

Toiminnallisuutta matematiikan opetukseen
- Montessorista Matikkamaahan

Tampereen yliopisto
Kasvatustieteiden tiedekunta
Opettajankoulutuslaitos
Pro gradu –tutkielma
Sirpa Ryöti
Huhtikuu 2010

Tampereen yliopisto

Kasvatustieteiden tiedekunta

Opettajankoulutuslaitos

RYÖTI, SIRPA: Toiminnallisuutta matematiikan opetukseen – Montessorista Matikkamaahan

Pro gradu –tutkielma, 66 sivua, 2 liitesivua

Tässä tutkielmassa on pyritty selvittämään suomalaisen matematiikanopetuksen kehittämistarpeita ja toiminnallisuutta kehittämisen keinona. Vaikka Suomen koululaiset ovat menestyneet hyvin Pisa-tutkimuksissa ja yleisen käsityksen mukaan suomalaislasten laskutaidot ovat hyvät, oppilaiden asenteet matematiikan opiskelua kohtaan ovat usein negatiivisia. Laskeminen on usein mekaanista suorittamista, joka unohtuu käytön puutteessa. Integraation ja inklusion myötä yhä useammat erityisoppilaat siirtyvät yleisopetukseen, mikä asettaa entistä suuremmat haasteet myös matematiikan opetukselle.

Tutkielma on toteutettu kvalitatiivisena tapaustutkimuksena, jossa teorian ja empiirisen osan avulla on haettu vastauksia seuraaviin tutkimustehtäviin: Millaisia kehittämistarpeita matematiikan opetuksessa ja matematiikkakäsityksissä on, miten toiminnallisuus voisi parantaa opetusta ja mitä ongelmia toiminnallisuuden lisäämisessä on? Tapaustutkimukselle luonteenomaista on monipuolinen tiedonhankinta tutkittavasta tapauksesta ja pyrkimys ilmiön ymmärtämiseen yleistettävien teorioiden sijaan. Tapauksena tässä tutkielmassa on kunnan Matikkamaa-hanke.

Teoriaosuudessa käsitellään suomalaista matematiikan opetussuunnitelmaa. Kirjoitetun opetussuunnitelman ohella tarkastellaan koettua opetussuunnitelmaa ja matematiikkakuvaa, jotka poikkeavat toisinaan paljonkin kirjoitetusta opetussuunnitelmasta sekä matematiikan oppimisvaikeuksia. Lisäksi käsitellään Montessoripedagogiikkaa sekä Varga-Neményi –menetelmää eli unkarilaista matematiikanopetusta. Tämän tutkielman tutkittavana tapauksena on Matikkamaa-hanke, jota käsitellään sekä teoriassa että empiirisessä osuudessa. Empiiristä osaa varten toteutettiin e-lomakkeella kyselyt sekä Matikkamaiden yhteyshenkilöille että Varga-Neményi –kurssin osallistujille. Lisäksi lähetettiin sähköpostikyselyt toiminnallisen matematiikan kouluttajalle ja erään kunnan Matikkamaan perustajille, joilta saatiin tietoa hankkeesta myös suullisesti.

Matikkamaa-hankkeiden ja toiminnallisen matematiikan koulutusten odotettiin tarjoavan konkreettisia keinoja kehittää opetustyötä, lisäävän oppilaiden kiinnostusta matematiikkaa kohtaan sekä parantavan asenteita ja oppimistuloksia. Matikkamaa-hankkeiden tavallisimpia toimintamuotoja ovat erilaiset toiminnallisen matematiikan koulutukset ja toimintavälineiden lainaus matematiikan opetukseen. Yhteistyö koulujen kanssa on ollut monipuolista. Tutkimuksen perusteella Matikkamaa-hankkeisiin ja toiminnallisen matematiikan koulutuksiin on oltu tyytyväisiä. Koulutus on avartanut käsityksiä matematiikasta ja sen oppimisesta ja auttanut kehittämään opetustyötä monipuolisemmaksi ja oppilaslähtöisemmäksi. Monet ovat huomanneet positiivisia muutoksia myös oppimisessa ja oppilaiden asenteissa matematiikkaa kohtaan. Matikkamaiden toiminnassa suurimpia ongelmia näyttävät olevan määrärahojen ja aktiivisten henkilöiden puute. Työmäärä keskittyy usein yhdelle tai parille ihmiselle, eikä rahallista korvausta juurikaan ole tarjolla. Lama-aikana kunnat säätelevät entistä tarkemmin rahan käyttöä, joten koulutusten järjestelyistä ja välineistäkin joudutaan tinkimään. Haastavaa on myös saada osa opettajista vakuutettua toiminnallisuuden matematiikan opetukselle tuomista eduista.

SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO.....	1
2. TUTKIMUKSEN TOTEUTUS.....	3
2.1. Aiemmat tutkimukset	3
2.2. Tutkimustehtävät ja tutkimuksen rajausta.....	4
2.3. Tapaustutkimus ja laadullinen tutkimus.....	5
2.4. Tutkielman rakenne.....	6
3. SUOMALAINEN MATEMATIIKAN OPETUS	8
3.1. Opetussuunnitelma	8
3.2. Esiopetuksen ja peruskoulun matematiikan opetussuunnitelman perusteet.....	9
3.3. Matematiikan opetussuunnitelman toteutuminen.....	11
3.3.1. Kansallinen arviointi	11
3.3.2. Kansainvälinen arviointi	12
3.4. Koettu matematiikan opetussuunnitelma	13
3.5. Matematiikkakuva	18
3.6. Matematiikan oppimisvaikeudet	19
3.6.1. Oppimisvaikeudet opetuksen haasteena.....	19
3.6.2. Matematiikan oppimisvaikeuksien neuropsykologinen näkökulma.....	20
3.6.3. Matematiikan oppimisvaikeuksien kuntouttaminen	21
4. TOIMINNALLINEN MATEMATIIKAN OPETUS	23
4.1. Toiminnallisen matematiikan opetuksen taustaa.....	23
4.2. Montessoripedagogiikka	24
4.2.1. Montessoripedagogiikan taustaa	24
4.2.2. Lapsen kehityskaudet.....	27
4.2.2.1. Kehityskausien merkitys.....	27
4.2.2.2. Ensimmäinen kehityskausi	28
4.2.2.3. Toinen kehityskausi	29
4.2.2.4. Kolmas kehityskausi	30
4.2.2.5. Neljäs kehityskausi	32
4.2.3. Montessorin käsitys lapsen matemaattisesta kehityksestä.....	33
4.2.4. Montessoriopetus	34
4.3. Unkarilainen matematiikanopetus.....	35
4.3.1. Unkarilaisen matematiikan eli Varga- Neményi -menetelmän taustaa.....	35
4.3.2. Matematiikan opetus Varga-Neményi -menetelmällä	36
4.3.2.1. Peruseriaatteita.....	36

4.3.2.2.	Matematiikka yhtenäisenä rakennelmana.....	39
4.4.	Montessoripedagogiikan ja Varga-Neményi –menetelmän vertailua	41
4.5.	Matikkamaa	43
5.	TUTKIMUKSEN EMPIIRISEN OSAN TOTEUTUS JA TULOKSET	45
5.1.	Aineiston keruu ja analysointi	45
5.2.	Tutkimustulosten tarkastelua.....	46
5.2.1.	Paikallinen Matikkamaa-hanke	46
5.2.1.1.	Eritysisopettajan näkemys hankkeen toteutumisesta	46
5.2.1.2.	Matematiikan lehtorin näkemys hankkeen toteutumisesta	47
5.2.2.	Muut Matikkamaa-hankkeet	49
5.2.2.1.	Matikkamaa-kyselyn tulokset.....	49
5.2.2.2.	Tietopalvelusihteerin näkemys Matikkamaa-hankkeen toteutuksesta.....	51
5.2.3.	Varga- Neményi –kurssin palaute.....	54
5.2.3.1.	Opettajien ja varhaiskasvattajien näkemyksiä kurssista	54
5.2.3.2.	Kouluttajan näkemyksiä kurssista	58
6.	JOHTOPÄÄTÖKSET	59
6.1.	Yhteenvedo tutkimustuloksista	59
6.2.	Tutkimuksen luotettavuus	60
6.3.	Pohdintaa.....	61
	LÄHTEET	64

LIITTEET

1. JOHDANTO

Vaikka Suomen koululaiset ovat menestyneet hyvin Pisa-tutkimuksissa ja yleisen käsityksen mukaan suomalaislasten laskutaidot ovat hyvät, ei kaikki tutkimus eikä käytännön kokemus tue tätä käsitystä. Peruskoulun päättövaiheessa valitettavan suuri osa oppilaista siirtyy jatkokoulutukseen hallitsematta kunnolla peruslaskutoimituksia. Erityisesti ammatilliselle puolelle hakeudutaan usein heikoilla matematiikan keskiarvoilla. Oppilaat ovat oppineet kokonaislukujen ja desimaalilukujen yhteenlaskun ja vähennyslaskun, kertolaskun ja jakolaskun jo alaluokilla, mutta yhdeksännen luokan jälkeen ne tuottavat kuitenkin ongelmia jopa viidesosalle nuorista. Erityisen paljon tehdään menetelmällisiä virheitä. Monet oppilaat sekoittavat laskusääntöjä keskenään, eivätkä ymmärrä kymmenjärjestelmään perustuvan paikkajärjestelmän mukaista lukujen asettelua. Laskutoimitusten hallinnan puute saattaa johtua siitä, että laskualgoritmeja ei ole alun alkaenkaan opetettu ymmärtämään, vaan ainoastaan suorittamaan. Osaltaan tämä voi johtua opettajan tavasta opettaa, joka on saattanut olla mekaanista laskemista ilman matemaattisten struktuurien ymmärtämistä. (Ilveskoski & Suvilehto 2004.)

Matematiikkaa pidetäänkin usein laskutaitona eikä niinkään matemaattisena, loogisena ajatteluna. Kansakoulussa opetettiin aikanaan laskemista ja mittaamista, mutta edelleenkin vain pieni osa matematiikasta mahtuu kouluopetukseen. Kahanpää vertaa matematiikkaa suureen puuhun, jonka monihaarisilla oksilla on vahva yhtenäinen runko ja voimakkaat juuret maan alla. Juurista yksi on hänen mukaansa logiikka, josta pinnalle pilkottavat päättelytaito ja kriittisyys. Oksista osa on tunnettu jo esihistoriallisena aikana, mutta vasta Kreikan kulttuurissa huomattiin ensimmäistä kertaa osia rungosta alettaessa perustella, miksi toiset väitteet olivat tosia ja toiset eivät. Samalla matematiikasta muodostui järjestelmä. (Kahanpää 2001, 8.)

Peruslaskutoimitusten ymmärtäminen edellyttäisi lukujen rakenteiden ja niiden välisten yhteyksien sisäistämistä. Näiden jäädessä epäselviksi, laskemisesta tulee mekaanista suorittamista, joka unohtuu käytön puutteessa. Oma tutustuminen matematiikan toiminnalliseen oppimiseen vahvisti käsitystä siitä, että toiminnallisuuden ja visuaalisten elementtien tuominen matematiikkaan voisi auttaa luvuista syntyvien mielikuvien rakentamisessa ja sitä kautta matematiikan säännönmukaisuuksien

ymmärtämisessä. Matematiikan rakenne on monella tapaa hyvin johdonmukainen, mitä enemmän sitä hallitsee, sen helpompi on myös oppia lisää.

Integraation ja inklusion myötä yhä useammat erityisoppilaat siirtyvät yleisopetukseen, mikä asettaa entistä suuremmat haasteet myös matematiikan opetukselle. Matematiikan oppimisvaikeudet ilmenevät joko erillisinä tai yhdessä muiden oppimisvaikeuksien kanssa. Niiden tausta voi olla motivaatioon tai sosiaalisiin tekijöihin liittyvä, mutta myös aivoperäinen. Oppilaille, joilla ei ole aivoperäisiä matematiikan oppimisvaikeuksia, saattaa kuitenkin olla motivaatio- tai asenneongelmia tai tarkkavaisuushäiriöitä, jotka vaikeuttavat oppimista. Uusien opiskelutapojen tuominen matematiikan opetukseen on avannut ovia matematiikan maailmaan myös näille oppilaille. Toiminnallisuutta matematiikan opetukseen lisäämällä voidaan erilaiset oppimistyyliä huomioida opetuksessa paremmin ja kehittää oppilaiden loogista ajattelua. Toiminnallisuuden ei tulisi kuitenkaan olla itseisarvo vaan sen lisääntymisen tulisi näkyä parempina oppimistuloksina sekä myönteisempinä asenteina matematiikkaa kohtaan.

2. TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

2.1. Aiemmat tutkimukset

Toiminnallinen matematiikanopetus on ajankohtainen aihe ja sitä onkin viime aikoina tutkittu erityisesti unkarilaisen matematiikan opetuksen osalta. Ráty-Záborszky ja Tikkanen ovat käsitelleet unkarilaista matematiikan opetusta väitöstutkimuksissaan. Ráty-Záborszky'n tutkimuksessa aihetta lähestyttiin opettajan ja oppikirjan tekijöiden näkökulmasta, kun taas Tikkasen väitös edusti oppilaiden näkemyksiä. Myös Näätänen ja Matikainen ovat tutkineet unkarilaisen matematiikan toteutusta Suomessa. Näiden tutkimusten havaintoja käsitellään myöhemmin tässä työssä.

Liimatainen toteutti pro gradu -tutkielmansa yhteydessä toiminnallisen matematiikan opetuskokeilun peruskoulun 1-2 -luokalla. Toiminnallisuutta lisäämällä pyrittiin kehittämään oppilaiden matemaattisia valmiuksia, erityisesti lukukäsitettä ja lukujonotaitoja. Liimatainen mainitsi tavoitteikseen oman opettajuuden kehittämisen sekä oppimisvaikeuksien ennaltaehkäisyn. Kokeilun tulokset olivat positiivisia ja toiminnallisten menetelmien käyttöön rohkaisevia. (Liimatainen 2000, 66–67.)

Kauppila ja Tenkanen puolestaan analysoivat pro gradu -tutkielmassaan matematiikan oppikirjoja vertailemalla Varga-Neményi -menetelmään perustuvaa oppikirjaa perinteisempiin matematiikan oppikirjoihin. Heidän havaintojensa perusteella Varga-Neményi -yhdistyksen kirja *Matematiikka 1b* vaikuttaa monipuoliselta ja yritteliäisyyteen kannustavalta. Se myös tukee välineiden käyttöä ja uuden matemaattisen kielen oppimista mekaanisen laskemisen sijaan. (Kauppila & Tenkanen 2008, 98.)

Lindgren on paitsi tutkinut toiminnallista matematiikanopetusta, myös kirjoittanut oppaita toiminnallisten menetelmien käytöstä. Lindgren keräsi kokemuksia matematiikan toiminnallisesta opetuksesta matikkatupakokeilullaan jo 1980-luvulla. Matikkatuvan käsitteeseen sisältyy matematiikan opiskeluun varattu tila, jossa oppilaiden käytössä on runsaasti eritasoista toimintamateriaalia sekä oppimisen filosofia, missä uskotaan oppilaiden oman aktiivisuuden keskeiseen merkitykseen. (Lindgren 1990, 28.)

Lindgrenin matikkatupakokeilussa opettaja esitteli yhden tai muutaman toimintamateriaalin tai pelin tunnin alussa, jonka jälkeen peruskoulun toisen luokan oppilaat tekivät matemaattisia tehtäviä oman valintansa mukaan. Matikkatuvassa oltiin kerran viikossa kymmenen viikon ajan. Lindgrenin

kokeilun perusteella oppilaat kiinnostuivat matematiikasta uudella tavalla ja monen oppilaan itse-tunto parani. Matematiikan opetuksessa saatiin myös parempia tuloksia kuin perinteistä opetusta käyttäen. Toisaalta tutkimuksessa kävi myös ilmi, että täydellinen valinnan vapaus työtapojen ja välineiden suhteen ei ole tehokkain tapa oppia, sillä oppilaat eivät välttämättä osaa valita omalle taitotasolleen parhaiten sopivia välineitä. Hyvillä oppilaille oli taipumusta valita liian helppoja ja heikoilla liian vaikeita tehtäviä. Erillisen matikkatuvan eli matematiikanopetukselle varatun tilan sijasta Lindgren esitti matematiikkavälineistön sijoittamista vaunuun, joka voitaisiin tuoda luokkaan ja ottaa käyttöön helposti tarvittaessa. (Lindgren 1990, 175–180.)

2.2. Tutkimustehtävät ja tutkimuksen rajaus

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää suomalaisen matematiikan opetuksen kehittämistarpeita ja toiminnallisuutta kehittämisen keinona. Tutkimuksen aihe ja tutkimustehtävät on valittu pitkälti oman kiinnostuksen kautta, mutta niiden on haluttu palvelevan myös paikallista toiminnallisen matematiikanopetuksen hanketta. Tutkimustehtäviä ja niiden alakysymyksiä ovat:

1. Millaisia kehittämistarpeita matematiikanopetuksessa ja matematiikkakäsityksissä on?
 - Millaisia ovat matematiikan oppimistulokset?
 - Millaisia ovat matematiikkakäsitykset sekä asenteet matematiikkaa ja sen opetusta kohtaan?
2. Miten toiminnallisuus voisi parantaa opetusta?
 - Miten toiminnallisuus vaikuttaa oppimistuloksiin?
 - Miten toiminnallisuus vaikuttaa matematiikkakäsitykseen sekä asenteisiin matematiikkaa ja sen opetusta kohtaan?
3. Mitä ongelmia toiminnallisuuden lisäämisessä on?

Tämän tutkimuksen tutkimustapana tai -strategiana on tapaustutkimus, jonka avulla voidaan testata, laajentaa tai täsmentää aiemmin esitettyjä teorioita ja tutkia lisäksi uudenlaisia ilmiöitä (Laine, Bamberg & Jokinen, 9,19). Tutkimuksessa tutkittavana tapauksena on ollut erään kunnan Matikka-maa-hanke. Tapaustutkimukselle tyypilliseen tapaan teoria ja empiria nivoutuvat toisiinsa ja empii-

ristä aineistoa on kerätty usealla eri tavalla. Pyrkimyksenä on ollut enemmän asiaan perehtymisen kautta tuleva ymmärtäminen eikä niinkään yleistettävän tiedon hankkiminen.

Tutkimuksessa rajoitetaan tutkimaan varhaiskasvatuksen ja peruskoulun matematiikkakasvatusta ja -opetusta. Teoriaosuudessa toiminnallisesta matematiikanopetuksesta esitellään Montessoripedagogiikkaa, koska sitä voidaan pitää toiminnallisen opetuksen uranuurtajana ja nykyisinkin erityisesti matematiikkapainotteisena toiminnallisena pedagogiikkana. Varga-Neményi –menetelmä puolestaan on ajankohtainen Suomessa tällä hetkellä osaltaan juuri Matikkamaa-hankkeiden ansiosta, jotka pohjautuvat kyseiseen menetelmään. Menetelmä sopeutuukin hyvin käytettäväksi suomalaisen opetussuunnitelman puitteissa. Luonnollisesti myös muita toiminnallisen opetuksen suuntauksia on olemassa, mutta ne on rajattu tämän työn ulkopuolelle. Käytännön työskentelyssä moni opettaja on saattanut käyttää toiminnallisia menetelmiä tai välineitä myös ilman, että olisi luokitellut niitä osaksi tiettyä pedagogista suuntausta. Tutkimuksen empiirisessä osassa käsitellään erään Varga-Neményi –kurssin kurssipalautetta sekä Matikkamaa –hankkeen toteuttamiseen osallistuneille henkilöille tehtyä kyselymateriaalia.

2.3. Tapaustutkimus ja laadullinen tutkimus

Tapaustutkimus eli *case study* on määritelty empiiriseksi tutkimukseksi, joka sisältää lähtökohtaisesti useita tutkimusmenetelmiä. Tapaustutkimuksessa tapausta ei ymmärretä määrällisen tutkimuksen tapaan tilastolliseksi yksiköksi vaan tapauksena on usein tapahtumakulku tai ilmiö. Tarkasteltavana voi olla pieni joukko tai vain yksi tapaus, jota tutkimuksella pyritään kuvaamaan perusteellisesti ja tarkasti. Tapaustutkimuksella pyritään vastaamaan kysymyksiin *miten* ja *miksi* sekä lisäämään ymmärrystä tutkittavasta tapauksesta ja olosuhteista joiden lopputuloksena tapauksesta tuli sellainen kuin tuli. (Laine, Bamberg & Jokinen 2007, 9.)

Metsämuuronen esittää Syrjälän määritelmän, jonka mukaan tapaustutkimus on yksinkertaisesti toiminnassa olevan tapahtuman tutkimusta. Myös Syrjälän mukaan tapaustutkimukselle luonteenomaista on monipuolinen tiedonhankinta tutkittavasta tapauksesta ja pyrkimys ilmiön ymmärtämiseen. Metsämuuronen mukaan lähes kaikkea kvalitatiivista tutkimusta voidaan pitää tapaustutkimuksena. (Metsämuuronen 2000, 17–18.) Toisaalta tapaustutkimuksen teossa voidaan käyttää hy-

väksi myös kvantitatiivisen tutkimuksen menetelmiä. Tapaustutkimuksessa tapaus ja tutkimusyksikkö eivät välttämättä ole sama asia. Tapaus voi olla esimerkiksi yksilö, perhe, yhteisö, organisaatio, tapahtumasarja tai käsitteiden välinen suhde. Tapaustutkimukselle ominaisia piirteitä ovat monimetodisuuden lisäksi teorian vahva osuus ja tutkijan osallisuus ulkopuolisuuden sijaan. Kasvatustieteessä tapaustutkimusta voidaan soveltaa vaikkapa opetuksen kehittämiseen. (Saarela-Kinnunen & Eskola 2001, 161–164.) Tässä työssä tapauksena on erään kunnan Matikkamaa-hanke. Tarkoituksena on vastata tutkimustehtävän kysymyksiin käyttäen apuna sekä olemassa olevaa kirjallista materiaalia että tutkimusta varten kerättyä aineistoa.

Alasuutarin mukaan teoreettinen viitekehys tulee erottaa paikallisesta selittämisestä, joka on tutkimuksen ydin. Teoreettista viitekehystä voidaan käyttää apuna yleisempien johtopäätösten teossa. (Alasuutari 1999, 262–264.) Hypoteesien testaamista voidaan pitää myös laadulliseen tutkimukseen olennaisesti kuuluvana osana, mutta hypoteeseja ei kuitenkaan muotoilla ennakkoon vaan vasta tutkimuksen ja analyysin edetessä, kohteen tullessa tutuksi. Kenttätutkimus voi ohjata uuden aineiston keruuta ja uusien hypoteesien asettamista. (Alasuutari 1999, 269–273.) Laadullista tutkimusprosessia voidaan luonnehtia myös tutkijan oppimisprosessiksi, jossa koko tutkimuksen ajan pyritään kasvattamaan tutkijan tietoisuutta tarkasteltavana olevasta ilmiöstä ja sitä ohjailevista tekijöistä (Kiviniemi 2001, 75).

2.4. Tutkielman rakenne

Ennen kuin tässä työssä tutustutaan tarkemmin toiminnalliseen matematiikan opetukseen ja sen myötä Montessoripedagogiikkaan, Varga-Neményi –menetelmään sekä Matikkamaa-hankkeisiin, tarkastellaan suomalaista nykyisen peruskoulun opetussuunnitelman mukaista matematiikan opetusta ja oppimisen tuloksia. Opetussuunnitelmaa lähestytään virallisen, kirjoitetun opetussuunnitelman lisäksi mahdollisen, toteutettavan ja koetun opetussuunnitelman näkökulmasta. Opetussuunnitelmat elävät ja niitä muokataan monen opettajan mielestä liiankin usein. Toteutettava tai koettu opetussuunnitelma eroaa kuitenkin aina virallisesta opetussuunnitelmasta, joten opetussuunnitelmien muutokset eivät välttämättä siirry oppitunneille tai oppimistuloksiin. Vaikka opetussuunnitelmiin ja opettajien ammatilliseen koulutukseen sekä lisä- ja täydennyskoulutuksiin sisällytetään toiminnallisuutta, jää toisinaan arvailujen varaan, kuinka paljon sitä lopulta käytetään käytännön työssä. Tut-

kimustieto tukee monien arkipäivän havaintoja siitä, että matematiikanopetus on edelleen usein hyvin perinteistä ja oppikirjalähtöistä sisältäen opettajajohtoista uuden asian opetusta ja itsenäistä kirjan tehtävien tekoa. Matematiikanopetuksen ohessa käsitellään myös matematiikan oppimisvaikeuksia, joiden merkitys integraation ja inklusion myötä kasvaa entisestään. Erityiset oppijat tulevat yhä suuremmassa määrin opiskelemaan yleisopetuksessa, joten oppimisvaikeuksien yleisyydestä johtuen jokainen matematiikanopettaja joutuu miettimään opetusta myös tästä näkökulmasta.

