

MATH.FI VERKKO-OPPIMISYMPÄRISTÖÄ KÄYTTÄVIEN OPPILAJDEN  
MATEMATIIKKAKUVA

Tampereen yliopisto  
Kasvatustieteiden yksikkö  
Aineenopettajan koulutus  
Pro gradu -tutkielma  
Topi Anjala  
Kevät 2013

TAMPEREEN YLIOPISTO

Kasvatustieteiden yksikkö, aineenopettajan koulutus

ANJALA, TOPI: Math.fi verkko-oppimisympäristöä käyttävien oppilaiden matematiikkakuva

Pro gradu -tutkielma, 68 sivua, 1 liitesivu.

Huhtikuu 2013

---

## TIIVISTELMÄ

Suomalaisoppilaat menestyvät kansainvälistä matemaattista osaamista mittaavissa tutkimuksissa erinomaisesti, mutta heidän matematiikkaan liittyvät asenteensa ovat kuitenkin kansainvälisesti vertaillen heikot. Lääkkeeksi heikkoihin asenteisiin on tarjottu muun muassa teknologian aiempaa laajamittaisempaa hyödyntämistä osana opetusta. Suomessa tieto- ja viestintäteknologiaa käytetään opetuksessa kansainvälisesti vertaillen vähän.

Math.fi on Oriveden yhteiskoulussa käytettävä verkko-oppimisympäristö, joka on tarkoitettu peruskoulun ylempien luokkien päätoimiseen matematiikan opiskeluun. Oppimisympäristön tekijöiden johtavana ajatuksena on ollut kehittää matematiikan opetusta aiempaa oppijajohtoisemmaksi hyödyntämällä tieto- ja viestintäteknikan tarjoamia mahdollisuuksia. Järjestelmän perustana ovat Opetushallituksen hyväksymät perusopetuksen perusteet ja sen oppisisällöt ovat vapaasti hyödynnettävissä.

Tutkimuksessa tarkastellaan Math.fi verkko-oppimisympäristöä käyttävien oppilaiden matematiikkakuvaa. Matematiikkakuvalla tarkoitetaan oppilaiden uskomuksia matematiikasta. Matematiikkakuvaa tutkimalla on mahdollista selvittää, minkälaisena oppilaat kokevat matematiikan opiskelun Math.fi verkko-oppimisympäristössä. Matematiikkakuvaan liittyvät uskomukset voidaan jakaa uskomuksiin itsestä matematiikan oppijana, uskomuksiin matematiikasta ja sen oppimisesta ja opettamisesta sekä siihen liittyvästä sosiaalisesta kontekstista. Uskomukset ovat yhteydessä oppilaiden motivaatioon, ja ne heijastavat heidän todellista osaamistaan.

Tutkimusmenetelmä oli kvantitatiivinen ja oppilaiden uskomuksia mitattiin väittämien avulla. Tutkimusjoukkona toimivat 145 Oriveden yhteiskoulun oppilasta. Väittämien rakennetta tarkasteltiin ensin faktorianalyysin avulla, jonka jälkeen niistä muodostettiin summamuuttujia. Tämän jälkeen vastaajat pisteytettiin uskomuksien myönteisyyden tai kielteisyyden selvittämiseksi. Verkko-opetuksessa olevien oppilaiden antamia vastauksia myös verrattiin tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden vastauksiin ja verkko-opiskelijoiden sukupuolten väliset erot mitattiin.

Math.fi:n avulla opiskelevien oppilaiden matematiikkakuva oli keskimäärin varsin myönteinen. Keskeisimpien tutkimustulosten mukaan verkko-opiskelijat kokivat etenkin matematiikan oppimiseen ja opettamiseen liittyvän sosiaalisen kontekstin myönteisenä. Myös verkko-opetuksessa olevien tyttöjen ja poikien uskomukset itsestään matematiikan oppijoina erosivat poikien eduksi.

Verkko-opiskelijoiden myönteisiä uskomuksia sosiaalisesta kontekstista voivat selittää järjestelmän opettajalle tarjoamat raportointi- ja seurantaprosessit ja oppilasjohtoisen työtavan korostaminen. Onnistumisen tunteet verkko-opinnoissa ovat voineet edesauttaa myönteisen matematiikkakuvan muodostumista. Poikien tyttöjä vahvempi matemaattinen minäkäsitys on yleisesti havaittu ilmiö. Uskomuksiin liittyvät sukupuolten väliset erot johtuvat todennäköisimmin tyttöjen ja poikien erilaisista kohtelutavoista.

Asiasanat: Asteet, kvantitatiivinen tutkimus, matematiikkakuva, motivaatio, tunteet, uskomukset, verkko-oppiminen, verkko-oppimisympäristö.

# SISÄLLYS

1 Johdanto .....	1
2 Verkko-opetus .....	3
2.1 Verkko-oppimisen käsite ja lyhyt historia.....	3
2.2 Verkko-opiskelun aika- ja paikkasidonnaisuus .....	4
2.3 Verkko-opetuksen toteutustavat .....	5
3 Oppimisympäristö .....	6
3.1 Oppimisympäristön eri ulottuvuudet.....	6
3.2 Verkko-oppimisympäristö ja -alusta .....	7
4 Math.fi – matemaattisen ajattelun oppimisympäristö .....	9
4.1 Taustaa.....	10
4.2 Verkko-opetuksen toteuttaminen .....	10
4.3 Oppimisympäristön toiminnot oppilaille.....	11
4.4 Oppimisympäristön toiminnot opettajille.....	13
4.5 Oppimisympäristön pedagogiset tavoitteet ja niiden toteutus.....	14
5 Matematiikkakuva.....	17
5.1 Matematiikkakuva tutkimuksen teoreettisena pohjana .....	17
5.2 Matematiikkakuvaan liittyvien käsitteiden määrittelyä.....	17
5.2.1 Tieto .....	18
5.2.2 Uskomukset ja käsitykset.....	19
5.2.3 Asenteet ja tunteet.....	20
5.2.4 Motivaatio .....	21
6 Katsaus aiempiin tutkimuksiin.....	23
6.1 Suomalaisoppilaiden matematiikkakuva.....	23
6.1.1 Uskomukset itsestä matematiikan oppijana .....	24
6.1.2 Uskomukset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta .....	24
6.1.3 Uskomukset sosiaalisesta kontekstista, jossa oppiminen ja opettaminen tapahtuvat .....	25

6.2 Oppilaiden asenteet tietokoneiden avulla opiskelua kohtaan.....	26
6.3 Tunteiden merkitys osana verkko-oppimista .....	26
7 Tutkimuskysymykset .....	29
8 Tutkimusmenetelmä.....	30
8.1 Tutkimusjoukko.....	30
8.2 Mittari.....	31
8.2.1 Mittarin validiteetti .....	31
8.2.2 Mittarin reliabiliteetti .....	32
8.3 Aineiston keruu .....	34
8.4 Tilastolliset menetelmät .....	34
8.4.1 Kahden toisistaan riippumattoman ryhmän vertailu .....	34
8.4.2 Faktorianalyysi.....	35
8.4.3 Summamuuttujat ja vastaajien ryhmittely.....	37
9 Tutkimustulokset.....	39
9.1 Matematiikkakuvan määrittely.....	39
9.2 Verkko-opetuksessa olevien oppilaiden matematiikkakuva .....	45
9.2.1 Uskomukset itsestä matematiikan oppijana .....	47
9.2.2 Uskomukset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta .....	48
9.2.3 Uskomukset sosiaalisesta kontekstista, jossa oppiminen ja opettaminen tapahtuvat .....	51
9.2.4 Muut väittämät .....	54
9.3 Sukupuolten väliset erot matematiikkakuvassa.....	54
10 Pohdinta .....	57
Lähteet.....	63
Liite 1: Väittämät .....	69

# 1 JOHDANTO

Peruskoulujärjestelmämme on osoittautunut matematiikassa (Kupari, Vettenranta & Nissinen 2012, 17–23; Sulkunen ym. 2010, 18–19) ja muissa oppiaineissa kansainvälisesti vertaillen kilpailukykyiseksi. Tästä huolimatta suomalaisoppilaat pitävät matematiikasta vain vähän eivätkä anna arvoa matematiikan osaamiselle (Kupari ym. 2012, 70; Välijärvi ym. 2007, 57).

Lääkkeeksi oppilaiden heikkoihin asenteisiin ja motivaatioon matematiikkaa kohtaan on tarjottu muun muassa aiempaa oppilaskeskeisempää opetusta (Hannula 2006, 167; Kupari 2012, 45) sekä teknologian integroimista opetukseen (Kupari ym. 2012, 71–72). Suomessa tieto- ja viestintäteknikkaa käytetäänkin opetuksessa kansainvälisesti vertaillen huolestuttavan vähän (STEPS 2009, 17–20), vaikka tieto- ja viestintäteknikan hallitseminen ja käyttö kouluissa on erityisen tärkeää oppilaiden kansalaistaitojen ja monipuolisen opetuksen takaamiseksi (Kansallinen tieto- ja viestintäteknikan opetuskäytön suunnitelma 2010, 17; Tieto- ja viestintäteknikka koulun arjessa 2009, 10). Nuoret käyttävät vapaa-ajallaan kasvavissa määrin tieto- ja viestintäteknikkaan liittyviä sovelluksia, mutta nuorten vapaa-ajan tietotekniikan käyttö ja tietotekniikan koulukäyttö eivät kohtaa toisiaan (Leino & Nissinen 2012, 66).

Resurssien puute ei ole suurin syy vähäiseen tietotekniikan käyttöön kouluissa, vaan muutoksen aikaansaamiseksi vaadittaisiin ennemminkin toimintakulttuurin muutosta kouluihin. Iso osa opettajista epäilee tietokoneiden käytöstä saatavaa hyötyä tai ei yksinkertaisesti tiedä miten hyödyntäisi tietotekniikkaa opetustilanteissa (Cicero Learning TVT-selvitys 2008, 8; STEPS 2009, 5–6). Usein tieto- ja viestintäteknikan integroiminen opetukseen jää ainoastaan yksittäisten innokkaiden opettajien harteille (Kansallinen tieto- ja viestintäteknikan opetuskäytön suunnitelma 2010, 17).

Math.fi on maantieteen ja biologian lehtori Sauli Hartikaisen ja matematiikan ja tietotekniikan lehtori Pasi Kieman kehittämä peruskoulun ylempien luokkien matematiikan opiskeluun tarkoitettu verkko-oppimisympäristö, jota käytetään päätoimisena opiskelumenetelmänä Oriveden yhteiskoulussa jo neljättä vuotta. Oppimisympäristön tekijöiden johtavana ajatuksena on ollut kehittää matematiikan opetusta opettajajohtoisesta opiskelusta kohti yksilöllisempää ja oppilasjohtoisempaa opiskelua hyödyntämällä tieto- ja viestintäteknikan tarjoamia mahdollisuuksia. Järjestelmän perustana ovat Opetushallituksen hyväksymät perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Oppi-

misympäristö ei ole kaupallinen, vaan kenellä tahansa on mahdollisuus hyödyntää sen oppisisältöjä. (Hartikainen & Kiema, 2013.)

Pro gradu -tutkielman tarkoituksena on tutkia Math.fi verkko-oppimisympäristöä käyttävien oppilaiden matematiikkakuvaa. Matematiikkakuvalla tarkoitetaan oppilaiden uskomuksia matematiikasta. Uskomuksia tutkimalla on mahdollista selvittää, minkälaisena oppilaat kokevat matematiikan opiskelun Math.fi oppimisympäristössä. Matematiikkakuvaan liittyvät uskomukset voidaan jakaa uskomuksiin itsestä matematiikan oppijana, uskomuksiin matematiikasta ja sen oppimisesta ja opettamisesta sekä siihen liittyvästä sosiaalisesta kontekstista (Kaasila ym. 2007, 350). Matematiikkaan liittyvät asenteet ja uskomukset ovat yhteydessä oppilaiden opiskelumotivaatioon (Hannula 2006, 165–167), ja ne heijastavat heidän todellista osaamistaan (Kupari ym. 2012, 31–42; Kupari ym. 2004, 42–46). Tutkimustuloksia on mahdollista käyttää apuna Math.fi:n kehitystyössä, ja ne tarjoavat mielenkiintoisen ja ajankohtaisen katsauksen koulussa paljon tieto- ja viestintäteknikkaa käyttävien oppilaiden matematiikkaan liittyvistä asenteista ja uskomuksista.

## 2 VERKKO-OPETUS

Verkko-opetus on mahdollista toteuttaa monella eri tapaa. Lisäksi käsitettä voidaan tarkastella eri näkökulmista: verkko-opetus, verkko-opiskelu ja verkko-oppiminen kuvaavat kaikki samaa prosessia eri toimijoiden eli opettajan, oppijan ja oppimisprosessin näkökulmasta (Kalliala 2002, 19–20).

### 2.1 VERKKO-OPPIMISEN KÄSITE JA LYHYT HISTORIA

*Verkko-opetus, verkko-oppiminen, e-oppiminen ja e-opetus* ovat kaikki termejä, jotka kuvaavat tietoverkkojen avulla tapahtuvaa opetusta tai oppimista. Tietoverkolla tarkoitetaan esimerkiksi Internetiä tai muuta tietokoneiden muodostamaa verkostoa. Verkko-opetukseen liittyviä termejä on paljon. Suomessa vakiintuneeseen käyttöön ovat yleistyneet sanat verkko- ja e-opetus eri muodoissaan. E-opetus juontaa nimensä englannin kielessä vakiintuneesta sanasta e-learning. (Kalliala 2002, 18–19; Nevgi & Tirri 2003, 22–23.)

Kallialan (2002, 12) mukaan voimme puhua verkko-oppimisesta, kun tietoverkolla on jokin rooli uusien asioita opittaessa. Verkko-oppiminen on tiedon selailua, hakemista, vanhan tiedon muokkaamista tai uuden tiedon rakentamista (Nevgi & Tirri 2003, 22). Yksinkertaisimmillaan verkko-oppiminen on esimerkiksi uutisten lukemista verkkosivuilta tai älypuhelimien käyttämistä tiedonhakuun.

Verkko-opetus mielletään usein etäopetuksiksi, vaikka etäopetus on vain yksi verkko-opetuksen toteutusmahdollisuus. Etäopetuksella tarkoitetaan sitä, että oppilas ja opettaja eivät ole fyysisesti samassa tilassa, vaan oppilas voi suorittaa opintojaan vaikka kotoa käsin. Etäopetuksen varhaisimpia muotoja on 1800-luvulla alkanut kirjeopetusmalli, jossa oppilas ja opettaja viestivät toisilleen kirjeiden avulla opettajan antaessa palautetta oppilalle tämän suorituksista. Kirjeopetuksen ongelmana oli fyysisen ja ajallisen etäisyyden aiheuttama nopean vuorovaikutuksen puuttuminen oppilajan ja opettajan väliltä: oppiminen oli usein yksisuuntaista ja hidasta viestintää opetustapahtumaan osallistujien kesken. Tämä oli tyypillinen ja keskeinen varhaiseen etäopetukseen liittyvä ongelma. (Nevgi & Tirri 2003, 13–14.)

Teknologian kehittyessä kovaa vauhtia 1900-luvun loppupuolella etäopetuksen kenttä laajeni: radio-

ja TV-kanavien opetusohjelmat, äänitteet ja erilaiset tallenteet, kuten videokasetit, mahdollistivat uusia etäopetuksen toteutustapoja. Etä- ja verkko-opetuksen läpimurto osui kuitenkin vasta 1990-luvulle, jolloin Internet ja World Wide Web otettiin yleisesti käyttöön maailmalla. (Kalliala 2002, 18; Nevgi & Tirri 2003, 13.) Internet mahdollisti muun muassa erilaiset www-sivustot, sähköpostin, videopuhelut, tiedostojen siirtämisen ja keskusteluryhmät.

Uusi maailmanlaajuinen tietoverkko Internet mahdollisti nopean ja monipuolisen vuorovaikutuksen opetustapahtumaan osallistuvien kesken (Nevgi & Tirri 2003, 13). Verkko-opiskelusta tuli muotikäsite viimeistään vuosituhannen taitteessa, ja Suomi ensimmäisten joukossa alkoi varustaa oppilaitoksiaan tietokoneilla ja verkkoyhteyksillä (Kalliala 2002, 18). "Ajasta ja paikasta riippumaton opiskelu" muodostui mantraksi ja verkko-opiskelun määrä kasvoi merkittävästi (Nevgi & Tirri 2003, 14).

Sosiaalisen median läpilyönti on viimeisin verkko-opetukseen liittyvä merkittävä ilmiö. Sosiaalisella medialla tarkoitetaan esimerkiksi blogipalveluita, kuten Bloggeria ja sosiaalisia verkostoja, kuten Facebookia. Sosiaalinen media on monipuolistanut verkko-opetuksen toteutustapoja sekä mahdollistanut uudentyypin verkostoitumisen ja yhteisöllisyyden. Sosiaalisten verkostojen tarjoamat palvelut voivat parhaimmillaan edistää verkko-opetuksessa oppilaiden keskinäistä vuorovaikutusta. Sosiaalisen median opetuskäyttö on kuitenkin vasta alkutaipaleella ja sen onnistunut yhdistäminen verkko-opetukseen vaatii opettajalta suunnitelmallisuutta, pedagogista osaamista ja ennen kaikkea kykyä reagoida huimaa vauhtia kehittyvän teknologian mukanaan tuomiin muutoksiin. (Kalliala & Toikkanen 2012, 7, 60, 63, 109, 113.)

## 2.2 VERKKO-OPISKELUN AIKA- JA PAIKKASIDONNAISUUS

Kallialan (2002, 12–13) mukaan ajasta ja paikasta riippumaton verkko-opiskelu vaatii toteutuakseen aina ajan ja paikan. Ajan ja paikan avulla verkko-opiskelu voidaan jakaa kolmeen eri ryhmään: sama aika ja sama paikka, sama aika ja eri paikka sekä eri aika ja eri paikka (Kalliala 2002, 12–13). Seuraavat esimerkit havainnollistavat mahdollisia oppimistilanteita:

- Sama aika ja sama paikka: Tilanne, jossa oppilaat opiskelevat luokassa samanaikaisesti tietokoneiden avulla opettajan ollessa läsnä.
- Sama aika ja eri paikka: Edellisen kaltainen tilanne, mutta oppilaat ja opettaja eivät ole fyysisesti samassa tilassa.



- Eri aika ja eri paikka: Opiskelijat opiskelevat haluamanaan ajankohtana verkossa tarjolla olevan materiaalin avulla.

Käytännössä verkko-opiskelu on usein yhdistelmä edellä mainituista kolmesta eri vaihtoehdosta. Verkkokurssille voi esimerkiksi kuulua ensin alkutapaaminen (sama aika ja sama paikka), jonka jälkeen kurssin loppuosa suoritetaan itsenäisesti verkossa (eri aika ja eri paikka). (Kalliala 2002, 12–13.)

### 2.3 VERKKO-OPETUKSEN TOTEUTUSTAVAT

Opiskelijaan ja oppimisprosessiin sidotut verkko-opiskelu ja -oppiminen voidaan siis jakaa kolmeen eri ryhmään ajan ja paikan perusteella. Kun samaa aihetta tarkastellaan opetuksen järjestäjän näkökulmasta, puhutaan verkko-opetuksesta. (Kalliala 2002, 19–20.) Kalliala (2002, 20) jakaa myös verkko-opetuksen eri järjestämistavat kolmeen eri ryhmään: verkon tukema lähiopetus, monimuoto-opetus verkossa ja itseopiskelu verkossa. Seuraavat esimerkit (Kalliala 2002, 20–28) havainnollistavat mahdollisia opetustilanteita:

- Verkko lähiopetuksen tukena: Verkko on yksi opetusväline muiden joukossa opetustunnilla. Verkkoa käytetään tietolähteenä, verkon avulla haetaan tai tuotetaan oppimismateriaalia, verkko toimii opintoihin liittyvänä tiedotuskanavana tai keskustelualustana.
- Monimuoto-opetus verkossa: Verkko on opetuksen päätoiminen opetusväline. Monimuoto-opetus sisältää lähiopetusta, etäopetusta ja itsenäistä työskentelyä. Opetukseen kuuluu ryhmätöitä, videotapaamisia tai verkkokeskusteluja. Opettaja toimii ohjaajana ja palautteen antajana.
- Itseopiskelu verkossa: Verkkoon on tuotettu opiskelumateriaalia tai oppimisympäristö, jonka avulla jokin asia on mahdollista oppia itsenäisesti. Opettajan rooli prosessissa korostuu jo ennen varsinaista oppimistapahtumaa materiaalin laatijana ja jäsentäjänä.

## 3 OPPIMISYMPÄRISTÖ

Oppimisympäristön käsite liitetään tyypillisesti tieto- ja viestintäteknologian opetuskäytön yhteyteen, mutta termiä voi myös tarkastella paljon laajemmasta kontekstista (Oppimista tukevat ympäristöt 2007b, 15; Ropo 2008, 38). Oppimisympäristö on paikka, tila, yhteisö tai toimintakäytäntö, jonka perimmäinen tarkoitus on edistää oppimista (Manninen & Pesonen 1997, 268).

### 3.1 OPPIMISYMPÄRISTÖN ERI ULOTTUVUUDET

Ropon (2008, 38) mukaan oppimisympäristöihin liittyvän näkökulman ei tarvitse rajoittua ainoastaan teknologiaympäristöihin. Laajimmillaan oppimisympäristön voi käsittää minä tahansa paikkana tai yhteisönä, jonka resurssien avulla opitaan uusia asioita (Ropo 2008, 38).

Oppimisympäristöä voidaan kuvata fyysisestä ja sosiaalisesta toimintaympäristöstä rakentuvaksi kokonaisuudeksi, jossa opiskelu ja oppiminen tapahtuvat erilaisten pedagogisten ratkaisujen, opetustilojen ja laitteiden mahdollistamana. Oleellista on erottaa toisistaan ulkoinen ja sisäinen oppimisympäristö ulkoisen ympäristön tarkoittaessa kaikkien havaittavissa olevaa fyysistä ympäristöä ja sisäisen ympäristön puolestaan fyysisestä ympäristöstä tehtyjä yksilöllisiäkin havaintoja ja tulkintoja. (Ropo 2008, 40–46.)

Oppimista tukevia oppimisympäristöjä voidaan tarkastella viidestä eri näkökulmasta, jotka kaikki kannattaa huomioida oppimisympäristöjä suunniteltaessa (Manninen ym. 2007a, 36). Näkökulmat ovat seuraavat (Manninen ym. 2007a, 36–41, 108):

- Fyysinen – Oppimisympäristöä tarkastellaan fyysisenä tilana tai paikkana, jonka suunnittelu ja muotoilu pyrkivät tukemaan oppimista.
- Sosiaalinen – Oppimisympäristöä määrittää siellä toimivien henkilöiden sosiaalinen kanssakäyminen, joka tähtää arvostukseen, yhteistyöhön, luottamukseen ja avoimuuteen.
- Teknologinen – Oppimisympäristöä tarkastellaan sen opetusteknologisten ratkaisujen kautta, jolloin esimerkiksi tieto- ja viestintäteknikan avulla pyritään tukemaan oppimista.
- Paikallinen – Oppimisympäristö ymmärretään myös koulun ulkopuolisina ympäristöinä. Esimerkiksi harrastuksiin, kotiin tai luontoon liittyviä ympäristöjä tarkastellaan oppimista tukevista näkökulmista.

- Didaktinen – Oppimisympäristöä määritellään sen pedagogisen ja didaktisen toteutuksen kautta. Opettajan rooli oppimisympäristön suunnittelijana ja opetuksen organisoitsijana korostuu.

Tämän tutkimuksen kannalta mielenkiintoisimmat näkökulmat ovat didaktinen ja teknologinen näkökulma, joista teknologiseen näkökulmaan palaamme tarkemmin seuraavassa luvussa 3.2. Didaktisen näkökulman mukaan oppimisympäristön tarkastelun keskiössä ovat pedagogiset ja didaktiset haasteet. Opettajan rooli oppimisympäristön kehittäjänä korostuu ja opiskelutilanteeseen rakennetaan sellaisia toimintoja, jotka pyrkivät tukemaan oppimista. Opiskelutilannetta suunniteltaessa huomioidaan erilaiset oppimiskäsitykset ja yksilölliset oppimistyyliä, hyödynnetään erilaisia aisteja ja oppimista tukevia oppimateriaaleja. Opiskeluprosessin tärkeimmät vaiheet ovat suunnittelu ja tukitoimenpiteet. Voidaan myös ajatella, että oppimisympäristön didaktinen ulottuvuus on se tekijä, jonka avulla mistä tahansa ympäristöstä voidaan tehdä oppimisympäristö. (Manninen 2007a, 16, 41.)

### 3.2 VERKKO-OPPIMISYMPÄRISTÖ JA -ALUSTA

Verkko-oppimisympäristö, verkkopohjainen oppimisympäristö ja verkkoperustainen oppimisympäristö ovat termejä, jotka kuvaavat tietoverkkojen avulla muodostettua oppimisympäristöä (Nevgi & Tirri 2003, 19–20). Verkolla on siis keskeinen rooli kun oppimisympäristöä toteutetaan.

