TAMPEREEN YLIOPISTO

OPETTAJAN OPAS – VIISASTEN KIVIKÖ?

Tutkimus kuudennen luokan matematiikan opettajan oppaista sekä oheismateriaaleista

Kasvatustieteiden tiedekunta
Opettajankoulutuslaitos
Hämeenlinnan toimipaikka
Kasvatustieteen pro gradu
–tutkielma
Krista Pispa
Satu Rantanen
Maaliskuu 2007

Tampereen yliopisto
Opettajankoulutuslaitos
Hämeenlinnan toimipaikka
PISPA, KRISTA & RANTANEN, SATU: OPETTAJAN OPAS – VIISASTEN KIVIKÖ?
Tutkimus kuudennen luokan matematiikan opettajan oppaista ja oheismateriaaleista
Kasvatustieteen pro gradu –tutkielma, 161 sivua ja 9 liitesivua.
Maaliskuu 2007

Tutkimuksen tarkoituksena oli arvioida kolmen eri kustantajan kuudennen luokan matematiikan opettajan oppaiden vahvuuksia ja heikkouksia valittujen kriteerien avulla. Tutkimus oli osa Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitoksella vuonna 2005 aloitettua Matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen hanketta.

Tutkimuksen aineisto koostui geometria- ja prosenttilaskuosioiden osalta WSOY:n Laskutaito 6:sta, Tammen Matikkamatka 6:sta ja Otavan Tuhattaituri 6:sta. Analysoimme myös opettajan oppaissa olevat lisämonisteet sekä Laskutaito 6:n oheismateriaalit että Matikkamatka 6:n opetuskalvopohjat. Aineistomme koostui yhteensä 2844 tehtävästä. Tutkimuksessa tarkasteltiin, millaisia opettajan oppaiden tehtävät ovat ja miten opettajan oppaat tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä. Lisäksi tutkimuksessa tarkasteltiin opettajan oppaita peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden 2004 sisältöjen toteuttajana ja konstruktivistisen oppimiskäsityksen heijastajana. Opettajan oppaista ja oheismateriaaleista tutkimme lisäksi, miten ne ottavat huomioon erilaiset oppilaat eriyttävän materiaalinsa kautta.

Opettajan oppaiden tehtävien analysoinnissa käytettiin MOT-hankkeessa yhteisesti käytössä ollutta analyysirunkoa, jossa tehtävät luokiteltiin vaikeustason, tehtävän tyypin (suljettu/avoin) ja sen mukaan, olivatko ne sievennys-, tuottamis- vai tunnistamistehtäviä. Lisäsimme itse jälkimmäisiin kategorioihin luokat: mittaamistehtävät ja muut. Tehtävien vaikeustasot olivat seuraavat:

1. Laskutaito/Ymmärtäminen (LY-taso)
2. Ymmärtäminen/Soveltaminen (YS-taso)
3. Soveltaminen/Analyysi (SA-taso)

Tutkimusten tulosten mukaan opettajan oppaiden prosenttilaskuosioiden tehtävien vaikeustasoissa oli merkitseviä eroja. Tyypillisin tehtävä kaikissa oppaissa oli kuitenkin LY-tasoinen suljettu tuottamistehtävä. Avoimien tehtävien määrä oli oppaissa erittäin pieni, mutta eniten niitä oli Matikkamatka 6:ssa. Matemaattisen osaamisen piirteistä painottuivat vahvimmin proseduraalinen sujuvuus ja käsitteellinen ymmärtäminen. Tutkimus osoitti, että opettajan oppaat ja niiden lisämonisteet tarjoavat materiaalia eriyttämiseen, vaikka lisämonisteiden tehtävämäärissä oli opettajan oppaiden välillä eroja. Erityisesti Tuhattaituri 6:n lisämonisteiden tehtävämäärä oli vaatimaton. Oppaiden tehtävistä muun muassa Laskutaito 6:n ja Matikkamatka 6:n pohdittavaa-tehtävät sekä Tuhattaituri 6:n pulmakulman tehtävät soveltuvat eriyttäväksi materiaaliksi edistyneemmille oppilaille. Laskutaito 6:n oheismateriaaleista löytyi runsaasti eriyttävää materiaalia sekä lisäharjoitusta tarvitseville oppilaille että edistyneemmille oppilaille. Opettajan oppaat vastasivat melko kattavasti perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeja, tosin opettajan oppaiden sisällöissä oli painotuseroja. Opettajan oppaissa oli nähtävissä konstruktivistisen oppimiskäsityksen piirteitä, mutta myös behavioristisia piirteitä oli löydettävissä.

Asiasanat: matematiikka, oppimateriaali, eriyttäminen, opetussuunnitelma, oppimiskäsitys

SISÄLTÖ

1 JOHDANTO

Matemaattis-luonnontieteellisen osaamisen merkitys on käynyt yhä tärkeämmäksi maamme tiedon ja osaamisen kehittymisen ja ylläpitämisen kannalta. Vahvaa matemaattista osaamista edellyttävät niin työelämän kehittyminen kuin Suomen kansainvälinen menestyminen eri elinkeinoelämän ja teollisuuden aloilla. (Kupari & Törnroos 2004, 138.) Peruskoulun alaluokilla luodaan perustaa matemaattiselle osaamiselle, joten opetuksen laatu alakoulussa nousee keskeiseen asemaan. Eero K. Niemen (2004) tutkimuksen mukaan opettajat käyttävät pääasiallisena matematiikan opetusvälineenä oppikirjaa. Perusopetuksessa on laajasti käytössä myös oppikirjoihin liitetyt opettajan oppaat ja siten niiden ohjeistus saattaa määrittää opetuksen kulkua jopa enemmän kuin virallinen opetussuunnitelma (Vainionpää 2006, 83). Matematiikan opettajan oppaita ei ole aiemmin juuri tutkittu, joten tällaiselle tutkimukselle on tarvetta.

Tutkimuksemme on osa Matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen hanketta (MOT-hanke), joka toteutetaan Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitoksella vuosina 2005−2007. Hankkeen aikana tutkitaan muun muassa vuosiluokkien 1-6 sekä esiopetuksen matematiikan opettajan oppaita. Hankkeelle on sovittu yhteiseksi tutkimuskohteeksi opettajan oppaiden geometriaosiot. Geometriaosion lisäksi tutkijat ovat voineet vapaasti valita tutkimuksen lisäkohteet ja osa-alueet. Osa tutkimusongelmistakin on yhteisiä, mutta lisäksi kukin tutkii opettajan oppaita valitsemistaan näkökulmista.

Oman tutkimuksemme tarkoituksena on arvioida kolmen eri kustantajan kuudennen luokan matematiikan opettajan oppaita sekä joitakin niihin liittyviä oheismateriaaleja. Aineistoomme kuuluvat seuraavat opettajan oppaat: Laskutaito 6 (WSOY 2000), Matikkamatka 6 (Tammi 2005) ja Tuhattaituri 6 (Otava 2006). Opettajan oppaista analysoimme niiden prosentti- ja geometrialaskuosiot sekä niihin liittyvät lisämonisteet. Oheismateriaaleista aineistoomme kuuluvat Laskutaito 6:n tuumavihot, tukiopetustehtävät, lisävihot ja yhteistuumat sekä Matikkamatka 6:n opetuskalvopohjat.

Tutkimme sisällönanalyysin avulla, miten opettajan oppaat, niissä olevat lisämonisteet ja niihin liittyvät oheismateriaalit tukevat matemaattisen osaamisen kehittymistä ja millaisia ovat niiden tehtävät. Tuomme esille, miten perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 (Opetushallitus 2004) määritellyt tavoitteet ja sisällöt näkyvät opettajan oppaissa ja miten opettajan oppaat heijastavat konstruktivismia. Opetuksessa tärkeää on myös eriyttäminen. Risto Ilmavirran (2003, 25) mukaan eriyttämisen merkitys näyttää nykytilanteessa lisääntyvän entisestään. Tutkimuksemme yksi tutkimusongelma onkin, millaisen eriyttämisen opettajan oppaat ja niiden oheismateriaalit mahdollistavat.

Tämän tutkimuksen tavoitteena on antaa tietoa, joka auttaa opettajaa tekemään valintoja matematiikan oppimateriaaleihin liittyen ja käyttämään opettajan opasta opetuksensa tavoitteidensa suuntaisesti.

2 OPPIMATERIAALITUTKIMUKSEN LÄHTÖKOHTIA

Oppimistapahtumassa oppimateriaali muodostuu kaikesta siitä aineistosta, mikä välittää tietoa ja minkä avulla tietojen ja taitojen omaksuminen tapahtuu (Oppimateriaalikomitean mietintö 1973, 1). Oppimateriaali on Erkki Lahdeksen (1997, 234) mukaan oppiainesta sisältävä tietolähde, kuten kirja tai toiminnan kohteena oleva aines kuten dia, muovailuvaha tai kangas. Jouko Karin (1987,8) mukaan oppimateriaalilla tarkoitetaan oppikirjojen lisäksi työkirjoja, opettajan oppaita, muita painotuotteita sekä visuaalisia, auditiivisia ja audiovisuaalisia materiaaleja. Oppimateriaalikomitean mietinnön (1973, 2) mukaan oppimateriaaleilla tarkoitetaan myös oppimispelejä.

Esko Korkeakosken (2001a, 243) mukaan oppimateriaalit ohjaavat päivittäistä opetusta liikaa. Korkeakosken mukaan tämä saattaisi olla hyväkin asia, jos vain olisi varmuus materiaalien korkeasta tasosta, mihin kuuluu muun muassa opetussuunnitelman mukaisuus. Oppimateriaalit toimivat, koska ne antavat konkreettisen perustan jokapäiväiselle työlle ja koska opettamisen perinne nojaa niiden käyttöön. Oppimateriaalien sisällöllinen, rakenteellinen ja pedagoginen erilaisuus voi johtaa oppimistulosten eroihin valtakunnallisissa arvioinneissa.

Tietoyhteiskunnan vaatimukset, kuten korkeaan osaamiseen perustuva kilpailukyky, ovat asettaneet matemaattis-luonnontieteelliselle osaamiselle haasteita. Sähköisestä tiedonsiirrosta ja digitaalisista oppimateriaaleista huolimatta oppikirja on säilyttänyt keskeisen asemansa koulutiedon välittäjänä ja siksi opetukseen ja oppimiseen liittyvässä tutkimuksessa on tärkeää tarkastella myös oppikirjoja. Oppimisen kannalta tärkeitä kysymyksiä ovat, millainen oppikirja motivoi oppilasta prosessoimaan tietoa, millainen oppikirja auttaa oppilasta käsitteellisen muutoksen prosessissa ja millainen oppimiskäsitys oppikirjasta käyttäjälle välittyy. (Ahtineva 2000, 3, 11, 23.) Oppimateriaalitutkimus on tärkeässä asemassa, koska siten saadaan lisää tietoa, jonka avulla voidaan parantaa oppikirjoja ja opetusta oppimistavoitteiden saavuttamiseksi (Perkkilä 2002, 46).

Oppikirja on yleisimmin käytetty oppimateriaali formaalisessa opetuksessa (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 436). Oppikirjoihin liitetyt opettajan oppaat ovat nykyään perusopetuksessa laajasti käytössä. Täten oppikirjojen tekijöille tulee merkittävä vastuu, koska heidän antamansa ohjeistus saattaa määrittää opetus- ja oppimistapahtuman kulkua, jopa enemmän kuin virallinen opetussuunnitelma. (Vainionpää 2006, 83.) Kouluhallinto lopetti oppikirjojen ennakkotarkastuksen syksyllä 1992 (Rinne 1993, 12). Tästä syystä oppikirjojen ja opettajan oppaiden sisältöjen tutkiminen ja analyysi on tärkeää. Lenni Haapasalo (1994a, 25) päättelee tutkimuksensa perusteella, että oppikirjalla saattaa olla merkitystä oppimistuloksiin, koska hänen tutkimuksessaan eri oppikirjoja käyttäneiden testisuoritukset poikkesivat toisistaan erittäin merkitsevästi. Myös Jukka Törnroos (2004, 6) tuo esille tutkimuksessaan, että oppikirjasarjat saattavat erota toisistaan niin paljon, että oppilaiden tasa-arvoiset oppimismahdollisuudet ovat joiltain osin vaarassa.

Boel Englundin (1999, 339–340) mukaan oppikirjan vahvaa asemaa opetuksessa voi perustella viidellä tavalla: 1) oppikirja takaa opetuksen tietotavoitteiden täyttymisen, eli opettajien mielestä oppikirjat noudattavat opetussuunnitelmia ja vastaavat asetettuja tavoitteita, 2) oppikirjat ovat opetusta koossa pitäviä ja luovat turvallisuuden tunnetta sekä opettajille että oppilaille, 3) oppikirjat helpottavat oppilasarviointia, 4) oppikirjat helpottavat opettajan työtä ja 5) oppikirjat helpottavat järjestyksen ylläpitämistä luokassa ja pitävät oppilaat työllistettyinä. Sirkku Kananojan mukaan (1999, 206) opettajat mieltävät usein oppiaineen vuosikohtaiseksi tavoitteeksi oppikirjan tehtävistä suoriutumisen ja siten kirjat toimivat jopa opetussuunnitelman korvaajina. Eero K. Niemen (2004, 37) mukaan opettajat ovat yleensä sitä mieltä, että matematiikan oppikirjoissa olevat tehtävät soveltuvat hyvin opetukseen. Myös opetuksen eriyttäminen näyttäisi onnistuvan matematiikan oppikirjojen avulla. Näiden edellä mainittujen tutkimusten perusteella voidaan mielestämme sanoa, että oppikirjoihin liittyvien opettajan oppaiden keskinäinen vertailu on tärkeää, ja että opettajan oppaiden tutkimukselle on tarvetta.

2.1 Oppikirjan määrittelyä

Suomessa varsinaisten koulukirjojen tuotanto alkoi 1800-luvulla, mutta vasta 1970-luvulla alettiin kustantaa opetukseen tarkoitettuja materiaalipaketteja, joihin kuului varsinaisen oppilaan kirjan lisäksi opettajan opas ja mahdollisesti myös tehtävä- tai työkirja. Oppikirja on edelleen, huolimatta uusista sähköisistä materiaaleista, koululaitoksemme keskeisin opetusväline. (Hannus

1996, 13.) Oppikirjan tavoitteena on välittää tietoa, joka auttaa oppiaineen tieteenalan ymmärtämisessä ja jolla on merkitys myös koulun ulkopuolella. Oppikirja on tieteellisen tiedon ja arkitiedon yhdistäjä. (Ahtineva 2000, 11, 23.)

Oppikirjan perustehtävä on tarjota oppilaalle tiedollisesti jäsentynyttä tietoa, joka esitetään hänen kehitystasoaan vastaavasti (Hannus 1996, 13). Oppikirjan tulisi sisältää aikakauden parhaaseen tutkimukseen perustuvaa mahdollisimman luotettavasti perusteltua totuudenmukaista tietoa. Tavoitteena on, että tieteellinen tieto sekä korvaa että laajentaa lukijan arkitietoa. (Niiniluoto 1994, 8-9.) Oppikirjan tehtävien tekemisen tavoitteena on täydentää, laajentaa ja muuttaa oppilaan käsityksiä oppiaineen tieteenalasta. Tehtävien vaativuutta arvioidessa kiinnitetään yleensä huomiota tehtävien vaatiman prosessoinnin laajuuteen ja syvyyteen. (Ahtineva 2000, 41.) Mainitut määritelmät ovat mielestämme kuvaavia ja kattavia määriteltäessä hyvää oppikirjaa.

Oppikirja on yksi koulussa vallitsevan pedagogisen ajattelun materialisoituma (Mikkilä-Erdmann ym. 1999, 436). Nykyisellä oppikirjalla on pedagogisten tavoitteiden lisäksi myös liiketaloudellisia tavoitteita, joita usein tavoitellaan juuri pedagogisten tavoitteiden kustannuksella. Koulun kannalta hyvä oppikirja on sellainen, joka on pedagogisesti tarkasteltuna optimaalinen ja käytännön työssä toimiva, kestävä ja kohtuullisen hintainen. Oppikirjakustantamon kannalta hyvä kirja on taas sellainen, joka menee hyvin kaupaksi. Kustantamo tekee siis liiketaloudellisin perustein oppikirjan opettajan valittavaksi. (Hannus 1996, 13–14.) Opettajan vastuulle jää hyvän oppikirjan valitseminen.

Oppikirjatoimikunta (1969) on koonnut eräitä hyvän oppikirjan ominaisuuksia, jotka pätevät mielestämme 2000-luvullakin. Ominaisuuksia ovat muun muassa:

- oppikirjan on ohjattava oppilaskeskeisiin työtapoihin,
- sisällön tulee olla sellainen, että se osataan lukea, ymmärtää ja omaksua juuri sillä ikäkaudella, jolle se on tarkoitettu,
- oppikirjan on seurattava voimassa olevaa opetussuunnitelmaa,
- sen tulee palvella ensisijaisesti kasvatus- ja opetustavoitteiden saavuttamista,
- asiatietojen tulee olla virheettömiä ja uusimpien tutkimusten mukaisia (Oppimateriaalikomitean mietintö 1973, 44).

2000-luvun oppikirjan ominaisuudeksi kuuluu mielestämme yllä mainittujen lisäksi sosiaalisiin työtapoihin ohjaaminen. Hyviä oppikirjoja tarvitaan opetuksen laadun ja minimitasoisen yhtenäisyyden takaamiseksi eri kouluissa (Mikkilä-Erdmann ym. 1999, 446). Opetushallitus ei enää siis tarkista oppikirjoja, vaan oppikirjojen kustantajat luetuttavat käsikirjoituksen oppialan asiantuntijoilla ja kielen tarkastajilla ennen kirjan painamista. Käsikirjoituksen arviointiohjeet ovat aiemmin käytössä olleiden kriteeriarvioinnin[1] ohjeiden kaltaisia sisällön, työmenetelmien ja käytännöllisyyden osalta. Nykyisten käsikirjoituksen arviointiohjeiden perusteella tulee ottaa huomioon muun muassa tiedon sidosteisuus ja työtapoja arvioitaessa niiden oppilaskeskeisyys. (Ahtineva 2000, 35.)

Sidosteisuuteen liittyen Lenni Haapasalo (1998, 66) kritisoi matematiikan oppikirjoja. Hänen näkemyksensä mukaan matematiikan oppikirjojen laatijat eivät ole onnistuneet esittämään tietoa laajoina kokonaisuuksina, jotka mahdollistaisivat oppilaan syvällisen tiedonmuodostuksen. Hänen mukaansa koulussa opetetaan usein esimerkiksi prosentin käsite erillisenä ja itsenäisenä käsitteenä, vaikka oppilas hallitsisi jo murto- ja desimaalilukujen käsitteet.

2.2 Aikaisempia tutkimuksia oppimateriaaleista

Matematiikan oppimateriaaleja ovat Suomessa tutkineet muun muassa Jukka Törnroos (2004) ja Jan Dahlström, Mattias Stenmark ja Ulla Lahtinen (2003) sekä Päivi Perkkilä (2002). Jorma Vainionpää (2006) on tutkinut verkko-oppimateriaaleja. Oppimateriaalien mahdollista vaikutusta koulukohtaisiin opetussuunnitelmiin ja opetuksessa tapahtuneisiin muutoksiin on tutkinut Juha-Pekka Heinonen (2005). Eero K. Niemi (2004) on vertaillut kuudennen luokan oppilaiden oppimistulosten yhteydessä oppimistuloksia muun muassa käytettyyn matematiikan oppikirjaan. Oppikirjoja ovat tutkineet myös Aija Ahtineva (2000) ja Mirjamaija Mikkilä ja Erkki Olkinuora (1995). Oppikirjojen kuvitusta on tutkinut muun muassa Matti Hannus (1996).

Törnroos (2004) on tutkinut matematiikan opetuksen oppisisältöjä 5.-7. luokilla Suomessa, ja tämän selvityksen pohjalta Törnroos tarkasteli 7. luokan oppilaiden matematiikan oppimistuloksia. Tutkimuksessaan Törnroos analysoi koulussa vuonna 1999 käytettyjen 5.-7.

[1] Käsikirjoituksen kriteeriarvioinnista ks. Leino 1978.

luokkien matematiikan oppikirjojen sisällön. Kutakin vuosiluokkaa kohden hän analysoi kolmen eri kustantajan oppikirjat. Törnroosin saamien tulosten mukaan näyttää siltä, että suomalaisten 7. luokan oppilaiden saaman matematiikan opetuksen sisältö voi vaihdella sen mukaan, mitä oppikirjoja he ovat käyttäneet. Kuitenkin Törnroos toteaa tutkimuksessaan, että jokaisen hänen analysoimansa oppikirjasarjan pohjalta voi oppia Opetussuunnitelman perusteiden ala-asteelle tavoitteeksi asettamat perustiedot ja -taidot.

Dahlström ym. (2003) ovat tutkineet viides- ja kahdeksasluokkalaisten matematiikan oppimateriaaleja. He tutkivat matematiikan oppimateriaalien eroja ja opettajien käsityksiä käyttämistään oppimateriaaleista. He tutkivat, millainen yhteys käytetyllä oppimateriaalilla on oppilaiden oppimistuloksiin. Oppimistulosten kartoituksessa käytettiin apuna Karin Linnanmäen (2002) tutkimuksen tuloksia, jossa hän oli testannut oppilaita MAKEKO[2]- kokeella vuosina 1991 ja 1994. MAKEKO- kokeeseen osallistuneille kouluille lähetettiin kyselylomake, johon vastasi 86 koulusta 48. Näissä kouluissa MAKEKO- kokeeseen vastanneita oppilaita oli 476. Tulosten mukaan oppilaiden oppimistuloksilla MAKEKO- kokeessa näytti olevan yhteys käytettyyn oppimateriaaliin. Viidennellä luokalla suomenkielistä oppimateriaalia käyttävillä oppilailla MAKEKO- kokeen tulokset olivat parempia kuin oppilailla, joilla oli käytössään ruotsinkielinen oppimateriaali. Viidennen luokan oppikirjoja dominoivat mekaaniset tehtävät, kun taas kahdeksannen luokan oppikirjoissa oli eniten sanallisia tehtäviä. Viidennen luokan oppikirjat eivät ulkoiselta olemukseltaan juurikaan eronneet toisistaan, kun taas kahdeksannen luokan oppikirjoissa oli selviä eroavaisuuksia käytetyssä kielessä ja sommittelussa. Opettajien mielipiteet käyttämistään oppimateriaaleista vaihtelivat, esimerkiksi joidenkin opettajien mielestä heidän käyttämässään oppikirjassa oli liikaa mekaanisia tehtäviä ja toisten opettajien mielestä ei ollut.

Päivi Perkkilä (2002) kartoitti tutkimuksessaan peruskoulun ensimmäisen ja toisen luokan opettajien matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen yhteyttä alkuopetuksessa. Hän tutki myös matematiikan oppikirjan merkitystä alkuopetuksen suunnittelussa ja toteuttamisessa. Tutkimuksessa kävi ilmi, että haastatellut opettajat pitivät matematiikan oppikirjaa lähinnä työvälineen asemassa ja opettajan opasta suunnittelun apuna. Vanhemman koulutuksen saaneet opettajat ilmaisivat luottavaista suhtautumista matematiikan oppikirjan rakenteeseen ja käyttöön,

[2] Matematiikan keskeisen oppisisällön kokeet

kun taas uudemman koulutuksen saaneilla suhtautuminen oli ristiriitainen. Perkkilä toteaa tutkimuksessaan matematiikan oppikirjalla ja opettajan oppaalla olevan varsin keskeinen asema opetuksessa. Perkkilän mukaan näyttää siltä, että opettajat luottavat oppikirjoihin ja uskovat toteuttavansa valtakunnallista linjaa, kun niitä käyttävät. Opetus lähtee Perkkilän mukaan oppikirjoista eikä matemaattisista sisällöistä.

Jorma Vainionpää (2006) on tutkinut Suomen virtuaaliyliopistoon kuuluvan viestintätieteiden yliopistoverkoston verkkokurssien oppimateriaalien ominaisuuksia sekä verkkokurssien opiskelijoiden (n = 182) ja opettajien (n = 13) näkemyksiä verkko-oppimateriaalien laadusta. Kysely opettajille ja opiskelijoille tehtiin lukuvuonna 2002–2003. Tulokset osoittavat, että opiskelijat pitivät verkko-oppimateriaaleja helppokäyttöisinä, monipuolisina, ajankohtaisina ja riittävän laajoina. He kokivat, että materiaaleja voi hyödyntää myös muissa yhteyksissä. Arviointi ei ollut materiaaleissa selvästi näkyvillä. Opettajien mielestä oppimateriaalit olivat helppokäyttöisiä, ajankohtaisia, monipuolisia ja niitä oli heidän mielestään riittävästi saatavilla.

Vainionpään (2006, 196) mukaan verkkokurssien verkko-oppimismateriaalien ajankohtaisuus, saatavuus, kustannusten pienuus ja uudelleen käytön mahdollisuus olivat hyviä. Materiaalien käytettävyys ja laaja-alaisuus vaihteli hyvän ja melko hyvän välillä. Oppimisen arviointia oli esillä materiaaleissa vähän.

Juha-Pekka Heinosen (2005) tutkimuksen tavoitteena oli tuoda esiin oppimateriaalien mahdollinen vaikutus koulukohtaisiin opetussuunnitelmiin ja opetuksessa tapahtuneisiin muutoksiin. Heinosen saamat tutkimustulokset pohjautuvat sekä kvantitatiiviseen että kvalitatiiviseen aineistoon. Heinosen saamat tutkimustulokset osoittavat, että opettajien käsitysten mukaan oppikirjoilla on keskeinen asema opetussuunnitelmatyössä. Tutkimuksen tulosten mukaan oppimateriaalien rooli eri oppiaineissa oli hyvinkin erilainen. Tutkimuksessa kävi ilmi, että lähes kaikki tutkimuksen otoksen luokanopettajat etenivät matematiikassa ja äidinkielessä oppikirjan mukaan. Sen sijaan reaaliaineissa oppikirjaa käytettiin usein lähdeteoksena.

Heinosen (2005) tutkimukseen osallistuneiden opettajien mielestä oppimateriaalien tulee olla erityisesti oppilaita kiinnostavia, motivoivia ja riittävän havainnollisia. Myös eriyttämiseen ja oppilaiden käsityskyvyn sekä ajatusmallien kehittämiseen tulisi hyvän oppimateriaalin tarjota mahdollisuuksia. Kyselytutkimukseen osallistuneiden luokanopettajien mielestä selkeät opettajan materiaalit ovat tärkeä osa hyvää oppimateriaaliratkaisua. Heinosen mukaan näyttääkin siltä, että opettajat arvostavat ennen kaikkea sellaisia oppimateriaaleja, jotka innostavat oppilaita ja antavat opettajille mahdollisuuden vapaasti ja monipuolisesti käyttää niin opettajajohtoisia, oppilaskeskeisiä kuin oppimaan oppimisen taitoja kehittäviä opetusmenetelmiä. Tutkimuksen tulosten perusteella opettajat eivät myös enää toivo oppikirjojen etenevän aukeama/oppitunti vauhtia.

Eero K. Niemi (2004) selvitti perusopetuksen kuudennen vuosiluokan oppilaiden oppimistuloksia peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden 1994 esitettyjen tavoitteiden näkökulmasta. Niemi mittasi oppimistuloksia kaksiosaisella koulusaavutuskokeella: perustaitoja mittaavilla monivalintatehtävillä ja soveltamistaitoja mittaavilla tuottamistehtävillä. Oppilaiden asennoitumista matematiikkaan mitattiin myös asennekartoituksella. Niemi vertaili saamiansa tutkimustuloksia matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen kehittämishankkeen (LUMA)-opetuskokeiluun osallistuneiden koulujen oppilaiden tuloksiin. Hän pyrki myös saamaan selville Opetushallituksen tekemien arviointitutkimusten hyödyn koulutuspoliittiseen päätöksen tekoon ja yleensä koulujen opetukseen.

Niemi vertaili oppilaiden oppimistuloksia muun muassa käytettyyn matematiikan oppikirjaan ja tukiopetuksen saamiseen. Tulosten mukaan käytetyllä matematiikan oppikirjalla oli yhteys kokeessa saatuun tulokseen. Erot eri kirjasarjojen välillä saattoivat johtua Niemen mukaan siitä, että opettajat käyttävät oppikirjaa pääasiallisena opetusvälineenä. Tutkimus osoitti, että opetussuunnitelman merkitys on toissijainen. Myös opettajille tehdyssä kyselyssä lähes puolet opettajista (48,9 %) oli sitä mieltä, että oppikirjat ja työkirjat antavat paremman perustan opetuksen suunnitteluun kuin opetussuunnitelma. (Niemi 2004.)

Aija Ahtineva (2000) on tutkinut lukion kemian oppikirjaa. Hän tutki, millaista tiedonkäsitystä oppikirja, Kemian maailma 1 edustaa, täyttääkö oppikirja opettajien ja oppilaiden mielestä opetussuunnitelman sille asettamat tavoitteet ja millaisia oppikirjan tehtävät ovat opettajien ja oppilaiden mielestä. Tutkimuksen mukaan kyseinen oppikirja edistää sekä behavioristisen että konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaista oppimista. Vaikka kirjan tiedonkäsitystä voidaan pitää jokseenkin staattisena, eritasoisten tehtävien joukossa on myös sellaisia tehtäviä, jotka vaativat kognitiivisten strategioiden käyttöä, kuten tulkintojen ja päätelmien tekemistä sekä tiedon arviointia. Opettajien ja oppilaiden mielestä oppikirjan voidaan sanoa täyttävän opetussuunnitelman asettamat vaatimukset. Kemiallisen tiedon merkitys yhteiskunnassa tulee kirjassa selvästi esille, mutta kemian kokeellinen luonne saisi korostua enemmän. Tulokset kertovat, että oppilaat olivat tyytyväisiä oppikirjan tehtävien vaikeustasoon, yleensä heidän mielestään vaikeat tehtävät olivat parempia kuin helpot. Osa opettajista haluaisi enemmän yksinkertaisia, toistavia tehtäviä.

Matti Hannus (1996) on tutkinut biologian oppikirjan kuvituksen vaikutuksia neljäsluokkalaisten oppimiseen. Tulokset osoittavat, että kuvien edistävä vaikutus oppimiseen on suppea ja toteutuu vain silloin, kun aukeaman kuva, sisältö ja tehtävä liittyvät kiinteästi toisiinsa. Syy tähän kuvien suppeaan vaikutukseen saattaa olla myös se, että oppilaat eivät katso kuvia riittävästi. Hannuksen mielestä tutkimuksen tulokset antavat aihetta pohtia, pitäisikö oppikirjan aukeaman tekstien ja kuvien suhdetta muuttaa tekstipainotteisemmaksi.

Mirjamaija Mikkilä ja Erkki Olkinuora (1995) ovat tutkineet koulussa käytettävien oppi- ja työkirjojen laatua. Heidän tutkimuksensa on osa Turun yliopiston kasvatustieteiden laitoksella vuodesta 1990 lähtien toiminutta oppimateriaaliprojektia. Osatutkimuksessa pyrittiin selvittämään millaisia ovat oppi- ja työkirjojen laadulliset ominaisuudet arvioituna nykyisen oppimisteorian näkökulmasta. Tutkimuksessa käytettiin eri kustantajien maantiedon, biologian ja historian kirjoja.

Tulosten mukaan oppikirjassa ei yleensä johdateta tieteenalaan, sen keskeisiin sisältöihin ja tiedontuottamistapoihin. Oppikirjat aktivoivat oppilaiden ennakkotietoja harvoin. Kirjojen oppikurssit olivat irrallisia oppimäärästä, niissä viitattiin harvoin edeltävään ja tulevaan tai toisiin oppiaineisiin. Oppikirjojen yleisin tekstityyppi oli kuvaileva tekstityyppi, joka voi luoda lukijalle illuusion tiedon staattisuudesta. Oppikirjoissa ei mallitettu oppiaineelle ja yleisimminkin korkeatasoiselle ajattelulle tyypillisiä ongelmanratkaisu- ja päättelyprosesseja. Työkirjan tehtävät olivat yleensä luonteeltaan toistavia. Tehtävät, jotka vaativat oppilasta tutkimaan tekstiä syvällisesti ja yhdistelemään ennakkotietojaan tai jopa hankkimaan lisätietoa kirjan ulkopuolelta, olivat harvinaisia. (Mikkilä & Olkinuora 1995.)

Kuten edeltä voi huomata, matematiikan oppimateriaaleja ei ole Suomessa paljoakaan tutkittu, eikä etenkään matematiikan opettajan oppaita. Juuri tämän vuoksi on perusteltua ja tarpeellista tutkia matematiikan opettajan oppaita.

3 OPPIMISKÄSITYS

Kaiken systemaattisen opettamisen ja opiskelun perustalla on jokin käsitys oppimisesta, siitä millaiseksi oppimistapahtuman luonne voidaan käsittää (Rauste-von Wright, von Wright & Soini 2003, 139). Erityisesti opettajankoulutuksen didaktiikan opetuksen ja erilaisten pedagogisten virtausten kautta välittyy käsityksiä oppimisesta. Ne voivat olla esimerkiksi tutkimukseen perustuvia tai koulukunnan laajemmasta uskomusjärjestelmästä saatuja käsityksiä. (Lehtinen ym. 1991.) Oppimiskäsityksiin vaikuttavat monet tekijät, kuten käsitykset inhimillisen tiedon ja psyykkisten prosessien luonteesta, yhteiskunnalliset perinteet ja normit ja yhteiskunnan opetukselle ja koulutukselle asettamat odotukset. Oppimiskäsityksiin vaikuttavat myös tutkimuksen teoriat ja tulkintaperinteet, mutta usein vasta pitkän viiveen jälkeen. (Rauste-von Wright ym. 2003, 139–140.) Oppimiskäsityksen esille tuominen tässä tutkimuksessa on tärkeää, koska se vaikuttaa väistämättä kaikkeen oppimiseen ja opettamiseen liittyviin asioihin, myös oppimateriaaleihin. Täten voimme olettaa, että kulloinkin vallalla oleva oppimiskäsitys heijastuu myös oppimateriaaleista.

Leder ja Gunstone (1990) ovat esittäneet neljä matematiikan oppimisnäkemysten kehitysvaihetta. Näistä kolme ensimmäistä kehitysvaihetta edustavat ns. behavioristista näkökulmaa ja neljäs pohjaa kognitiiviseen oppimiskäsitykseen. Ensimmäistä kehitysvaihetta (v. 1920–1930) kutsutaan drilliksi ja harjoitukseksi. Keskeisenä tavoitteena tuolloin oli laskennallisen sujuvuuden saavuttaminen osakomponentteihin jakamisen ja ulkoaoppimisen avulla. Toista kehitysvaihetta (v. 1930–1950) nimitetään ymmärrettäväksi ja mielekkääksi aritmetiikaksi. Tämän kehitysvaiheen aikana tavoitteena oli matemaattisten ideoiden ja periaatteiden ymmärtäminen. Tavoitteen saavuttamiseen pyrittiin satunnaisesti assosioivan oppimisen, toiminnallisuuden, matemaattisten suhteiden ja yleistysten painottamisen kautta. Kolmas kehitysvaihe (v. 1960–1970) on nimeltään hierarkkinen oppiminen ja uusi matematiikka. Tuolloin keskityttiin tiedon esitysmuotoihin, oppiaineen rakenteeseen ja oppimisen hierarkkisuuteen. Asetetut tavoitteet pyrittiin saavuttamaan matematiikan rakenteita opiskelemalla, keksivän oppimisen avulla ja spiraaliperiaatetta opetussuunnitelmaan soveltamalla. Neljättä kehitysvaihetta (v.1980-) kutsutaan konstruktivismiksi, luovaksi matematiikaksi. Nyt tärkeää on oppijan aktiivisuus tiedon konstruoijana ja oppijan aikaisempien tietojen ja kokemusten merkitys. Tavoitteen saavuttamiseksi tulee oppia oppilaiden ajattelun ja toiminnan tarkkailun käsitteet, ja hyödyntää ongelmakeskeistä opetusta. (Kupari 1999, 34.)

3.1 Konstruktivismi

Kasvatustieteen ja kasvatuspsykologian piirissä keskustelu konstruktivismista kasvoi useista eri lähteistä. Se syntyi passiivista vastaanottamista korostavan kouluopetuksen kritiikistä, perinteisen empiirisen tietokäsityksen kritiikistä sekä pyrkimyksestä yleistää ja samalla kiteyttää kognitiivisen psykologian tutkimustuloksia. (Miettinen 2000, 279.)

Konstruktivismi nousi erityisesti 1900-luvulla hallinneen behaviorismin vastapainoksi. Useissa oppikirjoissa konstruktivistista oppimisnäkemystä perustellaan juuri sen paremmuudella behaviorismiin verrattaessa. (Puolimatka 2002, 82.) On kyseenalalaistettu, voidaanko konstruktivismia pitää lainkaan yhtenäisenä, määriteltävissä olevana oppimisnäkemyksenä. Se on muun muassa Reijo Miettisen (2000, 276–281) mukaan Suomessa esitelty oppimisen aktiivista luonnetta korostavana yleisnäkemyksenä, joka kokoaa ja yleistää oppimisen tutkimuksen uusimpia saavutuksia. Juuri yleismaailmallisen luonteensa johdosta konstruktivismin yleisistä periaatteista ei voida johtaa opetuksellisia ratkaisuja tai toimintatapoja, joten siksi konstruktivismin sovellukset nojautuvat erilaisiin täydentäviin psykologisiin ja filosofisiin teorioihin ja käsitteisiin.

Konstruktivismin eri suuntauksia yhdistää se näkemys, että tieto ei siirry, vaan oppija konstruoi sen itse valikoimalla ja tulkitsemalla informaatiota. Hän jäsentää tietoa aiemman tietonsa pohjalta ja siihen nivoutuvana sekä rakentaa kokemustensa välityksellä kuvaa siitä maailmasta, jossa hän elää. (Rauste- von Wright & von Wright 1994, 15.) Konstruointi eli oppimisprosessi on sidoksissa siihen tilanteeseen ja kulttuuriin, jossa se tapahtuu. Prosessi kiinnittyy sosiaalisiin vuorovaikutusprosesseihin ja niiden välityksellä syntyneisiin merkitysrakenteisiin. (Rauste-von Wright, ym. 2003, 20.) Konstruktivismi perustuu siis ajatukseen siitä, että tieto rakentuu sosiaalisesti ja kognitiivisesti. Tämä ei kuitenkaan välttämättä merkitse oletusta, ettei ulkoista todellisuutta olisi olemassa ihmismielestä riippumatta. (Tynjälä, Heikkinen & Huttunen 2005, 21.)

Konstruktivistisessa oppimiskäsityksessä voidaan erottaa erilaisia suuntauksia, jotka tarkastelevat oppimista eri näkökulmista ja suuntaavat tutkimuksensa eri asioihin oppimisessa. Suuntauksia erottavana tekijänä on erityisesti se, onko niiden keskeisenä kohteena yksilöllisen vai sosiaalisen tiedon konstruointi, jolloin konstruktivismi voidaan jakaa karkeasti kahteen pääsuuntaukseen: yksilökonstruktivismiin ja sosiaaliseen konstruktivismiin. Yksilökonstruktivismi perustuu kantilaiseen epistemologiaan ja kognitiiviseen psykologiaan ja sen painopisteenä on ollut yksilön kognitiivisten rakenteiden tai mentaalisten mallien kuvaaminen. Sosiaalisen konstruktivismin edustajat puolestaan painottavat tiedon sosiaalista konstruointia ja ovat kiinnostuneita oppimisen sosiaalisista, vuorovaikutuksellisista ja yhteistoiminnallisista prosesseista. (Tynjälä 1999, 37–39.)

Konstruktivistinen oppimisprosessi on aina kontekstisidonnaista ja se ankkuroituu sosiaalisiin vuorovaikutusprosesseihin ja niissä syntyneisiin merkitysrakenteisiin. Tiedoille ominaisen kontekstisidonnaisuuden kahleista voidaan pyrkiä opetuksessa irrottautumaan ainakin kahdella tavalla: kytkemällä kyseistä tietoa moneen kontekstiin ja pyrkimällä jäsentämään tietoa ylhäältä alas eli painottamalla yleisiä periaatteita ja kokeilemalla niiden sovelluksia mahdollisimman erityyppisiin yksittäistapauksiin ja vetämällä näistä yksittäistapauksista johtopäätökset takaisin yleisten periaatteiden tasolle. (Rauste- von Wright & von Wright 1994, 128.) Konstruktivistisesta näkökulmasta katsottuna oppiminen ei siis ole pelkkä ärsyke-reaktio ilmiö, vaan se vaatii itsesäätelyä ja konseptuaalisten perusteiden rakentamista reflektion ja abstraktion avulla (von Glaserfeld 1995, 14).

Konstruktivistisesti opettavan opettajan tehtävä ei ole vetäytyä oppimisprosessin ohjaamisesta, vaan antaa sille tukensa. Opettajan tarkoituksena on tarjota mahdollisimman tarkoituksenmukaisia rakennustelineitä oppijan prosessille, mutta tiedon rakentaja on oppija itse. (Tynjälä ym. 2005, 30.) Jotta opettaja ymmärtäisi oppilaiden käsityksiä, tulee hänen olla perillä myös niistä sosiaalisista ja kulttuurisista vaikutteista, jotka säätelevät hänen oppilaidensa käsityksiä maailmasta ja heidän maailmankuvastaan, eli heistä itsestään (von Wright 1996, 14).

Opettajan tulisi myös opetella soveltamaan sosiaalisia työmuotoja, jotka tarjoavat oppilaiden konstruointiprosesseille monipuolisempia ja aidompia ympäristöjä kuin jatkuva opettajan silmänpidon alla tapahtuva yksin puurtaminen (Haapasalo 1994b, 109). Keskeisenä tavoitteena koulussa tulisi olla von Wrightin (1996, 16) mukaan kriittisen ajattelun ja itsereflektion taitojen opettaminen siinä toivossa, että oppilaat vähä vähältä oppisivat yhä paremmin arvioimaan omaa ymmärtämistään, tunnistamaan aukkokohtia omissa tiedoissaan ja taidoissaan sekä ymmärtämään omia toimintatapojaan ja motivaatioitaan. Oleellista opettajan toiminnassa on sekä opiskeltavan asian kannalta tärkeiden kysymysten virittäminen että opiskelijoiden ajattelu- ja ymmärtämisvalmiuksien harjaannuttaminen mahdollisimman monipuolista palautetta antamalla.(Rauste-von Wright 1997, 19.)

Tapio Puolimatka (2002) muistuttaa kuitenkin, että vaikka kuinka koulujärjestelmä haluaisi oppimisen tapahtuvan vain toimimalla ja oppilaan aikaisemmat tietorakenteet huomioimalla, on epärealistista kuvitella, että koulujärjestelmämme voisi välttää järjestelmällistä tietorakenteiden opiskelua ja korvata sen käytännöllisellä toiminnalla. Puolimatkan mukaan on vaikeata rakentaa mitään käytännöllistä toimintaa, joka konkretisoisi kaikkein abstrakteimpia käsitteellisiä suhteita. Myös Juhani Jussila (1999, 32, 40) huomauttaa, että konstruktivistit sivuuttavat tärkeitä opetuksen ilmiöitä, kuten tottumusten muodostumisen, assosiaatio-oppimisen ja mallioppimisen. Jotta päästäisiin tarkastelemaan oppimista kokonaisvaltaisemmin muutoinkin kuin tiedon lisäämisenä, tarvitaan paneutumista myös sosiaaliseen oppimiseen, muun muassa siihen, millä tavalla ihminen ottaa huomioon muita ihmisiä toiminnassaan.

3.2 Konstruktivismi ja matematiikan opetus

Matematiikan opetuksen keskuudessa varsin yleisesti hyväksytty sosiaalisen konstruktivismin suuntaus on sosiokonstruktivismi (Kupari 1999, 36). Bauersfeld (1995, 150–151) painottaa matemaattisen osaamisen merkitystä oppilaalle puhuttaessa sosio-kulttuurisesta konstruktivismista. Hänen mukaansa sosiologisen näkökulman soveltaminen painottaa opetus-oppimisprosessissa luokkahuoneessa vallitsevan sosiaalisen käytännön merkitystä. Opettaja ja oppilaat tuottavat vuorovaikutuksessa toistensa kanssa säännönmukaisuuksia ja normeja, jotka liittyvät puhumiseen ja toimimiseen matemaattisesti.

Lenni Haapasalo (1994b, 100) viittaa Bauersfeldiin (1994), jonka mukaan sosiokonstruktivismin olennaisia piirteitä ovat muun muassa: A) Oppiminen ei ole arvojen, normien tai objektiivisen tiedon vastaanottamista tai hankkimista, vaan se on oman elämän järjestämistä koskeva prosessi, jossa yksilö on aktiivisessa vuorovaikutuksessa kulttuuriin sosiaalisten siteittensä ja aktiivisen osallistumisen kautta. B) Käsitteiden ja tiedon merkitys sisältyy enemmänkin sosiaalisessa viestinnässä käytettyihin ilmauksiin kuin pelkkiin merkintöihin tai ulkoisiin symbolisiin esityksiin. C) Matematiikka on ennemminkin sosiaalisissa ja kulttuurisissa siteissä syntynyt kommunikaation muoto kuin absoluuttinen totuus. D) Opettaminen merkitsee yritystä tarjota oppilaille mahdollisuuksia vuorovaikutteisiin prosesseihin arvioimalla, tukemalla ja ylläpitämällä niitä sekä kehittämällä oppilaiden keskinäistä työskentelykulttuuria.

Kun konstruktivismin ajatusten mukaisesti oppilaiden teoriat ja ennakkokäsitykset on otettava huomioon, muuttaa tämä perinteistä matematiikan opetusta voimakkaasti. Enää opetus ei olekaan yleisesti hyväksyttyjen määritelmien ja operaatioiden esittämistä laajenevaksi käsitejärjestelmäksi, vaan myös oppilaiden omiin käsityksiin, tulkintoihin, tarkoituksiin ja merkityksiin vaikuttamista. Tämän johdosta myös matemaattisen tiedon luonne ja merkitys elämismaailmassamme näyttäisi tulevan osaksi opetuksen perustaa. (Leino 2004, 21.) Kun konstruktivismi otetaan matematiikan opetuksen lähtökohdaksi, on pääongelmana oppilaiden esiymmärrysten ja merkitysten esille saaminen kulloinkin kohteena olevasta aihepiiristä. Opetuksessa konstruktivismi siis suuntaa tarkastelun oppilaiden elämismaailmaan, eikä kyse ole siten vain matematiikan ja ympäristön välisestä suhteesta. (Leino 1993, 16.)

Matematiikan opetuksessa konstruktivismi korostaa metakognitiota ja ongelmanratkaisukykyä (Dahlström ym. 2003, 11). Konstruktivistinen opetus matematiikassa tapahtuu aktiivisen tiedon haun ja kyselevien metodien kautta. Konstruktivistiseen opetukseen soveltuvat siis parhaiten avoimet tehtävät ja erilaiset ryhmässä tehtävät projektit, koska näin oppilaat saavat käyttää tehtäviä ratkoessaan hyödykseen aikaisempia jokapäiväisiä kokemuksiaan. On kuitenkin muistettava, että konstruktivistinen opetus, kuten projektityöskentely ja ongelmakeskeisyys, vaatii opettajan kokonaan opetustilanteessa, opettajan täytyy jo etukäteen miettiä, miksi jonkin asian oppiminen on tärkeää, ja mihin oppilaiden tulisi oppimisessaan pyrkiä. Tietenkin osa opetuksen tuloksista liittyy myös peruslaskutoimitusten sujuvaan osaamiseen, mutta niiden merkitys konstruktivistiselle matematiikan opetukselle on vähäisempi. (Leino 1994, 19–22.)

Ongelmakeskeinen lähestymistapa nähdään osana konstruktivistista opetusta. Pehkosen (1994, 61–62) mukaan se on monipuolinen keino kehittää oppilaan ajattelua ja luovuutta. Ongelmakeskeinen lähestymistapa tarkoittaa opetusta, jossa opettaja johdattelee oppilaat itsenäiseen tiedonkeruuseen, -käsittelyyn ja -arviointiin problematisoimalla oppimistilanteet. Opetustapa ohjaa keskusteluun ja pohdintaan matematiikan tunneilla. Keskustelu mahdollistaa syväoppimista, kun oppilas joutuu itse käsittelemään tietoa ja rakentamaan tietorakenteensa kommunikoidessaan.

Jarkko Leinon (2004, 26) mukaan matematiikan opetuksessa valitsee konstruktivismin ja matematiikan luonteen välinen jännite. Opettaja kyllä tietää oppilaan konstruoivan tietonsa ja hän haluaa vahvan ymmärtämispohjan jokaisen oppilaan konstruktioille, mutta toisaalta hän hyväksyy realiteettina matematiikan tietojärjestelmät ja vakiintuneet toimintamuodot. Leino kuitenkin painottaa, että edelleen opettajalle jää vapaus toimia joko oppilaita pakottavasti tai oppilaiden yritelmiä ja toimintoja kannustavasti.

Leino (2004, 21, 29) muistuttaa, että puhuttaessa matematiikan opetuksesta aina varhaiskasvatuksesta yliopisto-opetukseen on matematiikan oppikirjoista yhä edelleen löydettävissä behavioristisen oppimisteorian mukaisia kumulatiivisia oppirakennelmia ja hänen mielestään niiden mukainen opetus onkin normaalitoimintaa kouluissa. Oppikirjoissa on behavioristisen oppimisteorian mukaan oppiaines tai opittava taito jaettu sopiviin, hierarkkisesti laajeneviin osiin, joiden osaamista on helppo kontrolloida. Hänen mielestään matematiikan oppikirjaa olisi käytettävä vain joustavasti, valikoiden ja opetuksen tukimateriaalina. Mikkilä-Erdmannin, Olkinuoran ja Mattilan (1999, 446) mukaan konstruktivismin periaatteiden pohjalta oppikirjojen tulisi olla sellaisia, että ne eivät rajoittaisi liian paljon opettajan oman pedagogisen ajattelun soveltamismahdollisuuksia ja edistäisi oppilaan valmiuksia etsiä tietoa ongelmakeskeisesti ja kriittisesti.

Yhteenvetona voimme todeta, että matematiikan opetuksessa on vallalla sosiokonstruktivistinen oppimisnäkemys, vaikka sen toteuttaminen käytännön tasolla ei ole ongelmatonta. Matematiikan opetuksessa on edelleen havaittavissa myös behavioristisia piirteitä.

4 OPETUSSUUNNITELMA

Opetussuunnitelma on yksi keskeisimmistä koulua ohjaavista dokumenteista, jossa yleensä ilmaistaan kyseisen koulun tai kouluasteen tavoitteet ja oppiaines sekä oppilasarvioinnin periaatteet. Opetussuunnitelma laaditaan aina kirjallisesti ja se hyväksytään jossakin virallisessa hallinnollisessa elimessä valtakunnallisesti, kunnittain, kouluittain tai oppilaitoksittain. Opetussuunnitelmaan on aikakausittain tai näkemyksittäin sisältynyt hieman eri asioita. Tavallisimmin opetussuunnitelmaan on kuulunut neljä pääkohtaa: tavoitteet, oppisisällöt, toteutus ja arviointi. (Uusikylä & Atjonen 2005, 50–51.) Koska opettajan pitää opetuksessaan noudattaa opetussuunnitelmassa annettuja normeja, hänen tulee huomioida käyttämänsä oppimateriaalin soveltuvuus suhteessa opetussuunnitelmaan. Täten opetussuunnitelman toteutuminen oppimateriaaleissa on tärkeä tutkimuksen kohde.

Termiä opetussuunnitelma käytetään hyvin monenlaisissa merkityksissä. Käsitteellä opetussuunnitelma voidaan yhteydestä riippuen tarkoittaa esimerkiksi opetuksen suunnitelmaa, kurssilistaa tai oppilaiden koulussa oppimia asioita joko yhdessä tai erikseen (Kelly 2004). Opetussuunnitelmalla ei siis ole yhtä oikeaa määritelmää, vaan se voidaan määritellä tilannekohtaisesti, muun muassa kansallisen kontekstin mukaan useilla eri tavoilla (Törnroos 2004, 19).

Opetussuunnitelman määrityksissä tiivistetään koulutuksen yhteiskunnalliset päämäärät ja oletukset lasten, nuorten ja aikuisten tarvitsemista tiedoista ja heidän kyvyistään ja mahdollisuuksistaan oppia niitä. Opetussuunnitelmiin valikoidaan kaikista mahdollisista tiedosta kunakin ajankohtana tärkeimpänä pidetyt. Nämä tiedot luokitellaan kulttuuristen luokitusperusteiden mukaisesti sisällöllisiin, toisistaan erillisiin luokkiin, useimmiten oppiaineisiin tai laajempiin kategorioihin. Opetettavien tietojen ja taitojen lisäksi opetussuunnitelmaan kirjataan myös hyvinä ja haluttuina pidetyt persoonallisuuden ominaisuudet ja huonoina ja torjuttavina pidetyt toiminnan ja asennoitumisen tavat. (Antikainen, Rinne & Koski 2000, 174- 175, 177.) Suomessa opetussuunnitelman keskeiset tavoitteet ja opetuksen sisältöalueet, jotka ovat yhteisiä koko maassa annettavalle opetukselle, määrittelee opetushallitus. Kaiken kaikkiaan opetussuunnitelmasta päättävät yhdessä eduskunta, presidentti, valtioneuvosto, opetushallitus ja kunta (Toivonen, Hamid & Kemppainen 1995, 35.)

Puhuttaessa opetussuunnitelmasta on ainakin kasvatussosiologisessa kirjallisuudessa puheen aiheeksi noussut myös piilo-opetussuunnitelman käsite. Käsitteellä viitataan yksinkertaisesti siihen, että koulujen arkipäiväisessä todellisuudessa oppilaat ja opettajat oppivat systemaattisesti hyvin paljon sellaisia asioita, mitä ei ole asetettu kouluopetuksen ja –oppimisen tavoitteeksi. (Antikainen ym. 2000, 224.) A.V. Kellyn (2004, 5) mukaan piilo-opetussuunnitelmien kautta oppilaat oppivat muun muassa sosiaaliset roolinsa ja omaksuvat monia asenteita. Piilo-opetussuunnitelmaan Kelly laskee kuuluvaksi mukaan niin varsinaisen annetun opetuksen kuin esimerkiksi käytetyn materiaalinkin.

Eri tutkimuksissa koulun opetussuunnitelman merkitys varsinaiselle opetustyölle on jäänyt vähäiseksi. Esimerkiksi Opetushallituksen tutkiessa opetuksen laatua peruskoulun 1.-6. vuosiluokilla vuonna 2000 havaittiin, että koulun opetussuunnitelman antamaa tukea päivittäiselle työlle piti noin 60 prosenttia tutkimukseen osallistuneista opettajista vähäisenä. Osa keskeisestä koulun opetussuunnitelmatyöstä (äidinkieli ja matematiikka) ei ole kohdannut runsasta neljäsosaa opettajista lainkaan. Tutkimuksen mukaan sitoutuminen opetussuunnitelmaan on yhä puutteellista. Koulukohtaisten opetussuunnitelmien taso on myös kirjava. Kuitenkin enemmistölle opettajia opetussuunnitelmien merkitys on sitovuutta ja noudattamista ajatellen selvästi vähäisempi kuin oppimateriaalien. (Korkeakoski 2001b, 159,184.) Tämä kertoo siitä, että oppimateriaalien suhteen opettajien tulisi olla kriittisempiä. Oppimateriaalitutkimus osaltaan helpottaa opettajia huomaamaan oppimateriaalien ja opetussuunnitelmien eroja, kun oppimateriaaleja tarkastellaan opetussuunnitelman näkökulmasta.

4.1 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004

Uusimmat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet julkaistiin vuonna 2004. Valtakunnallisen opetussuunnitelman perusteiden mukaisesti koulutuksen järjestäjät laativat omalle kunnalleen kuntakohtaiset opetussuunnitelmat. Valtakunnallinen opetussuunnitelman perusteet on määräys, jolla koulutuksen järjestäjä velvoitetaan sisällyttämään koulu- tai järjestäjäkohtaiseen opetussuunnitelmaan opetuksen tavoitteet ja keskeiset sisällöt. Määräyksellä on pyritty varmistamaan koulutuksellisten perusoikeuksien ja tasa-arvon toteutuminen sekä opetuksellisen yhtenäisyyden ja laadun toteutuminen. (Tolonen 2006, 19.)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004 -teoksen alkuosa sisältää opetuksen järjestämisen lähtökohtia ja toteuttamista koskevia ohjeita. Peruskoulun opetussuunnitelmassa käsitellään muun muassa opetuksen arvopohjaa, rakennetta, oppimiskäsitystä ja oppimisympäristöä. Sen lisäksi käsitellään myös opetuksen yleistä tukea ja erityistä tukea tarvitsevien oppilaiden opetusta. Perusopetuksen opetussuunnitelmassa tulee olla kirjattuina seuraavia asioita, sen mukaan kuin opetuksen järjestäminen edellyttää: arvot ja toiminta-ajatus, yleiset kasvatuksen ja opetuksen tavoitteet sekä toimintakulttuurin, oppimisympäristön ja työtapojen kuvaukset. Opetussuunnitelmasta tulee ilmetä myös opetuksen tavoitteet ja sisällöt vuosiluokittain eri oppiaineissa, tukiopetuksen järjestäminen, yhteistyö eri tahojen kanssa ja opetuksen mahdollinen eheyttäminen. Perusopetuksen opetussuunnitelmaan kuuluu myös maininnat oppilaiden arvioinnista, jonka tulee perustua hyvän osaamisen kriteereihin, sekä toiminnan arviointi ja jatkuva kehittäminen. (Opetushallitus 2004.)

Opetussuunnitelman perusteet on laadittu perustuvaksi oppimiskäsitykseen, jossa oppiminen ymmärretään yksilölliseksi ja yhteisölliseksi tietojen ja taitojen rakennusprosessiksi. Oppiminen on seurausta oppilaan aktiivisesta ja tavoitteellisesta toiminnasta, jossa oppilas aiempien tietorakenteidensa pohjalta käsittelee ja tulkitsee opittavaa ainesta. Oppiminen tapahtuu erilaisissa oppimistilanteissa itsenäisesti, opettajan ohjauksessa tai vuorovaikutuksessa opettajan ja vertaisryhmän kanssa. Vaikka oppimisen yleisten periaatteiden nähdään olevan jokaiselle oppilaalle samat, oppiminen riippuu oppijan aiemmin rakentuneesta tiedosta, motivaatiosta sekä oppimis- ja työskentelytavoista. Opetuksessa tulee käyttää oppiaineille ominaisia menetelmiä ja monipuolisia työtapoja, joiden avulla tuetaan ja ohjataan oppimaan oppimista. Työtapojen avulla pyritään kehittämään oppimisen, ajattelun ja ongelmanratkaisun taitojen, työskentelytaitojen ja sosiaalisen taitojen kehittymistä. (Opetushallitus 2004, 18–19.) Toisin sanoen perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004 on laadittu konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen perustuen. Koska oppikirjojen ja opettajan oppaiden asema opetuksessa on keskeinen ja hyvä oppikirja noudattaa voimassa olevaa opetussuunnitelmaa, pitää hyvästä oppikirjasta heijastua konstruktivistinen oppimiskäsitys. Tämän vuoksi tarkastelemme tutkimuksessamme myös konstruktivismin esilletuloa tutkimuskohteissamme.

