



UNIVERSITY  
OF TAMPERE

This document has been downloaded from  
Tampub – The Institutional Repository of University of Tampere

The permanent address of the publication is <http://urn.fi/URN:NBN:fi:uta-201212121094>

Kustantajan versio

Author(s): Männistö, Jukka  
Title: Complex-hanke : lukion pitkän matematiikan oppisisältöjen ja opetusmenetelmien kehittäminen  
Main work: Järjen ja arjen ääniä : Tampereen normaalikoulu tutkii, kokeilee ja kehittää  
Editor(s): Ahonen, Kaarina; Juutilainen, Tiina  
Year: 2012  
Pages: 86-92  
ISBN: 978-951-44-8706-4  
Publisher: Tampere University Press  
Discipline: Educational sciences; Other social sciences  
School /Other Unit: School of Education  
Item Type: Article in Compiled Work  
URN: URN:NBN:fi:uta-201212121094

All material supplied via TamPub is protected by copyright and other intellectual property rights, and duplication or sale of all part of any of the repository collections is not permitted, except that material may be duplicated by you for your research use or educational purposes in electronic or print form. You must obtain permission for any other use. Electronic or print copies may not be offered, whether for sale or otherwise to anyone who is not an authorized user.

# COMPLEX-HANKE

## Lukion pitkän matematiikan oppisisältöjen ja opetusmenetelmien kehittäminen

*Jukka Männistö*

### Tiivistelmä

Tampereen normaalikoulun lukion pitkän matematiikan kehittämisessä 2000-luvulla ja *Complex-hankkeessa* ovat keskeisimpinä taustamuuttujina olleet seitsemän perustekijää ja näkökulmaa

- Matematiikka (TEORIA)
- YO-kirjoitukset
- Opetusharjoittelu
- Tietokoneperusteinen laskenta (Maple ja Scilab)
- Sovellukset (KÄYTÄNTÖ)
- Jatko-opinnot
- Täydennyskoulutus

Näiden näkökulmien yhteensovittaminen sekä yhtäaikainen ja tasapuolinen huomioiminen ovat olleet kohtuullisen iso ongelmien vyyhti. Lopputuotteena ja tavoitteena on haluttu kaiken aikaa nähdä syntyväksi *kaksi koulukohtaista ylimääräistä kurssia*, jotka perustuvat opetuskokeiluihin ja tietotekniikkaan ja joihin on laadittuna kokeiltu

oppimateriaali ja joista olisi aidosti hyötyä erityisesti jatko-opinnoissa. Lisäksi tavoitteena on ollut näiden *kahden kurssin oppimateriaalin laadinta*.

## Complex-hankkeesta

Lukion pitkän matematiikan oppisisältöjen ja menetelmien kehittäminen harjoittelukoulussa on pääsääntöisesti moniulotteista ja konstikasta työtä. Erityisesti on pidettävä huolta lukiolaisten yleisestä osaamisen tasosta, on huomioitava jatko-opintotarpeet ja on osattava lähestyä asiaa sekä matematiikan teorian että matematiikan sovellusten kautta. Harjoittelukoulun on myös samanaikaisesti kyettävä tarjoamaan kehittämisideoita opetusharjoittelijoille, tarjottava asiasta täydennyskoulutusta ja huomioitava voimallisesti tietokoneiden hyötykäyttö ja etsittävä tietoteknologiaperusteisia ja matematiikan työvälineperusteisia ratkaisuja tukemaan lukiomatematiikan opintoja.