Oppimisalusta ei ole oppimisympäristön synonyymi vaan verkko-oppimisympäristöt on yleensä toteutettu jonkin oppimisalustan avulla. Oppimisalusta on ikään kuin tyhjä luokkahuone ilman opetusmateriaaleja ja -menetelmiä, ja oppimisympäristöksi sitä voidaan kutsua vasta siinä vaiheessa, kun siitä on muodostunut kokonaisvaltainen opetuksen ja opiskelun tukiympäristö. (Manninen ym. 2007b, 79–80.)

Verkko-oppimisympäristö on verkkosivusto, jossa käyttäjällä on mahdollisuus hyödyntää erilaisia oppimateriaaleja, kuten tekstiä, kuvaa, ääntä, multimediaa, videoita ja simulaatioita. Käyttäjällä voi olla mahdollisuus kommunikoida muiden käyttäjien kanssa, käydä verkkokeskusteluja, tehdä oppimistehtäviä, antaa tai vastaanottaa palautetta, pitää päiväkirjaa, saada reaaliaikaista tukea, osallistua verkkoluennolle tai tehdä yhteistyötä muiden opiskelijoiden kanssa. On liioiteltua puhua verkko-oppimisympäristöstä, jos verkkoon on sijoitettu vain luentoja tukevaa lisämateriaalia tai opiskelijoi-

den on mahdollista käydä kurssiin liittyvää keskustelua verkossa. (Manninen ym. 2007b, 79.)

Teknologisen näkökulman mukaan verkko-oppimisympäristön suunnittelussa tulee huomio kiinnittää vähintään kahteen seikkaan: kuinka paljon verkko-oppimisympäristön toteutus ja ylläpito maksaa ja minkälaiset pedagogiset mallit ja oppijakäsitys ohjaavat järjestelmän suunnittelua (Manninen ym. 2007a, 79). Oppimista tukevaa verkko-oppimisympäristöä suunniteltaessa didaktinen näkökulma liittyy siis oleellisesti teknologiseen näkökulmaan.

# 4 MATH.FI – MATEMAATTISEN AJATTELUN OPPIMISYMPÄRISTÖ

Matemaattisen ajattelun oppimisympäristö (Math.fi) on peruskoulun ylempien luokkien matematiikan opiskeluun tarkoitettu verkko-oppimisympäristö (Hartikainen & Kiema 2013). Kuvassa 1 on esitetty Math.fi -verkkosivuston etusivu.



**Kuva 1:** Ruutukaappaus Math.fi oppimisympäristön etusivulta (Hartikainen & Kiema, 2013).

## 4.1 TAUSTAA

Math.fi:n kehitystyö alkoi vuonna 2006, kun maantieteen ja biologian lehtori Sauli Hartikainen ja matematiikan ja tietotekniikan lehtori Pasi Kiema alkoivat kehittää Internetpohjaista oppimisympäristöä. Tästä lähtien järjestelmää on kehitetty vaihe vaiheelta eteenpäin kehitystyön jatkuessa edelleen. Järjestelmän pedagoginen ja tekninen kehitystyö on ollut samanaikaista. (Kiema 2013, 27–29.)

Oppimisympäristön tekijöiden johtavana ajatuksena on ollut kehittää matematiikan opetusta opettajajohtoisesta opiskelusta kohti yksilöllisempää ja oppilasjohtoisempaa opiskelua hyödyntämällä tieto- ja viestintätekniiikan tarjoamia mahdollisuuksia. Tavoitteena on myös ollut kehittää opetusmenetelmä, joka helpottaa opettajan työtä, vapauttaa hänen aikaansa yksilöllisempään oppilaanohjaukseen ja mahdollistaa oppimateriaalien jakamisen verkossa. (Hartikainen & Kiema, 2013.)

Math.fi on tarkoitettu peruskoulun ylempien luokkien matematiikan oppimäärän opiskeluun ja opetukseen. Sen perustana ovat Opetushallituksen 16.1.2004 hyväksymät perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Hanke on saanut Opetushallituksen avustusta oppimisympäristönsä kehittämiseen vuosina 2007–2014 ja teknologiateollisuuden 100-vuotisäätien rahoitusta vuodelle 2012. Järjestelmää on myös kehitetty Tampereen yliopiston projektityökurseilla vuosina 2011–2013. Kuvittaja ja pilapiirtäjä Seppo Leinonen ja graafinen suunnittelija Jyrki Heimonen ovat toteuttaneet oppimisympäristön yleisilmeen ja sinne upotetut kuvat (Tutkimuksen toteuttamishetkellä tätä visuaalista uudistusta ei ollut vielä toteutettu). Järjestelmä ei ole kaupallinen, vaan kenellä tahansa on mahdollisuus hyödyntää sen oppisisältöjä. (Hartikainen & Kiema 2013; Kiema 2013, 33.)

## 4.2 VERKKO-OPETUKSEN TOTEUTTAMINEN

Math.fi oppimisympäristöä käytetään matematiikan opetuksen päätoimisena opetusmenetelmänä Oriveden yhteiskoulussa. Järjestelmän päätoiminen opetuskäyttö alkoi vuonna 2009, mistä lähtien aina vuosittain kaksi yhteiskoulun seitsemännelle luokalle siirtyneestä opetusryhmistä on aloittanut Math.fi:n käyttämisen matematiikan opiskelussa.

Math.fi oppimisympäristö on tietokantoihin perustuva tietojärjestelmä, joka on rakennettu sivustolle [www.math.fi](http://www.math.fi) (Kiema 2013, 46–49). Järjestelmää käytetään www-selaimen avulla ja liikkuminen järjestelmän eri osien välillä tapahtuu hiirellä navigoimalla. Jokainen järjestelmää käyttävä oppilas

tai opettaja luo oman käyttäjätunnuksensa ja salasansansa, joiden avulla käyttäjien tunnistaminen tapahtuu. Opettajilla ja oppilailla on järjestelmässä eri käyttöoikeudet. (Kiema 2013, 41–46.)

Matematiikan opetus järjestetään ATK-luokissa niin, että jokaisella oppilaalla on tietokone omassa käytössään. Verkko-opetuksen toteutustapa on sekoitus monimuoto- ja lähiopetusta (Kalliala 2002, 19–26), jossa opettaja on jatkuvasti läsnä ja oppilaiden käytettävissä (ks. luku 2.3). Järjestelmää on myös mahdollista käyttää satunnaisesti lähiopetuksen tukena. Oppikirjaa tunneilla käytetään enää opiskelua tukevana menetelmänä. (Kiema 2013, 30–31.)

Järjestelmää on mahdollista käyttää koulussa, kotona tai missä tahansa, mistä löytyy Internet-yhteys ja www-selain. Verkko-opetus toteutetaan pääsääntöisesti niin, että oppilaat opiskelevat samanaikaisesti ja samassa paikassa opettajan ollessa läsnä opetustilanteessa. Oppimisympäristö on oppilaiden ja opettajien käytössä myös oppituntien ulkopuolella, joten sitä on mahdollista käyttää kaikissa verkko-opetukseen liittyvissä kolmessa eri aikaan ja paikkaan sidotussa kontekstissa (ks. luku 1.2). Oppimisympäristön kokoaikaisen opiskelun mahdollistamiseksi oppimisympäristön sisältö on pyritty saamaan mahdollisimman kattavaksi niin teoriapuolen kuin harjoitustehtävien osalta. (Kiema 2013, 30.)

Aina lukuvuoden päättyessä oppilailta kysytään, ovatko he innokkaita jatkamaan opiskelua Math.fi -oppimisympäristöä käyttäen vai eivät. Tähän mennessä kaikki oppimisympäristöä käyttäneet opetusryhmät ovat halunneet jatkaa järjestelmän käyttöä. (Kiema 2013, 61.)

#### 4.3 OPPIMISYMPÄRISTÖN TOIMINNOT OPPILAILLE

Perusopetuksen opetussuunnitelmiin liittyvät aihekokonaisuudet on jaettu omiksi osioikseen samaan tyyliin kuin matematiikan oppikirjoissa. Yhden aihekokonaisuuden koonti tehdään yksittäiselle www-sivulle ja tähän liittyvät alaosiot voidaan karkeasti jaotella teoriaan, vihkotehtäviin, drilliharjoituksiin ja oheismateriaaleihin, jotka esitellään seuraavaksi tarkemmin. Edellä mainittujen toimintojen lisäksi järjestelmä tarjoaa oppilaille muun muassa kaveritoiminnon. (Hartikainen & Kiema, 2013.)

## **Teoriaopiskelu**

Opetusvideot ovat tyypillisin tapa opiskella aiheeseen liittyvää teoriaa. Videoita voi katsoa useampaan kertaan tai silloin, kun oppilas kaipaa asiasta lisäselvennystä. Yhteen aihekokonaisuuteen voi kuulua useampia opetusvideoita. Opetusvideon katsomisen yhteydessä oppilaalla on mahdollisuus merkitä video katsotuksi ja lisätä siihen liittyen kommentteja (Hartikainen & Kiema 2013; Kiema 2013, 42). Opetusvideot esitetään Sauli Hartikaisen Youtube-kanavan kautta ja tällä hetkellä julkaistuja opetusvideoita on yhteensä 170 (Hartikainen 2013).

## **Vihkoharjoittelu**

Vihkoon tehtävät harjoitukset ovat perinteisiä matematiikkaan liittyviä harjoitteita, joiden avulla harjoitellaan myös vihkotyöskentelyä. Yksittäiseen aihekokonaisuuteen liittyy useita tehtäviä. Tehtävänannot avautuvat tietokoneen näytölle ja tehtävät ratkaistaan vihkoon. Vastausehdotuksen tallentamisen jälkeen oppilas tarkistaa vastauksensa vertaamalla sitä mallivastaukseen. Tehtävien ratkaisemisen ja tarkistamisen jälkeen oppilas tekee päiväkirjamerkintöjä. Päiväkirjamerkinnöissä oppilaalta kysytään, kuinka haastavana hän piti tehtävää, oliko annettu vastaus oikea ja onko tehtävä oppilaalle selvä vai epäselvä. Lisäksi oppilas voi kirjoittaa omia kommentteja tehtävään liittyen. (Hartikainen & Kiema 2013; Kiema 2013, 42.)

## **Drilliharjoittelu**

Drilli- eli toistoharjoitusten avulla harjoitellaan laskurutiineja. Oppilaalle esitetään kysymysten sarja, johon hän vastaa tietokoneen näppäimistön ja hiiren avulla. Oppilas voi tarkistaa kysymyskohtaisesti, onko hänen antamansa vastaus oikein tai pyytää järjestelmältä oikea vastaus kysymykseen. Kysymyssarjan jälkeen oppilaalle annetaan palaute siitä, kuinka moni vastauksista oli oikein. Oppilas voi myös kirjoittaa kommentteja tähän tehtävään liittyen. Mikäli opiskelija on pyytänyt järjestelmältä oikeita vastauksia, ei näistä tehtävistä saatuja pisteitä lasketa mukaan lopputuloksiin. Kysymyksiin liittyvät tehtävänannot generoidaan satunnaisesti, mikä tarkoittaa sitä, että tehtävät eivät lopu kesken vaan oppilas voi toistaa drillejä, kunnes hän kokee hallitsevansa aiheen. Yhteen aihekokonaisuuteen voi liittyä useampia erilaisia drilliharjoituksia. (Hartikainen & Kiema 2013; Kiema 2013, 42.)



## **Oheismateriaali**

Jokaiseen aihekokonaisuuteen on mahdollista lisätä oheismateriaalia. Oheismateriaalia voivat olla esimerkiksi tiedostot, linkit muiden tuottamiin oppimateriaaleihin tai Geogebra-appletit. (Hartikainen & Kiema 2013.)

## **Kaveritoiminto**

Järjestelmään kirjautuneilla oppilailla on mahdollisuus etsiä muita käyttäjiä ja pyytää heitä kaveriksi. Kaverisuhde syntyy, kun kaveripyynnön saanut käyttäjä hyväksyy kaveripyynnön. Kaverisuhteen virallistumisen jälkeen molempien käyttäjien toimintahistoriaan päivittyvät myös toisen käyttäjän suorittamat tehtävät ja niihin liittyvät kommentit. Kaveruus on mahdollista irtisanoa yksipuolisesti. (Hartikainen & Kiema 2013.)

## **4.4 OPPIMISYMPÄRISTÖN TOIMINNOT OPETTAJILLE**

Oppimisympäristö mahdollistaa opettajalle samat toiminnot kuin oppilaille (ks. luku 4.3). Tämän lisäksi järjestelmä tarjoaa muita opetusta tukevia toimintoja, kuten oppilasryhmien perustamisen ja raporttien ja tiedotteiden laatimisen. (Hartikainen & Kiema, 2013.)

### **Oppilasryhmien perustaminen**

Opettajan on mahdollista tarkastella oppilaidensa suoriutumista ja itsearviointia raporttien avulla. Ennen tätä opettajan käyttöoikeudet omaavan käyttäjän on kuitenkin perustettava järjestelmään oppilasryhmä. Tämä tapahtuu niin, että opettaja muodostaa järjestelmään rekisteröityneistä oppilaista oman oppilasryhmänsä erilaisten hakuehtojen avulla. Oppilasryhmän perustettuaan on opettajalla myös mahdollisuus lähettää tiedotteita tälle oppilasryhmälle. (Hartikainen & Kiema, 2013.)

### **Raporttien ja tiedotteiden laatiminen**

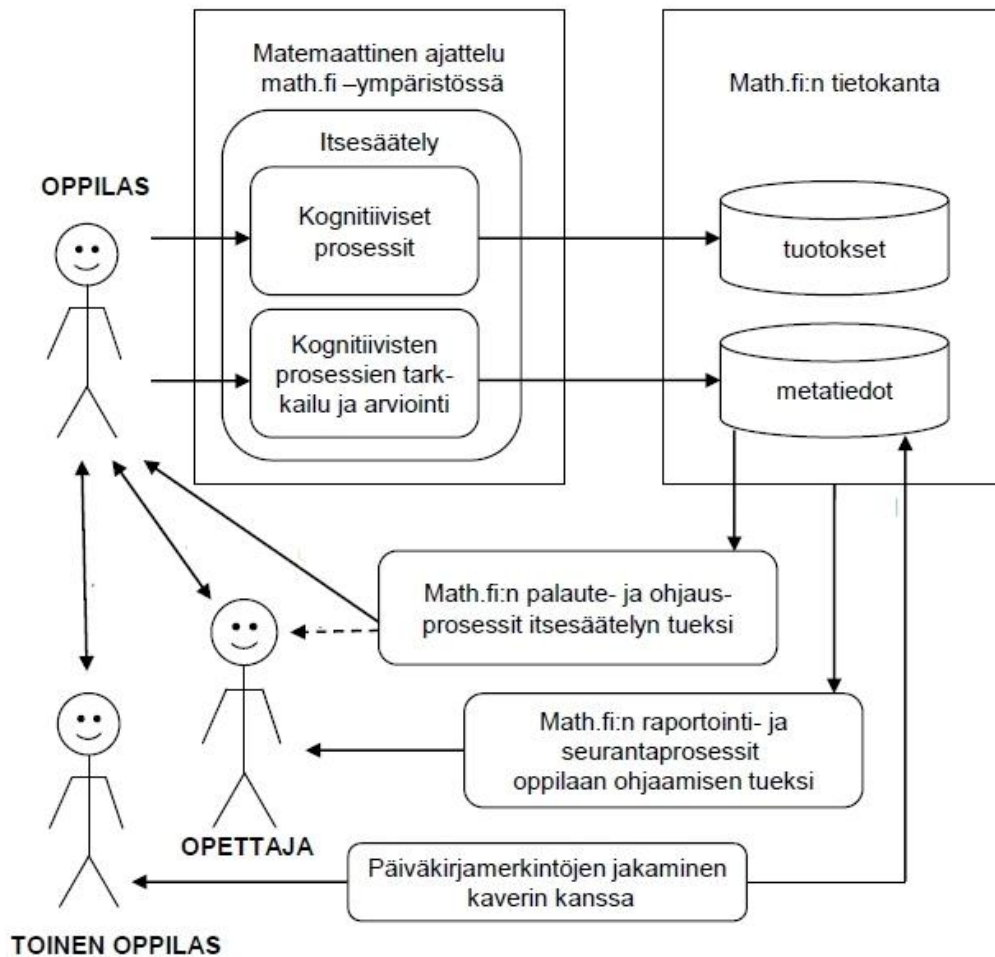
Opettajalla on mahdollisuus tulostaa raportteja sellaisista oppilaista ja opetusryhmistä, jotka kuuluvat hänen oppilasryhmiinsä. Raportteja on mahdollista luoda joko tehtävien, opetusryhmien tai yksittäisten käyttäjiä valitsemalla. Raportit tarjoavat opettajalle yksityiskohtaista tietoa oppilaiden

tekemistä päiväkirjamerkinnoista ja opintomenestyksestä. Opettajan on helppo huomata, jos jonkin aihekokonaisuuden osalta oppilaan taidoissa on selkeitä puutteita tai virhekäsityksiä ja puuttua asiaan. Seurannan kannalta on tärkeää, että oppilaan tekemät päiväkirjamerkinnot ovat rehellisiä. Opettajan tehtävänä onkin tarkkailla myös oppilaiden itsearvioinnin ja vihkotyöskentelyn laatua sekä tarvittaessa antaa tästä ohjausta oppilaalle. Opettajan tunnuksilla on myös mahdollista laatia oppilasryhmäkohtaisia tiedotteita, jotka esitetään järjestelmään kirjautumisen yhteydessä. (Hartikainen & Kiema 2013.)

#### 4.5 OPPIMISYMPÄRISTÖN PEDAGOGISET TAVOITTEET JA NIIDEN TOTEUTUS

Oppimisympäristön tärkein pedagoginen periaate on oppilasjohtaisen työskentelytavan korostaminen ja matemaattisen ajattelun tukeminen (Kiema 2013, 29). Math.fi verkko-oppimisympäristössä tämä pyritään toteuttamaan seuraavasti: ”Opiskelijalle opetetaan ajattelemisen taitoja: kontrolloimaan itse ajatteluaan ja käyttämään erilaisia ongelmanratkaisustrategioita. Tällöin varsinainen matemaattisten mallien ja ratkaisujen opiskeleminen muuttuu itsenäiseksi ja itseohjautuvaksi, jolloin opettajan resurssit vapautuvat matemaattisten mallien opettamisesta matemaattisen ajattelun taitojen opettamiseen ja opiskelijan tukemiseen oppimisvaikeuksissa.” (Kiema & Hartikainen, 2006; Kiema 2013, 27–28.)

Kiema (2013, 34) on tiivistänyt oppimisympäristön kasvatusfilosofiset ja pedagogiset tavoitteet teoreettiseksi malliksi siitä, miten oppilaan matemaattista ajattelua tuetaan Math.fi oppimisympäristössä (ks. kuva 2). Tässä yhteydessä mallista on esitetty vain yksinkertaistettu versio ja kokonaisuudessaan se löytyy Kieman (2013, 34–36) tietojenkäsittelyopin pro gradu -tutkielmasta. Malli kuvaa, kuinka Math.fi oppimisympäristö pyrkii tukemaan oppilasjohtoista työskentelyä ja matemaattista ajattelua oppilaille ja opettajille suunnattujen tukitoimintojen avulla. Oppilaalle järjestelmä tarjoaa palaute- ja ohjausprosesseja itsenäisen oppimisen tueksi. Opettajalle järjestelmä puolestaan mahdollistaa raportointi- ja seurantaprosessit oppilaan ohjaamisen tueksi. Edellä mainitut tukitoiminnot perustuvat järjestelmän tallentamaan informaatioon oppilaan suorituksista ja itsearvioinnista. Oppilaan tekemä itsearviointi on hyödyllistä jo siinä mielessä, että se auttaa häntä tekemään huomioita omasta toiminnastaan, ajatuksistaan ja motivaatiostaan. Itsearviointiprosessi siis edesauttaa oman matemaattisen ajattelun tiedostamista. (Kiema 2013, 29–34.)



**Kuva 2:** Yksinkertaistettu malli matemaattisen ajattelun tukemisesta Math.fi -oppimisympäristössä (Kiema 2013, 34).

Malliin liittyvät keskeisimmät käsitteet (Kiema 2013, 34–36) on selitetty alla:

- *Kognitiivisilla prosesseilla* tarkoitetaan oppilaan oppimisympäristössä suorittamia toimintoja (ks. luku 4.3), kuten tehtävien ratkaisemista.
- *Kognitiivisten prosessien tarkkailulla ja arvioinnilla* puolestaan viitataan oppilaan suorittamien toimintojen itsearviointiin ja kommentointiin.
- Kognitiivisten prosessien tulokset tallentuvat järjestelmän tietokantaan *tuotoksiksi* ja kognitiivisten prosessien tarkkailut ja arvioinnit *metatiedoiksi*.
- *Math.fi:n palaute- ja ohjausprosessit itsesäätelyn tueksi* avulla järjestelmä muodostaa kouluarvosanan oppilaan menestyksestä tietyssä aiheessa tai laatii ehdotuksen seuraavasta toimenpiteestä.
- *Math.fi:n raportointi- ja seurantaprosessit oppilaan ohjaamisen tueksi* taas mahdollistavat opettajalle yhteenvedon opetusryhmän suorituksista tietyssä aiheessa tai tarkemman raportin yksittäisen oppilaan suorituksista ja päiväkirjamerkinnöistä.

- *Päiväkirjamerkintöjen jakaminen kaverin kanssa* tarkoittaa sitä, että oppilas jakaa reaaliaikaisesti tekemänsä päiväkirjamerkinnät järjestelmässä kavereinaan olevien oppilaiden kanssa.

## 5 MATEMATIIKKAKUVA

### 5.1 MATEMATIIKKAKUVA TUTKIMUKSEN TEOREETTISENA POHJANA

Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, minkälainen on verkko-opetuksessa olevien oppilaiden matematiikkakuva. Kotimaisessa tutkimuksessa matematiikkakuva-käsitettä ovat käyttäneet ainakin Joutsenlahti (2005, 184–186), Kaasila ym. (2007, 350), Pehkonen (1998, 47–48), Pehkonen & Pietilä (2003, 1–6), Pietilä (2002, 19–26) ja Vainionpää & Joutsenlahti (2010, 160–163). Kaikissa näissä yhteyksissä käytetty matematiikkakuva-käsite pohjaa pitkälti Pehkosen (1998, 47–48) määritelmään, jota Kaasila ym. (2007, 350) ovat sittemmin kehittäneet eteenpäin.

Tämän tutkimuksen matematiikkakuvan teoreettisena määritelmänä toimii Kaasilan ym. (2007, 350) malli, jossa matematiikkakuva on jaettu kolmeen eri peruskomponenttiin. Näitä ovat:

- 1. Uskomukset itsestä matematiikan oppijana*
- 2. Uskomukset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta*
- 3. Uskomukset sosiaalisesta kontekstista, jossa oppiminen ja opettaminen tapahtuvat*

Tässä tutkimuksessa uskomuksilla tarkoitetaan yksilön subjektiivista tietämystä kohteesta tai asioista, joihin voi olla vaikea saada pitäviä objektiivisia perusteluja (Pehkonen 1998, 44).

### 5.2 MATEMATIIKKAKUVAAN LIITTYVIEN KÄSITTEIDEN MÄÄRITTELYÄ

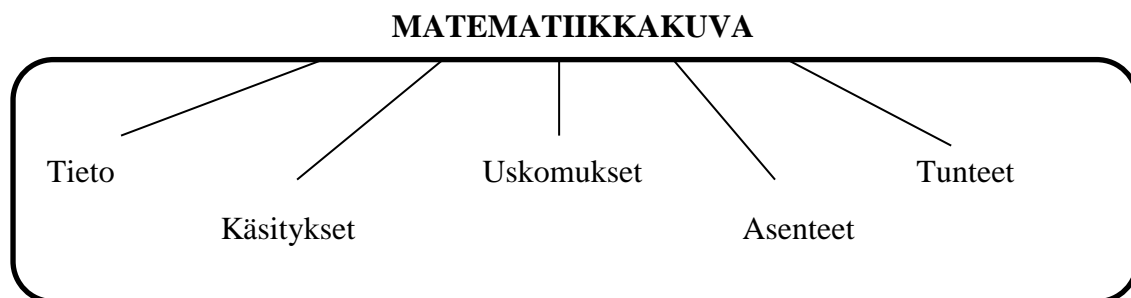
Tässä luvussa avataan laajemmin matematiikkakuvaan liittyvää termistöä. Tämä on tarpeellista, koska matematiikkakuvaan liittyy tai on yhteydessä myös muita käsitteitä kuin uskomukset. Lisäksi monilta matematiikkakuvaan tyypillisesti liitettäviltä käsitteiltä puuttuu yleisesti hyväksytty määritelmä, mistä johtuen tutkijat voivat viitata eri käsitteillä samoihin asioihin. Esimerkiksi uskomuksilla ja asenteilla tarkoitetaan usein samaa asiaa (McLeod 1991, 582).

