



PÄIVI PORTAANKORVA-KOIVISTO

# Elämyksellisyyttä tavoittelemassa

Narratiivinen tutkimus  
matematiikan opettajaksi kasvusta



AKATEEMINEN VÄITÖSKIRJA  
Esitetään Tampereen yliopiston  
kasvatustieteiden tiedekunnan suostumuksella  
julkisesti tarkastettavaksi Tampereen yliopiston  
Pinni B:n luentosalissa 1097, Kanslerinrinne 1, Tampere,  
16. päivänä lokakuuta 2010 klo 12.

English abstract

TAMPEREEN YLIOPISTO

PÄIVI PORTAANKORVA-KOIVISTO

**Elämyksellisyyttä tavoittelemassa**  
Narratiivinen tutkimus matematiikan opettajaksi kasvusta

English abstract

*Acta Universitatis Tamperensis 1550*  
*Tampere University Press*  
*Tampere 2010*



TAMPEREEN  
YLIOPISTO

AKATEEMINEN VÄITÖSKIRJA  
Tampereen yliopisto  
Opettajankoulutuslaitos

Myynti  
Tiedekirjakauppa TAJU  
PL 617  
33014 Tampereen yliopisto

Puh. 040190 9800  
Fax (03) 3551 7685  
taju@uta.fi  
www.uta.fi/taju  
<http://granum.uta.fi>

Kannen suunnittelu  
Mikko Reinikka

Taitto  
Sirpa Randell

Acta Universitatis Tamperensis 1550  
ISBN 978-951-44-8211-3 (nid.)  
ISSN-L 1455-1616  
ISSN 1455-1616

Acta Electronica Universitatis Tamperensis 996  
ISBN 978-951-44-8212-0 (pdf)  
ISSN 1456-954X  
<http://acta.uta.fi>

Tampereen Yliopistopaino Oy – Juvenes Print  
Tampere 2010

Martin Beck oli ollut ammatissaan riittävän kauan tietääkseen, että jos jokin vaikutti raportissa käsittämättömältä, niin se johtui yhdeksässäkymmenessä yhdeksässä tapauksessa sadasta siitä, että joku oli hutiloinut, erehtynyt, kirjoittanut väärin, unohtanut itse asian tai häneltä oli puuttunut kyky tehdä itsensä ymmärretyksi.

Maj Sjöwall & Per Wahlöö, Suljettu huone Romaani rikoksesta, s. 24 (Arvi A Karisto Oy, 1981, Hämeenlinna)



*Perheelleni ja opiskelijoilleni, jotka tekivät tämän mahdolliseksi*



# Kiitokset

Syksyinen, lämmin sade huuhtelee Tampereen katuja ja kirjoitan viimeisiä rivejä valmistuvaan kirjaani. Viiden vuoden taival on näin jälkeinpäin ajateltuna sittenkin melko lyhyt. On aika huoahtaa ja kiittäen muistaa kaikkia Teitä, jotka olette jakaneet kanssani tämän työn toisinaan riemastuttavia, toisinaan tuskastuttavia hetkiä.

Olen kiitollinen siitä, että sain tehdä tutkimustyötäni työyhteisöissä, joissa ymmärrettiin sen vaatimat ponnistelut. Työtoverit Atalpassa opettajankoulutuslaitoksella ja Tampereen normaalikoululla ovat ilahduttaneet kannustuksellaan ja huumorillaan. Kiitän Teitä näin yhteisesti.

Lämpimin mielin kiitän työni ohjaajaa professori ja matematiikkakasvatuksen dosentti Harry Silfverbergiä tinkimättömyydestä ja luottamuksesta. Niiden myötä olen saanut kasvaa tutkijana ja opettajana. Työni vastuuprofessorina on toiminut professori Eero Ropo. Kiitos hänelle tutkijaseminaareista, joissa olen saanut haastaa ajatuksiani toisten jatko-opiskelijoiden kanssa ja solminut monia tutkijatuttavuuksia. Haluan kiittää Valtakunnallista matematiikan, fysiikan ja kemian opetuksen tutkijakoulua ja sen johtajia professori emeritus ja dosentti Erkki Pehkosta ja professori Jari Lavosta mahdollisuudesta olla osana tätä aktiivista ja kunnianhimoista tutkijayhteisöä. Tutkijakoulun myötä olen saanut tutustua innokkasiin tutkijakollegoihin, joiden tutkimustyötä saan edelleen ylpeänä seurata.

Tutkimusta tehdessään on kiinnitettynä prosessiin, jossa kirjoittaminen, lukeminen, keskusteleminen, kuunteleminen ja heittäytyminen ovat jatkuvassa vuorovaihtuksessa keskenään. Työn eri vaiheissa olen saanut tukea eri henkilöiltä. Työni alkuvaiheessa sain keskustella kasvatustilafilosofian dosentti Maija Lehtovaaran kanssa fenomenologisen matematiikan opetuksen näkökulman kehittämistä. Vaikka myöhemmin kutsuin tätä näkökulmaa elämyksellisyydeksi, nuo keskustelut olivat tärkeitä lähtökohtia työhöni. Konferensseihin valmistautumiseen olen saanut kielienhuoltoapua dosentti Jorma Lehtovaaralta ja professori emeritus Viljo Kohoselta, kiitos heille tästä avusta. Kiitän vilpittömästi myös dosentti Riitta Jaatista. Hän luki ensimmäisen käsikirjoitusversion kommentoiden sitä rakentavasti. Hänen kanssaan olen saanut keskustella monista työhöni liittyvistä yksityiskohdista.

Työni viimeistelemiseen sain arvokkaita kommentteja professori Tapio Keranolta, joka luki käsikirjoituksen ennen esitarkastusta. Kiitos hänelle huolella tehdystä lausunnosta. Työni varsinaisina esitarkastajina toimivat professori Pekka Kupari



ja dosentti Timo Tossavainen. Heidän asiantuntevat ja perusteelliset lausuntonsa osoittivat käsikirjoitukseni puutteet ja rohkaisivat minua niiden korjaamisessa. Eri-tyinen kiitos heille tästä.

Lisäksi haluan kiittää Eija Koivistoa kielenhuollosta, jota hän ehti tehdä ennen poismenoaan. Kiitän myös Marjatta Suikkasta tiivistelmän kääntämisestä ja Sirpa Randellia väitöskirjan taitosta. Hänen kädenjälkensä myötä käsikirjoitus vihdoin näytti kirjalta. Kiitän myös Tampereen kaupunkia julkaisua varten saadusta apurahasta.

Jos tohtorikoulutettava uskottelee itselleen, että hän kykenee läpiviemään väitöskirjaprosessin rasittamatta sillä ystäviään ja läheisiään, hän erehtyy. Siispä kiitän ystäväni ja työtoveriani Hanna Hakalaa kuuntelemisesta ja Helena Rajakaltiota ja Heidi Krzywackia vertaistuesta, unohtamatta Teitä muita läheisiä tovereitani.

Suuri sukulaisten joukko ansaitsisi tulla mainituksi jokainen erikseen, sillä niin monia ystävällisiä ja joskus varovaisiakin tiedusteluja työni etenemisestä olen saanut. Heille kuitenkin kaikille yhteinen kiitos välittämisestä. Tässä yhteydessä haluan kiittää kummitätiäni Ulla Sipposta ja lähisukulaisiani Eeva ja Pentti Metsähonkalaa kannustuksesta, veljeäni Juha Portaankorvaa ja hänen perhettään myötäelämisestä ja rakasta serkkuani Liisa Metsähonkalaa arvokkaista kommentteista ja väitöskirjatyön ilojen ja surujen jakamisesta. Kiitän myös vanhempiani Liisa Portaankorvaa ja Toivo Portaankorvaa, jotka ovat valmentaneet minut tähän työhön omalla esimerkillään opettajuudesta. Heidän tinkimättömyytensä ja luovuutensa ovat olleet kannustiminani. He eivät enää ole tätä tilaisuutta näkemässä, mutta ovat kulkeneet mielessäni monissa muistoissa.

Haluan kiittää anoppiani ja appeani Terttu ja Jarkko Koivistoa, joiden iloiset kannustukset ovat olleet tärkeitä. He ovat olleet aidosti ylpeitä työstäni ja se on rohkaisut minua jatkamaan eteenpäin.

Lopuksi kiitän puolisoani Karri Koivistoa yhteisistä pohdintahetkistä ja työni kielenhuollon loppuun saattamisesta, väitöskirjan irtokannen suunnittelusta, ymmärtämisestä ja luottamuksesta siihen, että joskus tästä vielä tulee totta. Kiitän häntä myös niistä monista rakkaista mökkipäivistä ja kaupunki-illoista, jolloin olen saanut unohtaa koko projektin. Kiitän myös poikiani Jarkkoa ja Jussia, jotka ovat jaksaneet huolehtia itsestään ja myös minun hyvinvoinnistani. Ilman Jussin tekemiä aterioita, olisin tyytynyt vain kahviin ja voileipiin. Lisäksi kiitän Jarkon kihlattia Pauliina Kallialaa ja hänen kurssitoveriaan väitöstilaisuuden ja karonkan järjestelyavusta. Virallisissa kiitoksissa ei kai ole tapana mainita perheen eläinystäviä, mutta kiitoksen ovat ansainneet myös koiramme punavalkoinen irlanninsetteri Helmi-Orvokki ja punainen irlanninsetteri Saimi siitä, että olen saanut tuulettua tuulissa ja tuiskuissa ja aurinkoisissa säissä metsän poluilla ajatuksiani selvitellen, voimatta vaikuttaa itse aikaan ja paikkaan.

Tampereella 25-vuotiskihlajaispäivänä 13. syyskuuta 2010

Päivi Portaankorva-Koivisto

# Tiivistelmä

## *Elämyksellisyyttä tavoittelemassa – narratiivinen tutkimus matematiikan opettajaksi kasvusta*

Tutkimukseni tehtävänä on pohtia peruskoulun matematiikan opetuksen elämyksellisyyttä ja matematiikan opettajaksi kasvun kysymyksiä. Elämykselliselle matematiikan opetukselle on tutkimuksessa kehitetty kehikko, jossa elämyksellisyyttä lähestytään kuuden piirteen avulla. Näitä piirteitä ovat vuorovaikutuksellisuus, kokemuksellisuus, havainnollisuus, tutkimuksellisuus, yhteistoiminnallisuus ja matematiikan kielinäkökulma. Kyseisiä piirteitä on kehitetty koko tutkimuksen ajan osittain yhdessä tutkittavien kanssa. Opettajaksi kasvun näkökulmaa on tutkittu käsitysten avartumisena ja muuttumisena. Keskeisiä osa-alueita kasvuprosessissa ovat käsitykset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta, käsitykset hyvästä opettajasta ja hyvästä opetuksesta sekä tutkittavien käsitys omasta itsestään opettajana ja luokka-asteesta, jolla tutkittava uskoo tulevaisuudessa työskentelevänsä.