Pitkän matematiikan kehittämistyö Tampereen normaalikoululla on lukuvuosien 2001–2011 ajan suuntautunut tietotekniikkaa hyödyntävään opetussuunnitelman laajentamiseen kohden kahta koulu-kohtaista lisäkurssia

*MAA16 Kompleksiluvut ja funktioteoria ja*

*MAA17 Matriisilaskenta ja vektorianalyysi.*

Normaalikoululla nykyisin toteutettavan kurssin *MAA16 Kompleksiluvut ja funktioteoria* taustalla on useita *suunniteltuja ja kokeiltuja* kursseja. Yhteisenä nimittäjänä on ollut tukeutuminen tietokonelaskentaan. Kurssit ovat irtaantuneet tietotekniikan kursseista mm. nimikkeillä Computer-algebra ja Tietokonelaskenta. Ongelmana vuosien varrella on ollut se, että kurssien tulisi yhä enemmän tukea myös sekä itse ylioppilaskirjoituksia että erityisesti jatko-opintojen aloittamista eri tieteiden opintoaloilla. Ylipäätään tulisi kyetä madaltamaan kynnystä

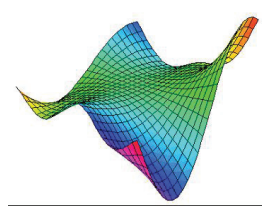
aloittaa mm. korkeakoulutasoiset jatko-opinnot. Kurssin MAA16 oppimateriaali viimeisimmässä muodossaan koostuu kokonaisuuksista *Kompleksiluvut, Funktioteoria, Differentiaali- ja integraalilaskenta* sekä *Kvaternionit* (Männistö 2009). Näillä aihealueilla on kyetty löytämään yhdistelmä, joka sekä tukee tulevalta ylioppilaalta edellytettäviä erikoistaitoja esim. YO-kirjoituksissa tehtävät 11–15 että antaa mahdollisuuden tutustua matematiikkaan syvällisemmin ja myös matematiikan työvälinojelmia käyttäen. Itse kurssin oppimateriaali on laadittu ja painettu omakustanteena (Männistö 2009).

Kurssilla käytetyt ohjelmistot ovat vuosien varrella olleet Derive, MathCAD, Maple, Mathematica, Matlab, Octave ja Scilab. Kaikki käyttökokemukset ovat lopulta johtaneet ensisijaisesti kahden ohjelman käyttöön. *Maple* vastaa ohjelmista kokemusten perusteella parhaiten käyttöliittymältään ja soveltuvuudeltaan lukion pitkällä matematiikalla tavoiteltavaa tietokoneperusteista tukea kaikkiin muihinkin olemassa oleviin kursseihin. *Scilab* puolestaan tarjoaa ilmaisohjelmista kokemusten perusteella parhaiten apua tietokoneperusteisiin kotitehtäviin ja ns. omiin pienimuotoisiin tutkimustehtäviin. Vuosien aikana saadun palautteen perusteella näiden ohjelmien käytön opiskelusta on ollut myöhemmin erityisen suuri apu monien yliopistojen ja korkeakoulujen eri laitosten matematiikkaohjelmien käytön opiskelussa. Geometriaosuuksissa kurssilla on siirrytty ohjelman CapriII sijaan käyttämään verkosta tuttua ohjelmaa *GeoGebra*.

Lukuvuosina 2007–2009 hankkeessa tehtiin yhteistyötä Tampereen teknillisen yliopiston matematiikan professori Sirkka-Liisa Erikssonin kanssa projektissa ”*Matematiikka tieteiden kuningatar ja palvelija*”, jossa laadittua oppimateriaalia testattiin mm. Tampereen normaalikoululla. Myöhemmin tämä oppimateriaali julkaistiin MFKA:n toimesta. Yhteistyö oli antoisaa, mutta vahvasti edelleen Tampereen normaalikoulun lukion omaa ja omintakeista linjaa ottaa huomioon myös se, että pitkän matematiikan opiskelijat valitsevat jatko-opintopaikoikseen teknillisten alojen lisäksi myös mm. matemaattis-luonnontieteellisiä, lääketieteellisiä ja esim. kauppa- ja talousaloja. Näin ollen sen matematiikan ylimääräisen oppimateriaalin, jonka voi odottaa opiskelijan

suorittavan, tulee palvella nuorten jatko-opintoja useammasta eri näkökulmasta.

