

”TUHATTAITURI MATIKKAMATKALLA LASKUTAIDON MAAILMAAN”

Peruskoulun neljännen vuosiluokan matematiikan oppikirjojen analyysia

Tampereen yliopiston
Opettajankoulutuslaitos
Hämeenlinnan toimipaikka
Kasvatustieteen pro gradu -
tutkielma
Kautto Karoliina ja
Riihiaho Kaisa
Maaliskuu 2006

Tampereen yliopisto
Opettajankoulutuslaitos
Hämeenlinnan toimipaikka

Kautto, Karoliina ja Riihiaho, Kaisa:

”TUHATTAITURI MATIKKAMATKALLA LASKUTAIDON MAAILMAAN”

Peruskoulun neljännen vuosiluokan matematiikan oppikirjojen analyysia

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma, 114 sivua
Toukokuu 2006

Tutkimuksen tavoitteena oli tuottaa riippumaton arvio peruskoulun neljännen vuosiluokan matematiikan oppikirjojen vahvuuksista ja heikkouksista. Tutkimus oli osa syksyllä 2005 perustettua Matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen -hanketta.

Tutkimuksen aineisto koostui jakolasku- ja geometriajaksojen osalta WSOY:n kustantamasta Laskutaito-kirjasarjasta, Tammen Matikkamatkasta ja Otavan Tuhattaiturista. Koska kirjasarjat perustuvat Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin (POPS) 2004, tutkimuksessa vertailtiin oppikirjojen vastaavuutta POPS:ssa 2004 laadittuihin tavoite- ja sisältönormeihin. Tutkimuksessa tarkasteltiin, millaisia oppilaan kirjan harjoitustehtävät ovat, ja miten ne tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä. POPS:ssa 2004 korostetaan matematiikan yhteistoiminnallisuutta ja mainitaan tieto- ja viestintätekniikan huomioiminen opetuksessa. Tutkimuksessa selvitettiin, miten edellä mainitut tavoitteet esiintyvät analysoitavissa oppikirjoissa. Lisäksi tutkimuksessa tarkasteltiin, miten oppikirja huomioi erityistä tukea tarvitsevat oppilaat, ja mitä materiaalia se tarjoaa edistyneimmille oppilaille.

Harjoitustehtävien analysoinnissa käytettiin MOT -hankkeessa yhteisesti hyväksyttyä luokittelurunkoa, joka jakaa tehtävät kolmelle kognitiiviselle tasolle:

1. Laskutaito/Ymmärtäminen (LY-taso)
2. Ymmärtäminen/Soveltaminen (YS-taso) ja
3. Soveltaminen/Analyysi (SA-taso).

Tutkimuksen oppikirja-analyysin mukaan oppilaan kirjan tehtävät painottuvat pääsääntöisesti mekaanista laskemista harjoittaviin LY-tason tehtäviin, mutta niiden joukossa on myös kognitiivisesti haasteellisempia tehtäviä. Matemaattisen osaamisen osa-alueista tehtävät korostavat pääasiallisesti proseduraalista sujuvutta ja käsitteellistä ymmärrystä. Kirjasarjojen opettajanoppaat tarjoavat monipuolisesti didaktisia vinkkejä matematiikan opetukseen, ja niiden merkitys yhteistoiminnallisuuden toteuttamiseen on huomattava. Vaikka kirjasarjat eroavat toisistaan tehtäviltään ja toteutukseltaan, ne täyttävät peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden 2004 asettamat vaatimukset matematiikan osalta ja antavat perusvalmiudet matemaattiselle osaamiselle.

Avainsanat: matemaattinen osaaminen, matematiikan opetussuunnitelma, perusopetus, oppimateriaali

1 JOHDANTO	1
2 LÄHTÖKOHTIA OPPIMATERIAALITUTKIMUKSELLE	2
2.1 Matematiikan oppimateriaali.....	2
2.2 Mitä matematiikka on?.....	5
2.2.1 Matemaattinen ajattelu	6
2.2.2 Kielentäminen.....	7
2.2.3 Ongelmanratkaisu	8
2.3 Matemaattisen osaamisen ja matematiikkakuvan määrittelyä	9
2.3.1 Matemaattinen osaaminen	9
2.3.2 Matematiikkakuva.....	12
2.4 Matematiikka perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004.....	14
2.4.1 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (POPS) 2004 tavoitteet matematiikan osalta	16
2.4.2 Matematiikan opetussuunnitelman tarkastelua neljännen vuosiluokan osalta	18
2.5 Erilaisia oppimiskäsityksiä.....	19
2.5.1 Konstruktivismi matematiikan opetuksessa	20
2.6 Aikaisemmat tutkimukset.....	21
2.6.1 Kansainväliset tutkimukset.....	21
2.6.2 Kansalliset tutkimukset	22
3 TUTKIMUSAINEISTON KUVAUS.....	24
3.1 Laskutaito	24
3.2 Matikkamatka	25
3.3 Tuhattaituri	26
4 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUKSEN ETENEMINEN	28
4.1 Tutkimustehtävä	28
4.2 Tutkimuksen toteuttaminen ja eteneminen	30
5 TUTKIMUSMENETELMÄT JA TUTKIMUSMETODI.....	31
5.1 Laadullinen tutkimus	31
5.2 Sisällönanalyysi	31
5.3 Oppimateriaalin analyysi	32
6 AINEISTON LUOKITTELU JA ANALYSOINTI	36
6.1 Oppikirjojen tehtävien luokittelu	36
6.1.1 Jakolasku	36
6.1.2 Geometria	55
6.1.3 Kotitehtävät ja lisätehtävät	66
6.2. Oppikirjojen analysointi.....	74
6.2.1 Laskutaito	75
6.2.2 Matikkamatka	78
6.2.3 Tuhattaituri	82
6.3 Opettajanoppaiden analysointi	83
6.3.1 Laskutaito	84
6.3.2 Matikkamatka	87
6.3.3 Tuhattaituri	91
7 TULOKSET	95
8 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUDEN TARKASTELUA	102
8.1 Luotettavuuden arviointia	102
8.2 Triangulaatio.....	103
9 POHDINTA	104
LÄHTEET.....	109

1 JOHDANTO

Yhtenäisen perusopetuksen turvaamiseksi Opetushallitus on laatinut vuonna 2004 peruskoulun opetussuunnitelman perusteet vuosiluokille 1-9. Perusteissa määritellään valtakunnallisesti oppiaineiden ja aihekokonaisuuksien tavoitteet ja keskeiset sisällöt. Lisäksi opetussuunnitelman perusteet sisältävät yhtenäisen kuvauksen hyvästä osaamisesta. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 2004). Opetussuunnitelman perusteet toimivat opetusmateriaalin pohjana, mutta sinänsä opetussuunnitelma ei ohjaa materiaalia. Kustantajat markkinoivat uusia matematiikan kirjasarjoja uuden opetussuunnitelman perusteiden mukaisina.

Perusopetuksen opetussuunnitelman uudistuminen vuonna 2004 oli yhtenä lähtökohdista pro gradu -tutkimustamme. Olennaisena ajatuksellisena prosessin käynnistäjänä oli Eero K. Niemen (2004, 143, 165) tutkimus, jonka mukaan opettajan valitsemalla oppikirjalla on vaikutus oppimismenetelmiin ja oppimistuloksiin.

Pro gradu -tutkimuksen tavoitteena oli tutkia, millaista matematiikkakuvaa opetussuunnitelman mukaiset oppikirjat välittävät oppilaille ja miten oppimateriaali tukee opettajan työtä matemaattisen osaamisen kehittäjänä. Koulutuksessamme on korostettu opetussuunnitelman merkitystä opettajan työvälteenä. Luokanopettajina valitsemme oppimateriaalin ja luotamme sen olevan yhtenäinen opetussuunnitelman mukaan. Tästä johtuen tutkimuksellamme on mielestämme olennainen osa matematiikan oppimateriaalitutkimuksessa.

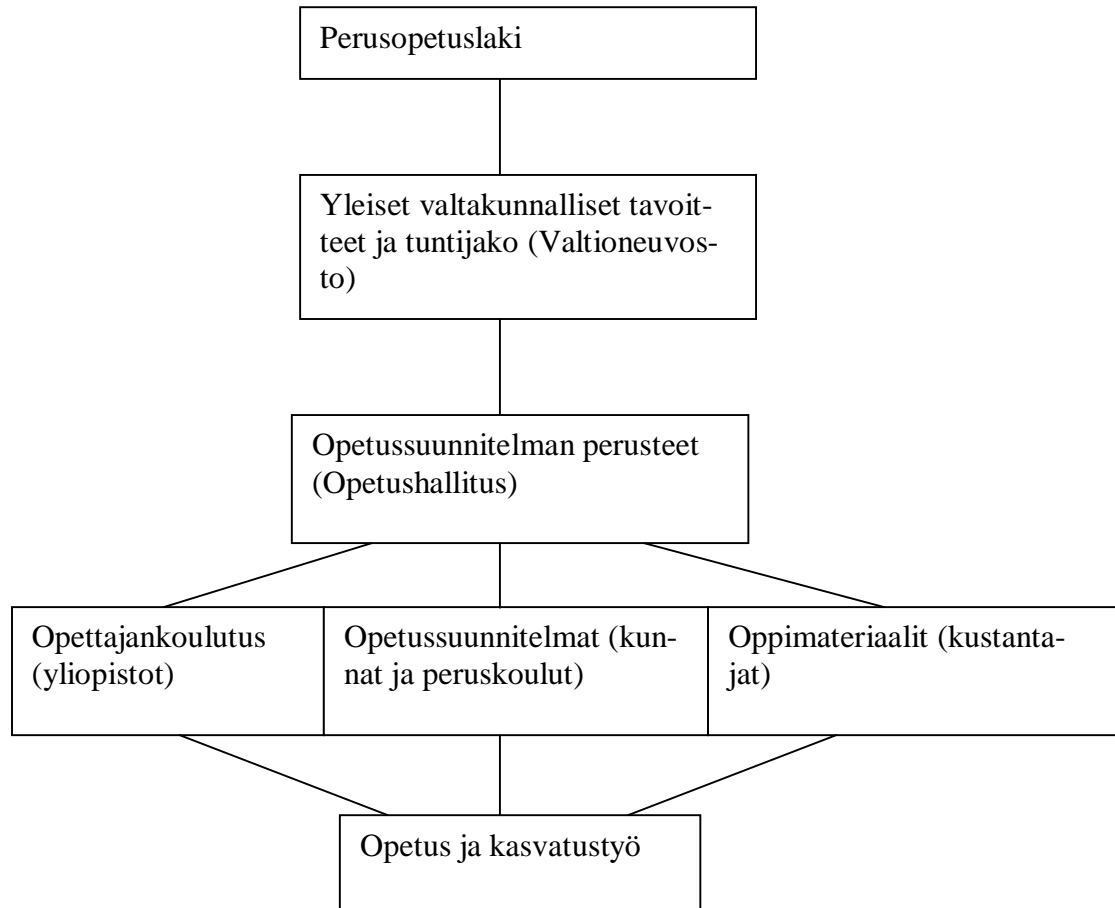
Tutkimuksen aineisto koostuu kolmen eri kustantajan peruskoulun neljännen vuosiluokan opettajanoppaista. Aineiston valintaan vaikutti vuosien 2003 – 2004 vaihteessa suorittamamme harjoittelu peruskoulun neljännellä luokalla. Sen kautta saimme kosketuspintaa neljännellä luokalla olevan oppilaan ajatusmaailmasta ja etenkin matemaattisesta ajattelusta. Luokittelimme ja analysoimme matematiikan oppimateriaalin oppilaitoksemme Matematiikan oppimateriaalin tutkimisen (MOT) -hankkeessa yhteisesti laadittujen periaatteiden mukaan. Aineisto koostuu jakolaskun ja geometrian osaluokista. Tutkimistavaksi valitsimme kvalitatiivisen tutkimustavan. Tutkimuksemme aineiston lähestymistapa on sisällönanalyysi.

2 LÄHTÖKOHTIA OPPIMATERIAALITUTKIMUKSELLE

2.1 Matematiikan oppimateriaali

Oppimateriaalilla, etenkin oppikirjoilla, on huomattava rooli suomalaisessa peruskouluopetuksessa. Kirjallisista opetusta painottava perinne on edelleen vallitseva, vaikka yhä useammin painotetaan tutkivaa oppimista ja avointa oppimisympäristöä. Mikkilä-Erdmannin, Olkinuoran ja Mattilan (1999, 436) tekemän tutkimuksen mukaan oppikirja on yleisimmin käytetty materiaali opetuksessa ja tärkeä vuorovaikutuksen synnyttäjä oppilaan ja opettajan välillä.

Opetushallituksen (2004) mukaan oppimateriaalilla ja opetussuunnitelmalla on yhteinen opetuksen ja kasvatuksen tavoite, joka ilmenee perusopetuksen sääntelyjärjestelmästä (kuvio 1). Peruslähtökohtana on, että oppimateriaalin on katsantokannaltaan oltava mahdollisimman neutraali ja objektiivinen, vaikka tuotettuun materiaaliin vaikuttaa vallitseva pedagoginen ajattelutapa. (Mikkilä-Erdmann ym. 1999, 436–437.) Toisaalta lähes kaikista oppimateriaaleista on löydettävissä piirteitä behavioristisesta opetuksesta, jossa opittava aines on jaettu hierarkkisesti laajeneviin osiin. Tällöin osaaminen on kontrolloitavissa, ja aikaisempien osioiden osaamista voidaan edellyttää ennen seuraavien osioiden aloittamista. (Leino 2004, 20–21.)



KUVIO 1. Perusopetuksen sääntelyjärjestelmä (Opetushallitus 2004).

Oppimateriaalin laatimisessa on otettava huomioon muuttuvan yhteiskunnan modernit näkemykset ja avattava uusia näkökulmia, mutta samalla oppimateriaalissa on huomioitava yhteiskunnan vaalimat perinteet ja arvostukset. Taloudelliselta kannalta katsoen mahdollisimman pitkäaikaista käyttöä kestävä oppimateriaali olisi järkevin, mutta samalla materiaalin tulisi olla ajankohtainen tiedonlähde. (Heinonen 2005, 31.)

Kouluntasolla oppimateriaalin olennaisimpina tehtävinä on auttaa oppilasta oppimaan sekä tukea opettajan opetustyötä. Oppilaan näkökulmasta oppikirjan tulisi huomioida jokainen kirjankäyttäjä yksilönä: motivoida uuden oppimiseen, antaa onnistumisen iloa, kehittää ajattelutaitoja olla samalla sekä riittävän haasteellinen että riittävän helppo. Opettajalle oppimateriaali, erityisesti opettajan opas, on työväline, joka auttaa tunnin suunnittelussa. Tällöin oppimateriaalin vaatimukseen kuuluu sen selkeys, helppokäyttöisyys, monipuolisuus ja hyvä taso. Jos oppimateriaalissa huomioidaan eritasoiset oppilaat, helpottaa se myös opettajan työtä heikompien oppilaiden tukemisessa. Hy-

vässä oppimateriaalissa tuetaan erilaisten opetusmenetelmien käyttöä. (Heinonen 2005, 31, 128–130.) Tärkeää siis on, että materiaalin käyttäjä, sekä oppilas että opettaja tietää, mikä on oppimisen arvoinen asia ja miten oppimateriaali opettaa oppimaan. (Mikkilä-Erdmann ym. 1999, 436–437.)

Vuoden 2004 perusopetuksen opetussuunnitelma, josta tutkimuksessamme käytämme tästä eteenpäin myös lyhennettä POPS, ei anna kustantajalle rajoituksia käytettävissä olevalle oppimateriaalille, sillä oppikirjojen tarkastusmenettely poistettiin vuonna 1990. POPS:ssa 2004 toki määritellään vallitsevaa oppimiskäsitystä ja -ympäristöä, jotka vaikuttavat oppimateriaalin laatimiseen, mutta oppimateriaalikustantajat ja -tekijät voivat käsitellä voimassa olevaa opetussuunnitelmaa omien näkemysten ja kokemusten mukaan. Kustantajat noudattavat materiaalin laadinnassa valtakunnallisen opetussuunnitelman sisältöjä. Viimeistään syksyllä 2006 voimaan tulevan opetussuunnitelman myötä kustantajat ovat muuttaneet kirjasarjoja ja markkinoivat niitä sen mukaiseksi. (Perusopetuksen opetussuunnitelma 2004, 16.) Heinosen (2005, 35) ja Törnroosin (2004, 5) tutkimusten mukaan oppimateriaali saattaa ohjata opetusta kirjoitettua opetussuunnitelmaa merkittävämmiin. Koska oppimateriaalilla on näin tärkeä tehtävä, sen tulee vastata opettajan tarpeisiin.

Opetuksessa käyttöön otettavasta oppimateriaalista vastaavat koulu ja opettajat. Koulun taloudellisesta tilanteesta riippuen materiaali vaihtuu vaihtelevalla aikavälillä. Voidaan siis todeta, että oppimateriaaliin kohdistuu vaatimuksia useilta eri tahoilta valtakunnalliselta tasolta yksilöön. Oppimateriaali on mukana opettajan ja oppilaan päivittäisessä työskentelyssä jossain määrin.

Oppimateriaalina voidaan käsittää pelkästään oppikirja tai laajemmalla tasolla siihen voidaan liittää kaikki oheismateriaali, joka johtaa oppimiseen. Täten myös opettajan itse tekemä materiaali on oppimateriaalia. Tutkimuksessamme määrittelemme oppimateriaaliksi opetuksessa käytettävät kustantajalta tilatut oppilaan kirjat ja opettajan oppaat. Oppilaan kirjan mukana saattaa tulla lisämateriaalia, joita käsittelemme yksittäisten kirjojen kohdalla myöhemmin tutkimuksessamme. Tärkeä osuus tutkimuksemme oppimateriaalista ovat opettajan oppaat, joiden tarkoituksena on tukea opettajan opetustyötä ja antaa vinkkejä opetustilanteisiin.

2.2 Mitä matematiikka on?

Ihmisillä on paljon erilaisia käsityksiä siitä, mitä matematiikka on. Useimmille se merkitsee algebraa, geometriaa, aritmetiikkaa ja trigonometriaa eli sitä, jota he ovat itse koulussa opiskelleet. Käsitteenä matematiikka ei siis ole yksiselitteinen. Pehkonen (2001) esittelee teoksessaan matemaattisen tieteen jaon neljään näkökulmaan. Niiden mukaan matematiikka on eräänlainen ”työkalupakki” eli kokoelma laskusääntöjä ja -rutiineja. Lisäksi matematiikka on formaali systeemi, joka määrittelee, miten eri laskutilanteissa on toimittava. Matematiikka voidaan nähdä myös dynaamisena prosessina, jolloin matematiikka määräytyy yksilön omien tarpeiden ja kykyjen mukaan. Neljännen näkökulman mukaan matematiikassa on lisäksi olemassa soveltamisnäkökulma. Edellä mainitut näkökulmat voidaan jakaa kahteen päänäkökulmaan, joiden mukaan matematiikka voidaan jakaa *työkalupakki/systeemi* -näkökulmaan ja *prosessi/soveltaminen* -näkökulmaan. (Pehkonen 2001, 14-17.)

Matematiikka on Yrjönsuuren (2004) mukaan ihmisen ajattelun tulosta. Se on formaalinen rakennelma, jossa pienetkin osat ovat tietyillä paikoillaan. Matemaattiselle tiedolle on tyypillistä jäsentyneisyys ja hierarkkisuus. Rakenteelle on luonteenomaista, että abstrakteja ominaisuuksia on jäsentyneenä yhä korkeammilla abstraktiotasoilla. Matemaattinen kieli ja symbolit perustuvat yleiseen sopimukseen tietyn käsitteen käytöstä. Käsitteet ovat sellaisenaan vaikeasti ymmärrettäviä abstraktioita. Opetuksella, havainnoilla ja harjoituksilla pyritään luomaan käsitteestä kaikille sen käyttäjillä sama käsitys. Näennäisen ristiriidan aiheuttaa se, että lapsille opetetaan abstraktioiden sijaan käsitteiden konkreettiset mallit. (Yrjönsuuri 2004, 112–113.)

Tutkimuksemme kannalta on olennaista miettiä matematiikkaa oppilaan ja opettajan näkökulmasta. POPS:n 2004 määritelty matematiikan oppiaine koostuu matemaattisen ajattelun, matemaattisten operaatioiden ja ongelmanratkaisun kehittämisestä. Tästä näkökulmasta tarkasteltaessa koulussa opiskeltava matematiikka on selkeästi tieteellisestä näkökulmasta erillään oleva käsiteensä, ja siitä voidaan käyttää nimitystä koulumatematiikka. Koulumatematiikassa oppilailta vaaditaan laskutaitoa ja ymmärrystä, mutta tieteelliselle matematiikalle olennainen todistusajattelu jää vähäiseksi. (Joutsenlahti 2005, 23, 66.)

2.2.1 Matemaattinen ajattelu

Matemaattinen ajattelu on ajattelutyylily, joka rakentuu matemaattisiksi tunnistettavien erityisten operaatioiden, prosessien ja dynamiikan funktiosta (Burton 1984, 35). Tämä tarkoittaa sitä, että matemaattinen ajattelu on moninainen prosessi. Joutsenlahti (2005) määrittelee viisi ajatteluun keskeisesti vaikuttavaa lähtökohtaa, jotka ovat *kulttuuri, matemaattiset kyvyt, informaation prosessointi, yksilön uskomukset ja ongelmanratkaisutaidot*. Kulttuuri vaikuttaa suurelta osin yksilön uskomuksiin ja ajatteluun. Se vaikuttaa myös matemaattisen ajattelun kehittymiseen, koska yksilön matemaattinen ymmärrys muotoutuu ympäröivässä kulttuurissa yksilön oman toiminnan kautta joka-päiväisessä elämässä. Yksilön matemaattiset kyvyt puolestaan säätelevät yksilön matemaattista ajattelua ja ovat yksilön ominaisuuksia, jotka orientoivat tehtävän ratkaisuun. Kyvyt voivat vaihdella matematiikan eri osa-alueilla. Informaation prosessoinnilla tarkoitetaan matemaattisen tiedon käsittelyä ja ymmärtämistä. (Joutsenlahti 2005, 50-51, 55-58, 63.) Uskomuksia ja ongelmanratkaisutaitoa käsittelemme tarkemmin tutkimuksemme myöhemmissä luvuissa.

Joutsenlahti (2005) viittaa edellä mainittujen käsitteellisten lähtökohtien suhdetta Sternbergin (1996) määrittelemiin matemaattisen ajattelun lähestymistapoihin. Opettajan kannalta olennaisin ja mielenkiintoisin on pedagoginen lähestymistapa, jossa lähtökohtana on opettamisen näkökulma: miten kuvailla matemaattiseen ajatteluun vaikuttavia tekijöitä ja millaisia keinoja ajattelun kehittämisessä voidaan käyttää. (Joutsenlahti 2005, 64-65.) Oppimiskäsityksistä konstruktivismi korostaa oppilaan ajattelua ja taitoa ratkaista ongelmia, jotka puolestaan johtavat siihen, että matematiikan opetuksessa on pyrittävä ymmärtämiseen. Kielen merkitys korostuu tärkeänä matemaattisen ajattelun ja tiedon oppimisessa, ja matematiikkaa voidaan pitää ihmisen ajattelun tuloksena. Keskeistä matemaattisessa ajattelussa on täsmentäminen, otaksumien esittäminen, yleistäminen ja vakuuttaminen sekä koettelu ja periaatteen ymmärtäminen. (Yrjönsuuri 2002, 118.)

Matemaattinen toiminta voidaan Raija Yrjönsuuren (2004) mukaan jakaa taitotietoja sisältävään algoritmiseen ajatteluun ja pohdiskelemaan eli refleктоivaan ajatteluun. Algoritmisen ajattelu vaatii käsitteiden osaamista ja symbolimerkintöjen tuntemista, ja se on väline matematiikan tehtävien ratkaisemiselle. Refleктоivan ajattelun pohjana toimii algoritmisen ajattelu. Refleктоiva ajattelu on suuntautunut pohtimaan olemassa

olevaa sekä kehittämään oivalluksia ja tekemään päätelmiä. (Yrjönsuuri 2004, 117–119.)

Matemaattisen ajattelun kehittäminen ja erilaisten matemaattisten ratkaisumenetelmien oppiminen nostetaan POPS:ssa 2004 opetuksen yleisiksi tavoitteiksi. Yleisesti opetuksen pääasiallisia tavoitteita ovat luovan ja täsmällisen ajattelun kehittäminen. Vuosiluokkien 3-5 osalta matemaattista ajattelua korostetaan yhtenä opetuksen ydinkohtina. Viidennen luokan päättyessä hyvän osaamisen kriteereissä mainitaan ajattelu ennen toimintaa. (mt 2004, 156, 160.) Tämä osaltaan osoittaa sitä, että matemaattinen ajattelu on olennainen osa matemaattista osaamista. Kuten POPS:a tarkemmin käsittelevässä luvussa 2.4.1 mainitaan, ei matemaattisen ajattelun käsitettä käsitellä POPS:ssa syvemmin.

2.2.2 Kielentäminen

Kulttuurin merkitystä yhtenä matemaattisen ajattelun lähtökohtana voidaan tarkastella kielen kautta. Yksilön kaikki toiminta, matemaattinen ajattelu mukaan lukien, on sidottu arkipäivän kommunikaatiotilanteisiin. Kielen merkitys matemaattiseen ajattelun jäsentämisessä ja ilmaisemisessa on ollut tärkeä tutkimisen kohde, koska kielen merkitys ajattelun välittäjänä on merkittävä. (Joutsenlahti 2005, 56).

Matemaattisena käsitteenä kielentäminen on uusi. Autonen ja Melartin (2004) ovat määritelleet kielentämistä pro gradu -tutkielmassaan Joutsenlahden ja Johnsen Høinesin mukaan. Kielentäminen voi sisältää useita erilaisia työtapoja, sillä se voi olla matemaattisten käsitteiden, laskutoimitusten vastauksien ja ratkaisutapojen ilmaisemista suullisesti. Lisäksi ilmaisussa voi olla mukana oma keho ja sen eri osat. Etenkin esi- ja alkuopetuksessa havainto- ja toimintamateriaaleja apuna käyttävä leikki on luonnollinen tapa kielentää matematiikkaa ja opettajan rooli kysyjänä, kehottajana ja kannustajana on merkittävä työskentelyn ohjaamisessa. (Autonen & Melartin 2004, 75–76.)

Vuosiluokkien 3-5 tavoitteeksi mainitaan, että oppilas perustelee toimintaansa ja päätelmiään sekä esittää ratkaisujaan muille. Lisäksi tavoitteena on, että oppilas oppii esittämään kysymyksiä ja päätelmiä havaintojen pohjalta. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 2004, 159.) Hämeenlinnan normaalikoulun opetussuunnitelmassa oman

ajattelun kielentäminen nostetaan sosiaalisen vuorovaikutuksen kanssa yhdeksi matematiikan keskeisistä käsitteistä. (Hämeenlinnan normaalikoulun opetussuunnitelma 2005, 87.)

POPS:n 2004 tavoitteissa kielentämistä ei käsitteenä mainita, mutta jos sen tavoitteita tarkastellaan kielentämisen käsitteen kautta, löytyy niistä yhtäläisyyksiä. Kielentämisessä on olennaista oman tekemisen ja saadun ratkaisun argumentointi ja esittäminen muille. Sen avulla oppilas osoittaa matemaattisen ymmärryksen oman ajattelunsa ulkopuolelle. Luokkaopetuksessa oppilaat voivat kielentämisen avulla jakaa ajattelutapojaan ja ongelmanratkaisumallejaan, ja sitä kautta oppia toisiltaan. Samalla yksilö- ja oppikirjakeskeistä toimimista ohjataan tiedonjakamiseen ja yhdessä toimimiseen.

2.2.3 Ongelmanratkaisu

Konstruktivistisen oppimiskäsityksen myötä ongelmanratkaisutaitojen kehittäminen on noussut entistä tärkeämmäksi aiheeksi. (Pehkonen 2001, 7–8). Ongelmanratkaisu matemaattisen ajattelun keskeisenä lähtökohtana ja samalla eräänlaisena matematiikan ytimenä on tärkeä osa matematiikan oppimista ja opettamista. (Joutsenlahti 2005, 59). Matematiikan käyttäminen eri tiedonaloilla vaatii matemaattisten taitojen lisäksi kykyä hahmottaa ja ratkaista ongelmia, jotka eivät ole valmiiksi matemaattisessa muodossa. Aikaa vaativan monipuolisten matemaattisten taitojen opettelu tulisi aloittaa mahdollisimman varhain. Berry ja Sahlberg (1995) jakavat ongelmanratkaisutehtävät kirjassaan kolmeen osaan, joita kaikkia tulisi tarjota matematiikan opetuksessa. Perustehtävissä harjoitellaan matematiikan eri osa-alueiden peruskäsitteitä, matemaattisissa tutkimustehtävissä pulmatehtäviä ja pieniä lukuteoriallisia tai algebrallisia ongelmia. Matemaattisten tutkimustehtävien ratkaisemisessa on tärkeää, että oppilaalla on mahdollisuus ilmaista omia ideoitaan ja tutkia ongelmia itsenäisesti ilman opettajan ohjausta. Kolmannen ongelmanratkaisun osan, mallintamisen, tulisi olla tärkeässä osassa matematiikan opetuksessa. Sen avulla kuvataan arkipäivän ilmiöitä matemaattisesti ja pyritään ratkaisemaan tilanteisiin liittyviä ongelmia. (Berry & Sahlberg 1995, 46–54.)

POPS :n 2004 yleisissä sekä vuosiluokkien 3-5 matematiikan tavoitteissa opetuksen tehtävänä on ohjata oppilasta löytämään ja muokkamaan ongelmia. Ne on mahdollisimman usein liitettävä arkipäivän tilanteisiin. Ongelmanratkaisun tärkeys näkyy myös

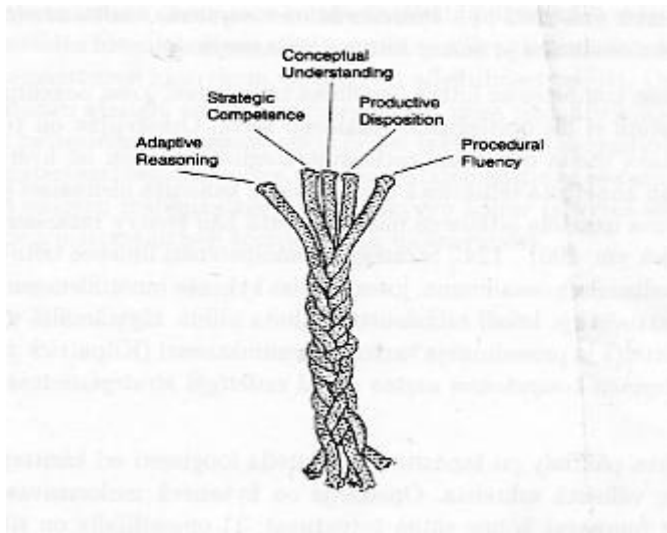
hyvän osaamisen kriteereissä, joissa tavoitteena on, että oppilas osaa tehdä suunnitelman ongelman ratkaisemiseen sekä esittää matemaattisia ongelmia uudessa muodossa. (mt 2004, 156, 159-160.)

2.3 Matemaattisen osaamisen ja matematiikkakuvan määrittelyä

Aiemmin matematiikkaan suhtautuminen on ollut yksipuolista, jolloin huomio on kiinnittynyt lähinnä vain oppiaineen tekniseen suorittamiseen. Kokonaisvaltaiseen matemaattiseen osaamiseen on alettu kiinnittää aikaisempaa enemmän huomiota. (Kupari 1999, 31, 49–53.) Matemaattista ymmärtämystä pohdittaessa on Erkki Pehkosen (2000, 375) mukaan lähdettävä siitä, mitä ymmärretään käsitteellä matemaattinen ajattelu. Ajattelu on erotettava matematiikan sisällöstä ja tekniikoista. Peruskoulun matematiikan opetuksessa keskitytään erityisesti tekniikan hallitsemiseen, mutta pelkkä tekninen harjoittelu ei sinällään kehitä oppilaiden matemaattista ajattelua. Oppilaat oppivat toistamaan symboleita ilman merkitystä, jolloin matemaattinen ymmärrys ja sitä kautta osaaminen jää pinnalliseksi. (Pehkonen 2000, 375–376.)

2.3.1 Matemaattinen osaaminen

Matemaattinen osaaminen koostuu Jeremy Kilpatrickin, Jane Swaffordin ja Bradford Findellin (2001, 116) mukaan viidestä osa-alueesta (kuvio 2). Osa-alueet eivät ole itsenäisiä vaan kiinteästi toisiinsa kietoutuneita ja toisistaan riippuvaisia. Osa-alueet ovat Jorma Joutsenlahden (2005, 96) suomennoksen mukaan käsitteellinen ymmärtäminen, proseduraalinen sujuvuus, strateginen kompetenssi, mukautuva päättely ja yritteliäisyys.



KUVIO 2. Matemaattinen osaaminen (Kilpatrick ym. 2001, 117).

Käsitteellinen ymmärrys (*conceptual understanding*) on matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja relaatioiden ymmärtämistä (Joutsenlahti 2005, 96.) Käsitteellisesti ymmärtävä oppilas tietää enemmän kuin pelkkiä matemaattisia menetelmiä ja totuuksia. Oppilas tietää, millaisissa tilanteissa kutakin matemaattista käsitettä käytetään ja missä suhteessa tietty käsite on toisiin matemaattisiin käsitteisiin. Oppilas osaa myös liittää uuden käsitteen jo olemassa olevaan tietorakenteeseensa. Opettajat olettavat usein, että oppilaat osaavat käsitteiden väliset suhteet vasta kun ne ovat verbaalisesti ilmaistavissa. Käsitteellinen ymmärrys voi olla kehittyntä, vaikka oppilas ei kykene selittämään ja perustelemaan ymmärrystään. (Kilpatrick, Swafford & Findell 2001, 118.)

Proseduraalisella sujuvuudella (*procedural fluency, computing*) pyritään tehokkaiden ja täsmällisten laskuharjoitusten kautta matemaattisten menetelmien hallintaan. Siihen päästään vain monipuolisella harjoittelulla, joka lisää laskemisen sujuvuutta. Proseduurien hallinta on tärkeää myös käsitteellisen ymmärryksen kehittymiselle. Esimerkiksi paikkajärjestelmän käsitteellinen ymmärtäminen vaatii proseduraalisen sujuvuuden harjoittelua. (Kilpatrick ym. 2001, 121.)

Strateginen kompetenssi (*strategic competence, applying*) on kykyä muotoilla, esittää ja ratkaista matemaattisia ongelmia. Se liittyy ongelman ratkaisuun, jossa ratkaisumenetelmä ei ole oppilaalle etukäteen selvillä. (Kilpatrick & Swafford 2002, 13.) Koulussa oppilas joutuu ratkaisemaan tarkkaan määriteltäviä ongelmia, mutta koulun ulkopuolella oppilas kohtaa tilanteita, joista hänen täytyy itse selvittää pääongelma. (Kilpatrick

ym. 2001, 124). Ongelmanratkaisu vaatii oppilaalta tietoa erilaisista ratkaisustrategioista, kykyä tunnistaa annetun tehtävän ongelma ja muotoilla se ratkaistavaan muotoon. Strategista kompetenssia mitataan etenkin sanallisissa tehtävissä. (Kilpatrick & Swafford 2002, 13.)

