

TAMPEREEN YLIOPISTO

”Päinvastaisesti ku supistaminen”  
Matematiikan suullinen kielentäminen peruskoulun alaluokilla

Kasvatustieteiden yksikkö, Hämeenlinna

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

Jaana Mansikka-aho ja Saara Sirén

Kevät 2012

Tampereen yliopisto

Kasvatustieteiden yksikkö

Hämeenlinna

Jaana Mansikka-aho & Saara Sirén: ”Päinvastasesti ku supistaminen” Matematiikan suullinen kielentäminen peruskoulun alaluokilla

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma, 72 sivua, 5 liitesivua

Toukokuu 2012

---

Tutkimus kuuluu Hämeenlinnan luokanopettajakoulutuksen Sanan lasku -projektiin, joka on poikkitieteellinen matematiikan ja äidinkielen didaktiikan tutkimusprojekti. Projektin tarkoituksena on tutkia matematiikan ja äidinkielen kielentämistä peruskoulussa ja kehittää kielentämisen keinoja. Projektiin on tehty lisäksi useita muita kandidaatin- ja pro gradu -tutkielmia.

Tutkimuksen tarkoituksena oli tutkia matemaattisen ajattelun ilmaisemista suullisen kielentämisen avulla. Tutkimuksessa tarkastellaan matematiikan suullista kielentämistä monipuolisesti opettajien ja oppilaiden näkökulmasta. Tutkimuksessa käsitellään matematiikan suullisen kielentämisen käytänteitä, oppilaiden käyttämää matematiikan kieltä käsitteiden kielennyksissä sekä toimintamateriaalin merkitystä oppilaiden suullisessa kielentämisessä.

Tutkimus kuuluu hermeneuttis-fenomenologiseen viitekehykseen ja on kvalitatiivinen tutkimus. Aineistonkeruumenetelmänä käytettiin osallistuvaa havainnointia ja aineiston analyysissä sisällönanalyysiä. Aineisto kerättiin keväällä 2011. Tutkimusjoukkoon valikoitui viidennen luokan oppilaita sekä 3.-6. luokkien opettajia Hämeenlinnan normaalikoululta. Kaikkiaan oppilaita osallistui tutkimukseen kahdeksan ja opettajia seitsemän. Aineistoa kerättiin normaalikoulun eräältä viidenneltä luokalta kolmen pidetyn matematiikkatuokion aikana. Oppitunnit suunniteltiin siten, että niiden aikana oppilaat joutuivat kielentämään matemaattisia ajatuksiaan mahdollisimman paljon suullisesti. Lisäksi aineisto koostuu oppilaiden haastatteluista sekä opettajien vastauksista avoimeen kyselomakkeeseen.

Tutkimustulosten mukaan matematiikan suullinen kielentäminen on merkityksellistä kaikkien kielentämisessä mukana olevien osapuolten kannalta. Ilmaistessaan ajatuksensa ääneen oppilas joutuu jäsentämään ratkaisunsa uudestaan. Suullinen kielentäminen selkeyttää oppilaan ajattelua ja tuo ratkaisumallit muiden tietoisuuteen. Suullisen kielentämisen avulla oppilaat kokevat oppivansa käyttämään puheessaan matematiikan käsitteitä oikein. Lisäksi oppilaat kokevat saavansa oikean mallin tehtävän ratkaisutavasta toisen oppilaan kielennyksestä. Erilaisten ratkaisumenetelmien kuuleminen ja niiden ymmärtäminen on oppilaille tärkeää.

Aineistosta ilmenee, että oppilaat käyttävät pääasiassa luonnollista kieltä selittäessään matemaattisia käsitteitä. Tutuimmissa käsitteissä oppilaat käyttävät selityksissään myös matematiikan kieltä. Lisäksi tutkimus osoittaa toimintamateriaalin tukevan oppilaiden suullista kielentämistä, jos sen käyttö on oppilaille tuttua ja laskutoimitus on tarpeeksi haastava. Oppilaiden suullinen kielentäminen antaa myös tärkeää tietoa oppilaiden taitotasosta ja näin auttaa opettajaa eriyttämään ja suunnittelemaan opetustaan.

Tutkimustuloksia ei voida yleistää, koska tutkimukseen osallistunut tutkimusjoukko on suppea. Tässä tutkimuksessa on yleistämisen sijaan pyritty tutkimaan mahdollisimman tarkasti tietyn viidennen luokan oppilaiden matematiikan suullista kielentämistä sekä tiettyjen opettajien kokemuksia aiheesta. Tutkimustulosten perusteella kielentäminen auttaa oppilaiden matematiikan oppimista ja opettajaa opetuksen suunnittelussa sekä arvioinnissa. Olisi tärkeää, että kielentäminen tulisi laajemmin käyttöön matematiikan opetusmetodinä. Tästä syystä olisi tärkeää tehdä aiheesta lisätutkimuksia vielä kehittämällä matematiikan suullisen kielentämisen käyttötapoja.

Avainsanat: matematiikan kieli, kielentäminen, suullinen kielentäminen, matemaattinen ajattelu, matematiikan käsitteet

# SISÄLLYS

<b>1 JOHDANTO.....</b>	<b>5</b>
<b>2 TUTKIMUKSEN TAUSTA.....</b>	<b>7</b>
2.1 TUTKIMUKSEN LÄHTÖKOHDAT.....	7
2.2 AIKAISEMMAT TUTKIMUKSET.....	8
<b>3 OPPILAS JA MATEMATIIKKA.....</b>	<b>11</b>
3.1 KOULUMATEMATIIKKA.....	11
3.2 POSITIIVISEN MINÄKUVAN TUKEMINEN MATEMATIIKASSA.....	12
3.3 TYTÖT JA POJAT MATEMATIIKAN OSAAJINA.....	13
3.4 AJATTELUN KEHITYMINEN JA MATEMAATTINEN AJATTELU.....	15
<b>4 KIELI OPPIMISEN VÄLINEENÄ.....</b>	<b>18</b>
4.1 MITÄ ON KIELI?.....	18
4.2 MATEMATIIKAN KIELI.....	20
4.3 KÄSITTEET KOULUMATEMATIIKASSA.....	22
<b>5 MATEMATIIKAN KIELENTÄMINEN.....</b>	<b>24</b>
5.1 LÄHTÖKOHTIA KIELENTÄMISEEN.....	24
5.2 SUULLINEN KIELENTÄMINEN.....	25
5.3 KIRJALLINEN KIELENTÄMINEN.....	27
5.4 OPETTAJAN ROOLI KIELENTÄMISESSÄ.....	28
5.5 KIELENTÄMINEN OPPIMISTA TUKEVASSA ARVIOINNISSA.....	30
<b>6 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS.....</b>	<b>32</b>
6.1 TUTKIMUSONGELMA JA TUTKIMUSKYSYMYKSET.....	32
6.2 TUTKIMUSMENETELMÄT.....	32
6.3 AINEISTON HANKINTA.....	33
6.4 AINEISTON ANALYSOINTI.....	38
<b>7 TUTKIMUSTULOKSET.....</b>	<b>40</b>
7.1 MITEN SUULLISTA KIELENTÄMISTÄ VOIDAAN KÄYTTÄÄ OPETUKSEN TUKENA?.....	40
7.1.1 Kielementävän oppilaan näkökulma.....	40
7.1.2 Kuuntelevan oppilaan näkökulma.....	41
7.1.3 Opettajan näkökulma.....	43
7.2 MINKÄLAISTA KIELTÄ VIIDESLUOKKALAISET OPPILAAT KÄYTTÄVÄT MATEMATIIKAN SUULLISESSA ILMAISUSSA?.....	45
7.2.1 Matematiikan kieli.....	45
7.2.2 Luonnollinen kieli.....	47
7.3 MIKÄ ON TOIMINTAMATERIAALIN MERKITYS SUULLISESSA KIELENTÄMISESSÄ?.....	50
7.3.1 Toimintamateriaali ja sen käytön tuttuus.....	50
7.3.2 Toimintamateriaali ja matematiikassa taitavat oppilaat.....	51
7.3.3 Toimintamateriaali ja kielellisesti lahjakkaat oppilaat.....	51
7.3.4 Toimintamateriaali ja matematiikassa eritasoiset oppilaat.....	52
7.3.5 Yhteenveto luvun tuloksista.....	52
<b>8 YHTEENVETO.....</b>	<b>53</b>
8.1 JOHTOPÄÄTÖKSET.....	53
8.2 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS.....	60
<b>9 POHDINTA.....</b>	<b>65</b>

# 1 JOHDANTO

Sosiaalinen konstruktivismi on 2000-luvulla vallalla oleva oppimiskäsitys, jonka perusteella esimerkiksi opetussuunnitelmat kehitetään kaikkialla maailmassa. Tämän oppimisteorian mukaan yksilön ajattelun ja tiedon muodot rakentuvat vuorovaikutuksessa ympäristön kanssa. (Rinne, Kivirauma, Lehtinen 2004, 177, 180). Sosiaalinen konstruktivismi pohjautuu Vygotskyn ja Piaget'n ajatuksiin. Kaasila (1997) esittelee Vygotskyn ajatuksia, joiden mukaan ajattelu ja kieli vaikuttavat suuresti toisiinsa. Monimutkaisten matemaattisten ongelmien ratkaiseminen vaatii myös ratkaisun käsittelyä kielen avulla. (Kaasila 1997, 23.) Joutsenlahti kutsuu tällaista matemaattisen ajattelun esittämistä kielen avulla kielentämiseksi. Kielentäminen voi olla suullista eli puhuttua tai kirjallista eli kirjoitettua kielentämistä. Kielentämällä matemaattista ajatteluaan oppilas jäsentää omaa ymmärrystään ja tekee toisaalta ajatteluaan näkyväksi muille oppilaille sekä opettajalle. (Joutsenlahti 2003a, 188.)

Kielentäminen on varsin uusi käsite suomalaisen matematiikan tutkimuksen piirissä, eikä siitä ole paljon tutkimustuloksiin perustuvaa tietoa. Pääasiassa matematiikan kielentämistä Suomessa on tutkinut Jorma Joutsenlahti. Tampereen yliopistossa Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitoksella on tehty useita kielentämistä tutkivia pro gradu -tutkielmia, esimerkiksi Mäcklinin & Nikulan (2010) tutkimus keskittyy matematiikan kirjalliseen kielentämiseen. Oppilaan omaan äidinkieleen perustuvan kommunikoinnin hyötyjä matematiikan tunneilla on muualla maailmassa tutkinut muun muassa Morgan (2001), Høines (2000) ja Lee (2006).

Tämä tutkimus on osa Tampereen yliopiston Hämeenlinnan luokanopettajakoulutuksen Sanan lasku -projektia, joka on poikkitieteellinen matematiikan ja äidinkielen didaktiikan tutkimusprojekti. Projektin tarkoituksena on tutkia matematiikan ja äidinkielen kielentämistä peruskoulussa. Projekti on saanut alkunsa äidinkielen didaktiikan lehtori Pirjo Kuljun ja matematiikan didaktiikan lehtori Jorma Joutsenlahden yhteistyöstä. Projektissa tutkitaan oppilaiden kielentämistä ja pyritään kehittämään kielentämisen keinoja. Lisäksi tarkastellaan, voiko kielentämiseen perustuva työtapo lisätä tyttöjen kiinnostusta matematiikkaa kohtaan ja toisaalta tutkia keinoja lisätä poikien kiinnostusta äidinkielen kieliopin opiskeluun.

Tutkimuksemme tarkoituksena on tutkia miten suullista kielentämistä voidaan käyttää opetuksen tukena matematiikassa, minkälaista kieltä viidesluokkalaiset oppilaat käyttävät matematiikan suullisessa ilmaisussa sekä mikä on toimintamateriaalin merkitys suullisessa kielentämisessä. Tutkimuksemme kuuluu fenomenologis-hermeneuttiseen viitekehykseen ja sen tutkimusmenetelmät ovat kvalitatiivisia. Tutkimustulosten analyysi on aineistolähtöinen ja siinä on käytetty sisällönanalyysia.

## 2 TUTKIMUKSEN TAUSTA

### 2.1 Tutkimuksen lähtökohdat

Tutkimuksemme liittyy Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitoksella toteutettavaan Sanan lasku -projektiin, johon kuuluu myös useita muita kandidaatin- sekä pro gradu -tutkielmia. Sanan lasku -projektissa tutkitaan matematiikan ja äidinkielen suullista sekä kirjallista kielentämistä. Projektin tarkoituksena on tutkia ja kehittää matematiikan ja äidinkielen luokkaopetuksen opetuskäytänteitä hyödyntäen matematiikan hyviä toimintamalleja äidinkielessä ja päinvastoin. Tärkeäksi tutkimusalueeksi projektissa on muodostunut myös sukupuolierojen huomioiminen opetuksen ja työtapojen kehittämisessä. Pro gradu -tutkimuksemme keskittyy matematiikan suulliseen kielentämiseen viidesluokkalaisten oppilaiden ja peruskoulun alaluokkien opettajien näkökulmasta. Tutkimme myös viidesluokkalaisten oppilaiden käyttämää kieltä matematiikassa.

Teimme projektiin kandidaatintutkielmamme keväällä 2010, jonka pohjalta olemme jatkaneet pro gradu -tutkielmaamme. Laitoksemme matematiikan didaktiikan lehtori Jorma Joutsenlahti esitteli meille projektin idean syksyllä 2008 ja kysyi haluamme osallistua projektiin. Matematiikan kielentäminen oli meille uusi ilmiö ennen opiskelujen aloittamista. Kielentäminen vaikutti meistä hyvin mielenkiintoiselta ja oppimisen kannalta erittäin hyödylliseltä. Olimme syksyllä 2008 P2-harjoittelussa, jossa käytimme paljon matematiikan suullista kielentämistä, joten meistä tuntui kiinnostavalta tutkia ilmiötä tarkemmin.

Tutkimme kandidaatintutkielmassamme viidesluokkalaisten oppilaiden matemaattisen ajattelun suullista ilmaisemista. Tutkimuksen tarkoituksena oli tutkia, kuinka matemaattisten ongelmien suullinen kielentäminen onnistuu viidennen luokan oppilailta parityöskentelyssä. Näiden ohella tutkimme myös, miten oppilas hyötyy suullisesta kielentämisestä, kuinka suullinen kielentäminen onnistuu erilaisilta pareilta, miten opettaja hyötyy oppilaan kielentämisestä ja miten oppilaat ilmaisevat matemaattista ajatteluaan kielen avulla. Keräsimme aineistomme videokuvaamalla kolmea suunnittelemaamme matematiikan oppituntia, joiden aikana oppilaat kielensivät matemaattista ajatteluaan parillensa. (ks. Mansikka-aho & Sirén 2010.)

Tutkimustulokseksi saimme, että suullisesta kielentämisestä on hyötyä parityöskentelyssä. Suullisen kielentämisen avulla oppilaat voivat päästä yhdessä pohtien ja reflektoiden oikeaan

ratkaisuun. Tytöt ja pojat kielentävät ajatuksiaan suullisesti suunnilleen yhtä paljon, mutta tyttöjen yhteistyö tehtävien ratkaisemiseksi osoittautui aineistossa tiiviimmäksi. Suullinen kielentäminen onnistuu yleensä parhaiten sellaisilta pareilta, joiden matematiikan taitotaso on lähellä toisiaan. Opettaja hyötyy paljon oppilaiden suullisesta kielentämisestä ja voi sen avulla suunnitella ja eriyttää opetustaan. Matemaattisen ajattelun suullinen ilmaiseminen ei välttämättä ole aina kovin yksinkertaista. Toimintamateriaali auttaa oppilasta tuomaan matemaattista ajatteluaan esille vielä viidennelläkin luokalla. Tarinalliset osuudet motivoivat matematiikassa heikkotasoisia oppilaita matematiikan opiskeluun. (Ks. Mansikka-aho & Sirén 2010.) Tutkimustuloksiamme ei voida yleistää, koska tutkimuksemme on kvalitatiivinen tapaustutkimus.

Kandidaatintutkielmassamme esille tulleiden tulosten perusteella aloimme pohtia pro gradu -tutkielmamme tutkimusasetelmaa tarkemmin. Halusimme saada syvällisemmin tietoa matematiikan suullisesta kielentämisestä erilaisista näkökulmista. Tämän tutkimuksen johtopäätöksissä olemme tarkastelleet kandidaatintutkielmassamme saatuja tuloksia suhteessa tämän tutkimuksen tuloksiin. Seuraavassa esittelemme muut aikaisemmat tutkimukset, jotka viitoittivat tutkimuksemme tekoa.

## ***2.2 Aikaisemmat tutkimukset***

Kuten jo johdannossa on todettu, matematiikan kielentäminen on suhteellisen uusi käsite suomalaisen matematiikan tutkimuksen piirissä. Näin ollen ilmiöstä ei ole kovinkaan paljon empiiriseen tutkimukseen perustuvaa tietoa. Suomessa matematiikan kielentämistä on tutkinut pääasiassa Jorma Joutsenlahti. Joutsenlahti on kirjoittanut aiheesta myös useita artikkeleita. (Ks. mm. Joutsenlahti 2003a, Joutsenlahti 2003b, Joutsenlahti 2009.) Vallalla olevaan konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen kuuluu oleellisesti kielen korostaminen ajattelun ja uuden tiedon kehittymisessä, joten kielen merkitystä oppimistuloksiin on tutkittu paljon. Kielen vaikutusta matematiikan oppimiseen on tutkinut muun muassa Morgan (2001), Lee (2006), Høines (2000), Solano-Flores (2010) ja Schleppegrell (2010). Tutkimuksemme teoriaosuudessa olemme esitelleet tarkemmin edellä mainittujen teoreetikkojen ajatuksia kielestä matematiikan oppimisen välineenä. Tampereen yliopistossa on tehty myös muutamia pro gradu -tutkielmia aiheesta, joita esittelemme seuraavassa.

Mäcklin & Nikula (2010) ovat tutkineet pro gradu -tutkielmassaan matemaattisen ajattelun ilmaisemista kirjallisen kielentämisen avulla. Tutkimuksen tarkoituksena oli tutkia kirjallisen kielentämisen hyötyä oppilaiden ja opettajien näkökulmasta. Tutkimuksessa tarkasteltiin myös vaikuttaako kirjallisen kielentämisen hyödyllisyyden kokemiseen oppilaan matematiikan

osaaminen, kirjoittamisen loogisuus ja mieluisuus, oppilaan käsitys itsestä matematiikan osaajana, oppilaan sukupuoli tai luokkataso.

Tulokseksi Nikula ja Mäcklin ovat muun muassa saaneet, että monet oppilaat ja opettajat kokevat hyötyvänsä oppilaiden kirjallisesta kielentämisestä matematiikassa. Tulokset antavat viitteitä siitä, että etenkin matematiikassa keskitasoisesti menestyvät oppilaat kokevat hyötyvänsä matemaattisen ajattelun kirjallisesta kielentämisestä. Lisäksi kirjoittamisesta pitävät oppilaat kokevat kirjallisen kielentämisen matematiikassa merkittävästi hyödyllisemmäksi kuin oppilaat jotka eivät pidä kirjoittamista. Opettajat kokivat kirjallisen kielentämisen matematiikassa hyödyllisenä työvälineenä oppilaita arvioitaessa sekä saavansa sen avulla kaikkien oppilaiden matemaattisen ajattelun kuuluviin.

Oinonen & Takaniemi (2005) ovat tutkineet pro gradu -tutkielmassaan perusopetuksen 3.-5.-luokkalaisten matematiikkakuvia ja kielentämistä. Kielentämisen osalta he ovat saaneet tulokseksi, että se hyödyttää kaikkia oppilaita. Suurimman hyödyn kielentämisestä saavat etenkin kielellisesti lahjakkaat tai matematiikassa heikosti menestyvät oppilaat. Autonen & Melartin (2004) ovat pro gradu -tutkielmassaan tutkineet esiopetusikäisten lasten matematiikan kielentämistä. He ovat myös tutkineet, kuinka havainto- ja toimintamateriaalien käyttö tukee kielentämistä sekä opettajan roolia kielentämisessä. Tulokseksi he ovat muun muassa saaneet, että havainto- ja toimintamateriaalit hyödyttävät oppilaita ilmaisemaan matemaattisia ajatuksiaan. Kielentäminen tapahtuu oppilailla suullisesti, kuvallisesti, leikkien tai kehoa apuna käyttäen. Opettajalla on myös merkittävä rooli oppilaan ohjaamisessa matemaattisten ajatusten kielentämiseen. Myös Forsblom (2003) on sivunnut pro gradu -tutkielmassaan matematiikan kielentämistä. Forsblomin tuloksia esitellään tarkemmin kappaleessa 5.1.

Joutsenlahti (2010) on tutkinut Sanan lasku -projektiin liittyen matematiikan kirjallista kielentämistä lukiomatematiikassa. Opetuskokeilun aikana lukiolaisille opetettiin kirjallisen kielentämisen käyttöä matematiikan opiskelussa. Tutkimuksessa tutkittiin opiskelijoiden kokemuksia kirjallisesta kielentämisestä. Aineistona oli oppilaiden kirjallisia kielennyksiä, joita tarkasteltiin muun muassa sukupuolen perusteella. Opiskelijoiden vastauksista selviää, että kirjallinen kielentäminen auttaa opiskelijan oman ajattelun jäsentymistä, selkeyttää ratkaisun esittämistä ja helpottaa opettajan arviointityötä. Opiskelijoiden mielestä kirjallisen kielentämisen malleja pitäisi opettaa systemaattisesti koulussa.

Kielentämistä on tutkittu opetuksen keinona myös korkeakouluopiskelijoilla Tampereen Teknillisessä Yliopistossa vuonna 2010. Kokeilun tavoitteena oli selvittää miten opiskelijat suhtautuvat luonnollisen kielen käyttöön ja kielentämiseen matematiikan tehtävien ratkaisujen yhteydessä. Kokeilu keskittyi kirjalliseen kielentämiseen. Kokeilujakson päätteeksi enemmistö



vastaajista koki luonnollisen kielen käytön matematiikan tehtävien yhteydessä selkeästi positiivisena. Toistuvia teemoja negatiivisissa vastauksissa olivat kielentämistehtävien työläys ja vaikeus. Opiskelijat, joiden matematiikkakuva oli vahva, suhtautuivat positiivisemmin kielentämistehtäviin. (Silius, Pohjolainen, Miilumäki, Kangas & Joutsenlahti 2011, 259.)

Tikkanen (2008) on tutkinut väitöskirjassaan oppilaiden kokemuksia unkarilaisesta matematiikasta. Vaikka väitöskirjassa ei suoraan puhuta kielentämisestä, unkarilaisessa matematiikassa korostetaan kielen käyttöä ja suullista ilmaisua oppimisen tukena. Unkarilaiseen matematiikkaan kuuluu myös runsas toimintavälineiden käyttö. Tulokseksi Tikkanen on saanut, että sisällöltään monipuolinen ja toiminnallinen matematiikan opetus laajentaa oppilaiden näkemyksiä matematiikan sisällöistä, sen oppimisesta ja opetuksesta paremmin kuin pelkän oppikirjan ohjaama opetus.

Kaikissa edellä esitellyissä tutkimuksissa matematiikan kielentämisen eri muodot ovat osoittautuneet hyviksi työskentelytavoiksi. Tutkimusten mukaan matematiikan kielentäminen edistää ajattelun jäsentymistä, selkeyttää ratkaisun esittämistä ja helpottaa opettajan arviointityötä. Nämä tutkimukset ovat viitoittaneet omaa tutkimustamme ja sen rajaamista. On tärkeää tutkia ja kehittää kielentämistä ja sen eri osa-alueita monipuolisesti. Useissa edellä mainituissa tutkimuksissa tutkimuksen pääpaino on ollut kirjallisessa kielentämisessä, minkä vuoksi koimme tärkeäksi valita tutkimuksemme aiheeksi suullisen kielentämisen.

# 3 OPPILAS JA MATEMATIIKKA

## 3.1 Koulumatematiikka

Nyky-suomen sanakirjassa matematiikka määritellään opiksi suureista ja niiden keskinäisistä suhteista. Tossavainen ja Sorvali (2003) ovat kuitenkin sitä mieltä, että matematiikan tarkka määrittely on hankalaa ja siksi he ovat luopuneet kokonaan yrityksestä määrittellä matematiikkaa sen tarkemmin, kuin että se on kaikkea sitä, mitä matemaatikot tekevät. (Tossavainen & Sorvali 2003.)

Matematiikasta voidaan erottaa omaksi osakseen koulumatematiikka, joka Sorvalin (2004) mukaan on osittain arkista käyttötietoa ja osittain tieteellistä matematiikkaa (Sorvali 2004, 108). Matematiikassa keskeistä on työskentely abstrakteilla oliolla eli käsitteillä. Toisaalta opetuksessa keskitytään konkreettisten laskutaitojen ja laskumenetelmien opettamiseen. (Kupari 1990, 10.) Tossavainen ja Sorvali (2003) ovat artikkelissaan kritisoineet muun muassa koulumatematiikan mekaanisuutta ja sen avulla opittujen taitojen tarpeellisuutta nyky-yhteiskunnassa. (ks. Tossavainen & Sorvali 2003.) Lisäksi Sorvali (2004) pohtii onko koulumatematiikka erkaantunut liiaksi sekä tieteellisestä että käytännön matematiikasta (Sorvali 2004, 108). Tärkeää onkin pohtia koulumatematiikan roolia 2010-luvun maailmassa ja sitä minkälaisia matematiikan taitoja tulevaisuudessa tarvitaan ja minkälaisin opetusmenetelmin näihin tavoitteisiin päästään.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004), josta käytämme myöhemmin nimitystä POPS, määritellään matematiikan opetuksen yleisiä tavoitteita ja tehtäviä. Siinä painotetaan matematiikan merkityksen näkemistä laajasti oppilaan kehitykseen vaikuttavana oppiaineena. Matematiikan avulla voidaan tukea oppilaan henkistä kasvua, edistää oppilaan tavoitteellista toimintaa ja sosiaalista vuorovaikutusta. Opetuksen tulee edetä järjestelmällisesti luoden kestävän pohjan matematiikan käsitteiden ja rakenteiden omaksumiselle. Opettajan tulee ottaa huomioon konkreettisuus tärkeänä apuvälineenä kun yhdistetään oppilaan kokemuksia ja ajattelujärjestelmiä matematiikan abstraktiin järjestelmään. Arkipäivän tilanteissa eteen tulevia ongelmia, joita on mahdollista ratkoa matemaattisen ajattelun tai toiminnan avulla, tulee hyödyntää tehokkaasti. Myös tieto- ja viestintäteknikkaa tulee käyttää mahdollisuuksien mukaan oppilaan oppimisprosessin tukemisessa. (POPS 2004, 158.)

Edellä on esitetty koulumatematiikan tehtäviä ja tavoitteita. Voimmekin pohtia saavuttaako matematiikan opetus nyky muodossaan nämä opetukselle asetetut tavoitteet vai onko esimerkiksi Tossavaisen ja Sorvalin kritiikki koulumatematiikka kohtaan aiheellista? Jos kritiikki nähdään aiheelliseksi, millä keinoilla siihen voidaan vastata? Yksi tärkeimmistä keinoista on uusien työskentelytapojen ja muotojen tuominen jokapäiväisen opetuksen käyttöön. Tämän tutkimuksen yhtenä tavoitteena on vastata tähän kritiikkiin lisäämällä tietoa kielen käytöstä matematiikan opetuksessa.

### **3.2 Positiivisen minäkuvan tukeminen matematiikassa**

POPS 2004 määrittelee perusopetuksen yhdeksi tehtäväksi antaa oppilaille mahdollisuuksia monipuoliseen kasvuun, oppimiseen ja terveen itsetunnon kehittymiseen (POPS 2004, 12). Tämä tavoite tulee ottaa huomioon jokaisessa oppiaineessa. Minäkuva liittyy oleellisesti terveeseen itsetuntoon ja vaikuttaen näin kokonaisvaltaisesti oppilaan hyvinvointiin. Siksi myös matematiikassa on tärkeää löytää ja kehittää eri oppimistapoja ja työskentelymuotoja, joiden avulla on mahdollista tukea myös oppilaan tervettä itsetuntoa. Yksittäistä opetusmetodia tutkittaessa on hyvä tarkastella menetelmän kokonaisvaltaista vaikutusta oppilaisiin eikä vain oppimistuloksiin. Esittelemme kappaleessa tarkemmin minäkuvan muodostumista ja kuinka suullisella kielentämisellä voidaan tukea positiivista minäkuva.

Laajasti ajateltuna minäkuvalla tarkoitetaan yksilön käsitystä itsestään, joka vaikuttaa ihmisen koko persoonaan. Minäkuva on mahdollista tarkastella yksityiskohtaisemmin, jolloin siitä voidaan erottaa esimerkiksi ihmisen näkemys ulkonäöstään, taustastaan ja kyvyistään. Kouluminäkuva on myös yksi minäkuvan osa-alueista. Minäkuva syntyy vuorovaikutuksessa ympäristön kanssa ja varsinkin tärkeiden henkilöiden suhtautumisella on suuri vaikutus yksilön minäkuvaan. (Linnanmäki 1998, 287.)