Tutkimukseen osallistui Tampereen opettajankoulutuslaitoksen aineenopettajan maisterikoulutuksessa vuonna 2005 aloittanut opiskelijaryhmä (5 naista ja 1 mies). Tutkimus on narratiivinen pitkittäistutkimus, jossa aineistona on kirjoitelmia (3 kertaa/tutkittava) ja haastatteluja (4 kertaa/tutkittava). Aineisto on kerätty kolmen lukuvuoden aikana vuosina 2005–2008. Pääaineistoa on kaikkiaan 516 sivua. Lisäaineistona on tutkittaville pidettyjen luentojen materiaaleja ja tutkijan muistiinpanoja. Pääaineistoa on analysoitu narratiivien analyysin ja narratiivisen analyysin keinoin. Lisäaineistoa on käytetty raportoinnin apuna.

Tutkimuskysymyksinä ovat:

1. Mitä aineisto kertoo opettajaopiskelijoiden kasvusta matematiikan opettajiksi yksilöllisinä kasvutaroina?
2. Miten opettajaopiskelijoiden näkemykset elämyksellisestä matematiikan opetuksesta kehittyvät koulutuksen aikana?
3. Mitä aineisto kokonaisuudessaan valottaa matematiikan opettajaksi kasvun prosessista?

Tutkimuksen johtopäätelminä voidaan todeta, että kolmen lukuvuoden aikana opettajaopiskelijoiden ammatillisen kasvun prosessissa ilmenee kolme näkökulmaa: oppilaan näkökulma, jolloin tutkittavat pohtivat opettajuuden kysymyksiä omien koulukokemustensa läpi, oppilaan asemasta käsin. Toinen näkökulma on opettajaopiskelijan tai opettajaharjoittelijan näkökulma, jolloin opettajuutta arvioidaan har-

joittelukokemusten ja niistä saatujen palautteiden pohjalta. Kolmas näkökulma on noviisiopettajan näkökulma, jolloin opiskelijat irtautuvat katsomaan opettajuuttaan työyhteisöjen ja oman kehittyvän opettajuutensa läpi. Elämyksellisyyttä pohtiessaan, tutkittavien käsitykset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta linkittyvät voimakkaasti toisiinsa. Elämyksellisen matematiikan opetuksen toteutuminen näyttäisi edellyttävän muutoksia näissä käsityksissä. Havainnollisuus, kokemuksellisuus ja vuorovaikutuksellisuus ovat helpoimmin lähestyttäviä lähtökohtia opetuksen suunnittelussa ja tutkittavien suhde niihin jäi myönteiseksi. Tutkimuksellisuus, yhteistoiminnallisuus ja matematiikan kielinäkökulma vaativat opettajalta hyvää aineenhallintaa ja kykyä ideoida tutkimustyyppisiä, yhdessä tehtäviä aktiviteetteja oppitunneilleen. Nämä piirteet jäivät tutkittaville vieraammiksi.

Avainsanat: matematiikka, oppiminen, opetus, elämyksellisyys, opettajaksi kasvu, opettajankoulutus, narratiivisuus

# Abstract

## *In search of lived experiences – a narrative research on the growth process of becoming a teacher of mathematics*

My research aims at examining and reflecting on lived experiences provided in mathematics education in Finnish comprehensive school along with issues related to growing to be a teacher of mathematics. In the research, a framework has been created and developed to describe lived-experience-oriented mathematics education by means of the following six aspects: interaction, experientiality, illustrativeness, research-orientation, collaborativeness and orientation to mathematics as a language. These aspects have been in the process of being worked on throughout the whole research, partly in cooperation with those examined. The growth into teachership has been examined as changes in and enrichment of the existing notions and conceptions. In the growth process the following areas play a central role: the notions of mathematics, how to teach it and how to learn it, the notions of a good teacher and good teaching, the informants' notions of themselves as teachers and of the grade in which they believe they will work in the future.

Those examined in this research were the students who had started their studies in the Master's programme in the Unit of Subject Teacher Education of the Department of Teacher Education at the University of Tampere in 2005. The whole group of these students has been involved, i.e. 5 women and 1 man. This is a narrative-type longitudinal research in which the research material consists of written essays (3 essays/an informant ) as well as interviews (4 interviews/an informant ). The material has been collected during three academic years from 2005 to 2008. The material proper comprises 516 pages. Materials of lectures held to those examined along with notes of the researcher have been included as additional research material in the report. The material proper has been examined by means of an analysis of the narratives and a narrative analysis. The additional material has been used as a contribution to the report.

The following questions have been the objectives of this research:

1. What do the individual narratives of growth tell us about the growth of the prospective teachers to become teachers of mathematics?
2. In what ways have the prospective teachers' notions of lived-experience-oriented mathematics education developed during the years of teacher education?
3. What kind of light does the research material as a whole shed on the growth process of becoming a mathematics teacher?

As a conclusion of this research we can state that three perspectives emerge in the professional growth process of the prospective teachers throughout the three academic years. The first is the perspective of the pupil, with the informants reflecting on issues of teachership on the basis of their own experiences at school, i.e. from the position of the pupil. The second is the perspective of the prospective teacher in the process of being educated, with the teaching practice and the relevant feedback forming the basis of assessing the teachership. The third is the perspective of the novice teachers who distance themselves from the earlier stages to assess their personal teachership, first, as an on-going process and, second, as part of a particular working community. In the reflections on lived-experience orientation, the informants' notions of mathematics, and teaching and learning mathematics, are strongly interlinked. Changes in these notions are obviously required for lived-experience-oriented mathematics education to be realised. Illustrativeness, experientiality and interaction provide the most practicable starting points for planning the actual teaching, and the informants' attitudes to these aspects remained positive. Research orientation, collaborativeness and orientation to mathematics as a language require of a prospective teacher a very good mastery of the subject along with an ability to envision and create joint research-type activities for the lessons in the classroom. The informants felt that they were not very familiar with these aspects.

Keywords: mathematics, learning, teaching, lived experiences, teacher growth, teacher education, narratives

# Sisällys

<b>1 Johdanto</b>	<b>23</b>
<b>2 Elämyksellisen matematiikan opetuksen fenomenologiset lähtökohdat</b>	<b>27</b>
Intentionaalisuus	28
Reflektiivisyys ja elämänmaailma	31
Asioiden olemuksiin pyrkiminen – universaalisuus	33
<b>3 Elämyksellisyys matematiikan opetuksessa</b>	<b>36</b>
Taustaa – matematiikan filosofia ja yhteiskunnalliset muutokset matematiikan opetuksen muovaajina	36
Elämyksellisyys – kehyksiä matematiikan suuntauksille	40
Tunteisiin liittyvä elämyksellisyys	41
Luovuus elämyksellisessä matematiikan opetuksessa	41
Esteettisyys elämyksellisessä matematiikan opetuksessa	43
Edistyksen kokemiseen liittyvä elämyksellisyys	43
Taito jäsentää matemaattista tietoa	44
Taito kehittää matemaattisia merkityksiä	45
Kehollinen elämyksellisyys	46
Henkilökohtaiseen osallisuuteen liittyvä elämyksellisyys	48
<b>4 Elämyksellisyys tutkimuskohteena</b>	<b>50</b>
Johdanto	50
Elämyksellisyyden piirteiden valitseminen	51
<b>5 Opettajan ammatillinen kasvu</b>	<b>65</b>
<b>6 Opettajan hänelle itselleen elämässä tärkeiden asioiden merkitys opettajaksi kasvulle</b>	<b>67</b>

<b>7 Opettajankoulutuksessa tärkeiksi koettujen asioiden merkitys opettajaksi kasvulle</b>	<b>70</b>
Opettajaopiskelijan käsitykset matematiikan opettamisesta, matematiikan oppimisesta ja matematiikasta oppiaineena	71
Harjoittelun aikana tapahtuva ammatillinen kasvu ja ohjauksen merkitys	75
Luokkatyöskentely ja käsitykset oppilaista matematiikan oppijoina	78
Kognitiiviset ristiriidat ja muutostarpeen tiedostaminen	79
Opettajaopiskelijan käsitykset itsestään opettajana	80
Ammatillisen yhteisön ja vertaistuen merkitys	82
Epävarmuuden sietäminen	83
Yhteenveto opettajankoulutuksen merkityksestä opettajan kasvuprosessin käynnistäjänä	84
<b>8 Opettajan ammatissa tärkeiksi koettujen asioiden merkitys opettajaksi kasvulle</b>	<b>86</b>
<b>9 Tutkimuksen narratiiviset lähtökohdat</b>	<b>91</b>
Narratiivisuus konstruktivistisena tiedonkäsityksenä	91
Narratiivit aineistona	92
Narratiivisuus aineiston analyysissä	93
Narratiivit käytännön työvälineenä	94
Narratiivisuus tutkimuksen raportoinnissa	94
Narratiivisuus tässä tutkimuksessa	96
<b>10 Tutkimuksen kulku</b>	<b>101</b>
Tutkimuskysymykset	102
Tutkittavat	103
Miten kerään aineiston?	104
Ensimmäiset esseet 9/2005	106
Ensimmäiset haastattelut 12/2005	107
Toiset haastattelut 5/2006	108
Essee tai haastattelu 12/2006	108
Haastattelu 5/2007	109
Haastattelu 12/2007	110
Viimeinen kirjoitelma, kirje 4/2008	110