Mukautuva päättely (*adaptive reasoning*) on kykyä loogiseen ajatteluun, reflektointiin ja tehtyjen matemaattisten ratkaisujen selittämiseen ja todistamiseen. Kilpatrickin & Swaffordin (2002, 14) mukaan tämä osa-alue on kuin liima, joka liittää matematiikan osa-alueet toisiinsa yhdeksi kokonaisuudeksi ollen voimakkaassa vuorovaikutuksessa muiden matemaattisen osaamisen osa-alueiden kanssa. Mukautuvaa päättelyä käyttävä oppilas pystyy selittämään ja perustelemaan ratkaisujaan. Ajattelun kielentämisen kautta oppilas hioo mukautuvaa päättelytaitoa. (Kilpatrick & Swafford 2002, 14.)

Yritteliäisyys (*productive disposition, engaging*) sisältää oppilaiden asenteet matematiikkaa kohtaan sekä luottamuksen omiin taitoihin ja niiden avulla etenemiseen. Kilpatrickin & Swaffordin (2002, 14) mukaan yksilön yritteliäisyys on avain matematiikassa menestymiseen, joka vaatii henkilökohtaista sitoutumista ja näkemystä matematiikan tärkeyteen. Oppilas, joka on sitoutunut matematiikan opiskeluun, uskoo, että osaaminen ei perustu perintötekijöihin vaan omaan harjoitteluun ja vaivannäköön. Hän ei näe matematiikkaa mielivaltaisina sääntöinä ja laskutoimituksina vaan toisiinsa liittyvinä loogisina toimintoina. (Kilpatrick & Swafford 2002, 16.)

Yritteliäisyys kehittyy toisten osa-alueitten kehittymisen mukana. Esimerkiksi ratkaisutessaan onnistuneesti ei-tavanomaisia ongelmatehtäviä oppilaan asenne ja uskomus itsestään matemaattisena yksilönä muuttuu positiivisemmaksi. Opettajan merkitys matematiikkakuvan syntymiseen ja kehittymiseen on huomattava. Hänen asenteensa ja opetusmenetelmänsä vaikuttavat siihen, miten oppilas oppii, mutta myös siihen millaisena matematiikan oppijana oppilas itsensä kokee. Luokan turvallinen ilmapiiri sallii oppilaiden onnistumiset ja ideoiden jakamisen, mutta myös epäonnistumiset matematiikassa. Näiden avulla oppilaat kokevat ymmärtävänsä matematiikkaa. (Kilpatrick ym. 2001, 131–132.)

Joutsenlahti (2005) on tutkinut väitöskirjassaan lukiolaisten matemaattisen ajattelun piirteitä ja korvaa saamiensa tulosten myötä Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin (2001, 116) osa-alueen *yritteliäisyys* käsitteellä matematiikkakuva (Joutsenlahti 2005,

211.) Jatkossa käytämme tutkimuksessamme yritteliäisyyden tilalla matematiikkakuva, koska koemme sen olevan tutkimuksemme kannalta kuvaavampi käsite.

2.3.2 Matematiikkakuva

Erkki Pehkosen (1999, 121) teoksessaan esittelemän mallin mukaan oppilaan matematiikkakuva koostuu neljästä pääkomponentista:

1. uskomuksista matematiikan luonteesta
2. uskomuksista itsestä matematiikan oppijana ja sen käyttäjänä
3. uskomuksista matematiikan opetuksesta
4. uskomuksista matematiikan oppimisesta.

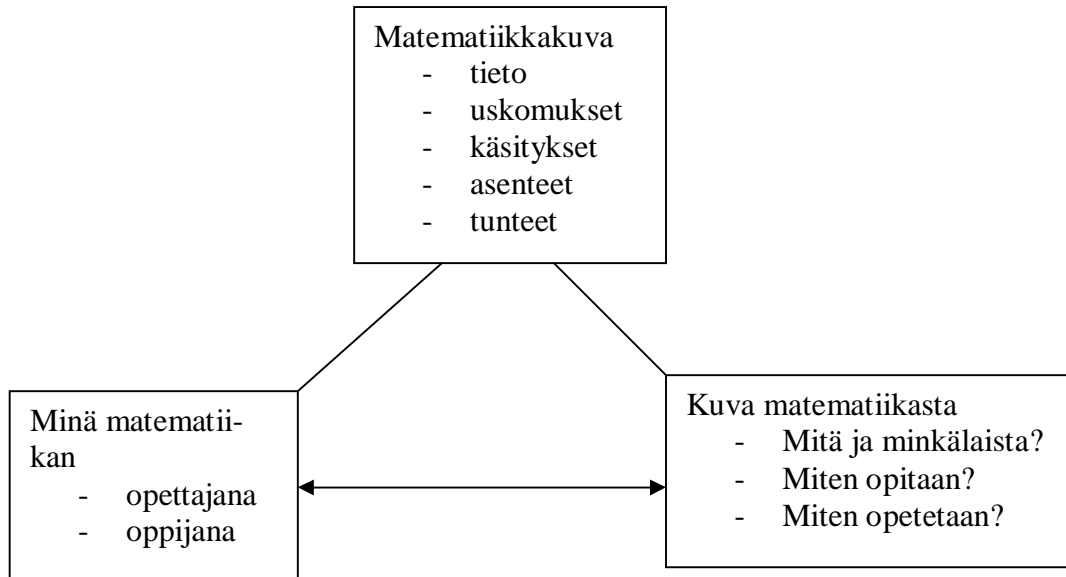
Komponentteja ei voi erotella selkeästi toisistaan, vaan ne ovat osittain päällekkäin. Uskomukset ovat yksilön henkilökohtaisia, subjektiivisia, kokemusperäisiä tietoja ja tunteita uskomuksen kohteesta. Niille ei aina pystytä antamaan objektiivisesti hyväksyttäviä perusteluja. Käsitteet määritellään tietoisina uskomuksina, joille yleensä pystytään antamaan joitakin mielekkäitä perusteluja. (Pehkonen 1999, 121.) Matematiikkakuvalla tarkoitetaan uskomusten ja käsitysten vyyhtiä, joka kehittyy matematiikkaan liittyvien kokemusten kautta affektiivisten, kognitiivisten ja konatiivisten tekijöiden vuorovaikutuksessa (Kaasila, Laine & Pehkonen 2004, 399–401).

Uudemmassa artikkelissaan Kaasila ym. (2004, 399) erottavat vain kaksi pääkomponenttia, jotka ovat:

1. kuva itsestään matematiikan oppijana ja käyttäjänä, ja
2. kuva matematiikasta, matematiikan opettamisesta ja oppimisesta.

Nämä kaksi osa-aluetta voidaan jakaa pienempiin osiin. Kuvaan itsestään oppijana ja opettajana sisältyy se, kuinka hyödyllisenä matematiikka koetaan ja mitkä ovat siihen asetetut tavoitteet ja motiivit. Olennaista osa-alueessa on myös se, millaisia tunteita matematiikka herättää ja millaisena osaajana yksilö itsensä kokee. Luonteeltaan osa-alue on affektiivinen. Kuva matematiikasta, sen opettamisesta ja oppimisesta on kognitiivinen. Se sisältää käsityksen matematiikan luonteesta, miten sitä opetetaan ja miten opitaan. (Kaasila ym. 2004, 400–401.) Matematiikkakuvan pääkomponentteja ja

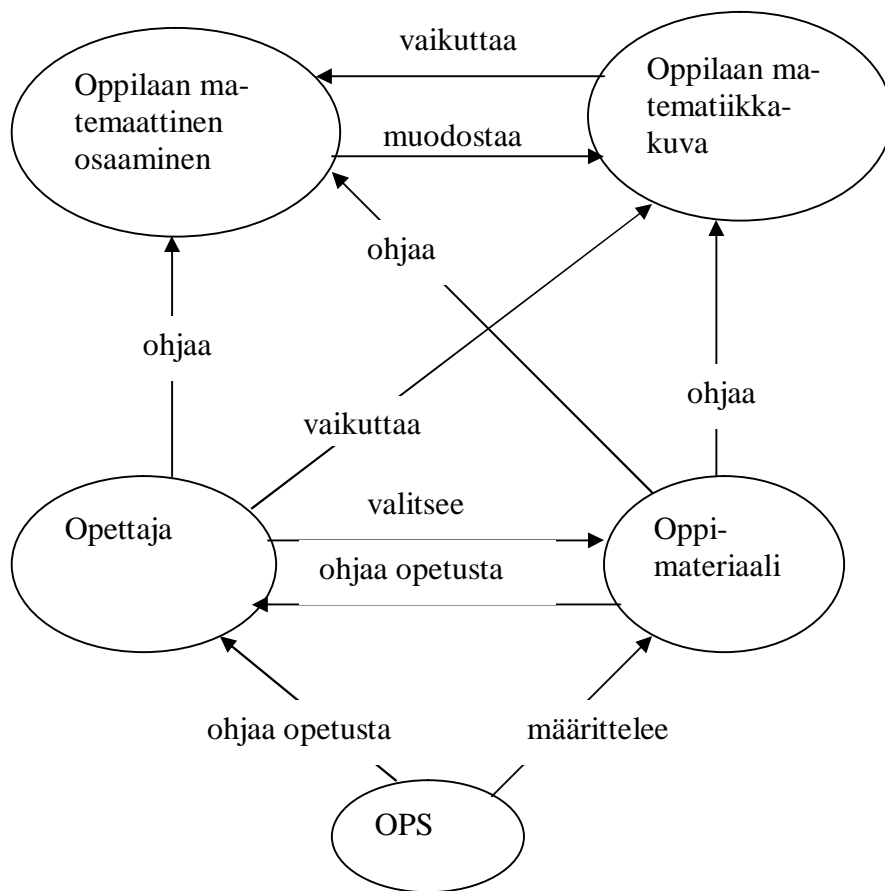
niiden osa-alueita voidaan kuvata seuraavanlaisella määrittelemällämme kuviolla (kuvio 3):



KUVIO 3. Matematiikkakuvan pääkomponentit ja niiden osa-alueet.

Eräänlaisena säätelymekanismina ja pohjana toimivat yhteiskunnan, kodin ja koulun välittämät tiedot, uskomukset, käsitykset, asenteet ja tunteet myös muuttavat matematiikkakuvaa. (Kaasila ym. 2004, 399–401, 403.)

Tutkimuksemme kannalta matematiikkakuvan muodostuminen ja muuttaminen on olennainen, koska opetussuunnitelmien mukainen oppimateriaali muovaa oppijan matematiikkakuvaa. Allaolevassa kuviossa (kuvio 4) selvennämme matematiikkakuvan ja oppimateriaalin suhdetta ja vuorovaikutusta toisiinsa. Opettajan matematiikkakuva ohjaa hänen oppimateriaalivalintojaan. Oppilaan käsityksiin matematiikasta vaikuttaa opettajan matematiikkakuva, valittu oppimateriaali sekä oppilaan aikaisemmat tiedot, taidot ja asenteet matematiikasta. Oppilas muokkaa matematiikkakuvaansa saamiensa kokemusten mukaan. Tutkimuksessamme emme voi huomioida opettajan käyttämiä opetusmenetelmiä, vaan sitä millaisiin opetusmenetelmiin oppimateriaali pääasiallisesti ohjaa.



KUVIO 4. Oppimateriaalin ja matematiikkakuvan vuorovaikutus.

2.4 Matematiikka perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004

Pekka Kuparin (1999, 40- 41) mukaan behavioristinen lähestymistapa on ollut hallitseva elementti matematiikan opetuksessa. Matematiikkaa on tarkasteltu absoluuttisena tietorakenteena, jolloin kiinnostus on ollut siinä, mitä oppilaat osaavat tehdä, eikä siinä mitä oppilas ymmärtää tai mitä opittu tieto hänelle merkitsee. Kyseisellä ajattelutavalla on ollut vaikutusta opetussuunnitelmaan niin, että sen tavoitteena ovat olleet lähinnä mekaaniset menetelmätaidot eivätkä oppilaan omaa ymmärtämistä korostavat oppimisprosessit. Behavioristisen opetustavan säilymistä on edesauttanut tulosvas- tuullinen ajattelutapa, jossa tavoitteiden toteutumista on mitattu sisältöpainotteisilla kokeilla ja tutkinnoilla. (Kupari 1999, 43.)

POPS:ssa 2004 määritellään sisältöluettelolla asiat, jotka opetuksessa tietyillä vuosiluokilla tulee käsitellä. Tavoitteet ja sisällöt on jaettu vuosiluokkien 1-2, 3-5 ja 6-9 välille. Näin ollen opettajalla on mahdollisuus huomioida opetusryhmän taso opetuksessaan, kun valtakunnallisesti määritelty ajankohta ei rajoita hänen opetustaan. Voidaan siis ajatella, että opetussuunnitelma tähtää konstruktivismiin. Toisaalta Leino (2004, 28) esittää, että opetus on näennäisesti konstruktivistista, sillä opetussuunnitelmiensa sisältöluettelot ohjaavat aivan liian suuressa määrin matematiikan opetusta. Oppimisen tavoitteeksi ja ymmärtämisprosessin kohteeksi määritelläänkin ihmiskunnan rakentama tietorakenne tai sen osa, jolloin oppiminen painottuu oppilaiden omien käsitysten ja kiinnostuksen sijaan matemaattisen tiedon ymmärtävään muistamiseen.

Kokonaisvaltaiseen matemaattiseen osaamiseen on kiinnitetty opetussuunnitelman osalta viime vuosina aikaisempaa enemmän huomiota. Aikaisemmin vaikuttanut behavioristinen oppimiskäsitys on jätetty taka-alalle ja siirtyminen konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen vaikuttaa myös valtakunnallisessa opetussuunnitelmassa. POPS:ssa 2004 mainitaan, että oppiminen on seurausta oppilaan aktiivisesta ja tavoitteellisesta toiminnasta, jossa uusi asia rakentuu aiemmin opitun tietorakenteen pohjalta. Ongelmanratkaisutaidot sekä yksin että vuorovaikutuksessa muiden kanssa ovat olennainen osa oppimisprosessia. Oppimista ei kuitenkaan nähdä pelkästään uuden tiedon tai taitojen omaksumisena, vaan tärkeänä osana ovat oppimis- ja työskentelytavat, jotka ohjaavat oppilaan käsitystään itsestään oppijana. Koska oppiminen on tilannesidonnaista, korostetaan valtakunnallisessa opetussuunnitelmassa myös oppimisympäristön merkitystä oppimisprosessissa. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 16.)

Tiedon löytäminen tuottaa erilaista oppimista kuin tiedon saaminen. Matematiikka nähdään työvälineenä ja asennoitumistapana jäsentelemään ja ratkaisemaan ongelmia. Oppimista ei tapahdu ainoastaan yksin, vaan myös ryhmässä, jossa matematiikan osaamista käytetään ongelmatilanteen löytymiseen, ongelman muotoiluun ja sen ratkaisuun. Opetuksessa korostetaan myös oppilaan omia uskomuksia ja käsityksiä matemaattisesta tiedosta. (Leino 2004, 28–29.)

2.4.1 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (POPS) 2004 tavoitteet matematiikan osalta

Opetushallituksen päätöksen mukaan perusopetuksen opetussuunnitelmien perusteet vuosiluokille 1-9 uudistuvat niin, että ne ovat käytössä kaikissa peruskouluissa viimeistään 1.8.2006. Perusteet ovat entistä täsmällisemmät, ja ne rajaavat oppiaineiden ja aihekokonaisuuksien tavoitteet ja keskeiset sisällöt aikaisempaa tarkemmin. Lisäksi niissä on ohjeet oppilaan arviointiin. Opetussuunnitelman tavoitteena on yhtenäinen perusopetus ensimmäisestä yhdeksänteen luokkaan. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 5, 9, 13)

POPS 2004 määrittelee matematiikan opetuksen tehtävät siten, että ”opetuksen tehtävänä on tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja matemaattisten käsitteiden sekä yleisimmin käytettyjen ratkaisumenetelmien oppimiseen” (Perusopetuksen suunnitelman perusteet 2004, 156). Opetussuunnitelman perusteissa mainitaan matemaattisen ajattelun kehittäminen, mutta käsitettä ei tarkenneta missään vaiheessa. Käsitteen määrittäminen jää opettajan oman tiedon ja matemaattisen käsitteistön varaan. POPS:n 2004 mukaan oppilaan luovan ja täsmällisen ajattelun kehittäminen on opetuksen pääasiallisia tavoitteita. Lisäksi opetuksen tulisi ohjata oppilasta ongelmien löytämiseen ja muokkaamiseen sekä ratkaisujen etsimiseen.

Matematiikan merkitys oppilaan kokonaisvaltaiseen kehitykseen: henkiseen kasvamiseen, tavoitteelliseen toimintaan ja sosiaaliseen vuorovaikutukseen, otetaan laadituissa perusteissa huomioon. Opetuksen systemaattisella etenemisellä pyritään luomaan oppilaille kestävä pohja matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden omaksumiselle. Matematiikan opetuksessa on huomioitava opetuksen konkreettisuus liittäen se mahdollisimman monipuolisesti oppilaan arkipäiväisiin ongelmiin. Arkipäivän ongelmien avulla oppilaan omakohtaisia kokemuksia ja ajattelu järjestelmiä liitetään matematiikan abstraktiin järjestelmään. Oppimisprosessin tukemisessa tulee hyödyntää tieto- ja viestintäteknikkaa. (mt 2004, 156.)

Opettajan on oltava tietoinen oppilaan yksilöllisestä tasosta voidakseen tarjota jokaiselle haasteellista ja ymmärrettävää opetusta ja tiedostettava oppilaan mahdollisen eriyttämisen tarve syventävänä tai nopeuttavana. Yhtenä opetuksen tärkeänä tavoitteena on kestävä matemaattisen pohjan rakentaminen. Tämän lisäksi opetussuunni-

telman perusteissa korostetaan onnistumisen kokemuksia matematiikan opiskelussa. (mt 2004, 156.)

Keskeiset sisällöt

POPS 2004 ei määrittele tarkkaan neljännen vuosiluokan matematiikan keskeisiä sisältöjä, vaan siinä mainitaan oppikokonaisuudet, jotka on käsiteltävä 3-5 vuosiluokkien aikana. Näitä ovat geometria, algebra, luvut ja laskutoimitukset, tietojen käsittely ja tilastot sekä todennäköisyys. Tutkimuksessamme analysoimme oppimateriaalista geometrian ja jakolaskun osuutta. Tietojen käsittelyn ja tilastojen sekä todennäköisyyden osiosta käsittelemme koordinaatiostoa, joka on liitetty tutkimissamme kirjasarjoissa geometrian jaksoon.

Monikulmion osalta geometrian oppikokonaisuus sisältää kuvion suurennokset ja pienennökset, yhdenmuotoisuuden ja mittakaavan. Opetussuunnitelman mukaan monikulmiota tulee peilata suoran ja pisteen suhteen, ja tarkastella symmetriaa ja yhtenevyyttä konkreettisen välineistön avulla. Vuosiluokkien 3-5 aikana oppilaiden kanssa tulee käsitellä kulman mittaa ja kulmien luokittelua, tutkia ja luokitella erilaisia monikulmioita sekä tarkastella niiden geometrisia ominaisuuksia. (mt 2004, 159.)

Jakolaskun opettamisen keskeisiin sisältöihin kuuluvat sisältöjako, ositusjako ja jaollisuus. Uutena oppikokonaisuutena vuosiluokilla 3-5 jakolaskun osalta tulee luonnollisella luvulla jakaminen ja kertominen. (mt 2004, 160.)

Hyvä osaaminen

POPS 2004 kuvaa oppilaan hyvän osaamisen tason 5. vuosiluokan päättyessä. Kuvaukset on jaoteltu yleisesti ajattelun ja työskentelyn taitoihin sekä aiemmin lueteltujen kokonaisuuksien mukaan. Ajattelun ja työskentelyn tavoitteena on, että oppilas osoittaa ymmärtävänsä matematiikkaan liittyviä käsitteitä käyttämällä niitä ratkaistessaan matemaattisia ongelmia sekä esittämällä niitä monipuolisesti välinein, kuvin, symbolein, sanoin tai lukujen ja diagrammien avulla. Olennaista on, että oppilas ”pyrkii tietoisesti kohdistamaan tarkkaavaisuutensa havaintoja tehdessään; hän pystyy kommunikimaan havainnoistaan ja ajatuksistaan monipuolisesti, toimimalla, puhumalla, kirjoittamalla ja symbolien avulla”. Hyvän osaamisen kriteereihin nähden oppilaan tulee osata kuvata matemaattisesti reaali maailman tilanteita ja ilmiöitä vertailemalla, luokittelemalla, järjestämällä, konstruomalla ja mallintamalla. Lisäksi hän osaa etsiä asioi-

den yhteistä ominaisuutta luokittelemalla erilaisin kriteerein ja erottaa laadullisen ja määrällisen ominaisuuden. Ongelmanratkaisutaito nostetaan esille yksinkertaisen tekstin, kuvan tai tapahtuman tulkinnan kautta. (mt 2004, 160.)

Laskutoimitusten osalta hyvän osaamisen arvosteluperusteena on, että oppilas ymmärtää kymmenjärjestelmän, osaa esittää kirjallisesti ja suullisesti laskutoimituksia tietäen niiden väliset yhteydet sekä kykenee arvioimaan tehtävän tulosta ja ratkaisun mielekkyyttä. Geometriassa hyvä osaaminen edellyttää kuvioiden muodostamista annettuja ohjeita noudattaen. Oppilas pystyy havaitsemaan yksinkertaisten geometrinen kuvioiden ominaisuuksia sekä tuntee tasokuvioiden käsitteiden muodostamaa rakennetta. Suoran suhteen peilaaminen ja kuvion koon muuttaminen annetussa suhteessa ja symmetristen kuvioiden tunnistaminen osoittavat hyvää osaamista geometrian osalta. (mt 2004, 160–161.)

2.4.2 Matematiikan opetussuunnitelman tarkastelua neljännen vuosiluokan osalta

Hämeenlinnan normaalikoulu on Tampereen yliopiston kasvatustieteelliseen tiedekuntaan kuuluva harjoittelukoulu. Koulun henkilökunta on laatinut koulun johtokunnan hyväksymän ja kasvatustieteiden tiedekunnan vahvistaman opetussuunnitelman POPS:n 2004 pohjalta. Tarkastelemme tutkimuksessamme Hämeenlinnan normaalikoulun opetussuunnitelmaa (2005) yhtenä esimerkkinä koulun laatimasta opetussuunnitelmasta matematiikan neljännen vuosiluokan osalta.

Matematiikan osalta olennaisena tavoitteena on matemaattisen ajattelun kehittäminen oppilaan omista lähtökohdista käsin. Tavoitteissa korostetaan monipuolista tutustumista matemaattisiin käsitteisiin oman tekemisen ja erillisten apuvälineiden avulla. Keskeisiksi käsitteiksi opetussuunnitelmassa nostetaan oman ajattelun kielentäminen ja sosiaalinen vuorovaikutus. (Hämeenlinnan normaalikoulun opetussuunnitelma 2005, 91.)

Matematiikan sisällöt on jaettu neljään osaan: lukuihin ja laskutoimituksiin, algebraan, geometriaan sekä tietojen käsittelyihin, tilastoihin ja todennäköisyyteen. Keskitymme tarkemmin tutkimuksemme kannalta olennaisimpana kolmeen ensiksi mainittuun kokonaisuuteen. Luvut ja laskutoimitukset sisältää jakolaskualgoritmin eli jakokulman

yksinumeroisella jakajalla sekä tutustumisen koordinaatistoon. Algebran osalta opetussuunnitelmassa on lausekkeen käsitteestä, sen kirjoittamisesta ja laskemisesta. Geometrian sisällöt ovat monimuotoisimmat, sillä ne käsittävät suurennoksia ja pienennöksiä, symmetriaa suoran suhteen ja pisteen kautta peilaamista havaintovälineitä apuna käyttäen sekä kulmien luokittelua. Tasokuvioiden osalta sisällöissä on maininta ympyrästä ja kolmiosta sekä yleisesti kappaleiden geometrinen ominaisuuksien tutkiminen. (mt 2005, 93)

2.5 Erilaisia oppimiskäsityksiä

Behavioristinen käsitys oppimisesta ja kasvatuksesta on kehittynyt 1900-luvun alussa, ja se on ollut vallitsevana suuntauksena tutkimus- ja kehittämistoiminnassa 1970-luvulle saakka. Behavioristisen lähestymistavan mukaan uuden tiedon oppiminen tapahtuu aistien ärsyke-reaktio -sidoksina, jossa opetus toimii ärsykkeenä. Opetuksen tehtävänä on vahvistaa tai sammuttaa näitä sidoksia. Oppija on passiivinen tiedon vastaanottaja, jolla ei ole vastuuta omasta oppimisesta.

Behavioristisen oppimiskäsityksen ongelmana on ulkoisesti havaittavan käyttäytymisen muuttumisen ja vakiinnuttamisen kuvaus. Lähes kaikista oppikirjoista on löydettävissä piirteitä behavioristisesta opetuksesta, jossa opittava aines on jaettu sopiviin, hierarkkisesti laajeneviin osiin. Jokaisen osan osaamista voidaan kontrolloida ja vaatia osattavaksi ennen seuraavien osien aloittamista. (Leino 2004, 20–21.)

Konstruktivistinen oppimiskäsitys on syntynyt 1960-luvulla. Se on syntynyt vastaamaan niihin ongelmiin, joihin behaviorismi ei vastannut. Konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaan oppiminen on oppilaan omaa aktiivista toimintaa. Oppiminen on ajattelua, pohtimista ja ongelmien ratkaisua. Uutta opittua tietoa syntyy vasta ajattelun reflektoinnin kautta. (Leino 2004, 20–21, 23–24.) Konstruktivismi kiistää objektiivisen tiedon olemassaolon. Konstruktivismiin lähtökohtana on, että oppilas ainakin osin konstruoi hankkimaansa tietoa uudelleen. Uusi tieto sulautuu jo olemassa olevaan tietojärjestelmään ja muuttaa sitä. (Haapasalo 1994, 96.)

Opetus ei ole vain yleisesti hyväksytyjen määritelmien ja operaatioiden esittämistä, vaan oppilaan omiin käsityksiin, tulkintoihin, tarkoituksiin ja merkityksiin vaikuttamista. Opettaja ei voi toimia ainoastaan tiedon siirtäjänä oppilaalle vaan olennainen osa työtä on mukauttaa opetusta niin, että oppilas voi hyödyntää aikaisemmin oppimaansa tietoa uuden tiedon pohjana. Tiedon löytäminen tuottaa erilaista oppimista kuin tiedon saaminen valmiina. (Leino 2004, 20–21, 23–24.)

Sosiaalinen konstruktivismi korostaa kulttuurin ja kontekstin merkitystä yhteiskunnan muutoksen ymmärtämisessä ja tiedon rakentamista sen perustalle. Sosiaalisen konstruktivismin perustana on todellisuutta, tietoa ja oppimista koskevia oletuksia. Tieto konstruoidaan vuorovaikutuksessa. Kaikki tieto on sosiaalisesti ja kulttuurisesti rakennettua ja yksilö luo merkityksiä ympäristönsä kanssa vuorovaikutuksessa. Oppiminen nähdään sosiaalisena prosessina. Oppimista tapahtuu, kun yksilö ottaa osaa sosiaalisiin toimintoihin. Vuorovaikutuksessa syntyy sosiaalisesti hyväksytyjä ideoita maailmasta, käyttäytymismalleista ja kielen käyttämisestä. Keskustelu muokkaa ja kehittää sosiaalisia merkityksiä ja tietoa, joiden muodostumiseen vaikuttavat ryhmän jäsenten väliset suhteet. (Kim 2001.)

2.5.1 Konstruktivismi matematiikan opetuksessa

Vuoden 2004 POPS:n lähtökohtana on sosiaalinen konstruktivismi, joka toimii myös matematiikan opetuksen perustana. Matematiikka nähdään sosiaalisena konstruktiona. (Kupari 1999, 36.) Se korostaa tiedon sosiaalista ja kulturaalista alkuperää, jossa kieli on keskeisessä asemassa ja oppija oman tietonsa rakentaja. Oppimisessa tärkeä osuus on myös luokkayhteisöllä. (Joutsenlahti 2003, 5.) Konstruktivistisessa opetuksessa pyritään tarjoamaan oppilaille mahdollisuuksia vuorovaikutukseen ja refleksiivisiin prosesseihin. Tiedon siirtämisen sijaan oppilaat rekonstruoivat yhdessä aikaisempaa tietämystään uusien tarpeiden mukaan. (Kupari 1999, 36.)

Kun matematiikan opetuksen perustana on sosiaalinen konstruktivismi, opettajan on selvitettävä oppilaiden aikaisemmat käsitykset ja merkitykset opetettavasta aiheesta. Konstruktivistinen opetus tarkastelee oppilaiden elämisaailmaa, eikä vain matematiikan ja ympäristön välistä suhdetta. Oppilaiden uskomusten ja esikäsitysten perusteella pohditaan mitkä niistä olisi saatava muuttumaan ja miten muutos voidaan saada

aikaan. Matematiikan tiedon ja taidot eivät jää irrallisiksi ja merkityksettömiksi, kun opetuksen perustana on sosiaalinen konstruktivismi. (Leino 2004, 26–29.)

2.6 Aikaisemmat tutkimukset

Peruskoulun matematiikan oppikirjoja analysoivia tutkimuksia on Suomessa tehty vähän. Pääosin tutkimukset ovat keskittyneet äidinkielen ja luonnontieteiden oppikirjoihin. Oppikirjoista tutkimuskohteena on ollut lähinnä tekstisisältö ja kuvitus eli se, miten oppikirjoissa asiat esitetään. Kiinnostus matematiikan oppikirjoihin on kuitenkin herännyt ja 2000-luvulla on julkaistu tutkimuksia, jotka käsittelevät matematiikan peruskoulun opetussuunnitelmaa, matematiikan oppisisältöjä ja oppikirjoja sekä näiden vaikutusta oppilaiden oppimistuloksiin. (Törnroos 2004, 34–35.) Käsittelemme ennen kansallisia tutkimuksia kahta peruskoululaisten matematiikan oppimistuloksia käsittelevää kansainvälistä tutkimusta, joiden oletamme omalta osaltaan voineen vaikuttaa matematiikan oppimateriaalin tutkimisen lisääntymiseen.

2.6.1 Kansainväliset tutkimukset

Suomi on osallistunut kansainvälisiin tutkimuksiin 2000-luvulla kolme kertaa, joista viimeisimmät arviointitutkimukset antavat tietoa suomalaisten peruskoululaisten taitojensa hyvästä matematiikan osaamisesta. TIMSS 1999 -tutkimus (*Third International Mathematics and Science Study Repeat*) on kansainvälinen matematiikka- ja luonnontiedetutkimus, jonka tavoitteena on tuottaa tietoa peruskoulun oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden (fysiikka, kemia, biologia ja maantieto) osaamisesta ja opiskelusta. Vuoden 1999 tutkimukseen osallistuvat olivat peruskoulun 7. luokan oppilaita. Matematiikassa pääluokat olivat tietäminen, perusmenetelmien käyttö, tutkiminen ja ongelmanratkaisu, matemaattinen päättely ja viestintä. Tutkimuksen arviointikehys pohjautui kolmitasoiseen opetussuunnitelmamalliin, jonka tasoina ovat tarkoitettu, toimeenpantu ja toteutunut opetussuunnitelma. (Kupari & Törnroos 2004, 139–141.)

Suomalaisnuorten tulokset ovat TIMSS 1999 -tutkimuksessa selvästi kansainvälistä keskitasoa korkeampia ja oppilaiden suoritusasteet jakautuvat hyvin tasaisesti. Todellisia matematiikan huippuosaajia Suomessa on vähän, mutta hyvin heikkojen oppilai-

den määrä on pieni. Osatuimpia matematiikan osa-alueita ovat luvut ja laskutoimitukset sekä tilastot ja todennäköisyys. Myös perustietojen ja -taitojen kuten lukukäsite, laskutoimitukset, perusgeometria, taulukoiden ja kuvioiden tulkinta on hyvää tasoa. Suhteellisesti heikoimmin osattuja sisältöalueita ovat algebra ja geometria. Puutteita ilmeni tiedon soveltamisen ja käyttämisen kannalta olennaisena pidetyssä käsitteellisessä osaamisessa. (Kupari & Törnroos 2004, 141–145.)

PISA-hanke (*Programme for International Student Assessment*) on OECD-maiden kansainvälinen oppilasarviointiohjelma, jonka tarkoituksena on tuottaa oppilaiden osaamisesta koulutuspoliittisesti relevanttia ja kansainvälisesti vertailukelpoista tietoa. Sen tavoitteena on tutkia 15-vuotiaiden nuorten tietoja, taitoja ja valmiuksia lukutaidon, matematiikan ja luonnontieteiden osaamistarpeita ja valmiuksia tulevaisuuden osaamisvaatimusten näkökulmasta. PISA 2003:n pääalueena oli matematiikka. Matematiikan osaamisessa pyrittiin proseduraalisen taidon lisäksi selvittämään oppilaiden kykyä hyödyntää matemaattisia tietoja ja taitoja eri aihealueilla ja erilaisissa arkielämäntilanteissa matemaattisten ongelmien ratkaisemiseksi. Myös matemaattisten päätelyiden erittely- ja perustelutaitoja selvitettiin hankkeen osalta. (Väljärvi 2005, 1-2.)

Tutkimuksessa suomalaisnuorten matematiikan osaamisen todetaan olevan OECD-maiden parhaimmista ja osaamistaso on korkea kaikilla tutkituilla matematiikan osa-alueilla. Erityisesti matematiikan osaamisessa korostuu tasaisuus. Tutkimuksen mukaan suomalaisnuorten opetuksen haasteena tulevaisuudessa on matematiikan oppimista tukevien asenteiden ja opiskelustrategioiden kehittäminen. (Törnroos & Kupari 2005, 34-36.)

2.6.2 Kansalliset tutkimukset

Juha-Pekka Heinosen väitöskirja (2005) tarkastelee opetussuunnitelman ja oppimateriaalin merkitystä opetuksessa. Heinonen tutki peruskoulun opetussuunnitelmien perusteiden ja oppimateriaalin vaikutusta koulukohtaisesti laadittaviin opetussuunnitelmiin sekä koulukohtaisten opetussuunnitelmien vaikutusta mahdollisesti tapahtuneisiin opetuksen sisällöllisiin ja opetusmenetelmällisiin muutoksiin. Tutkimustulokset osoittavat, että opettajien käsitysten mukaan oppikirjoilla on keskeinen rooli opetussuunnitelmia laadittaessa. Heinosen (2005, 34) mukaan oppikirjat ovat olennainen osa suomalaista

koulujärjestelmää. Toisaalta osa opettajista pyrki tietoisesti välttämään oppikirjojen vaikutusta koko prosessiin.

Matematiikan oppikirjaa, ja sen vaikutusta opetukseen ja oppimistuloksiin on Jukka Törnroos (2004) tutkinut väitöskirjassaan Yhdeksi olennaiseksi tutkimustulokseksi Törnroos nostaa matematiikan oppikirjojen välillä olevat sisällölliset eroavaisuudet. Koska opettajat ovat vastuussa oppikirjavalinnasta, määrittelevät he valinnallaan matematiikan opetussisältöä peruskoulussa, koska oppikirja toimii pitkälti opetuksen pohjana. (Törnroos 2004, 217–219.)