Minäkuva vaikuttaa oleellisesti oppilaan koulusaavutuksiin, vaikka se onkin melko riippumaton yksilön älykkyydestä. Oppilaan hyvä koulumenestys lukemisessa, kirjoittamisessa ja matematiikassa vaikuttaa yleensä positiivisesti oppilaan kouluminäkuvaan. Näillä niin sanotuilla teoria-aineilla on vielä nykyäänkin käytännön aineita korkeampi arvostus koulussa, vaikka oppiaineiden tasavertaisuudesta on puhuttu paljon. Matematiikka on perinteisesti yksi arvostetuimmista oppiaineista, joten yleensä oppilaat kokevat onnistumisen siinä hyvin tärkeäksi ja murehtivat suoriutumistaan enemmän kuin muissa aineissa. (Linnanmäki 1998, 287–288.) Marshin (1990) näkemyksen mukaan oppilaan kouluminäkuvaan matematiikassa vaikuttaa pääosin osaamisen taso, mutta myös vertailukohtat. Oppilas saattaa verrata osaamistaan muiden oppilaiden

suorituksiin tai omaan taitotasoonsa muissa oppiaineissa. (Marsh 1990, Hannulan 2001, 14 mukaan.) Tämä saattaa aiheuttaa vääristyneitä uskomuksia omista matematiikan taidoista.

Opettajan on mahdollista vaikuttaa erilaisilla opetusmenetelmillä positiivisesti oppilaan minäkuvaan. Tutkimuksissa on selvinnyt, että tyttöjen matematiikanosaaminen ja itseluottamuksen taso ovat voimakkaammin yhteydessä opettajan valitsemiin opetusmenetelmiin kuin poikien. (Hannula 2001, 31.) Näin ollen voidaan olettaa, että opettajan valitsemilla opetusmenetelmillä on mahdollista vaikuttaa tyttöjen itseluottamukseen matematiikassa. Hannulan mukaan esimerkiksi erilaiset pari- ja ryhmätyöt ja niiden aktiivinen käyttö opetuksessa tukevat tyttöjen itseluottamusta matematiikassa (Hannula 1996, 236). Pehkonen (1996) on todennut, että sukupuolten välillä on eroa myös siinä, kuinka oppilaat uskovat oppivansa matematiikkaa. Tytöt haluavat pohtia tehtäviä poikia enemmän ja ovat valmiimpia ratkomaan tehtäviä yhdessä toisten kanssa. (Pehkonen 1996, 348.) Samankaltaisia tuloksia tyttöjen ja poikien oppimistavoista oli näkyvissä myös meidän kandidaatintutkimuksessa (ks. Mansikka-aho & Sirén 2010). Tytöt myös pitävät yhteistyötä mahdollisena keinona oppia matematiikkaa poikia useammin (Pehkonen 1996, 348; Hannula & Malmivuori 1996, 33-34).

Näiden tutkimustulosten valossa on tärkeää pohtia uudenlaisia opetusmenetelmiä matematiikan oppimiseen ja opettamiseen. Saadut kokemukset matematiikan oppitunneilta voivat vaikuttaa joko kielteisesti tai myönteisesti oppilaan käsitykseen itsestään oppijana. Luokka ja sen toiminta vaikuttavat siihen, miten kunkin oppilaan toiminta ja itseluottamus kehittyvät. (Yrjönsuuri 2007, 6.) Seuraavassa kappaleessa esittelemme lisää tyttöjen ja poikien eroja ja yhtäläisyyksiä matematiikan oppijina.

### ***3.3 Tytöt ja pojat matematiikan osaajina***

Yhtenä tärkeänä opetuksen arvoperustana pidetään alueellisen ja yksilöiden välisen tasa-arvon lisäämistä. Opetuksessa on otettava huomioon erilaiset oppijat ja edistettävä sukupuolten välistä tasa-arvoa antamalla tytöille ja pojille valmiudet toimia yhtäläisin oikeuksin ja velvollisuuksin yhteiskunnassa sekä työ- ja perhe-elämässä. (POPS 2004, 14.) Sanan lasku -projektin yhtenä tavoitteena onkin tutkia, kuinka erilaisten opetusjärjestelyjen ja -menetelmien avulla saataisiin tytöt kiinnostumaan matematiikasta ja pojat taas kieliopin opiskelusta.

PISA -tutkimukset ovat osoittaneet, ettei suomalaisten poikien ja tyttöjen matemaattisissa taidoissa ole suurta eroa. Suuret erot sukupuolten välillä syntyvät kuitenkin asenteissa matematiikkaa kohtaan. Pojat uskovat oppimisedellytyksiinsä ja selviytymiskykyynsä matematiikassa tyttöjä enemmän. Pojat ovat myös kiinnostuneempia ja vähemmän ahdistuneita

matematiikan opiskelusta kuin tytöt. Tuloksista paljastuu myös, että asennetekijöillä on voimakas yhteys matematiikan osaamiseen. (Kupari 2009, 4.) Pojat antavat kouluikässä matematiikalle oppiaineena suuremman arvon kuin tytöt. Tämä johtaa siihen, että poikien kiinnostus matematiikkaa kohtaan kasvaa ja se vaikuttaa myönteisesti heidän saavutuksiinsa. (Linnanmäki 1998, 286.) Myös Niemi (2008), Kupari & Törnroos (2005) ja Joutsenlahti (2005) ovat todenneet tutkimuksissaan, että tytöt uskovat olevansa huonoja matematiikassa, vaikka he todellisuudessa ovatkin suoriutuneet matematiikan testeissä hyvin (Joutsenlahti 2009, 73).

Tyttöjen negatiivista asennetta matematiikan opiskelua kohtaan voidaan etsiä historiasta. Esimerkiksi kansanopetuksen alkaessa 1600–1800 -luvulla naiset saivat opetusta lukemisessa ja uskonnossa, mutta eivät ollenkaan laskennossa kuten miehet. Myös tasa-arvoiset etenemismahdollisuudet ovat hyvin uusi ilmiö. Jotkin yliopistot ovat avanneet ovensa naisopiskelijoille vasta 80 -luvulla, kuten esimerkiksi arvostettu Columbian yliopisto Yhdysvalloissa. (Hannula, Kupari, Räsänen 1998, 209.) Ei ole siis ihme, että vielä tänäkin päivänä tyttöjen asenteet matematiikan opiskelua kohtaan ovat poikia paljon negatiivisemmat, sillä asenteet muuttuvat usein instituutioitakin hitaammin, Hannula ym. (1998) toteavat.

Vaikka nykyään naisilla on samat oikeudet opiskella kuin miehillä, matematiikkaan ja sen opiskeluun liitetään edelleen monia sukupuolisdonnaisia myyttejä, uskomuksia ja toimintamalleja. Nämä edellä mainitut asiat välittyvät kodin, toveripiirin ja koulun aikaansaamien sosiaalistamisprosessien avulla. Matematiikan opetuksesta on kuitenkin mahdollista tehdä yhä tasa-arvoisempaa kehittämällä esimerkiksi matematiikan pedagogiikkaa, oppimateriaaleja ja asenneilmapiiriä. (Hannula ym.1998, 209.) Tutkimuksissa on todettu, että oppikirjat ylläpitävät perinteisiä roolimalleja. Siksi onkin tärkeää, että opettaja antaa oppilailleen roolimalleja myös älyllisesti vahvoista naisista, vaikka valmis oppimateriaali ei niitä tarjoaisikaan. (Hannula 2001, 41.) Linnanmäki kirjoittaa, että roolimallien puuttuminen etevien naismatematiikkojen muodossa voi olla yksi selitys tyttöjen ahdistuneisuudelle matematiikan opiskelua kohtaan. Tämä saattaa myös vaikuttaa siihen, että tytöt eivät ole kovin innokkaita hakeutumaan matemaattisesti suuntautuneille koulutuslinjoille. (Linnanmäki 1998, 286–287.)

Sukupuolten välisiä oppimistuloksia on tutkittu myös äidinkielen osalta. Joutsenlahti (2009, 73) on todennut Lappalaiseen (2008) viitaten, että perusopetuksen 6. vuosiluokan suorittaneiden äidinkielen ja kirjallisuuden oppimistuloksissa tyttöjen lukutaito, kielentuntemus ja kirjoitustaito ovat peruskoulussa selkeästi parempia kuin pojilla. Korkeakoski (2001) on tehnyt kansallisen arvioinnin perusopetuksen äidinkielen oppimistuloksista 6. vuosiluokan keväällä, jossa hän on todennut, että tyttöjen asenteet äidinkieltä ja sen opiskelua kohtaan ovat poikien asenteita positiivisempia (Korkeakoski 2001, Joutsenlahden 2009, 73 mukaan). Opetushallituksen (2007)

arvioinnin mukaan kolmasluokkalaiset tytöt ovat äidinkielen taidoiltaan parempia kuin pojat ja erot tulevat esille erityisesti kirjoittamisessa. Tytöt myös suhtautuvat äidinkieleen oppiaineena myönteisemmin kuin pojat. (Opetushallitus 2007.)

Sukupuoleen sidoksissa olevia äidinkielen ja matematiikan oppimis- ja asennetuloksia verrattaessa huomataan, että tulokset ovat keskenään päinvastaiset. Tytöt ovat kiinnostuneempia äidinkielestä ja pojat taas matematiikasta. Näiden tulosten perusteella voisi olettaa, että äidinkieli saattaisi olla yksi keino motivoida tyttöjä matematiikan opiskeluun. Paechter (2001) esittää, että tytöt eivät välttämättä koe matematiikan logiikkaa yhtä luonnolliseksi ratkaisutavaksi kuin pojat, vaan suosivat tarinallisia strategioita (Paechter 2001, 51-53). Monelle tytölle siis äidinkielen käyttö saattaisi olla luonnollinen tapa ilmaista matemaattista ajatteluaan. Kielellisesti taitavien mahdollisesti huono matematiikkakuva voisi muuttua positiivisemmaksi, jos heille annettaisiin mahdollisuus ilmaista ajatteluaan kielen avulla. (Joutsenlahti 2009, 73.) Tästä syystä onkin erittäin tärkeää kehittää ja tutkia kielentämisen työtapoja, jotta ne voidaan ottaa opetuskäytäntöihin laajemmin.

Tämän tutkimuksen tarkoituksena ei ollut tutkia tyttöjen ja poikien eroja matematiikan opiskelussa. Olemme kuitenkin ottaneet sukupuolinäkökulman huomioon tutkimusta suunnitellessamme. Valitsimme tutkimusjoukkoomme yhtä paljon tyttöjä ja poikia. Tulemme esittelemään myös tutkimuksen johtopäätöksissä hieman näkemyksiä sukupuolen vaikutuksesta kielenkäyttöön matematiikassa. Koska tutkimuksemme on kvalitatiivinen, tuloksiamme ja johtopäätöksiämme ei ole tarkoitus yleistää koskemaan koko ikäluokan tyttöjä ja poikia. Saamamme tulokset ovat huomioita tätä tutkimusta varten kerätystä empiriasta. Myös Paechter (2001) esittää, että vaikka matemaattiset suoritukset eivät eroa sukupuolten välillä, tulisi matematiikan tutkimuksissa kiinnittää huomiota sukupuoleen, sillä kiinnostuksessa matematiikkaa kohtaan on suuri ero tyttöjen ja poikien välillä (Paechter 2001, 51-53).

### ***3.4 Ajattelun kehittyminen ja matemaattinen ajattelu***

Tutkimuksemme yhtenä osa-alueena on tutkia, kuinka viidesluokkalainen oppilas käyttää suullista ilmaisua ja kieltä apunaan selittäessään matematiikan käsitteitä ja ilmiöitä. Tähän vaikuttaa oleellisesti viidesluokkalaisen oppilaan ajattelun kehityksen taso. Siksi tutkimuksemme kannalta on oleellista määritellä yleisesti se, minkälaiseen ajatteluun viidesluokkalainen oppilas tavallisesti yltää. Sveitsiläinen Jean Piaget (1896-1980) oli yksi tärkeimmistä ja tunnetuimmista ajattelun kehityskausia tutkineista kehityspsykologeista. Hänen tutkimustensa pohjalta on muotoiltu konstruktivistinen tulkinta ajattelun perusmuotojen kehittymisestä. Piaget tuli tutkimuksissaan

siihen tulokseen, että ajattelun perusmuodot eivät ole ihmisellä synnynnäisiä ominaisuuksia, vaan kehittyvät yksilön ja ympäristön vuorovaikutuksen kautta. (Lehtinen & Kuusinen 2001, 109, 115.)

Viidesluokkalainen oppilas on Piagetin teorian mukaan siirtymässä konkreettisten operaatioiden vaiheesta formaalisten operaatioiden vaiheeseen. Formaalisten operaatioiden vaiheen lapsi saavuttaa noin 11-12 -vuoden ikäisenä. Tässä vaiheessa oppilas ei tarvitse enää aina ajattelunsa tueksi viittausta konkreettisiin kokemuksiin. Oppilaat kykenevät siis kuvittelemaan mielessään tehtäville eri vaihtoehtoja ja testaamaan myös sellaisia oletuksia, joista heillä ei ole konkreettista kokemusta. Oppilaan ajattelu muuttuu näin tehokkaammaksi ja ongelmanratkaisulle avautuu aivan uudenlaisia mahdollisuuksia. (Lehtinen & Kuusinen 2001, 117.) Kilpatrickin (1985) mukaan formaalisten operaatioiden vaiheeseen päästessään lapselle voi kehittyä tieteellisen päättelyn kaltaista ajattelua. Kuten myös edellä todettiin, tämä mahdollistaa deduktiivisen lähestymistavan sellaisiin tiedon alueisiin, joista lapsella ei ole omaa konkreettista kokemusta. (Kilpatrick 1985, Yrjönsuuren 1989, 32 mukaan.)

Oppilaat jotka osallistuivat tutkimukseemme, eivät siis tämän teorian perusteella enää välttämättä tarvitse konkreettista kokemusta matemaattisen ongelman ratkaisemiseksi. Kehitysvaiheiden saavuttamisikä vaihtelee kuitenkin suuresti, joten osa tutkimukseemme osallistuneista oppilaista saattaa olla vielä konkreettisten operaatioiden vaiheessa. Konkreettisten operaatioiden vaiheessa oleva lapsi tarvitsee ajattelunsa tueksi konkreettisiä malleja ja omakohtaisia kokemuksia. (Lehtinen & Kuusinen 2001, 117.)

Venäläinen Lev Vygotsky (1896-1934) on Piagetin ohella yksi psykologian uranuurtajista. Yksi hänen tunnetuimmista ajatuksistaan on lähikehityksen vyöhyke. Lähikehityksen vyöhykkeellä tarkoitetaan todellisen kehitystason ja potentiaalisen kehitystason välistä etäisyyttä. Todellinen kehitystaso ilmenee siinä, minkälaiseen ongelmaratkaisuun lapsi kykenee itsenäisesti. Potentiaalinen kehitystaso ilmenee puolestaan siinä minkälaiseen ongelmaratkaisuun päästään kyvykkäämpien ikätoverien kanssa yhteistyössä tai aikuisen avustuksella. Oppimistapahtumassa oleellista on siinä luotava lähikehityksen vyöhyke, koska silloin lapsen sisäiset kehitysprosessit voivat muokkaantua vuorovaikutuksen avulla. (Alanen 2002, 221.) Oppilaan ajattelun kehittymisen kannalta on tärkeää luoda mahdollisimman paljon sellaisia oppimistilanteita, jotka mahdollistavat lähikehityksen vyöhykkeellä toimimisen.

Ajattelusta on mahdollista erottaa myös täsmällisempiä kokonaisuuksia, kuten esimerkiksi matemaattinen ajattelu. Sen tarkka erottaminen muusta ajattelusta ei kuitenkaan ole ongelmatonta, sillä sitä pidetään vaikeasti selitettävänä ja tutkittavana ilmiönä. (Yrjönsuuri 1994, 106.) Oppilaan matemaattisen ajattelun tukemisen kannalta on tärkeää ottaa huomioon oppilaan kehitystaso. Oppilaalla täytyy olla edellytykset rakennella sisäisiä mallejaan kyseisestä matematiikan tiedosta,

jotta siitä voisi muodostua oppilaalle mielekäs ja tarkoituksenmukainen oppimiskokemus. (Yrjönsuuri 1998, 29.)

Burton (1984) määrittelee matemaattisen ajattelun ajattelun osa-alueeksi, josta voidaan tunnistaa matemaattista toimintaa. Tämä toiminta liittyy mihin tahansa ongelmaan, joka rakentuu matematiikan ilmiöiden ympärille. Tälle matemaattiselle toiminnalle on ominaista tarkka kielen ja symbolien käyttö sekä sisäinen ristiriidattomuus. (Burton 1984, Joutsenlahden 2004, 336–337 mukaan.) Joutsenlahti (2004) esittää matemaattisen ajattelun määritelmän, jonka mukaan matemaattinen ajattelu on oppilaalle merkityksellisten matemaattisten tietojen prosessointia. Tämä tiedon prosessointi on esimerkiksi tarkoituksenmukaista ongelmanratkaisua, opittavan aineksen ymmärtämistä tai omaehtoista tietojen tutkimista. Ajatteluprosessia suuntaavat ja rajaavat oppilaan kyvyt, asenteet, uskomukset ja sen hetkiset tiedot ja taidot. (Joutsenlahti 2004, 367.)

Mahdollisimman laadukkaan opetuksen takaamiseksi opettajan tulisi saada tietoa siitä, miten oppilaan ajattelu etenee. Tähän päästäkseen opettajan tulee havainnoida oppilaan tuottamia representaatioita. Representaatiot ovat ulkoisesti havaittavia, useimmiten kielellisiä tai visuaalisia esityksiä, esimerkiksi oppilaan puhetta, kirjoitusta tai matemaattisia symboleja. (Leppäaho 2007, 32.) Kieli ja sen eri muodot ovat siis keskeisessä asemassa, kun opettaja havainnoi oppilaan ajattelun etenemistä. Seuraavassa kappaleessa olemme keskittyneet kieleen ja sen käyttöön matematiikan oppimisen välineenä.



# 4 KIELI OPPIMISEN VÄLINEENÄ

## 4.1 Mitä on kieli?

Kieli on vahvana osana jokapäiväistä elämää, ja vallalla olevan sosiaalisen konstruktiivisen oppimiskäsityksen mukaan kieli on iso osa oppimisprosessia. Kieli on keskeisessä roolissa myös matematiikan oppimisessa. Yleisimmän käsityksen mukaisesti kieli nähdään esittävien merkkien eli symboleiden järjestelmänä. De Saussuren (1916) klassisen määrittelyn mukaan kielellinen symboli koostuu sisällöstä eli merkityksestä ja muodosta eli äänne- tai kirjoitusasusta. Tarkoitteella tarkoitetaan asiaa, johon sanalla viitataan kulloisessakin lauseyhteydessä. Symbolit ovat puolestaan merkkejä, joita käytetään sopimuksenomaisesti tietyn tarkoitteen tai merkityksen sijasta. Symbolit ovat ihmisten keksimiä ja niitä määrää se kulttuuri, johon nuo ihmiset kuuluvat. (Koppinen, Lyytinen & Rasku-Puttonen 1989, 9-11.) Näin eri kulttuureissa tai yhteisöissä toimivat ihmiset voivat ymmärtää saman merkin tai sanan eri tavoin.

Kielellä on erilaisia tehtäviä ja niitä on mahdollista luokitella. Usein kielen tehtävät ovat luokiteltu esimerkiksi seuraavanlaisesti; kieli on ajattelun väline, tiedonhankinnan ja -välittämisen väline, vaikuttamisen väline, sosiaalisten suhteiden luomisen ja ylläpitämisen väline, tunteiden ilmaisemisen väline, kielellisen luomisen sekä oman ja toisten käyttäytymisen säätelemisen väline (Koppinen ym. 1989, 22). Nämä kielen tehtävät ovat näkyvissä myös matematiikan opiskelussa. Kielen avulla oppilas jäsentää matemaattista ajatteluaan ja välittää sitä muille. Hän perustelee ja reflektoi käsityksiään kielen avulla pyrkien saamaan itsensä ja muut vakuuttuneiksi ajattelustaan. Matematiikan opiskeluun keskeisesti vaikuttavien tunteiden, asenteiden ja uskomusten ilmaiseminen tapahtuu myös kielen avulla. (Joutsenlahti, 2003a, 190.)

Kieli voi olla puhuttua tai kirjoitettua kieltä ja näiden kahden kielen väliltä voidaan löytää lukuisia eroja (Iivonen & Leiwo 2009, 64). Tutkimuksemme kannalta oleellinen osa on puhuttu kieli, joten määrittelimme sitä ja sen piirteitä tarkemmin seuraavassa. Puhuminen on moniosainen suoritus, joka perustuu tarkkaan ajoitukseen. Sen tarkoituksena on tuottaa sellainen äänneiden sarja, että kuulija voi helposti purkaa sen ymmärrettäväksi sanomaksi. (Iivonen & Leiwo 2009, 64.) Keskusteluun liittyvät olennaisesti nonverbaaliset taidot, joihin luetaan ihmiskehon käytöstä muodostuvia liikkeitä, kuten katseen suuntaamista, pään, käsien eleiden ja ilmeiden käyttöä. Puhe ja

kehon vuorovaikutuksellinen käyttö on yleensä niin saumatonta, ettei pieniä vuorovaikutuksellisia liikkeitä havainnoida tietoisella tasolla yhtä tarkasti. Taitava keskustelija osaa ottaa keskustelutilanteessa myös toisen tunteet huomioon. Esimerkiksi nauru ja huumori ovat olennaisia keskustelun aineksia, joilla haetaan toisen keskustelijan hyväksyntää. Puheenvuoroissa on myös taukoja, epäröintejä ja toistoja, jotka luovat ja ylläpitävät keskustelijoiden välistä vuorovaikutusta. (Klippi 2009, 77.) Näitä luonnollisia vuorovaikutuksen keinoja käyttävät jo myös viidesluokkalaiset oppilaat.

Vuorovaikutuksessa olevien henkilöiden yhteinen äidinkieli ei kuitenkaan takaa vielä sitä, että viestin lähettäjä ja saaja ymmärtäisivät toisiaan (Koppinen ym. 1989, 10). Viestin saajan on hyvin lyhyessä ajassa oivallettava, mitkä ovat viestin lähettäjän tarkoittamat sanat ja muut tärkeät yksiköt pystyäkseen ymmärtämään viestin sisällön. Ymmärtämiseen liittyy myös paljon odotuksia ja ennakoitua, jotka voivat johtaa oikeaan tulkintaan tai sitten virhekuulemiin. (Iivonen & Leiwo 2009, 66–67.) Tärkeänä tekijänä kielen ymmärtämisen kannalta ovat myös yleiset lukijan tai kuulijan odotukset ja aikaisemmat tiedot sekä käsitykset tiedon arvosta (Yrjönsuuri 1994, 107). Viestintätilanteeseen liittyvät monet sisäiset ja ulkoiset häiriöt voivat lisäksi aiheuttaa sen, etteivät vuorovaikutuksen osapuolet ymmärrä toisiaan. Myös se, etteivät vuorovaikutuksen osapuolet löydä yhteistä kielen käsitteistöä, saattaa aiheuttaa ymmärtämisvaikeuksia. (Koppinen ym. 1989, 10, 17.) Toisin sanoen keskinäinen ymmärtäminen epäonnistuu, jos sanojen merkitykset ymmärretään eri tavalla (Vygotsky, 1986, 238-239).

Tuttavallisessa puheessa ilmaukset voivat puolestaan olla hyvinkin suppeita, mutta silti molemmat osapuolet tajuavat viestin sisällön. Tällainen huoleton puhetapa kertoo suhteen läheisyydestä. (Koppinen ym. 1989, 10, 17.) Vygotski (1986) toteaa tämän saman ajatuksen teoksessaan *Ajatus ja kieli*. Jos keskustelijoiden ajatukset ovat samankaltaiset, puheen osuus voi olla hyvin vähäinen. Näin käy lähes poikkeuksetta, kun ihmiset ovat läheisessä suhteessa. (Vygotsky, 1986, 238-239.) Esimerkiksi luokkakaverit, jotka ovat paljon tekemisessä keskenään, saattavat ymmärtää toisiaan hyvin suppeastakin esityksestä.

Puhekielestä poiketen kirjakieli on kieltä, joka täyttää kielioppeissa ja -oppaissa sekä sanakirjoissa julkaistut normit. Kirjakielestä voidaan vielä erottaa erilaisia kielimuotoja, kuten esimerkiksi yleiskieli ja erikoiskielet, jotka nojaavat kirjakielen normeihin. Näitä erikoiskieliä ovat esimerkiksi kielitieteen, ATK-alan ja matematiikan kielet. Niiden erikoisluonne johtuu siitä, että niissä käytetään sellaisia erikoissanoja, joiden merkityksestä on sovittu alan asiantuntijoiden kesken. Näitä erikoissanoja kutsutaan termeiksi ja niitä on usein vaikea ymmärtää, jos ei tiedä niiden taustalla olevista sopimuksista. Erikoiskielen rinnalla voidaan puhua kielen rekistereistä, joilla tarkoitetaan kielen vaihtelua erilaisissa sosiaalisissa yhteyksissä. Suppeampia rekistereitä

ovat esimerkiksi urheilun tai matematiikan kieli. (Koppinen ym. 1989, 9-14.) Seuraavassa kappaleessa esittelemme tarkemmin matematiikan erikoiskieltä, joka on oleellinen osa tutkimustamme.

## 4.2 Matematiikan kieli

Rowland (1995) esittää, että matematiikka on kieli siinä missä esimerkiksi italiakin on kieli (Rowland 1995, 54). Rowlandin vertauskuvaa matematiikan kielestä on kuitenkin syytä tarkentaa, sillä matematiikan kieleen kuuluu luonnollisen kielen lisäksi myös kuviokieli ja symbolikieli, jotka italiankielestä puuttuvat. Lisäksi Pimm (1987) toteaa matematiikan kielen olevan luettavissa monella eri kielellä, joten matematiikan kieli toimii yli kansallisten kielirajojen. Kirjoitettu matematiikan symbolikieli on myös mahdollista kääntää monelle eri luonnolliselle kielelle. (Pimm 1987, 2.) Näistä syistä johtuen matematiikan kieltä olisikin parempi verrata esimerkiksi musiikin kieleen sen kansalliset kielirajat ylittävän luonteen takia.

Leen (2006) mukaan matematiikan kieltä tulisi opiskella vieraan kielen tavoin. Tämän ajatuksen mukaan vierasta kieltä opiskellessa oppilaan tulee hallita uudesta kielestä sanasto, kielioppi ja tuntee lisäksi kulttuuri, jossa kieltä käytetään. Näitä taitoja harjoittamalla oppilas pystyy kielen avulla esittämään ajatuksiaan sekä oppii käyttämään vaadittavia käsitteitä oikein. (Lee 2006, 18.) Pimm (1987) on puolestaan sitä mieltä, että vaikka matematiikasta on mahdollista löytää samoja ominaispiirteitä kuin luonnollisesta kielestä, ei sitä kuitenkaan ole mahdollista opiskella vieraan kielen tavoin. Matematiikan käsitteille voidaan kuitenkin luoda merkityksiä luonnollisen kielen avulla. (Pimm 1987, 196-207.) Tulkitaan matematiikan kieltä sitten Leen tavoin vieraana kielenä tai Pimmin ajatusten mukaisesti, tärkeää on huomata luonnollisen kielen merkitys matematiikan opiskelussa. Luonnollisen kielen avulla matematiikka tulee ymmärrettäväksi myös alakouluikäisille oppilaille.

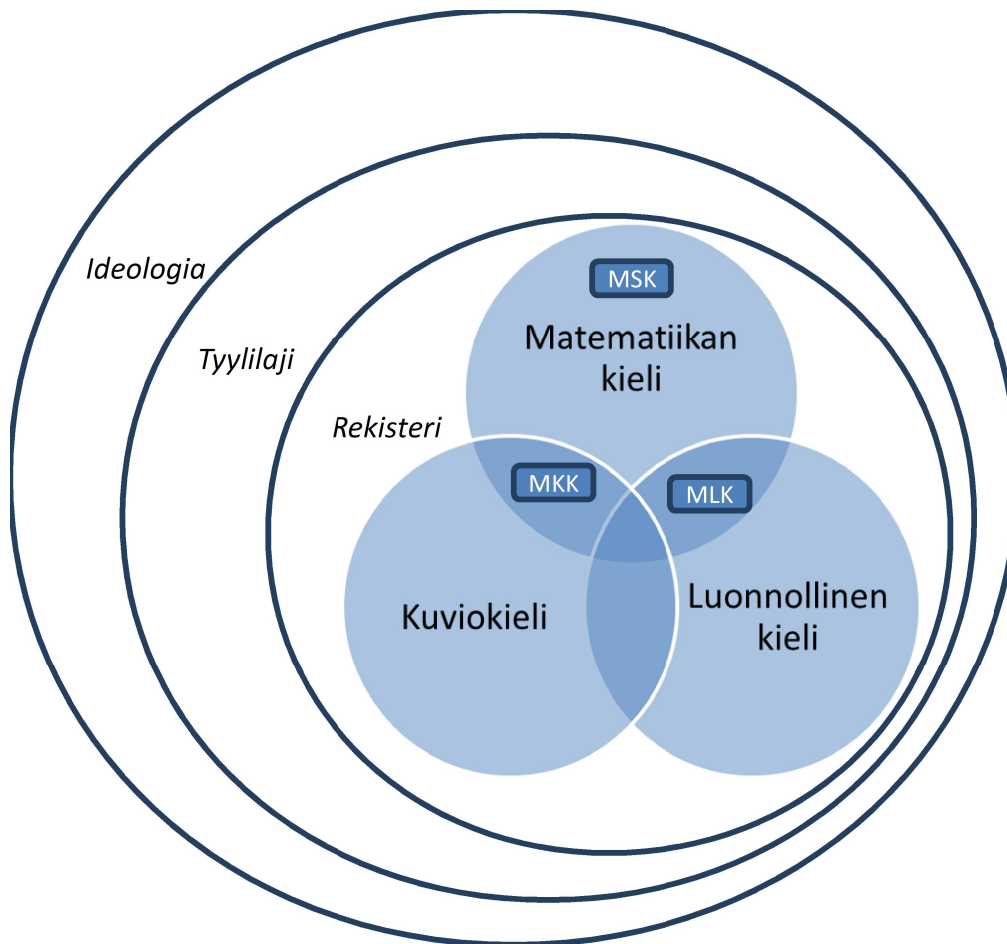
Myös Zevenbergen (2000) näkee matematiikan kielen aivan omana rekisterinään, jonka käyttöä tulee harjoitella oppilaiden kanssa. Tämän rekisterin harjoittelun myötä oppilaat pystyvät osallistumaan matemaattiseen keskusteluun, joka on tärkeää matematiikan oppimisen kannalta. (Zevenbergen 2000, 201–202; Rowland 1995, 54-60.) Tämä tarkoittaa matematiikassa käsitteiden käytön harjoittelua suullisen ilmaisun avulla. Joutsenlahti (2003) toteaaakin, että matemaattisen kielen opettelu tulee aloittaa omalla äidinkielellä jo alaluokilta lähtien (Joutsenlahti 2003a, 188, 194). Ryhmätyön avulla on mahdollista parantaa kielitaitoa ja näin myös matematiikan kielen taitoa. Lapset oppivat eri kieliä parhaiten luonnollisissa ja mielekkäissä olosuhteissa, jollaiseksi ryhmässä tapahtuvaa työskentelyä voidaan yleensä kuvata. Ryhmissä oppilaat korjaavat toistensa

puhetta ja saavat tilaisuuden käyttää vierasta kieltä paljon enemmän kuin perinteisen oppitunnin sisällä. (Cohen 1994, Saloviidan 2000 mukaan, 116-117.) Rowland erottaa matematiikan kielestä kaksi eri lajia, matematiikan kielellä puhuminen ja matematiikasta puhuminen. Nämä kaksi kieltä sekoittuvat kun oppilaat selvittävät yhdessä ääneen matematiikan ongelmia. (Rowland 1995, 63.)

