on oletuksena, että laattassa ei ole jännevoimaa eli  $\sigma_{cp}=0$  MPa, jolloin tämä termi on kokonaan jätetty pois laskennoista.

$$d_x := 180\text{mm}$$

Laatan teholliset korkeudet x- ja y- suunnissa

$$d_y := 170\text{mm}$$

Teräsmäärä metrin laattakaistaa kohden

$$A_s := 785\text{mm}^2$$

Betonin kuutiopuristuslujuuden keskiarvo

$$f_{c,cub.150} := 32.7\text{MPa}$$

Pilarin halkaisija

$$D := 200\text{mm}$$

Betonin lieriöpuristuslujuuden keskiarvo

$$f_{cm} := 0.79 \cdot f_{c,cub.150} = 25.833 \cdot \text{MPa}$$

Betonin lieriölujuuden ominaisarvo

$$f_{ck} := f_{cm} - 8\text{MPa} = 17.833 \cdot \text{MPa}$$

Betonin osavarmuusluku

$$\gamma_c := 1.5$$

Laatan tehollinen korkeus

$$d_{eff} := \frac{d_x + d_y}{2} = 175 \cdot \text{mm}$$

$$k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{\frac{d_{eff}}{1\text{mm}}}}, 2\right) = 2$$

Kerroin k

$$b := 1000\text{mm}$$

Tutkitaan metrin laattakaistaa

$$\rho_x := \frac{A_s}{b \cdot d_x} = 4.361 \times 10^{-3} \quad \rho_y := \frac{A_s}{b \cdot d_y} = 4.618 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhteet laatan eri suunnissa

$$\rho := \min\left(\sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}, 0.02\right) = 4.488 \times 10^{-3}$$

Rajoitus raudoitussuhteelle

$$u_1 := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2} + 2 \cdot d_{eff}\right) = 2827.433 \cdot \text{mm}$$

Tarkistuspiirin pituus

$$\beta := 1$$

Ei epäkeskisyyttä

$$k_1 := 0.1$$

Eurokoodin mukaiset kertoimet

$$C_{Rd,c} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$$

$$v_{\min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \left( \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.418$$

$$v_{\text{Rd.c1}} := \left[ C_{\text{Rd.c}} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 1 \text{ MPa} = 0.48 \cdot \text{MPa}$$

Lävistyskapiteetin laskenta

$$v_{\text{Rd.c}} := \max(v_{\text{Rd.c1}}, v_{\min} \cdot 1 \text{ MPa}) = 0.48 \cdot \text{MPa}$$

Minimiehdon tarkistus

$$V_{\text{Rd.c}} := \frac{v_{\text{Rd.c}} \cdot u_1 \cdot d_{\text{eff}}}{\beta} = 237.531 \cdot \text{kN}$$

Eurokoodin mukainen lävistyskestävyys

$$k_{1,s} := 0.1$$

$$v_{\min,s} := 0$$

Kertoimet uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukaisesti

$$C_{\text{Rd.c.s}} := \frac{0.3}{\gamma_c} \cdot \frac{\left( \frac{D}{d_{\text{eff}}} + 1.5 \right)}{\left( \frac{D}{d_{\text{eff}}} + 4 \right)} = 0.103$$

$$v_{\text{Rd.c1.s}} := \left[ C_{\text{Rd.c.s}} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 1 \text{ MPa} = 0.411 \cdot \text{MPa}$$

Lävistyskapiteetin laskenta

$$v_{\text{Rd.c.s}} := \max(v_{\text{Rd.c1.s}}, v_{\min,s} \cdot 1 \text{ MPa}) = 0.411 \cdot \text{MPa}$$

Minimiehdon tarkistus

$$V_{\text{Rd.c.s}} := \frac{v_{\text{Rd.c.s}} \cdot u_1 \cdot d_{\text{eff}}}{\beta} = 203.441 \cdot \text{kN}$$