Toiminnallisen matematiikan opetuksen juuret ovat Maria Montessorin kehittämässä pedagogiikassa. Montessorin opinnot ja työkokemus lääketieteen parissa sekä lasten seuraaminen ja havainnointi loivat pohjan toiminnallisen, lapsen ehdoilla tapahtuvan kasvatusnäkömyksen kehittämiseksi. Kasvatusnäkömyksen perusajatuksena on ”Auta minua tekemään itse”. Montessorin omana aikanaan mullistavat ajatukset ja ideat, kuten lasten omaan kokoon sovitettujen kalusteiden tai muovailuvahan käyttö, ovat nykyisin luonnollinen osa lasten arkea. Monet hänen kehittämistään materiaaleista ja menetelmistä ovatkin olleet erilaisina muunnoksina tunnettuja ja käytettyjä myös Suomessa jo vuosien ajan ilman, että niiden alkuperää on tiedostettu. Varsinaista montessoripedagogiikkaa sovelletaan eri puolilla maailmaa ja Suomessa sitä käytetään montessoripäiväkodeissa, -kouluissa ja montessoriluokissa.

Toiminnallisen matematiikan tuorempi sovellutus on Unkarissa kehitelty ja sieltä myös muualle levinnyt Varga-Neményi –menetelmä, jonka perusajatus on ”Matematiikkaa kaikille”. Menetelmässä opetus etenee niin sanottua abstraktion tietä pitkin eli konkreettisista esimerkeistä kohti abstraktia yleistystä. Kun tämä hallitaan, voidaan palata myös abstraktista kohti konkretiaa. Uuteen asiaan perehtyminen alkaa todellisuuteen pohjautuvien kokemusten hankkimisella. Kokemusten hankkimisessa käytetään leikkejä, pelejä ja erilaisia materiaaleja. Luokanopettajien täydennyskoulutusta unkarilaiseen menetelmään on toteutettu eri puolilla Suomea. (Tikkanen 2008, 18.) Unkarilaisen matematiikanopetuksen etuna montessorimenetelmään verrattuna voidaan pitää toimintavälineiden edullisuutta, sillä suuri osa opetuksessa käytetyistä materiaaleista on arkipäivän esineitä, joita löytyy myös lasten kodeista. Osa materiaalista voidaan myös valmistaa itse tai käyttää kierrätystavaraa. Suomalaiset Matikkamaa-hankkeet pohjautuvat pitkälti Varga-Neményi –menetelmään.

3. SUOMALAINEN MATEMATIIKAN OPETUS

3.1. Opetussuunnitelma

Puhuttaessa opetussuunnitelmasta, tarkoitetaan yleensä virallista, kirjoitettua opetussuunnitelmaa, joka on opetuksen lähtökohta ja samalla eräänlainen ihanne, johon pyritään. Ahteen ja Pehkosen (2000, 20) mukaan peruskoulun kirjoitettu opetussuunnitelma sisältää keskeiset toimenpiteet ja järjestelyt, joilla koululaitos pyrkii koulukasvatukselle asetettuihin päämääriin. Opetussuunnitelman ytimenä ovat yleiset ja ainekohtaiset tavoitteet. Tavoitteet voidaan jakaa materiaaliin eli ainekohtaisiin sisältötavoitteisiin sekä opetuksen formaaliin tavoitteisiin. Formaaliin tavoitteisiin kuuluvat ajattelun kehittäminen, käsitteiden muodostus ja niiden käyttö, päättelyminen, tietojen arvioiminen, ongelmien ratkaiseminen ja luova ajattelu. Suomalaisessa kouluopetuksessa materiaaliset tavoitteet ovat perinteisesti korostuneet formaalisten kustannuksella, huolimatta siitä, että kirjoitetussa peruskoulun opetussuunnitelmassa asia on tiedostettu jo 1980-luvulla. (Ahtee & Pehkonen 2000, 20–23.)

Valtakunnallisilla opetussuunnitelmien perusteilla luodaan puitteet kuntien ja koulujen omille opetussuunnitelmille. Valtakunnallisesti määritellään myös tuntijako eli oppiaineet ja niiden tuntimäärät. Kunnat laativat kuntakohtaiset opetussuunnitelmat, joita kaikki kunnan koulut noudattavat. Kouluilla on kuitenkin lisäksi omissa opetussuunnitelmissaan koulukohtaiset, oman opettajakunnan laatimat osat. Kuntien ja koulujen mahdollisuudet vaikuttaa kuntakohtaisten ja koulukohtaisten opetussuunnitelmien sisältöön ovat vaihdelleet peruskoulun historian aikana. Valtakunnallisilla opetussuunnitelmien perusteilla pyritään osaltaan takaamaan yhdenmukainen ja sitä kautta myös tasa-arvoinen koulutus. Toisaalta paikallistason päätäntävalta mahdollistaa kuntien ja koulujen paikallisten vahvuuksien ja erityispiirteiden hyödyntämisen.

Koulujen kunnan opetussuunnitelman pohjalta laatimaa omaa työsuunnitelmaa voidaan kutsua myös tarkoitetuksi opetussuunnitelmaksi. Tarkoitettu opetussuunnitelma toimii pohjana opettajan opetusryhmälleen valmistamalle toimeenpantavalle opetussuunnitelmalle, joka sisältää opetustilanteessa tehtävät toimenpiteet ja esitettävät asiat. Opetustilanteen jälkeen voidaan puhua toteutuneesta opetussuunnitelmasta, johon kuuluvat myös oppimistulokset eli tiedot, taidot ja asenteet. Oppilaan näkökulmasta voidaan puhua myös koetusta tai eletystä opetussuunnitelmasta, joka käsittää myös opittujen asioiden merkitykset. Koettuun opetussuunnitelmaan vaikuttaa voimakkaasti koulun ilma-

piiri, opetuksen ulkoiset järjestelyt ja ihmisten väliset suhteet eli piilo-opetussuunnitelma. (Ahtee & Pehkonen 2000, 20–21)

Tikkanen jakaa opetussuunnitelman käsitteen mahdolliseen ja toteutettavan opetussuunnitelman. Mahdollisella opetussuunnitelmalla tarkoitetaan tällöin käytettäviä oppikirjoja, toiminta- ja oppimisvälineitä. Toteutettava opetussuunnitelma on puolestaan opetussuunnitelman käytännön toteutusta koulun resurssien ja opettajien sekä oppilaiden asenteiden ja edellytysten puitteissa. Se voi poiketa paljonkin virallisesta, kirjoitetusta opetussuunnitelmasta. Toteutettavan opetussuunnitelman lisäksi myös Tikkanen puhuu koetusta opetussuunnitelmasta. (Tikkanen 2008, 15–16.)

3.2. Esiopetuksen ja peruskoulun matematiikan opetussuunnitelman perusteet

Valtakunnallisen esiopetuksen opetussuunnitelman perusteiden mukaan esiopetuksessa luodaan pohjaa matematiikan oppimiselle. Lasta ohjataan kiinnittämään huomiota luonnollisissa arkipäivän matemaattisiin ilmiöihin. Lapsen rooli oppimisessa pyritään saamaan aktiiviseksi toiminnallisuutta ja havainnollisuutta käyttäen. Toiminnallisuus voi olla leikkejä, lauluja, liikuntaa, tarinoita ja pelejä. Lasten suhtautumisessa matematiikkaan tavoitellaan positiivisuutta, joten oppiminen pyritään tekemään mielenkiintoiseksi ja haastavaksi ja sitä kautta samalla merkitykselliseksi ja mielekkääksi. Jotta lapsi oppisi ymmärtämään matematiikan käsitteitä, hänen tulisi saada monipuolisia kokemuksia käsitteen eri ilmenemismuodoista. Opetusmenetelmät, välineet ja kieli ovat keskeisiä käsitteiden muodostamisessa. Lapsia ohjataan tutkimaan ja jäsentämään ympäristöä luokittelun, vertailun ja järjestämisen avulla. Esiopetuksessa tulisi myös kehittää lapsen keskittymistä, kuuntelemista, kommunikointia ja ajattelun taitoja ja oman ajattelun käsitteellistämistä.

Virallinen vuoden 1994 peruskoulun opetussuunnitelma pohjautui matematiikan osalta osittain vuonna 1992 asetetun kansallisen matematiikan opetuksen kehittämistyöryhmän ehdotukseen. Työryhmä syntyi, sillä Suomen heikot tulokset kansainvälisessä Kassel-tutkimuksessa osoittivat matematiikan opetuksen olevan kehittämisen tarpeessa. Vuoden 1994 opetussuunnitelman perusteiden keskeisiksi periaatteiksi tulivat opetuksen muuttaminen tutkivaan ja kokeellisempaan suuntaan sekä oppilaan tiedonkäsittelytaitojen kehittäminen. Opetussuunnitelman perusteet laadittiin tavoitepoh-

jaisiksi, käsitteiden ymmärtäminen ja tiedon soveltaminen kohosivat keskeisiksi taidoiksi. (Opetushallitus)

Vuoden 2004 opetussuunnitelman perusteiden mukaan matematiikan opetuksen tehtävänä on tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja matemaattisten käsitteiden sekä yleisimmin käytettyjen ratkaisumenetelmien oppimiseen. Opetuksen tulee kehittää oppilaan luovaa ja täsmällistä ajattelua ja ohjata oppilasta löytämään ja muokkaamaan ongelmia sekä etsimään ratkaisuja niihin. Matematiikka tulee nähdä merkitykseltään laajana, oppilaan henkistä kasvamista, tavoitteellista toimintaa ja sosiaalista vuorovaikutusta edistävänä. Matematiikan opetuksen on edettävä systemaattisesti, ja sen tulee luoda kestävä pohja matematiikan käsitteiden ja rakenteiden omaksumiselle. Konkreettisuus nähdään tärkeänä apuvälineenä yhdistettäessä oppilaan kokemuksia ja ajattelujärjestelmiä matematiikan abstraktiin järjestelmään. Arkipäivän tilanteissa eteen tulevia ongelmia, joita on mahdollista ratkoa matemaattisen ajattelun tai toiminnan avulla, tulee hyödyntää tehokkaasti ja käyttää tieto- ja viestintäteknikkaa oppilaan oppimisprosessin tukena. (Opetushallitus 2004, 156)

Vuosiluokilla 1-2 matematiikan opetuksessa pyritään erityisesti matemaattisen ajattelun kehittämiseen, keskittymisen, kuuntelemisen ja kommunikoinnin harjaannuttamiseen sekä kokemusten hankkimiseen matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden muodostumisen perustaksi. Tavoitteena on, että oppilas saisi myös tyydytystä ja iloa ongelmien ratkaisemisesta. Vuosiluokilla 3-5 matematiikan opetuksessa keskeistä on matemaattisen ajattelun kehittämisen ohella matemaattisten ajattelumallien oppimisen pohjustaminen, lukukäsitteen ja peruslaskutoimitusten varmentaminen sekä kokemusten hankkiminen käsitteiden ja rakenteiden omaksumisen pohjaksi. Oppilaan tulisi myös saada onnistumisen kokemuksia. Peruskoulun 6-9 -luokilla pyritään syventämään matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä ja kehittämään oppilaiden keskittymistä, muistamista ja ilmaisua sekä kykyä mallintaa arkipäivän matemaattisia ongelmia ja ratkaista niitä. Tavoitteena on looginen ja luova ajattelu sekä säännönmukaisuuksien havaitseminen. (Opetushallitus 2004, 158–163.) Nykyisistä opetussuunnitelmaan perusteista puuttuu tavoite oppilaan asenteen kehittamisestä, toisin kuin aikanaan 1970-luvulla, jolloin haluttiin kehittää asenteita niin, ettei synny perusteettomia yli- tai aliarvostuksia. Matematiikan oppikirjojen opettajanoppaissa asenteen kehittäminen on kuitenkin huomioitu itsearviointin yhteydessä. (Tikkanen 2008, 28.)

3.3. Matematiikan opetussuunnitelman toteutuminen

3.3.1. Kansallinen arviointi

Suomessa on tehty vuodesta 1979 sekä kansainvälisiä että kansallisia matematiikan opetuksen arviointitutkimuksia. Tutkimuksilla on osaltaan yritetty selvittää, millaista matematiikan osaaminen on tietoyhteiskunnan näkökulmasta. (Niemi 2008, 19.) Systemaattisesti matematiikan arviointia on tehty vuodesta 1998. Vuosien 1994 ja 2004 uudistettujen matematiikan opetussuunnitelmien tavoitteiden toteutumista on seurattu kansallisesti Opetushallituksen teettämän arvioinnin avulla. Arviointia varten kuudennen vuosiluokan oppilailla teetettiin vuosina 2000 ja 2007 koe, joka sisälsi päässä-lasku-, monivalinta- ja tuottamistehtäviä siten, että tehtävät mittasivat kattavasti opetuksen tavoitteita ja sisältöjä. Koetehtävät jaettiin kolmeen sisältöalueeseen: Luvut, laskutoimitukset ja algebra, geometria sekä tietojen käsittely, tilastot ja todennäköisyys. Kokeen ohella oppilaat vastasivat kyselyyn, jolla kartoitettiin taustatekijöitä sekä asenteita matematiikkaa kohtaan. Myös oppilaitos- ja opettajakohtaisia taustatietoja selvitettiin rehtoreille ja opettajille tehdyn kyselyn avulla. (Niemi 2008, 7.)

Oppilaat menestyivät kokeessa keskimääräisesti hyvin. Sisältöalueista oppilaat osasivat parhaiten tietojen käsittely, tilastot ja todennäköisyysosion huonoiten luvut, laskutoimitukset ja algebran. Tehtävätyypeistä parhaiten hallittiin päässä-laskut ja huonoiten tuottamistehtävät. Pojat menestyivät kokeessa geometriaa lukuun ottamatta tyttöjä paremmin. Myös heidän asenteensa ja itseluottamuksensa matematiikan suhteen oli parempi. Myös yleisellä tasolla asenteiden ja kokeessa menestymisen välillä oli positiivinen yhteys. Yhteys oli positiivinen myös kouluviihtyvyyden ja koemenestyksen välillä. Koulukohtaiset erot olivat suuria, joten siinä suhteessa tasa-arvoinen peruskoulu ei ole täysin toteutunut. Kolmenkymmenen huonoiten menestyneen ja parhaiten menestyneen koulun välillä oli ratkaisuprosenteissa yli 30 prosenttiyksikön ero. Sekä vuoden 2000 että 2007 kokeessa ruotsinkielisten koulujen oppilaat menestyivät selvästi huonommin kuin suomenkielisten koulujen oppilaat. Alueellisesti Itä-Suomen läänin ja maaseutumaisten kuntien oppilaat menestyivät muita paremmin. Opettajista kansakoulunopettajatutkinnon suorittaneen vähemmistön, noin 3 % opettajista, oppilaat menestyivät molempina koevuosina parhaiten. (Niemi 2008, 7–8.)

Noin 90 % opettajista oli sitä mieltä, että oppikirja ohjaa opetusta paljon. Oppikirjalla oli puolestaan merkitsevä yhteys oppimistuloksiin. Käytännössä oppikirja ohjasikin useammin opetusta kuin opetussuunnitelma. (Niemi 2008, 8) Parhaiten kokeessa menestyivät oppilaat, joilla oli käytössään Ma-

tikkamatka 6 kirjasarja. Kirjasarja korreloi positiivisimmin paitsi koemenestyksen, myös matemaatiikkaan kohdistuvan asenteen kanssa. Toiseksi parhaaksi kirjaksi osoittautui enemmistön käyttämä Laskutaito. Oppimistulosten kannalta heikoin kirjasarja oli Tuhattaituri. (Niemi 2008, 85.) Matemaatiikan tukiopetuksen osalta koulujen resursseihin oltiin melko tyytyväisiä, mutta erityisopetusta monet toivoivat enemmän. Integraatio ja inklusio eivät siten käytännön koulutyössä aina näy. Kouluihin toivottiin myös lisää matemaatiikkaan liittyviä kerhoja. (Niemi 2008, 8.) Kerhotoiminta houkutelisi todennäköisesti enemmän lahjakkaita oppilaita, mutta usein koulujen resursseja suunnataan kuitenkin ensin heikompien tukitoimiin. Tämä tekee osaltaan Suomesta kansainvälisissä vertailuisissa tasaisen menestyksen maan. Tasa-arvon vaatimus turvaa heikoimpien oikeuksia, mutta rajoittaa lahjakkaiden mahdollisuuksia.

3.3.2. Kansainvälinen arviointi

Kansainvälisistä arviointitutkimuksista Suomi on ollut mukana SIMS- ja TIMSS-tutkimuksissa, Kassel-projektissa sekä PISA-tutkimuksissa. Näistä SIMS (the Second International Mathematics Study) vuosilta 1980–1981 ja TIMSS (the Third International Mathematics and Science Study) vuodelta 1999 olivat IEA-järjestön (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) organisoimia, Kassel-projekti toteutettiin Kasselin yliopiston ja Exeterin yliopiston yhteistyönä vuonna 1994 sekä PISA (Programme for International Student Assessment) OECD:n (Organisation for Economic Co-operation and Development) organisoimana vuosina 2000, 2003 ja 2006 (Niemi 2008,). Kansainvälisistä arviointitutkimuksista suomalaisille lienee tunnetuin PISA-tutkimus. PISA-tutkimuksella ei pyritä niinkään selvittämään opetussuunnitelman tavoitteiden toteutumista ja sisältöjen hallintaa, vaan oppilaiden taitoja ja valmiuksia mahdollisimman todennäköisissä arkielämän osaamistarpeita muistuttavissa tilanteissa. Matemaattisella osaamisella tarkoitettiin PISAssa 15-vuotiaiden nuorten matemaattisten tietojen ja taitojen hyödyntämistä tulevaisuuden kehityshaasteissa eli matemaattisen ajattelutavan soveltamista käytännön maailmassa. (PISA 2006 ensituloksia, 9.)

Vuoden 2006 PISA-tutkimuksen perusteella Suomi kuuluu matemaatiikan osaamisen huippumaihin. OECD-maista Korea ja partnerimaista Taipei ja Hongkong ovat Suomen lisäksi kärkimaita. Suomi oli matemaatiikan osaamisessa parhaiden joukossa myös vuoden 2000 ja 2003 PISA-tutkimuksissa. Tyypillistä suomalaisille nuorille on osaamisen tasaisuus oppilaiden välillä. Erityisesti muihin huippumaihin verrattuna suoritusten keskihajonta oli pieni. Suomessa oli kaikista osallistujamaista vähiten heikosti menestyneitä oppilaita. (Arinen & Karjalainen 2006, 31–32.) Sosioekonomisen taustan,

koulun ja asuinpaikan vaikutus menestykseen oli Suomessa keskimääräistä vähäisempää, mikä kertoo osaltaan peruskoulun tasa-arvoa edistävästä vaikutuksesta. Pojat menestyvät PISAn perusteella tyttöjä paremmin matematiikassa Suomen tapaan lähes kaikissa maissa. (Arinen & Karjalainen 2006, 47, 51–53.)

Menestys PISA-tutkimuksessa osoittaa, että hyviä oppimistuloksia voidaan saavuttaa tarjoamalla yhtäläiset oppimismahdollisuudet koko ikäluokalle, jos opetuksen laatuvaatimukset ovat riittävän korkeat. Tällöin heikommille oppilaille voidaan tarjota lisätukea samalla kuitenkin hyödyntäen lahjakkaiden oppilaiden mahdollisuuksia. (Väljärvi ym. 2007, 11.)

Tutkimukset ovat osoittaneet, että oppilaan menestykseen matematiikassa vaikuttavat lukuisat tekijät, kuten oppilaan omat asenteet, kiinnostukset ja oppimisstrategiat sekä koulun ja kodin tarjoamat oppimismahdollisuudet ja odotukset. PISA-tutkimuksen Suomen osalta toteuttaneiden tutkijoiden mukaan Suomessa affektiiviset tekijät ennustivat parhaiten oppilaan matematiikkamenestystä. Näistä tärkein oli oppilaan itsetunto matematiikan suhteen. Pojilla itsetunto oli korkeampi kuin tytöillä, myös jos sitä verrattiin todelliseen menestymiseen. Myös oppilaiden itseluottamuksella tietokoneen käytön suhteen oli positiivinen yhteys menestykseen. (Väljärvi ym. 2007, 21–23.)

Vaikka Suomessa on suhteellisen vähän kotikieleltään vieraskielisiä oppilaita ja alaluokilla luokalle jääneitä, on näiden ryhmien menestys selvästi muita huonompi, mitä voidaan pitää huolestuttavana. Oppilaan kotitehtäviin käyttämällä ajalla oli myös negatiivinen yhteys menestykseen, joten heikommat oppilaat joutuvat käyttämään lahjakkaita enemmän aikaa tehtävien tekoon. Myös opettajan tuen määrällä oli negatiivinen yhteys menestykseen, mikä johtunee heikkojen koulujen oppilaiden tarvitsemasta tavallista suuremmasta tuesta. Oppimisstrategioista erilaisten muistitekniikoiden käytöllä oli negatiivinen vaikutus oppimiseen. (Väljärvi ym. 2007, 24–26.) Voitaneenkin päätellä, että hyvin menestyminen perustuukin enemmän asioiden ymmärtämiseen eikä ulkoa oppimiseen.

3.4. Koettu matematiikan opetussuunnitelma

Koettu opetussuunnitelma sisältää tunteita, asenteita ja uskomuksia matematiikasta, sen oppimisesta ja opetuksesta sekä käsityksiä itsestä matematiikan oppijana. Koettu opetussuunnitelma muodos-

tuukin affektiivisten, kognitiivisten ja konatiivisten tekijöiden vuorovaikutuksessa. Affektiivisista tekijöistä tunteet ovat keskeisin, kognitiivisista tekijöistä vaikuttavat tunnistaminen, ymmärtäminen, arvioiminen ja päättely. Koetun opetussuunnitelman muodostuminen edellyttää myös oppilaan tietoista toimintaa. Erityisen suuri vaikutus matematiikan oppimiseen ja saavutuksiin on oppilaan matemaattisella minäkäsityksellä. Oppilaan kokema opetussuunnitelma suuntaa oppilaan matematiikan opiskelua, josta saadut kokemukset taas vaikuttavat käsitykseen itsestä matematiikan oppijana. Koetun opetussuunnitelman, tunteiden ja minäkäsityksen yhteys saa oppilaan arvioimaan opetussuunnitelmaa joko kielteisesti tai myönteisesti. Tämä puolestaan vaikuttaa oppilaan toimintaan matemaatiikkaan liittyvään toimintaan sekä koulussa että muualla elämässä. (Tikkanen 2008, 19–20, 26.)

Sitä, millaisena oppilaat tai toisaalta opettajat kokevat opetussuunnitelman käytännössä toteutuvan, on tutkittu suhteellisen vähän. Tikkanen on yksi harvoista, joka on tutkinut matematiikan koettua opetussuunnitelmaa peruskoulun alaluokkalaisilla. Aiheen tutkimus 9-11 –vuotiailla on erityisen tarpeellista, sillä on osoitettu, että kyseisessä iässä lapset ovat vielä joustavia muuttamaan matemaatiikkakäsitystään. Muutosten havaitseminen, ennakoiminen ja niihin vaikuttaminen olisikin siten mahdollista. Tikkanen tutkimuksessa oli mukana neljännen luokan oppilaita Suomesta ja Unkarista. Tutkittavista kahta ryhmää oli opetettu Varga-Neményin menetelmällä, näistä toinen oli unkarilainen ja toinen suomalainen. Kolmas tutkittava ryhmä oli suomalainen, suomalaisen peruskoulun opetussuunnitelman mukaan opetettu ryhmä. Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää suomalaisten ja unkarilaisten oppilaiden kokemuksia matematiikasta, sen oppimisesta ja opetuksesta. Oppilas nähtiin aktiivisena oman opetussuunnitelmansa luoja eikä sen passiivisena vastaanottajana. (Tikkanen 2008, 16, 19, 21.) Tässä työssä käsitellään lähemmin pelkästään suomalaisia opetusryhmiä, jotta voitaisiin verrata erityisesti opetusmenetelmän vaikutuksia eikä niinkään kulttuurista tai muista paikallisista tekijöistä johtuvia eroja.

Suomalaisen opetussuunnitelman mukaisessa opetuksessa opettajajohtoisia työtapoja ovat opettajan esitys ja kysely. Näistä esittävässä tavassa opettaja kertoo opetettavasta asiasta ja havainnollistaa sitä. Kyselevässä työtavassa opettaja esittää kysymyksiä, joihin oppilas vastaa puheenvuoron saatuaan. Opetuskeskustelu, pari- ja ryhmätyöt sekä yksilötyöskentely ovat sen sijaan oppilaskeskeisiä tai yhteistoiminnallisia työtapoja. Opetuskeskustelussa joukko oppilaita puhuu tai väittelee aiheesta keskenään ja pari-, ryhmä- sekä yksilötyöskentelyssä tehdään annettuja tehtäviä joko yksin tai pienryhmässä. (Tikkanen 2008, 208.)