<b>11 Haastatteluja</b>	<b>112</b>
Haastatteluiden toteuttamisesta	112
Haastattelut fenomenologisesta, hermeneuttisesta ja postmodernista näkökulmasta	113
Haastattelijan roolista	116
Haastatteluista aineistoksi	117
<b>12 Tarinoiden analyysin taustaksi</b>	<b>119</b>
1. vaihe: Kaksi metatarinaa	120
2. vaihe: Kuusi yksilöllistä kasvutarinaa	121
3. vaihe: Tarinoiden tarkistaminen	123
Greimasin aktanttimalit tarinoitteni tulkinnan apuna	124
<b>13 Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteiden opettajan-koulutuksellisia näkökulmia ja miten ne tuotiin esiin tutkittaville suunnatuilla luennoilla</b>	<b>131</b>
Vuorovaikutuksellisuus	135
Opettajan merkitys luokan matemaattisen kommunikoinnin määräytymisessä	136
Ryhmän merkitys luokan matemaattisen kommunikoinnin määräytymisessä	137
Vuorovaikutuksellisuus elämyksellisyytenä	138
Vuorovaikutuksellisuuspiirteen käsitteleminen tutkimukseeni liittyvillä luennoilla	139
Kokemuksellisuus	141
Kokemuksellisuus toiminnallisuutena	142
Kokemuksellisuus elämyksellisyytenä	143
Kokemuksellisuuspiirteen käsitteleminen tutkimukseeni liittyvillä luennoilla	144
Havainnollisuus	147
Havainnollisuus opettajan näkökulmasta	148
Havainnollisuus oppilaan näkökulmasta	148
Havainnollisuus elämyksellisyytenä	149
Havainnollisuuspiirteen käsitteleminen tutkimukseeni liittyvillä luennoilla	151
Tutkimuksellisuus	154
Tutkimuksellisten tehtävien piirteitä	155
Tuleva opettaja tutkimuksellisten tehtävien suunnittelijana	157
Tutkimuksellisuuspiirteen käsitteleminen tutkimukseeni liittyvillä luennoilla	159



Yhteistoiminnallisuus	162
Yhteistoiminnallisuuden määrittelyä	163
Yhteistoiminnallinen oppiminen kehittää ongelmanratkaisutaitoja ja yhteistyötä, sekä tukee oppilaiden itseluottamusta	164
Yhteistoiminnallisuus elämyksellisyytenä	166
Yhteistoiminnallisuuspiirteen käsitteleminen tutkimukseeni liittyvillä luennoilla	166
Matematiikan kielinäkökulma	168
Kaksikielisyys ja matematiikan opetus	170
Matematiikkaa ja semiotikkaa	171
Matematiikan kielinäkökulma tutkimukseeni liittyvillä luennoilla	172
<b>14 Elämyksellisen matematiikan opetuksen analyysi</b>	<b>179</b>
Ensimmäinen analyysi keväällä 2006	179
Toinen analyysi keväällä 2007	181
<b>15 Saaran tarina ja analyysi</b>	<b>189</b>
<b>16 Elman tarina ja analyysi</b>	<b>224</b>
<b>17 Aadan tarina ja analyysi</b>	<b>259</b>
<b>18 Reetan tarina ja analyysi</b>	<b>295</b>
<b>19 Kaarlon tarina ja analyysi</b>	<b>332</b>
<b>20 Karoliinan tarina ja analyysi</b>	<b>361</b>
<b>21 Tutkimuksen arviointia</b>	<b>407</b>
Tutkimuksen vakuuttavuus, vastaavuus, yhtenäisyys ja käytännöllisyys	408
Tutkimuksen luotettavuuskriteerit ja eettiset periaatteet	409
Historiallisen jatkuvuuden kriteerin toteutumisesta	411
Reflektiivisyyden kriteerin toteutumisesta	412
Dialektisuuden kriteerin toteutumisesta	413
Toimivuuden kriteerin toteutumisesta	414
Havahduttavuuden kriteerin toteutumisesta	414

<b>22 Tutkimustulosten koonti ja pohdinta</b>	<b>416</b>
Mitä aineisto kertoo opettajaopiskelijoiden kasvusta matematiikan opettajiksi yksilöllisinä kasvutaroina?	416
Miten opettajaopiskelijoiden näkemykset elämyksellisestä matematiikan opetuksesta kehittyvät koulutuksen aikana?	419
Mitä aineisto kokonaisuudessaan valottaa matematiikan opettajaksi kasvun prosessista?	420
Miten elämyksellinen matematiikan opetus hyödyttää matematiikan aineenopettajien koulutusta?	423
Vuorovaikutuksellisuuspiirteen huomioiminen opettajankoulutuksessa	423
Kokemuksellisuuspiirteen huomioiminen opettajankoulutuksessa	424
Havinnollisuuspiirteen huomioiminen opettajankoulutuksessa	424
Tutkimuksellisuuspiirteen huomioiminen opettajankoulutuksessa	425
Yhteistoiminnallisuuspiirteen huomioiminen opettajankoulutuksessa	425
Matematiikan kielinäkökulman huomioiminen opettajankoulutuksessa	425
Miten opettajaopiskelijoiden kasvutarinat hyödyttävät matematiikan aineenopettajien koulutusta?	426
Reflektoinnin merkitys opettajaksi kasvulle	426
Opetusharjoittelun merkitys opettajaksi kasvulle	427
Sijaisuuksien merkitys opettajaksi kasvulle	430
Opettajan ammattikuvan merkitys opettajaksi kasvulle	433
Persoonallisen kasvun merkitys opettajaksi kasvulle	434
Opettajaksi kasvun tunnusmerkkejä	435
Lopuksi	438
<b>Lähteet</b>	<b>441</b>
<b>Liitteet</b>	<b>469</b>
LIITE 1. Matematiikan aineenopettajan koulutusohjelman tutkintotavoitteet ja rakenne	469
LIITE 2. Lecture Caricatures	471
LIITE 3. 7.4.2008 Kirje opiskelijoilleni	472

## *KUVIOT*

KUVIO 1. Elämyksellisen matematiikan opetuksen fenomenologisia tunnusmerkkejä	35
KUVIO 2. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet sisäkkäisinä laajenevina tasoina	56
KUVIO 3. Tutkimuksen toteutus 2005–2008	105
KUVIO 4. Greimasin aktanttimalli	125
KUVIO 5. Tutkimukseni Greimasin aktanttimallin runko	127
KUVIO 6. Todennäköisyyslaskennan havainnollistaminen $10 \times 10$ -ruudukon avulla	153
KUVIO 7. Amyn todistus kolmion kulmien summasta	153
KUVIO 8. Neljä erilaista tapaa laskea kertolasku allekkain	162
KUVIO 9. Brownin (2001, 139) symmetriatehtävän kuviot	178
KUVIO 10. Brownin (2001, 139) symmetriatehtävän esimerkkiratkaisu	178
KUVIO 11. Saaran narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005	198
KUVIO 12. Saaran narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006	198
KUVIO 13. Saaran narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen toisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2007	199
KUVIO 14. Saaran narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008	200
KUVIO 15. Elman narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005	233
KUVIO 16. Elman narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006	234
KUVIO 17. Elman narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin toisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2007	235
KUVIO 18. Elman narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008	235
KUVIO 19. Aadan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005	269
KUVIO 20. Aadan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006	270

KUVIO 21. Aadan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin toisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2007	271
KUVIO 22. Aadan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008	272
KUVIO 23. Reetan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005	306
KUVIO 24. Reetan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006	307
KUVIO 25. Reetan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin toisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2007	308
KUVIO 26. Reetan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008	309
KUVIO 27. Kaarlon narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005	341
KUVIO 28. Kaarlon narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006	341
KUVIO 29. Kaarlon narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin toisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2007	342
KUVIO 30. Kaarlon narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008	343
KUVIO 31. Karoliinan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005	375
KUVIO 32. Karoliinan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006	376
KUVIO 33. Karoliinan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin toisen vuoden jälkeen keväällä 2007	377
KUVIO 34. Karoliinan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008	378

## TAULUKOT

TAULUKKO 1. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteiden luokittelua lukuvuonna 2005–2006	53
TAULUKKO 2. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet ja niiden tasokuvaukset lukuvuonna 2006–2007	56
TAULUKKO 3. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet ja niiden tasokuvaukset sellaisina kuin ne hahmotin tiedonkeruuvaiheen päättyessä 2008	62
TAULUKKO 4. Tutkimuskysymykset, aineisto ja analyysimenetelmät selitteineen	102
TAULUKKO 5. Aineiston laajuus sivumäärinä	111
TAULUKKO 6. Yhteenveto opettajan ammatillisen kasvun vaiheista, kasvuprosessin tekijöistä, miten näitä tekijöitä työstetään opettajan koulutuksessa, ja miten ne tulevat esiin sekä tutkimuksen toteutuksessa että tutkittavilta kerätyissä osa-aineistoissa	128
TAULUKKO 7. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet, niiden lyhyet kuvaukset ja sisällöt, sekä tulivatko ne esiin tutkittaville suunnatuilla luennoilla tai kunkin tutkittavan tuottamassa osa-aineistossa	132
TAULUKKO 8. NLP-tekniikoita	175
TAULUKKO 9. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet lukuvuonna 2005–2006, jota olen käsitellyt artikkelissani	179
TAULUKKO 10. Esseiden pohjalta tehdyn tasoihin sijoittumisen tuloksena opiskelijat (N=6) sijoittuivat tasoille 1, 2 ja 3 seuraavasti	181
TAULUKKO 11. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet ja niiden tasokuvaukset lukuvuonna 2006–2007	182
TAULUKKO 12. Yhteistoiminnallisuus, vuorovaikutuksellisuus ja matematiikan kielinäkökulma – tutkittavien sijoittuminen eri tasoille esseissä 2005 ja 2006	188
TAULUKKO 13. Saaran kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta	201
TAULUKKO 14. Saaran kasvuprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta	212
TAULUKKO 15. Elman kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta	237
TAULUKKO 16. Elman kasvuprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta	249
TAULUKKO 17. Aadan kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta	273

TAULUKKO 18. Aadan kasvuprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta	286
TAULUKKO 19. Reetan kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta	310
TAULUKKO 20. Reetan kasvuprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta	321
TAULUKKO 21. Kaarlon kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta	344
TAULUKKO 22. Kaarlon kasvuprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta	353
TAULUKKO 23. Karoliinan kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta	379
TAULUKKO 24. Karoliinan kasvuprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta	392
TAULUKKO 25. Tutkimukseni luotettavuuden tarkastelua tutkimuksen eettisistä näkökulmista	411



# 1 Johdanto

Useiden opettajien taustalla on joku sukulainen, joka on toiminut opettajana (Lortie 1977, ens. painos 1975, 44–45). Niin myös minun. Oikeastaan suurin osa äidin puolen sukulaisistani isoäitiäni myöten on työskennellyt opettajana ja meissä serkuissa näyttää jatkuvan sama perinne, vaikkei aivan yhtä voimakkaana. Äitini oli alakoulun opettaja ja isäni teknisen työn opettaja. Minusta tuli ensin ammatiltani elokuva- ja videoleikkaaja, mutta myöhemmin kuitenkin päädyin jatkamaan opintojani ja valmistuin opettajaksi, tarkemmin sanottuna matematiikan opettajaksi. Päätös, jota en koskaan ole katunut.