Uudistuvan Suomen kansallisen liitteen mukainen lävistyskestävyys

## Koesarja 1, 2.5 x peruslaatta

$$h := 500\text{mm}$$

$$A_s := 2137.5\text{mm}^2$$

$$f_{c,\text{cub.150}} := 32.7\text{MPa}$$

$$D := 500\text{mm}$$

$$f_{\text{cm}} := 0.79 \cdot f_{c,\text{cub.150}} = 25.833 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{\text{ck}} := f_{\text{cm}} - 8\text{MPa} = 17.833 \cdot \text{MPa}$$

$$\gamma_c := 1.5$$

$$d_x := h - 20\text{mm} = 480 \cdot \text{mm}$$

$$d_y := h - 30\text{mm} = 470 \cdot \text{mm}$$

$$d_{\text{eff}} := \frac{d_x + d_y}{2} = 475 \cdot \text{mm}$$

$$k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{\frac{d_{\text{eff}}}{1\text{mm}}}}, 2\right) = 1.649$$

$$b := 1000\text{mm}$$

$$\rho_x := \frac{A_s}{b \cdot d_x} = 4.453 \times 10^{-3} \quad \rho_y := \frac{A_s}{b \cdot d_y} = 4.548 \times 10^{-3}$$

$$\rho := \min(\sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}, 0.02) = 4.5 \times 10^{-3}$$

$$u_1 := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2} + 2d_{\text{eff}}\right) = 7539.822 \cdot \text{mm}$$

$$\beta := 1$$

$$k_1 := 0.1$$

$$C_{\text{Rd,c}} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$$

Laatan korkeus

Teräsmäärä metrin laattakaistaa kohden

Betonin kuutiopuristuslujuuden keskiarvo

Pilarin halkaisija

Betonin lieriöpuristuslujuuden keskiarvo

Betonin lieriölujuuden ominaisarvo

Betonin osavarmuusluku

Laatan teholliset korkeudet x- ja y- suunnissa

Laatan tehollinen korkeus

Kerroin k

Tutkitaan metrin laattakaistaa

Raudoitussuhteet laatan eri suunnissa

Rajoitus raudoitussuhteelle

Tarkistuspiirin pituus

Ei epäkeskisyyttä

Eurokoodin mukaiset kertoimet

$$v_{\min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \left( \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.313$$

$$v_{\text{Rd.c1}} := \left[ C_{\text{Rd.c}} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 1 \text{ MPa} = 0.396 \cdot \text{MPa}$$

Lävistyskapiteetin  
laskenta

$$v_{\text{Rd.c}} := \max(v_{\text{Rd.c1}}, v_{\min} \cdot 1 \text{ MPa}) = 0.396 \cdot \text{MPa}$$

Minimiehdon tarkistus

$$V_{\text{Rd.c}} := \frac{v_{\text{Rd.c}} \cdot u_1 \cdot d_{\text{eff}}}{\beta} = 1418.775 \cdot \text{kN}$$

Eurokoodin mukainen  
lävistyskestävyys

$$k_{1,s} := 0.1$$

$$v_{\min,s} := 0$$

Kertoimet uudistuvan  
Suomen kansallisen  
liitteen mukaisesti

$$C_{\text{Rd.c.s}} := \frac{0.3}{\gamma_c} \cdot \frac{\left( \frac{D}{d_{\text{eff}}} + 1.5 \right)}{\left( \frac{D}{d_{\text{eff}}} + 4 \right)} = 0.101$$

$$v_{\text{Rd.c1.s}} := \left[ C_{\text{Rd.c.s}} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 1 \text{ MPa} = 0.334 \cdot \text{MPa}$$

Lävistyskapiteetin laskenta

$$v_{\text{Rd.c.s}} := \max(v_{\text{Rd.c1.s}}, v_{\min,s} \cdot 1 \text{ MPa}) = 0.334 \cdot \text{MPa}$$

Minimiehdon tarkistus

$$V_{\text{Rd.c.s}} := \frac{v_{\text{Rd.c.s}} \cdot u_1 \cdot d_{\text{eff}}}{\beta} = 1194.628 \cdot \text{kN}$$