Joutsenlahti ja Silfverberg (2007) ovat esitelleet Meanyn (2005) tavan jaotella matematiikassa käytettävää kieltä. Meanyn (2005) mukaan matematiikassa käytettävä kieli koostuu luonnollisesta kielestä, matematiikkaan liittyvästä luonnollisesta kielestä ja matematiikan symbolikielestä. Nämä matematiikassa käytettävät eri kielet ovat Meanyn tulkinnessa kielen erillisiä osa-alueita. Joutsenlahti ja Silfverberg (2007) puolestaan näkevät nämä Meanyn esittämät kolme matemaattisen kielen osaa ennemminkin luonnollisen kielen matemaattiseen kontekstiin tehtyinä laajennuksina kuin erillisinä osa-alueina. Tätä he perustelevat sillä, että monet matematiikan kielen ilmaukset, kuten esimerkiksi lukusanat ja lukumerkinnät kuuluvat sekä luonnolliseen että matemaattiseen kieleen. (Joutsenlahti, Silfverberg, 2007, 344.) Kaikkia näitä matematiikan kieliä on mahdollista käyttää matemaattisen ajattelun ilmaisuun. Symbolikieltä käytetään esimerkiksi matemaattisissa lausekkeissa, kuviokieltä esimerkiksi geometrisissa kuvioissa ja luonnollinen kieli on tavallisesti äidinkieltä. (Joutsenlahti & Kulju 2010, 78.)

Joutsenlahti ja Kulju (2010) esittelevät artikkelissaan matematiikan sanallisten tehtävien ratkaisuisissa mahdollisesti esiintyvät kielet. Nämä eri kielet ja niiden väliset suhteet on esitelty kuviossa 1. Joutsenlahti ja Kulju ovat yhdistäneet kuvioon 1 tekstitutkimuksen kohteet (ideologia, tyyli ja rekisteri) sekä matematiikan tehtävien kielenmuutoksissa esiintyvät kielet (matematiikan kieli, luonnollinen kieli ja kuviokieli). Kuvio tukee myös yllä esitellyn Joutsenlahden ja Silfverbergin (2007) ajatuksia kielten päällekkäisyydestä.

Kuviossa esiintyvät tekstitutkimuksen kohteet ovat systeemisen-funktionaalisen kieliteorian käsitteitä. Tämän teorian perusajatuksena on, että ihminen on toimijana sosiaalisessa yhteisössä ja kieli nähdään yhtenä sosiaalisen toiminnan muodoista (Luukka 2002, 89). Tekstitutkimuksen kohteista tutkimuksemme kannalta oleellisin on rekisteri, joka tarkoittaa kielen vaihtelusta käyttötilanteen mukaisesti. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että taitava puhuja osaa vaihtaa kielen rekisteriä tilanteen vaatimalla tavalla. (Hiidenmaan 2000, 38). Kuviossa 1 matematiikan eri kielet nähdään kielen rekisterin eri osina. Nämä osat ovat kuitenkin osittain päällekkäisiä, jolloin niiden erottaminen toisistaan on vaikeaa.



**Kuvio 1.** Matematiikan sanallisten tehtävien ratkaisuisissa mahdollisesti esiintyvät kielet (MSK on matematiikan symbolikieli, MLK on matematiikkaan liittyvä luonnollinen kieli ja MKK on matematiikkaan liittyvä kuviokieli) ja systeemis-funktionaalisen kieliteorian tasoja. (Joutsenlahti & Kulju 2010, 81).

### 4.3 Käsitteet koulumatematiikassa

Tutkimuksemme yhden osa-alueen muodostavat matematiikan käsitteet ja niiden suullinen kielentäminen. Tässä kappaleessa määrittelemme lyhyesti, mitä matematiikan käsitteillä tarkoitetaan ja minkälaisena niiden käyttö esiintyy koulumatematiikassa. Kuten kappaleessa 4.1 todettiin, yhteinen äidinkieli ei vielä takaa sitä, että vuorovaikutuksessa olevat henkilöt välttämättä ymmärtäisivät toisiaan. Yhteisen ymmärryksen saavuttamiseksi kaikilla samassa tilanteessa olevilla käsitteen käyttäjillä tulisi olla sama tarkoite käsitteestä. Esimerkiksi vähennyslaskun laskutoimitusmerkki ja negatiivisen luvun etumerkki ovat samat, joten voidakseen tehdä yhteistä tulkintaa laskusta, täytyy kaikkien tilanteessa mukana olevien henkilöiden tietää, mitä tietty merkki tietyssä tilanteessa tarkoittaa. Tähän pääseminen mahdollistuu monien havaintojen, harjoitusten ja ohjatun opiskelun aikana.

Männistö (1995) määrittelee matemaattisen käsitteen ajattelun luomaksi abstraktiksi hahmoksi, jolla ei välttämättä ole konkreettista esimerkkiä todellisuudessa. Matemaattisilla käsitteillä on tavallisesti omat symbolinsa, jotka toimivat käsitteiden virallisina ilmaisuina. (Männistö 1995, 7.) Matematiikan kielen ja symboleiden kautta käsitteet tulevat havaittaviksi. Matematiikan kieli ja symbolit perustuvat yleiseen sopimukseen tietyn käsitteen käytöstä. (Rowland 1995, 54-60.)

Kuten edellä esitettiin, matemaattiset käsitteet ovat abstraktioita ja siksi vaikeasti ymmärrettäviä. Matemaattisia käsitteitä opetetaan kuitenkin alaluokilta lähtien, vaikka sen ikäiset lapset eivät vielä pysty abstraktiin ajatteluun. Alakoululaisille oppilaille varsinkin matemaattisen käsitteen verbaalinen määrittelemisen on vaikeaa. Tästä ristiriidasta huolimatta lapset pitävät yleensä matematiikan oppimisesta ja kokevat sen helppona. Lapsille ei opeteta matematiikassa abstraktioita, vaan käsitteet esitetään havainnollisesti ja esimerkkien avulla. (Malaty 1981, 286.) Näin oppilaille säilyy innostus matematiikan oppimiseen, koska he kokevat sen ymmärrettäväksi. Schleppegrell (2010) toteaa, että on kuitenkin tärkeää, että matematiikan kieltä ei liiaksi yksinkertaisteta vaan sen erityiset luonteenpiirteet säilyvät. Jotkin matemaattiset käsitteet on mahdollista ilmaista luonnollisella kielellä, mutta toiset vaativat kielen käyttöä uudella eli matemaattisella tavalla. (Schleppegrell 2010, 85-86.) Opettajan on tärkeä ottaa nämä edeltävät seikat huomioon opetuksessaan. Vaikka opettaja käyttääkin opetuksessaan käsitteistä konkreettisia malleja, tulee hänen kiinnittää huomiota suullisessa ilmaisussaan oikeaan käsitteistöön, jotta matematiikan käsitteistö ei liiaksi yksinkertaistu.

Joutsenlahden (2003) mukaan uusien käsitteiden opiskelun lähtökohtana tulee olla oppilaiden olemassa olevat merkitykselliseksi kokemat tiedot ja taidot (Joutsenlahti, 2003a, 192). Cohen (1994) näkee ryhmätyöt toimivana keinona käsitteiden ja niiden käytön opettamiselle. Asian sisäistäneet oppilaat oppivat enemmän päästessään selittämään toisille vaikeita kohtia sekä heikotasoisemmat oppilaat saavat apua toisilta oppilailta. Väärinkäsitykset myös korjaantuvat nopeammin kuin opettajakeskeisessä oppimisessa. (Cohen 1994, Saloviidan 2000, 116-117 mukaan.)

Alakoulussa tärkeimmäksi tavoitteeksi muodostuu käsitteen oppiminen tunnistamisen tasolla. Tämä tarkoittaa sitä, että oppilas osaa erottaa käsitteen yksityistapauksen käsitteen alaan kuulumattomista esimerkeistä tai osaa tuottaa käsitteen yksityistapauksen. Käsitteen ilmaiseminen abstraktilla tasolla siten, että oppilas pystyy määrittelemään käsitteen sisällön, opitaan vasta myöhemmin. Käsitteen sisällön määrittelemisen merkitsee käsitteen välttämättömien ja riittävien ehtojen antamista. (Malaty 1981, 286.)

# 5 MATEMATIIKAN KIELENTÄMINEN

## 5.1 Lähtökohtia kielentämiseen

Tämän tutkimuksen kannalta keskeinen käsite on matematiikan kielentäminen, joka on Jorma Joutsenlahden tutkimuksissaan (ks. esim. Joutsenlahti 2003) määrittelemä ilmiö. Lyhyesti määriteltynä matematiikan kielentäminen tarkoittaa matematiikan ilmiöiden ja ajatusten selvittämistä oman äidinkielen avulla. Kielentäminen voi tapahtua suullisesti tai kirjallisesti. Esittelemme näitä kielentämisen eri muotoja tarkemmin kappaleissa 5.2 ja 5.3.

2000 -luvulla matematiikan tutkijat ja opetuksen ammattilaiset kouluissa ovat kiinnittäneet huomiota siihen, että perinteisesti toteutetulla matematiikan opetuksella ei saavuteta matematiikan perusopetuksen opetussuunnitelmassa mainittuja tavoitteita (Kinnunen, Vauras 1998, 273). Perusopetuksen opetussuunnitelman mukaan matematiikan opetuksen tulee tarjota oppilaille mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja matemaattisten käsitteiden sekä ratkaisumenetelmien oppimiseen. Opetuksen päämääränä on kehittää oppilaan luovaa ja täsmällistä ajattelua. Sen tulee myös ohjata oppilasta löytämään ja muokkaamaan ongelmia sekä etsimään ratkaisuja niihin. (POPS 2004, 158.)

Perinteisesti toteutetulla matematiikan opetuksella oppilaat oppivat kuinka laskutoimitukset etenevät teknisesti, mutta niiden syvällinen tarkoitus ja ymmärtäminen jäävät puutteelliseksi. Joustava ja strateginen matemaattisten ongelmien ja niiden ratkaisuvaihtoehtojen ajattelemine on oppilaille vaikeaa nykyisillä opetusmenetelmillä. Ongelmien ratkaisuvaihtoehtoihin ja niiden pohdintoihin ei käytetä tarpeeksi aikaa, joten oppilaat eivät opi soveltamaan matemaattista tietouttaan todelliseen elämään. (Kinnunen, Vauras 1998, 273.) Tällainen tiedon soveltaminen on tärkeää jatkuvasti muutoksen alaisessa postmodernissa yhteiskunnassa. Myös Schleppegrell (2010) toteaa, että keskittyminen vain laskujen oikeisiin vastauksiin ei kehitä matemaattista ajattelua ja päättelykykyä (Schleppegrell 2010, 86).

Samoihin johtopäätöksiin on tullut myös Kim Forsblom (2003), joka on luonut pro gradu -tutkielmassaan oppimateriaalia geometrisen ajattelun kehittämiseen. Forsblomin havaintojen mukaan osa oppilaista ratkaisee sanalliset laskut vain mekaanisina suorituksina. Luettuaan tehtävän oppilas valitsee ratkaisutavan ja laskee siihen kuuluvat laskutoimitukset. Oppilas ei

kuitenkaan mieti vastauksen sopivuutta tehtävän kysymyksen kannalta. Näin ollen kysymyksen ja vastauksen välillä voi olla suuria epäloogisuuksia, vaikka itse laskutoimitukset olisi suoritettu aivan oikein. (Forsblom, 2003, 126–127.)

Näistä seikoista johtuen Suomen kouluissa on alettu suosia uudenlaisia matematiikan opetusmenetelmiä. Mallia on otettu esimerkiksi unkarilaisesta matematiikan opetuksesta, joka on tuottanut poikkeuksellisen hyviä tuloksia. Menetelmä etenee harkitusti ja rakentaa systemaattisesti pohjaa matematiikan käsitteiden omaksumiselle. Huomattavaa unkarilaisessa matematiikassa on äidinkielen hyödyntäminen opetuksessa. Äidinkieltä käyttäen oppilaat oppivat vastaamaan kokonaisilla lauseilla ja kertomaan, miten he päättelivät asioita. Opettajan tehtävänä on johdatella kysymysten avulla oppilaita itse oivaltamaan ja pukemaan sanoiksi oivaltamansa asian. (Näätänen 2001.) Forsblom (2003) on myös tutkimuksissaan huomannut äidinkielen tukevan oppilaiden matemaattista ajattelua. Oppilas voi huomata ratkaisun järjettömyyden, jos hän kielentää tehtävän itselleen tai parille. Ilman kielentämistä oppilas ei kyseenalaista ratkaisuaan ja häneltä voi jäädä huomaamatta esimerkiksi yksiköiden muuttuminen toiseksi kesken laskua. (Forsblom, 2003, 126–127.)

Näiden havaintojen valossa kielentäminen matematiikan opetuksessa on tärkeää oppilaiden matemaattisen ymmärryksen ja taitojen kehittymisen kannalta. Se on myös yksi hyvä työskentelytapa, jotta matematiikan opetus vastaisi paremmin perusopetuksen opetussuunnitelman tavoitteisiin sekä tulevaisuuden haasteisiin.

## **5.2 Suullinen kielentäminen**

Matematiikan suullisella kielentämisellä tarkoitetaan oppilaiden suullista tapaa esittää matemaattista ajatteluaan. Kielentäminen tukee konstruktivismin ideaa, joka on vallalla oleva oppimiskäsitys 2000-luvulla. Siinä painotetaan oppilaiden omaa roolia uuden tiedon rakentamisessa. Teorian mukaan opettaja ei voi antaa oppilaalle valmiita vastauksia tai siirtää hänelle tietoa sellaisenaan. Oppilas sisäistää tiedon parhaiten soveltamalla aiempia tietojaan ja muodostamalla niiden pohjalta uusia käsityksiä eli konstruoimalla tietoa. Toisin sanoen oppilaiden aiemmat tiedot ja väärät luulot opittavasta aiheesta vaikuttavat aina myös uuden tiedon oppimiseen. (Leino 1998, 39–40.)

Oppilaiden matemaattinen ajattelu luokkatyöskentelyssä on usein hyvin äänetöntä. Ajattelun äänettämyys toteutuu niin paperille laskettaessa, päässä laskuissa, välinetyöskentelyssä kuin ongelmanratkaisupohdinnoissa. (Ilmavirta 2003, 24.) Tästä syystä onkin tärkeä pohtia, kuinka muille oppilaille. Joutsenlahti (2003) pitää matemaattisen ajattelun kielentämistä yhtenä ratkaisuna tähän ongelmaan (Joutsenlahti 2003a, 192, 194).



Kun oppilaalle annetaan mahdollisuus ilmaista matemaattista ilmiötä itse valitsemallaan tavalla esimerkiksi puhumalla tai piirtämällä, joutuu oppilas pohtimaan ilmiön keskeisiä piirteitä ja reflektoimaan sekä jäsentämään matemaattista ajatteluaan (Joutsenlahti 2003a, 192). Myös Lee (2006) on sitä mieltä, että matemaattisten ajatusten esilletuonti suullisesti auttaa oppilasta selkiyttämään ajatuksiaan, luoden mahdollisuuden kehittää ja jäsentää tietoa uudelleen (Lee 2006, 3, 6-7). Oppilaiden asioille antamat tarkoitukset, merkitykset ja kieli voivat tarkentua, kun he saavat keskustella niistä toistensa kanssa. Myös mahdolliset ristiriitaiset näkemykset ja ideat saattavat selkiytyä muiden oppilaiden tai opettajan esille tuomien ajatusten kautta. Näin oppilaat saavat tilaisuuden havaita, että on olemassa muitakin tapoja tulkita asioita ja ilmiöitä kuin heidän omansa. (Aho 2002, 23-24; Koponen 1992, 27.) Muut oppilaat voivat samalla verrata oppimansa ilmiön sisältöä toisen oppilaan ilmaisuun ja muokata keskustelun avulla sekä omaansa että toisten oppilaiden ymmärrystä ilmiöstä (Joutsenlahti 2003a, 192). Oppilaiden kielentäessä oppitunnilla koko luokan kuullen, esimerkiksi kotitehtäviä tarkistaessa, opettaja voi korjata vääriä uskomuksia, ja kuulijoilla on mahdollisuus reflektoida käsitteen sisältöä. (Joutsenlahti 2003b, 9).

Oppilaiden ilmaistessa ääneen ajatuksiaan he myös muistavat käsittelemänsä asiat paremmin ja pystyvät soveltamaan niitä myöhemmin. Oppilas oppii soveltamaan eri aihealueiden tietoja toisiinsa, kun heille luodaan tilaisuuksia kielentää ajatteluaan suullisesti. Tilaisuudet keskustella muiden kanssa eri ratkaisuideoista antaa oppilaille myös mahdollisuuden kehittää ongelmanratkaisutaitoja. (Lee 2006, 3, 6–7.) Myös Morgan (2001) pitää luonnollisen kielen käyttöä erittäin tärkeänä matematiikan tunneilla, koska se hyödyttää oppilaita heidän oppimisprosessissaan (Morgan 2001, 233). Kielentämällä tehtäviä oppilaat huomaavat pystyvänsä ratkaisemaan ongelmatehtäviä ja saavat onnistumisen kokemuksia. Osallistuminen matemaattiseen keskusteluun auttaa oppilasta luottamaan omiin taitoihinsa matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa (Lee 2006, 3–4).

Ääneenajattelu on vanha psykologiassa käytetty toimintatapa, jonka yhden tunnetuimmista teorioista ovat kehittäneet Ericsson ja Simon 1980-luvulla (Ilves 2005, 210). Ääneen ajattelemisella tarkoitetaan strategiaa, jossa ratkaisija puhuu samanaikaisesti ääneen kaiken, mitä hän ratkaisuprosessin aikana pohtii. Menetelmä on osoittautunut empiirisissä kokeissa hyödylliseksi, sillä se vaatii ajattelun ja kielen yhteyttä ja on helppo toteuttaa käytännössä. (Haapasalo 1994, 275.) Menetelmä myötäilee Joutsenlahden ajatusta kielentämisestä keinona auttaa oppilasta jäsentämään ajatteluaan itselleen ja tuoden sen näkyväksi myös muille. (Joutsenlahti 2003a, 190).

Tiivistettynä matematiikan suullinen kielentäminen on oman matemaattisen ajattelun näkyväksi tuomista suullisen kielen avulla. Sen kautta hyötyvät niin kielentävä oppilas itse, luokan

muut oppilaat kuin opettajakin. Kappaleessa 5.4 olemme tarkastelleet tarkemmin opettajan roolia suullisessa kielentämisessä. Edellä esitetty teoria matematiikan suullisesta kielentämisestä on keskeisimmällä sijalla tässä tutkimuksessa. Tutkimuskysymysten avulla olemme pyrkineet avaamaan tätä ilmiötä käytännössä ja mahdollisesti löytämään siitä myös uusia ulottuvuuksia.

### **5.3 Kirjallinen kielentäminen**

Tutkimuksemme ei varsinaisesti koske kirjallista kielentämistä, mutta kielentämisen käsitteen laajemman merkityksen ymmärtämiseksi koemme tärkeäksi esitellä myös kirjallisen kielentämisen idean. Kirjallisella kielentämisellä tarkoitetaan yksinkertaistettuna oppilaiden matemaattisten ajatusten ja ajatteluprosessien kirjallista ilmaisua. (ks. Joutsenlahti 2003, 2009; Morgan 2001.) Oppilaiden matematiikan vihkoja tutkiessa voi huomata, että niissä on hyvin vähän oppilaiden omaa äidinkieltä. Vaikka matematiikan tehtävät olisivat monivaiheisia soveltavia tehtäviä, niiden ratkaisujen esitystapa on aina hyvin niukka ja persoonaton, eikä niissä näy oppilaan luonnollista kieltä. Matematiikanvihkot sisältävät suurimmaksi osaksi laskulausekkeitä, laskutoimituksia ja tuloksia. (Joutsenlahti 2003a, 188.) Myös Morgan (2001) on huomannut luonnollisen kielenkäytön vähyyden matematiikan kirjallisissa esityksissä.

Joutsenlahti (2009), kuten Morgankin (2001) uskovat, että kirjallinen matemaattisen ajatteluprosessin kielentäminen auttaa oppilasta jäsentämään ja selkeyttämään ajatteluaan. Kirjoittaessaan perusteluja ratkaisulle oppilas joutuu miettimään ajatteluaan tarkemmin, kun jos hän kielentäisi ratkaisun suullisesti. Kirjallinen kielentäminen tuottaa pysyvän tuotoksen, johon on mahdollista palata myöhemmin esimerkiksi kotona. Oppilaat voivat vertailla kirjallisia tuotoksiaan keskenään, keskustella niistä ja luoda sitä kautta yhteistoimin parempaa ymmärrystä ilmiöstä. (Joutsenlahti 2009, 75; Morgan 201, 234.) Joutsenlahti (2003) on myös todennut, että kirjallinen kielentäminen on työtapaa, jonka avulla oppilas voi ymmärtää paremmin matemaattisia käsitteitä ja se tulee myös helpottamaan opiskelua myöhemmillä luokilla. (Joutsenlahti 2003a, 195.)

Joutsenlahti esittää, että oppilaat voivat tehdä kirjallisessa kielennyksessä esimerkiksi soveltaviin vihkotehtäviin väliotsikoita. Näiden väliotsikoiden avulla oppilaat kykenevät jäsentämään omaa ajatteluaan paremmin ja tekemään sitä myös näkyvämmäksi muille. Pelkän matemaattisen lausekkeen kautta ei voida nähdä oppilaan matemaattisen ongelman ratkaisuperiaatteita. Toisetkin oppilaat kykenevät ymmärtämään ja seuraamaan paremmin oppilaan kirjallisen ratkaisun kielentämistä, kun tehtävissä on väliotsikot. Oppilas voi tukea kirjallista kielentämistään suullisen kielentämisen avulla, jolloin muiden oppilaiden on helppo päästä kiinni oppilaan matemaattisesta ajattelusta. (Joutsenlahti 2003a, 194.)

Osa oppilaista suhtautuu hyvin negatiivisesti matematiikkaan oppiaineena. Tämä negatiivinen suhtautuminen saattaa johtua siitä, että oppilaat ajattelevat matematiikan olevan liian kaukana arkipäivän ilmiöistä. Useat opettajat ovat huomanneet, että kirjallinen kielentäminen saattaa parantaa joidenkin oppilaiden negatiivisia asenteita matematiikkaa kohtaan. Opettajan on kuitenkin otettava huomioon oppilaiden kirjoitustaidot ja asenteet kirjoittamista kohtaan. Kirjallisen kielentämisen avulla ei voida muuttaa oppilaan negatiivisia asenteita matematiikkaa kohtaan positiivisemmaksi, jos oppilaalla on negatiivinen asenne kirjoittamiseen. (Morgan 2001, 235.) Joutsenlahti (2003) toteaa, että kun oppilas saa itse tuottaa matemaattista tekstiä, hän voi sen avulla kokea matematiikan henkilökohtaisemmaksi. Näin myös oppilaan asennoituminen matematiikkaa kohtaan voi muuttua positiivisemmaksi. (Joutsenlahti 2009, 75.)

Toisaalta matematiikan kirjallista kielentämistä on myös kritisoitu, ja esimerkiksi Lee kokee matematiikan tuntien painottuvan liikaa kirjallisten tuotosten tekemiseen. Hänen mukaansa oppilaiden tulisi tuoda enemmän ajattelua esille puheen avulla. Lee kuitenkin painottaa, että kirjallinen kielentäminen on joissain tapauksissa tärkeää. (Lee 2006, 81.) Suullinen ja kirjallinen kielentäminen tukevat toisiaan ja opettajan onkin hyvä käyttää näitä molempia monipuolisesti hyväksi opetuksessa.

#### **5.4 Opettajan rooli kielentämisessä**

Perinteinen luokkahuoneopetus on monesti opettajajohtoista, jossa opettaja puhuu ja oppilaat kuuntelevat. Olisi kuitenkin tärkeää, että myös oppilaiden puhetta kuultaisiin, koska kuuntelemalla lasten puhetta opettajan on mahdollista ymmärtää heidän ajatuksiaan. (Høines 2000, 34.) Myös Joutsenlahti (2003) kannustaa opettajia kuuntelemaan oppilaiden omin sanoin ilmaisia matemaattisten ongelmien ratkaisuja, koska näin opettajalle avautuu mahdollisuus päästä lähelle oppilaan ajattelua (Joutsenlahti 2003a, 192). Opettajan tehtävänä tulisi olla oppilaiden rohkaiseminen kuvaamaan ajatuksiaan jokapäiväisen luonnollisen kielen avulla. Näin oppilaille annetaan mahdollisuus rakentaa itse matemaattista ymmärrystään ja opettaja voi arvioida, ovatko oppilaat ymmärtäneet opeteltujen käsitteiden perusidean. (Joutsenlahti, Silfverberg, 2007, 345.)

Näätänen (2001) mukaan opettajan tehtävä on oppilaiden auttaminen kysymysten avulla siten, että oppilaat oivaltavat itse ja pystyvät pukemaan ajatuksensa sanoiksi eli kielentämään ajatteluaan (Näätänen 2001). Myös Joutsenlahti (2003) velvoittaa opettajia järjestämään oppilaille runsaasti sellaisia tilanteita, joissa oppilaiden oma suullinen ilmaisu on suuressa roolissa. Joutsenlahti näkee opettajan tehtäväksi myös suunnitella tarkoin ja harkitusti opetusjärjestelyt aina toimintamateriaaleista ja esimerkeistä lähtien siten, että ne tukevat parhaalla mahdollisella tavalla

oppilaan matemaattisen ajattelun kehitystä ja sen kielentämistä. (Joutsenlahti 2003b, 9-10.)