4.2 Matematiikan opetussuunnitelma

Vuodesta 1970 lähtien peruskoulun matematiikan opetussuunnitelman kehitykseen sisältyy neljä selkeää vaihetta. Vaiheet ovat ”uusi matematiikka” (noin 1970–1976), ”takaisin perusteisiin” (noin 1974–1985), ”ongelmanratkaisu” (noin 1983-) ja “kansalliset päättötavoitteet” (1994-). Huomion arvoista on, että opetussuunnitelmavaiheet ovat olleet yhtäläisiä USA:n vastaaviin vaiheisiin, mutta vasta vuosien viiveellä. Uudella matematiikalla tähdättiin siihen, että ymmärtämiseen pohjautuvan opettamisen kautta oppilaiden matemaattinen ajattelu kehittyisi jo heti ensimmäisestä luokasta alkaen. Toinen vaihe syntyi vastareaktiona uudelle matematiikalle ja siinä palattiin takaisin perusteisiin ja matematiikan perustaitoihin. Ajateltiin, että perustaitoja vankentamalla saadaan oppilaiden oppimiselle aikaisempaa vahvempi pohja ja sitä kautta heikkoja suorituksia voidaan vähentää. Kolmas vaihe voidaan jälleen ymmärtää vastareaktiona perusteisiin palaamiselle. Tällöin ongelmanratkaisu nostettiin keskeiseen asemaan koulumatematiikan opetuksessa. Neljäs vaihe koostuu hyvin monentyyppisistä aineksista, mutta siihen liittyy kiinteästi esimerkiksi matematiikan opetussuunnitelman kehittäminen ja koulujen opetussuunnitelmatyöhönsä saamat lisävapaudet. (Kupari 1999, 49–52.)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 mukaan matematiikan opetuksen tehtävänä on tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja matemaattisten käsitteiden sekä yleisemmin käytettyjen ratkaisumenetelmien oppimiseen. Matematiikan opetuksen tulee kehittää oppilaan luovaa ja täsmällistä ajattelua ja sen tulee ohjata oppilasta löytämään ja muokkaamaan ongelmia sekä etsimään ratkaisuja niihin. Matematiikan opetuksen tulee edetä systemaattisesti ja sen tulee luoda kestävä pohja matematiikan käsitteiden ja rakenteiden omaksumiselle. Opetuksessa tulee hyödyntää myös konkreettisuutta ja arkipäivän tilanteita. (Opetushallitus 2004, 158.)

Vuosiluokilla 6−9 matematiikan opetuksen tehtävänä on syventää matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä ja tarjota riittävät perusvalmiudet, joihin kuuluvat arkipäivän matemaattisten ongelmien mallintaminen, matemaattisten ajattelumallien oppiminen sekä muistamisen, keskittymisen ja täsmällisen ilmaisun harjoitteleminen. Opetuksen tavoitteina vuosiluokilla 6−9 on muun muassa, että oppilas oppii loogista ja luovaa ajattelua, laskutaitoja ja ratkaisemaan matemaattisia ongelmia, ilmaisemaan ajatuksensa yksiselitteisesti, perustelemaan toimintaansa ja päätelmiään ja työskentelemään pitkäjänteisesti sekä toimimaan ryhmässä. (Opetushallitus 2004, 163.) Tarkemmin matematiikan keskeiset tavoitteet ja sisällöt vuosiluokille 6-9 kerrotaan liitteessä 1.

Vuosiluokilla 6−9 keskeiset sisällöt on jaettu seuraaviin alueisiin: ajattelun taidot ja menetelmät, luvut ja laskutoimitukset, algebra, funktiot, geometria sekä todennäköisyys ja tilastot. Näiden alueiden sisällöt kuvataan tarkemmin liitteessä 1. Geometrian sisältöihin kuuluu muun muassa kulmien välisiä yhteyksiä, kappaleiden nimeämistä ja luokittelua, geometrista konstruointia, yhtenevyyskuvauksia ja kappaleen tilavuuden ja pinta-alan laskemista. Prosenttilaskuista mainitaan vain prosenttikäsitteen vahvistaminen ja prosenttilasku. (Opetushallitus 2004, 164–165.)

4.3 Matematiikan opetussuunnitelma kuudennella vuosiluokalla

Koska matematiikan tavoitteet ja sisällöt on määritelty perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 yhteisesti vuosiluokille 6- 9, on vaikeaa arvioida, mitä tulisi milläkin vuosiluokalla opettaa. Leo Pahkinin (2003, 6) mukaan keskeiset sisällöt ovat osittain samoja eri osioissa, mutta niiden käsittelytaso eli syvyys muuttuu eri vuosiluokilla. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 (Opetushallitus 2004, 163) vuosiluokkien 6-9 keskeisinä tavoitteina on oppia ymmärtämään matemaattisten sääntöjen ja käsitteiden merkitys, näkemään matematiikan ja reaalimaailman välisiä yhteyksiä sekä oppia laskutaitoja ja ratkaisemaan matemaattisia ongelmia. Tavoitteena on myös oppia loogista ja luovaa ajattelua sekä soveltamaan erilaisia menetelmiä tiedonhankintaan ja käsittelyyn. Kielentämisen[3] vaatimus heijastuu tavoitteesta: ”oppilas oppii ilmaisemaan ajatuksensa yksiselitteisesti ja perustelemaan toimintaansa ja päätelmiään”. Lisäksi tavoitteeksi mainitaan oppia esittämään kysymyksiä ja päätelmiä havaintojen perusteella sekä näkemään säännönmukaisuuksia. Myös ryhmässä toimiminen mainitaan tavoitteeksi 6-9 vuosiluokille.

Jotain viitettä matematiikan opetuksen sisällöistä vuosiluokalla 6 voi etsiä katsomalla eri koulujen opetussuunnitelmia, jotka on laadittu perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 pohjalta. Esimerkiksi Helsingin Viikin normaalikoulun matematiikan opetus-suunnitelmassa keskeisiksi sisällöiksi geometrian osa-alueella on mainittu peilaukset suoran ja pisteen suhteen, pinta-alan käsite ja mittaaminen, geometristen kappaleiden luokittelu ja nimeäminen sekä suurennokset ja pienennökset. Prosenttilaskujen sisällöiksi mainitaan prosentin käsite, prosenttilukujen harjoittelu ja prosenttiarvon laskeminen sekä prosentin ja murtoluvun yhteyden ymmärtäminen. (Helsingin yliopiston Viikin normaalikoulu 2006, 68)

Hämeenlinnan normaalikoulun opetussuunnitelmassa puolestaan painotetaan geometriassa vuosiluokalla 6 muun muassa mittaamisen periaatteen vahvistamista, kartan mittakaavan osaamista, yksinkertaisten geometristen konstruointien tekemistä ja yhdenmuotoisuuden periaatteen ymmärtämistä. Prosenttilaskujen yhteydessä mainitaan vain tavoitteeksi prosenttilaskujen laskeminen sekä prosenttiarvon ja prosenttiluvun käsitteet. (Hämeenlinnan normaalikoulu.)

Turun normaalikoulun 6.-9. vuosiluokan matematiikan opetussuunnitelmassa kuudennen luokan geometrian keskeisinä sisältöinä mainitaan kolmioihin ja nelikulmioihin liittyvien käsitteiden kertaus ja varmentaminen, säännöllisten monikulmioiden tunnistaminen ja nimeäminen, ympyrä ja siihen liittyvät käsitteet, tasokuvioiden piirin ja pinta-alan laskeminen (neliö, suorakaide, kolmio ja suunnikas), suorakulmaisen särmiön ja kuution piirtäminen sekä tilavuuden yksiköt. Lisäksi sisältöinä luetellaan yhdenmuotoisuus ja yhtenevyys ja geometrinen konstruointi, johon liittyen mainitaan piirtäminen harpin ja viivaimen avulla, mittakaavan käsite ja merkintätapa sekä suurennos ja pienennös. Prosenttilaskuun kuuluvia sisältöjä ovat prosenttikäsite, alennuksen laskeminen ja prosentin esitys murtolukuna ja desimaalilukuna. (Turun normaalikoulu 2006.)

[3] Kielentäminen on oman matemaattisen ajattelun ilmaisemista esimerkiksi puhumalla (Joutsenlahti 2003a).

Kajaanin normaalikoulun opetussuunnitelmassa 6. vuosiluokan matematiikan sisällöiksi geometriaan liittyen mainitaan seuraavat sisällöt: kolmioihin ja nelikulmioihin liittyviä käsitteitä, säännölliset monikulmiot, kappaleiden nimeämistä ja luokittelua, ympyrä ja siihen liittyvät nimitykset, kolmioiden ja nelikulmioiden piirin ja pinta-alan laskeminen, tutustuminen yhtenevyyden ja yhdenmuotoisuuden käsitteisiin sekä symmetria suoran ja pisteen suhteen. Prosenttilaskuun liittyen sisällöiksi mainitaan prosenttikäsite, -kerroin, prosenttiarvon laskeminen, prosenttiluvun laskeminen sekä alennukset. (Kajaanin normaalikoulu 2004.)

5 MATEMATIIKKA

Matematiikan lähtökohtana on ollut käytännön vaatimukset. Historian varhaisimmat säilyneet käsikirjoitukset ovat ajalta 4000 eKr. ja ne paljastavat ihmisen pitkälle kehittyneen aritmetiikan ja geometrian tuntemuksen. (Leino 1977, 54, 56.) Antiikin Kreikassa erityisesti geometria kehittyi huomattavan pitkälle ja sen tuloksia sovellettiin myös tähtitieteeseen. Vanhin kokonaisena säilynyt matematiikan oppikirja on Eukleideen 2300 vuotta sitten kirjoittama Stoikheia, joka käsittelee geometriaa. (Karttunen 2006, 10.) Matematiikkaa tarvitaan tieteessä, tekniikassa ja taiteessa. Matematiikka kasvaa itsestään ilman muiden alojen apua, joten se tunnustetaan tieteiden kuningattareksi. Matemaattisin keinoin pystytään määrittelemään sellaisia asioita, joita ei voi havaita aisteilla eikä välineillä. Sen avulla kulttuuriamme kehitetään sekä materiaalisesti että henkisesti. (Malaty 2003, 11, 99–101.)

Matematiikka on ihmisen ajattelun tuloksena luotu formaalinen rakennelma, jossa pienetkin osaset ovat tietyillä paikoillaan ja jolle on ominaista, että abstrakteja ominaisuuksia on hierarkkisesti yhä korkeammalla abstraktiotasolla. Matemaattisen tiedon laadulle on tyypillistä sen jäsentyneisyys ja hierarkkisoituminen. Matemaattinen kieli ja symbolit perustuvat yleiseen sopimukseen tietyn käsitteen käytöstä. Käsitteiden merkitysten oppiminen vaatii havaintoja, harjoituksia ja ohjattua opiskelua. (Yrjönsuuri 1998, 130.)

5.1 Matemaattinen ajattelu

Matematiikan opetuksen yhtenä tavoitteena on oppilaiden matemaattisen ajattelun kehittäminen (Opetushallitus 2004, 158). Oppilaiden pitää saada kokea matematiikka iloisena asiana, jotta heidän tietorakenteensa muodostuisivat mahdollisimman vahvoiksi (Koponen 1995, 15). Oppijan kyvyt, asenteet, uskomukset ja kulloisetkin tiedot ja taidot rajaavat ja suuntaavat ajatteluprosessia (Joutsenlahti 2004, 367). Matemaattinen ajattelu on metakognitioiden ohjaamaa matemaattisten tietojen: proseduraalisen, konseptuaalisen ja strategiatietojen prosessointia (Joutsenlahti 2005, 103).

5.1.1 Lähestymistapoja matemaattiseen ajatteluun

Robert J. Sternberg (1996, 304–306) on luokitellut matemaattista ajattelua tutkivia lähestymistapoja niille tyypillisten prototyyppien avulla. Nämä prototyypit painottavat kukin eri lailla matemaattiseen ajatteluun vaikuttavia tekijöitä. Sternberg on jakanut lähestymistavat karkeasti viiteen ryhmään. Ensimmäistä lähestymistapaa hän kutsuu psykometriseksi lähestymistavaksi (The Psychometric Approach), jossa matemaattinen ajattelu näkee ihmismielen ikään kuin karttana, jossa on monia erikokoisia alueita, jotka sijaitsevat eripuolilla karttaa. Toiset alueet ovat keskeisempiä kuin toiset. Keskeinen tutkittava käsite on opiskelijan matemaattiset kyvyt. Toiselle lähestymistavalle hän on antanut nimen komputationaalinen lähestymistapa (The Computational Approach), jossa uskomuksilla on tärkeä ohjaava rooli. Komputationaalinen lähestymistapa myös väljästi sivuaa teorioita, jotka pyrkivät selventämään matemaattiseen ajatteluun tarvittavia informaation prosessointikeinoja.

Kolmatta lähestymistapaa voidaan kutsua antropologiseksi lähestymistavaksi (The Anthropological Approach). Tämä lähestymistapa tarkastelee matemaattista ajattelua eri kulttuurien näkökulmasta. Arkipäivän matematiikka sisältää ihmistä ympäröivän kulttuurin värittämän kontekstin, jonka vain siinä kulttuurissa elävä ihminen voi täysin ymmärtää. Esimerkiksi eri kielillä muodostetut lukusanat eroavat toisistaan muodostamistavoiltaan ja voivat näin vaikeuttaa lasten lukukäsitteen muodostumista eri kulttuureissa. Antropologisen lähestymistavan yhteydessä voidaan puhua myös uskomuksista, sillä uskomusten ja opiskelijaa ympäröivän kulttuurin välillä on väistämättä kiinteä yhteys. (Sternberg 1996, 308, 311.)

Neljännessä, pedagogisessa lähestymistavassa (The Pedagogical Approach), lähtökohdaksi matemaattiseen ajatteluun otetaan opettamisen näkökulma. Toiset matemaattiset käsitteet ovat helpompia opettaa oppilaille koulussa tuloksellisesti kuin toiset. Pedagogisessa lähestymistavassa opettajan huomio kiinnittyy oppilaiden asenteisiin, sosiaalisiin suhteisiin ja sosiaalisiin rajoitteisiin. Lähestymistavan yhteydessä painotetaan sitä, että matemaattinen ajattelu ja oppiminen ovat voimakkaasti kontekstisidonnaisia. (Sternberg 1996, 312.) Viidettä lähestymistapaa nimitetään matemaattiseksi lähestymistavaksi (The Mathematical Approach). Tässä lähestymistavassa tutkitaan, mitkä matemaattisen ajattelun piirteet ovat keskeisimpiä matemaattisten käsitteiden muodostamisprosessissa ja ongelmanratkaisuprosessissa. Matemaattisesta ajattelusta puhuttaessa painotetaan luovuuden merkitystä. Luovuuden avulla matematiikassa voidaan päästä paljon pidemmälle siitä, mitä on varsinaisesti opetettu. Matemaattisen luovuuden johdosta oppijalla on mahdollisuus käsitellä annettuja ongelmia monilla eri tavoilla. (Sternberg 1996, 313.)

5.1.2 Matemaattisen ajattelun elementtejä

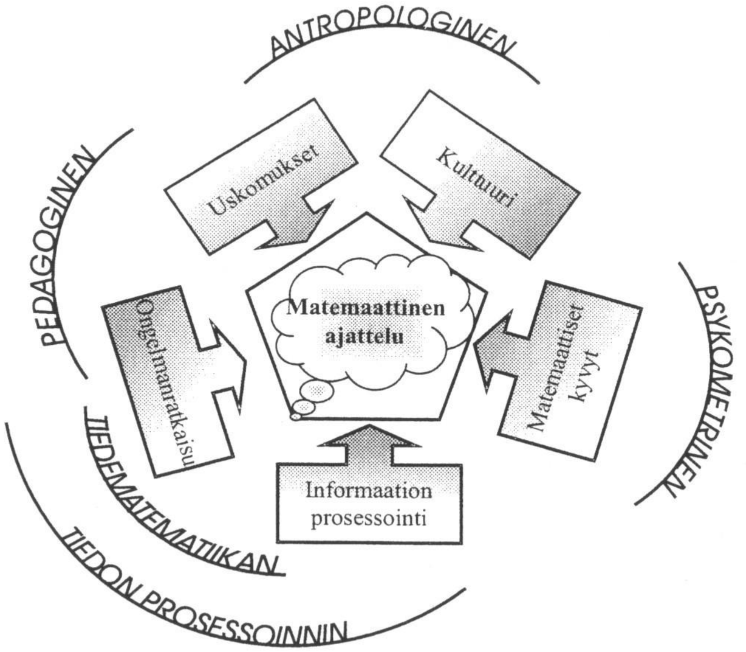
Joutsenlahden (2005, 51) mukaan keskeisiä matemaattiseen ajatteluun vaikuttavia elementtejä ovat: uskomukset, kulttuuri, matemaattiset kyvyt, informaation prosessointi ja ongelmanratkaisu. *"Uskomukset ymmärretään yksilön henkilökohtaisena subjektiivisena kokemusperäisenä tietona (ja tuntemuksena) tietyistä asioista – uskomuksen kohteesta, joille ei aina pystytä antamaan objektiivisesti hyväksyttäviä perusteluja."* (Pehkonen 1999, 121). Uskomukset kehittyvät pitkän ajan kuluessa ja ovat melko pysyviä. Uskomukset vaikuttavat keskeisesti matematiikan opiskelussa oppilaan ajatteluun ja toimintaan (Joutsenlahti 2005, 52). Pehkosen (1998, 58) mukaan lähes kaikki oppilaan ajattelu ja toiminta tapahtuu uskomuksien kautta ja ne voivat olla myös esteenä muutoksille.

Barton (1996, 1036) viittaa D'Ambrosion (1984) määritelmään, jonka mukaan kulttuuri vaikuttaa käytäntöjen, tietojen, ammattikielen ja koodien kehitykseen, jotka edelleen vaikuttavat yksilön tapaan käyttää matematiikkaa. Yksilön matemaattiset tietorakenteet muodostuvat kietoutuneina hänen jokapäiväiseen ja kulttuurisidonnaiseen elämäänsä. (Saxe, Dawson, Fall, Howard 1996, 121). Täten tarkasteltaessa kulttuurin vaikutusta matemaattiseen ajatteluun nousee keskiöön oppimisen tilannesidonnaisuus ja kieli ajattelun välineenä (Joutsenlahti 2005, 55).

John B. Carrollin mukaan (1996, 4) matemaattinen kyky viittaa yksilöiden välisiin eroihin suorittaa onnistuneesti eri vaikeustasoisia tehtäväluokkia. Yksilö on matemaattisesti erittäin kyvykäs, jos hän pystyy ratkaisemaan kaikki tai lähes kaikki vaikeiden matemaattisten tehtävien luokkaan kuuluvat tehtävät onnistuneesti.

Laarnin, Kalakosken & Saariluoman (2001, 87, 109) mukaan ihminen prosessoi informaatiota muun muassa havaitsemalla, muistamalla, mieltämällä, ajattelemalla ja päätöksiä tekemällä. Tärkeimmät ajatteluprosessit ovat kategoriointi, päätöksenteko, päättely ja ongelmanratkaisu. Ongelmanratkaisua on pidetty koko matemaattisen ajattelun ytimenä. (Joutsenlahti 2005, 59). Ongelmanratkaisun osa-alueita ovat yksilön tietopohja, ongelmanratkaisustrategiat, kontrolli ja uskomukset sekä emootiot. Ongelmanratkaisu vaatii strategian valintaa ja erilaisten strategioiden tuntemusta. (Schoenfeld 1992, 348, 353–354.) Lester ja Lambdin (2004, 192–194) mukaan ongelmanratkaisu matematiikassa kehittää opiskelijan ymmärrystä matematiikasta tavalla, joka on opiskelijaa motivoivaa, vaikuttaa opiskelijan asenteisiin ja uskomuksiin, helpottaa opitun muistamista sekä vahvistaa opitun siirtovaikutusta uusiin tilanteisiin ja syvempää ymmärtämistä.

Joutsenlahti (2005, 64) kuvaa keskeisten elementtien ja edellä mainittujen Sternbergin (1996) esittämien lähestymistapojen suhteita. Kyseiset suhteet on koottu kuvioon 1.



KUVIO 1. Lähestymistapojen suhde matemaattisen ajattelun elementteihin. (Joutsenlahti 2005, 65.)

Joutsenlahden (2005, 65–66) mukaan antropologisessa lähestymistavassa matemaattista ajattelua tarkastellaan lähinnä kulttuurin näkökulmasta. Myös uskomukset voidaan liittää tähän lähestymistapaan, koska henkilön uskomusten ja häntä ympäröivän kulttuurin välillä on yhteys. Pedagogiseen lähestymistapaan liittyy opettamisen näkökulma, johon liittyy matemaattisen ajattelun käsitteistä ongelmanratkaisu ja uskomukset. Tässä lähestymistavassa nousee esille myös opetussuunnitelman merkitys koulussa, joka määrittää ja ohjaa toimintoja.

Tiedematematiikan (matemaattinen) lähestymistavassa keskeistä on tutkia niitä matemaattisen ajattelun piirteitä, jotka ovat olennaisia ongelmanratkaisussa ja informaation prosessoinnissa. Psykometrisessä lähestymistavassa keskeistä on tutkia opiskelijan matemaattisia kykyjä. Tiedon prosessoinnin (komputationaalinen) lähestymistapa tutkii informaation prosessointia ja kouluun liittyen myös ongelmanratkaisua. Tärkeä ohjaava rooli on myös uskomuksilla. (Joutsenlahti 2005, 64, 66.)

5.1.3 Matemaattisen tiedon lajit

Hiebertin ja Lefevren (1986) mukaan koulumatematiikassa voidaan erottaa kaksi keskeistä tiedon lajia: konseptuaalinen ja proseduraalinen tieto. Konseptuaalinen tieto eli käsitteellinen tieto tulee ymmärtää dynaamisena tietona, johon sisältyy paitsi sen osien riippuvuuksien ymmärtäminen, myös itse käsitteen kehityksellinen syntymekanismi. Konseptuaalisen tiedon lisääminen tapahtuu pääasiassa siten, että aikaisemman konseptuaalisen tiedon avulla yhdistetään uusia tietoelementtejä asianmukaisella tavalla. Oppilaan syvällinen tiedonmuodostus riippuu riittävän konseptuaalisen tiedon hallitsemisesta. Oppilaat onkin pyrittävä perehdyttämään mahdollisimman syvällisesti määritelmien olemukseen.

Proseduraaliseksi tiedoksi voidaan määritellä Hiebertin ja Lefevren (1986) mukaan formaalin kielen ja käsitteiden symboliset esitykset, säännöt, toimintakaavat ja algoritmit ongelmien ratkaisemiseksi. Proseduraaliseen tietoon kuuluu siten symbolien ja niiden käyttöä koskevien sääntöjen ymmärtäminen. Proseduraalinen tieto on myös lineaarisesti etenevistä askeleista muodostuvaa. Tieto voidaan siis kuvata prosessina, joka alkaa tietystä tarkoin määrätystä alkutilanteesta.

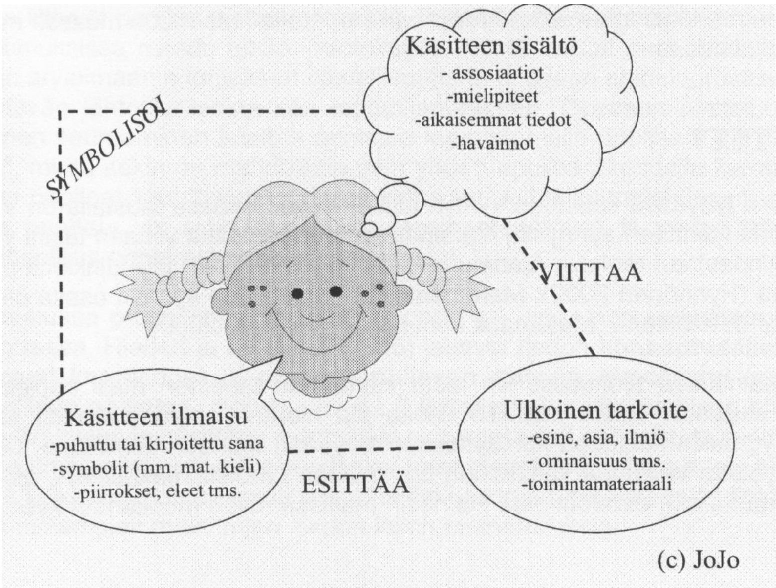
Opittu matemaattinen tieto sisältää aina perustavaa laatua olevia yhteyksiä proseduraalisen ja konseptuaalisen tiedon välillä. Hiebert ja Lefevre (1986) muistuttavat, että jos käsitteet ja proseduurit eivät ole toisiinsa kytkeytyneitä, saattavat opiskelijat löytää annettuihin matemaattisiin ongelmiin ennalta harjoiteltuja ratkaisumalleja, mutta eivät varsinaisesti ymmärrä tekemäänsä. Kun proseduraalinen tieto saadaan kytkettyä konseptuaaliseen tietoon, niin silloin ne kytkeytyvät semanttisesti osaksi informaatioverkkoa ja silloin myös proseduraaliseen tietoon tulee useita eri linkkejä eri suunnista.

Kaikkea tietoa ei voi kuitenkaan jakaa luontevasti konseptuaaliseksi tai proseduraaliseksi tiedoksi, on olemassa myös strategiatietoa, jota käytetään esimerkiksi ongelmanratkaisussa. (Hiebert & Levefre 1986, 9). Strategioiden avulla ohjaillaan ja kontrolloidaan kognitiivisia prosesseja monimutkaisissa tilanteissa. Ne eivät koostu ainoastaan perusoperaatioista, vaan niihin kuuluvat myös metakognitiot (Joutsenlahti 2005, 89.) Metakognitioilla tarkoitetaan omien ajatteluprosessien tuntemista, kontrollia tai itsesäätelyä sekä uskomuksia ja intuitioita (Schoenfeld 1987, 190). Ongelmanratkaisuprosessissa metakognitiot säätelevät strategioiden käyttöä ja ohjaavat ratkaisijan päätöksen tekoa (McLeod 1989, 25). Opiskelijoiden on tärkeä tuntea strategioita ja tietää, miten niitä käytetään, jotta he siirtovaikutuksen avulla voivat käyttää osaamiaan strategioita ratkaistessaan uusia ongelmia (Björkqvist 2001, 116). Strategiatiedot ovat tietoa strategioista ja niiden käyttötarkoituksista. Niihin kuuluu myös strategioiden arviointia ja sopivan strategian valitseminen.

5.1.4 Matemaattisen ajattelun kielentäminen

Marit Johnsen Høines (2000) tuo esille kielentämisen tärkeyden matematiikan opetuksessa. Høinesin ajatukset perustuvat osaltaan Lev Vygotskin teoriaan siitä, että kieli ja ajattelu kehittyvät vuorovaikutuksessa. Opetuksessa on Høinesin mukaan tavoitteena auttaa oppilasta selventämään omia käsitteitään ilmaisemalla niitä. Puhe ei ole vain kommunikaation väline, vaan käsitteiden ymmärtämisen apuväline. Puheen avulla selvennämme käsitteitämme itsellemme. Malinen (1972, 8) on kirjoittanut jo 1970-luvulla, että matematiikka on kouluoppimisen kannalta eräs kieli ja kommunikaation väline. Malisen mukaan koulumatematiikassa on opiskeluun sisällytettävä myös kielenkäyttö ja kommunikoinnin suorittaminen.

Eräs matematiikan opiskelun ongelmista on oppilaan ajattelun näkyväksi saattaminen (Ilmavirta 2003, 24). Matematiikan opiskelussa nousevat esille erityisesti seuraavat kielen tehtävät: kieli on ajattelun, tiedonhankinnan ja –välittämisen, vaikuttamisen ja sosiaalisten suhteiden luomisen ja ylläpitämisen väline. Kun oppilas kielentää opiskeltavana olevan käsitteen sisältöä, esimerkiksi puhumalla tai piirtämällä, niin opettaja ja muut oppilaat saavat selville, kuinka oppilas itse ymmärtää käsitteen. Oppilas luo käsitteen sisällön aikaisempien tietojensa ja havaintojensa sekä mielipiteidensä pohjalta. Kielentäminen on myös osa oppilaan konstruointiprosessia, sillä ilmaistessaan käsitteen sisältöä muille oppilas joutuu pohtimaan käsitteen keskeisiä piirteitä ja jäsentämään matemaattista ajatteluaan. (Joutsenlahti 2003a, 189–190, 192.)



KUVIO 2. Kielentäminen on osa konstruointiprosessia (Joutsenlahti 2003b, 8).

Yksittäisen oppilaan toteuttama kielentäminen voi johtaa siihen, että muut oppilaat reflektoivat ja kehittävät omaa ajatteluaan toisen oppilaan ilmaisun pohjalta. Opettajan tehtävänä on antaa oppilaille mahdollisuus kielentämiseen ja kannustaa oppilaita keskustelemaan ja kertomaan ajatteluprosessistaan. Kielentämistä voi toki toteuttaa myös kirjallisesti ohjaamalla oppilaita selostamaan ratkaisujaan vihkoon vaihe vaiheelta. Tärkeää on, että oppilas saa aluksi ilmaista käsitteen omalla tavallaan. Näin saatu tieto ohjaa opettajaa muokkaamaan opetusjärjestelyjä ja keskustelua sisällöllisesti oikeaan suuntaan. (Joutsenlahti 2003b, 9−10.) Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 kielentäminen näkyy selvästi matematiikan tavoitteessa: ”oppilas oppii ilmaisemaan ajatuksensa yksiselitteisesti ja perustelemaan toimintaansa ja päätelmiänsä” (Opetushallitus 2004, 163).

5.2 Matematiikan opetus

Matematiikan opettamista voidaan perustella Raimo Lehden (1980) mukaan kolmella eri tavalla. Matematiikan opettamiselle on löydettävissä konservatiivinen, utilitaristinen ja ihanteellinen perustelu. Ensimmäinen perustelu edustaa näkemystä, joka vetoaa siihen, että matematiikkaa on opetettu jo antiikin ajoista lähtien. Utilitaristi taas ajattelee vain matematiikan hyötynäkökohtaa ja ihanteellinen perustelu sisältää matematiikoiden usein toistaman ajatuksen siitä, että matematiikan parissa askaroidessa koetaan esteettisiä elämyksiä. (Ahtee & Pehkonen 2000, 18.)

Koulun matematiikan opetuksella pyritään saavuttamaan sekä laskuvalmius että ymmärtäminen. Kummankaan opettaminen yksin ei riitä, sillä ei ole havaittu, että ymmärtäminen kasvaisi itsestään paljosta laskemisesta eikä laskutaito kohennu itsestään ymmärryksen lisääntyessä. Molempien eteen on tehtävä paljon tavoitteellista työtä sekä opettajan että oppilaiden taholla. Matematiikan opetuksen tavoitteena tuleekin siis olla matemaattisten valmiuksien ja matemaattisen ymmärtämisen kehittäminen ja yhteenpunominen. (Pehkonen 2000, 380.) Ymmärtämiseen pyrkivä matematiikan opetus soveltuu erinomaisesti myös vallalla olevan konstruktivistisen oppimiskäsityksen vaatimuksiin. Konstruktivistisen oppimis- ja opetusmallin mukaan ei tule antaa valmiita malleja, joiden mukaan tulisi toimia, vaan parhaat mallit muodostuvat oman ajattelun kautta siihen tilanteeseen, johon malleja tarvitaan. (Yrjönsuuri 2004, 111, 115.)

5.2.1 Ongelmanratkaisu matematiikan opetuksessa

Matematiikan opetuksen keskeinen tavoite on ongelmanratkaisu. Se kehittää matemaattista ajattelua ja päättelykykyä. Tehtävä määritellään ongelmaksi silloin, kun oppilaalla ei ole tehtävän ratkaisemiseksi käytössään valmista mallia, vaan hän joutuu yhdistelemään aikaisempia tietojaan uudella tavalla. (Ilmavirta & Pehkonen 1995, 70.) Tällainen tehtävä, jonka ratkaisemiseksi oppilaalla ei ole käytössään valmista mallia, heijastaa konstruktivistista oppimiskäsitystä. Ongelmakäsite on kuitenkin sidoksissa henkilöön ja aikaan, koska jokin tehtävä voi olla toiselle rutiinitehtävä, jonka ratkaisuun vaaditut menetelmät hän tunnistaa heti, kun taas jollekin toiselle tuo sama tehtävä voi olla syvällistä ajattelua ja pohdintaa vaativa (Vaulamo & Pehkonen 1999, 13).

Lesley Jones (2003, 88) määrittelee matemaattisen ongelman sellaisiksi tehtäväksi, jossa reitti ratkaisuun ei ole heti selvillä ja ratkaisu voi liittyä muihinkin kuin matematiikan alueisiin. Kun oppilaille esitetään ongelma, heidän tarvitsee harjoittaa kykyjään tulkita kysymystä, valita lähestymistapa ja soveltaa tietojaan. Yhteistyötä tehdessään oppilaat kertovat toisilleen ideoistaan ja vaativat toisiaan perustelemaan ja kertomaan omia ideoitaan, minkä avulla oppilaat voivat saavuttaa korkeampia kognitiivisia taitoja kuin vain yhdistelemisen taidon. Ongelmanratkaisutehtävät auttavat myös lapsia huomaamaan, miksi matematiikka on tärkeää heidän elämässään. (Jones 2003, 88–89.)

Ongelmat voidaan jaotella kahteen ryhmään: suljetun ja avoimen järjestelmän ongelmiin. Suljetussa järjestelmässä ongelmilla on rajoitettu määrä tekijöitä, jotka eivät muutu ongelmanratkaisun aikana. Esimerkkeinä ovat toimintaohjeen avulla ratkaistavat tehtävät, käsitteen muodostus tai navigaatiopulmat. Avoimen järjestelmän ongelmat on ratkaistava itse. Tässä tarvitaan paljon luovaa ajattelua, kun ratkaisumahdollisuuksia keksitään. Tilanteissa ongelmanratkaisijalta vaaditaan rajojen rikkomista ja vanhojen ratkaisumallien hylkäämistä, jotta uusille lähestymistavoille ja ratkaisumalleille tulisi tilaa. (Sahlberg, Meisalo, Lavonen & Kolari 1994, 16–18.) Pehkonen (1994, 62) näkee, että avoimet tehtävät, joissa tehtävän alku- ja/tai lopputilannetta ei ole täsmälleen rajattu, johtavat lähes automaattisesti ongelmakeskeiseen opetukseen ja antavat mahdollisuuden kommunikoinnin lisäämiseen. Tällaisella tehtävällä halutaan nimenomaan kehittää oppilaiden keksimis- ja ongelmanratkaisutaitoja. (Ahtee & Pehkonen 2000, 47–52.) Ilmavirran ja Pehkosen (1995, 70) mukaan oppikirjojen sanallisista rutiinitehtävistä saadaan avoimia tehtäviä jättämällä osa informaatiota pois, esimerkiksi osa alkutiedoista.

5.2.2 Opetusjärjestelyjä ja -menetelmiä

Koska opettajan opas on keskeinen opetusväline, näkemyksemme mukaan se osaltaan vaikuttaa opetusjärjestelyihin ja käytettyihin menetelmiin. Opetusjärjestelyistä riippuu ratkaisevassa määrin, kuinka hyvin asetetut oppimistavoitteet saavutetaan (Leino, Kalla & Paasonen 1978, 48).

Opetuksen toteutuksen suunnittelun yhteydessä käytetään joitakin yleisiä opetuksen periaatteita, esimerkiksi spiraaliopetusta, ennakkojäsentelyä, havainnollistamista, konkreettista työskentelyä, avointa lähestymistapaa, kokeellista työskentelyä ja yhteyttä arkielämään. (Ahtee & Pehkonen 2000, 43,45.) Spiraaliperiaate liittyy itsenäisen ajatteluprosessin kehittämiseen siten, että opettajan osuutta uuden asian esittämisessä vähennetään vähitellen, kunnes oppilas hallitsee uuden asian itsenäisesti. Siirryttäessä korkeammalle vaatimustasolle opettajan täytyy lisätä ohjaustaan ja vähitellen taas vähentää sitä, kunnes oppilas osaa itsenäisesti soveltaa oppimaansa. On kuitenkin varottava ymmärtämästä spiraaliperiaatetta niin, että sama asia toistettaisiin uudelleen vuodesta toiseen ilman, että sen oppimisessa tapahtuu edistymistä. (Koponen 1995, 45.)

Ennakkojäsentelyn tehtävänä puolestaan on palauttaa oppilaan mieleen hänen aikaisemmin kohtaamansa tutut käsitteet ja samalla kytkeä uudet asiat aikaisempiin tietoihin ja taitoihin. Havainnollistaminen on matematiikan abstrakteja sisältöjä opetettaessa keskeistä etenkin peruskoulun alaluokilla. Havainnollistamisen tavoitteena on konkretisoida esitettävää asiaa piirroksin ja välineiden avulla. Havaintovälineiden avulla pyritään antamaan asiasta monipuolinen kuva tai kiinnittämään oppilaan huomio tiettyihin keskeisiin yksityiskohtiin. Konkreettisessa työskentelyssä taas on kyse opetus- tai oppimismallista, jossa oppilas itse tutkii ja käyttää erilaisia konkreettisia apuvälineitä ja näin tutustuu oppimisen sisältöihin ja luo pohjaa syvemmälle oppimiselle. Kokeellinen työskentely puolestaan voi olla oppilaan omakohtaista toimintaa, laboratoriotyöskentelyä, demonstraatioita tai kerronnan avulla tapahtuvaa toimintaa. Matematiikan opetuksessa painotetaan myös yhteyttä todellisuuteen, jolloin pyritään siihen, että käsiteltävien asioiden tulee liittyä mahdollisimman läheisesti arkipäivään ja omakohtaisiin kokemuksiin. (Ahtee & Pehkonen 2000, 45–52.)

George Malatyn (1993, 24, 27) mukaan hyvässä opetustapahtumassa opettaja kysyy paljon sopivia kysymyksiä. Tärkeimmät kysymykset ovat Malatyn mukaan sellaisia, jotka johtavat uuden asian keksimiseen tai uuden probleeman idean löytämiseen. Oppimismotivaation ylläpitämiseksi tulisi perinteistä opetusta rikastaa erilaisilla oppilaskeskeisillä menetelmillä (Koponen 1995, 15). Motivaatiota voivat lisätä myös erilaiset pelit ja leikit (Halinen ym.1991, 26).

5.3 Matematiikan oppiminen

Samalla kun opettajan opas on opettamisen väline, on siihen liittyvä oppikirja oppimisen apuväline. Tämän vuoksi käsittelemme tässä lyhyesti matematiikan oppimista.

Oppilaat oppivat muun muassa katselemalla, kuuntelemalla, lukemalla, ohjeita noudattamalla, imitoimalla ja harjoittelemalla. Jokaista lueteltua tapaa voidaan käyttää hyödyksi myös matematiikan oppimisessa. Näitä tapoja tulisi yhdistellä sopivassa suhteessa opettajan antamaan malliin ja opettajan neuvoihin, jotta varmistuttaisiin siitä, että matematiikalla, jota opiskellaan, on merkitystä oppilaille. Oppimiseen vaikuttavat myös erilaiset yksilöstä riippuvaiset seikat, kuten hänen aikaisemmat kokemuksensa, aloitekykyisyys, kypsyys ja motivaatio. Juuri tämän vuoksi ei mitään oppimisteoriaa voida sinänsä yksiselitteisesti soveltaa yhteenkään oppilaaseen millään tasolla tai mihinkään oppimissisältöön. (Reysin, Suydamin & Lindquistin 1989, 44–45.)

Reys, Suydam ja Lindquist (1989, 49–53) ovat koonneet joitakin matematiikan oppimiseen liittyviä periaatteita. Ensimmäinen periaate on, että matematiikan oppimisen tulee olla aina oppilaalle mielekästä toimintaa. He myös muistuttavat siitä, että matematiikan oppiminen on kehitysprosessi, joka vie aikaa ja joka pitää suunnitella. Matematiikan oppimisen yhtenä periaatteena on myös sen muistaminen, että oppilaan motivaatio vaikuttaa oppimisprosessiin ja myös oppimisprosessi vaikuttaa motivaatioon. Heidän mielestään on tärkeää kertoa oppilaille, mitä heidän tulisi matematiikan tunneilla oppia ja oppilaat olisi saatava aktiivisesti mukaan tunneilla niin henkisesti kuin fyysisestikin. Matemaattisten fraasien ja sanojen käyttäminen on myös tärkeää, ja oppilaiden tulisikin kaikilla luokkatasoilla käyttää puhuttua kieltä matematiikan tunneilla symbolikielen ohella. Unohtaminen on myös osa oppimista, mutta asioiden muistissa säilyttämistä pystytään auttamaan esimerkiksi viikoittaisilla kertaustuokioilla.

5.4 Miten peruskoululaiset osaavat matematiikkaa

”Matematiikan osaaminen tarkoittaa yksilön kykyä havaita ja ymmärtää matematiikan merkitys ympäröivässä maailmassa, tehdä perusteltuja matemaattisia päätelmiä ja käyttää matematiikkaa nykyisten ja tulevien elämäntilanteidensa tarpeita vastaavasti asioista välittävänä ja rakentavasti ajattelevana kansalaisena.” (Törnroos & Kupari 2005, 7).

5.4.1 Kansallisia tutkimuksia

Peruskoulun arviointi -90 tutkimuksella selvitettiin peruskoulun oppimistuloksia sekä koulun toimintamuotojen ja opetusjärjestelyjen joustavuutta, opiskelukokemuksia ja – asenteita sekä oppilaiden minäkäsityksiä. Tutkimus käynnistettiin Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksessa yhteistyössä opetushallinnon kanssa vuonna 1989. Tutkimus kohdistui muutamiin peruskoulun luokka-asteisiin ja keskeisiin oppiaineisiin: lukutaitoon (3. ja 8. lk.), matematiikkaan (4., 6. ja 9.lk.), luonnontieteisiin (4. ja 8. lk.), ruotsin kieleen (9. lk.), englannin kieleen (9. lk.) ja suomen kieleen toisena kotimaisena kielenä (8. lk.) Aineistot kerättiin keväällä 1990 ja 1991. (Linnakylä & Saari 1993, 2.)

Matematiikkaan liittyen tutkittiin oppimiskokemuksia, laskutaitoa sekä matemaattisen ajattelun kehittymistä. (Linnakylä & Saari 1993, 3.) Matematiikan tutkimuksen tavoitteena oli tutkia, millainen oli peruskoulun matematiikan opetuksen ja oppimisen tila vuonna 1990. Erityistä huomiota kiinnitettiin siihen, millaista oli peruskoululaisten matematiikan osaaminen vuonna 1990 ja miten se oli muuttunut vuodesta 1979. (Kupari 1993, 81, 102)

Tutkimuksen tulosten mukaan matematiikka kuului neljäs- ja kuudesluokkalaisten keskuudessa viiden miellyttävimpänä pidetyn oppiaineen joukkoon. Suuri osa oppilaista ei pitänyt matematiikkaa vaikeana, tosin sen vaikeana kokeminen lisääntyi tasaisesti peruskoulun kuluessa. Kolmannella luokalla matematiikan koki vaikeaksi 10 prosenttia oppilaista, mutta yhdeksännellä luokalla jo kolmasosa oppilaista. Tulokset osoittivat, että osaaminen oli parantunut ja osittain säilynyt ennallaan 11 vuoden takaisiin tuloksiin verrattuna. Geometrian ja soveltavan matematiikan tehtävissä suoritukset paranivat, mutta heikentymistä havaittiin yhtälöiden ja funktio-opin alueella. Puutteita ilmeni muun muassa käsitteellisen osaamisen tasolla, mikä ilmeni siten, että oppilaat eivät hallinneet asioiden välisiä yhteyksiä, jolloin tieto jäi irralliseksi ja tilannesidonnaiseksi. Kuudennen luokan oppilaiden suorituksissa tapahtui hienoista parantumista yhteen- ja vähennyslaskussa, geometriassa ja soveltavassa matematiikassa. Selkeimmin suoritusten parantumista oli havaittavissa prosenttikäsite- ja omaksutun tiedon käyttämiseen liittyvissä tehtävissä. Pientä taitojen heikentymistä tapahtui jakolaskun ja yhtälöiden suorituksissa. Matematiikan suoritukset olivat hyvin samanlaiset eri puolilla maata tytöillä ja pojilla, mikä kertoo siitä, että matematiikan opetus on materiaaleineen ja järjestelyineen tasa-asteista. (Kupari 1993, 87–88, 93, 102–103.)

Vaikka peruskoulun arviointi -90 tutkimus toi esille, että kuudennen luokan oppilaiden suoritukset olivat parantuneet muun muassa prosenttikäsitetiedon käyttämiseen liittyvissä tehtävissä, Haapasalon (1994a) tutkimus osoittaa kuitenkin, että oppilailla on puutteita prosenttilaskujen hallinnassa. Haapasalo (1994a) tutki, miten peruskoululaiset hallitsevat prosenttikäsitteen ala-asteen jälkeen. Tutkimus oli osa MODEM[4]-projektia, jonka piirissä on tutkittu matemaattisten käsitteiden hallintaa. Tutkittavina olivat peruskoulun seitsemännen luokan oppilaat, joille prosenttikäsite oli opetettu edellisenä vuonna. Tampereen kouluista oppilaita oli 143 ja Iisalmen kouluista 93. Oppilailla teetettiin testi, joka sisälsi 35 tehtävää ja lisäksi 11 asennekysymystä. Tulosten mukaan oppilailla esiintyi suuria puutteita jo käsitteen tunnistamisen tasolla samoin kuin tiedon eri esitysmuotojen hallinnassa. Vaikeimpia olivat verbaalista muotoa sisältävät tehtävät, jotka mittaavat Haapasalon mukaan luotettavimmin käsitteenhallintaa. Oppikirjojen analyysi toi esille, että prosenttikäsitteeseen suhtaudutaan pinnallisen kaavamaisesti ja käsite opetetaan irrallaan.

Aiemmin esille tuomamme Eero K. Niemen (2004) tutkimuksen varsinaisen kokeen tuloksista käy ilmi, että tytöt menestyivät poikia paremmin kaikilla muilla sisältöalueilla (lukukäsite, laskutavat, yhtälöt, soveltava matematiikka ja geometria) paitsi geometriassa. Tutkimus osoitti, että tukiopetuksen saamisella on selvä yhteys kokeesta saatuun tulokseen, mitä enemmän oppilas oli saanut tukiopetusta, sitä huonommin hän oli menestynyt kokeessa. Tämä selittyy Niemen mukaan sillä, että matematiikassa heikosti menestyneet oppilaat ovat saaneet eniten tukiopetusta. Oppilaskohtaisista taustamuuttujista koulussa viihtymisellä oli selvä yhteys oppimistuloksiin. Mitä paremmin oppilas viihtyi koulussa, sitä paremmat olivat hänen matematiikan oppimistuloksensa.

[4] Matematiikan opetuksen didaktis-empiirisiä malleja – projekti

Keväällä 2004 arvioitiin perusopetuksen 9. vuosiluokan matematiikan oppimistuloksia. Arviointiin osallistui seitsemän prosenttia kyseisestä ikäluokasta. Matematiikan osaamista tutkittiin kolmeosaisella kokeella, johon sisältyi päässälasku-, monivalinta-, ja ongelmanratkaisutehtäviä. Koko kokeessa oppilaat osasivat keskimäärin 56 prosenttia tehtävistä. Heikoiten osattiin geometriaa, myös prosenttilaskujen osaamiseen jäi toivomisen varaa. Parhaiten osattiin lukuihin ja laskutoimituksiin liittyviä tehtäviä. Monivalintatehtävistä osattiin keskimäärin 65 prosenttia, päässälaskuista 56 prosenttia ja ongelmatehtävistä 50 prosenttia. (Mattila 2005.)

5.4.2 Kansainvälisiä tutkimuksia

Kolmas kansainvälinen matematiikka- ja luonnontiedetutkimus (Third International Mathematics and Science Study) TIMSS 1999 toteutettiin Suomessa vuosina 1998–2000. Tutkimusaineisto kerättiin Suomessa keväällä 1999. Tutkimuksessa selvitettiin peruskoulun matematiikan ja luonnontieteiden osaamista ja opiskelua. Tutkimuksen tavoitteeksi asetettiin tuottaa tietoa peruskoulun seitsemäsluokkalaisten matematiikan ja luonnontieteiden oppimistuloksista, antaa mahdollisuus oppimistulosten tason ja laadun kansainväliseen vertailuun sekä kuvata ja vertailla opetuksen ja opiskelun oppimistuloksiin yhteydessä olevia taustatekijöitä. Tutkimukseen osallistui 38 maata. (Kupari, Reinikainen, Nevanpää & Törnroos 2001.)

Oppilaiden matematiikan osaamista arvioitiin tehtävillä, joiden sisältöalueita olivat luvut ja laskutoimitukset, mittaaminen, geometria, algebra sekä tilastot ja todennäköisyys. Tehtävien suoritusodotusten pääluokat, joilla kuvattiin tehtävien vaativuutta, olivat tietäminen, perusmenetelmien käyttö, tutkiminen ja ongelmanratkaisu, matemaattinen päättely ja viestintä. (Kupari ym. 2001, 3.)

Tutkimuksen tulokset osoittivat, että suomalaisoppilaiden matematiikan osaaminen on kansainvälistä keskitasoa korkeampaa. Suomi sijoittui 38 maan joukossa neljänneksitoista. Suomea tilastollisesti merkitsevästi parempia suoritukset olivat vain kuudessa maassa. Tutkimukseen osallistuneiden maiden väliset tasoerot olivat erittäin suuret. Suomessa oli todellisia matematiikan huippuosaajia vähän, mutta toisaalta myös heikkojen oppilaiden määrä oli pieni. (Kupari ym. 2001, 37–42.)

Tutkimuksessa oppilaat jaettiin suorituspistemääriensä perusteella viidelle eri suoritustasolle. Tasot määriteltiin seuraavasti:

- Taso 5: ”Oppilaat osasivat jäsentää matemaattista tietoa, tehdä yleistyksiä ja selittää ratkaisutapojaan totutusta poikkeavissakin ongelmanratkaisutilanteissa.”
- Taso 4: ”Oppilaat osasivat soveltaa matemaattista osaamistaan kohtalaisen monimutkaisissa tilanteissa käyttäen murto- ja desimaalilukuja, geometrisia ominaisuuksia ja algebrallisia esitystapoja.”
- Taso 3: ”Oppilaat osasivat ratkaista yksivaiheisia sanallisia tehtäviä kokonais- ja desimaalilukujen yhteen- ja vähennyslaskun avulla. Lisäksi he osasivat käyttää hyväkseen geometristen kuvioiden perusominaisuuksia sekä lukea ja tulkita asteikkoja, taulukoita ja kuvaajia.”
- Taso 2: ”Oppilaat osasivat peruslaskutoimitukset kokonaisluvuilla. Oppilaat osasivat myös yhteen- ja vähennyslaskun desimaaliluvuilla, kun luvuissa oli yhtä monta desimaalia. Lisäksi oppilaat tunsivat jonkin verran perusmerkintätapoja ja – terminologiaa. (Kupari ym. 2001, 40–42.)

Suomessa ylimmälle tasolle ylsi 6 prosenttia oppilaista, neljännelle tasolle 31 prosenttia, kolmannelle tasolle 75 prosenttia ja toiselle tasolle 96 prosenttia oppilasta. (Kupari ym. 2001, 41.)

Suomessa parhaiten osattuja sisältöalueita olivat luvut ja laskutoimitukset sekä tilastot ja todennäköisyys. Näillä sisältöalueilla suomalaisten suoritustaso oli lähimpänä kansainvälistä huippua. Oppilaiden suoritustaso oli kansainvälistä keskitasoa parempaa ja myös OECD-maihin verrattuna yli keskitason. Mittaamisen sisältöalueella, jonka tehtävistä noin puolet käsitteli geometrisia sisältöjä, suoritustaso oli selvästi kansainvälistä keskitasoa parempi ja samalla OECD- maiden keskitasoa. Selvästi heikoimmin osattuja sisältöalueita olivat geometria ja algebra, joissa suomalaiset menestyivät vain hieman kansainvälistä keskitasoa paremmin ja suoritustaso jäi kummallakin sisältöalueella alle OECD-maiden keskiarvon. Kokonaisuutena suomalaisten seitsemäsluokkalaisten suoritustaso oli OECD-maiden keskitasoa. (Kupari ym. 2001, 42–72.)

Matematiikan osaamisen kannalta merkittäviksi oppimistuloksiin vaikuttaviksi taustatekijöiksi osoittautuivat oppilaiden luottamus omiin taitoihinsa ja asennoituminen oppiainetta kohtaan. Suomalaisilla seitsemäsluokkalaisilla oppilailla oli vahva luottamus omiin taitoihinsa. 32 prosentilla oli vahva luottamus, kun vain 14 prosentilla oli heikko. Vastaavat kansainväliset keskiarvot olivat 18 prosenttia ja 15 prosenttia. Suomalaisista oppilaista 21 prosenttia suhtautui matematiikkaan myönteisesti, vastaava luku kansainvälisesti oli 37 prosenttia. Kielteisesti suomalaisista seitsemäsluokkalaisista matematiikkaan asennoituvia oli 19 prosenttia ja lähes 60 prosentilla oli neutraali asenne. Suoritustasoon näytti olevan yhteydessä myös kotitehtäviin käytetty aika. Suomalaiset oppilaat käyttivät matematiikan kotitehtäviin aikaa päivässä keskimäärin 0,6 tuntia, kun kansainvälinen keskiarvo on 1,1 tuntia. Suomessa oppilaiden, jotka käyttivät kotitehtäviinsä vähemmän aikaa kuin yhden tunnin, suoritustaso oli kaikkein korkein. Heitä heikommin menestyivät oppilaat, jotka eivät käyttäneet yhtään aikaan kotitehtäviin tai kuluttivat siihen yli tunnin. Lisäksi Suomea koskevien tulosten perusteella kodin kirjojen määrällä ja tarjoamalla opiskeluvarustuksella näytti olevan selkeä yhteys oppimistuloksiin. (Kupari ym. 2001, 121–128.)

Vuonna 2003 toteutettiin Suomessa OECD:n kansainvälinen oppilasarviointiohjelma (Programme for International Student Assessment). PISA 2003 –arvioinnissa 15-vuotiaiden matematiikan osaamista kuvattiin 85 tehtävän avulla. Tutkimukseen osallistui 40 maata. Matematiikan sisällöt määriteltiin kokonaisuuksina, joita olivat määrällinen ajattelu, tila ja muoto, muutos ja yhteydet sekä epävarmuus. Nämä kokonaisuudet kattavat matematiikan opetussuunnitelmien eri osat, mutta ne eivät ole niin kapea-alaisia kuin perinteiset matematiikan sisältöalueet. Käytetyt tehtävät sijoitettiin aina oppilaiden kokemusmaailmaan. Arvioinnissa keskityttiin oppilaiden kykyyn käyttää heidän matemaattista ajatteluaan todenmukaisissa tilanteissa. (Törnroos & Kupari 2005.)

Tulosten mukaan suomalaisten 15-vuotiaiden nuorten matematiikan osaaminen on OECD-maiden parhaimmistoa. Tulosten perusteella osaamiserot ovat Suomessa pienet, osaamisen vaihtelu oli selkeästi pienin tutkimuksen huippumaista. Kaikilla eri osa-alueilla huippuosaajien osuus suomalaisista nuorista oli 7-9 prosenttia ja erinomaisen osaamisen tasolle pääsi 15–18 prosenttia oppilaista. Hyvän ja tyydyttävän osaamisen tason saavutti noin puolet oppilaista ja välttävälle tasolle jäi 15–17 prosenttia oppilaista. Suomessa on kansainvälisesti verrattuna erittäin vähän (kuusi prosenttia) matematiikan osaamisen suhteen riskiryhmään kuuluvia oppilaita. Tutkimuksessa määriteltiin sellaiset oppilaat riskiryhmään kuuluviksi, joiden tulos oli alle suoritustason 2. Suoritustaso 1 kuvataan näin: ” Oppilaat osaavat vastata selkeästi esitettyihin kysymyksiin tutuissa tehtäväympäristöissä. He osaavat ratkaista tehtäviä, joissa tarvittavat suoritukset ovat itsestään selviä tehtävänannon perusteella.” (Törnroos & Kupari 2005, 15, 22.)

Suomalaisten paras osa-alue oli määrällinen ajattelu, jonka keskiarvotulos oli kaikkien maiden paras. Muutos ja yhteydet sekä epävarmuus -alueilla suomalaisten keskiarvo oli kolmanneksi paras ja tila ja muoto – alueella viidenneksi paras. Vaikka suomalaisten osaaminen olikin korkeatasoista kaikilla osa-alueilla, tutkimus toi esille myös, että heikosti suoriutuneiden oppilaiden osuus oli kahdella osa-alueella suurempi kuin muilla. Näistä kahdesta osa-alueesta toinen käsitteli geometrisia ja toinen algebrallisia sisältöjä. (Törnroos & Kupari 2005, 17, 35.)

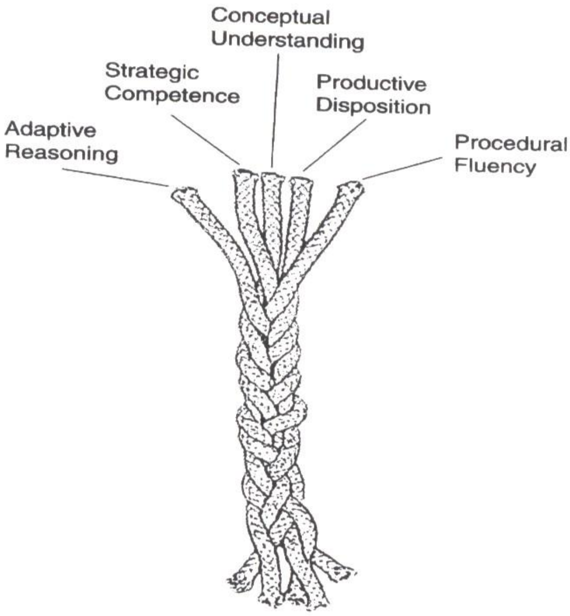
Useat esille tuomamme tutkimukset ovat osoittaneet, että käytetyllä matematiikan oppikirjalla on yhteys oppimistuloksiin. Samoin eri tutkimuksissa on havaittu, että oppilailla on parantamisen varaa geometriassa ja prosenttilaskuissa. Tästä syystä katsomme, että on aiheellista tutkia matematiikan opettajan oppaiden geometria- ja prosenttilaskuosioita.