Eero K. Niemi (2004) tutkii väitöskirjassa perusopetuksen kuudennen vuosiluokan matematiikan oppimistuloksia sekä niihin yhteydessä olevia tekijöitä. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa edellytettyihin tavoitteisiin nähden oppilaiden oppimistulokset ovat keskimäärin tyydyttävät. Eero K. Niemen (2004, 143, 165) mukaan opettajan valitsemalla oppikirjalla on vaikutus oppimismenetelmiin ja oppimistuloksiin. Tutkimuksessa mukana olleet opettajat pitävät pääosin oppikirjaa ja siihen kuuluvaa työkirjaa koulujen omaa opetussuunnitelmaa parempana perustana opetuksen suunnittelulle ja toteutukselle.

Päivi Perkkilä (2002) tuo tutkimuksessaan esille opettajien matematiikkauskomuksia ja matematiikan oppikirjan merkitystä alkuopetuksessa. Tutkimuksen yhtenä tavoitteena on vastata kysymykseen, millainen merkitys matematiikan oppikirjoilla ja matematiikan opettajan oppailla on opetuksen suunnittelussa ja opetuksessa. Perkkilä (2002) toteaa saamien tuloksien valossa, että oppikirjoilla ja opettajan oppailla on huomattavan suuri vaikutus alkuopetuksen matematiikassa. Ihannekirjassa pitää olla sekä perusrutiinien harjoittelua että projektityöskentelyyn ohjaavia tehtäviä (mt 2002, 155-156, 159-160.)

3 TUTKIMUSAINIESTON KUVAUS

Oppimateriaalin sisällöstä vastaa yksinomaan kustantaja ja kirjojen tekijät. Aineistomme koostuu kolmen matematiikan oppikirjamarkkinoita hallitsevan kustantajan oppikirjoista: WSOY:n Laskutaito, Tammen kustantama Matikkamatka ja Otavan Tuhattaituri. Esittelemme kirjasarjat lyhyesti kustantajan antaman tiedotteen ja osallistumiemme kirjaesittelyjen pohjalta.

3.1 Laskutaito

Laskutaito-kirjasarja on WSOY:n kustantama oppikirja. Kirjasarja sisältää oppikirjat peruskoulun vuosiluokille 1- 6. Sarjaa uudistetaan vuosiluokka kerrallaan vuoden 2004 perusopetuksen opetussuunnitelman mukaiseksi, joista Laskutaito 4 on ilmestynyt syksyksi 2005. Se on opettajan kirjan kahdeksas ja oppilaan kirjan kahdestoista painos. Neljännen vuosiluokan kirjan tekijöinä ovat Risto Ilmavirta, Ann-Mari Sintonen ja Tuula Uus-Leponiemi. Opettajan kirjassa on tekijänä lisäksi Merja Salonen ja oppilaan kirjassa Seppo Rikala.

WSOY markkinoi kirjaa laadukkaana peruspakettina, johon on saatavana runsaasti erilaisia lisämateriaaleja koko luokalle sekä eriyttämiseen. Laskutaito 4 opettaa jakolaskun ratkaisemisen perinteisen jakokulman avulla, mutta antaa vaihtoehtoiseksi algoritmimalliksi allekkain jakamisen. Muut kirjasarjat käyttävät jakolaskun opettamisessa jakokulmamerkintää.

Espoossa 3.3.2005 pidetyssä Laskutaito-kirjasarjan esittelyssä yksi kirjan tekijöistä mainitsi kirjan laatimisessa huomioitua käsitystä monipuolisesta oppimisesta. Kirjasarjan tavoitteena on luoda mahdollisimman sujuva peruslaskutaitojen hallinta, jota tuetaan siten, ettei tehtävätyyppi muutu tarkoituksenmukaisesti tehtävien aikana. Kirjasarja tukee käsitteiden ymmärtävää oppimista ja matematiikan soveltamistaitoa eri tilanteisiin. Soveltaminen näkyy etenkin taulukoiden ja diagrammien tarkasteluna ja tutkimisena sekä erilaisissa ongelmaratkaisutehtävissä. Esittelyssä kirjasarjasta todettiin, että se pyrkii edistämään myös matemaattista kommunikointitaitoa.

Kirjan esittelijä painotti oppilaan kirjan selkeää rakennetta. Oppilaan kirjan opetusosuus on aina yhdellä aukeamalla. Perusaukeamaan liittyy erillisenä lisätehtäväsivu, jolla on haastetta lahjakkaammille laskijoille. Lisäksi aukeaman opetusaiheeseen kuuluu erilliset kotitehtävät. Eritasoisille oppilaille Laskutaito tarjoaa sekä tukiopetusta, mutta myös tuumavihkoa ja uutuutena paripohdintatehtäviä. Opettajanoppaasta esittelijä totesi, ettei Laskutaito ole millään tavalla metodi, vaan apuväline kouluarkeen.

3.2 Matikkamatka

Matikkamatka on Tammen kustantama kirjasarja, joka sisältää oppikirjat peruskoulun vuosiluokille 1-5. Kirjasarja korvaa Tammen kustantamaa Mieti ja Laske -kirjasarjaa, jota ei kaikin osin ole enää uudistettu vuoden 2004 opetussuunnitelman mukaiseksi. Matikkamatka-kirjasarjan oppikirjat ovat laadittu POPS:n 2004 mukaisiksi. Neljännen vuosiluokan oppilaan kirjasta on ilmestynyt toinen painos ja opettajan kirjasta painoksia on ainoastaan yksi. Oppilaan kirjan tekijöinä ovat Jukka Lemmetty, Hellevi Putkonen ja Jussi Sinnemäki. Opettajan kirjan tekijöinä on Putkosen ja Sinnemäen lisäksi Marjatta Lilli. Kustantajan mukaan kirja antaa monipuoliset matemaattiset taidot vanhasta perusosaamisesta ongelmanratkaisutaitoihin. Kirjaa markkinoidaan hauskillä kuvituksella ja arkipäivän elämää lähellä olevin esimerkein. Kirjasarja tarjoaa monipuolista eriyttävää materiaalia.

Kustannusosakeyhtiö Tammen mukaan oppikirjasarjan keskeisenä tavoitteena lukujen ja laskutoimitusten oppimisen osalta on varustaa oppilaat matemaattisten käsitteiden ymmärrettävällä hallinnalla sekä vankoilla laskemisen taidoilla. Oppikirjassa on runsaasti perustaitoja harjoittavia tehtäviä, mutta myös käsitteenmuodostusta tukevia materiaaliratkaisuja. Opettajalle oppikirjasarja tarjoaa opetuskalvopohjia tehokkaan opettamisen välineeksi.

Oppikirjasarjassa korostetaan yhteistoiminnallisten taitojen kehittämistä osana matemaattista oppimista, ja toiminnalle on järjestetty säännöllisin väliajoin erillinen aukeama. Työyksikkönä on aina oppilaspari. Yhteistoiminnallisia taitoja kehitetään muun muassa oppimispelien, ongelmanratkaisutehtävien ja ajattelutaitojen kehittämisen avulla. Oppimispelit toimivat myös lisätehtävinä, tukiopetuksena tai kotona pelat-

tavina. Ongelmaratkaisutehtävät on keskitetty lähinnä yhteistoiminnalliselle aukeamalle, jolloin kaikilla oppilailla taitoihin katsomatta on mahdollisuus kehittää ongelmanratkaisutaitojaan. Tehtävät on erotettu otsakkeella ”Ja nyt tuli ongelmia!”, jolloin oppilaat ja opettajat tietävät, että tehtävät vaativat erilaista asennoitumista ja paneutumista kuin rutiinitehtävät. Yhteistoiminnallisilla aukeamilla oppilaalla on mahdollisuus analysoida omia ajattelutapojaan ja kertoa niistä muille. Oppikirjasarjassa oppilaat ohjataan jo alusta alkaen vihkotyöskentelyyn. Kolmannelta luokalta alkaen oppikirjan takana olevat tuntikohtaiset kotitehtävät tehdään aina viikkoon.

Eriyttäminen on huomioitu kustantajan mukaan kolmella tavalla: lisätehtävillä oppikirjassa, tukiopetuksella ja lisätehtävillä opettajan oppaassa. Oppikirjan lopussa on runsaasti lisätehtäviä, jotka ovat jaksokohtaisia. Tasoltaan ne huomioivat erilaiset oppijat siten, että osa tehtävistä on perustaitoja harjoittavia ja osa vaativia ongelmanratkaisutehtäviä. Opettajanoppaan tukiopetusmateriaali tukee oppilaita, jotka tarvitsevat lisäharjoitusta, ja materiaalia voi käyttää myös oppitunnilla eriyttämiseen. Lisäksi opettajanoppaassa on monistettavia haastavampia tehtäviä nopeasti edistyville oppilaille. Oppikirjasarjaan liittyy vankat opettajanmateriaalit. Opetuskalvopohjavihkosessa on jokaista oppituntia varten opetuskalvopohja, jossa on oppitunnin opetettava oppiaines ja mahdolliset uudet tehtävätyypit. Lisäksi kalvopohjassa on aina jokin oppimista tukeva leikki, ongelmanratkaisutehtävä tai tutkimustehtävä.

3.3 Tuhattaituri

Otavan kustantama Tuhattaituri on matematiikan kirjasarja peruskoulun vuosiluokille 1-6. Uusin oppilaan kirja on 1.-3. painos, kun taas opettajan oppaasta on ilmestynyt yksi painos. Tuhattaituri-kirjasarjan tekijöinä ovat Katariina Asikainen, Hannu Fälden, Kimmo Nyrhinen, Pekka Rokka ja Päivi Vehmas. Kirjasarjan tavoitteena on edetä rauhallisesti huomioiden aikaisemmin opittu tieto. Peruslaskutoimituksia runsaasti ja monipuolisesti harjoittelemalla pyritään vankan matemaattisen perustan syntymiseen. Matemaattisen ajattelun kehittymistä tukevat myös erilaiset päättely- ja ongelmanratkaisutehtävät. Kustantajan mukaan kirjasarja huomioi hyvin suuret opetusryhmät ja jopa yhdysluokat. Kirjasarja sisältää monipuolisia opetus- ja lisämateriaaleja.

Kirjaesittelyssä Hämeenlinnassa 7.2.2005 kustantajan edustaja mainitsi Tuhattaiturin olennaiseksi piirteeksi erilaisten oppijoiden huomioimisen. Kirjan tekstien taustaväri on mahdollisimman helppolukuinen, ja oppikirjan tehtävienannot on pyritty tekemään selkeiksi. Tähän liittyen myös sanalliset tehtävät on asetettu aina tunnilla käsiteltyyn tilanteeseen, jolloin oppilas hahmottaa sen parhaassa tapauksessa omaan kokemusmaailmaansa. Kotitehtävät on lisätty heti opetuskokonaisuuden jälkeen, jolloin oppilaat löytävät ne helposti. Esittelijä korosti, että kirja sisältää eriyttävää lisämateriaalia eritasoisille oppijoille. Kirjan mukana jokainen oppilas saa itselleen oppimista helpottavaa oheismateriaalia, joka vaihtelee vuosiluokittain käsiteltävien aiheiden mukaan.

Hämeenlinnan kirjaesittelijä kuvasi Tuhattaiturin opettajan opasta selkeäksi ja helposti hahmotettavaksi kokonaisuudeksi. Opetustunnin kokonaisuus koostuu kahdesta aukeamasta. Kirjaesittelyssä mainittiin tunninkulun valmiista ehdotuksesta, joka helpottaa opettajan työskentelyä, mutta tarvittaessa myös sijaisen toimintaa. Oppaassa on valmis kehyskertomus kuvantarkasteluun, tunnin suunnittelua helpottava taulukuva, haasteellisimpia tehtäviä sisältävä pulmakulma ja mekaanista harjoittamista kehittävä laskulaari. Lisäksi opetusaukeamalle on liitetty kuva oppituntiin sopivasta liitteestä, joka löytyy opettajanoppaan takaosasta. Oppaassa on opettajalle vinkkipankki, jossa on tunnin aiheeseen liittyvää toiminnallisuutta. Lukukauden jokaisen jakson lopulla toiminnallisuus on huomioitu siten, että oppikirjaan on liitetty käsiteltyyn aiheeseen integroitu toiminnallinen tunti.

4 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUKSEN ETENEMINEN

4.1 Tutkimustehtävä

Laadullisen tutkimuksen kirjallisuudessa käydään keskustelua siitä, voidaanko laadullisen tutkimuksen yhteydessä puhua tutkimusongelmasta vai pitääkö puhua tutkimustehtävästä. Tutkimusongelma on käsitteenä liitetty määrälliseen tutkimukseen, jossa ongelmaan on haettu selkeää vastausta tutkimuksella. (Tuomi & Sarajärvi 2002, 94.) Koska nimekkeen valinta on tutkimuskohtainen, käytämme tutkimuksessamme käsitettä tutkimustehtävä. Tarkoituksenamme ei ole ratkaista ongelmaa tai muodostaa etukäteen minkäänlaisia hypoteeseja, vaan kuvailemalla tarkastella valitsemaamme aineistoa. Tarkoituksenamme on tuottaa materiaalistamme kvalitatiivinen ja deskriptiivinen tutkimus.

Erkki Pehkosen (2000) mukaan peruskoulun matematiikan opetuksessa keskitytään matemaattisten tekniikoiden hallitsemiseen, mutta pelkkä tekninen harjoittelu ei kehitä oppilaiden matemaattista ajattelua. Jos oppilaat oppivat toistamaan ilman merkitystä jääviä symboleita, matemaattinen ymmärrys ja sitä kautta osaaminen jää pinnalliseksi (Pehkonen 2000, 375–376.)

POPS:n 2004 mukaan opetuksen tehtävänä on tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja matemaattisten käsitteiden sekä yleisimmin käytettyjen ratkaisumenetelmien oppimiseen. Oppilaan luovan ja täsmällisen ajattelun kehittäminen on opetuksen pääasiallisia tavoitteita. Lisäksi opetuksen tulisi ohjata oppilasta ongelmien löytämiseen ja muokkaamiseen sekä ratkaisujen etsimiseen. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 156.)

Kansainvälisissä matematiikan osaamista mittaavissa tutkimuksissa suomalaisten peruskoululaisten osaaminen on hyvää erityisesti lukujen ja laskutoimitusten osalta. Vuonna 1999 toteutetun TIMSS-tutkimuksen mukaan suhteellisesti heikoimmin osattuja alueita taas ovat olleet geometria ja algebra. PISA 2003 -tutkimusryhmä pitää

puolestaan suomalaisten peruskoululaisten opetuksen tulevaisuuden haasteena myös matematiikan oppimista tukevien asenteiden ja opiskelustrategioiden kehittämistä.

Pro gradu -tutkielmamme on osana Matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen -hanketta, josta jatkossa käytämme lyhennettä MOT-hanke. Tutkimuksemme tavoitteena on tuottaa riippumaton arvio kunkin kirjasarjan vahvuuksista ja heikkouksista. Tutkimme peruskoulun neljännen vuosiluokan kustantajien tuottamaa oppimateriaalia edellä mainittujen tehtävämäärittelyjen kautta etenkin geometrian ja jakolaskun osalta. Projektin yhteisiksi tutkimustehtäviksi on määritelty seuraavat:

1. Millaisia oppimateriaalin harjoitustehtävät ovat?
2. Miten oppikirjan tehtävät tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen (*mathematical proficiency*) piirteiden kehittymistä?
3. Miten oppimateriaali vastaa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin?

Ongelmanratkaisutaidot sekä yksin että vuorovaikutuksessa muiden kanssa ovat olennainen osa oppimisprosessia. Oppimista ei kuitenkaan nähdä pelkästään uuden tiedon tai taidon omaksumisena, vaan tärkeänä osana ovat oppimis- ja työskentelytavat, jotka ohjaavat oppilaan käsitystään itsestään oppijana. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004, 16) korostetaan oppimista yksilöllisenä ja yhteisöllisenä tietojen ja taitojen rakentamisprosessina.

Lisäksi tarkastelemme tutkimuksessamme:

4. Miten oppimateriaali ohjaa yhteistoiminnalliseen työskentelyyn?
5. Miten materiaalissa huomioidaan Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004, 156) mainittu tieto- ja viestintäteknikka?

Yhtenä matematiikan opetuksen tärkeänä tavoitteena on kestävä matemaattisen pohjan rakentaminen. Opetussuunnitelman perusteissa korostetaan oppilaan onnistumisen kokemuksia matematiikan opiskelussa. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 156.) Opettajan on oltava tietoinen oppilaan yksilöllisestä tasosta voidakseen tarjota jokaiselle haasteellista ja ymmärrettävää opetusta ja tiedostettava oppilaan mahdollisen eriyttämisen tarve syventävänä tai nopeuttavana. Kansainvälisissä tutkimuksissa on käynyt ilmi myös, että suomalaisissa oppilaissa on hyvin vähän varsinai-

sia matematiikan huippuosaajia, toisaalta myös hyvin heikkojen oppilaiden määrä on vähäinen.

Tarkastelemme oppimateriaalia myös eriyttävänä materiaalina:

6. Miten oppikirja huomioi erityistä tukea tarvitsevat oppilaat?
7. Millaista materiaalia oppikirja tarjoaa edistyneimmille oppilaille?

4.2 Tutkimuksen toteuttaminen ja eteneminen

Ajatus pro gradu -tutkielmamme aiheesta syntyi osittain tutkiessamme proseminaarityössämme eräiden 1. luokkalaisten matematiikkakäsityksiä. Siihen, miksi olemme valinneet pro gradu -tutkielmaamme juuri 4. vuosiluokan materiaalin, vaikuttaa yhdessä tekemämme harjoittelu 4. luokassa vuosien 2003-2004 vaihteessa. Matematiikkaa opettaessamme saimme hieman käsityspohjaa siitä, mitä neljäsluokkalaisten pitäisi osata, miten hän käsittelee käsiteltävää aihetta ja miltä kannalta yhden kustantajan kirjasarjassa matematiikan oppimista ja opeteltavaa aihetta käsitellään.

Keväästä 2005 lähtien olemme tutustuneet matemaattista osaamista käsittelevään teoriaan ja kirjasarjoihin, joiden osalta kustantajat ovat järjestäneet esittelyitä eri paikkakunnilla. Varsinainen tutkimustyömme lähti liikkeelle koulullamme perustetun MOT-hankkeen myötä. Syksyn 2005 seminaareissa on muokattu yhteistä analyysirunkoa. Olemme tutustuneet kirjasarjoihin ja analysoineet niitä itsenäisesti. Tehtävien luokittelussa olemme kesken tutkimusta joutuneet tarkentamaan oppikirjojen tehtävien luokittelua MOT-hankkeen yhteisien linjojen mukaisiksi. Opettajan oppaiden analysoinnissa olemme toimineet itsenäisesti, eikä siihen liittyen ole tehty tarkkoja yhteisiä analyysirunkoja.

5 TUTKIMUSMENETELMÄT JA TUTKIMUSMETODI

5.1 Laadullinen tutkimus

Laadullisen tutkimuksen oppaat lähtevät Tuomen ja Sarajärven (2002) mukaan usein liikkeelle laadullisen tutkimuksen käsitteen määrittelystä. On kuitenkin huomattava, että kyse on aina tietyn oppaan tulkinnasta, jota ei ole tarpeen välttämättä yleistää. Varsinkin aloittelevalla tutkijanuralla saattaa helposti tarttua käsitteeseen laadullisesta tutkimuksesta ymmärtämättä oppaiden lukuisia näkökulmia. (mt, 16.) Määrittelemme tutkimuksessamme laadullista tutkimusta ja sisällönanalyysia Tuomen ja Sarajärven (2002) mukaan.

Laadullista tutkimusta kuvataan perinteisesti joko vastakkainasetteluna tai kritiikkinä määrälliselle tutkimukselle. Tuomi ja Sarajärvi (2002, 66–68) toteavat, että useissa suomalaisissa metodioppaissa menetelmien vastakkainasettelu perustellaan turhaksi ja osoitetaan, että tutkimuksessa voidaan yhdistää sekä laadullisia että määrällisiä menetelmiä.

Sisällönanalyysi on perusanalyysimenetelmä, jota voidaan käyttää kaikissa laadullisen tutkimuksen perinteissä. Tutkimuksessamme käytämme sisällönanalyysia sen laajemmassa merkityksessä. Kategorioiden muodostamisen jälkeen kvantifioimme aineistoa. Kvantifioinnilla pyrimme informaation selkeyttämiseen. (mt, 93, 117.)

5.2 Sisällönanalyysi

Sisällönanalyysi on menettelytapa, jolla voidaan analysoida kirjoitettuja ja puhuttuja dokumentteja systemaattisesti ja objektiivisesti (Kyngäs & Vanhanen 1999, 4). Sen avulla ei voida tehdä varsinaisia johtopäätöksiä, vaan järjestellä kerätty aineisto johtopäätöksien tekoa varten. Menetelmän tarkoituksena on tuottaa aineistoa teoreettiseen pohdintaan. Pohdinta tapahtuu tutkijan ajattelun keinoin. (Grönfors 1982, 161.) Sisällönanalyysin tarkoituksena on tehdä tutkimuksesta johtopäätöksiä eikä pelkästään esi-

tellä järjestettyä aineistoa ikään kuin tuloksina (Tuomi & Sarajärvi 2002, 105). Lopputuloksena voi olla kategorioita, käsitejärjestelmiä, käsitteitä tai malleja, joista ilmenee käsitteiden hierarkia ja mahdolliset suhteet toisiinsa (Kyngäs & Vanhanen 1999, 4-5).

Sisällönanalyysin pyrkimys on kuvata dokumentin analyysia sanallisesti. Sisällön erittelyllä puolestaan tarkoitetaan dokumentin analyysia kvantitatiivisin menetelmin. Analyysi voidaan ymmärtää myös laajempaan käsitteeseen, jolloin siihen voidaan liittää myös sisällön erittely. Tällöin tuotetun aineiston analyysia voidaan kuvailla sekä sanallisesti että määrällisesti (Tuomi & Sarajärvi 2002, 107, 109.)

Menetelmänä sisällönanalyysissä voidaan edetä joko induktiivisesti tai deduktiivisesti. Induktiivisessa lähestymistavassa aineistosta pyritään muodostamaan teoria. Deduktiivinen sisällönanalyysi voi olla aineistolähtöinen teoriasidonnainen tai teorialähtöinen. Teorialähtöisen aineiston analyysin luokittelu perustuu aikaisempaa teoriaan tai käsitejärjestelmään. Ensimmäinen vaihe teorialähtöisessä sisällönanalyysissä on analyysirungon muodostaminen. (Tuomi & Sarajärvi 2002, 116.) Analyysirunkoon etsitään aineistosta sisällöllisesti sopivia asioita. Tutkijan omaa tulkintaa ilmenee jo analyysirunkoa täytettäessä. (Kyngäs & Vanhanen 1999, 7, 11.)

Sisällönanalyysillä tuotettu tutkimustulos osoittaa usein heikkoutensa analyysin keskeneräisyytenä. Liiallisten kategorioiden muodostaminen tai niiden täyttäminen liian erilaisilla asioilla jättää tuloksen vaillinaiseksi. Hyvin toteutetulla sisällönanalyysillä voidaan tuottaa uutta tietoa, muodostaa käsitejärjestelmiä, -karttoja ja malleja (Kyngäs & Vanhanen 1999, 11).

5.3 Oppimateriaalin analyysi

Oppimateriaalin harjoitustehtävien analysoinnissa käytämme MOT-hankkeessa yhteisesti hyväksyttyä analysointirunkoa. Se perustuu alun perin Wilsonin (1971) luomaan matemaattisten tehtävien hierarkkisen mallin neljään tasoon: *laskutaitoon, ymmärtämiseen, soveltamiseen ja analysointiin*, joita myös Kangasniemi (1989, 101) määrittelee matemaattista käyttäytymistä määrittelevässä julkaisussaan. Seuraavassa käsitte-

lemme näitä neljää tasoa tarkemmin kognitiivisesti yksinkertaisimmasta vaativaan tasoon.

Kognitiivisesti yksinkertaisin taso on *laskutaito*-taso. Oppilas muistaa määrättyt tosiasiat, jotka laskussa ilmenevät, ja tuntee käytettävän terminologian. Käytännön laskutaito -tason käyttäytymisestä tärkeimpiä esimerkkejä on algoritmin noudattaminen. Kuten tason nimestä käy ilmi, oppilas osaa laskea laskun mekaanisesti, mutta hänen ei oleteta valitsevan tehtävässä tarvittavaa algoritmia. (Kangasniemi 1989, 101–102.)

Ymmärtämisessä olennaista on kyky muuntaa tehtävänanto muodosta toiseen, jota voi olla esimerkiksi sanallisten tehtävien muuttaminen matemaattiseen tai graafiseen muotoon, tai toimiminen päinvastoin. Oppilaalta toiminto vaatii käsitteiden ymmärtämistä. Ymmärtämisen tasolla oppilaalla on kyky kommunikoida matemaattisesti. Myös periaatteen, säännön tai yleistyksen tietäminen, tai matemaattisen rakenteen havaitseminen ovat osana ymmärtämisen tasoa. (Kangasniemi 1989, 102–104.)

Soveltamisen tasolla oppilaan toimintaan liittyy olennaisena useiden toimintojen peräkkäisyys. Oppilas pystyy ratkaisemaan rutiiniongelmia, mutta myös erittelemään annettuja tietoja muokaten ja tulkiten niitä tarvittavalla tavalla. Vertailujen tekeminen on tärkeä osa soveltamista, koska oppilas joutuu miettimään tehtävään sopivan algoritmin, ja toteuttamaan tehtävän sen mukaisesti. Valitsemaansa ratkaisuvaihtoehtoon voivat vaikuttaa edelliset tehtävät, joten todellinen siirtovaikutus eli transfer voi olla vähäistä. (Kangasniemi 1989, 104–106.)

Käyttäytymistasoista kognitiivisesti korkein on *analysoinnin* taso, jossa siirtovaikutusta eri sisältöalueiden välillä on todennäköisesti tapahtunut. Näin ollen oppilas pystyy ratkaisemaan tehtäviä, jotka poikkeavat aikaisemmista toteutusmalleista. Analysoinnin tason käyttäytymistä kuvaavat luovuus ja keksimisen kokemukset. Analysoinnin tasolla oppilas kykenee erittelemään eri osia ja järjestää niitä uudelleen. Hänellä on kyky havaita yhteyksiä eri osaratkaisujen välillä, vaikka ne eivät olisikaan ennestään tuttuja, ja koska oppilasta ei sido aikaisemmat laskutavat, algoritmien käyttö on kekseliästä ja tilanteeseen soveltavaa. Olennainen osa analysoinnin tasoa on matemaattisen todistamisen konstruointi ja argumentointi. Tarvittaessa oppilas pystyy siis muodostamaan yleistyksiä ja soveltamaan niitä käytäntöön. (Kangasniemi 1989, 106–108.)

Koska edellä kuvattujen tasojen erottelu on päällekkäisyyksistä johtuen osittain hankalaa, käytämme tutkimuksemme analysointiosuudessa Joutsenlahden (2005, 120–124) luokittelurunkoa, joka perustuu Wilsonin mallin neljään tasoon. Joutsenlahti (2005) erittelee mallista kolme kognitiivista tasoa, jotka ovat:

1. **Laskutaito/Ymmärtäminen (LY -taso),**
2. **Ymmärtäminen/Soveltaminen (YS -taso) ja**
3. **Soveltaminen/Analyysi (SA -taso).**

Tehtävien vaikeusastetta voidaan luokitella tasojen mukaan, ja arvioida ratkaisemisen edellyttävää ajatteluprosessin tasoa. Tasojen tunnuspiirteinä käytetään Wilsonin mallin tasojen kuvauksia. LY-tasolla oppilas hallitsee proseduraalisen tiedon eli osaa työskentelyssään palauttaa matemaattisia faktoja mieleensä ja hallitsee algoritmeihin liittyvät taidot. Proseduraalien hallinta on YS-tasolla kehittyneempää siten, että oppilas kykenee siirtämään ja soveltamaan niitä aikaisemmasta tutuiksi tulleisiin tilanteisiin. SA-tasolla matemaattinen osaaminen ei jää vain ainoastaan aikaisemman tiedon varaan, vaan oppilas osaa ratkaista ongelmia sekä konseptuaalisen tiedon että strategia-tiedon varassa. (Joutsenlahti 2005, 123)

Olemme täydentäneet kognitiivisten tasojen analysointirunkoa vielä Lesley Jonesin (2003, 95) nelikentästä muokatun tehtävien avoimuuden idean mukaan. Jones on alun perin tyypitellyt kyseistä piirrettä kahdella tasolla: avoin/ suljettu. Liitämme tutkimuksemme avoin/ suljettu kenttien väliin kentän puoliavoin. Kuvioista 5 voidaan nähdä analysointirunkomme rakenne. Avoimessa tehtävässä ei ole olemassa yhtä oikeaa ratkaisutapaa eikä yhtä oikeaa vastausta. Tehtävän suoritus on riippuvainen oppilaasta. Puoliavoimet tehtävät sisältävät harjoitukset, joissa oppilas voi päästä oikeaan tulokseen useammalla eri tavalla. Suljetussa tehtävässä oppilaalla on käytettävänä yksi oikea ratkaisutapa ja tehtävään on yksi oikea tulos.

	Laskutaito- Ymmärtäminen	Ymmärtäminen- Soveltaminen	Soveltaminen- Analysointi
Avoim			
Puoliavoin			
Suljettu			

KUVIO 5. Analysointirunko (MOT-hanke 2005)

Kognitiivisten tasojen lisäksi tehtävät jakolaskujaksojen tehtävät luokitellaan neljään luokkaan, jotka on määritelty MOT-hankkeessa seuraavalla tavalla:

1. *Sievennystehtävät* ovat luonteeltaan mekaanisia, joten ratkaisuun sovelletaan laskulakeja ja opittuja sääntöjä. Tehtävien laskulauseke on annettu valmiiksi. Siitä johtuen oppilaalle osoitettu tehtävänanto on usein Laske tai jakolaskujen osalta Merkitse jakokulmaan ja laske.
2. *Tuottamistehtäviä* kuvaa tehtävien sanallisuus. Oppilas ei pysty suoraan ratkaisemaan tehtävää, vaan hän joutuu ensin löytämään tehtävän vaatiman laskustrategian, muodostamaan laskulausekkeen ja antamaan erillisen vastauksen esitettyyn kysymykseen. Tuottamistehtävät saattavat olla yksi tai useampivaiheisia. Lisäksi tehtävät voivat olla luonteeltaan joko suljettuja tai avoimia.
3. *Tunnistamistehtävät* ovat tyypillisiä lähinnä geometrian sisällöissä, mutta mahdollisia myös aritmetiikan puolella. Tehtävissä ratkaisija tunnistaa matemaattisten käsitteiden ominaispiirteitä annetussa kontekstissa ja osaa esimerkiksi nimetä tai yhdistää tehtävässä annetut objektit tämän perusteella.
4. *Muihin* tehtäviin voidaan luokitella sellaiset tehtävät, joiden luokittelu edellä mainittuihin kategorioihin on mahdotonta. Tämän tutkimuksen osalta kyseenomaiseen luokkaan on määritelty tehtäviä, joissa ei ole laskusuoritusta tai tunnistamistehtävän määrittelyä täyttävää toimintoa. Pääosin tällaiset tehtävät ovat päättelyä vaativia tehtäviä. (MOT-hanke 2005).

6 AINEISTON LUOKITTELU JA ANALYSOINTI

Tutkimuksessamme analysoimme peruskoulun matematiikan opetuksessa käytettävää neljännen luokan opettajan materiaalia, johon kuuluu myös oppilaan kirjan sisältö. Opettajan materiaalin nimike, opettajan kirja tai opettajan opas, vaihtelee kirjasarjasta riippuen. Tästä eteenpäin käytämme niistä yhteistä nimekettä oppimateriaali. Tutkimukseen on valittu kolmen eri kustantajan kirjasarjat, joihin on lyhyt katsaus luvussa 3.

Oppimateriaalista analysoitavana ovat oppilaan kirjan tehtävät, opetusosuus ja kirjan sisältämä lisämateriaali. Aihealueiksi olemme rajanneet luokiteltavaksi ja analysoitavaksi jakolaskun ja geometrian osuudet.

6.1 Oppikirjojen tehtävien luokittelu

Oppikirjojen tehtävien luokittelussa käytämme luvussa 5.3 käsiteltyä MOT -projektissa yhteisesti käytettävää oppimateriaalin tehtävien luokittelu- ja analysointimallia. Olemme jakaneet luvun 6.1. alakohdat käsiteltävien aiheiden eli jakolaskun ja geometrian mukaan. Muiden lukujen kohdalla alakohdat on jaettu kirjasarjojen mukaan.

Oppikirjojen tehtävien luokitteluun liittyen käsittelemme lyhyesti jakson etenemisjärjestystä. Olemme valinneet eri tehtävätyyppien osalta kaikista oppikirjoista esimerkkejä, jotka selventävät luokitteluperusteita. Kotitehtävät ja lisätehtävät on luokiteltu erikseen omaksi kappaleekseen.

6.1.1 Jakolasku

Jakolasku ja uutena asiana käsiteltävä jakolaskun algoritmin opetteleminen on yksi pääasioista neljännen vuosiluokan osalta. Jaksojen sijoittelussa ei ole yhtenäistä linjaa, sillä jakolaskujaksot on aikataulullisesti sijoitettu oppimateriaaliin vaihtelevasti.

Laskutaidon jakolaskuluku on sijoitettu kevätlukukauden ensimmäiseksi jaksoksi oppilaan kirjan sivuille 4-31 . Lukuun sisältyy ainoastaan jakolaskun harjoittelua, ja se etenee päässäälaskusta jakokulmaan ja jakojäännökseen. Oppisisällössä käsitellään jakolaskun tarkistaminen kertolaskulla, jakaminen kymmen-, sata- ja tuhatluvuilla, ja sen viimeisenä opeteltavana aiheena on vaihteittain laskeminen. Uusien aiheiden välillä on jakolaskun harjoittelua ja sovellusta mittayksikkölaskuilla. Jakolaskuluvussa käsitellään jakolaskun lisäksi myös muita peruslaskutoimituksia, ja tästä johtuen jakson tavoitteena on oppia jakolaskun lisäksi käyttämään laskujärjestyssopimusta ja tarvittaessa sieventää niitä.

Laskutaidon jakolaskuluvussa on yhteensä 312 tehtävää. Tehtävien alakohdat (a, b, c...) on laskettu omiksi tehtävikseen, koska ne saattavat sisältää tehtävätyypeiltään erilaisia tehtäviä. Olemme toteuttaneet samaa luokittelutapaa myös muiden kirjasarjojen osalta.

Vaikka kirjan syysosassa olevassa kertotaululuvussa on muutama mekaanista osaamista harjoittava jakolasku, emme ole tutkimuksessamme huomioineet niitä, sillä niiden pääasiallisena tavoitteena ei ole jakolaskun opettaminen. Näiden tehtävien jättäminen pois tarkastelusta ei myöskään muuta olennaisesti analysoimiemme tehtävätyyppien prosenttiosuuksia.