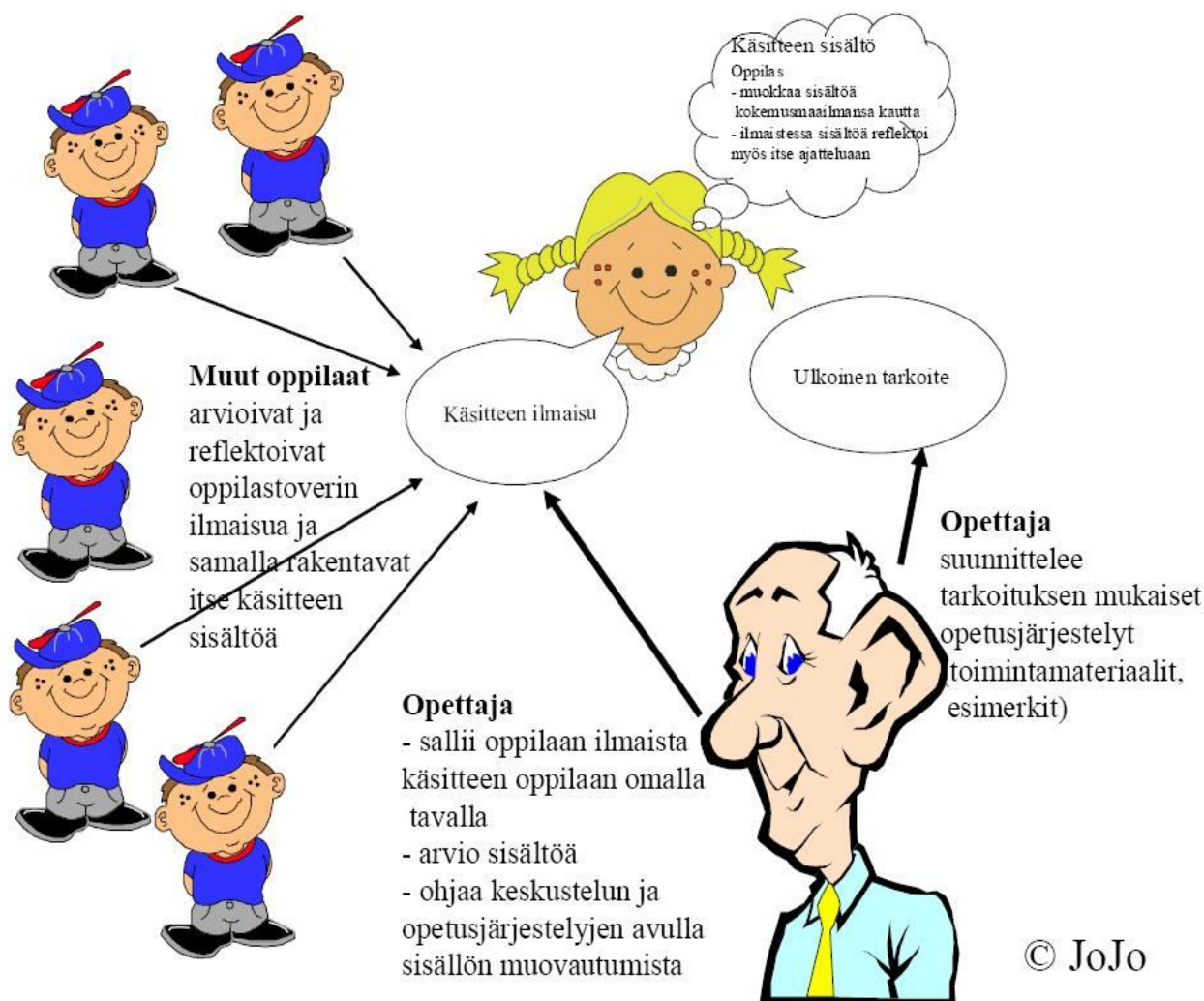
Oppilaiden käyttäessä luonnollista kieltä matematiikan tunneilla opettaja saa myös käsityksen oppilaiden odotuksista ja uskomuksista. Nämä ennakkokäsitykset vaikuttavat keskeisesti matematiikan opiskeluun. (Joutsenlahti 2003a, 188-192.) Myös se, miten opettaja tai oppilas puhuu matematiikasta, on merkityksellistä. Puhetavalla voi esimerkiksi tuoda huomaamattakin esille omia luuloja tai asenteita ja nämä vaikuttavat oleellisesti matematiikan opiskeluun. (Rowland 1995, 60-63.)

Kaikille opettajille suullisen kielentämisen käyttö ei välttämättä tunnu mieluisalta ajatukselta, sillä se nostaa äänentasoja luokkahuoneessa. Haapasalo (1994) toteaaakin, että ääneen ajatteluun suhtaudutaan monesti kielteisesti. Opettajat kieltävät oppilaitaan supisemasta ratkaisujaan ääneen, sillä he ajattelevat tämän vaikuttavan kielteisesti työrauhaan. (Haapasalo 1994, 275.) Opettajien olisi kuitenkin otettava huomioon myös suullisen kielentämisen hyödyt eikä ajatella pelkästään luokan äänentasoja suunnitellessaan matematiikan tunteja.

Opettajan ei ole myöskään syytä unohtaa kirjallista kielentämistä, joka voi itsenäisessä työskentelyssä auttaa oppilasta selkeyttämään ajatuksiaan samalla tavoin kuin asian ääneen sanominen. Joutsenlahden mukaan opettajan tulisikin ohjata oppilaita myös selostamaan matemaattisia ratkaisujaan vaihe vaiheelta vihkoon, kuten kirjallista kielentämistä käsiteltävässä kappaleessa todetaan. Oppilaiden kirjallinen kielentäminen auttaa myös opettajaa arvioimaan oppilaiden ajatusprosessia ja sitä, ovatko oppilaat ymmärtäneet käyttämänsä käsitteet oikein. (Joutsenlahti 2003b, 10; Joutsenlahti 2003a, 192, 194).

Syksyn 2010 aikana TTY:llä on kokeiltu kielentämisen käyttöä korkeakoulumatematiikan opetuksessa. Opiskelijoita rohkaistiin käyttämään luonnollista kieltä tehtävien ratkaisujen yhteydessä. Opettajan on helpompi arvioida ongelmakohtia, kun opiskelija kykenee avaamaan ajatteluaan monipuolisesti sekä suullisesti että kirjallisesti. Kokeilussa opettaja esimerkiksi kirjasi opiskelijoiden suullisia perusteluja ylös kalvolle, luoden näin mallin kirjallisesta kielentämisestä. (Silius ym. 2011, s.259.) Opettajan tehtävänä on harkita, millaisissa ongelmatyypeissä voidaan käyttää suullista kielentämistä, ja koska kirjallinen kielentäminen sopisi paremmin. Kirjallinen kielentäminen on aiheellista esimerkiksi tehtäessä vaikeita, monivaiheisia tehtäviä, ja suullinen kielentäminen taas auttaa ryhmitöissä (Lee 2006, 81.)

Kuvassa 2 Joutsenlahti on esittänyt näkemyksensä, kuinka oppilaan matemaattisen ajattelun kielentäminen vaikuttaa opettajaan ja muihin oppilaisiin. Tämä kuva tukee myös Leen (2006) ajatuksia.



**Kuvio 2.** Oppilaan matemaattisen ajattelun kielentämisen merkitys opettajan ja muiden oppilaiden näkökulmasta. (Joutsenlahti 2003.)

### 5.5 Kielentäminen oppimista tukevassa arvioinnissa

Matematiikan oppimistulokset tulee nähdä moniulotteisina ja monimutkaisena kenttänä. Oppimistulokset ilmenevät erilaisina tiedollisina saavutuksina: tietoina, taitoina, ongelmanratkaisuna, luovuutena, mutta myös asenteina, uskomuksina ja toimintatapoina. Siksi onkin tärkeä huomata, että matematiikan oppimisen arvioinnissa on mahdollista tarkastella vain tiettyä ja usein kapeaa aluetta oppimisen tuloksista. (Kupari 1998, 219.)

POPS 2004 määrittelee opintojen aikaisen arvioinnin tehtäväksi opiskelun ohjaamisen ja kannustamisen. Tehtävänä on myös kuvata, miten hyvin oppilas on saavuttanut kasvulle ja oppimiselle asetetut tavoitteet. Oppilaan arvioinnissa tärkeää on opettajan antama jatkuva palaute. Arvioinnin ja jatkuvan palautteen avulla opettaja ohjaa oppilasta tiedostamaan omaa ajatteluaan ja

toimintaansa sekä auttaa oppilasta ymmärtämään oppimistaan. (POPS 2004, 166.) Atjosen (2007) mukaan arviointi tulisi liittää aina osaksi oppimista. Sen tulisi esimerkiksi helpottaa oppilaan oppimista, avata silmiä uudelle ja edesauttaa virhekäsityksistä luopumista. (Atjosen 2007, 20.)

Lee (2006) näkee kielentämisen olevan tärkeässä asemassa, jotta voidaan toteuttaa POPS:ssa 2004 kuvattua laadukasta arviointia. Leen (2006) mukaan kielentämisen avulla opettaja ja oppilas saavat kuvan oppilaan taidoista ja oppilaskin pystyy havainnoimaan, mitä taitoja hänen tulisi kehittää. Keskustelut kuuluvat oleellisena osana suulliseen kielentämiseen ja lisäämällä niiden määrää oppitunneilla myös oppimista tukeva arviointi lisääntyy, koska silloin oppilaan ajattelu tulee kuuluvaksi. Oppilaan kielennyksestä opettaja saa tietoa oppilaan tiedoista ja toisaalta virheellisistä ajatusmalleista ja siten pystyy tukemaan oppilasta tarvittavalla tavalla. Oppimista tukevassa arvioinnissa käytetään oppilaan taitotasoa hyödyksi tulevan opetuksen suunnittelussa. Lee (2006) asettaa laadukkaan oppimista tukevan arvioinnin taustaoletuksiksi kolme tekijää: Asetettujen kysymysten ja ongelmien tulee olla oikeanlaisia ilmentääkseen oppilaan taitoja, oppilaalla tulee olla tarpeeksi aikaa miettiä tehtävää ennen vastaamista sekä se, että matematiikan kielen käyttöä on harjoiteltu yhdessä. Lee kokee tämän oppimista tukevan arvioinnin yhtenä tärkeänä keinona lisätä oppilaan matemaattista osaamista. (Lee 2006, 1- 4, 43.)

Oppilaat saattavat usein pelätä sanovansa väärä vastauksia koko luokan kuullen, joten he eivät uskalla vastata kuin silloin, kuin ovat varmoja vastauksestaan. Leen (2006) mukaan oppilaat kokevat väärät vastaukset osoituksena siitä, etteivät he osaa matematiikkaa. Kuitenkin jos laskut menevät aina oikein, ne ovat oppilaille liian helppoja, eivätkä tarjoa haasteita eikä todellista oppimista tapahdu. Oppilaille tulisi selventää, ettei väärä vastaus tarvitse pelätä, vaan ne ovat osoitus siitä, että oppilaan tulee nähdä hieman lisää vaivaa selvittääkseen ongelman. Myös opettaja saa tärkeää tietoa oppilaan ajattelusta näiden virheellisten ajatusmallien kautta. (Lee 2006, 27.) Jatkuvan palautteen avulla oppilas ymmärtää, että opettajan tarkoituksena on tukea hänen oppimistaan, eikä vain vertailla oppilaan osaamia taitoja muihin oppilaisiin. Näin oppilas huomaa, että vaikeiden kohtien ilmaiseminen on tärkeää, jotta opettaja voisi auttaa oppilasta niissä. (Black, Harrison, Lee, Marshall & Wiliam 2003, 52.)

# 6 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

## 6.1 Tutkimusongelma ja tutkimuskysymykset

Tutkimuksemme tarkoituksena on tutkia Hämeenlinnan Normaalikoulun tiettyjen opettajien ja oppilaiden käsityksiä matematiikan suullisesta kielentämisestä. Lisäksi tutkimme sitä, kuinka viidesluokkalaiset oppilaat kielentävät suullisesti matematiikan käsitteitä ja mikä on toimintamateriaalin merkitys oppilaiden suullisessa kielentämisessä. Tutkimuksemme koostuu kolmesta osasta, joiden kaikkien yhteinen määrittävä tekijä on matematiikan suullinen kielentäminen. Lyhyesti esitettynä tutkimusongelmamme on matematiikan suullinen kielentäminen käytännössä. Tarkastelemme tutkimusongelmaa kolmen eri tutkimuskysymyksen avulla:

1. Miten matematiikan suullista kielentämistä voidaan käyttää matematiikan opetuksessa?
2. Minkälaista matematiikan kieltä viidesluokkalaiset oppilaat käyttävät kielentäessään matematiikan käsitteitä?
3. Mikä on toimintamateriaalin merkitys oppilaan suullisessa kielentämisessä?

Olemme jakaneet tutkimustulokset näiden edellä esitettyjen kolmen tutkimuskysymysten mukaisesti kolmeen osaan.

## 6.2 Tutkimusmenetelmät

Tutkimuksestamme iso osa keskittyy oppilaiden ja opettajien kokemuksiin matematiikan suullisesta kielentämisestä. Näin voimme sijoittaa tutkimuksemme fenomenologis-hermeneuttiseen viitekehykseen. Fenomenologiassa tutkitaan ihmisten kokemuksia ja pyritään lisäämään ymmärrystä jostain inhimillisen elämän ilmiöstä, tässä tapauksessa suullisesta kielentämisestä. Fenomenologinen tutkimus ei pyri löytämään laajoja yleistyksiä vaan ymmärtämään jonkin tutkittavan ihmisjoukon sen hetkistä merkitysmailmaa. Kuten fenomenologisessa tutkimuksessa yleensä, osa tutkimusaineistostamme koostuu haastatteluista, joita tulkittaessa tarvitsemme hermeneuttista otetta. Hermeneuttinen tulkinta kohdistuu ihmisten kielelliseen sekä keholliseen

ilmaisuun. Ilmaisuja tulkittaessa pyrimme ymmärtämään mahdollisimman hyvin ihmisen kokemusta tutkittavasta aiheesta. (Laine 2007, 29-31.)

Käytämme tutkimuksessamme kvalitatiivisia eli laadullisia tutkimusmenetelmiä. Kvalitatiivinen tutkimus kohdistuu melko pieneen määrään tapauksia, joita pyritään analysoimaan mahdollisimman tarkasti (Eskola & Suoranta 2005, 18). Kvalitatiivisen tutkimuksen aineisto kerätään todellisista tilanteista ja tarkoituksenmukaisesti valitulta kohdejoukolta (Hirsjärvi, Remes, Sajavaara 2009, 164). Tutkimuksemme aineisto kerättiin kolmen matematiikan opetustuokion, yhden haastattelukerran ja opettajille lähetettyjen e-lomakkeen kysymysten avulla. Tutkimukseen osallistuvat oppilaat ja opettajat olivat valittu etukäteen eli tarkoituksenmukaisesti. Tutkimusjoukkoon kuului kahdeksan oppilasta ja seitsemän opettajaa, joten se oli suuruudeltaan melko suppea.

Aineiston keruumenetelmänä käytimme havainnointia, teemahaastattelua sekä avointa kyselylomaketta. Havainnoinnin tukena käytimme videokameroita ja sanelukonetta. Havainnointi sopii hyvin vuorovaikutuksen tutkimiseen, kuten myös tilanteisiin, jotka ovat ennakoitavissa ja nopeasti muuttuvia (Hirsjärvi ym. 2009, 213).

Kerroimme oppilaille, että keräämme aineistoa pro gradu -tutkielmaamme, mutta emme erikseen maininneet, että videokuvaamme tilanteet. Videoita litteroidessamme huomasimme, että yleensä oppilaat eivät tiedostaneet kameroiden läsnäoloa, vaan pystyivät työskentelyyn, kuin niitä ei olisi ollutkaan. Joissain tilanteissa oppilaat huomasivat kamerat ja mainitsivat niistä, mutta unohtivat taas pian kameroiden läsnäolon. Aineiston analyysissä olemme käyttäneet teemoittelua ja sisällönanalyysiä, joista kerromme tarkemmin luvussa 6.4.

### **6.3 Aineiston hankinta**

Keräsimme tutkimusaineistomme Hämeenlinnan normaalikoulun eräältä viidenneltä luokalta sekä normaalikoulun 3.-6.-luokkalaisten oppilaiden opettajilta. Pidimme yhteensä kahdeksalle viidesluokkalaiselle oppilaalle kolme matematiikkatuokiota. Lisäksi pyysimme heitä vastaamaan laatimaamme kyselylomakkeeseen, jonka pohjalta haastattelimme heistä neljää. Testasimme ennen varsinaista aineistonkeruuta yhden matematiikkatuokion, joka käsitteli toimintamateriaalin käyttöä suullisen kielentämisen tukena, sekä haastattelulomakkeen neljällä kuudesluokkalaisella oppilaalla, jotka osallistuivat keväällä 2010 kandidaatintutkielmaamme. Videokuvasimme myös tämän kuudesluokkalaisten oppilaiden tuokion, mutta emme ole käyttäneet sitä tämän tutkimuksen aineistona. Opettajille laadimme e-lomakkeena avoimen kyselylomakkeen (liite 4), jonka kysymykset koskivat suullista kielentämistä ja sen käyttöä oppitunneilla.



Oppilaille pidetyt matematiikkatuokiot pidettiin normaalikoulun eri luokissa keväällä 2011 viikoilla 11 ja 12. Oppilaita osallistui tutkimukseemme kahdeksan, jotka luokan lehtori valitsi meille etukäteen. Pidimme oppilaille kolme matematiikkatuokiota, joista kerromme lisää myöhemmin tässä luvussa. Nämä kaikki matematiikkatuokiot videokuvattiin. Olimme epävarmoja kameroiden äänentoiston laadusta, joten videokuvan lisäksi nauhoitimme oppilaiden puheet myös sanelukoneeseen, joka oli pöydällä oppilaiden edessä. Tuokioihin varattiin runsaasti aikaa, jotta kaikki oppilaat saivat tehdä tehtävät rauhassa ilman kiireen tuntua. Oppilaat osallistuivat tehtäviin ennalta määrättyissä pareissa. Esittelemme tutkimukseen osallistuneet oppilaat ja heille pitämämme matematiikkatuokiot myöhemmin tässä luvussa.

Viimeisen tuokion jälkeen jokainen oppilas vastasi laatimaamme kyselylomakkeeseen, joka sisälsi kysymyksiä suullisesta kielentämisestä (ks. liite 3). Valitsimme kyselylomakkeen perusteella oppilaista neljä, kaksi poikaa ja kaksi tyttöä tarkempaan haastatteluun. Valitsimme oppilaat haastatteluihin sillä perusteella, että heidän mielipiteensä kyselylomakkeissa olivat keskenään ainakin osittain eriäviä. Jokainen haastattelu kesti noin kymmenen minuuttia. Haastatteluiden avulla halusimme saada selville tarkemmin oppilaiden mielipiteitä suullisesta kielentämisestä. Toteutimme haastattelut teemahaastatteluina. Teemahaastattelun rungon olimme laatineet kyselylomakkeen pohjalta. Haastatteluiden tukena käytimme haastateltavan oppilaan täyttämää kyselylomaketta.

Teemahaastattelussa haastattelija suunnittelee etukäteen tietojensa pohjalta haastattelurungon, johon hän kokoaa tietyt teemat, joista hän haluaa saada tietoa haastateltavilta. Haastattelun keskeiset teemat olivat suullinen kielentäminen kielentävän oppilaan näkökulmasta, kuuntelevan oppilaan näkökulmasta sekä suullinen kielentäminen opettajan näkökulmasta. Teimme haastattelun tueksi teemojen alle myös apukysymyksiä, joita käytimme vapaasti haastattelun aikana. Koska haastattelu on aina sosiaalinen vuorovaikutustilanne, saa haastattelija vain epätäydellisen kuvan haastateltavan ajatuksista, käsityksistä ja tunteista. Pyrimme kuitenkin täsmentävien kysymysten avulla saamaan mahdollisimman paljon tietoa oppilaiden ajatuksista suullisesta kielentämisestä. Teemahaastattelun avoin muoto mahdollistaa oppilaan vapaamuotoisen vastaamisen, jolloin päästään lähemmäksi oppilaan ajatuksia kuin vain kyselylomakkeen avulla. (Hirsjärvi & Hurme 2000, 41, 48; Eskola & Suoranta 2005, 86-87.)

Halusimme tutkia myös opettajien mielipiteitä suullisen kielentämisen käytöstä matematiikan opetuksessa, joten lähetimme kaikille Hämeenlinnan normaalikoulun 3.-6. luokkien opettajille kyselylomakkeen, joka sisälsi avoimia kysymyksiä suullisesta kielentämisestä. Näiden kyseisten luokkien opettajia oli keväällä 2011 Hämeenlinnan normaalikoulussa yhteensä kaksitoista, joista puolet oli miehiä ja puolet naisia. Teimme kyselylomakkeen e-lomakkeeksi, jotta opettajien olisi

mahdollisimman helppo vastata siihen. Annoimme opettajille runsaasti aikaa vastaamiseen ja lähetimme kaksi kertaa muistutuksen kyselyyn vastaamisesta sähköpostitse.

### **Tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden esittely**

Tutkimukseen osallistui neljä tyttöä ja neljä poikaa eräältä Hämeenlinnan normaalikoulun viidenneltä luokalta. Kerroimme luokan lehtorille etukäteen minkälaista aineistoa olemme keräämässä, ja tämän pohjalta lehtori valitsi tutkimukseen osallistuvat oppilaat. Emme ohjeistaneet luokan lehtoria muuten oppilasvalinnoissa, mutta toivoimme ainakin osan oppilaista olevan puheliaita, jotta suullisen kielentämisen tutkiminen olisi mahdollista. Oppilaat eivät olleet meille entuudestaan tuttuja eikä meillä ollut tietoa oppilaiden matematiikan taitotasosta, koska emme sitä erikseen kysyneet. Lähetimme oppilaiden vanhemmille kirjeen, jossa kerroimme lyhyesti tutkimuksestamme (liite 5).

Kerätystä videomateriaalista saatoimme kuitenkin päätellä, että tutkimukseen valitut oppilaat olivat hyvin eritasoisia matematiikan taidoissaan ja myös suullisessa ilmaisussaan. Huomasimme, että joukossa oli hyvin puheliaita oppilaita joille suullinen kielenkäyttö oli erittäin helppoa, mutta myös heitä, joille suullinen ilmaisu ei ollut kovinkaan luonnollista ja vaivatonta. Matematiikan taitotasossa oli myös havaittavissa eroja aina erinomaisesta oppilaasta heikompiin. Nämä ominaisuudet eivät olleet kuitenkaan sidoksissa toisiinsa siten, että esimerkiksi puhelias ja hyvin kieltä käyttävä oppilas olisi välttämättä matematiikan taitotasoltaan erinomainen. Näin tutkimusjoukossa oli esimerkiksi oppilas, joka oli suulliselta ilmaisultaan hyvin taitava, mutta havainnointimme perusteella matematiikan tiedoissa ja taidoissa heikompi. Toisaalta joukossa oli myös oppilas, joka oli matematiikan taidoilta taitava, mutta matematiikan suullinen ilmaisu ei ollut hänelle kovinkaan helppoa. Olemme muuttaneet tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden nimet tutkimukseemme yksityisyydensuojan vuoksi.

### **Kyselyyn vastanneiden opettajien esittely**

Kyselyyn vastasi kahdestatoista opettajasta seitsemän. Näistä miehiä oli kolme ja naisia neljä. Koska vastanneiden opettajien määrä on kohtalaisen pieni ja molemmat sukupuolet ovat siinä tasaisesti edustettuina, emme koe tarpeellisenä eritellä mies ja -naisopettajien vastauksia toisistaan. Kolmansien luokkien opettajista kyselyyn vastasi yksi, neljänsien, viidensien sekä kuudensien luokkien opettajista kaksi. Vastanneiden opettajien työkokemukset vaihtelivat yhdestä vuodesta 34 vuoteen asti. Näiden opettajien luokilla oli aineistonkeruun aikana keskimäärin 21 oppilasta. Vähimmillään heitä oli 17 ja enimmillään 23.

Kaikki kyselyyn vastanneet opettajat kuvailivat luokkansa oppilaita puheliaksi ja aktiivisiksi keskustelijoiiksi. Lähes jokaisella luokalla oli myös oppilaita, jotka ovat muita hiljaisempia tai passiivisempia osallistumaan keskusteluihin. Osalle oppilaista on helpompaa keskustelu pienryhmissä kuin koko luokan kesken. Yksi opettajista mainitsi toisten oppilaiden kuuntelemisen olevan joillekin oppilaille haasteellista.

Tuloksissa esittelemme opettajien vastauksia tarkemmin. Käytämme opettajien vastauksia esitellessämme koodeja, joissa O tarkoittaa opettajaa, luku luokka-astetta ja toinen kirjain X tai Y erottaa saman luokka-asteen opettajat toisistaan. Näin ollen koodi O5X tarkoittaa viidennen luokan opettajaa X.

## **Matematiikkatuokioiden esittely**

### **Välinetehtävä: Murtolukukakut**

Keräsimme yhden osan tutkimuksemme aineistoa videoimalla oppilaiden parityöskentelyä murtolukujen parissa. Tehtävänä oli supistaa ja laventaa murtolukuja samannimiseksi käyttäen apuna murtolukukakkuja. Murtolukukakut ovat konkreettinen malli oppilaiden matematiikan kirjoissa esitetyistä murtoluvuista. Murtolukukakuilla voidaan havainnollistaa murtoluvut kokonaisesta aina kahdestoistaosiin asti.

Oppilaille oli jo aikaisemmin opetettu murtolukujen supistaminen samannimiseksi ja he olivat tehneet supistamistehtäviä matematiikantunneilla. Laventaminen oli oppilaille uusi asia, jonka opettaja oli lyhyesti esitellyt tunnilla supistamisen yhteydessä. Oppilaat eivät olleet kuitenkaan itse laskeneet tehtäviä, jossa tarkoituksena oli laventaa murtolukuja. Oppimistuokion yhtenä ideana oli, että oppilaat itse löytäisivät ratkaisun yhdessä pohtien ja murtolukukakkuja apuna käyttäen laventamiseen jo omaksumiensa tietojen avulla. Lindgren (1990) on väitöskirjassaan todennut, että uusien matemaattisten asioiden opettaminen tulisi aina aloittaa konkreettisista esimerkeistä käsin, jotka oppilas voi yhdistää omaan kokemusmaailmaansa. Tarkoituksenmukaisesti käytettynä toimintamateriaalit auttavat lasta ymmärtämään paremmin matemaattisia käsitteitä. (Lindgren 1990, 54–57, 90.) Murtolukukakut toimivat pitämällämme oppimistuokiolla konkreettisena materiaalina, jonka avulla ajattelimme että oppilaiden olisi helpompi kielentää ajatuksiaan.

Tehtävää suunnitellessamme olimme kuvitelleet, että oppilaat olisivat käyttäneet murtolukukakkuja aikaisemminkin oppimisensa tukena, mutta oppilaiden puheista selvisi, että murtolukukakut eivät olleet heille kovin tuttuja. Oppilaat kertoivat, että opettaja on aikaisemmin havainnollistanut niiden avulla omaa selitystään, mutta oppilaat eivät olleet itse käyttäneet murtolukukakkuja apunaan ratkaistessaan matematiikan ongelmia. Liitteessä 1 on tehtävänanto

tunnin tehtävään. Oppilaat tekivät tehtävät pareittain erillisissä tiloissa, jotta muut parit eivät häiritsisi työskentelyä. Jokaisella parilla oli omat murtolukukakut ja tehtävien ratkaisuun oli varattu niin runsaasti aikaa, että tehtävien tekemistä ei tarvinnut kiirehtiä.

### **Alias**

Yhden osan tutkimusaineistoa muodosti oppilaiden matematiikka-alias peli, joka videoitiin. Pelin perusidea oli kaikkien tuntemasta Alias- sananselityspelistä, jossa yritetään selittää parille erilaisia sanoja siten, että pari osaisi arvata, mitä sanaa toinen yrittää selittää. Mitä enemmän sanoja pari arvaa tietyssä ajassa, sitä enemmän pisteitä he keräävät. Peliä pelattiin kahdella eri kerralla, ensiksi aritmetiikan käsitteillä ja toiseksi geometrian käsitteillä. Koska valmiita materiaaleja matematiikka-aliakseen ei ollut, teimme pelikortit itse. Keräsimme POPS:n tavoitteista keskeisimmät käsitteet sekä aritmetiikan että geometrian alta. Tutkimme myös käytössä olevia matematiikan kirjoja löytääksemme peliin soveltuvat käsitteet. Tarkistimme vielä luokan opettajalta, olivatko he ehtineet tutustua kyseisiin käsitteisiin yhdessä, vai olivatko jotkin käsitteet oppilaille täysin vieraita. Opettaja totesi joidenkin käsitteiden olevan varmasti hankalia, mutta suurimman osan ollessa tuttuja muutama vaikea käsite pelissä ei hänen mukaansa haittaa. Keskustelimme käsitteiden valinnasta myös Jorma Joutsenlahden kanssa. Käsitteiden valitsemisen jälkeen teimme kortit pahvista ja laminoimme ne.

Oppilaat pelasivat pareittain aliasta aritmetiikan käsitteillä siten, että tyttöparit ja poikaparit kilpailivat keskenään. Oppilaat pelasivat neljän hengen ryhmissä vierekkäisissä luokahuoneissa. Toisessa luokassa pelasivat vastakkain Juha ja Aapo sekä Aada ja Peppi. Viereisessä luokassa pareina toimivat Jaakko ja Jesper sekä Eerika ja Eeva. Parit selittivät toisilleen sanoja vuorotellen siten, että kullakin oli kerrallaan minuutti aikaa selittää mahdollisimman monta käsitettä parilleen. Jos oppilas ei osannut selittää käsitettä ja laittoi kortin sivuun, tuli tästä parille miinuspiste. Minuutin mentyä umpeen oppilas sai vielä yrittää selittää kesken jäänyttä käsitettä, mutta tässä vaiheessa myös kilpaileva pari sai arvata oikeaa käsitettä. Peli päättyi sitten, kun kaikki peliin kuuluvat käsitteet oli selitetty. Se pari, kumpi sai kerättyä enemmän oikein arvattuja käsitteitä, voitti pelin.

Geometria-aliaksessa muutimme asetelmaa siten, että tytöt ja pojat saivat pelata keskenään. Näin ollen toisessa luokassa pelasivat vastakkain Juha ja Aapo sekä Jaakko ja Jesper. Viereisessä luokassa pareina toimivat Aada ja Peppi sekä Eerika ja Eeva. Muuten pelin säännöt olivat kuten edellä. Halusimme tällä muutoksella saada selville uskaltavatko oppilaat selittää käsitettä parille avoimemmin, kun pelissä on mukana vain samaa sukupuolta olevia pelaajia. Tämä idea

asetelmanmuutokseen syntyi ensimmäisen pelin jälkeen, jossa huomasimme että toiset oppilaat arastelivat hieman selityksissään. Molemmissa peleissä käytetyt käsitteet löytyvät liitteestä 2.