6 MATEMAATTINEN OSAAMINEN

Tutkimuksemme keskeinen käsite on matemaattinen osaaminen (Mathematical Proficiency). Jeremy Kilpatrickin, Jane Swaffordin ja Bradford Findellin (2001) mukaan matemaattinen osaaminen koostuu viidestä piirteestä. Nämä viisi piirrettä ovat kietoutuneet toisiinsa ja riippuvat toisistaan. Matemaattisen osaamisen piirteet ovat saaneet tukea kognitiivisesta tutkimuksesta ja teorioista. Keskeistä näissä tutkimuksissa ja teorioissa on ollut mentaalisten mallien keskeinen rooli. Piirteiden toisiinsa kietoutuminen heijastelee käsitystä siitä, että asian syvällinen ymmärtäminen vaatii monien tiedon osasten yhdistämistä, joka puolestaan vaikuttaa siihen, pystyvätkö oppijat käyttämään omaksumaansa tietoa hyväkseen ongelmia ratkaistessaan. Matemaattista osaamista ei pystytä saavuttamaan keskittymällä vain yhteen tai kahteen matemaattisen osaamisen piirteeseen. Matemaattisen osaamisen viisi piirrettä myös tarjoavat kehykset, joiden puitteissa voidaan keskustella niistä tiedoista, taidoista, kyvyistä ja uskomuksista, jotka muodostavat matemaattisen osaamisen. (Kilpatrick ym. 2001, 116–118.)

6.1 Osaamisen viisi piirrettä

Matemaattisen osaamisen viisi piirrettä ovat Jorma Joutsenlahden (2004, 96) suomennoksen mukaan käsitteellinen ymmärtäminen, proseduraalinen sujuvuus, strateginen kompetenssi, mukautuva päättely ja yritteliäisyys. Tuomme niitä kuvaillessamme esille osaamisen piirteiden vastaavuuden matemaattiseen ajatteluun kuuluviin tiedon lajeihin.



KUVIO 3 Matemaattisen osaamisen piirteet, (Kilpatrick ym. 2001, 117.)

6.1.1 Käsitteellinen ymmärtäminen

Käsitteellinen ymmärtäminen (conceptual understanding) viittaa eheään ja toimivaan käsitykseen matemaattisista käsitteistä. Oppilaat, joilla käsitteellinen ymmärrys on kehittynyt, tietävät enemmän kuin pelkkiä faktoja ja metodeja. He ymmärtävät, miksi joku tietty matemaattinen käsite on tärkeä ja missä yhteydessä sitä kannattaa käyttää. Oppilaat ovat organisoineet tietonsa yhtenäiseksi kokonaisuudeksi, joka sallii heidän uusia asioita oppiessaan yhdistää uudet asiat vanhoihin tietoihin. Käsitteellinen ymmärtäminen tukee muistamista, koska ymmärtämällä opitut asiat rakentuvat yhtenäisiksi tietorakenteiksi ja tiedon mieleenpalauttaminen helpottuu. Jos oppilas ymmärtää käytetyn metodin, on epätodennäköistä, että sen muistista palauttaminen epäonnistuu. On huomioitava, että vaikka oppilas ymmärtäisi asian, hän ei välttämättä pysty ilmaisemaan sitä verbaalisesti, sillä oppilaat usein ymmärtävät ennen kuin he voivat verbalisoida omaa ymmärtämistään. (Kilpatrick ym. 2001, 118) Käsitteellinen ymmärtäminen näkyy käytännössä siinä, että oppilas osaa esimerkiksi rakentaa annetun tehtävän ympärille konkreettisen ongelman. Jos tehtävänä on esimerkiksi laskea 3/6, oppilas voi ajatella ongelmaksi tilanteen, jossa kolme suklaapatukkaa pitää jakaa kuuden kaverin kesken. (Kilpatrick & Swafford 2002, 10.)

Vahva indikaattori käsitteellisestä ymmärtämisestä on kyky esittää matemaattisia tilanteita eri tavoilla ja tieto siitä, kuinka eri esityksiä voi käyttää erilaisiin tarkoituksiin. Oppilas, jonka käsitteellinen ymmärtäminen on kehittynyt, on tietoinen matemaattisten käsitteiden yhteyksistä. Kun oppilaan käsitteellinen ymmärtäminen on kehittynyt, hän kykenee näkemään yhteyksiä käsitteiden ja proseduurien välillä ja argumentoimaan, miksi jotkut faktat on johdettu toisista faktoista. Näin oppilaat saavat itseluottamusta, jonka turvin he voivat siirtyä uudelle ymmärtämisen tasolle. Käsitteellinen ymmärtäminen johtaa usein myös siihen, että oppilaalla on vähemmän opittavaa, koska hän pystyy näkemään syvempiä yhteneväisyyksiä pinnallisesti erilaisten tilanteiden välillä. Oppilaiden ymmärtäminen on koteloitunut tiiviiksi ryppäiksi, jotka sisältävät toisiinsa kietoutuvia faktoja ja periaatteita. Usein oppilaan tietoryppäät ovat hierarkkisia eli yksinkertaisimmat ryppäät muodostavat yhdessä isompia, monimutkaisempia kokonaisuuksia. (Kilpatrick ym. 2001, 119–120.) Käsitteellisen ymmärryksen piirteet ja matemaattiseen ajatteluun kuuluvista tiedon lajeista konseptuaalinen tieto ja sen prosessointi vastaavat toisiaan (Joutsenlahti 2005, 97).

6.1.2 Proseduraalinen sujuvuus

Proseduraalinen sujuvuus (procedural fluency) tarkoittaa proseduurien tuntemista ja tietoa siitä, milloin ja miten niitä käytetään oikein. Se tarkoittaa myös taitoa käyttää niitä joustavasti, tarkasti ja tehokkaasti. (Kilpatrick ym.2001, 121.) Proseduureilla tarkoitetaan muun muassa yhteen - ja vähennyslaskujen sekä jako- ja kertolaskujen ratkaisemista päässälaskuna tai paperilla (Kilparick & Swafford 2002, 11). Proseduraalinen sujuvuus tukee eri laskemismetodien samankaltaisuuden ja erilaisuuden havaitsemista. Näihin metodeihin kuuluu kirjoitettujen proseduurien lisäksi ne mentaaliset toiminnot, joiden avulla oppilas laskee, ja myös ne metodit, joissa käytetään apuna laskinta, tietokonetta tai vaikkapa helmiä. Proseduraaliseen sujuvuuteen kuuluu se, että oppilaiden täytyy hallita hyvin peruslaskutoimitukset kokonaisluvuilla ilman, että he käyttäisivät minkäänlaisia apuvälineitä. Oppilaiden täytyy olla riittävän tehokkaita ja tarkkoja laskemaan yhteen-, vähennys-, jako- ja kertolaskuja moninumeroisilla luvuilla sekä päässään että kynän ja paperin avulla. Proseduraaliseen sujuvuuteen liittyy myös lopputuloksen arvioiminen.

Proseduurien sujuvuutta voi ylläpitää ja kehittää harjoittelemalla. Jos oppilas ei kuitenkaan ymmärrä opettelemaansa proseduuria, on vaarana, että hän oppii sen virheellisesti, jolloin oikean proseduurin oppiminen muodostuu myöhemmin vaikeaksi. (Kilpatrick ym. 2001, 121–122.) Proseduraalinen tieto ja sen prosessointi vastaa proseduraalista sujuvuutta (Joutsenlahti 2005, 98).

Proseduraalinen sujuvuus on yhteydessä käsitteelliseen ymmärtämiseen, sillä esimerkiksi paikkajärjestelmän ja rationaalilukujen ymmärtäminen vaatii niihin liittyvien proseduurien hallintaa. Sen lisäksi, että proseduraalinen sujuvuus tarjoaa työkaluja laskemisen avuksi, ovat myös jotkin algoritmit tärkeitä käsitteitä jo sinällään. Tämä puolestaan taas valaisee käsitteellisen ymmärryksen ja proseduraalisen sujuvuuden välistä yhteyttä. Oppilaiden täytyy havaita, että proseduureja voidaan kehittää niin, että ne ratkaisevat kokonaisia ongelmaluokkia yksittäisten tehtävien sijaan. Opiskelemalla algoritmeja yleisinä proseduureina oppilaat huomaavat sen, että matematiikka on hyvin organisoitunut ja huolella kehitetyt proseduurit ovat tehokas apu rutiinitehtäviä ratkottaessa. Käsitteellisen ymmärtämisen yhteys proseduraaliseen sujuvuuteen näkyy myös havainnossa, että asian ymmärtäminen tekee oppimisen helpommaksi. Oppilaalta vaaditaan tiettyä taitotasoa, jotta hän edes pystyisi oppimaan matemaattisia käsitteitä ymmärryksellä, ja proseduurien käyttäminen voi vahvistaa ja kehittää tuota ymmärrystä. Proseduraalisen sujuvuuden harjoittelemiseen pitää varata riittävästi aikaa, jotta muiden matemaattisen osaamisen piirteiden täysipainoinen kehittyminen ei estyisi. (Kilpatrick ym. 2001, 121–122.)

6.1.3 Strateginen kompetenssi

Strateginen kompetenssi (strategic compentence) viittaa kykyyn muotoilla, ratkaista ja esittää matemaattisia ongelmia. Tämän piirteen kehittäminen on tärkeää muun muassa, koska koulun ulkopuolella oppilaat kohtaavat tilanteita, joissa heidän pitää itse muotoilla ongelma, jotta he voivat käyttää matematiikkaa ongelman ratkaisemisessa. Oppilaiden pitäisi tietää useita ratkaisustrategioita ja osata valita tilanteeseen sopiva strategia. Niinpä oppilaat tarvitsisivatkin kokemusta ja harjoitusta ongelmien formuloimisesta ja ongelmanratkaisusta. Kun oppilailla on muotoiltu ongelma käsissään, ensimmäinen askel sen ratkaisemiseksi on esittää se matemaattisesti jollain tavalla, numeerisesti, symbolisesti, suullisesti tai graafisesti.

Ongelmatilanteen kuvaaminen vaatii, että oppilas rakentaa ensin mentaalisen kuvan ongelman oleellisista osista. Jotta oppilas pystyy esittämään ongelman tarkasti, oppijan täytyy ensin ymmärtää tilanne ja sen avainpiirteet. Tämän jälkeen oppilaan pitää tuottaa matemaattinen esitys ongelmasta, jossa on esillä vain ongelmanratkaisemiseksi tarvittavat tiedot, eikä mitään ylimääräistä. (Kilpatrick ym. 2001, 124.)

Sen lisäksi, että oppilaan täytyy kyetä rakentamaan yksittäisestä tilanteesta representaatio, pitää hänen nähdä, että jotkin representaatiot jakavat yhteiset matemaattiset rakenteet. Jotta oppilaasta tulisi strategisesti kompetenssi, pitäisi suosia sellaisia tehtäviä, jotka edellyttävät mentaalisen mallin rakentamista eivätkä vain numeroiden etsimistä tehtävästä ja niiden sijoittamista tiettyyn aritmeettiseen operaatioon. Ongelmanratkaisuprosessin yksi keskeinen piirre on joustavuus, joka kehittyy laajentamalla sitä tietoa, jota tarvitaan ratkaistaessa rutiininomaisten tehtävien sijasta ei-rutiininomaisia tehtäviä. Oppilaan pitää keksiä ja luoda aiempien tietojensa avulla sellainen ratkaisustrategia, jonka avulla kykenee ratkaisemaan tehtävän. (Kilpatrick ym. 2001, 125–127.) Strategista kompetenssia vastaa tiedon lajeista strategiatieto ja sen käyttö (Joutsenlahti 2005, 98).

Strateginen kompetenssi on myös mukana kehittämässä proseduraalista sujuvuutta laskemisen yhteydessä, sillä oppilaat kehittävät proseduraalista sujuvuuttaan, kun he käyttävät strategista kompetenssia valitessaan eri proseduureista tehokkainta. Osa strategisesta kompetenssista liittyy sen oppimiseen, että pystyy korvaamaan suppeammilla ja tehokkaimmilla proseduureilla ne proseduurit, jotka jo aluksi ovat voineet olla apuna operaation ymmärtämisessä. (Kilpatrick ym. 2001, 127–129.)

6.1.4 Mukautuva päättely

Mukautuva päättely (adaptive reasoning) tarkoittaa kapasiteettia ajatella loogisesti niistä suhteista, joita on käsitteissä ja tilanteissa. Päättely on oikeaa ja validia, ja se juontaa juurensa huolellisesta eri vaihtoehtojen pohdinnasta ja se sisältää tietoa siitä, kuinka perustella saadut johtopäätökset. Oppilaan täytyy siis olla kykenevä todistamaan ja selittämään ideoitaan, jotta hän tekee oman päättelynsä selväksi. Matematiikassa mukautuva päättely voidaan nähdä liimana, joka pitää kaiken koossa. Se on oppimisen johtotähti. Mukautuvan päättelyn avulla kyetään navigoimaan monien faktojen, proseduurien, käsitteiden ja ratkaisumenetelmien läpi ja näkemään, että ne kaikki sopivat yhteen jollain tavalla ja että nämä tavat ovat järkeviä. Mukautuvaa päättelyä voidaan myös käyttää setvimään erimielisyyksiä ja kiistoja. Mukautuvaa päättelyä tarvitaan kun oppilas valitsee perusteluja käyttämälleen strategialle. Lapset pystyvät näyttämään päättelykykynsä kun kolme ehtoa täyttyy: 1) heillä täytyy olla riittävä tietopohja, 2) tehtävän täytyy olla ymmärrettävä ja motivoiva ja 3) kontekstin täytyy olla tuttu ja mukavan tuntuinen. Mukautuvaan päättelyyn ei kuulu vain epäviralliset selitykset ja oikeutukset vaan myös intuitiiviset ja induktiiviset päättelyt, jotka perustuvat säännönmukaisuuksiin, analogioihin ja metaforiin. (Kilpatrick ym. 2001, 129–130.) Mukautuva päättely paranee, kun oppilaalta vaaditaan perusteluja. Tämä kyky kehittyy yhdessä toisten matemaattisen osaamisen piirteiden kanssa, etenkin kun oppilaat ratkaisevat ongelmia (Kilpatrick & Swafford 2002, 14.) Mukautuva päättely vastaa strategiatietoa ja konseptuaalista tietoa ja niiden prosessointia (Joutsenlahti 2005, 98).

Oppilaat hyödyntävät strategista kompetenssiaan formuloidessaan ja esittäessään ongelmaa sekä käyttämällä heuristisia lähestymistapoja, jotka voivat tarjota ratkaisustrategian, mutta mukautuvan päättelyn täytyy ottaa vastuu, kun yritetään ratkaista ehdotetun strategian paikkansapitävyys. Käsitteellinen ymmärtäminen tarjoaa metaforia ja representaatioita, jotka voivat toimia lähteenä mukautuvalle päättelylle, jota taas puolestaan, tietysti samalla huomioiden esitysten rajoitukset, opiskelijat käyttävät päätellessään ratkaisua tai sitä, voidaanko ratkaisua ylipäätään edes perustella. Usein ratkaisun yhteydessä oppija myös tarvitsee proseduraalista sujuvuutta eri laskutoimituksia tehdessään, mutta mukautuvaa päättelyä tulisi käyttää määritellessä, onko proseduuri soveltuva vai ei. (Kilpatrick ym. 2001, 130–131.)

6.1.5 Yritteliäisyys

Yritteliäisyys (productive disposition) viittaa taipumukseen nähdä matematiikka hyödyllisenä ja kiinnostavana. Yritteliäs oppilas uskoo, että matematiikan oppiminen kannattaa ja näkee itsensä tehokkaana oppijana ja laskijana. Jotta oppilaat kykenisivät kehittämään käsitteellistä ymmärtämistä, proseduraalista sujuvuutta, strategista kompetenssia ja mukautuvan päättelyn kykyjä, heidän täytyy uskoa, että matematiikka on ymmärrettävää, ei mielivaltaista. Oppilaiden pitää myös uskoa, että uutterasti yrittämällä matematiikkaa voidaan oppia ja käyttää ja he itsekin kykenevät siihen. Yritteliäisyyden kehittyminen vaatii jatkuvia mahdollisuuksia kokea onnistumisia matematiikassa. Opettajalla on tärkeä rooli kannustajana ja positiivisten asenteiden ylläpitäjänä. Se, kuinka opettaja näkee matematiikan ja sen oppimisen, vaikuttaa sekä siihen, kuinka oppilaat oppivat, mutta myös siihen, millaisina matematiikan oppijoina oppilaat itsensä näkevät. Tämän piirteen kehittyminen tukee voimakkaasti muiden osaamisen piirteiden kehittymistä, koska oppilaiden uskoessa, että matematiikka on ymmärrettävää ja hyödyllistä he ovat valmiita opiskelemaan sitä. Oppilaat, joille on kehittynyt yritteliäisyyttä, luottavat omiin tietoihinsa ja taitoihinsa. Matemaattisesti taitavat ihmiset uskovat, että matematiikan pitäisi olla selkeää ja he kykenevät ottamaan siitä selvää. He uskovat, että pystyvät tarpeeksi ahkerasti työskennelleessään ratkaisemaan matemaattisia ongelmia, ja näkevät matemaattisesti taitavaksi kehittymisen vaivan arvoisena. (Kilpatrick ym. 2001, 131–133.)

Joutsenlahti (2003, 211) korvaa yritteliäisyyden käsitteen käsitteellä matematiikkakuva. Matematiikkakuva koostuu uskomuksista, jotka voidaan ryhmitellä neljään pääkategoriaan: 1) uskomukset matematiikasta, 2) uskomukset itsestä matematiikan parissa, 3) uskomukset matematiikan opettamisesta ja 4) uskomukset matematiikan oppimisesta (Pehkonen 1998, 29). Anu Pietilän (2002, 23) mukaan matematiikkakuvaan liittyy henkilön asenteet, uskomukset ja käsitykset matematiikasta. Matematiikkakuva tarkoittaa kuvaa itsestä matematiikan oppijana, arvioita omista kyvyistä matematiikan opiskelussa, tietoisuutta omista heikoista ja vahvoista puolista sekä onnistumisen ja epäonnistumisen syistä. Henkilö opiskelee matematiikkaa silloin, kun hän kokee sen mielekkääksi ja merkitykselliseksi (Yrjönsuuri & Yrjönsuuri 2004, 126). Positiivisen matematiikkakuvan kehittyminen edesauttaa matematiikan oppimista. Tässä tutkimuksessa tulemme jatkossa korvaamaan Kilpatrickin ym. (2001) termin yritteliäisyys termillä matematiikkakuva.

6.2 Matemaattisen osaamisen piirteiden yhteen kietoutuminen

Matemaattisten osaamisen piirteiden yhteen kietoutuminen heijastelee sitä käsitystä, jonka mukaan opitun syvällinen ymmärtäminen vaatii, että oppija kykenee yhdistämään yksittäisiä tietopalasia toisiinsa ja samalla käyttämään jo hankkimaansa tietoaan ongelmanratkaisun yhteydessä. Se, miten matemaattisen pätevyyden lajit ovat yhteydessä toisiinsa ja tukevat toisiaan, näkyy selkeästi käsitteellisessä ymmärryksessä ja proseduraalisessa sujuvuudessa. Kun oppilas kehittää käsitteellistä ymmärrystään, hän muistaa paremmin proseduureja ja osaa käyttää niitä joustavasti ratkaistessaan uusia ongelmia. Vuorostaan proseduurin tullessa automatisoituneemmaksi lapsi pystyy ajattelemaan ongelmia eri näkökulmista ja pystyy käsittelemään uudenlaisia ongelmia, jotka johtavat uudenlaiseen ymmärtämiseen. Lapsen pohtiessa, miksi jokin proseduuri toimii, vahvistuu jo olemassa oleva käsitteellinen ymmärrys. Käsitteitä ei ole aina tarpeen erottaa proseduureista, koska ymmärtäminen ja tekeminen ovat yhteydessä toisiinsa niin monimutkaisilla tavoilla. Myös muut matemaattisen osaamisen piirteet liittyvät toisiinsa ja tukevat toistensa kasvua, kuten jo edellä on useasti mainittu puhuttaessa yksittäisistä matemaattisen osaamisen piirteistä. (Kilpatrick ym. 2001, 118, 133–134.)

Matemaattisten osaamisten piirteiden kehittäminen yhdessä on paljon helpompaa kuin niiden oppiminen yksitellen. Matemaattisten osaamisen piirteiden oppiminen yksittäin onkin lähes mahdotonta. Kaikkien matemaattisten piirteiden kehittäminen yhtä aikaa tekee omaksutun tietopohjan vahvemmaksi, kestävämmäksi, helpommin sovellettavaksi, käytettävämmäksi ja relevantimmaksi. (Kilpatrick & Swafford 2002, 17.)

6.3 Matemaattisen osaamisen piirteet ja matemaattisen tiedon lajit

Matemaattisen osaamisen piirteiden kehittyminen vaatii useata erityyppistä matemaattista tietoa. Matemaattisen tiedon lajit liittyvät selkeästi matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymiseen ja joissakin piirteiden ominaisuuksissa näkyy selkeästi eri matemaattisen tiedon lajien vaatimus.

Käsitteellisen ymmärtämisen, joka on siis yksi matemaattisen osaamisen piirre, kehittyminen vaatii konseptuaalista tietoa. Konseptuaalinen tieto on tietoa käsitteiden määritelmistä ja niiden yhteyksistä ja käsitteellisen ymmärtämisen piirre edellyttää matemaattisten käsitteiden eheää käsitystä. Proseduraalisen sujuvuuden kehittyminen vaatii proseduraalista tietoa, koska ilman tietoa algoritmeista ja toimintakaavoista sekä säännöistä proseduurien tunteminen on mahdotonta. Strategisen kompetenssin kehittyminen puolestaan edellyttää, että opiskelijalla on strategiatietoja. Jotta opiskelija pystyy muotoilemaan ja ratkaisemaan matemaattisia ongelmia myös koulun ulkopuolella, hänellä pitää olla tietoa eri strategioista ja valmiuksia tehdä strategioiden välillä valintoja. Mukautuvan päättelyn kehittyminen vaatii sekä konseptuaalista tietoa että strategiatietoja. Opiskelijalla pitää olla riittävä tietopohja, jotta hän pystyy perustelemaan, miksi valitsi tietyn strategian ratkaistessaan ongelmaa. Opiskelijan pitää ymmärtää ongelmassa ilmenevät käsitteet ja niiden yhteydet, jotta hän kykenisi valitsemaan oikean strategian. (Kilpatrick ym. 2001; Joutsenlahti 2005, 97–98.)

7 ERIYTTÄMINEN

Opetusryhmien heterogeenisyys vaatii opettajaa eriyttämään opetustaan, mikä vaatii erilaisten oppimateriaalien ja etenkin eritasoisten tehtävien tarjoamista oppilaille. Koska keskeisenä oppimateriaalina matematiikan opetuksessa käytetään oppikirjaa ja opettajan opasta, on tärkeää tutkia, minkälaisia tehtäviä oppikirjat ja opettajan oppaat tarjoavat eriyttämiseen. Tässä tutkimuksessa pyrimme selvittämään, minkälaista eriyttämistä tutkimamme opettajan oppaat, niiden lisämonisteet ja Laskutaito 6:n oheismateriaalit mahdollistavat.

Teuvo Piipon (1973) mukaan eriyttäminen on ihmisryhmien tai -yksilöiden tietoista ja tarkoituksellista erilaista kohtelua. Kun erilainen kohtelu on ei-tarkoituksellista, käytetään termiä eriytyminen. Piippo tarkastelee tietyn yhteiskunnan sisällä tapahtuvaa eriyttämistä, josta hän käyttää termiä yhteiskunnallinen eriyttäminen. Sillä hän tarkoittaa yhteiskunnan eri jäsenryhmien tai yksilöiden tietoista, tarkoituksellista erilaista kohtelua heitä koskevissa yhteiskunnallisissa päätöksissä ja toimenpiteissä. Yhteiskunnallisen eriyttämisen päämääränä yksilöllisyyden ohella ovat myös eriytettävien yksilöiden tai henkilöryhmien yhtäläisyys, tasa-arvo ja yhtäläiset mahdollisuudet.

Yhteiskunnallisen eriyttämisen yksi muoto on koulutuksellinen eriyttäminen, joka tarkoittaa yhteiskunnan jäsenryhmien tai yksilöiden tarkoituksellista erilaista kohtelua koulutuksessa. Koulutuksellinen eriyttäminen voidaan jakaa kahteen päätyyppiin: koulutuksen ja opiskelun (tai opettajan kannalta opetuksen) eriyttämiseen. (Piippo 1973, 30–31.) Koulutuksellisen eriyttämisen periaate ilmaistaan Lapsen oikeuksien julistuksessa (1959) seuraavasti:

> ”Periaate 7 Lapsella on oikeus saada koulutusta, jonka ainakin alkeisasteella tulee olla maksuton ja pakollinen. Hänen tulee saada koulutusta, joka edistää hänen yleissivistystään ja suo jokaiselle yhtäläisen mahdollisuuden kehittää kykyjään, yksilöllistä arvostelukykyään sekä moraalista ja sosiaalista vastuuntuntoaan tullakseen hyödylliseksi yhteiskunnan jäseneksi. – – ”

Erkki Viljanen (1975) tuo esille eriyttämisjärjestelyjen jaon koulutuksen ja opetuksen eriyttämiseen, käyttämällä nimityksiä organisatorinen ja opetuksellinen eriyttäminen. Edellisellä tarkoitetaan ulkoista eriyttämistä eli sellaisia järjestelyjä, joissa oppilaista muodostetaan erikseen opetettavia ryhmiä tietyillä kriteereillä. Tällaisia kriteereitä ovat muun muassa ikä, valinnaisaineet ja oppilaan oppimisedellytykset. Jälkimmäisellä tarkoitetaan eriyttämistä, joka tapahtuu koululuokan sisällä ja jossa opettaja pyrkii erilaisia metodeja käyttämällä ottamaan huomioon oppilaiden erityispiirteet. Organisatoriset järjestelyt luovat ulkoiset puitteet, joiden sisällä opettaja toimii. Opettajan mahdollisuudet vaikuttaa eriyttämiseen ovat lähinnä opetuksellisen eriyttämisen piirissä.

Suomessa vuoden 1970 peruskouluasetuksen mukaan peruskoulun yläasteella tuli tarjota tasokursseja vieraissa kielissä ja matematiikassa. Vuonna 1983 koululainsäädännössä luovuttiin kuitenkin tasokurssien edellyttämästä oppilaiden pysyvästä ryhmittämisestä ja ehdotettiin siirtymistä opetusryhmän sisäiseen eriyttämiseen. (Numminen 2000, 40–41.) Tarkasteltaessa peruskoulun historiaa voidaan huomata, että koulutuksellinen eriyttäminen on muuttunut koulutuksen eriyttämisestä opetuksen eriyttämiseen, eli organisatorisesta opetukselliseen eriyttämiseen. Risto Ilmavirran (2003, 25) mukaan nykytilanteessa, jossa erityisoppilaita integroidaan perusopetusryhmiin, eriyttämisen merkitys näyttää lisääntyvän entisestään.

7.1 Eriyttämisen lajit

Eriyttämisen lajeja on kolme: nopeus-, laajuus- ja syvyyseriyttäminen. Nopeuseriyttämisessä keskeinen asia on oppimiseen käytetty aika. Jotkut oppilaat saavat tehtävänsä valmiiksi nopeammin kuin toiset. Tällöin lisätehtävien tarve on ilmeinen. Nopeuseriyttämistä voidaan toteuttaa muun muassa kotitehtävien ja tukiopetuksen avulla. Laajuuseriyttämisessä erot aiheuttaa omaksutun oppiaineksen määrä. Jotkut oppilaat oppivat käsiteltävän aiheen laajemmin kuin toiset ja oppilaille annetaan mahdollisuus tehdä aiheeseen liittyviä joko yksinkertaisia tai monimutkaisempia tehtäviä, esimerkiksi oppilaille, jotka osaavat hyvin jakamisen kaksinumeroisella jakajalla, voidaan antaa tehtäviä, jotka sisältävät kolminumeroisia jakajia. Syvyyseriyttämistä tarvitaan, kun oppimisen syvällisyydessä on eroja. Tarvitaan kvaliteetiltaan erilaista oppiainesta. Lahjakkaat oppilaat voivat erikoistua johonkin kurssin osaan ja saada näin perusteellisempaa tietoa. Eriyttävää toimintaa on esimerkiksi todistamisen ja perustelun itsenäinen suorittaminen. (Viljanen 1975, 13–14, Leino, Kalla & Paasonen 1978, 130–131.) Syvyyseriyttäminen tapahtuu yksityistietojen, ymmärtämisen, ongelmanratkaisun ja luovan ajattelun suunnassa (Lahdes 1986, 331).

Nämä eriyttämisen lajit voidaan nähdä osana sekä organisatorista että opetuksellista eriyttämistä. Erityiskouluissa oppiaineksen laajuutta ja syvyyttä voidaan muuttaa, esimerkiksi oppiaines voi olla suppeampaa kuin normaalissa peruskoulussa. Samoin eri kouluasteet voidaan erottaa toisistaan näiden eriyttämisen kriteereiden mukaan. Opetuksellisessa eriyttämisessä opettaja organisoi luokan sisällä opetuksen erilaisten metodien ja tehtävien avulla niin, että se soveltuu erilaisille oppijoille. (Viljanen 1975, 13–14.) Tässä tutkimuksessa keskitymme vain opetukselliseen eriyttämiseen.

7.2 Opetuksellinen eriyttäminen

Perusopetuslaissa (1998/628) on luettavissa eriyttämisen vaatimus. Lain mukaan opetus on järjestettävä oppilaiden ikäkauden ja edellytysten mukaisesti ja siten, että se edistää oppilaiden tervettä kasvua ja kehitystä. Opinnoissa tilapäisesti jälkeen jääneille tai muutoin erityistä tukea tarvitseville tulee antaa tukiopetusta. Oppilaan opetus voidaan järjestää muusta ikäryhmästä poikkeavalla tavalla, jos hänellä on ennestään perusopetuksen oppimäärää vastaavat tiedot. (Perusopetuslaki 1998/628.) Eriyttämisen vaatimus löytyy täten myös Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteista 2004. Siinä asia ilmaistaan niin, että oppilaiden erilaiset oppimistyylit, tyttöjen ja poikien väliset erot sekä yksilölliset kehityserot ja taustat tulee ottaa huomioon (Opetushallitus 2004).

Eriytetty opetus perustuu siihen, että oppilaat ovat oppimisedellytyksiltään erilaisia. Opetuksen suunnitteluvaiheessa otetaan huomioon yksilölliset erot ja opetusta varioidaan näiden erojen mukaan. (Viljanen 1975, 12–13.) Oppilaiden välillä on suuriakin eroja henkisissä ominaisuuksissa, kykyrakenteissa, persoonallisuuden piirteissä, temperamentissa sekä tietysti fyysisissä ominaisuuksissa (Uusikylä & Atjonen 2005, 95). Opetuksen eriyttäminen on välttämätön ehto integraatiolle eli sille, että oppilas kokee saamansa opetuksen eheänä kokonaisvaltaisena prosessina (Piippo 1973, 136). Viljanen (1975, 9) käyttääkin integraatiosta nimitystä opetuksen eheyttäminen.

7.2.1 Eriyttämisen ulottuvuudet

Eriytetyssä opetuksessa vaihtelevat tavoitteet, opetusaines, menetelmät ja tulokset oppilaiden erityispiirteiden mukaan. (Viljanen 1975,13.) Lahdeksen (1997, 200–201) mukaan opetuksen eriyttämisellä on taas kolme ulottuvuutta: tavoitteet, aika ja työtavat. Tavoitteiden eriyttäminen voi olla erilaistavaa tai yhtenäistävää, esimerkiksi oppituntien ulkopuolinen tukiopetus voi olla yhtenäistävää eriyttämistä, kun oppilasta autetaan saamaan muut kiinni. Samalla tukiopetus on aikaeriyttämistä. Erilaistava tavoitteiden eriyttäminen tapahtuu laajuuden ja syvyyden mukaan. Eriyttämisen äärimuoto on tilanne, jossa oppilas saa itse valita tavoitteensa, työtapansa ja käyttämänsä ajan. Oppikirjat ovat perinteisesti kiinnittäneet vähän tai ei lainkaan huomiota erilaistavaan eriyttämiseen (Kananoja 1999, 205). Viljasen (1975, 101, 105) mukaan tavoitteiden eriyttäminen vaatii oppiaineksen eriyttämistä. Opettaja nojautuu opetustilanteen suunnittelussa yleensä oppikirjoihin ja myös muihin oppimateriaaleihin. Tällainen oppiaines on eriyttävän opetuksen kannalta kuitenkin vain raakamateriaalia, jota opettajan pitää muokata.

7.2.2 Eriyttämismenetelmiä

Eriyttävässä opetuksessa oppilaiden ryhmittäminen on keskeinen asia. Opetustilanteet voidaan jakaa oppilaiden ryhmittämisen perusteella neljään ryhmään: 1) suurryhmäopetus, 2) pienryhmäopetus, 3) yksilöllinen opetus ja 4) kotiopiskelu (Viljanen 1975, 105). Carol Ann Tomlinsonin (1995, 8) mukaan eriyttävä opetus on suurryhmä-, pienryhmä- ja yksilöllisen opetuksen sekoitus, kaikkia menetelmiä tarvitaan. Suurryhmäopetuksessa käytettävä menetelmä on usein opettajajohtoista, esittävää opetusta, jossa ei juuri eriyttämistä tapahdu. Lahdeksen (1997, 152) mukaan taas esittävää opetusta voi eriyttää antamalla perusasioiden lisäksi ylimääräisiä virikkeitä kiinnostuneimmille oppilaille.

Pienryhmäopetuksen päämenetelmiä ovat yksilöllisen työn lisäksi ryhmätyö ja opetuskeskustelu (Viljanen, 1975, 108). Ilmavirran (2003, 25) mukaan kotiopiskelulla on keskeinen merkitys matematiikan opetuksessa. Kotitehtävien ollessa oppilaalle vaikeustasoltaan ja haastavuudeltaan sopivia suhteessa hänen taitoihinsa saadaan aikaan parempia oppimistuloksia. Kotitehtävät on hyvä eriyttää vähintään kolmelle tasolle: lahjakkaimmille, keskitasoisille ja tuen tarpeessa oleville oppilaille. Kotitehtävien määrää sekä laatua voidaan eriyttää (Leino 1978, 104).

Tomlinsonin (1995, 72–77) ohjeiden mukaan eriyttävää opetusta mahdollistavia menetelmiä ovat muun muassa itsenäiset projektit, pistetyöskentely, porrastetut tehtävät, oppilaiden joustava ryhmittely, oppimiskeskukset, kyselevä opetus, tutorointi sekä erilaiset sopimukset. Itsenäisissä projekteissa oppilas voi yhdessä opettajan kanssa päättää tutkimansa ongelman, johon perehtyy. Pistetyöskentelyssä jokaisella pisteellä työskentelee heterogeeninen ryhmä. Pisteiden tehtävät ovat sellaisia, että oppilas voi valita itselleen sopivan vaikeustason kiinnostuksensa ja edellytystensä mukaan. Ryhmän jäsenet voivat työskennellä itsenäisesti tai ryhmänä valintansa mukaan.

Porrastettu tehtävä on sellainen, että se sallii oppilaan työskennellä itselleen sopivalla tasolla ja tavalla. Opettaja voi tehtävää laatiessaan soveltaa tehtävän vaiheiden määrää ja laatua sekä tehtävän abstraktisuutta ja konkreettisuutta, jotta pystytään varmistamaan tehtävän sopiva haasteellisuus kaikille oppilaille. Oppilaiden ryhmittelyn tekee joustavaksi se, että ryhmät tehdään oppilaiden edellytysten, kiinnostuksen tai oppimistyylin mukaan. Toisaalta ne voidaan tehdä vaikka arpomalla. Oppimiskeskukset ovat paikkoja, jonne kerätään materiaalia tietyistä aiheista. Oppilaat voivat valita kiinnostuksensa mukaan, missä keskuksessa opiskelee. Kyselevässä opetuksessa opettaja pyrkii ohjaamaan kysymyksillään oppilaiden oppimisprosessia oikeaan suuntaan. Avoimien kysymysten esittäminen mahdollistaa eriyttämisen. Tutorointi on menetelmä, jossa asiantuntija ohjaa oppimista ja auttaa ongelmien ratkomisessa. Opettaja voi eriyttää myös sopimuksilla, kun hän antaa oppilaalle vapauksia ja mahdollisuuden tehdä valintoja tehtäviä ratkottaessa. (Tomlinson 1995, 72–77.) Lahdes (1986, 342) mainitsee tutorointiin liittyen yhtenä eriyttämisen toteuttamiskeinona oppilastutoroinnin, jossa oppilas toimii apuopettajana.

Hakkarainen, Lonka ja Lipponen (1999, 154) tuovat esille pedagogisia strategioita, joiden avulla opettaja tai tutor voi epäsuorasti ohjata oppimista. Näitä ovat mallintaminen, valmentaminen ja rakennustelineiden luominen. Mallintaminen on menetelmä, jossa asiantuntija näyttää ongelmanratkaisun eri osavaiheita ja selittää siihen tarvittavia henkisiä ja fyysisiä voimavaroja. Menetelmää, jossa tarkoituksena on oppilaan suorituksen ohjaaminen ja hyvien käytäntöjen esittäminen antamatta valmiita ratkaisuja, kutsutaan valmentamiseksi. Rakennustelineiden luominen on strategia, jolla tarkoitetaan prosessia, jonka aikana ohjaaja säätelee antamansa tuen määrää oppijan tarpeiden mukaan. Mielestämme rakennustelinemenetelmä sopii mainiosti eriyttävään opetukseen, koska tehtävän ja vaadittavan toiminnan vaikeustasoa pystytään silloin tuen määrän ja laadun avulla säätelemään oppilaan edellytyksiä vastaaviksi. Valmentamisen strategia taas heijastaa avoimien tehtävien keskeisyyttä eriyttämisessä.

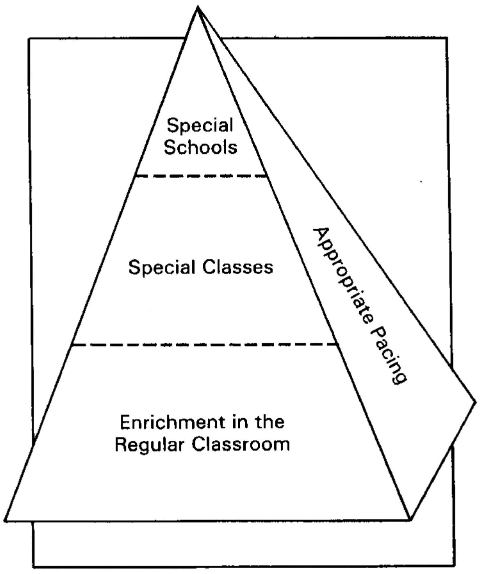
Lahdes (1997, 171) mainitsee ohjelmoidun opetuksen yhtenä menetelmänä ratkaista aikaeriyttäminen. Ahtinevan (2000, 25) mukaan ohjelmoidussa opetuksessa oppiaines jaetaan pieniin, toisiinsa liittyvien osioiden sarjaksi. Osiot ovat asteittain vaikeutuvia kysymyksiä tai tehtäviä. Oppilas tarkistaa vastauksensa heti suorituksensa jälkeen. Ohjelmoidussa opetuksessa voidaan käyttää joko suoraviivaista tai haarautuvaa ohjelmaa. Suoraviivaisessa ohjelmassa kaikki oppilaat käyvät läpi saman ohjelman ja väärin tehdyt tehtävät oppilaan pitää tehdä uudelleen. Haarautuvassa ohjelmassa väärästä vastauksesta seuraa ratkaisuvihje tai uusi helpottava osio. Kaikki oppilaat eivät käy läpi samaa ohjelmaa, koska oppilaan virhe muuttaa tehtävän laatua. Näkemyksemme mukaan suoraviivainen ohjelma mahdollistaa siis vain aikaeriyttämisen, kun taas haarautuva ohjelma mahdollistaa myös sisällön eriyttämisen.

7.2.3 Lahjakkaiden opetuksen eriyttäminen

Usein eriyttämisen ajatellaan koskevan vain heikosti menestyviä oppilaita, mutta tasa-arvoisuuden määritelmää tarkasteltaessa hyvin menestyvänkin oppilaan huomioiminen opetuksessa on perusteltua (Kylmäoja 2001, 29). Perusopetuslaissa (1998/628) on vaatimus, että opetus pitää järjestää oppilaan edellytysten mukaan ja sen tulee edistää oppilaan kehitystä, joten lahjakkaidenkaan opetuksen eriyttämistä ei saa unohtaa.

Käsitteen lahjakas yksiselitteinen määrittely on vaikeaa. Kari Uusikylän (1994, 8,13) mukaan lahjakkuuskäsitteen määrittely on sidottu aikaan ja yhteiskuntaan ja lahjakkuutta on monenlaista. Tomlinson (1995, 13) puhuu edistyneistä oppijoista (advanced learners). Davis & Rimm (1989, 169) määrittelevät käsitteiden lahjakas ja pystyvä oppilas eron Renzullin (1986) tavoin: oppilaista 3-5 prosenttia on lahjakkaita, mutta neljäsosa oppilaista kuuluu pystyvien oppilaiden joukkoon. Kylmäojan (2001, 29) mukaan hyvin suoriutuneista oppilaista puhuttaessa tarkoitetaan myös lahjakkaita oppilaita.

Davis & Rimm (1989, 169–170) esittelevät lahjakkaiden opetuksen pyramidimallin (Kuvio 4), joka kuvaa kolmea eri opetusmuotoa: 1) opetuksen rikastaminen normaalissa luokassa ryhmittelyn ja lisämateriaalien avulla, 2) täysiaikainen erityisluokka opetus, 3) erityiskouluissa annettava opetus. Eniten ”pystyviä oppilaita” opiskelee pyramidin ensimmäisen tason kuvaaman opetusmuodon piirissä. Pyramidissa noustessa ylemmäksi kohti erityisluokka ja -kouluopetusta oppilaiden määrä vähenee. Tässä tuomme esille lähinnä ensimmäisen tason kuvaamaa opetusta, koska se on aiemmin esille tuomiemme määritelmien mukaan opetuksellista eriyttämistä.



KUVIO 4. Davisin ja Rimmin (1989, 170) pyramidimalli.

Opetuksen rikastamisen keinoja ovat ryhmittely ja opetuksen nopeuttaminen. Ryhmittelyn ideana on, että oppilaat opiskelevat osan päivästä omassa ryhmässään, joissa yleensä tehdään tutkimustyyppisiä projektitöitä oppilaiden itse valitsemastaan aiheesta. Ryhmälle on varattu tietokone ja materiaaleja sekä oma opettajansa. Vertaistuki edistää realistisen minäkuvan kehittymistä. Opetuksen nopeuttaminen antaa oppilaille mahdollisuuksia löytää itsessään vahvoja puolia ja opiskella tehokkaasti. Joissain asioissa opiskeluaikaa voidaan lyhentää, mutta ikävystyminen normaaliluokassa voidaan torjua antamalla oppilaalle kykyjään vastaavia tehtäviä, jotka vaativat paneutumista sekä syvyys- että laajuussuunnassa. (Uusikylä 1994, 170–175.)

7.2.4 Oppilaiden vaikeuksien huomioiminen eriyttämisessä

Monilla on jossain vaiheessa kouluaikanaan hankaluuksia jollakin matematiikan alueella, mutta silloin ei vielä välttämättä puhuta matemaattisista oppimisvaikeuksista. Vaikeuksien syy voi olla yksilön ominaisuuksiin liittyvä sekundaarinen tekijä, jolloin kyse voi olla harjoittelemattomuudesta, tarkkaamattomuudesta, keskittymisvaikeudesta tai jostain muusta opettelua hankaloittavasta tekijästä. Matemaattisten vaikeuksien voidaan nähdä aiheutuvan myös pedagogisesta ongelmasta. Oppimisvaikeuksilla tarkoitetaan yleensä yksilön ominaisuuksiin liittyviä ongelmia, joiden syy on primaarinen. Primaarisilla syillä tarkoitetaan, että niissä aivojen osissa, joita tarvitaan kyseisen taidon hallintaan ja tiedon käsittelyyn, on jotain erilaista, puutteellista tai vaurioitunutta.(Räsänen 2000, 53.) Oppimisvaikeudet eivät ole siis vain kouluikään liittyviä vaikeuksia. (Ahonen & Holopainen 2002, 240.)

Matematiikan perustaitojen oppimisvaikeudet voidaan jakaa erilaisiin alatyyppeihin niiden taustavaikeuksien perusteella. Alatyyppejä ovat: semanttisen muistin vaikeus, proseduraalinen vaikeus sekä visuaalisiin ja tilan hahmottamiseen liittyvä vaikeus. Semanttisen muistin vaikeus näyttäytyy vaikeutena oppia numeroihin liittyviä faktoja, esimerkiksi kertotauluja, sekä vääriné mieleen palauttamisina. Jos kysymyksessä on proseduraalinen vaikeus, lapsen on vaikea muistaa laskutoimitusten suoritusperiaatteita. Visuaaliset ja tilan hahmottamisen vaikeudet tulevat esille vaikeutena numeerisen tiedon järjestämisessä ja ymmärtämisessä, esimerkiksi paikka-arvojen ymmärtäminen voi olla vaikeaa. (Ahonen & Holopainen 2002, 241–242.)

Kun opetusta eriytetään sopivaksi oppilaalle, jolla on matemaattisia vaikeuksia, on tärkeää huomioida, että perusasioita käsitellään riittävän pitkän aikaa. Opetettavaa ainesta pitää muokata oppilaan tarpeita vastaaviksi ja menetelmiä konkretisoida sekä muutella. (Räsänen 2000, 56.) Opetuksessa korostuu behaviorismin periaatteet, kun keskeistä on laskuoperaatioiden automatisoituminen ja muistin harjoituttaminen (Dahlström ym. 2003, 10–11). Eriyttämisessä tulee huomioida kaikki ulottuvuudet: tavoitteet, aika ja menetelmät. Tukiopetus on yksi tapa toteuttaa eriyttämistä. Ikäheimon (1994, 45) mukaan joissakin tapauksissa on tarpeen karsia oppiaineksesta kokonaisia sisältöjä ja paneutua vain perustehtäviin.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 eriyttäminen koskien oppilaita, joilla on vaikeuksia oppimisessa, tuodaan selkeästi esille toisin kuin lahjakkaita oppilaita koskeva eriyttäminen. Opetuksellisen eriyttämisen menetelmänä mainitaan osa-aikainen erityisopetus sekä tukiopetus, jolle ovat ominaisia yksilölliset tehtävät, yksilöllinen ajankäyttö ja ohjaus (Opetushallitus 2004).

7.3 Eriyttäminen matematiikan opetuksessa

Kati Kylmäoja (2001) kartoitti tutkimuksessaan, miten helsinkiläiset opettajat toteuttavat matematiikan opetuksen eriyttämistä peruskoulun ensimmäisellä luokalla. Tutkimuksen mukaan heikosti suoriutuvien oppilaiden opetusta eriytettiin eniten henkilökohtaisten tehtävien, tukiopetuksen ja välineiden avulla. Hyvin suoriutuvien oppilaiden opetusta eriytettiin pääasiassa lisätehtävien ja henkilökohtaisten tehtävien avulla. Kylmäojan mielestä eriyttämiseen liittyvien tehtävien paljoudesta voidaan havaita, että matematiikan opetus on hyvin pitkälti kirjasidonnaista. Koska eriyttämisessä käytettiin paljon lisätehtäviä, tulisi hänen mielestään kiinnittää yhä enemmän huomiota tehtävien laatuun.

Yleensä eriyttämisessä vähän käytettyjä välineitä olivat Kylmäojan tutkimuksen mukaan (2001) pelit ja tietokone. Yhteistä hyvin ja huonosti suoriutuneiden oppilaiden eriyttämisessä oli henkilökohtaisten tehtävien käyttö ja erona se, että heikosti menestyviä eritytettiin paljon opetuksen avulla, kun taas hyvin menestyneiden kohdalla sitä ei tehty juuri ollenkaan.

Halisen ym. (1991, 13) mukaan monet opettajat pitävät matematiikan opetusta suhteellisen ongelmattomana, koska oppikirjat soveltuvat hyvin opetukselliseen eriyttämiseen. Jotkut opettajat ovat kuitenkin huolissaan siitä, että oppikirjoissa ei ole tarpeeksi riittävän helppoja tehtäviä hitaimmille oppilaille eikä tarpeeksi vaativia tehtäviä lahjakkaimmille oppilaille. Opetusryhmien heterogeenisuutta pidetään yleisenä hankaluutena, kun oppilaiden väliset suorituserot kasvavat kaiken aikaa. Ahtinevan (2000, 148) mielestä oppikirja voisi ohjata paremmin eriyttämiseen, jos tehtävien vaativuus olisi opetusta toteuttavan opettajan tiedossa.

8 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

Tutkimuksemme on osa MOT -hanketta (Matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen hanke), jonka päätehtävänä on tutkia vuoden 2004 peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden mukaan laadittuja matematiikan oppimateriaaleja esiopetukseen ja luokille 1-6.

8.1 Tutkimuskohteet

Tutkimuskohteinamme ovat kolmen eri kustantajan kuudennen luokan matematiikan opettajan oppaat: Laskutaito 6[5] (WSOY 2000), Matikkamatka 6[6] (Tammi 2005) ja Tuhattaituri 6[7] (Otava 2006). Näistä Laskutaito 6 on laadittu vuoden 1994 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden pohjalta, koska vuoden 2004 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden perusteella uusittu Laskutaito 6 valmistuu vasta vuonna 2007. Matikkamatka 6 ja Tuhattaituri 6 ovat kustantajiensa mukaan vuoden 2004 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden pohjalta laadittu. Tutkimamme Laskutaito 6 ja Matikkamatka 6 opettajan oppaat on tehty yksivuotista oppilaan kirjaa varten, kun taas Tuhattaituri 6 opettajan opas on tarkoitettu monivuotista oppikirjaa varten.

Tutkimuskohteinamme ovat ne opettajan oppaiden osiot, jotka on nimetty geometria- ja prosenttilaskuosioiksi. Tuhattaituri 6:ssa kokonaisuuksia ei ole otsikoitu, joten sieltä valitsimme osiot, jotka selkeästi käsittelevät prosenttilaskua ja geometrian aiheita. Geometria- ja prosenttilaskuosiot valitsimme analysoinnin kohteeksi, koska geometriaosio eroaa selkeästi tyypiltään muista opettajan oppaiden osioista vaatien muun muassa avaruudellista hahmotuskykyä. Geometriaosio on myös MOT -hankkeen yhteinen tutkimuskohde. Prosenttilaskuosio edustaa puolestaan aritmetiikkaan kuuluvaa aluetta. Joidenkin aiemmin esille tuomiemme tutkimusten perusteella kyseiset aihealueet ovat sellaisia, joissa oppimistulokset ovat olleet heikompia kuin monilla muilla alueilla. Opettajan oppaista analysoimme geometria- ja prosenttilaskuosioiden tehtävät, ohjeet sekä näihin osioihin liittyvät oppaista löytyvät

[5] Koivisto, M., Salonen, M., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R.
[6] Lilli, M., Ranta, P., Putkonen, H. & Sinnemäki, J.
[7] Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P. & Vehmas, P.

lisämonisteet. Lisämonisteista analysoimme ne, jotka eivät ole osa opettajan ohjeissa annettua tehtävää. Lisämonisteiden joukossa on esimerkiksi pelipohjia, joita emme enää lisämonisteiden analysoinnin yhteydessä käsittele. Kutsumme tässä lisämonisteeksi myös Tuhattaituri 6:n niitä liitteitä, jotka mainitaan geometria- ja prosenttilaskuosioiden yhteydessä. Lisäksi tutkimme kirjasarjoihin saatavilla olevia oheismateriaaleja. Laskutaito-kirjasarjaan kuuluvista oheismateriaaleista analysoimme Laskutaito 6 lisävihkojen[8] ja tukiopetustehtävät-vihkosen[9] prosentti- ja geometriaosiot, sekä tuumavihot[10] ja yhteistuumat[11] kokonaan, koska näissä vihoissa ei eritellä eri osa-alueita. Matikkamatka 6:sta analysoimme opetuskalvopohjat[12]. Opettajan oppaiden sisältöjä analysoidessamme käytämme aineistona koko opettajan opasta.

8.1.1 Laskutaito 6

Laskutaito 6 (WSOY 2000) perustuu opettajan oppaan johdannon mukaan kognitiiviseen oppimiskäsitykseen, jonka mukaan lapsen tulee saada eri aistiensa välityksellä ja itse aktiivisesti toimien monipuolisia kokemuksia opittavasta asiasta. Opettajan oppaan perusopetusaukeamilla on kaikille oppilaille tarkoitettu oppiaines ja harjoittelu.

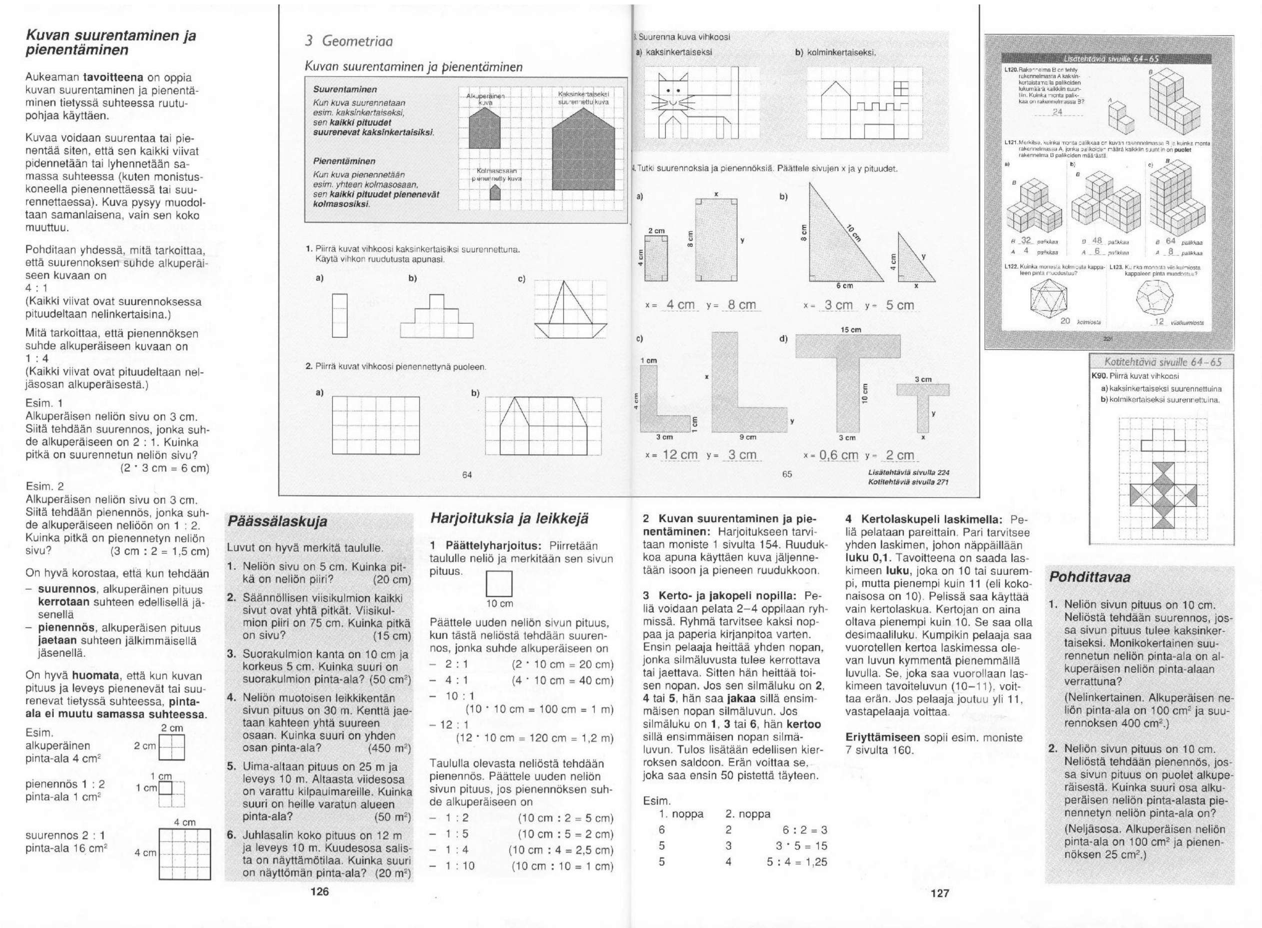
Laskutaito 6 opettajan oppaan perusopetusaukeama muodostaa asiakokonaisuuden (kuvio 5). Aukeama sisältää oppilaan kirjan perusopetusaukeaman tehtävät ja siihen liittyvät lisä- ja kotitehtävät. Lisäksi aukeamalla on opettajalle ohjeita aiheen opettamiseen, pääasiassa ohjeet sisältävät laskuesimerkkejä. Aukeamilta löytyy myös päässälaskuja, pohdittavaa-tehtäviä, yhteisesti taululla tehtäviä harjoituksia, muita yksin tai pareittain tehtäviä harjoitteita sekä pelejä ja leikkejä.

Opettajan oppaan jokaisen luvun jälkeen löytyy lisämonisteita, joiden käyttötarkoituksena on mainittu lisäharjoitus, tukiopetus, eriyttäminen tai vaativa eriyttäminen. Lisämonisteet sisältävät myös toimintamateriaaleja, kuten pelipohjia ja rakennustehtäviä, joihin viitataan opettajalle

[8] Ilmavirta, R , Koivisto, M., Salonen, M., & Uus-Leponiemi, T. 2000 ja 2001.

[9] Koivisto, M., Salonen, M. & Uus-Leponiemi. T. 2001.
[10] Ilmavirta, R , Koivisto, M., Salonen, M., & Uus-Leponiemi, T 2000.
[11] Salonen, M. & Uus-Leponiemi, T. 1996.
[12] Putkonen, H. & Sinnemäki, J. 2006.

annetuissa ohjeissa. Oppaasta löytyy opettajan avuksi perustestejä, mutta varsinaiset kokeet ovat erillisissä vihkosissa.



Kuvan suurentaminen ja pienentäminen

Aukeaman **tavoitteena** on oppia kuvan suurentaminen ja pienentäminen tietyssä suhteessa ruutupohjaa käyttäen.

Kuvaa voidaan suurentaa tai pienentää siten, että sen kaikki viivat pidennetään tai lyhennetään samassa suhteessa (kuten monistuskoneella pienennettäessä tai suurennettaessa). Kuva pysyy muodoltaan samanlaisena, vain sen koko muuttuu.

Pohditaan yhdessä, mitä tarkoittaa, että suurennoksen suhde alkuperäiseen kuvaan on
4 : 1
(Kaikki viivat ovat suurennoksessa pituudeltaan nelinkertaisina.)

Mitä tarkoittaa, että pienennöksen suhde alkuperäiseen kuvaan on
1 : 4
(Kaikki viivat ovat pituudeltaan neljäsosan alkuperäisestä.)