TAULUKKO 1. Laskutaito-kirjasarjan jakolaskujakson tehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 312)

LASKUTAITO, jakolasku

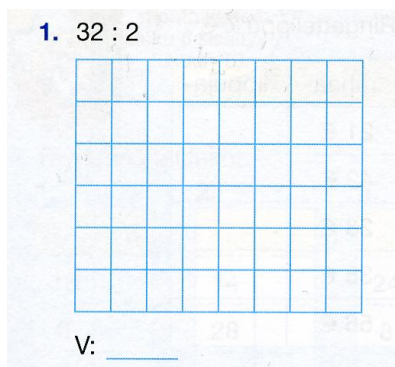
	LY	YS	SA
Avoin		1,3 %	
Puoliavoin	1,9 %	3,2 %	
Suljettu	74,4 %	11,9 %	7,4 %
Yht.	76,3 %	16,3 %	7,4 %

TAULUKKO 2. Laskutaito-kirjasarjan jakolaskujakson tehtävien luokittelu neljään luokkaan (n = 312)

LASKUTAITO, jakolasku

	LY	YS	SA
Sievennys	94,6 %		
Tuottaminen	5,4 %	83,0 %	21,7 %
Tunnistaminen		17,0 %	78,3 %
Muut			

Kognitiivisesti yksinkertaisimpia Laskutaito/Ymmärtäminen (LY-taso) tehtäviä on oppikirjassa kolme neljäsosaa (taulukko 1). LY-tason tehtävistä lähes kaikki ovat luonteeltaan suljettuja tehtäviä. Näin ollen niissä on yksi ainoa oikea ratkaisu ja yksi oikea algoritmi ratkaisun löytymiselle.



KUVIO 6. LY-tason suljettu tehtävä (Sintonen, Uus-Leponiemi, Ilmavirta & Rikala 2005, 8, tehtävä 1).

Tehtävuokittelultaan kuvio 6 on tyypillinen sieventämistehtävä, jossa laskulauseke on annettu valmiiksi. Oppilaan tehtäväksi jää lausekkeen sieventäminen lukuarvoksi eli vaadittavaksi vastaukseksi. LY-tason tehtävistä lähes 95 % on luokiteltu sievennys-tehtäviksi ja loput 5 % tuottamistehtäviksi (taulukko 2). Tason tehtävien tavoitteena on harjoittaa mekaanista laskemista ja luoda mahdollisimman hyvä pohja matemaattiselle osaamiselle.

1. Puhelu maksaa 17 snt minuutilta.
Kuinka paljon maksaa 4 minuutin
puhelu?

L: _____

V: _____

KUVIO 7. LY-tason puoliavoin tehtävä (Sintonen ym. 2005, 26, tehtävä 1).

Mekaanista laskemista harjoittavista LY-tason tehtävistä pari prosenttia on puoliavoimia. Puoliavoimien tehtävien ratkaisussa voidaan käyttää vaihtoehtoisia algoritmeja. Yllä olevassa kuviossa 7 oppikirjan antama oikea algoritmi on kertolasku, mutta puoliavoimeksi tehtävä määräytyy, koska tehtävä periaatteessa voidaan ratkaista yhteenlaskulla. Kuvion 7 tehtävä on tyypillinen tuottamistehtävä, jossa oppilaan on laadittava ratkaisustrategia ja lauseke tehtävää varten.

Runsa 15 prosenttia jakolaskujakson tehtävistä sijoittuu tason Ymmärtäminen/Soveltaminen (YS-taso) tehtäviin. LY-tasoon verrattuna YS-tason tehtävät vaativat enemmän kykyä muuntaa tehtävänanto muodosta toiseen. Laskutaidossa YS-tason tehtävät ovat useimmiten sanallisia tehtäviä, joissa oppilaan tulee muokata ongelma ratkaistavaan muotoon tai päättää itse, millä algoritmilla tehtävän voi ratkaista. Tehtävien ratkaiseminen vaatii ennen kaikkea käsitteiden ymmärtämistä, sillä oppilaan on kyettävä siirtämään ja soveltamaan aikaisemmin opittuja proseduureja. YS-tason tehtävissä on LY-tasoon verrattuna enemmän puoliavoimia ja avoimia tehtäviä. Avoimessa tehtävässä ei ole yhtä oikeaa ratkaisutapaa ja/tai vastausta, vaan oppilaat saavat itse laatia annettujen tietojen perusteella sopivan kysymyksen tehtävään.

Vihkotehtäviä

Yritä merkitä myös lauseke.

37. Sanna lähettää Marille, Suville ja Jennille samanlaiset kuvaviestit. Ne maksavat yhteensä 2,88 €. Kuinka paljon yksi kuvaviestit maksaa?

KUVIO 8. YS-tason suljettu tehtävä (Sintonen ym. 2005, 27, tehtävä 37).

41. Eetun lähettämät tekstiviestit maksavat 2,12 € ja puhelut 14,28 €. Kampanjassa luvataan kaikki puoleen hintaan. Kuinka suuri on Eetun puhelinlasku?

KUVIO 9. YS-tason puoliavoin tehtävä (Sintonen ym. 2005, 27, tehtävä 41).

Laskutaidon vihkotehtävissä tuodaan neljännellä luokalla esille lausekkeen olemassa olo laskemisen kannalta, mutta sen käsitteeseen ei vielä kevätosassa kiinnitetä varsinaisesti huomiota. Ehkä juuri sen takia tehtävänannossa kehoitetaan käyttämään lauseketta, vaikka sitä ei vielä tässä vaiheessa pidetä tärkeänä osana laskun suorittamista. Kuvioden 8 ja 9 tehtävät ovat tyypillisiä YS-tason tuottamistehtäviä, jollaisia kyseisen tason tehtävistä on neljäsosa (taulukko 2).

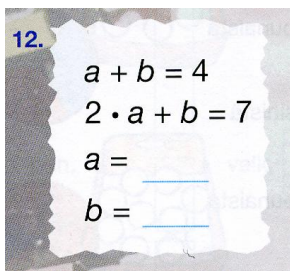


KUVIO 10. YS-tason avoin tehtävä (Sintonen ym. 2005, 28, tehtävä 4).

Yllä olevan kuvion 10 tehtävänannossa pyydetään kirjoittamaan lausekkeeseen sopiva kysymys. Vaikka lauseke on annettu oppilaille valmiiksi, on tehtävä määritelty tuot-

tamistehtäväksi. Oppilas joutuu lausekkeeseen sopivan kysymyksen kautta pohtimaan tehtävän strategiaa tarkemmin, eikä pelkästään ratkaista tehtävää mekaanisesti.

Matemaattiselta tasolta vaativimpia ja selkeästi eriyttäviä tehtäviä Laskutaidon jakolaskujaksossa on kaikkiaan noin 7 prosenttia. Nämä luokittelultaan Soveltaminen/Analysoiminen (SA-taso) tehtävät vaativat oppilaalta selkeästi korkeamman tason matemaattista ymmärtämistä. Tehtäville on olennaista useiden toimintojen peräkkäisyys. Oppilaan oletetaan kykenevän ratkaisemaan rutiiniongelmia, mutta myös erittelemään annettuja tietoja sekä muokkaamaan ja tulkitsemaan niitä tarvittavalla tavalla. SA-tason tehtävissä vertailujen tekeminen on tärkeässä osassa, koska oppilas joutuu itse miettimään tehtävään sopivan algoritmin ja toteuttamaan tehtävän sen mukaan. Laskutaito-kirjasarjan SA-tason tehtävät ovat kaikki luonteeltaan suljettuja tehtäviä, joissa vaaditaan tiettyä ratkaisutapaa ja tiettyä vastausta.



12.

$$a + b = 4$$
$$2 \cdot a + b = 7$$

$a =$ _____

$b =$ _____

KUVIO 11. SA-tason suljettu tehtävä (Sintonen ym. 2005, 31, tehtävä 12).

Laskutaidon jakolaskuluvun viimeisellä aukeammalla pyritään kehittämään oppilaan numeerista päättelytaitoa erilaisten yhtälöharjoitusten avulla. Tehtävänanto kehottaa etsimään ratkaisua kokeilemalla. Tehtävätyypiltään kuvion 11 tehtävä on määritelty tunnistamistehtäväksi. Löytääkseen yhtälöön oikean ratkaisun oppilas joutuu käyttämään kaikkia aikaisempia tietorakenteita, kuten laskujärjestystä, hyväkseen.

Matikkamatka-kirjasarjassa jakolaskujen opettelu on sisällytetty kahteen jaksoon. Syysosan kolmannessa eli viimeisessä jaksossa kerrataan jakolaskua päässä, ja sen tavoitteena on kerrata laskutoimituksiin liittyvät nimitykset ja laskujärjestyssopimukset. Kevätlukukauden ensimmäisessä jaksossa käsitellään kaikkien neljän peruslaskutoimitusten algoritmeja, joista yhtenä on jakokulmassa jakaminen. Sekä syksyn että kevään jaksoissa on laskualgoritmin oppimisen lisäksi tavoitteena kehittää ongelmaratkaisu- ja yhteistoimintataitoja. Tehtävien luokittelussa olemme huomioineet kummankin jakson

jakolaskut. Oppilaan vihkotehtävät on jätetty pois luokittelusta, sillä ne ovat vain opettajan kirjassa. Niitä käsittelemme tarkemmin opettajanoppaiden yhteydessä.

TAULUKKO 3. Matikkamatka-kirjasarjan syysosan jakolaskujakson tehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 462)

MATIKKAMATKA, jakolasku syysosa

	LY	YS	SA
Avoin	1,7 %	1,5 %	1,3 %
Puoliavoin		3,0 %	0,4 %
Suljettu	78,4 %	11,8 %	1,1 %
Yht.	80,1 %	16,4 %	2,8 %

Syysosassa jakolaskun käsitteleminen alkaa ositus- ja sisältöjaon sekä jakojäännöksen harjoittelulla. Niistä siirrytään useita laskutoimituksia sisältävien lausekkeiden kirjoittamiseen ja lausekkeen arvon ratkaisemiseen. Ennen suurien lukujen jakamista päässä opetellaan jakamaan luvuilla 10, 100 ja 1000. Jakolaskujakson lopussa kerrataan jakson aikana opittuja asioita sekä yksin että erilaisilla yhteistoimintaharjoituksilla. Jakson lopussa on oman osaamisen arviointi ja jaksoterveiset kotiväelle.

TAULUKKO 4. Matikkamatka-kirjasarjan syysosan jakolaskujakson tehtävien luokittelu neljään luokkaan (n = 462). Tummennetuissa luokissa on mukana luonteeltaan avoimia tehtäviä.

MATIKKAMATKA, jakolasku syysosa

	LY	YS	SA
Sievennys	97,0 %	38,2 %	23,1 %
Tuottaminen	0,5 %	60,5 %	23,1 %
Tunnistaminen	2,2 %		
Muut	0,3 %	1,3 %	53,8 %

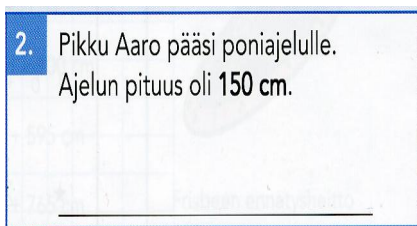
Matikkamatkassa on lukumäärällisesti eniten harjoitustehtäviä jakolaskun osalta. Syysosan jaksossa tehtäviä on yhteensä 462 kappaletta (taulukko 3). Kirjasarjan syysosan jakolaskutehtävistä 80 % sijoittuu LY-tasolle, ja ne ovat luonteeltaan pääasiassa suljettuja tehtäviä. Jakson tehtävämäärän runsaus ja LY-tason tehtävien prosentil-

lisesti suuri osuus selittyy kirjan muutamalla aukeamalla, joissa on pelkästään mekaanista laskemista harjoittavia laskutoimituksia, kuten seuraava esimerkki osoittaa.



KUVIO 12. LY-tason suljettu tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005a, 117, tehtävä 4).

LY-tason tehtävistä ratkaisutavoiltaan ja vastauksiltaan avoimia vain on 1,7 %. Seuraavassa kuvion 13 tehtävässä oppilaalle annetaan mahdottomia numerotietoja tai mitattavuuksia, jotka hänen täytyy muuttaa järkeviksi. Tehtävässä ei pyritä pelkästään matemaattisen ajattelun kehittämiseen, vaan annetaan oppilaan kehittää päättelytaitojaan.



KUVIO 13. LY-tason avoin tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005a, 145, tehtävä 2).

YS-tason tehtäviä on syysosassa kaikista tehtävistä noin 16 %. Niistä kolme neljäsosaa on luonteeltaan suljettuja tehtäviä, mutta mukana on myös puoliavoimia ja avoimia tehtäviä. Pääsääntöisesti tehtävät ovat sanallisia ja oppilaan tehtäväksi jää muokata tehtävä ratkaistavaan muotoon tai valita tarvittava laskualgoritmi.

Pullopantit	
$\frac{1}{3}$ l	10 snt
$\frac{1}{2}$ l	20 snt
1 l	40 snt
$1\frac{1}{2}$ l	40 snt
Tölkipantti	15 snt

5. Kuinka monta puolentoista litran pulloa palautin, kun sain rahaa 2,00 € ?



V:

KUVIO 14. YS-tason suljettu tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005a, 123, tehtävä 5).

3. Kuinka paljon maksaa yhteensä 5 poromerkkiä ja 2 susimerkkiä?

5 · (90 snt + 60 snt)
 5 · 90 snt - 2 · 60 snt
 5 · 90 snt + 2 · 60 snt

V:

7. Kuinka paljon enemmän maksaa 2 poromerkkiä kuin 3 susimerkkiä?

V:



KUVIO 15. YS-tason puoliavoin tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005a, 137, tehtävä 7).

Laskutarina

15 € : 3 = 5 €

13 : 2 = 6 jää 1

20 € : 5 € = 4

0 : 4 = 0

10 € : 2 - 3 € = 2 €

22 : 4 = 5 jää 2

6 : 1 = 6

Kerro parillesi tarina, joka liittyy johonkin yllä olevista laskuista.

KUVIO 16. YS-tason avoin tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005a, 127, tehtävä Laskutarina).

Kuvioiden 14, 15 ja 16 tehtävät on määritelty kognitiivisesti samalle YS-tasolle sekä luokiteltu tehtäväluokituksen mukaan tuottamistehtäviin, vaikka tehtävät ovat luonteeltaan hyvin erilaisia. Kuvion 16 laskutarina on määritelty tuottamistehtäväksi, vaikka lauseke on valmiiksi annettu. Tuottamisen kannalta olennaista on, että oppilas jou-

tuu tekemään tehtävästä sanallisesti ymmärrettävän ja näin ollen kielentämään tekemään ratkaisujaan.

Haasteellisimmalle, matemaattista osaamista vaativalle SA-tasolle Matikkamatkan syysosan jakolaskutehtävistä sijoittuu vajaat 3 %. Määrällisesti tehtäviä on vähän, ja ne ovat jakautuneet melko tasaisesti suljettuihin, puoliavoimiin ja avoimiin tehtäviin. Pääasiallisesti tehtävät ovat ongelmaratkaisutehtäviä, joita on sekä perustehtävien että kertaustehtävien joukossa.

9. Mikä luvuista sopii kirjaimen **X** paikalle? Ympyröi.

$X : 40 - 3 = 0$

40 80

120 160

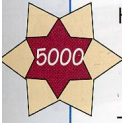
$X : 8 + 300 = 1\ 000$


3 200 4 000

4 800 5 600

KUVIO 17. SA-tason suljettu tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005a, 143, tehtävä 9).

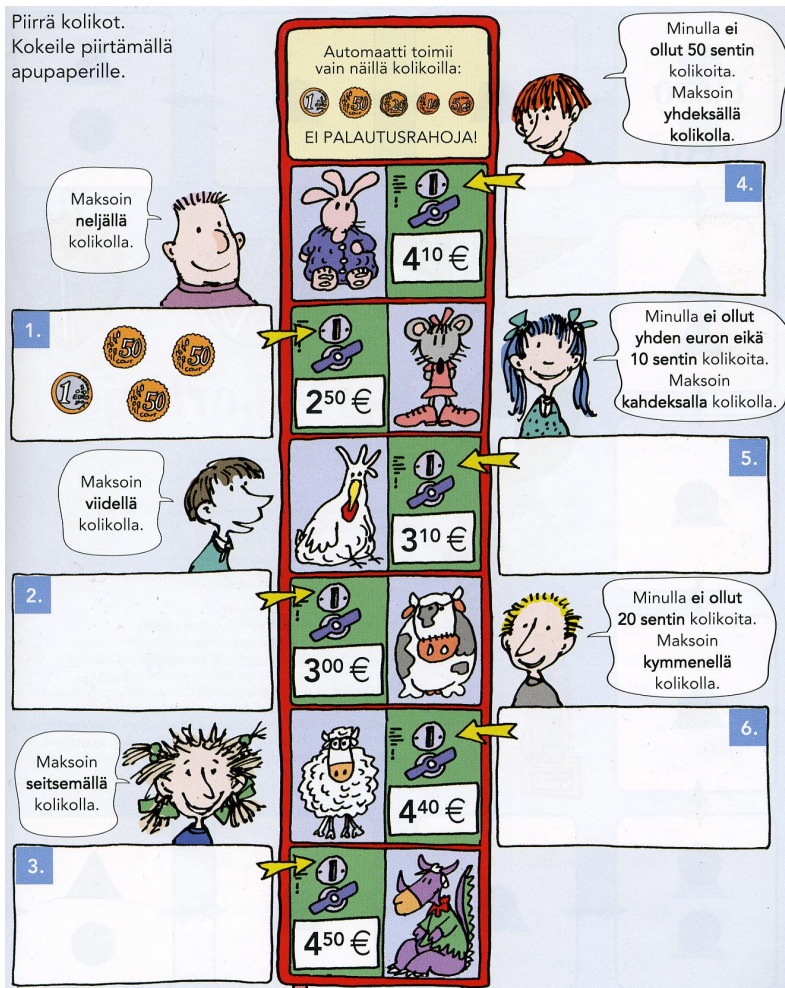
10. Heitä noppaa. Merkitse nopan silmäluku johonkin tyhjään ruutuun. Kun kaikki ruudut ovat täynnä, laske lasku. Kuinka lähelle pääsit lukua 5 000?

 0 : 5 -

Tulokseni poikkeaa luvusta 5 000. 

KUVIO 18. SA-tason puoliavoin tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005a, 143, tehtävä 10).

Kuvioiden 17 ja 18 tehtävät ovat kognitiivisesti yhtä haastavia, vaikka tehtävät ovat luonteeltaan erilaisia (suljettu ja puoliavoin). Kuvion 17 tehtävässä on selkeästi yhtälön ratkaisemista ja kuvion 18 tehtävä vaatii laskutaidon lisäksi päättelytaitoa. Molemmat on kuitenkin luokiteltu sieventämistehtäviksi, sillä oppilaan ei tarvitse tuottaa ratkaistavaa lauseketta tai prosessoida sitä, vaan se on annettu valmiiksi.



KUVIO 19. SA-tason avoin tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005a, 139).

Kuvion 19 tehtävä on luokiteltu tehtäviin Muut. Tehtävässä ei tarvitse sieventää valmista lauseketta, mutta tehtävässä ei myöskään vaadita lausekkeen määrittelemistä. Toisaalta tehtävässä ei tarvitse tunnistaa matemaattisten käsitteiden ominaispiirteitä eikä nimetä ja yhdistää niitä annetussa kontekstissa. Sen ratkaiseminen kuitenkin vaatii oppilaalta päättelytaitoa, sillä kaikki ratkaisut eivät ole mahdollisia.

TAULUKKO 5. Matikkamatka-kirjasarjan kevätosan jakolaskujakson tehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 144)

MATIKKAMATKA, jakolasku kevätosa

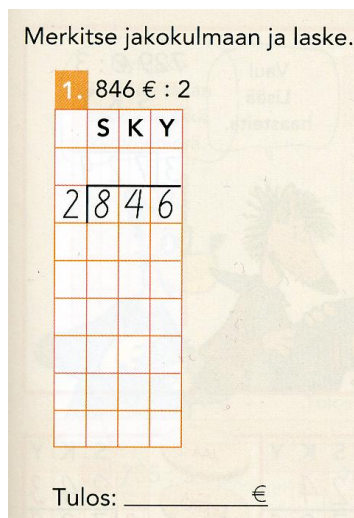
	LY	YS	SA
Avoin			1,4 %
Puoliavoin		2,8 %	5,6 %
Suljettu	47,2 %	34,0 %	9,0 %
Yht.	47,2 %	36,8 %	16,0 %

TAULUKKO 6. Matikkamatka-kirjasarjan kevätosan jakolaskujakson tehtävien luokittelu neljään luokkaan (n = 144). Tummennetuissa luokissa on mukana luonteeltaan avoimia tehtäviä.

MATIKKAMATKA, jakolasku kevätosa

	LY	YS	SA
Sievennys	100,0 %	31,4 %	34,8 %
Tuottaminen		68,6 %	47,8 %
Tunnistaminen			13,0 %
Muut			4,4 %

Matikkamatkan kevään jakolaskujaksossa harjoitellaan tasan meneviä jakokulmalaskuja yksinumeroisella jakajalla ja siirrytään jakojäännöslaskujen kautta jaollisuuden tutkimiseen. Tehtäviä on yhteensä 144 ja ne jakautuvat kolmelle määritellylle kognitiiviselle tasolle varsin tasaisesti (taulukko 5). Kognitiivisesti yksinkertaisimpia Laskutaito/Ymmärtäminen tehtäviä on vajaa puolet eli 47 %, kun taas muiden kirjasarjojen osalta prosentuaaliset luvut ovat olleet huomattavasti suuremmat. Kaikki Matikkamatkan LY-tason tehtävät ovat luonteeltaan suljettuja, joissa harjoitellaan mekaanista jakokulmassa jakamista, kuten kuviossa 20.



KUVIO 20. LY-tason suljettu tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 47, tehtävä 1).

Kevään Matikkamatkan tehtävistä 37 % sijoittuu YS-tasolle. Tehtävissä on suljettuja ja puoliavoimia tehtäviä. Ne ovat sanallisia ja harjoittavat oppilaan ongelmanratkaisutaitoja.

Laske päässä.



Linja-auto

Matkanopeus:
80 km tunnissa

Polttoaineen kulutus:
25 l sadalla kilometrillä

1. Kuinka kauan aikaa kuluu 400 kilometrin matkaan, kun taukoihin käytetään 1 tunti?

V:

KUVIO 21. YS-tason suljettu tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 53, tehtävä 1).

4. Keksi ja kirjoita 3 kuusinumeroista lukua, jotka voidaan jakaa tasan luvulla 5:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

KUVIO 22. YS-tason puoliavoin tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 60, tehtävä 4).

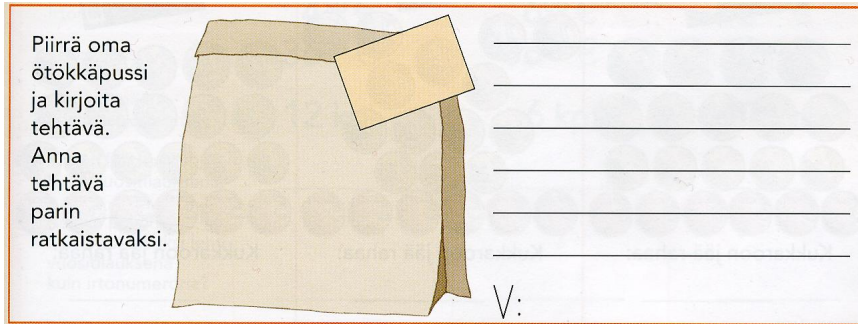
Kuvioiden 21 ja 22 tehtävät ovat molemmat luokiteltavissa tuottamistehtäviin. Kuvion 21 tehtävä on ohjeistettu päässä laskettavaksi, mutta se on määritelty tuottamistehtäväksi, koska oppilas joutuu kehittämään ratkaisustrategian annetuista vihjeistä. Vastauksen tuottaakseen hän joutuu ratkaisemaan kehittämänsä lausekkeen.

Matemaattisesti haastavimmalle soveltamisen ja analysoinnin tasolle sijoittuu 16 % tehtävistä. Niistä yli puolet (eli kaikista jakson tehtävistä 9 %) on suljettuja tehtäviä, mutta tasolla on myös luonteeltaan puoliavoimia ja avoimia tehtäviä. Kevätosan jakolaskutehtävien jakautumisessa näkyy selkeästi kirjasarjan tavoitteeksikin mainittu ongelmaratkaisutaitojen opettaminen.



KUVIO 23. SA-tason suljettu tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 67).

Matikkamatkassa päättelytehtävillä on olennainen osuus kirjojen jakolaskujakson kai- kista tehtävistä. Kuvion 23 sarjakuva on luokiteltu muiden päättelytehtävien tavoin tehtävuokkaan Muut, koska tehtävänanto tai ratkaiseminen ei vaadi lausekkeen muodostamista. Toisaalta oppilas voi ratkaisuvaiheessa tuottaa lausekkeen, joka siir- täisi tehtävän luokittelultaan tuottamistehtäviin.



KUVIO 24. SA-tason avoin tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 61, tehtävä 7).

Myös laskutarinoilla ja omien tehtävien keksimisellä on vahva asema Matikkamatka-kirjasarjassa. Kuvion 24 tehtävä on luokiteltu kognitiiviselta tasoltaan haasteellisimmalle, vaikka periaatteessa tehtävästä voi tehdä taidollisesti hyvin yksinkertaisen. Se, miksi tehtävä on kuitenkin määritelty SA-tasolle, johtuu siitä, että tehtävää suorittaessaan oppilas joutuu miettimään erilaisia ratkaisumalleja johon yhdistämään annetun tarinan ja laskun. Lisäksi tehtävä teetetään parille, jolloin oppilas haastetaan keksimään mahdollisesti hyvinkin haasteellisen tehtävän. Luokittelultaan tehtävä kuuluu tuottamistehtäviin, sillä oppilas joutuu luomaan omaan tehtäväänsä oikean lausekkeen. Lauseke toimii samalla tarkistustehtävänä parille, jonka tehtävänä on ratkaista annettu tehtävä.

Matikkamatkassa on muihin kirjasarjoihin verrattuna enemmän puoliavoimia ja avoimia tehtäviä, joihin liittyy usein kielentämistä. Oppilaita kehoitetaan keksimään laskutarinoita valmiiksi annettuihin laskutoimituksiin sekä kertomaan laskun laskettuaan, kuinka ovat päätyneet ratkaisuunsa. Tehtävätyyppinä laskutarinat ovat kehittäviä, mutta vaativat opettajalta ja hänen antamalta ohjeistukselta paljon. Tätä pohdimme tarkemmin tutkimuksen luvussa 6.3, joka käsittelee Opettajanoppaiden analysointia.

Tuhattaituri-kirjasarjassa jakolaskujakso on sijoitettu syyslukukauden viimeiseksi jaksoksi. Kertolaskua on harjoiteltu kaksi jaksoa aikaisemmin. Jakolaskujakso aloitetaan jakolaskun tarkistamisella kertolaskun avulla, sekä kertaamalla sisältö- ja ositusjako. Jakso etenee jakojäännökseen, jota havainnollistetaan lukusuoran avulla. Luku-yksiköittäin jakamisesta siirrytään jakokulmassa jakamiseen. Jakson viimeisenä uutena opittavana aiheena on päässälaskua jakajilla 1, 10, 100 ja 1000. Lopussa on opitun asian kertausta, toimintaa ja päättelyä -osio ja omaa osaamista kartoittavia kappaleita.

TAULUKKO 7. Tuhattaituri-kirjasarjan jakolaskujakson tehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 329)

TUHATTAITURI, jakolasku

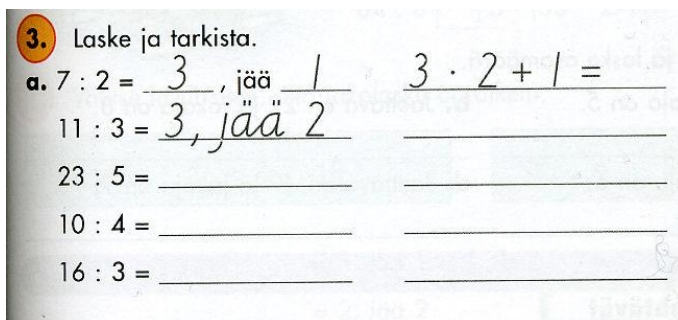
	LY	YS	SA
Avoim			
Puoliavoim		0,3 %	1,5 %
Suljettu	84,5 %	11,3 %	2,4 %
Yht.	84,5 %	11,6 %	4,0 %

TAULUKKO 8. Tuhattaituri-kirjasarjan jakolaskujakson tehtävien luokittelu neljään luokkaan (n = 329)

TUHATTAITURI, jakolasku

	LY	YS	SA
Sievennys	88,9 %	29,0 %	69,2 %
Tuottaminen	10,1 %	55,3 %	23,1 %
Tunnistaminen	1,1 %	15,8 %	
Muut			7,7 %

Tuhattaiturin jakolaskujakso sisältää yhteensä 329 harjoitustehtävää (taulukko 7). Tuhattaiturissa tehtävien painopiste on suljetuissa LY-tason tehtävissä, joita on jakolaskujakson tehtävistä 84,5 %. Tuntikokonaisuuksien perustehtävääuokeamat koostuvat pääosin mekaanisista LY-tehtävistä.

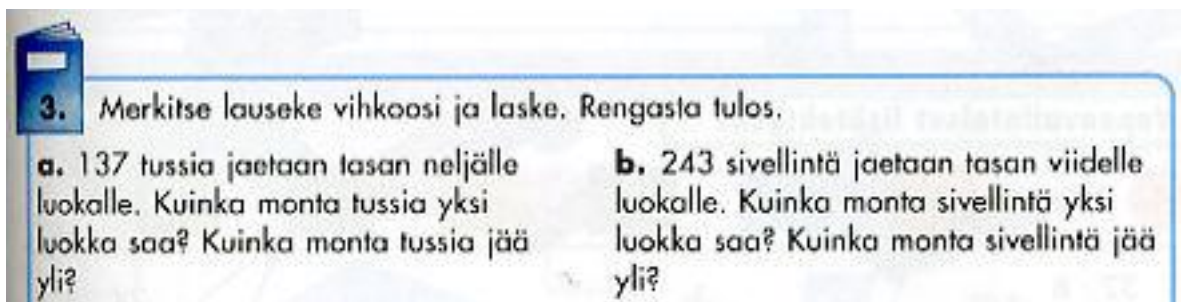


KUVIO 25. LY-tason suljettu tehtävä (Asikainen, Fälden, Nyrhinen, Rokka & Vehmas 2004c, 155, tehtävä 3).

Kuvion 25 tehtävä on Tuhattaiturin tyypillinen LY-tason tehtävä, ja olemme luokitelleet sen sievennystehtäväksi. Siinä oppilaalle on annettu valmiiksi laskulauseke, jolle

hänen tulee löytää numeerinen vastaus. LY-tason tehtävistä vajaat 90 % on sievennystehtäviä (taulukko 8). Tuottamistehtäviä, joissa oppilaan on itse tuotettava ratkaisulauseke on tason tehtävistä kymmenesosa ja pääasiallisesti ne ovat helppoja sanallisia tehtäviä. Tunnistamistehtäviin sijoittuu LY -tason tehtävistä 1 %.

YS-tason tehtäviä on kirjassa 11,55 %, joista vain 0,3 % puoliavoimia (taulukko 8). Avoimiksi luokiteltavia ymmärtämisen ja soveltamisen tehtäviä Tuhattaiturin jakolaskujaksossa ei ole lainkaan. YS-tason tehtävät ovat lähes poikkeuksetta tuntikokonaisuuden vapaavalintaisilla lisätehtäväsivuilla, jolloin niitä harjoittelevat vain laskemisessa nopeasti etenevät oppilaat. Sanallisista tehtävistä osa sijoittuu YS-tason tehtäviin. Toisaalta kaikkia sanallisia tehtäviä ei voi luokitella kuuluvaksi ymmärtämisen ja soveltamisen tasolle, koska peräkkäisissä tehtävienannoissa vain tehtävän luvut vaihtuvat ja oppilas voi ratkaista tehtävän ilman ratkaisuvaihtoehtojen miettimistä.

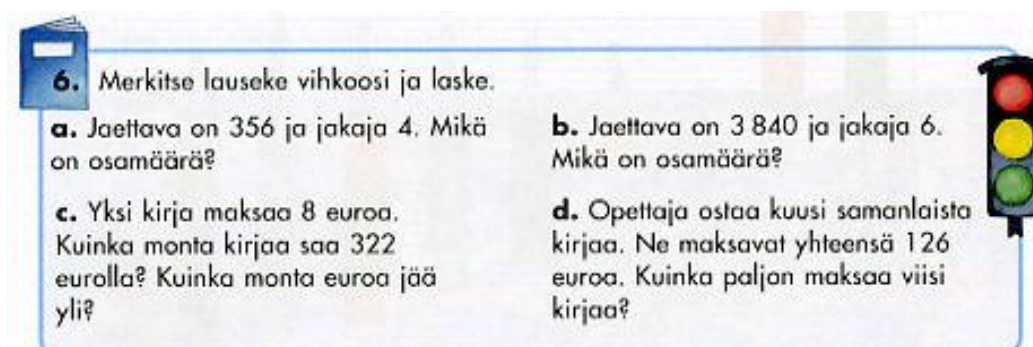


3. Merkitse lauseke vihkoosi ja laske. Rengasta tulos.

a. 137 tussia jaetaan tasan neljälle luokalle. Kuinka monta tussia yksi luokka saa? Kuinka monta tussia jää yli?

b. 243 sivellintä jaetaan tasan viidelle luokalle. Kuinka monta sivellintä yksi luokka saa? Kuinka monta sivellintä jää yli?

KUVIO 26. YS-tason suljettu tehtävä (Asikainen ym. 2004c, 175, tehtävä 3).



6. Merkitse lauseke vihkoosi ja laske.

a. Jaettava on 356 ja jakaja 4. Mikä on osamäärä?

b. Jaettava on 3 840 ja jakaja 6. Mikä on osamäärä?

c. Yksi kirja maksaa 8 euroa. Kuinka monta kirjaa saa 322 eurolla? Kuinka monta euroa jää yli?

d. Opettaja ostaa kuusi samanlaista kirjaa. Ne maksavat yhteensä 126 euroa. Kuinka paljon maksaa viisi kirjaa?

KUVIO 27. YS-tason puoliavoin tehtävä (Asikainen ym. 2004c, 195, tehtävä 6d).

Kuvioiden 26 ja 27 tehtävät ovat molemmat YS-tason tuottamistehtäviä. Oppilas joutuu itse kehittämään tehtävän ratkaisustrategian ja ratkaisemaan kehittämänsä lausekkeen vastauksen tuottamiseksi. Kuvion 27 tehtävä on luokiteltu puoliavoimeksi tehtäväksi, sillä oppilaalla on mahdollisuus saada aikaan oikea ratkaisu kahdella eri laskutoimituksella.

SA-tasolle Tuhattaiturin tehtävistä sijoittuu noin 4 %. Soveltamista ja analysointia koostavia tehtäviä on lähinnä vapaavalintaisilla lisätehtäväsivuilla ja erillisessä Toimintaa ja päättelyä -tuntikokonaisuudessa.

9. planeetta Pluto

Ratkaise pyrstötähden salaisuus.
Kirjoita tulosta vastaava kirjain ruutuun.

3	O
4	E
5	A
7	K
8	T
9	T
49	M
63	E

203

KUVIO 28. SA-tason suljettu tehtävä (Asikainen ym. 2004c, 203, tehtävä 9).

2. Jakolaskupeli
 Ryhmän koko: 2 pelaajaa
 Tarvikkeet: noppa, kynä ja kirja/pari

1. kierros
 1. pelaaja 2. pelaaja

2. kierros
 1. pelaaja 2. pelaaja

3. kierros
 1. pelaaja 2. pelaaja

4. kierros
 1. pelaaja 2. pelaaja

Pellehjet
 Pelipöytä käytetään toisen pelaajan kirjaa. Noppaa heitetään vuorotellen neljä kertaa. Nopan ilmattama silmäluku merkitään jaottavan ja jakajan ruutuun oman värin mukaan. Jakoja on yksinumeroisia ja jaettava kolminumeroisia. Pelaajat laskevat jakolaskunsa. Se pelaaja voittaa, jonka osamäärä on pienempi.