#### **6.4 Aineiston analysointi**

Laadullisen aineiston analyysin pyrkimyksenä on saada aineisto jäsennettyä ja selkeämmäksi, jotta tutkittavasta ilmiöstä voidaan löytää uutta tietoa (Eskola, Suoranta 2005, 137). Ennen varsinaisen aineiston analysoinnin tekemistä on hankittu aineisto saatava sellaiseen muotoon, että sitä on mahdollista analysoida. Tämä tapahtuu useimmiten litteroinnin eli aineiston puhtaaksi kirjoittamisen avulla. (Metsämuuronen 2006, 122.) Myös meidän tutkimuksen aineiston analysointi alkoi litteroinnilla. Litterointi on mahdollista tehdä koko kerätystä aineistosta tai vain osasta aineistoa (Grönfors 1985, 122; Hirsjärvi ym. 2009, 222). Tutkimuksemme kannalta ei ollut tarkoituksenmukaista litteroida ihan koko aineistoa, joten poimimme aineistosta tutkimuksen kannalta oleelliset kohdat litteroitavaksi. Aineistoa litteroidessamme merkitsimme litterointeihin myös oppilaiden toimintaa, mikä oli merkityksellistä aineiston myöhemmän tarkastelun kannalta. Tainio (2007) kirjoittaakin, että litterointeihin voidaan merkitä vuorovaikutuksen kuvausta täydentämään esimerkiksi eleitä ja toimintaa (Tainio 2007, 29). Litterointi oli paikoitellen hankalaa, koska varsinkin tytöt puhuivat niin hiljaa. Halusimme pitää aineistonkeruutilanteen mahdollisimman luonnollisena, joten emme pyytäneet oppilaita esiintymään kameralle, joka olisi voinut toisaalta helpottaa äänen kuuluvuutta. Taustalla oli myös aika paljon hälinää, vaikka pidimme tuokiot omissa luokissa ja paikalla oli vain 2-4 oppilasta kerrallaan. Taustahälinä tuli viereisistä luokista ja käytävältä.

Litteroinnin jälkeen aloimme tutustua aineistoomme paremmin. Ensimmäinen lähestyminen aineistoon tapahtuu useimmiten teemoittelun avulla, näin myös meillä. Aineistosta voidaan etsiä tutkimusongelmaa valaisevia teemoja, joiden avulla on mahdollista vertailla tiettyjen asioiden ilmenemistä aineistossa. (Eskola, Suoranta 2005, 174.) Teemoittelimme erikseen oppilaiden haastattelut ja opettajien kyselomakkeiden vastaukset sekä oppilaiden matematiikatuokioiden aikana kerätyn aineiston. Teemoittelun onnistumiseksi luimme litteroitua aineistoa useasti lävitse ja näin pyrimme tekemään sen meille tutuksi. Saari (1994) toteaa, että aineiston tarkan lukemisen avulla aineisto alkaa vähitellen hahmottua tutkijalle. Hänen mukaansa tutkija voi myös lukuvaiheessa jäsentää tekstin rakennetta ja sisältöä eri väreillä, erilaisilla alleviivauksilla sekä reunamerkinnoilla. (Saari 1994, 163.) Myös me toimimme näin, jotta meidän olisi helpompi löytää litteroidusta aineistosta usein toistuvia teemoja.

Aineiston analysoinnin lähestymistapaa voidaan kutsua sisällönanalyysiksi. Sisällönanalyysissä tarkastellaan tekstimuotoisia aineistoja, joista etsitään yhtäläisyyksiä ja eroja. Tällä analyysitavalla pyritään muodostamaan tutkittavasta ilmiöstä tiivistetty kuvaus, ja kytkemään saadut tulokset laajempaan kontekstiin ja aihetta koskeviin muihin tutkimuksiin. (Tuomi & Sarajärvi 2002, 105-109.) Luvussa 7 olemme eritelleet tarkemmin aineistosta esille tulleita sisältöjä, joita tulkitsemme myöhemmin johtopäätöksissä.

Opettajien vastauksista löytyi kymmenen teemaa, joista muodostimme kolme pääteemaa. Nämä kolme pääteemaa löytyi myös oppilaiden haastatteluista, koska olimme muodostaneet haastattelurungon teemahaastatteluna näiden kolmen teeman ympärille. Nämä kolme pääteemaa ovat suullinen kielentäminen kielentävän oppilaan näkökulmasta, suullinen kielentäminen kuuntelevan oppilaan näkökulmasta ja suullinen kielentäminen opettajan näkökulmasta. Näistä aineistostamme löytyneistä pääteemoista muodostimme tutkimusongelmaa selvittävät tutkimuskysymykset. Tämä jaottelu tukee myös Joutsenlahden esitystä suullisen kielentämisen vaikutuksesta siinä mukana oleville eri osapuolille. (Ks. luku 5.4.) Teemojen löytämisen jälkeen aloimme jakaa aineistoa teemojen alle tarkemmin. Yhdistimme oppilaiden haastattelut ja opettajien vastaukset teemataulukkaan, jotta meidän oli mahdollista löytää aineistosta eroja ja yhtäläisyyksiä. Kokosimme taulukosta tutkimusongelmamme kannalta oleellisen tiedon tuloksiin.

Aineistosta, joka kerättiin oppilaiden pelatessa matematiikka-aliasta, löytyi seitsemän erilaista strategiaa, joita oppilaat käyttivät kielentäessään matematiikan käsitteitä. Nämä seitsemän löytämäämme strategiaa olivat ilmeet ja eleet, matemaattinen kieli, käsite toisen käsitteen vastaparina, käsitteen kielennys ei-matemaattisesti, integrointi muihin oppiaineisiin, huumori ja yhteiset kokemukset sekä opettajan ja kirjan tuki. Keräsimme aineistosta löytyneiden eri strategioiden alle litteroidusta aineistosta oppilaiden suoria kielennyksiä käsitteistä. Näiden lainauksien tarkoituksena oli selventää meille strategioiden käytön ilmenemistä. Tämän jälkeen jaoimme nämä strategiat Meanyn jaottelun mukaisesti kahden eri matematiikan kielen osa-alueen alle. Jätimme jaottelusta pois symbolikielen, koska se on sidoksissa matematiikan kirjalliseen esitykseen.

Aineisto, joka kerättiin oppilaiden ratkaistessa murtolukukakkuongelmaa, analysoitiin hieman eri tavalla. Tämän aineiston litteroinnin jälkeen, kirjoitimme aineistosta lyhyet tiivistelmät. Tiivistelmien tekemisessä tärkeää oli katsoa kuvamateriaali useasti läpi, koska pelkän litteroinnin lukeminen ei antanut tarkkaa kuvaa koko tilanteesta. Tuokioiden tiivistelmistä aloimme etsiä yhtäläisyyksiä ja eroja. Seuraavassa esittelemme löytämämme tulokset.

# 7 TUTKIMUSTULOKSET

## 7.1 Miten suullista kielentämistä voidaan käyttää opetuksen tukena?

Tähän lukuun olemme keränneet keskeisimmät tulokset, jotka saimme opettajien avoimien kyselylomakkeiden vastauksista sekä oppilaiden kyselylomakkeista ja haastatteluista. Olemme jaotelleet kappaleen kolmeen osaan, suullinen kielentäminen kielentävän oppilaan näkökulmasta, suullinen kielentäminen kuuntelevan oppilaan näkökulmasta ja suullinen kielentäminen opettajan näkökulmasta. Tämä jaottelu tukee myös Joutsenlahden (2003) esitystä kielentämisen vaikutuksesta eri henkilöille, jotka ovat mukana oppimistilanteessa. Olemme keränneet samaan kategoriaa kuuluvat opettajien ja oppilaiden vastaukset yhteen. Luotettavuuden lisäämiseksi olemme ottaneet opettajien vastauksista ja oppilaiden haastatteluista suoria lainauksia tekstiin.

### 7.1.1 Kielentävän oppilaan näkökulma

Kaikkien viides- ja kuudesluokkalaisten kirjallisista vastauksista yhtä viidesluokkalaista lukuun ottamatta selviää, että heillä on mahdollisuus kielentää suullisesti koko luokalle matematiikan tehtäviä päivittäin tai ainakin kerran viikossa. Haastatteluissa ilmenee, että tämä tapahtuu useimmiten kotitehtävien tarkistamisen yhteydessä. Viidesluokkalainen oppilas, joka ei mielestään pääse kielentämään matematiikan tehtäviä koko luokalle ollenkaan, perustelee vastaustaan haastattelussa sillä, että hän ei ole itse aktiivinen pyytämään puheenvuoroa ja vastaa vain, jos häntä pyydetään. Tämä johtuu siitä, että hän on epävarma omista matematiikan taidoistaan.

*Eeva:...Jos meillä on joku uus asia tulossa, ja jos sen tietää, niin sen voi selittää sitten. Tai sitten, kun me tarkistetaan kotitehtäviä.*

Yksi viidesluokkalainen mainitsee, että suullinen kielentäminen auttaa käyttämään matematiikan käsitteitä oikein. Käsitteiden ääneen sanominen helpottaa matematiikan kielen oppimista. Hän myös mainitsee, että toisen oppilaan auttaminen ja matemaattisten ongelmien selittäminen auttaa itseä oppimaan asiaa paremmin. Kielentäessä toisille oppilaille asia jäsentyy oppilaalle selkeämmin ja syventää ymmärrystä.

*Jaakko:...Mä opin sanomaan tavallaan, jos on vaikka miljoonia, ni oikein ne nollat ja tuhannet ja nää.*

Yksi opettajista mainitsee, että suullinen kielentäminen koko luokalle voi tuntua oppilaasta joskus ahdistavalta. Yleensä tällöin kielennettävä tehtävä on vaikea tai uusi ja oppilas jännittää sanovansa jotain väärin. Sama asia ilmenee myös oppilaiden haastatteluissa. Vaikka kaikki viides- ja kuudesluokkalaiset yhtä viidesluokkalaista luukuun ottamatta vastasivat kirjallisessa lomakkeessa kielentämisen olevan helppoa, haastatteluissa selviää, että epävarmuus omasta vastauksesta tekee kielentämisestä toisinaan hankalaa.

*Eeva: Mut se ei ookaan sit niin helppoo, kun pelkää et meneekin pieleen. Kun ei tiedä siitä mitään. Jos on ihan uus juttu.*

Matemaattisten ongelmien ratkaisussa apuna voidaan käyttää myös kirjallista kielentämistä. Viisi kyselyyn vastannutta opettajaa pitää tätä yhtenä toimivana apukeinona oppilaille. Yhden viidesluokkalaisen haastattelussa ilmenee myös tämä sama asia. Kysyttäessä keinoja suullisen kielentämisen tukemiseen hän mainitsee, että kirjoittaminen voisi toimia apuna, jos suullinen kielentäminen on muuten hankalaa.

*Aada:...Kirjottaa ne (omat ajatukset laskusta) ylös vihkoon...*

### 7.1.2 Kuuntelevan oppilaan näkökulma

Oppilaat auttavat toisiaan selittämällä tehtävien ratkaisuja toisilleen. Kolme opettajista mainitsee, että toisten kielentämistä kuuntelemalla oppilas voi saada tärkeää tietoa matemaattisista ongelmista. Oppilaat voivat ymmärtää toisen oppilaan selvitystä laskun ratkaisutavasta paremmin kuin aikuisen joskus turhan monimutkaista ja kaiken kattavaa selitystä. Yksi opettajista kuitenkin huomauttaa, että erittäin lahjakkaan oppilaan selitys saattaa sekoittaa muita oppilaita, jotka eivät ole vielä sisäistäneet käsiteltävää asiaa yhtä laajasti.

O6X

*Toisen oppilaan kielentäminen saattaa olla joillekin oppilaille jopa ymmärrettävämpi kuin opettajan selostus.*



Viides- ja kuudesluokkalaisten kirjallisten vastausten perusteella selviää, että puolet vastanneista oppilaista ymmärtävät paremmin opettajan selitystä matemaattisesta ongelmasta kuin kaverin selitystä. Puolet taas on sitä mieltä, että molemmista ymmärtää yhtä hyvin. Kukaan ei ollut vastannut, että kaverin selitystä olisi yleensä helpompi ymmärtää. Viidesluokkalaiset oppilaat perustelivat haastatteluissa vastauksiaan siten, että opettaja osaa asian perusteellisesti, joten hän myös osaa selittää sen paremmin ja selvemmin. Opettaja havainnollistaa usein myös selityksen erilaisilla apuvälineillä, kuten liitutaululla ja näin selityksen seuraaminen on helpompaa. Kukaan haastateltavista ei kertonut, että kaverin selitys tuntuu ymmärrettävämmältä, koska käsitteiden käytön taso on oppilailta samankaltainen. Kaksi haastateltavista oppilaista sanoo, että joskus kaverin selitystä on vaikea seurata ja ymmärtää, koska kaveri selittää niin monimutkaisesti. Mutta toinen heistä kuitenkin sanoo, että loppujen lopuksi on parempi kuunnella kaverin selitystä kuin yrittää yksin selviytyä vaikeasta tehtävästä.

*Eeva:...Kun se on yleensä vaan niin monimutkasta, ja mä tipun kärryiltä ja meen sekasin et hetkinen, mitä täs nyt piti tehdä...Yleensä sit saa jossain vaiheessa kiinni et "Ahaa, nyt mä ymmärsin mitä sä tarkoitat".*

Tutkimukseen osallistuneiden opettajien mukaan suullisen kielentämisen avulla oppilaat esittelevät eri tapoja ratkaista tehtäviä. Tämä voi auttaa oppilasta löytämään itselleen sopivan tavan ratkaista ongelma. Myös yksi haastateltavista oppilaista pitää vaihtoehtoisten ratkaisumallien kuuntelemista tärkeänä.

*Aada:...Sit tulee eri vaihtoehtoja mitenkä sen voi laskee.*

Kaksi haastateltua oppilasta tuo esille, että on tärkeää saada kuulla, kuinka lasku on laskettu oikein, jos itsellä se on mennyt väärin. Toinen heistä myös sanoo, että on turhauttavaa kuulla vain pelkkä vastaus ilman perusteluita siitä, kuinka ratkaisuun on päästy.

*Aada:...Ymmärtää sit sen, että mitenkä se tehään, vaikka ei sano sitä lauseketta ollenkaan...ehkä sais kiinni siitä jos ei osaa.*

*Jaakko:...Se on aika turhauttavaa kuunnella, jos joku sanoo: "Vastaus 550"... Ni ei tiedä yhtään miten se on saanu sen siihen laskettua.*

Kolmen oppilaan mukaan suullisen kielennyksen avulla on mahdollista auttaa toista oppilasta, jos opettaja ei ennätä auttamaan tai opettaja ei ole paikalla. Tällöin suullinen kielentäminen tapahtuu esimerkiksi vieruskaverille tai pienelle ryhmälle.

Kaksi haastateltua oppilasta kokee, että suullinen kielentäminen koko luokan kuunnellessa ei hyödytä välttämättä kaikkia oppilaita, koska kaikki eivät jaksakaan keskittyä kuuntelemaan tunneilla toisten oppilaiden kielennyksiä.

*Jaakko: ...jotkut ei aina oikein oo kiinnostuneita tota tunnilla kuuntelee ni.*

*Aada: No jotkut ei välttämättä tykkää että kertoo, ja jotkut taas tykkää.*

Yhden oppilaan mukaan suullinen kielentäminen ei välttämättä hyödytä muita oppilaita, koska kielentävä oppilas voi kielentää laskua väärin.

*Aapo: Niin kun enhän mä aina oikeessa ole.*

### 7.1.3 Opettajan näkökulma

Kaikki kyselyyn vastanneet opettajat käyttivät suullista kielentämistä apuna laskujen tarkistamisen yhteydessä. Opettajat pyytävät oppilaita kertomaan, kuinka he ovat ratkaisseet matematiikan tehtävän. Pelkkä ratkaisun kertominen ei opettajien mielestä ole tarkoituksenmukaista, sillä siitä ei selviä, kuinka oppilas on ajatellut ratkaistessaan tehtävää. Kolme haastatteluun vastannutta opettajaa mainitsee suullisen kielentämisen sopivan parhaiten soveltaviin ja sanallisiin tehtäviin, jolloin ratkaisumenetelmiä voi olla useita. Lisäksi heidän mielestään suullinen kielentäminen toimii parhaiten silloin, kun tehtävät ovat yhteydessä käytäntöön. Näin matematiikan tehtäviin voi sisällyttää muidenkin oppiaineiden sisältöjä, kuten fysiikka ja kemiaa.

O6X

*Suullinen kielentäminen on välttämätöntä matemaattisten prosessien avaamiseksi.*

Kolme opettajaa on sitä mieltä, että suullinen kielentäminen vaatii aikaa ja kun sitä on tarpeeksi, toimii kielentäminen parhaiten. Yksi opettaja toteaa kielentämisen jäävän joskus tiukan aikataulun vuoksi vähemmälle.

O4X

*Suullinen kielentäminen toimii hyvin silloin, kun aikaa on tarpeeksi ja voin opettajana käyttää aikaa yhden oppilaan auttamiseen ja hänen ajatuksen kulun seuraamiseen.*

Neljä opettajista kokee suullisen kielentämisen auttavan opetuksen suunnittelussa. Kielentämisen kautta opettaja saa tiedon ovatko oppilaat ymmärtäneet opetetun asian vai pitääkö jotain asiaa vielä täsmentää. Tieto ohjaa myös opetusmateriaalien valintaa sekä opetusryhmien muodostamista.

O5Y

*Opettaja voi rakentaa tulevan opetuksensa saamansa tiedon pohjalle ja eriyttää.*

Viisi opettajaa pitää suullista kielentämistä hyvänä keinona huomioida oppilaiden yksilöllisyys. Suullinen kielentäminen voi auttaa opettajaa löytämään ryhmästä ne, jotka tarvitsevat ylöspäin eriyttäviä harjoitteita tai toisaalta tukea.

O6Y

*...Tiedot (oppilaan) yksilöllisestä tasosta auttavat opetuksen yksilöllistämässä.*

Neljä opettajaa näkee suullisen kielentämisen toimivan arvioinnin tukena, koska opettaja voi seurata sitä, kuinka pitkälle oppilaan matemaattinen ajattelu on kehittynyt. Opettajat ovat myös sitä mieltä, että oppilaiden tuntityöskentely pitää huomioida arvioinnissa, ei pelkät koenäytöt. Yksi opettajista kuitenkin huomauttaa, että suullista kielentämistä on vaikeaa mitata, jotta sitä voisi käyttää varsinaisena mittarina arvioinnissa. Toinen opettaja ehdottaakin osaksi koetta kahden kesken tehtyä tehtävää, jossa oppilas puhuisi ääneen, mitä hän ajattelee tehtävän eri vaiheissa.

O5X

*Kyllä ajatuksiensa kielelliseen muotoon saattamisen taidoilla on iso merkitys arvioinnissa.*

Tutkimuksemme osallistuneista viidesluokkalaisista oppilaista viiden mielestä opettajalle ei ole mitään hyötyä tai hän hyötyy harvoin kuunnellessaan oppilaiden kielentämistä. Kaksi viidesluokkalaista kuitenkin kokee, että opettaja hyötyy oppilaan suullisesta ilmaisusta useasti. Yksi oppilas ei osannut vastata tähän kysymykseen. Kuudesluokkalaisista kaksi oppilasta kokee opettajan hyötävän harvoin, tai ei ollenkaan heidän suullisesta kielentämisestä. Kaksi oppilasta näkee, että opettaja hyötyy heidän kielentämisen kuuntelemisesta aina tai useasti.

Haastattelemamme neljä viidesluokkalaista oppilasta perusteli vastauksiaan tarkemmin. Kolme oppilasta ei näe opettajan saavan kielentämisen kautta tietoa heidän osaamisestaan tai että opettajan olisi helpompi auttaa heitä saamiensa tietojen perusteella. He keskittyivät kielentämisen ulkoisiin seikkoihin, kuten ratkaisun kertomiseen ja siihen ettei opettajan tarvitse tällöin puhua niin paljon.

*Jaakko: ...Se säästää ääntä. Opettajan ääntä.*

Eeva: ...*Kyllä mä usein kerron oikeen ratkasun mutta en mä tiedä miten se hyödyttää sitten opettajaa.*

Aapo: ...*Ei se ope niitä läksyjä tee tai niitä tehtäviä tee, niin sillain (ei hyödytä).*

Yksi haastattelumme oppilas kuitenkin kokee, että kielentämisen avulla opettaja voi saada tärkeää tietoa oppilaiden ratkaisutavoista ja näin auttaa oppilaita tarvittaessa.

Aada: ...*se (opettaja) ymmärtää miten me ollaan se laskettu.*

## **7.2 Minkälaista kieltä viidesluokkalaiset oppilaat käyttävät matematiikan suullisessa ilmaisussa?**

Tähän lukuun olemme keränneet keskeisimmät tulokset, jotka löysimme havainnoimalla oppilaiden matematiikka-aliaksessa käyttämiä käsitteiden kielennyksiä. Olemme jaotelleet löytämämme käsitteiden määrittelykeinot matematiikan kielen ja luonnollisen kielen alle. Olemme jättäneet jaottelusta matematiikan kuviokielen pois, koska aineistomme keskittyi suulliseen kielentämiseen. Näin ollen aineistosta ei tullut esille todellista kuviokielen käyttöä, joka on sidoksissa matematiikan kirjallisiin esityksiin. Käyttämästämme jaottelusta huolimatta olemme Joutsenlahden ja Silfverbergin (2007) sekä Joutsenlahden ja Kuljun (2010) kanssa samaa mieltä matematiikan kielen eri osien päällekkäisyydestä. Matematiikan kielen eri osa-alueet ovat vahvasti sidoksissa toisiinsa. Tätä päällekkäisyyttä olemme havainnollistaneet Joutsenlahden ja Kuljun (2010) laatimalla kuviolla (ks. s. 21). Koimme kuitenkin tärkeäksi selkeyttää tutkimusaineistoa tällaisella jaottelulla, jotta aineistosta muodostuu helpommin käsiteltävä kokonaisuus. Luettavuuden helpottamiseksi olemme jaotelleet tekstin väliotsikoiden avulla. Luotettavuuden lisäämiseksi olemme ottaneet oppilaiden käsitteiden selityksistä suoria lainauksia tekstiin.

### **7.2.1 Matematiikan kieli**

Kaikki oppilaat käyttivät matematiikan käsitteiden selityksissään apunaan matematiikan kieltä. Matematiikan kieltä käytettiin sekä geometrian että aritmetiikan käsitteiden selityksissä. Peruslaskutoimitusten käsitteet, osamäärää lukuun ottamatta, olivat oppilaille helppoja selitettäviä, koska käsitteiden yhteys laskutoimitukseen oli heille selkeä. Näitä käsitteitä selittäessään oppilaat käyttivät runsaasti matematiikan kieltä. Seuraavassa kahdessa esimerkissä ilmenee käsitteiden tutuus. Oppilaat voivat selittää käsitteen lyhyesti matematiikan kielellä ja pari tietää välittömästi oikean vastauksen.

Aapo: *En mä osaa selittää enempää, kun että se tulee kertolaskusta.*

Peppi: *Tulo.*

Eerika: *Yhteenlaskun niin ku tulos.*

Eeva: *Summa.*

Ero tyttöjen ja poikien välillä matematiikan kielen käytössä ilmeni geometriassa, jossa käsitteet eivät olleet tytöille kovin tuttuja. Tästä syystä he eivät voineet käyttää matematiikan kieltä selittäessään geometrian käsitteitä. Pojat puolestaan osasivat käyttää hyödyksi tietojaan geometriasta ja soveltaa niitä selityksissään. Käsitteiden tarkoitteet olivat pojille tuttuja ja he muistivat käsitteeseen liittyvät ominaisuudet ja visuaaliset vastaavuudet hankalammistakin käsitteistä.

Ensimmäisessä esimerkissä Jesper käyttää tietoa sekaluvusta hyödyksi selittäessään parilleen käsitettä kokonaisluku. Tieto siitä, että sekaluku koostuu sekä murtoluvusta että kokonaisluvusta mahdollistaa tällaisen päättelyketjun. Toisessa esimerkissä Jaakko selittää parilleen käsitteen oikokulma käyttäen apunaan tietoa eri kulmien asteluvuista.

Jesper: *... Ei murtoluku vaan tää on...*

Jaakko: *Sekaluku?*

Jesper: *Ei vaan siis se sekaluvun se toinen.*

Jaakko: *Kokonaisluku.*

Jaakko: *Puolet 360 asteesta.*

Jesper: *180 astetta.*

Jaakko: *Ei mutta mikä se on tieteelliseltä nimeltään?*

Jesper: *Oikokulma.*

Matematiikan kieltä käytettiin matematiikan käsitteiden selityksissä silloin kun käsitteet olivat oppilaille tuttuja ja tietoa niiden ominaisuuksista pystyttiin soveltamaan. Alias-pelissä oli myös vieraampia käsitteitä, joita oppilaat eivät käytä toistuvasti matematiikan tunneilla. Näiden käsitteiden selittäminen matematiikan kielellä ei onnistunut oppilailta, vaan he käyttivät selityksissään muita strategioita.

Sekä pojat että tytöt näkivät selitettävän käsitteen usein jonkin toisen käsitteen vastaparina ja pyrkivät selittämään käsitettä parilleen tätä kautta. Vastaparit liittyivät esimerkiksi laskutoimitukseen, kuten supistaa ja laventaa tai jakaja ja kertoja. Kahdessa seuraavassa esimerkissä oppilaat käyttävät näitä vastakkaisia laskutoimituksia avuksi käsitteiden kielennyksissä.

Eeva: *Päinvastaisesti ku supistaminen.*

Eerika: *Laventaminen.*

Jarkko: *Tää on jakolaskun vastakohta*  
Jesse: *Tää.. kertolasku*

Vastapareiksi oppilaat määrittivät myös sellaiset parit, jotka liittyvät kiinteästi toisiinsa olematta kuitenkaan oikeasti vastakohtia, kuten osoittaja ja nimittäjä. Oppilaat käyttivät lisäksi selityksissään termiä vastakohta geometristen kuvioden käsitteistä, kuten Eevan ja Eerikan esimerkkiselityksessä.

Eeva: *Teräväkulmaisen kolmion vastakohta?*  
Eerika: *Tylppäkulmainen.*

## 7.2.2 Luonnollinen kieli

Käsitteen ollessa oppilaille tutumpi jostain muusta yhteydestä kuin matematiikasta, he kielensivät käsitettä tämän tutumman yhteyden kautta. Tätä strategiaa oppilaat käyttivät enemmän geometriassa kuin aritmetiikassa. Tytöt ja pojat käyttivät tätä keinoa hyväkseen suunnilleen yhtä paljon ja usein myös samoissa käsitteissä. Seuraavissa esimerkeissä oppilaat käyttivät tätä strategiaa onnistuneesti kielentäessään käsitteitä pallo ja piiri.

Peppi: *Se on sama mitä potkitaan*  
Aada: *Potkitaan? Pallo*

Jesper: *Tällasesta systeemistä lauletaan yhdessä lasten laulussa... Sormet sanoo soo soo soo...*  
Jaakko: *Kengän kannat koo koo koo. Kehä!*  
Jesper: *Ei vaan sen voi tehdä ihmisistä.*  
Jaakko: *Rinki.*  
Juha: *Piiri.*

## Integrointi muihin oppiaineisiin

Oppilaat käyttivät matemaattisten käsitteiden selityksissä hyödyksi saamiaan tietojaan muista oppiaineista. Eniten oppilaat käyttivät selitystensä tukena äidinkielen termistöä. Oppilaat johdattelivat pariaan kohti oikeaa ratkaisua kertomalla esimerkiksi sanan oikean taivutusmuodon tai käsitteeseen kuuluvien sanojen määrän. Myös tietoja maantiedosta käytettiin hyödyksi yhdistämällä selitettävä käsite todelliseen maailmaan.

Juha: *Tässä on yks yhdyssana ja sen jälkeen vielä yks sana.*

Jaakko: *Egyptissä on tällaisia.*  
Jesper: *Pyramidi*

Jesper: *Tää on se, mikä on kartoissa, se...*  
Jaakko: *Mittakaava!*

### **Vertaisryhmä luo huumoria ja yhteisesti jaettavia kokemuksia**

Käsitteitä selittäessään oppilaiden välillä vallitsi rento ja humoristinen ilmapiiri. Varsinkin pojat käyttivät huumoria keinona keventääkseen tunnelmaa. Poikien keskuudessa vääristä vastauksista ei syntynyt eripuraa, vaan väärät vastaukset kuitattiin huumorilla. Tytöt suhtautuivat peliin hieman enemmän tosissaan, eivätkä käyttäneet yhtä paljon huumoria kuin pojat. Tytötkin antoivat hyväksyntänsä huumorin avulla virheellisille vastauksille, mutta eivät tuoneet sitä esille yhtä useasti kuin pojat. Seuraavassa esimerkissä Jaakko yrittää arvata Jesperin selittämää sanaa siinä onnistumatta. Muita oppilaita sekä Jaakkoa itseään huvittaa Jaakon arvaus, sillä arvattu sana kuuluu tehtävää ajatellen täysin väärään sanaluokkaan.

Jaakko: *Vetää?*  
Jesper: *Se on verbi! (naurua)*

Oppilaat kuuluvat samaan luokkayhteisöön ja näin ollen heillä on paljon yhteisiä kokemuksia jaettavana. Aineistosta käy tämä selkeästi ilmi, sillä oppilaat ymmärtävät toisiaan pienestäkin vihjeestä. Aadan selityksestä huomaa, että he ovat Pepin kanssa tuttuja keskenään, sillä Aadan antama vihje sanasta ei avautuisi ulkopuoliselle henkilölle. Poikien esimerkissä yhteisesti koetut matematiikan oppitunnit toimivat vihjeenä. Tämänkään vihjeen avulla sanaa ei voisi arvata ilman yhteisiä kokemuksia.