Uudistuvan Suomen kansallisen  
liitteen mukainen  
lävistyskestävyys

## Koesarja 2, 5 x peruslaatta

$$h := 1000\text{mm}$$

$$A_s := 4387.5\text{mm}^2$$

$$f_{c.cub.150} := 32.7\text{MPa}$$

$$D := 1000\text{mm}$$

$$f_{cm} := 0.79 \cdot f_{c.cub.150} = 25.833 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ck} := f_{cm} - 8\text{MPa} = 17.833 \cdot \text{MPa}$$

$$\gamma_c := 1.5$$

$$d_x := h - 20\text{mm} = 980 \cdot \text{mm}$$

$$d_y := h - 30\text{mm} = 970 \cdot \text{mm}$$

$$d_{eff} := \frac{d_x + d_y}{2} = 975 \cdot \text{mm}$$

$$k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{\frac{d_{eff}}{1\text{mm}}}}, 2\right) = 1.453$$

$$b := 1000\text{mm}$$

$$\rho_x := \frac{A_s}{b \cdot d_x} = 4.477 \times 10^{-3} \quad \rho_y := \frac{A_s}{b \cdot d_y} = 4.523 \times 10^{-3}$$

$$\rho := \min\left(\sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}, 0.02\right) = 4.5 \times 10^{-3}$$

$$u_1 := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2} + 2d_{eff}\right) = 15393.804 \cdot \text{mm}$$

$$\beta := 1$$

$$k_1 := 0.1$$

$$C_{Rd,c} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$$

Laatan korkeus

Teräsmäärä metrin laattakaistaa kohden

Betonin kuutiopuristuslujuuden keskiarvo

Pilarin halkaisija

Betonin lieriöpuristuslujuuden keskiarvo

Betonin lieriölujuuden ominaisarvo

Betonin osavarmuusluku

Laatan teholliset korkeudet x- ja y- suunnissa

Laatan tehollinen korkeus

Kerroin k

Tutkitaan metrin laattakaistaa

Raudoitussuhteet laatan eri suunnissa

Rajoitus raudoitussuhteelle

Tarkistuspiirin pituus

Ei epäkeskisyyttä

Eurokoodin mukaiset kertoimet

$$v_{\min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \left( \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.259$$

$$v_{\text{Rd.c1}} := \left[ C_{\text{Rd.c}} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 1 \text{ MPa} = 0.349 \cdot \text{MPa}$$

Lävistyskapiteetin  
laskenta

$$v_{\text{Rd.c}} := \max(v_{\text{Rd.c1}}, v_{\min} \cdot 1 \text{ MPa}) = 0.349 \cdot \text{MPa}$$

Minimiehdon tarkistus

$$V_{\text{Rd.c}} := \frac{v_{\text{Rd.c}} \cdot u_1 \cdot d_{\text{eff}}}{\beta} = 5239.039 \cdot \text{kN}$$

Eurokoodin mukainen  
lävistyskestävyys

$$k_{1,s} := 0.1$$

$$v_{\min,s} := 0$$

Kertoimet uudistuvan  
Suomen kansallisen  
liitteen mukaisesti

$$C_{\text{Rd.c.s}} := \frac{0.3}{\gamma_c} \cdot \frac{\left( \frac{D}{d_{\text{eff}}} + 1.5 \right)}{\left( \frac{D}{d_{\text{eff}}} + 4 \right)} = 0.101$$

$$v_{\text{Rd.c1.s}} := \left[ C_{\text{Rd.c.s}} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 1 \text{ MPa} = 0.292 \cdot \text{MPa}$$

Lävistyskapiteetin laskenta

$$v_{\text{Rd.c.s}} := \max(v_{\text{Rd.c1.s}}, v_{\min,s} \cdot 1 \text{ MPa}) = 0.292 \cdot \text{MPa}$$

Minimiehdon tarkistus

$$V_{\text{Rd.c.s}} := \frac{v_{\text{Rd.c.s}} \cdot u_1 \cdot d_{\text{eff}}}{\beta} = 4388.141 \cdot \text{kN}$$

Uudistuvan Suomen kansallisen  
liitteen mukainen  
lävistyskestävyys

## Koesarja 3, 7.5 x peruslaatta

$$h := 1500\text{mm}$$

$$A_s := 6637.5\text{mm}^2$$

$$f_{c,\text{cub.150}} := 32.7\text{MPa}$$

$$D := 1500\text{mm}$$

$$f_{\text{cm}} := 0.79 \cdot f_{c,\text{cub.150}} = 25.833 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{\text{ck}} := f_{\text{cm}} - 8\text{MPa} = 17.833 \cdot \text{MPa}$$