Esim. 1
Alkuperäisen neliön sivu on 3 cm. Siitä tehdään suurennos, jonka suhde alkuperäiseen on 2 : 1. Kuinka pitkä on suurennetun neliön sivu? (2 · 3 cm = 6 cm)

Esim. 2
Alkuperäisen neliön sivu on 3 cm. Siitä tehdään pienennös, jonka suhde alkuperäiseen neliöön on 1 : 2. Kuinka pitkä on pienennetyn neliön sivu? (3 cm : 2 = 1,5 cm)

On hyvä korostaa, että kun tehdään
– **suurennos**, alkuperäinen pituus **kerrotaan** suhteen edellisellä jäsenellä
– **pienennös**, alkuperäisen pituus **jaetaan** suhteen jälkimmäisellä jäsenellä.

On hyvä **huomata**, että kun kuvan pituus ja leveys pienenevät tai suurenevat tietyssä suhteessa, **pinta-ala ei muutu samassa suhteessa**.

Esim.
alkuperäinen pinta-ala 4 cm² (2 cm × 2 cm)
pienennös 1 : 2 pinta-ala 1 cm² (1 cm × 1 cm)
suurennos 2 : 1 pinta-ala 16 cm² (4 cm × 4 cm)

3 Geometriaa

Kuvan suurentaminen ja pienentäminen

Suurentaminen
*Kun kuva suurennetaan esim. kaksinkertaiseksi, sen **kaikki pituudet suurenevat kaksinkertaisiksi**.*

Pienentäminen
*Kun kuva pienennetään esim. yhteen kolmasosaan, sen **kaikki pituudet pienenevät kolmasosiksi**.*

1. Piirrä kuvat vihkoosi kaksinkertaisiksi suurennettuina. Käytä vihkon ruudutusta apunasi.

2. Piirrä kuvat vihkoosi pienennettynä puoleen.

64

x = 4 cm y = 8 cm
x = 3 cm y = 5 cm
x = 12 cm y = 3 cm
x = 0,6 cm y = 2 cm

65

Lisätehtäviä sivulla 224
Kotitehtäviä sivulla 271

Päässälaskuja

Luvut on hyvä merkitä taululle.

1. Neliön sivu on 5 cm. Kuinka pitkä on neliön piiri? (20 cm)
2. Säännöllisen viisikulmion kaikki sivut ovat yhtä pitkät. Viisikulmion piiri on 75 cm. Kuinka pitkä on sivu? (15 cm)
3. Suorakulmion kanta on 10 cm ja korkeus 5 cm. Kuinka suuri on suorakulmion pinta-ala? (50 cm²)
4. Neliön muotoisen leikkikentän sivun pituus on 30 m. Kenttä jaetaan kahteen yhtä suureen osaan. Kuinka suuri on yhden osan pinta-ala? (450 m²)
5. Uima-altaan pituus on 25 m ja leveys 10 m. Altaasta viidesosa on varattu kilpauimareille. Kuinka suuri on heille varatun alueen pinta-ala? (50 m²)
6. Juhlasalin koko pituus on 12 m ja leveys 10 m. Kuudesosa salista on näyttämötilaa. Kuinka suuri on näyttömän pinta-ala? (20 m²)

126

Harjoituksia ja leikkejä

1 Päättelyharjoitus: Piirretään taululle neliö ja merkitään sen sivun pituus. (10 cm)

Päättele uuden neliön sivun pituus, kun tästä neliöstä tehdään suurennos, jonka suhde alkuperäiseen on
– 2 : 1 (2 · 10 cm = 20 cm)
– 4 : 1 (4 · 10 cm = 40 cm)
– 10 : 1 (10 · 10 cm = 100 cm = 1 m)
– 12 : 1 (12 · 10 cm = 120 cm = 1,2 m)

Taululla olevasta neliöstä tehdään pienennös. Päättele uuden neliön sivun pituus, jos pienennöksen suhde alkuperäiseen on
– 1 : 2 (10 cm : 2 = 5 cm)
– 1 : 5 (10 cm : 5 = 2 cm)
– 1 : 4 (10 cm : 4 = 2,5 cm)
– 1 : 10 (10 cm : 10 = 1 cm)

2 Kuvan suurentaminen ja pienentäminen: Harjoitukseen tarvitaan moniste 1 sivulta 154. Ruudukkoa apuna käyttäen kuva jäljennetään isoon ja pieneen ruudukkoon.

3 Kerto- ja jakopeli nopilla: Peliä voidaan pelata 2–4 oppilaan ryhmissä. Ryhmä tarvitsee kaksi noppaa ja paperia kirjanpitoa varten. Ensin pelaaja heittää yhden nopan, jonka silmäluvusta tulee kerrottava tai jaettava. Sitten hän heittää toisen nopan. Jos sen silmäluku on **2**, **4** tai **5**, hän saa **jakaa** sillä ensimmäisen nopan silmäluvun. Jos silmäluku on **1**, **3** tai **6**, hän **kertoo** sillä ensimmäisen nopan silmäluvun. Tulos lisätään edellisen kierroksen saldoon. Erän voittaa se, joka saa ensin 50 pistettä täyteen.

Esim.

1. noppa	2. noppa	
6	2	6 : 2 = 3
5	3	3 · 5 = 15
5	4	5 : 4 = 1,25

4 Kertolaskupeli laskimella: Peliä pelataan pareittain. Pari tarvitsee yhden laskimen, johon näppäillään **luku 0,1**. Tavoitteena on saada laskimeen **luku**, joka on 10 tai suurempi, mutta pienempi kuin 11 (eli kokonaisosa on 10). Pelissä saa käyttää vain kertolaskua. Kertojan on aina oltava pienempi kuin 10. Se saa olla desimaaliluku. Kumpikin pelaaja saa vuorotellen kertoa laskimessa olevan luvun kymmentä pienemmällä luvulla. Se, joka saa vuorollaan laskimeen tavoiteluvun (10–11), voittaa erän. Jos pelaaja joutuu yli 11, vastapelaaja voittaa.

Eriyttämiseen sopii esim. moniste 7 sivulta 160.

Pohdittavaa

1. Neliön sivun pituus on 10 cm. Neliöstä tehdään suurennos, jossa sivun pituus tulee kaksinkertaiseksi. Monikokertainen suurennetun neliön pinta-ala on alkuperäisen neliön pinta-alaan verrattuna?
(Nelinkertainen. Alkuperäisen neliön pinta-ala on 100 cm² ja suurennoksen 400 cm².)
2. Neliön sivun pituus on 10 cm. Neliöstä tehdään pienennös, jossa sivun pituus on puolet alkuperäisestä. Kuinka suuri osa alkuperäisen neliön pinta-alasta pienennetyn neliön pinta-ala on?
(Neljäsosa. Alkuperäisen neliön pinta-ala on 100 cm² ja pienennöksen 25 cm².)

127

KUVIO 5. Laskutaito 6 opettajan oppaan aukeama.

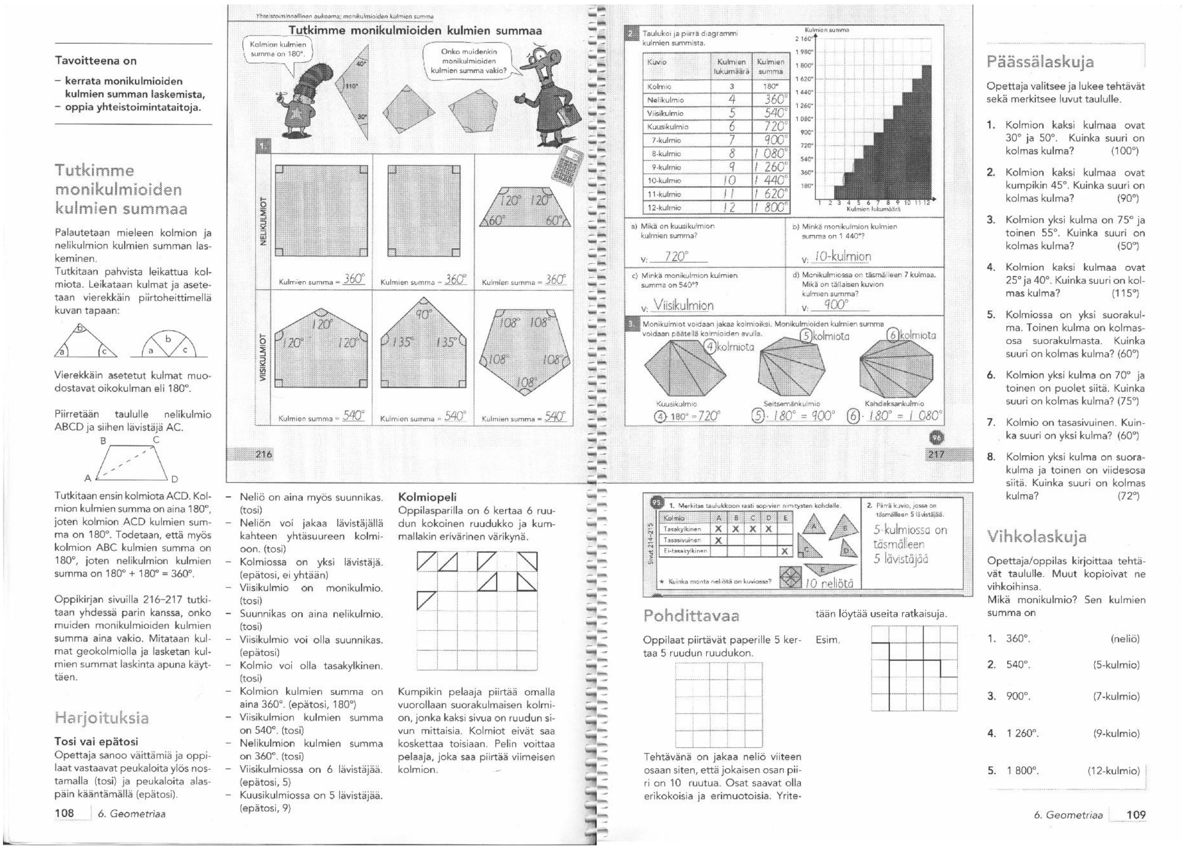
Laskutaito 6 oheismateriaaleja ovat: Laskutaito 6 lisävihkon syys- ja kevätosa, tuumavihkon syys- ja kevätosa, yhteistuumat ja tukiopetustehtävät. Laskutaito 6 opettajan oppaan johdannon mukaan Laskutaito 6:n lisävihko sisältää perusopetusaukeaman tasoista ja vaativampaa lisäharjoittelua, joka sopii ajalliseen eriyttämiseen. Tuumavihon tehtävät poikkeavat oppikirjan tehtävistä, sillä monet niistä ovat melko vaativia soveltuen eriyttämiseen varsinkin lahjakkaille oppilaille. Tehtävät kehittävät pohdinta- ja päättelytaitoja. Yhteistuumat soveltuvat yhteistoiminnalliseen ongelmanratkaisuun pienissä ryhmissä ja ongelmat on luokiteltu kolmeen vaativuustasoon. Tukiopetustehtävät sisältävät nimensä mukaisesti tukiopetukseen soveltuvia tehtäviä.

8.1.2 Matikkamatka 6

Matikkamatka 6:n (Tammi 2005) mukaan oppilas nähdään aktiivisena tiedon hankkijana, käsittelijänä ja tallentajana. Oppimisessa käytetään apuna toiminnallisia menetelmiä ja oppimistilanteiden lähtökohdat haetaan oppilaalle tutuista arkielämän tilanteista. Nämä piirteet voidaan katsoa kuuluvan konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen. Opettajan oppaassa mainitaan, että se ottaa huomioon kuudesluokkalaisten erilaiset matemaattiset taidot ja tarjoaa myös eriyttämiseen materiaalia.

Opettajan oppaan alkulehdillä kerrotaan yleisesti matematiikan opetuksesta ja oppimisesta, painopistealueista, käsitteiden oppimisesta ja oppimisvälineistä. Jokaisen osion alussa on diagnostinen testi. Opettajan oppaan aukeamalla (kuvio 6) on oppilaan kirjan perusopetusaukeama, joista osa on yhteistoiminnallisia aukeamia. Opettajan oppaan aukeamalla on lisäksi ohjeita aiheen opettamiseen, kuten esimerkkitehtäviä. Aukeamalta löytyy myös päässä- ja vihkolaskuja, pohdittavaa-tehtäviä, pelejä ja leikkejä sekä muita harjoituksia niin yksin kuin pareittain ja taululla toteutettavia tehtäviä. Lisäksi aukeamalla on edellisen aukeaman aiheeseen liittyvät kotitehtävät vastauksineen. Kaikkien osioiden lisätehtävät löytyvät oppaan loppupäästä. Lisätehtävien jälkeen oppaasta löytyy kaikkien osioiden niin tukiopetukseen kuin lahjakkaiden ja taitavien eriyttämiseen soveltuvat lisämonisteet. Kutakin osiota kohden opas sisältää sekä formatiivisia että summatiivisia kokeita. Opettajan oppaan lopussa on useita liitteitä, joista osa on tarkoitettu avuksi havainnollistamiseen. Sieltä löytyy myös tietopaketti matemaattisista käsitteistä.

Kirjasarjaan on saatavilla opetuskalvopohjat, joissa on jokaista oppituntia varten kalvopohja, johon on koottu oppitunnin keskeinen oppiaines, uudet tehtävätyypit sekä jokin oppimista tukeva ongelmanratkaisutehtävä tai leikki.



Yhteistoiminnallinen aukeama; monikulmioiden kulmien summa

Tavoitteena on

- kerrata monikulmioiden kulmien summan laskemista,
- oppia yhteistoimintataitoja.

Tutkimme monikulmioiden kulmien summaa

Palautetaan mieleen kolmion ja nelikulmion kulmien summan laskeminen.
Tutkitaan pahvista leikattua kolmiota. Leikataan kulmat ja asetetaan vierekkäin piirtoheittimellä kuvan tapaan:

Vierekkäin asetetut kulmat muodostavat oikokulman eli 180°.

Piirretään taululle nelikulmio ABCD ja siihen lävistäjä AC.

Tutkitaan ensin kolmiota ACD. Kolmion kulmien summa on aina 180°, joten kolmion ACD kulmien summa on 180°. Todetaan, että myös kolmion ABC kulmien summa on 180°, joten nelikulmion kulmien summa on 180° + 180° = 360°.

Oppikirjan sivuilla 216–217 tutkitaan yhdessä parin kanssa, onko muiden monikulmioiden kulmien summa aina vakio. Mitataan kulmat geokolmiolla ja lasketan kulmien summat laskinta apuna käyttäen.

Harjoituksia

Tosi vai epätosi
Opettaja sanoo väittämiä ja oppilaat vastaavat peukaloita ylös nostamalla (tosi) ja peukaloita alaspäin kääntämällä (epätosi).

- Neliö on aina myös suunnikas. (tosi)
- Neliön voi jakaa lävistäjällä kahteen yhtäsuureen kolmioon. (tosi)
- Kolmiossa on yksi lävistäjä. (epätosi, ei yhtään)
- Viisikulmio on monikulmio. (tosi)
- Suunnikas on aina nelikulmio. (tosi)
- Viisikulmio voi olla suunnikas. (epätosi)
- Kolmio voi olla tasakylkinen. (tosi)
- Kolmion kulmien summa on aina 360°. (epätosi, 180°)
- Viisikulmion kulmien summa on 540°. (tosi)
- Nelikulmion kulmien summa on 360°. (tosi)
- Viisikulmiossa on 6 lävistäjää. (epätosi, 5)
- Kuusikulmiossa on 5 lävistäjää. (epätosi, 9)

Kolmiopeli
Oppilasparilla on 6 kertaa 6 ruudun kokoinen ruudukko ja kummallakin erivärinen värikynä.

Kumpikin pelaaja piirtää omalla vuorollaan suorakulmaisen kolmion, jonka kaksi sivua on ruudun sivun mittaisia. Kolmiot eivät saa koskettaa toisiaan. Pelin voittaa pelaaja, joka saa piirtää viimeisen kolmion.

108 6. Geometriaa

Tutkimme monikulmioiden kulmien summaa

Kolmion kulmien summa on 180°.

Onko muidenkin monikulmioiden kulmien summa vakio?

1. NELIKULMIOT: Kulmien summa = 360°; Kulmien summa = 360°; Kulmien summa = 360°
VIISIKULMIOT: Kulmien summa = 540°; Kulmien summa = 540°; Kulmien summa = 540°

216

2. Taulukoi ja piirrä diagrammi kulmien summista.

Kuvio	Kulmien lukumäärä	Kulmien summa
Kolmio	3	180°
Nelikulmio	4	360°
Viisikulmio	5	540°
Kuusikulmio	6	720°
7-kulmio	7	900°
8-kulmio	8	1 080°
9-kulmio	9	1 260°
10-kulmio	10	1 440°
11-kulmio	11	1 620°
12-kulmio	12	1 800°

a) Mikä on kuusikulmion kulmien summa? v: 720°
b) Minkä monikulmion kulmien summa on 1 440°? v: 10-kulmion
c) Minkä monikulmion kulmien summa on 540°? v: Viisikulmion
d) Monikulmiossa on täsmälleen 7 kulmaa. Mikä on tällaisen kuvion kulmien summa? v: 900°

3. Monikulmiot voidaan jakaa kolmioiksi. Monikulmioiden kulmien summa voidaan päätellä kolmioiden avulla.
Kuusikulmio: 4 kolmiota, 4 · 180° = 720°
Seitsemänkulmio: 5 kolmiota, 5 · 180° = 900°
Kahdeksankulmio: 6 kolmiota, 6 · 180° = 1 080°

217

1. Merkitse taulukkoon rasti sopivien nimitysten kohdalle.

Kolmio	A	B	C	D	E
Tasakylkinen	X	X	X	X	
Tasasivuinen	X				
Ei-tasakylkinen					X

★ Kuinka monta neliötä on kuviossa? 10 neliötä

2. Piirrä kuvio, jossa on täsmälleen 5 lävistäjää. 5-kulmiossa on täsmälleen 5 lävistäjää

Pohdittavaa

Oppilaat piirtävät paperille 5 kertaa 5 ruudun ruudukon.

Tehtävänä on jakaa neliö viiteen osaan siten, että jokaisen osan piiri on 10 ruutua. Osat saavat olla erikokoisia ja erimuotoisia. Yritetään löytää useita ratkaisuja.

Esim.

Päässälaskuja

Opettaja valitsee ja lukee tehtävät sekä merkitsee luvut taululle.

1. Kolmion kaksi kulmaa ovat 30° ja 50°. Kuinka suuri on kolmas kulma? (100°)
2. Kolmion kaksi kulmaa ovat kumpikin 45°. Kuinka suuri on kolmas kulma? (90°)
3. Kolmion yksi kulma on 75° ja toinen 55°. Kuinka suuri on kolmas kulma? (50°)
4. Kolmion kaksi kulmaa ovat 25° ja 40°. Kuinka suuri on kolmas kulma? (115°)
5. Kolmiossa on yksi suorakulma. Toinen kulma on kolmasosa suorakulmasta. Kuinka suuri on kolmas kulma? (60°)
6. Kolmion yksi kulma on 70° ja toinen on puolet siitä. Kuinka suuri on kolmas kulma? (75°)
7. Kolmio on tasasivuinen. Kuinka suuri on yksi kulma? (60°)
8. Kolmion yksi kulma on suorakulma ja toinen on viidesosa siitä. Kuinka suuri on kolmas kulma? (72°)

Vihkolaskuja

Opettaja/oppilas kirjoittaa tehtävät taululle. Muut kopioivat ne vihkoihinsa.
Mikä monikulmio? Sen kulmien summa on

1. 360°. (neliö)
2. 540°. (5-kulmio)
3. 900°. (7-kulmio)
4. 1 260°. (9-kulmio)
5. 1 800°. (12-kulmio)

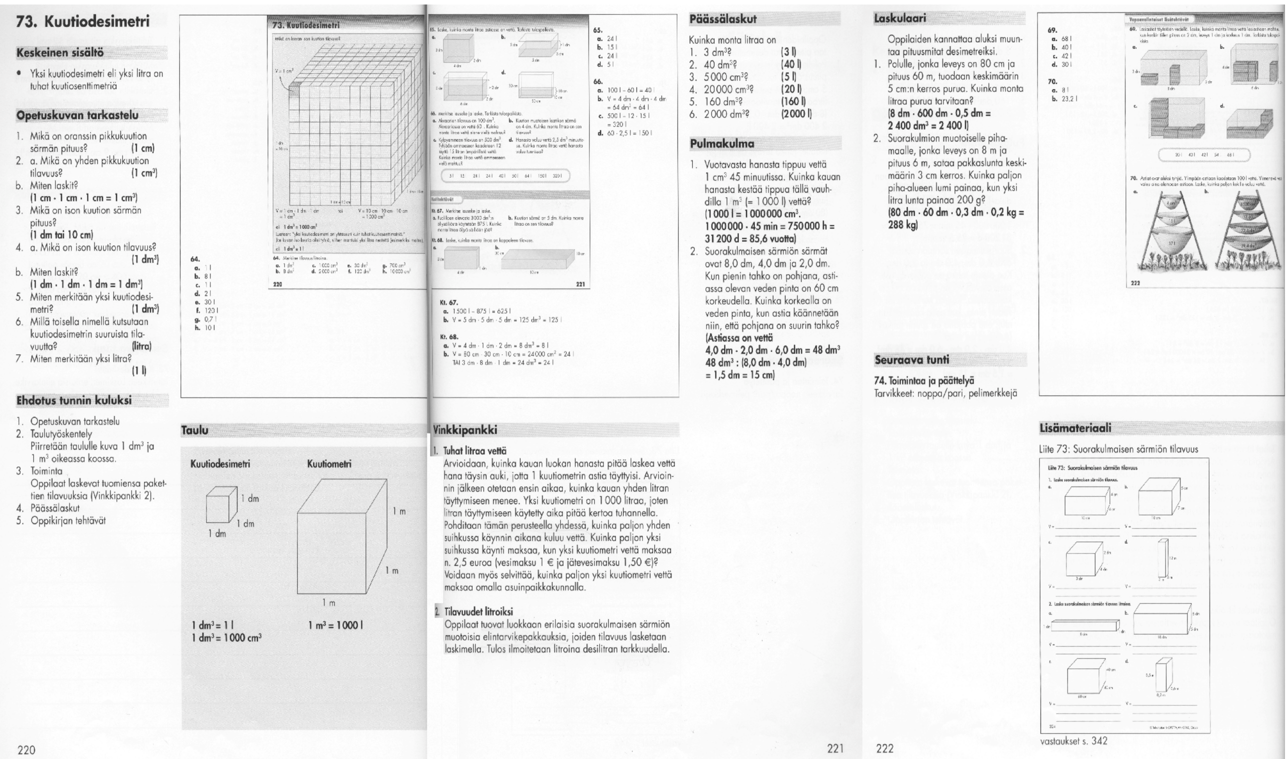
6. Geometriaa 109

KUVIO 6. Matikkamatka 6 opettajan oppaan aukeama.

8.1.3 Tuhattaituri 6

Tuhattaituri 6 (Otava 2006) opettajan oppaassa ja oppilaan kirjassa tuntikokonaisuus koostuu kolmesta sivusta (kuvio 7). Oppilaan kirjan ensimmäisillä sivuilla ovat opetuskuva, perustehtävät ja kotitehtävät ja kolmansilla sivuilla ovat vapaavalintaiset lisätehtävät. Jokainen osio päättyy Mitä osaan? – kokonaisuuteen, jossa on kertaustehtäviä ja tiivistelmä osion asioista. Opettajan opas noudattaa samaa rakennetta. Oppilaan kirjassa sinisellä pohjalla oleva kuva on opetuskuva, jota varten opettajan oppaassa annetaan opettajalle kysymyksiä ja vinkkejä kuvan tarkastelua varten. Opetuskuva sisältää uuden aiheen keskeisen sisällön. Opettajan ohjeissa kuvaillaan kyseisen luvun keskeinen sisältö ja annetaan ehdotus tunnin kuluksi sekä malli taulutyöskentelyä varten. Opettajan oppaasta löytyy lisäksi vinkkipankki, jonka kerrotaan tarjoavan usein toiminnallisia ideoita matematiikan opetukseen. Vinkkipankista löytyy pelejä ja muita harjoituksia.

Oppaassa on päässälaskuja, pulmakulman tehtäviä, laskulaari ja tietolaari. Opettajan oppaan mukaan päässälaskut johdattavat kohti opittavaa asiaa ja pulmakulman tehtävät ovat vaativia pohdintatehtäviä, jotka sopivat ratkaistavaksi yhdessä keskustelemalla tai pienissä ryhmissä pohdittaviksi. Laskulaarissa on tunnille sopivia sanallisia tehtäviä sekä vihjeitä, miten niiden ratkaisemista voi ohjata. Sekä osa pulmakulmien että laskulaarien tehtävistä on koottu liitteeseen opettajan oppaan loppuun. Tietolaarissa on puolestaan opettajalle lisätietoa opetettavasta asiasta. Luvun lopussa opettajan oppaassa on kirjattuna seuraavan tunnin aihe. Joiltakin sivuilta löytyy myös ohjausvinkki vaativaa perustehtävää varten. Aiheeseen liittyvät lisämonisteet, joiden kerrotaan sopivan kertaamiseen ja eriyttämiseen, on kuvattuna aina sillä sivulla, jonka aiheeseen kyseinen lisämoniste liittyy.



73. Kuutiodesimetri

Keskeinen sisältö

- Yksi kuutiodesimetri eli yksi litra on tuhat kuutiosenttimetriä

Opetuskuvan tarkastelu

1. Mikä on oranssin pikkukuution särmän pituus? **(1 cm)**
2. a. Mikä on yhden pikkukuution tilavuus? **(1 cm³)**
   b. Miten laskit? **(1 cm · 1 cm · 1 cm = 1 cm³)**
3. Mikä on ison kuution särmän pituus? **(1 dm tai 10 cm)**
4. a. Mikä on ison kuution tilavuus? **(1 dm³)**
   b. Miten laskit? **(1 dm · 1 dm · 1 dm = 1 dm³)**
5. Miten merkitään yksi kuutiodesimetri? **(1 dm³)**
6. Millä toisella nimellä kutsutaan kuutiodesimetrin suuruista tilavuutta? **(litra)**
7. Miten merkitään yksi litra? **(1 l)**

Ehdotus tunnin kuluksi

1. Opetuskuvan tarkastelu
2. Taulutyöskentely
   Piirretään taululle kuva 1 dm³ ja 1 m³ oikeassa koossa.
3. Toiminta
   Oppilaat laskevat tuomiensa pakettien tilavuuksia (Vinkkipankki 2).
4. Päässälaskut
5. Oppikirjan tehtävät

64.
a. 1 l
b. 8 l
c. 1 l
d. 2 l
e. 30 l
f. 120 l
g. 0,7 l
h. 10 l

Kt. 67.
a. 1500 l – 875 l = 625 l
b. V = 5 dm · 5 dm · 5 dm = 125 dm³ = 125 l

Kt. 68.
a. V = 4 dm · 1 dm · 2 dm = 8 dm³ = 8 l
b. V = 80 cm · 30 cm · 10 cm = 24000 cm² = 24 l
TAI 3 dm · 8 dm · 1 dm = 24 dm³ = 24 l

Taulu

Kuutiodesimetri — 1 dm, 1 dm, 1 dm
1 dm³ = 1 l
1 dm³ = 1000 cm³

Kuutiometri — 1 m, 1 m, 1 m
1 m³ = 1000 l

Vinkkipankki

1. Tuhat litraa vettä
Arvioidaan, kuinka kauan luokan hanasta pitää laskea vettä hana täysin auki, jotta 1 kuutiometrin astia täyttyisi. Arvioinnin jälkeen otetaan ensin aikaa, kuinka kauan yhden litran täyttymiseen menee. Yksi kuutiometri on 1000 litraa, joten litran täyttymiseen käytetty aika pitää kertoa tuhannella. Pohditaan tämän perusteella yhdessä, kuinka paljon yhden suihkussa käynnin aikana kuluu vettä. Kuinka paljon yksi suihkussa käynti maksaa, kun yksi kuutiometri vettä maksaa n. 2,5 euroa (vesimaksu 1 € ja jätevesimaksu 1,50 €)? Voidaan myös selvittää, kuinka paljon yksi kuutiometri vettä maksaa omalla asuinpaikkakunnalla.

2. Tilavuudet litroiksi
Oppilaat tuovat luokkaan erilaisia suorakulmaisen särmiön muotoisia elintarvikepakkauksia, joiden tilavuus lasketaan laskimella. Tulos ilmoitetaan litroina desilitran tarkkuudella.

Päässälaskut

Kuinka monta litraa on
1. 3 dm³? **(3 l)**
2. 40 dm³? **(40 l)**
3. 5000 cm³? **(5 l)**
4. 20000 cm³? **(20 l)**
5. 160 dm³? **(160 l)**
6. 2000 dm³? **(2000 l)**

Pulmakulma

1. Vuotavasta hanasta tippuu vettä 1 cm³ 45 minuutissa. Kuinka kauan hanasta kestää tippua tällä vauhdilla 1 m³ (= 1 000 l) vettä? **(1 000 l = 1 000 000 cm³. 1 000 000 · 45 min = 750 000 h = 31 200 d = 85,6 vuotta)**
2. Suorakulmaisen särmiön särmät ovat 8,0 dm, 4,0 dm ja 2,0 dm. Kun pienin tahko on pohjana, astiassa olevan veden pinta on 60 cm korkeudella. Kuinka korkealla on veden pinta, kun astia käännetään niin, että pohjana on suurin tahko? **(Astiassa on vettä 4,0 dm · 2,0 dm · 6,0 dm = 48 dm³ 48 dm³ : (8,0 dm · 4,0 dm) = 1,5 dm = 15 cm)**

Laskulaari

Oppilaiden kannattaa aluksi muuntaa pituusmitat desimetreiksi.
1. Polulle, jonka leveys on 80 cm ja pituus 60 m, tuodaan keskimäärin 5 cm:n kerros purua. Kuinka monta litraa purua tarvitaan? **(8 dm · 600 dm · 0,5 dm = 2 400 dm³ = 2 400 l)**
2. Suorakulmion muotoiselle pihamaalle, jonka leveys on 8 m ja pituus 6 m, sataa pakkaslunta keskimäärin 3 cm kerros. Kuinka paljon piha-alueen lumi painaa, kun yksi litra lunta painaa 200 g? **(80 dm · 60 dm · 0,3 dm · 0,2 kg = 288 kg)**

Seuraava tunti

74. Toimintaa ja päättelyä
Tarvikkeet: noppa/pari, pelimerkkejä

Lisämateriaali

Liite 73: Suorakulmaisen särmiön tilavuus

vastaukset s. 342

220 221 222

KUVIO 7. Tuhattaituri 6 opettajan oppaan aihekokonaisuus.

8.2 Tutkimusongelmat

Tutkimusongelmista kolme ensimmäistä ovat MOT-hankkeen yhteisiä ongelmia, eli kaikki tutkijat pyrkivät vastaamaan niihin tutkimansa opettajan oppaan osalta ja kaksi viimeistä kysymystä ovat vain tämän tutkimuksen tutkimusongelmia. Lisäksi tarkensimme projektin yhteisiä ongelmia joillakin omilla alaongelmillamme.

1. Miten opettajan oppaat ja niihin liittyvä oheismateriaali tukevat oppilaan matemaattiseen osaamisen (mathematical proficiency) piirteiden kehittymistä?

- Miten osaamisen viisi piirrettä ilmenee opettajan oppaissa?
- Miten opettajan oppaat eroavat toisistaan?
- Miten osaamisen viisi piirrettä ilmenee opettajan oppaiden oheismateriaaleissa?

2. Minkälaisia ovat oppimateriaalin harjoitustehtävät?

- Millainen on erilaisten harjoitustehtävien esiintyvyys kussakin opettajan oppaassa?
- Miten opettajan oppaat eroavat tosistaan harjoitustehtävien suhteen?
- Miten eritasoiset harjoitustehtävät sijoittuvat opettajan oppaassa?

3. Miten oppimateriaali vastaa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin?

- Mitkä perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeista löytyy opettajan oppaista?
- Miten opettajan oppaiden prosenttilaskuosioiden sisällöt vastaavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 pohjalta laadittuja tarkempia sisältönormeja?

4. Miten konstruktivismi näkyy opettajan oppaissa ja niihin liittyvissä lisämonisteissa sekä oheismateriaaleissa?

5. Miten oppimateriaali tukee eriyttämistä?

- Millaisia ovat opettajan oppaiden geometria- ja prosenttilaskuosioiden tehtävät?
- Millainen on erilaisten tehtävien esiintyvyys opettajan oppaiden lisämonisteissa?

- Millaisia tehtäviä eri oheismateriaalit sisältävät?
- Millainen on erilaisten tehtävien esiintyvyys oheismateriaaleissa?

8.3 Tutkimusmenetelmät

Kvalitatiivinen tutkimus on luonteeltaan kokonaisvaltaista tiedon hankintaa. Tutkija luottaa enemmän omiin havaintoihinsa kuin mittausvälineillä saatuun tietoon (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara. 1997, 155). Taustalla vaikuttaa konstruktivistinen ontologia, jonka mukaan todellisuus rakentuu sosiaalisesti, sekä konstruktivistinen metodologia, jonka mukaan tietoa saadaan tekemällä tulkintoja todellisuudesta. (Heikkinen, Huttunen, Niglas & Tynjälä 2005, 342). Kvantitatiivisen tutkimuksen alkujuuret ovat puolestaan luonnontieteissä ja siinä korostetaan syyn ja seurauksen lakeja (Hirsjärvi ym. 1997, 129). Taustalla vaikuttaa realistinen ontologia, jonka mukaan on olemassa yksi todellisuus, joka on sama kaikille. Tavoitteena on löytää todellisuus sellaisena kuin se on tutkijan toimiessa todellisuuden ulkopuolisena tarkkailijana. (Heikkinen ym. 2005, 342.) Kvantitatiivisessa tutkimusotteessa edellytetään menetelmiä, joiden avulla saatu tieto on määrällistettävissä eli kvantifioitavissa (Soininen 1995, 34).

Kvalitatiivista tutkimusta määritellään ja kuvaillaan usein suhteessa kvantitatiiviseen tutkimukseen (Eskola & Suoranta 1998, 13). Hirsjärven ym. (1997, 125) mukaan kvantitatiivista ja kvalitatiivista tutkimusta on kuitenkin käytännössä vaikea tarkkarajaisesti erottaa toisistaan ja ne voidaankin nähdä toisiaan täydentävinä lähestymistapoina. Kvantitatiivisia ja kvalitatiivisia menetelmiä voidaan käyttää rinnakkain. Pertti Alasuutarin (1994, 23) mukaan kvalitatiivista ja kvantitatiivista analyysiä voidaan pitää tietyssä mielessä jatkumona, ei toisensa pois sulkevina analyysimalleina. Luokittelun, tulkinnan ja päättelyn prosessit ovat perusteiltaan samoja molemmissa tutkimusotteissa (Mäkelä 1990, 45). Tässä tutkimuksessa käytämme osittain kvalitatiivista ja osittain kvantitatiivista lähestymistapaa.

8.3.1 Kvalitatiivinen tutkimus ja sisällönanalyysi

Kvalitatiivinen tutkimusote on taustafilosofialtaan hermeneuttinen. Se on lähestymistapa, jossa tulkinta ja ymmärtäminen ovat keskeistä. Ymmärtäminen on tulkintaa, joka laajenee kielen ilmaisusta koko sosiaaliseen todellisuuteen. (Soininen 1995, 34.) Kvalitatiivisessa tutkimuksessa pyritään kuvaamaan jotakin tapahtumaa, ymmärtämään tiettyä toimintaa tai antamaan teoreettisesti mielekäs tulkinta jostakin ilmiöstä. Kvalitatiivisessa tutkimuksessa aineisto rajataan teoreettista kattavuutta silmälläpitäen. Tutkittu tapaus nähdään esimerkkinä yleisestä, jolloin on tärkeää, että aineiston keruuta ohjaa jäsentynyt teoreettinen viitekehys. Tutkimuksessa kun ei ole tarkoituksena ainoastaan kuvata aineistoa vaan luoda siitä teoreettisesti kestäviä näkökulmia. (Eskola & Suoranta 1998, 61–65.)

Kvalitatiivisen tutkimuksen yleisimmät aineistonkeruumenetelmät ovat haastattelu, kysely, havainnointi ja erilaisiin dokumentteihin perustuva tieto (Tuomi & Sarajärvi 2002, 73). Aina tutkijan ei ole siis tarpeen kerätä uutta aineistoa tehdäkseen empiiristä tutkimusta, koska kvalitatiivisen tutkimuksen kohteena voi olla jokin valmis aineisto. Kvalitatiivisella aineistolla tarkoitetaan yksinkertaisimmillaan aineistoa, joka on tekstiä. Teksti voi olla syntynyt tutkijasta riippuen tai riippumatta. Tutkijasta riippumatta syntyneitä tekstejä ovat esimerkiksi päiväkirjat, kirjeet ja muuta tarkoitusta varten tuotettu kirjallinen ja kuvallinen aineisto tai äänimateriaali. (Eskola & Suoranta 1998, 15, 117–118.) Uusitalon (1991, 94) mukaan valmiit aineistot voidaan jakaa viiteen luokkaan: aikaisempien tutkimusten aineistot, erilaiset tilastot, henkilökohtaiset dokumentit (kirjeet, päiväkirjat jne.), organisaatioiden asiakirjat (pöytäkirjat ja lausunnot) sekä joukkotiedotuksen ja kulttuurin tuotteet, joita ovat muun muassa radio- ja tv-ohjelmat, elokuvat ja lehdet. Tässä tutkimuksessa tutkimuskohteenamme olevat osiot matematiikan opettajan oppaista ja oheismateriaaleista ovat valmista kirjallista aineistoa, joka kuuluvat kulttuurin tuotteiden luokkaan.

Juha Hämäläisen (1987) mukaan kvalitatiivisen aineiston analyysin tarkoituksena on luoda sanallinen ja selkeä kuvaus tutkittavasta ilmiöstä. Hajanaisesta aineistosta pyritään saamaan esille selkeää ja yhtenäistä informaatiota. Analyysillä pyritään järjestämään ja selkeyttämään aineistoa, jotta tutkittavasta ilmiöstä voidaan tehdä luotettavia johtopäätöksiä. (Tuomi & Sarajärvi 2002,105, 110.)

Jari Eskola (2001, 136) jaottelee kvalitatiivisen analyysin aineistolähtöiseen, teoriasidonnaiseen ja teorialähtöiseen analyysiin. Tässä jaottelussa keskeistä on tutkijan suhde teoriaan. Tuomi ja Sarajärvi (2002, 97–101) määrittelevät näitä analyysitapoja. Heidän mukaansa aineistolähtöisessä analyysissä aikaisemmilla havainnoilla, tiedoilla tai teorioilla ei pitäisi olla mitään tekemistä analyysin toteuttamisen tai lopputuloksen kanssa. Analyysiyksiköt eivät ole etukäteen harkittuja ja valittuja, vaan ne valitaan aineistosta tutkimuksen tarkoituksen ja tehtävänasettelun mukaisesti. Analyysin avulla pyritään luomaan tutkimusaineistosta teoreettinen kokonaisuus ja tulokseksi on tarkoitus saada teoreettinen ymmärrys tutkittavasta asiasta.

Teoriasidonnaisessa analyysissä edetään aluksi aineistolähtöisesti, mutta analyysin loppuvaiheessa tuodaan analyysia ohjaavaksi tekijäksi valittu teoreettinen viitekehys. Analyysissä vaihtelevat aineistolähtöisyys ja valmiit mallit, joita tutkija pyrkii yhdistelemään toisiinsa. Teorialähtöinen analyysi nojaa taas johonkin tiettyyn teoriaan tai malliin. Tutkittava ilmiö määritellään jo jonkin tunnetun mukaisesti. Aineiston analyysiä ohjaa valmis, aikaisemman tiedon perusteella luotu viitekehys. Aineisto suhteutetaan tutkimuksen teoreettisessa osassa hahmoteltuihin valmiisiin kategorioihin. Tutkimuskysymyksetkin asetetaan suhteessa valittuun teoreettiseen viitekehykseen ja valmiisiin kategorioihin. (Tuomi & Sarajärvi 2002, 97–101.)

Perusanalyysimenetelmä, jota voidaan käyttää kaikissa kvalitatiivisen tutkimuksen perinteissä, on sisällönanalyysi, joka on tekstianalyysiä (Tuomi & Sarajärvi 2002, 93). Menetelmän avulla voidaan analysoida dokumentteja systemaattisesti ja objektiivisesti. Sisällönanalyysillä järjestetään, kuvaillaan ja kvantifioidaan tutkittavaa ilmiötä. (Kyngäs & Vanhanen 1999, 3.) Käytämme tässä tutkimuksessa analyysimenetelmänä sisällönanalyysia, koska tarkoituksenamme on kuvata dokumenttien sisältöä sekä sanallisesti että määrällisesti. Tuomen ja Sarajärven (2002, 107–109) mukaan dokumenttien määrällistä analyysia, jossa dokumentin sisältöä kuvataan kvantitatiivisesti, voidaan kutsua sisällön erittelyksi. Sisällönanalyysillä tarkoitetaan taas dokumenttien sisällön kuvaamista sanallisesti. Kuitenkaan näiden mainittujen käsitteiden erottamista ei nähdä kovin tarpeellisena, joten sisällönanalyysistä puhuttaessa voidaan tarkoittaa sekä sisällönanalyysiä että sisällön erittelyä.

Sisällönanalyysin voi toteuttaa aineistolähtöisesti, teoriasidonnaisesti tai teorialähtöisesti (Tuomi & Sarajärvi, 2002). Analysoinnin etenemistapaa voidaan kuvailla myös käsittein induktiivinen ja deduktiivinen. Edellinen tarkoittaa sitä, että aineistoa pelkistetään ja siitä tehdään kategorioita. Jälkimmäisellä tarkoitetaan taas etenemistapaa, jossa aineiston analysointia ohjaa aikaisempaan tietoon pohjautuva analyysirunko. Analyysirunko voi olla väljä, jolloin sen sisälle voidaan muodostaa kategorioita myös aineistosta, tai se voi olla strukturoitu, jolloin aineistosta poimitaan vain analyysirunkoon sopivia asioita. (Kyngäs & Vanhanen 1999.) Tutkimuksessamme tulemme käyttämään deduktiivista sisällönanalyysitapaa, eli teorialähtöistä sisällönanalyysia, koska analyysiämme ohjaa aikaisemman tiedon pohjalta luotu kehys. Hahmottelemme kategoriat, joihin aineisto suhteutetaan, teorioiden pohjalta. Tutkimuksessamme käytämme sekä strukturoituja että väljiä analyysirunkoja. Jossain tapauksissa jo valmiiksi hahmotellut kategoriat eivät riittäneet ja meidän piti muodostaa uusia kategorioita aineistolähtöisesti.

Analysoinnin etenemistavasta huolimatta sisällönanalyysin ensimmäinen vaihe on analyysiyksikön määrittäminen. Tämän jälkeen aineisto luetaan useita kertoja läpi, jonka jälkeen etenemistä säätelee se, ohjaako analyysiä aineisto vai ennalta valitut kategoriat. (Kyngäs & Vanhanen 1999, 5.) Tutkimuksessamme analyysiyksikkö on tehtävä ja ohje, joiden analyysiä ohjaa siis etukäteen luodut kategoriat.

8.3.2 Kvantitatiivinen tutkimus ja sisällönanalyysi

Positivistinen tutkimusote, joka edustaa kvantitatiivista lähestymistapaa, liitetään yleensä galileiseen tieteen traditioon, joka selittää ihmisen käyttäytymistä ns. ärsyke-reaktio –kielen avulla (Soininen 1995, 30). Galileisessa ajattelussa keskeistä on tutkia syyn ja seurauksen logiikkaa eli kausaalisuhteita (Heikkinen ym. 2005, 341). Kvantitatiivisen eli tilastollisen tutkimuksen avulla selvitetään lukumääriin ja prosenttiosuuksiin liittyviä kysymyksiä sekä eri asioiden välisiä riippuvuuksia. Asioita kuvataan numeerisesti ja tuloksia voidaan havainnollistaa taulukoin tai kuvioin. Otoksen pitää olla riittävän suuri ja edustava. (Heikkilä 1998, 16.)

Määrällistä analyysiä voidaan soveltaa myös kvalitatiiviseen aineistoon (Eskola & Suoranta 1998, 164). Alasuutarin (1994, 173) mukaan laadullista aineistoa analysoitaessa voidaan argumentoida määrällisillä suhteilla edellyttäen, että tapauksia on riittävästi. Sisällönanalyysiä voidaan jatkaa luokittelun tai kategorioiden muodostamisen jälkeen aineiston kvantifioinnilla (Tuomi & Sarajärvi 2002, 117). Tässä tutkimuksessa käytämme kvalitatiivisen analyysin lisäksi määrällistä analyysiä laadulliseen aineistoomme, mitä voidaan pitää sisällönanalyysiin kuuluvana kvantifioimisena. Aineistoon, johon tulemme määrällistä analyysiä käyttämään, koostuu yhteensä 2844 tapauksesta. Kvantitatiivisena analyysimenetelmänä käytämme pääasiassa ristiintaulukointia, jonka yhteydessä käytämme myös Khiin neliötestiä. Metsämuurosen (2000, 46, 53) mukaan ristiintaulukoinnin avulla voidaan havainnollistaa kahden tai useamman muuttujan välistä riippuvuutta ja Khiin neliötestillä voidaan tutkia, ovatko erot tutkittujen muuttujien välillä tilastollisesti merkitseviä.

9 AINEISTON ANALYYSI

Analysoidessamme aineistoamme tarkastelemme, miten matemaattisen osaamisen piirteet näkyvät opettajan oppaissa, niihin liittyvissä lisämonisteissa ja oheismateriaalissa. Lisäksi luokittelemme opettajan oppaan sekä lisämonisteiden ja oheismateriaalien tehtäviä ja ohjeita niiden vaatimusten mukaan seuraaville tasoille: laskutaito/ymmärtäminen, ymmärtäminen/soveltaminen ja soveltaminen/analysointi. Luokittelemme tehtäviä niiden avoimuuden mukaan ja sen mukaan, kuuluvatko ne sievennys-, tuottamis-, tunnistamis-, mittaamis- vai muu-luokkaan. Edellä luetelluista kategorioista yhteisiä MOT-hankkeelle ovat tehtävien vaikeustasot, avoin/suljettu-kategoriat sekä sievennys-, tuottamis- ja tunnistamistehtä-vät. Emme kuitenkaan analysoi Matikkamatka 6 opetuskalvopohjien tehtäviä, Laskutaito 6 opettajan oppaassa opettajalle annettuja esimerkkitehtäviä ja Tuhattaituri 6:n taulutyöskentelymallissa olevia esimerkkitehtäviä niiden tasojen, avoimuuden ja luokan mukaan. Kyseiset tehtävät toimivat vain uutta asiaa havainnollistavina esimerkkitehtävinä, jotka toimivat opettajalle pedagogisena vinkkinä, kuinka asian mahdollisesti voisi opettaa.

Analysoimme aineistoamme myös siitä näkökulmasta, miten opetussuunnitelman tavoitteet ja sisällöt sekä vallalla olevan oppimiskäsityksen piirteet näkyvät aineistossa. Seuraavassa kerromme tarkemmin analyysirungoistamme, kategorioista ja niiden kriteereistä.

9.1 Matemaattisen osaamisen piirteet

Tutkimme opettajan oppaiden aukeamia, lisämonisteita sekä muita tutkimuskohteenamme olevia oheismateriaaleja siitä näkökulmasta, miten ne kehittävät matemaattisen osaamisen piirteitä. Alla olevaan taulukkoon 1 olemme tiivistäneet Kilpatrickin ym. (2001) kuvailemat matemaattisen osaamisen piirteiden tunnusmerkit. Näitä tunnusmerkkejä apuna käyttäen etsimme, miten matemaattisen osaamisen piirteet ilmenevät aineistossa.

TAULUKKO 1. Matemaattisen osaamisen piirteiden tunnusmerkkejä (ks. Kilpatrick ym. 2001).

Käsitteellinen ymmärtäminen	**Proseduraalinen sujuvuus**	**Strateginen kompetenssi**
o matemaattisten käsitteiden yhteys o käsitteiden käyttöyhteyden ymmärtäminen o uusien asioiden yhdistäminen aiemmin opittuun	o proseduurien opettelu ja käyttö o peruslaskutoimitusten harjoittelu o apuvälineiden käyttö	o ongelman muotoilu o strategian valinta o ei-rutiininomaiset tehtävät
Mukautuva päättely	**Matematiikkakuva**	
o rutiininomaiset tehtävät, pieni siirtovaikutus o omien perusteluiden ilmaiseminen	o matematiikan hyödyllisyys o onnistumisen kokemukset	

9.2 Tehtävien analysointi

Tässä luvussa kerromme, millä perusteilla analysoimme ja luokittelemme aineistomme tehtäviä. Jotta tulosten yhteydessä saisimme tarkempaa informaatiota tehtävien sijoittumisesta opettajan oppaissa, määrittelemme tehtävien tehtävälajin sen mukaan, miten ne on opettajan oppaissa nimetty. Tehtävälajeja ovat perusopetusaukeaman tehtävät, päässälaskut, lisätehtävät, kotitehtävät, pohdittavaa-tehtävät, vihkolaskut, laskulaarin tehtävät, pulmakulman tehtävät, pelit ja leikit. Lisäksi nimesimme yhden tehtävälajin nimellä muut, jolla tarkoitamme opettajan oppaassa olevia sekalaisia harjoituksia, jotka on nimetty vain harjoituksiksi tai ne eivät kuulu mihinkään edellä mainittuun lajiin.

9.2.1 Tehtävän tasot

Erkki Kangasniemen (1989, 101–102) mukaan matematiikan tehtävät voidaan luokitella neljään tasoon sen mukaan, minkälaista käyttäytymistä ne vaativat. Nämä luokat perustuvat Wilsonin (1971) taksonomiaan. Tasoja ovat: laskutaito, ymmärtäminen, soveltaminen ja analysoiminen.

Laskutaito sisältää yksinkertaisia muistamisharjoituksia ja rutiininomaisia käsittelyharjoituksia. Tämän tason tehtävät edustavat operaatioita, jotka eivät vaadi oppilaalta päätöksentekoa tai monimutkaista muistamista. Tärkein esimerkki tämän tasoisesta käyttäytymisestä on algoritmien noudattaminen, samoin matemaattisten käsitteiden käyttökyky kuuluu laskutaito-tason käyttäytymiseen.

Keskeinen ymmärtämiseen liittyvä käyttäytyminen on kyky muuntaa tehtävän elementit muodosta toiseen, eli kykyä kääntää elementit verbaalisesta muodosta graafiseen muotoon tai verbaalisesta muodosta matemaattiseen muotoon tai päinvastoin. Laskutaidon ja ymmärtämisen välinen raja on keinotekoinen ja käytännön laskutaitoon liittyy joskus myös ymmärtämistason käyttäytymistä. Ymmärtämistason käyttäytymiseen liittyy kyky tunnistaa matemaattisia periaatteita, sääntöjä ja yleistyksiä sekä laskea ja tulkita tehtävää. Ymmärtämiseen liittyy myös kyky vastaanottaa tietoa matemaattisesti ja kommunikoida matemaattisesti. Samoin kyky laskea ja tulkita matemaattista tehtävää on esimerkki ymmärtämiskäyttäytymisestä. (Kangasniemi 1989, 102–104.)

Soveltamistason käyttäytyminen sisältää kykyä ratkaista rutiiniongelmia rajoitetussa tapauksessa ja tehdä algoritmin valintoja sekä suorittaa niitä. Soveltamistason tehtävät ovat siis rutiinitehtäviä siinä mielessä, että tehtävän osiot on saatettu oppia aikaisemmin. Olennaista on reaktioiden ja käyttäytymismallien peräkkäisyys. Tämän tason tehtävä voi sisältää myös periaatteen tai säännön valinnan. Sanallisen tehtävän yhteydessä ongelman muotoileminen kuluu tämän tason käyttäytymiseen. Soveltamistason käyttäytymistä on myös kyky suorittaa vertailuja ja analysoida tietoa sekä erotella ja yhdistellä tietoja. (Kangasniemi 1989, 104–106.)

Analysoiminen on korkein käyttäytymistaso. Siihen kuuluu ei-rutiiniomainen ongelmanratkaisu, keksimisen kokemukset ja luova käyttäytyminen. Se sisältää myös jonkin verran siirtovaikutusta, jota ei alemmilla tasoilla ole. Tällä tasolla täytyy luottaa enemmän kekseliääseen (heuristiseen) käyttäytymiseen. Tämän tason tehtävien tavoitteena on kehittää kykyä ratkaista tehtäviä, jotka poikkeavat aikaisemmin ratkaistuista. Tämän tason käyttäytymistä on kyky löytää uusia suhteita ja rakentaa todisteluja ja arvioida niitä. Myös kyky muodostaa ja valikoida yleistyksiä sisällytetään analyysikäyttäytymiseen. (Kangasniemi 1989, 106–108.)

Jorma Joutsenlahden (2005, 123) mukaan täsmällinen rajanveto näiden mainittujen tasojen välillä on erittäin vaikeaa ja hänen luokituksessaan on siksi kolme kognitiivista tasoa: 1) Laskutaito/Ymmärtäminen (LY-taso), 2) Ymmärtäminen/Soveltaminen (YS-taso), 3) Soveltaminen/Analyysi (SA-taso). Näiden tasojen mukaan voidaan luokitella tehtävien vaikeusastetta ja arvioida, minkä tasoista ajatteluprosessia tehtävän ratkaiseminen edellyttää. LY-tasolla korostuvat proseduraalisen tiedon hallinta eli faktojen muistaminen ja algoritmien hallinta. YS-tasolla oppilas hallitsee proseduureja ja kykenee sekä siirtämään että soveltamaan niitä samantyyppisiin tilanteisiin. SA-tason käyttäytymistä tarvitaan ongelmanratkaisutehtävissä.

Luokittelussamme käytämme Kangasniemen (1989) neljän luokan määrittelyjä tasojen tunnuspiirteinä luokitellessamme ja analysoidessamme opettajan oppaan, sen lisämonisteiden sekä oheismateriaalien tehtäviä. Tehtävistä emme analysoi erikseen alakohtia (a-, b-, c-kohtia), vaan tehtävä alakohtineen on yksi tehtävä. Tehtävän taso määräytyy sen mukaan, millaista käyttäytymistä tehtävä vaativimmillaan edellyttää. LY-tason (laskutaito/ymmärtäminen) tehtäviksi luokittelemme tehtävät, jotka vaativat algoritmien noudattamista ja sujuvaakin käyttöä. Tämän tason tehtävät voivat vaatia myös kykyä muuntaa tehtävän elementit muodosta toiseen, verbaalisesta muodosta graafiseen muotoon tai verbaalisesta muodosta matemaattiseen muotoon tai päinvastoin. Tehtävät sisältävät rutiininomaisia käsittelyharjoituksia.

YS-tason (ymmärtäminen/soveltaminen) tehtäviksi luokittelemme rutiininomaiset tehtävät, jotka vaativat kykyä muuntaa tehtävän elementit muodosta toiseen sekä kykyä tehdä algoritmin valintoja ja suorittaa niitä. Tämän tason tehtäville on olennaista reaktioiden peräkkäisyys. Tälle tasolle kuuluvia tehtäviä ovat myös sellaiset tehtävät, jotka vaativat kykyä vertailla, erotella ja yhdistellä tietoja.

SA-tason (soveltaminen/analysoiminen) tehtäviksi luokittelemme tehtävät, jotka vaativat ei-rutiiniomaista ongelmanratkaisua. Tehtävät vaativat luovaa käyttäytymistä ja keksimistä, koska tehtävät poikkeavat aiemmin ratkaistuista tehtävistä. Tämän tason tehtäville tyypillistä on myös se, että ne vaativat lisäksi kykyä tehdä algoritmin valintoja, yhdistellä, vertailla ja erotella tietoja sekä löytää uusia suhteita.

9.2.2 Tehtävän luokka

Luokittelemme opettajan oppaiden tehtävät sen mukaan, ovatko ne sievennys-, tuottamis-, tunnistamis-, mittaamis- vai muita tehtäviä. Lisämonisteiden ja oheismateriaalien tehtäviä emme analysoi niiden luokan mukaan, koska tutkimme lisämonisteiden ja oheismateriaalien tehtäviä eriyttämisen näkökulmasta. Tällöin tehtävän luokka ei ole keskeinen tutkimuskohde, koska oleellista eriyttämisessä on tehtävien vaikeustaso ja niiden haasteellisuus oppilaalle. Tässä esiteltävät tehtävän luokat eivät ole sidoksissa tiettyyn vaikeustasoon.

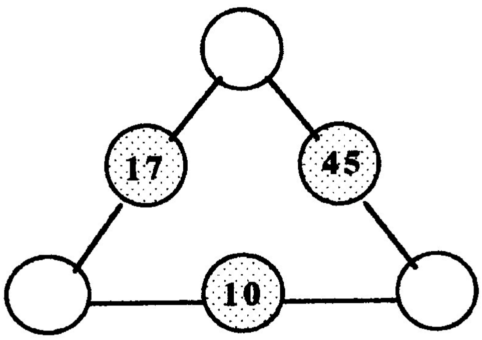
Sievennystehtävä on sellainen tehtävä, jossa on annettu valmiiksi laskulauseke ja se pitää sieventää lukuarvoksi. Tällaiset tehtävät ovat mekaanisia ja ratkaisuun sovelletaan laskulakeja ja opittuja sääntöjä. Tuottamistehtävässä ratkaisija joutuu ensin löytämään ratkaisustrategian ja sen jälkeen muodostamaan ratkaisustrategiaa kuvaavan laskulausekkeen ja sieventämään sen tai kielentämään ratkaisujaan. Vastauksena voi olla luku, johtopäätös tms. Tällaiset tehtävät ovat yleensä sanallisia. Ne voivat olla joko avoimia tai suljettuja. Tunnistamistehtävä vaatii matemaattisten käsitteiden tunnistamista ja nimeämistä sekä annettujen objektien yhdistämistä johonkin.

Mittaamistehtävä tehtäväluokan muodostimme edellä mainituista luokista poiketen aineistolähtöisesti. Ne tehtävät, jotka eivät olleet sieventämis-, tuottamis-, tai tunnistamistehtäviä luokittelimme aluksi muihin tehtäviin. Näistä muista tehtävistä erotimme vielä mittaamistehtävät omaksi luokakseen. Mittaamistehtävät ovat sellaisia tehtäviä, joissa ratkaisu pitää tuottaa ainoastaan mittaamalla, esimerkiksi viivainta tai piirtokolmiota käyttäen.