Aada: *No mä teen sillä oikeinmerkin.*  
Peppi: *Prosentti.*

Aapo: *Tää on sellainen viiva. Tai jossain laskussa.*  
Jaakko: *Me laskettiin tänään sellaisia laskuja.*  
Juha: *Murtoviiva. Kiitti (oppilaan lempinimi)!*

Myös yhteisesti opetellut muistisäännöt auttoivat oppilaita ratkaisemaan parin selittämää käsitettä. Seuraavassa esimerkissä Jesper muistelee opittua muistisääntöä, ”otsa osoittaja, nenä nimittäjä”, yrittäessään ratkaista Jaakon kielennystä.

Jaakko: *... Se on osoittajan alapuolella.*  
Jesper: *...Mä muistan, se on se nenäsystemi.. Siis tää näyttäjä, ei siis osoittaja vaan tää näyttäjä.*

## Opettajan ja kirjan tuki

Kaksi tutkimukseemme osallistunutta viidesluokkalaista tyttöä käytti toistuvasti kielentäessään käsitteitä apuna viittauksia opettajan puheeseen tai oppikirjan sanatarkkaan ohjeistukseen. Kaksi muuta tyttöä tai pojat eivät tehneet tällaisia viittauksia. He mainitsivat muutaman kerran selityksissään, että käsitteen sisältöä on käyty läpi oppitunneilla, mutta he eivät viittaneet opettajan puheeseen tai oppikirjaan.

Ensimmäisessä esimerkissä Eeva kielentää parilleen käsitettä ja käyttää selityksen apuna vetoamista opettajan sanomisiin. Toisessa esimerkissä Eerika viittaa selityksessään matematiikan oppikirjan sisältöön ja yrittää sitä kautta avata käsitettä parilleen. Näissäkin tilanteissa tulee esille oppilaiden yhteisesti koetut asiat.

*Eeva: ...Mieti nyt (opettajan nimi) sanoo aina, että pitää laittaa siihen alkuun laskutoimitus, sit allekkain.*

*Eerika: ...Matikan kirjassa lukee et... Laske alueen vaikkapa läpimitta.*

## Ilmeet ja eleet

Oppilaat käyttivät ilmeitä ja eleitä apuna kaikissa selityksissään. Ilmeiden ja eleiden avulla pyrittiin havainnollistamaan selitettävää käsitettä ja vahvistamaan puhuttua kieltä. Lisäksi ne kuuluivat oleellisena osana kaikkeen vuorovaikutukseen. Matematiikan kuviokieli tuli oppilaiden selityksissä esille ilmeiden ja eleiden kautta. Varsinkin geometriassa oppilaat käyttivät tätä strategiaa apuna kielennyksissään. Esimerkissä Aada selittää käsitettä piirtämällä ilmaan selittävän käsitteen visuaalisen muodon, josta Pepin on helppo arvata oikea vastaus.

*Aada: No se on tämä (piirtää sormella ympyrää ilmaan)*

*Peppi: Ympyrä*

Oppilaat kielensivät käsitteitä myös näiden ulkoisten ominaisuuksien kautta. Tätä strategiaa oppilaat käyttivät useammin kielentäessään geometrian käsitteitä kuin aritmetiikan käsitteiden kielennyksissä.

*Juha: Tää on neliö, niin kuin kolmiulotteisena.*

*Aapo: Kuutio.*

*Eeva: ... Pitkä neliö (näyttää käsillä).*

*Eerika: ...Suorakulmio.*



### **7.3 Mikä on toimintamateriaalin merkitys suullisessa kielentämisessä?**

Yhtenä osana pro gradu - työtämme halusimme tutkia, kuinka toimintamateriaalin käyttö tukee suullista kielentämistä. Olimme tutkineet tätä samaa ilmiötä jo kandidaatintutkielmassamme keväällä 2010 ja tulleet siihen johtopäätökseen, että toimintamateriaalin käyttö on erittäin tärkeä tuki suullisessa kielentämisessä. Myös tätä tutkimusta varten tehdyissä oppilaiden haastatteluissa tuli ilmi toimintamateriaalin tärkeys oppimisen tukena. Haastattelemamme oppilaat kertoivat, että opettajan selitystä opiskeltavasta asiasta on helpompi seurata, kun hänellä on joitain konkreettisia malleja opetuksen tukena. Teetimme uudelleen samankaltaisen toimintamateriaalitehtävän kuin kandidaatintutkielmassamme uusille viidesluokkalaisille, jotta pystyisimme saamaan laajemman kuvan toimintamateriaalin käytöstä. Toimintamateriaalina käytettiin murtolukukakkuja. Olemme kertoneet tehtävästä tarkemmin luvussa 6.3 aineiston hankinta.

Kandidaatintutkielmaamme osallistuneille viidesluokkalaisille oppilaille murtokakkujen käyttö matematiikan tunneilla oli entuudestaan tuttua, kun taas tähän tutkimukseen osallistuneille viidesluokkalaisille se oli vieraampaa. Tai näin ainakin päätelimme oppilaiden työskennellessä murtolukukakkujen parissa. Muutama oppilas myös sanoi, että he eivät ole itse käyttäneet murtolukukakkuja. Opettaja oli käyttänyt murtolukukakkuja ainakin havainnollistaessaan oppilaille laskuja, mutta osalle oppilaista murtolukukakut vaikuttivat vieraammilta. Tästä syystä oppilaat eivät osanneet kunnolla hyödyntää toimintamateriaalia siten, että se olisi tukenut laskutoimituksen ratkaisemista. Oppilailla kului paljon aikaa murtolukukakkujen ihmettelemiseen ja paloilla leikkimiseen. Seuraavassa esittelemme löytämämme tulokset. Olemme jaotelleet tekstin tuloksia kuvaavien alaotsikoiden alle, jotta se olisi helpommin luettavissa.

#### **7.3.1 Toimintamateriaali ja sen käytön tutuus**

Yhdelle tutkimukseen osallistuneelle parille toimintamateriaalin käyttö ongelmanratkaisua helpottavana tekijänä oli vaikeaa. Tämä johtui siitä, ettei toimintamateriaalin käyttöperiaate ollut parille tuttu. Lisäksi he olivat epävarmoja suullisessa ilmaisussaan. Tämän vuoksi he eivät osanneet hakea apua toisiltaan ongelman ratkaisuun suullisen kielentämisen avulla. Heille luontevampaa oli tutkia murtolukupaloja rauhassa ja hiljaa itsekseen. Pari ei pystynyt kielentämään ajatuksiaan ääneen toisilleen, vaikka opettaja siihen kannustikin. Toisin sanoen tämän aineiston perusteella vieras toimintamateriaali ei auta hiljaisia oppilaita kielentämään ajatuksiaan. Toimintamateriaalin käyttötavan tutuus helpottaa hiljaisiakin oppilaita ratkaisemaan ongelmaa yhteistyössä suullisen kielentämisen avulla. Seuraavassa esimerkissä opettaja on ohjeistanut

tarkemmin epävarmaa paria toimintamateriaalin käytössä. Tämän ohjeistuksen avulla pari kykenee selvittämään vaikeuksia tuottaneen tehtävän suullisen kielentämisen ja toimintamateriaalin käytön avulla. Esimerkissä pojat ratkaisevat tehtävää 2b, liite 1.

Juuso: Yks kaheksasosa on siinä ja sitten kolme neljäsosaa tässä. Voiks nää laittaa keheksasosiks? (*Laittaa neljäsosien päälle kaheksasosia.*) Hei näähän menee tähän.

Antti: Kuus... Kuus kaheksasosaa menee neljään.

Juuso: Se olis sitten vaan ja vastaus ois sitten seitsemän kaheksasosaa. Tadaa.

Antti: Öö tosta tulee kuus.

Juuso: Niin mutta jos ottaa sitten ton yks kaheksasosaa mukaan. Sitten se on yhteensä seitsemän kaheksasosaa. Eiks se oo? Yhteensä, ku nää laskee yhteen.

### 7.3.2 Toimintamateriaali ja matematiikassa taitavat oppilaat

Matematiikassa taitaville oppilaille toimintamateriaalin epäselvä käyttötapa ei aiheuttanut vaikeuksia ongelman ratkaisuun. Tällaiset oppilaat osasivat soveltaa matematiikan tietoja ja käyttää suullista kielentämistä sekä muita aikaisemmin hyväksi kokemiaan strategioita laskun ratkaisemiseen. Vaikka toimintamateriaali ei auttanut oppilaita ongelman ratkaisuvaiheessa, se auttoi heitä suullisesti kielentämään jo ratkaistun ongelman. Suullisen kielentämisen ja toimintamateriaalin avulla he siis esittivät konkreettisesti jo ratkaistun ongelman.

### 7.3.3 Toimintamateriaali ja kielellisesti lahjakkaat oppilaat

Kielellisesti lahjakkaat oppilaat osasivat suullisen kielentämisen avulla soveltaa toimintamateriaalin käyttöä, vaikka sen käyttö ei ollut heille ennestään tuttua. Tällöin toimintamateriaali helpotti varsinkin tuttujen laskutoimituksien ratkaisua. Tällaiset oppilaat kykenivät selvittämään laskut ääneen laskien ja yhdessä pohtien ratkaisua, selvästi käyttäen myös toimintamateriaalia apunaan. Vieraassa laskutoimituksessa oikeaan lopputulokseen pääseminen ei välttämättä onnistunut toimintamateriaalinkaan avulla. Seuraavassa esimerkissä tytöt ratkaisevat tehtävää 1a, liite 1.

Aada:  $2/6$  ja sitten  $4/12$ . Niiden pitää tulla samannimiseks.

Aada: Toi pitää supistaa kahdella. Katopa. Kun nää jakaa puoliks, niin siitä tulee noi. (*Vertailee palojen kokoja toisiinsa.*)

Peppi: Kun nää supistaa kahdella niin kaikista tulee noi. (*Samannimiset.*)

Aada: Just niin.

### 7.3.4 Toimintamateriaali ja matematiikassa eritasoiset oppilaat

Tälle parille murtolukukakut ovat selvästi vieraampia. Jaakko kuitenkin osaa laskea tehtävät ja soveltaa murtolukukakkujen käyttötapaa. Hän saa esitettyä päässään laskemansa ratkaisun kakkujen avulla keksimällään tavalla, joka on omaperäinen mutta aivan ymmärrettävä. Näin kakut toimivat esityksen välineenä mutta eivät auta oppilasta ratkaisemaan laskutapaa. Sen sijaan Jesper yrittää käyttää kakkuja laskemisen tukena perinteisellä tavalla, jota on ehkä käytetty aikaisemmin matematiikan tunneilla. Jesperin pohtiessa tehtävää Jaakko yrittää auttaa ja sekoittaa Jesperin ajatukset täysin. Kakuista voisi olla apua ajattelun tukena, jos pojat käyttäisivät niitä samalla tavalla. Parin tasoerot matematiikassa vaikeuttivat poikien toimintaa. Seuraavassa esimerkissä Jaakko esittelee parillensa keksimäänsä tapaa käyttää murtolukukakkuja. Esimerkissä pojat laskevat tehtävää 1a, liite 1. Kielennyksestä huolimatta Jesper ei ymmärrä parinsa keksimää tapaa esittää murtokakuilla.

Jaakko:  $4/12$ . Tässä on neljä. Leikitään et tää on murtoviiva. *(Asettelee neljä kuudesosapalaa pöydälle kuvaamaan osoittajan lukua ja palojen alle kaikki kahdestoistaosat kuvaamaan nimittäjän arvoa. Sanelukone toimii palojen välissä murtoviivana.)*

Jaakko: Sit jos toi supistetaan kahdella, vähenee kaks. *(Ottaa osoittajasta pois kaksi palaa.)*

Jaakko: Ja täältä, jaetaan se kahtia, kuusi. Kaksi kuudesosaa! *(Ottaa nimittäjästä pois kuusi palaa.)*

### 7.3.5 Yhteenveto luvun tuloksista

Tähän olemme koonneet yhteenvedoksi edellisistä tilanteista löytämämme tulokset koskien toimintamateriaalin käyttöä suullisen kielentämisen tukena. Toimintamateriaalin käytön tulee olla oppilaille selkeää, jotta sen käyttö tukisi matematiikan oppimista parhaalla mahdollisella tavalla. Tämä tulee ilmi varsinkin sellaisten oppilaiden kohdalla, joille suullinen ilmaisu ei ole kovin luonnollista. Oppilaille, joille annettu laskutoimitus on tuttu ja ratkaisumalli selkeänä mielessä, toimintamateriaali ei tue laskun ratkaisua. Tällöin toimintamateriaali voidaan kokea turhana ja aikaa vievänä laskun ratkaisemisvaiheessa. Oppilaat kuitenkin osaavat tällöin käyttää toimintamateriaalia jollakin tavoin hyödyksi esitelleessään matemaattista ajatteluaan muille suullisesti. Toimintamateriaali tukee oppilaiden suullista ilmaisua ja laskun ratkaisemista parhaiten silloin kun laskutoimitus sekä toimintamateriaalin käyttö on jollain tapaa tuttua ja laskutoimitus tarpeeksi haastava.

# 8 YHTEENVETO

## 8.1 Johtopäätökset

Tutkimuksemme tarkoituksena oli tutkia matematiikan suullista kielentämistä. Lähestyimme tutkimusongelmaamme kolmen tutkimuskysymyksen avulla. Ensimmäinen tutkimuskysymys koski matematiikan suullisen kielentämisen käytänteitä matematiikan opetuksessa. Halusimme tutkia, kuinka opettajat ja oppilaat kokevat suullisen kielentämisen matematiikan tunneilla. Lähestyimme tutkimuskysymystä kielentävän oppilaan, kuuntelevan oppilaan ja opettajan näkökulmista. Toinen tutkimuskysymys koski oppilaiden käyttämää matematiikan kieltä. Tavoitteenamme oli tutkia, minkälaista matematiikan kieltä oppilaat käyttävät suullisessa ilmaisussaan. Kolmas tutkimuskysymys koski toimintamateriaalin käyttöä suullisen kielentämisen tukena. Tavoitteenamme oli tutkia toimintamateriaalin merkitystä viidesluokkalaisten oppilaiden suullisessa kielentämisessä.

Tiivistettynä saimme tulokseksi, että suullinen kielentäminen oli merkityksellistä kaikkien kielentämisessä mukana olevien osapuolten kannalta. Suullinen kielentäminen selkeytti oppilaan ajattelua ja toi ratkaisumallit muiden tietoisuuteen. Tämä tuli selkeästi ilmi niin opettajien kuin oppilaidenkin haastatteluista. Opettajien ja oppilaiden näkemykset suullisesta kielentämisestä poikkesivat joiltain osin. Suurin eroavaisuus oli oppilaiden tavassa hahmottaa kielentämisen merkitystä opettajan työn ja arvioinnin kannalta. Oppilaat eivät tiedostaneet opettajan saavan runsaasti tietoa oppilaiden matematiikan taidoista heidän suullisen ilmaisun avulla. Matematiikan suullinen kielentäminen tuntityöskentelyssä näyttäytyi pitkälti opettajien ja oppilaiden haastatteluissa Joutsenlahden kielentämistä koskevan teorian mukaisena (ks. luku 5).

Lisäksi aineistosta ilmeni, että oppilaat käyttivät pääasiassa luonnollista kieltä selittäessään matemaattisia käsitteitä. Yksinkertaisissa ja hyvin tutuissa käsitteissä oppilaat käyttivät selityksissään myös matematiikan kieltä. Toimintamateriaali tuki suullista kielentämistä, jos sen käyttö oli oppilaille tuttua ja laskutoimitus oppilaiden lähikehityksen vyöhykkeellä. Toimintamateriaalin käyttö ei itsessään lisännyt suullista kielentämistä, jos suullinen ilmaisu ei muutenkaan ollut oppilaalle mieluisaa.

Seuraavassa tarkastelemme saamiamme tuloksia yksityiskohtaisemmin tutkimuksen alussa esittelemäämme teorialietoon nojaten. Teksti on jaoteltu tutkimuskysymysten mukaisesti, jotta se olisi selkeälukuisempi.

### **Miten suullista kielentämistä voidaan käyttää opetuksen tukena?**

Ensimmäinen tutkimuskysymyksemme koski matematiikan suullisen kielentämisen käytänteitä matematiikan opetuksessa. Pyrimme samaan vastauksia tähän kysymykseen haastattelemalla viidesluokkalaisia oppilaita sekä tekemällä avoimen kirjallisen haastattelun opettajille. Jaoin tulokset osiin kolmen eri kielentämisessä mukana olevan osapuolen mukaan (ks. kuvio 2 s. 29).

Ensimmäisenä tutkimme suullista kielentämistä kielentävän oppilaan näkökulmasta. Tärkein huomio tuloksissa oli, että suullisen kielentämisen avulla oppilas jäsentää matemaattista ajatteluaan. Oppilaiden haastatteluista selvisi, että he pitivät suullista kielentämistä tärkeänä, koska se auttaa myös heitä itseään oppimaan paremmin. Opettaessa matematiikan sisältöä toiselle oppilaalle, opettava oppilas joutuu käymään asian täsmällisesti läpi sekä mielessään että ääneen, näin jäsentäen omaa ajatteluaan. Saamamme tulos on yhteneväinen Joutsenlahden (2003) ja Leen (2006) näkemysten kanssa (ks. luku 5.2). Ilmaistessaan ajatuksensa ääneen parilleen tai luokalle oppilas joutuu jäsentämään ratkaisunsa uudestaan. Näin oppilas saattaa huomata ajattelussaan myös mahdollisia virheitä. Tätä ajatusta tukevat aiemmat tutkimukset (ks. esimerkiksi Forsblom 2003, Joutsenlahti 2003a).

Olemme todenneet kandidaatintutkimuksessamme (ks. Mansikka-aho, Sirén 2010), että matematiikan suullinen kielentäminen saattaa helpottaa oppilaiden käsitteiden ymmärtämistä ja uusien asioiden oppimista. Tätä tulosta tukevat tämän tutkimuksen tulokset. Niiden mukaan matematiikan suullisen kielentämisen avulla oppilaat kokivat oppivansa käyttämään matematiikan käsitteitä oikein suullisessa ilmaisussaan. Myös mm. Cohenin (1994), Zevenbergin (2000) ja Joutsenlahden (2003) näkemykset suullisen kielentämisen roolista matematiikassa mukailevat tätä tulosta (ks. luku 4.2).

Opettajan on tärkeä luoda paljon sellaisia tilanteita, joissa oppilaat joutuvat käyttämään matematiikan käsitteitä suullisessa ilmaisussaan. Tällöin oppilaat oppivat käyttämään niitä puheessaan oikein ja oppilaiden matemaattinen ymmärrys kasvaa (ks. luku 5.4). Haastattelemamme oppilaat kokivat saavansa näitä kielentämisen mahdollisuuksia useasti. Käytetyin tapa matematiikan suulliseen kielentämiseen oli tulostemme mukaan kotitehtävien tarkastuksen yhteydessä. Tällöin oppilailla oli mahdollisuus kertoa omin sanoin, kuinka lasku oli ratkaistu. Kotitehtävien lisäksi haastattelemamme oppilaat kertoivat kielentävänsä matemaattista

ajatteluaan vain sellaisissa tilanteissa, joissa tiesivät laskun ratkaisun. Oppilaat eivät maininneet tilanteita, joissa heidän tulisi pohtia ja kielentää yhdessä erilaisia ongelmanratkaisutehtäviä.

Matematiikan ja sen kielen oppimisen kannalta olisi kuitenkin tärkeää, että mahdollisuuksia suulliseen kielentämiseen olisi runsaammin ja että sen käyttö olisi monipuolisempaa. Pienryhmätilanteet osoittautuivat tämän sekä kandidaatintutkimuksemme mukaan erittäin toimiviksi suullisen kielentämisen kannalta. Näissä tilanteissa suullisen kielentämisen hyöty oli kaikkien osapuolten kannalta laajin. Myös Cohenin (1994) mukaan ryhmätyöt ovat toimiva keino käsitteiden ja niiden käytön opettamiselle. Asian sisäistäneet oppilaat oppivat enemmän päästessään selittämään toisille vaikeita kohtia sekä heikkotasoisemmat oppilaat saavat apua toisilta oppilailta. (Cohen 1994, Saloviidan 2000, 116-117 mukaan.)

Tuloksista ilmeni, että joidenkin oppilaiden mielestä suullinen kielentäminen on ahdistavaa. Tilanne saattaa olla epämieluisa, jos oppilas on epävarma vastauksestaan tai muuten jännittää suullista ilmaisua. Oppilaiden on kuitenkin tärkeä ymmärtää, ettei vääriä vastauksia tarvitse pelätä, vaan myös niiden avulla opettaja saa tärkeää tietoa oppilaan ajattelusta (ks. Lee 2006). Tuloksista ilmeni selkeästi, etteivät oppilaat ymmärtäneet väärin ajattelumallien esilletuomisen tärkeyttä opettamisen kannalta. Oppilaat ajattelivat suullista kielentämistä vain omasta näkökulmastaan, tajuamatta opettajan saavan siitä runsaasti tietoa opetuksensa tueksi. Opettajan tulisikin rohkaista oppilaita kielentämään keskeneräisiä ja epävarmoja ajatuksiaan pelkäämättä nolatuksi tulemista.

Kandidaatintutkimuksestamme ilmenee, etteivät suulliset ja kirjalliset tuotokset aina vastaa toisiaan. Tällöin suullinen kielentäminen antaa opettajalle lisätietoja oppilaiden kirjallisista tehtävistä. Myös termien käyttö saattaa olla suullisessa ratkaisussa oikein, mutta oppilas kirjoittaa kirjalliseen ratkaisuun sen väärin. (Mansikka-aho, Sirén 2010.) Tämän tutkimuksen tuloksissa yksi oppilas ja muutamat opettajat pitivät kirjallista kielentämistä hyvänä vaihtoehtona suulliselle kielentämiselle, jos suullinen kielentäminen on oppilaalle ahdistavaa. Joutsenlahti (2003) on puolestaan esittänyt, että suullinen kielentäminen voi toimia kirjallisen kielentämisen tukena (ks. luku 5.3). Näiden tutkimusten valossa voidaan siis todeta, että suullinen ja kirjallinen kieli tukevat toisiaan monipuolisesti ja niitä kannattaakin käyttää matematiikan opetuksessa rinnakkain.

Toinen näkökulma ensimmäiseen tutkimuskysymykseen oli kuuntelevan oppilaan rooli suullisessa kielentämisessä. Yhtenä tärkeimmistä tuloksista oli erilaisten ratkaisumenetelmien kuulemisen ja ymmärtämisen tärkeys oppilaille. Oppilaat kokivat saavansa oikean mallin tehtävän ratkaisutavasta toisen oppilaan kielennyksestä. Oppilaat olivat sitä mieltä, että pelkän ratkaisun kuuleminen on turhauttavaa sekä hyödytöntä. Myös Aho (2002), Koponen (1992) ja Joutsenlahti (2003) pitävät vaihtoehtoisten ratkaisumallien esilletuontia tärkeänä osana suullista kielentämistä.

Matemaattinen ajattelu ja päättelykyky eivät myöskään kehity, jos keskitytään vain laskujen oikeisiin ratkaisuihin (ks. Schleppegrell 2010).

Tuloksista ilmeni, että suurin osa opettajista ajatteli toisen oppilaan selityksen olevan oppilaille helpommin ymmärrettävissä kuin opettajan selityksen. Tämä sama asia ilmenee myös Joutsenlahden kielentämistä koskevissa kirjoituksissa. Myös Cohen toteaa väärinkäsitysten korjaantuvan nopeammin oppilaiden keskinäisessä vuorovaikutuksessa kuin opettajakeskeisessä oppimisessa (Cohen 1994, Saloviidan 2000, 116-117 mukaan). Tutkimukseemme osallistuneet opettajat perustelivat näkemystään sillä, että toinen oppilas osaa käyttää sellaisia sanoja ja esimerkkejä, joita oppilas itsekin käyttäisi. Näin oppilas voisi ymmärtää ongelman ratkaisuperiaatteen helpommin. Myös kandidaatintutkielmassamme olemme tulleet samaan johtopäätökseen (ks. Mansikka-aho, Sirén 2010).

Tämän tutkimuksen tulokset ovat kuitenkin näiden väitteiden kanssa osin päinvastaiset. Tulokset osoittivat, että oppilaat pitävät yleensä opettajan selitystä selkeämpänä kuin vertaisensa. Oppilaat kokivat, että toisen oppilaan suullinen kielennys saattaa jopa sekoittaa omia ajatuksia. Tämän tutkimuksen teoriaosassa olemmekin todenneet, ettei yhteinen äidinkieli suoraan johda toisen puheen ymmärtämiseen, sillä oikean tulkinnan esteenä saattaa olla useita tekijöitä (ks. luku 4.1). Esimerkiksi oppilaiden suuret tasoerot johtavat helposti tulkintavaikeuksiin. Tämä sama asia ilmeni myös yhden tutkimukseen osallistuneen opettajan vastauksesta. Opettaja totesi, että joskus hyvin lahjakkaan oppilaan suullinen kielentäminen matematiikan ilmiöstä saattaa jopa sekoittaa muiden oppilaiden ajatuksia. Kandidaatintutkimuksemme tuloksissa olemme todenneet, että vaikka matemaattinen ilmiö on selkeänä oppilaan mielessä, ei sitä välttämättä ole helppo ilmaista suullisesti kielen avulla (ks. Mansikka-aho, Sirén 2010). Tämä asia saattaa myös omalta osaltaan vaikuttaa siihen, että oppilaat kokevat luokkakaverinsa suullisen kielennyksen joskus vaikeana ja ajatuksia sekoittavana asiana. Näistä seikoista huolimatta oppilaat kuitenkin kokivat, että on silti mielekkäämpää saada apua tehtävän ratkaisuun toisen oppilaan kielennyksestä kuin ratkaista ongelmaa yksin.

Kolmas näkökulma ensimmäiseen tutkimuskysymykseen oli opettajan rooli suullisessa kielentämisessä. Tuloksista selvisi, että oppilaiden suullinen kielentäminen antaa tärkeää tietoa oppilaiden taitotasosta ja näin auttaa opettajaa eriyttämään ja suunnittelemaan opetustaan. Suullinen kielentäminen helpottaa arviointia, vaikka sitä onkin vaikea mitata, jotta sitä voisi käyttää varsinaisena mittarina arvioinnissa. Lisäksi saimme tutkimustulokseksi, että opettajalla on tärkeä rooli ohjata oppilaita tuomaan ajattelumallejaan kaikkien näkyville.

Samankaltaisiin johtopäätöksiin olemme päässeet myös kandidaatintutkielmassamme. Opettaja saa tärkeää tietoa oppilaiden matemaattisesta ajattelusta oppilaiden suullisen

kielentämisen kautta. Suullinen kielentäminen paljastaa, jos oppilas ei osaa yhdistää eri tunneilla oppimiaan matemaattisia käsitteitä oikeisiin sisältöihin. Kielentämisestä saatujen tietojen pohjalta opettaja kykenee arvioimaan oppilaiden osaamista sekä suunnittelemaan ja eriyttämään opetustaan. (Ks. Mansikka-aho, Sirén 2010.) Nämä tulokset ovat yhtenevät luvussa 5.5 esittelemiemme asioiden kanssa. Myös Mäcklin ja Nikula (2010) ovat tulleet pro gradu -tutkielmassaan samanlaisiin johtopäätöksiin kirjallisen kielentämisen osalta.

Ensimmäisen tutkimuskysymyksen tuloksista ilmeni, että niin opettajat kuin oppilaatkin pitivät suullista kielentämistä tärkeänä asiana matematiikan opiskelun kannalta. Opettajat kuitenkin kokivat suullisen kielentämisen olevan aikaa vievä työskentelymuoto ja usein kiireellisen aikataulun takia jäävän pienemmälle käytölle kuin opettaja haluaisi. Tärkeää olisikin kehittää erilaisia työtapoja, joiden avulla kielentämistä ei koettaisi niin työläänä. Yksi hyvä työskentelymuoto on parityöskentely, jonka aikana oppilaat joutuvat kielentämään ajatuksiaan suullisesti runsaasti. Kandidaatintutkielmamme aineisto (ks. Mansikka-aho, Sirén 2010), kuten myös osa tämän tutkimuksen aineistoa on kerätty parityöskentelyn aikana ja sen hyödyt tulevat selkeästi esille molemmissa tutkimuksissa.

Suurin osa haastatelluista oppilaista ei osannut nähdä, että heidän suullinen kielentämisensä auttaa myös opettajaa opetuksessa tai arvioinnissa. Tätä tulosta olemme pohtineet jo aiemmin tässä luvussa. Oppilaiden ajatuksiin on saattanut vaikuttaa se, että he eivät ymmärtäneet, mitä haastattelijä kysymyksellä tarkoitti. Oppilaat eivät osanneet ajatella kysymystä laajemmin vaan ajattelivat asiaa ainoastaan opettamisen kannalta. Kun oppilas kielentää ajatuksiaan matematiikassa, hän samalla ikään kuin opettaa asiaa muille. Laskun oikea ratkaisutapa on oppilaiden mielestä opettajalle turhaa, koska opettaja osaa asian jo muutenkin. Lee (2006) toteaaakin oppilaan ymmärtävän jatkuvan palautteen avulla, että opettajan tarkoituksena on tukea hänen oppimistaan. Näin oppilas huomaa, että vaikeiden kohtien ilmaiseminen on tärkeää, jotta opettaja voisi auttaa oppilasta niissä.