Matematiikan tuntien työskentelytavoista suomalaisen peruskoulun opetussuunnitelman mukaan opetetun ryhmän oppilaat pitivät yleisimpinä opettajajohtoista sekä oppilaskeskeistä yksilötyöskentelyä. Näitä käytettiin erityisesti peruslaskutoimituksissa ja geometrisissa kuvioissa. Lasten kokemuksissa ilmeni myös opettajajohtoista esittävää opetusta sekä ryhmätyöskentelyä. Opetussuunnitelman viidestä työtavasta jäikin puuttumaan vain yksi eli opetuskeskustelu. (Tikkanen 2008, 209–212.)

Opetusvälineistä tavallisimpia olivat vihko ja oppikirja, havainnollistamisvälineistä liitutaulu. Yksilöllisen laskemisen tavoitteena oli usein koko aukeaman laskeminen, missä voitiin kilpailla luokkakavereiden kanssa. Ryhmässäkin työskenneltiin mielellään, vaikka se saattoi välillä mennä pelleyksi. Opettajan, jolle voitiin ilmaista sekä negatiivisia että positiivisia tunteita, rooli oli oppilaalle merkittävä. Tutkimuksen perusteella opettajan haasteita olivat aihealueiden opettaminen oppikirjan symbolisia tehtäviä konkreettisempien välineiden avulla, jotta oppilaille syntyisi paremmin mielikuvia opitusta. Myös tietokoneen ja piirtoheittimen käyttö monipuolistaisi havainnollistamista. Oppilaskeskeisen ja yhteistoiminnallisen opetuskeskustelun lisääminen harjoittaisi perustelun taitoja ja ajattelun perusteluun ohjaaminen syventäisi laskijan ilmaisua. Oppilaita kannattaisi myös rohkaista käyttämään matematiikkaa enemmän muissakin kouluaineissa ja ilmaisemaan jatkossa rohkeasti matematiikkaan, sen opetukseen ja oppimiseen liittyviä tunteita. (Tikkanen 2008, 229–230.)

Oppilaat liittivät matematiikkaan positiivisia adjektiiveja, kuten kivaa, hauskaa ja mukavaa sekä negatiivisia, kuten ikävää, tyhmä ja tylsää. Kyselevässä opetuksessa väärin vastaaminen koettiin ikäväksi. Osan kommentit olivat neutraalimpia, kuten välillä hauskaa, välillä tylsää ja siedettävää. Syitä pitää matematiikasta olivat oppiminen, tietojen ja taitojen lisääntyminen sekä kirjalliset tehtävät. Syitä inhota matematiikkaa oppilaat eivät osanneet tarkemmin määritellä. Osalle oppilaista matematiikan oppiminen oli yleensä helppoa ja nopeaa. Oppilaat, jotka oppivat matematiikkaa ihan hyvin, laskemalla, kokeilemalla tai jollain muulla tavalla luokkakavereiden tahdissa, kokivat sen tehtävän ja taitojen mukaan helpoksi tai vaikeaksi. Välillä opetuksessa edettiin liian nopeasti, välillä liian hitaasti. Osalle oppilaista matematiikka on vaikeaa mutta heidänkin käsityksensä mukaan sitä oppii laskemalla. Opettajan lisäksi apua sai kotiväeltä, erityisesti äidiltä. Vaikka opettaja auttoi mielellään parhaansa mukaan, saattoi oppilaalle silti jäädä tunne, ettei ymmärrä. (Tikkanen 2008, 215–219.) Matematiikkaa pidettiin kuitenkin tärkeänä ja tarpeellisena lapsen arkielämässä, koulussa, aikuisena ammatissa sekä melkein kaikessa. Oppilaista tyttöjen käsitys itsestään matematiikan oppi-

jana vaihteli kielteisestä myönteiseen, poikien varauksellisesta myönteisestä myönteiseen. (Tikkanen 2008, 220, 226.)

Tikkasen tutkiman suomalaisen Varga-Neményin –menetelmällä opetetun ryhmän oppilaiden kokemukset matematiikanopetuksesta erosivat monin tavoin edellisestä ryhmästä. Oppilaiden kuvausten perustella suomalaisen opetussuunnitelman viidestä työtavasta jäi tälläkin ryhmällä puuttumaan opetuskeskustelu, mutta muut neljä opetusmenetelmää painottuivat ryhmillä eri tavoin. Opettajajohdoinen opetus ei ollut unkarilaista matematiikanopetusta saaneilla oppilailla yhtä keskeinen osa opetusta. Silti osa luonnehti opettajan selittämistä, selventämistä ja näyttämistä tärkeäksi, koska se aktivoi oppilaita oppimaan ja ajattelemaan. Kyselyä opetuksessa käytettiin oppilaiden mukaan käytäessä läpi ratkaisuja yksilöllisen tai parityöskentelyn jälkeen. Opettaja käytti apuna *kuinka paljon* ja *miten*-kysymyksiä kootessaan liitutaalulle tapoja, joilla tehtävät oli ratkaistu. *Miksi*-kysymyksellä haettiin ratkaisuille perusteluja. Kyselyn avulla voitiin myös kerrata opittuja asioita. Osa oppilaista piti kyselyä ajattelua aktivoivana, innostavana ja haasteellisena, osa epävarmuutta herättävänä ja ärsyttävänäkin. (Tikkanen 2008, 147.)

Enemmistö oppilaista kuvasi matematiikantunteja yhteistoiminnallisena ja oppilaskeskeisenä paritai ryhmätyöskentelynä. Oppilaat työskentelivät erilaisten ratkaistavien ongelmien parissa. Heillä oli mahdollisuus valita tehtävään sopivat työskentelyvälineet, kuten nopat, vaaka tai palikoita. Työskennellessään ongelmien parissa he samalla harjoittelivat luontevasti vuorovaikutustaitoja. Opettaja kierteli seuraamassa työskentelyä tarvittaessa auttaen tai istui omalla paikallaan. (Tikkanen 2008, 147–148.)

Työskentelytavoista toiseksi eniten oppilaat kuvasivat kirjallisten tehtävien ohjaamaa yksilöllistä työskentelyä joko toimintavälineiden avulla tai matematiikkaa sisältäviä tarinoita kirjoittaen. Opettajan rooli oli ohjeistamisen lisäksi auttaa tarvittaessa työskentelyn kuluessa ja keskusteluttaa lopuksi erilaisista ratkaisuista. Vaikka Varga-Neményin –opetusryhmäläisetkin kokivat oppikirjan tärkeäksi, pidettiin kuitenkin välineitä ja kuvia parempina oppimisvälineinä. Menetelmien monipuolisuus loi hyvät oppimisen puitteet erilaisille oppijoille. Erityisesti ongelmanratkaisutehtävistä eli ällitälleistä pidettiin paljon. (Tikkanen 2008, 149, 151.)

Opetusryhmän oppilaiden kokemukset matematiikasta olivat myönteisiä. Heistä oli mieluista miettiä ja pohtia, käyttää päätään. He kuvasivat matematiikkaa värikkään vaihtelevaksi, ja se tuntui heistä kivalta, mukavalta sekä hauskalta. Oppilaat arvostivat myös uusien asioiden oppimisesta, mutta

toisaalta myös sitä, että aiemmin opittuakin tarvitaan. Matematiikka sijoitettiin lempiainelistoilla sijoille 1-5. (Tikkanen 2008, 157–158) Matematiikka oli osalle ryhmästä helppoa, osalle vaikeaa ja osalle jotain siltä väliltä. Kaikkien mielestä se oli kuitenkin tärkeää. Oppimiseen tarvittiin oppilaiden mielestä osallistumista, kertaamista ja ongelmien ratkaisua. Opettajan selittäminen ja toimintavälineet tukivat oppimista. Matematiikkaa myös integroitiin muihin aineisiin. (Tikkanen 2008, 165–166.)

Taulukko 1. Koetun matematiikan opetussuunnitelman erot (Tikkanen 2008, 240.)

Koettu matematiikan opetussuunnitelma opetusryhmittäin	Ongelmanratkaisija suomalainen Varga-Neményi -opetusryhmä	Laskija suomalainen opetusryhmä
Tapa kertoa matematiikasta, sen oppimisesta ja opetuksesta	Perusteleva	Toteava
Matematiikan sisällöt	Ongelmanratkaisua, lukuja ja laskutoimituksia	Lukuja ja laskutoimituksia
Asenne: matematiikasta pitäminen, helppous ja tärkeys	Yksiselitteisen tai ambivalenttisen myönteinen 19 oppilaalla. Yhdellä ambivalenttisen kielteinen	Yksiselitteisen tai ambivalenttisen myönteinen 18 oppilaalla. Kolmella ambivalenttisen kielteinen
Minäkäsitys	Myönteinen tai varauksellisen myönteinen 17 oppilaalla, Kolmella neutraali	Myönteinen tai varauksellisen myönteinen 17 oppilaalla, neutraali kahdella ja kielteinen kahdella
Oppiminen	Ymmärtämistä, tajuamista, oivaltamista ja keksimistä	Ymmärtämistä ja tajuamista
Opetus	Yhteistoiminnallista parityötä ja oppilaskeskeistä yksilöllistä työskentelyä	Opettajajohtoista kyselyä ja oppilaskeskeistä yksilöllistä työskentelyä

Tikkasen ongelmanratkaisijaksi nimeämä suomalainen Varga-Neményi –oppilas on siten matematiikanopetusta luonnehtiessaan perustelevampi kuin suomalaisen opetussuunnitelman mukaan opetettu, Tikkasen laskijaksi nimeämä, ikätoverinsa. Ongelmanratkaisijan mukaan matematiikka on

lukujen ja laskutoimitusten lisäksi ongelmanratkaisua. Hän myös suhtautuu matematiikkaan ja itseensä sen oppijana hieman myönteisemmin kuin laskija. Oppiminen on ongelmanratkaisijan mukaan ymmärtämisen ja tajuamisen ohella myös oivaltamista ja keksimistä. Opetuksessa hän työskentelee yksilötyöskentelyn ohella laskijasta poiketen yhteistoiminnallisilla työmuodoilla opettajajohdon sijasta.

3.5. Matematiikkakuva

Tikkasen (2008, 21) mukaan koetulla opetussuunnitelmalla on paljon yhtäläisyyksiä matematiikkakuvan kanssa. Olennaisin ero on, että koettu opetussuunnitelma muodostuu yhteydessä toteutettavaan, mahdolliseen ja tarkoitettuun opetussuunnitelmaan. Pietilä on tutkinut luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvaa ja matematiikkakokemuksia matematiikkakuvan muodostajina. Luokanopettajien pitämiä matematiikantunteja seuranneiden opiskelijoiden mukaan yli puolet opettajista opetti matematiikkaa perinteisesti omilta kouluajoilta tutun kaavan mukaan: ensin tarkistetaan läksyt, otetaan esimerkki uudesta asiasta ja lasketaan lopputunti hiljaa päivän aukeamaa oppikirjasta. Noin neljäsosa opettajista käytti opetuksessaan havainnollistamisvälineitä ja toiminnallisuutta. Loput opettajista noudattivat urakkasysteemiä eli antoivat oppilaiden edetä itsenäisesti pääasiassa omaan tahtiinsa. Käytännön opetus ei siten vastannut opiskelijoiden opinnoissaan oppimaa mallia (Pietilä 2002, 144.)

Pietilän (2002, 145) mukaan opiskelijoita askarrutti oppilaiden oppiminen ja se, että kaikki oppilaat eivät ymmärrä opetuksen sisältöä, etenkin ilman havainnollistamista. Opiskelijat epäilivät, että opettaja ei tiedä oppilaiden mahdollista osaamattomuutta eikä auta riittävästi heikompia. Myös opetuksen eriyttämistä pidettiin riittämättömänä, ja se nähtiinkin haastavana ongelmana.

Tekemistään sijaisuuksista opiskelijat olivat saaneet hyviä kokemuksia myös havaintovälineiden käytöstä. Kaikilla kouluilla välineitä ei kuitenkaan löytynyt tai opiskelija pääsi avaamaan käyttämättömät välinepaketit ja testaamaan niitä ensimmäisenä. Osa opiskelijoista teki havaintomateriaalia myös itse. Opiskelijat kokivat opintonsa hyödyllisiksi, erityisesti he kokivat saaneensa keinoja auttaa oppilaita ymmärtämään. (Pietilä 2002, 148.)

Kuten tutkimukset osoittavat, on opetuksen toteutus juuttunut monesti vanhoihin ja yksipuolisiin käytäntöihin. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteilla on luotu puitteet ajatteluun ja ymmärtämiseen pyrkivälle opetukselle ja monipuoliselle opetusmenetelmien käytölle, mutta toteutettava ja koettu opetussuunnitelma poikkeavat siitä. Myös opettajaksi opiskelevat törmäävät usein ristiriitaan, kun matematiikasta ja sen opetuksesta käytännön elämässä ja harjoitteluissa muodostunut kuva ei vastaakaan sitä, mihin opettajainkoulutuksessa pyritään. Osaltaan tämä johtunee opettajien ja myös oppilaiden asenteista ja matematiikkakäsityksestä. Opettajista osa on saattanut juuttua vanhoihin työskentelytapoihin, kyseenalaistamatta niiden toimivuutta. Muutos vie myös aina voimia ja aikaa, eikä kokeiluihin ole helppo ryhtyä, kun opetussuunnitelman tavoitteet on saavutettava ja sisällöt käytävä läpi.

3.6. Matematiikan oppimisvaikeudet

3.6.1. Oppimisvaikeudet opetuksen haasteena

Matematiikan oppimisvaikeudet ovat suppeammin määriteltynä matematiikan osaamiseen liittyviä ongelmia, mutta käytännössä ne ovat usein osa laajempia oppimisen ongelmia. Kielelliset eli lukemisen vaikeudet, tarkkaavaisuushäiriöt ja visuaalisen hahmottamisen ja havainnoinnin vaikeudet hankaloittavat myös matematiikan oppimista. Toisaalta ihmisillä, joilla matematiikan oppimisvaikeuksia on, ne voivat rajoittua vain jollekin matematiikan osa-alueelle tai ilmetä monialaisempana perustaitojen hallinnan puutteena. Matematiikan oppimisvaikeudet tulee kuitenkin erottaa alhaisesta älykkyystasosta ja toisaalta ympäristön aiheuttamasta tietojen ja taitojen puutteesta. Diagnostisissa lähdetään yleensä lapsen suoriutumisen vertaamisesta muihin vastaavaa opetusta saaneisiin samanikäisiin tai nuorempiin saman opetuskulttuurin lapsiin. (Niilo Mäki Instituutti)

Koska matematiikan oppiminen tapahtuu Suomessa spiraalisesti eli perustaitojen varaan rakennetaan vuosittain yhä laajempi osaaminen, on oppimisvaikeuksien kartoittaminen ja niihin puuttuminen alusta alkaen erittäin tärkeää. Nykyisin lähes kaikkien suomalaislasten käymä esikoulu helpottaa osaltaan ongelmien havaitsemista ajoissa. Viimeistään kuitenkin peruskoulun ensimmäisillä luokilla tulisi kiinnittää huomiota oppilaisiin, joilla peruslaskutoimitusten sujuminen on hidasta tai virheitä tulee paljon.

Matematiikan oppimisvaikeuksilla tarkoitetaan oppimisen ongelmia, jotka eivät poistu tavallisella harjoittamisella, esimerkiksi tilapäisellä tukiopetuksella. Koska ongelmat johtuvat yleensä aivojen jonkinasteisista toimintahäiriöistä, ei niitä voida yleensä pysyvästi korjata. Tämä ei kuitenkaan tarkoita sitä, että matematiikan oppimisvaikeuksille ei voisi tehdä mitään. Kuntouttamisella voidaan oppilaan ongelma-alueita, kuten hahmottamista, lyhytkestoista muistia, tarkkaavaisuutta ja ajatusrakteita kehittää. (Niilo Mäki Instituutti) Tätä kautta voidaan parantaa paitsi oppilaan matematiikan saavutuksia, myös hänen sopeutumistaan yhteisöön. Oppimisvaikeudet kun johtavat helposti itseään ruokkivaan negatiivisen kierteeseen, joka ilmenee muun muassa huonona itsetuntona, käyttäytymishäiriöinä ja yksinäisyytenä.

3.6.2. Matematiikan oppimisvaikeuksien neuropsykologinen näkökulma

Tutkimusten mukaan joidenkin lasten on erittäin vaikeaa omaksua matemaattisia taitoja, vaikeilla olisikaan sosiaalisia tai motivaatio-ongelmia. Selittävänä tekijänä ovatkin aivojen toiminnallinen häiriö ja/tai poikkeava rakenne. Aivojen traumaperäisiä toimintahäiriöitä voi luonnollisesti syntyä vielä aikuisiälläkin, mutta lapsilla kyse on yleensä kehityshäiriöstä, joka todetaan verrattaessa lapsen kehitystä ikätoverien kehitykseen. Jos lapsen kehitys on kokonaisuudessaan jäljessä ikätovereista, ei laskemiskyvyn häiriötä diagnosoida erillisenä. Pois täytyy sulkea myös muut suoritusten tasoa laskevat tekijät, kuten ympäristötekijät. (Räsänen & Ahonen 2004)

Räsänen ja Ahosen (2004) mukaan matematiikan oppimisvaikeuksia on arvioitu olevan Suomessa jopa 10–15%:lla oppilaista, joten mistään marginaali-ilmioistä ei voida puhua. Matemaattisissa häiriöissä syyt voivat olla joko kielellisiä, havainto- tai tarkkaavaisuusperäisiä tai matemaattisiin taitopuutteisiin liittyviä. Vaikeuksia tulee ilmetä peruslaskutaidoista lähtien, jotta voitaisiin puhua varsinaisista oppimisvaikeuksista. Kielellisistä ongelmista on kyse, kun matemaattisten käsitteiden ja symbolien muistaminen ja ymmärtäminen tuottaa ongelmia. Havaintopohjaiset ongelmat liittyvät vaikeuksiin numeroiden ja lukumerkkien havaitsemisessa ja lukemisessa sekä kappaleiden ryhmitelyssä. Tarkkaavaisuusperäisillä ongelmilla tarkoitetaan lukujen kopioimista oikein, lainausten muistamista sekä laskumerkkien huomioimista. Matemaattisiin taitopuutteisiin puolestaan luetaan vaikeudet kertotaulujen, laskusääntöjen ja lukujonojen hallinnassa.

Räsänen ja Ahonen esittävät Hècaen, Angelerguesin ja Houllierin tutkimustuloksen vuodelta 1961, jonka mukaan matematiikan oppimiseen vaikuttavat aivotoiminnan häiriöt voidaan jakaa kolmeen ryhmään. Ensimmäisen muodostavat numeroiden lukemis- ja kirjoittamisvaikeudet, jotka ovat tyy-

pillisiä vasemman ohimo-takaraivolohkon vaurioissa. Toisen ryhmän muodostaa spatiaalinen akalkulia, joka ilmenee lukujen paikka-arvojen ja allekkainlaskun hahmottamisvaikeuksina ja esiintyy yleisemmin oikean kuin vasemman päälaenlohkon alueella. Kolmas ryhmä on anarithmetia, jossa laskuoperaatioiden suorittaminen on vaikeaa ja häiriö aivoissa sijaitsee yleisimmin joko vasemman aivopuoliskon alueella tai sitten molemmissa puoliskoissa. (Räsänen & Ahonen 2004.)

3.6.3. Matematiikan oppimisvaikeuksien kuntouttaminen

Integraation ja inklusion kautta opettajat kohtaavat työssään entistä enemmän erilaisia oppijoita eikä matematiikan oppimisvaikeuksia omaavien oppilaiden kuntoutus ole yksin erityisopetuksen haaste. Koska matematiikan oppimisvaikeudet ovat erilaisia, myös niiden kuntoutuksessa käytetyt menetelmät vaihtelevat. Räsänen ja Ahonen (2004) toteavat tapaustutkimusten ja kuntoutusideoiden pohjautuvan lähinnä Lurian ja Tsvetkovan ajatuksiin toiminnallisten järjestelmien uudelleen rakentamisesta. He esittävät tutkimustuloksia, joiden perusteella opetustilanteessa tapahtuvalla positiivisella vahvistamisella ja tavoitteiden asettelun selkiyttämällä oppimista voidaan tehostaa. Tärkeää on myös metakognitiivisten ja ongelmanratkaisutaitojen opettaminen sekä itseohjautuvuuden lisääminen, jotka edesauttavat asioiden ymmärtämistä ulkoa opetteluun sijasta. Myös oppilaiden yhteistoiminnan korostamisella ja tietokoneavusteisella opetuksella on myönteinen vaikutus matematiikan oppimiseen. Kuntouttamisessa voidaan käyttää hyväksi myös erilaisten laskemiseen ja ongelmanratkaisuun liittyvien strategioiden ja muistitekniikoiden opettamista.

Knollin (2005) mukaan peruslaskutoimitukset ratkaistaan yleensä laskemaan opeteltaessa aluksi luettelemiseen perustuvilla strategioilla eli mekaanisesti laskien. Vähitellen laskun ja vastauksen välille syntyy assosiaatio. Jos lapsella kuitenkin on matematiikan oppimisvaikeuksia, niin muistamista ei synny tai se on hidasta. Struktuuripohjainen kuntoutus on eräs tapa kuntouttaa matematiikan oppimisvaikeuksista kärsiviä. Tällä ajatustavalla pyritään luomaan luvuista ja niiden yhdistelmistä mentaalisia malleja, jotka ovat visuaalisia. Tällöin lasku nähdään kokonaisuutena, joka koostuu erilaisista rakenteista. Tämä helpottaa paitsi uuden tiedon omaksumista, myös uusien mahdollisten ratkaisutapojen keksimistä. Jos onnistutaan luomaan näitä mentaalisia malleja, se helpottaa myös muistamista.

Strukturaalisen ajattelun toteuttamisessa tarvitaan simultaanisen havaitsemisen taitoa. Simultaanisella havaitsemisella tarkoitetaan jonkin joukon lukumäärän havaitsemista ilman varsinaista laskeamista. Tätä taitoa voidaan kehittää harjoittelemalla lukumäärien tunnistamista ryhmiin asetelluista

esineistä tai kuvioista. Simultaaninen havaitseminen helpottuu, jos kuviot tai kappaleet jäsenellään korkeintaan 4 – 5 kappaleen ryhmiin. Myös lukujen 0-10 hajotelmia pyritään harjoittelemaan, jotta luvut muodostaisivat strukturaalisia mielikuvia. Kymppiparien oppiminen ja lukujen hajotelmät edesauttavat kymmenjärjestelmän ymmärtämisessä, joka on kriittinen kohta lukujen rakenteen hahmottamisessa. (Knoll 2005.) Toiminnallisuuden ja apuvälineiden lisäämisestä matematiikanopetuksessa on apua havainnoimisen lisäksi keskittymisessä, joka erityisoppilailla on usein tavallista vaikeampaa. Oppimisvaikeuksia omaavalle oppilaalle myös positiivisten asenteiden luominen matematiikan opiskelua kohtaan sekä itsetunnon kohottaminen ovat tavallista haastavampia, mutta vähintäänkin yhtä tärkeitä tavoitteita kuin muilla oppilailla. Kuten Lindgren (1990, 302) toteaa

”Lapsella on tarve toimia ja leikkiä. Tämä toimimisen tarve voidaan ohjata palvelemaan matematiikan oppisisältöjen ymmärtämistä ja muistamista. Matematiikan opiskeluasenteiden kannalta on oleellista, että saadessamme toteuttaa meissä olevaa synnynäistä toiminnan viettiä ja ehkä samalla aikaansaamisen tarvetta, käsillä oleva tehtävä saa mielessämme positiivisen tunnesävyyn.”

Lindgrenin (1990, 185–186) matikkatupakokeilun yksi keskeinen tulos oli, että matemaattisyyppiset leikit kehittävät matemaattista ajattelua. Muistipelien ja palapelien pelaaminen, rahojen ja pisteiden laskeminen sekä ajan mittaaminen leikeissä vaikuttavat vanhempien koulutustaustaa ja lapsilleen antaman ajan ja kiinnostuksen määrää enemmän lapsen myöhempään matemaattiseen osaamiseen. Ohjatussa avoimessa opetuksessa tapahtuva toimintamateriaalin käyttö strukturoi Lindgrenin mukaan oppilaan matemaattista ajattelua merkittävällä tavalla. Joten varhaiskasvatuksessa aloitettua leikinomaista matematiikanopiskelua voidaan pitää yhtenä keinona oppimisvaikeuksien ehkäisemisessä.

4. TOIMINNALLINEN MATEMATIIKAN OPETUS

4.1. Toiminnallisen matematiikan opetuksen taustaa

Toiminnallisella matematiikanopetuksella tarkoitetaan yleensä opiskelua materiaalin avulla. Opittavaa asiaa tutkitaan, kokeillaan ja konkretisoidaan materiaalin avulla joko yksin, pareittain, ryhmissä tai koko luokan kesken. Oppilas toimii itse aktiivisena oppijana, joka rakentaa matemaattista käsitettä. Oppilailla on mahdollisuus käyttää erilaisia strategioita lopputulokseen pääsemiseksi ja niistä keskustelu ja väittely onkin toiminnallisessa opetuksessa toivottavaa, sillä se kehittää samalla kielentämistä ja sosiaalisia taitoja. Toimintamateriaalia käyttäessään oppilaat joutuvat pohtimaan myös todellisuuden ja matemaattisen mallin vastaavuutta. (Tikkanen 2008, 93.)