9.2.3 Tehtävän tyyppi

Luokittelemme aineistomme tehtäviä sen mukaan, ovatko ne avoimia vai suljettuja tehtävätyyppejä. Lenni Haapasalon (1994b, 44–45) mukaan suljetulla tehtävällä on alku- ja lopputilat, vain polku näiden väliltä puuttuu, kun taas avoimelta tehtävältä puuttuu joko alku- tai lopputilat tai molemmat näistä. Suljetut tehtävät ovat tarkasti määriteltyjä, niissä ei ole ylimääräistä tietoa, kun taas avoimessa tehtävässä saattaa olla mukana epäolennaista tietoa. Lisäksi avoimet tehtävät liittyvät melko usein reaalimaailman tilanteisiin, kun taas suljetut tehtävät eivät yleensä liity. Menetelmät ratkaistessa avointa tehtävää vaihtelevat joustavasti ja useita eri menetelmiä voidaan yhdistellä, kun taas suljetun tehtävän ratkaisukeinot tunnetaan suorina menetelminä (Sahlberg ym. 1994, 17).

Pehkonen (1994, 61–62) määrittelee suljetun tehtävän sellaiseksi tehtäväksi, jossa alku- ja lopputilanne on yksikäsitteisesti määritelty, ja avoimen tehtävän sellaiseksi, jossa alku- tai lopputilanne tai molemmat sisältävät useita vaihtoehtoja. Avoimissa tehtävissä on yleensä useita oikeita ratkaisuja ja ratkaisutapoja. Avoin tehtävä voi olla tutkimustehtävä, jossa on yleensä alkutilanne ja suuntaviivat ratkaisulle annettu, mutta ei selkeää lopputilannetta. Tutkimustehtävää laajempana kokonaisuutena hän mainitsee projektityön, joka myös kuuluu avoimien tehtävien luokkaan. Projektityöllä tarkoitetaan yleensä useita oppitunteja kestävää tehtävää, joka ylittää oppiainerajat. Oppilaat saavat työn aikana itse päättää muun muassa ajan käyttönsä, ryhmän sisäisen työnjaon ja tehtävän eri osa-alueiden painotuksen. Alla oleva kuvio 8 havainnollistaa avointa tehtävää.



KUVIO 8. Esimerkki avoimesta ongelmasta: numerokolmio (Pehkonen 2001, 14).

Kuviossa 8 tehtävänä on täyttää tyhjät ympyrät luvuilla siten, että jokaisen sivun lukujen summa on sama. Tehtävällä on monia eri ratkaisuvaihtoehtoja. (Pehkonen 2001, 14.)

9.3 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormien vertaaminen aineistoon

Vertaamme opettajan oppaiden sisältöjä perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 mainittuihin 6-9 vuosiluokan tavoite- ja sisältönormeihin, jotka löytyvät liitteestä 1. Tuomme esille, mitkä perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 mainitut tavoitteet ja sisällöt löytyvät tutkimistamme opettajan oppaista. Tavoitteiden yhteydessä kuvailemme, miten tavoitteet opettajan oppaissa näkyvät. Koska kaikissa analysoimissamme opettajan oppaissa on prosenttilaskuosio omana kokonaisuutenaan ja valtakunnallisen opetussuunnitelman perusteissa 2004 prosenttilasku ja prosentin käsite mainitaan luvut ja laskutoimitukset alueen sisältönä vain edellä mainituin sanoin, käytämme niiden sisältöjen analysoinnissa apuna neljän eri yliopiston normaalikoulujen opetussuunnitelmia, joissa ilmaistaan tarkemmin kuudennen vuosiluokan prosenttilaskuun liittyvät sisällöt.

Käytämme prosenttilaskuosioiden sisältöjä analysoidessamme Viikin normaalikoulun, Hämeenlinnan normaalikoulun, Kajaanin normaalikoulun ja Turun normaalikoulun kuudennen vuosiluokan opetussuunnitelmia. Näiden koulujen prosenttilaskuun liittyvistä sisällöistä kokosimme yhteenvedon. Siihen kirjasimme mainittujen normaalikoulujen kuudennen vuosiluokan prosenttilaskuun liittyvät kaikki sisällöt, koska eri normaalikoulujen opetussuunnitelmien sisällöt eroavat toisistaan jonkun verran. Näin varmistimme, että saamme mahdollisimman luotettavan kuvan prosenttilaskuun liittyvistä sisällöistä.

Prosenttilaskun sisällöt ovat:

- prosentin käsite
- prosentin esitys murtolukuna ja desimaalilukuna
- prosenttikerroin
- prosenttiarvon laskeminen
- prosenttiluvun laskeminen
- alennuksen laskeminen.

9.4 Konstruktivismin piirteet

Teoriaosuudessa olemme kuvanneet konstruktivismia, johon kuuluu myös sosiokonstruktivismi. Tämän oppimiskäsityksen keskeisten piirteiden perusteella kokosimme väljän analyysirungon, jonka avulla analysoimme, näkyykö tutkimassamme aineistossa konstruktivismi ja miten se näkyy. Tässä yhteydessä emme tule erottelemaan opettajan oppaita, lisämonisteita ja oheismateriaaleja geometria- ja prosenttilaskuosioittain, koska kaiken systemaattisen opettamisen ja opiskelun taustalla vaikuttaa käsitys oppimisesta (Rauste-von Wright ym. 2003, 139). Täten oppimiskäsityksen heijastuminen ei ole sidottu käsiteltäviin aiheisiin. Piirteitä, joita etsimme aineistosta, ovat:

- sosiaalinen interaktio
- avoimet tehtävät
- kyselevät metodit
- oppilaiden elämismaailma
- itsearviointi ja palaute.

Muodostimme kategorialle sosiaalinen interaktio alakategorioita aineistolähtöisesti. Luokittelemme opettajan oppaiden tehtävät yksin, pareittain, pienryhmässä ja suurryhmässä tehtäviksi sen mukaan, miten ne opettajan oppaissa ohjeistetaan. Jos tehtävän ohjeissa ilmaistaan esimerkiksi, että tehtävän voi tehdä joko pareittain tai ryhmissä, luokittelemme tehtävän luokkaan pienryhmissä, koska tehtävä mahdollistaa parhaimmillaan useamman oppilaan välisen sosiaalisen vuorovaikutuksen. Suurryhmään luokittelemme tehtävät, joissa selvästi ilmaistaan, että koko luokka yhdessä osallistuu työskentelyyn. Sellaiset tehtävät, joissa oppilaan pitää itsenäisesti ratkaista tehtävä, vaikka tehtävä olisikin yhteinen koko luokalle, luokittelemme yksin tehtäviksi emmekä suurryhmässä tehtäviksi. Näihin sosiaalisen interaktion luokkiin liittyen tuomme esille kvantifioitua tietoa. Sosiaaliseen interaktioon liittyviksi katsomme myös sellaiset ohjeet ja tehtävät, jotka ohjaavat keskusteluun ja yhteiseen pohdintaan. Tuomme esille, löytyykö oppaista ja niihin liittyvistä lisämonisteista ja oheismateriaaleista tällaisia ohjeita.

Avoimet tehtävät heijastavat konstruktivistista opetusta, sillä Leinon (1994) mukaan avoimia tehtäviä ratkoessaan oppilaat saavat käyttää hyödykseen aikaisempia jokapäiväisiä kokemuksiaan. Avoimet tehtävät olemme jo määritelleet tutkimuksessamme aiemmin. Kyselevillä metodeilla tarkoitamme sitä, että opettaja kysymysten avulla ohjaa oppilaita ajattelemaan ja pohtimaan asiaa edelleen.

Oppilaiden elämismaailman sisältymistä opettajan oppaisiin tutkimme kiinnittämällä huomiomme tehtävien aiheisiin, liittyvätkö ne oppilaiden arkipäivään ja elämään. Konstruktivismiin kuuluu osana myös itsereflektio ja oman osaamisen arviointi sekä palautteen saaminen. Tutkimme, millaista materiaalia itsearvioinnin ja palautteen antamisen tueksi oppaat tarjoavat.

10 TULOKSET

10.1 Matemaattisen osaamisen piirteet aineistossa

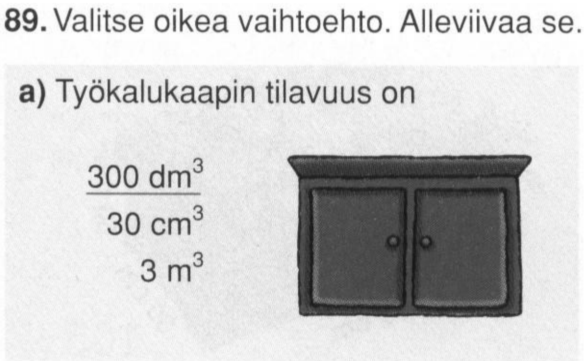
Kuvailemme tässä piirre kerrallaan, miten Kilpatrickin ym. (2001) määrittelemät matemaattisen osaamisen piirteet löytyvät opettajan oppaista, lisämonisteista ja oheismateriaaleista. Vaikka tässä pyrimmekin hahmottelemaan piirre kerrallaan matemaattisen osaamisen kehittymistä, on tärkeää huomata, että piirteet kietoutuvat vahvasti toisiinsa. Kilpatrickin ym. (2001) mukaan esimerkiksi oppilaan kehittäessä käsitteellistä ymmärrystään, kehittää hän myös proseduraalista sujuvuuttaan, tai oppilaan pohtiessa, miksi jokin proseduuri toimii, kehittyy samalla myös käsitteellinen ymmärrys. Strategista kompetenssia kehittäessään oppilas kehittää myös proseduraalista sujuvuutta. Kilpatrick ja Swafford (2002, 17) huomauttavatkin, että matemaattisten osaamisen piirteiden oppiminen yksittäin on lähes mahdotonta.

10.1.1 Käsitteellinen ymmärtäminen

Kaikkien tutkimiemme opettajan oppaiden prosenttilaskuosiossa käsitteellisen ymmärtämisen piirre näkyy muun muassa siinä, että prosentin käsite yhdistetään murtolukuun ja desimaalilukuun, jotka ovat oppilaille jo entuudestaan tuttuja. Näin aiemmin opittuja asioita käytetään hyväksi uuden oppimisessa. Prosenttilaskut liitetään konkreettisiin asioihin ja oppilaan elämismaailmaan, esimerkiksi alennuksien laskemiseen. Sanalliset tehtävät tuovat esille prosenttilaskun käyttöyhteyttä. Käyttöyhteyden ymmärtämisen mahdollistaa erilaisten tehtävien lisäksi osa opettajalle annetuista pedagogisista ohjeista, esimerkiksi harjoitus, jossa alennusprosentteja on tarkoitus etsiä lehdistä. Tällaisia ohjeita löytyy kaikista kolmesta opettajan oppaasta. Matemaattisten käsitteiden yhteyttä tuodaan esille myös joissakin peleissä ja leikeissä, esimerkiksi Laskutaito 6:ssa ja Matikkamatka 6:ssa on pelejä, joissa on tarkoituksena yhdistää samansuuruiset prosentti- ja desimaalilukukortit. Matikkamatka 6:n Opetuskalvopohjista (2005b, 2) löytyy myös tehtävä, jossa tarkoituksena on selittää omin sanoin, mitä ilmaukset tarkoittavat käyttämättä sanaa prosentti, esimerkiksi: ”*Vuonna 1980 oli sähköistetty 100 %.*”.

Kaikissa opettajan oppaissa on tehtäviä, jotka suositellaan laskettavaksi laskimen avulla. Tuhattaituri 6:ssa tällaisia tehtäviä on vain opettajan ohjeissa, Laskutaito 6:sta niitä löytyy perusopetusaukeamilta, kun taas Matikkamatka 6:ssa laskimen avulla laskettavia tehtäviä on sekä opettajan ohjeissa että perusopetusaukeamilla. Matikkamatka 6 perustelee laskimen käyttöä sillä, että laskin apuvälineenä tukee oppilaan ajattelua niin, että prosentin käsitteen on mahdollista vahvistua. Kilpatrickin ym. (2001, 121) mukaan käsitteellinen ymmärrys vaatii proseduraalista sujuvuutta. Näkemyksemme mukaan laskin tukee tässä tapauksessa proseduraalista sujuvuutta, jolloin myös käsitteellinen ymmärtäminen kehittyy.

Laskutaito 6:n ja Tuhattaituri 6:n geometriaosioissa mittakaavan käyttöyhteys tuodaan esille pohjapiirroksesta ja kartan mittakaavasta puhuttaessa. Pinta-alan yksiköiden ja tilavuuden yksiköiden käyttöyhteys reaalimaailmassa tulee esille sanallisissa tehtävissä. Tilavuus opetetaan kummassakin oppaassa seuraavasti: pituus*leveys*korkeus, jolloin jätetään käyttämättä hyödyksi aiemmin opittua pinta-alan käsitettä, mikä ei tue käsitteellisen ymmärtämisen kehittymistä. Käsitteellisen ymmärtämisen kehittymistä tukee päinvastoin esimerkiksi kuviossa 9 oleva tehtävä. Tehtävässä oppilaan pitää ymmärtää tilavuuden yksiköiden suuruusluokka ja niiden käyttöyhteys.



KUVIO 9. Tilavuuden arvioimista. (Laskutaito 2000b, 148.)

Laskutaito 6:n ja Matikkamatka 6:n geometriaosiossa käsitteellinen ymmärtäminen tulee ilmi opettajan ohjeissa ja perusopetusaukeamalla, kun tuodaan esille, mitä mittakaavan merkintätapa tarkoittaa konkreettisesti. Molempien opettajan oppaiden opettajalle annetuissa ohjeissa on lisäksi totta vai ei-päättelyitä, joiden avulla selviää, onko oppilas ymmärtänyt käsitteiden merkitykset.

Väite voi olla esimerkiksi seuraavanlainen: ”*Neliö on aina suunnikas. Totta vai ei?*” (Matikkamatka 2005b, 108). Tuhattaituri 6 tarjoaa opettajalle opetuskuvan tarkastelun avuksi valmiita kysymyksiä, joista osa vaatii oppilaita pohtimaan ja kielentämään, mitä jokin käsite tarkoittaa.

Kaikista opettajan oppaista löytyy kappaleiden ominaisuuksien tunnistamista ja nimeämistä vaativia tehtäviä ja oppaissa on annettu opettajan ohjeissa valmiita kysymyksiä, joiden avulla opettaja voi ohjata oppilaita tunnistamaan kappaleiden ominaisuuksia ja käsitteiden merkityksiä. Esimerkiksi: ”*Mikä ominaisuus on kappaleella, joka on lieriö?*” (Tuhattaituri 2006, 211). Kappaleiden ja tasokuvioiden ominaisuuksia ja niihin liittyviä käsitteitä opeteltaessa käsitteellisen ymmärryksen kehittymistä tukevat havainnollistavat kuvat, koska ne selventävät käsitteiden yhteyttä. Havainnollistavia kuvia löytyy kaikista kolmen eri kustantajan opettajan oppaista. Matikkamatka 6:n opetuskalvopohjissa on kappaleiden ja tasokuvioiden nimeämistä vaativia harjoitteita ja opettajalle on annettu käsitteiden tarkemmat määritelmät opetuksen tueksi. Tuhattaituri 6:ssa on tehtävä, jossa oppilasparin pitää opettaa jokin asia muille. Tällainen tehtävä vaatii käsitteiden yhteyden ymmärtämistä, jotta opettaminen olisi tuloksellista.

10.1.2 Proseduraalinen sujuvuus

Proseduraalinen sujuvuus tulee jokaisessa analysoimassamme opettajan oppaassa esille lähes kaikesta niiden materiaaleista. Proseduraalista sujuvuutta opetellaan erityisesti peruslaskujen avulla, mutta se vahvistuu jokaisen suoritetun laskun myötä. Opettajan oppaissa on useita peruslaskuja yhteen aiheeseen liittyen ja samankaltaisia tehtäviä on peräkkäin useita.

2. Kuinka paljon on 1 % luvusta

a) 200 $\frac{200}{100} = 2$	b) 240 ______	c) 135 ______
d) 600 ______	e) 120 ______	f) 1 724 ______
g) 1 000 ______	h) 50 ______	i) 12? ______

KUVIO 10. Esimerkki peruslaskusta. (Matikkamatka 2005b, 32.)

Proseduraaliseen sujuvuuteen kuuluu myös se, että peruslaskutoimitukset hallitaan ilman minkäänlaisia apuvälineitä (Kilpatrick ym. 2001, 122). Kaikista opettajan oppaista löytyykin päässälaskuja, jotka osaltaan kehittävät proseduraalista sujuvuutta. Opettajalle annetuissa pedagogisissa ohjeissa painottuvat proseduurien opettaminen ja harjoitteleminen. Opettajalle on annettu esimerkkitehtäviä, joiden avulla proseduureja opetetaan. Tärkeää on, että oppilas oppii proseduurin heti oikein, koska virheellisesti opittu proseduuri voi olla myöhemmin vaikea oppia oikein (Kilpatrick ym. 2001, 122).

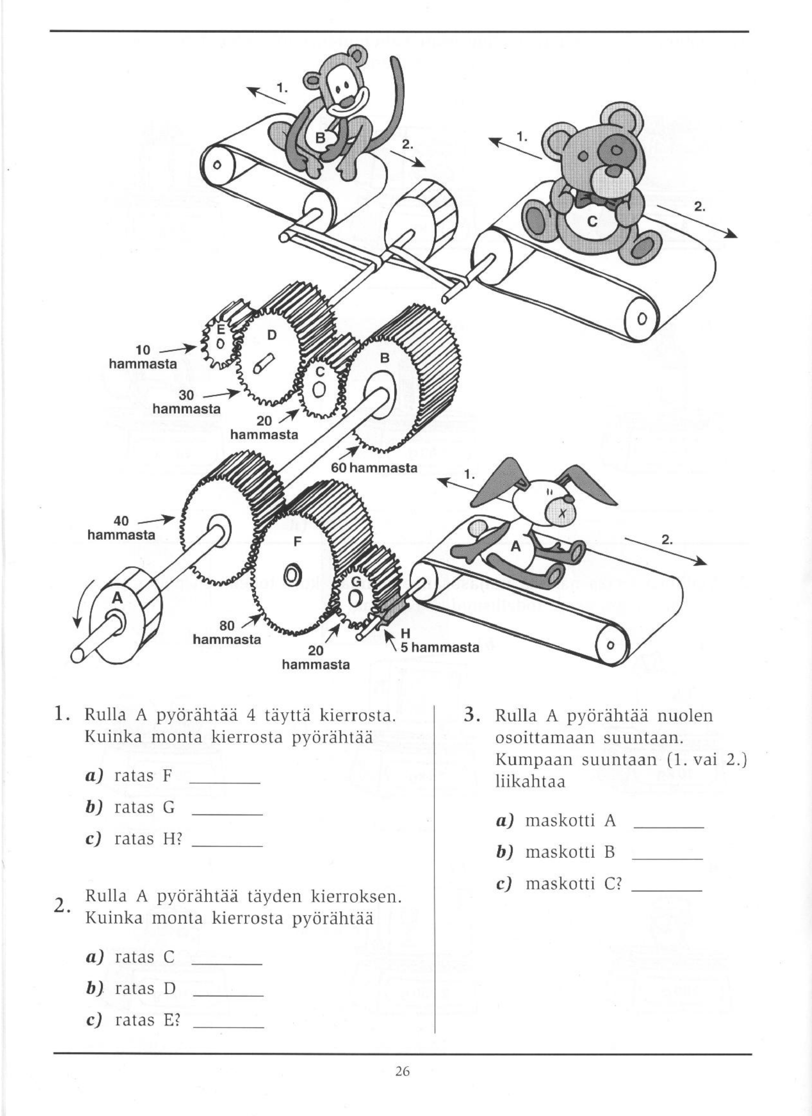
Tuhattaituri 6:ssa on annettu valmis malli taulutyöskentelyyn, johon on kirjattu malliesimerkit tehtävistä. Matikkamatka 6:een on saatavilla opetuskalvopohjat, joihin on koottu opetettavan asian tehtäväesimerkkejä. Niiden avulla voidaan opetella proseduureja ja lisäksi niissä on annettu opettajalle erikseen ohjeita ja sääntöjä proseduuriin liittyen. Laskutaito 6:ssa ei varsinaisesti ole valmiita taulutyöskentelymalleja, mutta siitä löytyy tehtäväesimerkkejä, joita opettaja voi käyttää apunaan opetuksessa. Kaikkien opettajan oppaiden prosenttilaskuosioissa on runsaasti pelejä, joiden avulla proseduraalista sujuvuutta voi kehittää. Lisäksi niissä on erilaisia yksin, pareittain ja pienryhmässä tehtäviä harjoituksia vaihtelevassa määrin. Kaikissa opettajan oppaissa on perusopetusaukeamilla aiheeseen liittyvän proseduurin keskeiset piirteet tai laskusäännöt kuvattuna erillisenä tietoiskuna. Laskutaito 6 tukiopetustehtävät -vihkosen ja Matikkamatka 6 tukiopetusmonisteiden tehtävät painottavat vahvasti proseduraalisen sujuvuuden kehittämistä niin kuin myös Tuhattaituri 6:n lisämonisteet.

10.1.3 Strateginen kompetenssi

Laskutaito 6:n, Matikkamatka 6:n sekä Tuhattaituri 6:n prosentti- ja geometriaosioissa strategisen kompetenssin piirteet näkyvät useimmiten tehtävissä, joissa kaikkia tarvittavia tietoja laskun ratkaisemiseksi ei ole annettu eikä niitä pysty suoraan sijoittamaan aiemmin opittuun laskukaavaan. Kyseisistä opettajan oppaista löytyy tällaisia vaativamman tasoisia tehtäviä, joissa oppilaan pitää keksiä ja luoda itse aiempien tietojen avulla ratkaisustrategia. Matikkamatka 6:ssa oli lisäksi tehtäviä, joissa oppilaan pitää keksiä itse tehtävään ongelma. Myös Tuhattaituri 6:n opettajan ohjeissa on tällaisia tehtäviä. Tuhattaituri 6:n opettajan ohjeissa strategista kompetenssia tukevia tehtäviä löytyy muun muassa pulmakulmien tehtävistä sekä laskulaareista, Laskutaito 6 opettajan oppaasta niitä löytyy muun muassa pohdittavaa-tehtävistä ja

Matikkamatka 6:sta niin ikään pohdittavaa-tehtävistä. Strategisen kompetenssin kehittymistä tukee esimerkiksi seuraava Tuhattaituri 6:n (2005, 119) pulmakulman tehtävä: ”*Satataulun ruuduista 14 % on merkitty rastilla ja 24 % ruuduista on väritetty sinisellä. Loput ruudut ovat valkoisia. Sinisistä ruuduista 25 % on merkitty rastilla. Kuinka monta täysin valkoista ruutua on satataulussa?*”.

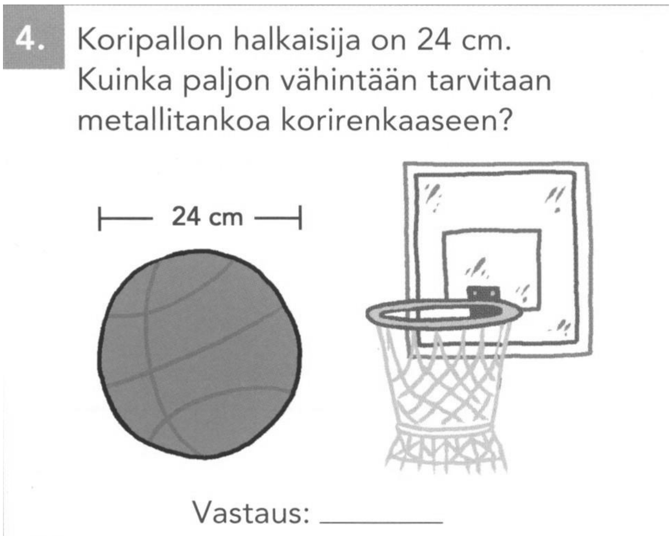
Lisäksi Laskutaito 6 tuumavihon syys- ja kevätosassa sekä yhteistuumissa strategisen kompetenssin osuus on suuri, sillä tehtävät painottuvat vahvasti ongelmanratkaisuun ja vaativat luomaan oman ratkaisustrategian. Kuviossa 11 on esimerkki tällaisesta tehtävästä.



KUVIO 11. Ongelmanratkaisutehtävä. (Laskutaidon tuumavihko 6, kevät 2000, 26.)

10.1.4 Mukautuva päättely

Mukautuvaa päättelyä kehittävät tehtävät, jotka ovat rutiininomaisia tehtäviä ja joissa aiemmin opittua sovelletaan tutussa kontekstissa. Tällaisia sanallisia tehtäviä löytyy kaikista opettajan oppaista. Opettajan oppaiden oheismateriaaleista mukautuvaa päättelyä tukevia tehtäviä löytyy Laskutaito 6:n lisävihoista sekä vähäisissä määrin Laskutaito 6:n tukiopetustehtäviä -vihkosesta. Laskutaito 6:n lisämonisteista löytyy jonkin verran mukautuvaa päättelyä vaativia tehtäviä niin kuin myös Matikkamatka 6:n lahjakkaille ja taitaville tarkoitetuista lisämonisteista. Matikkamatka 6:n tukiopetusmonisteissakin on mukautuvaa päättelyä kehittäviä tehtäviä. Tuhattaituri 6 prosenttilaskuosion lisämonisteissa on tehtäviä, joissa pitää soveltaa aiemmin opittua tutussa kontekstissa. Kuviossa 12 on esimerkki tehtävästä, jossa oppilaan tulee soveltaa aiemmin oppimaansa piirin laskemista.



KUVIO 12. Esimerkki aiemmin opitun soveltamista vaativasta tehtävästä. (Matikkamatka 6 2005b, 115.)

Mukautuvan päättelyn kehittymistä edesauttaa, kun oppilasta vaaditaan perustelemaan toimintaansa. (Kilpatrick & Swafford 2002, 14). Matikkamatka 6 opettajan oppaan lahjakkaille ja taitaville tarkoitetuista lisämonisteiden tehtävissä vaaditaan oppilasta perustelemaan ideoitaan kirjallisesti. Prosenttilaskuosion lisämonisteista löytyy tällaisia tehtäviä, esimerkiksi *”Miten voit olla varma, että vastauksesi on oikein?”*(Matikkamatka 6 2005b, 197). Muissa opettajan oppaissa omien ideoiden kirjallisten perusteluiden vaatimusta ei näy. Kaikissa oppaissa on kuitenkin ohje tai ohjeita, joissa vaaditaan perusteluja suullisesti. Laskutaito 6:sta (2000a, 22) löytyy tällainen ohje, siinä on kysymys *”Miksi näissä tapauksissa käytetään prosentteja kasvun ilmaisemiseen?”*. Matikkamatka 6:ssa (2005b, 106) perusteluja vaaditaan, kun mietitään yhdessä tasokuvioiden ominaisuuksia, esimerkiksi*:” Mitkä nelikulmioista ovat neliöitä? Perustellaan.”* Tuhattaituri 6:ssa (2006, 214) opetuskuvan tarkastelua varten annetuista kysymyksistä löytyy perusteluja vaativia kysymyksiä, esimerkiksi *”Miksi kuution pinta-ala lasketaan siten, että sen korkeus kertaa leveys kerrotaan kuudella?”*.

Kaikissa opettajan oppaissa on tehtäviä, jotka tehdään pareittain tai pienryhmissä, joten osa niistä mahdollistaa oppilaiden keskinäisen keskustelun ja oman ajattelun näkyväksi tuomisen. Perusteluihin tällaisten tehtävien ohjeistus ei kuitenkaan opasta. Laskutaito 6:n oheismateriaaleista yhteistuumat mahdollistavat erinomaisesti oppilaiden välisen vuorovaikutuksen, koska tehtävät on tarkoitus ratkaista pienryhmissä yhdessä pohtimalla.

10.1.5 Matematiikkakuva

Kaikissa opettajan oppaissa onnistumisen kokemuksen mahdollisuuksia pyritään lisäämään eritasoisten tehtävien avulla. Lisäksi Matikkamatka 6 ja Laskutaito 6 oppaiden lisämonisteet sekä Laskutaito 6:n oheismateriaalit tarjoavat tällaisia tehtäviä. Sen sijaan Tuhattaituri 6:n lisämonisteet painottavat peruslaskutoimitusten lisäharjoittelua eikä tehtävien vaikeustaso vaihtele suuresti. Toki peruslaskutoimitusten lisäharjoittelu tukee positiivisen matematiikkakuvan kehittymistä siinä missä vaikeammatkin tehtävät, koska oleellista on, että oppilas saa omaan tasoonsa nähden riittävän haasteellisia tehtäviä. Avoimet tehtävätkin lisäävät onnistumisen kokemuksia ja niitä on kaikissa tutkimissamme opettajan oppaissa. Tehtävien liittäminen konkreettisiin asioihin auttaa oppilasta ymmärtämään matemaattisen osaamisen hyödyllisyyden. Prosenttiosioissa prosentti liitetään tehtävissä esimerkiksi kauppaan ja alennuksiin kaikissa kolmessa opettajan oppaassa. Geometriaosioissa on sanallisia tehtäviä, jotka kuvastavat opittavien asioiden hyödyllisyyttä arkielämässä, esimerkiksi tehtävä: *”Kuinka monta litraa maalia tarvitaan seinien maalaamiseen, kun yhteen neliömetriin kuluu 3 dl maalia?”* (Tuhattaituri 6 2006, 210).

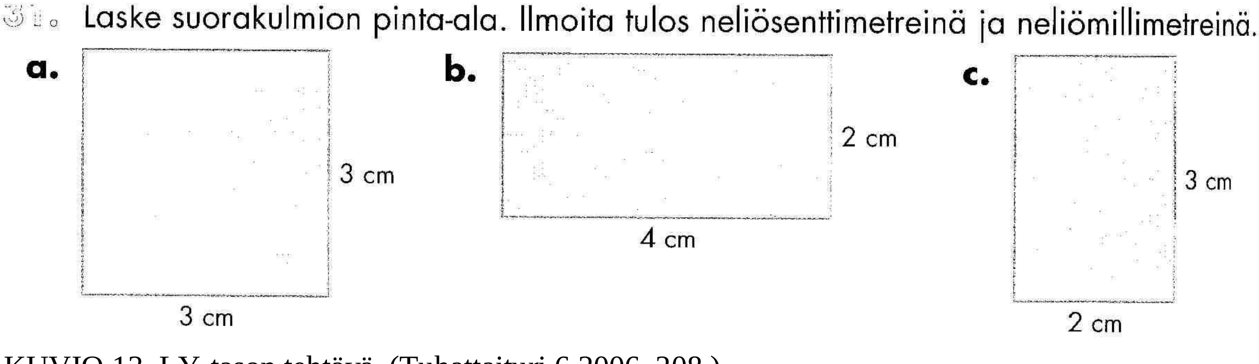
Onnistumisen kokemuksia saadaan aikaan myös kaikissa opettajan oppaissa esiintyvien pelien, leikkien ja toiminnallisten tehtävien avulla. Etenkin pelit, joissa sattumalla on suuri merkitys, antavat onnistumisen mahdollisuuksia kaikille. Matikkamatka 6:n opetuskalvopohjat sisältävät myös joitakin leikkejä, jotka tuovat vaihtelua matematiikan opiskeluun. Ryhmätyöt ja yhteistoiminnalliset työtavat lisäävät onnistuessaan oppilaiden opiskelumotivaatiota (Ahtineva 2000, 29). Eli tällaiset työtavat lisäävät matematiikan kiinnostavuutta. Kaikissa opettajan oppaissa on annettu opettajalle ohjeita tehtävistä, jotka voidaan toteuttaa pari- tai ryhmätyöskentelynä. Matikkamatka 6:sta ja Tuhattaituri 6:sta löytyy lisäksi yhteistoiminnallisia perusopetusaukeamia, joissa tehtävät ratkaistaan parin kanssa tai ryhmässä. Laskutaito 6 yhteistuumat nimensä mukaisesti on tarkoitus tehdä pienryhmissä.

10.2 Opettajan oppaiden tehtävät

Tässä yhteydessä tuomme esille vain sen, minkälaisia tehtäviä ovat opettajan oppaissa olevat geometria- ja prosenttilaskuosioiden tehtävät lukuun ottamatta lisämonisteiden ja oheismateriaalien tehtäviä. Lisämonisteiden ja oheismateriaalien tehtävistä kerromme kohdassa 10.5, kun vastaamme eriyttämistä koskevaan tutkimusongelmaan.

10.2.1 Eritasoisten tehtävien esiintyvyys

LY-tason (laskutaito/ymmärtäminen) tehtävät vaativat algoritmien noudattamista ja sujuvaa käyttöä ja kykyä muuntaa tehtävän elementit muodosta toiseen. Ne sisältävät muistamisharjoituksia ja rutiininomaisia käsittelyharjoituksia. Seuraavassa kuviossa 13 on esimerkki tämän tason tehtävästä.

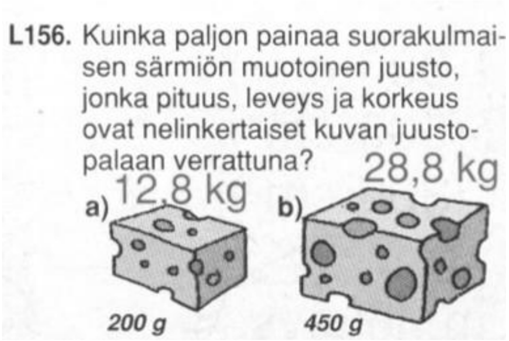


KUVIO 13. LY-tason tehtävä. (Tuhattaituri 6 2006, 208.)

Kuvion 13 tehtävä vaatii kuvan informaation muuttamista toisenlaiseen muotoon ja tarvittavan algoritmin käyttöä. Tehtävä on rutiininomainen käsittelyharjoitus.

YS-tason (ymmärtäminen/soveltaminen) tehtävät vaativat edellisen tason piirteiden lisäksi erottelua, algoritmin valintaa, tietojen yhdistelyä tai vertailua. Tehtäville on tunnusomaista myös se, että ne ovat rutiiniongelmia ja ne vaativat useita reaktioita peräkkäin. YS-tason tehtävä on esimerkiksi ”*Ottelun ensimmäinen erä kesti 45 minuuttia, toinen 47 minuuttia ja jatkoaika 8 minuuttia. Kuinka monta prosenttia koko pelistä kesti jatkoaika?*” (Matikkamatka 6 2005b, 29.) Kyseinen tehtävä vaatii tietojen yhdistelyä ja algoritmin valintaa. Lisäksi tehtävä vaatii useita reaktioita peräkkäin: yhteenlaskua ja prosenttiarvon laskemisen.

SA-tason (soveltaminen/analyysi) tehtävät poikkeavat aiemmin ratkaistuista, ne ovat ei-rutiininomaisia tehtäviä. Niihin liittyy edellisten tasojen pirteiden lisäksi keksimisen kokemukset ja luova käyttäytyminen.



KUVIO 14. SA-tason tehtävä. (Laskutaito 6 2000b, 147.)

Kuvion 14 tehtävä on ei-rutiininomainen ja poikkeaa selvästi aiemmin ratkaistuista tehtävistä. Tehtävän tekee ei-rutiininomaiseksi se, että oppilaan pitää keksiä itse sopiva algoritmi.

Seuraava taulukko 2 kertoo, miten tehtävät jakautuvat eri tasoille kussakin opettajan oppaassa prosenttilaskuosiossa.

TAULUKKO 2. Tehtävien tasot opettajan oppaiden prosenttilaskuosioissa.

Prosenttilaskuosio

			Tehtävän taso			
			LY	YS	SA	Yhteensä
Opettajan opas	Laskutaito	Lukumäärä	176	91	22	289
		% Opettajan oppaasta	60,9%	31,5%	7,6%	100,0%
	Matikkamatka	Lukumäärä	389	107	15	511
		% Opettajan oppaasta	76,1%	20,9%	2,9%	100,0%
	Tuhattaituri	Lukumäärä	122	28	25	175
		% Opettajan oppaasta	69,7%	16,0%	14,3%	100,0%
Yhteensä		Lukumäärä	687	226	62	975
		% Opettajan oppaasta	70,5%	23,2%	6,4%	100,0%

Taulukko 2 osoittaa, että kaikkien opettajan oppaiden prosenttilaskuosioissa painottuvat LY-tasoiset tehtävät, Laskutaito 6:ssa niiden osuus on 60,9 prosenttia, Matikkamatka 6:ssa 76,1 prosenttia ja Tuhattaituri 6:ssa 69,7 prosenttia. SA-tasoisten tehtävien osuus kaikissa opettajan oppaissa on pienin, Laskutaito 6:ssa 7,6 prosenttia, Matikkamatka 6:ssa 2,9 prosenttia ja Tuhattaituri 6:ssa 14,3 prosenttia. Matikkamatka 6:ssa LY-tasoisia tehtäviä on suhteellisesti eniten ja SA-tasoisia tehtäviä vähiten verrattuna kahteen muuhun opettajan oppaaseen. SA-tasoisten tehtävien osuus on suurin Tuhattaituri 6:ssa. Khiin neliötestillä mitattuna opettajan oppaiden välinen ero on tilastollisesti merkitsevä ($p = .000$) Seuraava taulukko 3 kuvaa tehtävien vaikeustasoa opettajan oppaiden geometriaosioissa.

TAULUKKO 3. Tehtävien tasot opettajan oppaiden geometriaosioissa.

Geometriaosio

			Tehtävän taso			
			LY	YS	SA	Yhteensä
Opettajan opas	Laskutaito	Lukumäärä	203	92	57	352
		% Opettajan opaasta	57,7%	26,1%	16,2%	100,0%
	Matikkamatka	Lukumäärä	307	132	64	503
		% Opettajan opaasta	61,0%	26,2%	12,7%	100,0%
	Tuhattaituri	Lukumäärä	152	66	32	250
		% Opettajan opaasta	60,8%	26,4%	12,8%	100,0%
Yhteensä		Lukumäärä	662	290	153	1105
		% Opettajan opaasta	59,9%	26,2%	13,8%	100,0%

Taulukko 3 osoittaa, että kaikkien kolmen eri kustantajan opettajan oppaiden geometriaosioiden tehtävät painottuvat LY-tasolle ja SA-tasoisten tehtävien osuus on pienin. YS-tason tehtävien suhteellinen osuus on kaikissa opettajan oppaissa lähes samat. Myös SA-tasoisten tehtävien osuudet ovat lähellä toisiaan, eniten niitä on Laskutaito 6:ssa. Khiin neliötesti osoittaakin, etteivät opettajan oppaat eroa toisistaan tilastollisesti merkitsevästi ($p = .646$)

10.2.2 Eritasoisten tehtävien sijoittuminen opettajan oppaissa

Seuraavaksi kerromme, minkälaisia ovat eri tehtävälajit tasoiltaan kummassakin tutkimassamme osioissa kussakin opettajan oppaassa. Kuvaamme siis eri tehtävälajien vaikeustasoa. Esittämämme tiedot perustuvat taulukoihin, jotka ovat liitteessä 2. Ensin kuvailemme prosenttilaskuosioiden tehtäviä ja sen jälkeen geometriaosioiden tehtäviä. Molempien osioiden jälkeen on taulukko, joka kuvaa, mikä taso painottuu eri tehtävälajeissa. Painotus määräytyy sen mukaan, minkä tasoisia tehtäviä tehtävälajissa on eniten. Täten taulukot eivät anna kaikkea sitä informaatiota, joka tulee ilmi tekstissä.

Kaikkien opettajan oppaiden prosenttilaskuosioiden perusopetusaukeaman tehtävissä, kotitehtävissä, päässälaskuissa sekä peleissä ja leikeissä painottuvat LY-tasoiset tehtävät. Lisäksi Matikkamatka 6:ssa on vihkolaskuja, jotka ovat kaikki LY-tasoisia. Verrattaessa opettajan oppaita keskenään LY-tasoisten tehtävien osuus perusopetusaukeamilla on suurin Tuhattaituri

6:ssa (84,4 %), toiseksi suurin Matikkamatka 6:ssa (66,7 %) ja suhteellisesti pienin Laskutaito 6:ssa (59,4 %). Tuhattaituri 6:n prosenttilaskuosiossa perusopetusaukeamilla YS-tasoisten tehtävien osuus on vain 2,2 prosenttia, kun se kahdessa muussa opettajan oppaassa on yli 30 prosenttia. Matikkamatka 6:n perusopetusaukeamalla ei ole yhtään SA-tasoista tehtävää, Laskutaito 6:ssakin niiden suhteellinen osuus on hyvin pieni (1,5 %). Tuhattaituri 6:n perusopetusaukeamilla SA-tasoisten tehtävien osuus on 13,3 prosenttia. Vastaavasti Matikkamatka 6 on ainoa opettajan opas, josta löytyy SA-tasoisia kotitehtäviä. Niiden osuus kotitehtävistä on 4,8 prosenttia. Tuhattaituri 6:n kaikki päässälaskut ovat LY-tasoisia, kun Laskutaito 6:sta ja Matikkamatka 6:sta löytyy myös YS-tasoisia päässälaskuja.

Laskutaito 6 ja Matikkamatka 6 prosenttilaskuosion lisätehtävistä yli puolet on LY-tasoisia, kun taas Tuhattaituri 6 prosenttilaskuosion lisätehtävistä yli puolet on YS-tasoisia. Verrattaessa opettajan oppaita keskenään havaitaan, että Laskutaito 6:ssa SA-tasoisten lisätehtävien osuus on suurin (18,2 %), toiseksi suurin se on Tuhattaituri 6:ssa (5,6 %), Matikkamatka 6:ssa ei ole lainkaan SA-tasoisia lisätehtäviä.

Kun tarkastellaan prosenttilaskuosioiden tehtävälajeja, joissa SA-tasoisten tehtävien osuus on huomattava, nousee esille Laskutaito 6:sta pohdintatehtävät. Pohdintatehtävissä SA-tasoisten tehtävien osuus on 47,4 prosenttia, joka on sama kuin YS-tasoisten pohdintatehtävien osuus. Tuhattaituri 6:n pulmakulman tehtävät ovat kaikki SA-tasoisia. Matikkamatka 6:ssa SA-tasoisten tehtävien osuus ei missään tehtävälajeissa ole korostuva. Mainittakoon kuitenkin, että pohdintatehtävissä SA-tasoisten tehtävien osuus on 15,8 prosenttia ja YS-tasoisten tehtävien osuus on 47,4 prosenttia. Tuhattaituri 6:ssa on tehtävälaji, jossa erityisesti korostuvat YS-tasoiset tehtävät, laskulaarin tehtävissä YS-tasoisten tehtävien osuus on 75,0 prosenttia. Taulukko 4 kuvaa prosenttilaskuosioiden tehtävälajien painottumista eri tasoille.

TAULUKKO 4. Prosenttilaskuosion tehtävälajien painotus.

<table>
<tr><th></th><th>LY-taso</th><th>YS-taso</th><th>SA-taso</th></tr>
<tr><td>Laskutaito 6</td><td>perusopetusaukeama
kotitehtävät
päässälaskut
pelit ja leikit
lisätehtävät</td><td>pohdintatehtävät</td><td>pohdintatehtävät</td></tr>
<tr><td>Matikkamatka 6</td><td>perusopetusaukeama
kotitehtävät
päässälaskut
pelit ja leikit
lisätehtävät
vihkolaskut</td><td>pohdintatehtävät</td><td></td></tr>
<tr><td>Tuhattaituri 6</td><td>perusopetusaukeama
kotitehtävät
päässälaskut
pelit ja leikit</td><td>lisätehtävät
laskulaari</td><td>pulmakulman
tehtävät</td></tr>
</table>

Kaikkien opettajan oppaiden geometriaosioiden perusopetusaukeaman tehtävissä painottuu LY-tasoisten tehtävien osuus. Laskutaito 6:ssa niiden osuus on 61,6 prosenttia, Matikkamatka 6:ssa 58,8 prosenttia ja Tuhattaituri 6:ssa 70,0 prosenttia. Laskutaito 6:n ja Matikkamatka 6:n perusopetusaukeamilla YS-tasoisten tehtävien osuus on yli 30 prosenttia, kun se Tuhattaituri 6:ssa jää alle 24 prosentin. Laskutaito 6 ja Tuhattaituri 6 geometriaosion kotitehtävissä painottuu selkeästi LY-tasoisten kotitehtävien osuus. Laskutaito 6:ssa se on 83,8 prosenttia ja Tuhattaituri 6:ssa 63,6 prosenttia. Kummankaan opettajan oppaan kotitehtävissä ei ole SA-tasoisia kotitehtäviä. Matikkamatka 6:n kotitehtävistä hieman alle puolet (49,3 %) on LY-tasoisia tehtäviä. SA-tasoisia tehtäviä kotitehtävistä on 13,4 prosenttia. LY-tasoisten tehtävien osuus painottuu edellisten lisäksi Matikkamatka 6:n vihkolaskuissa, joista 85,0 prosenttia on LY-tasoisia.

Päässälaskujen tehtävät ovat kaikissa opettajan oppaissa suurelta osin LY-tasoisia. Tuhattaituri 6:n päässälaskut ovat kaikki LY-tasoisia. Sekä Matikkamatka 6:ssa että Laskutaito 6:ssa on myös YS-tasoisia päässälaskuja. Laskutaito 6:ssa YS-tasoisten päässälaskujen osuus (32,4 %) on suurempi kuin Matikkamatka 6:ssa (16,4 %). Tuhattaituri 6:n tehtävissä YS-tasoisten tehtävien osuus korostuu laskulaarin tehtävissä, joissa YS-tasoisten tehtävien osuus on 83,3 prosenttia.

Matikkamatka 6:n lisätehtävissä painottuu SA-tasoisten tehtävien osuus (62,5 %). Laskutaito 6:n lisätehtävistä SA-tasoisia on 45,0 prosenttia ja Tuhattaituri 6:n lisätehtävistä 43,5 prosenttia. Geometriaosion lisätehtävistä LY-tasoisia on Matikkamatka 6:ssa vain 4,2 prosenttia. Vastaava osuus Laskutaito 6:ssa on 27,5 prosenttia ja Tuhattaituri 6:ssa 26,1 prosenttia. Opettajan oppaiden lisätehtävissä LY-tasoisten tehtävien osuus on pienin verrattuna muun tasoisiin tehtäviin, lukuun ottamatta Laskutaito 6:tta, jossa LY-tasoisten ja YS-tasoisten lisätehtävien osuudet ovat yhtä suuret. SA-tasoisten tehtävien osuudet ovat huomattavan suuret myös Laskutaito 6 geometriaosion pohdintatehtävissä (82,6 %), Matikkamatka 6:n pohdintatehtävissä (72,2 %) ja Tuhattaituri 6:n pulmakulman tehtävissä (66,7 %). Näistä tehtävistä ei löydy LY-tasoisia tehtäviä. Taulukko 5 kuvaa geometriaosioiden tehtävälajien painottumista eri tasoille.

TAULUKKO 5. Geometriaosion tehtävälajien painotus.

	LY-taso	**YS-taso**	**SA-taso**
Laskutaito 6	perusopetusaukeama kotitehtävät päässälasku pelit ja leikit		lisätehtävät pohdintatehtävät
Matikkamatka 6	perusopetusaukeama kotitehtävät päässälaskut vihkolaskut pelit ja leikit		lisätehtävät pohdintatehtävät
Tuhattaituri 6	perusopetusaukeama kotitehtävät päässälaskut pelit ja leikit	laskulaari	lisätehtävät pulmakulman tehtävät

10.2.3 Eriluokkaisten tehtävien esiintyvyys

Sievennystehtävä on sellainen, jossa on annettu valmiiksi laskulauseke ja se pitää sieventää lukuarvoksi. Kuviossa 15 on esimerkki tällaisesta tehtävästä. Se on mekaaninen ja vaatii laskusääntöjen käyttämistä.

2. a) 247 + 36

b) 502 – 427

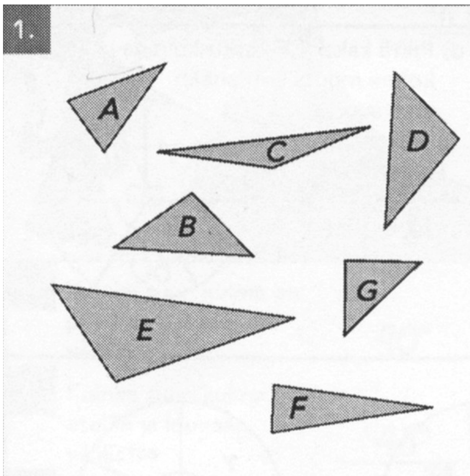
c) 18 · 309

d) 2 112 : 3

KUVIO 15. Esimerkki sievennystehtävästä. (Matikkamatka 6 2005b, 113.)

Tuottamistehtävä on sellainen, jossa ratkaisija joutuu löytämään ratkaisustrategian ja muodostamaan sitä kuvaavan laskulausekkeen ja sieventämään sen. Yleensä tällaiset tehtävät ovat sanallisia. Seuraavanlainen tehtävä on esimerkki tuottamistehtävästä: *”Oskari painoi syntyessään 4,2 kg. Kolmen kuukauden aikana Oskarin paino lisääntyi 60 %:lla syntymäpainosta. Kuinka paljon Oskari painoi 3 kk:n ikäisenä?* (Laskutaito 6 2000a, 23.) Tämä tehtävä edellyttää, että ratkaisija löytää tehtävään sopivan ratkaisustrategian, joka tässä tapauksessa on muuttuneen määrän laskemiseen opetettu strategia, ja muodostaa laskulausekkeen sekä tuottaa vastauksen.

Seuraavassa kuviossa 16 on esimerkki tunnistamistehtävästä, joka vaatii matemaattisten käsitteiden tunnistamista ja nimeämistä.

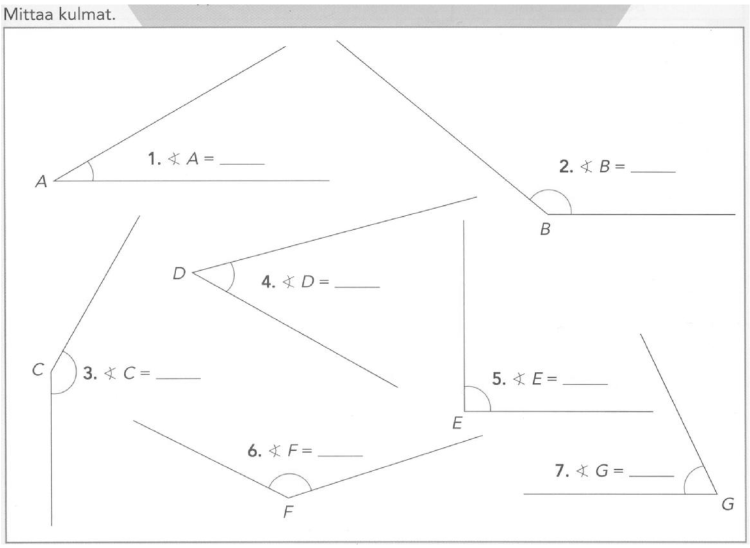


Luokittele kolmiot kulmien suuruuden mukaan.
Varmista geokolmiolla.

Kolmio	Teräväkulmainen kolmio	Suorakulmainen kolmio	Tylppäkulmainen kolmio
A	X		
B			X
C			X
D			X
E			X
F	X		
G		X	

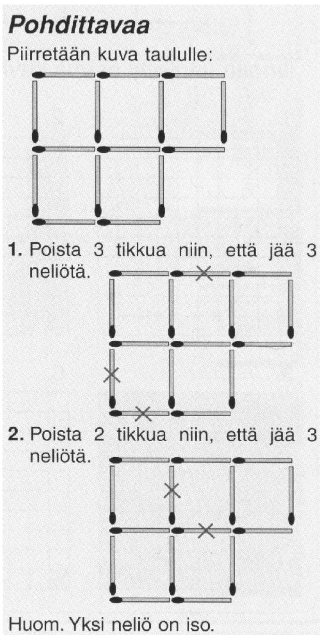
KUVIO 16. Esimerkki tunnistamistehtävästä. (Matikkamatka 6 2005b, 212.)

Mittaamistehtäviä ovat tehtävät, joissa tehtävänä on ainoastaan mittaamalla tuottaa ratkaisu. Kuviossa 17 on esimerkkitehtävä.



KUVIO 17. Esimerkki mittaamistehtävästä. (Matikkamatka 6 2005b, 98.)

Muita tehtäviä ovat sellaiset tehtävät, jotka eivät kuulu mihinkään edellä mainittuun luokkaan. Tällaisesta tehtävästä on esimerkki kuviossa 18.



KUVIO 18. Esimerkki muut-kategorian tehtävästä. (Laskutaito 6 2000a, 31.)

Seuraava taulukko 6 kuvaa eriluokkaisten tehtävien määriä opettajan oppaiden prosenttilaskuosioissa.

TAULUKKO 6. Tehtävien luokat prosenttilaskuosioissa.

Prosenttilaskuosio

			Tehtävän luokka				
			Sievennystehtävä	Tuottamistehtävä	Tunnistamistehtävä	Muut	Yhteensä
Opettajan opas	Laskutaito	Lukumäärä	37	235	6	11	289
		% osiosta	12,8%	81,3%	2,1%	3,8%	100,0%
	Matikkamatka	Lukumäärä	111	387	9	4	511
		% osiosta	21,7%	75,7%	1,8%	,8%	100,0%
	Tuhattaituri	Lukumäärä	1	173	1		175
		% osiosta	,6%	98,9%	,6%		100,0%
Yhteensä		Lukumäärä	149	795	16	15	975
		% osiosta	15,3%	81,5%	1,6%	1,5%	100,0%

Taulukko 6:n mukaan suurin osa opettajan oppaiden prosenttilaskuosioiden tehtävistä on tuottamistehtäviä. Verrattaessa opettajan oppaita keskenään huomataan, että tuottamistehtävien osuus on suurin (98,9 %) Tuhattaituri 6:ssa. Sievennystehtäviä on opettajan oppaista eniten Matikkamatka 6:ssa (21,7 %). Khiin neliötestin mukaan opettajan oppaat eroavat toisistaan tilastollisesti merkitsevät (p = .000). Seuraava taulukko 7 havainnollistaa tehtäväluokkien jakautumisen geometriaosiossa.

TAULUKKO 7. Tehtävien luokat geometriaosioissa.

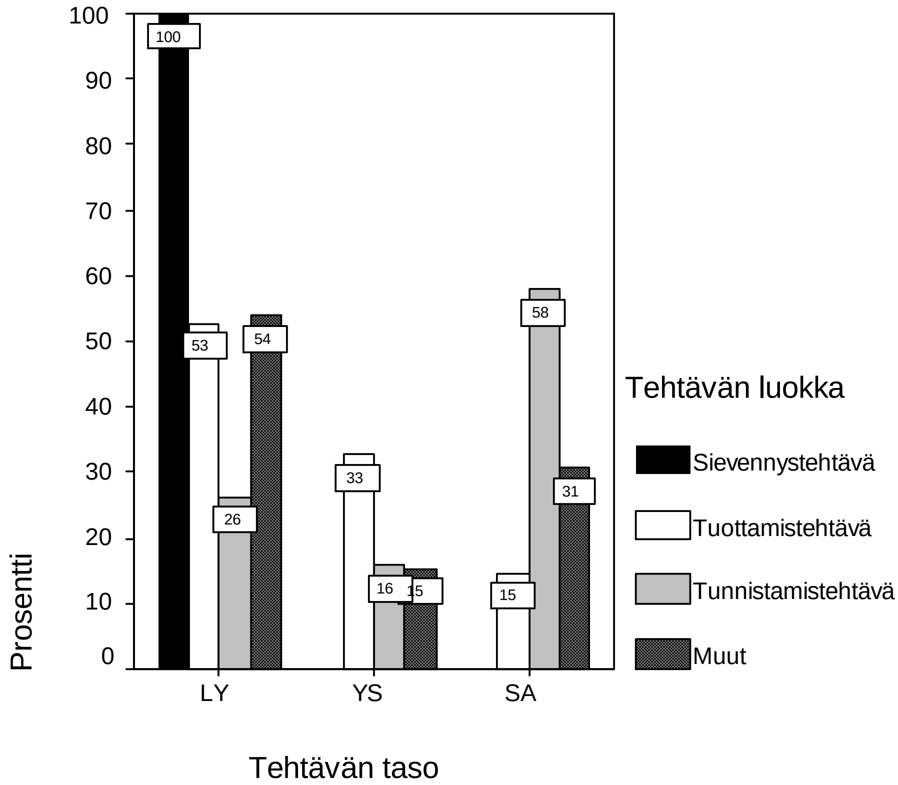
Geometriaosio

			Tehtävän luokka					
			Sievennystehtävä	Tuottamistehtävä	Tunnistamistehtävä	Muut	mittaamistehtävä	Yhteensä
Opettajan opas	Laskutaito	Lukumäärä	47	260	19	26		352
		% osiosta	13,4%	73,9%	5,4%	7,4%		100,0%
	Matikkamatka	Lukumäärä	45	344	47	50	17	503
		% osiosta	8,9%	68,4%	9,3%	9,9%	3,4%	100,0%
	Tuhattaituri	Lukumäärä	2	232	9	7		250
		% osiosta	,8%	92,8%	3,6%	2,8%		100,0%
Yhteensä		Lukumäärä	94	836	75	83	17	1105
		% osiosta	8,5%	75,7%	6,8%	7,5%	1,5%	100,0%

Taulukko 7 kertoo, että geometriaosioiden tehtävistä suurin osa on tuottamistehtäviä. Suhteellisesti eniten tuottamistehtäviä on Tuhattaituri 6:ssa, kun verrataan opettajan oppaita keskenään. Ainoastaan Matikkamatka 6:ssa on mittaamistehtäviä. Khiin neliötestillä mitattuna opettajan oppaiden välinen ero on tilastollisesti merkitsevä (p = .000).

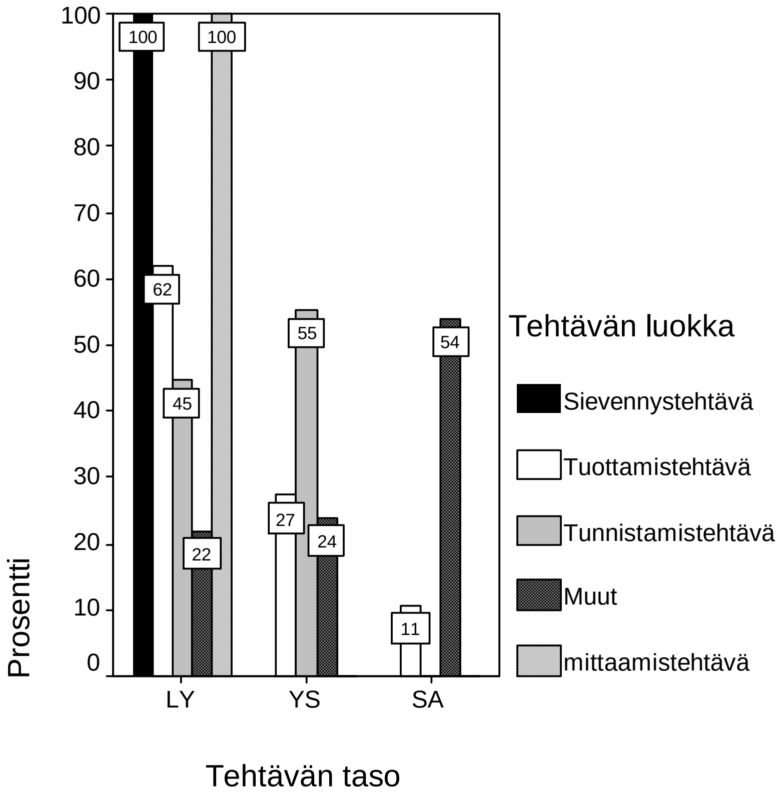
10.2.4 Eriluokkaisten tehtävien tasot

Seuraavaksi tuomme esille kuvioita, jotka kertovat minkä tasoisia ovat tiettyyn tehtäväluokkaan kuuluvat tehtävät kussakin opettajan oppaassa geometria- ja prosenttilaskuosioissa.