Miten minusta sitten tuli matematiikan opettajiksi opiskelevien opettajankouluttaja? Mielestäni se on edellyttänyt monia myönteisiä kokemuksia opettajan työssä ja oman työn kehittämisessä. Merkittäväksi vaiheeksi luonnehtisin ensimmäistä ohjauskokemustani, jolloin aidosti pysähdyin perustelevaan toimintaani historian opettajaksi opiskelleelle nuorelle opettajalle. Meitä yhdisti silloin nimenomaan opettajuus, ei opetettava aine. Ehkä silloin aloin vähitellen ymmärtää erästä opettajan työlle ominaista piirrettä: opettaja tekee näkymättömästä näkyvän. Hän jäsentää, tulkitsee ja kytkee opetettavan aiheen omien arjen kokemustensa avulla lähemmäksi oppilaittensa maailmaa. Muistan, miten innostuin noista keskusteluista nuoren opettajan kanssa. Niinpä tilaisuuden tullen hainkin normaalikouluun töihin. Sieltä siirryin seitsemäksi vuodeksi opettajankouluttajaksi ja tähän aikaan liittyy nyt raporttoimani tutkimus.

Tutkimukseni tehtävänä on kehittää opettajankoulutusta ja sitä kautta muuttaa koulun opetuskäytänteitä. Luottamus opettajankoulutukseen koulun käytäntöjen uudistajana ja kehittäjänä on innostanut minua pohtimaan, miten matematiikan opetuksesta saadaan elämyksellistä. Meidän tulisi matematiikan opettajina nähdä oppija kokonaisvaltaisena, luottaa hänen kykyihinsä ja vuorovaikutustaitoihinsa, antaa hänelle vastuuta ja luoda hänelle tilaisuuksia oppia (Breen 2007, 4). Meidän on opettajina uskottava, että matematiikka itsessään on aitoa ihmettelyä ja keksimisen riemua, ja koulumatematiikan on autettava oppilaita löytämään tiensä matemaattisen yhteisön jäsenyyteen (Woo 2007, 67, 88). Tämän väitöskirjan tavoitteeksi asetin, että kehitän teoreettista konstruktioita elämyksellisestä matematiikan opetuksesta ja tutkin matematiikan opettajaksi kasvua.

Työssäni on kaksi erillistä teoreettista viitekehystä. Ensinnäkin elämyksellisen



matematiikan opetuksen taustalla laajeneva matematiikan opetuksen viitekehys sekä toisena opettajaksi kasvun teoreettiset lähtökohdat. Molemmat viitekehukset ovat melko laajoja, mutta työn empiirisessä osassa ne kietoutuvat erottamattomasti toisiinsa ja puolustavat siten paikkaansa.

Elämyksen määrittelemisen on haastavaa. Raportin otsikossa lähestyn sitä nöyrästi, ja uskon tavoitteluisiani pääsevänä luonnehdintaan, joka kiteyttää vain osin käsitteen moninaisuutta. Otsikko antaa lukijalle mahdollisuuden tulkita elämyksellisyyden kokijaksi tutkimuksen tutkija, tutkittava, opettaja tai oppilas. Näin elämyksellisyys ei suoranaisesti rajoitu ainoastaan matematiikan oppitunnin tapahtumiin.

Elämyksellisyyden tulkintani perusta on fenomenologiassa. Siksi raporttini alkaa fenomenologisten taustojen avaamisella. Seuraavaksi pohdin, mitä elämyksellisyys on ja mikä on mielestäni elämyksellisyyden asema matematiikan opetuksessa. Lopuksi kokoa tutkimukseni elämyksellisen matematiikan opetuksen lähtökohdat kuuteen piirteeseen: vuorovaikutuksellisuus, kokemuksellisuus, havainnollisuus, tutkimuksellisuus, yhteistoiminnallisuus ja matematiikan kielinäkökulma. Luku etenee niin, että lukijalla on mahdollista arvioida piirteiden kehitysvaiheita.

Toinen laaja kokonaisuus työni teoreettisena viitekehysenä muodostuu opettajaksi kasvun tarkastelusta. Koska työssäni kulkee rinnakkain oma ammatillinen kasvuprosessini ja tutkittavien koulutuksen aikainen kasvuprosessi, olen teoreettisessa osuudessa käsitellyt opettajan koko uran aikaista ammatillista kasvua. Työn empiirisessä osassa voidaan myös havaita, että mikäli matematiikan opettajaksi kasvun prosessille annetaan enemmän aikaa jo koulutusvaiheessa, kuten luokanopettajaksi kasvullekin, opiskelijat tavoittavat koulutuksen aikana useampia keskeisiä kasvun etappeja.

Laajan teoreettisen osuuden jälkeen kuvaan tarkasti metodologiset valintani. Narratiivisen tutkimuksen peruseriaatteisiin nojautuen, tutkittavani on valittu joukosta, jonka voidaan katsoa vastaavan tutkimuksen kysymyksiin parhaiten. Olen siis valinnut tutkittavat koulutusohjelmasta, joka on tavanomaisesta matematiikan opettajankoulutuksesta poikkeava. Tämän koulutusohjelman opiskelijat opiskelevat pääaineena kasvatustiedettä ja pakollisena sivuaineena matematiikkaa. Opettajaksi kasvun prosessille on näin aikaa koko opintojen ajan. Syksyllä 2005 aineenopettajan maisterikoulutuksen aloittavien ryhmä oli kooltaan kuusi opettajaopiskelijaa ja he kaikki lupautuivat tutkittavikseni. Narratiiviselle tutkimukselle on ominaista myös kuvata tarkkaan aineiston keruu, analyysin vaiheet ja tutkijan valinnat, väärä ratkaisuja unohtamatta. Siksi olen käyttänyt menetelmälukuihin paljon tilaa. Analyysi kattaa kirjasta noin puolet. Se on yksilön ääntä kunnioittaen tehty jokaisesta tutkittavasta erikseen ja pääosin hänen itsensä tarkistamana. Väitöskirjan lukija voi halutessaan tyytyä vain joidenkin raportoitujen kehityskertomusten lukemiseen. Tapauskohtaisesti opiskelijan kehittyminen opettajaksi tulee näinkin ymmärrettäväksi, vaikka aineistoon sisältyvät kehityskertomusten erot eivät näin täysin valotuukaan. Päätelmät, joita aineiston pohjalta olen voinut tehdä, kohdentuvat tutkittavien kokemuksiin elämyksellisen matematiikan opetuksen mahdollisuuksiin ja rajoituksiin koulun arjessa sekä opettajan kasvua tukeviin ja sitä estäviin käytäntöihin siten kuin

he itse siitä ovat halunneet kertoa. Raportin lopussa pohdin näiden huomioimista matematiikan opettajankoulutuksessa.

Miksi juuri minä päädyin tekemään tällaisen tutkimuksen ja mikä tekee tutkimuksesta arvokkaan? Ensinnäkin olen tutkijana tehnyt pitkän matematiikan opetuksen työhistorian toimien yläkoulun opettajana, ohjaavana opettajana sekä lukiossa että yläkoulussa, opettajankouluttajana, täydennyskouluttajana ja oppikirjailijana, ja joutunut pohtimaan tämän tutkimuksen teemoja eri näkökulmista. Toiseksi aloittelevana tutkijana olen saanut tilaisuuden asettaa oman kokemustietoni yhteen teoreettisen tutkimustiedon kanssa. Kolmanneksi olen konkreettisesti huomannut omat kehitys- ja kasvutarpeeni ja opettajan täydennyskoulutuksen merkityksen. Lisäksi olen halunnut kehittää matematiikan didaktista opetusta opettajankoulutuksessa. Näistä, yhdessä kuuden sitoutuneen tutkittavan kanssa, syntyi tämä väitöskirja, joka kunnianhimoisesti pyrkii vastaamaan sosiokonstruktivistisen ja elämyksellisemmän matematiikan opetuksen haasteisiin ja kehittämään didaktiikkaa, joka on nimenomaan suunnattu yhtenäisen perusopetuksen matematiikan opetukseen.

*Matkalasku? Mihinkähän Pepekin sitä tarvitsi? – Liitu rapisi taululla. Anna opetti asiaa tarmokkaasti ja iskevästi, kuten hänellä oli tapana matematiikkaa opettaa. – [...] Miten nopeuden lisääminen vaikuttaa matkaan? Annan katse kiersi luokkaa. Hyvät laskijat viittasivat heti. Pepe näytti melkein nukkuvan. Yhtäkkiä poika melkein hätkähti huomattessaan opettajan katsovan häntä. Jotain sameasti pohdittuaan hänen kätensä osoitti veltoja merkkejä siitä, että hän oli tajunnut kysymyksen. Anna tarttui heti tilaisuuteen. Pepeä oli yleensä hankala saada mukaan. Oli heti kysyttävä, jos hän hiukankin näytti olevan tietoinen asiasta. – Pääsee pikemmin perille. [...] Pertti vastasi aivan oikein. Matka pysyy aina samana, ajamme me millä nopeudella hyvänsä. Aika sensijaan muuttuu. Mitä nopeampi vauhti, sitä lyhyempi aika. – Kiire vain ei ole koskaan hyväksi. Kolarivaara kasvaa sen mukana. Onneksi meidän ei tarvitse sitä ajatella näissä laskuissa. – Anna tunsii ajatusten rasittavan ja ahdistavan mieltään. Koneellisesti hän antoi oppilaille laskut, joita nämä ryhtyivät laskemaan. [...]*

*Anna lähti hiljaa Pepen pulpetin luo. Poika alleviivasi jatkuvasti lyijykynällään kirjansa tehtävää. Musta leveä jälki täytti rivivälin ja uhkasi jo mennä puhki.*

*– Jos matka pitenee 10 km:llä, kauanko se nyt kestää? – Mitä siinä kysytään? Anna kysyi hiljaisella äänellä.*

*– Aikaa, vastasi Pepe heti pelästyen yllättävää tarkkailijaa.*

*– Mikä oli nopeus? jatkoi Anna.*

*– Mutta eikö matka ole aina sama? Pepe kysyi vastaamatta kysymykseen.*

*– Eihän toki. Matkan pituus voi olla mikä tahansa. – Anna hämmästy.*

*Näinkö vähän Pepe oli tajunnut matkalaskua. Missä oli vika? Oliko Pepe lainkaan seurannut opetusta? Eikö hän käytännön elämästä ollut tätä oppinut?*

*Anna poistui pojan luota huomattuaan, että tämä oli yhtäkkiä terästännyt huomiokykyään ja laskuvihkoon alkoi syntyä esimerkkiä. Istuuduttuaan pöytänsä ääreen Pepen kysymys nousi uudelleen ja uudelleen hänen mieleensä: ”Eikö matka ole aina sama?” – Elämän taival, onko se aina sama, aina sama ympyrä, jatkuva kiertokulku paikalla, josta ei ole lupa poistua – johon on ennalta määrätty – jonka olosuhteista ei ole voinut itse päättää?*

Tämä on katkelma opettajaäitini kirjoittamasta kirjasta Matkalasku vuodelta 1973. Kirjaa ei koskaan julkaistu ja äitini itse kuoli vakavaan sairauteen pari vuotta myöhemmin. En vuosikymmeniin osannut tai ehkä paremminkin uskaltanut tarttua käsikirjoitukseen. Vasta tämän väitöskirjaprosessin myötä olen lukenut kirjan ja saanut elävän kuvan omasta lapsuudestani, äitini työstä, peruskoulun rantautumisesta suomalaisen koulumaailmaan – ja opettajaksi kasvusta. Onko päämäärä sama tai pääsemmekö perille? Jotkut pääsevät tavoitteeseensa nopeasti, toisille se on pitkä, jopa kymmeniä vuosia, kestävä prosessi, jossa päämääräkin tuntuu karkaavan edeltä. Niin tässäkin tutkimuksessa. Jokainen tutkittava, ja myös minä, käytämme matkaan yksilöllisen aikamme.