$$\gamma_c := 1.5$$

$$d_x := h - 20\text{mm} = 1480 \cdot \text{mm}$$

$$d_y := h - 30\text{mm} = 1470 \cdot \text{mm}$$

$$d_{\text{eff}} := \frac{d_x + d_y}{2} = 1475 \cdot \text{mm}$$

$$k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{\frac{d_{\text{eff}}}{1\text{mm}}}}, 2\right) = 1.368$$

$$b := 1000\text{mm}$$

$$\rho_x := \frac{A_s}{b \cdot d_x} = 4.485 \times 10^{-3} \quad \rho_y := \frac{A_s}{b \cdot d_y} = 4.515 \times 10^{-3}$$

$$\rho := \min(\sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}, 0.02) = 4.5 \times 10^{-3}$$

$$u_1 := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2} + 2d_{\text{eff}}\right) = 23247.786 \cdot \text{mm}$$

$$\beta := 1$$

$$k_1 := 0.1$$

$$C_{\text{Rd.c}} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$$

Laatan korkeus

Teräsmäärä metrin laattakaistaa kohden

Betonin kuutiopuristuslujuuden keskiarvo

Pilarin halkaisija

Betonin lieriöpuristuslujuuden keskiarvo

Betonin lieriölujuuden ominaisarvo

Betonin osavarmuusluku

Laatan teholliset korkeudet x- ja y- suunnissa

Laatan tehollinen korkeus

Kerroin k

Tutkitaan metrin laattakaistaa

Raudoitussuhteet laatan eri suunnissa

Rajoitus raudoitussuhteelle

Tarkistuspiirin pituus

Ei epäkeskisyyttä

Eurokoodin mukaiset kertoimet

$$v_{\min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \left( \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.237$$

$$v_{\text{Rd.c1}} := \left[ C_{\text{Rd.c}} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 1 \text{ MPa} = 0.329 \cdot \text{MPa}$$

Lävistyskapiteetin  
laskenta

$$v_{\text{Rd.c}} := \max(v_{\text{Rd.c1}}, v_{\min} \cdot 1 \text{ MPa}) = 0.329 \cdot \text{MPa}$$

Minimiehdon tarkistus

$$V_{\text{Rd.c}} := \frac{v_{\text{Rd.c}} \cdot u_1 \cdot d_{\text{eff}}}{\beta} = 11271.812 \cdot \text{kN}$$

Eurokoodin mukainen  
lävistyskestävyys

$$k_{1.s} := 0.1$$

$$v_{\min.s} := 0$$

Kertoimet uudistuvan  
Suomen kansallisen  
liitteen mukaisesti

$$C_{\text{Rd.c.s}} := \frac{0.3}{\gamma_c} \cdot \frac{\left( \frac{D}{d_{\text{eff}}} + 1.5 \right)}{\left( \frac{D}{d_{\text{eff}}} + 4 \right)} = 0.1$$

$$v_{\text{Rd.c1.s}} := \left[ C_{\text{Rd.c.s}} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 1 \text{ MPa} = 0.275 \cdot \text{MPa}$$

Lävistyskapiteetin laskenta

$$v_{\text{Rd.c.s}} := \max(v_{\text{Rd.c1.s}}, v_{\min.s} \cdot 1 \text{ MPa}) = 0.275 \cdot \text{MPa}$$

Minimiehdon tarkistus

$$V_{\text{Rd.c.s}} := \frac{v_{\text{Rd.c.s}} \cdot u_1 \cdot d_{\text{eff}}}{\beta} = 9424.91 \cdot \text{kN}$$

Uudistuvan Suomen kansallisen  
liitteen mukainen  
lävistyskestävyys



## Koesarja 4, 10 x peruslaatta

$$h := 2000\text{mm}$$

$$A_s := 8887.5\text{mm}^2$$

$$f_{c,\text{cub.150}} := 32.7\text{MPa}$$

$$D := 2000\text{mm}$$

$$f_{\text{cm}} := 0.79 \cdot f_{c,\text{cub.150}} = 25.833 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{\text{ck}} := f_{\text{cm}} - 8\text{MPa} = 17.833 \cdot \text{MPa}$$

$$\gamma_c := 1.5$$

$$d_x := h - 20\text{mm} = 1980 \cdot \text{mm}$$

$$d_y := h - 30\text{mm} = 1970 \cdot \text{mm}$$

$$d_{\text{eff}} := \frac{d_x + d_y}{2} = 1975 \cdot \text{mm}$$

$$k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{\frac{d_{\text{eff}}}{1\text{mm}}}}, 2\right) = 1.318$$