KUVIO 29. SA-tason puoliavoin tehtävä (Asikainen ym. 2004c, 191 tehtävä 2).

Yllä olevien kuvioiden 28 ja 29 tehtävät ovat kognitiivisesti yhtä vaativaa tasoa, vaikka toinen on luonteeltaan suljettu ja toinen puoliavoin. Kuvion 28 tehtävän ratkaiseminen vaatii oppilaalta yhtälöratkaisutaitoja, mutta se on luokiteltu sievennystehtäväksi. Tehtävässä on valmiina laskualgoritmi, jonka pohjalta oppilaan tulee miettiä oikea tapa ratkaista tehtävä. Kuvion 29 tehtävä on luonteeltaan puoliavoin sievennystehtävä.

Oppilas voi taktikoimalla menestyä pelissä, sijoittaa nopan osoittamia lukuja sopivasti laskuruudukkoon. Tehtävässä on annettu valmiiksi laskualgoritmin osoittava jakolaskun merkki, joten oppilaan tehtäväksi jää lukujen sijoittaminen tehtävään.

6.1.2 Geometria

Geometrian osuus on neljännellä vuosiluokalla oppimateriaalia tarkastellessa suhteellisen pieni muihin osa-alueisiin verrattuna. Geometrian jaksot vaihtelevat kirjasarjoitain, ja useimmiten se sijoitetaan lukukauden loppuun keventämään opetusta toiminnallisuudellaan. Toisaalta on huomioitava, että jakson sijoituskohta lukukauden lopulla voi vaikuttaa asian käsittelytapaan ja määrään.

Laskutaidossa geometrialuku sijoittuu syyslukukauden neljänneksi ja viimeiseksi uutta opittavaa asiaa käsitteleväksi luvuksi. Se etenee hahmottamis- ja symmetriatehtäviä kulmien ja kolmioiden luokitteluun. Nelikulmioiden yhteydessä harjoitellaan laskemaan monikulmion piiriä. Viimeisenä tasogeometrian kappaleista käsitellään ympyrää ja sen osia. Tasogeometrian käsittelyn jälkeen tavoitteena on tutustua koordinaatiston ensimmäiseen neljännekseen ja kappaleen osien nimityksiin.

TAULUKKO 9. Laskutaito-kirjasarjan geometriajakson tehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 113)

LASKUTAITO, geometria

	LY	YS	SA
Avoim			
Puoliavoin	4,4 %	6,2 %	
Suljettu	20,4 %	53,1 %	15,9 %
Yht.	24,8 %	59,3 %	15,9 %

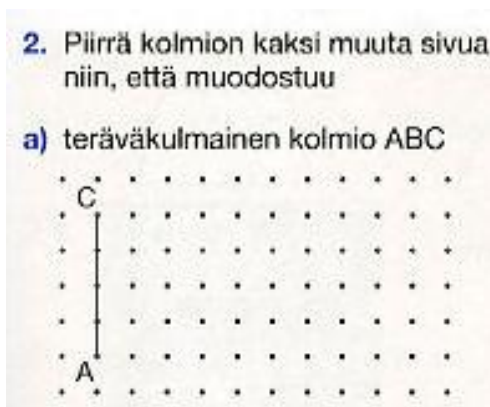
Geometrian luvussa on yhteensä 113 tehtävää (taulukko 9). Tehtävien jakautuminen kolmelle eri tasolle (LY, YS, SA) on tasaisempaa kuin jakolaskuluvussa.

Matemaattisen ajattelun kannalta yksinkertaisimmalle LY-tasolle sijoittuu 25 % tehtävistä. Kyseisen tason tehtävät ovat jakautuneet suljettuihin ja puoliavoimiin tehtäviin. Luokittelussa puoliavoimiksi tehtäviksi on määritelty harjoitukset, joissa oppilaan tekemä kuvio on sanallisesti tarkasti määritelty, mutta sen toteutus voi vaihdella sovi-

tuissa puitteissa. Alla olevan kuvion 31 tehtävässä oppilaan tehtävänä on piirtää annettu ruudukkoon teräväkulmainen kolmio. Ruudukko mahdollistaa useita erilaisia vaihtoehtoja teräväkulmaisesta kolmiosta.



KUVIO 30. LY-tason suljettu tehtävä (Sintonen, Uus-Leponiemi, Ilmavirta & Rikala 2004, 84, tehtävä 1a).



KUVIO 31. LY-tason puoliavoin tehtävä (Sintonen ym. 2004, 87, tehtävä 2a).

Ymmärtämisen ja soveltamisen tason tehtäviä on geometrialuvussa lähes 59 % kaikista tehtävistä. Niistä kuitenkin vain 6 % on puoliavoimia tehtäviä, sillä kaikki loput ovat luonteeltaan suljettuja. Laskutaito-kirjasarjan geometrialukuun on sisällytetty sanallisia tehtäviä ja vihkotehtäviä. Etenkin YS-tason tehtävissä on paljon sanallisia tehtäviä. Kuvion 32 tehtävässä oppilas joutuu poimimaan tekstistä tehtävän ratkaisuun vaadittavat tiedot.

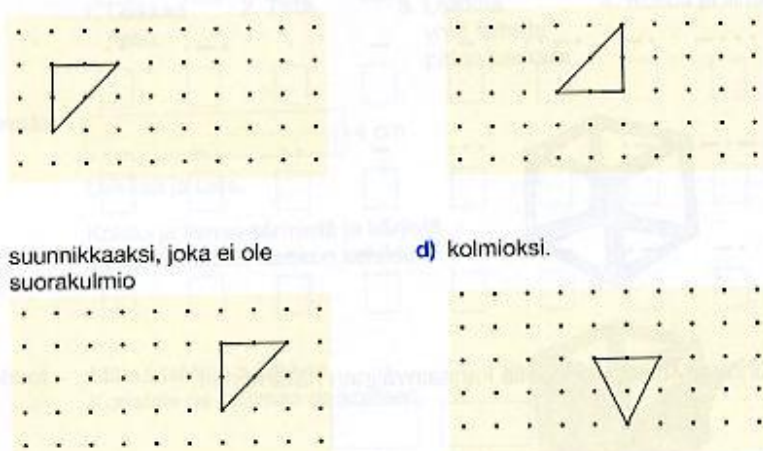
7. Kalapurkin pohjaympyrän säde on 4 cm. Kalapurkin korkeus on puolet pohjaympyrän halkaisijasta. Kuinka korkea purkki on?

V: _____

KUVIO 32. YS-tason suljettu tehtävä (Sintonen ym. 2004, 90, tehtävä 7).

2. Kuviosta näkyy $\frac{1}{4}$. Täydennä kuvio

a) suorakulmioksi, joka ei ole neliö c) neliöksi



b) suunnikkaaksi, joka ei ole suorakulmio d) kolmioksi.

KUVIO 33. YS-tason puoliavoin tehtävä (Sintonen ym. 2004, 98, 2d).

Yllä olevan kuvion 33 tehtävä on luokiteltu puoliavoimeksi tehtäväksi. Tehtävän annossa oppilasta kehoitetaan täydentämään kuvio ja annettu ruudukko mahdollistaa taas useamman kuin yhdenlaisen kolmion muodostamisen.

Laskutaidon kaikki luokittelumamme SA-tason tehtävät ovat luonteeltaan suljettuja. Kyseisen tason tehtäviä on geometrialuvussa 16 % kaikista tehtävistä, ja ne ovat tyyliltään ongelmanratkaisutehtäviä. Olemme luokitelleet kuvion 34 tehtävän kognitiivisesti vaativimmalle tasolle. Ratkaistakseen tehtävän oppilaan on poimittava tekstistä tarvittava tieto, valittava oikea laskualgoritmi ja havainnoitava yhteydet eri osaratkaisujen välillä.

11. Mikä on suorakulmion

a) lyhyemmän sivun pituus _____

b) pidemmän sivun pituus _____

c) piirin pituus? _____

KUVIO 34. SA-tason suljettu tehtävä (Sintonen ym. 2004, 91, tehtävä 11c).

Matikkamatkassa geometrian jakso sijoittuu kevätlukukauden kolmanneksi eli viimeiseksi jaksoksi. Jakson loppupuolella geometrian lisäksi käsiteltävänä aiheena on mittaaminen. Siihen liittyvät tehtävät olemme jättäneet tutkimuksessamme huomioimatta, koska mittaamista ei ole sisällytetty toisten tutkijiemme kirjasarjojen geometriaosuuksiin.

Geometrian jakso etenee koordinaatistoharjoituksista geometrinen käsitteiden: pisteen, viivan, janan, murtoviivan, suoran ja puolisuoran kertaamiseen. Näistä edetään monikulmioiden luokittelun kautta tasokuvioiden piirin ja pinta-alan laskemiseen. Suoran suhteen symmetristen kuvioiden jälkeen uutena opittavana asiana Matikkamatkassa käsitellään vielä geometrinen kappaleiden luokittelua. Jaksossa harjoitellaan lisäksi geometrinen ongelmanratkaisua ja yhteistoimintataitoja.

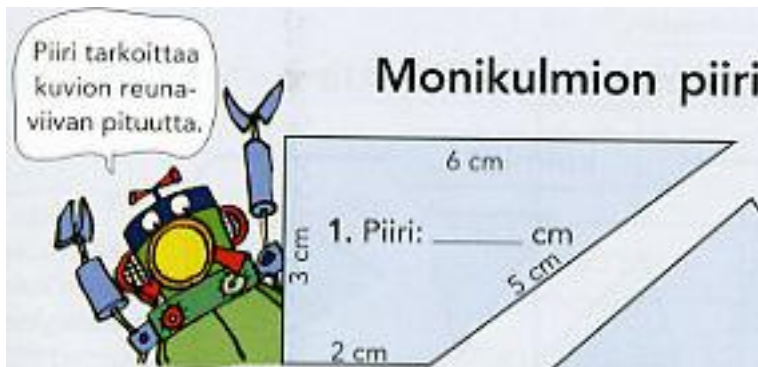
TAULUKKO 10. Matikkamatka-kirjasarjan geometriajakson tehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 155)

MATIKKAMATKA, geometria

	LY	YS	SA
Avoin			1,9 %
Puoliavoin		0,7 %	1,3 %
Suljettu	36,8 %	41,9 %	17,4 %
Yht.	36,8 %	42,6 %	20,7 %

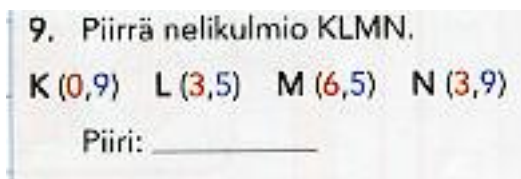
Geometrian osuudessa on yhteensä 155 tehtävää (taulukko 10). Tarkastelemistamme kirjasarjoista Matikkamatkan geometriajakson tehtävät jakautuvat tasaisesti kolmelle tasolle (LY, YS, SA). Matikkamatkan yhtenä kirjattuna tavoitteena on opettaa oppilaalle taitoja ratkaista ongelmia ja kehittää niitä edelleen, ja tämä

näkyvät myös geometriajakson osalta. Tutkimistamme kirjasarjoista Matikkamatka on ainoa, jossa geometrian jakso sisältää avoimia tehtäviä. LY-tasolle sijoittuu kaikista geometrian tehtävistä 37 % ja niistä kaikki ovat luonteeltaan suljettuja tehtäviä. Kuvion 35 tehtävä on tyypillinen LY-tason suljettu tehtävä, jossa oppilas toistaa juuri mainittua laskutapaa.



KUVIO 35. LY-tason suljettu tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 113, tehtävä 1).

Kaikista geometrian tehtävistä YS-tason tehtäviä on 43 %. Näistä yhtä puoliavointa tehtävää lukuun ottamatta kaikki tason tehtävät ovat suljettuja. Seuraavien kuvioiden 36 ja 37 tehtävät ovat luokiteltu kognitiivisesti saman tasoiseksi tehtäviksi. Kuvion 37 tehtävässä on useita oikeita ratkaisumalleja.



KUVIO 36. YS-tason suljettu tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 113, tehtävä 9).

4 · 1 =

4 · 2 =

4 · 4 =

2 · 9 =

1. Jaa alue kymmeneen suorakulmioon. Kirjoita kertolasku, jolla saa selville kunkin suorakulmion pinta-alan ruutuina.

KUVIO 37. YS-tason puoliavoin tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 117, tehtävä 1).

Soveltamista ja analysoimista vaativia tehtäviä on 21 % kaikista geometrian tehtävistä. SA-tason tehtävät ovat jakautuneet suljettuihin, puoliavoimiin ja avoimiin tehtäviin. Valtaosa tason tehtävistä on kuitenkin luonteeltaan suljettuja tehtäviä. Olemme luokitelleet kuvioden 38, 39 ja 40 tehtävät kognitiivisesti vaikeimmalle SA-tasolle, vaikka tehtävät ovat luonteeltaan hyvin erilaisia.

Mitä viereisen sivun kappaletta auki leikatut pinnat vastaavat?

Merkitse.
Lierio → L
Kartio → K
Muut kappaleet → M

A 1.

B 2.

C 3.

D 4.

E 5.

F 6.

G 7.

H 8.

I 9.

J 10.

K 11.

L 12.

M 13.

N 14.

O 15.

P 16.

Q 17.

R 18.

S 19.

KUVIO 38. SA-tason suljettu tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 121).

Kuvion 38 tehtävässä oppilaan on kyettävä yhdistämään hahmotelma geometrisen kappaleen tasokuvioista ja tasokuvioista muodostuva geometrinen kappale. Tehtävän vahvuutena on, että siihen on otettu mukaan arkipäivään liittyviä tavaroita. Toisaalta muutamien esineiden ja tavaroiden kohdalla saattaa syntyä epäselvyyksiä, sillä esimerkiksi maustepurkki saattaa näyttää kauempaa lieriöltä, mutta on luokiteltu Muihin kappaleisiin. Tehtävään on annettu vain yksi oikea ratkaisu. Samoja kuvioita käytetään myös avaruudellisten kappaleiden luokittelussa (kuvio 50).

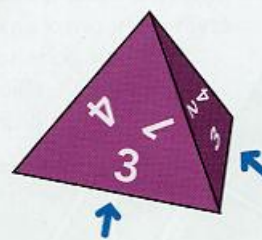
Jakojäätännöspeli



Nuoli osoittaa nopan silmäluvun.



Nuoli osoittaa nopan silmäluvun.



Oikeinpäin oleva numero (nuoli) osoittaa nopan silmäluvun.

Säännöt

Välineet: Nopat oppikirjan liitteestä, 25 kpl pieniä esineitä (paperiliittimiä, makaroneja, multilinkpalikoita tms.)
Mikäli pelataan neljän ryhmässä, pieniä esineitä tarvitaan 50 kpl.

Pelaajan tavoitteena on kerätä mahdollisimman monta pientä esinettä.

Pelaaja heittää kovan kolmea noppaa.

- Tetraedrinopan luvusta tulee aina jakaja.
- Jaettavaksi pelaaja valitsee jommankumman jäljelle jääneistä.

Pelaaja suorittaa jakolaskun (Esim. $14 : 3 = 4$ jää 2) ja saa itselleen jakojäätännöksen 2 verran pikkuesineitä.

Huom. Jos tetraedrinopalla saa luvun 1 , jakojäätännöstä ei tule eikä pelaajan saalis kartu.

Peli päättyy, kun pienet esineet loppuvat.

Voittaja on se, joka on onnistunut saamaan pikkuesineitä enemmän.

Esim.

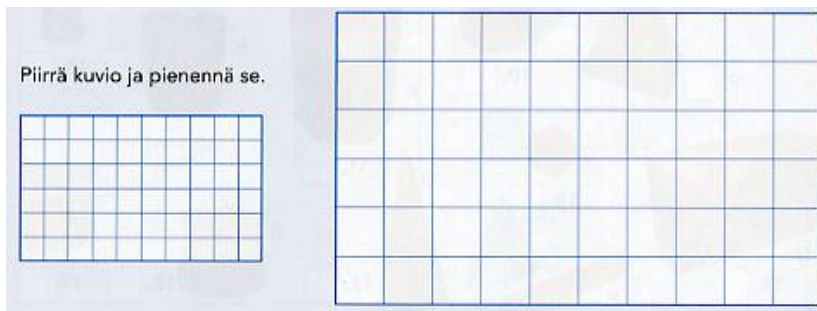


Jaettavaksi pelaaja valitsee joko luvun 6 tai luvun 14 .

Jakaja on 3 .

KUVIO 39. SA-tason puoliavoin tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 123).

Kuvion 39 tehtävän pelissä ei ole valmiita laskutehtäviä. Tehtävän hahmottaminen ja suorittaminen vaatii oppilaalta perustaitojen vahvaa hallintaa jo ohjeistuksen käsitteiden ymmärtämisessä. Pelin edetessä pelaajalla täytyy olla selkeästi tiedossa käsitteet jakaja ja jaettava, joten hänellä on mahdollisuus pärjätä pelissä käyttämällä matemaattisia taitojaan.



KUVIO 40. SA-tason suljettu tehtävä (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 119).

Matikkamatka on saanut myös geometrian jaksoon mukaan avoimia tehtäviä. Kuvion 40 tehtävä on luokiteltu haasteellisimmalle kognitiiviselle tasolle. Perusteluna tehtävän luokittelusta vaikeimmalle tasolle on, että oppilas joutuu itse miettimään ja tuottamaan tehtävän. Tehtävässä on vaarana, että oppilas alittaa omat kykynsä ja tekee tehtävästä hyvin yksinkertaisen, jolloin tehtävänanto ei vastaa oppilaiden todellista tasoa. Vastuu tehtävän oikeanlaisesta toteutuksesta siirtyy oppikirjalta opettajalle.

Tuhattaiturissa geometrian jakso sijoittuu kevätlukukauden viidenneksi eli viimeiseksi uutta asiaa käsitteleväksi jaksoksi. Jakso aloitetaan koordinaatiston opettelusta, jonka kautta siirrytään symmetriaan. Viivan suhteen peilaamisen jälkeen harjoitellaan pisteen suhteen peilaamista. Suorien leikkaamisesta ja yhdensuuntaisuudesta edetään geometrian tasokuvioihin. Kolmion jälkeen tutustutaan ensin nelikulmioihin, ja sen jälkeen ympyrään. Jakson lopussa on oman osaamisen arviointia ja kertaustehtäviä.

TAULUKKO 11. Tuhattaituri-kirjasarjan geometriajakson tehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 155)

TUHATTAITURI, geometria

	LY	YS	SA
Avoin			
Puoliavoin	5,8 %	14,8 %	7,7 %
Suljettu	48,4 %	16,1 %	7,1 %
Yht.	54,2 %	31,0 %	14,8 %

Tuhattaiturin geometriajaksoissa on oppilaan kirjassa yhteensä 155 harjoitustehtävää (taulukko11). Kuten muissakin tutkimistamme kirjasarjoista myös Tuhattaiturissa

geometrian tehtävien jakautuminen LY-, YS- ja SA-tasoille on tasaisempaa kuin jakolaskujaksossa.

Geometrijaksolla LY-tason tehtäviä on 54 % kaikista tehtävistä. Ne ovat pääosin yhtä oikeaa ratkaisutapaa ja vastausta vaativia suljettuja tehtäviä, joten vain joka kymmenes LY-tason tehtävä on puoliavoin.



Piirrä symmetria-akseli.

KUVIO 41. LY-tason suljettu tehtävä (Asikainen, Fälden, Nyrhinen, Rokka & Vehmas 2005, 172 tehtävä 1g).



KUVIO 42. LY-tason puoliavoin tehtävä (Asikainen ym. 2005, 196 tehtävä 1a).

Yllä olevien kuvioiden 41 ja 42 tehtävät ovat kognitiiviselta tasoltaan yksinkertaisinta LY-tasoa. Tehtävissä toistetaan oppilaan kirjan opetusesimerkissä näytettyä asiaa. Kuvion 42 tehtävässä useampi kuin yksi kuvio täyttää tehtävänannon vaatimukset nelikulmiosta ABCD, joten olemme luokitelleet tehtävän puoliavoimeksi.

Matematiikan prosessien siirtämistä ja soveltamista vaativia YS-tason tehtäviä Tuhat-taiturin geometrijaksossa on 31 % kaikista tehtävistä. YS-tason tehtävät ovat osittain sanallisia tehtäviä, kuten kuviossa 43 Tason tehtävät jakautuvat tasapuolisesti suljet-

tuihin ja puoliavoimiin tehtäviin. Geometrian tehtävissä piirustustehtävät lisäävät puoliavoimien tehtävien määrää. Esimerkiksi kuvion 44 tehtävä mahdollistaa useampia erilaisia oikeita kuvioita.

4. Merkitse lauseke ja laske. Rengasta tulos. 69 cm 150 cm 200 cm 6 m

a. Opettaja piirsi urheilukentälle ympyrän, jonka halkaisija on 400 cm. Kuinka pitkä on ympyrän säde?


b. Koulun pihan palloseinällä on kaksi ympyrää. Pienemmän ympyrän halkaisija on 84 cm ja suuremman ympyrän halkaisija on 54 cm pitempi. Mikä on suuremman ympyrän säde?

c. Liikuntasalin lattiaan on maalattu ympyrä, jonka säde on 3 m. Kuinka pitkä on ympyrän halkaisija?

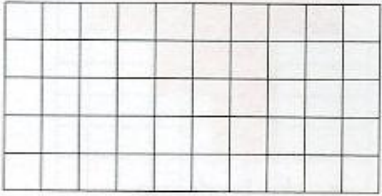
KUVIO 43. YS-tason suljettu tehtävä (Asikainen ym. 2005, 201, tehtävä 4b).

2. Piirrä

a. nelikulmio ABCD, jossa ei ole yhtään suoraa kulmaa.



c. nelikulmio JKLM, jossa on kolme terävää kulmaa.




KUVIO 44. YS-tason puoliavoin tehtävä (Asikainen ym. 2005, 197, tehtävä 2c).


Matemaattisen ajattelun soveltamista ja analysoimista vaativaa tasoa (SA) on luokiteltavissa 15 % kaikista geometriajakson tehtävistä. Myös SA-tason tehtävissä on huomattavissa tasainen jakautuminen suljettuihin ja puoliavoimiin tehtäviin. Kognitiivisesti haastavimmat SA-tason tehtävät sijoittuvat pääsääntöisesti Toimintaa ja päättelyä -sivuille. Tuhattaiturin geometrian tehtävissä tyypillistä kyseisen tason tehtäville on,


että ne vaativat laajempaa matemaattista hahmotuskykyä kuten kuvioden 45 ja 46 tehtävät.


1. Väritä pallot kuviota kuvailevien sanojen väreillä.


- nelikulmio
- suunnikas
- suorakulmio
- neliö


a.  ○○○○


b.  ○○○○

c.  ○○○○

d.  ○○○○

e.  ○○○○

f.  ○○○○

g.  ○○○○

KUVIO 45. SA-tason suljettu tehtävä (Asikainen ym. 2005, 192, tehtävä 1g).

3. Rajaa geometrialaudalle kumilangalla seuraavat monikulmiot ja merkitse niiden kärkipisteiden koordinaatit.

a. Neliö, jonka keskellä origo on.

b. Suorakulmainen kolmio, joka on kokonaan x -akselin alapuolella ja y -akselin oikealla puolella.

c. Viisikulmio, joka on kokonaan x -akselin alapuolella.

d. Kuusikulmio, joka on kokonaan y -akselin vasemmalla puolella.

e. Nelikulmio, jonka sisällä origo ei ole ja jonka kolme kärkipistettä ovat $(-3, 3)$, $(-3, -3)$ ja $(3, 0)$.

f. Kahdeksankulmio, jonka sisällä origo ei ole.

KUVIO 46. SA-tason puoliavoin tehtävä (Asikainen ym. 2005, 169, tehtävä 3f).

6.1.3 Kotitehtävät ja lisätehtävät

Jokaisen tutkimamme kirjasarjan tunti- tai aihekokonaisuuksiin on valmiit erilliset kotitehtäväosiot. Laskutaidossa ja Matikkamatkassa sekä kotitehtävät että lisätehtävät

ovat omana erillisenä osionaan oppilaan kirjan loppuosassa. Tuhattaiturin kotitehtävät ja lisätehtävät on sijoitettu tuntikokonaisuuden jälkeiselle aukeamalle.

Lisätehtävistä olemme luokitelleet oppilaan kirjan lisätehtävät. Opettajan oppaan monistettavat tehtävät huomioidaan opettajanoppaiden analysoinnin yhteydessä.

Laskutaidossa on kotitehtäviä aihekokonaisuutta kohden neljästä kahteenkymmeneen yhteen. Jakolaskujakson kotitehtävissä harjoitellaan useimmiten tunnin aihepiiriin liittyviä proseduraalisia tehtäviä (taulukko 12). Lähes jokaisessa kotitehtäväosiossa on mukana myös haasteellisempi tehtävä, joka ei liity suoraan aihealueeseen, vaan vaatii laskijalta aikaisempien tietojen käyttämistä ja yhdistelemistä. Tehtävä on usein ongelmanratkaisutehtävä tai avaruudellista hahmottamista harjoittava tehtävä. Geometrijakson kotitehtävissä kerrataan tunnin aihealueen tehtävien lisäksi syyslukukaudella harjoiteltuja peruslaskutoimitusten algoritmeja.

Laskutaito-kirjasarjan tehtävissä on sekä numeerisia laskutoimituksia että sanallisia tehtäviä. Osa tehtävistä lasketaan suoraan kirjaan, mutta molempien jaksojen kotitehtävissä on mukana myös vihkolaskuja. Kirjan kotitehtävät ovat jakautuneet analysointimallimme mukaan jokaiselle kolmelle matemaattisen vaativuuden tasolle sekä jakolaskuissa että geometriassa. Kaikki tehtävät ovat luonteeltaan suljettuja tehtäviä eli ratkaisutapoja ja ratkaisuja on vain yksi. (taulukot 12 ja 13)

TAULUKKO 12. Laskutaito-kirjasarjan jakolaskujakson kotitehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 133)

LASKUTAITO, jakolasku

	LY	YS	SA
Avoin			
Puoliavoin			
Suljettu	85,0 %	9,8 %	5,3 %
Yht.	85,0 %	9,8 %	5,3 %

TAULUKKO 13. Laskutaito-kirjasarjan geometriajakson kotitehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 94)

LASKUTAITO, geometria

	LY	YS	SA
Avoin			
Puoliavoin			
Suljettu	74,5 %	22,3 %	3,2 %
Yht.	74,5 %	22,3 %	3,2 %

Laskutaidon jokaiseen perusaukeamaan liittyy kirjan takaosassa oleva lisätehtäväsivu. Perusaukeaman lopussa on viittaus lisätehtäväsivuihin. Kirjantekijät Salonen, Sintonen, Uus-Leponiemi & Ilmavirta (2005, 5) toteavat Laskutaito 4 syysosassa, että lisätehtäväsivut on pyritty laatimaan siten, että oppilaat pystyvät tekemään tehtäviä itsenäisesti. Tehtävät ovat pääasiallisesti perusaukeaman tehtäviä vaativampia. Lisätehtäväsivujen tehtävissä on sekä perusaukeamalla olevaan aiheeseen liittyviä tehtäviä että erilaisia pohdinta- ja ongelmanratkaisutehtäviä. Pohdinta- ja ongelmanratkaisutehtävillä on saatu tehtävien vaativuustasolle vaihtelua erityisesti jakolaskujaksossa (taulukko 14).

Jakolaskuluvun lisätehtäväsivuilla on mekaanista laskemista harjoittavia tehtäviä. Tehtävien vaikeustaso on vaikeutettu perusaukeaman tehtäviin verrattuna siten, että lukuja on suurennettu tai niihin on lisätty määreitä. Näiden lisäksi laskulausekkeeseen on saatettu lisätä useampia laskutoimituksia. Ongelmanratkaisua kehitetään päättelytehtävillä, joissa ratkaisijan pitää laskea yksikköhintoja ja -painoja kuvan kappaleille, täydentää puuttuvat välimerkit, luvut tai sulkeet ja etsiä yhteisiä tekijöitä tai ratkaista noppaongelma. Avaruudellista hahmottamista pyritään kehittämään tehtävillä, joissa oppilaan tulee muun muassa piirtää mallin mukainen kuvio tai sen pienennös. Kolmiulotteista mallia tarkastellaan myös tasossa eli oppilas haastetaan pohtimaan, millainen kappale on ”avattuna”.

TAULUKKO 14. Laskutaito-kirjasarjan jakolaskujakson lisätehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 207)

LASKUTAITO, jakolasku

	LY	YS	SA
Avoin			
Puoliavoin			
Suljettu	51,2 %	33,8 %	15,0 %
Yht.	51,2 %	33,8 %	15,0 %

Geometriajakson lisätehtävissä harjoitellaan jakson asioita hieman haastavammilla tehtävillä. Kuitenkin geometriajakson lisätehtävistä yli 60 % sijoittuu LY-tasolle (taulukko 15). Oppilaalle annetaan pohdittavaksi, ovatko geometrian väittämät tosia vai epätosia, ja tavoitteena on kehittää edelleen kolmiulotteista hahmottamista erilaisten kappaleiden tarkastelun avulla. Lisäksi tehtävissä harjoitellaan mekaanista laskemista hieman vaikeammilla luvuilla ja useamman laskutoimituksen laskuilla. Varsinaisia ongelmanratkaisutehtäviä geometriajaksossa on huomattavasti vähemmän kuin jakolaskujaksossa.

TAULUKKO 15. Laskutaito-kirjasarjan geometriajakson lisätehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 176)

LASKUTAITO, geometria

	LY	YS	SA
Avoin			
Puoliavoin		2,3 %	
Suljettu	64,8 %	14,8 %	18,2 %
Yht.	64,8 %	17,0 %	18,2 %

Matikkamatkan kaikki kotitehtäväsarjat on tarkoitettu vihkoon laskettavaksi, jotta oppilas saa harjoitusta vihkotyöskentelyyn. Opettajaa ohjeistetaan kotitehtäviin siten, että mikäli vihkotyöskentelyyn ei tarvita lisää harjoitusta, vihkoon voidaan merkitä tehtävästä vain pelkkä tulos. Tehtävien alakohdat huomioiden jokaista kertaa varten on neljästä neljääntoista kotitehtävää, ja ne vaihtelevat sanallisista tehtävistä numeerisiin laskutoimituksiin.

Matikkamatkan kotitehtävät sijoittuvat syksyn jakolaskujaksossa suurimmaksi osaksi LY-tason tehtäviin, minkä voisi ajatella johtuvan jakolaskujen mekaanisesta harjoitte-

lusta (taulukko 16). Kevään jaksossa tehtävät sijoittuvat pääosin YS-tasolle (taulukko 17). Kevään jakolaskujakson lähes jokaisessa kotitehtäväosiossa on yksi tehtävä, jossa oppilas harjoittelee matematiikan kielentämistä tai matemaattisen ajattelun prosessointia. Muutamissa tehtävissä oppilaan täytyy itse keksiä kuvaan sopiva lasku, kirjoittaa valmiiksi annettuihin laskuihin laskutarina tai kertoa kuinka ajattelee laskutoimituksen. Nämä tehtävät lisäävät avoimien ja puoliavoimien tehtävien määrää. Useimmissa kotitehtäväosioissa on myös vapaaehtoinen tehtävä, joka on matemaattisesti vaativampaa tasoa ja usein tyyliltään ongelmanratkaisutehtävä.

TAULUKKO 16. Matikkamatka-kirjasarjan syysosan jakolaskujakson kotitehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 182)

MATIKKAMATKA, jakolasku syysosa

	LY	YS	SA
Avoin			5,0 %
Puoliavoin	0,6 %	2,8 %	3,9 %
Suljettu	75,8 %	11,0 %	1,1 %
Yht.	76,4 %	13,7 %	9,9 %

TAULUKKO 17. Matikkamatka-kirjasarjan kevätosan jakolaskujakson kotitehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 56)

MATIKKAMATKA, jakolasku kevätosa

	LY	YS	SA
Avoin			8,9 %
Puoliavoin		7,1 %	5,4 %
Suljettu	33,9 %	44,6 %	
Yht.	33,9 %	51,8 %	14,3 %

Geometriajakson kotitehtävät ovat lähinnä mekaanista laskemista harjoitettavia tehtäviä ja sijoittuvat vaativuudeltaan yksinkertaisimmalle LY-tasolle (taulukko 18). Kognitiivisesti haastavimman SA-tason tehtäviä ei ole geometrian kotitehtävissä lainkaan. Jakson kotitehtävissä harjoitellaan tunnilla opeteltua asiaa sekä kerrataan lukuvuoden aikana opeteltuja peruslaskutoimituksia. Kaikki geometriajakson kotitehtävät ovat luonteeltaan suljettuja tehtäviä.

TAULUKKO 18. Matikkamatka-kirjasarjan geometriajakson kotitehtävien jakautumisen kognitiivisille tasoille (n = 65)

MATIKKAMATKA, geometria

	LY	YS	SA
Avoin			
Puoliavoin			
Suljettu	75,4 %	24,6 %	
Yht.	75,4 %	24,6 %	0,0 %

Matikkamatkan lisätehtävät löytyvät oppilaan kirjan loppuosasta kuten Laskutaidossa-kin. Matikkamatka eroaa kuitenkin muista tutkimistamme oppikirjoista siten, ettei jokaiselle tunnille ole merkitty omia tehtäviään, vaan lisätehtävät ovat merkitty aina yhtä jaksoa kohti. Neljännen vuosiluokan oppilaankirjassa on jaksoa kohti 8-22 lisätehtäväsivua. Kirjantekijät Lilli, Putkonen & Sinnemäki (2004, 158) ohjeistavat lisätehtävistä siten, että oppilaiden voi antaa tehdä niitä oman valintansa mukaan. Soveltuvien osin niitä voidaan käyttää myös tukiopetusmateriaalina. Olemme luokitelleet molempien jakolaskujaksojen tehtävät yhteen, koska syksyn jakolaskujakso sisältää vain kymmenen sivua tehtäviä, eikä jaksojen yhdistäminen olennaisesti muuta tehtävien jakautumista.

Syksyn jakolaskujakson lisätehtävissä harjoitellaan jakolaskua ja muita peruslaskutoimituksia. Mekaanisten laskuharjoitusten lisäksi tehtävissä on sanallisia tehtäviä, puuttuvan luvun päättelyä ja muuttujatehtäviä. Rahayksikkölaskuja on jakson aikana runsaasti. Kevätlukukauden jakolaskujaksossa lisätehtävissä paljon sanallisia tehtäviä, joista monet ovat luonteeltaan ongelmanratkaisutyylisiä. Oppilaan tulee ratkaista erilaisia ongelmia annettujen vihjeiden perusteella tai hahmottaa, millaisen rakennelman annetuista kappaleista voi tehdä. Mekaaniset laskuharjoitukset on tehty kartoiksi aarteenetsintää varten tai koottu kauppakuittien muotoon. Erilaisuutta muihin kirjasarjoihin verrattuna ovat lisätehtävien laskinharjoitukset. Matikkamatkan lisätehtävät ovat monipuolisesti eriyttäviä: Puolet kaikista tehtävistä kuuluu LY-tasolle, mutta tehtäviä löytyy haastetta myös vaativampia tehtäviä kaipaaville oppilaille (taulukko 19).