## 2 Elämyksellisen matematiikan opetuksen fenomenologiset lähtökohdat

Elämys voidaan määritellä välittömästi itse koetuksi, kestäväksi ja merkitykselliseksi kokemukseksi. Terminä se on syntynyt Saksassa vasta romantiikan ajan loppuilla, 1800-luvun alussa. Saksan kielen sana *elämys* *das Erlebnis* liittyy läheisesti sanaan *elämä* *das Leben* kuten sen suomenkielinen vastinekin. Englannin, ranskan ja esimerkiksi italian kielissä sanaa ei suoranaisesti tässä merkityksessä ole olemassakaan, vaan se kääntyy kokemukseksi (*experience, l'expérience, esperienza*). Elämykseen liittyy läheisesti ihmettely, joka taas on eräs fenomenologisen filosofian perusolettamuksista. Fenomenologia tavoittelee tuoretta näkökulmaa asioihin ja tarkastelee niitä ilman arjen värittämiä ennakko-oletuksia. (Väyrynen 2008, 322–324, 328–329.)

Olen monessa yhteydessä kutsunut näkemystäni elämyksellisestä matematiikan opetuksesta fenomenologiseksi. Fenomenologiset lähtökohdat kertovat yhtäältä itsestäni tutkijana ja toisaalta käsityksestäni ihmisestä, matematiikasta ja sen opettamisesta ja oppimisesta. Omat lähtökohtani tähän työhön ovat henkilökohtaisessa historiassa: omissa opettajissani, kollegoissani, oppilaissani, ohjattavissa opetusharjoittelijoissani, tutkijayhteisöissäni ja tutkimukseen osallistuneissa opiskelijoissani. Kukin heistä on vaikuttanut tahollaan siihen, millaiseksi näkemykseni matematiikan opetuksesta on kehittynyt ja muokkautunut, myös tämän tutkimuksen aikana. Tony Brownin, jota voidaan pitää fenomenologisen näkemyksen tunnetuimpana edustajana matematiikan didaktiikassa, sanoin: ”*I constitute myself through the way in which I describe the world around me*” (Brown 2001, 38).

Tässä luvussa nostan esiin niitä fenomenologisia piirteitä, jotka ovat tukeneet jäsenystäni matematiikan opetuksen elämyksellisyydestä. Fenomenologian keskeisiksi ideoiksi muodostuivat liikkeen perustajan Edmund Husserlin (1859–1938) julkaisuissaan esiin nostamat piirteet 1) intentionaalisuus, 2) reflektiivisyys ja 3) asioiden olemuksiin pyrkiminen. (Haapala & Lehtinen 2000, ix.) Carr (1987, 97–98) puolestaan korostaa fenomenologian deskriptiivistä ja universaalialuonnetta. Fenomenologia ei konstruoi sinänsä todellisuutta, vaan kuvailee sitä ja pyrkii ns. eideettisen reduktion kautta eksplikoimaan merkityksen, jonka maailmasta kokemustemme kautta saamme.

Seuraavissa luvuissa avaan tarkemmin näitä fenomenologian keskeisiä periaattei-

ta ja tiivistän lopuksi niiden yhtymäkohtia tutkimuksellani tavoittelemaan elämykselliseen matematiikan opetukseen.

## Intentionaalisuus

Jätettyään matematiikan opinnot Husserl opiskeli Wienissä filosofiaa ja tutustui Brentanon (1838–1917) teoriaan intentionaalisuudesta. Brentanon mukaan kaikille tajunnan toiminnoille on luonteenomaista, että ne suuntautuvat eli intentoivat johonkin. (Føllesdal 1970, 31.) Intentionaalisuuden käsite viittaa aina johonkin itsensä kannalta ulkopuoliseen kohteeseen, jota kutsutaan tarkoitteeksi. (Rauhala 1995, 44.) Ihmisen tietoisuuden katsotaan olevan aina tietoisuutta jostakin ja tiedon tietoa jonakin (Varto 1992, 87). Näin esimerkiksi toivo on jonkin toivomista, muistaminen jonkin muistamista ja havainto on havainto jostakin (Kusch 1988, 35).

Monet Brentanon oppilaat, Husserl heidän joukossaan, pitivät intentionaalisuuden ongelmia tärkeinä, mutta eivät tyytyneet Brentanon periaatteeseen, että jokaista toimintoa (aktia) vastaa objekti, johon se suuntautuu. He kritisoivat Brentanon teorian kahtiajakoa, teko–objekti, oletuksesta, että objekti on aina olemassa ja viittasivat hallusinaatioidenkin näkemisen suuntautuvan objektiin ja silti kohde ei ole olemassa. (Føllesdal 1970, 31–32, 35.) Kaikki kokemukset eivät myöskään ole intentionaalisia. Epäintentionaalisista kokemuksista esimerkkinä voisivat olla onnellisuus, kauneiden lumo, tyytyväisyys ja ikävystyneisyys. (Rauhala 1995, 45).

Matematiikan opetuksen näkökulmasta teko ja sen kohde ovat vasta alku matemaattisen idean synnyttämiseen. Havainto jostakin ei sinällään riitä. Frege (1848–1925) erotti toisistaan ilmaisun tarkoitteen (*Sinn*) ja referenssin (*Bedeutung*) ja otti käyttöön kolmijaon nimi–tarkoite–referenssi. (Føllesdal 1970, 32, 35.) Husserl hyväksyi näkemyksen aktien suuntautuneisuudesta, mutta valitsi kolmijaon, joka erotti teon eli aktin sen tarkoitteesta, jota hän kutsui noemaksi ja tämän taas objektista: akti–noema–objekti. Jokaisella aktilla on noema ja noeman avulla se suuntautuu objektiinsa, jos sillä on objekti. (Føllesdal 1970, 32, 35.)

Havaittavissa olevaa esinettä voidaan tutkia useasta näkökulmasta ja siitä saadaan aina erilaisia kuvia. Husserl kutsui näitä kuvia representaatioiksi ja osoitti, että niiden avulla havaittu esine voidaan tunnistaa joksikin jo tunnetuksi. Esimerkiksi paperille on painettu kuva 'A'. Voit tutkia sitä kuvioituna paperina, painovärin jälkeenä paperissa tai kirjaimena 'A'. (Lohmar 1987, 22.) Brown (2001, 57–71) viittaa tässä yhteydessä Saussuren kolmijakoon *signifier–signified–sign*. Signifier tarkoittaa sanaa, jonka yhdistämme johonkin käsitteeseen esimerkiksi merkkijonoon ”kolmio”. Tämä sana on kuitenkin tavallaan mielivalentainen ja vaihtuu eri kielissä. Signified tarkoittaa yleistystä, johon kyseinen sana on yhdistetty, esimerkkinä suljettu kolmisivuinen tasokuvio. Sekin on tavallaan mielivalentainen, koska se kuvaa ryhmää, johon kuuluu erilaisia tason kolmioita, representaatioita. Miltä yleinen kolmio edes näyttää? Kun yksittäinen kolmio yleisen kolmion edustajana piirretään, se käsittää jo monia

kolmiolle spesifisiä ominaisuuksia (vrt. Zodik & Zaslavsky 2000, 266). Sign taas tarkoittaa sanaa kolmio, joka on juuri tietty kolmio ja jolla on ”todellinen” referenssi. Mutta mitä sitten, jos kolmio yhdistetäänkin varoituskolmioon tai kolmiolääkkeeseen? Tuoko konteksti jonkin lisämerkityksen itse kolmion käsitteeseen? Saussuren mukaan merkeillä (*signs*) ei ole merkitystä itsessään, vaan ne saavat merkityksensä siitä yhteydestä, jossa ne esiintyvät.

Mitä jos emme voikaan lähestyä intentionaalisuutta kohteesta käsin? Husserlin mukaan vaihtoehdoksi jää se, että tutkimme niitä merkityksiä tai merkitysrakenteita, joiden kautta olemme suhteessa ilmiöön (Kusch 1988, 35). Ilmiön ymmärtäminen edellyttää kategorisointia, erojen ja yhtäläisyyksien havaitsemista. Me tarvitsemme kieltä kuvaamaan havaintojamme ja jokainen näistä kuvauksista on tehty tulkinta. (Brown 2001, 31.) Toisaalta kirjoitettu kuvaus on jo kadottanut jotakin. Brown (2001, 32–35) ottaa esimerkin oppitunnilla tapahtuneesta keskustelusta, jonka tutkija on litteroinut tutkimusraporttia varten. Sosiaalinen ja fyysinen konteksti ovat hävinneet. Ilmeet, eleet, osallistujien sitoutuminen ja toistensa huomioiminen eivät näy kuvauksessa. Kertojan ja lukijan ei ole mahdollista olla enää samassa maailmassa ja samassa ajassa, eikä kertoja voi vaikuttaa lukijan tulkintaan. Matematiikan opetuksen näkökulmasta käsin joudumme esimerkiksi rajoittamaan ja mahduttamaan ideamme taulukkoon, kuvaan tai kuvioon.