$$b := 1000\text{mm}$$

$$\rho_x := \frac{A_s}{b \cdot d_x} = 4.489 \times 10^{-3} \quad \rho_y := \frac{A_s}{b \cdot d_y} = 4.511 \times 10^{-3}$$

$$\rho := \min(\sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}, 0.02) = 4.5 \times 10^{-3}$$

$$u_1 := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2} + 2d_{\text{eff}}\right) = 31101.767 \cdot \text{mm}$$

$$\beta := 1$$

$$k_1 := 0.1$$

$$C_{\text{Rd,c}} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$$

Laatan korkeus

Teräsmäärä metrin laattakaistaa kohden

Betonin kuutiopuristuslujuuden keskiarvo

Pilarin halkaisija

Betonin lieriöpuristuslujuuden keskiarvo

Betonin lieriölujuuden ominaisarvo

Betonin osavarmuusluku

Laatan teholliset korkeudet x- ja y- suunnissa

Laatan tehollinen korkeus

Kerroin k

Tutkitaan metrin laattakaistaa

Raudoitussuhteet laatan eri suunnissa

Rajoitus raudoitussuhteelle

Tarkistuspiirin pituus

Ei epäkeskisyyttä

Eurokoodin mukaiset kertoimet

$$v_{\min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \left( \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.224$$

$$v_{\text{Rd.c1}} := \left[ C_{\text{Rd.c}} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 1 \text{ MPa} = 0.317 \cdot \text{MPa}$$

Lävistyskapiteetin  
laskenta

$$v_{\text{Rd.c}} := \max(v_{\text{Rd.c1}}, v_{\min} \cdot 1 \text{ MPa}) = 0.317 \cdot \text{MPa}$$

Minimiehdon tarkistus

$$V_{\text{Rd.c}} := \frac{v_{\text{Rd.c}} \cdot u_1 \cdot d_{\text{eff}}}{\beta} = 19453.677 \cdot \text{kN}$$

Eurokoodin mukainen  
lävistyskestävyys

$$k_{1.s} := 0.1$$

$$v_{\min.s} := 0$$

Kertoimet uudistuvan  
Suomen kansallisen  
liitteen mukaisesti

$$C_{\text{Rd.c.s}} := \frac{0.3 \cdot \left( \frac{D}{d_{\text{eff}}} + 1.5 \right)}{\gamma_c \cdot \left( \frac{D}{d_{\text{eff}}} + 4 \right)} = 0.1$$

$$v_{\text{Rd.c1.s}} := \left[ C_{\text{Rd.c.s}} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 1 \text{ MPa} = 0.265 \cdot \text{MPa}$$

Lävistyskapiteetin laskenta

$$v_{\text{Rd.c.s}} := \max(v_{\text{Rd.c1.s}}, v_{\min.s} \cdot 1 \text{ MPa}) = 0.265 \cdot \text{MPa}$$

Minimiehdon tarkistus

$$V_{\text{Rd.c.s}} := \frac{v_{\text{Rd.c.s}} \cdot u_1 \cdot d_{\text{eff}}}{\beta} = 16252.336 \cdot \text{kN}$$

Uudistuvan Suomen kansallisen  
liitteen mukainen  
lävistyskestävyys

## LIITE 3

### Rakentamismääräyskokoelman mukainen laskenta

#### Peruslaatta

(Ympyröidyt ovat lähtötietoja, harmaalla pohjalla olevat tuloksia)

$$K := 32.7 \text{ MPa}$$

Betonin nimellislujuus

$$d_x := 180 \text{ mm} \quad d_y := 170 \text{ mm}$$

Laatan teholliset korkeudet x- ja y-suunnissa

$$d_{\text{pil}} := 200 \text{ mm}$$

Pilarin halkaisija

$$e_1 := 0 \text{ mm}$$

Epäkeskisyyys

$$A_s := 785 \text{ mm}^2$$

Teräsmäärä m etrin laattakaistaa kohden

$$\alpha := 0.2$$

$$f_{\text{ctd}} := \frac{\alpha \cdot \left( \frac{K}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot 1 \text{ MPa}}{1.5} = 1.363 \cdot \text{MPa}$$