TAULUKKO 19. Matikkamatka-kirjasarjan jakolaskujaksojen lisätehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 295)

MATIKKAMATKA, jakolasku

	LY	YS	SA
Avoin		1,4 %	
Puoliavoin	2,0 %	5,8 %	1,7 %
Suljettu	59,3 %	23,4 %	6,4 %
Yht.	61,4 %	30,5 %	8,1 %

Matikkamatkan geometriajakson lisätehtäviä on määrällisesti erittäin vähän muihin kirjasarjoihin verrattuna. Jakson kaikki lisätehtävät liittyvät aiheeltaan geometriaan ja sanallisia ongelmanratkaisutehtäviä on näin ollen esimerkiksi jakolaskujaksoon verrattuna huomattavasti vähemmän. Toisaalta mukana on myös tehtäviä, joissa oppilaan on itse pääteltävä laskutapa saadakseen oikean tuloksen. Suurin osa tehtävistä on kuitenkin luokiteltavissa YS-tason tehtäviksi (taulukko 20).

TAULUKKO 20. Matikkamatka-kirjasarjan geometriajakson lisätehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 50)

MATIKKAMATKA, geometria

	LY	YS	SA
Avoin			2,0 %
Puoliavoin			
Suljettu	14,0 %	76,0 %	8,0 %
Yht.	14,0 %	76,0 %	10,0 %

Tuhattaituri-kirjasarjassa yhteen tuntikokonaisuuteen kuuluvien kotitehtävien määrä vaihtelee. Numeroituja tehtäviä on yksi tai kaksi, mutta tehtävien alakohdat huomioiden tehtäviä tulee kertaa kohden kahdesta neljääntoista. Kotitehtävistä noin puolet on suoraan kirjaan laskettavia ja toinen puolet vihkoon laskettavia tehtäviä. Sekä jakolasku- että geometriajaksoissa kotitehtävät ovat tyyliltään samanlaista laskemista harjoittavia tehtäviä kuin oppilaan kirjan perusaukeaman tehtävät. Molempien jaksojen kotitehtävät sijoittuvat analyysimallimme kahdelle kognitiivisesti alimmalle tasolle (taulukot 21 ja 22). Geometriajakson kotitehtävissä harjoitellaan geometrinen kuvioiden piirtämistä vihkoon. Nämä tehtävät sijoittuvat puoliavoimiin tehtäviin. Jokaisella oppilaalla voi olla omanlaisensa kuva.

TAULUKKO 21. Tuhattaituri-kirjasarjan jakolaskujakson kotitehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 94)

TUHATTAITURI, jakolasku

	LY	YS	SA
Avoin			
Puoliavoin			
Suljettu	85,1 %	14,9 %	
Yht.	85,1 %	14,9 %	

TAULUKKO 22. Tuhattaituri-kirjasarjan geometriajakson kotitehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 43)

TUHATTAITURI, geometria

	LY	YS	SA
Avoin			
Puoliavoin		20,9 %	
Suljettu	41,9 %	37,2 %	
Yht.	41,9 %	58,1 %	0,0 %

Tuhattaituri poikkeaa toisista kirjasarjoista siten, että lisätehtävät on sijoitettu oppilaan kirjaan tuntikokonaisuuden toiselle aukeamalle kotitehtävien tapaan. Omaa oppimista kartoittavia Mitä osaan -sivuja lukuun ottamatta kaikkien tuntikokonaisuuksien yhteydessä on lisätehtäviä. Niissä harjoitellaan tunnin aiheeseen liittyviä tehtäviä, mutta ne ovat hieman perusaukeaman tehtäviä vaativampia. Lisäksi lisätehtävissä on jokaisen tuntikokonaisuuden yhteydessä vihkotehtäviä.

TAULUKKO 23. Tuhattaituri-kirjasarjan jakolaskujakson lisätehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 204)

TUHATTAITURI, jakolasku

	LY	YS	SA
Avoin			
Puoliavoin			2,9 %
Suljettu	27,5 %	60,3 %	9,3 %
Yht.	27,5 %	60,3 %	12,3 %

Jakolaskujaksossa tehtävät painottuvat YS-tasolle (60 %) ja ovat luonteeltaan lähes täysin suljettuja tehtäviä (taulukko 23). Tuntitehtävissä jakolaskun osalta harjoitellaan mekaanisesta laskun sijoittamista ruudukkoon, ja nämä ovat jääneet lisätehtävistä pois. Jakolaskua tutkitaan myös muustakin kuin jakokulman kannalta. Kaikkien tuntikoh- taisten lisätehtävien yhteydessä ei ole vihkotehtäviä. Jakson edetessä vihkotehtävinä toimivat annetun väitteen tutkimistehtävät, joissa oppilasta ohjataan esimerkin avulla tarkastelemaan lukujen jaollisuutta.

Geometrian jaksossa lisätehtäviä on määrällisesti runsaasti ja tasoltaan ne sopivat eri- tasoisille laskijoille. Pääosin (59 %) tehtävät ovat luokiteltavissa tasoltaan mekaanista laskutaitoa harjoittaviksi, mutta lisätehtävissä on myös haasteellisuutta (taulukko 24).

TAULUKKO 24. Tuhattaituri-kirjasarjan geometriajakson lisätehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille (n = 186)

TUHATTAITURI, geometria

	LY	YS	SA
Avoin			1,1 %
Puoliavoin		9,7 %	3,2 %
Suljettu	59,1 %	19,4 %	7,5 %
Yht.	59,1 %	29,0 %	11,8 %

6.2. Oppikirjojen analysointi

Oppikirjojen analysoinnissa olemme keskittyneet tarkastelemaan erityisesti jakolaskun ja geometrian jaksoja. Tutkimuksemme analyysin kohteena ovat edellä mainittujen aihealueiden teoriaosuudet eli millä tavoin ja kuinka laajasti oppilaille kerrotaan opetet- tavasta laskusta. Analysoinnissa kiinnitämme huomiota myös mahdollisiin eroavai- suuksiin laskujen, lähinnä jakolaskun, merkintä- ja suoritustavoissa.

Koska Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004, 156) korostetaan ope- tuksen mahdollisimman monipuolista liittämistä oppilaan arkipäiväisiin ongelmiin, tutkimuksemme analyysin tavoitteena on tarkastella oppikirjojen tehtävien konkreetti- suutta.

6.2.1 Laskutaito

Laskutaidon oppilaan kirjassa lähes jokainen aihekokonaisuus alkaa teoriaosiosta, johon on koottu aihepiirin keskeiset sisällöt, opeteltavat käsitteet ja laskualgoritmit. Opetuksellinen teoriaosa kattaa yleensä noin kolmasosan oppikirjan sivusta. Kellertävän pohjaväriin ansiosta opetusosa on helppo hahmottaa sivulta. Jakolaskuluvun teoriaosuudesta löytyy esimerkkitehtäviä.

Laskutaito-kirjasarja käyttää tutkimistamme sarjoista ainoana allekkain jakamisen algoritmia jakokulman vaihtoehtona. Allekkain jakolaskua tarjotaan vaihtoehtona 1970-luvulla Suomessa käyttöön otetulle angloamerikkalaiselle algoritmille, joka perustuu jakokulmaan. Sen heikkoutena on ollut jakajan sijoittaminen jaettavan ”väärälle puolelle”, joten oppilailla on ollut vaikeuksia hahmottaa, mikä laskussa on jaettava luku ja millä luvulla se jaetaan. Erityisesti hahmotushäiriöisille lapsille jakokulma on ollut erittäin vaikea. (Ikäheimo 2005)

Laskutaito-kirjasarjan esittelemä allekkain jakaminen on ollut jo pitkään käytössä esimerkiksi Saksassa, Unkarissa ja Norjassa. Siinä jakolaskua ei sijoiteta jakokulmaan, vaan se merkitään jakopisteellä ja laskutoimitus suoritetaan vaiheittain lukuyksikkö kerrallaan aloittamalla aina suurimmasta lukuyksiköstä. Allekkain jakamisen etuja on jaettavan ja jakajan oikea järjestys. Myös vastaus muodostuu loogisesti yhtäsuuruusmerkin perään. Toisaalta desimaalilaskujen osalta on huomioitava, että niillä jaettaessa on muistettava laittaa osamäärään desimaalipilkku oikealle kohdalle. Tämä on ollut jakokulmassa jakaessa helpompaa, kun desimaalipilkku on sijoitettu samaan kohtaan kuin jaettavassa luvussa. (Ikäheimo 2005)

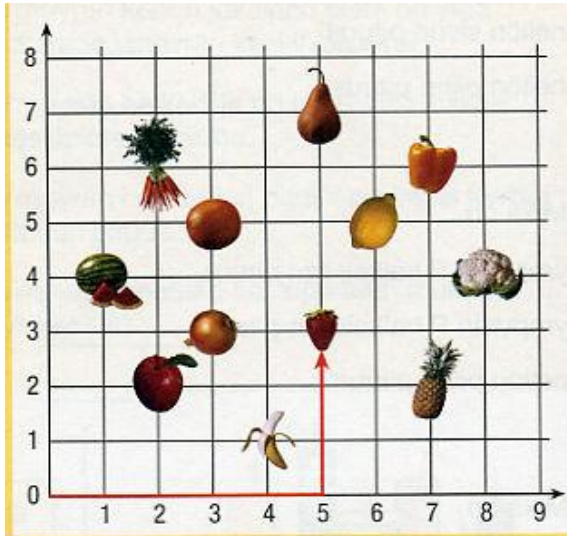
Laskutaidon oppilaan kirjassa on esitelty sekä jakaminen jakokulmassa että jakaminen allekkain, joten laskutavan valitseminen jää opettajan tehtäväksi. Opettajaa ohjeistetaan loogisuuteen ja käyttämään selkeästi vain toista tapaa. Näin myös vanhemmat tietävät, mitä algoritmia koulussa käytetään. Perusopetuksen opetussuunnitelmassa 2006 ei oteta kantaa siihen, millaista jakolaskun algoritmimallia kouluissa käytetään.

Laskutaidossa käytetään jakolaskujen osalta laajempia laskuruudukkoja, jolloin oppilaan laskemista varten jää tilaa, eikä laskemisesta tule ehdollistunutta ruutujen täyttämistä. Kirjassa käytetään vihkonsivuntyylistä isoa ruudukkoa, johon oppilaat laskevat

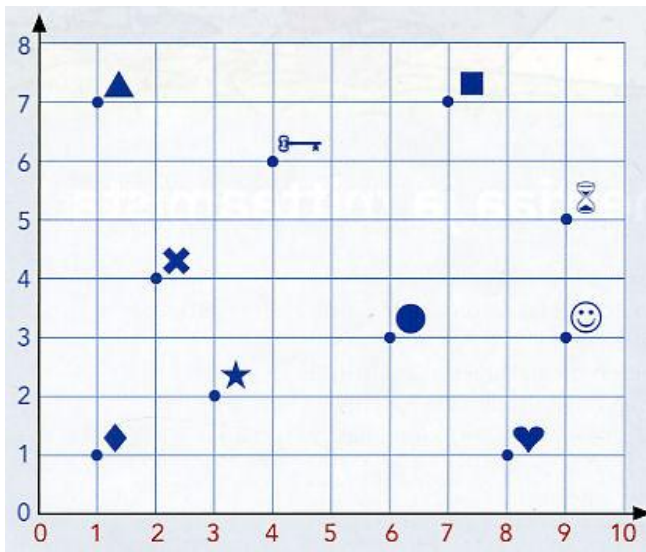
annetut tehtävät. Neljännen vuosiluokan sanallisissa jakolaskutehtävissä oppilasta ei vielä vaadita merkitsemään laskulausekettä, mutta sen käyttämiseen kehoitetaan. Esimerkiksi Tuhattaiturissa laskulausekkeen merkitseminen on selkeä osa tehtävänantoa. POPS:n 2004 mukaan vuosiluokkien 3-5 yhtenä algebran keskeisenä sisältönä on lausekkeen käsite ja hyvän osaamisen kuvauksessa 5. luokan päättyessä on mainittu laskutoimitusten suullinen ja kirjallinen esittäminen (mt 2004, 159, 161.) Koska tutkimuksemme aineistona ovat pelkästään neljännen vuosiluokan opettajan oppaat, emme tiedä, missä vaiheessa Laskutaito-kirjasarjaa lausekkeen käyttö tulee oppilaalle välttämättömäksi merkintätavaksi.

Myös geometrialuvussa jokainen aihekokonaisuus alkaa erillisellä teoriaosuudella. Luvun jokaisella aukeamalla on uusi aihekokonaisuus ja uudet käsitteet, joita tulee määrällisesti paljon. Niitä on pyritty havainnollistamaan kuvin, mutta opeteltavan asian soveltaminen käytäntöön on jäänyt vähemmälle. Näin ollen geometrialuvusta ei synny kokonaiskäsitystä. Koordinaatistoon tutustuminen on yksittäisenä asiakokonaisuutena geometrinen kuvioiden ja kappaleen osien välissä.

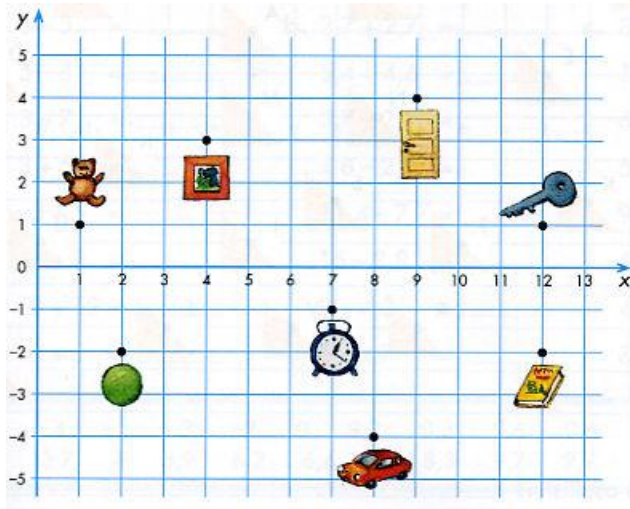
Laskutaidossa ja Matikkamatkassa koordinaatistosta opetetaan vain ensimmäinen neljännes eli positiiviset luvut. Piste merkintätapa koordinaatistoon on selkeä, ja sen etsimistä harjoitellaan kuvien avulla, jotka on sijoitettu etsittävän pisteen päälle (kuviot 47). Toisissa kirjasarjoissa piste on merkitty erikseen ja kuva on sijoitettu pisteen viereen (kuviot 48 ja 49). Oppilasta saattaa jäädä mietityttämään, onko tehtävästä etsittävä pisteen vai esineiden koordinaatit.



KUVIO 47. Laskutaidon koordinaatisto (Sintonen ym. 2004, 92).



KUVIO 48. Matikkamatkan koordinaatisto (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 106).



KUVIO 49. Tuhattaiturin koordinaatisto (Asikainen ym. 2005, 161).

Laskutaidon kulmien, tasokuvioiden ja symmetriatehtävien työskentelypohjana on pisteruudukko, kun taas toiset kirjasarjat käyttävät pohjana ruudukkoa. Pisteruudukko ei hallitse oppilaan piirtämistä niin paljon kuin ruudukko, mutta ruudukko voi olla oppilaalle aluksi helpompi hahmottamisen suhteen. Symmetriasta ei ole oppilaan kirjassa opetuksellista teoriaosuutta, eikä kirjassa ole myöskään lisä- tai kotitehtäviä.

Laskutaito on tutkimistamme kirjasarjoista ainoa, joka mainitsee geometrisista tasokuvioista puolisuunnikkaan. Geometristen kappaleiden nimiä ei opeteta oppikirjassa, mutta opettajanoppaan tehtävien mukaan oppilaat tietävät jo käsitteet, kuten kuutio, ympyräkartio, ympyrälieriö ja nelipohjainen pyramidi. Kappaleen osien (kärki, särmä ja tahko) tunnistaminen on yhtenä aihekokonaisuutena, ja niistä on koottu lyhyt kuvaan pohjautuva opetuksellinen teoriaosuus. Oppilaan kirjasta puuttuu kokonaan ympyräpohjaiset kappaleet, joista ei ole minkäänlaista kuvaa koko jaksossa. Niihin viitataan vain opettajan kirjan tehtävissä.

6.2.2 Matikkamatka

Matikkamatkassa jakolaskun käsitteleminen on jaettu syksyyn ja kevääseen kuten on jo edellä mainittu. Syksyn jaksossa käsitellään jakolaskua päässälaskuna ja keväällä käsitellään jakokulmaa. Jakokulmaa ei käsitellä vielä syksyn jaksossa, mutta jakojäännöksen yhteydessä käytetään allekkain jakamisen algoritmia. Sen tarkoituksena on

pohjustaa keväällä opetettavaa jakokulmassa jakamista (Lilli, Putkonen & Sinnemäki 2003, 132).

Matikkamatka-kirjasarjan ensimmäisessä päässälaskuun painottuvassa jakolaskujaksossa oppilaan kirjassa on vain muutama teoriaosio. Matikkamatkan teoriaosioilla ei ole yhteistä ulkomuotoa tai piirrettä, joka selkeästi osoittaisi, että kyseessä on teoriaosio. Näin ollen sen hahmottaminen sivulta voi olla vaikeaa. Teoriaosion laajuus vaihtelee neljännessivun mitasta kokonaiseen sivuun. Uuden asian käsittelyssä apuna ovat kirjasta tuttujen hahmojen puhekuplat ja esimerkkitehtävät.

Jokaisen kirjan aukeaman vasemmasta ylälaidasta löytyy perusotsikoinnin lisäksi muutaman sanan kuvaus käsiteltävästä opetuskokonaisuudesta. Yläotsikko ei sinänsä koske oppilaita, ja niissä käytetään neljäsluokkalaiselle vaikeita käsitteitä, kuten mentaalit strategiat. Opettajalle käsitettä avataan perusotsikossa ”Kerro, miten ajattelet jakolaskussa!”, ja sen alapuolella oppilaalle tarkennetaan ajattelun tärkeyttä laskemisprosessissa. Oppilaankirjassa on mainittuna vihje myös opettajalle, kuinka käyttää kirjan kuvaa. Näiden kielentämistä käsittelevien tehtävätyyppien kautta Matikkamatka poikkeaa toisista kirjasarjoista. Oppilaita ohjataan kertomaan laskun laskettuaan, kuinka ovat päätyneet ratkaisuun, ja monin paikoin kirjassa on laskutarinan keksimistehtäviä.

Kevään jakolaskujaksossa jakokulman yhteydessä oppilaan kirjassa käytetään kahdenlaisia valmiita ruudukoita. Osa ruudukoista on sen kokoisia, että oppilaan on helppo päätellä ruutujen määrästä, mitä lukuja siihen tulisi sijoittaa. Osassa tehtävistä käytetään isoja ruudukoita, joihin tehtävänantona on laskea useampi tehtävä. Näissä tehtävissä myös oppilaan ajattelulle jää enemmän tilaa.

Sekä syksyn että kevään jakolaskujaksojen yhteistoiminnallisilla aukeamilla kannustetaan laskinharjoituksiin. Laskinharjoitukset vastaavat POPS:n 2004, jonka yhtenä tavoitteena on tieto- ja viestintätekniiikan käyttäminen opetuksessa (mt 2004, 156).

Matikkamatkan geometrian osuus on hyvin pieni muihin kirjasarjoihin verrattuna. Geometrijakson teoriaosiot erottuvat huomattavasti selkeämmin kuin jakolaskujaksossa. Erityisesti kuvioiden tai kappaleiden luokittelua käsittelevät aihekokonaisuudet ovat selkeitä, ja oppilaille on helppo poimia niistä tarvittava informaatio. Avaruus-

geometrian kappaleet on kuvattu ja luokiteltu oppilaankirjassa selkeästi, mutta oppilaan tehtävässä luokittelu on heti huomattavasti monimutkaisempaa, kuten alla olevasta kuvioista 50 ilmenee.

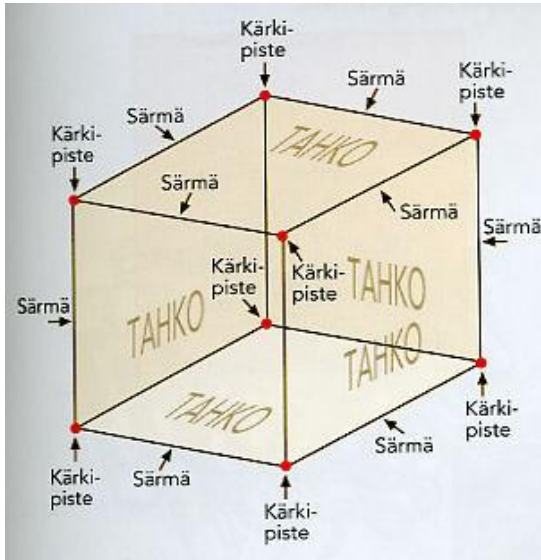
Lieriötä	Kartioita	Muita kappaleita

Merkitse.
 Lieriö → L
 Kartio → K
 Muut kappaleet → M

A 1.
 B 2.
 C 3.
 D 4.
 E 5.
 F 6.
 G 7.
 H 8.
 I 9.
 J 10.
 K 11.
 L 12.
 M 13.
 N 14.
 O 15.
 P 16.
 Q 17.
 R 18.
 S 19.

KUVIO 50. Geometrinen kappaleiden luokittelu (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 120).

Geometrinen kappaleiden osien määrittelyssä ongelmana on oppilaan kirjan kuvion sekavuus (kuvio 51). Opetustarkoitukseen liitetty kuva saattaa sekoittaa haluttujen särmän, kärkipisteen ja tahkon hahmottamista (Putkonen & Sinnemäki 2005, 120-121).



KUVIO 51. Geometrisen kappaleen osat (Putkonen & Sinnemäki 2005b, 121).

Matikkamatkassa käsitellään neljännellä vuosiluokalla koordinaatistosta vain ensimmäinen neljännes kuten Laskutaidossa. Pienennöksiä ja suurennoksia harjoitellaan ainoastaan Matikkamatkassa. Symmetrisiä kuvia harjoitellaan täydentämällä kuvaa symmetria-akselin molemmin puolin.

Tutkimistamme kirjasarjoista Laskutaidossa ja Tuhattaiturissa käsitellään ympyrää, ja siihen keskeisesti liittyviä käsitteitä. Matikkamatkan neljännen vuosiluokan geometriajaksossa tasokuvien osalta ympyrää ei käsitellä, mutta geometrinen kappaleiden luokittelussa yhtenä käsiteltävänä on pallo.

Matikkamatkan jokaisen jakson lopussa on kertaustehtäväsivu. Sivun tehtyään oppilaat voivat arvioida omaa osaamistaan viisiportaisen arvioinnin mukaan. Lisäksi jakson loppuun kuuluu Terveisiä kotiin -sivu. Sen yhteydessä mainitaan lyhyesti jakson aikana käytyä asioita ja oppilaat saavat kirjoittaa tai piirtää jakson aikana oppimaansa.

Matikkamatkan oppilaan kirjassa ei ole vihkotehtäviä, vaan ne ovat vain opettajan kirjassa. Tuntikokonaisuutta kohden on varattu viisi viikolaskua, ja ne ovat proseduraalista sujuvuutta harjoittavia tehtäviä. Vihkotehtävien tekeminen on täysin opettajasta riippuvaa, emmekä ole huomioineet niitä tehtävätyyppien analysoimisessa.

6.2.3 Tuhattaituri

Tuhattaiturissa jokainen tuntikokonaisuus alkaa opetusosiosta, johon on koottu tunnin keskeinen sisältö. Opetusosio on noin kolmasosasisivun kokoinen, pohjaväritään sinertävä ja selkeästi rajattu laatikko. Olennainen osa opetusosiota on kuva, jota voidaan opettajan johdolla käyttää hyödyksi tunnin aihetta tarkastellessa. Opettajan oppaassa on annettu selkeät ohjeet kuvantarkasteluun.

Oppilaan kirjan sivun yläosassa on jokaiseen tuntiin liittyen ruudut päässä laskujen tuloksia varten. Vastausruudukoita ei kuitenkaan oleteta käytettävän jokaisella tunnilla, sillä niitä on vähemmän kuin kirjan aihepiirejä. Muissa kirjasarjoissa päässä laskujen tuloksille on varattu erillisiä vastausruudukoita kirjan taakse.

Tuhattaiturin jakolaskujaksossa on heikompien oppilaiden oppimista tukevia esitysmalleja: jakojäännöstä harjoitellaan lukusuoralla ja lukuyksiköittäin jakamisessa käytetään apuna kuutioita ja kymmenlevyjä. Jakolaskun käsitteleminen aloitetaan kertamalla ositus- ja sisältöjako sekä laskujen tarkistaminen, jakojäännös ja lukuyksiköittäin jakaminen, jonka jälkeen käsitellään uutena oppina tulevaan jakokulmassa jakamiseen.

Tuhattaiturin erityisominaisuus on itsetarkistavuus. Perusharjoitusten osalta valtaosa tehtävistä on sellaisia, joissa ympyröidään sivun alareunassa olevasta palkista oikea tulos. Tällä tarkistusmallilla on oppilasta ajatellen molemminpuolinen vaikutus. Oppilas voi heti laskettuaan tarkistaa oikean vastauksen, mutta toisaalta etukäteen annetut vastaukset voivat ohjata häntä väärään suoritukseen olettamansa vastauksen saavuttaakseen. Jakolaskujaksoon sisältyy useampi erillinen kertausaukeama, joista osa sijoittuu jakson keskelle ja osa jakson loppuun.

Geometriassa jakson aiheet etenevät selkeästi alkaen koordinaatiston tutkimisella ja päättyen tasokuvioista ympyrään. Tuhattaituri on ainoa tutkimamme kirjasarja, jossa käsitellään ja opetellaan neljännellä vuosiluokalla koko koordinaatisto. Sen harjoitteluun annetaan integrointi-idea teknisiin töihin ja geolaudan valmistamiseen. Kirjassa geolautaa ohjataan käyttämään tasokuvioiden harjoitteluun ja myöhemmin piirin ja pinta-alan laskemiseen. Koordinaatistoharjoituksista siirrytään tutkimaan symmetriaa ja harjoittelemaan peilausta. Tuhattaiturissa harjoitellaan neljännellä vuosiluokalla peilausta sekä suoran että pisteen suhteen. Esimerkiksi Laskutaidossa pisteen suhteen peilaaminen on jätetty tutustumisen tasolle, sillä se koetaan vaikeaksi ja tulee käsiteltäväksi usein vasta yläluokilla.

Tuhattaiturin geometriajaksoissa käsitellään vain tasogeometrian kuvioita eli kolmioita, nelikulmioita ja ympyrää. Nelikulmioista nimetään piirtämisen yhteydessä nelikulmio, suunnikas, suorakulmio ja neliö, mutta niitä ei määritellä millään tavalla. Esimerkiksi Matikkamatkan oppilaan kirjassa kolmiot ja nelikulmiot luokitellaan selkeästi määrittellen, ja oppilaat joutuvat käyttämään käsiteltyjä määrittelyjä tehtävissään. (Putkonen & Sinnemäki 2005, 114.) Laskutaidossa ja Matikkamatkassa käsitellään tasogeometrian lisäksi geometrisia kappaleita.

Vaikka geometriajakso etenee selkeästi, siinä tulee paljon oppilaille uusia käsitteitä. Lähes jokaisella tunnilla tulee uusi opetettava asia. Aiheet ja käsitteet jäävät helposti irrallisiksi sanoiksi ja tiedoiksi, joita ei sovelleta mihinkään. Geometriajaksoissa on jakson puolivälissä Toimintaa ja päättelyä -aukeama, jossa on soveltavia tehtäviä. Kertaussivut ovat jakson lopussa. Molemmissa jaksoissa on viimeisenä Mitä osaan -aukeama, jossa on myös oppilaan itsearviointia. Jokaisen tehtävän jälkeen on liikennevalot, joihin oppilas voi merkitä oman osaamisensa tason.

6.3 Opettajanoppaiden analysointi

Analysoiduista oppikirjasarjoista jokaisen kirjasarjan opettajan oppaat on jaettu erilliseen syys- ja kevätosaan, ja ulkoisesti tarkasteltuna oppaat ovat hyvin samankaltaisia. Niiden sivumäärät vaihtelevat noin 250 sivusta 340 sivuun. Opettajan oppaiden analysoinnissa tarkastelemme oppaan rakennetta sekä valitsemiemme jaksojen että niiden

sisältämien tuntikokonaisuuksien osalta. Tavoitteenamme on saada kosketuspohjaa asettamaamme tutkimustehtävään siitä, miten materiaali tukee opettajaa ohjaamaan oppilaan matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä. Olennaisena tarkastelun kohteena on myös opettajan oppaan johdanto, koska se antaa pohjan oppaan ja oppikirjan käyttämiseen määrittelemällä kirjasarjan oppimiskäsitystä ja matemaattista näkökulmaa. Koska oppaat on tehty opettajalle työvälineeksi, pyrimme tarkastelemaan analysoinnissa oppaan pedagogisia lähestymistapoja.

Opettajan oppaisiin on sisällytetty eriyttävää lisämateriaalia, jotka huomioimme tärkeäksi osaksi opettajan työskentelymateriaalia. Tehtäviä emme kuitenkaan luokittele samalla tavalla kuin oppikirjojen tehtäviä, koska materiaalin määrä, taso ja aiheet vaihtelevat, ja niiden käyttötarkoitus poikkeaa oppikirjan tehtävistä.

6.3.1 Laskutaito

Laskutaidon opettajan kirjassa on kustantajan ehdotus lukujen ajoituksesta lukuvuodelle. Johdannossa tarkennetaan sekä oppilaan että opettajan kirjan rakennetta, mutta johdannon painotus on matematiikan oppimisella, ja sen tavoitteellisuudella. Matematiikan opetuksen päämäärät ja tehtävätyypit perustellaan kognitiivisen oppimiskäsityksen mukaisiksi ja jo johdannossa annetaan vinkkejä työtavoista, toimintavälineistä ja haastavien tehtävien tarjoamisesta. Opettajalle annetaan selkeät perustelut muun muassa toiminnallisuudelle ja päässälaskuille, ja niiden jatkuvaan käyttämiseen kannustetaan.

Opettajan kirjan johdannossa painotetaan kirjan käyttäjää huomioimaan eriyttävä opetus ja eritasoiset oppilaat. Oppikirjan tehtävistä vaativimmat on merkitty ketun kuvalla, joita haastetta kaipaavat oppilaat voivat tehdä. Jokaisen luvun alussa on lista kirjassa olevista tehtävämonisteista, jotka on luokiteltu helposta perusharjoituksesta keskitasoa vaativampaan eriyttävään tehtävään koodein S, M, L ja XL. Opettajan kannalta tehtävien luokittelu on hyvä, sillä se antaa mahdollisuuden löytää kätevästi jokaiselle oppilaalle yksilöllistä työskentelymateriaalia. Eriyttäminen näkyy Laskutaidossa sekä nopeus- että syvyyseryyttämisenä eikä keskitytään ainoastaan perustasoon tai sitä heikompaan osaamiseen. Laskutaito-kirjasarjaa kuuluu myös kirjan ulkopuolista eriyttävää materiaalia, joista on koottu tietopaketti oppaan alkuun.

Laskutaidon opettajan kirjassa jakolaskuluvun alussa määritellään sen aikana käsiteltävät oppisisällöt ja tavoitteet. Ennen jakson aloittamista opettajalle on koottu tietoa siitä, mihin asioihin jaksossa tulee kiinnittää huomiota, jotta kirja saataisiin tarpeeksi hyödylliseksi. Tavoitteiden lisäksi alussa tuodaan esille jakolaskualgoritmin, jakokulman ja allekkain jakamisen vaihtoehtoisuus. Kirjasarjassa ei ole otettu kantaa kummankaan suoritustavan suhteen, joten opettajalla on mahdollisuus toimia oman arviointikyvyn mukaan. Jakson alussa opettajalle kerrotaan toimintavälineinä tarvittavista numerokorteista 0-10 sekä pelinopista. Opettajaa muistutetaan laskimen käytöstä paripeleihin ja -harjoituksiin ja korostetaan ongelmanratkaisutehtävien ratkaisemisen ja tarkistamisen tärkeyttä.

Tukiopetuksesta opettajan kirjassa korostetaan jakolaskualgoritmin oppimista tekniikan ja automatisoinnin kannalta, joka vaatii ennen kaikkea heikoilta oppilailta paljon harjoitusta. Opettajaa ohjeistetaan lyhyesti, mistä hän voi löytää tarvittaessa tukiope-
tusmateriaalia.

Laskutaidon geometrian osuus sijoittuu syksyn viimeiseksi jaksoksi. Opettajalle on kirjattu ennen opetusosuutta jakson oppisisällöt ja tavoitteet, joissa käytetään käsitteitä harjoitella, ymmärtää, oppia tunnistamaan ja piirtämään, tutustua, sekä käyttää ja kehittää. Opettajan kirjan käyttäjä saa tietoa siitä, mitkä geometrian osa-alueet tulevat oppilaalle uutena tietona ja mitä asioita opetussuunnitelman perusteista huomioidaan. Opettajalle tuodaan käsiteltävän tiedon lisäksi esille toimintavälineitä, joiden avulla oppilaalla on helpompi hahmottaa opiskeltavaa asiaa. Jo oppaan johdannossa tuotiin matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden huomioiminen eriyttävänä ryhmänä, ja geometriaosuudessa lahjakkaiden opetus on erityisesti huomioitu.

Geometriaa käsittelevä jakso alkaa hahmottamisen ja symmetrian tarkastelun kautta. POPS:n 2004 3.- 5. vuosiluokan opetuksessa edellytetään tutustumista pisteen suhteen peilaamiseen (mt 2004, 159). Laskutaidossa peilausharjoitukset keskittyvät ainoastaan tehtäviin, joissa pisteen suhteen piirretään symmetrisiä kuvioita. Havainnollistaminen aloitetaan peilauksesta suoran suhteen, joka on opetettu aiemmin, ja vasta sen jälkeen siirrytään pisteen suhteen peilaamiseen. Hahmottelusta siirrytään kulmien luokittelun kautta kolmioiden ja nelikulmioiden luokitteluun. Lisäksi oppilaiden mieliin palaute-
taan monikulmion piirin laskeminen. Geometriassa käsitellään yhtenä osa-alueena

ympyrä, koordinaatisto ja kappaleen osat. Opettajan kirjassa on aihealueisiin liittyen erilaisia harjoituksia ja leikkejä, joita voidaan tehdä yksin, pareittain tai pienissä ryhmissä. Opettajaa kehoitetaan tarkkailemaan oppilaan lähiympäristöä, koska sitä kautta saadaan kosketus lapsen ajatus- ja kokemusmaailmaan.

Laskutaidon opettajan kirjassa aukeama käsitetään aihekokonaisuudeksi, jonka alussa on kerrottu sen aihe ja tavoitteet. Oppilaan kirjan aukeama on kuvattuna vastauksineen opettajan kirjassa. Opettajalle perustellaan asioita, joita on hyvä palauttaa oppilaiden mieleen ja tutustutetaan opetettavaan asiaan, mutta valmiita ehdotuksia vanhan asian kertaamiseen tai uuden asian opettamiseen ei anneta. Kirja ei sido tai rajoita opettajaa opetusmenetelmien käytössä, mutta joidenkin aihekokonaisuuksien kohdalla on kuitenkin tehtäväesimerkkejä, joita opettaja voi halutessaan käyttää. Jokaisesta aihekokonaisuudesta löytyy myös harjoituksia ja leikkejä, päässälaskuja ja pohdittavaa.