Eri tieteenalat saattavat lisäksi käyttää samoja käsitteitä tarkoittaen kuitenkin eri asioita (Pietilä 2002, 20). Yhteisen määritelmän puuttuessa tutkijat ovat usein muokanneet omat määritelmänsä, jotka voivat olla jopa ristiriidassa muiden tutkijoiden tekemien määritelmien kanssa (Furinghetti &

Pehkonen 2002, 40–41). Esimerkiksi Törner (1998, 78–79) puhuu matematiikkakuvan sijaan matemaattisesta maailmankuvasta, jossa uskomuksilla ja asenteilla viitataan samaan asiaan.

Matemaattisia uskomuksia on tutkittu paljon, mutta esimerkiksi uskomusten ja tiedon välistä rajaa ei ole pystytty, eikä todennäköisesti koskaan pystytäkään, määrittelemään kovin tarkasti (Pehkonen 1998, 41–42). Mielenkiintoinen yksityiskohta on, että Furinghetti ja Pehkonen (2002, 48–55) yrittivät selkeyttää matematiikkaan liittyvien uskomusten määritelmää kysymällä alan asiantuntijoilta ympäri maailmaa heidän mielipidettään uskomusten määritelmästä. Heidän johtopäätöksensä oli, että yhteisen ymmärryksen saavuttaminen on epätodennäköistä (Furinghetti & Pehkonen 2002, 55).

Kasvatustieteissä käsitteiden merkityksiä ei ole siis hakattu kiveen klassisen fysiikan tapaan. Onneksi kiistely esimerkiksi uskomusten ja tiedon välisistä suhteista ei ole todellinen, vaan vain puhtaasti akateeminen ongelma (Thompson 1992, 129). Kuvassa 3 on tarkasteltu tyypillisesti matematiikkakuvan alle liitettäviä käsitteitä.



**Kuva 3.** Matematiikkakuvan osa-alueet (Pietilä 2002, 19).

### 5.2.1 TIETO

Platonin klassinen määritelmä tiedolle oli, että se on hyvin perusteltu tosi uskomus. Jo Platonkin siis liitti uskomukset ja tiedon kiinteästi toisiinsa. Tieto voidaan jakaa objektiiviseen ja subjektiiviseen tietoon, mikä helpottaa käsitteen hahmottamista. Objektiivisella tiedolla tarkoitetaan yhteisön yleisesti hyväksymää tietoa ja subjektiivisella tiedolla puolestaan yksilön henkilökohtaista tietoa, mikä ei välttämättä kestä ulkopuolista arviointia (Furinghetti & Pehkonen 2002, 42–43). Matematiikassa objektiivisena tietona voidaan pitää sen yleisesti hyväksytyyn rakenteeseen liittyvää tietoa. Subjektiivista tietoa on puolestaan yksilön käsitys ja ymmärrys tästä objektiivisestä tiedosta. (Pehkonen 2001, 14–15.) Esimerkiksi reaalityyppisiä ja niiden algebrallisia ominaisuuksia voidaan pitää

matematiikassa objektiivisena tietona ja oppilaan muodostamaa mielikuvaa reaalityyppistä ja niiden ominaisuuksista subjektiivisena tietona.

Uskomukset luokitellaan osaksi subjektiivista tietoa, koska ne ovat henkilökohtaisia eivätkä välttämättä pidä paikkaansa. Tietoa voidaan siis pitää totuusarvoltaan suurempana kuin uskomuksia, mikä onkin yksi mahdollinen tapa erottaa käsitteet toisistaan. (Furinghetti & Pehkonen 2002, 43.) On kuitenkin hyvä pitää mielessä, että myös objektiivinen tieto voi muuttua aikojen saatossa (Pehkonen 1998, 51).

### 5.2.2 USKOMUKSET JA KÄSITYKSET

Pehkosen (1998, 44) käyttämä määritelmä uskomuksista yksilön subjektiivisena tietämyksestä kohteesta tai asioista, joihin voi olla haastavaa saada yleisesti hyväksytyjä perusteluja, toimii tämän tutkimuksen puitteissa hyvin. Käsitteet taas ovat tiedostettuja uskomuksia ja niitä voidaan pitää uskomusten alaryhmänä. Koska käsitteet ovat tiedostettuja, liittyy niiden muodostumiseen yleensä jonkinlaista yksilön järjelyä. Uskomuksiin ei taas välttämättä liity lainkaan tämäläyppistä päätelyä vaan ne voivat olla ajatuksia, joita yksilö ei ole perustellut itselleen lainkaan. (Pehkonen 1998, 45.) Oppilaan käsitys omasta osaamisestaan voi esimerkiksi perustua koetuloksiin, jolloin käsitys on muodostettu tietoisesti.

Matematiikkakuvaa kuvaavissa malleissa uskomukset on tyypillisesti jaettu erilaisiin komponentteihin (Kaasila ym. 2007, 350; Pehkonen 1998, 48). Pehkonen (1998, 47) jakoi matematiikkakuvan alun perin neljään eri komponenttiin, mutta Kaasila ym. (2007, 350) tiivistivät mallin kolmeen uskomuksia kuvaavaan komponenttiin (ks. luku 5.1).

Pehkosen (1998, 48) alkuperäinen malli matematiikkakuvasta ei sisältänyt sosiaaliseen kontekstiin liittyvää komponenttia, mutta Kaasilan ym. (2007, 350) mallissa sosiaaliseen kontekstiin liittyvät uskomukset on huomioitu omana komponenttinaan. Myös McLeod (1992, 578) huomioi sosiaalisen kontekstin osana matematiikkauskomuksia. Hän jakaa matematiikkauskomukset uskomuksiin matematiikasta, itsestä matematiikan taitajana, matematiikan opetuksesta ja sosiaalisesta kontekstista (McLeod 1992, 578). Määritelmä on hyvin samankaltainen kuin Pehkosen lukuun ottamatta sosiaalista kontekstia, mikä kieltämättä ansaitsee oman huomionsa uskomuksiin liittyvässä määrittelyssä. Pehkonen (1998, 47–48) korostaa, että matematiikkakuvan jakaminen komponentteihin on keino-

koinen valinta, koska todellisuudessa matematiikkakuvaan liittyvät uskomukset menevät osittain päällekkäin tai limittäin. Komponentit olisi myös mahdollista jakaa lukemattomiin alaryhmiin (Pehkonen 1998, 47–48).

Uskomukset ovat luonteeltaan vaihtuvia, eri vahvuisia ja ne liittyvät kiinteästi ympäröivään sosiaaliseen kontekstiin. Uskomusjärjestelmällä tarkoitetaan sitä, miten uskomukset ovat ryhmittyneet ihmismielessä tietorakenteiden kaltaisesti. Nuoret lapset yleensä uskovat heille kerrotun tiedon ilman kritiikkiä, mutta ajan ja uuden informaation myötä heidän uskomusjärjestelmässään tapahtuu muutoksia. Ihmismielen uskomusjärjestelmä pyrkii aina pitämään itsensä subjektiivisesti koherentina, mikä tarkoittaa sitä, että se pyrkii välttämään sisäisiä ristiriitoja. Tämän seurauksena järjestelmä muokkaa jatkuvasti itseään uuden informaation valossa. Ihmisen uskomusjärjestelmä ei kuitenkaan ole puhtaasti looginen tuote, vaan ennemminkin psykologinen. Tästä johtuen tiettyjä uskomuksia on huomattavasti vaikeampi muuttaa kuin toisia. Edellä mainitun kaltaiset keskeiset uskomukset saattavatkin säilyttää muotonsa, vaikka ympäröivästä maailmasta tai sosiaalisesta kontekstistä tuleva informaatio olisi ristiriidassa näiden uskomusten kanssa. (Op ’t Eynde, de Corte & Verschaffel 2002, 22–25.)

Ihmismielelle on tyypillistä pitää kiinni niistä uskomuksista, jotka palvelevat yksilön omia tarpeita ja tavoitteita. Uskomusten avulla yksilö paitsi suojelee itseään, myös vahvistaa itsetuntoaan ja tavoittelee sosiaalista kontrollia. (Snow ym. 1996, 292.) Matematiikassa oppilas voi omien uskomustensa avulla esimerkiksi perustella, miksi juuri hän ei tarvitse matematiikkaa elämässään.

### 5.2.3 ASENTEET JA TUNTEET

Asenteisiin liittyvät kohtuullisen vahvat ja pysyvät myönteiset tai kielteiset tuntemukset. Oppilas voi esimerkiksi pitää matematiikan sanallisista tehtävistä tai kokea geometrian vastenmielisinä. Oppilas voi myös helposti yhdistää geometriaan liittyvän kielteisen asenteen muihin matematiikan osaluoihin, kuten algebraan. (McLeod 1992, 581.)

Matematiikan yhteydessä tunteilla tarkoitetaan esimerkiksi iloa tai turhautumista matemaattisia tehtäviä ratkottaessa. Asenteet saavat alkunsa tunnereaktiosta. Jos oppilaat esimerkiksi turhautuvat tietokoneavusteiseen opetukseen, he saattavat kehittää kielteisen asenteen tietokoneita kohtaan. Asenteet ja tunteet liittyvät siis kiinteästi toisiinsa. (McLeod 1992, 578, 582.) Vallitsevat tunnetilat



myös vaikuttavat oppilaan kognitiivisiin prosesseihin esimerkiksi ohjaamalla hänen huomiotaan tiettyyn suuntaan tai aktivoimalla uusia käyttäytymismalleja (Hannula 2004, 31–32). Hannulan (2002, 4) mukaan asenteiden muodostumiseen vaikuttaa myös vahvasti se, kuinka hyödyllisenä oppilas kykenee näkemään matematiikan itsensä kannalta, osaako hän asettaa itselleen tavoitteita ja kokeeko hän näiden tavoitteiden saavuttamisen palkitsevana.

Asenteiden ja uskomusten välinen rajapinta on vaikeasti hahmotettavissa. Monesti käsitteillä viitataan samaan asiaan. (McLeod 1991, 582; Törner 1998, 78–79.) Uskomukset ovat osa yksilön subjektiivista tietämystä asenteiden liittyessä enemmän yksilön tunteisiin. Asenteiden ja uskomusten väliset rajapinnat kuitenkin leikkaavat toisensa niin, että esimerkiksi lausuma ”En ole hyvä laskemaan päässäni” voidaan ymmärtää joko yksilön uskomukseksi itsestään tai asenteeksi matematiikkaa kohtaan. (Pehkonen & Pietilä 2003, 5–6.)

#### 5.2.4 MOTIVAATIO

Hannula (2006, 165) määrittelee motivaation potentiaalina ohjata käyttäytymistä tunnetilojen kautta. Jos oppilas on motivoitunut opiskelemaan matematiikkaa, kohdentaa hän käytettävissään olevia voimavarojaan tähän toimintaan. Motivaatiota ei ole mahdollista havaita suoraan, vaan ainoastaan välillisesti, kun se ilmenee esimerkiksi käyttäytymisen, uskomusten tai tunteiden kautta. Jos oppilaan uskomukset matematiikan opiskelusta ovat myönteisiä, on todennäköistä, että hän on myös motivoitunut opiskelemaan matematiikkaa. Oppilaan uskomukset vaikuttavat myös suoraan hänen motivaatioonsa, joten uskomusten ja motivaation yhteys on tässä mielessä kaksisuuntainen. (Hannula 2006, 165–167.) Tässä tutkimuksessa motivaatio ymmärretään edellä mainitun kaltaisena uskomusten kautta havaittavissa olevana ilmiönä, jota ei ole kuitenkaan mahdollista tarkkailla suoraan.

Muutos oppilaan motivaatiossa vaatii, että oppilaan uskomusjärjestelmä tukee asetettujen tavoitteiden saavuttamista. Jos tavoitteet eivät ole oppilaan mielestä realistisesti saavutettavia, on motivoituminen vaikeaa. Vallitsevat tavoitteet voivat myös asettaa esteitä motivoitumiselle. Jos oppilaan tavoitteena on suojella omaa itsetuntoaan huonolta koulumenestykseltä, voi matematiikka olla hänen mielestään täysin hyödytöntä. Tässä tapauksessa muutos motivaatiossa vaatisi ensin muutosta oppilaan tavoitteissa ja uskomuksissa. (Hannula 2006, 170.)

Motivaatioon liittyvä potentiaali rakentuu puhtaasti yksilön tarpeista ja tavoitteista. Esimerkiksi matematiikan oppimisessa oppilaan tavoite voi muodostua tarpeesta ratkaista tehtäviä sujuvasti tai vaihtoehtoisesti tarpeesta ymmärtää opetettu aihealue. Tavoitteita voi olla samanaikaisesti useita ja niitä voidaan tavoitella yhtäaikaisesti, yksi kerrallaan tai/ja tietyssä tärkeysjärjestyksessä. (Hannula 2006, 165–170.)

## 6 KATSAUS AIEMPIIN TUTKIMUKSIIN

Verkko-opetuksessa olevien oppilaiden matematiikkakuva ei ole juurikaan tutkittu Suomessa. Sen sijaan suomalaisoppilaiden matematiikkakuvaan liittyviä asenteita ja uskomuksia (Kupari ym. 2012, 31–42; Kupari ym. 2004, 42–53) sekä oppilaiden asenteita tietokoneiden avulla opiskelua kohtaan on tutkittu kattavasti (Leino & Nissinen 2012, 74–75). Myös verkko-opintojen onnistumisiin tai vastoinkäymisiin johtavista syistä on olemassa mielenkiintoista tutkimustietoa (Juutinen 2011).

### 6.1 SUOMALAISOPPILAIEN MATEMATIIKKAKUVA

Suomalaisoppilaat menestyvät kansainvälistä matemaattista osaamista mittaavissa tutkimuksissa, kuten TIMSS (Kupari ym. 2012, 17–23) ja PISA (Sulkunen ym. 2010, 18–19) erinomaisesti, mutta heidän matematiikkaan liittyvät asenteensa ovat kuitenkin kansainvälisesti vertaillen heikot (Kupari ym. 2012, 70; Välijärvi ym. 2007, 57). TIMSS:in, eli Trends in International Mathematics and Science Studyn, tarkoituksena on selvittää matematiikan ja luonnontieteiden osaamisen tasoa. Tutkimus selvittää myös laajemmin näihin suorituksiin yhteydessä olevia tekijöitä, kuten maiden opetussuunnitelmia ja oppilaiden asenteita. IEA-järjestön (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) joka neljäs vuosi toteuttamaan kansainväliseen tutkimukseen osallistuu tyypillisesti 60–70 eri maata. TIMSS 2011 -tutkimuksen yhteydessä vertailtiin neljännen ja kahdeksannen luokan oppilaiden matematiikka-asenteita ja motivaatiota. (Kupari ym. 2012, 5.) Tässä katsauksessa keskityn kahdeksaluokkalaisiin liittyviin tuloksiin.

PISA-tutkimusohjelma arvioi laajasti oppilaiden tietoja ja taitoja matematiikan, luonnontieteiden ja lukutaidon osalta. Tutkimus toteutetaan joka kolmas vuosi niin, että yhtä edellä mainittua osaluetta painotetaan. PISA 2003 -tutkimuksen päähuomio oli matematiikan osaamisessa ja sen yhteydessä selvitettiin myös oppilaiden matematiikkaan liittyviä asenteita ja uskomuksia. PISA on OECD:n (Organisation for Economic Cooperation and Development) koordinoima yhteishanke, johon osallistui vuonna 2003 yhteensä 41 maata. Tutkimuksen arviointi kohdistui Suomessa peruskoulun yhdeksännen luokan oppilaisiin. (Kupari ym. 2004, 5–6.)

TIMSS 2011 ja PISA 2003 -tutkimuksissa oppilaiden asenteita selvitettiin väittämäjoukkojen avulla. Väittämiin liittyvät vastaukset pisteytettiin ja oppilaat jaettiin ryhmiin sen mukaisesti, minkälai-

sia heidän uskomuksensa olivat. TIMSS-tutkimuksessa oppilaat jaettiin kolmeen ja PISA-tutkimuksessa neljään eri asenneryhmään. Vertaamalla näiden asenneryhmien saamia pisteitä tutkimusten osaamista mittaavista osiosta saatuihin pisteisiin, pystyttiin asenteiden ja oppimistulosten välistä yhteyttä tarkastelemaan. (Kupari ym. 2004, 42–46; Kupari ym. 2012, 31–38.)

Niin TIMSS 2011 kuin PISA 2003 -tutkimukset osoittivat asenteiden yhteyden oppimistuloksiin vakuuttavasti (Kupari ym. 2004, 42–46; Kupari ym. 2012, 31–42). Oppilaat, jotka asennoituvat myönteisesti matematiikkaa kohtaan, saavuttivat myös parempia tuloksia. Toisaalta oppilaat, jotka menestyvät matematiikassa hyvin, myös muita todennäköisemmin pitivät siitä. (Kupari ym. 2012, 31.) Asenteiden ja oppimistulosten välillä siis vallitsee itseään vahvistava tai heikentävä kehä, jossa onnistumiset kantavat hedelmää ja epäonnistumiset puolestaan romahduttavat tulokuntoa entisestään (Kupari ym. 2012, 71).

#### 6.1.1 USKOMUKSET ITSESTÄ MATEMATIIKAN OPPIJANA

TIMMS 2011 ja PISA 2003 -tutkimusten tulosten mukaan suomalaisten oppilaiden matemaattinen minäkäsitys oli kansainvälisesti vertaillen keskitasoa. Molempien tutkimusten mukaan matemaattinen minäkäsitys oli kaikista asenteista voimakkaimmin yhteydessä matematiikan todelliseen osaamisen kanssa. (Kupari ym. 2004, 45, 51; Kupari ym. 2012, 35.) TIMMS-tulosten mukaan suomalaisista kahdeksannen luokan oppilaista 15 % luotti oppimiseensa paljon, 39 % jonkin verran ja 46 % heikosti (Kupari ym. 2012, 35).

PISA 2003 -tulosten mukaan suomalaisten poikien matemaattinen minäkäsitys oli selvästi tyttöjä parempi. Sama ilmiö oli havaittavissa myös muissa tutkimukseen osallistuneissa maissa, mutta Suomessa ero oli keskimääräistä suurempi. (Kupari ym. 2003, 44–45.) Myös peruskoulun päättövaiheen oppimistulosten arvioinnin yhteydessä toteutetussa asennemittauksessa havaittiin vastaava ero sukupuolten välillä: pojat luottivat omaan osaamiseensa selvästi tyttöjä enemmän (Mattila & Rautopuro 2013, 105–106).

#### 6.1.2 USKOMUKSET MATEMATIIKASTA, SEN OPPIMISESTA JA OPETTAMISESTA

TIMMS 2011 -tutkimuksesta saatujen tulosten mukaan ainoastaan joka kymmenes suomalaisoppilas piti matematiikasta paljon, kun kansainvälisen keskiarvon mukaan joka neljäs oppilas piti ma-

tematiikasta paljon. Suomessa oppilaiden enemmistö (60 %) piti matematiikasta vain vähän. Oppilaiden matematiikasta pitämishän ja matematiikan suorituksilla oli selkeä yhteys niin, että enemmän matematiikasta pitävät saivat myös korkeampia pisteitä tutkimuksen osaamista mittaavissa osioissa. (Kupari ym. 2012, 31–32.)

PISA 2003 -tutkimuksen mukaan suomalaiset oppilaat eivät olleet kovinkaan kiinnostuneita matematiikasta, kun heitä verrattiin muiden OECD-maiden oppilaisiin. Vain kolmessa maassa oltiin vähemmän kiinnostuneita matematiikasta kuin Suomessa. Suomalaispojat olivat selvästi tyttöjä kiinnostuneempia matematiikasta, mikä oli tyypillinen ilmiö kaikille OECD-maille. Oppilaiden kiinnostus matematiikkaa kohtaan ja heidän todellinen matematiikan osaamisensa olivat myös vahvasti yhteydessä toisiinsa. (Kupari ym. 2004, 42–44.)

TIMSS-tutkimuksen matematiikan arvostamista mittaavassa osiossa Suomi jäi todella kauas muista vertailumaista. Kansainvälisesti vertaillen lähes puolet kaikista oppilaista arvosti matematiikkaa paljon, kun suomalaisista tätä mieltä oli vain 15 % oppilaista. Myös muissa Pohjoismaissa matematiikan arvostus oli selvästi Suomea korkeampaa. Maiden oppilasmääriin suhteutettuna paljon matematiikkaa arvostavia ruotsalaisia oli kaksinkertainen ja norjalaisia lähes kolminkertainen määrä suomalaisiin verrattuna. Jokaisessa osallistujamaassa matematiikan arvostaminen oli myös selkeästi yhteydessä matematiikan osaamiseen. (Kupari ym. 2012, 33–35.)

### 6.1.3 USKOMUKSET SOSIAALISESTA KONTEKSTISTA, JOSSA OPPIMINEN JA OPETTAMINEN TAPAHTUVAT

Suomalaisten oppilaiden sitoutuminen matematiikan oppimiseen oli TIMSS-tutkimuksessa kansainvälisesti vertaillen erittäin heikkoa. Sitoutumista matematiikan oppimiseen mitattiin pääosin opettajaan liittyvillä väittämillä, kuten ”Opettajaani on helppo ymmärtää”. Kansainvälisen keskiarvon mukaan joka neljäs oppilas oli sitoutunut opetukseen hyvin, kun Suomessa opetukseen hyvin sitoutuneita oppilaita oli ainoastaan kuusi prosenttia kaikista oppilaista. Lisäksi heikosti opetukseen sitoutuneita oppilaita oli Suomessa kaksinkertainen määrä kansainväliseen keskiarvoon verrattuna. Todellisen osaamisen ja matematiikan oppimiseen sitoutumisen välillä oli yhteys, mutta se ei ollut kovinkaan vahva. (Kupari ym. 2012, 36–38.)

PISA 2009 -tutkimuksen tulosten mukaan hälinä ja epäjärjestys ovat suomalaiskouluissa tavallinen ilmiö. Kansainvälisesti vertaillen suomalaisoppilaat myös kokevat koulun työskentelyilmapiirin ja

erityisesti oppitunnin työrauhan heikoksi. Hälinästä huolimatta suurin osa oppilaista kuvaa suhdettaan opettajiin varsin myönteisenä. Esimerkiksi 84 % suomalaisoppilaista koki saavansa tarvittaessa lisäapua opettajalta. (Väljærvi 2012, 113–124.)

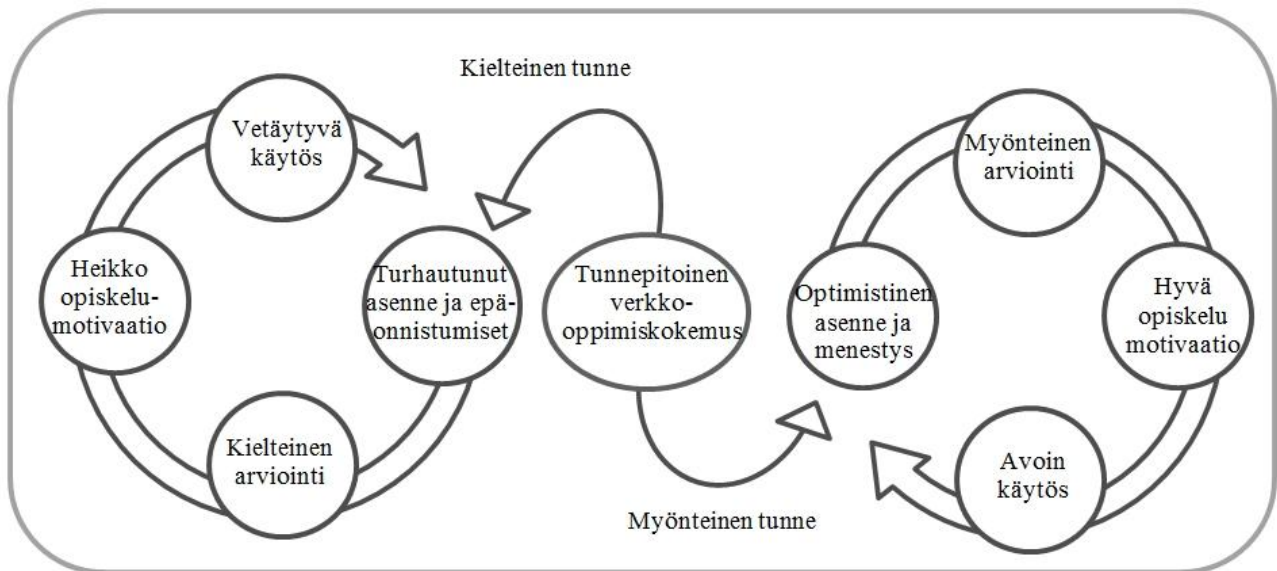
## 6.2 OPPILAIDEN ASEENTEET TIETOKONEIDEN AVULLA OPISKELUA KOHTAAN

PISA 2009 -tutkimuksessa selvitettiin kattavasti suomalaisoppilaiden kiinnostusta tietokoneisiin sekä heidän luottamustaan omiin tietotekniikan taitoihinsa. Tulosten mukaan erityisesti suomalaisten tyttöjen kiinnostus tietokoneiden käyttöä kohtaan sekä luottamus omia tietotekniikan taitojaan kohtaan oli toiseksi alhaisinta kaikista tutkimukseen osallistuneista maista. Poikien kiinnostus ja luottamus oli selvästi tyttöjä parempia. (Leino & Nissinen 2012, 74–75.)