Pitkän matematiikan monien aiempien opetuskokeilujen sekä TTY-yhteistyön perusteella vektorilaskenta ja matriisilaskenta eriytyivät omaksi uudeksi kurssiksi *MAA17 Matriisilaskenta ja vektorianalyysi*. Kurssin oppimateriaali viimeisimmässä muodossaan koostuu kokonaisuuksista *Vektorilaskenta, Matriisilaskenta, Vektorianalyysi, Funktioteoria ja Sovelluksia* (Männistö 2010). Myös tämän kurssin kirjallinen materiaali on laadittu ja painettu omakustanteena (Männistö 2010). Lukuvuonna 2010-2011 kurssi on toteutettu ns. PAOK-tarjottimella avoimena verkkokurssina, jolloin opiskelijoita on ollut mahdollista ottaa myös mm. Tampereen muista lukioista. Kurssilaiset ovat kuitenkin olleet ensisijaisesti Tampereen normaalikoulun omia opiskelijoita. Jatkossa voikin odottaa, että Normaalikoulun lukion omat opiskelijat valitsevat kurssia siinä laajuudessa, että se voidaan toteuttaa puhtaasti koulun omana kurssina – varsinkin, jos pitkän matematiikan opiskelu kyetään näkemään jatko-opintojen kannalta merkityksellisenä suorituksena.

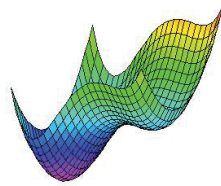
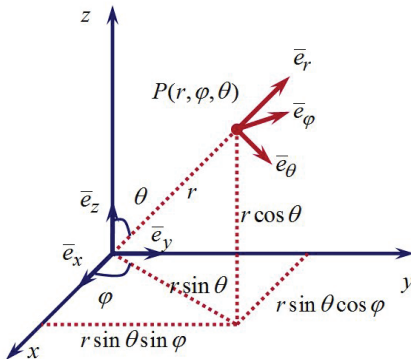


## Complex-hankkeen aikataulu

Kehitystyön, oppimateriaalin laadinnan sekä opetuskokeiluiden ja itse opetuksen teorian tutkimisen aikataulu on pääpiirteissään ollut seuraava:

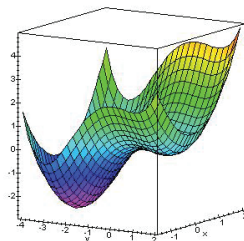
- Symbolisen laskennan kokeilut eri ohjelmistoilla 2001–2005
- Tietokonelaskenta-kurssin suunnittelu ja toteutus 2003–2006
- Kompleksilukulaskenta osaksi koulukohtaista kurssia 2005–2007
- Lukiolaisten asenne- ja tavoitekartoitus 2005

- *MAA16 Kompleksiluvut ja funktioteoria* koulun opetussuunnitelmaan 2006
- Differentiaalilaskennan osuuden lisääminen ko. kurssissa 2006–2008
- Vektorilaskentaan liittyviä opetuskokeiluja 2004–2009
- Matriisilaskennan oppimateriaalin testausta 2006–2008
- TTY-yhteistyö: Matematiikka tieteiden kuningatar ja palvelija 2007–2010
- Matriisilaskennan opetuskokeilu (toinen kierros) syksy 2009
- Vektorianalyysin opetuskokeilu (toinen kierros) syksy 2009
- Lukiolaisten asenne- ja tavoitekartoitus (toinen kierros) 2009
- Kurssin MAA17 oppimateriaalin tarkennettu laadinta 2009–2010
- *MAA17 Matriisilaskenta ja vektorianalyysi* koulun opetussuunnitelmaan 2010
- Kurssien MAA16 ja MAA17 muodostaman kokonaisuuden siirtäminen osaksi Tampereen normaalikoulun jatko- ja täydennyskoulutustarjotinta sekä osaksi opetusharjoittelun havaintomateriaalia
- Täydennyskoulutusta lukioiden matematiikan opettajille koulu-kohtaisten kurssien laadinnasta ja toteutuksesta 2010