Oppilaiden haastatteluista selvisi, että he pitivät matematiikan suullista kielentämistä erittäin tärkeässä asemassa matematiikan opiskelussa. Oppilaat kokivat jopa turhauttavaksi, jos heille annetaan laskuista vain oikeita vastauksia ilman, että niiden ratkaisustrategioita käydään suullisesti läpi. Näiden tulosten valossa voi olettaa, että matemaattisten ongelmien ratkaisutapojen suullinen ilmaisu on tärkeää oppilaan matemaattisen ajattelun kehittymisen kannalta ja myös oppilaiden oppimisen kannalta. Suullinen sekä kirjallinen kielentäminen vaikuttavat olevan sellaisia työtapoja, jotka useiden oppilaiden kokemusten perusteella ovat mielekkäitä. Vaikuttaa siltä, että kielentämisen avulla matematiikan oppitunneista on mahdollista tehdä mielenkiintoisempia, jolloin yhä useammat oppilaat kokevat matematiikan oppimisen mukavana.



## **Minkälaista kieltä viidesluokkalaisten oppilaat käyttävät matematiikan suullisessa ilmaisussa?**

Toinen tutkimuskysymyksemme koski viidesluokkalaisten oppilaiden käyttämää kieltä matematiikan käsitteiden suullisessa kielentämisessä. Tähän tutkimuskysymykseen haimme vastauksia analysoimalla oppilaiden matematiikka-alias -tuokioita (ks. s. 37).

Peruslaskutoimituksiin liittyviä tuttuja käsitteitä selittäessään oppilaat käyttivät runsaasti matematiikan kieltä, sillä yhteys käsitteen ja laskutoimituksen välillä oli heille selkeä. Oppilaat muodostivat käsitteistä vastapareja, joiden avulla ohjasivat toista oppilasta oikeaan vastaukseen. Vastakohtina saattoivat toimia toisiinsa kiinteästi liittyvät termit, jotka eivät kuitenkaan todellisuudessa ole toistensa vastakohtia. Tällaisia vastapareja olivat esimerkiksi osoittaja ja nimittäjä. Oppilaat osasivat liittää käsitteen oikeaan laskutyyppiin ja kielentää käsitteen ymmärrettäväksi tähän laskutyyppiin oleellisesti kuuluvien muiden käsitteiden avulla. Esimerkiksi Malaty (1981) toteaa, että matematiikan käsitteiden verbaalinen määrittelemine ei ole helppoa alakouluikäisille oppilaille (ks. luku 4.3). Tämä tuli selkeästi esille myös meidän tutkimusaineistosta. Oppilaat eivät osanneet kovinkaan monessa tapauksessa kielentää käsitettä sen oikean määritelmän kautta vaan johdattelivat muita oppilaita oikeaan ratkaisuun edellä kuvatulla tavalla.

Vieraammassa käsitteissä matematiikan kielen käyttö osoittautui vieläkin vähäisemmäksi kuin tutumpien käsitteiden yhteydessä. Tämä johtui siitä, ettei käsitteen tarkoite ollut oppilaille selvä. Näin kävi varsinkin tyttöjen osalta geometriassa, jossa käsitteet tuntuivat olevan vieraampia. Kun matematiikan oma sanasto ei riittänyt selittämään vaikeita käsitteitä, turvautuivat oppilaat muihin keksimiinsä strategioihin. Oppilaiden käyttämiä strategioita olivat yhteyden löytäminen arkielämästä, muiden oppiaineiden tietojen hyödyntäminen sekä ilmeiden ja eleiden käyttö. Tytöt ja pojat käyttivät näitä keinoja hyväkseen suunnilleen yhtä paljon ja usein myös samoissa käsitteissä. Myös yhteisiin kokemuksiin viittaaminen sekä opettajan tai kirjan tekstiin viittaaminen toimivat osalla oppilaista selityksien strategioina.

Käsitteiden opettaminen viidesluokkalaiselle oppilaalle tulee näiden tulosten valossa olla hyvin konkreettista. Lisäksi käsitteet tulee liittää johonkin oppilaille merkitykselliseen asiaan, jolloin käsite on helpommin ymmärrettävissä. Schleppegrell (2010) kuitenkin toteaa, että matematiikkaa ei saisi liiaksi yksinkertaistaa vaan myös todellista matematiikan kielen käyttöä tarvitaan (ks. luku 4.3). Myös erilaiset havaintomateriaalit auttavat varsinkin geometrian käsitteiden oppimisessa. Geometriassa käsite on yleensä aina liitetty käsitteen visuaaliseen malliin, joten pelkän käsitteen lukeminen ilman kuvaa aiheutti usealle oppilaalle sen, että he eivät osanneet kielentää käsitettä. Tehtävä olisi saattanut olla huomattavasti helpompi, jos käsitteen sanallisen muodon vieressä olisi ollut myös kuvio käsitteestä tai jos oppilas olisi saanut piirtää selittämänsä

käsitteen. Tämä tukee myös Joutsenlahden (2003) ajatuksia siitä, että kirjallinen kielentäminen toimii hyvin suullisen kielentämisen tukena (ks. luku 5.3).

Kandidaatintutkimuksemme tuloksissa selviää, että oppilaat käyttävät käsiä apunaan kielentäessään ratkaisujaan parille. Käsillä esimerkiksi esitettiin kulman suuruutta. (Mansikka-aho, Sirén 2010.) Tämä sama asia ilmeni myös tässä tutkimuksessa. Oppilaat käyttivät runsaasti ilmeitä ja eleitä kielentäessään käsitteitä parillensa ja tekivät käsillä erilaisia kuvioita, jotka muistuttivat käsitteen visuaalista mallia. Høines (2000, 37) toteaa, että tällainen käsien käyttö apuvälineenä selitettäessä toisille matemaattisia käsitteitä on myös osa oppilaiden luonnollista kielenkäyttöä. Myös Autonen & Melartin (2004) ovat huomanneet, että yksi esikouluikäisten oppilaiden kielentämisen muoto on kehon käyttö sanallisen ilmaisun tukena. Näiden tulosten valossa viidesluokkalaisten oppilaan kielentämisen keinot eivät eroa suuresti nuorempien oppilaiden keinoista.

Oppilaat kielensivät käsitteitä rohkeammin silloin, kun pelasivat vain tyttöporukassa tai poikaporukassa. Sekaporukoissa tuntui, että tytöt hieman arastelivat poikia ja päinvastoin. Tämän perusteella voisi olettaa, että suullisen kielentämisen kannalta erilaiset pienryhmissä toimivat suullisen kielentämisen tehtävät olisivat oppilaiden mielestä mieluisempia kuin koko luokalle kielentäminen. Tällöin oppilaiden ei tarvitsisi jännittää niin paljon matemaattisen ajattelunsa ääneen sanomista kun kuuntelijoita on vähemmän.

### **Mikä on toimintamateriaalin merkitys oppilaan suullisessa kielentämisessä?**

Kolmas tutkimuskysymyksemme koski oppilaiden suullista kielentämistä toimintamateriaalin käytön yhteydessä. Pyrimme saamaan vastauksia tähän kysymykseen havainnoimalla oppilaiden toimintamateriaalin käyttöä ongelmanratkaisutehtävässä. Tehtävästä on kerrottu tarkemmin luvussa 6.3. Tulokseksi saimme neljä erilaista osatekijää, jotka vaikuttavat oleellisesti oppilaiden toimintamateriaalin käytön merkitykseen ongelmanratkaisussa.

Ensimmäinen tulos liittyi toimintamateriaalin käytön tuntemukseen. Jos toimintamateriaalin käyttötapa oli epäselvä, ei materiaali auttanut oppilaita ratkaisemaan tehtävää. Opettajan näyttäessä oppilaille mallin murtolukukakkujen käytöstä, oppilaat pystyivät yhdessä ratkaisemaan seuraavan samankaltaisen tehtävän käyttäen apunaan murtolukukakkuja ja suullista kielentämistä. Toimintamateriaalin käytön ollessa oppilaille tuttua voi toimintamateriaali ja suullinen kielentäminen yhdessä auttaa vaikeamman laskutehtävän ratkaisussa.

Toinen tulos koski ongelmanratkaisun vaativuutta. Laskujen ollessa tuttuja ja helposti päässä laskettavia, ei toimintamateriaalista ollut oppilaille lisää hyötyä ongelman selvittämiseen. Tällöin toimintamateriaali tuntui oppilaista turhalla ja aikaa vievältä laskun ratkaisemisvaiheessa. Oppilaat

käyttivät murtolukukakkuja jo ratkaistun tehtävän esittämisen välineenä useallakin tavalla, mutta itse laskutoimitus oli jo ratkaistu päässä laskuna tai suullisen kielentämisen avulla. Jotta toimintamateriaalista olisi siis todellista hyötyä tehtävän ratkaisussa, tulisi laskettavan tehtävän olla oppilaan lähikehityksen vyöhykkeellä (ks. luku 3.4).

Kolmas tulos koski toimintamateriaalin ja suullisen kielentämisen yhteyttä. Toimintamateriaalin käyttö ei itsessään lisännyt suullista kielentämistä, jos oppilaat kokivat suullisen ilmaisun itselleen vieraaksi. Kielellisesti lahjakkailta oppilailta runsas suullinen kielentäminen parityössä auttoi oppilaita ymmärtämään toimintamateriaalin käytön keskenään samalla tavalla antaen näin lähtökohdat laskun ratkaisemiseen.

Matematiikassa eritasoisilla pareilla vähäinen kielentäminen voi johtaa väärinymmärryksiin esimerkiksi toimintamateriaalin käyttötavasta. Myös kandidaatintutkielmassamme totesimme eritasoisten pariin yhteistyön ongelmalliseksi siten, että kumpikin osapuoli osallistuisi aktiivisesti tehtävän tekemiseen ja sitoutuisi ongelmanratkaisuun. Tulostemme mukaan oppilaat jakavat roolit parityöskentelyssä sen mukaan, minkälaisiksi kokevat omat ja parinsa taidot. Tällöin taitotasoltaan heikompi oppilas antaa mielellään vastuun tehtävän ratkaisusta matematiikassa paremmalle oppilaalle. Näin kielentäminen voi jäädä vähäiseksi kun toinen oppilaista pohtii ratkaisua yksin ja toinen vain odottaa oikeaa vastausta osallistumatta aktiivisesti tehtävän ratkaisuun. Tällaisissa tilanteissa opettajan rooli tulee tärkeäksi, jotta pari yrittäisi selvittää ratkaisua yhdessä ääneen.

Tulosten yhteenvetona voimme todeta, että toimintamateriaali tuki oppilaiden suullista ilmaisua ja laskun ratkaisemista parhaiten silloin, kun laskutoimitus sekä toimintamateriaalin käyttö olivat jollain tapaa tuttua ja laskutoimitus tarpeeksi haastava. Samankaltaisen tuloksen saimme myös kandidaatintutkielmassamme, jonka tuloksista selviää, että toimintamateriaali auttaa oppilasta tuomaan matemaattista ajatteluaan esille kielen avulla (Mansikka-aho, Sirén, 2010). Tulosta tukevat luvussa 5.3 esitetyt Lindgrenin ajatukset toimintamateriaalin tarpeellisuudesta. Myös Autonen & Melartin (2004) ovat tulleet tutkimuksessaan siihen tulokseen, että havainto- ja toimintamateriaalit hyödyttävät esiopetusikäisiä oppilaita ilmaisemaan matemaattista ajatteluaan. Pro gradu -tutkimuksemme tuloksista voi huomata, että toimintamateriaalista on vielä hyötyä viidennen luokan oppilaallekin. Piaget'n teorian mukaan viidesluokkalaiset oppilaat kuitenkin kykenevät jo ajatteluun ilman konkreettistakin esimerkkiä (ks. luku 3.4).

## **8.2 Tutkimuksen luotettavuus**

Tässä luvussa olemme pohtineet tutkimuksen luotettavuutta ja tutkimuksen etenemistä yleisellä tasolla. Olemme pohtineet, ovatko käyttämämme tutkimusmenetelmät valideja

tutkimuskysymystemme kannalta vai olisiko jotain voinut tehdä toisin. Tutkimustuloksiamme ei voida eikä ole tarkoitukseen yleistää, koska tutkimusjoukko on hyvin suppea. Toisaalta voidaan kuitenkin ajatella, että yhteisön jäsenenä meillä kaikilla on yhteisiä piirteitä ja merkityksiä. Tutkimukseen osallistuvat henkilöt ovat aina osa jonkin yhteisön yhteistä merkitysten perinnettä. Tämän johdosta jokaisen yksilön kokemusten tutkimuksen avulla voidaan löytää myös jotain yleistä. (Laine 2007, 30.)

Tässä tutkimuksessa on pyritty selvittämään mahdollisimman tarkasti tietyn viidennen luokan oppilaiden matematiikan suullista kielentämistä sekä tiettyjen opettajien kokemuksia aiheesta. Näitä saatuja tuloksia on verrattu kielentämistä koskevaan teoretietoon. Kielentämisestä on hyvin vähän tutkimustuloksiin perustuvaa tietoa, joten tällainen perustiedon saaminen on tärkeää, jotta useammat opettajat huomioisivat kielentämisen edut omassa opetuksessaan ja kielentämisen käytänteitä luokkaopetuksessa voitaisiin kehittää.

Virheiden syntymisen välttäminen on perusedellytys kaikissa tutkimuksissa, mutta silti tulosten luotettavuus ja pätevyys vaihtelevat. Tämän vuoksi on tärkeää arvioida tehdyn tutkimuksen luotettavuutta. Perinteisesti tutkimuksen luotettavuuden arvioinnissa on käytetty termejä reliabilisuus ja validius. Reliabilisuudella tarkoitetaan mittaustulosten toistettavuutta. Validius puolestaan tarkoittaa sitä, että tutkimukseen valitut tutkimusmenetelmät mittaavat sitä, mitä on tarkoituskin mitata. Nämä käsitteet ovat syntyneet kvantitatiiviseen tutkimukseen, joten ne eivät sellaisenaan sovi täysin laadullisen tutkimuksen luotettavuuden arviointiin. (Hirsjärvi ym. 2009, 231–232.)

Janesickin (2000) mukaan keskeistä laadullisen tutkimuksen luotettavuuden arvioinnissa ovat henkilöiden, paikkojen ja tapahtumien kuvaukset. Validius merkitsee laadullisessa tutkimuksessa kuvauksen ja siihen liitettyjen selitysten ja tulkintojen yhteensopivuutta. Laadullisen tutkimuksen luotettavuutta kohentaa tutkijan tarkka selostus tutkimuksen kaikista vaiheista. Myös tutkimusaineiston keruun olosuhteet on kerrottava selvästi ja totuudenmukaisesti. (Janesicki 2000, Hirsjärven ym. 2009, 232 mukaan.) Myös Grönfors (1982) toteaa, että kvalitatiivisen tutkimuksen validius liittyy oleellisesti tutkimusprosessin tarkkaan kuvaamiseen (Grönfors 1982, 178). Tarkan kuvailun avulla tutkimus on mahdollista toistaa tarvittaessa uudelleen ja näin voidaan varmistaa, että päästään samoihin johtopäätöksiin kuin aiemmassa tutkimuksessa.

Luotettavuuden lisäämiseksi olemme pyrkinneet kuvaamaan mahdollisimman tarkasti kaikki tutkimukseemme oleellisesti liittyvät asiat aina aineistonkeruusta tutkimustuloksiin. Olemme esitelleet tutkimukseen valitut oppilaat ja opettajat sekä heidän valintaperusteensa. Olemme myös kertoneet, jos aineistonkeruussa oli ongelmia kameroiden tai äänentoiston kanssa, jotka saattavat vaikuttaa tulosten luotettavuuteen. Olemme perustelleet tutkimuksessa tekemämme valinnat aina

kun olemme kertoneet niistä tarkemmin. Olemme myös lisänneet tutkimustuloksiin lainauksia litteroidusta aineistosta luotettavuuden parantamiseksi sekä elävöittämään tutkimustuloksia.

Tutkimusta tehdessämme olemme pyrkineet ottamaan luotettavuuden huomioon kaikissa tutkimuksen vaiheissa. Olemme olleet avoimia kerätylle empirialle ja yrittäneet tarkastella sitä mahdollisimman avoimin mielin. Kuten edellä on todettu, olemme myös kertoneet avoimesti kaikista tutkimukseen ja sen tekemiseen oleellisesti liittyvistä asioista. Tästä huolimatta tutkimuksessamme saattaa olla seikkoja, jotka ovat voineet vaikuttaa sen luotettavuuteen tai toistettavuuteen. Luotettavuuden lisäämiseksi erittelemme seuraavassa havaitsemiamme mahdollisia puutteita ja valintojamme hieman tarkemmin.

Keräsimme osan aineistoa haastatteleamalla oppilaita. Haastattelujen tekeminen lapselle ei kuitenkaan ole aina ihan ongelmatonta. Esimerkiksi hermeneuttis-fenomenologisen pedagogiikan tutkija van Manen (1997) on sitä mieltä, että jos tutkija haluaa päästä sisälle lapsen todellisiin kokemuksiin, olisi tutkijan kerättävä aineisto esimerkiksi lasten piirustusten ja tarinoiden avulla. Esimerkiksi Tikkanen on käyttänyt tätä van Manen ajatusta väitöskirjansa aineistonkeruun lähtökohtana (Tikkanen 2008, 120-127). Valitsimme kuitenkin omaan tutkimukseemme yhdeksi aineiston keruutavaksi haastattelun. Ennen haastattelujen tekemistä pohdimme melko tarkasti kysymystenasettelua ja kysymyksiä, vaikka olimmekin päättäneet tehdä oppilaille haastattelut teemahaastatteluna. Valitsimme teemahaastattelun, koska ajattelimme saavamme sen avulla haastattelutilanteista rennompia, jolloin oppilaat uskaltaisivat kertoa ajatuksiaan avoimemmin. Halusimme kuitenkin miettiä teemojen lisäksi myös kysymyksiä alustavasti etukäteen, jotta kysymyksistä ei tulisi tiettyihin vastauksiin johdattelevia. Kysymysten laatiminen oli haastavaa, sillä oppilaiden tuli kuitenkin ymmärtää, mitä kysymyksellä tarkoitetaan. Yritimme laatia kysymyksistämme mahdollisimman yksiselitteisiä ja tarpeen mukaisesti selventää tarkoittamaamme esimerkiksi jatkokysymyksillä. Oppilaat saattoivat kuitenkin ymmärtää kysymykset hyvin erilaisina kuin mitä me haastattelijoina olimme ne tarkoittaneet, mutta tätä seikkaa on vaikea havainnoida tai tutkia.

Oppilaita haastateltaessa ongelmaksi saattaa muodostua myös se, että oppilaat haluavat miellyttää opettajaansa ja vastaavat kysymyksiin siten, kuten kuvittelevat, että opettaja haluaa heidän vastaavan. Haastateltavat oppilaat eivät olleet meille entuudestaan tuttuja, joten oppilaille ei ollut tätä miellyttämisvelvoitetta meitä kohtaan. Näin ollen he ovat saattaneet uskaltaa vastata kysymyksiin ilman paineita siitä, mitä he kuvittelisivat meidän haluavan kuulla. Toisaalta oppilaat ovat voineet myös jännittää, koska emme olleet heille entuudestaan tuttuja ja haastattelu on kuitenkin aina epäluonnollinen tilanne. Jännittämisestä johtuen on mahdollista, etteivät oppilaat ole uskaltaneet vastata kysymyksiimme totuudenmukaisesti. Tätä asiaa tosin helpottaa se, että

teimme haastattelut normaalikoulun oppilaille, jotka ovat tottuneet vastamaan vieraiden aikuisten esittämiin kysymyksiin.

Yhden osan aineistosta muodostivat opettajien vastaukset avoimeen kyselylomakkeeseen. Kysely lähetettiin kahdelletoista opettajalle joista viisi jätti vastaamatta kyselyyn. On syytä pohtia sitä, miten näiden viiden opettajan vastaukset olisivat vaikuttaneet tutkimustuloksiimme. Vastasivatko kyselyyn ainoastaan ne opettajat, jotka kokevat kielentämisen tärkeänä matematiikan opetusmenetelmänä? Vastavuoroisesti opettajat, jotka kokevat suullisen kielentämisen vähemmän tärkeänä, saattoivat jättää vastaamatta, koska he eivät pidä asiaa tärkeänä tai heillä on kielentämisestä negatiivisia kokemuksia. Kysymyksiä tehdessämme oletimme suullisen kielentämisen olevan tuttua kaikille kyselyn saaneille opettajille. Näin ollen emme avanneet käsitettä kielentäminen kyselyssä ollenkaan. Pohdimmekin olivatko aihe ja kysymykset liian epäselviä joillekin opettajille ja tästä syystä he jättivät vastaamatta kyselyyn. Vastaamatta jättämiseen saattoi vaikuttaa myös ajanpuute tai se, että opettajalla oli useita muitakin osallistumispyyntöjä tutkimuksiin samaan aikaan. Toisaalta tutkimuksen tarkoituksena ei ollutkaan tehdä tuloksista yleistyksiä, vaan esittää mahdollisimman tarkasti ja totuudenmukaisesti kyselyyn vastanneiden opettajien kokemuksia aiheesta. Tästä johtuen ei siis ole syytä pohtia sen tarkemmin vastaamatta jättäneiden opettajien motiivia tai sitä, kuinka heidän vastaukset olisivat vaikuttaneet tutkimustuloksiin. Luotettavuuden kannalta on oleellisempaa tuoda selkeästi esille se, kuinka monta opettajaa kyselyyn vastasi ja kuinka moni jätti vastaamatta.

Tutkimukseen osallistuneet oppilaat eivät olleet meille entuudestaan tuttuja, eikä meillä näin ollut tarkkaa tietoa oppilaiden yleisestä taitotasoista tai erityisesti matematiikan osaltakaan. Ilman näitä taustatietoja meidän olisi ollut vaikea arvioida suullisen kielentämisen vaikutusta oppilaan suoritustasoon matematiikan tehtäviä tehdessä. Tämän vuoksi tutkimuskysymys ei voinut liittyä suullisen kielentämisen hyötyyn tai vaikutuksiin. Sen sijaan keskityimme tarkastelemaan suullisen kielentämisen eri käyttötapoja ja kokemuksia niistä. Tutkimuksemme aineistoon osallistuneet oppilaat olivat kyseisen viidennen luokan opettajan valitsemia. Koska opettaja valitsi omasta luokastaan meille tutkimukseen osallistuvat oppilasparit, ei tutkimusjoukko ole välttämättä ollut varsinainen satunnaisotos. Opettaja on saattanut valita tutkimusta varten luokastaan matemaattisesti lahjakkaimmat sekä puheliaimmat oppilaat. Toisaalta juuri tuo ryhmä olisi voinut valikoitua luokan oppilaista arpomallakin, joten näiltä oppilailta saadut tulokset ovat yhtä luotettavia kuin mikä tahansa toinen samansuuruisen oppilasjoukon satunnaisotos. Kuten jo edellä mainitsimme, otoksen tuloksia ei ole tarkoitus yleistää koko ikäryhmää koskeväksi tulokseksi.

Sananselityspelistä saatuja matematiikan eri kieliä koskevia tuloksia on syytä pohtia luomamme peliasetelman näkökulmasta. Koska kyseessä oli peli, oppilaat yrittivät keksiä

nopeimman keinon selittää matemaattinen käsite parilleen. Useasti nopein keino selittää käsite löytyi käyttämällä luonnollista kieltä. Tämä ei kuitenkaan todista, ettei oppilas olisi eri tilanteessa osannut selittää käsitettä myös matematiikan kielen avulla. Saamiamme tuloksia onkin syytä tarkastella vain siinä kontekstissa, jossa tutkimusaineisto on kerätty. Jos oppilailla ei olisi ollut aikarajaa tai selitysmalleja olisi yritetty jollain tavalla rajata, olisi matematiikan kielen käyttö voinut olla runsaampaa myös geometrian käsitteiden osalta. Tästä näkökulmasta käsitteiden käyttöä olisi voinut tukia myös muulla tavoin savuttaaksemme syvempää tietoa käsitteiden todellisesta osaamisesta ja niiden käytöstä.

## 9 POHDINTA

Tässä viimeisessä luvussa pohdimme tutkimuksemme tuloksien ja suullisen kielentämisen merkitystä opettajan työn kannalta. Mietimme myös omaa rooliaamme tutkijoina ja luokanopettajina. Lisäksi pohdimme pro gradu -työmme viitoittamia jatkotutkimusehdotuksia.

Tutkimuskysymyksemme koskivat matematiikan suullisen kielentämisen käytänteitä, oppilaiden käyttämää matematiikan kieltä sekä toimintamateriaalin merkitystä oppilaiden suullisessa kielentämisessä. Keräämämme monipuolisen aineiston avulla saimme havainnoitua melko laajasti oppilaiden matematiikan suullista kielentämistä ja näin ollen saavutimme tutkimuksellemme asetetut tavoitteet. Laajan aineiston avulla tutkimuksen tulokset antavat tietoa suullisesta kielentämisestä useasta näkökulmasta. Toisaalta laajuutensa vuoksi aineisto oli monimuotoisuudessaan hieman hajanainen emmekä voineet tutkijoina vain syventyä suullisen kielentämisen johonkin tiettyyn osa-alueeseen. Aineistolähtöisen lähestymistavan vuoksi jouduimme käymään aineistoa läpi yhä uudestaan, jotta saisimme siitä mahdollisimman totuudenmukaisen kuvan. Saamamme tulokset olivat pääasiallisesti kannustavia ja siten matematiikan suullista kielentämistä puoltavia. Aineistossamme oli osittain myös ristiriitaisia näkemyksiä, jotka olemme pyrkineet esittelemään edellä tarkasti. Kokonaisuudessaan tutkimuksen tulokset antavat näyttöä siitä, että suullisella kielentämisellä olisi myönteisiä vaikutuksia oppilaiden matematiikan oppimisessa.

Tutkimuksen positiivisten tulosten valossa on syytä miettiä keinoja hyödyntää tutkimuksesta saamiemme tietoja omassa opetustyössä. Tutkimuksen tuloksia sekä aikaisempia tutkimuksia tarkasteltaessa taustateoriaa vasten saamme luokanopettajina ideoita siihen, kuinka matematiikan suullista kielentämistä voidaan hyödyntää peruskoulun alaluokkien opetuksessa. Matematiikan suullinen kielentäminen on yksi askel kohti oppilaslähtöistä oppimista ja hyvä vaihtoehto opettajakeskeisille työmuodoille. Erilaisten työmuotojen runsaasta käytöstä kannattaa opettajana luodakin itselleen rutiini. Myös opettajalähtöinen opetus kuuluu tähän valikoimaan yhtenä vaihtoehtona, kunhan se ei ole päivän aikana ainoa käytettävä työmuoto. Näin oppilaatkin tottuvat vaihteleviin työskentelytapoihin ja oppivat työskentelemään itsenäisemmin työlle asetetuista tavoitteista kiinni pitäen. Matematiikan suullisen kielentämisen avulla voidaan matematiikkaa



käsitellä ja opiskella monipuolisten tavoitteiden hyväksi. Tällöin opetuksen lähtökohdat ja painotukset poikkeavat perinteisestä matematiikan kirjaan pohjautuvasta opetuksesta.

Kielentämisen käytön avulla oppilaat pääsevät konstruoimaan uutta tietoa eivätkä vain tee oppikirjojen mekaanisia laskusuoritteita. Tällöin oppiminen on syvempää ja tietoinesta sekä oppimisstrategioita voi myös hyödyntää myöhemmissä opinnoissa. Tällaiseen syvälliseen tietojen käsittelyyn tulisi pyrkiä muussakin koulunkäynnissä. Tutkimukseen osallistuneet oppilaat kertoivat pääsevänsä kielentämään ajatuksiaan matematiikasta silloin, kun osasivat laskutavan, esimerkiksi läksyjen tarkastamisen yhteydessä. Matematiikan ja sen kielen oppimisen kannalta olisi kuitenkin tärkeää, että mahdollisuuksia suulliseen kielentämiseen olisi runsaammin ja että sen käyttö olisi monipuolisempaa. Erikokoisissa ryhmissä toteutetut ongelmanratkaisutehtävät motivoivat oppilaita matematiikan opiskeluun ja kehittävät vuorovaikutustaitoja. Moniosaiset ongelmanratkaisutehtävät toimivat ryhmätöissä varmasti paremmin kuin yksittäisten tuttujen laskutoimitusten suorittaminen. Kuitenkin laskutoimitusten periaatteiden läpikäyminen tai käsitteiden määrittely suullisen kielentämisen avulla voisi toimia yhtä hyvin kuin pulma- ja luokittelutehtävät.