Myös Math.fi -oppimisympäristöä käyttävien oppilaiden asennetta tietokoneiden avulla tapahtuvaa opiskelua kohtaan on tutkittu (Anjala 2011, 1–28). Tulosten mukaan Math.fi:n avulla opiskelevien oppilaiden asenteet tietokoneiden avulla opiskelua kohtaan olivat myönteisiä. Tutkimuksen vertailuryhmänä toimivat tavallisessa opetuksessa olevat oppilaat. Vertailuryhmän osalta tehtiin sama huomio, kuin PISA 2009 -tutkimuksessa: tavallisessa opetuksessa olevien tyttöjen asenteet tietokoneiden avulla opiskelua kohtaan olivat selvästi poikia huonommat (Anjala 2011, 21–22; Leino & Nissinen 2012, 74–75 ).

## 6.3 TUNTEIDEN MERKITYS OSANA VERKKO-OPPIMISTA

Juutisen (2011, 53) mukaan tunteet liittyvät kiinteästi verkko-oppimiseen, koska verkko-oppiminen on pohjimmiltaan tunneperäinen kokemus. Kognitiotieteen väitöskirjassaan hän on kehittänyt mallin, joka pyrkii kuvaamaan verkko-opetuksessa olevien oppilaiden emotionaalista prosesseja (ks. kuva 4). Väitöskirja perustuu laajaan tutkimusten sarjaan, joissa on käytetty niin kvantitatiivisia kuin kvalitatiivisia metodeja. Tutkimusaineisto on kerätty verkkokursseja käyttäviltä opiskelijoilta ja työntekijöiltä, jotka käyttävät verkko-oppimisympäristöä työhönsä liittyen. Verkko-opiskelijan tunnetiloihin liittyvä malli on kaksipuolinen ja se pyrkii selittämään, kuinka tunteet helposti ajavat verkko-opiskelijan myönteiseen tai kielteiseen kierteeseen opintoihinsa liittyen. (Juutinen 2011, 34–39, 50–53.)



**Kuva 4:** Mukailtu malli Juutisen (2011, 53) emotionaalisia prosesseja kuvaavasta kaaviosta.

Myönteiset tunteet voivat saada alkunsa esimerkiksi onnistumisista tekniikan parissa ja niiden ansiosta opiskelijan on helpompaa asennoitua optimistisesti tulevaan verkko-opiskeluun. Myönteisen asenteen ansiosta opiskelija ei myöskään lannistu niin helposti mahdollisista ongelmatilanteista ja hän pyrkii aktiivisesti ratkaisemaan kohtaamansa vastoinkäymiset. Parhaassa tapauksessa myönteinen kierre johtaa siihen, että oppilas on aiempaa motivoituneempi ja avoimempi uudelle tiedolle. (Juutinen 2011, 62–63.)

Huono käyttäjäkokemus tai vastoinkäymiset johtavat verkko-opinnoissa helposti turhautumiseen. Kielteisten tunteiden aiheuttajana on yleensä heikko käytettävyyden tai käyttäjille suunnattujen tukijärjestelmien puute. Kielteiset tunteet johtavat tyypillisesti siihen, että oppilas kokee kaikkien ongelmien johtuvan pääosin teknologiasta ja hän menettää kiinnostuksensa opiskeluun, koska teknologiaan ei ole mahdollista vaikuttaa. Pienikin ongelma saa oppilaan lannistumaan, eikä hänellä ole kiinnostusta etsiä vastauksia ongelmiinsa. Kielteiset tunteet myös taannuttavat oppilaiden ajattelua ja häiritsevät heidän keskittymistään opiskeltavaan asiaan. (Juutinen 2011, 13, 53–55, 62–63.)

Kielteinen kehä on mahdollista rikkoa kiinnittämällä erityistä huomiota oppilaiden saamaan ohjaukseen ja järjestelmän käytettävyyteen. Jo pelkkä tukijärjestelmien olemassaolo ja niistä tiedottaminen saavat oppilaat luottavemmiksi omiin taitoihinsa. Myös tavallisen luokkaopetuksen jonkinasteinen yhdistäminen verkko-opetukseen parantaa heikompien ja itsenäiseen työhön kykenemättömien oppilaiden suorituksia. Verkko-opintojen onnistumisen kannalta niiden aloittaminen on kaikista kriittisin ajankohta ja erityisesti tällöin järjestelmän käytön opastukseen ja ohjaukseen tulee kiinnit-

tää huomiota, jotta oppilaat eivät ajaudu kielteiseen kehään. Paras tapa edistää opiskelun myönteistä kehää ja oppilaiden motivaatiota on onnistunut käyttökokemus oppimisympäristössä. (Juutinen 2011, 13, 22, 57–58.)



## 7 TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, minkälainen on Math.fi oppimisympäristön avulla opiskelevien oppilaiden matematiikkakuva. Verkko-opetuksessa olevien oppilaiden matematiikkaan liittyviä uskomuksia tutkimalla on mahdollista selvittää, minkälaisena he kokevat matematiikan opiskelun Math.fi oppimisympäristössä. Tutkimustuloksia on mahdollista hyödyntää oppimisympäristön kehitystyössä. Matematiikkauskomukset ovat myös yhteydessä oppilaiden motivaatioon (Hannula 2006, 165–167) ja ne heijastavat heidän todellista osaamistaan (Kupari ym. 2012, 31–42; Kupari ym. 2004, 42–46).

Tutkimuskysymykset:

1. *Minkälainen on Math.fi oppimisympäristön avulla opiskelevien oppilaiden matematiikkakuva?*
2. *Onko Math.fi oppimisympäristön avulla opiskelevien oppilaiden matematiikkakuvassa eroa sukupuolten välillä?*

Matematiikkakuvaa tutkitaan kartoittamalla seuraavia uskomuksia, jotka toimivat myös tutkimuksen alakysymyksinä:

1. *Oppilaan uskomukset itsestään matematiikan osaajana*
2. *Oppilaan uskomukset matematiikan tärkeydestä itselleen*
3. *Oppilaan uskomukset matematiikan käytännönläheisyydestä*
4. *Oppilaan uskomukset matematiikan mielekkyydestä*
5. *Oppilaan uskomukset kyvystään keskittyä matematiikkaan*
6. *Oppilaan uskomukset matematiikan opettajan mahdollisuuksista auttaa oppilaita*
7. *Oppilaan uskomukset matematiikan yhteistoiminnallisuudesta*

Uskomuksiin liittyvät väittämät löytyvät teemoittain ryhmiteltyinä liitteestä 1.

## 8 TUTKIMUSMENETELMÄ

Tutkimus toteutettiin kvantitatiivisin menetelmin ja oppilaiden matematiikkakuvaa kartoitettiin väittämien avulla. Väittämien rakennetta tarkasteltiin ensin faktorianalyysin avulla, jonka jälkeen väittäjäjoukoista muodostettiin summamuuttujia. Tämän jälkeen vastaajat pisteytettiin summamuuttujien avulla uskomusten myönteisyyden tai kielteisyyden selvittämiseksi. Eri opetustapojen ja sukupuolten välisiä eroja vertailtiin kahden toisistaan riippumattoman ryhmän vertailuun tarkoitettujen testien avulla.

### 8.1 TUTKIMUSJOUKKO

Tutkimus toteutettiin Oriveden yhteiskoulussa ja tutkimukseen osallistui yhteensä 145 oppilasta, jotka opiskelivat vuosiluokilla 7–9. Vastaajista 80 oli tyttöjä ja 65 poikia. Math.fi:n avulla, eli verkko-opetuksen avulla, opiskelevia oppilaita oli 75 ja tavallisessa luokkaopetuksessa matematiikkaa opiskelevia oppilaita 70. Sekä verkko-opetuksessa että tavallisessa opetuksessa olevia oppilaita opettivat useat eri opettajat.

Verkko-opetuksessa olevista vastaajista 43 oli tyttöjä ja 32 poikia. Oppilaat kuuluivat kuuteen eri opetusryhmään, joita oli jokaisella vuosiluokalla kaksi. Verkko-opetuksessa olevien oppilaiden vastausprosentti oli 79,8 %. Verkko-opetuksessa olevien oppilaiden osalta kyseessä oli kokonaistutkimus, sillä tutkimukseen osallistuivat kaikki sovellusta käyttävät opetusryhmät. Kokonaistutkimuksessa tutkitaan koko perusjoukko (Metsämuuronen 2009, 61). Tutkimuksen tulososiossa koeryhmällä viitataan verkko-opetuksessa oleviin oppilaisiin.

Tavallisessa opetuksessa opiskelevista 70 oppilaasta tyttöjä oli 37 ja poikia 33. Oppilaat kuuluivat viiteen eri opetusryhmään, jotka opiskelivat matematiikkaa perinteisin menetelmin. Tavalliseen opetukseen kuuluneiden oppilaiden vastausprosentti oli 87,5 %. Opetusryhmistä kaksi kuului seitsemännelle vuosiluokalle, toiset kaksi kahdeksannelle vuosiluokalle sekä yksi opetusryhmä yhdeksännelle luokalle. Opetusryhmät valikoituivat tutkimukseen vapaaehtoisuuden perusteella. Tutkimuksen tulososiossa vertailuryhmällä viitataan tavallisessa opetuksessa oleviin oppilaisiin.

## 8.2 MITTARI

Oppilaiden matematiikkakuvan määrittelemiseksi tutkimusta varten suunniteltiin mittari, joka sisälsi 31 erilaista oppilaiden matematiikkakuvaan liittyvää väittämää. Mittaria testattiin vuonna 2011, minkä perusteella sen väittämien taustalla toimivaa rakennetta yksinkertaistettiin. Kaikki tutkimukseen liittyvät väittämät oli sekoitettu keskenään, eikä niitä esitetty väittämien järjestysnumeroiden mukaisessa järjestyksessä. Tutkimuksen yhteydessä oppilailta kysyttiin myös muuhun kuin matematiikkakuvaan liittyviä kysymyksiä, mutta nämä osiot olivat erillään matematiikkakuvaan liittyvistä väittämistä. Tutkimuksessa käytetty mittari oli siis osamittari ja siihen liittyvät väittämät löytyvät osioittain jaoteltuina liitteestä 1.

Väittämiä ja niiden muodostamia väittämäjoukkoja voidaan kutsua myös latenteiksi piirteiksi. Latentti piirre on mittarin, eli testivälineen, taustalla vaikuttava näkymätön ilmiö, joka vaikuttaa koehenkilön antamiin vastauksiin. Latentin piirteen ilmentymä vastaajassa voidaan saada esille määrittelemällä useita kysymyksiä, jotka on lähtökohtaisesti suunniteltu mittamaan tätä piirrettä. (Metsämuuronen 2009, 67, 161–162.)

Oppilaiden käsityksiä eri väittämien kohdalla mitattiin järjestysasteikolla. Koehenkilöiden piti valita mielipiteensä 5-portaiselta Likert-asteikolta, joka on yleisesti käytetty mittari määrittämään asenteita tai käsityksiä jonkin väittämän sisällöstä (Metsämuuronen 2009, 70). Likert-asteikon portaat oli nimetty seuraavasti: 1 = täysin eri mieltä, 2 = jokseenkin eri mieltä, 3 = en osaa sanoa, 4 = jokseenkin samaa mieltä ja 5 = täysin samaa mieltä.

### 8.2.1 MITTARIN VALIDITEETTI

Mittarin validiteetti kuvaa, kuinka luotettavasti mittausmenetelmä mittaa juuri sitä ominaisuutta, mitä on tarkoitus mitata. Validiteetti voidaan jakaa ulkoiseen ja sisäiseen validiteettiin. Ulkoisella validiteetilla tarkoitetaan, kuinka yleistettäviä saadut tulokset ovat. (Metsämuuronen 2011, 74.) Osaa tutkimustuloksista voidaan pitää yleistettävänä, osaa taas ei. Koska Math.fi -sovellusta käyttävien oppilaiden osalta kyseessä oli kokonaistutkimus, kuvaavat tämän ryhmän vastaukset heidän yleistä käsitystään varsin hyvin (vastausprosentti 79,8 %). Vertailuryhmän, eli tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden, vastauksien yleistettävyyden suhteen pitää sen sijaan olla hyvin maltillinen. Tutkimushetkellä Oriveden yhteiskoulussa tavallisessa matematiikan opetuksessa olevia oppi-

laita oli 216, joten 70 oppilaan antamat vastaukset eivät anna kattavaa kuvaa koulun yleisestä uskomusilmapiiristä.

Sisäisestä validiteetista puhutaan, kun pohditaan, ovatko käytetyt käsitteet teorian mukaisia ja kuinka kattavasti ne ylipäättään käsittelevät tutkittavaa ilmiötä (Metsämuuronen 2011, 74–75). Tutkimuksessa käytetty matematiikkakuva perustui Kaasilan ym. (2007, 350) määritelmään. Sisäiseen validiteetin liitetään termit käsitevalidius ja kriteerivalidius. Käsitevaliditeetin päästään käsiksi tarkastelemalla eri käsitteisiin liittyvien muuttujien välisiä korrelaatioita. Mikäli mittarin osiot todella mittaavat muuttujien taustalla vaikuttavaa latenttia muuttujaa, niin tähän käsitykseen liittyvien muuttujien tulisi korreloida keskenään enemmän kuin muiden muuttujien. (Metsämuuronen 2011, 74–75.) Tutkimuksessa faktorianalyysin (ks. luku 8.4.2) avulla etsittiin mittarin muuttujista ne, jotka korreloivat keskenään eniten.

Kriteerivalidius liittyy tilanteisiin, joissa mittarilla saatua arvoa verrataan johonkin toiseen pistemäärään, jota pidetään validiuden kriteerinä (Metsämuuronen 2011, 75). Tutkimuksen tulososiossa tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden antamat vastaukset pisteytettiin ja niitä käytettiin edellä mainitun kaltaisena vertailuarvona. Kriteerivalidiuden pohdinta liittyykin suoraan tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden vastauksien yleistettävyyden pohdintaan, mitä käsiteltiin jo ulkoisen validiteetin yhteydessä. Tutkimuksen kriteerivalidiutta saattaa hieman heikentää se, että tavallisessa opetuksessa olevien opetusryhmien koko oli keskimäärin 0,4 oppilasta suurempi kuin verkko-opetuksessa olevien opetusryhmien.

## 8.2.2 MITTARIN RELIABILITEETTI

Reliabiliteetti tarkoittaa luotettavuutta ja erityisesti sitä, kuinka toistettavia mittarilla saadut tulokset ovat (Metsämuuronen 2011, 75). Koska tutkimuksessa käytettiin itse tehtyä mittaria, kiinnitettiin sen reliabiliteettiin erityistä huomiota. Mittaria testattiin vuonna 2011, minkä perusteella sen väittämien taustalla toimivaa rakennetta yksinkertaistettiin. Pilottitutkimuksesta saatuja vastauksia ja vastauksien rakennetta (faktorianalyysi) myös verrattiin vuoden 2012 vastauksiin, ja tulokset nousivat samoja päälinjoja molemmilla tutkimuskerroilla.

Split-half menetelmän avulla on mahdollista mitata mittariin sisältyvien väittämien konsistenssia, eli sitä antavatko vastaajat johdonmukaisesti samankaltaisia vastauksia eri väittämiin. Tällöin vas-

taajat jaetaan satunnaisesti kahteen ryhmään, jonka jälkeen ryhmien välisten vastausten korrelaatio kertoo, kuinka yhteneviä vastaukset ovat. Korrelaatio on tällöin reliabiliuden mitta. Cronbachin alfa ( $\alpha$ ) on matemaattinen laskukaava, joka yksinkertaistettuna laskee kaikkien mahdollisten split-half:ien keskiarvon. (Metsämuuronen 2011, 76–78.) Kaikille tutkimuksessa muodostetuille summamuuttujille laskettiin  $\alpha$  -arvo, jonka alarajaksi asetettiin 0,6. Tutkimuksen alin  $\alpha$  -arvo oli 0,748, joten muodostettuja summamuuttujia voidaan pitää luotettavina.

Faktorianalyysillä (ks. luku 8.4.2) oli keskeinen rooli mittarin rakentamisessa, mistä johtuen faktorianalyysin luotettavuustarkastelu on keskeinen osa mittarin luotettavuustarkastelua. Faktorianalyysin käyttöedellytyksenä on yli sadan havainnon aineisto (Nummenmaa 2008, 406). Lisäksi tutkittavia pitäisi olla vähintään kaksi kertaa niin paljon kuin analysoitavia muuttujia ja vähintään 20 kertaa niin paljon kuin muodostettavia faktoreita (Nummenmaa 2008, 406). Nämä käyttöedellytykset toteutuivat tämän tutkimuksen kohdalla, mikä parantaa faktorianalyysin luotettavuutta. On kuitenkin hyvä muistaa, että faktorianalyysi toimii parhaiten vasta suurten otosten kanssa ja tutkimuksen 145 havaintoa voidaan pitää vielä melko vaatimattomana otoskokona. Toisaalta jo mittarin testaamisen ( $N=80$ ) yhteydessä aineistosta oli havaittavissa samankaltaista vaihtelua.

Muita faktorianalyysin käyttöedellytyksiä ovat muuttujien normaalijakautuneisuus ja välimatkaasteikkollisuus (Nummenmaa 2008, 418). Metsämuuronen (2011, 667) mukaan hyvällä järjestysasteikolla, kuten 5-portaisella Likert-asteikolla, mitatut muuttujat soveltuvat faktorianalyysiin. Kasvatustieteissä järjestysasteikollista Likert-asteikkoa kohdellaankin yleisesti välimatka-asteikkona. Se voidaan Likert-asteikolla mitattuja muuttujia pitää normaalisti jakautuneina, on vaikea kysymys. Tutkimuksen joissakin väittämissä vastaukset ovat painottuneet toiseen ääripäähän, jolloin normaalijakautuneisuuden oletus ei mielestäni täyty. Käyttäytymis- ja kasvatustieteissä faktorianalyysia kuitenkin käytetään jatkuvasti Likert-asteikolla mitattujen muuttujien ryhmittelyyn, joten tässä kohdin tutkimus myötäilee valtavirran menettelytapoja.

Korrelaatiomatriisin sopivuutta faktorianalyysia varten tarkasteltiin Kaiserin testillä sekä Bartlettin sväärisyystestillä. Kayser-Mayer-Olkin testin arvon tulisi olla yli 0,6 ja Bartlettin sväärisyystestin arvon pienempi kuin 0,001. Molemmat ehdot toteutuivat. Faktorianalyysilla tuotettujen faktorien ominaisarvon alarajan pidetään usein lukua yksi. (Metsämuuronen 2011, 661, 670.) Seitsemästä faktorianalyysilla tuotetusta faktorista kolmen viimeisen ominaisarvo oli pienempi kuin yksi, joten näiden faktoreiden luotettavuus voidaan kyseenalaistaa. Heikosti korreloivien ja alhaisen kom-

munaliteetin omaavien muuttujien poistaminen faktoriratkaisusta puolestaan paransi sen luotettavuutta (Metsämuuronen 2011, 667; Nummenmaa 2008, 403).

### 8.3 AINEISTON KERUU

Aineiston kerääminen toteutettiin E-lomakkeen avulla Oriveden yhteiskoulussa 20.–24.2.2012. E-lomake on tiedonkeräykseen tarkoitettu ohjelma, jonka avulla voi tehdä verkkolomakkeita, joille ohjelma luo oman Internet-osoitteen. E-lomakkeen avulla annetut vastaukset tallentuvat sähköiseen muotoon, jolloin tiedot ovat välittömästi hyödynnettävissä taulukointiohjelmissä kuten SPSS:ssä tai Excelissä. (E-lomake, 2013.) Vastaukset annettiin matematiikan oppituntien aikana opettajan antaessa oppilaille E-lomakkeen osoitteen ja lyhyen ohjeistuksen lomakkeen täyttämiseen.

Yhtäkään annettua vastausta ei tarvinnut poistaa aineistosta, mutta 14 vastaajaa oli valinnut itselleen virheellisen opetusmenetelmän. Näiden vastaajien todellinen opetusmenetelmä pystyttiin korjaamaan vastausajankohdan ja valitun opetusryhmän perusteella. Suurin osa väärän opetusmenetelmän valinneista vastaajista kuului Math.fi:n avulla opiskeleviin oppilaisiin, ja osa heistä onkin voinut kokea opiskelevansa matematiikkaa tavallisessa luokkaopetuksessa.

### 8.4 TILASTOLLISET MENETELMÄT

Kerätyn aineiston tilastollinen analysointi suoritettiin IBM SPSS Statistic -ohjelmiston versiolla 19.

#### 8.4.1 KAHDEN TOISISTAAN RIIPPUMATTOMAN RYHMÄN VERTAILU

Kahden toisistaan riippumattoman ryhmän vertailussa käytettiin t-testiä ja Mann-Whitney U -testiä, joiden avulla mitataan, onko kahden ryhmän keskiarvojen välillä tilastollisesti merkitseviä eroja (Metsämuuronen 2009, 14–20). Testejä käytettiin verkko-opetuksessa ja tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden ja sukupuolten välisten erojen mittaamiseen.

T-testiä voidaan soveltaa, kun otokset ovat toisistaan riippumattomat, muuttujat on mitattu vähintään välimatka-asteikolla ja muuttujan arvot noudattavat normaalijakaumaa. Mann-Whitney U-testiä voidaan käyttää, kun muuttujat on mitattu vähintään järjestys-asteikolla, otokset ovat toisis-

taan riippumattomat ja muuttujat ovat peräisin lähes samanmuotoisista jakaumista. Mikäli muuttujien arvojen normaalijakautuneisuutta on syytä epäillä, kannattaa kahta ryhmää vertailla u-testillä t-testin sijaan. (Metsämuuronen 2009, 14–20.) Tutkimuksessa muuttujien normaalijakautuneisuus testattiin Kolmogorov-Smirnov –testillä ( $p > 0,05$ ) ja ei normaalisti jakautuneiden muuttujien vertailuun käytettiin t-testin sijaan u-testiä. Tilastollisen merkitsevyyden raja-arvot olivat seuraavat:

Tilastollisesti lähes merkitsevä ero  $p < 0,05$

Tilastollisesti merkitsevä ero  $p < 0,01$

Tilastollisesti erittäin merkitsevä ero  $p < 0,001$

#### 8.4.2 FAKTORIANALYYSI

Tutkimuksessa faktorianalyysin avulla selvitettiin, minkälaisia faktorirakenteita vastauksista oli erotettavissa ja vastasivatko nämä rakenteet tutkimuksessa käytetyn mittarin alkuperäistä rakennetta. Faktorianalyysi on monimutkainen menetelmä, jonka perusteista selvitan ne välttämättömimmät tiedot, joita tarvitaan tutkimuksen tulososion hahmottamiseen.

Faktorianalyysi toimii parhaiten tilanteessa, jossa on tarkoitus etsiä suuresta muuttujajoukosta ne muuttujat, jotka korreloivat keskenään eniten (Metsämuuronen 2011, 650). Faktorianalyysin peruslähtökohdaksi on aina valittujen muuttujien korrelaatiomatriisi (Nummenmaa 2008, 397–398). Faktorianalyysi tuottaa tuloksenaan muuttujajoukkoja, joita kutsutaan faktoreiksi. Saatujen faktorien avulla pyritään kuvaamaan latenteja muuttujia, joita ei voida suoraan mitata aineistosta, vaan ainoastaan välillisesti analyysin avulla havaittujen muuttujien kautta. (Metsämuuronen 2011, 650.)

Faktorianalyysin pohjana oleva korrelaatiomatriisi on mahdollista kuvata äärettömän monen eri faktoriratkaisun avulla menetelmiä ja valintoja vaihtelemalla, mistä johtuen faktorianalyysi toimii parhaiten tilanteissa, joissa sitä käytetään tutkijan ennakko-oletuksia vahvistavana menetelmänä mielivaltaisen kokeilemisen sijaan. Oikean menetelmän valitseminen on tärkeää myös toimivan lopputuloksen kannalta. (Nummenmaa 2008, 399, 406, 409.) Tutkimuksessa faktorianalyysia käytettiin ensisijaisesti edellä mainitun kaltaisena vahvistavana menetelmänä.