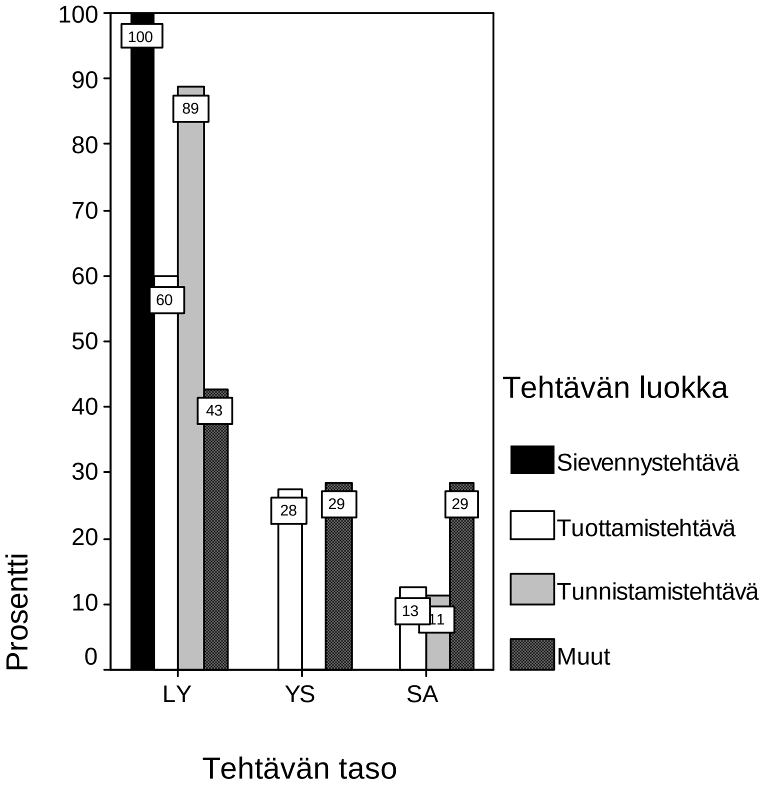
KUVIO 19. Eri luokkiin kuuluvien tehtävien tasot Laskutaito 6:n geometriaosiossa.

Kuviosta 19 näkyy, että Laskutaito 6 geometriaosion sievennystehtävistä kaikki ovat LY-tasoisia. Tuottamistehtävistä 53 prosenttia on LY-tasoisia ja 33 prosenttia YS-tasoisia. Tunnistamistehtävistä suurin osa (58 %) on SA-tasoisia tehtäviä. Muista tehtävistä suurin osa (54 %) on LY-tasoisia.



KUVIO 20. Eri luokkiin kuuluvien tehtävien tasot Matikkamatka 6:n geometriaosiossa.

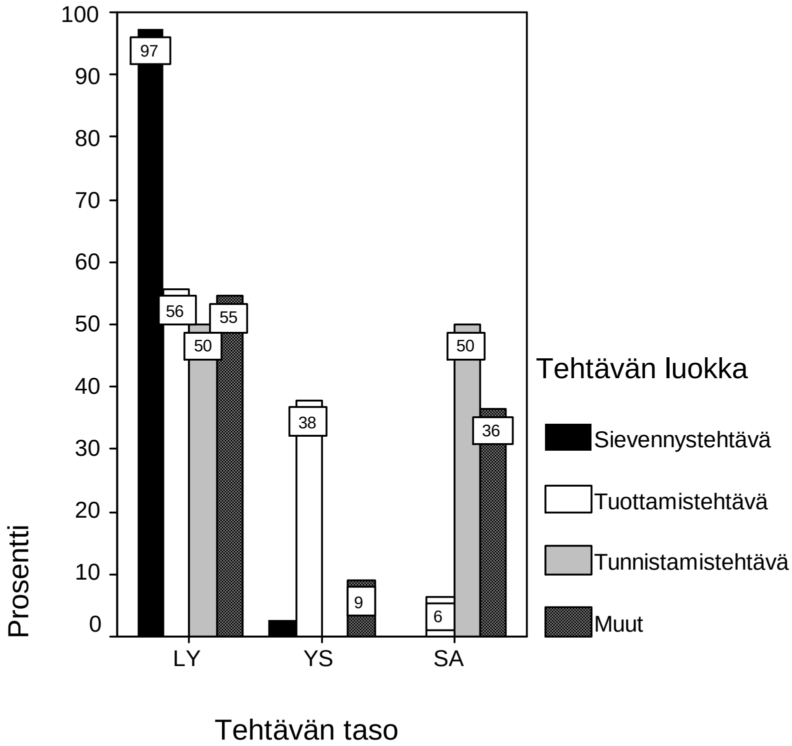
Kuvio 20 kertoo, että Matikkamatka 6 geometriaosion kaikki sievennys- ja mittaamistehtävät ovat LY-tasoisia. Tuottamistehtävistä 62 prosenttia on LY-tasoisia ja 27 prosenttia YS-tasoisia. Tunnistamistehtävistä 55 prosenttia on YS-tasoisia ja 45 prosenttia LY-tasoisia. Muista tehtävistä suurin osa (54 %) on SA-tasoisia.



KUVIO 21. Eri luokkiin kuuluvien tehtävien tasot Tuhattaituri 6:n geometriaosiossa.

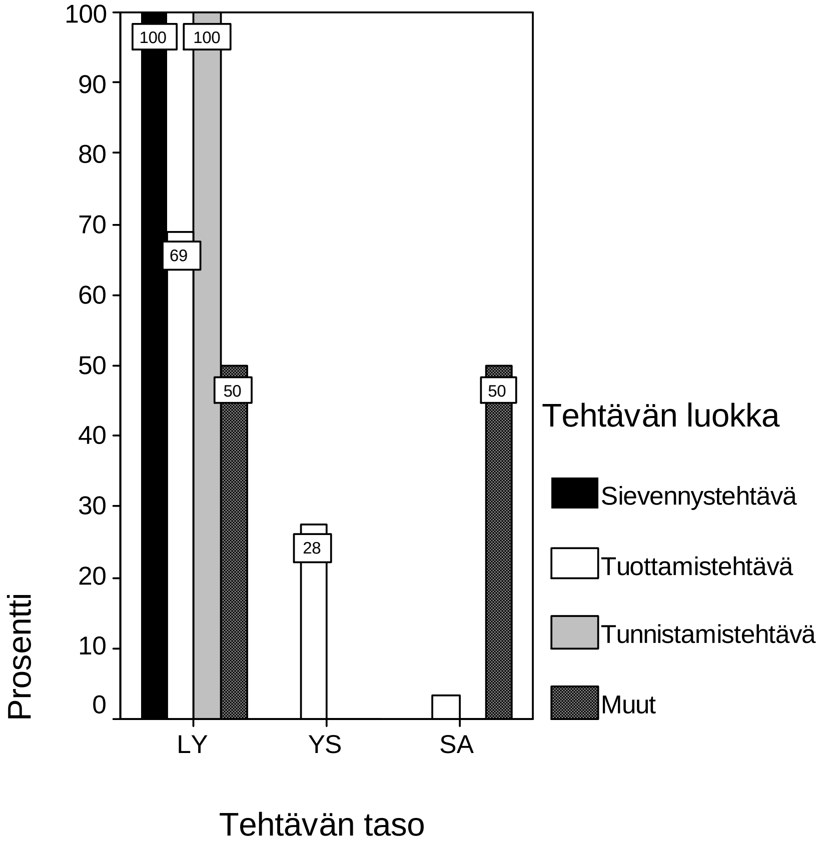
Kuvio 21 osoittaa, että Tuhattaituri 6 geometriaosion kaikki sievennystehtävät ovat LY-tasoisia. Tunnistamistehtävistä 89 prosenttia on LY-tasoisia ja 11 prosenttia SA-tasoisia. Tuottamistehtävistä 60 prosenttia kuuluu LY-tasolle, 28 prosenttia YS-tasolle ja 13 prosenttia SA-tasolle. Muista tehtävistä 43 prosenttia kuuluu LY-tasolle.

Kaikkien opettajan oppaiden geometriaosion sievennystehtävät ovat LY-tasoisia. Lisäksi Matikkamatka 6:n mittaamistehtävät ovat kaikki LY-tasoisia. Tuottamistehtävistä kaikissa opettajan oppaissa yli puolet on LY-tasoisia. SA-tasoisten tuottamistehtävien osuudet eri opettajan oppaissa ovat lähellä toisiaan. Myöskään YS-tasoisten tuottamistehtävien osuudet eivät eroa paljoa toisistaan. Tunnistamistehtävien tasojen suhteen opettajan oppaat eroavat toisistaan selvästi. Laskutaito 6:ssa tunnistamistehtävistä yli puolet on SA-tasoisia tehtäviä, kun taas Matikkamatka 6:ssa tunnistamistehtävistä yli puolet on YS-tasoisia, eikä SA-tasoisia tunnistamistehtäviä ole ollenkaan. Tuhattaituri 6:n tunnistamistehtävistä selvästi suurin osa on LY-tasoisia.



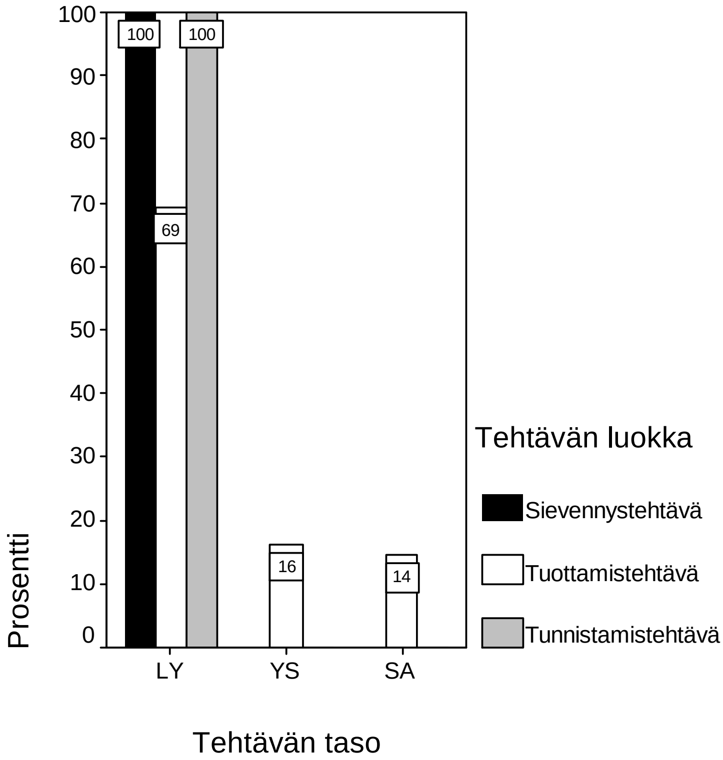
KUVIO 22. Eri luokkiin kuuluvien tehtävien tasot Laskutaito 6:n prosenttilaskuosiossa.

Kuvion 22 mukaan Laskutaito 6 prosenttilaskuosion sievennystehtävistä 97 prosenttia on LY-tasoisia ja loput YS-tasoisia. Tuottamistehtävistä yli puolet (56 %) on LY-tasoisia ja 38 prosenttia YS-tasoisia ja loput (6 %) SA-tasoisia. Tunnistamistehtävät ovat joko LY- tai SA-tasoisia. Muita tehtäviä löytyy kaiken tasoisina, eniten kuitenkin LY-tasoisina (55 %).



KUVIO 23. Eri luokkiin kuuluvien tehtävien tasot Matikkamatka 6:n prosenttilaskuosiossa.

Kuvio 23 osoittaa, että Matikkamatka 6 prosenttilaskuosion kaikki sievennys ja tunnistamistehtävät ovat LY-tasoisia. Tuottamistehtävistä 69 prosenttia on LY-tasoisia, 28 prosenttia YS-tasoisia ja loput (3 %) SA-tasoisia. Muita tehtäviä löytyy joko LY-tasoisina tai SA-tasoisina.



KUVIO 24. Eri luokkiin kuuluvien tehtävien tasot Tuhattaituri 6:n prosenttilaskuosiossa.

Kuvion 24 mukaan Tuhattaituri 6:n prosenttilaskuosiossa kaikki sievennys- ja tunnistamistehtävät ovat LY-tasoisia. Tuottamistehtävistä suurin osa eli 69 prosenttia on LY-tasoisia.

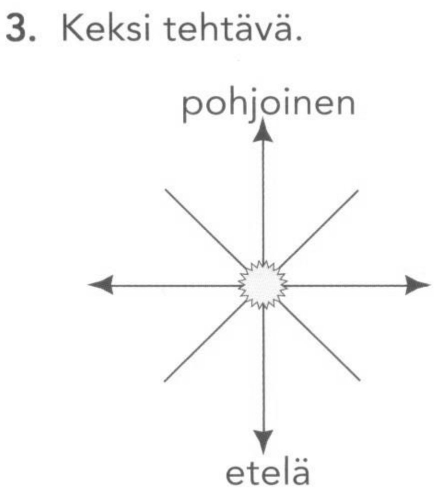
Matikkamatka 6:n ja Tuhattaituri 6:n prosenttilaskuosioissa kaikki sievennys- ja tunnistamistehtävät ovat LY-tasoisia. Laskutaito 6:ssa sievennystehtävistä 97 prosenttia on LY-tasoisia. Laskutaito 6:n prosenttilaskuosiosta löytyy sekä LY- että YS-tasoisia tunnistamistehtäviä, kummankin tasoisia löytyy yhtä paljon.

10.2.5 Tehtävien tyyppi

Tehtävä voi olla tyypiltään joko avoin tai suljettu. Suljettu tehtävä on tehtävä, jossa on alku- ja lopputilat määritelty eli tehtävään on olemassa tietty ratkaisu. Esimerkki suljetusta tehtävästä: ”*Suunnikkaan sivut ovat 7 m pitkiä ja korkeus 1,5 m. Mikä on suunnikkaan pinta-ala?*”.

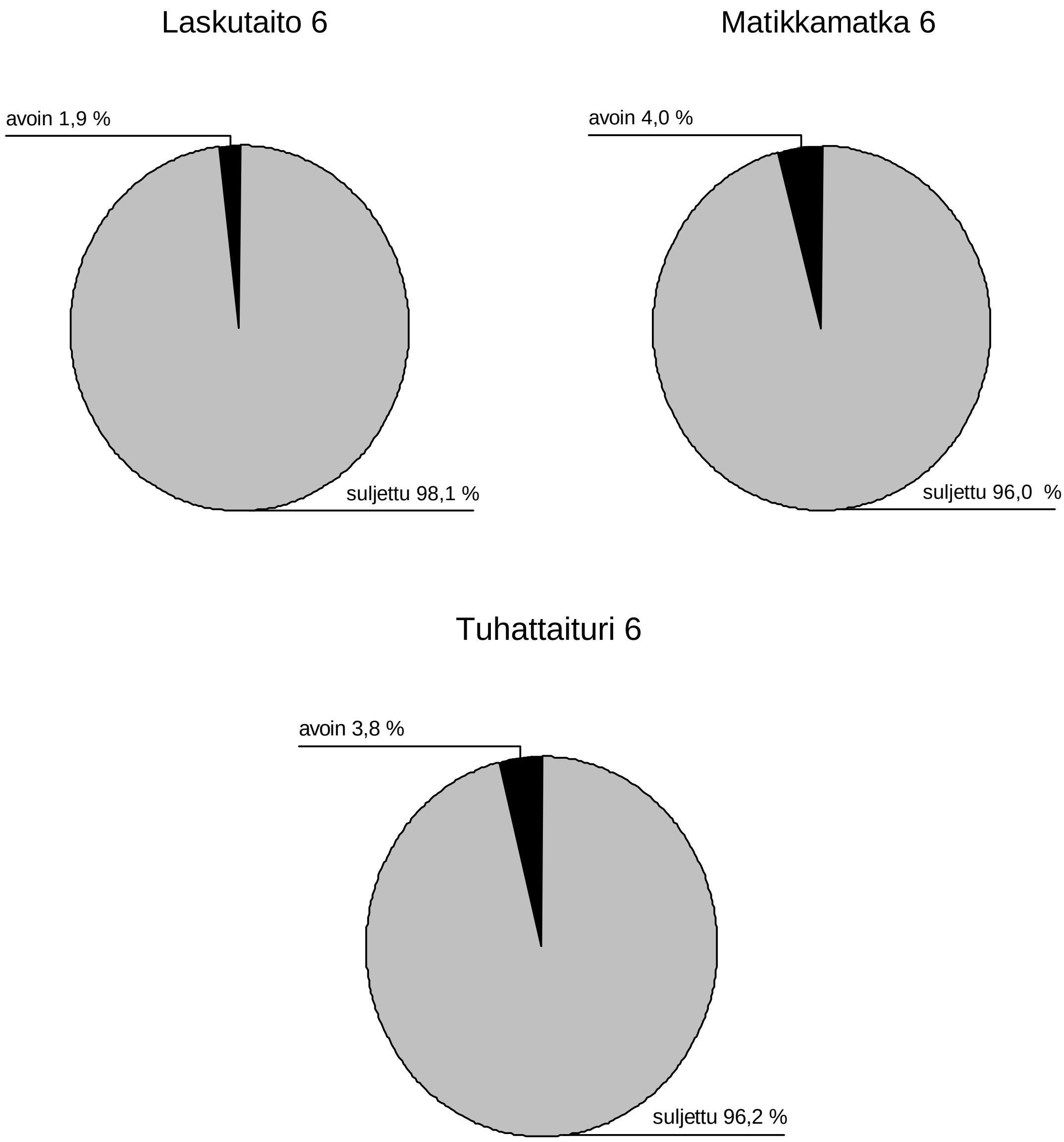
(Tuhattaituri 2006, 209). Tehtävään on yksi ainoa oikea ratkaisu ja sen alkutila on tarkoin määritelty.

Avoimen tehtävän alku- tai lopputilanne tai molemmat sisältävät useita vaihtoehtoja. Kuviossa 25 on esimerkki avoimesta tehtävästä. Tehtävä antaa mahdollisuuden keksiä vapaasti tehtävän annetusta kuvasta. Täten ratkaisuvaihtoehtoja on loputon määrä.



KUVIO 25. Avoin tehtävä. (Matikkamatka 2005b, 105.)

Kuviossa 26 havainnollistamme avoimien tehtävien määrää opettajan oppaissa. Kuvion 26 mukaan Laskutaito 6:ssa avoimien tehtävien osuus on pienin (1,9 %) verrattuna muihin opettajan oppaisiin. Matikkamatka 6:ssa ja Tuhattaituri 6:ssa avoimien tehtävien osuus on lähes yhtä suuri. Tuhattaituri 6:ssa niiden osuus on 3,8 % ja Matikkamatka 6:ssa 4,0 %. Khiin neliötestillä mitattuna opettajan oppaat eroavat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi avoimien tehtävien suhteen (p = . 047). Kaikissa opettajan oppaissa huomattavan suuri osa tehtävistä on suljettuja tehtäviä ja avoimien tehtävien osuus on hyvin pieni.



KUVIO 26. Avoimien tehtävien osuudet opettajan oppaissa.

10.3 Oppimateriaalin vastaavuus perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin

Vastaamme tutkimusongelmaan perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoitenormi ja sisältöalue kerrallaan. Tutkimme tässä yhteydessä vain opettajan oppaat, emme erillisiä oheismateriaaleja. Lisäksi kuvailemme, miten opettajan oppaiden prosenttilaskuosioiden sisällöt vastaavat valittujen normaalikoulujen opetussuunnitelmissa mainittuja sisältöjä.

Kuvaamme tavoitteiden ja sisältöjen löytymistä ensin sanallisesti, myös joitakin esimerkkejä kertoen, ja sen jälkeen tiivistetysti taulukkomuodossa. Taulukossa merkitsemme opettajan oppaita seuraavilla lyhenteillä: LT 6 (Laskutaito 6), MM 6 (Matikkamatka 6) ja TT 6 (Tuhattaituri 6). Merkki x tarkoittaa, että kyseinen tavoitenormi/sisältö löytyy jossain muodossa kyseisestä opettajan oppaasta. Merkki (x) tarkoittaa, että kyseisen sisältö löytyy osittain opettajan oppaasta.

10.3.1 Tavoitenormit

Oppilas oppii luottamaan itseensä ja ottamaan vastuun omasta oppimisestaan matematiikassa. Opettajan oppaissa tämä tavoite ei näy selvästi, koska tavoite on sen kaltainen, että sen toteutumisen vaatimus on hankalaa tuoda oppimateriaalissa kirjallisesti näkyväksi. Voidaan toisaalta ajatella, että luottamuksen kehittymistä tukee positiivisen palautteen saaminen ja onnistumisen kokemukset, jolloin avoimet tehtävät, eritasoiset tehtävät sekä pelit ja leikit, joita löytyy kaikista oppaista, tukevat osaltaan luottamuksen kehittymistä. Tämän tavoitteen saavuttamisessa on mielestämme kuitenkin tärkeämpää opettajan ja oppilaiden välinen vuorovaikutus.

Oppilas oppii ymmärtämään matemaattisten käsitteiden ja sääntöjen merkityksen sekä näkemään matematiikan ja reaalimaailman välisiä yhteyksiä. Kaikissa analysoimissamme opettajan oppaissa tämä tavoite näkyy erityisesti tehtävissä, joissa pitää ratkaista jokin arkielämään liittyvä lasku, esimerkiksi *”Kuukausilippu maksaa 184 euroa. Yksi kymmenen matkan lippu maksaa 81 euroa. Kuinka paljon edullisempaa on ostaa kuukausilippu kuin* *kymmenen matkan lippuja, jos tekee kuukaudessa 40 matkaa?"* (Tuhattaituri 6 2006, 16). Lisäksi opettajan ohjeissa on harjoituksia, joissa vaaditaan näkemään matematiikkaan liittyviä asioita omassa ympäristössä. Oppaissa on esimerkiksi harjoituksia, joissa oppilaan pitää etsiä prosenttilukuja lehdistä tai laskea/tutkia valitsemansa esineen tilavuutta.

Oppilas oppii laskutaitoja ja ratkaisemaan matemaattisia ongelmia. Opettajan oppaat painottavat nimenomaan algoritmien opettamista ja oppimista. Kaikista opettajan oppaista löytyy matemaattisia ongelmia.

Oppilas oppii loogista ja luovaa ajattelua. Luovaa ajattelua vaativat erityisesti ongelmanratkaisua vaativat ei-rutiininomaiset tehtävät, joita on kaikissa oppaissa. Oppaat etenevät pääsääntöisesti niin, että uusi asia pyritään sitomaan aiemmin opittuun, mikä edesauttaa oppilaan ajattelun kehittymistä.

Oppilas oppii soveltamaan erilaisia menetelmiä tiedonhankintaan ja käsittelyyn. Kaikissa opettajan oppaissa on tehtäviä, jotka vaativat oppilasta hankkimaan tietoa taulukoista, diagrammeista ja kartoista. Lisäksi Matikkamatka 6:ssa on oppilaalle annettu tehtäviä, joissa hänen pitää tehdä itse mielipidetutkimus eli kerätä tietoa haastattelemalla. Tuhattaituri 6:ssa on tehtäviä, joissa tietoa pitää hankkia koordinaatistosta. Laskutaito 6:ssa on tehtäviä, joissa selvästi ohjataan käyttämään apuna kirjallisuutta ja tekstejä, sekä tehtävä, jossa oppilaan pitää siirtää saamansa tieto koordinaatistoon.

Oppilas oppii ilmaisemaan ajatuksensa yksiselitteisesti ja perustelemaan toimintaansa ja päätelmiään. Jokaisessa opettajan oppaassa tämä tavoite tulee näkyviin, kun joissakin tehtävien ohjeistuksissa kehotetaan kertomaan asioita muille. Tuhattaituri 6 opetuskuvan tarkasteluun liittyvistä kysymyksistä löytyy kysymyksiä, jotka vaativat oppilasta selostamaan asiaa omin sanoin. Matikkamatka 6:n lahjakkaille ja taitaville tarkoitetuissa lisämonisteissa vaaditaan kuvaamaan kirjallisesti omaa ajatteluaan ja perustelemaan ratkaisuideoitansa. Lisäksi kaikissa opettajan oppaissa on tehtäviä, joita on tarkoitus pohtia pareittain tai ryhmissä. Tällaiset tehtävät vaativat ajatuksien ilmaisemista toisille.

Oppilas oppii esittämään kysymyksiä ja päätelmiä havaintojen perusteella. Matikkamatka 6:ssa ja Tuhattaituri 6:ssa on tehtäviä, joissa oppilaan pitää keksiä kysymys näkemäänsä liittyen, lisäksi Matikkamatka 6:ssa lahjakkaille ja taitaville tarkoitetuissa lisämonisteissa oppilasta ohjataan kirjallisesti tekemään päätelmiä tehtävän ominaisuuksista ja ratkaisutavasta. Tuhattaituri 6:ssa (2006, 121) opetuskuvan tarkastelua varten annetut kysymykset sisältävät sellaisia kysymyksiä, jotka vaativat oppilasta tekemään päätelmiä opetuskuvasta, esimerkiksi ” *Selosta, miten Sini laskee laskun?*” Tuhattaituri 6 opettajan oppaassa on lisäksi Toimintaa ja päättelyä –nimisiä kokonaisuuksia, jotka sisältävät muun muassa päättelytehtäviä. Laskutaito 6:ssa lähes jokaisen osion alussa tavoitteena sanotaan olevan, että oppilas käyttää päättelytaitojaan erilaisissa leikeissä ja harjoituksissa.

Oppilas oppii näkemään säännönmukaisuuksia. Opettajan oppaat sisältävät tietoa säännönmukaisuuksista ja vaativat niiden käyttämistä. Säännönmukaisuuksia tuodaan esille esimerkiksi ajan-, pinta-alan- ja tilavuuden yksiköiden yhteydessä. Ainoastaan Matikkamatka 6:ssa tuodaan esille kulmien välisiä yhteyksiä.

Oppilas oppii työskentelemään pitkäjänteisesti ja keskittyneesti sekä toimimaan ryhmässä. Kaikissa analysoimissamme opettajan oppaissa on harjoituksia, jotka on tarkoitus tehdä yksin, pareittain, pienryhmissä tai suurryhmässä. Lisäksi Matikkamatka 6:ssa on yhteistoiminnallisia aukeamia, jotka on tarkoitus tehdä pareittain ja Tuhattaituri 6:ssa on Toimintaa ja päättelyä –nimi-siä kokonaisuuksia, joiden tehtävät tehdään 2-4 hengen ryhmissä. Laskutaito 6:ssa on kaksi Valinnaisia teemoja –nimistä osiota, joiden tehtäviä voidaan tehdä yksin, pareittain tai ryhmässä.

TAULUKKO 8. Koonti tavoitteiden löytymisestä opettajan oppaista.

Tavoitteet vuosiluokilla 6-9	**LT 6**	**MM 6**	**TT 6**
• luottamaan itseensä ja ottamaan vastuun omasta oppimisestaan matematiikassa	x	x	x
• ymmärtämään matemaattisten käsitteiden ja sääntöjen merkityksen sekä…	x	x	x
• laskutaitoja ja ratkaisemaan matemaattisia ongelmia	x	x	x
• loogista ja luovaa ajattelua	x	x	x
• soveltamaan erilaisia menetelmiä tiedon hankintaan ja käsittelyyn	x	x	x
• ilmaisemaan ajatuksensa yksiselitteisesti ja perustelemaan toimintaansa ja päätelmiään	x	x	x
• esittämään kysymyksiä ja päätelmiä havaintojen perusteella	x	x	x
• näkemään säännönmukaisuuksia	x	x	x

10.3.2 Sisältönormit

Ajattelun taidot ja menetelmät. Jokaisessa opettajan oppaassa on loogista ajattelua vaativia toimintoja, kuten luokittelua, vertailua, järjestämistä ja mittaamista. Lisäksi Tuhattaituri 6 ja Laskutaito 6 tarjoavat rakentelun mahdollisuuden. Tuhattaituri 6 oppilaan kirjaan sisältyy Tuhattaiturikuori, joka sisältää kuution ja suorakulmaisen särmiön rakentamiseen tarkoitetut materiaalit, ja Laskutaito 6:ssa on lisämonisteita, joissa on koottavia kappaleita. Vertailuun tarvittavia käsitteitä tuodaan esille kaikissa opettajan oppaissa. Riippuvuuden käsitteestä ja funktiosta puhutaan vain Tuhattaituri 6:ssa. Matemaattisten tekstien tuottaminen ja tulkinta tulee voimakkaasti esille, kun oppilaat tekevät harjoituksia ja tehtäviä. Kaikki kolme opettajan opasta sisältävät kombinatorisia ongelmia, joista esimerkkinä Laskutaito 6:n (2000b, 78) eräs tehtävä: ”*Pekalla on viisi paitaa, kahdet farkut ja kahdet kengät. Kuinka monta erilaista asua – – hän voi valita?*”. Kaikista opettajan oppaista löytyy ajattelua tukevia piirrosten ja välineiden käyttöä, esimerkiksi havainnollistavia kuvia ja erilaisten apuvälineiden, kuten viivaimen ja taskulaskimen käyttöä. Matematiikan historiaan liittyviä asioita kerrotaan kaikissa oppaissa, Laskutaito 6:ssa kerrotaan geometriaan liittyvää historiaa, Matikkamatka 6:ssa piin historiaa ja Tuhattaituri 6:ssa ajan yksiköihin liittyvää historiaa.

TAULUKKO 9. Opettajan oppaista löytyvät ajattelun taidot ja menetelmät.

Ajattelun taidot ja menetelmät	LT 6	MM 6	TT 6
• loogista ajattelua vaativia toimintoja, kuten luokittelua…	x	x	x
• vertailussa ja riippuvuuksissa tarvittavien käsitteiden tulkinta ja käyttö	x	x	x
• matemaattisten tekstien tulkinta ja tuottaminen	x	x	x
• todistamisen pohjustaminen			
• kombinatoristen ongelmien ratkaisemista eri menetelmillä	x	x	x
• ajattelua tukevien piirrosten ja välineiden käyttöä	x	x	x
• matematiikan historiaa	x	x	x

Luvut ja laskutoimitukset. Seuraavat sisällöt löytyvät kaikista opettajan oppaista: peruslaskutoimitusten varmentaminen, luonnolliset luvut, kokonaisluvut ja rationaaliluvut, aikalaskut ja aikaväli, murtolukujen supistaminen ja laventaminen sekä desimaaliluvun esittäminen murtolukuna, kertominen ja jakaminen desimaaliluvuilla, lausekkeiden sieventäminen, prosenttikäsitteen vahvistaminen, prosenttilasku, pyöristäminen, arviointi sekä laskimen käyttö. Kokonaislukukäsite mainitaan vain Tuhattaituri 6:ssa ja Matikkamatka 6:ssa, vaikka kokonaisluvuilla operoidaan myös Laskutaito 6:ssa. Rationaalilukukäsitettä ei mainittu opettajan oppaissa, vaikka rationaaliluvuilla laskettiinkin. Reaalilukuihin kuuluva päättymätön desimaaliluku mainitaan Tuhattaituri 6:ssa ja Matikkamatka 6:ssa. Matikkamatka 6:ssa tuodaan esille piin likiarvo usean kymmenen desimaalin tarkkuudella, mutta tehtävissä käytetään kuitenkin likiarvoa 3. Murtoluvuilla kertominen on sisältönä Tuhattaituri 6:ssa, kun aiheena on osan ottaminen luvusta, ja Laskutaito 6:ssa sekä kertomista että jakamista murtoluvuilla käsitellään vain lisämonisteissa. Suhde mainitaan sisältönä vain Laskutaito 6:ssa ja vain Matikkamatka 6:ssa on sisältönä lukujen jaollisuussääntöjä.

TAULUKKO 10. Opettajan oppaista löytyvät luvut ja laskutoimitukset –alueen sisällöt

Luvut ja laskutoimitukset	LT 6	MM 6	TT 6
• peruslaskutoimitusten varmentaminen	x	x	x
• luonnolliset luvut, kokonaisluvut, rationaaliluvut, reaaliluvut	x	x	x
• vastaluku, itseisarvo, käänteisluku			
• aikalaskut, aikaväli	x	x	x
• alkuluku, luvun jakaminen alkutekijöihin, lukujen jaollisuussääntöjä		(x)	
• murtolukujen supistaminen ja laventaminen sekä desimaaliluvun…	x	x	x
• kertominen ja jakaminen desimaaliluvuilla sekä murtoluvuilla	x	(x)	(x)
• lausekkeiden sieventäminen	x	x	x
• suhde ja verrannollisuus	x		
• prosenttikäsitteen vahvistaminen, prosenttilasku	x	x	x
• pyöristäminen ja arviointi sekä laskimen käyttö	x	x	x
• potenssi, eksponenttina kokonaisluku			
• juuren käsite ja laskutoimituksia neliöjuurella			

Algebra. Kaikista opettajan oppaista löytyy sisältönä lauseke ja sen sieventäminen sekä lukujonojen tutkimista ja muodostamista. Lukujonoihin liittyvät tehtävät ovat yleensä muotoa: *”jatka lukujonoa”*. Ainoastaan Tuhattaituri 6:ssa mainitaan muuttuja-käsite ja sen lausekkeen arvon laskeminen. Yhtälö ja ensimmäisen asteen yhtälö on sisältönä Matikkamatka 6:ssa ja Tuhattaituri 6:ssa. Epäyhtälö tuodaan esille vain Tuhattaituri 6:ssa.

TAULUKKO 11. Opettajan oppaista löytyvät algebran sisällöt.

Algebra	LT 6	MM 6	TT 6
• lauseke ja sen sieventäminen	x	x	x
• potenssilauseke ja sen sieventäminen			
• polynomin käsite, polynomien yhteen-, vähennys- ja kertolasku			
• muuttuja-käsite, lausekkeen arvon laskeminen			x
• yhtälö, epäyhtälö, määrittelyjoukko, ratkaisujoukko		(x)	x
• ensimmäisen asteen yhtälön ratkaiseminen			
• vaillinaisen toisen asteen yhtälön ratkaiseminen			
• verranto			
• yhtälöpari ja sen ratkaiseminen algebrallisesti ja graafisesti			
• lukujonojen tutkimista ja muodostamista	x	x	x

Funktiot. Kaikille opettajan oppaille yhteinen sisältö on lukuparin esittäminen koordinaatistossa. Huomioitavaa kuitenkin on, että Laskutaito 6:ssa kyseinen asia tulee esille pelin kautta, ja viivadiagrammin piirtämisen yhteydessä. Laskutaito 6:ssa tuodaan esille vain ensimmäinen neljännes, kun Matikkamatka 6:ssa ja Tuhattaituri 6:ssa esitetään koordinaatisto kokonaisuudessaan. Ainoastaan Tuhattaituri 6:sta löytyvät seuraavat sisällöt: riippuvuuden havaitseminen ja sen esittäminen muuttujien avulla, funktion käsite sekä yksinkertaisten funktioiden tulkitseminen ja niiden kuvaajien piirtäminen koordinaatistoon.

TAULUKKO 12. Koonti funktioon liittyvistä sisällöistä.

Funktiot	LT 6	MM 6	TT 6
• riippuvuuden havaitseminen ja sen esittäminen muuttujien avulla			x
• funktion käsite			x
• lukuparin esittäminen koordinaatistossa	x	x	x
• yksinkertaisten funktioiden tulkitseminen ja niiden kuvaajien piirtäminen			x
• funktionkuvaajan tutkimista: funktion nollakohta, suurin…			
• lineaarinen funktio			
• suoraan ja kääntäen verrannollisuus			

Geometria. Laskutaito 6:ssa ja Tuhattaituri 6:ssa on selkeä Geometria -niminen osio, joka sisältää perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 määriteltyjä geometrian aiheita. Matikkamatka 6:ssa geometrian aiheita käsitellään kahdessa osiossa: Suureet ja mittayksiköt sekä Geometria. Jokaisesta oppaasta löytyvät seuraavat sisällöt: kolmioihin ja nelikulmioihin liittyviä käsitteitä, tasokuvioiden piirin ja pinta-alan laskeminen, kappaleiden nimeäminen ja luokittelu, kappaleen tilavuuden ja pinta-alan laskeminen. Tilavuus opetetaan kaikissa opettajan oppaissa seuraavalla tavalla: pituus*leveys*korkeus, eikä näin käytetä aiemmin opittua pinta-alan laskemista hyväksi. Vain Matikkamatka 6:sta löytyviä sisältöjä ovat kulmien välisiä yhteyksiä, säännölliset monikulmiot, ympyrä ja siihen liittyviä käsitteitä ja yhtenevyyskuvauksia: peilaukset, kierto ja siirto tasossa. Geometrista konstruointia löytyy Laskutaito 6:sta ja Matikkamatka 6:sta, kun tehtävänä on esimerkiksi piirtää mallin mukainen kuvio harpin avulla. Yhdenmuotoisuuden käsite tuodaan esille ainoastaan Tuhattaituri 6:ssa.

TAULUKKO 13. Opettajan oppaista löytyvät geometrian sisällöt.

Geometria	LT 6	MM 6	TT 6
• kulmien välisiä yhteyksiä		x	
• kolmioihin ja nelikulmioihin liittyviä käsitteitä	x	x	x
• säännölliset monikulmiot		x	
• ympyrä ja siihen liittyviä käsitteitä		x	
• tasokuvioiden piirin ja pinta-alan laskeminen	x	x	x
• kappaleiden nimeäminen ja luokittelu	x	x	x
• kappaleen tilavuuden ja pinta-alan laskeminen	x	x	x
• yhdenmuotoisuus ja yhtenevyys			x
• geometrista konstruointia	x	x	
• yhtenevyyskuvauksia: peilaukset, kierto ja siirto tasossa		x	
• Pythagoraan lause			
• kolmion ja ympyrän välisiä yhteyksiä			
• trigonometriaa ja suorakulmaisen kolmion ratkaiseminen			

Todennäköisyys ja tilastot. Diagrammien tulkinta, ja tietojen kerääminen, muuntaminen ja esittäminen ovat sisältöinä kaikissa oppaissa. Todennäköisyyden käsite tuodaan esille ainoastaan Laskutaito 6:ssa ja vain Matikkamatka 6:n sisältöihin kuuluu keskiarvo.

TAULUKKO 14. Opettajan oppaista löytyvät todennäköisyys ja tilastot -alueen sisällöt.

Todennäköisyys ja tilastot	LT 6	MM 6	TT 6
• todennäköisyyden käsite	x		
• frekvenssi ja suhteellinen frekvenssi			
• keskiarvon, tyyppiarvon ja mediaanin määrittäminen		x	
• hajonnan käsite			
• diagrammien tulkinta	x	x	x
• tietojen kerääminen, muuntaminen ja esittäminen käyttökelpoisessa…	x	x	x

Prosenttiin liittyvät sisällöt. Sisältöjä, jotka löytyvät kaikista opettajan oppaista ovat: prosentin käsite, prosentin esitys murtolukuna ja desimaalilukuna, prosenttiarvon laskeminen, prosenttiluvun laskeminen sekä alennuksen laskeminen. Prosenttikerroin kuuluu Laskutaito 6:n ja Tuhattaituri 6:n sisältöihin. Tosin Tuhattaituri 6 ei mainitse termiä prosenttikerroin, vaan opettaa laskutavan, jossa prosenttiluku muutetaan desimaaliluvuksi.

TAULUKKO 15. Opettajan oppaista löytyvät prosenttilaskun sisällöt.

Prosenttilaskun sisältö	LT 6	MM 6	TT 6
• Prosentin käsite	x	x	x
• Prosentin esitys murtolukuna ja desimaalilukuna	x	x	x
• Prosenttikerroin	x		x
• Prosenttiarvon laskeminen	x	x	x
• Prosenttiluvun laskeminen	x	x	x
• Alennuksen laskeminen	x	x	x

.

10.4 Konstruktivismi opettajan oppaissa ja niihin liittyvissä lisämonisteissa ja oheismateriaaleissa

Vastaamme kysymykseen siten, että erittelemme, miten yksittäiset konstruktivismin piirteet näkyvät kussakin eri kustantajan opettajan oppaassa ja niihin liittyvissä lisämonisteissa ja oheismateriaaleissa. Tässä käsittelemme opettajan oppaiden geometria- ja prosenttilaskuosiot yhtenä kokonaisuutena.

10.4.1 Sosiaalinen interaktio

Sosiaaliseen interaktioon liittyen opettajan oppaat ohjaavat keskusteluun ja pohdintaan matematiikan tunneilla. Matikkamatka 6:n tavoitteena on rakentaa oppimistilanteet keskustelunomaiseksi. Opettajan ohjeissa, joissa opastetaan uuden asian opettamista, esiintyykin usein sana, mietitään yhdessä. Useassa pohdintatehtävässä ohjeena on, että oppilasparit pohtisivat ratkaisuja tehtävään yhdessä.

Laskutaito 6 opettajan ohjeissa, joissa annetaan ohjeita uuden asian opettamiseen, kehotetaan pohtimaan yhdessä muutamissa kohdissa. Opettajan oppaassa on harjoitustehtäviä, joissa ohjeeksi on annettu esimerkiksi: ” *Lopuksi voidaan tutkia yhdessä* – – ” ja ”*oppilaat saavat kertoa ja tulkita, mitä prosentit kussakin uutisessa tarkoittavat*”(Laskutaito 2000a, 17). Laskutaito 6:n oheismateriaaleista yhteistuumat on nimensäkin mukaisesti tarkoitettu ratkaistaviksi ryhmissä. Yhteistuuma-vihkonen sisältää pienryhmätyöskentelyohjeet, jotka opettaja voi antaa ryhmille. Ohjeiden tarkoituksena on ohjata ryhmää ratkaisemaan ongelmat yhdessä keskustellen ja pohtien.

Tuhattaituri 6 opettajan ohjeissa olevissa harjoituksissa on useita tehtäviä, joissa neuvotaan keskustelemaan yhdessä. Etenkin pulmakulmien tehtävät on tarkoitus ratkaista yhdessä keskustelemalla tai pienissä ryhmissä pohtimalla. Ohjeissa on kehotuksia, että pohditaan tai keskustellaan yhdessä, esimerkiksi: ”—*pohditaan yhdessä, millä tavalla voidaan määrittää epäsäännöllisen kappaleen* – – tilavuus” (Tuhattaituri 2006, 227).

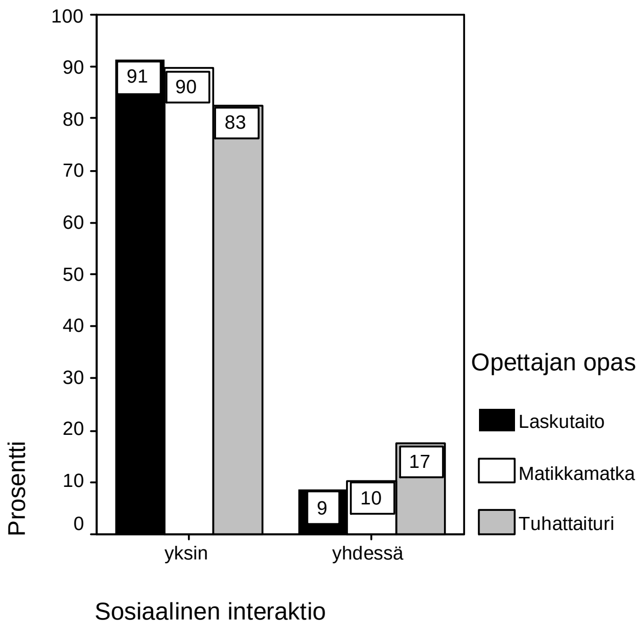
Suurin osa kaikkien opettajan oppaiden tehtävistä on kuitenkin oppilaan tarkoitus tehdä yksin. Seuraavasta taulukosta 16 näkyy, kuinka suuri osuus tehtävistä tehdään yksin, pareittain, pienryhmissä tai suurryhmässä.

TAULUKKO 16. Sosiaalisen interaktion osuudet opettajan oppaissa.

			Sosiaalinen interaktio				
			yksin	pareittain	pienryhmä	suurryhmä	Yhteensä
Opettajan opas	Laskutaito	Lukumäärä	586	26	21	8	641
		% Opettajan oppaasta	91,4%	4,1%	3,3%	1,2%	100,0%
	Matikkamatka	Lukumäärä	909	94	3	8	1014
		% Opettajan oppaasta	89,6%	9,3%	,3%	,8%	100,0%
	Tuhattaituri	Lukumäärä	351	10	45	19	425
		% Opettajan oppaasta	82,6%	2,4%	10,6%	4,5%	100,0%
Yhteensä		Lukumäärä	1846	130	69	35	2080
		% Opettajan oppaasta	88,8%	6,3%	3,3%	1,7%	100,0%

Taulukon 16 mukaan suurin osa kaikkien opettajan oppaiden tehtävistä tehdään yksin. Pareittain Matikkamatka 6:n tehtävistä tehdään 9,3 prosenttia kun vastaavat luvut Laskutaito 6:ssa ja Tuhattaituri 6:ssa ovat 4,1 prosenttia ja 2,4 prosenttia. Tuhattaituri 6 pienryhmässä tehtävien tehtävien osuus on suurin verrattuna muihin opettajan oppaisiin. Opettajan oppaat eroavat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi (p = .000). Seuraavaksi havainnollistamme opettajan oppaissa yksin tai yhdessä tehtävien harjoitusten osuuksia. Tätä varten muodostimme summamuuttujan nimeltä yhdessä seuraavista muuttujista: pareittain, pienryhmässä ja suurryhmässä.

Kuvio 27 kertoo kokoavasti yksin ja yhdessä tehtävien harjoitusten osuudet kussakin opettajan oppaassa.



KUVIO 27. Sosiaalinen interaktio opettajan oppaittain.

Kuvio 27 osoittaa, että Laskutaito 6 opettajan oppaan tehtävistä kaiken kaikkiaan yhdessä tehdään yhdeksän prosenttia tehtävistä. Vastaava luku Matikkamatka 6:ssa on 10 prosenttia ja Tuhattaituri 6:ssa 17 prosenttia.

Oheismateriaaleista Matikkamatka 6:n opetuskalvopohjat on tarkoitettu täydennettäviksi yhdessä oppilaiden kanssa, joten ne voivat ohjata yhteiseen keskusteluun. Lisäksi opetuskalvopohjista löytyy pelejä ja leikkejä, jotka mahdollistavat ryhmässä toimimisen. Muiden lisämonisteiden ja oheismateriaalien tehtävien sosiaalista interaktiota kuvataan taulukossa 17.

TAULUKKO 17. Sosiaalinen interaktio lisämonisteissa ja oheismateriaaleissa.

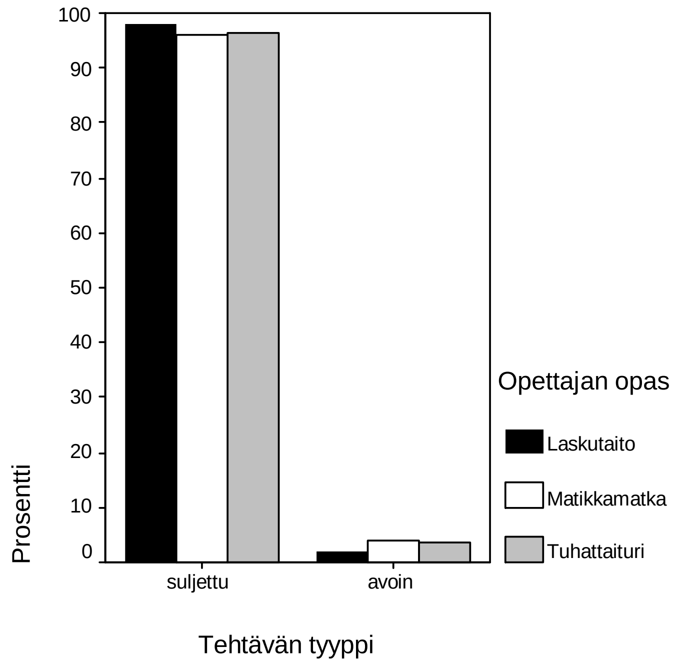
				Sosiaalinen interaktio			
Opettajan opas				yksin	pareittain	pienryhmä	Yhteensä
Laskutaito		lisämoniste	Lukumäärä	117		0	117
			% materiaalista	100,0%		,0%	100,0%
		Laskutaidon tuumavihko	Lukumäärä	264		0	264
			% materiaalista	100,0%		,0%	100,0%
		Laskutaidon yhteistuumat	Lukumäärä	0		58	58
			% materiaalista	,0%		100,0%	100,0%
		Laskutaidon lisävihko	Lukumäärä	68		0	68
			% materiaalista	100,0%		,0%	100,0%
		Laskutaidon tukiopetustehtäviä	Lukumäärä	102		0	102
			% materiaalista	100,0%		,0%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	551		58	609
			% materiaalista	90,5%		9,5%	100,0%
Matikkamatka		lisämoniste	Lukumäärä	141	2		143
			% materiaalista	98,6%	1,4%		100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	141	2		143
			% materiaalista	98,6%	1,4%		100,0%
Tuhattaituri		lisämoniste	Lukumäärä	12			12
			% materiaalista	100,0%			100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	12			12
			% materiaalista	100,0%			100,0%

Taulukosta 17 on luettavissa, että Laskutaito 6:n yhteistuumat ovat tehtäviä, jotka ovat kaikki tarkoitettu ratkaistavaksi pienryhmissä. Kaikkien opettajan oppaiden lisämonisteet on tarkoitettu pääasiassa yksin tehtäviksi, ainoastaan Matikkamatka 6:n lisämonisteissa 1,4 prosenttia tehtävistä on parityöskentelyyn tarkoitettuja.

Liitteessä 3 on taulukkoja, joista selviää, millaisia sosiaalisen interaktion muotoja löytyy kunkin opettajan oppaan tehtävälajeista. Laskutaito 6:ssa suurin osa pareittain (57,7 %) ja pienryhmässä (66,7 %) tehtävistä harjoituksista on pelejä tai leikkejä. Matikkamatka 6:n pienryhmässä tehtävistä harjoitteista kaikki ovat pelejä tai leikkejä. Matikkamatka 6:n pareittain tehtävistä tehtävistä 30,9 prosenttia on perusopetusaukeaman tehtäviä ja 31,9 prosenttia pelejä ja leikkejä. Pareittain tehtävistä harjoitteista Tuhattaituri 6:ssa 60,0 prosenttia on pelejä ja leikkejä, pienryhmässä tehtäviä harjoitteita on eniten pulmakulmien tehtävissä, jotka kaikki suositellaan tehtävän ryhmissä. Kaikissa opettajan oppaissa on pelejä ja leikkejä, jotka mahdollistavat parityöskentelyn. Lisäksi Matikkamatka 6:ssa on perusopetusaukeamilla yhteistoiminnallisia aukeamia, jotka mahdollistavat parityöskentelyn.

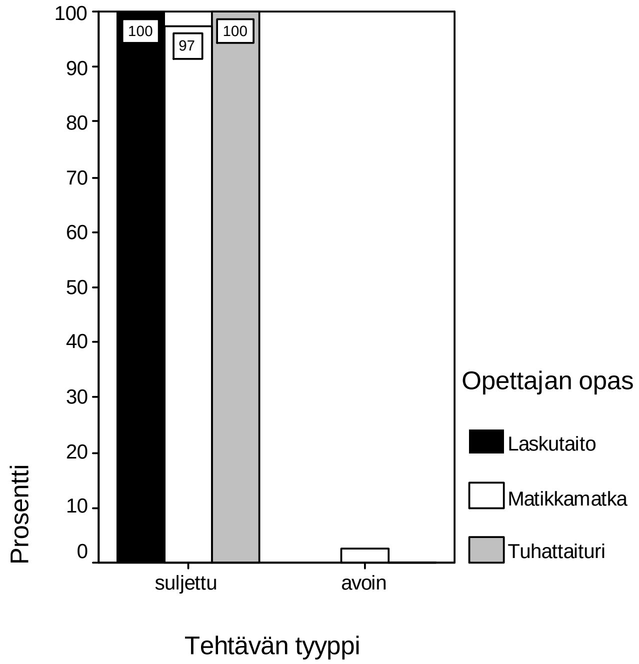
10.4.2 Avoimet tehtävät

Kuten aikaisemmin on jo käynyt ilmi, avoimia tehtäviä on jokaisen kustantajan opettajan oppaissa. Niiden prosenttiosuudet kaikista tehtävistä ovat kuitenkin alhaisia, kuten kuvio 13 osoittaa.



KUVIO 28. Avoimien tehtävien osuus opettajan oppaissa.

Seuraavasta kuviosta 29 näkyy avoimien tehtävien määrä oppikirjasarjojen lisämonisteissa. Laskutaito 6 opettajan oppaan lisämonisteissa ole ollenkaan avoimia tehtäviä niin kuin ei myöskään Tuhattaituri 6:n lisämonisteissa. Matikkamatka 6 lisämonisteiden tehtävistä n. 3 prosenttia on avoimia tehtäviä, mikä tarkoittaa neljää avointa tehtävää.



KUVIO 29. Avoimien tehtävien osuus lisämonisteissa.

Yhteenvetona voidaan sanoa, että avoimien tehtävien osuus prosentuaalisesti ja lukumääräisesti on kaikkien kustantajien opettajan oppaissa ja lisämonisteissa pieni tai olematon. Alla oleva taulukko 18 osoittaa, että Laskutaito 6 oheismateriaalien tehtävät ovat kaikki suljettuja.

TAULUKKO 18. Oheismateriaalien tehtävien tyypit.

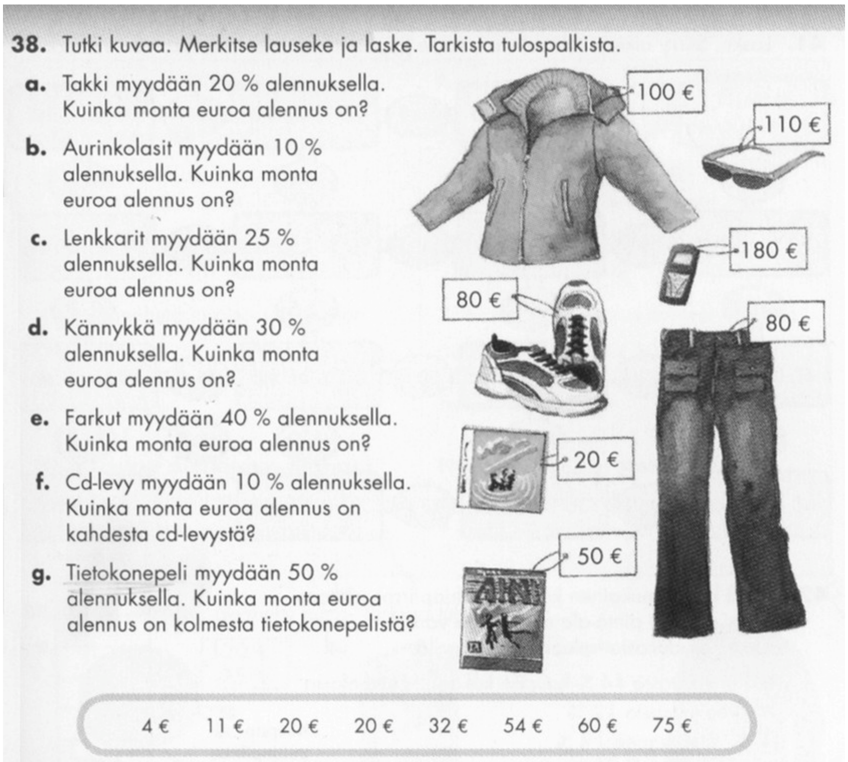
			Tehtävän tyyppi	
			suljettu	Yhteensä
	Laskutaidon tuumavihko	Lukumäärä	264	264
		% oheismateriaalista	100,0%	100,0%
	Laskutaidon yhteistuumat	Lukumäärä	58	58
		% oheismateriaalista	100,0%	100,0%
	Laskutaidon lisävihko	Lukumäärä	68	68
		% oheismateriaalista	100,0%	100,0%
	Laskutaidon tukiopetustehtäviä	Lukumäärä	102	102
		% oheismateriaalista	100,0%	100,0%
Yhteensä		Lukumäärä	492	492
		% oheismateriaalista	100,0%	100,0%

10.4.3 Kyselevät metodit

Kaikkien tutkimiemme kustantajien opettajan oppaiden opettajan pedagogisista ohjeista löytyy valmiita kysymyksiä, joita opettaja voi esittää oppilaille aiheeseen liittyen. Tuhattaituri 6:sta näitä löytyy runsaasti, koska oppaassa on jokaiseen aiheeseen liittyen useita kysymyksiä opetuskuvan käsittelyä varten, joista osa on oppilaan omaa ajattelua herättäviä. Lisäksi opettajalle annetaan joitakin tehtäviä varten ohjausvinkki, joka sisältää tehtävän ratkaisemista helpottavia kysymyksiä. Laskutaito 6 opettajan oppaassa tällaisia oppilaan ajattelua ohjaavia kysymyksiä löytyy opettajan ohjeista joitakin, kuten myös Matikkamatka 6:sta. Lisäksi kyselevä metodi näkyy Matikkamatka 6:n lahjakkaille ja taitaville tarkoitetuissa lisämonisteissa. Oppaissa on esimerkiksi seuraavanlaisia kysymyksiä: *” – – mikä vaikuttaa siihen, millainen mittakaava piirrokseen valitaan.”* (Laskutaito 2000a, 136), *”Millä toisella tavalla murtoluku 3/5 voidaan muuntaa prosenttiluvuksi?”* (Tuhattaituri 2006, 115) ja *”Kuinka määrität eri sektoreiden koot?”* (Matikkamatka 2005, 189).

10.4.4 Oppilaiden elämismaailma.

Kaikissa opettaja oppaissa oppilaiden elämismaailma tuotiin esille. Monet tehtävät liittyvät oppilaiden elämismaailmaan ja arkikokemuksiin. Tehtävissä puhutaan esimerkiksi liikuntaharrastuksista, rahan säästämisestä, alennusmyynneistä, eläimistä, kartasta ja oppilaan ympäristöön kuuluvista esineistä. Kuviossa 30 on esimerkki tehtävästä, joka liittyy oppilaiden elämismaailmaan. Tehtävässä prosenttilaskua sovelletaan vaatteiden alennettujen hintojen laskemiseen.