Toiminnallinen matematiikan opetus perustuu osaltaan Maria Montessorin luomaan pedagogiikkaan ja hänen kehityskausiteoriaansa, jota esitellään tässä työssä myöhemmin. Toiminnalliselle opetukselle on ominaista aistien monipuolinen hyödyntäminen. Kun normaalisti kouluopetuksessa hyödynnetään lähinnä näkö- ja kuuloaistia eli auditiivisia ja visuaalisia menetelmiä, voidaan toiminnallisessa opetuksessa käyttää taktiilisia menetelmiä eli käden toimintaa sekä kinesteettisiä keinoja eli koko kehoa, myös maku- ja hajuaistia. Montessorin lisäksi myös Piaget'n ja Galperinin tutkimukset puoltavat konkreettisten materiaalien käyttöä oppimisessa. (Tikkanen 2008, 93.)

Tikkanen lainaa Pehkosta, jonka mukaan toiminnallista matematiikan opetusta ohjaa konstruktivistinen oppimiskäsitys ja ns. aktiivisen oppimisen periaate. Periaatteen mukaan opetus jää tuloksettomaksi, jos oppilas ei aktiivisesti työskentele uutta tietoa käyttäen. Toimintavälineitä tärkeämpää on kuitenkin itse toiminta. Toiminnan tulisi olla riittävän monipuolista, jotta mielenkiinto pysyisi yllä. Onnistuessaan toiminnallisuus muuttaa oppimisen pintatasolta syväoppimiseen. Toiminnallisessa oppimisessa opettajan rooli muuttuu tiedonjakajasta ja oikeiden vastausten kontrolloijasta oppimisen ohjaajaksi ja neuvonantajaksi. Opettajan on kuitenkin tunnettava oppilaidensa tiedot, taidot, asenteet ja uskomukset, sillä aiemmat kokemukset matematiikan oppimisesta ja odotukset siitä määräävät usein tulevien kokemusten suunnan. (Tikkanen 2008, 94.)

4.2. Montessoripedagogiikka

4.2.1. Montessoripedagogiikan taustaa

Maria Montessori ei pitänyt itseään vuosisadan suurena kasvattajana, vaan hän katsoi olevansa ennen kaikkea lapsen tulkki (Montessori 1946, 4.) Montessori opiskeli ensin matematiikkaa, mutta siirtyi sitten opiskelemaan lääketiedettä. Hän oli ensimmäinen Rooman yliopistossa väitellyt naispuolinen lääketieteen tohtori. Montessorin kiinnostus tieteeseen ja omat huonot koulukokemukset saivat hänet tutkimaan lapsen fyysistä, moraalista ja älyllistä kehitystä. Montessori työskenteli ja teki tutkimustyötä Rooman yliopiston psykiatrisessa sairaalassa. Hän ahdistui nähdessään kehitysvammaisia lapsia kohdeltavan kuin mieleltään sairaita. Lapsilla ei ollut mitään tehtävää, ei leluja, he vain tuijottivat seiniä. Montessori perehtyi tutkimaan kehityksen hidastumista ja erityisesti Jean Itardin työtä. Hän vakuuttui siitä, että näitäkin lapsia voidaan auttaa koulutuksella. Hän arvosti erityisesti Rousseau'n, Pestalozzin ja Fröbelin näkemyksiä yksilön arvosta sekä varhaislapsuuden kasvatuksen ja aistien kehittämisen tärkeydestä. (Edwards 2001, 94.) Kokeilujensa tuloksena hän sai mielisairaalan potilaana olevat lapset läpäisemään julkisen koululaisille tarkoitetun kokeen, mikä herätti aikalaisissa suurta hämmästyä.

Montessori sai Roomassa vuonna 1907 johdettavakseen koulun, johon tuli enimmäkseen lukutaidottomien, satunnaisten ansioiden varassa olevien vanhempien lapsia köyhistä oloista. Lapsia oli noin 50 ja he olivat iältään kolmesta kuuteen vuotta. Opetuksen sijaan ensisijaisena tarkoituksena oli vain koota lapset yhteen pitkien työpäivien ajaksi, jotta he eivät jäisi aiheuttamaan epäjärjestystä vuokrakasarmissa. Casa dei bambini olikin Montessorin mukaan varsinaisen koulun sijaan rakennusyhtiön mittauskoje ja koulun ylläpitämiseen tarvittavat varat piti saada välillisesti takaisin vähentyneinä kasarmien seinien kunnostuskustannuksina. Montessori uskoi samojen periaatteiden toimivan kaikkien lasten kasvatuksessa ja opetuksessa. Hän keräsi leluja ja rahaa varakkailta ystäviltaan, jotta hän pystyi valmistuttamaan kouluunsa vajaakykyisten opetuksessa käyttämäänsä välineistöä vastaavaa materiaalia. Vaikka koulun kalusto ei ollutkaan muuten suunniteltu lapsille sopivaksi, oli ajalle uutta ajattelua varustaa luokka lasten kokoon sopivilla tuoleilla. (Montessori 1936, 86–90.)

Koulun päivittäiseen ohjelmaan kuului liikuntaa ja rytmiharjoituksia. Suurten lihasten kehittämiseen käytettiin nojapuita ja pieniä lihaksia harjoitettiin muovailuvahan, koukkujen, nappien, pitsien ja helminauhojen avulla. Montessorin aikana kaikki tämä oli ainutlaatuista ja monen mielestä pelkkää

ajanhukkaa. Kaiken käyttämäänsä materiaalin Montessori suunnitteli lasten toiveiden ja tieteellisen tiedon perusteella. (Edwards 2001, 98.)

Ensimmäisessä Casa dei bambinissa työskenteli opettajana kouluttamaton portinvartijan tytär, joka oli lapsille tuttu. Hän toimi Montessorin ohjeiden mukaan jolloin Montessorille jäi mahdollisuus tarkkailla ja kehittää opetusta. Hän havaitsi oppilaita seuratessaan näiden kyvyn valita itseään kiinnostavia ja taipumuksiaan vastaavia tehtäviä ja keskittyä niihin pitkiksikin ajoiksi. Hän huomasi lapsilla olevan myös kykyä ja halua pitää yllä järjestystä. (Montessori 1936, 92–94.) Eräs yllättävä havainto oli, että leikki-ikäisetkin lapset valitsivat ajankulukseen usein lelujen sijaan opetusmateriaalia kuten palapelejä ja muita pelejä. Montessori päätteli lasten haluavankin tehdä hyödyllisiä tehtäviä, oikeita töitä. Lapset osallistuivat koulussa arkisiin askareisiin, kuten siivoukseen, ruuanlaittoon ja kasvimaan hoitoon. Montessori rohkaisi vanhempia ottamaan lapset mukaan kotitöiden tekoon ja antamaan heille erilaisia velvollisuuksia hoidettavaksi. Kolmessa kuukaudessa kurittomista, pelokkaista lapsista tuli tottelevaisia, iloisia ja itseensä luottavia. (Edwards 2001, 94–95.)

Koulun saama julkisuus houkutteli paikalle vierailijoita eri puolilta maailmaa ja Montessori sai lukuisia omistautuneita opetuslapsia. Vastaavia kouluja perustettiin myös muualle Eurooppaan ja Amerikkaan ja Italiassa ja Sveitsissä montessoripedagogiikan käyttö vakiintui julkisissa kouluissa. Kansainvälisen huomion vuoksi Montessori jätti lääkärin työnsä ja omistautui pedagogiikkansa edistämiseen kirjoittamalla teoksia, kouluttamalla opettajia ja perustamalla kouluja. (Edwards 2001, 94-95.)

Montessorin mukaan monella on se virheellinen käsitys, että lapsen mieli on tyhjä ja aikuisen tehtävä on täyttää se, ohjaten ja käskien. Aikuisilla on taipumusta usein ohjata lasta liikaa ja tehdä asioita tämän puolesta. Tästä seuraava vastuu koetaan valtavaksi ja lapsi taakaksi. Toisaalta tätä lapsesta luotua pikkuaikuista pidetään omana aikaansaannoksena ja häneltä odotetaan kunnioitusta ja kiitollisuutta. (Montessori 1955, 46.)

Montessorin näkemyksen mukaan lapsi oppii vain voidessaan itse harjoittaa omaa mieltään ja ajatteluaan eli aktiivisena oppijana. Opettajan tulisi olla osa ympäristöä, ollen luonnollisen oppimisprosessin avustaja. Lapsi ei voi oppia pelkästään opettajan selitysten kautta, oli opettaja kuinka erinomainen hyvänsä. Vaikka opettajan roolin merkitys kasvaa lapsen kehittyessä, on se kuitenkin edelleen varsinaisen opettamisen sijaan pikemminkin mielenkiinnon stimulointia. (Montessori 1955, 38–40.) Montessorin mukaan vika on oppimisympäristössä eli luokkatilassa eikä oppijassa, jos lapsi

ei valitse jotain tekemistä ja keskity siihen määrättyksi ajaksi. Oppilasta ei saisi keskeyttää tai auttaa tarpeettomasti, jos hän on syventynyt oppimaan. Lapsi on hänen mukaansa tutkijaluonne, joka oppii jo ennen kouluikää itsenäisesti suuren määrän asioita. (Edwards 2001, 96-97.)

Kun perinteisessä kouluopetuksessa oppiminen tapahtuu lähinnä kuuntelemalla, lukemalla, luettelemalla ja kirjoittamalla opitaan montessoriluokassa tekemällä, liikkeen avulla. Lapsi voi koskea, tunnustella ja liikuttaa esimerkiksi kuutioita ja neliöitä, jotka edustavat matemaattisia käsitteitä. Sen sijaan, että opettaja selittäisi käsitteet omalla tavallaan, selitykset sisältyvät opetusmateriaaliin ja ohjeistuksiin. Opetusmateriaalin lähtökohtana on aina lapsen kiinnostus, josta on kokemuksen kautta saatua tietoa. Montessorin tapaan myös Dewey, Piaget ja Thorndike korostivat lapsen oman kiinnostuksen merkitystä oppimisessa. (Lillard 2005, 55, 116.) Montessoriopetuksen materiaalit on suunniteltu niin, että virheet eivät käytännössä voi jäädä huomaamatta, joten oppilas voi itse korjata erehdyksensä (Flanagan 2005, 158.)

Perinteinen kouluopetus oli Montessorin mukaan kiinnostunut lähinnä tahdosta ja ponnisteluista, jotka ovat seurausta joko oppilaan sisäisistä tai ulkoisista vaatimuksista. Kun oppiminen lähtee ulkoisten vaatimusten tai palkintojen sijaan oppilaasta itsestään ja omasta halusta, oppilaan itsevarmuus lisääntyy, mikä näkyy rauhallisuutena. Tämä puolestaan tekee muiden kanssa työskentelystä ja ryhmään mukautumisesta helppoa. (Montessori 1955, 43) Montessorin näkemyksen mukaan lapsia ei tullut jakaa ryhmiin iän tai sukupuolen perusteella. Erityisesti ikään perustuvaa jakoa hän piti julmana ja epäinhimillisenä sekä sosiaalista kehitystä häiritsevänä. (Edwards 2001, 98.)

Montessoripedagogiikkaan kuuluu muutamia sääntöjä, joita kaikkien tulee noudattaa. Oletuksena on, että käytöshäiriöitä ei tule, kun oppilailla on mielekästä tekemistä. Oppimateriaalia ei kuitenkaan saa käyttää muuhun, kuin sille määrättyyn tarkoitukseen. Koska luokassa on riittävästi materiaaleja, saa oppilas työskennellä millä välineillä haluaa ja kuinka pitkään haluaa. Toisen oppilaan välineisiin ei saa koskea, ellei toinen pyydä työskentelemään yhdessä. Ongelmia syntyy useimmiten silloin, kun uusi oppilas on vasta sopeutumassa luokkaan. Varsinaisia palkkioita ja rangaistuksia ei käytetä kurinpidossa, sen sijaan luotetaan oppilaan itsearviointiin. (Edwards 2001, 100.)

4.2.2. Lapsen kehityskaudet

4.2.2.1. Kehityskausien merkitys

Montessori jakaa lapsen kehityksen neljään kehityskauteen. Kehityskausina lapsella esiintyy erilaisia herkkyyskausia. Herkkyys tietyille asioille mahdollistaa poikkeuksellisen intensiivisen suhtautumisen ulkomaailmaan ja sitä kautta tekee kyseisten asioiden oppimisen helpoksi. Montessorin näkemyksen mukaan herkkyys lakkaa, kun taito on opittu. Toisaalta ennen herkkyyskautta tai sen mentyä ohi, oppiminen on vaivalloista. (Montessori 1936, 25–26.) Montessori vertasi yksilön kehitystä metamorfoosiin ja yksilön uudelleensyntymään. Hän esitteli näkemyksensä lapsen kehityskausista ja kasvatuksesta jo vuonna 1938 Edinburghissa ja 1959 Lontoossa pitämässään esityksissä. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 21.)

Montessorin mukaan ensimmäinen kehityskausi alkaa lapsen syntymästä ja kestää kuudenteen ikävuoteen. Kausi voidaan jakaa kahteen osaan, joista ensimmäisessä, kolmeen ikävuoteen asti kestävässä vaiheessa aikuisen on vaikea ymmärtää lapsen mielenlaatua ja älykkyyttä tai vaikuttaa niihin. Toisessa eli kolmesta kuuteen vuoteen kestävässä vaiheessa se tulee mahdolliseksi, vaikkakin vain rajoitetusti. Ensimmäisessä kehitysvaiheessa lapsi on herkkä erilaisille aistihavainnoille ja kielen oppimiselle. Kehityskauteen kuuluu myös herkkyys järjestyksen etsimiseen sekä ulkoisesti että sisäisesti. Ulkoisen kohdistuessa ympäristöön sisäisen järjestyksen etsiminen keskittyy ruumiinosien liikkeisiin ja asentoihin eli koordinaatioon. Järjestyksen ja tarkkuuden herkkyyskausi, joka lapsella on noin neljän vuoden iässä, sai Montessorin tutustuttamaan lapset matematiikkaan jo tuossa iässä. (Montessori 1936, 35–44, Lillard 2005, 124.)

Montessorin mukaan toinen varsinainen kehityskausi kestää kuudesta vuodesta kahteentoista vuoteen ja sille on tyypillistä kasvu, tyyneys ja sävyisyys. Kolmas kehityskausi 12–18 ikävuoteen on psyykkisen ja fyysisen muutoksen aikaa. Neljäs kehityskausi alkaa nykyajan täysi-ikäisyydestä eli 18 ikävuodesta ja päättyy 24 vuoteen, joka oli Montessorin ajan täysi-ikäisyyden raja. Ensimmäinen ja kolmas kausi ovat luomisen aikaa ja yksilökehityksen kannalta erityisen hauraita vaiheita, jolloin ihminen tarvitsee itsessään tapahtuvien muutosten vuoksi paljon huolenpitoa (Hayes & Höynälänmaa 1985, 22).

Monissa maissa koulujärjestelmä noudattelee joko tiedostaen tai tiedostamatta Montessorin kehitysvaiheita. Koulu aloitetaan toisen vaiheen alussa ja koulua vaihdetaan kolmannen vaiheen alussa. (Montessori 1946, 12.) Montessoripedagogiikassa kehitysvaiheet ja niihin liittyvät herkkyyskaudet

ovat keskeisiä. Opettajan tehtävänä on havainnoida jatkuvasti, mihin oppilaan kiinnostus suuntautuu, koska kiinnostuksen kohteet toimivat merkkeinä herkkyyksikausista.

4.2.2.2. Ensimmäinen kehityskausi

Montessorin työn ja tutkimuksen pääpaino oli ensimmäisessä kehityskaudessa. Ensimmäisessä, kuusi vuotta kestävässä kehitysvaiheessa lapsi tarvitsee rakkautta, suojelua, itsenäisyyttä ja sosiaalista kanssakäymistä. Lapsen mieli eroaa kaikista muista vaiheista, sillä se on absorboiva eli ympäristöstä koko ajan tiedostamatta tai myöhemmässä vaiheessa tiedostaen vaikutteita imevä. Oppiminen on iloa, se on helppoa ja vaivatonta kuin nukkuminen ja hengittäminen. Lapsi sopeutuu ympäristöön ja aikakauteen, jossa elää ja se tulee olemaan aina lähellä hänen sydäntään. Lapsi on erityisen kiintynyt vanhempiinsa, kotiinsa ja perheeseensä, varhaisvuosina erityisesti äitiinsä. Hän on itsekäs, eikä halua jakaa omaisiaan, lelujaan tai muuta omaisuuttaan. Hän haluaa myös olla keskipiste ja odottaa muiden toimivan tahtonsa mukaan. Tässä kehitysvaiheessa normaali lapsi tuntee tarvetta itsenäistymiseen. Itsenäistyminen tapahtuu vaiheittain, sen merkkinä lapsi haluaa vähitellen syödä ja pukea itse, kävellä ja kantaa tavaroita. Hän haluaa myös matkia toimintoja, joita mieli on absorboinut. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 22, 32–37.)

Ensimmäisessä kehitysvaiheessa lapsella on herkkyys kielen omaksumiseen ja luomiseen, itsenäisiin liikkeisiin ja niiden koordinaatioon, järjestykseen, aistien hienosäätöön ja hyvien tapojen oppimiseen. Kielen herkkyys toimii paljon ennen kuin lapsi alkaa itse puhua tai jokeltaa ja absorboiva mieli tekee spontaanin puhekielen oppimisen helpoksi. Neljän vuoden molemmin puolin lapsi on kiinnostunut oppimansa kielen analysoinnista, joten kirjoituksen ja lukemisen opettelu on tällöin helppoa. Liikunnan luomisen aika ajoittuu kielen omaksumisen kanssa samaan vaiheeseen syntymästä kahteen ja puoleen ikävuoteen. Liikunnassa ihmiselle on tärkeää liikkeiden koordinointi. Kuten kielen kehityksessä, myös liikunnassa lapsi on absorboinut vaikutteita inhimillisestä liikkeestä paljon ennen kuin hän itse yrittää liikkua. Liikkeiden lisäksi lapsen tasapaino kehittyy. Montessorin mielestä aikuisten suuria virheitä ovat lasten liiallinen kantaminen ja kaiken tämän puolesta tekeminen. Hän piti liikunnan kehitystä erityisen tärkeänä, koska lihakset ja keskushermosto yhdessä saattavat lapsen suhteeseen ympäristönsä kanssa. Hänen mukaansa liikunnalla ilmaistaan sielunelämää ja mieli kehittyy liikkeiden harjoittamisen kautta. Montessori on kirjoittanut teoksessaan *Absorbent Mind*:

”Kokemukseni ovat osoittaneet, että jos lapsi ei ole erityisistä syistä voinut käyttää käsiään, hänen luonteensa pysyy kehittymättömänä, hän ei kykene tottelemaan eikä hänellä ole aloitekykyä, hän on laiska ja surullinen. Lapset, jotka ovat työskennelleet käsillään saavat etuaseman kehityksessään ja heille kehittyy ilmeisen luja luonne.” (Hayes & Höynälänmaa 1985, 37–43.)

Järjestyksen herkkyys alkaa Montessorin mukaan ensimmäisten elinkuukausien aikana ja huipentuu noin kolmevuotiaana. Järjestyksen tarve koskee paitsi fyysistä ympäristöä, jonka järjestyksen lapsi on absorboinut, myös päivärytmiä ja rutiinitoimia. Häiriö järjestyksessä voi aiheuttaa suuttumusta, raivokkaita kohtauksia, huutamista ja itkemistä, mikä voi vaikuttaa aikuisesta käsittämättömältä. Montessorin mukaan lapsi voi ensimmäisen kehityskautensa aikana oppia helposti myös hyviä tapoja, mikä on osaltaan seurausta kielen ja liikkeen herkkyydestä. Lapselle voi opettaa vaikka miten oven voi avata ja sulkea hiljaa, miten kulkea toisen ohi, miten liikutaan huoneessa törmäilemättä muihin tai kalusteisiin, kuinka ojennetaan teräaseita tai tervehditään. Viimeinen herkkyys tässä kehityskaudessa on aistien hienosäätö. Ennen varsinaista päättelykykyä lapsella on intensiivinen kiinnostus kaikkiin aistihavaintoihin. Sellainen aistien kehittäminen, mikä tässä vaiheessa voidaan saavuttaa, ei ole mahdollinen enää myöhemmin. Montessori kehittikin aistienharjoitusmateriaalia, jota hän kutsui nimellä konkreettiset abstraktiot. Niistä yhdessä on esitelty väri, toisessa muoto, kolmannessa ääni. Materiaalin avulla lapsi oppii luokittelemaan jo aiemmin ympäristöstä omaksumiaan vaikutelmia. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 39–40, 43–45.)

4.2.2.3. Toinen kehityskausi

Toinen kehityskausi alkaa lapsen ollessa noin kuusivuotias. Se on ensimmäisellä kaudella luodun rakentamista ja kehittämistä ja sen vuoksi tasapainon, voiman ja tyyneyden aikaa. Toiselle kehityskaudelle ovat ominaista älylliset ponnistukset, mielikuvitus, syiden etsintä, kulttuurin omaksuminen, sosiaalisuus ja moraalisuus. Lapsi ei ole enää kiinnostunut pelkistä aistein havaittavista faktoista vaan hänen älynsä suuntautuu syihin ja seurauksiin ja siksi lapsi on täynnä loputtomia kysymyksiä. Tässä vaiheessa lapsen äly on kokonaisvaltaista eikä lapsi voi keskittyä loputtomasti yksityiskohtiin, ellei pikkutieto ole osa hänen ymmärtämäänsä kokonaiskuvaa. Lapsi tarvitseekin laajan kentän tutkimuskohteekseen. Toiselle kehityskaudelle ominainen mielikuvitus auttaa lasta siirtymään konkreettisista käsitteistä abstrakteihin ja tutkimaan syitä ja lainalaisuuksia. Montessorin mukaan on surullista ja vaarallista, että kouluissa asiatieto ja mielikuvitus erotetaan toisistaan. Mieli-

kuvitus on ikäkauden suuri voima, mielikuvien maailma, jonka lapsi on koonnut ympäristöstään. Montessori piti mielikuvitusta ja älykkyyttä edellytyksenä myös kulttuurikonaisuuden omaksumiselle, joka on tämän kauden kehityspiirre. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 26, 72–74.)

Toiseen kehityskauteen kuuluu myös muutos sisäänpäin kääntyneestä lapsesta ulospäin kääntyneeksi. Lapsi haluaa liikkua itse, olla vertaistensa kanssa. Samalla lapsi sopeutuu yhteiskuntaan ja haluaa yleensä olla samanlainen kuin muut. Pienen lapsen suhtautuminen tavaroihin yksinoikeutena vaihtuu niiden käyttöön sosiaalisessa kanssakäymisessä. Montessori kutsuu tämän ikäisillä ilmenevää vaistoa ryhmävaistoksi, jolla hän tarkoittaa tarvetta muodostaa ryhmiä, miniatyyriyhteiskuntia, joilla saattaa olla omia sääntöjä ja salakieltä. Näiden ryhmien ohella lapsi on kuitenkin myös kiinnostunut aikuisten yhteiskunnasta, miten se on organisoitu ja miksi, missä sen alkuperä on ja mitä aikuiset ajattelevat. Kiinnostus maailmaa kohtaan laajenee kiinnostukseksi abstraktia tietoa kohtaan ja myös moraaliin. Lapsi haluaa tietää, mikä on oikein ja mikä väärin, mikä hyvää ja mikä paha. Lasta kiinnostaa aikuisten käsitys edellä mainituista ja tähän liittyy kehityskauden alkupuolella yleinen juoruilu ja kantelu muiden lasten tekemisistä. Lapsen oikeudentajun kehittymisestä seuraa, että hän pitää helposti eläinten tai heikompien ja nuorempien puolta, etenkin havaitessaan aikuisten kohtelevan näitä väärin. Lapsi tekee omia tulkintoja ja johtopäätöksiä oikeasta ja väärästä, eivätkä ne aina ole samoja kuin aikuisella. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 76–79.)