SPSS tarjoaa monia mahdollisuuksia toteuttaa faktorianalyysi perusoletuksenaan pääkomponenttianalyysi (PCA), jolloin ei enää itse asiassa puhuta faktorianalyysistä vaan pääkomponenttianalyysistä. Pääkomponenttianalyysi soveltuu tilanteisiin, joissa tutkija haluaa vähentää muuttujien mää-

rää ilman oletusta mittarin taustalla vaikuttavista latenteista muuttujista. (Metsämuuronen 2011, 651-653, Nummenmaa 2008, 409.) Perinteinen exploratiivinen faktorianalyysi (EFA) taas soveltuu tilanteisiin, joissa tutkijalla on oletus taustalla vaikuttavista latenteista muuttujista (Metsämuuronen 2011, 674). Principal Axis Factoring- (PAF), eli pääakselifaktorointi-menetelmä, on yleisesti käytetty exploratiivinen faktorianalyysi (Metsämuuronen 2011, 667), jota sovelletaan myös tämän tutkimuksen puitteissa.

### **Faktorien lataukset**

Kaikki faktorianalyysin avulla tuotetut muuttujajoukot, eli faktorit, muodostavat jokaiselle muuttujalle latauksen, joka kertoo kuinka paljon tämä yksittäinen faktori selittää muuttujan vaihtelusta. Latauksen suuruus siis kertoo, miten vahvasti muuttuja liittyy kyseiseen faktoriin. Jokainen muuttuja latautuu jokaiselle faktorille, mutta tyypillisesti pieniä latauksia ( $<0,3$ ) ei tulosteta näytölle. Tutkijan pitäisi pystyä selittämään faktorien muodostamat lataukset aiemman teorian pohjalta sekä kyettävä selittämään, miksi lataukset poikkeavat ennako-oletuksista. (Nummenmaa 2008, 403, 406, 412). Tässä tutkimuksessa alle 0,3 lataukset jätettiin huomioimatta faktorirakenteen tulkinnessa.

### **Faktorien ominaisarvot**

Faktorin ominaisarvo kertoo, kuinka paljon yksittäinen faktori selittää koko aineiston vaihtelusta. Jakamalla tämä ominaisarvo kaikkien muuttujien lukumäärällä saadaan selitysosuus, joka puolestaan kertoo, kuinka monta prosenttia kyseinen faktori selittää aineiston kokonaisvaihtelusta. Faktorien yhteenlaskettu selitysosuus paljastaa, kuinka paljon faktorianalyysi kokonaisuudessaan selittää aineiston vaihtelusta. (Nummenmaa 2011, 403.) Käytäntöön vakiintunut sääntö on, että faktorin ominaisarvon pitäisi olla vähintään yksi. Jos faktori on kuitenkin helposti tulkittavissa, voidaan tästä säännöstä joustaa. (Metsämuuronen 2011, 670.) Faktorien tulkittavuus asetettiin tässä tutkimuksessa ominaisarvotarkastelun edelle.

### **Faktorien lukumäärä**

Faktorianalyysi voi tuottaa tuloksenaan yhtä paljon faktoreita kuin analyysissä on muuttujia, mikä ei ole käytännön kannalta mielekäästä (Metsämuuronen 2011, 678). Faktorien lukumäärän rajaaminen voidaan tehdä ainakin kahdella tapaa: tarkastelemalla faktorien ominaisarvoja tai yksinkertaisesti asettamalla lukumääräinen rajoitus muodostettaville faktoreille. Hyvä peruste rajata faktorien



lukumäärää on tutkimukseen liittyvä ennakko-oletus faktorien lukumäärästä. Aineistosta siis kannattaa pyrkiä tuottamaan korkeintaan niin monta faktoria, kuin teorian perusteella voidaan olettaa. (Nummenmaa 2008, 408.) Tutkimuksessa muodostettavien faktorien lukumäärä rajattiin seitsemään, koska mittarin kysymykset voitiin jakaa näin moneen ryhmään.

### **Muuttujien kommunaliteetit**

Kommunaliteetti mittaa kuinka monta prosenttia muuttujan varianssista pystytään selittämään yhdessä kaikkien faktoreiden avulla (Metsämuuronen 2011, 677). Yleinen käytäntö on, että faktoriratkaisulla ei pystytä selittämään muuttujia, joiden kommunaliteetti on pienempi kuin 0,3 (Nummenmaa 2008, 403). Tutkimuksessa heikon kommunaliteetin omaavia muuttujia ei otettu mukaan faktorianalyysiin.

### **Rotaatiomenetelmä**

Rotaatiolla tarkoitetaan faktoriratkaisun latausrakenteen muuttamista niin, että faktoriratkaisu saadaan tulkinnallisesti mielekkäämpään muotoon. Rotaatiomenetelmät voidaan jakaa suorakulmaksiin (esim. VARIMAX) ja vinokulmaksiin rotaatioihin (esim. PROMAX). Suorakulmaisessa rotaatiossa oletetaan, että faktorit ovat toisistaan riippumattomia. Vinokulmaisessa rotaatiossa faktorien välinen riippuvuus eli korrelaatio taas sallitaan. Tutkimukseen soveltuvan rotaatiotyypin valinta riippuu täysin tutkimuksen taustalla olevasta teoriasta. (Nummenmaa 2008, 410–411.)

Useimmiten faktorien voidaan olettaa korreloivan keskenään, koska hyvin harvat käyttäytymisteissa mitattavat käsitteet ovat täysin riippumattomia toisistaan (Nummenmaa 2008, 408). Kun tutkittavana ilmiönä ovat esimerkiksi asenne ja asenteen eri komponentit, ei ole olemassa mitään teoreettista tai käytännöllistä syytä olettaa, etteivätkö asenteen eri osa-alueet korreloisi keskenään (Metsämuuronen 2011, 655). Koska matematiikkakuvaan liittyvät komponentit menevät osittain päällekkäin ja limittäin, on vinorotaation käyttäminen tutkimuksessa hyvin perusteltu vaihtoehto.

#### **8.4.3 SUMMAMUUTTUJAT JA VASTAAJIEN RYHMITTELY**

Tutkimuksessa mittarin yksittäisistä väittämistä muodostettiin faktorianalyysin tulosten perusteella summamuuttujia, joiden avulla mitattiin matematiikkakuvan eri osa-alueita. Summamuuttujien

avulla on mahdollista tehdä yleistyksiä väittämien sisältämästä informaatiosta summaamalla yksittäiset väittämät yhteen (Metsämuuronen 2011, 540). Summamuuttujien avulla oppilaiden antamat vastaukset pisteytettiin niin, että pisteet saivat arvoja väliltä  $[-2,2]$ . Pisteitä tulkitaan niin, että oppilaan käsitys on sitä myönteisempi, mitä lähempänä hänen pisteensä ovat arvoa 2 ja sitä kielteisempi, mitä lähempänä hänen pisteensä ovat arvoa -2. Nollakohta kuvaa neutraalia käsitystä.

Pisteiden perusteella oppilaat jaettiin kolmeen eri ryhmään niin, että oppilaat jotka saivat arvoja väliltä  $[-2,-\frac{1}{2}]$  kuuluivat ryhmään *kielteinen kuva* ja oppilaat jotka saivat arvoja väliltä  $[\frac{1}{2},2]$  kuuluivat ryhmään *myönteinen kuva*. Arvoja väliltä  $]-\frac{1}{2},\frac{1}{2}[$  saaneet oppilaat sijoitettiin ryhmään *neutraali kuva*.

## 9 TUTKIMUSTULOKSET

### 9.1 MATEMATIIKKAKUVAN MÄÄRITTELY

Tein matematiikkakuvaan liittyville väittämille faktorianalyysin, jonka tarkoituksena oli selvittää, minkälaisia faktorirakenteita vastauksista on erotettavissa ja vastaavatko nämä rakenteet tutkimuksessa käytetyn mittarin alkuperäistä rakennetta. Faktoriratkaisun avulla väittämistä muodostettiin summamuuttujia, jotka kuvaavat kuinka hyvin yksittäinen vastaaja edustaa kutakin faktoria. Kokeilin useita eri faktorimalleja tuloksia tarkastellessani ja seuraavaksi kertaankin lyhyesti ne perusteet, joiden mukaan muodostin lopullisen faktoriratkaisun.

Valitsin pääakselifaktorointimenetelmän, koska se sopii tilanteisiin, joissa tutkijalla on ennalta oletus tutkimuksen taustalla vaikuttavista latenteista muuttujista. Malli antoi myös tulkinnallisesti mielekkäimmän ratkaisun. Rotaatiomenetelmäksi valitsin vinokulmaisen Promax-rotaatiomenetelmän, koska matematiikkokuvaan liittyvien uskomuksien ja niistä muodostettavien faktoreiden voidaan katsoa korreloivan keskenään. Rajasin muodostettavien faktorien lukumäärän seitsemään, koska mittarin kysymykset voitiin jakaa näin moneen ryhmään.

Lopullista faktoriratkaisua muodostaessani poistin väittämän 28/7 ”Opiskelen mielelläni yhdessä luokkakavereiden kanssa” alhaisen kommunaliteetin ja huonon korrelaation vuoksi. Syynä väittämän heikkouteen saattoi hyvin olla se, että väittämässä ei puhuttu lainkaan matematiikasta muiden väittämien tapaan.

Seitsemän faktorin ratkaisun selitysosuus oli 75,7 % kaikkien muuttujien vaihtelusta. Kayser-Mayer-Olkin testi antoi faktoriratkaisulle arvon  $0,940 > 0,6$  ja Bartlettin sväärisyystesti  $0,000 < 0,001$ . Korrelaatiomatriisia voitiin siis pitää sopivana faktorianalyysia varten. Faktoriratkaisun kolmen viimeisen faktorin ominaisarvo oli pienempi kuin yksi ( $F_5=0,937$ ;  $F_6=0,813$ ;  $F_7=0,767$ ). Koska faktoreille viisi ja kuusi oli kuitenkin mahdollista antaa sisällöllisesti mielekäs tulkinta, otin ne mukaan jatkotarkasteluun. Seitsemänten faktoriin liittyneitä kahta kysymystä on tarkasteltu vain yksittäisinä väittäminä, eikä niistä ole muodostettu summamuuttujaa. Kuuden ensimmäisen faktorin selitysosuus oli 73,1 % kaikkien muuttujien vaihtelusta.

Väittämät on numeroitu tyyliin x/y. Tässä esitystavassa x on väittämän järjestysnumero ja y mittariin liittyvän väittämäjoukon numero. Esitystavan tarkoituksena on helpottaa alkuperäisen mittarin rakenteen ja faktoriratkaisun vertaamista toisiinsa (ks. taulukko 1).

**Taulukko 1:** Pääakselifaktorointi, Promax- rotaatio, seitsemän faktorin ratkaisu. Alle 0,3 lataukset piilotettu (N=145).

	Faktori						
	1	2	3	4	5	6	7
V2/1 Opin matematiikkaan liittyvät asiat helposti	,995						
V4/1 Olen hyvä ratkomaan matemaattisia tehtäviä	,904						
V1/1 Olen hyvä matematiikassa	,880						
V3/1 Ymmärrän opetuksessa käsitellyt matemaattiset asiat helposti	,772						
V19/5 Yleensä minun on helppo keskittyä opiskeltavaan matematiikan aiheeseen	,660			,378			
V21/5 Minun on helppo keskittyä matemaattisten tehtävien ratkaisemiseen	,567						
V18/5 Lasken usein asioita päässäni	,508						
V14/4 Matematiikan opiskelu on hauskaa		,862					
V30/7 Ratkon matemaattisia tehtäviä mielelläni yhdessä luokkakavereiden kanssa		,756					
V20/5 Matematiikan opetus on mielenkiintoista		,670					
V13/4 Pidän matematiikasta	,316	,668					
V29/7 Matematiikan opetus kannustaa oppilaita yhteistyöhön		,588					
V16/4 Matemaattisten tehtävien ratkaiseminen on palkitsevaa		,331					
V25/6 Opettaja auttaa minua tarvittaessa matematiikan tehtävien kanssa			,994				
V26/6 Matematiikan opettajalla riittää tarpeeksi aikaa jokaiselle oppilaalle			,819				
V23/6 Matematiikan opettaja edesauttaa oppimistani			,707				
V24/6 Matematiikan opettajalla on selkeä käsitys osaamisestani			,638				
V9/3 Matematiikan opiskelu on käytännönläheistä				,640			
V12/3 Oppitunnilla käytettävät apuvälineet havainnollistavat hyvin matemaattisia ilmiöitä				,632			
V15/4 Matematiikan opetus on monipuolista		,407		,619			
V10/3 Opetuksessa käytetyt esimerkit liittyvät arkeeni				,519			
V11/3 Matemaattiset tehtävät ovat käytännönläheisiä				,490			
V22/5 Matematiikan oppitunnilla ei ole häiriötekijöitä					,894		
V31/7 Matematiikan oppitunnilla ryhmän ilmapiiri tukee oppimistani					,529		
V17/4 Matematiikan oppitunnilla on miellyttävä työskennellä		,366			,454		
V5/2 Tarvitsen matematiikkaa myöhemmässä elämässäni						,764	
V6/2 Tarvitsen matematiikassa opittuja asioita		,347				,614	
V7/2 Matemaattiset tehtävät ovat minulle hyödyllisiä						,427	
V8/3 Melkein kaiken voi liittää jollain tavoin matematiikkaan							,822
V27/7 Keskustelen matematiikkaan liittyvistä asioista ystäväni kanssa:							,476

Nimesin matematiikkakuvaan liittyvät faktorit seuraavasti:

1. Matemaattinen minäkäsitys
2. Matematiikan mielekkyys
3. Matematiikan opettajan ohjaus
4. Matematiikan käytännönläheisyys
5. Matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiiri
6. Matematiikan tarpeellisuus

Faktoriratkaisusta oli havaittavissa viisi alkuperäisen mittarin väittämäjoukkoa, kun tarkasteltiin väittämien saamia latauksia eri faktoreille. Nämä väittämäjoukot latautuivat faktoreille 1–4 ja 6. Alkuperäisen mittarin väittämät oppilaan kyvystä keskittyä matematiikkaan olivat sulautuneet väittämiin, jotka käsittelivät oppilaan käsitystä itsestään matematiikan osaajana. Väittämät oppilaan käsityksestä matematiikan yhteistoiminnallisuudesta olivat puolestaan sirpaloituneet lukuisiin eri faktoreihin. Faktoriratkaisun viidennelle faktorille olivat latautuneet ne väittämät, jotka koskivat matematiikan oppituntia. Väittämät, jotka ovat saaneet yli 0,3 suuruisen latauksen useammalle kuin yhdelle faktorille on käsitelty vain kertaalleen ja sen faktorin yhteydessä, jolle ne ovat saaneet suurimman latauksen.

Ensimmäiselle faktorille (ks. taulukko 2) neljä vahvinta latausta saanutta väittämää kuuluivat mittarin väittämäjoukkoon ”Oppilaan uskomukset itsestään matematiikan osaajana”. Kolme seuraavaksi suurinta latausta saanutta väittämää kuuluivat väittämäjoukkoon ”Oppilaan uskomukset kyvystään keskittyä matematiikkaan”. Faktorille latautuneet väittämät liittyivät siis selkeästi oppilaan käsitykseen itsestään matematiikan osaajana ja kyvystä keskittyä matematiikkaan. Annoin faktorille nimen ”Matemaattinen minäkäsitys”, jonka alle mielestäni voidaan liittää niin oppilaan osaamiseen kuin keskittymiseenkin liittyvät väittämät. Tämä faktori ja siihen vahvasti latautuneet väittämät liittyvät parhaiten matematiikkakuvaan ensimmäiseen peruskomponenttiin: uskomukset itsestä matematiikan oppijana (Kaasila ym. 2007, 350).

**Taulukko 2:** Ensimmäinen faktori, lataukset (La), kommunaliteetit (Ko).

Faktori 1: <i>Matemaattinen minäkäsitys</i>	La	Ko
V2/1 Opin matematiikkaan liittyvät asiat helposti	0,995	0,881
V4/1 Olen hyvä ratkomaan matemaattisia tehtäviä	0,904	0,802
V1/1 Olen hyvä matematiikassa	0,880	0,778
V3/1 Ymmärrän opetuksessa käsitellyt matemaattiset asiat helposti	0,772	0,771
V19/5 Yleensä minun on helppo keskittyä opiskeltavaan matematiikan aiheeseen	0,660	0,722
V21/5 Minun on helppo keskittyä matemaattisten tehtävien ratkaisemiseen	0,567	0,768
V18/5 Lasken usein asioita päässäni	0,508	0,406
Cronbachin alfa ( $\alpha$ )	0,936	

Toisen faktorin (ks. taulukko 3) nimeäminen tuntui aluksi tulkinnallisesti vaikealta, koska sille latautuneet kysymykset liittyivät neljään eri kysymysjoukkoon. Alkuperäisistä väittämäjoukoista parhaiten edustettuna oli kuitenkin ryhmä neljä ja siihen kuuluvat väittämät, jotka liittyivät oppilaan uskomuksiin matematiikan mielekkyydestä. Kaikki viisi tähän ryhmään kuulunutta väittämää saivat yli 0,3 suuruisen latauksen ja lisäksi faktorin kärkilataus, eli suurin lataus, kuului tähän väittämäjoukkoon. Toiseksi ja kolmanneksi suurimman latauksen saaneet kysymykset eivät kuuluneet ryhmään viisi. Kun toisessa niistä kysyttiin, kuinka mielellään oppilaat ratkaisevat matemaattisia tehtäviä yhdessä muiden oppilaiden kanssa ja toisessa kuinka mielenkiintoisena oppilaat pitivät matematiikan opetusta, tuntui perustellulta antaa faktorille nimeksi ”Matematiikan mielekkyys”. Tämä faktori ja siihen liittyvät väittämät liittyvät parhaiten matematiikkakuvan toiseen peruskomponenttiin, joka käsittelee uskomuksia matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta (Kaasila ym. 2007, 350).

**Taulukko 3:** Toinen faktori, lataukset (La) ja kommunaliteetit (Ko).

Faktori 2: <i>Matematiikan mielekkyys</i>	La	Ko
V14/4 Matematiikan opiskelu on hauskaa	0,862	0,895
V30/7 Ratkon matemaattisia tehtäviä mielelläni yhdessä luokkakavereiden kanssa	0,756	0,372
V20/5 Matematiikan opetus on mielenkiintoista	0,670	0,810
V13/4 Pidän matematiikasta	0,668	0,816
V29/7 Matematiikan opetus kannustaa oppilaita yhteistyöhön	0,588	0,704
V16/4 Matemaattisten tehtävien ratkaiseminen on palkitsevaa	0,331	0,528
Cronbachin alfa ( $\alpha$ )	0,908	

Kolmannelle faktorille (ks. taulukko 4) vahvasti latautuneet väittämät kuuluivat kaikki alkuperäiseen väittämryhmään ”Oppilaan uskomukset matematiikan opettajan mahdollisuuksista auttaa oppilaita”. Väittämien avulla pyrittiin selvittämään, minkälaisena oppilas kokee opettajan antaman henkilökohtaisen ohjauksen ja opetuksen, minkä vuoksi annoin faktorille hieman alkuperäistä lyhyemmän nimen ”Matematiikan opettajan ohjaus”. Faktoriin kuuluvat väittämät voidaan liittää matematiikkakuvan kolmanteen peruskomponenttiin: Uskomukset sosiaalisesta kontekstista, jossa oppiminen ja opettaminen tapahtuvat (Kaasila ym. 2007, 350).

**Taulukko 4:** Kolmas faktori, lataukset (La), kommunaliteetit (Ko).

Faktori 3: <i>Matematiikan opettajan ohjaus</i>	La	Ko
V25/6 Opettaja auttaa minua tarvittaessa matematiikan tehtävien kanssa	0,994	0,655
V26/6 Matematiikan opettajalla riittää tarpeeksi aikaa jokaiselle oppilaalle	0,819	0,710
V23/6 Matematiikan opettaja edesauttaa oppimistani	0,707	0,729
V24/6 Matematiikan opettajalla on selkeä käsitys osaamisestani	0,638	0,519
Cronbachin alfa ( $\alpha$ )	0,861	

Neljännelle faktorille (ks. taulukko 5) yli 0,3 suuruisen latauksen saaneista kuudesta väittämästä neljä kuuluivat joukkoon ”Oppilaan uskomukset matematiikan käytännölläisyydestä”. Myös faktorin kärkilataus kuului tähän väittämäjoukkoon. Kolmanneksi suurimman latauksen saanut väittämä ei kuulunut tähän väittämäjoukkoon, vaan siinä puhuttiin matematiikan opetuksen monipuolisuudesta. Neljännelle faktorille vahvimman latauksen saaneet väittämät siis liittyivät matematiikan käytännölläisyyteen ja monipuolisuuteen. Annoin faktorille nimeksi ”Matematiikan käytännölläisyys”. Faktoriin kuuluvat väittämät liittyvät parhaiten matematiikkakuvan toiseen peruskomponenttiin: Uskomukset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta (Kaasila ym. 2007, 350).

**Taulukko 5:** Neljäs faktori, lataukset (La), kommunaliteetit (Ko).

Faktori 4: <i>Matematiikan käytännölläisyys</i>	La	Ko
V9/3 Matematiikan opiskelu on käytännölläistä	0,640	0,670
V12/3 Oppitunnilla käytettävät apuvälineet havainnollistavat hyvin matemaattisia ilmiöitä	0,632	0,687
V15/4 Matematiikan opetus on monipuolista	0,619	0,637
V10/3 Opetuksessa käytetyt esimerkit liittyvät arkeeni	0,519	0,542
V11/3 Matemaattiset tehtävät ovat käytännölläisiä	0,490	0,659
Cronbachin alfa ( $\alpha$ )	0,889	

Viidennelle faktorille latautui vahvasti kolme väittämää, jotka kaikki kuuluivat eri väittämärühmiin. Väittämiä yhdisti kuitenkin se, että ne kaikki liittyivät matematiikan oppituntiin. Väittämällä tiedusteltiin, oliko oppitunnilla häiriötekijöitä, tukiko oppitunnin ilmapiiri opiskelua ja oliko oppitunnilla miellyttävä työskennellä. Annoin faktorille nimen ”Matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiiri”. Vaikka väittämät kuuluivat alkuperäisen mittarin eri väittämäjoukkoihin, oli sille mielestäni mahdollista tehdä edellä mainitun kaltainen mielekäs tulkinta. Faktoriin kuuluvat väittämät voidaan liittää matematiikkakuvan kolmanteen peruskomponenttiin: Uskomukset sosiaalisesta kontekstista, jossa oppiminen ja opettaminen tapahtuvat (Kaasila ym. 2007, 350).

**Taulukko 6:** Viides faktori, lataukset (La), kommunaliteetit (Ko).

Faktori 5: <i>Matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiiri</i>	La	Ko
V22/5 Matematiikan oppitunnilla ei ole häiriötekijöitä	0,894	0,612
V31/7 Matematiikan oppitunnilla ryhmän ilmapiiri tukee oppimistani	0,529	0,488
V17/4 Matematiikan oppitunnilla on miellyttävä työskennellä	0,454	0,747
Cronbachin alfa ( $\alpha$ )	0,748	

Kuudennelle faktorille latautuneet kolme väittämää liittyivät kaikki alkuperäiseen väittämäjoukkoon ”Oppilaan uskomukset matematiikan tärkeydestä itselleen”. Väittämällä kartoitettiin sitä, kuinka tärkeänä ja hyödyllisenä oppilaat kokivat matematiikan oman tulevaisuutensa kannalta. Tälle faktorille olisi mielestäni mahdollista antaa monta erilaista nimeä, kuten matematiikan tärkeys, arvostus, tarpeellisuus tai hyödyllisyys. Koska latausjärjestyksessä kahdessa ensimmäisessä väittämässä puhuttiin kuitenkin tarvitsemisesta, annoin faktorille nimeksi ”Matematiikan tarpeellisuus”. Kuudes faktori ja siihen kuuluvat väittämät voidaan liittää matematiikkakuvan toiseen peruskomponenttiin: Uskomukset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta (Kaasila ym. 2007, 350).