Matematiikan filosofiassa Husserl teki eron luvun ’autenttisen’ ja ’symbolisen’ esitysmuodon välille. Hän yritti selventää luvun käsitettä käsitteillä kuva (*’description’*), analyysi ja tulkinta (*’analysis and interpretation’*) sekä ilmiö (*’phenomena’*). Husserlin tavoitteena ei ollut määritellä lukukäsitettä sinänsä, vaan osoittaa kuinka luku näyttäytyy (*’appearance’*) elämänmaailmassamme. Husserlin käsitys oli, että mikäli meillä olisi autenttiset representaatiot kaikista luvuista, kuten meillä on muutamista lukujonon luvuista, aritmetiikka olisi tarpeetonta. (Miller 1982, 9, 32, 102.) Husserlin ajatusta seuraten Brown (2001, 151) katsoo matematiikassa näyttäytyvän neljä ymmärtämisen tasoa: (a) *apperceptual scheme – the object itself* (ilmiö itse), (b) *appresentational scheme – the object seen as a sign* (ilmiön kuva), (c) *referential scheme – the thing signified* (ilmiö niin kuin se näyttäytyy) ja (d) *interpretational scheme – the connection between sign and signified* (yhteys tai tulkinta kuvan ja nähdyn välillä).

Kun suuntaamme intentiomme johonkin todelliseen esineeseen tai asiaan, intentiomme voi ensinnäkin olla tyhjä, yksinkertainen viittaus, joka ei edellytä mitään muuta kuin käytettyjen sanojen ymmärtämistä. Toiseksi voimme kuvailla intentiotamme tai nähdä siitä kuvan, mutta molemmissa tapauksissa kuva on eri kuin mitä olimme juuri intentoineet. Kolmanneksi voimme päätellä asian olemassaoloa tulkiten joitakin merkkejä siitä ja vetäen niistä syy-seuraussuhteita. Tällöinkin kyseessä voi olla jokin toinen kuva kuin mitä olemme aiemmin intentoineet. Neljänneksi intentiomme voi myös olla jonkin asian tai esineen todellista näkemistä, koskettamista, kuulemistä, haistamista tai maistamista, jolloin jälleen kerran jokin muu asia, mutta tällä kertaa aistimme, toimii välittäjänä objektin ja itsemme välillä. (Carr 1987, 30–31.)

Rauhala (1995, 43–44) selittää kokemuksellisuuden syntyä prosessina, jossa todel-

lisuuden ilmiöistä ja objekteista tarjoutuu mielellisiä edustuksia. Fenomenologiassa yksiköllisenä ilmaisuna näille on Husserlin käyttämä noema (saks. *Sinn*, engl. *sense* ja suom. *mieli*). Kun mieli jostakin kohteesta ilmenee ja asettuu suhteeseen kyseessä olevan kohteen kanssa siten, että ymmärrämme kohteen tuon ilmenneen mielen avulla, syntyy merkityssuhde. Sellaisia ovat juuri havainnot, ajattelu ja monet tunteet.

Vaikka matematiikka operoi merkityssuhteilla, matematiikan yhteys reaalitydelisuuteen on problemaattinen. Viimeisessä elinaikanaan julkaistussa kirjassaan, *Die Krisis*, Husserl kuvaakin matemaattista formalismia esimerkkinä tieteen ja elämänmaailman etäännyttämisestä toisistaan.

”[Matematiikasta tulee] pelkkä taito, jolla saadaan tuloksia teknisten sääntöjen mukaisen laskentatekniikan avulla. [...] Operoidaan kirjaimilla, yhdistävillä ja suhteuttavilla merkeillä [...] ja niiden yhteenkuuluvuutta koskevien pelisääntöjen avulla, aivan olennaisesti samalla tavalla kuin kortti- tai shakkipelissä.” (Husserl, lainaus Kusch 1988, 50; vrt. myös Lehtovaara 1996a, 137.)

Elämyksellisessä matematiikan opetuksessa intentionaalisuus näyttäytyy kohtaamisena. Ne mielet tai erilaiset representaatiot, joita oppilaat voivat tuottaa, kohtaavat ne mielet tai representaatiot, joita opettaja voi tuottaa, ja näin syntyy merkityssuhteita.

Matematiikan näkökulmasta intentionaalisuus yksin ei riitä kuvaamaan matemaattista oivalluskokemusta. Intentionaalisuus kytkeytyy toimintaan ja ilmentää sen suuntautumista. Kaikki oivallukset eivät kuitenkaan synny toiminnasta. Passiivista kokemuksen jäsentymistä, toiminnan alitajuista intentoitumista Husserl kutsuu intuitioksi. Intuitiossa mielet jäsenyvät ohjauksettomasti uusia, luovia yhteyksiä rakentaen. Syntyy oivallus, joka ei kuitenkaan ole umpimähkäinen, vaan yhteyksiensä säätelemä. (Rauhala 1995, 146–147.) Oivalluksella on yhteytensä filosofi Gadamerin (1900–2002) korostamaan esiyymmärrykseen. Ennen kuin alamme käyttää jotakin yksittäistä välinettä tai ennen kuin alamme suunnitella, kuinka teemme jonkin tehtävän, tai kuinka otamme asian haltuumme, meillä on jo asia ”ennalta hallussamme”. (Haapala & Lehtinen 2000, xxviii.) Intuitiivisissa näkemyksissä voi tarjoutua laajoja, kokonaisvaltaisia oivalluksia asioiden yhteyksistä, joita sitten myöhemmin rationaalisesti kehitetään. Luovassa työssä ratkaisu oivalletaan usein ensin ja todistaminen tulee jälkikäteen. (Rauhala 1992a, 71.)

Intuition ja intentionaalisuuden eroista on kirjoitettu paljon, enkä tee oikeutta käsitteille kuvatessani niitä näin lyhyesti. Tieszenin (1989, 24–25) mukaan intuitiolla voidaan ymmärtää intentioiden täyttymystä. Ero intuitiolla ja intentiolla jostain esineestä on karkeasti kuvattuna sama kuin ero jonkin esineen näkemisellä ja mielikuvalla tästä esineestä. Matemaattisessa tiedossa intuitiolla onkin keskeinen merkityksensä. Fischbein (1987, 200) yhdistää intuition kognitioon ja liittää siihen ominaisuuksia kuten subjektiivisuus, nopea saatavuus, sisäinen varmuus, jopa ehdottomuus, ja kokonaisvaltaisuus. Matematiikan opetusta suunnitellessaan opettajan tulisikin tiedostaa oppilaittensa intuitiivisia merkityksiä voidakseen ehkäistä virheellisten kä-

sitysten syntymistä tai korjatakseen jo aiemmin syntyneitä virhekäsityksiä.

## Reflektiivisyys ja elämänmaailma

Husserlin ajattelulle keskeisiä olivat reflektiivisyyden ja elämänmaailman käsitteet. Ihmisen elämä koostuu kokemuksista: aistimuksista, elämyksistä, tunnoista, tunteista ja tunnelmista. Aidot ja välittömät kokemukset muuttavat arvojamme, käsityksiämme ja merkityssuhteitamme ja sen seurauksena näemme maailman ja siihen sisältyvät merkitykset uudella tavalla. (Silkelä 1999, 125–126.) Koska menneisyyden vaikutuksia on vaikea sijoittaa tiettyyn ajankohtaan, fenomenologiassa puhutaan tässä yhteydessä ajallisuudesta. Ajallisuudella tarkoitetaan sitä, että nykyisyyden määrittelyssä on aina mukana menneisyys ja tulevaisuus. (Lehtovaara 1996b, 91.) Kokemusten ajallisuutta kuvailtaessa keskeisiksi nousevat horisontit, ymmärtämisyhteydet. Noemaa eli mieltä ei ole ilman aikaisemmasta kokemustaustasta nousevaa tulkitsevaa ja maailmankuvaan liittävää osatekijää. (Rauhala 1992b, 109.) Horisontit eivät kuitenkaan keräydy passiivisesti, vaan ne järjestyvät alinomaan uudelleen. Merkityssuhteet muuttuvat, kun havaitsemisen tai muun ymmärtämisen yhteyksiä muutetaan. (Lehtovaara 1996b, 87.) Havainto siis liittyy uusiin havaintoihin, jotka täydentävät sitä (Kusch 1988, 55). Syntyneet horisontit edustavat kokemuksen historiallisuutta. Jokin ilmiö, asia tai asiantila ihmisen elämäntilanteessa joutuu tajunnan historiallisuuteen kerrostuneiden aiempien horisonttien tulkitsemaksi ja saa merkityksen. (Rauhala 1992a, 97.)

Nimensä mukaisesti fenomenologia tarkastelee ilmiöiden ilmenemistä, tapaa jolla asiat on ns. annettu tietoisuudelle, yrittämättä selittää ilmiöitä jonkin niiden takana olevan seikan avulla (Lehtinen, 2000, 55). Husserl käyttää tässä yhteydessä käsitettä 'tajunnalle annettu'. Myöhemmin hän toi analyysiinsä *Lebensweltin* (*life-world*) käsitteen. *Lebenswelt* on ihmisen elämänmaailma. Tässä Husserl lähenee ajatussissaan Heideggeria (1889–1976); kaikissa tekemissämme valinnoissa ratkaisemme olemassaolomme tavan ja laadun joko hetkestä hetkeen vaihtuvasti tai suhteellisen pysyvästi. Todellistumme aina jonakin ja asetumme suhteeseen maailmaan jollakin erityisellä tavalla eli Heideggerin ilmaisuun käyttäen *'als etwas'*. Se, mitä koemme tai millaisia merkityssuhteita meillä on, on osa tätä perustavaa jäsenystä. (Rauhala 1992b, 112–113.)

Elämänmaailma on aina ihmisyksilölle ainutkertainen. (Rauhala 1992b, 115.) Se on se todellisuus, jonka otamme itsestään selvänä syvimmissä vakaumuksissamme (Carr 1987, 19). Elämänmaailma on ainutlaatuinen, yksilöllisesti koostunut ja jäsenyntyne, dynaaminen, holistinen ja tajunnallinen kokonaisuus, joka koostuu kaikesta siitä, mitä ihminen on kokenut, ja siitä, miten hän ymmärtää todellisuuden ja oman olemassaolonsa (Silkelä 1999, 121). Husserlille elämänmaailman problematiikka liittyi ennen kaikkea hänen kriittiseen analyysiinsä länsimaisten tieteiden kriisistä. Husserlin mielestä luonnontieteet operoivat näennäisen objektiivisuuden ideaalilla



ja esittävät tuloksensa ikään kuin ne olisivat täysin riippumattomia ihmisestä ja hänen arkitodellisuudestaan. (Haapala & Lehtinen 2000, xvi.)