4.2.2.4. Kolmas kehityskausi

Kolmanteen kehityskauteen kuuluu olennaisena muutos, fyysinen ja psyykinen kasvu ja sitä kautta erityinen haavoittuvuus. Montessori käyttää tämän ikävaiheen lapsista nimitystä ”neonato” eli vastasyntynyt, kuvaamaan vaiheelle tyypillisiä ominaisuuksia. Sosiaalisesti yksilöksi tuleminen on kauden tehtävä ja kaksi psykologista perustarvetta ovat oman identiteetin ja oman sosiaalisen aseman löytäminen. Montessori piti kolmannelle kehityskaudelle tyypillisenä tottelemattomuutta ja kapinaa auktoriteetteja vastaan, varsinkin, jos nuoren mielestä aikuisilta puuttuu sympatia ja ymmärrys. Lapsi kääntyy sisäänpäin ja tulee tietoiseksi ulkoisista ominaisuuksistaan. Hän on kiinnostunut kaikista kokemuksista ja faktoista, jotka liittyvät hänen elämänsä sosiaaliseen puoleen. Nuori tulee tietoiseksi myös sosiaalisesta eriarvoisuudesta, joten sitä ilmentävät seikat, kuten vaatetus ovat tärkeitä. Montessorin mukaan tässä kehitysvaiheessa puutteet sosiaalisessa kanssakäymisessä ja sopeutumisessa saattavat aiheuttaa arkuutta, ahdistusta, masennusta ja alemmuuskompleksin. Nuo-

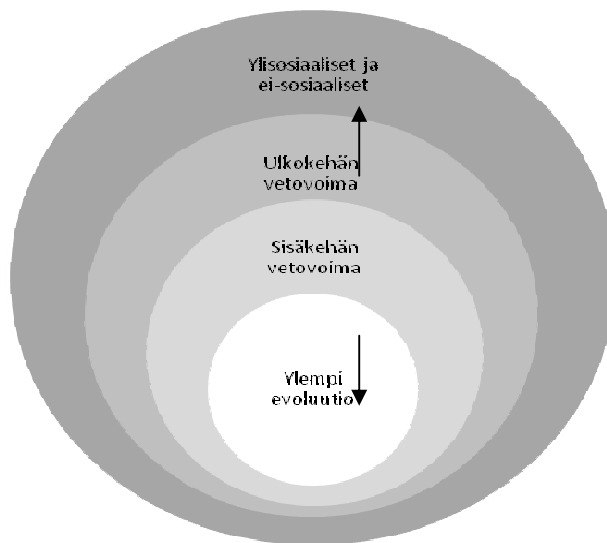
ressa ilmenee tyypillisesti myös voimakas tarve löytää johtaja, sankari, johon samaistua. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 94–97.)

Psyykkisistä piirteistä tavallisia ovat epäily, epäröinti, tunnekuohut, lannistuminen ja odottamaton taantuma älyllisissä voimavaroissa. On kuin vaikeuksien kerjäämistä, että suurin informaatiotulva kouluissa ajoittuu juuri tälle kehityskaudelle, vaikka edellisen kauden aikana lapsen tiedonjano oli suurimmillaan. Opiskelun vaatima keskittymiskyky puuttuu, sillä tämä kausi on odottamisen aikaa. Ikävaiheeseen kuuluisi pikemminkin itsetuntoa vahvistavan luovan työn tekeminen. Montessori esittääkin opetussuunnitelmassaan tälle kaudelle itseilmaisua, kuten musiikkia, kuvaamataidetta sekä draamaa, runoutta ja keskustelua. Toisena hän esittää opetettavaksi luovaa kulttuuria eli eettistä kasvatusta, matematiikkaa ja kieliä, jotka luovat perustan lapsen persoonallisuudelle. Kolmantena tarvittaisiin kasvatusta aikuiselämää varten luonnontieteiden ja historian avulla. Menetelmiksi Montessori suositteli opettajan laajaa alustusta, sitä seuraavaa työprojektia joko ryhmätyönä tai keskusteluina sekä lopuksi kokoavaa yhteenvetoa. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 29–30, 94–96.)

Montessori laatii ensimmäisen ja toisen kehityskauden kasvatussuunnitelmansa tarkkailtuaan ja tutkittuaan ensin kyseisen ikäkauden lapsia koetilanteissa. Kolmannelle kehityskaudelle suunnitteleman kasvatohjelman, jota kutsutaan nimellä Erkinder-suunnitelma, Montessori laati poikkeuksellisesti ideoimalla edellisten kehityskausien pohjalta. Yksi osa tätä maan lapsien suunnitelmaa oli, että lapsen tulisi jättää oma ympäristönsä, kotinsa ja perheensä, ja lähteä pois maalle eräänlaiseen sisäoppilaitokseen. Tarkoituksena oli, että lapsi voisi elää hiljaisessa ympäristössä, lähellä luontoa yksilöllisessä huolenpidossa, raikkaassa ulkoilmassa ja lisäaineettomalla ruoalla. Nuorella olisi samalla mahdollisuus olla rauhassa ja mietiskellä. Nuorten taloudellisen itsenäistymisen tarve, jota ei voi Montessorin mielestä täyttää antamalla lapselle rahaa, toteutuisi maalaiskoulussa, jossa olisi mahdollisuus rahan hankkimiseen. Koulu tarjoaisi lisäksi mahdollisuuden kokemuksen hankkimiseen maanviljelyksestä, markkinoinnista, kysynnän ja tarjonnan suhteesta sekä voiton tuottamisesta. Lapset tekisivät työtä itse ja vierailijat, kuten vanhemmat, voisivat majoittua nuorten ylläpitämässä hotellissa. Montessorilla ei koskaan ollut tilaisuutta käytännössä toteuttaa Erkinder-suunnitelmaansa, eikä sitä ole kokonaisuudessaan kokeiltu missään. Suunnitelmasta vaikutteita saaneita oppilaitoksia on kuitenkin ollut vuosikymmeniä Hollannissa, Saksassa ja Pohjois-Amerikassa, joista jälkimmäisessä on organisoinnissa ollut apuna Montessorin poika, Mario Montessori. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 29, 98–99.)

4.2.2.5. Neljäs kehityskausi

Neljäs kehityskausi on seesteinen ja selkeä. Kolmannella kaudella luotu sosiaalinen yksilö kehittyy täysipainoiseksi yhteiskunnan jäseneksi. Nuori nainen tai mies ymmärtää, että hänestä itsestään riippuu, kuinka pitkälle hän haluaa mennä, koska kulttuuri ja kasvatus kuuluvat ihmiskunnalle, johon hän kuuluu. Montessori kuvaa ihmisen kehitystä rengaskuviolla.



Kuvio 1. Ihmisen kehitys Montessorin mukaan

Keskusrenkas kuvaa täydellisyyden keskusta eli pientä joukkoa täydellisesti kehittyneitä ihmisiä. Sen ympärillä on rengas eli voimakkaat, tasapainoiset ihmiset, jotka ovat lähellä ihanne- tai normaali-ihmistä. Tämän kehän ympärillä on rengas, joka kuvaa suurta joukkoa ihmisiä, jotka eivät ole normalisoituneet kehityksessään jostain syystä. Uloimpana olevan renkaan ihmiset ovat Montessorin mukaan epänormaaleita. Hän luokitteli tämän joukkoon ei-sosiaalisiin eli rikollisiin ja ylisosiaalisiin eli mielenvikaisiin. Yhteistä heille oli kyvyttömyys sopeutua sosiaaliseen elämään, muiden sopeutuessa paremmin tai huonommin. Kasvatuksen ongelmien Montessori katsoi olevan siellä, missä on voitu sopeutua tiettyyn rajaan asti. Maailmaan sopeutuminen tapahtuu hänen mukaansa kuuden ensimmäisen ikävuoden aikana, jolloin syntyvät luonteenpiirteemme. Montessorin mukaan keskustaa seuraavassa renkaassa olevat tasapainoiset ihmiset tuntevat vetovoimaa keskustaa eli täydellisyyttä kohti. He ovat vahvempia suuremman elinvoiman tai parempien elinolosuhteiden vuoksi

ja heillä on halu tulla paremmaksi. Seuraavan renkaan joukko, jonka kehitys ei ole normalisoitunut, pyrkivät puolestaan luisumaan epänormaalien joukkoon, yli- tai ei-sosiaalsiin. Välttääkseen luisumisen he tarvitsevat moraalista tukea, sillä Montessorin mukaan kukaan ei halua rikolliseksi tai mielisairaaksi. Tällä ryhmällä on vain vähemmän energiaa tai enemmän vastoinkäymisiä. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 111.)

4.2.3. Montessorin käsitys lapsen matemaattisesta kehityksestä

Matematiikan ja kielen ero on siinä, että matematiikka ei ole kielen tapaan osa lapsen elämää syntymästä saakka, vaan se on uusi abstrakti asia. Montessorin näkemyksen mukaan matematiikan opetuksen pohja on aisteissa, jotka kehittävät mieltä ja muistia. Niiden avulla voidaan synnyttää matemaattinen mieli. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 111.) Matemaattinen ajattelu ja kiinnostus matemaattisilla välineillä työskentelyyn heräävät lapsilla yleensä noin neljän vuoden iässä (Parkkonen 1991, 181). Matematiikan opetuksessa tulisi edetä loogisessa järjestyksessä ja konkreettista havaintomateriaalia käyttäen. Matematiikka ei ole lapselle yleensä vaikeaa, jos opetuksessa edetään ensimmäisessä kehitysvaiheessa sopivassa tahdissa, lapsen herkkyyttä noudattaen. Toisessa kehitysvaiheessa on erityisen tärkeää herättää oppilaiden mielenkiinto ja saada heidät käyttämään mielikuvitusta myös matematiikassa. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 111.)

Montessori-matematiikassa pyritään siihen, että lapsi oivaltaa oman työnsä kautta ja kokemukset muuttuvat tietoiseksi elämän realiteetiksi. Montessori kuvaa matemaattisen mielen kehitystä seuraavasti:

1. Kokemus (konkreettinen matemaattisten välineiden käsittely)
2. Oivallus (välineet näyttävät selvästi hahmottamisen vaikeudet)
3. Oivalluksen jälkeen lapsi vähitellen hallinnan kautta siirtyy abstraktiin sovelukseen

Montessoriluokassa on erityisen paljon matematiikkavälineistöä, koska prosesseja halutaan hidastaa ja kuvata eri puolilta niiden täydelliseksi ymmärtämiseksi. Vaikeus halutaan rajata yhteen lisäykseen välineistön määrässä. On tärkeää, että lapsi työskentelee jo nuorena konkreettisen välineistön kanssa, koska silloin se on hänestä yleensä vielä kiinnostavaa ja jättää positiivisia, mieleenpainuvia mielikuvia matematiikan käsitteistä. Lapsille opetetaan Montessori-koulussa ensin määrä nimineen yhdestä kymmeneen numerosarjoilla. Sen jälkeen hiekkapaperinumerojen avulla näytetään lukusa-

nat ja yhdistetään määrä sitä esittävän symboliin. Kun nollan käsite on opetettu, opetetaan edelleen lukuja yhdestä kymmeneen käyttäen parittoman ja parillisen luvun käsite. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 111–113.)

Montessorimenetelmässä numeroilla työskentelyssä määriin tutustuttaminen, symbolimerkkeihin eli numeroihin tutustuttaminen sekä numeron tekemisen ohjaus erotetaan alusta alkaen omiksi tehtävikseen. Vaikka lapsi oppisikin jo pienenä luettelemaan numerot lorun tapaan, vaatii numerosymbolin ja määrän yhdistäminen omaa harjoittelua, jossa tukena käytetään siihen kehitettyjä välineitä. (Parkonen 1991, 180–181.)

Erilaista Montessori-opetuksessa on siirtyminen kymmenjärjestelmään heti, kun ensimmäiset luvut ovat hallinnassa. Tämä perustuu käsitykseen siitä, että kymmenjärjestelmä on vain operoimista yhdeksällä luvulla ja nollalla. Kymmenjärjestelmässä opetetaan lapselle yhteen-, kerto-, vähennys- ja jakolasku helmillä ja niitä vastaavilla numerokorteilla. (Hayes & Höynälänmaa 1985, 113.)

4.2.4. Montessoriopetus

Montessoriluokille on tyypillistä hyvä järjestys ja ylimääräisten tavaroiden puuttuminen. Työjärjestysten osalta montessoriluokat poikkeavat mikro- ja makrotasolla tavallisista luokista. Makrotasolla, päivittäisessä työskentelyssä, ei ole tarkkoja opettajalähtöisiä lukujärjestyksiä. Oppiaineiden integrointi on ominaista montessoriopetukselle ja oppilaat valitsevat päivittäin mitä opiskelevat ja minkä pituisissa jaksoissa. Mikrotasolla asioiden käsittely on kuitenkin hyvin järjestäytyntä ja eri materiaalien avulla opiskelu tapahtuu ennalta määrättyssä, vaiheittain etenevässä järjestyksessä. (Lillard 2005, 292.)

Montessoriopetuksen keskeiset harjoitukset liittyvät kirjoittamiseen, lukemiseen ja aritmetiikkaan. Lapsen katsotaan omaavan edellytykset kirjoittamaan oppimiselle ennen lukemaan oppimista. Kirjoittamisessa käytetään apuna hiekkapaperipintaisia puukirjaimia. Numeroiden, järjestyksen ja laskeamisen opettelussa apuna ovat aluksi väreiltään ja pituuksiltaan erilaiset puikot sekä lieriöt, särmiöt, särmiöt ja prismat. (Flanagan 2005, 159–160.)

Montessorin elinaikaan verrattuna maailma on muuttunut huomattavasti. Oppilaiden tiedonjanoon ovat nykyaikana vastaamassa lukemattomat tahot. Oppilaiden tietovarastot ovatkin jo pienestä pitäen todennäköisesti paljon suuremmat kuin Montessorin elinaikana ja kiinnostuksen kohteet vaihte-

levat paljon. Montessoripedagogiikka mahdollistaa kuitenkin tavallista koulujärjestelmää paremmin lapsen omien kiinnostuksen kohteiden hyödyntämisen opetuksessa.

4.3. Unkarilainen matematiikanopetus

4.3.1. Unkarilaisen matematiikan eli Varga- Neményi -menetelmän taustaa

Unkarissa käynnistyi 1960-luvulla matematiikan opetuksen uudistustyö. Tutkimukset olivat osoittaneet oppilaiden laskevan melko hyvin, mutta heidän ajattelunsa oli jäykkää eikä tarpeeksi luovaa. Oppilaiden ongelman tunnistamis-, käsittely- ja ratkaisukyvyt olivat alhaisella tasolla. Matemaatikko Tamás Varga työryhmineen, johon kuului myös Eszter Neményi, muotoili uuden suuren muutoksen aiheuttaneen matematiikan opetusmenetelmän, joka toi matematiikan oppimisen alun alkuopetukseen. (Oravecz & Kivovics 2005, 22.) Unkarilaista matematiikanopetusta kutsutaankin nykyisin yleensä joko Varga- tai Varga-Neményi –menetelmäksi.

Varga itse teki pilottikokeilun lukuvuonna 1961–61 yhdessä ensimmäisessä luokassa, jossa oli 36 seitsemänvuotiasta tyttöä. Vuoden 1962 kansainvälisen matematiikan opetuksen Budapestin symposiumin innoittamana Varga kutsuttiin jatkamaan matematiikan opetuksen uudistamista. Varga kouluttautui itse ja koulutti kahta opettajaa, laati materiaalia ja opetussuunnitelmaa uutta alkua varten. Alussa Vargan menetelmä oli koekäytössä budapestiläisen koulun kahdessa ensimmäisessä luokassa lukuvuonna 1963–64, mutta laajeni kokeilukoulun muihinkin luokkiin ja toisiin kouluihin. Kokeilussa mukana olleet opettajat olivat luokanopettajia eivätkä matematiikkaan erikoistuneita. Kokeiluluokkien oppilaita ei valittu erityisesti kyseiselle luokalle. 1960-luvun jälkeen menetelmää on uudistettu useasti. Vuonna 1986 menetelmä tarkistettiin käyttäen hyväksi 20 vuoden ajalta kertynyttä kokemusta ja oppimistuloksia. Vargan menetelmä poikkesi muun Euroopan matematiikan uudistuksista. (Tikkanen & Lampinen 2005, 78–79.)

Opetusmenetelmässä nähtiin matematiikan luovuus. Varga-menetelmä edellyttää opettajalta luovuuden ja hyvän koulutuksen lisäksi positiivista asennoitumista, sillä se vaatii runsaasti valmistelutyötä ja opetuksessa käytetään paljon apuvälineitä. Varga itse oli sitä mieltä, että olisi ihanteellista, jos matematiikkaa opettaisi kolmannesta luokasta alkaen aineenopettaja (Näätänen & Matikainen 2005, 95). Menetelmällä on opetussuunnitelma, ja se on nykyisin Unkarissa valtakunnallisessa käytössä. (Oravecz & Kivovics 2005, 22.)

Unkarissa opetussuunnitelma sanelee oppilaille opettavien asioiden vähimmäismäärän ja käytännössä noin 80 % opetuksen sisällöstä. Lopun 20 % opetuksesta koulut voivat suunnitella omien kiinnostustensa ja painotustensa mukaan. Matematiikan roolia kasvatuksessa korostetaan ja se nähdään osana kulttuuria, johon kuuluu matematiikkojen elämäkertoihin, keksintöihin ja historiaan tutustuminen. (Räty-Záborszky 2006, 25–26.) Opetussuunnitelmassa korostetaan joustavaa ja kuralaista ajattelua. Ajattelun menetelmiä pyritään kehittämään vahvalla käsitteenhallinnalla ja työtavoilla. (Räty-Záborszky 2006, 28, 34.)

Vargan menetelmä sopii niille, joilla on oppimisvaikeuksia sekä toisaalta lahjakkaammille, enemmän matemaattisia taipumuksia omaaville. Unkarissa pyritäänkin matematiikanopetuksessa huomiomaan monipuolisesti eritasoiset oppilaat pienopetusryhmien avulla, tehtäviä eriyttämällä ja lisäopetuksella. Oppilailla on myös mahdollisuus opiskella jo koulun alusta lähtien matematiikkapainotteisessa luokassa tai koulussa sekä osallistua matematiikkakerhoihin ja lukuisiin valtakunnallisiin ja alueellisiin matematiikkakilpailuihin. Kesäisin järjestetään myös matematiikkaleirejä. (Räty-Záborszky 2006, 23–24.)

4.3.2. Matematiikan opetus Varga-Neményi -menetelmällä

4.3.2.1. Peruseriaatteita

Neményin mukaan Varga-menetelmän didaktisten periaatteiden tärkeimpiä ajatuksia ovat

”Ajattele asioita, äläkä sanoja!” (Holmes)

”Kaikki, mitä opetetaan, olkoon todellisuutta!” (Bólyai)

Neményin mukaan opetuksessa on taattava oppilaille se materiaali, tilanteet, välineet ja olosuhteet, joissa ja joiden avulla oppilaat voivat hankkia riittävää kokemusta, elämystä ja harjoittelua. Tarvitava materiaali sisältää oppimateriaalin lisäksi tietojen oikealla tavalla valitun järjestelmän. Tilanteella tarkoitetaan motivoivia, opetuksen sisältöön sopivia, kiinnostavia ja jännittäviä ongelmanasetteluja ja tehtäviä, joiden parissa työskentely auttaa tietojen rakentumista sekä taitojen ja kykyjen kehitystä. Välineinä on oltava opetusvälineitä, joilla ongelmat voidaan asettaa, esittää ja ymmärtää. Niiden on sovellettava myös kokeiluihin ja ratkaisuyrityksiin, joilla ajatuksia voi tarkistaa ja toimitettava ajatusmallien perustana ratkaisumalleja yleistäessä. Painetun materiaalin on tarjottava mahdollisuus valikoida eriytyvien vaatimusten, toiveiden ja kykyjen mukaan. Opetuksessa olisi luotava

ilmapiiri, jossa lapset työskentelevät mielellään, turvallisista mielin ja luottaen siihen, että apua, arviointia ja arvostusta on tarvittaessa saatavilla. Jokaisella tulisi olla myös mahdollisuus esittää ajatuksiaan, kuulla toisten mielipiteitä ja myös erehtyä ja väitellä. Tiedon tulisi olla arvo, mutta tiedonhulun, uteliaisuuden ja sinnikkään työskentelyn sitäkin suurempia arvoja. (Neményi 2005, 38–39.)

Taulukko 2. Varga-Neményi –menetelmän keskeiset periaatteet

Metodologiset perusperiaatteet

- todellisuuden perustuva, toiminnallisten kokemusten hankkimisesta lähtevä
- ympäröivä todellisuus
- muistot, muistikuvat
- monenlaiset aistihavainnot

Apuvälineiden käyttö

- yhtenäinen ja laaja perustus (matematiikan opettaminen)
- iän ominaispiirteiden huomioonottaminen
- toiminta
- toiminnan vaihtelevuus
- leikinomaisuus kehittävien leikkien/pelien avulla

Abstraktion suunnittelu (induktiivinen oppiminen)

- erehtymisen vapaus, keskustelu
- iloinen oppiminen

Varga-menetelmän metodologisista periaatteista tärkein on todellisuuden perustuva, toiminnallisesta kokemusten hankkimisesta lähtevä oppiminen. Oppilaat kokoavat, laskevat, peittävät, mittaavat, täyttävät, koskettavat, astuvat ja rakentavat oppitunnilla erilaisten opetusmateriaalien avulla. Vaikka piirtämistä ja väritymistäkin käytetään, ne ovat vain tietyn tyyppisiä abstraktioita eivätkä yksinään riittävän konkreettisia. Kokemuksellisuuden tavoitteena on, että oppilas tiedostaisi opeteltavan asian oman ajatustoimintansa kautta ja sisäistäisi sitä kautta matemaattiset käsitteet kuvina ja muistoina,

jotka voisi myöhemmin erilaisissa tehtävänratkaisuisissa palauttaa mieleen. Myös uusien käsitteiden oppiminen rakentuisi tallentuneiden mielikuvien päälle. (Oravec & Kivovics 2005, 23.)

Toiminnallisessa opetuksessa hyödynnetään näön lisäksi myös muita aisteja, jotta oppilaalle ei muodostu pelkkiä visuaalisia muistikuvia. Kuulohavaintoja tuotetaan taputtamisella, tömistelemällä ja erilaisilla soittimilla, tuntohavaintoja liikkumalla eri tavoin. Oppilas voi kuunnella, kuinka monta kertaa opettaja siirtää viittä helmeä helmitaululla, tunnistaa kuuloaistin avulla, onko esine kulmikas vai kaartuva pinnaltaan, hölskyttää umpinaisia astioita ja todeta kummassa on enemmän vettä tai havainnoida vähenevää ja kasvavaa jonoa käpertymällä kyykkyyn ja ojentautumalla suoraksi. (Oravec & Kivovics 2005, 23–24.)

Neményin mukaan didaktisten menetelmien perusteena ovat aivotutkijoiden havainnot siitä, että lapsuudessa ihminen kykenee panemaan liikkeelle ainoastaan aistillisia havaintoja ja käyttämään ajattelussaan ainoastaan kuvia. Pelkät sanat tai lauseet eivät lähde liikkeelle. Neményi lainaa Vygotskia, jonka mukaan vasta kahdennentoista ikävuoden lopulla kyky muodostaa itsenäisesti objektiivisia yleiskäsitteitä kasvaa jyrkästi. Ajattelu käsittein, irrallaan havainnoista, asettaa lapselle vaatimuksia, jotka ylittävät hänen psykologiset mahdollisuutensa ennen kahdettatoista ikävuotta. Neményin mukaan tästä seuraa se, että 6–12 –vuotiaan täytyy kohdatessaan verbaalisen tai kirjoitetun merkin ensin palauttaa mieleensä kuvia. Jos sellaisia ei löydy, sana ei käynnistä minkäänlaista älyllistä toimintaa, eikä palauta sellaista mieleen tai auta sitä suorittamaan. Sana ei myöskään uusissa tilanteissa tai tapahtumissa käynnistä lapsen ajattelutoimintoja. Kuvaa, konkreettisten seikkojen toteen perustuvaa tai mielikuvituksen avulla tuottamista tarvitaan paitsi kysymysten tai ongelmanasettelun ymmärtämiseen ja käsittelyyn, myös sen ratkaisuun, yhteyksien ymmärtämiseen ja tietojärjestelmän rakentamiseen. Myös aikuinen käyttää usein konkreettisia esimerkkejä halutessaan käsittää jonkun uuden ajatuksen. (Neményi 2005, 32.)

Varga-menetelmässä käytetään opetusmateriaalina pysyvien apuvälineiden, kuten väritankojen, logiikkapalojen ja rahan lisäksi myös tilapäisiä apuvälineitä. Tilapäisenä välineenä voi toimia mikä tahansa, minkä avulla matemaattista ongelmaa voidaan havainnollistaa, esimerkiksi tikkaat tai henkarista tehty vaaka. Oppilailla on käytössään suunniteltu, helposti esiin otettava oppimateriaalivarasto. Tarkoituksena on, että kaikkialta ympäröivästä maailmasta voidaan löytää matematiikkaa, jota pystytään apuvälineiden avulla havainnollistamaan. Opetuksen metodologiset peruseräatteen

perustuvat näkemykseen, jonka mukaan oppiminen ja tiedon hankkiminen on alaluokilla aina in-
duktiivista. (Oravec & Kivovics 2005, 24.)