**Taulukko 7:** Kuudes faktori, lataukset (La), kommunaliteetit (Ko)

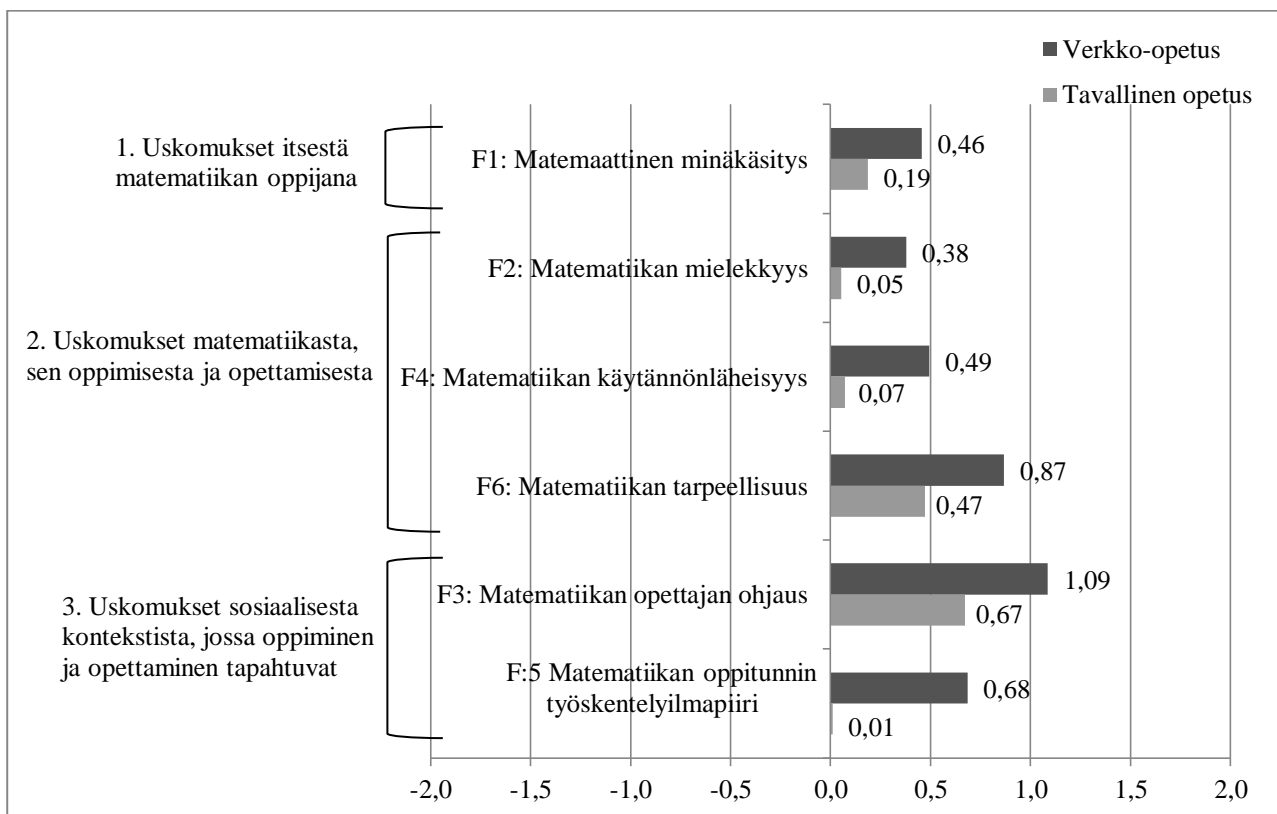
Faktori 6: <i>Matematiikan tarpeellisuus</i>	La	Ko
V5/2 Tarvitsen matematiikkaa myöhemmässä elämässäni	0,764	0,654
V6/2 Tarvitsen matematiikassa opittuja asioita	0,614	0,858
V7/2 Matemaattiset tehtävät ovat minulle hyödyllisiä	0,427	0,761
Cronbachin alfa ( $\alpha$ )	0,877	



## 9.2 VERKKO-OPETUKSESSA OLEVIEN OPPILAIKEN MATEMATIIKKAKUVA

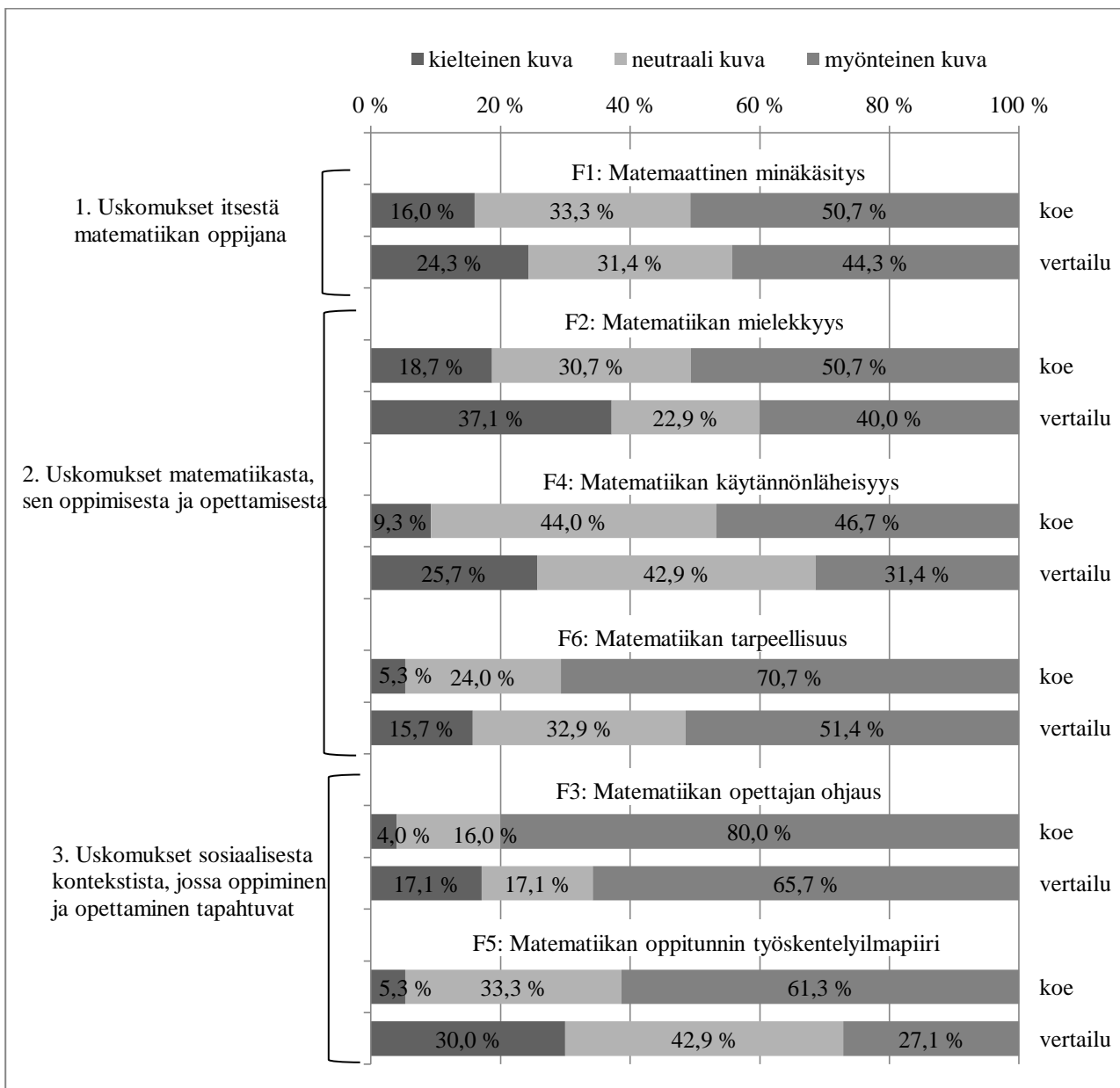
Verkko-opetuksessa olevien oppilaiden matematiikkakuvaa tutkittiin vertaamalla heidän antamia vastauksia tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden antamiin vastauksiin. Tutkimustulokset on esitetty kootusti kuvissa 5 ja 6. Summamuuttujiin ja yksittäisiin väittämiin liittyvät tilastolliset erot on käsitelty järjestämällä ne matematiikkakuvaan liittyvien peruskomponenttien mukaiseen järjestykseen (ks. luvut 9.2.1–9.2.3). Yksittäisten väittämien prosenttijakaumat esitetään niin, että Likert-asteikon kaksi ensimmäistä ja kaksi viimeistä porrasta on yhdistetty toisiinsa. Taulukoiden yhteydessä koeryhmällä tarkoitetaan verkko-opetuksessa olevia oppilaita ja vertailuryhmällä tavallisessa luokkaopetuksessa olevia oppilaita.

Oppilaiden vastaukset pisteytettiin summamuuttujien avulla ja pisteiden keskiarvot on esitetty kootusti kuvassa 5. Keskiarvot kuvaavat oppilaiden keskimääräisiä uskomuksia matematiikkakuvan eri osa-alueisiin, jotka on ryhmitelty matematiikkakuvaan liittyvien kolmen eri peruskomponentin mukaisesti. Yksittäisen vastaajan uskomuksia voidaan pitää sitä myönteisempänä mitä lähempänä hänen pisteensä ovat arvoa 2 ja sitä kielteisempänä mitä lähempänä hänen pisteensä ovat arvoa -2.



**Kuva 5:** Summamuuttujapisteiden keskiarvot faktoreiden ja opetustavan mukaan jaoteltuina (N=145: verkko-opetus=75; tavallinen opetus=70).

Kaikki oppilaat on myös jaettu kolmeen eri ryhmään heidän saamiensa pisteiden perusteella. *Myönteisen kuvan* muodostaneet oppilaat olivat vastanneet keskimäärin vähintään puoleen faktorin väittämistä ”olen jokseenkin samaa mieltä” ja loppuihin väittämiin ”en osaa sanoa”. *Kielteisen kuvan* muodostaneet oppilaat olivat vastanneet keskimäärin vähintään puoleen faktorin väittämistä ”olen jokseenkin eri mieltä” ja loppuihin väittämiin ”en osaa sanoa”. Loput oppilaat kuuluvat ryhmään *neutraali kuva*. Kuvassa 6 on esitetty kootusti oppilaiden vastausten prosenttijakaumat faktoreittain eroteltuina.



**Kuva 6:** Vastausten prosenttijakaumat faktoreiden ja opetustavan mukaan eriteltyinä (N=145: koe-ryhma=75; vertailuryhma=70).

## 9.2.1 USKOMUKSET ITSESTÄ MATEMATIIKAN OPPIJANA

Oppilaiden uskomuksia itsestä matematiikan oppijana kuvasi matemaattinen minäkäsitys -summamuuuttuja sekä siihen liittyvät yksittäiset väittämät.

### Matemaattinen minäkäsitys

Oppilaiden matemaattisessa minäkäsityksessä ei ollut suurta eroa opetustapojen välillä. Verkko-opetuksessa oppilaista 50,7 % koki matemaattisen minäkäsityksensä myönteisenä ja tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista 44,3 % (ks. kuva 6). Oppilaiden keskiarvojen välillä (ks. taulukko 8) ei ollut tilastollisesti merkitsevää (kaksisuuntainen t-testi:  $t=1,661$ ;  $df=143$ ;  $p=0,099$ ) eroa kumman opetustavan eduksi.

**Taulukko 8:** Matemaattinen minäkäsitys -summamuuttujan otoskoot, keskiarvot ja keskihajonnat koe- ja vertailuryhmän osalta.

		N	Keskiarvo	Keskihajonta	p arvo
Matemaattinen minäkäsitys	koe	75	0,4552	0,8837	0,099
	vertailu	70	0,1857	1,0667	

**Taulukko 9:** Matemaattinen minäkäsitys -faktoriin liittyvät väittämät ja niiden prosenttijakaumat. Merkintä \* väitteen perässä tarkoittaa, että ryhmien väliset keskiarvot (u-testi) eroavat lähes tilastollisesti merkitsevästi.

		eri mieltä	ei osaa sanoa	samaa mieltä
V2 Opin matematiikkaan liittyvät asiat helposti	koe	24,0 %	22,7 %	53,4 %
	vertailu	31,5 %	25,7 %	42,9 %
V4 Olen hyvä ratkomaan matemaattisia tehtäviä	koe	25,3 %	32,0 %	42,6 %
	vertailu	31,4 %	28,6 %	40,0 %
V1 Olen hyvä matematiikassa	koe	29,3 %	26,7 %	44,0 %
	vertailu	34,3 %	21,4 %	44,3 %
V3 Ymmärrän opetuksessa käsitellyt matemaattiset asiat helposti	koe	22,7 %	34,7 %	42,7 %
	vertailu	25,8 %	32,9 %	41,4 %
V19 Yleensä minun on helppo keskittyä opiskeltavaan matematiikan aiheeseen*	koe	18,7 %	17,3 %	64,0 %
	vertailu	31,4 %	18,6 %	50,0 %
V21 Minun on helppo keskittyä matemaattisten tehtävien ratkaisemiseen*	koe	13,3 %	22,7 %	64,0 %
	vertailu	25,7 %	27,1 %	47,2 %
V18 Lasken usein asioita päässäni	koe	14,7 %	21,3 %	64,0 %
	vertailu	22,9 %	18,6 %	58,5 %

Yksittäisiä väittämiä tarkasteltaessa (ks. taulukko 9) verkko-opetuksessa ja tavallisessa luokkaopetuksessa olevien oppilaiden vastauksien keskiarvoissa oli tilastollisesti lähes merkitsevä ero väittämien V19 (u-testi:  $p=0,032$ ) ja V21 (u-testi:  $p=0,035$ ) kohdalla verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi. Molemmissa väittämissä puhuttiin oppilaan kyvystä keskittyä oppimiseen. Esimerkiksi lähes kaksi kolmasosaa verkko-opetuksessa olevista oppilaista koki, että heidän on helppo keskittyä matemaattisten tehtävien ratkaisemiseen, kun tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista vain vajaa puolet oli tätä mieltä.

## 9.2.2 USKOMUKSET MATEMATIIKASTA, SEN OPPIMISESTA JA OPETTAMISESTA

Oppilaiden uskomuksia matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta kuvasivat matematiikan mielekkyys, matematiikan käytännönläheisyys ja matematiikan tarpeellisuus -summamuuttujat sekä niihin liittyvät yksittäiset väittämät.

### Matematiikan mielekkyys

Tavallisessa opetuksessa olevat oppilaat eivät kokeneet matematiikan opiskelua ja opetusta aivan yhtä mielekkäänä kuin verkko-opetuksessa olevat oppilaat. Hieman yli puolet verkko-opetuksessa olevista oppilaista koki matematiikan mielekkäänä, kun tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista vain 40,0 % oli tätä mieltä. Kielteisen kuvan matematiikan opiskelun ja oppimisen mielekkyyteen ottaneita oppilaita oli 37,1 % tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista ja 18,7 % verkko-opetuksessa olevista oppilaista, joten opetusryhmien ero korostui asteikon negatiivisessa päässä (ks. kuva 6). Ero oppilaiden keskiarvojen välillä (ks. taulukko 10) oli tilastollisesti lähes merkitsevä verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi (kaksisuuntainen t-testi:  $t=-1,755$ ;  $df=143$ ;  $p=0,047$ ).

**Taulukko 10:** Matematiikan mielekkyys -summamuuttujien otoskoot, keskiarvot ja keskihajonnat ja koe- ja vertailuryhmän osalta.

		N	Keskiarvo	Keskihajonta	p arvo
Matematiikan mielekkyys	koe	75	0,3778	0,9155	0,047
	vertailu	70	0,0524	1,0420	

Yksittäisiä väittämiä tarkasteltaessa (ks. taulukko 11) väittämien V29 (u-testi:  $p=0,012$ ) ja V16 (u-testi:  $p=0,016$ ) kohdalla oli tilastollisesti lähes merkitsevä ero verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi. Verkko-opetuksessa olevista oppilaista 64,0 % piti matemaattisten tehtävien ratkaise-

mista palkitsevana, kun tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista vain 45,7 % oli tätä mieltä. Tilastollinen ero oli myös väittämän ”Matematiikan opetus kannustaa oppilaita yhteistyöhön” kohdalla. Huomion arvoista on kuitenkin se, että reilusti yli kolmannes molempien opetustapojen oppilaita oli valinnut tässä kohdin ”ei osaa sanoa” vaihtoehdon.

**Taulukko 11:** Matematiikan mielekkyyss -faktoriin liittyvät väittämät ja niiden prosenttijakaumat. Merkintä \* väitteen perässä tarkoittaa, että ryhmien väliset keskiarvot (u-testi) eroavat lähes tilastollisesti merkitsevästi.

N=145 [koeryhmä=75; vertailuryhmä=70]		eri mieltä	ei osaa sanoa	samaa mieltä
V14 Matematiikan opiskelu on hauskaa	koe	29,4 %	32,0 %	38,7 %
	vertailu	40,0 %	24,3 %	35,7 %
V30 Ratkon matemaattisia tehtäviä mielelläni yhdessä luokkakavereiden kanssa	koe	16,0 %	25,3 %	58,7 %
	vertailu	21,5 %	21,4 %	57,2 %
V20 Matematiikan opetus on mielenkiintoista	koe	25,4 %	30,7 %	44,0 %
	vertailu	35,7 %	24,3 %	40,0 %
V13 Pidän matematiikasta	koe	29,3 %	22,7 %	48,0 %
	vertailu	37,2 %	22,9 %	40,0 %
V29 Matematiikan opetus kannustaa oppilaita yhteistyöhön*	koe	18,7 %	42,7 %	38,7 %
	vertailu	38,6 %	35,7 %	25,7 %
V16 Matemaattisten tehtävien ratkaiseminen on palkitsevaa*	koe	14,7 %	21,3 %	64,0 %
	vertailu	25,7 %	28,6 %	45,7 %

### Matematiikan käytännölläisyys

Suuri osa oppilaista ei osannut vastata, oliko matematiikan opiskelu ja opetus hänen mielestään käytännölläistä vai ei. Yli 40 % molempien opetustapojen oppilaista ei osannut sanoa, onko matematiikka hänen mielestään käytännölläistä (ks. kuva 6). Ero oppilaiden keskiarvojen välillä (ks. taulukko 12) oli kuitenkin tilastollisesti lähes merkitsevä (u-testi:  $p=0,014$ ) verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi ja lähes puolet verkko-opetuksessa olevista oppilaista kokikin matematiikan opiskelun ja opetuksen käytännölläisenä.

**Taulukko 12:** Matematiikan käytännölläisyys -summamuuttujan otoskoot, keskiarvot ja keskihajonnat koe- ja vertailuryhmän osalta.

		N	Keskiarvo	Keskihajonta	p arvo
Matematiikan käytännölläisyys	koe	75	0,4933	0,8116	0,014
	vertailu	70	0,0714	0,9571	

Yksittäisiä väittämiä tarkasteltaessa (ks. taulukko 13) väittämien V9 (u-testi:  $p=0,014$ ) ja V12(u-testi:  $p=0,019$ ) kohdalla oli tilastollisesti lähes merkitsevä ero ja väittämän V10 (u-testi,  $p=0,009$ ) kohdalla tilastollisesti merkitsevä ero verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi. Tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista vain 20,0 % oli sitä mieltä, että opetuksessa käytetyt esimerkit liittyvät hänen arkeensa, kun verkko-opetuksessa olevista oppilaistakin vain 32,0 % oli tätä mieltä. Neljän väittämän kohdalla yli kolmannes kaikista oppilaista oli valinnut ”ei osaa sanoa” vaihtoehdon.

**Taulukko 13:** Matematiikan käytännönläheisyys -faktoriin liittyvät väittämät ja niiden prosenttija-kaumat. Merkintä \* tarkoittaa tilastollisesti lähes merkitsevää eroa ja merkintä \*\* tilastollisesti merkitsevää eroa (u-testi).

N= 145 [koeryhmä = 75; vertailuryhmä = 70]		eri mieltä	ei osaa sanoa	samaa mieltä
V9 Matematiikan opiskelu on käytännönläheistä*	koe	10,7 %	36,0 %	53,3 %
	vertailu	25,7 %	38,6 %	35,7 %
V12 Oppitunnilla käytettävät apuvälineet havainnollistavat hyvin matemaattisia ilmiöitä*	koe	13,3 %	38,7 %	48,0 %
	vertailu	27,2 %	37,1 %	35,7 %
V15 Matematiikan opetus on monipuolista	koe	9,3 %	17,3 %	73,3 %
	vertailu	22,8 %	14,3 %	62,9 %
V10 Opetuksessa käytetyt esimerkit liittyvät arkeeni**	koe	25,4 %	42,7 %	32,0 %
	vertailu	42,9 %	37,1 %	20,0 %
V11 Matemaattiset tehtävät ovat käytännönläheisiä	koe	14,7 %	45,3 %	40,0 %
	vertailu	28,6 %	35,7 %	35,7 %

### Matematiikan tarpeellisuus

Verkko-opetuksessa olevat oppilaat kokivat tarvitsevansa matematiikkaa elämässään enemmän kuin tavallisessa opetuksessa olevat oppilaat. Verkko-opetuksessa olevista oppilaista 70,7 % piti matematiikkaa tarpeellisena, kun tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista vain hieman yli puolet oli tätä mieltä. Vain 5,3 % verkko-opetuksessa olevista oppilaista ei kokenut tarvitsevansa matematiikkaa kun tavallisessa opetuksessa 15,7 % oppilaista kallistui tälle kannalle (ks. kuva 6). Ero oppilaiden keskiarvojen välillä (ks. taulukko 14) oli tilastollisesti lähes merkitsevä (u-testi:  $p=0,017$ ) verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi.

**Taulukko 14:** Matematiikan tarpeellisuus -summamuuttujan otoskoot, keskiarvot ja keskihajonnat koe- ja vertailuryhmän osalta.

		N	Keskiarvo	Keskihajonta	p arvo
Matematiikan tarpeellisuus	koe	75	0,8667	0,8472	0,017
	vertailu	70	0,4714	0,9967	

Kaikissa matematiikan tarpeellisuus -faktoriin liittyvissä kolmessa väittämässä (ks. taulukko 15) oli tilastollisesti lähes merkitsevä ero opetustapojen välillä verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi V5 (u-testi:  $p=0,012$ ), V6 (u-testi:  $p=0,037$ ) ja V7 (u-testi:  $p=0,039$ ). Prosentuaaliset erot eri opetustapoihin kuuluvien oppilaiden vastausten välillä eivät olleet kovinkaan suuria, mutta esimerkiksi 64,0 % verkko-opetuksessa olevista oppilaista piti matemaattisia tehtäviä itselleen hyödyllisinä, kun tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista vain 47,2 % oli tätä mieltä.

**Taulukko 15:** Matematiikan tarpeellisuus -faktoriin liittyvät väittämät ja niiden prosenttijakaumat. Merkintä \* tarkoittaa tilastollisesti lähes merkitsevää eroa (u-testi).

N=145 [koeryhmä=75; vertailuryhmä=70]		eri mieltä	ei osaa sanoa	samaa mieltä
V5 Tarvitsen matematiikkaa myöhemmässä elämässäni*	koe	8,0 %	17,3 %	74,7 %
	vertailu	14,2 %	22,9 %	62,8 %
V6 Tarvitsen matematiikassa opittuja asioita*	koe	6,7 %	30,7 %	62,7 %
	vertailu	17,2 %	35,7 %	47,1 %
V7 Matemaattiset tehtävät ovat minulle hyödyllisiä*	koe	6,6 %	29,3 %	64,0 %
	vertailu	17,1 %	35,7 %	47,2 %

### 9.2.3 USKOMUKSET SOSIAALISESTA KONTEKSTISTA, JOSSA OPPIMINEN JA OPETTAMINEN TAPAHTUVAT

Oppilaiden uskomuksia sosiaalisesta kontekstista, jossa oppiminen ja opettaminen tapahtuvat kuvaivat matematiikan opettajan ohjaus ja matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiiri -summamuuttujat sekä niihin liittyvät yksittäiset väittämät.

#### Matematiikan opettajan ohjaus

Niin verkko- kuin tavallista opetusta saavat oppilaat kokivat matematiikan opettajan antaman ohjauksen ja opetuksen hyvänä, ja se sai muihin matematiikkakuvan osa-alueisiin verrattuna kaikista myönteisimmän vastaanoton oppilailta (ks. kuvat 5 ja 6). Verkko-opetuksessa olevat oppilaat koki-

vat opettajan antaman ohjauksen vielä tavallisessa opetuksessa olevia oppilaita myönteisempänä. Heistä peräti 80,0 % piti ohjausta hyvänä, kun tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista vain 65,7 % oli tätä mieltä. Heikkona ohjausta piti 4,0 % verkko-opetuksessa olevista ja 17,1 % tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista. Ero oppilaiden keskiarvojen välillä (ks. taulukko 16) oli tilastollisesti lähes merkitsevä verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi (u-testi:  $p=0,021$ ).

**Taulukko 16:** Matematiikan opettaja -summamuuttujan otoskoot, keskiarvot ja keskihajonnat koe- ja vertailuryhmän osalta.

		N	Keskiarvo	Keskihajonta	p arvo
Matematiikan opettajan ohjaus	koe	75	1,0867	0,7323	0,021
	vertailu	70	0,6714	1,0326	

Yksittäisiä väittämiä tarkastellessa (ks. taulukko 17) huomataan, että väittämien V26 (u-testi:  $p=0,006$ ) ja V23 (u-testi:  $p=0,005$ ) vastauksien keskiarvot erosivat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi. Verkko-opetuksessa olevista oppilaista 70,7 % koki, että matematiikan opettajalla oli riittävästi aikaa jokaiselle oppilaalle, kun tavallisessa opetuksessa vain 47,2 % oppilaista oli tätä mieltä. Lisäksi tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista 24,3 % koki, että opettaja ei edesauta hänen oppimistaan, mutta verkko-opetuksessa olevista oppilaista vain 4,0 % oli tätä mieltä.