Harjoituksia ja leikkejä -osiossa on aihekokonaisuuteen sopivia yhteistoiminnallisia harjoituksia, pelejä, leikkejä sekä aihekokonaisuuden ulkopuolelta pari- ja pienryhmätyöskentelyyn soveltuvia harjoituksia. *Päässälaskuja* on aihekokonaisuutta kohden 5-6, ja ne ovat pääsääntöisesti sanallisia. Opettajanoppaassa annetaan vinkkejä siten, että oppilaille voi antaa esimerkiksi palikoita päässälaskujen ratkaisemisen helpottamiseksi. Päässälaskujen vaihtoehtoisina vastaustapoina voi olla vastauksien kirjaaminen oppilaan kirjan takana olevaan päässälaskuruudukkoon tai vastauksen antaminen numerokorteilla, jotka löytyvät oppilaan kirjasta. Päässälaskuruudukkoa käyttämällä pyritään varmistamaan jokaisen oppilaan aktiivinen osallistuminen päässälaskuihin sekä varmistamaan oppilaan osaamisen taso

Pohdittavaa -tehtävät keskittyvät oppilaan ongelmaratkaisutaitojen ja hahmottamisen harjoittamiseen. Tehtävät on jaettu siten, että samassa luvussa esiintyvät tehtävät ovat tyypiltään samanlaisia, ja niitä voidaan ratkaista joko yksittäin tai erikseen. Lisäharjoitteluun ja vaativaan eriyttämiseen sopivista monisteista on maininta opettajalle niissä aihekokonaisuuksissa, joihin liittyviä monisteita opettajan oppaasta löytyy. Monistetettavat liitteet löytyvät opettajan oppaasta jakson lopusta.

Opettajan oppaassa on jokaiseen jaksoon valmis koe. Kahta jaksoa lukuun ottamatta on opettajan oppaassa myös kaavake oppilaan itsearviointia varten.

6.3.2 Matikkamatka

Matikkamatkan opettajan oppaan johdannossa määritellään matematiikan opetuksen päämäärät ja tavoitteet, ja vastataan kysymykseen, miten kyseinen kirjasarja pyrkii huomioimaan ne. Oppaan käyttäjälle esitellään sekä matematiikan oppimisen että opetuksen painopistealueita ja kerrotaan käsitteiden oppimisprosessista. Opettajalle oppaassa on valmis seurantalomake, johon hän voi kirjata oppimisprosessin etenemisen vaiheita kunkin oppilaan osalta.

Oppaan käyttäjää muistutetaan konkreettisen toiminnan tärkeydestä matematiikan oppimisen perustana, johon liittyen esitellään tärkeimpiä oppimisvälineitä: havainnollistamisvälineet, pelit, arkielämän välineet ja mittaamisvälineet. Johdannossa kuvaillaan lyhyesti tunteihin sisältyvät tehtävät eli *lisää tehoja*, *vihkolaskut* ja *kotitehtävät* sekä ohjeistetaan *päässälaskujen*, *laskutaidon kuntotestien*, *kehyskertomusten* ja *lisätehtävien* osalta. Matikkamatkassa on Laskutaidon tapaan kustantajan ehdotus jaksojen ajoituksesta lukuvuodelle.

Matikkamatkassa jakolasku käsitellään kahdessa eri jaksossa. Syksyllä kirja keskittyy jakolaskun oppimiseen päässä laskien ja vasta keväällä opitaan laskun algoritmi, jakokulma. Opettajalle annetaan selkeitä ohjeita siihen, mitä asioita jakolaskun oppiminen edellyttää, mutta erityisesti korostetaan kertolaskun sujuvaa osaamista luvuilla 1-9 jakolaskun osaamisen pohjalle.

Oppaan jokaisen tuntikokonaisuuden alussa on saavutettavat tavoitteet. Jokainen tuntikokonaisuus alkaa pienellä johdannolla, jossa opettajalle annetaan tietoa käsiteltävästä aiheesta. Joidenkin tuntien osalta niihin on liitetty myös taulutyöskentelyosuus ja esimerkkejä, joita voi käyttää oppilaiden kanssa yhdessä.

Opetuksessa lähdetään liikkeelle kertaamalla jo kolmannella luokalla käsitellyt ositusjako ja sisältöjako, joista molempia kerrataan vain yhden tunnin verran. Lisäksi harjoitellaan jakojäännöstä. Jakojäännöksen kohdalla esiintyy ensimmäisen kerran jakolaskun tehtävyyppinä allekkain jakaminen, jonka tavoitteena on pohjustaa keväällä opettavaa jakokulmassa jakamista. Kirjassa on jakojäännökseen liittyen lisämateriaalina autotehtäväkortteja, joihin liittyen opettajan oppaassa on päättelytehtäviä ja toiminnallisia tehtäviä. Niiden käyttäminen jakolaskun jakson osalta jää opettajan toiminnan va-

raan, koska kortteihin ei oppilaankirjassa viitata millään tavalla. Toisaalta samoja peliä tuodaan esille jakson muidenkin aiheiden kohdalla, joten opettaja ei ole sidottu käyttämään tehtäviä ainoastaan tietyn tuntikokonaisuuden tai asiayhteyden kohdalla.

Jakolaskun ositus- ja sisältöjaon jälkeen oppilaiden mieleen palautetaan jo aikaisemmin käsitelty laskujärjestyssopimus. Kirjassa kerrataan myös nimitykset yhteen- ja vähennyslaskulle sekä kerto- ja jakolaskulle, sekä niiden laskutoimituksellinen käänteisyys. Käänteisen laskutoimituksen kautta aloitetaan jakaminen luvuilla 10,100 ja 1000 siten, että oppilaat kertaavat tuttua asiaa kyseisillä luvuilla kertomista. Asian opettamiseen opettajalle annetaan oppaassa taulutehtäviä ja luokan yhteisesti tehtäväksi tarkoitettuja päättelytehtäviä. Yhteisten harjoitteiden kautta tuodaan opetukseen käsitteet tosi ja epätosi. Toisaalta käsitteiden käyttöön ei kehoiteta jakolaskutehtävissä myöhemmin, sillä niiden tilalla käytetään käsitteitä oikea ja väärä. Lukujen 10, 100 ja 1000 jakamisen harjoittelussa opettajanoppaassa annetaan kirjan tehtävien lisäksi laskintehtäviä, jotka ovat oppilasparitehtäviä. Oppilaan kirjassa laskimien käytöstä ei mainita, joten päätös jää täysin opettajan omaksi ratkaisuksi.

Suurien lukujen päässä jakamista harjoitellaan kahden tunnin verran. Niiden jälkeen käsitellään ongelmanratkaisua, jonka syysosan opettajan opas määrittelee seuraavasti: ”Ongelmanratkaisutehtävä on tehtävä, jonka ratkaisemiseksi oppilaalla ei ole käytettävissä valmista mallia” (Lilli ym. 2003, 150). Kirjassa ongelmanratkaisutehtävät eritellään aina otsikolla ”Ja nyt tuli ongelmia”. Tällä pyritään siihen, että oppilaat tietävät tehtävien pohdinnallisuuden ja haasteellisuuden etukäteen ja osaavat tehdä tehtävät tarvittaessa parityönä. Samalla aukeamilla korostuu parityön kautta yhteistointataidot.

Jakson lopulla laskimen käyttö mainitaan opettajan oppaan lisäksi myös oppilaan kirjassa. Tavoitteena on jaksossa opittujen asioiden kertaaminen laskimella. Sen käytössä korostetaan jälleen parityöskentelyä.

Jakson viimeisen aukeaman tehtävänä on kontrolloida jaksossa opittujen asioiden hallintaa. Lisäksi siihen sisältyy oppilaan itsearviointi. Opettajan oppaan tavoitteiksi on määritelty, että oppilas oppii arvioimaan omaa oppimistaan. Samalla häntä ohjataan kertomaan kotiväelleen osaamisestaan.

Yhteistoiminnallisilla aukeamilla jakojäännöstehtäviin oppimiseen tuodaan sosiokonstruktivistinen näkökulma. Tunnin kulun tavoitteisiin on opittavien matemaattisten aineiden lisäksi kirjattu ylös yhteistoiminnallisten taitojen tavoite. Perinteiset mekaaniset tehtävät on korvattu jakolaskukuvilla ja laskutarinoilla, joten aukeamalla on peli ja tehtäviä. Kevätosan opettajan oppaassa (2004) korostetaan, että yhteistoiminnalliset aukeamat on hyvä monistaa, jotta selkeä tehtävänanto antaisi kaikille yhtäläisen mahdollisuuden osallistua ja onnistua matematiikan toiminnallisuudessa (Lilli, Putkonen & Sinnemäki 2004, 76.) Yhteistoiminnallisten aukeamien yhtenä päätehtävänä on harjoitella jakolaskun mentaaleja strategioita. Oppilasta kannustetaan kertomaan ääneen, miten hän ajattelee jakolaskussa, ja sitä kautta luokassa saadaan yleiseen tietoon erilaisia päättelytapoja. Kun oppilas saa kertoa ja kuunnella erilaisia strategioita, hän voi muokata ja vahvistaa omia matemaattisen ajattelun prosesseja. Kyseisellä toimintamallilla on yhtäläisyyksiä Joutsenlahden (2005, 56) määritelmään kielentämisestä.

Opettajien pedagogiseksi vinkeiksi tarkoitetuissa harjoitteissa on sekä taulutehtäviä että oppilaita osallistuttavia tehtäviä, kuten jakolaskubingoja. Matikkamatkan sosiokonstruktivistinen näkökulma näkyy *Pohdittavaa*-osion tehtävissä, jotka ovat pääosin paritehtäviä. Yleisesti opetuksen lähtökohtana on konstruktivistinen näkökulma. Uuden tiedon havainnoiminen ja oppiminen vaatii aktiivista käsittelyä siten, että oppilas pystyy liittämään uuden tiedon aikaisempiin tietorakenteisiinsa organisoiden sitä ja yhdistellen siihen esimerkiksi mielikuvia. Aikaisemmin opittua asiaa oppilas pystyy siirtämään uuteen asiaan kontekstista toiseen.

Kevään osalta jakokulman opettaminen käsitellään samassa jaksossa kuin muut peruslaskutoimitusten algoritmit eli suoritusmuodot. Tutkimuksessamme olemme analysoineet kyseistä jaksoa ainoastaan jakolaskujen osalta.

Opettajalle jakokulman algoritmi selitetään tarkasti, sillä kirja luokittelee jakokulman vaikeimmaksi peruslaskutoimituksen suoritusmuodoksi. Ongelmia opettajan oppaan mukaan tuottavat lukujen asettelu ja laskun paikka sekä se, että laskeminen aloitetaan aina suurimmasta lukuyksiköstä. Jakolaskun osaaminen vaatii myös sujuvuutta kertoja vähennyslaskuissa, joten algoritmin hallitseminen edellyttää aikaisempien laskualueiden osaamista.

Jakolaskuja lähdetään käsittelemään ongelmanratkaisutehtävien kautta, jotka johdattelevat oppilaat jakokulmassa jakamiseen. Tehtävissä apuna käytetään rahayksiköitä. Jakokulmassa jakaminen aloitetaan ensin yksinumeroisella jakajalla ja jakokulman periaate (”jaa-kerro-vähennä-pudota”) esitetään vaihe vaiheelta. Yksinumeroisen jakajan jälkeen kirja käsittelee lukuyksiköiden jakojäännöksen ja sen jälkeen koko laskun jakojäännöksen. Opettajan oppaassa jakokulmaan liittyen on annettu laskintehtäviä sekä tehtäviä, joissa korostuu osamäärän arviointi. Vaikka neljännellä vuosiluokalla ei käsitellä desimaalilukuja, harjoitellaan oppikirjassa nollan sijoittamista osamäärän alkuun.

Jakokulman mekaanista harjoittelua on määrällisesti paljon (taulukko 4), mutta kirjassa on myös tehtäviä, joissa korostetaan laskemaan päässä tai kirjoittamaan lasku vihkoon. Kevään opettajan opas asettaa tärkeäksi tavoitteeksi lukujen oikein merkitsemisen (Lilli, Putkonen & Sinnemäki 2004, 66). Käytännön elämässä luvut eivät yleensä koskaan ole valmiiksi jakokulmaan merkittyjä. Opettajalle opas antaa esimerkkejä oppilaiden mahdollisista virhesuorituksista jakokulmaan liittyen. Samalla vinkit opettajalle voivat toimia yhteisenä korjaustehtävänä.

Yhteistoiminnallisilla aukeamilla oppikirjassa on laskujen arviointitaitoja korostava peli, vaikka laskemistakin tarvitaan. Lisäksi oppilaille annetaan tehtäväksi tutkia luvuilla 2, 5 ja 10 eri lukujen jaollisuutta, ja näiden tehtävien avulla oppilasta perehdytetään laskimen käyttöön. Yhteistoiminnalliset aukeamat ovat lähinnä paritehtäviä, joten ongelmanratkaisutkin suoritetaan pareittain. Oppilaiden tehtävänä on muun muassa tehdä hintavertailua lehtien irtonumeroiden ja vuositilauksen välillä. Kertaussivuilla jakson tehtävät ovat pareittain tehtäviä ja niiden laskemisessa käytetään laskinta. Ne korostavat mekaanisen laskemisen sijasta enemmän laskusääntöjen keksimistä ja päättelykykyä, jolloin matemaattinen osaaminen korostuu opitun toistamisen sijaan. Kuten syksyn jakolaskuosio, päättyy myös kevään osio oppilaan oman oppimisen arviointiin. Jakson päätteeksi on tervehdys kotiväelle, jossa oppilaiden huoltajat pääsevät osallistumaan oppimisprosessiin erilaisten jakokulmien käsittelemisten kautta.

Matikkamatkan opettajanoppaassa on määritelty aina jakson alussa tavoitteet. Jakson aiheeseen on liitetty lyhyt runomuotoinen kehyskertomus, joista muutamassa on viittaus internetosoitteeseen. Tuntikokonaisuus on sijoitettu yhdelle aukeamalle ja oppaaseen on painettu tummennetulla ylimmäksi tunnin tavoitteet, johon liittyen on annettu ohje taulutyöskentelyyn tai valmiiseen kalvopohjaan. Opetusvihjeen lisäksi jokaisesta

tuntikokonaisuudesta löytyy lyhyt kehyskertomus, harjoituksia, pohdittavaa, päässä-laskuja ja vihkolaskuja sekä kuva oppilaan kirjasta vastauksineen. *Harjoituksia* -tehtäviin kuuluvat päättelyt, pelit ja laskinharjoitukset voidaan tehdä yhdessä opettajan johdolla tunnin kuluessa. Ne ohjeistetaan tehtäväksi joko yksin tai pareittain. *Pohdittavaa* -osiossa on 1-7 sanallista tehtävää, jotka ovat päättely- ja ongelmanratkaisutehtäviä. Myös ne ohjeistetaan joko yksin tai pareittain tehtäväksi.

Valmiita päässä-laskuja on tuntikokonaisuutta kohden 8-16, joissa on sekä sanallisia että proseduraalisia tehtäviä. Oppilaat vastaavat laskuihin joko oppilaan kirjan takana olevaan päässä-laskuruudukkoon, vihkoon tai erilliselle paperille. Oppituntia varten olevat viisi vihkolaskua löytyvät ainoastaan opettajan oppaasta. Oppaassa kehoitetaan opettajaa tai oppilasta kopioimaan tehtävät taululle, josta oppilaat kirjoittavat ne vihkoihinsa. Vihkotyöskentelyn opettamiseen on oma kalvopohja ja ohjeet löytyvät myös oppilaan kirjasta ensimmäiseltä kotitehtäväsivulta. Monistettava lisämateriaali on koottu opettajan oppaan taakse. Laskutehtävät on tarkoitettu tukiopetustehtäviksi erityistä tukea tarvitseville oppilaille, mutta nopeammin edistyville lisätehtävämonisteita opettajan oppaassa ei ole.

Jokaiseen jaksoon on laadittu kaksi samantasoista koetta sekä oppilaan itsearviointilomake. Oppaan lopussa on vielä matemaattisten käsitteiden sanasto, jossa on selitetty aritmetiikan ja geometrian käsitteitä, suureita ja mittayksiköitä.

6.3.3 Tuhattaituri

Tuhattaiturin opettajanoppaan johdannossa mainitaan lyhyesti oppilaan kirjan rakenteesta ja opettajan oppaan tehtävätyypeistä. Oppaassa on tavoitteiden sijaan määritelty keskeiset sisällöt.

Tuhattaiturin opettajanopas poikkeaa muista opettajanoppaista johdannon suppeuden lisäksi sillä, että siinä käytetään tavoitteiden tilalla käsitettä keskeinen sisältö. Käyttäjän eli opettajan kannalta sillä ei välttämättä ole suurta merkitystä, mutta vaatii tarkkaa opetussuunnitelman sisäistämistä. Opettajan pitää tietää, ovatko kaikki keskeiset sisällöt sitä, mitä oppilaan tulee oppia, vaan onko se asia, johon tutustutaan ensimmäistä kertaa, harjoitellaan tai palautetaan mieleen aikaisemmilta kerroilta.

Tuhattaiturin jokainen tuntikokonaisuus on otsikoitu tunnin aiheella. Tuntikokonaisuus koostuu kahdesta aukeamasta ja poikkeaa näin ollen toisista kirjasarjoista, joissa tuntitai aihekokonaisuus koostuu yhdestä aukeamasta. Jokaiseen kokonaisuuteen kuuluu *kehyskertomus, kuvan tarkastelu, päässälaskut, ehdotus tunnin kuluksi, taulutyöskentelymalli, pulmakulma, laskulaari, vinkkipankki, lisämateriaali, tietolaari ja seuraavan tunnin aihe.*

Tuhattaiturin jakolaskujakso sijoittuu syyskauden loppuun. Jakson alussa ei ole erikseen kokoavaa tietopakettia jakson tavoitteista, vaan oppaassa olevat kappalekohtaiset *Tietolaarit* antavat opettajalle tarkempaa tietoa käsiteltävästä aiheesta. Jakson ensimmäisessä *Tietolaarissa* jakolaskun suorittamisesta mainitaan ositus- ja sisältöjako sisällöllisine eroineen. Toisen oppitunnin *Tietolaarissa* selvennetään osamäärää sekä jakojäännöstä sekä yleisesti jakolaskujen tarkistustapaa ja kolmannen oppitunnin tietolaarissa mainitaan lukuyksiköittäin jakamisen ohjaavan kohti jakokulmassa jakamista. Muiden kappaleiden yhteydessä *Tietolaaria* ei enää ole, vaan opetukseen liittyvä tieto löytyy tuntikohtaisista taulutyöskentelyistä. Taulutyöskentelyn ohjeistus löytyy tunnin kulun ehdotuksesta. Ohjeistuksessa opettajalle ei tule lisää tietoa käsiteltävästä asiasta, vaan lähinnä ohjeita taulutyöskentelyn suorittamiseen.

Oppilaan kirjassa on jokaisen tuntikokonaisuuden alussa kuva, jonka tarkastelemiseen liittyen opettajan oppaassa on ohjausta. Opettajalle on koottu vaihteleva määrä (2-7) valmiita kysymyksiä vastauksineen ja muutamien kysymysten osalta vastauksia on selitetty. *Kuvan tarkastelussa* korostuu tiedon etsiminen ja toistaminen valmiista esimerkistä. Tarkastelun tehtävänä on opettajanoppaan mukaan johdattaa oppilaan huomio tunnin keskeiseen aiheeseen, mutta toisaalta tarkastelussa ei korosteta oppilaan omaa oivaltamista. Valmiiden kysymyksien ja vastauksien avulla opettaja saa omaan työskentelyynsä vinkkejä, mutta opettamisen kannalta on vaarallista tukeutua valmiisiin vastauksiin.

Jakolaskun osalta Tuhattaiturin päässälaskut ovat sanallisia. Tuntikohtainen vaihtelu niiden välillä on vähäistä, sillä kaikki laskut saattavat olla tehtävätyypiltään samanlaisia. Toisaalta niiden suhteen on huomioitava, että niillä on selkeä tavoite ohjata oppilasta laskemaan tietyllä kaavalla ja harjoittaa mekaanista päässälaskua.

Tuntikokonaisuuksien Kaksi tapaa jakaa, Jakaminen lukuyksiköittäin, Jakokulmassa jakaminen ja Kertaamme osalta opettajalle selvennetään oppilaan kirjan tehtävien luonnetta tai asioita, jotka opettajalla on hyvä huomioida opetuksessaan.

Tuhattaiturin jakolaskuopetusta ohjaa kirjan valmis *kehyskertomus*, joka löytyy ainoastaan opettajanoppaasta. Kertomuksen Antin ja Iidan koulunkäynnin kautta luokkaan saadaan aikaan keskustelua, johon kaikki oppilaat matemaattisista taidoistaan huolimatta pystyvät osallistumaan samaan aikaan. Toisaalta opettajalla on mahdollisuus jättää kehyskertomus pois, koska oppilaan kirjan tehtävät eivät sinänsä liity kertomuksen sisältöön.

Opettajanoppaan *Vinkkipankissa* on jokaiseen tuntikokonaisuuteen liittyen toiminnallisia yksilö-, pari- ja ryhmätehtäviä. Vinkkipankkien 26 tehtävästä huomattava osa (15/26) on selkeästi opettajajohtoista ja kolmasosa (9/26) sellaisia, joita oppilaat voivat tehdä opetuksen eriyttämiseksi. Osa eri oppituntien vinkeistä on samoja.

Pulmakulman tehtävät ovat perustehtäviä haastavampia, ja niitä oppilaat voivat pohtia yksin tai pienryhmässä. Joka tuntia kohden on ainakin kaksi eri laajuista tehtävää, jotka liittyvät tunnilla käytyyn aiheeseen. Pulmakulman tehtävät ovat pääosin sanallisia.

Kirjasarjan monistettava lisämateriaali on sijoitettu kirjan loppuun ja jokaisen oppituntin yhteydessä on esimerkkikuva tunnin aiheeseen liittyvästä materiaalista, jonka tasosta opettajaa ei ohjeisteta. Pääosin materiaalin tehtävät harjoittavat mekaanista laskeamista ja suuntautuvat nopeasti laskeville oppilaille, sillä suurin osa (12/19) tehtäväsvuosta jatkaa tunnilla käsiteltyjen tehtävien tekemistä. Tehtävät eivät välttämättä tarjoa taitaville laskijoille haastetta, mutta eivät myöskään tue heikkoa oppilasta. Sanallisten tehtävien osalta peräkkäiset tehtävät saattavat olla hyvin samantyyllisiä keskenään.

Tuhattaiturissa on ainoana tarkastelemanamme kirjasarjana pyritty helpottamaan opettajan työtä tekemällä kirjaan valmiit *ehdotukset tunnin kulusta*, joka on lähes kaikkien tuntien kohdalla hyvin samankaltainen. Kehyskertomuksen ja kuvantarkastelun jälkeen lasketaan päässälaskut ja yhteisen taulutyöskentelyn jälkeen oppilaat pääsevät laskemaan oppikirjan tehtäviä. Kehyskertomuksen ja kuvatarkastelun kysymysten avulla pyritään kiinnittämään oppilaiden huomio tunnin keskeisiin asioihin. Myös

päässälaskut, jotka ovat pääosin sanallisia, liittyvät tulevan tunnin aihepiiriin. Päässälaskujen vastauksia varten oppilaan kirjassa on varattu jokaisen tuntikokonaisuuden alkuun vastausruudukot.

Opettajan työn helpottamiseksi jokaiseen tuntikokonaisuuteen on valmiit mallikuvat taulutyöskentelylle. Muutaman esimerkkilaskun avulla pyritään selventämään uusi aihe oppilaille. Tietolaarissa on opettajalle lisätietoa opetettavasta aiheesta. Vaihtelua tunnin kulkuun saa pulmakulman, laskulaarin ja vinkkipankin tehtävistä. Pulmakulman vaativampia pohdintatehtäviä voidaan ratkaista pienryhmissä tai yhdessä keskustelemalla. Laskulaarissa on kymmenen tunnille sopivaa tehtävää, jotka voidaan tehdä joko päässälaskuina tai vihkotehtävinä. Vinkkipankissa on usein matematiikan opetukseen liittyviä toiminnallisia ideoita.

Varsinainen lisämateriaali on liitteenä opettajan oppaan lopussa ja tuntikokonaisuuksiin kuuluvat liitteet on pienennettyinä kunkin tunnin kohdalla. Opettajan oppaassa tuntikokonaisuuden perässä on maininta seuraavan tunnin aiheesta ja mahdollisesti tarvittavasta lisämateriaalista. Jokaista jaksoa varten on olemassa valmis koe.

Tuhattaiturin opettajan oppaan geometrian jakson ensimmäinen Tietolaari tulee vasta kolmion käsittelyn yhteydessä. Esimerkiksi koordinaatiston osalta oppilaan kirjassa on enemmän tietoa käsiteltävästä aiheesta kuin opettajanoppaassa. Opas ohjaa käsittelemään geometriaa samalla tavoin jakolaskua eli oppilaan kirjan kuvan tarkastelun kautta. Kuvan tarkastelua varten on koottu 4-9 kysymystä. Suurin osa kysymyksistä perustuu opetuskuvan tekstin pohjalle, joten ne testaavat lähinnä oppilaan luetun ymmärtämistä, eikä välttämättä kuvan asian ymmärtämistä.

Vasta tasokuvioiden (kolmion, nelikulmion ja ympyrän) kohdalla tarkastelussa keskitytään tarkemmin kuvaan ja sen sisältöön, vaikka niidenkin osalta kysymykset keskittyvät osittain tekstiin. Tekstiin liittyvän kysymyksen kautta kaikki oppilaat saadaan mukaan, mutta toisaalta on huomioitava haastaako valmiit kysymykset oppilasta pohtimaan ja hakemaan ongelmaan ratkaisua.

Geometrian jaksossa päässälaskuja on aina kolme tuntia kohden. Koordinaatiston ja symmetrian tuntien päässälaskut ovat pelkästään numeerisia, joten sanallisuutta päässälaskuissa on vasta peilauksen ja tasokuvioiden yhteydessä.

7 TULOKSET

Tutkimuksemme päätehtävänä oli tyypitellä eri oppikirjasarjojen harjoitustehtäviä ja pohtia, miten matematiikan oppikirjat ja opettajan oppaat tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen kehittymistä. Oppikirjojen tehtävät jakautuvat eri kirjasarjojen välillä hyvin samansuuntaisesti. Jokaisen tutkimamme kirjasarjassa jakolaskujakson oppilaan harjoitustehtävät painottuvat mekaanisiin LY-tason tehtäviin (taulukko 25). Näiden kognitiivisesti yksinkertaisimpien harjoitustehtävien osuus tehtävistä on huomattavan suuri. Luonteeltaan LY-tason tehtävät ovat useimmiten suljettuja tehtäviä, joissa on yksi oikea ratkaisutapa ja yksi oikea vastaus. Vähiten tehtäviä sijoittuu kognitiivisesti vaikeimmalle SA-tasolle, jotka tarjoavat riittävästi haasteita matemaattisesti edistyneemmille oppilaille.

TAULUKKO 25. Jakolaskutehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille eri kirjasarjoissa.

	LY -taso	YS -taso	SA -taso
Laskutaito	76,3 %	16,3 %	7,4 %
Matikkamatka, syysosa	80,1 %	16,4 %	2,8 %
Matikkamatka, kevätosa	47,2 %	36,8 %	16,0 %
Tuhattaituri	84,5 %	11,6 %	4,0 %

Toisena analysointikohteena tutkimuksessamme oli geometrian jakso. Geometrian tehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille oli huomattavasti tasaisempaa kuin jakolaskujaksoissa (taulukko 26).

TAULUKKO 26. Geometrian tehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille eri kirjasarjoissa.

	LY -taso	YS -taso	SA -taso
Laskutaito	24,8 %	59,3 %	15,9 %
Matikkamatka	36,8 %	42,6 %	20,7 %
Tuhattaituri	54,2 %	31,0 %	14,7 %

Jeremy Kilpatrickin, Jane Swaffordin ja Bradford Findellin (2001) matemaattisen osaamisen mallin mukaan tehokkailla ja täsmällisillä mekaanisilla harjoituksilla, jollaisia LY-tason tehtävät ovat, kehitetään oppilaan proseduraalista sujuvuutta (Kilpatrick ym. 2001, 116, 121). Tehtävät kehittävät proseduraalista tietoa, jolla tarkoitetaan sääntöjen, menetelmien tai algoritmien suorittamista tiettyjä esitystapoja hyväksikäyttäen. Tehtävien suorittaminen vaatii asiayhteyden ja esitysmuotojen ymmärtämistä, muttei välttämättä niiden tietoista ajattelemista. (Haapasalo 2004, 53.) Proseduurien hallinta on tärkeää käsitteellisen ymmärryksen kehittymiselle. Esimerkiksi paikkajärjestelmän käsitteellinen ymmärtäminen vaatii proseduraalisen sujuvuuden harjoittelua. (Kilpatrick ym. 2001, 121.)

Proseduraalinen tieto luo pohjaa konseptuaaliselle tiedolle, joka käsittää tiedon ymmärtämisen. Konseptuaalinen tieto, josta muun muassa Joutsenlahti (2004) käyttää käsitettä käsitteellinen tieto, on osa laajempaa tietokokonaisuutta. Esimerkiksi ongelmanratkaisussa pelkkä proseduurien ulkoa opetteleminen ei riitä, vaan tarvitaan kykyä yhdistää konseptuaalisesta tietoa ja opittuja proseduureja. Kansainvälisen TIMSS 1999 -tutkimuksen mukaan suomalaisnuorilla ilmeni puutteita juuri tiedon soveltamisen ja käyttämisen kannalta olennaisena pidetyssä käsitteellisessä osaamisessa. (Kupari & Törnroos 2004, 141–145.)

Oppikirjoissa käsitteellistä ymmärrystä kehitetään etenkin sanallisissa tehtävissä. Sanalliset tehtävät sijoittuvat analyysissä pääsääntöisesti YS-tasolle ja ovat useimmiten tuottamistehtäviä. Niissä oppilaat joutuvat muotoilemaan, esittämään ja ratkaisemaan matemaattisia ongelmia, joiden ratkaisumenetelmä ei ole oppilaalle etukäteen selvä. Ongelman ratkaisu vaatii oppilaalta matemaattisia työkaluja eli käsitteiden ja menetelmien hallintaa. Nämä ongelmanratkaisutehtävät kehittävät oppilaan strategista kompetenssia (Kilpatrick & Swafford 2002, 13.) Tutkimissamme kirjasarjoissa ongelmanratkaisutehtävien määrä vaihtelee. Yhdessä kirjasarjassa ongelmanratkaisutehtäviä on lähes jokaisella aukeamalla, kun taas toisessa kirjasarjassa ne ovat keskittyneet lähinnä kertaustehtäväsivuille. Ongelmanratkaisua vaativien tehtävien määrä on riippuvainen myös jakson käsittelemästä aiheesta.

POPS 2004 vaatii oppilaan matemaattisen ajattelun kehittämistä. Kilpatrick ym. (2001) mukaan mukautuvaa päättelyä voidaan pitää osana matemaattista ajattelua. Mukautuva päättely on kykyä loogiseen ajatteluun, reflektointiin ja tehtyjen matemaat-

tisten ratkaisujen selittämiseen ja todistamiseen. Näin ollen oppilas kykenee selittämään ja perustelemaan tekemiään ratkaisuja. (Kilpatrick & Swafford 2002, 14.) Matemaattista ajattelua voidaan kehittää kielentämisen avulla. Yhdessä tutkimistamme kirjasarjoista on valmiiksi kielentämistä harjoittavia tehtäviä, joissa oppilaan on ilmaistava suullisesti tai kirjallisesti laskutoimituksia ja niiden ratkaisutapoja. Matematiikan kielentämistä voidaan harjoituttaa ilman oppikirjan valmiita tehtäviä, mutta opettajalla on merkittävä rooli työskentelyn ohjaajana. Kilpatrick ym. (2002) mukaan juuri tämä osa-alue sitoo muut matemaattiset osa-alueet tiiviiksi kokonaisuudeksi.

Kyetäkseen tarkemmin vastaamaan kysymykseen oppimateriaalin POPS:n 2004 sisältönormien vastaavuuteen olisi pitänyt tarkastella oppikirjoja useammalta vuosiluokalta, sillä opetussuunnitelman perusteet on laadittu vuosiluokille 3-5. Asiakokonaisuudet ja tavoitteet vaihtelivat oppikirjasarjoittain erityisesti geometrian osalta. Jakolaskun suhteen kirjasarjojen aihekokonaisuudet ovat yhteneväisemmät. Jokaisessa tutkimissamme neljännen vuosiluokan kirjasarjassa harjoitellaan jakolaskun laskualgoritmia aluksi päässä laskuna ja myöhemmin jakokulmassa. Sisältö- ja ositusjako ovat omana kappaleenaan ainoastaan Tuhattaituri-kirjasarjassa. Yhtenä keskeisenä sisältönä POPS:ssa 2004 on sulkeiden käyttö. Jokaisessa tutkimissamme oppikirjassa harjoitellaan laskujärjestystä ja sulkeiden käyttöä erilaisilla harjoitustehtävillä. Jakolaskujaksossa kirjasarjojen eroavaisuudet tulevat ilmi selkeimmin tehtävien luonteessa ja erilaisissa merkitsemistavoissa.

Geometrijakson sisältövaatimusten toteutumiseen on vaikeampi vastata. Kirjasarjojen keskeiset sisällöt poikkeavat toisistaan jakolaskujaksoa enemmän. Neljännen vuosiluokan kirjasarjoista ainoastaan Matikkamatkassa harjoitellaan pienennöksiä ja suurennoiksi. Suoran suhteen peilaamista harjoitellaan jokaisessa tarkastelemassamme kirjasarjassa, pisteen suhteen peilaamista ainoastaan Tuhattaiturissa. Ympyrän ja sen osien käsittely puuttuu kokonaan Matikkamatkan neljännen vuosiluokan oppikirjasta. Opetettavat tasokuviot vaihtelevat muutenkin kirjasarjoissa ja kuvioden luokittelu ja niiden erilaisten geometrinen piirteiden tutkiminen jää osittain heikoksi. Kolmio, nelikulmio ja monikulmio esitellään kaikissa kirjasarjoissa. Laskutaito on ainoa kirjasarja, joka esittelee nelikulmioihin kuuluvan puolisuunnikkaan. Matikkamatka ja Laskutaito määrittelevät kuvioden ominaisuuksia. Tuhattaiturissa kuviot jäävät irrallisiksi määrittelemättömiksi käsitteiksi. Laskutaito ja Matikkamatka käsittelevät tasokuvioden lisäksi geometrisia kappaleita. Tuhattaiturin neljännen vuosiluokan kirjassa geometrisia

kappaleita ei opeteta. Kuvion piirin laskemista harjoitellaan jokaisessa kirjasarjassa, mutta pinta-alan laskemista vain Tuhattaiturissa. Tuhattaituri on myös ainoa kirja, joka käsittelee suorien yhdensuuntaisuutta. Kulmien luokittelua harjoitellaan jokaisessa kirjasarjassa, mittaamista käsitellään luultavasti viidennen vuosiluokan kirjoissa. Koordinaatiston osalta Tuhattaituri opettaa neljännellä vuosiluokalla koko koordinaatiston. Matikkamatkassa ja Laskutaidossa harjoitellaan vain ensimmäistä neljänestä.