Betonin mitoitusvetolujuus

$$d := \frac{d_x + d_y}{2} = 175 \cdot \text{mm}$$

Laatan keskimääräinen tehollinen korkeus

$$r_{\text{pil}} := \frac{d_{\text{pil}}}{2} = 100 \cdot \text{mm}$$

Pilarin säde

$$u := 2 \cdot \pi \cdot \left( r_{\text{pil}} + \frac{d}{2} \right) = 1178.0972 \cdot \text{mm}$$

Kriittisen leikkauksen alueen piiri

$$k_1 := 1.6 - \frac{d}{1 \text{ m}} = 1.425$$

Kerroin  $k_1$

$$k := \max(k_1, 1) = 1.425$$

Maksimiehdon tarkistus

$$b := 1000 \text{ mm}$$

$$\rho_x := \frac{A_s}{b \cdot d_x} = 4.361 \times 10^{-3} \quad \rho_y := \frac{A_s}{b \cdot d_y} = 4.618 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhteen laatan x- ja y- akselin suunnissa

$$\rho := \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = 4.488 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhde

$$A_u := \pi \cdot \left( r_{\text{pil}} + \frac{d}{2} \right)^2 = 110446.617 \cdot \text{mm}^2$$

Kriittisen leikkauksen rajoittaman alueen ala

$$\beta := \frac{0.4}{1 + \frac{1.5 \cdot e_1}{\sqrt{A_u}}} = 0.4$$

Kerroin  $\beta$

$$V_c := k \cdot \beta \cdot (1 + 50 \cdot \rho) \cdot u \cdot d \cdot f_{\text{ctd}} = 196.176 \cdot \text{kN}$$

Laatan lävistyskapasiteetti

### Koesarja 1, 2.5 x peruslaatta

(Ympyröidyt ovat lähtötietoja, harmaalla pohjalla olevat tuloksia)

$$K := 32.7 \text{ MPa}$$

Betonin nimellislujuus

$$h := 500 \text{ mm}$$

Laatan korkeus

$$d_{\text{pil}} := 500 \text{ mm}$$

Pilarin halkaisija

$$e_1 := 0 \text{ mm}$$

Epäkeskisyys

$$A_s := 2137.5 \text{ mm}^2$$

Teräsmäärä m etrin laattakaistaa kohden

$$\alpha := 0.2$$

$$f_{\text{ctd}} := \frac{\alpha \cdot \left( \frac{K}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot 1 \text{ MPa}}{1.5} = 1.363 \cdot \text{MPa}$$

Betonin mitoitusvetolujuus

$$d_x := h - 20 \text{ mm} = 480 \cdot \text{mm}$$

Laatan teholliset korkeudet x- ja y-suunnissa

$$d_y := h - 30 \text{ mm} = 470 \cdot \text{mm}$$

$$d := \frac{d_x + d_y}{2} = 475 \cdot \text{mm}$$

Laatan keskimääräinen tehollinen korkeus

$$r_{\text{pil}} := \frac{d_{\text{pil}}}{2} = 250 \cdot \text{mm}$$

Pilarin säde

$$u := 2 \cdot \pi \cdot \left( r_{\text{pil}} + \frac{d}{2} \right) = 3063.0528 \cdot \text{mm}$$

Kriittisen leikkauksen alueen piiri

$$k_1 := 1.6 - \frac{d}{1 \text{ m}} = 1.125$$

Kerroin  $k_1$

$$k := \max(k_1, 1) = 1.125$$

Maksimiehdon tarkistus

$$b := 1000 \text{ mm}$$

$$\rho_x := \frac{A_s}{b \cdot d_x} = 4.453 \times 10^{-3} \quad \rho_y := \frac{A_s}{b \cdot d_y} = 4.548 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhteen laatan x- ja y- akselin suunnissa

$$\rho := \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = 4.5 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhde

$$A_u := \pi \cdot \left( r_{\text{pil}} + \frac{d}{2} \right)^2 = 0.747 \cdot \text{m}^2$$

Kriittisen leikkauksen rajoittaman alueen ala

$$\beta := \frac{0.4}{1.5 \cdot e_1 + \sqrt{A_u}} = 0.4$$

Kerroin  $\beta$

$$V_c := k \cdot \beta \cdot (1 + 50 \cdot \rho) \cdot u \cdot d \cdot f_{\text{ctd}} = 1093.549 \cdot \text{kN}$$