**Taulukko 17:** Matematiikan opettajan ohjaus -faktoriin liittyvät väittämät ja niiden prosenttija-kaumat. Merkintä \*\* väitteen perässä tarkoittaa, että ryhmien väliset keskiarvot (u-testi) eroavat tilastollisesti merkitsevästi.

N=145 [koeryhmä=75; vertailuryhmä=70]		ei osaa sa-		
		eri mieltä	noa	samaa mieltä
V25 Opettaja auttaa minua tarvittaessa matematiikan tehtävien kanssa	koe	0,0 %	8,0 %	92,0 %
	vertailu	10,0 %	11,4 %	78,5 %
V26 Matematiikan opettajalla riittää tarpeeksi aikaa jokaiselle oppilaalle**	koe	16,0 %	13,3 %	70,7 %
	vertailu	28,6 %	24,3 %	47,2 %
V23 Matematiikan opettaja edesauttaa oppimistani**	koe	4,0 %	20,0 %	76,0 %
	vertailu	24,3 %	20,0 %	55,7 %
V24 Matematiikan opettajalla on selkeä käsitys osaamisestani	koe	5,3 %	34,7 %	60,0 %
	vertailu	12,8 %	24,3 %	62,9 %



## Matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiiri

Suurimmat erot opetustapojen välillä havaittiin matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiiriin liittyen. Verkko-opetuksessa olevista oppilaista 61,3 % koki matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiirin myönteisenä, kun tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista vain 27,1 % oli tätä mieltä. Työskentelyilmapiiri tuntui negatiiviselta 5,3 % verkko-opetuksessa olevista oppilaista ja peräti 30,0 % tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista (ks. kuva 6). Ero oppilaiden keskiarvojen välillä (ks. taulukko 18) oli tilastollisesti erittäin merkitsevä (u-testi:  $p < 0,001$ ) verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi.

**Taulukko 18:** Matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiiri -summamuuttujien otoskoot, keskiarvot, ja keskihajonnat koe- ja vertailuryhmän osalta.

		N	Keskiarvo	Keskihajonta	p arvo
Matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiiri	koe	75	0,6844	0,7323	0,001
	vertailu	70	0,0095	0,9571	

Verkko-opetuksessa ja tavallisessa luokkaopetuksessa olevien oppilaiden välillä oli väittämien V22 (u-testi:  $p < 0,001$ ) ja V31 (u-testi:  $p < 0,001$ ) kohdalla tilastollisesti erittäin merkitsevä ero ja väittämien V17 (u-testi:  $p = 0,0012$ ) kohdalla tilastollisesti merkitsevä ero verkko-opetuksessa olevien oppilaiden eduksi (ks. taulukko 19). Esimerkiksi 50,7 % verkko-opetuksessa olevista oppilaista oli sitä mieltä, että matematiikan oppitunnilla ei ole häiriötekijöitä, kun tavallisessa opetuksessa olevista oppilaista vain 24,3 % oli tätä mieltä. Lisäksi verkko-opetuksessa olevista oppilaista 68,0 % koki ryhmän ilmapiirin oppimista tukevaksi, kun tavallisessa opetuksessa vain 37,2 % oppilaista oli tätä mieltä.

**Taulukko 19:** Matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiiri -faktoriin liittyvät väittämät ja niiden prosenttijakaumat. Merkintä \*\* tarkoittaa tilastollisesti merkitsevää eroa ja merkintä \*\*\* tilastollisesti erittäin merkitsevää eroa (u-testi).

N=145 [koeryhmä=75; vertailuryhmä=70]		eri mieltä	ei osaa sanoa	samaa mieltä
V22 Matematiikan oppitunnilla ei ole häiriötekijöitä***	koe	30,6 %	18,7 %	50,7 %
	vertailu	51,5 %	24,3 %	24,3 %
V31 Matematiikan oppitunnilla ryhmän ilmapiiri tukee oppimistani***	koe	4,0 %	28,0 %	68,0 %
	vertailu	25,7 %	37,1 %	37,2 %
V17 Matematiikan oppitunnilla on miellyttävä työskentely**	koe	6,6 %	21,3 %	72,0 %
	vertailu	22,9 %	27,1 %	50,0 %

#### 9.2.4 MUUT VÄITTÄMÄT

Tässä luvussa on käsitelty seitsemänteen faktoriin kuuluneet kaksi yksittäistä väittämää, joista ei muodostettu summamuuttujaa. Annettujen vastauksien välillä ei ollut tilastollisesti merkitseviä eroja verkko-opetuksessa ja tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden keskiarvojen välillä (u-testi).

**Taulukko 20:** Seitsemänteen faktoriin liittyvät väittämät ja niiden prosenttijakaumat.

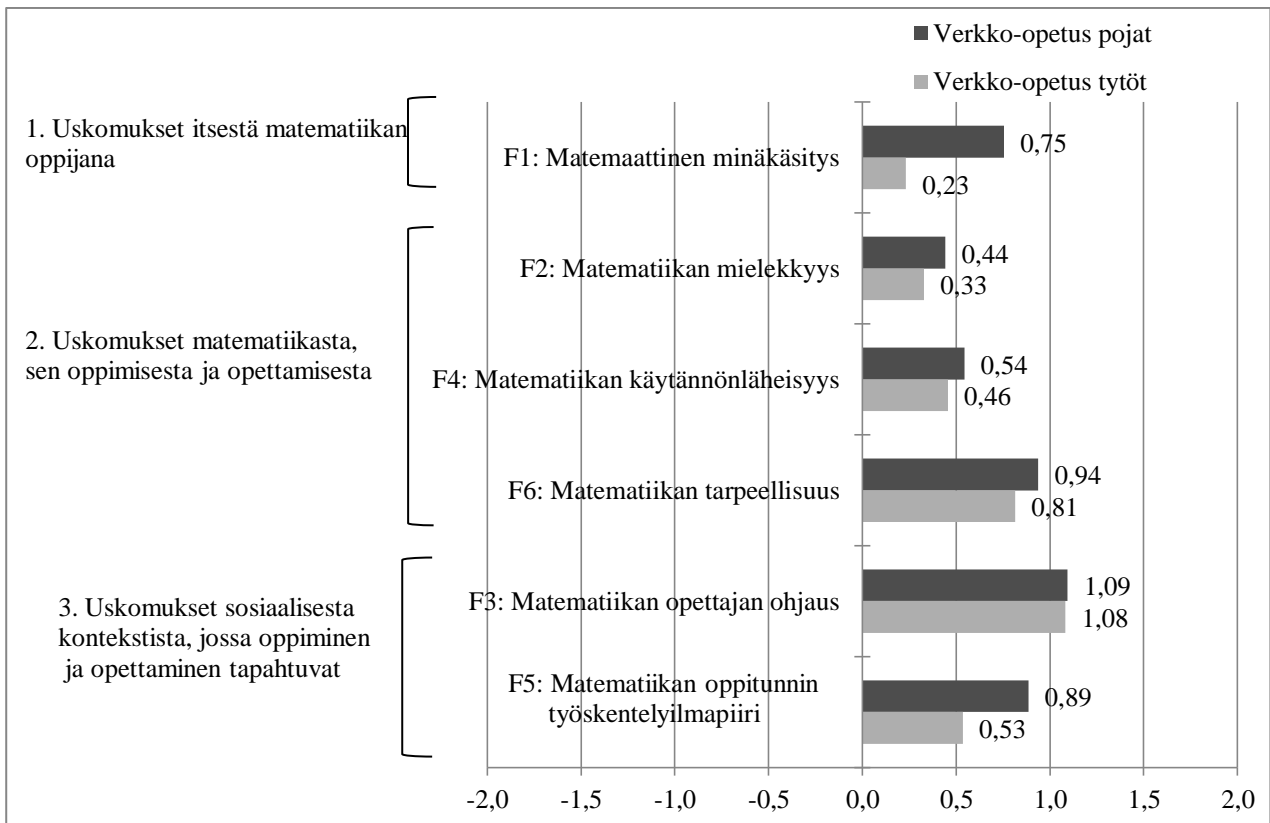
N=145 [koeryhmä=75; vertailuryhmä=70]		eri mieltä	ei osaa sanoa	samaa mieltä
V8 Melkein kaiken voi liittää jollain tavoin matematiikkaan	koe	14,7 %	38,7 %	46,6 %
	vertailu	31,4 %	28,6 %	40,0 %
V27 Keskustelen matematiikkaan liittyvistä asioista ystäväieni kanssa	koe	60,0 %	14,7 %	25,3 %
	vertailu	54,3 %	20,0 %	25,7 %

#### 9.3 SUKUPUOLTEN VÄLISET EROT MATEMATIIKKAKUVASSA

Sukupuolten välisiä eroja oppilaiden matematiikkakuvassa tutkittiin vertaamalla verkko-opetuksessa olevien tyttöjen ja poikien antamien vastauksien keskiarvoja toisiinsa. Tutkimustulokset esitetään vain niiltä osin, joissa tyttöjen ja poikien välillä havaittiin tilastollisia eroja.

Oppilaiden vastaukset pisteytettiin summamuuttujien avulla ja pisteiden keskiarvot on esitetty kootusti kuvassa 7. Keskiarvot kuvaavat oppilaiden keskimääräistä asennetta matematiikkakuvan eri osa-alueisiin. Yksittäisen vastaajan asennetta voidaan pitää sitä myönteisempänä mitä lähempänä hänen pisteensä ovat arvoa 2 ja sitä kielteisempänä mitä lähempänä hänen pisteensä ovat arvoa -2.

Erot tyttöjen ja poikien välillä rajoittuivat heidän uskomuksiinsa itsestään matematiikan oppijana. Tulosten mukaan poikien matemaattinen minäkäsitys oli tyttöjä myönteisempi. Ero tyttöjen ja poikien keskiarvojen välillä oli tilastollisesti lähes merkitsevä (kaksisuuntainen t-testi:  $t=2,629$ ;  $df=73$ ;  $p=0,010$ ) poikien eduksi (ks. taulukko 21).



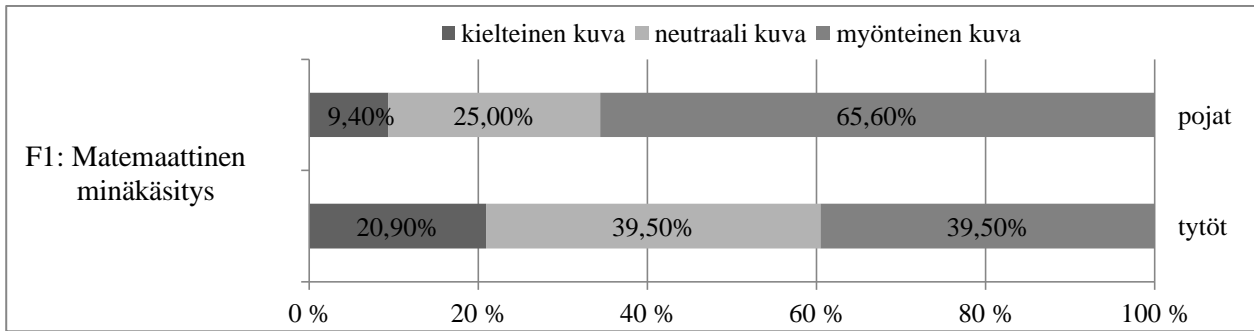
**Kuva 7:** Summamuuttujapisteiden keskiarvot faktoreittain ja sukupuolittain eroteltuina (N=75: pojat=32; tytöt=43).

**Taulukko 21:** Matemaattinen minäkäsitys -summamuuttujan otoskoot, keskiarvot ja keskihajonnat sukupuolten välillä.

	N	Keskiarvo	Keskihajonta	p arvo
Matemaattinen minäkäsitys	pojat	32	0,7545	0,010
	tytöt	43	0,2326	

Matemaattinen minäkäsitys -faktorin osalta verkko-opetuksessa olevat tytöt ja pojat jaettiin vielä kolmeen eri ryhmään heidän saamiensa pisteiden perusteella. *Myönteisen kuvan* muodostaneet oppilaat olivat vastanneet keskimäärin vähintään puoleen faktorin väittämistä ”olen jokseenkin samaa mieltä” ja loppuihin väittämiin ”en osaa sanoa”. *Kielteisen kuvan* muodostaneet oppilaat olivat vastanneet keskimäärin vähintään puoleen faktorin väittämistä ”olen jokseenkin eri mieltä” ja loppuihin väittämiin ”en osaa sanoa”. Loput oppilaat kuuluvat ryhmään *neutraali kuva*.

Tulosten (ks. kuva 8) mukaan pojista 65,6 % koki matemaattisen minäkäsityksensä myönteisenä kun tytöistä tätä mieltä oli vain 39,5 %. Pojista noin joka kymmenes oppilas piti itseään heikkona matematiikan oppijana, kun tytöistä tätä mieltä oli joka viides oppilas.



**Kuva 8:** Vastausten prosenttijakaumat matemaattinen minäkäsitys- summamuuttujaan liittyen (N=75: pojat=32; tytöt=43).

Sukupuolten välillä havaittiin viiden väittämän (ks. taulukko 22) kohdalla tilastollisesti lähes merkitsevä ero poikien eduksi. Väittämät V1 (u-testi:  $p=0,027$ ), V2 (u-testi:  $p=0,038$ ), V18 (u-testi:  $p=0,026$ ) ja V21 (u-testi:  $p=0,031$ ) kuuluivat kaikki matemaattinen minäkäsitys -faktorin väittämiin. Pojat arvioivat oman matemaattisen osaamisensa ja kykynsä keskittyä matematiikkaan selvästi tyttöjä optimistisemmin. Kun pojista noin joka kymmenes oppilas oli sitä mieltä, että hän ei opi matematiikkaan liittyviä asioita helposti, niin tytöistä tätä mieltä oli joka kolmas oppilas. Lisäksi pojista vain 3,1 % koki, että hänen ei ole helppoa keskittyä matemaattisten tehtävien ratkaisemiseen, kun tytöistä peräti 20,9 % oli tätä mieltä.

V22:n (u-testi:  $p=0,017$ ) mukaan pojat kokivat matematiikan verkko-opiskelun tyttöjä häiriöttömämpänä tilanteena. Pojista 65,6 % koki, ettei oppitunnilla ei ole häiriötekijöitä, kun tytöistä tätä mieltä oli vain 39,6 %. Väittämä kuului matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiiri -faktorin väittämiin. Muiden tähän faktoriin liittyvien väittämien kohdalta ei havaittu eroja sukupuolten välillä.

**Taulukko 22:** Väittämät, joissa sukupuolten välillä havaittiin lähes tilastollisesti merkitsevä ero.

N= 75 [pojat = 32; tytöt = 43]		eri mieltä	ei osaa sanoa	samaa mieltä
V1 Olen hyvä matematiikassa	pojat	18,8 %	28,1 %	53,2 %
	tytöt	37,2 %	25,6 %	37,2 %
V2 Opin matematiikkaan liittyvät asiat helposti	pojat	9,4 %	28,1 %	62,5 %
	tytöt	34,9 %	18,6 %	46,4 %
V18 Lasken usein asioita päässäni	pojat	6,3 %	15,6 %	78,2 %
	tytöt	21,0 %	25,6 %	53,5 %
V21 Minun on helppo keskittyä matemaattisten tehtävien ratkaisemiseen	pojat	3,1 %	15,6 %	81,2 %
	tytöt	20,9 %	27,9 %	51,2 %
V22 Matematiikan oppitunnilla ei ole häiriötekijöitä	pojat	21,9 %	12,5 %	65,6 %
	tytöt	37,2 %	23,3 %	39,6 %

## 10 POHDINTA

Math.fi:n avulla opiskelevien oppilaiden matematiikkakuva oli keskimäärin varsin myönteinen. Tähän tulokseen päästiin tarkastelemalla niin verkko-opiskelijoita omana joukkonaan kuin vertaamalla heidän antamia vastauksiaan tavallisessa luokkaopetuksessa olevien oppilaiden vastauksiin.

Verkko-opetuksessa olevat oppilaat kokivat etenkin matematiikan, sen oppimisen ja opettamisen sekä siihen liittyvän sosiaalisen kontekstin myönteisenä. Myös verkko-opiskelijoiden uskomukset itsestä matematiikan osaajina olivat keskimäärin myönteisiä, mutta ne eivät juuri eronneet tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden uskomuksista. Selkeimmät erot verkko-opetuksen ja tavallisen opetuksen välillä havaittiin uskomuksissa oppimisen ja opettamisen sosiaalisesta kontekstista. Myös verkko-opetuksessa olevien tyttöjen ja poikien uskomukset itsestään matematiikan oppijina erosivat toisistaan selvästi.

Oppitunnin työskentelyilmapiiri oli yksi oppimisen ja opettamisen sosiaalista kontekstia kuvaavista muuttujista. Math.fi oppimisympäristöä käyttävät oppilaat kokivat matematiikan oppitunnin työskentelyilmapiirin hyvänä ja erittäin merkittävästi myönteisempänä, kuin tavallisessa luokkaopetuksessa olevat oppilaat. Math.fi:n avulla opiskelevista oppilaista enemmistö oli sitä mieltä, että oppitunnilla ei ole häiriötekijöitä ja yli kaksi kolmasosaa heistä koki ryhmän ilmapiirin tukevan oppimista. Etenkin Math.fi:tä käyttävät pojat kokivat, että oppitunnilla ei ole häiriötekijöitä. Uusimpien PISA-tulosten mukaan hälinä ja epäjärjestys ovat suomalaiskouluille tyypillinen ilmiö ja suomalaisoppilaat kokevat erityisesti koulun työskentelyilmapiiriin liittyvän oppitunnin työrauhan heikoksi (Väljärvi 2012, 115). Huolimatta siitä, että edellä mainitut PISA-tulokset eivät ole suoraan vertailukelpoisia tämän tutkimuksen tuloksien kanssa, antavat ne rohkaisevan kuvan verkko-opetuksessa olevien oppilaiden uskomuksista.

Suomalaisten poikien on havaittu olevan tyttöjä kiinnostuneempia opiskelemaan tietokoneiden avulla (Leino & Nissinen 2012, 74–75), ja vallitsevien tunnetilojen tiedetään ohjaavat yksilön käyttäytymistä ja huomiota (Hannula 2004, 32). Tämä voi selittää, miksi Math.fi:n avulla opiskelevat pojat kokivat oppitunnin tyttöjä häiriöttömämpänä tilanteena. Häiriötekijät saattavat ainakin oppilaan omasta mielestä vähentyä, jos hän on kiinnostunut opiskelemaan tietokoneiden avulla, jolloin hän myös kohdentaa huomionsa tähän toimintaan.

Oppimisen ja opettamisen sosiaaliseen kontekstiin liittyen neljä viidestä verkko-opetuksessa olevista oppilaista piti matematiikan opettajan ohjausta hyvänä. Verrattaessa opettajan ohjaukseen liittyviä tuloksia karkeasti PISA 2009 -tutkimuksen tuloksiin (Väljærvi 2012, 117) oppilaiden ja opettajien välisistä suhteista huomataan, etteivät Math.fi oppimisympäristöä käyttävien oppilaiden uskomukset opettajasta vaikuta mitenkään poikkeuksellisen myönteisiltä. Esimerkiksi 84 % suomalaisoppilaista koki saavansa tarvittaessa lisäapua opettajalta (Väljærvi 2012, 117), kun 92 % tämän tutkimuksen verkko-opiskelijoista oli sitä mieltä, että opettaja auttaa häntä tarvittaessa matematiikan tehtävien kanssa. Yleisesti ottaen suomalaisoppilaat tulevat opettajien kanssa hyvin toimeen (Väljærvi 2012, 115), miltä tilanne näyttää myös tähän tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden osalta. Tarkemmin tuloksia tarkasteltaessa huomataan, että opettajan ajankäyttöön liittyvät uskomukset ovat mielenkiintoisia: yli 70 % verkko-oppilaista kokee, että matematiikan opettajalla oli tarpeeksi aikaa jokaiselle oppilaalle, kun taas tavallisessa opetuksessa alle puolet oppilaista oli tätä mieltä.

Mahdollisen selityksen verkko-opiskelijoiden myönteisille uskomuksille opettajan ajankäytöstä tarjoavat järjestelmän raportointi- ja seurantaprosessit sekä oppilasjohtoisen työskentelytavan korostaminen. Oppilasjohtoisen työskentelytavan ja opettajalle tarjottavien raportointi- ja seurantaprosessien tarkoituksena on vapauttaa opettajan aikaa opiskelijoiden yksilölliseen tukemiseen (Kiema 2013, 27–29). Mikäli opettaja pystyy järjestelmän ansiosta todella käyttämään aikaansa aiempaa tehokkaammin, voi se selittää, miksi niin suuri osa verkko-opetuksessa olevista oppilaista koki opettajan ajankäytön riittäväksi.

Raportointi- ja seurantaprosessien tarjoama reaaliaikainen ja yksityiskohtainen informaatio voi selittää myös myönteisen työskentelyilmapiirin syntymistä, sillä se pyrkii kohdentamaan opettajan huomion avun tarpeessa oleviin oppilaisiin. Parhaassa tapauksessa opettaja pystyy nyt ennalta ehkäisemään tekijöitä, jotka heikentävät oppitunnin työskentelyilmapiiriä. Esimerkiksi oppitunnin työrauha rikkoutuu usein juuri silloin, kun oppilas ei tiedä mitä tekisi tai kun hän törmää ongelmiin. Oppitunnin myönteistä työskentelyilmapiiriä on saattanut edistää myös oppimisympäristön tarjoama kaveritoiminto (ks. luku 4.3), mikä mahdollistaa kavereiden toiminnan seuraamisen. Järjestelmän kehitystyössä oppimisympäristöihin liittyvää sosiaalista näkökulmaa (Manninen ym. 2007a, 38–39) ei ole siis unohdettu.

Verkko-opiskelijoiden ja tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden uskomukset itsestään matematiikan oppijana eivät eronneet toisistaan. Sen sijaan verkko-opetuksessa olevat pojat kokivat mate-

maattisen minäkäsityksenä merkitsevästi myönteisempänä kuin verkko-opetuksessa olevat tytöt. Poikien vahvempi matemaattinen minäkäsitys on yleisesti havaittu ilmiö (Kupari ym. 2003, 44–45; Mattila & Rautopuro 2013, 106), joka näyttää esiintyvän myös matematiikan verkko-opintojen yhteydessä. Matematiikkaan liittyviä sukupuolten välisiä eroja on mahdollista selittää ympäristön ja biologisten tekijöiden avulla. Biologisten tekijöiden selitysvoima on kuitenkin heikko verrattuna ympäristötekijöihin. (Hannula 2001, 35.) Uusimmissa TIMSS- ja PISA-tutkimuksissa suomalaisten tyttöjen ja poikien matemaattisessa osaamisessa ei ole myöskään havaittu tilastollisesti merkitseviä eroja (Kupari ym. 2012, 43; Sulkunen ym. 2010, 32). Sen sijaan peruskoulun päättövaiheen oppimistuloksissa pojat ovat saavuttaneet tilastollisesti tyttöjä paremman tuloksen, mutta käytännössä ero on häviävän pieni (Hirvonen & Rautopuro 2013, 41). Matematiikkaan liittyvät sukupuolten väliset erot johtuvat todennäköisimmin tyttöjen ja poikien erilaisista kohtelutavoista (Hannula 2001, 35). Koska myönteiset uskomukset matematiikkaa kohtaan näyttävät ennustavan paitsi oppilaiden todellista osaamista (Kupari ym. 2004, 42–46; Kupari ym. 2012, 31–38) myös heidän tulevia kouluvalintojaan (Mattila & Rautopuro 2013, 106), kannattaa opettajan kiinnittää erityistä huomiota oppilaiden tasa-arvoiseen ja kannustavaan kohteluun.

Tutkimuksessa opiskelijoiden uskomuksia matematiikasta ja sen oppimisesta ja opettamista kuvasivat uskomukset matematiikan mielekkyydestä, käytännönläheisyydestä ja tarpeellisuudesta. Edellä mainitut verkko-opiskelijoiden uskomukset olivat keskimäärin myönteisempiä kuin tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden uskomukset. Erot eivät kuitenkaan olleet yhtä merkitseviä kuin oppimisen ja opettamisen sosiaaliseen kontekstiin liittyvät erot opetustapojen välillä.