Oppimisen kontekstiin kytkettynä Lehtovaara (1996b, 80) on ottanut käyttöön käsitteen situationaalinen oppimiskäsitys. Situationaalisessa oppimiskäsityksessä kokemuksella on keskeinen asema. Oppimisessa on kysymys merkitysten ymmärtämisestä ja muuttumisesta. (Lehtovaara 1996b, 83–84.) Kyse ei kuitenkaan Lehtovaaran (1996b, 80–83; vrt. Lave & Wenger 1997, ens. painos 1991, 33–35) mukaan ole angloamerikkalaisesta *'situated learning'* -suuntauksesta, jota Lave ja Wenger edustavat. *Situated learning* korostaa oppimisympäristöjä, sosiaalisia prosesseja ja vuorovaikutusta. Situationaalisessa oppimiskäsityksessä taas kontekstin ja ympäristön merkitys nähdään monisyisempänä. Ihminen oppijana ei ole vain tajunnallinen olio, joka on irrotettu kehostaan, kulttuuristaan, kielestään ja historiastaan vaan ihmisesä todellistuu sekä kehollisuus (olemassaolo orgaanisena tapahtumisena), tajunnallisuus (olemassaolo kokemuksen erilaisina laatuina ja asteina) että situationaalisuus (olemassaolo suhteutuneisuutena omaan elämäntilanteeseensa kuten ilmastollisiin ja maantieteellisiin oloihin, toisiin ihmisiin, arvoihin ja normeihin). (Rauhala, 1992b, 35, 40–41.)

Matematiikan opetukseen kytkettynä Greeno (1998) ottaa käyttöön käsitteen situatiivinen näkökulma (*situative perspective*). Tämä näkökulma keskittyy ihmisten väliseen vuorovaikutukseen ja siinä on vuorostaan yhtymäkohtia Laven ja Wengerin edustamaan oppimiskäsitykseen (vrt. Lave & Wenger 1997, ens. painos 1991, 35–37). Situatiivinen näkökulma kuitenkin yhdistää mielenkiintoisesti vuorovaikutukseen perustuvaan oppimiskäsitykseensä kognitiivisen ja behavioristisen oppimiskäsityksen aspekteja. Lähtökohtana on, että kaikki opetus ja oppiminen on situationaalista. Opettajat ohjaavat oppilaitansa kasvamaan matemaattisen yhteisön jäseniksi. He toimivat yhteistyössä oppilaittensa kanssa, ohjaavat käsitteiden ja menetelmien käyttöön ja arvostavat oppilaittensa päättelyä ja arviointia. Opetus tarvitsee erilaisia lähestymis- ja esitystapoja, jotta yhteisöllinen pohtiminen ja päättely mahdollistuvat ja oppilaat saadaan osallistettua matematiikan tekemiseen. Yhdessä suunnitellaan malleja, kuten Greeno ehdottaa, esimerkiksi arkkitehtuuriin, väestökasvuun, biologiaan, salaustekniikoihin ja kartansuunnitteluun liittyen. (Greeno 1998, 23, 19–20.) Verrattuna Lehtovaaran (1996) situationaaliseen oppimiskäsitykseen Greeno (1998) rajautuu tarkemmin oppimisympäristöihin ja Lehtovaara oppilaan kokonaisvaltaiseen elämänmaailmaan.

Oppimista tarkastellessamme emme voi unohtaa myöskään oppilaitten kokemusten maailmaa, elämänmaailmaa (Lehtovaara 1996b, 102–103). Persoonallisesti merkittävät oppimiskokemukset ovat osa ihmisen elämänmaailmaa (Silkelä 1999, 121). Situationaalisessa oppimistilanteessa oppimiskokemus on aina hermeneuttinen kokemus. Jokainen ihminen tulkitsee todellisuutta subjektiivisesti ja luokassa tapahtunut oppimistilanne johtaa välttämättä hyvin erilaisiin tulkintoihin. Lisäksi persoonallisesti merkittävien oppimiskokemusten merkitys eri aikoina, eri tunnetiloissa tai eri asiayhteyksissä, nähdään eri tavalla (Silkelä 1999, 121). Ihmisen olemassaolo on situationaalisuutta todellisuuden rakenteisiin, joista kulttuuri on Rauhalan

(2006, 41) mukaan yksi tärkeimmistä. Luokassa yhdistyvät oppimisen, opetuksen ja oppiaineen kulttuurit ympäröivään yhteisön kulttuuriin, ja oppilaan elämänmaailmaa voidaan tarkastella näiden kehyksessä.

Tutkimuksessani reflektiivisyys ja elämänmaailma kytkeytyvät elämykselliseen matematiikan opetukseen toiveena synnyttää, aktivoida ja avartaa oppilaan ymmärtämysyhteyksiä. Oppimisen kannalta on tärkeää, että oppilaalla on koettua maailmaa monipuolisesti ja vivahteikkaasti jäsentäviä horisontteja. Jos oppilas ei näytä ymmärtävän jotakin asiaa, fenomenologisesti tulkittuna tämä tarkoittaa sitä, että oppilaalla eivät aktualisoidu sellaiset horisontit, joissa kuultu, nähty tai koettu olisi käsitettävissä tai tällaisia horisontteja ei vielä edes ole olemassa. Horisonttien kautta voidaan myös paremmin ymmärtää se, miten oppilaat ymmärtävät saman asian niin monin eri tavoin. (Vrt. Lehtovaara 1996b, 87.)

Myös tunteet ja tahto ovat merkityksiä. Ne kohdistuvat johonkin, mutta eivät välttämättä ole yhteydessä totuuteen (Kusch 1988, 42). Tunnekokemukset ovat oppilaalle merkityksellisiä, eikä niitä voida ohittaa oppimistapahtumassa, vaikka niiden tarjoama informaatio onkin toisenlaista. Tunnekokemukset ovat spontaanimpia kuin tietokokemukset. Oppimistilanteessa oppijan tahto esimerkiksi voi ilmetä siinä, että hän vertailee ja harkitsee erilaisten merkityssuhteiden välillä. (Lehtovaara 1996b, 92–93.) Osallistuako, kuunnellako, kysyäkö, uskoako vai antaako periksi?

Elämyksellisessä matematiikan opetuksessa opettaja on herkkä oppilaiden tavoille ymmärtää asioita. Hän siis muokkaa opetustaan ymmärtävään ja erityisesti tietyissä yhteyksissä ymmärtävään suuntaan. Matematiikan opettajalle esimerkiksi käsite ympyrä intentoituu matemaattisena oliona, johon liitettynä käsite piiri yhdistyy käsitteeseen kehä. Lapselle ympyrä voi olla myös piiri ja oikeastaan sen ei tarvitse matemaattisessa mielessä olla edes ympyrä. Se voi olla myös 'litistynyt ympyrä' tai soikio, joka vasta piirileikin pyörähdettyä käyntiin muotoutuu ympyräksi. Jossain määrin lapselle pallokin saattaa näyttäytyä ympyränä, sillä kuva pallosta on tasokuvio ja siis ympyrä. Elämyksellisessä matematiikan opetuksessa opettaja ottaa huomioon nämä kokemukset ja hyväksyy ne, mutta samalla rakentaa ymmärtämysyhteyksiä, joissa oppilas pääsee kehittämään ymmärrystään matemaattiseen suuntaan, lähemmäksi jaettua matemaattista näkemystä, eksaktiutta, formaaliutta ja loogisuutta.

Rakennettaessa kokemuksellista matematiikan oppimisympäristöä on otettava huomioon, että kokemus voi matematiikassa olla fyysinen, aistien havaittava, matemaattista entiteettiä todentava, puhtaasti tajunnallinen oivalluskokemus, jossa matemaattiset entiteetit järjestyvät ja jäsentyvät, tai arkikokemus, jossa matematiikka sijoittuu tuttuun kontekstiin.

## Asioiden olemuksiin pyrkiminen – universaalisuus

Esineiden voidaan katsoa olevan objektiivisia. Ne eivät ole ainoastaan meille näyttäytyviä esineitä, vaan niiden objektiivisuus syntyy vuorovaikutuksesta toisten kanssa

ja aisteistamme, joiden välityksellä koemme olevamme osa samaa maailmaa. (Carr, 1987, 11.) Keskeisenä lähtökohtana on ajatus olemisen ja ilmenemisen samuudesta (Lehtinen 2000, 55). ”Objektiivinen maailma on alusta alkaen maailma kaikille, maailma, joka on ”jokaisen” maailmahorisontti. Sen objektiivinen oleminen edellyttää ihmisiä, joilla on yhteinen kieli.” (Husserl 1954, suom. Heinlahti & Perhoniemi 2007, 198.)

Kaikilla akteilla on suuntansa. Ne suuntautuvat usein johonkin ja aina jostakin. Sen mihin ne suuntautuvat, niiden objektin, fenomenologi asettaa sulkeisiin. Mutta aina jää jäljelle se minä, joka antaa akteilleen tarkoitteen ja niin ’konstituoii’ maailman, jossa hän elää. (Føllesdal 1970, 40.) Dufrenne (2000, 32) kuvaa objektiivisuutta intentionaalisuuden paradoksiksi. Objekti on olemassa samalla meille ja itsessään, autonomisena; Husserlin termein yhtä aikaa konstituoituna ja nähtynä. Subjekti johonkin suuntautuvana ja objekti ilmiönä ovat samanaikaisesti erillisiä ja keskenään korreloivia, sillä objekti on olemassa sekä subjektin kautta että sen edessä.