Oppimateriaalia rakennetaan spiraalimaisesti, mikä takaa käsitteiden kypsyttämisen hiljalleen. Asiat palaavat useita kertoja käsittelyyn ja yhdistyvät muihin käsiteltyihin asioihin. Itse käsite määrittyy vasta 12–16 vuoden iässä, kuten todennäköisyyslaskennassa, joka muuttuu havainnoinnista laske-
miseksi, kaavaksi ja käsitteeksi vasta lukiossa. Matematiikan oppimisvaikeuksien voidaan katsoa
syntyvän silloin, kun jokin tärkeä kokemus jää puuttumaan ja tieto on tullut esiin vain verbaalisesti.
Varga oivalsi kokemusten hankkimisen tarpeelliseksi alaluokilla laskemisen ja mittaamisen lisäksi
myös muilla matematiikan alueilla. Kokemusten hankkiminen on ensimmäinen askel abstraktion
jatkumon luomisessa. Toiminta jatkuu pelien, leikkien tai kokoamisen avulla. Näiden jälkeen voi-
daan koettua havainnollistaa piirtämällä, minkä jälkeen siirrytään käyttämään merkkejä. Viimeisenä
vaiheena on opitun merkitseminen numeroilla ja merkeillä. Jatkumo kuljetaan kuitenkin yhden ker-
ran sijaan useita kertoja eri tunneilla, eri toiminnoilla ja eri luvuilla. Oppilas saa palata konkreetti-
seen riittävän monta kertaa, kunnes hän pystyy tarvittaessa käymään läpi jatkumon myös toiseen
suuntaan eli keksimään abstraktille merkkien ja lukujen muodostamalle laskutoimitukselle myös
sanallisen muodon. (Oravec & Kivovics 2005, 24–25.)

4.3.2.2. Matematiikka yhtenäisenä rakennelmana

Olellaista Varga-menetelmässä on, että oppilas saa yhtenäisen ja laajan perustan matematiikan
oppimiselle. Oppilaalle pyritään opettamaan matematiikkaa eikä vain sen yhtä osa-alueita, laskuop-
pia. Matematiikan kaikkia osa-alueita: joukko-oppia, logiikkaa, funktioita, lukujonoja, kombinatori-
ikkaa, todennäköisyyttä, tilastotiedettä, geometriaa ja mittaamista tarvitaan, jotta oppilaan ajattelu
voisi kehittyä. Osassa matematiikan osa-alueita pyritään alaluokilla lähinnä käsityksen muodosta-
miseen ja kokemusten keräämiseen, eikä toimintaa niiden osalta arvioida. Opettajan tulee kuitenkin
havainnoida oppilaita pystyäkseen varmistamaan, että oppilas ymmärtää, näkee ja kokee. (Oravec
& Kivovics 2005, 26–27.)

Oppia joukkojen rakenteista eli joukko-oppia voidaan pitää perustana muille matematiikan aloille ja
sen puhetapeihin on hyvä tutustua, vaikkei niitä opetuksessa tarvittaisikaan. Yhtenäisten puhetape-
jen käyttö on matematiikassa muutenkin tärkeää havaittaessa ja kuvailtaessa eri olioiden ja suhteiden
erilaisia yhteisiä piirteitä, kuten kerto- ja yhteenlaskun vaihdantalakia. (Kahanpää 2001, 9.)
Logiikka on läheisessä yhteydessä joukko-oppiin. Muodollista logiikkaa ei opeteta Unkarissa lapsil-

le järjestelmänä, mutta jo alaluokilla tutustutaan logiikan termeihin, kuten ”ja” ja ”tai”, ja tulkitaan yksinkertaisten tapausten eksistenssiväitteitä ja niiden negaatioita. (Neményi 2005, 41.)

Funktioiden osalta perusopetuksessa tehdään, luetaan ja tulkitaan taulukoita ja diagrammeja sekä etsitään niistä säännöllisyyksiä. Lukuonoissa tutustutaan jonojen ominaisuuksiin, kuten jaksottaisuuteen, kasvamiseen, vähenemiseen ja säännöllisyyteen. (Neményi, 45.) Varga-menetelmässä lapsi oppii ensin luonnollisia lukuja, jotka kuvaavat määrää ja järjestystä. Alusta asti oppilaita valmistellaan kuitenkin myös rationaalilukuihin ja mittaamiseen sekä reaalitylukuihin, jotta saataisiin alustava käsitys lukusuorasta. Vargan menetelmässä lapset totutetaan alusta asti kymmenjärjestelmän ohella myös muihin lukujärjestelmiin. Hernepusin sisällön lukumäärän voi lausua konkreettisesti kokoamalla herneet viiden palkoihin, palot viiden pussin pussukoihin ja viiden pussin laatikoihin, jolloin tasan menemättömät herneet, palot ja pussukat antavat numerot. (Kahanpää 2001, 70–71.)

Todennäköisyyttä lähestytään alaluokilla havainnoinnilla, leikeillä ja peleillä. Oppilaat tutustuvat yleensä tapahtuman todennäköisyyteen seuraamalla lukuisia kertoja toistetussa kokeessa tietyn tapahtuman suhteellista tiheyttä. Tietojen järjesteleminen ja muutamii tietoa kuvaaviin tunnuslukuihin, kuten aritmeettiseen keskiarvoon, tutustuminen helpottaa todennäköisyyskokeiluja ja liittyy lisäksi myös muiden alueiden mittauksiin. (Neményi 2005, 47.) Kombinatoriikassa pienten jonojen muodostaminen on helppoa vielä kokeellisestikin, joten se soveltuu myös nuoremmille oppilaille.

Geometria on vanha matematiikan osa-alue, joka on visuaalista, konkreettista ja havainnollista. Geometriassa tutustutaan tasokuvioihin ja avaruuskappaleisiin sekä niiden osiin käsitteitä nimeämällä ja mittaamalla. Oppilaat tutustuvat myös vakiomittayksiköihin ja niiden suuruussuhteisiin. Kuvioden ja kappaleiden yhdenmuotoisuuden ja yhtenevyys ovat tärkeitä käsitteitä. (Neményi 2005, 46 ja Kahanpää 2001, 9.)

Ajatus matematiikasta yhtenäisenä rakennelmana tarkoittaa sitä, että osa-alueet punoutuvat yhteen ja nojaavat toisiinsa. Vargan mukaan eri alueiden opettaminen eristyksissä toisistaan ja yritys liittää niitä yhteen myöhemmin on yhtä huono, kuin linnan rakentaminen tekemällä pohjoismuuri ensin perustasta kattoon. Linnan rakentaminen seinä kerrallaan johtaisi purkamiseen ja uudelleen rakentamiseen, eikä lopputulos olisi siltikään hyvä. (Neményi 2005, 40.)

Varga-menetelmässä keskeistä on luku- ja laskutoimitusten muodostaminen ja erilaisten laskutapojen muokkaaminen ja harjoittelu. Opettajan pitää pystyä huomioimaan oppilaan ikä ja sen tuomat

erityispiirteet. Oppilaiden ikä vaikuttaa paitsi heidän ruumiillisiin ja henkisiin kykyihinsä, tietoihinsa ja sanavarastoon myös keskittymiskykyyn. Toisaalta myös oppilaiden persoonalliset erot edellyttävät oppilaan kehittämistä hänen omalla tasollaan. Toiminnallisuus mahdollistaakin selittämistä paremmin yksilöllisten ominaispiirteiden ja kehitysvaiheen huomioimisen. Opettajan kielenkäytön on oltava oppilaille ymmärrettävää, oppilaiden tason huomioivaa. Joukon sijasta voidaan puhua ryhmästä tai kasasta ja relaation sijaan siitä, mikä on pidempi tai lyhyempi. (Oravec & Kivovics 2005, 26–27.)

Varga-menetelmässä erehtyminen on luonnollista ja se korjataan oikealla tavalla, eli laittamalla oppilas kulkemaan abstraktion jatkumo uudelleen läpi. Pyrkimyksenä on, että oppilas itse tunnistaa erehtymisensä ja korjaa virheensä. Oppilaille ei sanota vastauksen olevan väärä tai hullu, vaan todetaan korkeintaan tapahtuneen erehdyksen. Tunneilla käydään myös keskusteluita, jotka edistävät ongelmanratkaisua, auttavat oppimista ja mahdollistavat persoonallisuuden harmonisen kehittymisen. Samalla ne luovat vapautunutta ilmapiiriä. (Oravec & Kivovics 2005, 27.) Unkarilaisen opetustyylin perusominaisuuksia onkin koko luokan yhteistyö ja luottamus oppilaiden ja opettajan välillä. Opettaja ohjaa luokkaa ja opetustapa on interaktiivinen, mutta siinä on mukana lyhyitä itsenäisen työskentelyn palasia. (Näätänen & Matikainen 2005, 93.)

Jotta lapset pystyisivät siirtymään konkreettisesta abstraktioon ja päinvastoin, on heidän kielellinen osaamisensa oltava vahva. Äidinkieli onkin matematiikan opiskelun kannalta tärkeä aine, jotta lapsi oppisi kertomaan, miten hän päättelee asioita. Vaikka opettaja johdatteleekin oppilaita pukemaan sanoiksi oppilaiden itse oivaltaman asian, hän tekee sen vasta siinä vaiheessa, kun mielikuva opitusta on kyllin selkeä. Matematiikan toiminnallinen, kokemuksellinen opetus kehittää myös oppilaiden hienomotorisia taitoja tukeutuen kaikkiin aisteihin. Lisäksi se auttaa kehittämään keskittymiskykyä ja luo positiivisen suhtautumisen oppimiseen. (Näätänen & Matikainen 2005, 92.)

4.4. Montessoripedagogiikan ja Varga-Neményi –menetelmän vertailua

Yhteistä Montessoripedagogiikalle ja Varga-Neményi –menetelmälle on apuvälineiden ja kaikkien aistien käyttö opetuksessa. Lapsen motoriikkaa harjoitetaan ja eri ikäkausien mahdollisuudet pyritään huomioimaan kaikessa oppimisessa. Apuvälineiden käytössä Montessoria pidetään edelläkävii-

jänä. Hänen käyttämiään opetusvälineitä ovat käyttäneet ja kehittäneet monet pedagogit, kuten Cuisenare, joka laajensi värisauvojen käyttöä peruslaskutoimituksista murtolukujen, pinta-alan, tilavuuden sekä neliöjuuren havainnollistamiseen. Gattegno ja myöhemmin Varga jatkoivat Cuisenaren ideoiden käyttöä. (Näätänen 2008.)

Montessoriopetuksessa siirrytään värisauvojen käytöstä helmiin, joilla lasketaan jakolaskua lukuun ottamatta peruslaskutoimitukset. Helmien avulla havainnollistetaan peruslaskutoimitusten lisäksi neliön ja kuution laskemista sekä murto- ja desimaalilukuja. Montessoripedagogiikasta poiketen Varga-menetelmässä pysytään pitkään pienellä lukualueella, jotta se olisi kunnolla pohjustettu. Kun Montessoriopetuksessa siirrytään jo esikoulussa suuriin lukuihin, Varga-menetelmässä pysytellään ensimmäisellä luokalla lukualueella 0–20 ja toisella luokalla laajennetaan lukuihin 0–100. Varga-menetelmässä tutustutaan kymmenjärjestelmän lisäksi myös muihin lukujärjestelmiin. Loogikan harjoittamista varten unkarilaisessa matematiikanopetuksessa ovat keskeisiä välineitä myös loogiset palat. Koska Varga- Neményi –menetelmässä opetusvälineinä ovat useimmin myös arkipäivän esineet tai itse valmistetut apuvälineet, on välineistön kokoaminen edullisempaa. (Näätänen 2008.) Toisaalta Montessoripedagogiikalle ominainen välineistö saattaa kiehtoa enemmän erityisesti kineettistä oppijaa.

Molemmat menetelmät pyrkivät lähtemään liikkeelle konkreettisesta kokemuksesta matematiikan käsitteiden pohjustamisessa. Lapsi nähdään aktiivisena oppijana ja ratkaisujen keksijänä. Siinä missä Montessori korostaa oman hiljaisen, omassa tahdissa etenevän työskentelyn merkitystä, unkarilainen matematiikanopetus painottaa luokan samanaikaista toimintaa ja puhetta opettajan ja oppilaiden välillä. Molemmissa menetelmissä käytetään myös pari ja ryhmätyöskentelyä. Montessorilla tämä tapahtuu usein edistyneemmän oppilaan työskentelyä seuraten. Kotitehtävien suhteen menetelmät eroavat toisistaan, sillä montessorioppilaat eivät tyypillisesti saa kotitehtäviä toisin kuin unkarilaiset oppilaat. Varga-Neményi –opetuksessa tyypillinen abstraktion tien käsite ja erityisesti sen kulkeminen käänteisessä järjestyksessä puuttuu Montessoriopetuksesta. Unkarilaisessa opetuksessa matematiikan kielelle kääntäminen onkin keskeistä. Samankaltaisuudet molemmilla pedagogiikoilla juontavat osaltaan juurensa Vygotskiin, joka oli molemmilla eräänä oppi-isänä. (Näätänen 2008.)

4.5. Matikkamaa

Matikkamaa on suomalainen vuonna 2000 Espoossa ja Helsingissä syntynyt toiminnallisen matematiikanopetuksen hanke. Matikkamaita on kuluneen vuosikymmenen aikana perustettu jo useita eri puolille Suomea. Hallinnollisesti Matikkamaat ovat opetusviraston tai/ja yliopiston alaisia.

Matikkamaa-hankkeet pohjautuvat pitkälti Varga-Neményi –menetelmään. Matikkamaiden avulla pyritäänkin Montessoripedagogiikan ja unkarilaisen matematiikanopetuksen tapaan lisäämään matematiikan opetuksen toiminnallisuutta. Geolautojen, tangramien, murtolukukakkujen ja muiden välineiden avulla voidaan toteuttaa tutkivaa ja havainnoivaa oppimista ja sitä kautta helpottaa matemaattisten käsitteiden ja laskutoimitusten ymmärtämistä. Erilaisten oppimistyylien huomioimista opetuksessa pidetään Matikkamaissa tärkeänä. Erityisesti visuaalisen ja kinesteettisen oppimistyylin omaaville oppilaille havaintovälineet ovatkin korvaamaton apu. Toisaalta rutiininomaisen laskemisen osuutta matematiikan opiskelussa pyritään karsimaan. (Opperi 2007)

Taulukko 3. Erään Matikkamaan välineistöä

Toimintavälineet	Pelit	Kirjat
Geolauta 11x11	Blokus	Opettajan tienviitta 1 a; Neményi, Oravecx, Lampinen
Kertolaskuavaimet	Blokus Trigon	Opettajan tienviitta 1 b; Neményi, Oravecx, Lampinen
Kymmenjärjestelmä	Tridio	Matematiikkaa 1 a ; Neményi, Oravecx, Lampinen
Loogiset palat	Tridio Aktiviteettikortit 1	Matematiikkaa 1 b ; Neményi, Oravecx, Lampinen
Lukusuora väli -25-+25	Tridio Aktiviteettikortit 2	Pelejä ja leikkejä 1
Lukusuora 0 – 100	Tenbase	Tangramables Activity Book (Tangram kuvioita 4-8-vuotiaille)
Monikulmiot (49 kpl)	Merirosvolaskupeli (yhteen, vähennys- ja kertolaskut)	Loogiset palat opettajankäsikirja
Murtokakut	Inkan aarre-peli	Murtolukuja välineillä luokille 3-9
Pieniä kuutioita	Vedenjakaja-kertolaskupeli	Matematiikkaa värisauvoilla luokille 6-9
Polynomipalat	Kuutigo-kertolasku	Näkökulmia näköpulmiin
Pythagoraan lause	Tantrix 56 palaa	Matematiikkaa unkarilaisilla laskusauvoilla
Suuri luokittelupakkaus (polynomit)		Matikasta moneksi
Tangram (100 kpl)		
Vaaka		
Värinapit (250 kpl)		
Värisauvat		
Ympyrä geolauta		
Super Duper luokittelupalat		
Tangram ohjelaput		

Matikkamaat koordinoivat matematiikan toiminnalliseen opetukseen liittyvää koulutusta. Ne ovat myös matematiikan materiaalipankkeja, joista voi lainata havaintomateriaalia opetuksen tueksi sekä saada ohjausta niiden käyttöön. Tavoitteena on, että apuvälineet otettaisiin käyttöön viimeistään esikoulusta lähtien, jolloin ne tulevat tutuksi ja luonnolliseksi osaksi opetusta alusta pitäen.

Taulukko 4. Matikkamaan toimintalinjat (Opperi 2007)

Luovuus			
Koulutukset	Suunnittelupäivät	Konsultoinnit	Kehittäminen
tavoitteena aineenhallinnan ja didaktisten taitojen kehittäminen sekä verkostoituminen	tavoitteena antaa aikaa ja eväitä pitkäjänteiseen suunnitteluun	koulu- ja opettajakohtainen tuki	toiminta nykyhetkessä, katse tulevaisuudessa
<ul style="list-style-type: none"> - käsitteen oppimisen pitkät linjat - työtavat ja arviointi OPS:n hengessä - erityisopettajien pitkäkestoiset koulutukset - koulunkäyntiavustajien omat koulutukset - peliluola (monelle ensimmäinen porras yhteistyöhön) - pedagogiset iltapäivät 	<ul style="list-style-type: none"> - opetuksen suunnittelua esim. yhdessä oman koulun tai yhtenäistyvän peruskoulun opettajien kanssa - työtavat - arviointi - hyvän osaamisen kuvaukset - kunnallinen OPS tutuksi 	<ul style="list-style-type: none"> - yksittäisten koulujen pitkäkestoinen tuki - alueellisen yhteistyön tuki - yksittäisten opettajien tuki - kansallisten kokeiden korjaustalkoot, samalla on mahdollisuus oman opetuksen arviointiin ja jatkotoimenpiteiden suunnitteluun 	<ul style="list-style-type: none"> - ideoiden dokumentointi - suunnitteluryhmä - keskeisten käsitteiden ja opetusmenetelmien analysointi, ohjausmateriaalin laadinta - yhteistyö muiden Matikkamaiden kanssa - yhteistyö LUMA-keskuksen kanssa
Opetusviraston matemaattinen käyntikortti <ul style="list-style-type: none"> - kotimaiset ja ulkomaiset vierailijat - opiskelijat (tavoitteena mm. rekrytointi) 			
Avoimet ovet <ul style="list-style-type: none"> - spontaania ja kollegiaalista keskustelua ja ohjausta - koulukonsultointien suunnittelua - lainaamo 			

5. TUTKIMUKSEN EMPIIRISEN OSAN TOTEUTUS JA TULOKSET

5.1. Aineiston keruu ja analysointi

Tutkimusta varten laadittiin kysely, jolla kerättiin kurssipalautetta Alkuopetuksen matematiikkaa Varga-Neményi –menetelmällä –koulutukseen osallistuneilta. Useampiosainen, viisipäiväinen koulutus oli opetushallituksen kustantamaa ja se järjestettiin vuonna 2009 noin kahden kuukauden aikana. Toivomus kurssipalautteen keräämisestä tuli paikallisen Matikkamaa-hankkeen edustajalta. Aineisto haluttiin kerätä haastattelujen sijaan lomakkeella, jotta vastaajat voisivat täyttää lomakkeen itselleen parhaiten sopivana aikana ja pystyisivät myös esittämään mahdollista kritiikkiä helpommin. Kysely toteutettiin e-lomakkeella, jolla vastaamisen nimettömyys oli helppo toteuttaa. Kysymykset laadittiin avoimeen muotoon taustatietona ollutta työpaikkaa lukuun ottamatta. Linkki lomakkeelle lähetettiin kurssin järjestelijän kautta. Vastausaikana lähetettiin lisäksi yksi muistutus vastaamisen tärkeydestä.

Saatujen vastausten sisältöä analysoitiin vertailun avulla. Tarkoituksena oli löytää jokaisen kysymyksen vastauksista yhtäläisyyksiä tai erilaisuuksia. Näiden perusteella voitiin koota yhteenveto vastausten sisällöistä. Saatuja tietoja verrataan aikaisempaan tutkimustietoon ja joiltain kohdin myös omiin kokemuksiin.

Kurssille osallistui kaksikymmentäkuusi henkilöä. Vastauksia saatiin vain viisi kappaletta. Kaksi kurssilaista vastasi kurssipalautteeseen sijaan Matikkamaa-hanketta koskeviin kysymyksiin, jotka lähetettiin sähköpostilla. Syynä tähän oli se, että kyseiset opettajat, matematiikan lehtori ja erityisopettaja, ovat paikallisen Matikkamaa-hankkeen perustajia. Heiltä saatiin tietoa toiminnallisesta matematiikanopetuksesta ja Matikkamaa-hankkeesta myös suullisesti. Lisäksi kurssin järjestelyihin osallistuneelta entiseltä opettajalta, yhden kunnan Matikkamaa-hankkeen perustajalta ja nykyiseltä kouluttajalta kyseltiin käsityksiä toiminnallisesta matematiikan opetuksesta ja kyseisestä kurssista.

Tutkimuksen aineiston laajentamiseksi laadittiin e-lomake myös Matikkamaa-hankkeeseen liittyvistä kysymyksistä ja lähetettiin linkki lomakkeeseen kahdellekymmenelle eri kuntien Matikkamaa-yhteyshenkilöille. Kysymykset olivat lähes samat kuin paikallisen Matikkamaa-hankkeen perustajille esitetyt. Vastauksista yksi tuli e-lomakkeen sijaan sähköpostilla vapaamuotoisena kirjoituksena. Vastaaja koki kysymykset enemmän opetushenkilölle suunnatuiksi ja itse sihteerin tehtävissä toi-

mivana halusi vastauksillaan laajentaa näkökulmaa, mikä olikin tervetullutta. Kohdehenkilöille lähetettiin yksi muistutus vastaamisen tärkeydestä. Vastauksia tuli yhteensä 11 henkilöltä eli vastausprosentiksi tuli 55 %. E-lomakkeen vastauksia analysoitiin kurssipalautteen tapaan vertailemalla vastauksia ja etsimällä yhtäläisyyksiä ja toisaalta eroja. Vastauksista koottiin yhteenveto, jota täydentää sähköpostilla saadun vastauksen analyysi.

5.2. Tutkimustulosten tarkastelua

5.2.1. Paikallinen Matikkamaa-hanke

5.2.1.1. Erityisopettajan näkemys hankkeen toteutumisesta

Paikallinen Matikkamaa-hanke sai perustajiansa mukaan alkusysäyksen, kun yläluokkien koulun laaja-alainen erityisopettaja huomasi joidenkin oppilaiden matemaattisten taitojen olevan entistä hatarammalla pohjalla. Alakoulun jälkeen peruslaskutoimituksissa, kuten kertolaskutaidossa, oli selviä puutteita. Tätä kautta syntyi tarve löytää malli, joka tavoittaisi myös alakoulun opettajat. Koska tiedossa oli, että muualla Suomessa, mukaan lukien naapurikunta, oli jo olemassa Matikkamaita, erityisopettaja päätti tiedustella oman koulun muiden opettajien mahdollista kiinnostusta toimintaan. Kiinnostusta löytyi ja eräänä kannustajana toimi sittemmin eläkkeelle siirtynyt matematiikan lehtori.

Matikkamaa-hankkeeseen kohdistui monia odotuksia. Toiveena oli, että mukaan saataisiin aktiivisia luokanopettajia alusta lähtien. Tämä ei kuitenkaan toteutunut odotusten mukaisesti. Toisaalta hän pitää kuitenkin luonnollisena sitä, että uudet asiat tarvitsevat sisäänajoa ja aikaa ennen kuin kantavat hedelmää. Vaikka kaikki odotukset eivät ole toteutuneet siinä tahdissa kuin oli toivottu, on monia asioita kuitenkin toteutettu. Kunnassa toimii tällä hetkellä myös matematiikan opetukseen suuntautunut Verme –ryhmä, jonka piirissä ajatukset toiminnallisesta matematiikasta ovat alkaneet toteutua.

Matikkanäätä on vaikuttanut erityisopettajan mukaan työskentelyyn ja asenteisiin tuomalla paljon lisää haasteita ja mahdollisuuksia avaamalla uudenlaisen näkökulman matemaattiseen ajatteluun ja ongelmanratkaisuun. Erityisen mielenkiintoisena ja antoisana hän pitää oppilaiden tekemisen havainnoimista. Hankkeesta, sen koulutuksista ja toiminnallisuuden lisäämisestä on tullut positiivista ja innostunutta palautetta. Kuitenkaan hankkeen perustajillakaan ei ole selvää käsitystä siitä, onko

ideat viety tunneille asti. Matikkamaa-hankkeen suurimmat ongelmat näyttäisivät olevan ajan ja tekijöiden puute. Opetushallituksen myöntämän hankerahan ansiosta rahoitusongelmia ei ole ollut. Omalle työmäärälle ei kuitenkaan rahallista korvausta saa, mutta toisaalta hanke on antanut erityisopettajan mukaan paljon henkisellä puolella.