Oppimateriaalin vastaavuudessa POPS:n 2004 tavoitenormeihin voidaan havaita eroavaisuuksia. Toisaalta niiden toteutumista taas on vaikea arvioida, sillä ne ilmenevät usein myös opettajan opetuksen kautta. Jokainen tarkastelemamme kirjasarja harjoittaa oppilaan peruslaskutaitoja, eikä tutkimisen ja havaintojen kautta oppimista oppilaan kirjoissa ei juurikaan harjoitella. Kyseiset tehtävät on usein sijoitettu opettajan kirjaan, josta opettaja voi niitä halutessaan teettää. Matemaattisia käsitteitä tulee jokaisessa kirjasarjassa. Oppilasta opetetaan niiden käyttöön, mutta usein käsitteet jäävät irrallisiksi sanoiksi vaille oppilaan ymmärryksen kehittämistä. Matikkamatka-kirjasarja erottuu selkeästi tehtävillä, jotka harjoittavat perustelujen ja ratkaisujen esittämistä muille. Kirjassa on paljon kielentämistehtäviä, joissa oppilaan tulee esittää toiselle laskutarinoita tai tehtävän ratkaisua suullisesti.

Kaikkien tarkastelemiemme kirjasarjojen tehtävät ovat laadittu usein oppilaalle tuttuihin arkipäiväisiin tilanteisiin, jolloin oppilaan on helpompi liittää matematiikan abstraktia järjestelmää omakohtaisiin kokemuksiinsa. POPS:ssa 2004 pääasiallisena tavoitteena on kehittää oppilaan luovaa ajattelua ja ohjata oppilasta löytämään, muokkaamaan ja ratkaisemaan ongelmia. Oppilas tarvitsee matemaattisten proseduurien hallintaa ratkaistakseen ongelmia, mutta varsinainen ongelmanratkaisutaitojen opettaminen jää tutkimissamme kirjasarjoissa vähäiseksi. Ainoastaan Matikkamatka-kirjasarja sisältää hiukan enemmän oppilaan luovaa ajattelua kehittäviä luonteeltaan avoimia tehtäviä.

Sosiaalista vuorovaikutusta matematiikan opiskelussa harjoitellaan jokaisessa kirjasarjassa erilaisten pelien avulla. Uutta asiaa ei varsinaisesti harjoitella yhteistoiminnallisesti vaan pelit ovat usein jakson lopussa kertaustehtävinä. Matikkamatkan sisältämät kielentämistehtävät harjoittavat myös oppilaiden yhteistoiminnallisuutta. Yhteistoiminnallisia harjoituksia on lisää opettajanoppaissa, mutta niiden hyödyntäminen jää opettajan harkintaan.

Tieto- ja viestintätekniiikan käyttö oppimisen tukemisessa vaihtelee kirjasarjoittain. Ainoastaan Matikkamatkassa laskintehtäviä on sijoitettu oppilaankirjaan. Opettajan oppaissa on lisämateriaalia, joissa voidaan hyödyntää esimerkiksi laskimen käyttöä. Suoranaista viittausta tietokoneen käyttöön ei ole missään tutkimistamme oppikirjasarjoista. Oppikirjojen kehyskertomuksissa on viitteitä www-osoitteisiin, mutta oppilaita ei suoraan ohjeisteta tutustumaan sivuihin.

POPS:ssa 2004 on kiinnitetty huomiota erilaisiin oppijoihin. Yhtenä opetuksen tärkeänä tavoitteena on kestävän matemaattisen pohjan rakentaminen ja onnistumisen kokemukset matematiikan opiskelussa (mt 2004, 156). Opettajan on oltava tietoinen oppilaan yksilöllisestä tasosta voidakseen tarjota jokaiselle haasteellista ja ymmärrettävää opetusta ja tiedostettava oppilaan mahdollisen eriyttämisen tarve syventävänä tai nopeuttavana. Opettajaa havainnointia helpottamaan on tarkastelemissamme kirjasarjoissa erilaisia testejä.

Yhtenä tutkimustehtävänäme oli tarkastella, millaista materiaalia oppikirjassa ja opettajan oppaissa on edistyneemmille oppilaille. Jokaisen tarkastelemamme kirjasarjan oppilaan kirjassa on perusharjoitustehtävien lisäksi erillisiä lisätehtäviä. Tehtävät jakautuvat kognitiivisille tasoille taulukoiden 27 ja 28 mukaan.

TAULUKKO 27. Jakolaskujakson lisätehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille eri kirjasarjoissa.

	LY -taso	YS -taso	SA -taso
Laskutaito	51,2 %	33,8 %	15,0 %
Matikkamatka	61,3 %	30,6 %	8,1 %
Tuhattaituri	27,5 %	60,3 %	12,2 %

TAULUKKO 28. Geometrian jakson lisätehtävien jakautuminen kognitiivisille tasoille eri kirjasarjoissa.

	LY -taso	YS -taso	SA -taso
Laskutaito	64,8 %	17,0 %	18,2 %
Matikkamatka	14,0 %	76,0 %	10,0 %
Tuhattaituri	59,1 %	29,1 %	11,8 %

Tarkasteltaessa tehtävien jakautumista eri kognitiivisille tasoille, voidaan todeta, että suurimmaksi osaksi lisätehtävät palvelevat nopeuseriyttämisessä eli tehtävät ovat hyvää lisämateriaalia oppilaille, jotka ovat nopeita laskijoita. Perusharjoitustehtävien tapaan myös lisätehtävissä kognitiivisesti haastavimpia SA-tason tehtäviä on vähiten. Ne sopivat erityisesti syvyyseriyttämiseen, jossa on tarpeellista tarjota oppilaalle haasteellisempia tehtäviä.

Sekä Laskutaidon että Tuhattaiturin opettajan kirjoissa on monistettavia lisätehtäviä nopeammin edistyville oppilaille. Laskutaidon lisätehtävämonisteet on luokiteltu vaikeustasonsa mukaan neliportaisella luokituksella helposta erittäin vaativaan harjoitukseen. Tuhattaiturin opettajan oppaan lisätehtävämonisteista opettajan on itse luokiteltava tehtävien vaativuustaso. Jokaisen tutkimamme kirjasarjan opettajan oppaassa on annettu asiakokonaisuuden yhteydessä erilaisia pohdinta ja päättelytehtäviä, jotka sopivat edistyneempien oppilaiden eriyttämistehtäviksi. Näiden tehtävien teettäminen on kiinni opettajan motivaatiosta ja sitoutuneisuudesta sekä ylös- että alaspäin tapahtuvaan eriyttämiseen. Kirjasarjoilla lienee tarkoituksena, että nopeasti edistyneiden, erityisesti syvyyseriyttämistä kaipaavien oppilaiden eriyttäminen tapahtuu erillisten lisätehtävävihkojen avulla, joita kirjasarjoihin on laadittu.

Viimeiseksi tutkimustehtäväksemme esitimme, miten kirjasarja huomioi erityistä tukea tarvitsevat oppilaat. Tarkastelemiemme kirjasarjojen oppilaan kirjan perustehtävät soveltuvat oikein valittuina erityistä tukea tarvitsevien oppilaiden harjoitteluun. Jokaisen kirjasarjan opettajan oppaassa on monistettavaa lisämateriaalia. Matikkamatkan opettajan oppaan monistettava lisämateriaali on kokonaisuudessaan suunnattu lisäharjoitusta tarvitseville oppilaille. Pääsääntöisesti eriyttämiseen käytetään kustantajien julkaisemia lisätehtävävihkoja.

Onnistumisen kokemukset ovat tärkeitä kaikille oppilaille, ja niiden saavuttamiseen on pyrittävä opetussuunnitelman perusteiden mukaan. Kokemukset tulevat sopivan haasteellisten tehtävien onnistuneen ratkaisemisen kautta. Niihin voidaan liittää myös Kilpatrickin matemaattisen osaamisen piirteistä matematiikkakuva. Se käsittää oppilaan asenteet matematiikkaa kohtaan ja luottamuksen omiin matemaattisiin taitoihin. PISA-tutkimuksessakin nähtiin suomalaisnuorten opetuksen tulevaisuuden haasteena matematiikan oppimista tukevien asenteiden ja opiskelustrategioiden kehittäminen. (Törnroos & Kupari 2005, 34-36.) Kilpatrickin & Swaffordin (2002, 14) mukaan matema-

tiikassa menestymiseen avain on viidestä osa-alueesta juuri matematiikkakuva, joka vaatii henkilökohtaista sitoutumista ja näkemystä matematiikan tärkeyteen. Onnistumisen kokemusten kautta kasvaa oppilaiden yritteliäisyys toisten osa-alueiden kehittymisen mukana. (Kilpatrick ym. 2001, 131–132.) Opettajan merkitys matematiikkakuvan syntyyn ja kehittymiseen on huomattava. Hänen asenteensa ja opetusmenetelmänsä vaikuttavat siihen, miten oppilas oppii, mutta myös siihen millaisena matematiikan oppijana oppilas itsensä kokee.

Myönteinen matematiikkakuva muiden osa-alueiden eli käsitteellisen ymmärtämisen, proseduraalisen sujuvuuden, strategisen kompetenssin ja mukautuvan päättelyn kanssa muodostaa kestävä matemaattisen pohjan tulevaisuutta varten. Kestävää matemaattista pohjaa ei voida rakentaa pelkästään proseduraalisilla matematiikan harjoituksilla, joissa oppilas rutiininomaisesti toistaa samaa menetelmää ilman haastavuutta ja ymmärryksen kehittämistä. Jos tehtävät ovat liian yksipuolisia nopeammin edistyvät eivät välttämättä saa riittäviä onnistumisen kokemuksia suorittaessaan mekaanisia laskutehtäviä. Toisaalta kestävä matemaattista pohjaa ei kehity, jos tehtävät ovat liian haasteellisia oppilaan osaamistasoon nähden.

8 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUDEN TARKASTELUA

Tutkimuksen luotettavuuteen liittyvistä kysymyksistä löytyy useita erilaisia käsityksiä laadullisen tutkimuksen piirissä, sillä ei ole olemassa yhtenäistä laadullisen tutkimuksen perinnettä. Oppaiden luotettavuustarkastelut ovat hyvin erilaisia ja eri asioita painottavia. (Tuomi & Sarajärvi 2002, 131.)

8.1 Luotettavuuden arviointia

Laadullisessa tutkimuksessa validiteetin ja reliabiliteetin käsitteiden käyttöä on kritisoitu, sillä ne ovat syntyneet määrällisen tutkimuksen tarpeisiin. Monet laadullisen tutkimuksen oppaat ehdottavat käsitteiden hylkäämistä ja niiden korvaamista laadullisen tutkimuksen luotettavuutta arvioitaessa. (Tuomi & Sarajärvi 2002, 134.) Keskeinen ero laadullisen ja määrällisen tutkimuksen luotettavuutta arvioitaessa on arvioinnin kohde. Määrällisessä tutkimuksessa luotettavuutta tarkastellaan mittauksen luotettavuudesta käsin kun taas laadullisessa tutkimuksessa tarkastelun kohteena on tutkija itse. Laadullisen tutkimuksen luotettavuutta pyritään osoittamaan tutkimusaineiston ja tutkimustekstin yhtenevyydellä. Teoreettisten ja käsitteellisten määritelmien on oltava sopusoinnussa keskenään ja tutkimuskohde on kuvattava täsmällisesti. Aineiston tulkinnan tulee olla ristiriidatonta ja useammalla tutkijalla varmistetaan tutkimuksen objektiivisuutta. (Eskola & Suoranta 1998, 210–214.)

Tutkimusaineistomme sisältää kaikkien kustantajien oppikirjasarjat, jotka ovat uudistettu vuonna 2006 käyttöön tulevan POPS 2004 mukaisiksi. Kustantajille on materiaalia tilattaessa kerrottu tutkimuksemme tarkoituksesta. Kukaan kustantajista ei ole tutkimuksen tilaajana tai alullepanijana, jolloin tutkijat ovat heidän suhteensa puolueettomassa asemassa. Puolueettomuus on tutkimuksessa ehdoton, jotta tutkimustulokset olisivat keskenään verrannolliset.

Olemme valinneet jokaisesta kirjasarjasta analysoitavaksemme samoja aihekokonaisuuksia sisältävät jaksot. Kirjasarjojen jaksojen sisällöissä on eroavaisuuksia, mutta ne eivät vaikuta saamiimme tuloksiin tai vähennä niiden keskinäistä vertailua. Aineiston

laadulliseen analyysiin on yhdistetty myös määrällistä analyysia selkeyttämään ja monipuolistamaan aineistosta tehtyjä havaintoja.

Ennen tehtävien luokittelua olemme määritelleet tarkat analysointisäännöt. Tutkimuksen aikana MOT-hankkeessa yhteisesti määriteltyjä luokittelu- ja tyypittelyperusteluja jouduttiin muokkaamaan, joten olemme vertailleet aineistosta tekemiämme luokitteluja useampaan kertaan ja pitkällä aikavälillä. Luokitellusta aineistosta on liitetty mukaan esimerkkitehtäviä havainnollistamaan käyttämäämme luokittelumallia ja antaa lukijalle mahdollisuuden kontrolloida luokittelujen yhdenmukaisuutta. Tutkimuksessa käytettyjä käsitteitä on pyritty määrittelemään mahdollisimman tarkasti sekaannusten välttämiseksi.

8.2 Triangulaatio

Tutkimuksessa käytetyt menetelmät eivät ole neutraaleja välineitä, jotka tuottavat toimintoja samat tulokset ohjaavasta ajattelusta, tutkijasta tai tiedonlähteestä riippumatta. Triangulaatiolla pyritään vastaamaan juuri tähän ongelmaan, sillä yksinkertaistetusti sillä tarkoitetaan erilaisten metodien, tutkijoiden, tiedonlähteiden ja teorioiden yhdistämistä tutkimuksessa. Triangulaatioissa tutkija ei voi sitoutua vain yhteen näkökulmaan. (Tuomi & Sarajärvi 2002, 140–141.)

Tutkimuksessamme on erotettavissa triangulaatiosta seuraavat päätyypit:

Tutkijaan liittyvä triangulaatio, jolla tarkoitetaan, että aineiston kerääjänä ja analysoijana toimii useampi tutkija. Useampi tutkija monipuolistaa tutkimusta ja tuo esiin laajempia näkökulmia. Teoriaan liittyvä triangulaatio, jolloin tutkittavia ilmiöitä lähestytään eri teorioiden näkökulmasta. (Eskola & Suoranta 1998, 69–70.)

Kun tutkimuksessa käytetään useampaa kuin yhtä triangulaation tyyppiä, voidaan puhua niin sanotusta monitriangulaatioista. (Tuomi & Sarajärvi 2002, 142–143.)

9 POHDINTA

Opetushallituksen lopetettua valmisteilla olevan oppimateriaalin tarkistamisen oppimateriaalitutkimus on noussut entistä tärkeämpään asemaan. Sen tavoitteena on kartuttaa tietoa, jonka avulla voidaan parantaa oppikirjoja ja opetusta määriteltyjen tavoitteiden saavuttamiseksi. Karin (1987, 9) mukaan on tärkeää, että oppimateriaalitutkimukseen kuuluvat kaikki osat: oppikirjan tekijä, oppikirja, opettaja ja oppilas. Tekevässä tutkimuksessa olemme keskittyneet lähinnä oppikirjan tarkasteluun, ja sen tarjoamiin opettajan pedagogisiin vihjeisiin.

Pro gradu -tutkimuksemme tarkoituksena on ollut tyypitellä eri matematiikan kirjasarjojen tehtäviä ja tuottaa riippumaton arvio kunkin kirjasarjan vahvuuksista ja heikkouksista. Yhtenä tutkimuksemme lähtökohtana oli Eero K. Niemen (2004, 143, 165) tutkimus opettajan valitsemista oppikirjoista, ja niiden vaikutuksesta oppimismenetelmiin ja oppimistuloksiin. Emme ole tutkimuksessamme millään tavalla tutkineet analysoimiemme kirjojen vaikutusta oppituloksiin, vaan pyrkineet tuomaan oppikirjojen ominaisuuksia ja haastamaan opettajan itse pohtimaan lähtökohtiaan oppikirjan valitsemiseen.

Tutkimustyö on ollut erittäin mielenkiintoista ja haastavaa, ja sen kautta olemme mielestämme päässeet ainakin yhden vuosiluokan osalta matematiikan oppikirjojen ytimeen. Tutkimuksen laajeneminen yhdeksi osaksi syksyllä 2005 perustettua Matematiikan oppimateriaalin tutkimus -hanketta toi oman leimansa tutkimukseemme. MOT-hankkeen seminaarinaareissa yhdessä määriteltyjen tutkimusongelmien avulla olemme saaneet tutkimukseemme näkökulmia, joihin emme olisi osanneet kiinnittää huomiota. Ne ovat myös ohjanneet työskentelyämme eteenpäin. Toisaalta hanke on sitonut työskentelyämme siinä määrin, että tutkimuksemme ollessa jo loppuvaiheessa, jouduimme tarkentamaan analyysirunkoa MOT-hankkeen mukaiseksi. Tämän vuoksi geometrian tehtävien analyysi on suppeampi jakolaskuun verrattuna. Koemme tutkimuksen merkittäväksi, koska vastaavanlaista tutkimusta ei ole aikaisemmin tehty näin suuressa mittakaavassa.

Matematiikan oppimateriaali tullut tutkimuksen myötä tutummaksi. Samalla kriittisyys oppimateriaalia kohtaan on kasvanut. Tutkimuksen edetessä olemme joutuneet useam-

paan otteeseen pohtimaan, miten kuvailemme oppimateriaalia, ja sen sisältämiä tehtäviä mahdollisimman objektiivisesti, koska samalla se vaikuttaa käsitykseen koko kirjasarjasta. On ollut haasteellista analysoida kirjasarjoja niin, että ne todella kuvaisivat oppikirjaa ja loisivat lukijalle oikeanlaisen käsityksen ja mielikuvan kirjasta.

Luokanopettajaksi valmistuvina olemme tulevaisuudessa valitsemassa luokallemme oppikirjoja, ja siitä näkökulmasta tarkasteltuna tutkimuksellamme on tärkeä asema itsellemme, mutta myös muille luokanopettajille. Tutkimuksemme kautta haluamme herätellä lukijat pohtimaan, millainen matematiikkakuva opettajalla itsellään on, vaikka sitä ei ole suoranaisesti asetettu tutkimuksen tavoitteeksi. Tietyn kirjasarjan valitseminen saattaa kuitenkin kertoa siitä, mitä ja millaisia piirteitä opetuksessaan haluaa painottaa. Toki kirjan valitsemiseen saattavat vaikuttaa esimerkiksi ulkoiset syyt, kuten Perkkilä (2002, 160) tutkimuksessaan toteaa.

Heinonen (2005) on tutkinut opettajien käsityksiä siitä, miten oppimateriaalit vaikuttavat opettamiseen. Opettajien mielestä oppimateriaalien tulee olla oppilaita kiinnostavia, motivoivia ja riittävän havainnollisia. Lisäksi materiaalin tulisi tarjota riittävästi eriyttämisen mahdollisuuksia. (Heinonen 2005, 127.) Tässä valossa tarkasteltuna tutkimamme matematiikan opettajanoppaat täyttävät paikkansa, joskin on huomioitava käsitteen *riittävä* joustavuus. Oppaissa on paljon materiaalia, joita opettaja voi käyttää opetuksessaan sekä lisämateriaalina että eriyttävinä tehtävinä. Laskutaidossa monistetava materiaali on aina luvun loppuosassa, ja se on monipuolista huomioiden eritasoiset oppilaat. Matikkamatkassa monistettava lisämateriaali on oppaan lopussa jaksoittain. Ne on nimetty tukiopetusmonisteiksi, joihin on aina erikseen merkitty tehtävien tavoitteet. Tukiopetusmateriaaliksi nimeäminen antaa jo ilman tarkempaa tutustumista käsityksen, että materiaali on suunnattu heikoimmille ja hitaimmille oppilaille. Tuhat-taiturissa lisätehtävät ovat oppaan takana liitteenä ja otsikoituina. Liitteet on merkitty jaksoittain, joten opettajan helppo löytää lisämateriaalia. Toisaalta opettajan täytyy itse selvittää tehtävien vaikeustaso kuten tuloksissa luvussa 7 olemme maininneet.

Eriyttämisen huomioiminen suurissa luokissa on haasteellista, mutta välttämätöntä. Opettajan oletetaan huomioivan jokaisen oppilaan tarpeet. Vaikka kirja ei suinkaan ole ainoa oppimateriaali, on se vielä esimerkiksi matematiikassa tärkeä oppiväline. Siksi tehtävien monipuolisuus ja sopiva haasteellisuus on tärkeä elementti matematiikan oppikirjoissa. Myös kirjojen ulkoasu vaikuttaa oppilaisiin eri tavalla, ja olemme kiinnit-

täneet siihen huomiota tutkimuksen analyysin edetessä. Laskutaidossa ja Tuhattaiturissa on selkeät kuvat ja opetuskokonaisuudet, joista oppilas voi tunnilla omatoimisesti tarkastaa esimerkin avulla käytettävän laskutavan. Matikkamatkassa opetusosuus saattaa olla hankala esimerkiksi hahmotushäiriöiselle lapselle, sillä eriväriset taustat ja puhekuplissa ilmenevät opetukset saattavat jäädä taka-alalle muun informaation keskeltä. Toisaalta Matikkamatka on kuvitukseltaan mielenkiintoinen ja haastaa etenkin edistyneet oppilaat matematiikan pariin.

Olenaisin asia Heinosen (2005) mukaan opettajanoppaissa oli kyselyyn vastaavien opettajien mielestä selkeys ja kokeellisuuteen kannustaminen (Heinonen 2005, 127). Kaikkien tutkimiemme matematiikan opettajanoppaiden tunti- ja aihekokonaisuuksista löytyy lisämateriaalia myös muuhunkin kuin selkeään eriyttämiseen. Tehtävät ovat pelejä tai parityöskentelymateriaalia, joihin opettajaa ohjeistetaan oppaassa. Etenkin Laskutaidossa ja Tuhattaiturissa toiminnalliset tehtävät löytyvät pääsääntöisesti opettajan materiaalista. Matikkamatkassa yhteistoiminnallisten aukeamien idea on muihin kirjasarjoihin verrattuna oivallinen. Ne on sijoitettu oppilaan kirjaan, joten niiden pelaaminen ei ole sidottu selkeästi matematiikan tuntiin ja/tai opettajan antamaan ohjeistukseen. Ihanteellisella tavalla tarkasteltuna matematiikka voidaan oppilaan kirjoistakin löytyvien pelien kautta tuoda integroidusti muihinkin oppiaineisiin ja samalla eheyttää opetusta. Parhaimmassa tapauksessa pelit saavat innostumaan matematiikasta kaiken tasoiset oppilaat. Kokeellisuus tulee esille lähinnä geometriajaksossa, jonka tehtävissä toiminnallisuutta korostetaan huomattavasti enemmän kuin esimerkiksi jakolaskujaksossa.

Matematiikkaa pidetään tulevaisuuden alana, jota tarvitaan kasvavalla tekniikan alalla. Mielestämme on olennaista pohtia, miten tulevaisuuden haasteet näkyvät matematiikan oppikirjoissa. Tieto- ja viestintätekniikan osuus oppimisen tukena oppikirjojen sisällöissä on yllättävän vähäistä siihen nähden, miten tekniikkaa yleisesti ottaen käytetään. Jokaisessa kirjasarjassa on vaihteleva määrä yksittäisiä tehtäviä, joiden tehtävänä on tutustuttaa laskinten käyttöön. Olemme pohtineet, voiko tieto- ja viestintätekniikan vähyys johtua siitä, että POPS:n 2004 määrittelemät tavoitteet ovat sen verran haasteelliset ja muuta käsiteltävää asiaa on niin paljon, että sen käyttäminen on helppo jättää vähemmälle.

Tulevaisuuden aloilla korostetaan myös yhteistyötä. Yhteistoiminnallisissa tehtävissä ja parityöskentelyssä korostuu tiimityöskentely korostuu. Oppikirjoista voi huomata, että matematiikka koetaan oppiaineena, jota ei tarvitse tehdä aina yksin. Yhdessä tekemisen kautta oppilas saattaa saada oivalluksia, jotka syntyvät toisten kanssa jaetuista ajatuksista ja mielipiteistä. Osaksi tähän nivoutuu ajatus kielentämisestä, jota olemme käsitelleet tarkemmin luvussa 2.2.2.

Haastavatko kirjat pohtimaan ongelmia ja suunnataanko niissä kokeilemaan erilaisia vaihtoehtoja vai onko matematiikka alaluokilla vielä mekaanista suorittamista? Kuinka monipuolisia matematiikan oppikirjat ovat? Olemme luvussa 2.3 käsitelleet matemaattista osaamista ja sitä, miten proseduraalinen tieto luo pohjaa käsitteelliselle tiedolle. Pelkkien mekaanisten proseduurien osaaminen ei ole syvää osaamista, jota ongelmanratkaisutaidot vaativat. Kansainvälisen TIMSS 1999 -tutkimuksen mukaan suomalaisnuorten tiedon soveltaminen ja käyttäminen oli puutteellista. Herää kysymys, painottaako matematiikan oppimateriaali liiaksi mekaanista harjoittelua ongelmanratkaisutaitojen nojalla vai onko opetussuunnitelmassa painotettu vääriä asioita.

Tulevina luokanopettajina olemme joutuneet myös miettimään, miten itse hallitsemme matematiikan perustaitoja. Osaamme laskea sujuvasti, mutta hallitsemme mekaanisen laskemisen lisäksi matemaattista tietoa, joka laskujen taustalla on. Välijärvi (2005, 183) toteaa PISA-tutkimusten kautta, että opettajan valmiudet ja taitojen riittävyys oppiaineen osalta on tärkeä osa tehokasta oppimista. PISA 2003 osoittaa, että Suomessa oppilaat kokevat opettajien antavan riittävästi tukea oppimiseen. Toisaalta on huomioitava, että PISA-tutkimuksessa kohderyhmänä oli 15-vuotiaat nuoret, joita opettavat aineenopettajat. Luokanopettajilla eri oppiaineisiin perehtyminen jää ymmärrettävistä syistä vähemmälle, kun opiskeltavia aineita on useampia. Tästä näkökulmasta tarkastellen on hyvä, jos opettajan oppaista löytyy valmiiden vastausten lisäksi selkeää taustatietoa käsiteltävään oppiaineeseen liittyen.

Eero K. Niemen (2004) tutkimuksen mukaan, valtaosalle opettajista käytettävä oppikirja on opetussuunnitelmaa tärkeämpi apuväline (Niemi 2004, 192). Olemme tutkimuksen edetessä ja aineistoa käsitellessä pohtineet, perustuuko koulujen opetussuunnitelmat ja sen mukainen opetus valtakunnallisen opetussuunnitelman vai oppikirjojen pohjalle. Tutkimuksessamme olemme pyrkineet vastaamaan tutkimustehtäväksi asetettuun kysymykseen, kuinka kustantajan laatima oppimateriaali vastaa Peruskoulun ope-

tussuunnitelman perusteisiin 2004. Haasteellisena jatkotutkimuksena voisi olla koulujen opetussuunnitelmien vastaavuus eri kirjasarjojen kanssa eli kuinka oppikirjat ohjaavat koulujen itselaatimia opetussuunnitelmia.

LÄHTEET

Analysoidut oppikirjat:

Salonen, M., Sintonen, A-M., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 2005a. Laskutaito 4. Syysosa. Opettajan kirja. Helsinki: WSOY.

Salonen, M., Sintonen, A-M., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 2005b. Laskutaito 4. Kevätosa. Opettajan kirja. Helsinki: WSOY.

Sintonen, A-M., Uus-Leponiemi, T., Ilmavirta, R. & Rikala, S. 2004. Laskutaito 4. Syysosa. Helsinki: WSOY.

Sintonen, A-M., Uus-Leponiemi, T., Ilmavirta, R. & Rikala, S. 2005. Laskutaito 4. Kevätosa. Helsinki: WSOY.

Lilli, M., Putkonen, H. & Sinnemäki, J. 2003. Matikkamatka 4. Syksy. Opettajan opas. Helsinki: Tammi.

Lilli, M., Putkonen, H. & Sinnemäki, J. 2004. Matikkamatka 4. Kevät. Opettajan opas. Helsinki: Tammi.

Putkonen, H. & Sinnemäki, J. 2005a. Matikkamatka 4. Syksy. Helsinki: Tammi.

Putkonen, H. & Sinnemäki, J. 2005b. Matikkamatka 4. Kevät. Helsinki: Tammi.

Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P. & Vehmas, P. 2004a. Tuhattaituri 4a. Opettajan opas. Helsinki: Otava.

Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P. & Vehmas, P. 2004b. Tuhattaituri 4b. Opettajan opas. Helsinki: Otava.

Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P. & Vehmas, P. 2004c. Tuhattaituri 4a. Helsinki: Otava.

Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P. & Vehmas, P. 2005. Tuhattaituri 4b. Helsinki: Otava.

Lähteet

Autonen, P. & Melartin, A. 2004. ”Hei, kielennetään matematiikkaa.” Toimintatutkimus matematiikan kielentämisestä esiopetusryhmässä. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinnan toimipaikka. Pro gradu- tutkielma.

Berry, J. & Sahlberg, P. 1995. Matematiikka elämään. Juva: WSOY.

Burton, L. 1984. Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education* 15, 35-47.

Eskola, J. & Suoranta, J. 1998. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Tampere: Vastapaino.

Grönfors, M. 1982. Kvalitatiiviset kenttätutkimusmenetelmät. Juva: WSOY.

Haapasalo, L. 1994. Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.

Haapasalo, L. 2004. Pitääkö ymmärtää voidakseen tehdä vai pitääkö tehdä voidakseen ymmärtää? Julkaisussa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Niilo Mäki Instituutti, 50- 83.

Heinonen, J-P. 2005. Opetussuunnitelmat vai oppimateriaalit. Peruskoulun opettajien käsityksiä opetussuunnitelmien ja oppimateriaalien merkityksestä opetuksessa. Helsingin yliopisto.

Hämeenlinnan normaalikoulun opetussuunnitelma. 2005. 87-95.

Jones, L. 2003. The problem with problem solving. Julkaisussa Thompson, I. (toim.) Enhancing primary mathematics teaching. Philadelphia: Open University Press Maidenhead, 86-97.

Joutsenlahti, J. 2003. Matemaattinen ajattelu ja kieli – mielenkiintoinen ulottuvuus uudessa opetussuunnitelmassa. Teoksessa Projekteja ja prosesseja – opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 8, 3 – 14.

Joutsenlahti, J. 2005. Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä: 1990- luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. Acta Universitatis Tamperensis 1061.

Kaasila, R., Laine, A. & Pehkonen, E. 2004. Luokanopettajaksi opiskelevien matematiikkakuva ja sen muuttuminen. Julkaisussa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti, 397-413.

Kangasniemi, E. 1989. Opetussuunnitelma ja matematiikan koulusaavutukset. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 28.

Kari, J. 1987. Oppimateriaalitutkimuksen teoreettisia lähtökohtia. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja B. Teoriaa ja käytäntöä 4.

Kilpatrick, J. & Swafford, J. (toim.) 2002. Helping Children Learn Mathematics. Washington DC: National Academy Press.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (toim.) 2001. Adding it up. Washington DC: National Academy Press.

Kupari, P. 1999. Laskutaitoharjoittelusta ongelmaratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomuksen opetuksen muovaajina. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 7.

Kupari, P. & Törnroos, J. 2004. Matematiikan osaaminen peruskoulussa kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Julkaisussa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti, 138-169.

Kyngäs H. & Vanhanen L. 1999. Sisällön analyysi. *Hoitotiede* 11 (1), 3-12.

Leino, J. 2004. Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Julkaisussa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti, 20-31.

Mikkilä-Erdmann, M., Olkinuora, E. & Mattila, E. 1999. Muuttuneet käsitykset oppimisesta ja opettamisesta – haaste oppikirjoille. *Kasvatus* 30 (5), 436-449.

Niemi, E. K. 2004. Perusopetuksen oppimistulosten kansallinen arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisessa kontekstissa. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Turku: Turun yliopisto.

Pehkonen, E. 1999. Professorien matematiikkakäsityksistä. *Kasvatus* 30 (2), 120-127.

Pehkonen, E. 2000. Ymmärtäminen matematiikan opetuksessa. *Kasvatus* 31 (4), 375-381.

Pehkonen, E. 2001. Problem Solving in Mathematics Education. Julkaisussa Pehkonen, E (toim.) Problem Solving Around the World. Turku: Painosalama, 7-9.

Pehkonen, E. 2001. Mitä on matematiikka ja miten sitä osatan koulussa. *Arkhimedes* (3), 14-17.

Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.

Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 2004. Helsinki: Opetushallitus.

Tuomi, J. & Sarajärvi, A. 2002. Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Tammi.

Törnroos, J. 2004. Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset –seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Koulutuksen tutkimuslaitos: Jyväskylän yliopisto.

Törnroos, J. & Kupari, P. 2005. Suomalaisnuorten matematiikan osaaminen. Julkaisussa Kupari, P. & Välijärvi, J. (toim.) Osaaminen kestäväällä pohjalla. PISA 2003 Suomessa. Jyväskylä: Gummerus Oy, 7-36.

Välijärvi, J. 2005. Oppimisen ympäristöt ja opiskeluolosuhteet. Julkaisussa Kupari, P. & Välijärvi, J. (toim.) Osaaminen kestäväällä pohjalla. PISA 2003 Suomessa. Jyväskylä: Gummerus Oy, 183-222.

Välijärvi, J. 2005. Suomalainen peruskoulu kansainvälisessä vertailussa. Julkaisussa Kupari, P. & Välijärvi, J. (toim.) Osaaminen kestäväällä pohjalla. PISA 2003 Suomessa. Jyväskylä: Gummerus Oy, 1-6.

Yrjönsuuri, R. 2002. Opit kun haluat. Matematiikkaa ja yhteistyötä. Hamina: Oy Kotkan Kirjapaino Ab.

Yrjönsuuri, R. 2004. Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Julkaisussa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti, 111-122.

Internet-lähteet

Ikäheimo, H. 2005. Jakokulman määrittely.

http://www.opperi.fi/04_artikkeli/41_jakokulma.html. (27.3.2006)

Kim, B. 2001. Social constructivism. Teoksessa Orey, M. (toim.) 2001. Emerging Perspectives on Learning, Teaching and Technology.

<http://www.coe.uga.edu/epltt/SocialConstructivism.htm>. (31.1.2006)

Kupari, P. & Välijärvi, J. (toim.). 2005. Osaaminen kestäväällä pohjalla. PISA 2003 – Suomessa. Jyväskylä: Gummerus Oy. [http://ktl.jyu.fi/pisa/PISA_2003 - RAPORTTI.pdf](http://ktl.jyu.fi/pisa/PISA_2003_-_RAPORTTI.pdf). (25.11.2005)

Kustannusosakeyhtiö Otava. Yrityksen www-sivut. <http://www.otava.fi/default.cfm?cd=1038&depth=2&dept0=1004&dept1=1038&book=1299>. (8.2.2005)

Kustannusosakeyhtiö Tammi. Yrityksen www-sivut. <http://www.tammi.fi/asp/empty.asp?P=3455&VID=default&SID=411889598287695&S=0&C=24913>. (8.2.2005)

Kustannusosakeyhtiö Tammi. Yrityksen www-sivut. <http://www.tammi.fi/asp/empty.asp?P=3664&VID=default&SID=590237079283289&S=0&C=20143>. (8.2.2005)

MOT-hanke. 2005. www.opit.fi. (9.3.2006)

Opetushallitus. 2004. Opetuksen sääntelyjärjestelmä. www.oph.fi. (8.2.2005)

WSOY. Yrityksen www-sivut. <http://www.wsoy.fi/oppi/index.jsp?l=AA&a=MA&c=sarja&sarja=LAS>. (8.2.2005)