Laatan lävistyskapasiteetti

## Koesarja 2, 5 x peruslaatta

(Ympyröidyt ovat lähtötietoja, harmaalla pohjalla olevat tuloksia)

$$K := 32.7 \text{ MPa}$$

Betonin nimellislujuus

$$h := 1000 \text{ mm}$$

Laatan korkeus

$$d_{\text{pil}} := 1000 \text{ mm}$$

Pilarin halkaisija

$$e_1 := 0 \text{ mm}$$

Epäkeskisyyys

$$A_s := 4387.5 \text{ mm}^2$$

Teräsmäärä m etrin laattakaistaa kohden

$$\alpha := 0.2$$

$$f_{\text{ctd}} := \frac{\alpha \cdot \left( \frac{K}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot 1 \text{ MPa}}{1.5} = 1.363 \cdot \text{MPa}$$

Betonin mitoitusvetolujuus

$$d_x := h - 20 \text{ mm} = 980 \cdot \text{mm}$$

Laatan teholliset korkeudet x- ja y-suunnissa

$$d_y := h - 30 \text{ mm} = 970 \cdot \text{mm}$$

$$d := \frac{d_x + d_y}{2} = 975 \cdot \text{mm}$$

Laatan keskimääräinen tehollinen korkeus

$$r_{\text{pil}} := \frac{d_{\text{pil}}}{2} = 500 \cdot \text{mm}$$

Pilarin säde

$$u := 2 \cdot \pi \cdot \left( r_{\text{pil}} + \frac{d}{2} \right) = 6204.6455 \cdot \text{mm}$$

Kriittisen leikkauksen alueen piiri

$$k_1 := 1.6 - \frac{d}{1 \text{ m}} = 0.625$$

Kerroin  $k_1$

$$k := \max(k_1, 1) = 1$$

Maksimiehdon tarkistus

$$b := 1000 \text{ mm}$$

$$\rho_x := \frac{A_s}{b \cdot d_x} = 4.477 \times 10^{-3} \quad \rho_y := \frac{A_s}{b \cdot d_y} = 4.523 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhteen laatan x- ja y- akselin suunnissa

$$\rho := \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = 4.5 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhde

$$A_u := \pi \cdot \left( r_{\text{pil}} + \frac{d}{2} \right)^2 = 3.064 \cdot \text{m}^2$$

Kriittisen leikkauksen rajoittaman alueen ala

$$\beta := \frac{0.4}{1 + \frac{1.5 \cdot e_1}{\sqrt{A_u}}} = 0.4$$

Kerroin  $\beta$

$$V_c := k \cdot \beta \cdot (1 + 50 \cdot \rho) \cdot u \cdot d \cdot f_{\text{ctd}} = 4041.624 \cdot \text{kN}$$

Laatan lävistyskapasiteetti

### Koesarja 3, 7.5 x peruslaatta

(Ympyröidyt ovat lähtötietoja, harmaalla pohjalla olevat tuloksia)

$$K := 32.7 \text{MPa}$$

Betonin nimellislujuus

$$h := 1500 \text{mm}$$

Laatan korkeus

$$d_{\text{pil}} := 1500 \text{mm}$$

Pilarin halkaisija

$$e_1 := 0 \text{mm}$$

Epäkeskisyys

$$A_s := 6637.5 \text{mm}^2$$

Teräsmäärä m etrin laattakaistaa kohden

$$\alpha := 0.2$$

$$f_{\text{ctd}} := \frac{\alpha \cdot \left( \frac{K}{1 \text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot 1 \text{MPa}}{1.5} = 1.363 \cdot \text{MPa}$$

Betonin mitoitusvetolujuus

$$d_x := h - 20 \text{mm} = 1480 \cdot \text{mm}$$

Laatan teholliset korkeudet x- ja y-suunnissa

$$d_y := h - 30 \text{mm} = 1470 \cdot \text{mm}$$

$$d := \frac{d_x + d_y}{2} = 1475 \cdot \text{mm}$$

Laatan keskimääräinen tehollinen korkeus

$$r_{\text{pil}} := \frac{d_{\text{pil}}}{2} = 750 \cdot \text{mm}$$

Pilarin säde

$$u := 2 \cdot \pi \cdot \left( r_{\text{pil}} + \frac{d}{2} \right) = 9346.2381 \cdot \text{mm}$$