Pari- tai ryhmätyöt ovat luonnollisia tilanteita suullisen kielentämisen käyttöön. Toisaalta tämäkin voi vaatia osalta oppilaista opettajan kehotusta tai pientä harjoittelua. Nykykoulujen suurissa luokissa henkilökohtaista opetusta voi olla vaikea saada ajanpuutteen vuoksi, ellei oppilaalla ole selviä vaikeuksia matematiikan oppimisessa. Matematiikan suullista kielentämistä voisi käyttää myös yhtenä tuen muotona. Oppilaat voivat toimia apuopettajina auttaen toinen toisiaan. Tehtävän osaavan oppilaan kielentämistä kuunteleva oppilas saa henkilökohtaista tukea vertaiseltaan. Opettamistilanteessa laskusuorituksen jo osaava oppilas kehittää matemaattista osaamistaan ja käsitteiden käyttöä. Omien kokemustemme perusteella osalle matematiikassa lahjakkaista oppilaista omien ajatusten esille tuominen voi olla hankalaa, mutta kielentämisen taito karttuu oppilaan saadessa harjoitella matematiikan kielen esittämistä suullisesti. Siksi opettajan tulisi luoda usein näitä tilanteita, joissa oppilaat pääsevät vapaasti puhumaan matematiikan tehtävistä.

Myös oppilaiden mahdollisuutta esittää ajatuksensa koko luokalle kannattaa käyttää hyödyksi. Toisaalta opettajan tulee huomioida, ettei tällainen esiintyminen ole luontaista tai miellyttävää kaikille oppilaille. Myös selitystä kuuntelevien oppilaiden rooliin on syytä kiinnittää huomiota. Oppilaan kielentäessä koko luokalle voisi toimintamateriaali tai kirjallinen kielentäminen auttaa kuuntelijoita seuraamaan selittävän oppilaan ajatuksenjuoksua. Pelkän puheen seuraaminen saattaa olla varsinkin nuoremmille oppilaille työlästä, jolloin toisen oppilaan kielennys ei kohtaa kuuntelijakuntaa ja kielentämisen toivotut vaikutukset eivät toteudu. Joillekin

oppilaille toisen oppilaan selityksen kuunteleminen ja siihen keskittyminen on itsessään käypä harjoitus.

Ryhmätyöt voivat auttaa oppilasta rakentamaan positiivista minäkuvaa itsestään matematiikan oppijana, mikä olisi erityisesti tyttöjen osalta tärkeää. Olemme sivunneet aiemmin työssämme myös matematiikan oppimista tasa-arvoon vaikuttavana ja sitä mahdollisesti edistävänä tekijänä. Päästessään käyttämään matematiikassa luonnollista kieltä tyttöjen asenteet matematiikkaa kohtaan ja luottamus omiin taitoihin voisivat muuttua positiivisempaan suuntaan. Suhtautumisen muuttumisen myötä matematiikassa lahjakkaita tyttöjä valmistuisi yhä enemmän vielä tällä hetkellä miesvaltaisille matemaattisille aloille.

Opettajana olisi syytä muistaa, että suullinen kielentäminen toimii myös arvioinnin tukena. Kuunnellessa oppilaiden kielentämistä voi opettaja havaita sellaisen virheellisyyden oppilaan ajatuksessa, joka ei mekaanisten koevastausten perusteella tule helposti esille. Suullinen kielentäminen voi toimia kirjallisen arvioinnin tukena luokkahuonetilanteissa tai jopa kokeen muodossa. Jos opettaja on epävarma jonkin oppilaan vastauksesta vaikkapa kirjallista koetta arvioidessa, voi oppilaalta kysyä hänen tarkoittamaansa vastausta kahden kesken suullisesti. Näin opettaja varmistuu, osaako oppilas selvittää tehtävän oikeasti ja saa perustelut arvioinnilleen.

Kuten edellä on mainittu, kielentämistä on tutkittu vielä melko vähän, joten mahdollisia jatkotutkimusaiheita löytyy runsaasti. Varsinkin suullisen kielentämisen käytänteiden kehittäminen ja testaaminen on jäänyt tutkimuksissa vähemmälle huomiolle, kun taasen kirjallista kielentämistä on jo ehditty tutkimaan pidemmältä ajalta käytännön opetustyössä. Uusien opetuskäytänteiden luominen olisi tärkeää, jotta opettajat saisivat konkreettisia apuvälineitä matematiikan opetuksen käytänteisiin. Tutkijoille seuraavana vaiheena suullisessa kielentämisessä olisikin luoda erilaisia asetelmia ja käytänteitä, joiden toimivuutta ja mielekkyyttä päästäisiin kokeilemaan pidemmältä ajalta opetuksessa. Lisäksi opettajien tietoisuutta suullisesta kielentämisestä pitäisi pyrkiä lisäämään.

Olisi mielekästä tutkia, minkälaisissa kantimissa kielentämisen kulttuuri on tällä hetkellä suomalaisissa kuntien peruskouluissa. Opetussuunnitelman mukaisesti opetuksen tulisi olla oppilaslähtöistä ja aktiivista tiedon rakentamista. Tämä toteutuu muun muassa oppilaiden yhteisen pohdinnan ja kielentämisen kautta. Kuitenkin sijaisena toimiessa huomaa monissa kouluissa opetuksen olevan hyvin opettaja- ja kirjakeskeistä. Oppilaat eivät ole tottuneet pohtimaan ryhmissä tehtäviä eivätkä osaa selventää ajatuksiaan ääneen. Suullisen kielentämisen työtapoja täytyy aktiivisesti harjoitella, jotta se onnistuisi sujuvasti ilman opettajan jatkuvaa ohjaamista ja tukemista. Tutkijoina pohdimme, kuinka suullinen kielentäminen voisi tavoittaa mahdollisimman monen opettajan tuntisuunnitelman. Matematiikan kirjat valmiine tehtävineen tavoittavat lähes kaikki

peruskoulun opettajat, joten kirjoissa voisi olla tehtävätyyppejä, jotka kehottaisivat erilaisiin suullisen kielentämisen tehtäviin. Näin suullinen kielentäminen tulisi tehtävätyyppinä yhä useamman opettajan tietoisuuteen ja tätä kautta työmuodoksi vaikkapa useammassakin oppiaineessa.

Jotta suullisen kielentämisen käyttö saisi lisää perusteluja, tulisi sen avulla saatuja oppimistuloksia tutkia. Tutkimustietoa kerättäisiin ennen ja jälkeen opetusjakson, jossa opetetaan ja käytetään suullista kielentämistä ongelmanratkaisussa. Varsinaisen hyödyn tarkkailu vaatisi tarkkaa kartoitusta osallistuvien oppilaiden taitotasosta, mahdollisia suullisen kielentämisen avulla tehtyjä opetusjaksoja sekä arviointia näiden opetustuokioiden päätteeksi. Vertailun vuoksi voisi olla myös opetusryhmä, jolle opetettaisiin samat asiat perinteisin opettajajohtoisin keinoin. Näin opetusmenetelmän todellisen hyödyn tutkiminen vaatisi kokonaisuudessaan pidempää tutkimusjaksoa, kuin mitä tässä tutkimuksessa suorittamamme aineistonkeruu oli. Toisaalta tutkijoiden tulee muistaa, että opetusmenetelmän hyötyä voidaan tarkkailla myös sen muiden tuomien positiivisten vaikutusten kuin oppimistulosten kautta.

Myös iän vaikutusta matematiikan kielentämiseen voisi tutkia. Löytyykö esimerkiksi suosituksia ikäryhmistä, joilla suullinen tai kirjallinen kielentäminen toimii parhaiten. Tutkimusryhmämme koostui viidesluokkalaisista oppilaista, joiden suullinen ilmaisu on jo hyvin tietoista. Toisaalta tämä tietoisuus itsestä saattaa rajoittaa oppilaiden ääneen pohtimista nolatuksi tulemisen pelossa. Lisäksi mielenkiintoista olisi tutkia, minkälaisissa matemaattisissa tehtävissä erityisesti suullinen tai kirjallinen kielentäminen auttaa oppilasta. Yksi tutkimussuunta olisi tutkia, kuinka laajasti äidinkieltä voi käyttää hyödyksi matematiikan opetuksessa ja päinvastoin. Lisäksi suullisen kielentämisen käyttöä muidenkin oppiaineiden opetuksessa voisi tutkia.

Suullisen kielentämisen monipuolinen hyödyntäminen ja sen uusien käyttötapojen luominen tulevat olemaan meille tutkijoina ja opettajina henkilökohtaisena haasteena työelämään päästessämme. Tutkimusta tehdessämme olemme ymmärtäneet, että opetusmetodien jatkuva arviointi ja kehittäminen ovat tärkeitä jokaisen opettajan työssä. Tulevina luokanopettajina koemme lasten kokonaisvaltaisen hyvinvoinnin ja kasvun tärkeämmäksi kuin vaikkapa yksittäisten laskusuoritteiden osaamisen. Kuitenkin peruslaskutoimitusten osaaminen ja ajattelun monipuolinen ja syvälinen kehittyminen ovat tärkeitä tekijöinä rakentamassa tätä kokonaisvaltaista hyvinvointia. Varsinkin matematiikan suullisella kielentämisellä voimme tukea monipuolisesti oppilaiden vuorovaikutustaitoja, parempaa kouluviihtyvyyttä sekä positiivisen itsetunnon kehittymistä. Matematiikan suullisen kielentämisen käytänteet ovat vasta alkutekijöissään, mutta tutkijoiden töiden sekä luokanopettajien kokeiluiden avulla suullinen kielentäminen voi löytää paikkansa yhtenä perusopetuksessa käytettävistä opetusmuodoista.

# LÄHTEET

- Aho L., Koulutus, opetus ja oppiminen Teoksessa M. Julkunen (toim. ) Opetus, oppiminen, vuorovaikutus. Helsinki: WSOY, 14-30
- Autonen, P. & Melartin, A. 2004. "Hei, kielennetään matematiikkaa". Toimintatutkimus matematiikan kielentämisestä esiopetusryhmässä. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinnan toimipaikka. Pro gradu -tutkielma.
- Eskola, J. & Suoranta, J. 2005. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Tampere: Vastapaino.
- Forsblom, K. 2003. "Jee! Meillä on geometriaa!" Oppimateriaali geometrisen ajattelun kehittämiseen. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinnan toimipaikka. Pro gradu -tutkielma.
- Grönfors, M. 1982. Kvalitatiiviset kenttätömenetelmät. Juva: WSOY.
- Haapasalo, L. 1994. Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu. Jyväskylä: tmi Medusa-Software.
- Hannula, M. 1996. Tyttöjen ja poikien itseluottamus matematiikassa peruskoulun päättyessä. Teoksessa S. Tella (toim.) Nautinnon lähteillä – Aineen opettaminen ja luovuus. Ainedidaktiikan symposiumi Helsingissä 2.2.1996. Tutkimuksia 163. Helsingin yliopisto, opettajankoulutuslaitos. 319–326.
- Hannula, M. 2001. Tytöt, pojat ja matematiikka. Mitä matematiikan opettajan tulee tietää tytöistä ja pojista. Viitattu 22.3.2010.  
<http://tina.tkk.fi/tietopankki/hannula>
- Hannula M., Kupari P. & Räsänen P. 1998. Matematiikka ja sukupuoli. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki instituutti, 189-215.
- Hiidenmaa, P. 2000. Poimintoja virkakielen rekisteristä. Teoksessa V. Heikkinen, P. Hiidenmaa & U. Tiililä (toim.) Teksti työnä, virka kielenä. Tampere: Yliopistokustannus, 35-62.
- Hirsjärvi, S., & Hurme, H. 2000. Tutkimushaastattelu – Teemahaastattelun teoria ja käytäntö. Helsinki: Yliopistopaino.
- Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2009. Tutki ja kirjoita. Helsinki: Tammi.
- Høines, M. J. 2000. Matematik som språk. Verksamhetsteoretiska perspektiv. Malmö: Liber AB.
- Iivonen A., Leiwo M. 2009. Puheen ja fonologian suhde. Teoksessa O. Aaltonen, R. Aulanko, A. Iivonen, A. Klippi, & M. Vainio (toim.) Puhuva ihminen. Helsinki: Otava, 59-67.
- Ilmavirta R., 2003. Miten saadaan opetettua matematiikkaa ymmärryksellä? Teoksessa Projekteja ja prosesseja: opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 8. Hämeenlinna: Hämeenlinnan normaalikoulu, 15-27.

Ilves, M. 2005. Ääneenajattelu. Teoksessa S. Ovaska, A. Aula, & P. Majaranta (toim.) Käytettävyydestutkimuksen menetelmät. Tampere: Tampereen yliopisto, Tietojenkäsittelytieteiden laitos, 209-222. Viitattu 15.4.2011

<http://www.cs.uta.fi/usabsem/luvut/14-Ilves.pdf>

Joutsenlahti, J. 2003a. Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.) Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisusarja B:72, 188–196.

Joutsenlahti, J. 2003b. Matemaattinen ajattelu ja kieli – mielenkiintoinen ulottuvuus uudessa opetussuunnitelmassa. Teoksessa Projekteja ja prosesseja opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 8. Hämeenlinna: Hämeenlinnan normaalikoulu, 3–12.

Joutsenlahti, J. 2009. Matematiikan kielentäminen kirjallisessa työskentelyssä. Teoksessa R. Kaasila (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.-8.11.2008. Lapin yliopisto. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9, 71–86.

Joutsenlahti, J. 2010. Matematiikan kirjallinen kielentäminen lukiomatematiikassa. Teoksessa M. Asikainen, P. E. Hirvonen ja Kari Sormunen (toim.) Ajankohtaista matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkimuksessa. Joensuu: University of Eastern Finland. Reports and Studies in Education, Humanities, and Theology 1, 3-15.

Joutsenlahti, J., Kulju, P. 2010. Kieliteoreettinen lähestymistapa koulumatematiikan sanallisiin tehtäviin ja niiden kielennettyihin ratkaisuihin. Teoksessa E. Ropo, H. Silfverberg & T. Soini (toim.) Toisensa kohtaavat ainedidaktikat. Ainedidaktikan symposiumi Tampereella 13.2.2009. Tampere: Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja. A 31, 77-89.

Kaasila, R. 1997. Konstruktivismien eri muodot matematiikan opetuksessa peruskoulun ala-asteella. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä julkaisuja B. Tutkimusraportteja ja selvityksiä 26.

Kinnunen, R., & Vauras, M. 1998. Matemaattisten ongelmien ratkaisutaito ala-asteella. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki instituutti, 269–282.

Koponen R. 1992. Matematiikan didaktiikkaa luokanopettajille. Jyväskylä: Atena Kustannus Oy.

Koppinen, M-L., Lyytinen, P., Rasku-Puttonen, H. 1989. Lapsen kieli ja vuorovaikutustaidot. Helsinki: Kirjayhtymä.

Kupari P.1990. Menetelmällinen ja käsitteellinen tieto koulumatematiikan opetuksessa. Teoksessa P. Kupari, H. Korhonen. Ymmärrystä yhtälöiden oppimiseen.

Kupari, P. 1998. Mitä matematiikasta opitaan koulussa? Valtakunnallisten arviointien tuloksia. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki instituutti, 216–237.

Kupari, P. 2009. Suomalaisen perusopetuksen tavoitteet ja tuntijaon toimivuus Pisa-arviointien tulosten valossa. Viitattu 30.3.2010

[http://www.oph.fi/instancedata/prime\\_product\\_julkaisu/oph/embeds/115718\\_Kupari.pdf](http://www.oph.fi/instancedata/prime_product_julkaisu/oph/embeds/115718_Kupari.pdf)

Laine, T. 2007. Miten kokemusta voidaan tutkia? Fenomenologinen näkökulma. Teoksessa J. Aaltola, R. Valli (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2 – näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. Jyväskylä: PS-Kustannus, 28-45.

Lee, C. 2006. Language for learning mathematics. Assessment for learning in practise. Maidenhead: Open University Press.

Lehtinen, E. Kuusinen, J. 2001. Kasvatuspsykologia. Helsinki: WSOY.

Leino, J. 1998. Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki instituutti, 39-51.

Leppäaho, H. 2007. Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa. Ongelmaratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 298. Jyväskylän yliopisto.

Lindgren, S. 1990. Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opiskelussa: matikkatupakokeilu peruskoulun toisella luokalla. Tampere: Tampereen yliopisto.

Linnanmäki, K. 1998. Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki instituutti, 283-300.

Luukka, M-R. 2002. M.A.K. Halliday ja systeemis-funktionaalinen kielitiede. Teoksessa H. Dufva. M. Lähteenmäki (toim.) Kielentutkimuksen klassikoita. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto, 89-123.

Malaty G. 1981. Matematiikan käsitteiden ymmärtämistaso ja sen määrittäminen. Teoksessa Matemaattisten aineiden aikakauskirja 1981, vihko 4, 286-295. Suom. Jarkko Leino.

Viitattu 5.12.2011.

<http://www.docstoc.com/docs/24015170/Matemaattisetk%C3%A4sitteetymm%C3%A4rt%C3%A4minen-ja-sen-merkitys>

Mansikka-aho J. & Sirén S. 2010. Mieti uudelleen ja sano! Viidennen luokan oppilaiden matematiikan suullinen kielentäminen parityöskentelyssä. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinnan toimipaikka. Kandidaatintutkielma.

Metsämuuronen J. 2006. Laadullisen tutkimuksen perusteet. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.) Laadullisen tutkimuksen käsikirja. Helsinki: International Methelp, 80-148.

Morgan, C. 2001. The place of pupil writing in learning, teaching and assessing mathematics. Teoksessa P. Gates (toim.) Issues in mathematics teaching. London: RoutledgeFalmer, 232–244.

Mäcklin, J. & Nikula, M. 2010. Matemaattisen ajattelun kirjallinen kielentäminen matemaattisen ongelman ratkaisuvälineenä. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinnan toimipaikka. Pro gradu -tutkielma.

Männistö, J. 1995. Matemaattiset käsitteet kouluopetuksessa. Tampere: Tampereen yliopisto.

- Näätänen, M. 2001. Unkarilaisesta matematiikan opetuksesta Suomessa ja Englannissa. Viitattu 30.3.2010.  
<http://solmu.math.helsinki.fi/2001/2/naatanen1.html>
- Oinonen, L. & Takaniemi, J. 2005. "Kesken selityksen tulee ahaa-elämys". Tutkimus perusopetuksen 3.–5. luokkalaisten matematiikkakuvista ja kielentämisestä. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinnan toimipaikka. Pro gradu -tutkielma.
- Opetushallitus. 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. Viitattu 20.2.2010.  
[http://www.oph.fi/ops/perusopetus/pops\\_web.pdf](http://www.oph.fi/ops/perusopetus/pops_web.pdf)
- Opetushallitus 2007. Lehdistöiedote: Tytöt osaavat äidinkieltä paremmin jo alaluokilla. Viitattu 24.03.2010.  
<http://www.oph.fi/lehdistotiedotteet/2007/050>
- Paechter, C. 2001. Gender, reason and emotion in secondary mathematics classrooms. Teoksessa P. Gates (toim.) Issues in mathematics teaching. New York: Routledge Falmer.
- Pehkonen, E. 1996. Peruskoulun oppimistuloksia tasa-arvonäkökulmasta: Tytöt, pojat ja matematiikka. Teoksessa (toim.) R. Jakku-Sihvonen, A. Lindsröm, S. Lipsanen. Toteuttaako peruskoulu tasa-arvoa? Helsinki: Opetushallitus.
- Rinne, R., Kivirauma, J. & Lehtinen, E. 2004. Johdatus kasvatustieteisiin. Helsinki: WSOY.
- Rowland, T. 1995. Between the lines: The languages of mathematics. Teoksessa J. Anghileri (toim.) Childrens mathematical thinking in the primary years – perspectives on children's learning. London: Cassel.
- Saari, S. 1994. Tietokoneavusteisten ohjelmien käyttö tutkimusaineiston kvalitatiivisessa analyysissä. Teoksessa L. Syrjälä, S. Ahonen, E. Syrjäläinen, S. Saari. Laadullisen tutkimuksen työtapa. Helsinki: Kirjayhtymä, 161-185.
- Schleppegrell, M. J. 2010. Language in mathematics teaching and learning. Teoksessa J. N. Moschkovich (toim.) Language and Mathematics Education - Multiple Perspectives and Directions for Research. University of California at Santa Cruz, 73-112.
- Silius, K., Pohjolainen, S., Miilumäki, T., Kangas, J. & Joutsenlahti, J. 2011. Korkeakoulumatematiikka teekkarin kompastuskivenä? Teoksessa M. Mäkinen, V. Korhonen, J. Annala, P. Kalli, P. Svärd, V-M. Värri. Korkeajännityksiä - kohti osallisuutta luovaa korkeakoulutusta. Tampere: Tampere University Press, 242-265.
- Solano-Flores, G. 2010. Function and Form in Research on Language and Mathematics Education. Teoksessa J. N. Moschkovich (toim.) Language and Mathematics Education - Multiple Perspectives and Directions for Research. University of California at Santa Cruz, 113-149.
- Sorvali, T. 2004. Miten matematiikka taipuu opettajankoulutuksen tarpeisiin? Teoksessa J. Enkenberg, E. Savolainen & P. Väisänen (toim.) Tutkiva opettajankoulutus - Taitava opettaja. Savonlinnan opettajakoulutuslaitos, 108-117. Viitattu 15.11.2011  
<http://sokl.joensuu.fi/verkkojulkaisut/tutkivaope/sorvali.htm>

Tainio, L. 2007. Miten tutkia luokkahuoneen vuorovaikutusta keskusteluanalyysin keinoin? Teoksessa L. Tainio (toim.) Vuorovaikutusta luokkahuoneessa – näkökulmana keskusteluanalyysi. Helsinki: Gaudeamus, 15–58.

Tikkanen, P. 2008. "Helpompaa ja hauskempaa kuin luulin" Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 337.

Tossavainen, T. & Sorvali, T. 2003. Matematiikka, koulumatematiikka ja didaktinen matematiikka. Tieteessä tapahtuu 8/2003. Viitattu 9.10.2011.  
<http://www.tieteessatapahtuu.fi/038/tossavainensorvali.pdf>

Tuomi J. & Sarajärvi A. 2002. Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Tammi.

Turkia, N. 2007. Pienryhmäkeskustelun toimintajaksot. Teoksessa L. Tainio (toim.) Vuorovaikutusta luokkahuoneessa – näkökulmana keskusteluanalyysi. Helsinki: Gaudeamus, 210–238.

Yrjönsuuri, R. 1994. Opiskelulla laatua matematiikan oppimiseen. Helsinki: Yliopistopaino

Yrjönsuuri, R. 1998. Opiskelun taidon ja matematiikan osaamisen arvioiminen. Helsingin opetusvirasto: Julkaisu A12/1998.

Yrjönsuuri, R. 2007. Matematiikka mieluisaksi. Psykologinen lähestymistapa opetukseen ja opiskeluun sekä matemaattisen ajattelun osaamisen arviointiin. Helsinki: Oppilo.

Zevenbergen, R. 2000. "Cracking the code" of mathematics classrooms: School success as a function on linguistic, social, and cultural background. Teoksessa J. Boaler (toim.) Multiple perspectives on mathematics teaching and learning. Westport, CT: Ablex Publishing, 201–223.



1. Kerro ja esitä parillesi murtolukukakkujen avulla, miten supistat seuraavat luvut samannimisiksi. Laske lasku ja havainnollista laskemistasi murtolukukakkujen avulla parillesi.

A.

$$\frac{4}{12} + \frac{2}{6}$$

B.

$$\frac{5}{10} + \frac{4}{8}$$

2. Pohdi parisi kanssa murtolukukakkujen avulla, miten saat seuraavat luvut samannimisiksi (laventamalla). Laskekaa lasku ja havainnollistakaa laskemista murtolukukakkujen avulla.

A.

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$$

B.

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{4}$$

## Geometria

1. ympyrän halkaisija
2. ympyrän säde
3. ympyrän sektori
4. suorakulmainen kolmio
5. tylppäkulmainen kolmio
6. tasakylkinen kolmio
7. teräväkulmainen kolmio
8. monikulmion piiri
9. suunnikas
10. neliö
11. nelikulmio
12. suorakulmio
13. ympyrälieriö
14. yhdensuuntaiset suorat
15. kohtisuorat suorat
16. leikkaavat suorat
17. tilavuus
18. pinta-ala
19. mittakaava

## Algebra

1. summa
2. erotus
3. tulo
4. osamäärä
5. jakojäännös
6. jakaja
7. kertoja
8. muistinumero
9. lainaaminen
10. murtoluku
11. kokonaisluku
12. sekaluku
13. negatiivinen luku
14. supistaminen
15. laventaminen
16. luvun pyöristäminen
17. jakokulma
18. kertolasku
19. laskujärjestys
20. yhtälö
21. desimaaliluku
22. koordinaatisto
23. lauseke

Nimi: \_\_\_\_\_

Ympyröi sopivin vaihtoehto.

1. Onko sinulla mahdollisuutta kertoa ääneen matematiikan tehtävien ratkaisuja tai ajatuksia tehtävästä koko luokalle?  
päivittäin / ainakin kerran viikossa / harvemmin / ei ollenkaan
2. Onko sinun helppoa kertoa ääneen matematiikan tehtävien ratkaisuja koko luokalle?  
erittäin helppoa / helppoa / toisinaan hankalaa / vaikeaa
3. Onko sinulla mahdollisuus kertoa ääneen matematiikan tehtävien ratkaisuja tai ajatuksia tehtävästä parille tai pienelle ryhmälle?  
päivittäin / ainakin kerran viikossa / harvemmin / ei ollenkaan
4. Onko sinun helppoa kertoa ääneen matematiikan tehtävien ratkaisuja parille tai pienelle ryhmälle?  
erittäin helppoa / helppoa / toisinaan hankalaa / vaikeaa
5. Uskotko kaverin hyötyvät, kun selität ääneen oman ratkaisusi matematiikan ongelmaan?  
aina / useasti / harvoin / ei koskaan
6. Onko sinun helppoa ymmärtää kaverin selitystä tehtävästä?  
erittäin helppoa / helppoa / toisinaan hankalaa / vaikeaa
7. Koetko kaverin selityksestä olevan sinulle hyötyä?  
aina / useasti / harvoin / ei koskaan
8. Onko sinun helpompi ymmärtää opettajan vai kaverin selitystä matematiikan tehtävän ratkaisusta?  
yleensä opettajan / kummastakin ymmärrän yhtä hyvin / yleensä kaverin
9. Uskotko, että opettajalle on jotain hyötyä siitä, kun kerrot ääneen oman ratkaisusi matematiikan tehtävään?  
hyötyy aina / hyötyy useasti / hyötyy harvoin / ei mitään hyötyä

Hei,

Olemme neljännen vuosikurssin opiskelijoita Hämeenlinnan OKL:sta ja teemme graduamme matematiikan suullisesta kielentämisestä matematiikan didaktiikan lehtorin Jorma Joutsenlahden ohjauksessa. Gradu on osa Sanan lasku -projektia, johon teimme viime vuonna kandidaatintutkielmamme. Tarkoituksemme on laajentaa kandityömme graduksi.

Tutkimme kandidaatintutkielmassamme viidesluokkalaisten oppilaiden matematiikan suullista kielentämistä parityöskentelyssä. Keräsimme aineiston videokuvaamalla oppilaiden työskentelyä erilaisten matemaattisten ongelmien parissa. Yksi esille tullut näkökulma tutkimuksessamme oli suullisen kielentämisen käyttö oppimisprosessin arvioinnin ja opetuksen suunnittelun apuvälineenä. Tämä muodostaa yhden tutkimuskysymyksen gradussamme ja siksi toivomme, että voisitte vastata näihin muutamiin suullisen kielentämisen käyttöä koskeviin kysymyksiin, jotka löytyvät e-lomakkeesta alla olevan linkin takaa.

Kiitos vaivannäöstänne!

Ystävällisin terveisin, Jaana Mansikka-aho ja Saara Sirén

1. Kuinka käytät suullista kielentämistä matematiikan tunneilla? Anna jokin käytännön esimerkki.
2. Koetko suullisen kielentämisen käytön luonnollisena osana matematiikan oppitunteja? Anna esimerkkejä milloin se toimii parhaiten, milloin taas ei?
3. Koetko suullisen kielentämisen käytön luonnollisena osana matematiikan oppitunteja? Anna esimerkkejä milloin se toimii parhaiten, milloin taas ei?
4. Miten suullista kielentämistä on mielestäsi mahdollista käyttää arvioinnin tukena ja minkälaisissa asioissa?
5. Miten mielestäsi oppilaiden suullisesta kielentämisestä saatuja tietoja on mahdollista hyödyntää opetuksen suunnittelussa?

**Liite 5: Kirje tutkimukseen valittujen oppilaiden vanhemmille**

Hei,

Olemme neljännen vuosikurssin opiskelijoita OKL:sta, ja teemme pro gradu -tutkielmaamme matematiikan suullisesta kielentämisestä matematiikan didaktikko Jorma Joutsenlahden ohjauksessa. Tarkoituksena on pitää kahdeksalle oppilaalle muutama matematiikan toiminnallinen tunti viikolla 12, joissa oppilaat toimivat pareittain sekä ryhmissä matematiikan tehtävien parissa. Videokuvaamme tunnit, jotta aineiston tutkiminen olisi helpompaa. Emme käytä tutkimuksessa oppilaista nimiä eikä kuvaamaamme materiaalia julkaista. Tutkimuksessa selviää ainoastaan oppilaan sukupuoli ja luokka-aste. Tunteja pidetään yhteensä kolmena päivänä, noin kuusi tuntia kokonaisuudessaan. Lisäksi haastattelemme osaa oppilaista lyhyesti viimeisen kerran jälkeen.

Toivoisimme, että lapsenne voi osallistua tutkimukseemme. Jos ette kuitenkaan halua, että lapsenne osallistuu tutkimukseen, voisitteko olla meihin yhteydessä mahdollisimman pian, jotta saamme järjestettyä tilalle toisen oppilaan.

Ystävällisin terveisin

Saara Sirén ja Jaana Mansikka-aho