## Lopuksi

Keskeisenä tavoitteena *Complex-hankeessa* on ollut pyrkimys käsitellä asiakokonaisuuksia matematiikalle ominaisella tavalla ja tietotekniikkaa hyödyntäen. Tavoitteena on ollut totuttaa tekemään otaksuvia, tutkimaan niiden oikeellisuutta sekä laatimaan loogisesti perusteltuja päättelyjä ja ratkaisuja sekä tutustua sovelluksiin. Toisaalta toteutetuilla kursseilla ja oppimateriaalia laadittaessa on pyritty huomioimaan myös lukio-opintoihin sisältyvä päättökoe sekä myös erilaisten oppilaitosten pääsykoeproblematiikka.



Palkitsevaa *Complex-hankeen* kannalta on kaiken aikaa ollut huomata, että lukion pitkän matematiikan kurssien sisältöjen huolellinen suunnittelu ja sekä itse matematiikan tutkimusmenetelmien että myös matematiikan opetusmenetelmien kehittäminen ovat yksi keskeisimmistä suomalaisen korkeaan teknologiaan perustuvan yhteiskunnallisen menestystarinan kulmakivistä. Lukio-opiskelijat ovat tästä hyvin tietoisia ja ovat olleet innolla valitsemassa hankkeen myötä Tampereen normaalikoulussa toteutettuja koulukohtaisia syventäviä ja soveltavia kursseja. Huomion arvoista on myös se, että Normaalikoulun lukion pitkän matematiikan tuloksellisuus kokonaisuutena arvioiden ja YO-kirjoituksilla mitattuna on *parantunut koko 2000-luvun ajan*.

Kaikki teknisten ja vähänkään merkityksellisten luonnontieteellisten alojen ylioppilaspohjaiset jatko-opintopaikat perustuvat voimallisesti matematiikkaan. Lukio-opetuksen tulee kuitenkin huomioida myös se, että iso joukko pitkän matematiikan opiskelleista ylioppilaista sijoittuu mm. kaupallisille aloille ja esimerkiksi oikeustieteen ja erilaisten hallinnon alojen koulutusohjelmiin.

Jatko-opinnoissakin opiskelijoiden parhaimmista ovat itsenäiseen, omintakeiseen, loogiseen, abstraktiin ja formaaleihin ajatustoi-  
mintoihin kykenevät henkilöt – myös heille tulee lukio-opetuksen  
tarjota haasteita. Lukion pitkän matematiikan tulee antaa valmiuksia  
tutkia ja käsitellä varsin vaikeatajuisia ja mutkikkaitakin struktuureja  
koskevia aiheita – kuitenkin huomioiden asioihin liittyvät sovellukset  
ja tietokoneiden mahdollistama apu. Nämä näkökulmat huomioiden  
*Complex-hankkeen* tavoitteina on ollut mm. rohkaista opiskelijoita  
kokeilemaan ja tutkivaan toimintaan tietokoneita hyödyntäen, on-  
gelmien ratkaisujen laadintaan ja omien konstruointien kriittiseen  
arviointiin sekä totuttaa pitkäjänteiseen työskentelyyn avointen on-  
gelmien parissa.

Ainakin jossain määrin tässä on onnistuttu ja on aika ottaa uusia  
askeleita matematiikan opetuksen kehittämisen tiellä. Lukion pitkä  
matematiikka ei välttämättä kaipaa lisää oppisisältöjä ja uusia asiako-  
konaisuuksia, vaan pikemminkin aiempia työtapoja monipuolistavia ja  
ylipäättään uusia tapoja työstää meneillään olevia ns. pakollisia opintoja  
– tätä olisi syytä pohtia. 🍷

Lisätietoja: [jukka.mannisto@uta.fi](mailto:jukka.mannisto@uta.fi)

## Lähteet

**Männistö Jukka 2009.** Kompleksiluvut ja funktioteoria. Tampereen Yli-  
opistopaino Oy. Tampere.

**Männistö, Jukka 2010.** Matriisilaskenta ja vektorianalyysi. Tampereen  
Yliopistopaino Oy. Tampere.