Uusimpana paikallisena Matikkamaa-hankkeen toimintamuotona on tulossa lahjakkaiden oppilaiden opetukseen tähdätty Matikan Mestariluokkaa. Mestariluokkaa (Master class) ovat kehittäneet John Berry Plymouthin yliopistosta ja Pasi Sahlstedt Helsingin yliopistosta. Heidän ajatuksenaan on ollut tarjota matematiikasta kiinnostuneille mahdollisuus kehittää taitojaan vertaisryhmässä. Mestariluokka kokoontuu muutaman kerran lukuvuodessa harrastamaan matematiikkaa perinteisestä kouluopetuksesta poikkeavin tavoin, eli itsenäisesti pohtien ja pienryhmätyöskentelynä.

Tulevaisuudessa paikallinen Matikkamaa jatkaa osana koko Suomen Matikkamaa-verkostoa, jonka on tarkoitus toimia vielä kymmenenkin vuoden kuluttua opetuksen tukena ja innoittajana. Kuntien Matikkamaa-hankkeita suunnittelevia erityisopettaja rohkaisee yrittämään: ”Mitään ei tapahdu, jos ei uskalla yrittää!” Vaikka rahallista korvausta ei saisi, uusia kokemuksia on ainakin paljon luvassa.

5.2.1.2. Matematiikan lehtorin näkemys hankkeen toteutumisesta

Matematiikan fysiikan ja kemian lehtorin sai lähtemään mukaan Matikkamaa-hankkeeseen halutaan oppilaita matematiikan opiskelussa paremmin kuin normaalissa perusopetuksessa. Hän halusi elävöittää ja monipuolistaa opetusta pienin askelin. Odotuksena oli, että Matikkamaa-hankkeen avulla voisi lisätä oppilaiden kiinnostusta matematiikkaa kohtaan. Erityisenä haasteena olivat heikot oppilaat, mutta toisaalta myös lahjakkaat oppilaat. Oman ajattelutavan järjestyttämisen oli myös heti alussa mielessä.

Tavoitteena oli järjestää Matikkamaan puitteissa koulutusta opettajille heidän valitsemistaan aiheista. Suhteellisen pienessä kaupungissa toimiminen mahdollistaa lyhyiden koulutuksien järjestämisen usein. Odotuksena oli, että opettajat lähtisivät toimimaan aktiivisesti hankkeen mukana ja opetuksen muuttuisi entistä mielenkiintoisemmaksi. Hankkeelta toivottiin myös monipuolisten ohjaustilanteiden syntymistä. Odotuksista osa on toteutunut, mutta haasteita riittää edelleen. Suurimpana ongelmana on idean vaivalloinen levittäytyminen kunnassa. Kenelläkään ei tahdo löytyä aikaa itsensä kehittämiseksi.

Koulutuksia on järjestetty päiväkotien henkilökunnalle sekä ala- ja yläkoulujen opettajille. Aiheita ovat olleet unkarilainen ja toiminnallinen matematiikanopetus sekä toimintavälineiden käyttö. Syksyllä 2009 Matikkanäätä oli mukana järjestämässä Varga-Neményi-koulutusta esi- ja alkuopettajille. Koulutukseen osallistui kaksikymmentäkuusi opettajaa. Lisäksi Matikkamaa on järjestänyt tutustumis- ja koulutuskäynnin Helsingin matikkamaahan, josta saatiin paljon ideoita.

Syksyllä 2009 kunnassa käynnistyi myös VERME- eli vertaismentorointiprojekti, jossa yhden ryhmän pääalue on ollut matematiikka ylä- ja alakouluissa. Tämän projektin ja Matikkamaa- hankkeen yhteistyö on ollut saumatonta ja samalla tietoisuus Matikkamaasta ja sen toiminnasta on levinnyt tehokkaasti. Tapaamisten aikana on pohdittu eri aiheita, kuten arviointia ylä- ja alakouluissa, suunniteltu matikkakilpailua alakouluille sekä pohdittu matematiikan tulevaisuutta kunnassa.

Matikkanäätä on monipuolistanut omaa ajattelua. Samalla näkemykset kehittämistarpeista ovat vahvistuneet. Koulutuksiin osallistuneilta on tullut hyvää palautetta ja lisää koulutuksia on pyydetty, toisaalta ehdotuksia tulee kuitenkin vähän. Koulutuksissa ongelmallista on ollut niiden sijoittaminen siten, että opittua voisi hyödyntää heti omassa työssä. Haastavaa on myös aktiivisuuden lisääminen opettajien keskuudessa.

Matikkamaan puitteissa on tulossa lisää koulutuksia sekä alakoulun opettajille että yläkoulun opettajille, mestariluokka keväällä kuudensille ja seiskoille. Myös muita ideoita on, joten jotain tapahtuu jatkossakin. Vastaavaa hanketta suunnittelevia matematiikan lehtori kehottaisi antamaan itselle ja hankkeelle aikaa ja tilaa laajentua sekä tunkeutua toisten maailmaan. Kohta muutkin huomaavat, että tämä on hyvä juttu.

"Opettajat kulkevat eteenpäin kuin junat eivätkä kovinkaan helposti vaihda suuntaa tai raidetta."

5.2.2. Muut Matikkamaa-hankkeet

5.2.2.1. Matikkamaa-kyselyn tulokset

Vastaajilta kysyttiin, mikä sai heidät lähtemään mukaan Matikkamaa-hankkeisiin. Suurimalla osalla oma innostus ja kiinnostus hanketta kohtaan toimivat kimmokkeina. Toiminnallisen matematiikan käyttäminen ja kehittäminen sekä opetuksen toteuttaminen laajemmissa puitteissa kiinnostivat. Hankkeesta oli myös kuultu hyvää palautetta muista kunnista. Yksi vastaajista oli ollut pedagogisena asiantuntijana Matikkamaata perustettaessa. Pari vastaajaa oli tullut mukaan kollegan kyselyn kautta tai rehtorin määräyksestä.

Matikkamaa-hankkeen odotettiin tarjoavan mahdollisuuden opetuksen kehittämiseen. Tarkoituksena oli levittää tietoa toiminnallisesta matematiikan opetuksesta, jolla nähtiin olevan myönteisiä vaikutuksia matematiikan osaamiseen ja asenteisiin. Toisaalta hankkeen odotettiin tarjoavan aktiivista toimintaa ja ajatusten vaihtoa samanhenkisten ihmisten kanssa ja yhteistyötä muiden Matikkamaiden kanssa. Lisäksi odotettiin koulutusta toimintavälineiden käyttöön.

Odotukset olivat monelta osin toteutuneet ja osalla ylittyneetkin. Osan hankkeista on kasvanut hyvin ja vaikutukset opettajiin ovat olleet konkreettisia. Kuitenkin määrärahojen niukkuuden takia kaikkia asioita ei ole voitu toteuttaa niin kuin olisi tahdottu. Resurssien salliessa haluttaisiin lisätä työntekijöitä sekä hankkeen seuranta.

”Hanke lähti pienenä ja kasvoi tuloksien myötä. Omat odotukseni ovat ylittyneet moninkertaisesti.”

”Matematiikan opiskelu suorittamisen sijasta.”

”Osittain ovat, paljon työtä on vielä tehtävä.”

Matikkamaa-hankkeen puitteissa on eri kunnissa järjestetty toiminnallisen ja unkarilaisen matematiikan koulutusta opettajille, erityisopettajille ja koulunkäyntiavustajille, matematiikkaterapiakoulutusta sekä toimintamateriaalin ja -välineiden lainausta.

Esiopetuksen Kultainen kuutio –hanke, varhaisen tukemisen esi- ja alkuopetuksen hanke, yläkoulu-
jen MERI-hanke ja erityisopetuksen LEO-hanke ovat kaikki Matikkamaan myötä toteutuneita hankkeita. Kultainen kuutio on tunnustus hyvin tehdystä työstä matematiikan esiopetuksessa. Kul-

taista kuutiota voi hakea joko yksittäinen opettaja, tiimi tai työyhteisö ja sen on tarkoitus kannustaa kehittämään matematiikan opetusta lisää, kokeilemaan uusia toimintatapoja ja seuraamaan lasten kehitystä matematiikan alueella. MERI-hankkeen tavoitteena on kehittää matematiikan oppimisen edellytyksiä, oppimisympäristöä ja opettamista vuosiluokilla 7-9 erilaisten oppijoiden näkökulmasta. Hankkeessa kiinnitetään huomiota vuosiluokkien 6. ja 7. nivelvaiheeseen ja oppimisvaikeuksien tunnistamiseen, niiden ennaltaehkäisemiseen ja korjaavaan opetukseen. Lisäksi levitetään tietoa joustavan ryhmittelyn opetusjärjestelystä ja selvitetään, mitkä matematiikan taidot ovat keskeisiä erilaisten oppijoiden jatko-opintojen kannalta. LEO-hanke puolestaan on suunnattu erityisluokan-opettajille.

Matikkamaan koulutuksista ja hankkeista monet ovat pitkäkestoisia, jopa vuosia kestäviä. Matikkamaa on mukana myös opetushallituksen hankkeessa. Lisäksi Matikkamaat ovat järjestäneet peli-iltoja eri koulumuotojen edustajille sekä konsultaatiota ja matikkapäiviä kouluille. Vierailuja Matikkamaiden ja koulujen välillä on tehty vastausten perusteella paljon.

Matikkamaa-hanke on monipuolistanut opetusta lisäämällä matematiikan toiminnallisuutta ja konkreettisten välineiden käyttöä. Opetusta on pyritty kehittämään ymmärrettävämmäksi, vaikuttavammaksi ja tehokkaammaksi ja oppilaiden kokemusta on hyödynnetty entistä enemmän. Opetustilanteissa esiin tulevin matemaattisiin ajatuksiin on tartuttu entistä rohkeammin.

”Matikkamaa on lisännyt konkreettisten välineiden käyttöä ja syventänyt käsitteiden merkitystä matematiikassa. Tietoisuus matematiikan opetuksen erilaisista mahdollisuuksista on lisääntynyt.”

Matikkamaat ovat saaneet pääasiassa hyvää palautetta järjestetyistä koulutuksista, konsultoinnista ja välineiden lainaamisesta. Palautetta on tullut sekä opettajilta, avustajilta että oppilailta.

”Monet koulunkäyntiavustajat ovat sanoneet, että olisipa minun kouluajanani ollut tällaista, niin minäkin olisin oppinut matikkaa”

Opettajat ovat pitäneet lisääntyntä opetuksen toiminnallisuutta tarpeellisena, mielenkiintoisena ja erityisesti oppilaiden kannalta hyödyllisenä. Kouluille on luotu toimivia, koko koulua koskevia malleja. Parasta palaute on ollut pitkäkestoisissa hankkeissa. Kielteistä palautetta on tullut vain joiltain yläkoulujen ja lukioiden opettajilta. Opettajat ovat toivoneet koulutusten järjestämistä työajalla ja

sijaisen saamista osallistuvan opettajan luokkaan, mikä ei etenkään lama-aikana ole kaikissa kunnissa itsestään selvää.

Yleisimmät ongelmat Matikkamaa-hankkeessa liittyvät resursseihin. Sekä määrärahoja että henkilöitä toivottaisiin enemmän. Samalla kun kunnat leikkaavat budjetteja, mukanaolevien työmäärä kasvaa ja toiminnan jatkuvuuskin voi tällöin tulla kyseenalaiseksi. Määrärahojen puuttuessa ulkopuolisia kouluttajia on vaikeaa saada ja myös välineiden määrä jää usein liian vähäiseksi. Vastaajien mukaan osaa opettajista on vaikea saada innostumaan opetuksen kehittämisestä, koska se vaatii aikaa eikä mahdu välttämättä työpäivän tunteihin. Monella opettajalla on myös matematiikan oppimisvaikeuksista liian vähän tietoa.

”Ne opettajat, jotka tarvitsisivat eniten tukea, eivät tajua sitä edes hakea. Matematiikan oppimisvaikeudet ovat vielä näkymätön asia. Silmien avaaminen tuntuu joskus hitaalta ja vaikealta.”

Kunnallishallinnon organisointi vaikeuttaa joissain kunnissa toimintaa, sillä tiedonsaantia pidetään välillä vaikeana. Niissä kunnissa, joissa päiväkodit ja koulut kuuluvat eri hallinnonalaan, myös päiväkotien henkilökunnan kouluttaminen voi olla hankalaa, kun rahat tulevat eri taholta. Päiväkodit olisivat kuitenkin innokkaita tulemaan mukaan Matikkamaan toimintaan. Yleensäkin kunnan taholta hankkeelle tulevaa tukea pidetään tärkeänä.

Oman kunnan Matikkamaa-hanketta tai vastaavaa suunnittelevia vastaajat rohkaisevat kääntymään kunnan päättäjien puoleen ja verkostoitumaan muiden hankkeessa mukana olevien tai sitä suunnittelevien kanssa. Erityisesti konkreettisiin pitkäkestoisiin hankkeisiin panostamista suositellaan. Etenemisen tahdin määräävät kuitenkin viime kädessä innostus ja voimavarat.

”Jos on intoa, paloa ja halua, niin kyllä työ tuottaa hedelmää!”

5.2.2.2. Tietopalvelusihteerin näkemys Matikkamaa-hankeen toteutuksesta

Kyselyyn vastannut tietopalvelusihteerit työskentelee kunnan oppimateriaalikeskuksessa, jonne kyseisen kunnan Matikkamaa-hankkeen opetusvälineet on sijoitettu. Oppimateriaalikeskus on kyseisessä kunnassa valittu sijoituspaikaksi, jotta välineet olisivat vaivatta kaikkien koulujen saatavilla,

säilyisivät mahdollisimman käyttökuntoisina ja niiden käyttö olisi kontrolloitavissa ja tilastoitavissa. Vastaajan tehtävänä on ollut materiaalien luettelointi koulukirjastojen yhteiseen kirjastotietokantaan ja materiaalien valmistelu lainauskuntoon. Lisäksi hän on yhdessä hankekoordinaattoreiden kanssa miettinyt aineistojen käyttötapoja, yhdistelymahdollisuuksia ja soveltuvuutta eri luokkasteille sekä parhaiten toimivia pakkauskokoja.

Vastaajan mukaan yhteistyö koordinaattoreiden kanssa on ollut antoisaa. Koordinaattoreilla on ollut innostusta ja kiinnostusta asian edistämiseen ja innovatiivista otetta eri välineiden käytön kehittelyyn. Näin saatuja tietoja on tallennettu välineiden kuvailuihin kirjastotietokannassamme, jotta myös aineistoja tuntemattomat opettajat saisivat kuvailuja tutkiessaan käsitystä eri välineiden käyttömahdollisuuksista. Tietoja täydennetään jatkuvasti, kun saadaan uusia oivalluksia käyttömahdollisuuksista. Tietokannan avulla ajantasainen tieto välineiden saatavuudesta on käytettävissä kaikilla kouluilla.

Tietopalvelusihteerin mukaan Matikkamaa-hanke on toiminut aktiivisesti ja järjestänyt koulutuksia, joihin osallistuneet tietävät jo saatavilla olevista välineistä. Tiedottamisen hän näkee tärkeänä, jotta hankkeessa tehty työ ja hankinnat saadaan vakiinnutettua toimintaan myös hankkeen päätyttyä. Hankekauden aikana tehtyjen asioiden säilyttämiseen ja hyödyntämiseen hankkeen päätyttyä tulisi hänen mukaansa jo hanketta suunniteltaessa kiinnittää huomiota. Jos hankkeen koordinaattorit ovat opettajia, jotka käyttävät osan työajastaan hankkeen parissa, pitäisi vastaajan mukaan myös koulutoimen hallinnon puolella olla joku vastuuhenkilö takaamassa, että hankkeen hallinnointi toteutuu asianmukaisesti, sillä hankkeen talouden pyörittämiseen ei opettajilla välttämättä ole tarvittavaa tietotaitoa.

Taulukko 5. Matikkamaa-kyselyn vastausten koonti

Syitä Matikkamaa-hankeeseen osallistumiseen ja siihen kohdistuneet odotukset	<ul style="list-style-type: none"> · Oma innostus ja kiinnostus · Opetuksen kehittäminen ja monipuolistaminen · Muista Matikkamaista saatu hyvä palaute · Oppilaiden kiinnostuksen herättäminen matematiikan opiskelua kohtaan · Oppimistulosten ja asenteiden parantaminen · Tiedon levittäminen toiminnallisesta matematiikasta · Koulutusten järjestäminen · Aktiivinen toiminta ja ajatustenvaihto
Odotusten toteutuminen	<ul style="list-style-type: none"> · Osittain toteutuneet · Monella jopa ylittyneet
Matikkamaan puitteissa toteutettu	<ul style="list-style-type: none"> · Koulutukset päiväkotien henkilökunnalle, opettajille ja koulunkäyntiavustajille · Välineiden lainauspalvelu · Peli-illat ja matikkapäivät · MERI-, LEO- ja Kultainen kuutio –hankkeet · Kouluvierailut
Vaikutukset omaan työhön	<ul style="list-style-type: none"> · Monipuolistunut opetus · Konkreettisten välineiden käytön lisääntyminen · Opetuksen kehittäminen ymmärrettävämmäksi, vaikuttavammaksi ja tehokkaammaksi · Oppilaiden kokemusta on hyödynnetty entistä enemmän
Matikkamaa-hankeeseen liittyvät ongelmat	<ul style="list-style-type: none"> · Ajan puute, mukanaolevien työmäärä kasvaa liian suureksi · Rahan puute · Joitain opettajia on vaikea saada innostumaan työtapojen muuttamisesta
Saatu palaute	<ul style="list-style-type: none"> · Enimmäkseen positiivista palautetta · Yläkoulujen ja lukioiden opettajilta myös negatiivista palautetta

5.2.3. Varga- Neményi –kurssin palaute

5.2.3.1. Opettajien ja varhaiskasvattajien näkemyksiä kurssista

Osa oli kuullut toiminnallisesta matematiikan opetuksesta tai Varga-Neményi –menetelmästä jo aiemmin, osa vasta koulutusilmoituksen nähtyään. Enimmäkseen unkarilaisesta matematiikasta oli kuultu positiivisia asioita. Kiinnostus saada omakohtaista tietoa yhdisti vastaajista monia.

”Mielenkiinnosta.. Olin kuullut menetelmästä paljon kehuja ja halusin ottaa itse selvää mistä on kysymys.”

Syynä olivat myös omat matematiikan opiskelukokemukset. Omille negatiivisille kokemuksille haettiin vaihtoehtoja kokonaisvaltaisemmasta lähestymistavasta.

”... matikasta on itsellä vain tylsiä kokemuksia takana...”

Varga-Neményi –menetelmän kokonaisvaltaisempi matematiikanopetus kiinnosti erityisesti varhaiskasvattajia, koska oma työ koettiin muutenkin kokonaisvaltaiseksi.

Vastaajilla oli korkeita odotuksia kurssin suhteen, mutta myös avointa mieltä. Kurssilta odotettiin tietoa matematiikan opetuksesta ja erityisesti siitä, mitä uutta unkarilainen menetelmä opetukseen voisi tuoda.

”Odotukset olivat korkealla. Halusin saada tietoa jostain uudesta ja mielenkiintoisesta.”

”Uudet käytännön läheiset ideat.”

Useimmat odottivat erityisesti konkreettisia vinkkejä ja esimerkkejä käytännön opetustyöhön. Osa halusi oppia matematiikan opettamisesta pienille, jotta osaisi opettaa isompia.

Vastaajien odotukset kurssin suhteen täyttyivät useimpien mielestä erittäin hyvin. Kurssilaisille oli selvinnyt, miten opetusta voidaan havainnollistaa arkipäivänkin tavaroilla ja leikeillä sitoen matematiikkaa lapsen maailmaan. Samalla voidaan aikaansaada positiivisia asenteita matematiikkaa kohtaan. Monilla käsitys matematiikan opetuksesta monipuolistui ja muuttui kokonaisvaltaisemmaksi.

”Paljon esimerkkejä siitä miten tuoda matemaattisia käsitteitä konkreettisesti esille lapsille havaintovälineillä ja miten auttaa heitä rakentamaan matemaattista ajatusmaailmaansa.”

”Leikkiä ja kokonaisvaltaisuutta myös matematiikan opetukseen vain taivas on rajana...”

Vastaajista suurin osa tunsi oppineensa käytännönläheisiä keinoja matematiikan opetukseen.

Vastaajilta kysyttiin kuinka kurssi on vaikuttanut omaan matemaattiseen ajatteluun ja työskentelyyn. Erityisesti vastanneilla varhaiskasvattajilla ajattelutavan lisäksi käytännön työskentely oli muuttunut. Matematiikkaa oli käytetty entistä enemmän ja monipuolisemmin. Uusia toimintavälineitäkin oli hankittu ja käytetty innokkaasti.

”Tulin tietoisemmaksi omista ajatuksistani ja asenteistani matematiikkaan...”

”Olen käyttänyt matematiikkaa nyt paljon enemmän kuin aiemmin ja lapset ovat innolla mukana. Uskallusta tullut lisää kokeilla ja tarjota lähes päivittäin pieniä matikkatuokioita arjessa.”

Eräs vastaaja kirjoitti hyödyntävänsä Varga-Neményi –menetelmälle ominaista abstraktion tietä asiassa kuin asiassa. Myös peruskoulun opetukseenkin oli saatu uutta näkökulmaa. Eräs vastaaja totesikin:

”Olen alkanut ajattelemaan asioita enemmän oppilaan ajattelun kannalta ja pyrkinyt mallintamaan asioita konkreettisemmin.”

Toisaalta peruskoulun opetuksessa erityisesti yläluokilla oli huomattu, että perusasioiden ymmärtämisessä ja oppimisessa on puutteita, jotka juontavat juurensa jo alkuopetukseen. Myös toiminnallisiin menetelmiin ja välineisiin totuttelun aloittaminen nähtiin tarpeelliseksi viimeistään peruskoulun ensimmäisillä luokilla, jotta siitä saataisiin parempi hyöty. Kaikkien vastaajien työskentelyyn kurssi ei kuitenkaan vaikuttanut, vaan joku jatkoi työtä entiseen tapaan, koska katsoi omien didaktisten ja pedagogisten näkemystensä ja niiden toteutuksen olevan niin onnistuneita, ettei kurssi tuonut niihin mitään parannusta. Toisaalta hän oli jo aiemmin käyttänyt matematiikan opetuksessa toiminnallisia

menetelmiä. Muista esteistä toiminnallisuuden lisäämiselle mainittiin ajan puute ja se, ettei tarpeellisia välineitä ole välttämättä aina helppo hankkia.

Vastaajilta kysyttiin myös toiminnallisten menetelmien käytöstä saadusta palautteesta. Erityisesti varhaiskasvatuksessa lapset olivat olleet innostuneita ja tekivät mielellään matematiikkaharjoituksia. Matematiikka koettiin myös hauskaksi. Toiminnallisuus auttoi myös niitä, joille oppiminen oli muita vaikeampaa.

”Lapsista näkyy innokkuus ja heikommat pystyvät kehittämään matemaattista ajatteluaan ja pystyvät tekemään toisten kanssa ja varmasti omaksuvat asioita tällä tavoin paremmin.”

Peruskoulussakin palaute oli ollut enimmäkseen positiivista. Myös vastaaja, jonka mielestä kurssin anti jäi vähäiseksi eikä antanut aihetta muuttaa omaa työskentelyä, oli käyttänyt aiemmin toiminnallisuutta opetuksessa ja todennut sen parantavan oppimista. Hänenkin saamansa oppilaspalaute oli ollut positiivista. Hyvää palautetta oli tullut varhaiskasvatuksessa myös vanhemmilta.

”... lapset puhuvat ja tekevät kotonakin matikka-asioita.”

Vastaajilta kysyttiin myös, millä perusteella he voisivat suositella Varga-Neményi –menetelmää käsittelevää kurssia kollegoilleen. Kurssilaiset suosittelisivat sitä näkemysten laajentumisen, opetuksen elävöittämisen ja myös elämyksellisyyden takia.

”Kurssilla saa paljon hyviä ideoita matematiikan elävöittämiseen.”

”Laajemman katsantokannan vuoksi. Kokeneelle opettajalle on aina hyvä ajatella asioita välillä toisella tavalla.”

”Elämyksellisyyden takia kyllä voin suositella.”

Joku vastaajista oli jo suositellutkin kurssia. Osa mainitsi myös työkavereiden kiinnostuneen menetelmästä.

Kurssilaisilta kysyttiin lopuksi ehdotuksia kurssia kehittämiseksi opettajien tarpeita paremmin vastaavaksi. Moni vastaaja jätti tämän kohdan vastaamatta, mikä kertoneekin samalla vastanneiden tyytyväisyydestä kurssin toteutukseen. Joku vastaajista kaipasi kuitenkin lisää aikaa asioihin syven-

tymiselle. Eräs vastaaja halusi enemmän perusteita Varga-Neményi –menetelmän käytölle ja sen vaikutuksille.

”Enemmän didaktista tietoa yhteen nivottuna toiminnallisuuteen. Miksi näin tehdään (pedagogiikka), mitä siitä seuraa, miten sen johdosta opitaan ja miten vältetään oppimisvaikeuksia.”