KUVIO 30. Oppilaiden elämismaailmaan liittyvä tehtävä. (Tuhattaituri 2006, 125)

10.4.5 Itsearviointi ja palaute.

Laskutaito 6:ssa jokaisen osion lopussa on ohjeet salkkuarviointia ja oppilaan itsearviointia varten. Oppaasta löytyy yksi itsearviointilomake, joka soveltuu käytettäväksi kaikissa osioissa. Matikkamatka 6:ssa on osiokohtaisia kertaussivuja, joissa oppilas saa arvioida omaa osaamistaan valitsemalla omaa oppimistaan vastaavan kuvan. Oppaan lopusta löytyy jokaiselle osiolle oma itsearviointilomakkeensa. Tuhattaituri 6:ssa on Mitä osaan -sivut jokaisen osion lopussa. Ensimmäisellä sivulla oppilas arvioi oman osaamisensa tason valitsemalla omaa osaamistaan kuvaavan väitteen kolmesta värikoodatusta vaihtoehdosta. Arvionsa perusteella oppilas valitsee sopivan vaikeustason kertaustehtävät värikoodin avustamana. Palautetta osaamisestaan oppilas voi saada erilaisten testien ja kokeiden avulla. Laskutaito 6:sta löytyy osiokohtainen perustesti. Matikkamatka 6:ssa on jokaisen osion alussa diagnostinen testi ja oppaasta löytyy osioihin liittyviä formatiivisia ja summatiivisia kokeita. Tuhattaituri 6:ssa on summatiivinen koe kutakin osiota kohti.

10.5 Opettajan oppaiden lisämonisteiden ja oheismateriaalien tehtävät

Tässä luvussa kuvailemme ensin analysoimamme opettajan oppaiden lisämonisteiden ja Laskutaito 6 oheismateriaalien tehtävien määrät. Sitten tuomme esille niiden sisältämien tehtävien tasot ja tyypit. Seuraavassa on lisämonisteiden ja oheismateriaalien tehtävien määrää kuvaavat taulukot.

TAULUKKO 19. Opettajan oppaiden lisämonisteiden tehtävien määrät osioittain.

Opettajan opas				lisämonis-teiden tehtävät	Yhteensä
Laskutaito	Kirjan osio	geometria	Lukumäärä	54	54
			% tehtävistä	46,2%	46,2%
		prosenttilasku	Lukumäärä	63	63
			% tehtävistä	53,8%	53,8%
	Yhteensä		Lukumäärä	117	117
			% tehtävistä	100,0%	100,0%
Matikkamatka	Kirjan osio	geometria	Lukumäärä	84	84
			% tehtävistä	58,7%	58,7%
		prosenttilasku	Lukumäärä	59	59
			% tehtävistä	41,3%	41,3%
	Yhteensä		Lukumäärä	143	143
			% tehtävistä	100,0%	100,0%
Tuhattaituri	Kirjan osio	geometria	Lukumäärä	6	6
			% tehtävistä	50,0%	50,0%
		prosenttilasku	Lukumäärä	6	6
			% tehtävistä	50,0%	50,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	12	12
			% tehtävistä	100,0%	100,0%

Taulukon 19 mukaan Laskutaito 6 opettajan oppaan geometria- ja prosenttilaskuosioihin liittyvissä lisämonisteissa on 117 tehtävää, joista geometriaosioon liittyy 46,2 prosenttia ja prosenttilaskuosioon 53,8 prosenttia. Matikkamatka 6:n lisämonisteissa on 143 tehtävää, joista geometriaosioon liittyviä on 58,7 prosenttia ja prosenttilaskuosioon 41,3 prosenttia. Tuhattaituri 6 lisämonisteiden 12 tehtävästä puolet liittyy geometriaosioon ja puolet prosenttilaskuosioon. Taulukosta 20 selviää Laskutaito 6 oheismateriaalien sisältämät tehtävämäärät.

TAULUKKO 20. Laskutaito 6 oheismateriaalien sisältämät tehtävämäärät.

			Oheismateriaali				
			Laskutaidon tuumavihko	Laskutaidon yhteistuumat	Laskutaidon lisävihko	Laskutaidon tukiopetust ehtäviä	Yhteensä
Kirjan osio	geometria	Lukumäärä	0	0	21	51	72
		% oheismateriaalista	,0%	,0%	30,9%	50,0%	14,6%
	prosenttilasku	Lukumäärä	0	0	47	51	98
		% oheismateriaalista	,0%	,0%	69,1%	50,0%	19,9%
	ei nimettyjä osioita	Lukumäärä	264	58	0	0	322
		% oheismateriaalista	100,0%	100,0%	,0%	,0%	65,4%
Yhteensä		Lukumäärä	264	58	68	102	492
		% oheismateriaalista	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Taulukko 20 osoittaa, että aineistoomme kuului Laskutaito 6 oheismateriaalien osalta yhteensä 492 tehtävää, joista 264 tehtävää sisältyy Laskutaidon tuumavihkoon, 58 tehtävää Laskutaidon yhteistuumiin, 68 tehtävää Laskutaidon lisävihkoihin ja 102 tehtävää Laskutaidon tukiopetustehtävä-vihkoseen. Laskutaidon tuumavihossa ja yhteistuumissa ei ollut eriteltyjä osioita, joten analysoimme nämä oheismateriaalit kokonaan. Sitä vastoin Laskutaidon lisävihoista ja tukiopetustehtävistä löytyy geometria- ja prosenttilaskuosiot, joten näistä oheismateriaaleista analysoimme näihin osioihin kuuluvat tehtävät. Laskutaidon lisävihkojen analysoimistamme 68 tehtävästä geometriaosioon liittyy 30,9 prosenttia ja prosenttilaskuosioon 69,1 prosenttia. Analysoimistamme 102 Laskutaidon tukiopetustehtävästä puolet on geometriaosioon liittyviä ja puolet prosenttilaskuun liittyviä.

10.5.1 Tehtävien tasot

Tuomme esille, miten opettajan oppaiden lisämonisteiden tehtävät jakautuvat eri tasoille. Käsittelemme lisämonisteista erillään Laskutaito 6 oheismateriaalien tehtävät. Seuraavasta taulukosta 21 näkyy lisämonisteiden tehtävien jakautuminen eri tasoille.

TAULUKKO 21. Opettajan oppaiden lisämonisteiden tehtävien tasot.

Opettajan opas				Tehtävän taso LY	YS	SA	Yhteensä
Laskutaito	Kirjan osio	geometria	Lukumäärä	29	2	23	54
			%tehtävistä	53,7%	3,7%	42,6%	100,0%
		prosenttilasku	Lukumäärä	31	16	16	63
			%tehtävistä	49,2%	25,4%	25,4%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	60	18	39	117
			%tehtävistä	51,3%	15,4%	33,3%	100,0%
Matikkamatka	Kirjan osio	geometria	Lukumäärä	52	13	19	84
			%tehtävistä	61,9%	15,5%	22,6%	100,0%
		prosenttilasku	Lukumäärä	28	19	12	59
			%tehtävistä	47,5%	32,2%	20,3%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	80	32	31	143
			%tehtävistä	55,9%	22,4%	21,7%	100,0%
Tuhattaituri	Kirjan osio	geometria	Lukumäärä	4	2		6
			%tehtävistä	66,7%	33,3%		100,0%
		prosenttilasku	Lukumäärä	5	1		6
			%tehtävistä	83,3%	16,7%		100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	9	3		12
			%tehtävistä	75,0%	25,0%		100,0%

Taulukko 21 osoittaa, että Laskutaito 6:n geometriaosioon liittyvistä lisämonisteiden tehtävistä 53,7 prosenttia on LY-tasoisia ja SA-tasoisia 42,6 prosenttia. Matikkamatka 6 geometriaosion lisämonisteiden tehtävistä LY-tasoisia on 61,9 prosenttia ja SA-tasoisia 22,6 prosenttia. Tuhattaituri 6 geometriaosion lisämonisteiden kuudesta tehtävästä neljä tehtävää on LY-tasoisia, loput kaksi tehtävää ovat YS-tasoisia.

Laskutaito 6:n prosenttilaskuosioon liittyvistä lisämonisteiden tehtävistä 49,2 prosenttia on LY-tasoisia tehtäviä ja sekä YS- että SA-tasoisten tehtävien osuus on 25,4 prosenttia. Matikkamatka 6 lisämonisteiden tehtävien tasot ovat samansuuntaiset kuin Laskutaito 6 lisämonisteiden tehtävien tasot: LY-tasoisia on 47,5 prosenttia, YS-tasoisia 32,2 prosenttia ja SA-tasoisia 20,3 prosenttia. Tuhattaituri 6:n lisämonisteissa ei ole lainkaan SA-tasoisia tehtäviä, LY-tasoisia tehtäviä prosenttilaskuosioon liittyvissä lisämonisteissa on viisi kappaletta ja yksi YS-tasoinen tehtävä.

Oheismateriaali				Tehtävän taso LY	YS	SA	Yhteensä
Laskutaidon tuumavihko	Kirjan osio	ei nimettyä osiota	Lukumäärä	3	40	221	264
			% oheismateriaalista	1,1%	15,2%	83,7%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	3	40	221	264
			% oheismateriaalista	1,1%	15,2%	83,7%	100,0%
Laskutaidon yhteistuumat	Kirjan osio	ei nimettyä osiota	Lukumäärä		8	50	58
			% oheismateriaalista		13,8%	86,2%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä		8	50	58
			% oheismateriaalista		13,8%	86,2%	100,0%
Laskutaidon lisävihko	Kirjan osio	geometria	Lukumäärä	16	4	1	21
			% oheismateriaalista	76,2%	19,0%	4,8%	100,0%
		prosenttilasku	Lukumäärä	40	7		47
			% oheismateriaalista	85,1%	14,9%		100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	56	11	1	68
			% oheismateriaalista	82,4%	16,2%	1,5%	100,0%
Laskutaidon tukiopetustehtäviä	Kirjan osio	geometria	Lukumäärä	51			51
			% oheismateriaalista	100,0%			100,0%
		prosenttilasku	Lukumäärä	48	3		51
			% oheismateriaalista	94,1%	5,9%		100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	99	3		102
			% oheismateriaalista	97,1%	2,9%		100,0%

TAULUKKO 22. Laskutaidon oheismateriaalien tehtävien tasot.

Taulukon 22 mukaan Laskutaito 6:n oheismateriaaleissa painottuvat selkeästi joko LY-tasoiset tehtävät tai SA-tasoiset tehtävät. Laskutaidon lisävihon geometriaosion ja prosenttilaskuosion sekä Laskutaidon tukiopetustehtävä-vihkosessa painottuvat LY-tasoiset tehtävät. Laskutaidon yhteistuumissa ja tuumavihossa suurin osa tehtävistä on SA-tasoisia tehtäviä, eikä LY-tasoisia tehtäviä niissä ole juurikaan, Laskutaidon tuumavihon tehtävistä LY-tasoisia on 1,1 prosenttia.

10.5.2 Tehtävien tyyppi

Lisämonisteiden ja oheismateriaalien tehtävien tyyppejä on käsitelty jo kohdassa 10.4.2, kun konstruktivismin piirteisiin liittyen tutkimme aineistomme avoimien tehtävien määrää. Kävi ilmi, että vain Matikkamatka 6:n lisämonisteissa on avoimia tehtäviä. Niitä tosin on vain neljä kappaletta.

11 TULOSTEN YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTÖKSET

11.1 Miten opettajan oppaat ja niihin liittyvä lisämateriaali tukevat oppilaan matemaattiseen osaamisen (mathematical proficiency) piirteiden kehittymistä?

Opettajan oppaissa painottuu eniten proseduraalisen sujuvuuden ja käsitteellisen ymmärtämisen kehittyminen. Jokainen suoritettu laskutehtävä vahvistaa proseduraalista sujuvuutta. Jokaisessa oppaassa on useita peruslaskuja sekä proseduraalista sujuvuutta osaltaan vahvistavia päässälaskuja. Opettajalle annetut ohjeet tukevat proseduurien opettamista ja harjoittelemista. Käsitteellinen ymmärrys puolestaan viittaa tietoisuuteen matemaattisten käsitteiden yhteyksistä ja siitä, missä yhteydessä käsitteitä kannattaa käyttää (Kilpatrick ym. 2001). Tehtävät, joissa tuodaan esille käsitteen käyttöyhteys, tukevat käsitteellisen ymmärtämisen kehittymistä. Tällaisia tehtäviä löytyy kaikista opettajan oppaista, esimerkiksi prosentin käsite liitetään aitoon käyttöympäristöönsä ja mittakaava liitetään karttaan. Kaikissa opettajan oppaissa olevat, etenkin geometriaosioiden tasokuvioita ja kappaleita havainnollistavat, kuvat selventävät käsitteiden välisiä yhteyksiä.

Huomioitavaa on, että käsitteellisen ymmärtämisen kehittyminen on sidoksissa proseduraaliseen sujuvuuteen (Kilpatrick ym. 2001, 122). Käsitteellisen ymmärtämisen kehittymistä tukee se, että uudet asiat voidaan yhdistää vanhoihin tietoihin (Kilpatrick & Swafford 2002, 10). Opettajan oppaissa esimerkiksi prosentin käsite opetetaan käyttämällä hyväksi aiemmin opittuja murtoluvun ja desimaaliluvun käsitteitä. Näkemyksemme mukaan prosentin käsitettä ei siis opeteta täysin itsenäisenä käsitteenä erotettuna murto- ja desimaalilukujen käsitteestä päinvastoin kuin Haapasalo (1998, 66) on asian nähnyt. Aiemmin opitun hyväksikäyttö on kuitenkin unohdettu kaikissa kolmessa opettajan oppaassa opetettaessa tilavuuden laskemista. Kaikissa opettajan oppaissa se opetetaan käyttämättä hyväksi aiemmin opittua pinta-alan käsitettä: pituus*leveys*korkeus. Matikkamatka 6 opettajan oppaista löytyvät Totta vai ei – päättelyt ovat välineitä, joiden avulla voidaan selvittää, onko oppilas ymmärtänyt käsitteiden merkitykset. Osa

Tuhattaituri 6 opetuskuvan tarkastelua varten tarkoitetuista kysymyksistä vahvistavat käsitteen ymmärtämistä, koska ne vaativat oppilaita pohtimaan, mitä jokin käsite tarkoittaa.

Kilpatrickin ja Swaffordin (2002,10) mukaan oppilaat voivat kyllä ymmärtää asian, vaikka eivät pystyisi ilmaisemaan sitä verbaalisesti. Høinesin (2000) mukaan puhe ja kieli ovat tärkeitä käsitteiden ymmärtämisen apuvälineitä. Matematiikan opetuksessa kielentäminen on tärkeää, koska puheen avulla selvennetään käsitteitä itselle. Joutsenlahti (2003a) tuo esille, että kielentäminen jäsentää matemaattista ajattelua ja auttaa huomaamaan käsitteiden keskeisiä piirteitä. Opettajan tehtävänä on antaa mahdollisuus kielentämiseen kannustamalla oppilaita selostamaan ajatteluaan tai ratkaisujaan. Käsitteellisen ymmärtämisen kehittymistä tukevat siis ohjeet, joissa vaaditaan kertomaan omin sanoin ratkaisuista tai kuvaamaan käsitteitä. Tällaisia ohjeita löytyy kaikista opettajan oppaista, erityisesti Tuhattaituri 6:n opetuskuvan tarkastelua varten annetut useat kysymykset mahdollistavat kielentämiseen ohjaamisen.

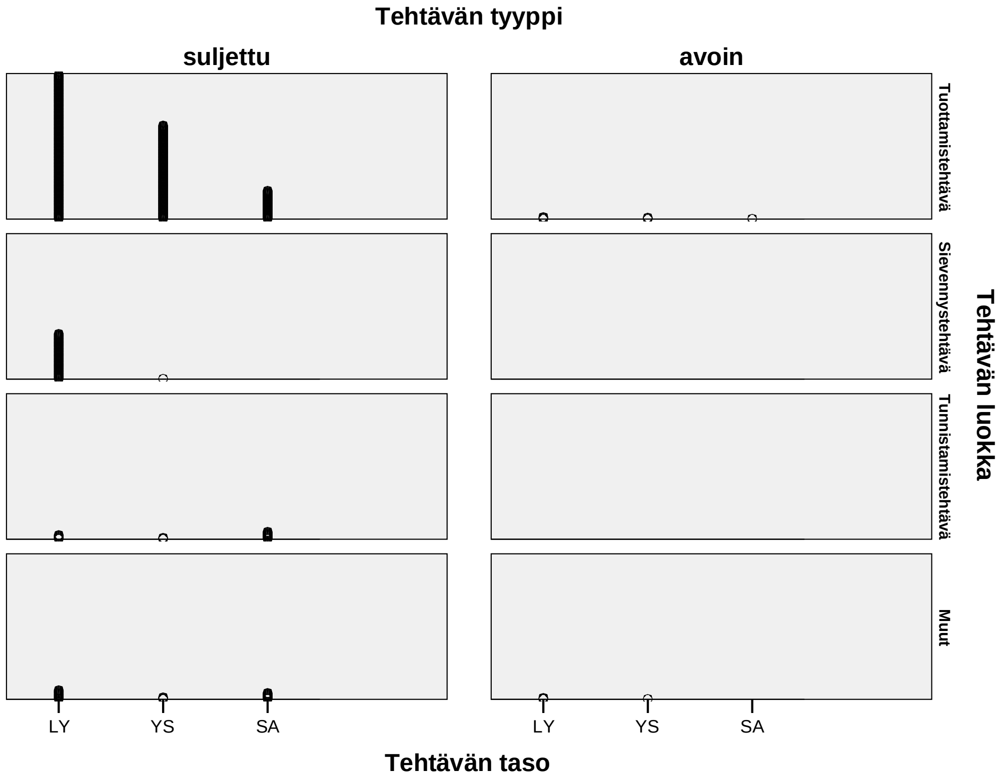
Strategista kompetenssia kehittävät ei-rutiininomaiset tehtävät, joissa oppilaan pitää keksiä ja luoda aiempien tietojensa avulla sopiva ratkaisustrategia (Kilpatrick ym. 2001, 125–127). Strateginen kompetenssi kehittyy erityisesti vaativimpien ja ongelmanratkaisua painottavien tehtävien avulla, joita myös kaikissa oppaissa on. Opettajan ohjeista niitä löytyy erityisesti pohdittavaa- ja pulmakulmien tehtävistä. Lisäksi niitä löytyy Matikkamatka 6:n ja Laskutaito 6:n lisämonisteista sekä Laskutaito 6:n tuumavihosta ja yhteistuumista.

Mukautuvaan päättelyyn kuuluvaa tiedon soveltamista tutussa kontekstissa vaativia tehtäviä löytyy lähes kaikesta tutkimastamme materiaalista. Tällaiset tehtävät ovat pääsääntöisesti sanallisia tehtäviä ja parhaimmillaan liittyvät oppilaan arkielämään. Mukautuva päättely kehittyy, kun oppilaalta vaaditaan perusteluja (Kilpatrick & Swafford 2002, 14). Perusteluiden vaatiminen jää hyvin paljon opettajan vastuulle. Kaikissa opettajan oppaissa on joitakin ohjeita, joissa oppilaalta vaaditaan perusteluja, nämä ohjeet ovat yleensä opettajalle annettuja kysymyksiä, joita hän voi esittää oppilaille. Voidaan kuitenkin todeta, että tällaisia kysymyksiä ei opettajan oppaissa ole paljoakaan. Poikkeus tässä suhteessa ovat Matikkamatka 6:n lahjakkaille ja taitaville tarkoitetut ongelmanratkaisu-nimiset lisämonisteet, joissa useasti vaaditaan oppilasta perustelemaan ratkaisujaan kirjallisesti. Kaikissa opettajan oppaissa on pareittain ja pienryhmissä tehtäviä harjoitteita, jotka tarjoaisivat luontevasti mahdollisuuden perusteluiden esittämiselle. Tehtävien ohjeet eivät siihen juuri kehota, joten opettajan tulisi ohjata oppilaita tekemään niin.

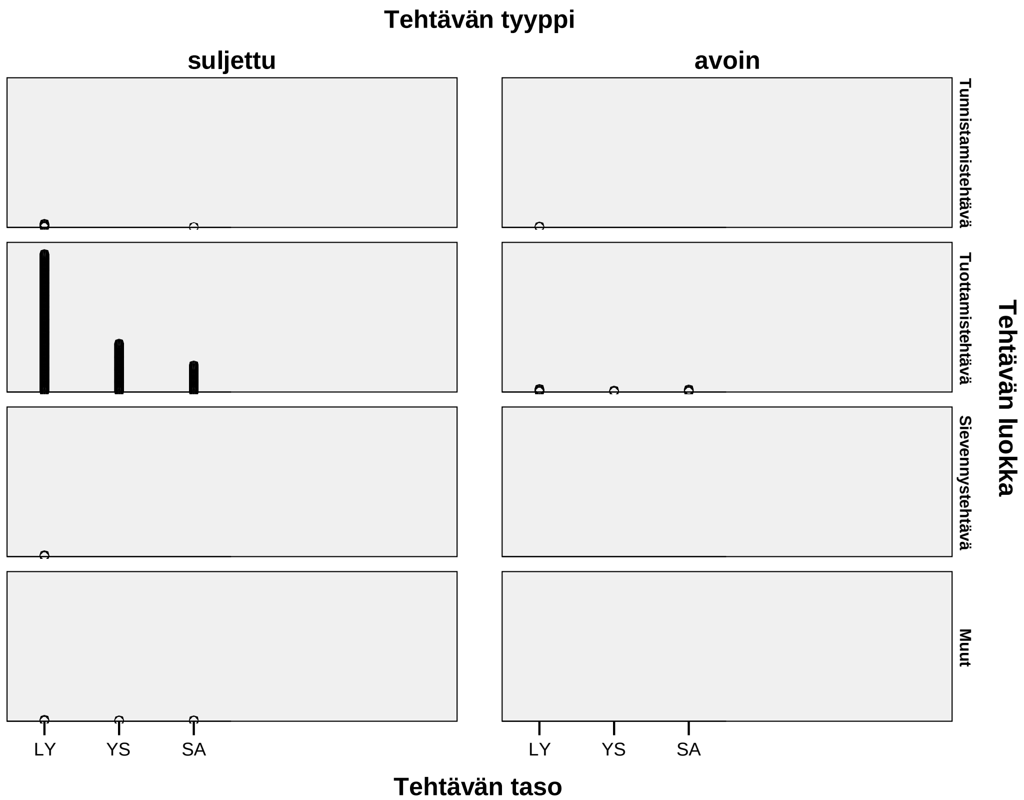
Matematiikkakuvan kehittyminen tukee muiden matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä. Sen kehittyminen vaatii mahdollisuuksia kokea onnistumisia matematiikassa. (Kilpatrick ym. 2001, 131–133.) Kaikissa opettajan oppaissa on eritasoisia tehtäviä, jotka omalta osaltaan lisäävät kaiken tasoisten oppilaiden onnistumisen mahdollisuuksia. Lisäksi Matikkamatka 6 ja Laskutaito 6 opettajan oppaiden lisämonisteet sekä Laskutaito 6:n oheismateriaalit tarjoavat tällaisia tehtäviä. Myös avoimet tehtävät mahdollistavat onnistumisen kokemuksia oppilaille, koska oikeita vastausvaihtoehtoja voi olla useita. Avoimia tehtäviä löytyy kaikista opettajan oppaista, tosin niukasti. Erilaiset yhteistoiminnalliset työtavat lisäävät onnistuessaan oppilaiden opiskelumotivaatiota (Ahtineva 2000, 29). Täten voidaan ajatella, että erilaisten yhteistoiminnallisten työtapojen käyttö vaikuttaa myös positiivisen matematiikkakuvan kehittymiseen. Tällaisia pari- ja ryhmätehtäviä esiintyy kaikissa opettajan oppaissa, eniten kuitenkin Tuhattaituri 6:ssa. Matematiikkakuvan kehittymistä edesauttaa kaikista opettajan oppaista löytyvät pelit ja leikit sekä erilaiset toiminnalliset tehtävät. Leikkejä löytyy myös Matikkamatka 6:n opetuskalvopohjista. Opettajan oppaiden tehtävät pyritään liittämään lähelle oppilaan elämismaailmaa, mikä osaltaan auttaa oppilasta näkemään matematiikan hyödyllisyyden.

11.2 Minkälaisia ovat oppimateriaalin harjoitustehtävät?

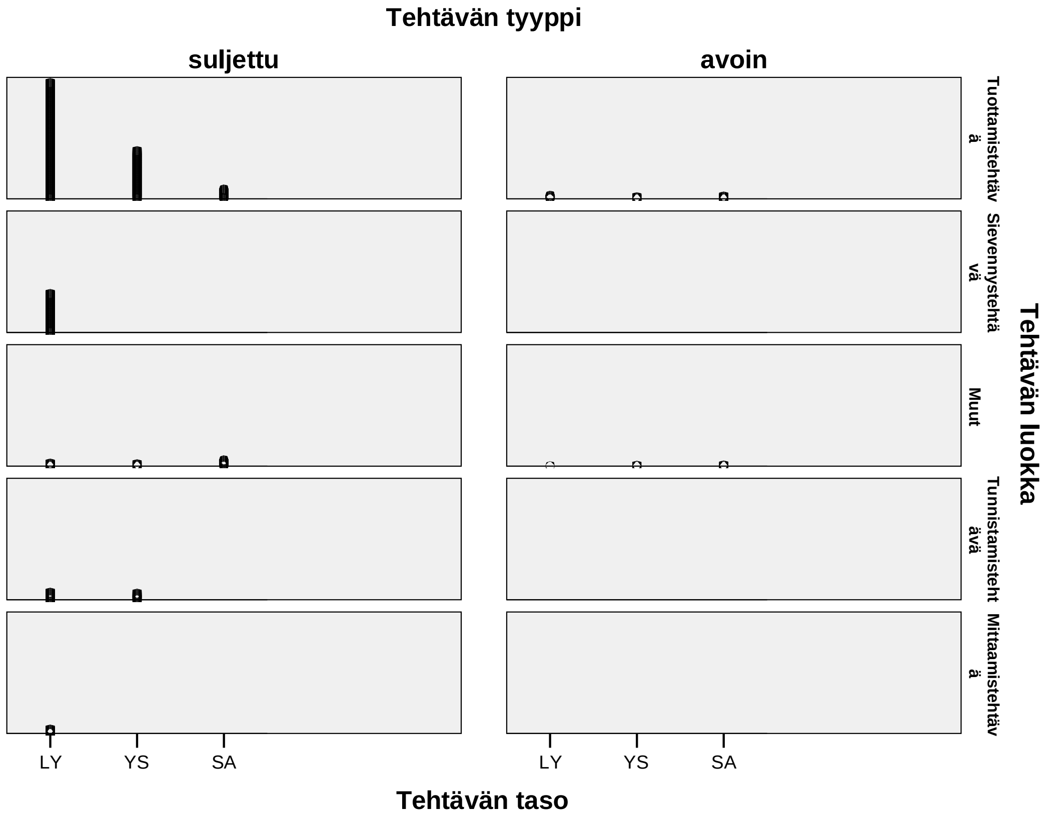
Seuraavat kuviot 31–33 kertovat kunkin opettajan oppaan tyypillisimmistä tehtävistä. Jokaisessa opettajan oppaassa tyypillisin tehtävä on LY-tasoinen suljettu tuottamistehtävä. Opettajan oppaiden prosentti- ja geometrialaskuosioissa painottuvat erittäin voimakkaasti suljetut tehtävät. Vähiten avoimia tehtäviä löytyy kokonaisuudessaan Laskutaito 6:sta ja eniten Matikkamatka 6:sta. LY-tasoisten tehtävien painottuminen kertoo siitä, että proseduurin oppiminen ja opettelu on tärkeää. Tuottamistehtävien suuri osuus voi selittyä sillä, että tällä luokkatasolla keskitytään nimenomaan harjoittelemaan sanallisten tehtävien ratkaisemista ja laskulausekkeiden tuottamista. Kuvioiden jälkeen kuvailemme vielä sanallisesti opettajan oppaiden geometria- ja prosenttilaskuosioiden tuloksia kokoavasti.



KUVIO 31. Laskutaito 6:n tehtävät.



KUVIO 32. Tuhattaituri 6:n tehtävät.



KUVIO 33. Matikkamatka 6:n tehtävät.

Kaikkien opettajan oppaiden prosenttilaskuosioissa painottuvat LY-tasoiset tehtävät ja SA-tasoisia tehtäviä on vähiten. Verrattaessa opettajan oppaiden prosenttilaskuosioita keskenään huomataan, että Matikkamatka 6:ssa LY-tasoisten tehtävien osuus on suurin. YS-tasoisten tehtävien osuus on suurin Laskutaito 6:ssa ja SA-tasoisia tehtäviä on Tuhattaituri 6:ssa suhteellisesti eniten. Opettajan oppaiden geometriaosioiden tehtävät painottuvat nekin LY-tasolle. Kokonaisuudessaan eri opettajan oppaiden geometriaosioiden tehtävien tasot eivät tilastollisesti merkitsevästi eroa toisistaan.

Kaikkien opettajan oppaiden prosenttilasku- ja geometriaosioiden perusopetusaukeaman tehtävissä, kotitehtävissä ja päässälaskuissa ja peleissä ja leikeissä painottuvat LY-tasoiset tehtävät. Laskutaito 6:n ja Matikkamatka 6:n perusopetusaukeamilla YS-tasoisten tehtävien osuus on yli 30 prosenttia, kun Tuhattaituri 6:ssa niiden osuus on vain vähän yli kaksi prosenttia. Matikkamatka 6:n prosenttilaskuosiossa ei ole lainkaan perusopetusaukeamalla SA-tasoisia tehtäviä, kun niitä löytyy Tuhattaituri 6 ja Laskutaito 6 prosenttilaskuosioiden perusopetusaukeamilta. Laskutaito 6:n ja Matikkamatka 6 geometriaosioidenkin perusopetusaukeamilla YS-tasoisten tehtävien osuus on yli 30 prosenttia ja Tuhattaituri 6:ssa niiden osuus on hieman yli 23 prosenttia. Kaikkien opettajan oppaiden geometriaosioiden perusopetusaukeamilta löytyy myös SA-tasoisia tehtäviä.

Matikkamatka 6 on ainoa opettajan opas, josta löytyy SA-tasoisia kotitehtäviä. Niitä löytyy sekä prosentti- että geometriaosion kotitehtävistä. Tuhattaituri 6:n päässälaskut kaikki ovat LY-tasoisia, kun taas Matikkamatka 6:sta ja Laskutaito 6:sta löytyy myös YS-tasoisia päässälaskuja. Matikkamatka 6:ssa ei ole lainkaan SA-tasoisia lisätehtäviä prosenttilaskuosiossa. Verrattaessa opettajan oppaita keskenään havaitaan, että SA-tasoisten lisätehtävien osuus on suurin Laskutaito 6:ssa. Opettajan oppaiden geometriaosioiden lisätehtävissä painottuu SA-tasoisten tehtävien osuus. Geometriaosion lisätehtävissä LY-tasoisten tehtävien osuus on pienin kaikissa opettajan oppaissa.

Opettajan oppaiden prosenttilaskuosioiden tehtävälajit, joissa SA-tasoisten tehtävien osuus on huomattava, ovat Laskutaito 6:ssa pohdinta-tehtävät ja Tuhattaituri 6:ssa pulmakulman tehtävät. Matikkamatka 6:ssa SA-tasoisten tehtävien osuus ei varsinaisesti korostu missään tehtävälajissa. Tuhattaituri 6:ssa sekä prosentti- että geometriaosioiden laskulaarin tehtävät ovat suurelta osin YS-tasoisia. Laskutaito 6 ja Matikkamatka 6 geometriaosion pohdintatehtävissä SA-tasoisten tehtävien osuudet ovat suuremmat kuin prosenttilaskuosioissa. Opettajan oppaiden geometriaosion pulmakulman tehtävistä ja pohdintatehtävistä ei löydy lainkaan LY-tasoisia tehtäviä.

Mittaamistehtäviä on ainoastaan Matikkamatka 6:n geometriaosiossa. Tuhattaituri 6:ssa sievennystehtävien osuus on pienin verrattuna muihin opettajan oppaisiin, molemmissa osiossa niiden osuus on alle prosentti. Kaikkien kolmen opettajan oppaiden geometriaosioissa olevat sievennystehtävät ovat kaikki LY-tasoisia, ja tuottamistehtävistäkin yli puolet on LY-tasoisia. Laskutaito 6 geometriaosion tunnistamistehtävistä yli puolet on SA-tasoisia tehtäviä, kun taas Matikkamatka 6:ssa tunnistamistehtävistä yli puolet on YS-tasoisia. Tuhattaituri 6:ssa puolestaan tunnistamistehtävistä suurin osa on LY-tasoisia.

Matikkamatka 6:n ja Tuhattaituri 6:n prosenttilaskuosioissa kaikki sievennys- ja tunnistamistehtävät ovat LY-tasoisia. Laskutaito 6:n prosenttilaskuosiosta löytyy LY-tasoisten sievennystehtävien lisäksi myös YS-tasoisia sievennystehtäviä. Laskutaito 6:sta löytyy sekä LY- että YS-tasoisia tunnistamistehtäviä.

Ongelmanratkaisutehtävät vaativat SA-tason käyttäytymistä (Joutsenlahti 2005, 123). Matematiikan opetuksen keskeinen tavoite on ongelmanratkaisu (Ilmavirta & Pehkonen 1995, 70). Kun tarkastelemme SA-tasoisten tehtävien määrää yleensä huomaamme, että niiden osuus kokonaisuudessaan opettajan oppaissa on pienin verrattuna muiden tasoisiin tehtäviin. Edellä olemme kuitenkin tuoneet esille niitä tehtävälajeja, joissa SA-tasoisten tehtävien osuus on suuri. Jotta voidaan pitää tavoitteena ongelmanratkaisua, pitää oppilaalla olla peruslaskutaidot hallinnassa. Tämä näkyy opettajan oppaissa siinä, että LY-tasoisia tehtäviä on kokonaisuudessaan jokaisessa opettajan oppaassa eniten ja SA-tasoisten tehtävien osuus on pienin. Ongelmanratkaisun tavoite näkyy mielestämme siinä, kun opettajan opas sisältää tehtävälajeja, joissa selvästi korostuvat SA-tasoiset tehtävät. Pehkosen (1994, 62) mielestä avoimet tehtävät johtavat lähes automaattisesti ongelmakeskeiseen opetukseen. Tästä voimme päätellä, että avoimia tehtäviä opettajan oppaisiin lisäämällä nykyiseen verrattuna taattaisiin entistä paremmin ongelmakeskeinen opetus.

11.3 Miten opettajan opas vastaa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin?

Opetushallitus määrittelee perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa ainekohtaiset tavoitteet ja sisällöt. Se on määräys, jota koulutuksen järjestäjän tulee noudattaa. Koska opetuksessa käytetään keskeisenä välineenä oppikirjoja ja opettajan oppaita, tulisi niidenkin noudattaa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteita. Oppikirjatoimikunnan (1969) mukaan hyvä oppikirja seuraa voimassa olevaa opetussuunnitelmaa (Oppimateriaalikomitean mietintö 1973, 44).

Kaikki tutkimamme opettajan oppaat vastaavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 mainittuihin tavoitteisiin vuosiluokille 6-9. Saamamme tulos on sikäli mielenkiintoinen, että tutkimamme Laskutaito 6 opettajan opas on tehty vuoden 1994 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden pohjalta. Ensimmäisen tavoitteen ”oppilas oppii luottamaan itseensä ja ottamaan vastuun omasta oppimisestaan matematiikassa” (Opetushallitus 2004, 163) havaitseminen opettajan oppaista on mahdollista vain epäsuorasti. Kun ajatellaan, että luottamuksen kehittymistä tukee positiivisen palautteen saaminen ja onnistumisen kokemukset, tavoite löytyy opettajan oppaista.

Ajattelun taidot ja menetelmät –sisältönormiin kuuluvat sisällöt löytyvät kaikki jokaisesta opettajan oppaasta. Lukuihin ja laskutoimituksiin liittyvien sisältöjen suhteen opettajan oppaat eivät juuri eronneet toisistaan, ainoina eroavaisuuksina mainittakoon lukujen jaollisuussäännöt, joka on sisältönä vain Matikkamatka 6:ssa, ja suhde sekä jakaminen murtoluvuilla, jotka ovat sisältönä vain Laskutaito 6:ssa. Algebraan liittyviä sisältöjä on niukasti, mitä selittää se, että sisällöt tarkoitettu vuosiluokille 6-9 ja sisältöjä ei ole eritelty vuosiluokittain. Tuhattaituri 6:ssa on eniten algebraan liittyviä sisältöjä, vaikka ero Matikkamatka 6:een ei ole suuri. Tuhattaituri 6:ssa on yksi sisältö enemmän kuin Matikkamatka 6:ssa.

Muihin opettajan oppaisiin verrattaessa Tuhattaituri 6 sisältää selvästi eniten funktioon liittyviä sisältöjä. Muissa opettajan oppaissa funktioon liittyvistä sisällöistä ei tule esille kuin lukuparin esittäminen koordinaatistossa. Geometriaan liittyen Matikkamatka 6:ssa on kattavimmat sisällöt. Laskutaito 6:n ja Tuhattaituri 6:n sisällöt ovat lähes samankaltaiset. Todennäköisyyteen ja tilastoihin liittyen erot ovat pienet. Huomioitavaa kuitenkin on, että vain Laskutaito 6 sisältää todennäköisyyden käsitteen ja keskiarvo tulee esille vain Matikkamatka 6:ssa. Tutkimme erikseen vielä tarkemmin opettajan oppaiden prosenttilaskuosioiden sisältöjä, koska prosenttilaskuosio oli muutenkin tarkemman tarkastelun kohteena tutkimuksessamme. Opettajan oppaiden sisällöt prosenttilaskuosioissa eivät eroa juuri ollenkaan toisistaan. Ainoana eroavaisuutena on prosenttikerroin, jota ei tuoda esille Matikkamatka 6:ssa.

Kokonaisuudessaan eri opettajan oppaiden sisällöt eroavat toisistaan vain vähän. Selkeimmät erot tulevat esille tarkasteltaessa geometrian sisältöjä, jolloin Matikkamatka 6:n sisällöt ovat kattavimmat, ja funktioiden sisältöjä, joita Tuhattaituri 6 käsittelee laajimmin. Mainitsemisen arvoista on se, että vuoden 1994 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin pohjautuva Laskutaito 6 täyttää vuoden 2004 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa mainitut sisällöt yhtä hyvin kuin kaksi muuta opettajan opasta. Toki opettajan oppaista löytyy painotuseroja, joita edellä olemme tuoneet esille.

11.4 Miten konstruktivismi näkyy opettajan oppaissa ja niihin liittyvissä lisämonisteissa sekä oheismateriaaleissa?

Lederin ja Gunstonen (1990) mukaan 1980-luvulta alkaen siirryttiin matematiikan oppimisnäkemysten kehitysvaiheissa konstruktivismin vaiheeseen, jota voidaan kutsua luovaksi matematiikaksi (Kupari 1999, 34). Konstruktivismi nousi behaviorismin vastapainoksi (Puolimatka 2002, 82). Tutkimuksessamme toimme esille eri konstruktivismin piirteiden näkymisen opettajan oppaissa, lisämonisteissa sekä oheismateriaaleissa. Yhteenvetona voimme todeta, että erittelemämme konstruktivismin piirteet näkyvät kaikki ainakin opettajan oppaissa. Lisämonisteissa ja oheismateriaaleissa ei välttämättä kaikkia tutkimiamme piirteitä ole, mutta useat piirteet löytyvät silti näistäkin.

Matematiikan opetuksessa konstruktivismin suuntauksista on yleisesti hyväksytty sosiokonstruktivismi (Kupari 1999, 36). Bauersfeldin (1994) mukaan konstruktivismin yksi olennainen piirre on, että opettaminen merkitsee yritystä tarjota oppilaalle mahdollisuuksia vuorovaikutteisiin prosesseihin muun muassa kehittämällä oppilaiden keskinäistä työskentelykulttuuria (Haapasalo 1994b, 100). Keskusteluun ja pohdintaan ohjaaminen on yksi osa konstruktivistista opetusta (Pehkonen 1994, 62). Kaikki opettajan oppaat ohjaavat keskusteluun ja pohdintaan, kun joissain ohjeissa neuvotaan miettimään ja pohtimaan yhdessä. Sosiaaliseen interaktioon liittyen suurin osa opettajan oppaiden tehtävistä oppilaan on tarkoitus tehdä yksin. Yhdessä eli pareittain, pienryhmässä tai suurryhmässä tehdään Laskutaito 6:ssa n. 9 prosenttia tehtävistä, Matikkamatka 6:ssa n. 10 prosenttia tehtävistä ja Tuhattaituri 6:ssa 17 prosenttia tehtävistä. Edellä mainituista yhdessä tekemisen muodoista painottuu Matikkamatka 6:ssa parityöskentely ja Tuhattaituri 6:ssa pienryhmätyöskentely. Laskutaito 6:ssa tällaista selkeää painotusaluetta ei ole.

Opettajan oppaiden lisämonisteiden tehtävistä lähes kaikki tehdään yksin, ainoastaan Matikkamatka 6:n lisämonisteissa on kaksi parityöskentelyyn tarkoitettua tehtävää. Laskutaito 6:n oheismateriaaleista vain yhteistuumat mahdollistavat muunlaisen kuin yksin työskentelyn, koska kaikki yhteistuumien tehtävät ovat pienryhmissä ratkaistavia.

Laskutaito 6:ssa pareittain tai pienryhmässä tehtäviä harjoitteita löytyy eniten pelien ja leikkien joukosta. Matikkamatka 6:ssa on perusopetusaukeamia, jotka ovat tarkoitettu parityöskentelyyn, myös pelit ja leikit mahdollistavat niin parityöskentelyn kuin myös pienryhmätyöskentelyn. Tuhattaituri 6:ssa pienryhmätyöskentely painottuu pulmakulmien tehtäviä ratkaistaessa. Parityöskentelyn Tuhattaituri 6:ssa mahdollistaa muun muassa pelit ja leikit.

Konstruktivistiseen opetukseen soveltuvat erinomaisesti avoimet tehtävät. Myös kyselevät metodit kuuluvat osana konstruktivistiseen opetukseen. (Leino 1994 19–20.) Avoimia tehtäviä löytyy kaikista opettajan oppaista, mutta ei Tuhattaituri 6:n ja Laskutaito 6:n lisämonisteista tai Laskutaito 6:n oheismateriaaleista. Avoimien tehtävien suhteellinen osuus kaikista tehtävistä on kuitenkin pieni/olematon. Kaikissa opettajan oppaissa on annettu opettajalle valmiita kysymyksiä, joita hän voi esittää oppilaille. Eniten tällaisia kysymyksiä löytyy Tuhattaituri 6 opettajan oppaan opetuskuvan tarkasteluun liittyvistä kysymyksistä. Konstruktivistisessa opetuksessa otetaan huomioon oppilaiden elämismaailma (Leino 1993, 16). Opettajan oppaiden monien sanallisten tehtävien ja niihin liittyvien kuvien aiheet kuuluvat oppilaiden elämismaailmaan.

Keskeisenä tavoitteena koulussa tulisi olla Johan von Wrightin (1996, 16) mukaan itsereflektion taitojen opettaminen. Samoin monipuolisen palautteen saaminen voi osaltaan harjaannuttaa opiskelijoiden ajattelu- ja ymmärtämisvalmiuksia (Rauste-von Wright 1997, 19). Kaikista tutkimistamme opettajan oppaista löytyykin joko itsearviointilomakkeita tai sivuja, joissa oppilaan on tarkoituksena arvioida omaa osaamistaan. Palautetta omasta osaamisestaan oppilas voi saada opettajan oppaista löytyvien erilaisten testien ja kokeiden avulla.

Vaikka tutkimissamme opettajan oppaissa, lisämonisteissa ja oheismateriaaleissa näkyy konstruktivismin piirteitä, ei se ole ainoa oppaista välittyvä oppimiskäsitys. Kuten Leino (2004,

21) huomauttaa, on matematiikan oppikirjoista edelleen löydettävissä behavioristisen oppimiskäsityksen piirteitä, kuten kumulatiivisia oppirakennelmia. Tutkimissamme oppimateriaaleissa oppiaines rakentuu kumulatiivisesti. Lederin ja Gunstonen (1990) mukaan behavioristista näkökulmaa heijastavat drilliharjoitukset ja matemaattisten periaatteiden ymmärtämisen painotus (Kupari 1999, 34). Oppimateriaaleissa on paljon suljettuja samantyyppisiä tehtäviä, joita tehdään yksin, mikä viittaa drillaukseen ja behaviorismiin. Yhteenvetona voidaan sanoa, että tutkimissamme oppimateriaaleissa ei näy puhtaasti pelkästään konstruktivismi, mutta sen piirteitä on löydettävissä. Opettajan tulee siis käyttää oppimateriaalia valikoiden opetuksen tukimateriaalina, niin kuin Leino (2004) kehottaa.

11.5 Miten oppimateriaali tukee eriyttämistä?

Eriyttämisen merkitys lisääntyy entisestään, kun erityisoppilaiden määrä kasvaa ja kun erityisoppilaita integroidaan perusopetusryhmiin (Ilmavirta 2003, 25). Opettajan tulee eriyttää opetusta muun muassa tehtävien avulla, niin että se soveltuu erilaisille oppijoille. Eriyttämisessä käytetäänkin välineenä usein tehtäviä (Kylmäoja 2001). Eriyttämisen lajeja on kolme: nopeus-, laajuus- ja syvyyseriyttäminen. Nopeuseriyttämisessä keskeistä on oppimiseen käytetty aika. Jotkut oppilaat saavat tehtävänsä valmiiksi nopeammin kuin toiset ja tällöin tarvitaan lisätehtäviä. (Viljanen 1975,13–14; Leino, Kalla & Paasonen 1978, 130–131.) Nopeuseriyttämiseen soveltuvat kaikentasoiset tehtävät riippuen oppilaan edellytyksistä, koska keskeistä on tehtäviin käytetty aika, eli tehtävien määrää pitää vähentää tai lisätä oppilaasta riippuen. Laajuus- ja syvyyseriyttämisessä pitää kiinnittää huomiota tehtävien vaikeustasoon, ne voivat olla yksinkertaisia tai monimutkaisempia tehtäviä. Lahjakkaalle oppilaalle tulee tarjota hänen kykyjään vastaavia tehtäviä, jotka vaativat paneutumista sekä syvyys- että laajuussuunnassa (Uusikylä 1994,175). Kun opetusta eriytetään oppilaalle, jolla on vaikeuksia matematiikassa, on tärkeää keskittyä riittävän pitkän aikaa perusasioiden käsittelyyn (Räsänen 2000, 56).

11.5.1 Opettajan oppaiden geometria- ja prosenttilaskuosioiden tehtävät

Kaikissa kolmessa opettajan oppaassa on lisätehtäviä, jotka nimensä mukaisesti ovat tarkoitettuja eriyttämiseen. Painopistealue kaikkien opettajan oppaiden prosenttilaskuosioissa on LY- ja YS-tasoisissa lisätehtävissä. Tästä voidaan päätellä, että kyseisten opettajan oppaiden lisätehtävät soveltuvat mainiosti nopeuseriyttämiseen, jolloin oleellista on vain, että tehtäviä on olemassa. Tuhattaituri 6:sta ja Laskutaito 6:sta löytyy SA-tasoisia lisätehtäviä, jotka voivat olla haasteellisia edistyneille oppilaille. Opettajan oppaiden geometriaosioiden lisätehtävissä painottuvat SA-tasoiset tehtävät ja LY-tasoisten tehtävien osuus on pienin. Nämä lisätehtävät soveltuvat täten eriyttäväksi materiaaliksi taitaville oppilaille. Lisäharjoitusta tarvitseville oppilaille löytyy sopivia lisätehtäviä vähän geometriaosioissa.

Ilmavirran (2003, 25) mukaan kotitehtäviä tulisi olla kolmea eritasoa: lahjakkaimmille, keskitasoisille ja tuen tarpeessa oleville oppilaille tarkoitettuja tehtäviä. Matikkamatka 6:n prosenttilaskuosiosta löytyy sekä LY-, YS- että SA-tasoisia kotitehtäviä, tosin LY-tasoisten kotitehtävien osuus on yli 60 prosenttia ja SA-tasoisten tehtävien osuus alle 5 prosenttia. Laskutaito 6:n ja Tuhattaituri 6:n prosenttilaskuosion kotitehtävissä ei ole lainkaan SA-tasoisia tehtäviä ja LY- tasoisten tehtävien osuus on yli 80 prosenttia.

Opettajan oppaiden geometriaosioiden kotitehtävät jakautuvat samansuuntaisesti kuin prosenttilaskuosiossa. Matikkamatka 6:sta löytyy geometriaosiossakin kaikentasoisia tehtäviä, eikä Laskutaito 6:sta ja Tuhattaituri6:sta löydy ollenkaan SA-tasoisia kotitehtäviä. Laskutaito 6:n kotitehtävissä LY-tasoisten tehtävien osuus on selvästi suurempi kuin muissa kahdessa opettajan oppaassa. Selkeästi opettajan oppaiden prosenttilasku- ja geometriaosioiden kotitehtävissä painottuu peruslaskutoimitusten harjoittelu ja Matikkamatka 6 ottaa kotitehtävissään parhaiten huomioon eritasoiset oppijat.

Taitaville oppilaille sopivia tehtäviä löytyy Laskutaito 6:n pohdintatehtävistä, joissa SA-tasoisten tehtävien osuus on suuri. Etenkin kyseisen opettajan oppaan geometriaosion pohdintatehtävissä SA-tasoisten tehtävien osuus on huomattava. Samoin Matikkamatka 6 geometriaosion pohdintatehtävissä SA-tasoisten tehtävien osuus on suuri, vaikka prosenttilaskuosion pohdintatehtävissä painottuvatkin YS-tasoiset tehtävät.

Tuhattaituri 6:n pulmakulman tehtävissä painottuu SA-tasoisten tehtävien osuus molemmissa analysoiduissa osioissa, eivätkä ne sisällä lainkaan LY-tasoisia tehtäviä. Pulmakulman tehtävät soveltuvat täten eriyttäväksi materiaaliksi taitaville oppilaille. Tuhattaituri 6:n laskulaaritehtävissä painottuu YS-tasoisten tehtävien osuus, vaikka ne sisältävät kaiken tasoisia tehtäviä. Täten niistä löytyy etenkin keskitasoille oppilaille sopivia tehtäviä, joita voidaan käyttää myös nopeuseriyttämiseen. Tomlinsonin (1995) mukaan eriyttämisen yhtenä menetelmänä voidaan käyttää oppilaiden joustavaa ryhmittelyä. Tuhattaituri 6:n pulmakulman tehtävät antavat tähän hyvän mahdollisuuden, koska ne kaikki on tarkoitus ratkaista pienryhmissä. Lahdes (1986, 346) tuo esille eriyttämiskeinona oppilastutoroinnin, jossa oppilas toimii apuopettajana. Mielestämme pienryhmätyöskentely tekee mahdolliseksi myös apuopettajana toimimisen, kun samassa ryhmässä on eritasoisia oppilaita.

Tehtävälaji, jonka tehtävät soveltuvat sekä nopeuseriyttämiseen että eriyttäväksi tehtäviksi oppilaille, jotka tarvitsevat lisäharjoitusta perusasioissa, on Matikkamatka 6:n vihkolaskut. Näissä LY-tasoisten tehtävien osuus on huomattavan suuri.

11.5.2 Lisämonisteiden tehtävät

Opettajan oppaiden lisämonisteiden tehtävien määrä eroaa opettajan oppaiden välillä. Erityisesti Tuhattaituri 6:n geometria- ja prosenttilaskuosioiden lisämonisteissa on hyvin vähän tehtäviä, kumpaankin osioon liittyen on vain kuusi tehtävää. Laskutaito 6:n ja Matikkamatka 6:n lisämonisteissa tehtäviä on huomattavasti enemmän, Laskutaito 6:ssa 117 ja Matikkamatka 6:ssa 143. Lisämonisteiden tehtävien määrää tarkasteltaessa voitaisiin ajatella, että Tuhattaituri 6:n lisämonisteiden pieni tehtävämäärä ei juuri tue eriyttämistä, koska määrä ei varmastikaan ole riittävä.

Tuhattaituri 6:n molempien osioiden lisämonisteissa painottuvat LY-tasoiset tehtävät, eikä SA-tasoisia tehtäviä ole lainkaan. Tämä kertoo sen, että Tuhattaituri 6 geometria- ja prosenttilaskuosioiden sisältämät vähäiset tehtävät painottavat rutiininomaisia peruslaskuharjoituksia, eivätkä lisämonisteet sisällä vaativamman tasoisia harjoituksia lahjakkaimmille oppilaille. Sekä Laskutaito 6:n että Matikkamatka 6:n geometriaosioon liittyvissä lisämonisteissa on kaikentasoisia tehtäviä, eniten kuitenkin LY-tasoisia tehtäviä. Molempien opettajan oppaiden lisämonisteista löytyy useita SA-tasoisia tehtäviä. Näistä kahdesta opettajan oppaan geometriaosioon liittyvistä lisämonisteista löytyy eriyttäviä tehtäviä sekä lahjakkaille oppilaille että oppilaille, joille matematiikka tuottaa vaikeuksia.

Laskutaito 6:n ja Matikkamatka 6:n prosenttilaskuosion lisämonisteiden tehtävistä hieman alle puolet on LY-tasoisia ja loput tehtävät ovat joko YS- tai SA-tasoisia tehtäviä. Vaikka prosenttilaskuosion lisämonisteiden tehtävissä painottuu peruslaskutoimitusten lisäharjoittelu, niistä löytyy useampia haasteellisempia tehtäviä, jotka sopivat eriyttäväksi materiaaliksi edistyneille ja lahjakkaammille oppilaille. Avoimet tehtävät tukevat eriyttämistä, mutta tutkimissamme opettajan oppaiden lisämonisteissa näitä tehtäviä on erittäin vähän tai ei ollenkaan. Avoimia tehtäviä löytyy vain Matikkamatka 6:n lisämonisteista, sieltäkin vain neljä kappaletta. Avoin tehtävä jättää tilaa luovuudelle, koska siinä ei ole alku- ja/tai lopputilaa annettuna, ja siksi avoimet tehtävät voivat sopia eritasoisille oppilaille. Lahjakas oppilas voi kokea avoimen tehtävän haasteelliseksi, kun samaan aikaan heikompi oppilas voi kokea onnistumisen kokemuksia saman tehtävän parissa.

11.5.3 Oheismateriaalien tehtävät

Laskutaito 6:n oheismateriaaleissa painottuvat selkeästi joko LY- tai SA-tasoiset tehtävät. Laskutaito 6:n lisävihoissa sekä Laskutaito 6:n tukiopetustehtävä-vihkosessa selvästi suurin osa tehtävistä on LY-tasoisia eli ne vaativat algoritmien noudattamista ja käyttöä. Ne sisältävät rutiininomaisia käsittelyharjoituksia. Tukiopetustehtävä-vihkosen tehtävät soveltuvat nimensä mukaisestikin peruslaskutoimitusten drillaukseen, joka on keskeistä, kun oppilaalla on vaikeuksia matematiikan oppimisessa. Laskutaito 6 lisävihon prosenttilaskuosiossa LY-tasoisten tehtävien osuus on yli 85 prosenttia eikä SA-tasoisia tehtäviä ole lainkaan. Tämäkin oheismateriaali soveltuu täten tukiopetukseen ja pääasiassa nopeuseriyttämiseen. Laskutaito 6 lisävihon geometriaosiossa LY-tasoisten tehtävien osuus on hieman yli 76 prosenttia ja siitä löytyy kaiken tasoisia tehtäviä, tosin vain yksi SA-tasoinen tehtävä. Ero eri osioiden välillä ei ole suuri, eikä sopiva käyttötarkoituskaan täten eroa suuresti.

Laskutaito 6:n tuumavihossa SA-tasoisten tehtävien osuus on 83,7 prosenttia ja LY-tasoisten tehtävien osuus on minimaalinen. Nämä tehtävät soveltuvat lahjakkaimmille ja taitavimmille oppilaille, koska tehtävät ovat vaikeustasoltaan vaativia. Laskutaito 6:n yhteistuumissakin SA-tasoisten tehtävien osuus on huomattava (86,2 %). Vaikka yhteistuumissa on monimutkaisia, ei-rutiininomaisia tehtäviä, jotka soveltuvat eriyttäväksi materiaaliksi edistyneille oppijoille, voidaan niitä kuitenkin käyttää kaikkien oppilaiden kanssa, koska tehtävät on tarkoitus ratkaista ryhmissä. Tällöin yksittäisen oppilaan taitotaso ei korostu, vaan ratkaisutilanteesta voidaan tehdä oppimistilanne myös heikoimmille oppilaille. Oheismateriaaleissa ei ole lainkaan avoimia tehtäviä, jotka osaltaan tukisivat eriyttämistä.

12 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUDESTA

Tarkasteltaessa tieteellisen tutkimuksen luotettavuutta päädytään viime kädessä tarkastelemaan totuuden kysymystä (Tynjälä 1991, 387). Seuraavassa kuvaamme, miten olemme pyrkineet varmistamaan tämän tutkimuksen todenmukaisuuden ja luotettavuuden.

Klaus Mäkelän (1990, 47–48) mukaan kvalitatiivisen tutkimuksen luotettavuutta voidaan arvioida seuraavien seikkojen perusteella: 1) aineiston merkitsevyys ja yhteiskunnallinen tai kulttuurinen paikka, 2) aineiston riittävyys, 3) analyysin kattavuus, 4) analyysin arvioitavuus ja toistettavuus.

Aineiston merkitsevyydellä Mäkelä (1990, 48, 52–53) tarkoittaa, että aineiston pitää olla analysoimisen arvoinen ja tutkijan pitää argumentoida sen puolesta sekä määritellä tarkoin aineistonsa kulttuurinen paikka. Aineiston riittävyydellä hän tarkoittaa aineiston monipuolisuutta ja riittävää määrää, ja analyysin kattavuudella sitä, että tutkija ei perusta tulkintojaan satunnaisiin poimintoihin, vaan hän analysoi aineiston huolellisesti. Analyysin arvioitavuus tarkoittaa Mäkelän mukaan sitä, että lukija kykenee seuraamaan tutkijan päättelyä ja analyysin toistettavuus sitä, että luokittelu- ja tulkintasäännöt on esitetty niin yksiselitteisesti, että toinen tutkija niitä soveltamalla päätyy samoihin tuloksiin.

Tutkimuksessamme perustelemme, miksi aineistoamme on tärkeä pohtia ja mikä on oppikirjan paikka ja asema kulttuurissamme. Mäkelän (1990, 52) mukaan aineiston riittävyyden yhteydessä on tapana puhua aineiston kyllääntymisestä (= saturaatio), joka tarkoittaa, että aineiston kerääminen voidaan lopettaa, kun uudet tapaukset eivät tuo esille enää mitään uusia piirteitä. Tuomen ja Sarajärven (2002, 92) mukaan samassa tutkimuksessa ei voida kuitenkaan puhua kyllääntymisestä ja kvantifioinnista. Täten emme voi pohtia aineiston riittävyyttä saturaation kautta. Aineistomme oli kuitenkin monipuolinen, koska aineistomme koostui kolmen opettajan oppaan sisältämistä kahden osion tehtävistä: geometria- ja prosenttilaskuosion tehtävistä. Kahden eri osioiden aiheet eroavat toisistaan, toinen sisältää geometriaa ja toisen osion aihepiirit kuuluvat aritmetiikkaan.