Kriittisen leikkauksen alueen piiri

$$k_1 := 1.6 - \frac{d}{1 \text{m}} = 0.125$$

Kerroin  $k_1$

$$k := \max(k_1, 1) = 1$$

Maksimiehdon tarkistus

$$b := 1000 \text{mm}$$

$$\rho_x := \frac{A_s}{b \cdot d_x} = 4.485 \times 10^{-3} \quad \rho_y := \frac{A_s}{b \cdot d_y} = 4.515 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhteen laatan x- ja y- akselin suunnissa

$$\rho := \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = 4.5 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhde

$$A_u := \pi \cdot \left( r_{\text{pil}} + \frac{d}{2} \right)^2 = 6.951 \cdot \text{m}^2$$

Kriittisen leikkauksen rajoittaman alueen ala

$$\beta := \frac{0.4}{1.5 \cdot e_1} = 0.4$$

$$1 + \frac{0.4}{\sqrt{A_u}}$$

Kerroin  $\beta$

$$V_c := k \cdot \beta \cdot (1 + 50 \cdot \rho) \cdot u \cdot d \cdot f_{\text{ctd}} = 9210.064 \cdot \text{kN}$$

Laatan lävistyskapasiteetti

### Koesarja 4, 10 x peruslaatta

(Ympyröidyt ovat lähtötietoja, harmaalla pohjalla olevat tuloksia)

$$K := 32.7 \text{ MPa}$$

Betonin nimellislujuus

$$h := 2000 \text{ mm}$$

Laatan korkeus

$$d_{\text{pil}} := 2000 \text{ mm}$$

Pilarin halkaisija

$$e_1 := 0 \text{ mm}$$

Epäkeskisyyys

$$A_s := 8887.5 \text{ mm}^2$$

Teräsmäärä m etrin laattakaistaa kohden

$$\alpha := 0.2$$

$$f_{\text{ctd}} := \frac{\alpha \cdot \left( \frac{K}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot 1 \text{ MPa}}{1.5} = 1.363 \cdot \text{MPa}$$

Betonin mitoitusvetolujuus

$$d_x := h - 20 \text{ mm} = 1980 \cdot \text{mm}$$

Laatan teholliset korkeudet x- ja y-suunnissa

$$d_y := h - 30 \text{ mm} = 1970 \cdot \text{mm}$$

$$d := \frac{d_x + d_y}{2} = 1975 \cdot \text{mm}$$

Laatan keskimääräinen tehollinen korkeus

$$r_{\text{pil}} := \frac{d_{\text{pil}}}{2} = 1000 \cdot \text{mm}$$

Pilarin säde

$$u := 2 \cdot \pi \cdot \left( r_{\text{pil}} + \frac{d}{2} \right) = 12487.8308 \cdot \text{mm}$$

Kriittisen leikkauksen alueen piiri

$$k_1 := 1.6 - \frac{d}{1 \text{ m}} = -0.375$$

Kerroin  $k_1$

$$k := \max(k_1, 1) = 1$$

Maksimiehdon tarkistus

$$b := 1000 \text{ mm}$$

$$\rho_x := \frac{A_s}{b \cdot d_x} = 4.489 \times 10^{-3} \quad \rho_y := \frac{A_s}{b \cdot d_y} = 4.511 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhteen laatan x- ja y- akselin suunnissa

$$\rho := \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = 4.5 \times 10^{-3}$$

Raudoitussuhde

$$A_u := \pi \cdot \left( r_{\text{pil}} + \frac{d}{2} \right)^2 = 12.41 \cdot \text{m}^2$$

Kriittisen leikkauksen rajoittaman alueen ala

$$\beta := \frac{0.4}{1 + \frac{1.5 \cdot e_1}{\sqrt{A_u}}} = 0.4$$

Kerroin  $\beta$

$$V_c := k \cdot \beta \cdot (1 + 50 \cdot \rho) \cdot u \cdot d \cdot f_{\text{ctd}} = 16477.362 \cdot \text{kN}$$

Laatan lävistyskapasiteetti