Mielenkiintoisimmat matematiikkaan ja sen oppimiseen ja opettamiseen liittyvät tulokset liittyivät oppilaiden uskomuksiin matematiikan käytännönläheisyydestä. Suuri osa oppilaista ei osannut vastata, oliko matematiikan opiskelu ja opetus hänen mielestään käytännönläheistä vai ei: yli 40 % molempien opetustapojen oppilaista ei osannut sanoa, onko matematiikka hänen mielestään käytännönläheistä. Todennäköisin selitys näille tuloksille on se, että matematiikan käytännönläheisyyteen liittyvät väittämät oli muotoiltu huonosti. Ne eivät ehkä herättäneet suuria tunteita kummassakaan vastaajaryhmässä. Toisaalta herää myös kysymys, onko matematiikan käytännönläheisyyteen panostettu opetuksessa tarpeeksi. Perusopetuksen opetussuunnitelmien perusteiden (2004, 163) mukaan oppilaan tavoitteena on ymmärtää matematiikan ja reaali maailman välisiä yhteyksiä. Math.fi:n opetusvideot kuvaavat tyypillisesti arkielämään liittyvin esimerkein matematiikan teoriaa, mutta tästä huolimatta vain 32 % verkko-oppilaista oli sitä mieltä, että opetuksessa käytetyt esimer-

kit liittyivät hänen arkeensa. Oppimisympäristön kehitystyössä käytännönläheisyyteen kannattaneekin panostaa jatkossa entistä enemmän.

Matematiikkaan ja sen oppimiseen ja opettamiseen liittyen verkko-opiskelijat kokivat matematiikan mielekkäämpänä ja tarpeellisempänä kuin tavallisessa opetuksessa olevat oppilaat. TIMMS 2011 tutkimuksessa (Kupari ym. 2012, 31–35) on tarkkailtu hyvin samankaltaisia muuttujia kuten oppilaiden matematiikasta pitämistä ja arvostamista, mutta erilaisista tutkimusmenetelmistä johtuen on näiden tulosten vertaaminen tämän tutkimuksen tuloksiin haastavaa. TIMSS 2011 -tutkimuksen kansainvälisen vertailun mukaan suomalaisoppilaat pitävät ja arvostavat matematiikkaa vain vähän (Kupari ym. 2012, 31–35). Tilanne näyttää verkko-opiskelijoiden kannalta hyvältä, jos tämän tutkimuksen vertailuryhmä, eli tavallisessa opetuksessa olevat oppilaat, vastaavat uskomuksiltaan keskimääräisiä suomalaisoppilaita. Tätä on kuitenkin mahdoton varmistaa millään tavalla, mikä voidaan laskea tutkimuksen heikkoudeksi. Ongelma koskee yleisesti tämän tutkimuksen tulosten vertaamista aiempiin tutkimuksiin, kuten PISA:an ja TIMSS:iin.

Tukijärjestelmien puute on yksi verkko-opintojen sudenkuopista (Juutinen 2011, 13), jonka Math.fi on saattanut välttää. Verkko-opetuksen toteutustapa on sekoitus monimuoto- ja lähiopetusta (Kalliala 2002, 19–26), jossa opettaja on jatkuvasti läsnä ja oppilaiden käytettävissä. Tämän lisäksi järjestelmä tarjoaa opettajille yksilöllistä tietoa oppilaiden edistymisestä ja heidän tekemästään itsearviointia (Kiema 2013, 34). Oppilailla on siis mahdollisuus saada välitöntä apua tai ohjausta, kun he kohtaavat ongelmia tai turhauttavia tilanteita järjestelmään tai matematiikkaan liittyen. Parhaassa tapauksessa opettaja on ehtinyt puuttua ongelmaan ennen kuin oppilas on ehtinyt turhautua saati ajautua Juutisen (2011, 53) mainitsemaan kielteiseen kehään verkko-opintoihinsa liittyen.

Juutisen (2011, 53) verkko-opiskelijan emotionaalisia prosesseja kuvaava malli (ks. luku 6.3) tarjoaa yhden mahdollisen selityksen verkko-opiskelijoiden kokonaisvaltaisesti myönteiselle matematiikkakuvulle. Mallin mukaan onnistumisen tunteet verkko-opinnoissa johtavat helposti oppilaiden myönteiseen asenteeseen verkko-opintoja kohtaan (Juutinen 2011, 53). Myönteisillä tai kielteisillä asenteilla on tapana liittyä johonkin toiseen asenteiden kohteelle läheiseen aiheeseen (McLeod 1992, 581). Math.fi yhdistää verkko-opinnot ja matematiikan kiinteästi toisiinsa. Voidaan siis olettaa, että oppilaiden asenteet matematiikkaa ja verkko-opintoja kohtaan kietoutuvat toisiinsa. Mikäli verkko-oppimisympäristö, kuten Math.fi, herättää oppilaissa onnistumisen tunteita voi se myös parhaassa tapauksessa edistää heidän myönteistä matematiikkakuvaansa. Toisaalta voidaan myös olettaa, että mikäli Math.fi olisi käytettävyydeltään tai tukijärjestelmiltään pahasti puutteellinen, ei sitä



käyttävien oppilaiden matematiikkakuva olisi kovin myönteinen. Oletusta myönteisistä käyttäjäkokemuksista ja onnistumisen tunteista tukee myös aiemmin Math.fi:stä tehty tutkimus (Anjala 2011, 21–22), jonka mukaan sitä käyttävien opiskelijoiden asenteet tietokoneiden käyttöä kohtaan olivat varsin myönteisiä.

Verkko-opiskelijoiden myönteiseen matematiikkakuvaan todennäköisesti yhteydessä oleva tekijä on heidän opiskelumotivaationsa. Motivaatiota on mahdollista tarkkailla uskomusten kautta (Hannula 2006, 165–167). Matematiikkakuvaan liittyvät myönteiset uskomukset voivat siis olla merkki verkko-opiskelijoiden hyvästä opiskelumotivaatiosta. Hyvää opiskelumotivaatiota voivat puolestaan edistää onnistumiset verkko-opinnoissa (Juutinen 2011, 53) sekä teknologisen ja didaktisen näkökulman (Manninen ym. 2007a, 36–39) huomioiminen osana järjestelmän kehitystyötä (ks. luvut 4.3–4.5).

Tutkimuksen rajoituksia pohdittaessa on hyvä pitää mielessä, että valittu tutkimusmenetelmä ei pysy osoittamaan syy-seuraus suhteita. Tutkimusmenetelmän avulla on ainoastaan mahdollista sulkea suurella todennäköisyydellä pois vaihtoehto, että esimerkiksi erot verkko-opetuksen ja tavallisen opetuksen välillä olisivat puhdasta sattumaa. Opetusmenetelmä, toimiva verkko-oppimisympäristö, verkko-opiskelijoiden hyvä motivaatio tai järjestelmän tarjoamat palauteprosessit ja raportit ovat vain mahdollisia selittäviä tekijöitä tulosten taustalla. Näiden tekijöiden lisäksi on olemassa lukuisia tuntemattomia muuttujia, joiden vaikutusta tuloksiin voi vain arvailla. Opetusryhmillä on esimerkiksi voinut olla jostakin syystä jo lähtötasoltaan erilainen matematiikkakuva. Myös opettajan persoonalla ja hänen opetustavallaan on varmasti merkitystä nyt saatuihin tuloksiin. Tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden vastausten kauttaaltaan suurempi keskihajonta viittaakin johonkin tämän kaltaiseen tekijään. Tässä luvussa esitetty pohdinta tuloksien syistä on siis puhdasta spekulatiota ja syiden selvittämiseksi tarvittaisiin jatkotutkimuksia.

Jatkotutkimuksena ehdotankin verkko-oppimisympäristöä käyttävien oppilaiden todellisen osaamisen mittaamista. Matematiikkaan liittyvien uskomusten ja asenteiden on osoitettu olevan vahvasti yhteydessä oppilaiden tiedolliseen ja taidolliseen osaamiseen (Kupari ym. 2012, 31–42; Kupari ym. 2004, 42–46). Olisikin mielenkiintoista tietää, onko Math.fi verkko-oppimisympäristöä käyttävien oppilaiden myönteinen matematiikkakuva merkki heidän keskimääräistä paremmasta tiedollisesta osaamisestaan. Tätä oletusta ei tue Kieman (2013, 61) toteuttama alustava oppimistulosten tarkastelu tai Kuparin ym. (2004, 50) tutkimustulokset tietokoneiden koulukäytön yhteyksistä oppimistuloksiin. Kuparin ym. (2004, 50) mukaan koulukäytössä kohtuullinen tietokoneiden käyttöaktiivi-

suus oli parhaiten yhteydessä hyviin oppimistuloksiin. Tässä tutkimuksessa verkko-opiskelijoiden matemaattinen minäkäsitys ei myöskään eronnut tavallisessa opetuksessa olevien oppilaiden minäkäsityksestä. Minäkäsityksen on havaittu olevan kaikista uskomuksista vahvimmin yhteydessä oppilaiden todellisen osaamisen kanssa (Kupari ym. 2012, 35; Kupari ym. 2004, 51). Osaamistuloksia tutkittaessa pitäisi oppilaille myös tehdä alkutasotestaus tutkimuksen luotettavuuden parantamiseksi.

Opettajien ammatillinen kehittyminen on yksi keskeisimmistä tekijöistä, joka vaikuttaa opetuksen ja oppimisen laatuun kouluissa. Opetuksessa tämä kehitys näkyy todennäköisimmin silloin, kun opettajat tekevät yhteistyötä ja oppivat toisiltaan. Ammatillinen kehittyminen vaatii koulun henkilökunnalta yhteistyötä, opetukseen ja oppimiseen liittyvän keskustelukulttuurin edistämistä, kumppanuutta koulujen välillä ja tutkimustyön mahdollistamista osana työtä. (Harris & Mujis 2005, 57–60.) Math.fi verkko-oppimisympäristön tekijät opettavat tai ovat opettaneet isoa osaa sitä käyttävistä oppilaista ja heidän ammatillinen kehityksensä järjestelmän kehitystyön sivutuotteena on yksi looginen selitys verkko-opiskelijoiden myönteiselle matematiikkakuvalle. Erilaisen opettajataustan omaavien Hartikaisen ja Kieman näkemysten yhdistäminen ja matematiikkaan liittyvien asioiden syvälinen pohdinta on varmasti vienyt heitä eteenpäin opettajina. Lisäksi heidän tekemänsä verkko-oppimisympäristön kehitys- ja tutkimustyö sekä toiminta lukuisten yhteistyökumppaneiden, kuten Tampereen yliopiston, kanssa on todennäköisesti edistänyt heidän ammatillista kehittymistään ja opetusmotivaatiotaan.

Tutkimustulosten mukaan Math.fi verkko-oppimisympäristössä opiskelevien oppilaiden uskomukset matematiikasta olivat keskimäärin myönteisiä. Mahdollinen selittävä tekijä tulosten taustalla on, että onnistunut tieto- ja viestintätekniiikan integroiminen opetukseen on edesauttanut tämän kuvan syntymistä. Voisiko suomalaisoppilaiden heikkoja matematiikka-asenteita (Kupari ym. 2012, 70; Välijärvi ym. 2007, 57) edistää käyttämällä tieto- ja viestintätekniiikkaa nykyistä laajemmin osana matematiikan opetusta? Tietotekninen varusteluhan on Suomessa Euroopan huippua, mutta siitä huolimatta tekniikkaa ei juuri käytetä (Ylilehto 2013). Herää myös kysymys, onko opettajankoulutus pysynyt mukana tekniikan kehityksessä. Omakohtaisten kokemuksieni mukaan tieto- ja viestintätekniiikan integroiminen opettajanopintoihin on ainakin tähän asti perustunut paljolti opiskelijoiden vapaaehtoisuuteen.

## LÄHTEET

Anjala, T. 2011. Verkko-opetuksen vaikutukset oppilaiden asenteisiin tietokoneiden avulla opiske-  
lua kohtaan – Kokemuksia Matemaattisen ajattelun oppimisympäristöstä Oriveden yhteiskoulussa.  
Tampereen yliopisto. Kasvatustieteiden yksikkö. Julkaisematon kandidaatintutkielma.

Cicero Learning TVT-selvitys. 2008. Helsingin yliopisto. [[http://www.cicero.fi/sivut2/documents/  
CICERO\\_TVT-selvitysraportti.pdf](http://www.cicero.fi/sivut2/documents/CICERO_TVT-selvitysraportti.pdf)] viitattu 21.3.2011.

E-lomakkeen www-sivu. 2013. [<https://e-lomake.fi/web/pintaasyvemmalta/kuvaus/>] viitattu  
5.2.2013.

Furinghetti, F. & Pehkonen, E. 2002. Rethinking characterization of beliefs. Teoksessa G. Leder, E.  
Pehkonen & G. Törner. *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Kluwer Academic  
Publishers, 39-58.

Hannula, M. 2001. Tytöt, pojat ja matematiikka. Käsikirjoitus syyskuu 2001.  
[<http://tina.tkk.fi/tietopankki/hannula.pdf>] viitattu 21.2.2013.

Hannula, M. 2002. Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. University of  
Turku, Department of Teacher Education. *Educational Studies in Mathematics* 49(1).

Hannula, M. 2004. Affect in mathematical thinking and learning. Turun yliopiston julkaisu. Sarja  
273. Kasvatustieteiden tiedekunta. Turku: Painosalama Oy.

Hannula, M. 2006. Motivation in mathematics: Goals reflected in emotions. *Educational Studies in  
Mathematics* 63, 165–178.

Harris, A. & Mujis, D. 2005. *Improving Schools Through Teacher Leadership*. Open University  
Press.

Hartikainen, S. 2013. Matematiikan opetusvideoita sisältävä Youtube-kanava.  
[<http://youtube.com/user/siphartikainen>] viitattu 16.2.2013.

Hartikainen, S. & Kiema, P. 2013. Math.fi verkko-oppimisympäristön www-sivusto [http://www.math.fi/] viitattu 15.2.2013.

Hirvonen, K. & Rautopuro, J. 2013. Arvioinnin tuloksia. Teoksessa J. Rautopuro (toim.) Hyödyllinen pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012. Opetushallitus. Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy, 33–54.

Joutsenlahti, J. 2005. Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Väitöskirja.

Juutinen, S. 2011. Emotional Obstacles of E-learning. Jyväskylä studies in computing 145. University of Jyväskylä. Department of Computer Science and Information Systems. Jyväskylä: University Printing House. Väitöskirja.

Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A. & Pehkonen, E. 2007. Millä tavalla luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan muutosta voidaan edistää? Teoksessa J. Lavonen (toim.) Tutkimuseräinen opettajankoulutus ja kestävä kehitys. Ainedidaktinen symposiumi Helsingissä 3.2.2006. Osa 1. Helsingin yliopiston soveltavan kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 285, 349–359.

Kalliala, E. 2002. Verkko-opettamisen käsikirja. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.

Kalliala, E. & Toikkanen, T. 2012. Sosiaalinen media opetuksessa. 2. uudistettu painos. Finn Lectura.

Kansallinen tieto- ja viestintätekniiikan opetuskäytön suunnitelma. 2010. Arjen tietoyhteiskunnan neuvottelukunta. [http://www.arjentietoyhteiskunta.fi/files/313/TVT\_opetuskayton\_suunnitelma\_011210\_(2).pdf] viitattu 21.3.2011.

Kiema, P. 2013. Math.fi – www-pohjainen oppimisympäristö matematiikan opiskeluun peruskoulussa. Tampereen yliopisto. Tietojenkäsittelytieteiden yksikkö. Pro gradu -tutkielma.

Kiema, P. & Hartikainen, S. 2006. Matemaattisen ajattelun oppimisympäristö (MAO). Julkaisematon hankesuunnitelma.

Kupari, P. 2012. Matematiikan osaamisen muutokset Suomessa 2003–2009. Teoksessa S. Sulkunen & J. Välijärvi (toim.) PISA 09 Kestääkö osaamisen pohja? Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisu- ja 2012:12. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos, 34–45.

Kupari, P., Vettenranta, J. & Nissinen, K. 2012. Oppijälhtöistä pedagogiikkaa etsimään. Kahdeksannen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen. Kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylän yliopistopaino.

Kupari, P., Välijärvi, J., Linnakylä, P., Reinikainen, P., Brunell, V., Leino, K., Sulkunen, S., Törnroos, J., Malin, A. & Puhakka, E. 2004. Nuoret osaajat. PISA 2003 -tutkimuksen ensituloksia. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Kopijyvä Oy.

Leino, K. & Nissinen, K. 2012. Verkkolukutaito ja tietokoneen käyttö PISA 2009 -tutkimuksessa. Teoksessa S. Sulkunen & J. Välijärvi (toim.) PISA 09 Kestääkö osaamisen pohja? Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisu- ja 2012:12. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos, 62–77.

Manninen, J., Burman, A., Koivunen, A., Kuittinen, E., Luukannel, S., Passi, S. & Särkkä, H. 2007a. Environments that support learning. An introduction to the learning environments approach. Finnish National Board of Education. Helsinki: Yliopistopaino.

Manninen, J., Burman, A., Koivunen, A., Kuittinen, E., Luukannel, S., Passi, S. & Särkkä, H. 2007b. Oppimista tukevat ympäristöt. Johdatus oppimisympäristöajatteluun. Vammala: Vammalan Kirjapaino Oy.

Manninen, J. & Pesonen, S. 1997. Uudet oppimisympäristöt. Aikuiskasvatus 4/97.

Mattila, L. & Rautopuro, J. 2013. Taustatietoja oppilaista ja opetuksesta. Teoksessa J. Rautopuro (toim.) Hyödyllinen pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012. Opetushallitus. Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy, 87–117.

McLeod, D. 1992. Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. Teoksessa D. Grows (toim.) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan Publishing Company, 575–596.

Metsämuuronen, J. 2009. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.

Metsämuuronen, J. 2011. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Opiskelijalaitos. Helsinki: International Methelp Oy.

Nevgi, A. & Tirri, K. 2003. Hyvää verkko-opetusta etsimässä. Turku: Painosalama Oy.

Nummenmaa, L. 2008. Käyttätymistieteiden tilastolliset menetelmät. Helsinki: Tammi.

Opetusteknologia koulun arjessa. 2011. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. [[http://ktl.jyu.fi/img/portal/19717/D094\\_netti.pdf](http://ktl.jyu.fi/img/portal/19717/D094_netti.pdf)] viitattu 19.2.2011.

Op't Eynde, P., de Corte, E. & Verschaffel, L. 2002. Framing students' mathematics-related beliefs. Teoksessa G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner. Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics education? Kluwer Academic Publishers, 13–37.

Pehkonen, E. 2001. A Hidden Regulating Factor in Mathematics Classrooms: Mathematics Related Beliefs. Teoksessa M. Ahtee, O. Björkqvist, E. Pehkonen & V. Vatanen. Research on mathematics and science education. University of Jyväskylä. Jyväskylä: University Printing House, 11–35.

Pehkonen, E. & Pietilä, A. 2003. On relationships between beliefs and knowledge in mathematics education. Proceedings of the third conference of the European Society for Research in Mathematics Educations. [[http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG2/TG2\\_pehkonen\\_cerme3.pdf](http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG2/TG2_pehkonen_cerme3.pdf)] viitattu 16.2.2013.

Pehkonen, E & Törner, G. 1998. On the Concept "Mathematical Belief". Teoksessa The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities. University of Helsinki, Department of teacher education. Research Raport 195. Helsinki: Hakapaino, 37–72.

Perusopetuksen opetussuunnitelmien perusteet. 2004. Opetushallitus. Vammala: Vammalan Kirjapaino Oy.

- Pietilä, A. 2002. Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 238.
- Ropo, E. 2008. Oppimisympäristöt opetuksen ja opiskelun kontekstina. Teoksessa P. Venäläinen (toim.) Kulttuuriperintö ja oppiminen. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy, 38–47.
- Snow, R., Corno, L. & Jackson III, D. 1996. Individual differences in affective and conative functions. Teoksessa D. Berliner & R. Calfee. Handbook of Educational Psychology. New York: Simon & Schuster Macmillan, 243–310.
- STEPS The Study of the impact of technology in primary schools. European Schoolnet.Insight. 2009. [<http://insight.eun.org/ww/en/pub/insight/minisites/steps.htm>] viitattu 21.3.2011.
- Sulkunen, S., Välijärvi, J., Arffman, I., Harju-Luukkainen, H., Kupari, P., Nissinen, K., Puhakka, E. & Reinikainen, P. PISA 2009 ensituloksia. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2010:21. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino.
- Thompson, A. 1992. Teachers Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. Teoksessa D. Grows (toim.) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan Publishing Company, 127–146.
- Tieto- ja viestintäteknikka koulun arjessa. 2009. Väliraportti 29.1.2010. Arjen tietoyhteiskunnan neuvottelukunta. [[http://www.arjentietoyhteiskunta.fi/files/222/Valiraportti\\_29.1.2010.pdf](http://www.arjentietoyhteiskunta.fi/files/222/Valiraportti_29.1.2010.pdf)] viitattu 15.2.2011.
- Törner, G. 1998. Mathematical Beliefs and Their Impact on Teaching and Learning of Mathematics. Teoksessa The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities. University of Helsinki. Department of teacher education. Research Raport 195. Helsinki: Hakapaino, 73–94.
- Vainionpää, J. & Joutsenlahti, J. 2010. Opettajien matematiikkakuva ja matematiikan opettamisen olosuhteet. Teoksessa E. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Opetus-

hallitus. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Helsinki: Edita Prima Oy, 149–163.

Väljjarvi, J. 2012. Suomalainen koulu oppimisen mahdollistajana ja kannustajana. Teoksessa S. Sulkunen & J. Väljjarvi (toim.) PISA 09 Kestääkö osaamisen pohja? Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2012:12. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos, 90–125.

Väljjarvi, J., Kupari, P., Linnakylä, P., Reinikainen, P., Sulkunen, S., Törnroos, J. & Arffman, I. 2007. The Finnish success in PISA – and some reasons behind it 2. Institute for Educational Research, University of Jyväskylä. Jyväskylä: Kirjapaino Oma Oy.

Ylilehto, H. 2013. Tietotekniikan käyttö nostettava taantumasta kasvuun. Uutiskirje Spektri 5.2.2013. Opetushallitus. [[http://www.oph.fi/ajankohtaista/spektrilehti/102/0/tietotekniikan\\_opetuskaytto\\_nostettava\\_taanumasta\\_kasvuun](http://www.oph.fi/ajankohtaista/spektrilehti/102/0/tietotekniikan_opetuskaytto_nostettava_taanumasta_kasvuun)] viitattu 22.2.2013.



## LIITE 1: VÄITTÄMÄT

### *1 Oppilaan uskomukset itsestään matematiikan osaajana*

- V1 Olen hyvä matematiikassa
- V2 Opin matematiikkaan liittyvät asiat helposti
- V3 Ymmärrän opetuksessa käsitellyt matemaattiset asiat helposti
- V4 Olen hyvä ratkomaan matemaattisia tehtäviä

### *2 Oppilaan uskomukset matematiikan tärkeydestä itselleen*

- V5 Tarvitsen matematiikkaa myöhemmässä elämässäni
- V6 Tarvitsen matematiikassa opittuja asioita
- V7 Matemaattiset tehtävät ovat minulle hyödyllisiä

### *3 Oppilaan uskomukset matematiikan käytännönläheisyydestä*

- V8 Melkein kaiken voi liittää jollain tavoin matematiikkaan
- V9 Matematiikan opiskelu on käytännönläheistä
- V10 Opetuksessa käytetyt esimerkit liittyvät arkeeni
- V11 Matemaattiset tehtävät ovat käytännönläheisiä
- V12 Oppitunnilla käytettävät välineet havainnollistavat hyvin matemaattisia ilmiöitä

### *4 Oppilaan uskomukset matematiikan mielekkyydestä*

- V13 Pidän matematiikasta
- V14 Matematiikan opiskelu on hauskaa
- V15 Matematiikan opetus on monipuolista
- V16 Matemaattisten tehtävien ratkaiseminen on palkitsevaa
- V17 Matematiikan oppitunnilla on miellyttävä työskennellä

### *5 Oppilaan uskomukset kyvystään keskittyä matematiikkaan*

- V18 Lasken usein asioita päässäni
- V19 Yleensä minun on helppo keskittyä opiskeltavaan matematiikan aiheeseen
- V20 Matematiikan opetus on mielenkiintoista
- V21 Minun on helppo keskittyä matemaattisten tehtävien ratkaisemiseen
- V22 Matematiikan oppitunnilla ei ole häiriötekijöitä

### *6 Oppilaan uskomukset matematiikan opettajan mahdollisuuksista auttaa oppilaita*

- V23 Matematiikan opettaja edesauttaa oppimistani
- V24 Matematiikan opettajalla on selkeä käsitys osaamisestani
- V25 Opettaja auttaa minua tarvittaessa matematiikan tehtävien kanssa
- V26 Matematiikan opettajalla riittää aikaa jokaiselle oppilaalle

### *7 Oppilaan uskomukset matematiikan yhteistoiminnallisuudesta*

- V27 Keskustelen matematiikkaan liittyvistä asioista ystävieni kanssa
- V28 Opiskelen mielelläni yhdessä luokkakavereiden kanssa
- V29 Matematiikan opetus kannustaa oppilaita yhteistyöhön
- V30 Ratkon matemaattisia tehtäviä mielelläni yhdessä luokkakavereiden kanssa
- V31 Matematiikan oppitunnilla ryhmän ilmapiiri tukee oppimistani