Mielestämme aineistomme oli myös riittävä ratkoessamme tutkimusongelmiamme, koska aineistoomme kuului muun muassa edellä mainittujen osioiden kaikki tehtävät ja kyseisiin osioihin liittyvät opettajan oppaiden sisältämät lisämonisteet. Perusopetuksen opetussuunnitelman 2004 sisältö- ja tavoitenormeja etsiessämme aineistomme koostui opettajan oppaista kokonaisuudessaan, mikä omalta osaltaan vaikutti siihen, että saimme kuudennen vuosiluokan opettajan oppaiden sisällöistä todenmukaisen ja kattavan kuvan. Tutkimuksessamme aineiston analyysi oli kattava, analysoimme kaikki aineistoomme kuuluvat tehtävät. Analysoidessamme opettajan oppaiden sisältöjä kävimme opettajan oppaat sivusivulta läpi, emme lukeneet vain sisällysluetteloita. Analyysin arvioitavuuden ja toistettavuuden pyrimme varmistamaan huolellisen raportoinnin avulla.

Tutkijan tarkka selostus tutkimuksen toteuttamisesta kohentaa laadullisen tutkimuksen luotettavuutta (Hirsjärvi ym. 1997, 214). Tutkimusraportissamme kuvaammekin tarkoin tekemämme analyysin piirteitä sekä luokittelu- ja tulkintasäännöt. Tutkimuksen luotettavuuteen vaikuttaa niin sisäinen kuin ulkoinen validiteetti. Sisäisellä validiteetilla tarkoitetaan sitä, että tutkijan esittämät tulokset perustuvat aineistoon. Analyysi ja tulokset pitää kuvata tarkasti. Sisäistä validiteettia voidaan parantaa muun muassa käyttämällä useaa tutkijaa ja kollegoita apuna aineistoa tutkittaessa. Ulkoinen validiteetti viittaa siihen asteeseen, millä tulokset voidaan yleistää laajemmalle alueelle. (Cohen, Manion & Morrison 2000, 107–109.) Tämän tutkimuksen sisäistä validiteettia parantavat aineiston ja tulosten tarkka kuvaus sekä se, että tutkijoita oli kaksi. Tutkimuksen ulkoista validiteettia parantaa jo edellä mainittu aineiston monipuolisuus.

Käytimme tämän tutkimuksen tekemiseen runsaasti aikaa ja aineistoa käsitellessämme useita kertoja tarkistimme välillä joidenkin tehtävien kategorian eli testasimme, olivatko luokittelukriteerimme pysyneet mielessämme samoina kuin aiemmin. Näin pyrimme luokittelemaan opettajan oppaiden tehtävät oikeisiin kategorioihin. Tutkimuksen luotettavuutta voidaan parantaa muun muassa tutkijatriangulaation avulla, joka tarkoittaa, että tulosten analysoijana ja tulkitsijoina toimii useampia tutkijoita (Hirsjärvi ym.1997, 215). Tämä tutkimus on tehty parityönä, joten triangulaatiota tapahtui koko tutkimusprosessin ajan. Opettajan oppaiden tehtäviä luokitellessamme pyysimme toisinaan joiltakin MOT-hankkeessa työskenteleviltä tutkijakollegoiltamme heidän näkemyksensä tehtävästä, mikä antoi vahvistusta omille tulkinnoillemme.

Laadullisen tutkimuksen kehittyessä on alettu puhua myös analyysimenetelmien triangulaatiosta, jolla tarkoitetaan, että tutkimuksen tulokset voidaan osoittaa oikeiksi käyttämällä sekä erilaisia tilastollisia testejä että laadullisia analyysimenetelmiä (Tuomi & Sarajärvi 2002, 142). Tässä tutkimuksessa käytimme myös tilastollista testiä: khiin neliötestiä kvantifioinnin yhteydessä lisätäksemme tulosten luotettavuutta. Nämä testit ovat liitteessä 4. Tutkimus ei kuitenkaan koskaan voi olla täysin validi, mutta tutkimusta tehdessä pitää pyrkiä minimoimaan epäluotettavat tekijät ja maksimoimaan luotettavuus (Cohen ym. 2000, 105). Juuri näin olemme pyrkineet tekemään.

13 POHDINTAA

Koska kouluhallinto lopetti oppikirjojen ennakkotarkastuksen syksyllä 1992, oppikirjojen ja opettajan oppaiden sisältöjen tutkiminen ja analyysi on tärkeää. Oppikirjoihin liitetyt opettajan oppaat ovat perusopetuksessa laajasti käytössä (Vainionpää 2006, 83). Useat tutkimukset osoittavat, että oppikirja on opettajan keskeinen opetusväline. Törnroosin (2004, 6) mukaan oppikirjasarjat voivat erota toisistaan niin paljon, että oppilaiden tasa-arvoiset oppimismahdollisuudet ovat vaarassa. Oppikirjoja on toki aikaisemminkin jo tutkittu, mutta matematiikan opettajan oppaita ei juuri ole analysoitu. Tämän vuoksi tutkimuksellamme on varmasti paikkansa oppimateriaalien tutkimusten joukossa kuin myös koko MOT-hankkeella, jonka osa tutkimuksemme on.

Tutkimuksemme osoitti, että kaikki opettajan oppaat, Laskutaito 6, Matikkamatka 6 ja Tuhattaituri 6, tukevat matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä, vaikka kaikissa opettajan oppaissa painottuvat proseduraalisen sujuvuuden ja käsitteellisen ymmärtämisen kehittäminen. Suurimmat erot opettajan oppaiden välillä ovat käsitteellisen ymmärtämisen tukemisessa, kun siihen ajatellaan kuuluvaksi kielentämisen toteuttaminen. Parhaiten kielentämisen ajatus näkyy Tuhattaituri 6:n perusopetusaukeaman opetuskuvan tarkastelua varten annetuissa kysymyksissä. Kun otetaan huomioon opettajan oppaiden lisämonisteet, kielentämisen vaatimus näkyy parhaiten Matikkamatka 6:n taitaville ja lahjakkaille tarkoitetuissa lisämonisteissa.

Analysoituamme opettajan oppaiden geometria- ja prosenttilaskuosioiden tehtävät havaitsimme, että yleisin tehtävä kaikissa opettajan oppaissa on LY-tasoinen suljettu tuottamistehtävä. Avoimien tehtävien määrä opettajan oppaissa on erittäin pieni. Näitä tehtäviä tulisi olla opettajan oppaissa enemmän, koska ne mahdollistavat eriyttämisen ja tarjoavat onnistumisen kokemuksia kaikentasoisille oppilaille. Ilmavirran ja Pehkosen (1995, 70) mukaan opettaja voi saada oppikirjojen sanallisista rutiinitehtävistä avoimia tehtäviä jättämällä osan tehtävän sisältämästä informaatiosta pois.

Opettajan oppaiden geometriaosioiden tehtävien vaikeustasot eivät juuri eroa toisistaan. Sen sijaan prosenttilaskuosioiden tehtävien tasoissa löytyi suurempia eroja. Prosenttiluvut opettajan oppaiden välillä vaihtelevat hieman tarkasteltaessa tehtävien vaikeustasoa, mutta kaikissa opettajan oppaissa on eniten LY-tasoisia, toiseksi eniten YS-tasoisia ja vähiten SA-tasoisia tehtäviä. LY-tasoisten tehtävien painottuminen onkin perusteltua, kun tavoitteena on oppia proseduureja. Suurimmat eroavaisuudet löytyivät tarkasteltaessa opettajan oppaiden eri tehtävälajien tehtäviä, esimerkiksi Tuhattaituri 6:ssa on vain LY-tasoisia päässälaskuja, kun taas Matikkamatka 6:ssa ja Laskutaito 6:ssa on myös YS-tasoisia päässälaskuja. Vastaavasti Tuhattaituri 6:ssa on prosenttilaskuosion perusopetusaukeamalla SA-tasoisia tehtäviä suhteellisesti enemmän kuin muissa opettajan oppaissa.

Opettajan oppaat vastaavat mielestämme melko kattavasti perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin. Analysointia vaikeutti huomattavasti se, että tavoite- ja sisältönormit on laadittu yhteiseksi vuosiluokille 6-9, eikä niitä ole eritelty luokka-asteittain. Tämän vuoksi pystyimme vain toteamaan, mitä perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 mainittuja tavoitteita ja sisältöjä analysoimistamme opettajan oppaista löytyy. Tuloksena voimme mainita, että kaikki kolme opettajan opasta heijastavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 mainittuja tavoitteita, vaikka kielentämisen tavoitteen näkymisessä olikin selviä eroja. Sisältöjä ei voinut tarkastella ainoastaan sisällysluetteloita tarkastelemalla, sillä ainoastaan Tuhattaituri 6:ssa on tarkasti eritelty sisällysluettelo. Tietty sisältö saattoi löytyä muualta kuin perusopetusaukeamalta. Opettajan oppaiden sisällöissä on painotuseroja. Suurin painotusero opettajan oppaiden välillä löytyy funktioon liittyvistä sisällöistä. Tuhattaituri 6 käsittelee funktioita huomattavasti laajemmin kuin muut kaksi opettajan opasta.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 taustalla vaikuttaa konstruktivistinen oppimiskäsitys. Analysoimissamme opettajan oppaissa tämän oppimiskäsityksen piirteitä on löydettävissä, mutta myös behavioristisia piirteitä on nähtävissä. Opettajan oppaat antavat opettajalle keinoja toteuttaa konstruktivistista opetusta, mutta opettajan on tällöin käytettävä opettajan opasta valikoiden ja luovasti. Konstruktivistiseen opetukseen kuuluu sosiaalisten työmuotojen käyttö. Näitä erilaisia sosiaalisen interaktion muotoja löytyy kaikista opettajan oppaista, mutta yksin tekeminen on vallitseva työmuoto. Perusopetusaukeamilla Tuhattaituri

6:ssa ja Matikkamatka 6:ssa on myös pareittain tai pienryhmässä tehtäviä harjoitteita. Laskutaito 6:ssa pari- ja pienryhmätyöskentelyn mahdollistavat harjoitukset näyttivät pääosiltaan olevan opettajan oppaassa ohjeistettuja pelejä ja leikkejä.

Opettajan oppaat ja niiden lisämonisteet tarjoavat materiaalia eriyttämiseen. Opettajan oppaat tarjoavat tehtäviä kaikentasoille oppilaille, vaikka joissakin oppaiden eri tehtävälajien vaikeustasoissa on eroja. Tuhattaituri 6:n lisämonisteissa on tosin niin vähän tehtäviä, että ne eivät eriyttämistä tue. Matikkamatka 6:n ja Laskutaito 6:n lisämonisteet tarjoavat tehtäviä sekä lisäharjoitusta tarvitseville että edistyneille oppilaille. Laskutaito 6:n oheismateriaalit ovat oiva apu eriyttämiseen, lisävihko ja tukiopetustehtävät antavat materiaalia peruslaskutoimitusten harjoitteluun ja tuumavihko ja yhteistuumat edistyneiden oppilaiden opetuksen eriyttämiseen.

Tutkimuksemme tulokset antavat tietoa siitä, missä tietyn tasoiset tehtävät yksittäisessä opettajan oppaassa sijaitsevat, mikä auttaa opettajaa löytämään tarvitsemiaan tehtäviä opettajan oppaasta. Mikään opettajan opas ei mielestämme noussut vahvasti yli muiden, koska jokaisella oppaalla on omat vahvuutensa ja heikkoutensa. Opettaja voi mielestämme käyttää luottavaisin mielin näistä mitä tahansa opettajan opasta, kunhan käyttää opasta luovasti. Nämä tulokset osaltaan auttavat käyttämään opettajan opasta tehokkaammin ja valitsemaan tavoitteeseen sopivia tehtäviä. Opettajan tulisi käyttää rohkeasti opetuksessaan myös muita kuin perusopetusaukeaman tehtäviä, jotta opetuksesta tulisi mahdollisimman monipuolista. Eriyttämiseen kannattaa käyttää luovasti myös muita kuin opettajan oppaassa olevia lisätehtäviä.

Koko tutkimusprosessimme aloittaminen oli mutkatonta, koska tukenamme oli MOT-hanke ohjaajineen. Tutkimuksen aloittamista helpottivat hankkeen yhteiset tutkimusongelmat ja analyysirungot. Toki muodostimme itse omia tutkimusongelmia ja hankkeelle yhteistä tutkimuskohdetta laajensimme ottamalla mukaan myös oheismateriaaleja. Valmiista tutkimusongelmista ja kategorioista huolimatta kohtasimme tietenkin lukuisia ongelmia. Niiden ratkomiseen saimme toki apua ja tukea MOT-hankkeen ohjaajilta ja muilta hankkeessa toimivilta tutkijoilta. Ongelmat alkoivat aineiston hankkimisesta. Saimme käsiimme vain vuoden 2000 Laskutaito 6:n, joka on tehty vuoden 1994 opetussuunnitelman ollessa voimassa. Vuoden 2004 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin pohjautuva opettajan opas ei ollut tutkimuksen tekohetkellä vielä valmistunut. Tuhattaituri 6:sta oli saatavilla vain monivuotista oppikirjaa varten tehty opettajan opas. Tästä saattaa johtua se, että tutkimassamme Tuhattaituri 6:ssa on vähemmän tehtäviä kuin muissa tutkimissamme opettajan oppaissa.

Tutkimusta tehdessämme havaitsimme, että käyttämämme valmiit kategoriat olivat toisinaan ongelmallisia, sillä tehtävät eivät aina täyttäneet tietyn kategorian ominaispiirteitä täydellisesti. Jotkut tehtävät asettuivat kahden kategorian rajalle. Pyrimme kuitenkin aina pitämään tehtäviä luokitellessamme samat kriteerit, joten luokittelu oli johdonmukaista. Kaikkia tehtäviä emme saaneetkaan luokitelluksi valmiisiin kategorioihin, vaan jouduimme luomaan kategoriat: mittaamistehtävät ja muut. Jälkikäteen koimme kategorian ”muut” epämääräiseksi. Kategorian nimeämistä ja määrittelyä olisi voinut miettiä vielä tarkemmin.

Aineistomme koosta johtuen tutkimus paisui laajaksi. Jälkikäteen ajatellen tutkimuskysymysten määrää olisi voinut vähentää. Tutkimuskysymysten määrä aiheutti pelon siitä, että tutkimus jää kokonaisuudessaan pinnalliseksi. Pyrimme kuitenkin vastaamaan asettamiimme tutkimusongelmiin mahdollisimman kattavasti ja mielestämme onnistuimmekin siinä.

Tutkimustyömme aikana mieleemme tuli useita jatkotutkimusaiheita. Tutkimustyöhön käytettävissä olevan ajan rajallisuuden vuoksi emme kyenneet tutkimaan kunkin kolmen kustantajan opettajan oppaita kokonaisuudessaan kaikkine tehtävineen. Koko opettajan oppaan tutkiminen voisi antaa vielä luotettavamman kuvan opettajan oppaiden erovaisuuksista keskenään. Jatkossa voisi myös tutkia jokaisen tehtävän alakohdat (a, b, c jne.) erikseen omana tehtävänään. Koska tutkimuksessamme käyttämämme aineisto on hyvin laaja, jatkossa voisi keskittyä tarkemmin vain yhteen tutkimusongelmaan. Etenkin opettajan oppaiden eriyttämiseen tarjoamaan materiaalin liittyen voisi haastatella opettajia siitä, miten he käyttävät opettajan oppaan tarjoamaa materiaalia eriyttämiseen ja kokevatko he materiaalin määrän ja laadun sopivaksi.

Opettajan oppaita voisi tutkia monestakin näkökulmasta. Voisi tutkia, kuinka motivoivia tehtävät ja niiden aiheet sekä kuvat ovat. Tätä voisi tutkia tekemällä kyselyn tai haastattelun oppikirjaa käyttäville oppilaille tai opettajan opasta käyttäville opettajille. Tutkimuksen aiheena voisi olla esimerkiksi, millaiset tehtävät motivoivat oppilaita opiskelemaan matematiikkaa. Opettajan oppaiden ja oppikirjojen aihepiireihin liittyen voisi tutkia, ovatko ne sukupuolisidonnaisia tai sisältyykö niihin kasvatuksellisia asioita, esimerkiksi suvaitsevaisuuskasvatusta.

Tämän tutkimusprosessin aikana olemme oppineet paljon niin tutkimuksen tekemisestä kuin matematiikan opettajan oppaistakin. Vaikka tutkimuksemme on laaja, toivomme että lukija löytää tarvitsemansa opettajan oppaita koskevan tiedon.

LÄHTEET

Ahonen, T. & Holopainen, L. 2002. Erityiset oppimisvaikeudet, Teoksessa: M. Janhukainen (toim.) Lasten erityishuolto ja -opetus Suomessa. 11.painos. Helsinki: Lastensuojelun keskusliitto, 239–248.

Ahtee, M. & Pehkonen, E. 2000. Johdatus matemaattisten aineiden didaktiikkaan. Helsinki: Edita.

Ahtineva, A. 2000. Oppikirja – tiedon välittäjä ja opintojen innoittaja?: lukion kemian oppikirjan – Kemian maailma 1 – tiedonkäsitys ja käyttökokemukset. Turun yliopiston julkaisuja C 164.

Alasuutari, P. 1994. Laadullinen tutkimus. Tampere: Vastapaino.

Antikainen, A., Rinne, R. & Koski, L. 2000. Kasvatussosiologia. Helsinki: WSOY

Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P. & Vehmas, P. 2006. Tuhattaituri 6. Opettajan opas. Helsinki: Otava.

Barton, B. 1996. Anthropoligical Perspectives on Mathematics and Mathematics Education. Teoksessa A.J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde. International Handbook of Mathematics Education. Part two. Dordrecht: Kluwer Acedemic Publishers, 1035–1053.

Bauersfeld, H. 1995. The Structuring of the Structures: Development and Function of Mathematizing as a Social Practice. Teoksessa L. Steffe, & J. Gale (eds.) Constructivism in Education. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. Hilldale, New Jersey, 137–158.

Björkqvist, O. 2001. Matematisk problemlösning. Teoksessa B. Grevholm (toim.) Matematikdidaktik – ett nordiskt perpektiv. Lund: Studentlitteratur, 115─132.

Carroll, J.B. 1996. Mathematical Abilities: Some Results From Factor Analysis. Teoksessa R.J. Sternberg & T.Ben-Zeev (toim.) The Nature of Mathematical Thinking. Mahwah (NJ): Lawrence Erlbaum Associates, 3─25.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. 2000. Reasearch methods in education. 5th edition. London & New York: Routledge Falmer.

Dahlström, J., Stenmark, M. & Lahtinen, U. 2003. Idag får ni räkna framåt i era böcker! En studie av matematikprestationer och matematikböcker i åk 5 och åk 8. Åbo Akademi. Pedagogiska fakulteten.

Davis, G.A. & Rimm, S.B. 1989. Education of the gifted and talented. (2nd ed.). New Jersey: Pretince Hall, Englewood Cliffs.

Englund, B. 1999. Lärobokskunskap, styrning och elevinflytande. Pedagogisk forskning i Sverige 4 (4), 327─348. Saatavilla www-muodossa: http://www.ped.gu.se/biorn/journal/pedfo/pdf-filer/englund.pdf. [Viitattu 19.6.2006].

Eskola, J. 2001. Laadullisen tutkimuksen juhannustaiat. Laadullisen aineiston analyysi vaihe vaiheelta. Teoksessa J. Aaltola & R. Valli (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin II – näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. Jyväskylä: PS-kustannus, 133–157.

Eskola, J. & Suoranta, J. 1998. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Tampere: Vastapaino.

Haapasalo, L. 1994a. Miten peruskoululaiset ja opetusharjoittelijat hallitsevat prosenttikäsitteen? Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.

Haapasalo, L. 1994b. Oppiminen, tieto ja ongelmanratkaisu. Jyväskylä: Medusa.

Haapasalo, L. 1998. Konstruktivistisen pedagogiikan problematiikasta. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki säätiö, 52–79.

Hakkarainen, K., Lonka, K. & Lipponen, L. 1999. Tutkiva oppiminen. Älykkään toiminnan rajat ja niiden ylittäminen. Helsinki: WSOY.

Halinen, I., Hänninen, L., Joki, J., Leino, J., Näätänen, M., Pehkonen, E., Pehkonen, L., Sahlberg, P., Sainio, E., Seppälä, R. & Strang, T. 1991. Peruskoulun matematiikan opetuksen kehityssuunnasta 1990-luvulla. Helsinki: VAPK-kustannus.

Hannus, M. 1996. Oppikirjan kuvitus - Koriste vai ymmärtämisen apu. Turun yliopiston julkaisuja C 122.

Heikkilä, T. 1998. Tilastollinen tutkimus. Helsinki: Edita.

Heikkinen, H.L.T., Huttunen, R., Niglas, K. & Tynjälä P. 2005. Kartta kasvatustieteen maastosta. Kasvatus 36 (5), 340–354.

Heinonen, J-P. 2005. Opetussuunnitelmat vai oppimateriaalit. Saatavilla www-muodossa:http://ethesis.helsinki.fi/julkaisut/kay/sovel/vk/heinonen/opetussu.pdf [Viitattu 20.8.2006].

Helsingin yliopiston Viikin normaalikoulu 2006. Perusopetuksen opetussuunnitelma. Saatavilla:www-muodossa: http://www.vink.helsinki.fi/files/OPS_ainekohtainen. pdf [Viitattu 14.6.2006.]

Hiebert, J & Levefre, P. 1986. Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. Teoksessa J. Hiebert (toim.) Conceptual and Procedural Knowledge: the Case of Mathematics. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1-27.

Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 1997. Tutki ja kirjoita. Helsinki: Tammi

Hämeenlinnan normaalikoulu. Hämeenlinnan normaalikoulun opetussuunnitelma. Saatavilla www-muodossa http://www.uta.fi/laitokset/normaalikoulu/hyperops/index.htm [Viitattu 14.6.2006.]

Høines, M. J. 2000. Matematik som språk. Verksamhetsteoretiska perspektiv. Malmö: Liber.

Ikäheimo, H. 1994. Iloa ja ymmärrystä matematiikkaan. Helsinki: Opperi.

Ilmavirta, R. 2003. Kolmen kohdan ohjelma matematiikan opetuksen tehostamiseksi. Teoksessa J. Joutsenlahti, R. Ilmavirta, H, Sieppi, P. Riikonen, T. Laine, P. Ahtiainen, J. Tuomi, S. Okkonen, P, Jerkku, T. Ukkola, J. Holttinen, M. Horila, A. Syvänen, J. Överlund & K. Forsblom. Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 8, 15–27.

Ilmavirta, R. & Pehkonen. L. 1995. Ongelmanratkaisu matematiikan opetuksessa. Teoksessa R. Seppälä (toim.) Toimi, laske ja ajattele. Ala-asteen matematiikka. Opetushallitus, 70–73.

Ilmavirta, R., Koivisto, M., Salonen, M. & Uus-Leponiemi,T. 2000. Laskutaidon tuumavihko. Syys- ja kevätosa. Helsinki: WSOY.

Ilmavirta, R., Koivisto, M., Salonen, M. & Uus-Leponiemi,T 2000.Laskutaidon lisävihko 6. Syysosa. Helsinki: WSOY.

Ilmavirta, R., Koivisto, M., Salonen, M. & Uus-Leponiemi,T. 2001. Laskutaidon lisävihko 6.Kevätosa. Helsinki: WSOY.

Jones, L.2003. The problem with problem solving. Teoksessa Ian Thompson (editor). 2003. Enchancing primary mathematics teaching. Maidenhead : Open University Press, 86─97.

Joutsenlahti, J. 2003a. Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.) Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B 72, 188–196 .

Joutsenlahti, J. 2003b. Matemaattinen ajattelu ja kieli –mielenkiintoinen ulottuvuus uudessa opetussuunnitelmassa. Teoksessa J. Joutsenlahti, R. Ilmavirta, H, Sieppi, P. Riikonen, T. Laine, P. Ahtiainen, J. Tuomi, S. Okkonen, P, Jerkku, T. Ukkola, J. Holttinen, M. Horila, A. Syvänen, J. Överlund & K. Forsblom. Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 8, 3─13.

Joutsenlahti, J. 2004. Matemaattinen ajattelu lukiossa. Teoksessa P.,Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka –näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. 363–380.

Joutsenlahti, J. 2005. Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. 1900-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. Acta Universitatis Tamperensis 1061.

Jussila, J. 1999. Opetus, opiskelu ja tietämään oppiminen. Teoksessa P. Kansanen & J. Husu. (toim.) Opetuksen tutkimuksen suuntaviivoja. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksen tutkimuksia 203, 31–43.

Kajaanin normaalikoulu. 2004. Kajaanin normaalikoulun opetussuunnitelma. Saatavilla www-muodossa: http://www.kajaaninkampus.oulu.fi/index.php?1381
[Viitattu 1.9.2006].

Kananoja, S. 1999. Arviointi lasten kehityksen seurannassa. Oppilasarviointi eriyttämisen tukena peruskoulussa. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 202.

Kangasniemi, E. 1989. Opetussuunnitelma ja matematiikan koulusaavutukset. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 28.

Kari, J. 1987. Oppimateriaalitutkimuksen teoreettisia lähtökohtia. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden laitos B 4.

Karttunen, H. 2006. Matematiikka. Tiedettä kaikille. Helsinki:Ursa

Kelly, A. V. 2004. The Curriculum. Theory and Practice. 5th edition. London: Sage Publications.

Kilpatrick, J., Swafford, J. ja Findell, B. 2001. Adding it up: Helping children learn mathematics. National Research Council. Mathematics Learning Study Commitee, Centrer for Education, Divisoin of Behavioral and Social Sciences and Education.Washington, DC:National Academy Press.

Kilpatrick, J. & Swafford, J. (toim.). 2002. Helping children learn mathematics. Washington DC. National Academy Press.

Koivisto, M., Salonen, M. & Uus-Leponiemi, T. 2001. Laskutaito 6. Tukiopetustehtäviä. Monistettavaa materiaalia. Helsinki: WSOY.

Koivisto, M., Salonen, M., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 2000. Laskutaito 6. Opettajan kirjan syys-ja kevätosa.

Koponen, R. 1995. Matematiikan didaktiikkaa luokanopettajille. Jyväskylä: Atena.

Korkeakoski, E. 2001a. Arvottavia johtopäätöksiä. Teoksessa E. Korkeakoski, K. Hannén, T. Lamminranta, E.K. Niemi, M-L. Pernu, & J. Uurto. Opetuksen laatu perusopetuksen 1-6. vuosiluokkien kouluissa vuonna 2000. Koulun tarjoamien oppimisedellytysten vertailevaa arviointia. Arviointi 1/2001. Opetushallitus, 243–246.

Korkeakoski, E. 2001b. Opettajat opetuksen laadun rakentajina. Teoksessa E. Korkeakoski, K. Hannén, T. Lamminranta, E.K. Niemi, M-L. Pernu, & J. Uurto. Opetuksen laatu perusopetuksen 1-6. vuosiluokkien kouluissa vuonna 2000. Koulun tarjoamien oppimisedellytysten vertailevaa arviointia. Arviointi 1/2001. Opetushallitus, 147–190.

Kupari, P. 1993. Laskutaidotko kadonneet? Peruskoululaiset matematiikan kokijoina ja taitajina. Teoksessa P. Linnakylä & H. Saari (toim.) Oppiiko oppilas peruskoulussa? Peruskoulun arviointi 90 – tutkimuksen tuloksia. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitos, 81–104.

Kupari, P. 1999. Laskutaitoharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 7.

Kupari. P., Reinikainen, P., Nevanpää, T. & Törnroos, J. 2001. Miten matematiikkaa ja luonnontieteitä osataan suomalaisessa peruskoulussa? Kolmas kansainvälinen matematiikka- ja luonnontiedetutkimus TIMSS 1999 Suomessa. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos.

Kupari, P. & Törnroos, J. 2004. Matematiikan osaaminen peruskoulussa kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (Toim.) Matematiikka näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 138−169.

Kylmäoja, K. 2001. Matematiikan opetuksen eriyttäminen peruskoulun ensimmäisellä luokalla. Helsingin kaupungin opetusvirasto.

Kyngäs, H. & Vanhanen, L. 1999. Sisällön analyysi. Hoitotiede 11(1), 3-12.

Laarni, J., Kalakoski, V. & Saariluoma, P. 2001. Ihmisen tiedonkäsittely. Teoksessa P. Saariluoma, M. Kamppinen & A. Hautamäki (toim.) Moderni kognitiotiede. Helsinki: Gaudeamus, 85–127.

Lahdes, E. 1986. Peruskoulun didaktiikka. Helsinki: Otava.

Lahdes, E. 1997. Peruskoulun uusi didaktiikka. Helsinki: Otava.

Lapsen oikeuksien julistus 1959. Saatavilla www-muodossa: http://www.unicef.fi/lapsen_oikeuksien_julistus [Viitattu 6.8.2006].

Lehtinen, E., Kinnunen, R., Vauras, M. Salonen, P. Olkinuora, E. & Poskiparta, E. 1991. Oppimiskäsitys koulun kehittämisessä. Helsinki: Kouluhallitus.

Leino, J. 1977. Matematiikan didaktiikka 1. Helsinki: Kirjayhtymä.

Leino, J. 1978. Oppimateriaalin kriteerit ja niiden käyttäminen. Helsinki: Kouluhallitus.

Leino, J. 1993.Konstruktivismi ja matematiikan opetus. Teoksessa J. Paasonen, E. Pehkonen & J. Leino (toim.) Matematiikan opetus ja konstruktivismi: teoriaa ja käytäntöä. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 116, 11-20.

Leino, J. 1994. Is Constructivistic Teaching Possible?. Teoksessa H. Silfverberg & K. Seinelä (toim.) Ainedidaktiikan teorian ja käytännön kohtaaminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 24.–25.9.1993. Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja. A18/1994,13 – 22.

Leino, J. 2004. Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen. Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 20 – 31.

Leino, J., Kalla, H. & Paasonen, J. 1978. Matematiikan didaktiikka 2. Helsinki: Kirjayhtymä

Lester, F. K. & Lambdin D. V. 2004. Teaching Mathematics through Problem Solving. Teoksessa B. Clarke, D.M. Clarke, G. Emanuelson, B. Johansson, D.V. Lambdin, F.K. Lester, A. Wallby & K. Wallby (editors). International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics. Göteborg: Göteborg University, 189–203.

Lilli, M., Ranta, P., Putkonen, H. & Sinnemäki, J. 2005. Matikkamatka 6. Opettajan opas.Syys- ja kevätosa. Helsinki: Tammi.

Linnakylä, P. & Saari, H. 1993. Miten peruskoulua arvioitiin? Teoksessa P. Linnakylä & H. Saari (toim.) Oppiiko oppilas peruskoulussa? Peruskoulun arviointi 90 –tutkimuksen tuloksia. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitos, 1-4.

McLeod, D. B. 1989. The Role of Affect in Mathematical Problem Solving. Teoksessa D. B. McLeod & V. M. Adams (toim.) Affect and Mathematical Problem Solving. A New Perspective. New York: Springer-Verlag, 20-36.

Malaty, G. 1993. Geometrinen ajattelu. 1: Didaktiikka. Espoo: Weilin + Göös.

Malaty, G. 2003. Johdatus matematiikan rakenteeseen. Opetushallitus.

Malinen, P. 1972. Matematiikan opetusoppi. Helsinki: Otava.

Mattila, L. 2005. Perusopetuksen matematiikan kansalliset oppimistulokset 9. vuosiluokalla 2004. Oppimistulosten arviointi 2/2005. Opetushallitus.

Metsämuuronen, J. 2000. SPSS aloittelevan tutkijan käytössä. Metodologia-sarja 5. International Methelp KY. Saatavilla www-muodossa: http://www.uta.fi/laitokset/kirjasto/pdf/suoj/SPSS_aloit.pdf [Viitattu 24.2.2007]

Miettinen, R. 2000. Konstruktivistinen oppimisnäkemys ja esineellinen toiminta- Aikuiskasvatus 20 (4), 276–292.

Mikkilä, M. & Olkinuora, E. 1995. Oppikirjat ja oppiminen. Turku: Turun yliopisto.

Mikkilä-Erdmann, M., Olkinuora, E. & Mattila, E. 1999. Muuttuneet käsitykset oppimisesta ja opettamisesta – haaste oppikirjoille. Kasvatus 30 (5), 436–449.

Mäkelä, K. 1990. Kvalitatiivisen analyysin arviointiperusteet. Teoksessa K. Mäkelä (toim.) Kvalitatiivisen aineiston analyysi ja tulkinta. Helsinki: Gaudeamus, 42–61.

Niemi, E. K. 2004. Perusopetuksen oppimistulosten kansallinen arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisessa kontekstissa. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Turun yliopisto: Turun yliopiston julkaisuja C 216.

Niiniluoto, I. 1994. Tieto, tieteen kieli ja oppikirjat. Kielikello 1, 8-11.

Numminen, J. 2000. Peruskoulu elää – peruskoululainsäädännön kehitys 1960-luvulta 1990-luvulle. Teoksessa S. Wass (toim.) Onko peruskoulu romuttunut? Peruskoulu 25 vuotta. Helsinki. OKKA-säätiö, 36–46.

Opetushallitus. 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004.

Oppimateriaalikomitean mietintö. Komiteanmietintö 1973: 139. Helsinki: Valtion painatuskeskus.

Pahkin, L. 2003. Uudistuvat peruskoulun matematiikan opetussuunnitelman perusteet. Dimensio 67 (5), 4–7.

Pehkonen, E. 1994. Avoimet tehtävät vastauksena oppimisnäkemyksen esittämiin haasteisiin. Teoksessa R. Seppälä (toim.) Matematiikka – taitoa ajatella. Yläaste ja Lukio. Opetushallitus, 60–64.

Pehkonen, E. 1998. Uskomukset matematiikan tunneilla. Niiden hyödyt ja haitat matematiikan oppimiselle. Dimensio 62 (5), 29–32.

Pehkonen, E. 1999. Professorien matematiikkakäsityksistä. Kasvatus 30 (2), 120–127.

Pehkonen, E. 2000. Ymmärtäminen matematiikan opetuksessa. Kasvatus 31 (4), 375–381.

Pehkonen, E. 2001. Problem Solving Around the World. Proceedings of the Topic Study Group 11 (Problem Solving in mathematics Education) at the ICME – 9 meeting August 2000 in Japan. Turku: University of Turku, Faculty of Education, Department of Teacher Education, Report series C 14.

Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.

Perusopetuslaki 1998/628

Pietilä, A. 2002. Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva: matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 238.

Piippo, T. 1973. Koulutuksellinen eriyttäminen yhteiskunnallisen eriyttämisen muotona I. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisuja 196.

Puolimatka, T. 2002. Opetuksen teoria. Konstruktivismista realismiin. Helsinki: Tammi.

Putkonen, H. & Sinnemäki; J.2006. Matikkamatka 6. Opetuskalvopohjat, kevät. Helsinki: Tammi.

Rauste-von Wright, M. 1997. Opettaja tienhaarassa: konstruktivismia käytännössä. Jyväskylä: ATENA

Rauste-von Wright, M. & von Wright, J. 1994. Oppiminen ja koulutus. Helsinki: WSOY

Rauste-von Wright, M., von Wright, J. & Soini, T. 2003. Oppiminen ja koulutus. Helsinki: WSOY

Reys, R.E., Suydam, M. N. & Lindquist, M.M. 1989. Helping children learn mathematics. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Rinne, R. 1993. Oppikirjakustantajat luottavat: Markkinakilpailu takaa tason. Opettaja (47), 12–13.

Räsänen, P. 2000. Minkälaisia ovat matematiikan oppimisvaikeudet? sekä Minkälaisia ongelmia liittyy matematiikan opetukseen? Teoksessa U-M. Ekebom, M. Helin & Tulusto, R. (toim.) Satayksi kouluongelmaa. Opettajan käsikirja: Helsinki: Edita, 53–56.

Sahlberg, P., Meisalo, V., Lavonen, J. & Kolari, M. (toim.) 1994. Luova Ongelmanratkaisu koulussa. Painatuskeskus – Opetushallitus – Finiste.

Salonen, M. & Uus-Leponiemi, T. 1996. Laskutaidon yhteistuumat 6. Helsinki:WSOY:

Saxe, G.B., Dawson, V., Fall, R. & Howard, S. 1996. Culture and Children´s Mathematical Thinking.
Teoksessa R.J. Sternberg & T.Ben-Zeev (toim.) The Nature of Mathematical Thinking. Mahwah (NJ): Lawrence Erlbaum Associates, 119−144.

Schoenfeld, A.H. 1987. What’s All the Fuss about Metacognition? Teoksessa A.H. Schoenfeld (toim.) Cognitive Science and Mathematics Education. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 189−215.

Schoenfeld, A.H. 1992. Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. Teoksessa D.A. Grouws (toim.) Handbook of

Research on Mathematics Teaching and Learning. A Project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York: Macmillan Publishing Company, 334–370.

Soininen, M. 1995. Tieteellisen tutkimuksen perusteet. Turun yliopiston täydennyskoulutuskeskuksen julkaisuja A 43.

Sternberg, R. 1996. What is mathematical thinking? Teoksessa R. Sternberg & T. Ben-Zeev. (toim.) The Nature of Mathematical Thinking. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 303–318.

Toivonen, E., Hamid, I. & Kemppainen, M. 1995. Koulun hallinto. Helsinki: Otava.

Tolonen, J. 2006. Perusopetuksen strateginen suunnitelma. Jyväskylä: Jyväskylän seudun verkostokaupunki/aluekeskusohjelma.

Tomlinson, C.A. 1995. How to Differentiate Instruction in Mixed-Ability Classrooms. Alexandria: Association for Supervision and Curriculum Development.

Tuomi, J. & Sarajärvi, A. 2002. Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Tammi.

Turun normaalikoulu.2006. Matematiikan opetussuunnitelma vuosiluokat 6─9. Saatavilla muodossa: http://www.tnk.utu.fi/index.php?1678 [Viitattu 3.8.2006.]

Tynjälä, P. 1991.Kvalitatiivisten tutkimusmenetelmien luotettavuudesta.Kasvatus 22 (5─6), 387─398.

Tynjälä. P. 1999. Oppiminen tiedon rakentamisena. Konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita. Helsinki: Kirjayhtymä.

Tynjälä, P., Heikkinen, H.L.T. & Huttunen, R. 2005. Konstruktivistinen oppimiskäsitys oppimisen ohjaamisen perustana. Teoksessa P. Kalli & A. Malinen. (toim.) Konstruktivismi ja realismi. Aikuiskasvatuksen 45. vuosikirja. Kansanvalistusseura, 20–48.

Törnroos, J. 2004. Opetusuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset – seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos, Jyväskylän yliopisto.

Törnroos, J. & Kupari, P. 2005. Suomalaisnuorten matematiikan osaaminen. Teoksessa P. Kupari & J. Välijärvi (toim.) Osaaminen kestävällä pohjalla. PISA 2003 Suomessa. Jyväskylän yliopisto: Koulutuksen tutkimuslaitos.

Uusikylä, K. 1994. Lahjakkaiden kasvatus. Helsinki: WSOY.

Uusikylä, K. & Atjonen, P. 2005. Didaktiikan perusteet. 3. uud. painos.Helsinki: WSOY.

Uusitalo, H. 1991. Tiede, tutkimus ja tutkielma. Johdatus tutkielman maailmaan. Helsinki:WSOY.

Vainionpää, J. 2006. Erilaiset oppijat ja oppimateriaalit verkko-opiskelussa. Acta Universitatis Tamperensis 1133.

Vaulamo, J. & Pehkonen, E. 1999. Avoimista ongelmatehtävistä peruskoulun yläasteen matematiikassa. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 205.

Viljanen, E. 1975. Opetuksen eriyttäminen. Helsinki: Kirjayhtymä.

von Glaserfeld, E. 1995. A Constructivist Approach to Teaching. Teoksessa L. Steffe & J. Gale (eds.) Constructivism in Education. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. Hilldale, New Jersey, 3–15.

von Wright, J. 1996. Oppimisen tutkimuksen opetukselle asettamia haasteita. Kasvatus 27 (1), 9-21.

Yrjönsuuri, R. 1998. Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Halonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä Niilo Mäki Säätiö, 128–141.

Yrjönsuuri, R. 2004. Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen. Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 111–122.

Yrjönsuuri, R. & Yrjönsuuri, Y. 2004. Matematiikan opiskelun ja opetuksen käsitteet. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen. Matematiikka –näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 123–137.

AINEISTO

Laskutaito 6 2000a.Opettajan opas syysosa. Tekijät: Koivisto, M., Salonen, M., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. Helsinki: WSOY

Laskutaito 6 2000b. Opettajan opas kevätosa. Tekijät: Koivisto, M., Salonen, M., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. Helsinki: WSOY.

Laskutaidon lisävihko 6 syysosa.2000.Tekijät: Ilmavirta, R., Koivisto, M., Salonen, M. & Uus-Leponiemi, T. Helsinki: WSOY.

Laskutaidon lisävihko 6 kevätosa 2001. Tekijät: Ilmavirta, R., Koivisto, M., Salonen, M. & Uus-Leponiemi, T. Helsinki: WSOY.

Laskutaidon tuumavihko 6 syysosa 2000. Tekijät: Ilmavirta, R., Koivisto, M., Salonen, M. & Uus-Leponiemi, T. Helsinki: WSOY.

Laskutaidon tuumavihko 6 kevätosa 2000. Tekijät: Ilmavirta, R., Koivisto, M., Salonen, M. & Uus-Leponiemi, T. Helsinki: WSOY.

Laskutaito 6. Tukiopetustehtäviä. Monistettavaa materiaalia. 2001 Tekijät: Koivisto, M., Salonen, M. & Uus-Leponiemi, T. Helsinki: WSOY.

Laskutaidon yhteistuumat 6. 1996. Tekijät: Salonen, M. & Uus-Leponiemi, T. Helsinki: WSOY.

Matikkamatka 6 2005a. Opettajan opas syksy. Tekijät: Lilli, M., Ranta, P., Putkonen, H. & Sinnemäki, J. Helsinki: Tammi.

Matikkamatka 6. 2005b- Opettajan opas kevät. Tekijät: Lilli, M., Ranta, P., Putkonen, H. & Sinnemäki, J. Helsinki: Tammi.

Matikkamatka 6 opetuskalvopohjat 2006. Tekijät: Putkonen, H. & Sinnemäki, J. Helsinki: Tammi.

Tuhattaituri 6. 2006. Opettajan opas. Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P. & Vehmas, P. Helsinki: Otava.

LIITTEET

Liite 1: Matematiikan tavoitteet ja sisällöt vuosiluokilla 6-9

TAVOITTEET

Oppilas oppii
• luottamaan itseensä ja ottamaan vastuun omasta oppimisestaan matematiikassa
• ymmärtämään matemaattisten käsitteiden ja sääntöjen merkityksen sekä näkemään matematiikan ja reaalimaailman välisiä yhteyksiä
• laskutaitoja ja ratkaisemaan matemaattisia ongelmia
• loogista ja luovaa ajattelua
• soveltamaan erilaisia menetelmiä tiedon hankintaan ja käsittelyyn
• ilmaisemaan ajatuksensa yksiselitteisesti ja perustelemaan toimintaansa ja päätelmiään
• esittämään kysymyksiä ja päätelmiä havaintojen perusteella
• näkemään säännönmukaisuuksia
• työskentelemään keskittyneesti ja pitkäjänteisesti sekä toimimaan ryhmässä.

KESKEISET SISÄLLÖT

Ajattelun taidot ja menetelmät
• loogista ajattelua vaativia toimintoja, kuten luokittelua, vertailua, järjestämistä, mittaamista, rakentamista, mallintamista, sääntöjen ja riippuvuuksien etsimistä sekä niiden esittämistä
• vertailussa ja riippuvuuksissa tarvittavien käsitteiden tulkinta ja käyttö
• matemaattisten tekstien tulkinta ja tuottaminen
• todistamisen pohjustaminen: perustellut arvaukset ja kokeilut, systemaattinen yrityserehdysmenetelmä,
vääräksi osoittaminen, suora todistus
• kombinatoristen ongelmien ratkaisemista eri menetelmillä
• ajattelua tukevien piirrosten ja välineiden käyttöä
• matematiikan historiaa

Luvut ja laskutoimitukset
• peruslaskutoimitusten varmentaminen
• luonnolliset luvut, kokonaisluvut, rationaaliluvut, reaaliluvut
• vastaluku, itseisarvo, käänteisluku
• aikalaskut, aikaväli
• alkuluku, luvun jakaminen alkutekijöihin, lukujen jaollisuussääntöjä
• murtolukujen supistaminen ja laventaminen sekä desimaaliluvun esittäminen murtolukuna
• kertominen ja jakaminen desimaaliluvuilla sekä murtoluvuilla
• lausekkeiden sieventäminen
• suhde ja verrannollisuus
• prosenttikäsitteen vahvistaminen, prosenttilasku

 (jatkuu)

• pyöristäminen ja arviointi sekä laskimen käyttö
• potenssi, eksponenttina kokonaisluku
• juuren käsite ja laskutoimituksia neliöjuurella

Algebra
• lauseke ja sen sieventäminen
• potenssilauseke ja sen sieventäminen
• polynomin käsite, polynomien yhteen-, vähennys- ja kertolasku
• muuttuja-käsite, lausekkeen arvon laskeminen
• yhtälö, epäyhtälö, määrittelyjoukko, ratkaisujoukko
• ensimmäisen asteen yhtälön ratkaiseminen
• vaillinaisen toisen asteen yhtälön ratkaiseminen
• verranto
• yhtälöpari ja sen ratkaiseminen algebrallisesti ja graafisesti
• lukujonojen tutkimista ja muodostamista

Funktiot
• riippuvuuden havaitseminen ja sen esittäminen muuttujien avulla
• funktion käsite
• lukuparin esittäminen koordinaatistossa
• yksinkertaisten funktioiden tulkitseminen ja niiden kuvaajien piirtäminen koordinaatistoon
• funktionkuvaajan tutkimista: funktion nollakohta, suurin ja pienin arvo, kasvaminen ja väheneminen
• lineaarinen funktio
• suoraan ja kääntäen verrannollisuus

Geometria
• kulmien välisiä yhteyksiä
• kolmioihin ja nelikulmioihin liittyviä käsitteitä
• säännölliset monikulmiot
• ympyrä ja siihen liittyviä käsitteitä
• tasokuvioiden piirin ja pinta-alan laskeminen
• kappaleiden nimeäminen ja luokittelu
• kappaleen tilavuuden ja pinta-alan laskeminen
• yhdenmuotoisuus ja yhtenevyys
• geometrista konstruointia
• yhtenevyyskuvauksia: peilaukset, kierto ja siirto tasossa
• Pythagoraan lause
• kolmion ja ympyrän välisiä yhteyksiä
• trigonometriaa ja suorakulmaisen kolmion ratkaiseminen

(jatkuu)

Todennäköisyys ja tilastot
• todennäköisyyden käsite
• frekvenssi ja suhteellinen frekvenssi
• keskiarvon, tyyppiarvon ja mediaanin määrittäminen
• hajonnan käsite
• diagrammien tulkinta
• tietojen kerääminen, muuntaminen ja esittäminen käyttökelpoisessa muodossa

(Opetushallitus 2004, 163–165)

Liite 2: Eritasoisten tehtävien sijoittuminen opettajan oppaissa

Prosenttilaskuosio

Opettajan opas				Tehtävän taso LY	YS	SA	Yhteensä
Laskutaito	Laji	perusopetusaukeaman tehtävä	Lukumäärä	79	52	2	133
			% lajista	59,4%	39,1%	1,5%	100,0%
		kotitehtävä	Lukumäärä	21	4	0	25
			% lajista	84,0%	16,0%	,0%	100,0%
		lisätehtävä	Lukumäärä	17	10	6	33
			% lajista	51,5%	30,3%	18,2%	100,0%
		päässälasku	Lukumäärä	36	8	0	44
			% lajista	81,8%	18,2%	,0%	100,0%
		pohdintatehtävä	Lukumäärä	1	9	9	19
			% lajista	5,3%	47,4%	47,4%	100,0%
		pelit/leikit	Lukumäärä	10	5	2	17
			% lajista	58,8%	29,4%	11,8%	100,0%
		muut	Lukumäärä	12	3	3	18
			% lajista	66,7%	16,7%	16,7%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	176	91	22	289
			% lajista	60,9%	31,5%	7,6%	100,0%
Matikkamatka	Laji	perusopetusaukeaman tehtävä	Lukumäärä	80	40	0	120
			% lajista	66,7%	33,3%	,0%	100,0%
		kotitehtävä	Lukumäärä	39	20	3	62
			% lajista	62,9%	32,3%	4,8%	100,0%
		lisätehtävä	Lukumäärä	8	5	0	13
			% lajista	61,5%	38,5%	,0%	100,0%
		päässälasku	Lukumäärä	131	12	0	143
			% lajista	91,6%	8,4%	,0%	100,0%
		pohdintatehtävä	Lukumäärä	21	27	9	57
			% lajista	36,8%	47,4%	15,8%	100,0%
		pelit/leikit	Lukumäärä	22	0	2	24
			% lajista	91,7%	,0%	8,3%	100,0%
		vihkolasku	Lukumäärä	74	0	0	74
			% lajista	100,0%	,0%	,0%	100,0%
		muut	Lukumäärä	14	3	1	18
			% lajista	77,8%	16,7%	5,6%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	389	107	15	511
			% lajista	76,1%	20,9%	2,9%	100,0%
Tuhattaituri	Laji	perusopetusaukeaman tehtävä	Lukumäärä	38	1	6	45
			% lajista	84,4%	2,2%	13,3%	100,0%
		kotitehtävä	Lukumäärä	12	1	0	13
			% lajista	92,3%	7,7%	,0%	100,0%
		lisätehtävä	Lukumäärä	7	10	1	18
			% lajista	38,9%	55,6%	5,6%	100,0%
		päässälasku	Lukumäärä	48	0	0	48
			% lajista	100,0%	,0%	,0%	100,0%
		pelit/leikit	Lukumäärä	6	2	0	8
			% lajista	75,0%	25,0%	,0%	100,0%
		laskulaari	Lukumäärä	3	12	1	16
			% lajista	18,8%	75,0%	6,3%	100,0%
		muut	Lukumäärä	8	2	2	12
			% lajista	66,7%	16,7%	16,7%	100,0%
		pulmakulma	Lukumäärä	0	0	15	15
			% lajista	,0%	,0%	100,0%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	122	28	25	175
			% lajista	69,7%	16,0%	14,3%	100,0%

(jatkuu)

(jatkuu)

Geometriaosio

Opettajan opas				Tehtävän taso LY	YS	SA	Yhteensä
Laskutaito	Laji	perusopetusaukeaman tehtävä	Lukumäärä	77	38	10	125
			% lajista	61,6%	30,4%	8,0%	100,0%
		kotitehtävä	Lukumäärä	31	6	0	37
			% lajista	83,8%	16,2%	,0%	100,0%
		lisätehtävä	Lukumäärä	11	11	18	40
			% lajista	27,5%	27,5%	45,0%	100,0%
		päässälasku	Lukumäärä	46	22	0	68
			% lajista	67,6%	32,4%	,0%	100,0%
		pohdintatehtävä	Lukumäärä	0	4	19	23
			% lajista	,0%	17,4%	82,6%	100,0%
		pelit/leikit	Lukumäärä	11	2	5	18
			% lajista	61,1%	11,1%	27,8%	100,0%
		muut	Lukumäärä	27	9	5	41
			% lajista	65,9%	22,0%	12,2%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	203	92	57	352
			% lajista	57,7%	26,1%	16,2%	100,0%
Matikkamatka	Laji	perusopetusaukeaman tehtävä	Lukumäärä	77	49	5	131
			% lajista	58,8%	37,4%	3,8%	100,0%
		kotitehtävä	Lukumäärä	33	25	9	67
			% lajista	49,3%	37,3%	13,4%	100,0%
		lisätehtävä	Lukumäärä	1	8	15	24
			% lajista	4,2%	33,3%	62,5%	100,0%
		päässälasku	Lukumäärä	107	21	0	128
			% lajista	83,6%	16,4%	,0%	100,0%
		pohdintatehtävä	Lukumäärä	0	10	26	36
			% lajista	,0%	27,8%	72,2%	100,0%
		pelit/leikit	Lukumäärä	6	4	5	15
			% lajista	40,0%	26,7%	33,3%	100,0%
		vihkolasku	Lukumäärä	68	12	0	80
			% lajista	85,0%	15,0%	,0%	100,0%
		muut	Lukumäärä	15	3	4	22
			% lajista	68,2%	13,6%	18,2%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	307	132	64	503
			% lajista	61,0%	26,2%	12,7%	100,0%
Tuhattaituri	Laji	perusopetusaukeaman tehtävä	Lukumäärä	42	14	4	60
			% lajista	70,0%	23,3%	6,7%	100,0%
		kotitehtävä	Lukumäärä	14	8	0	22
			% lajista	63,6%	36,4%	,0%	100,0%
		lisätehtävä	Lukumäärä	6	7	10	23
			% lajista	26,1%	30,4%	43,5%	100,0%
		päässälasku	Lukumäärä	72	0	0	72
			% lajista	100,0%	,0%	,0%	100,0%
		pelit/leikit	Lukumäärä	2	0	0	2
			% lajista	100,0%	,0%	,0%	100,0%
		laskulaari	Lukumäärä	3	20	1	24
			% lajista	12,5%	83,3%	4,2%	100,0%
		muut	Lukumäärä	13	9	1	23
			% lajista	56,5%	39,1%	4,3%	100,0%
		pulmakulma	Lukumäärä	0	8	16	24
			% lajista	,0%	33,3%	66,7%	100,0%
	Yhteensä		Lukumäärä	152	66	32	250
			% lajista	60,8%	26,4%	12,8%	100,0%

Liite 3: Sosiaalisen interaktion muodot tehtävälajeittain

Laskutaito 6

Opettajan opas				Sosiaalinen interaktio: yksin	pareittain	pienryhmä	suurryhmä	Yhteensä
Laskutaito	Laji	perusopetusaukeaman tehtävä	Lukumäärä	258				258
			% Sos. interaktiosta	44,0%				40,2%
		kotitehtävä	Lukumäärä	62				62
			% Sos. interaktiosta	10,6%				9,7%
		lisätehtävä	Lukumäärä	73				73
			% Sos. interaktiosta	12,5%				11,4%
		päässälasku	Lukumäärä	112				112
			% Sos. interaktiosta	19,1%				17,5%
		pohdintatehtävä	Lukumäärä	42				42
			% Sos. interaktiosta	7,2%				6,6%
		pelit/leikit	Lukumäärä	5	15	14	1	35
			% Sos. interaktiosta	,9%	57,7%	66,7%	12,5%	5,5%
		muut	Lukumäärä	34	11	7	7	59
			% Sos. interaktiosta	5,8%	42,3%	33,3%	87,5%	9,2%
	Yhteensä		Lukumäärä	586	26	21	8	641
			% Sos. interaktiosta	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Matikkamatka 6

Opettajan opas				Sosiaalinen interaktio: yksin	pareittain	pienryhmä	suurryhmä	Yhteensä
Matikkamatka	Laji	perusopetusaukeaman tehtävä	Lukumäärä	222	29			251
			% sos. interaktiosta	24,4%	30,9%			24,8%
		kotitehtävä	Lukumäärä	129				129
			% sos. interaktiosta	14,2%				12,7%
		lisätehtävä	Lukumäärä	37				37
			% sos. interaktiosta	4,1%				3,6%
		päässälasku	Lukumäärä	271				271
			% sos. interaktiosta	29,8%				26,7%
		pohdintatehtävä	Lukumäärä	72	16		5	93
			% sos. interaktiosta	7,9%	17,0%		62,5%	9,2%
		pelit/leikit	Lukumäärä	5	30	3	1	39
			% sos. interaktiosta	,6%	31,9%	100,0%	12,5%	3,8%
		vihkolasku	Lukumäärä	154				154
			% sos. interaktiosta	16,9%				15,2%
		muut	Lukumäärä	19	19		2	40
			% sos. interaktiosta	2,1%	20,2%		25,0%	3,9%
	Yhteensä		Lukumäärä	909	94	3	8	1014
			% sos. interaktiosta	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

(jatkuu)

(jatkuu)

Tuhattaituri 6

Opettajan opas				Sosiaalinen interaktio: yksin	pareittain	pienryhmä	suurryhmä	Yhteensä
Tuhattaituri	Laji	perusopetusaukeaman tehtävä	Lukumäärä	105				105
			% Sos. interaktiosta	29,9%				24,7%
		kotitehtävä	Lukumäärä	35				35
			% Sos. interaktiosta	10,0%				8,2%
		lisätehtävä	Lukumäärä	41				41
			% Sos. interaktiosta	11,7%				9,6%
		päässälasku	Lukumäärä	120				120
			% Sos. interaktiosta	34,2%				28,2%
		pelit/leikit	Lukumäärä		6	4		10
			% Sos. interaktiosta		60,0%	8,9%		2,4%
		laskulaari	Lukumäärä	40				40
			% Sos. interaktiosta	11,4%				9,4%
		muut	Lukumäärä	10	4	2	19	35
			% Sos. interaktiosta	2,8%	40,0%	4,4%	100,0%	8,2%
		pulmakulma	Lukumäärä			39		39
			% Sos. interaktiosta			86,7%		9,2%
	Yhteensä		Lukumäärä	351	10	45	19	425
			% Sos. interaktiosta	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Liite 4: Khiin neliötestit

Prosenttilaskuosioiden tehtävien tasot

Khiin neliötesti

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	47,119[a]	4	,000
Likelihood Ratio	44,652	4	,000
Linear-by-Linear Association	1,604	1	,205
N of Valid Cases	975		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 11,13.

Geometriaosioiden tehtävien tasot

Khiin neliötesti

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	2,493[a]	4	,646
Likelihood Ratio	2,441	4	,655
Linear-by-Linear Association	1,413	1	,235
N of Valid Cases	1105		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 34,62.

Prosenttilaskuosioiden tehtävien luokat

Khiin neliötesti

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	64,210[a]	6	,000
Likelihood Ratio	83,093	6	,000
Linear-by-Linear Association	,093	1	,760
N of Valid Cases	975		

a. 4 cells (33,3%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2,69.

(jatkuu)

(jatkuu)

Geometriaosioiden tehtävien luokat

Khiin neliötesti

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	81,936[a]	8	,000
Likelihood Ratio	100,306	8	,000
Linear-by-Linear Association	,723	1	,395
N of Valid Cases	1105		

a. 1 cells (6,7%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 3,85.

Avoimet ja suljetut tehtävät

Khiin neliötesti

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	6,106[a]	2	,047
Likelihood Ratio	6,750	2	,034
Linear-by-Linear Association	3,723	1	,054
N of Valid Cases	2080		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 14,10.

Sosiaalinen interaktio

Khiin neliötesti

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	153,289[a]	6	,000
Likelihood Ratio	144,214	6	,000
Linear-by-Linear Association	31,506	1	,000
N of Valid Cases	2080		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 7,15.