Annettu oppimistehtävä aiheutti joillekin stressiä. Eräänä kehittämisen keinona mainittiin useamman kuin yhden opettajan osallistuminen samasta työpaikasta. Tällöin menetelmän käyttöönotto työpaikalla tulisi helpommaksi ja sitä kautta aktiivisemmaksi. Ehdotus on hyvin havaittu ja perusteltu, mutta käytännössä kurssin järjestäjällä ei liene asiaan paljon vaikutusmahdollisuuksia.

Taulukko 6. Varga-Neményi –kurssipalautteen koonti

Odotukset Varga Neményi –kurssin suhteen	<ul style="list-style-type: none"> · Halu saada tietoa Varga Neményi –menetelmästä · käytännönläheiset esimerkit menetelmän käytöstä
Kurssilla opittua	<ul style="list-style-type: none"> · havainnollisuuden ja itse tekemisen merkitys · positiivisten kokemusten luominen ja niiden merkitys · monipuolisempi kuva matematiikasta ja sen opetuksesta · esimerkkejä havaintovälineiden ja leikkien käytöstä
Opitun vaikutuksia ajatteluun ja työkentelyyn	<ul style="list-style-type: none"> · konkretisoitunut ajattelu · matematiikan käytön lisääntyminen · lisääntynyt uskallus kokeilla · pyrkimys ajatella asioita enemmän oppilaan näkökulmasta · havainnollistamisen lisääntyminen · abstraktion tien hyödyntäminen
Esteitä opitun hyödyntämiselle	<ul style="list-style-type: none"> · ajan puute · välineiden saatavuus
Toiminnallisuudesta saatu palaute	<ul style="list-style-type: none"> · positiivista
Kehittämissuhteita	<ul style="list-style-type: none"> · enemmän didaktisen tietouden nivomista toiminnallisuuteen · enemmän aikaa · useampi osallistuja samasta työpaikasta · oppimistehtävä stressaava

5.2.3.2. Kouluttajan näkemyksiä kurssista

Kurssia koskeviin kysymyksiin vastannut kurssin yksi järjestelijä ja toiminnallisen matematiikan kouluttaja on entinen yläkoulun matematiikan, fysiikan ja kemian lehtori. Hän on myös erään kunnan Matikkamaan perustaja. Hänen näkemyksensä mukaan esi- ja alkuopettajat, joille kurssi oli varsinaisesti suunnattu, odottivat erityisesti ”kättä pidempää mukaansa työpaikoille”. Itse hän halusi tietoa pienten lasten matematiikan opetuksesta, jotta voisi opettaa entistä paremmin isompia. Odotukset täyttyivät hänellä itsellään, kuten muillakin kurssilaisilla, jopa moninkertaisesti.

Kouluttajan mukaan kurssin myötä ajattelu konkretisoitui entisestään. Hänen mukaansa oppilaiden vaikeudet yläluokilla matematiikassa on helpompi ymmärtää, kun tietää, etteivät he ole voineet oppia alkeitakaan kunnolla. Esi- ja alkuopettajille kurssi antoi kouluttajan näkemyksen mukaan itseluottamusta ja keinoja työnsä toteuttamiseen.

Kouluttajan mukaan toiminnallisista menetelmistä on tullut hyvää palautetta. Oppilaat, jotka olivat luovuttaneet matikan suhteen, ovat saattaneet innostua uudelleen, kun he ovat saaneet työskennellä havaintovälinein ja oppia asiat niiden avulla. Hänen kokemuksensa mukaan myös opettajat innostuvat yleensä toiminnallisista menetelmistä ja haluavat lisää opastusta konkreettiseen välineiden käyttöön. Etenkin näin lama-aikana saattaa kuitenkin olla pulaa välineistä, mikä hankaloittaa toiminnallisuuden käyttöä.

Varga-Neményi -kurssin opettaja oli kouluttajan mielestä erittäin innostava ja myös kurssin sisältö oli hyvä. Hänen mukaansa oppimistehtävä kuitenkin näytti aiheuttavan opettajille stressiä liikaa. Vaikutti siltä, että se saattoi viedä jopa osan kurssin tehosta.

6. JOHTOPÄÄTÖKSET

6.1. Yhteenveto tutkimustuloksista

Tutkielman ensimmäisenä tutkimustehtävänä oli selvittää matematiikanopetuksen ja matematiikkakäsitysten kehittämistarpeita. Teoriaosuuden perusteella suomalaisen matematiikanopetuksen työtavat ovat käytännössä melko perinteisiä ja oppikirjaan sidottuja. Asenteet matematiikanopiskeluun ja käsitys itsestä oppijana ovat erityisesti heikommilla oppilaille usein negatiivisia. Toisaalta lahjakkaat oppilaat saattavat kaivata lisää haasteita opiskeluunsa. Tehdyissä kyselyissä kehittämistarpeita ei kysytty suoraan, mutta koulutukseen ja Matikkamaa-hankkeisiin osallistumisen syyt ja odotukset antoivat vastauksia tähän kysymykseen. Vastaajat halusivat kehittää ja monipuolistaa matematiikan opetusta. Toiminnallisuudesta oli saatu tältä osin hyvää palautetta, joten se herätti monissa kiinnostuksen ja innostuksen asiaa kohtaan. Toiminnallisuudesta, sen taustasta ja menetelmistä haluttiin saada lisää käytännönläheistä tietoa. Toiminnallisuuden kautta haluttiin myös lisätä oppilaiden kiinnostusta matematiikan opiskelua kohtaan. Samalla uskottiin matematiikkaan kohdistuvien asenteiden muuttuvan positiivisemmiksi ja oppimistulostenkin paranevan. Osalla vastaajista oli omia negatiivisia matematiikan opiskelukokemuksia, joille haluttiin löytää vaihtoehtoja. Erityisesti heikompien ja toisaalta lahjakkaampien oppilaiden kohdalla toiminnallisten menetelmien käytön nähtiin tarjoavan uusia mahdollisuuksia.

Toiminnallisuutta on Matikkamaa-hankkeen kautta pyritty lisäämään monin tavoin. Tavallisimpia toimintamuotoja ovat erilaiset toiminnallisen matematiikan koulutukset ja toimintavälineiden lainaus ohjeistuksineen matematiikan opetukseen. Koulutukset ovat vaihdelleet kestoiltaan koulutustuokioista useamman vuoden kestäviin hankkeisiin. Yhteistyö koulujen kanssa on ollut monipuolista, sillä konsultoinnin lisäksi Matikkamaat ovat tarjonneet peli-iltoja ja erilaisia opetustuokioita.

Toisena tutkimuksen pääkysymyksenä oli, miten toiminnallisuus voisi parantaa opetusta. Kyselyiden avulla haettiin vastauksia siihen, onko matematiikkakäsityksissä, asenteissa ja oppimistuloksissa tapahtunut muutoksia. Tutkimuksen perusteella Matikkamaa-hankkeisiin ja toiminnallisen matematiikan koulutuksiin on oltu tyytyväisiä. Koulutus on avartanut käsityksiä matematiikasta ja sen oppimisesta ja auttanut kehittämään opetustyötä. Koulutukset ovat tarjonneet konkreettisia keinoja opetuksen monipuolistamiseen ja rohkeutta tehdä kokeiluja on tullut lisää. Havaintovälineiden, pelien ja erityisesti päiväkodeissa myös leikkien käyttöä matematiikan opetuksessa on lisätty. Oppi-

laiden omaa ajattelua on pyritty hyödyntämään entistä enemmän ja matematiikkaa on yhdistetty arkipäivän asioihin. Monet vastaajat ovat huomanneet positiivisia muutoksia oppimisessa ja oppilaiden asenteissa matematiikkaa kohtaan. Osa oppilaista on ymmärtänyt syvällisemmin opetettavia asioita vasta välineiden avulla. Tämän tutkimustehtävän osalta tulokset vastaavat hyvin aiempien teoriaosuudessa esitettyjen tutkimusten tuloksia.

Kolmantena tutkimustehtävien pääkohtana oli toiminnallisuuden lisäämiseen liittyvät ongelmat. Matikkamaiden toiminnassa suurimpia ongelmia näyttävät olevan määrärahojen ja aktiivisten henkilöiden puute. Työmäärä keskittyy usein yhdelle tai parille ihmiselle, eikä rahallista korvausta juurikaan ole tarjolla. Lama-aikana kunnat säätelevät entistä tarkemmin rahan käyttöä, joten koulutusten järjestelyistä ja välineistäkin joudutaan tinkimään. Haastavaa on myös saada osa opettajista vakuutettua toiminnallisuuden matematiikan opetukselle tuomista eduista.

Toiminnallisuuden lisäämisestä on tullut pääasiassa positiivista palautetta. Tutkimuksen perusteella näyttää siltä, että varhaiskasvatuksessa matematiikan opetuksen toiminnallinen toteuttaminen on helpompaa. Tämä on luonnollistakin, sillä varhaiskasvatuksen opetussuunnitelmissa ja toisaalta ajankäytössä lienee enemmän liikkumisvaraa kuin peruskoulussa. Etenkin yläluokilla opetussuunnitelmien vaatimusten ja tiukahkon ainejaon lisäksi uusien opetusmetodien käyttöönottoa vaikeuttavat vanhat tottumukset. Opettajan on itsensä lisäksi vakuutettava myös oppilaat uusien metodien parimmuudesta entiseen verrattuna ja lisäksi totutettava heidät toimintavälineiden ja työskentelytapojen luontevaan käyttöön. Yläkouluista ja lukioista onkin tullut myös negatiivista palautetta toiminnallisuuden lisäämisestä. Ihannetilanteessa toiminnalliset menetelmät otettaisiinkin käyttöön jo varhaiskasvatuksessa tai ainakin peruskoulun alkuvaiheessa, mikä tukee teoriaosuudessakin esitettyjä näkemyksiä. Erityisesti nyt, inklusiopyrkimysten aikana, toiminnallisuuden mahdollisuudet matematiikan oppimisvaikeuksien ennaltaehkäisemisessä ja kuntouttamisessa tulisi käyttää hyväksi.

6.2. Tutkimuksen luotettavuus

Tutkimuksen teossa on käytetty triangulaatiota monipuolisemman näkemyksen saamiseksi. Tutkimustehtävään on haettu vastauksia käyttäen hyväksi eri lähteitä, sekä olemassa olevia että tutkimusta varten kerättyjä. Matikkamaa-hankkeissa aktiivisesti toimineiden ja Varga-Neményi –kurssille

osallistuneiden vastaukset tukevat hyvin toisiaan. Tutkimuksen luotettavuutta heikentää se, että vastaajien määrä jäi kurssipalaute-kyselyssä pieneksi. Todennäköistä on, että vastaajien näkemykset eivät edusta kaikilta osin kaikkien kurssilaisten näkemyksiä. Voisi olettaa, että kurssilaisista aktiivisimpia vastaajia olivat ne, jotka innostuivat asiasta eniten. Toisaalta myös vastakkaista näkemystä edustavakin kurssilainen vastasi. Matikkamaa-kyselyssä vastaajia oli kohtuullisen hyvin.

Kvalitatiivisessa tutkimuksessa aineiston riittävydelle ei ole kvantitatiivisen tutkimuksen tapaan olemassa luotettavuutta mittaavia lukuja. Straussin (1988) mukaan eräs tapa mitata aineiston riittävyttä on tarkastella aineiston kylläntymistä: aineiston keruu voidaan lopettaa, kun uudet tapaukset eivät tuo enää esiin uusia piirteitä. (Mäkelä 1990, 52.) Tässä suhteessa vastaukset osoittivat osittain kylläntymisen merkkejä.

Vastausten analysoinnissa on pyritty objektiivisuuteen ja sen arvioimiseksi mukaan on liitetty lainauksia alkuperäisistä vastauksista. Subjektiivisuutta tutkimukseen tuovat omat opetuskokemukset. Omat mielipiteet on kuitenkin pyritty erottamaan selvästi muiden vastaajien näkemyksistä. Tapaustutkimuksessa tutkijan osallisuutta pidetään kuitenkin hyväksyttynä ja jopa suotavana. Tapaustutkimuksen johtopäätösten ei myöskään oleteta olevan yleistettävissä kaikkiin konteksteihin.

6.3. Pohdintaa

Matematiikan oppiminen on enemmän kuin laskutaidon oppimista. Hyväkään kouluarvosana matematiikassa ei välttämättä kerro, onko oppilas todella ymmärtänyt opetussuunnitelmassa mainitut asiat saati sitten niiden yhteydet laajempiin kokonaisuuksiin. Tutkimusten lisäksi omat kokemukset oppijana, opettajana ja vanhempana ovat osoittaneet, että koulumatematiikka on valitettavan usein edelleen mekaanista laskemista tai ainakin erillisten kokonaisuuksien opettelua ilman kokonaisnäkemystä.

Erityisesti peruskoulun alaluokilla matematiikan opiskelussa ohjataan kaavamaisiin laskutapoihin, joista ei ole suositeltavaa poiketa. Myös valmiit koepohjat ohjaavat osaltaan tähän tarkkaan mitoituilla laskutiloilla ja lausekkeille varatuilla viivoilla. Oletuksena tuntuu olevan, että kaikkien on omaksuttava tietty, ainoa oikea ajattelumalli. Ei ihme, että monille oppilaille muodostuukin kieltei-

nen asenne matematiikkaa ja erityisesti sanallisia tehtäviä kohtaan. Varsinkin yläluokkien matematiikan tunneilla kuuleekin usein oppilaan toteavan tehtävää lukematta, ettei osaa sanallisia, joten ei kannata edes yrittää.

Opettaminen ja varsinkin kokemukset erityisopettajana ovat osoittaneet, että saman asian havainnollistaminen konkreettisilla asioilla tuo apua monelle oppilaalle. Toisinaan pelkät sanalliset vertaukset konkreettisiin asioihin, kuten murtoluvuissa pizzanpaloihin, riittävät tekemään asiasta ymmärrettävän, mutta käsin kosketeltavat välineet auttavat parhaiten. Välineiden avulla ajattelu saa konkreettisen vastineen ja samalla keskittyminen yleensä paranee. Toimintavälineitä käyttävä lapsi tai oppilas ei välttämättä edes ajattele opiskelevansa vaan enemmänkin leikkivänsä tai pelaavansa.

Toiminnallisella matematiikan opetuksella on pitkä historia ja useita sovelluksia. Tämän ja monen muun tutkimuksen ja kokemusten perusteella toiminnallisuudella näyttäisi olevan positiivisia vaikutuksia oppimiseen sekä tulosten että asenteiden tasolla. Toiminnallisuudella voidaan paitsi ennaltaehkäistä oppimisvaikeuksia, myös kuntouttaa niitä. Vaikka toiminnallisuutta opetetaan opettajaopiskelijoille ja täydennyskoulutuksena valmiille opettajille, se ei kuitenkaan näy merkittävästi opetuksessa. Tämän tutkimuksen osalta jäi selvittämättä, miksi kaikki opettajat eivät ole kiinnostuneita toiminnallisuuden lisäämisestä, vaikka siitä on jo paljon hyviä tuloksia. Jatkotutkimusaiheena voisi olla opettajien käsitysten ja asenteiden tutkiminen matematiikan opetuksessa käytettävää toiminnallisuutta kohtaan.

Omien kokemustenkin perusteella yleisopetuksessa ja etenkin erityisopetuksessa kirjan mukaan eteneminen on näennäisesti helpompaa. Toiminnallisuus vaatii etenkin siihen tottumattomien oppilaiden kanssa hyvää ohjeistusta, johon ei välttämättä ole aikaa, etenkin jos valmista aineistoa ei ole käytettävissä. Aika on rajallista, koska opetussuunnitelmassa määrätyt asiat on kuitenkin pyrittävä käymään läpi. Myös välineiden helppo saatavuus olisi niiden aktiivisen käytön kannalta välttämätöntä. Jos välinetarpeet pitää ennakoida kovin aikaisin ja nouto on hankalaa, kynnyksellä kasvaa helposti liian suureksi. Jokaisessa luokassa pitäisikin olla ohjeistuksilla varustettu perusvälineistö, jota oppilaat voisivat halutessaan hyödyntää.

Muutokset oppimisen ja opetuksen tavoissa eivät välttämättä tapahdu nopeasti tai tapahtuessaan ne eivät välttämättä ole pysyviä. Jatkossa tarvittaisiinkin pitkittäistutkimusta toiminnallisen opetuksen vaikutuksista. Toiminnallisen matematiikanopetuksen hankkeissa mukanaolevien sekä aiheeseen liittyvää koulutusta saaneiden opettajien asenteiden ja työtapojen kehittymistä olisi hyvä

tarkastella pidemmällä aikavälillä. Lisäksi tulisi tutkia opetusmenetelmien ja ajattelutavan muutosten vaikutuksia oppilaiden oppimistuloksiin ja asenteisiin matematiikkaa kohtaan. Tarkoituksenaan tulisi olla opetuksen kehittäminen eikä lisääntynyt, muusta opetuksesta irrallinen puuhastelu, jonka yhteys opetettavaan asiaan ei valkene oppilaille eikä ehkä kaikille opettajillekaan.

LÄHTEET

- Ahtee, M. & Pehkonen, E. 2000. Johdatus matemaattisten aineiden didaktiikkaan. Edita. Helsinki.
- Alasuutari, P. 1999. Laadullinen tutkimus. Vastapaino. Jyväskylä.
- Arinen, P. & Karjalainen, T. 2006. PISA. Ensituloksia. Opetusministeriö.
- Edwards, J. 2001. Women in American Education : The Female Force & Educational Reform. Greenwood Publishing Group, Incorporated.
- Flanagan, F. 2005. Greatest Educators Ever. Continuum International Publishing.
- Hayes, M. & Höynälänmaa, K. 1985. Montessoripedagogiikka. Otava. Keuruu.
- Ilveskoski, M & Suvilehto, T. 2004. Peruslaskutoimitusten algoritmien hallinta toisen asteen ammatillisten opintojen alussa. NMI-bulletin, Oppimisvaikeuksien erityislehti, 14, 4.
- Kahanpää, L. 2001. Verkon solmun lukijalle. Taustakuvia — matematiikkaa alkuopettajille. (Luetavissa verkossa <http://solmu.math.helsinki.fi/2001/unkari/kahanpaa.pdf>)
- Kauppila, T. & Tenkanen, S. 2008. Matematiikka kuuluu kaikille – Varga- Neményi – opetusmenetelmän mukaisen ensimmäisen luokan matematiikan oppimateriaalin analyysia. Tampereen yliopisto. Hämeenlinna.
- Kiviniemi, K. 2001. Laadullinen tutkimus prosessina. Teoksessa Ikkunoita tutkimusmetodeihin II. Aaltonen, J. & Valli, R. (toim.) 68–84. Gummerrus Oy. Jyväskylä.
- Knoll J. 2005. Matematiikan taitojen kuntouttaminen - aritmeettisten faktojen automatisointi struktuuripohjaisen laskemisen NMI-Bulletin, 15, 1.
- Laine, M., Bamberg, J. & Jokinen P. 2007. Tapaustutkimuksen käytäntö ja teoria. Teoksessa Tapaustutkimuksen taito. Laine, M., Bamberg, J. & Jokinen P. (toim.) 9–38. Gaudeamus. Helsinki University Press.
- Liimatainen, K. 2000. ”Täällä haisee ihan matikka!” Toiminnallinen opetuskokeilu alkuopetuksen matematiikkaan. Jyväskylän yliopisto.
- Lillard, A. 2005. Montessori : The Science Behind the Genius. Oxford University Press.
- Lindgren, S. 1990. Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opetuksessa. Tampere. Tampereen yliopisto. Väitöskirja.
- Metsämuuronen, J. 2000. Laadullisen tutkimuksen perusteet. International Methelp Ky. Viro.
- Montessori, M. 1946. Education for a New World. Clio Press Ltd. Oxford.
- Montessori, M. 1955. The Formation of Man. Clio Press Ltd. Oxford.

- Montessori, M. 1936. Lapsen salaisuus. WSOY. Juva. 1984.
- Mäkelä, K. 1990. Kvalitatiivisen tutkimuksen arviointiperusteet. Teoksessa Kvalitatiivisen aineiston analyysi ja tulkinta. Mäkelä, K. (toim.) 42–59. Gaudeamus Oy. Helsinki.
- Neményi, E. 4.luokan matematiikan rakenne. Teoksessa Tutkiva opettaja - Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa. 2005. Korpinen, E.(toim.) 32–65. TUOPE 2. Jyväskylä.
- Niemi, E. 2008. Matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2007. Oppimistulosten arviointi 1/2008. Opetushallitus. (Luettavissa verkossa <http://www.oph.fi>)
- Näätänen, M. & Matikainen, T. 2005. Unkarilaisen Varga-Neményi –menetelmän ja Suomessa tehtävän matematiikan alkuopetuskokeilun taustaa. Teoksessa Tutkiva opettaja - Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa. Korpinen, E.(toim.) 89–97. TUOPE 2. Jyväskylä.
- Näätänen, M. 2008. Montessori ja Varga-Neményi –opetustyyleistä. Solmu 2/2008.
- Opetushallitus. 2000. Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2000. (Luettavissa verkossa <http://www.oph.fi>)
- Opetushallitus. 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. (Luettavissa verkossa <http://www.oph.fi>)
- Oravecz, M. & Kivovics, Á. 2005. Matematiikan opetus Varga-menetelmällä Unkarissa. Teoksessa Tutkiva opettaja - Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa. Korpinen, E.(toim.) 22–31. TUOPE 2. Jyväskylä.
- Parkkonen, H. 1991. Auta minua tekemään itse- Montessorimenetelmän sovelluksia. WSOY. Porvoo.
- Pietilä, A. 2002. Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia. Väitöskirja. (Luettavissa verkossa <https://ethesis.helsinki.fi>)
- Räsänen, P.& Ahonen, T. 2004. Oppimisvaikeudet matematiikassa. Neuropsykologinen näkökulma. NMI-Bulletin. 3.
- Räty-Záborszky, S. 2006. Suomalaisten ja unkarilaisten opettajien ja matematiikan oppikirjan tekijöiden käsityksiä geometriasta ja geometrian opetuksesta ja oppimisesta vuosiluokilla 1–6. Joensuu yliopisto. Väitöskirja.
- Saarela-Kinnunen, M.& Eskola, J.2001. Tapaus ja tutkimus = Tapaustutkimus? Teoksessa Ikkunoi-ta tutkimusmetodeihin 1. 158–169. PS-Kustannus. Gummerrus. Jyväskylä.
- Tikkanen, P. 2008. ”Helpompaa ja hausempaa kuin luulin”: matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylän yliopisto. Väitöskirja.
- Tikkanen, P. & Lampinen, A. 2005. Unkarilainen Varga-Neményin matematiikan opetusmenetelmä Suomessa. Teoksessa Tutkiva opettaja - Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa. Korpinen, E. (toim.) 74–88. TUOPE 2. Jyväskylä.

Väljærvi, J. ym. 2007. The Finnish success in PISA - and some reasons for it. PISA 2003. Kirjapaino Oma Oy. Jyväskylä. (Luettavissa verkossa <http://ktl.jyu.fi/>)

Internet-sivustot

Espoon Matikkamaa (<http://www.espoonmatikkamaa.fi>)

Kultainen Kuutio (<http://www.kultainenkuutio.fi>)

Niilo Mäki Instituutti (<http://www.lukimat.fi/matematiikka>)

Opetushallitus (<http://www.oph.fi>)

Opperi/Matikkamaat (<http://www.opperi.fi>)

Kysymyksiä Matikkamaa-hankkeesta

1. Mikä sai sinut lähtemään mukaan Matikkamaa-hankkeeseen?
2. Mitä odotuksia Matikkamaahan kohdistui?
3. Ovatko odotukset toteutuneet?
4. Mitä koulutuksia ja hankkeita Matikkamaan puitteissa on toteutettu?
5. Miten Matikkamaa on vaikuttanut omaan työskentelyysi/asenteisiisi matematiikkaa kohtaan?
6. Mitä palautetta Matikkamaasta/koulutuksista/toiminnallisuuden lisäämisestä on tullut?
7. Mitä ongelmia Matikkamaa-hankkeeseen on liittynyt?
8. Mitä hankkeita Matikkamaan puitteissa on tulossa/suunnitteilla?
9. Mitä ohjeita antaisit vastaavaa hanketta suunnitteleville?

Kysymyksiä Varga-Neményi –kurssista

1. Miksi osallistuit Alkuopetuksen matematiikkaa Varga-Neményi menetelmällä -kurssille?
2. Mitä odotuksia sinulla oli kyseisen kurssin suhteen?
3. Mitä opit matematiikasta ja sen opetuksesta kyseisellä kurssilla?
4. Miten hyvin kurssi vastasi odotuksiasi?
5. Miten kurssi on vaikuttanut omaan matemaattiseen ajatteluusi ja omaan työskentelyysi?
6. Jos se ei ole juurikaan muuttanut työskentelyäsi, mistä arvelet sen johtuvan?
7. Millaisia kokemuksia ja palautetta olet saanut toiminnallisten menetelmien käytöstä matematiikan opetuksessa?
8. Millä perusteilla voisit suositella vastaavaa kurssia työtovereillesi?
9. Miten kurssia voisi mielestäsi kehittää opettajien tarpeita paremmin vastaavaksi?