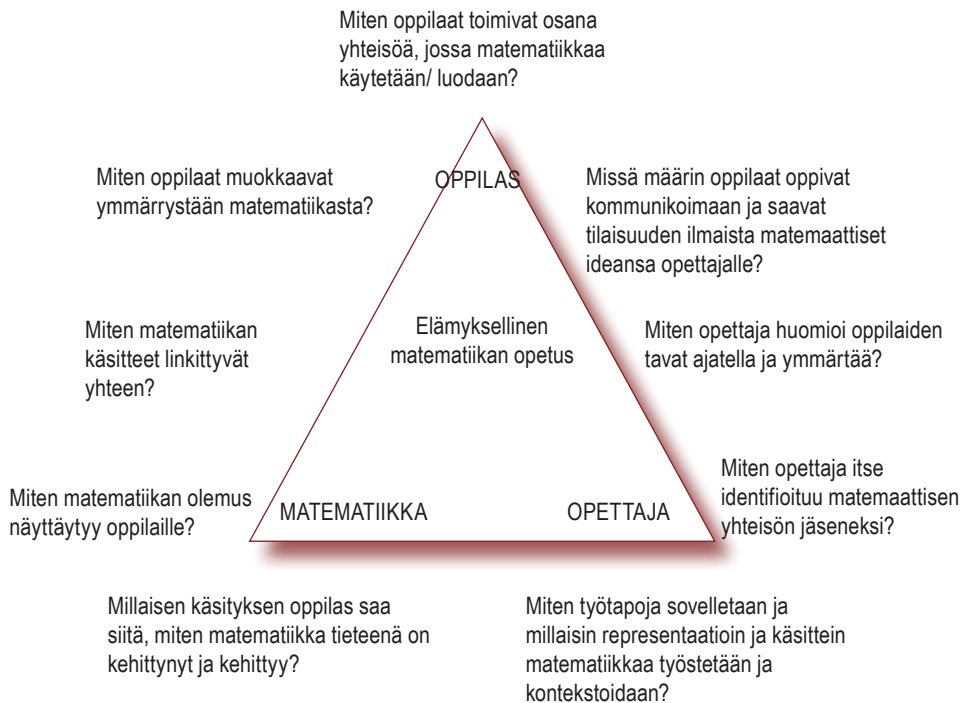
Fenomenologiassa universaaliuden pyrkimys perustuu reduktioon (vrt. Carr 1987, 98), sulkeistamiseen (*bracketing*). Prosessiin, jossa painotetaan tai jätetään huomioon ottamatta joitakin näkökohtia, jotta voitaisiin ylipäätään nähdä jotakin (vrt. Brown 2001, 30).

Fenomenologista tutkimuksen tapaa kuvatessaan Varto (1992, 86–91) kuvaa sitä tavaksi edetä ”suoraan itse asiaan” (*zu den Sachen selbst*). Keskeistä on ennakkoluuloton havainnoiminen, jossa ilmiö näyttäytyy alkuperäisessä rikkaudessaan ja moninkertaisuudessaan. Varton mukaan fenomenologinen tapa lähestyä tutkittavaa asiaa etenee seitsemän eri vaiheen kautta: (1) oivaltava havainnoiminen, jolla Varto tarkoittaa pyrkimystä katsella tutkittavaa avoimesti, (2) ilmiön kuvaileminen, ”katsellaan ulos” yksittäisestä ilmiöstä, (3) merkityksellisten suhteiden paljastaminen, (4) ilmiön ilmeneminen kokonaisuuden osana, selkeänä tai sameana, (5) ilmiön rakentuminen, (6) ilmiön olemassaoloa koskevan kysymyksen ratkaiseminen ja (7) merkitysten tulkitseminen. Lehtovaaran (2004, 34) mukaan fenomenologinen lähestymistapa ei etene vaiheittain. Hän kuvaa sitä asennoitumiseksi, ja mukaillen Heideggeria, rauhoittumiseksi, odottamiseksi, avoimena olemiseksi, avoimuudeksi salaisuudelle, kuulemiseksi, kuuntelemiseksi, läsnäoloksi, jättäytymiseksi, hartaudeksi, viipymiseksi sekä rauhaan ja silleen jättämiseksi. Ilmiöiden annetaan olla olemisen yhteyksissään, kuten Rauhala (1993, 81) asian ilmaisee.

Usein matemaattisesta ongelmanratkaisuprosessistakin on erotettavissa Varton (1992) esittämät vaiheet (vrt. mm. Yrjönsuuri, R. 1997, 137–139). Elämykselliseen matematiikan opetukseen liittyy läheisesti myös fenomenologinen universaaliuden periaate. Matemaattisia merkityksiä tuotetaan diskurssissa, hermeneuttisissa tulkinnoissa (vrt. Brown 2001, 49–50). Elämyksellisessä matematiikan opetuksessa opettaja ei pyri etenemään kuten perinteisessä opetuksessa suoraan Varton (1992) esittämään vaiheeseen 5. Menetelmä, jossa tehtävä muunnetaan laskettavaan muotoon, ratkaistaan ja tulkitaan tai arvioidaan vastauksen mielekkyys, avaa uusia merkityshorisontteja ainoastaan, jos oppija itse aktiivisesti niitä rakentaa tai jos opettaja kykenee opettaessaan niitä muuten luomaan. Elämyksellisestä näkökulmasta perinteinen opetus

jättää monta oppilasta opetuksesta sivuun, henkilökohtaisen ohjauksen tarve kasvaa ja opettaja joutuu ymmärryksen jäädessä rakentumaan luottamaan siihen, että oppilaiden itsenäinen harjoittelu sellaisenaan vahvistaa asian ymmärtämistä.

Kun fenomenologinen lähestymistapa otetaan lähtökohdaksi elämykselliselle matematiikan opetukselle, mm. kuviossa 1 esitetyt kysymykset nousevat keskeisiksi. Tässä pitkittäistutkimuksessa niidenkin suhteen on tehty voimakkaita valintoja, joiden perusteita käsitellään seuraavissa luvuissa.



**KUVIO 1. Elämyksellisen matematiikan opetuksen fenomenologisia tunnusmerkkejä**

Elämyksellisyys matematiikan opetuksessa liittyy ihmettelyyn ja oivaltamiseen. Yhteiskunnassa, matematiikan filosofiassa ja opettamisen paradigmoissa tapahtuneet muutokset ovat johtaneet erilaisiin matematiikan opetuksen suuntauksiin, joita seuraavassa luvussa tarkastelen elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta. Kukin suuntaus on tahollaan pyrkinyt oivaltamiseen, matematiikan esteettisyyteen, aitoon yhdessä tutkimiseen ja matemaattisen ongelmaratkaisun kehittämiseen. Elämyksellinen matematiikan opetus ei siis sinällään tuo matematiikan opetukseen mitään uutta, vaan jäsentää sitä toisista lähtökohdista käsin.

### 3 Elämyksellisyys matematiikan opetuksessa

Elämysten tavoittelu on ajallemme niin tyypillistä, että usein on puhuttu jopa elämysyhteiskunnasta. Ympäristöministeriön hankeraportissa (Heinonen ym. 2003, 27–28) elämysyhteiskuntaa kuvataan seuraavasti: ”Elämysyhteiskunta (*experience society*) on yhteiskunta, jossa elämysten etsiminen, tuottaminen, tuotteistaminen ja välittäminen on noussut keskeiselle sijalle yhteiskunnan eri toiminnoissa [...]. Elämysyhteiskunta rakentuu elämäntavoille ja trendeille, joissa elämyshakuisuus ja kaipuu tarinoille on noussut keskeiselle sijalle [...]. Haettavat elämykset voivat elämysyhteiskunnassa perustua materiaalisen kulutuksen ohella myös immateriaaliseen kulutukseen. Kulttuurista, taiteesta, uskonnosta ja luonnosta on kautta vuosituhan-sien haettu innoitusta ja elämyksiä.” Osaltaan kaipuu elämyksellisyyteen on pakoa tiivistahtisuudesta, kiireestä ja ehkä myös yksinäisyydestä. Jaatinen (2003, 57–59) yhdistää elämykseen välittömyyden kokemuksen ja erottaa sen eletyn ja koetun kokemuksista (vrt. Rauhala 2006, 32). Toisaalta oppiminen on välittömyydessään aina elämys. Elämyksellisyys matematiikan opetuksessa on koulun kehukseen rajattu oppimisen elämys.

#### Taustaa – matematiikan filosofia ja yhteiskunnalliset muutokset matematiikan opetuksen muovaajina

Matematiikan filosofiassa yhtäältä absolutistinen näkökulma ja toisaalta fallibilistinen näkökulma ovat muokanneet käsityksiä matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta. Absolutistisessa näkökulmassa matemaattinen tieto koostuu varmoista ja muuttumattomista totuuksista, jotka voidaan todistaa ja johtaa. Formalismi on keskeinen lähtökohta. (Ernest 1991, 7, 9–10.) Opetuksessa, joka korostaa absolutistisen näkökulman arvomaailmaa opettajan rooli säilyy vahvana ja matematiikan opetuksessa luotetaan asianmukaisen matematiikan kielen ja ajattelutapojen välittymiseen opettajasta oppilaisiin, kunhan opettaja vain itse toimii hyvänä mallina. Ehkä opettajankoulutuksessa keskeisessä roolissa oleva kokeneen opettajan johdolla suoritettu opetusharjoittelu kuvastaa samaa filosofiaa. Hyviksi koetut mallit siirtyvät uusille

opettajille. Opetustapahtumassa, jota ohjaa absolutistinen näkökulma, suositaan rutiinitehtäviä, laskutekniikoiden harjoittelua ja oikeita ratkaisuja (Ernest 2004, 7).

Fallibilismi kyseenalaistaa matematiikan universaaliuden, absolutismin ja täydellisyyden. Fallibilistinen näkökulma suosii humaania, historiallista ja muuttuvaa, itseään uusivaa näkemystä matematiikasta (Ernest 2004, 68, 8; vrt. myös Ernest 2009, 31–32 ja Vinner 2009, 44–45). Radikaaleimmissa näkökulmissa matematiikka on sosiaalinen konstruktio, jonka tulokset ovat suhteessa aikaan ja paikkaan. Matematiikan opetuksessa ja oppimisessa suunnataan katseet oppimisen kontekstiin, matematiikan merkityksiin yksilölle ja ongelmanratkaisuprosesseihin. ”*Mathematical knowledge is seen: a library of accumulated experience, to be drawn upon and used by those who have access to it.*” (Lerman 1990, 55.)

Ernest (2004) viittaa feministitutkija Gilliganin (1982) esittämään huomioon erilaisista päättelyn muodoista. Gilligan erotti toisistaan kaksi päättelyn tapaa: pehmeitä arvoja korostavan kokoavan argumentaation, jolla hän tarkoitti yhteyksiä, empatiaa, välittämistä, tunteita ja intuitiota painottavaa päättelyä, sekä erittelevän argumentaation, jossa päättelyn lopputulemaan päästään purkamalla ongelma osiin ja työstämällä sitä loogisen deduktion keinoin. Gilliganin tutkimat lapset käyttivät eri tapoja päätellä ja päätyivät päättelyissään vastakkaisiin moraalisiin lopputulemiin. (Gilligan 1982, 5, 8.) Ernestin näkemyksen mukaan kokoava argumentaatio johtaisi matematiikan opetusta holistisempaan ja ihmiskeskeisempään suuntaan kuin erittelevä argumentaation tapa (Ernest 2004, 9).

Matematiikka tieteenalana muuttuu, kun ympäröivä yhteiskunta muuttuu. Matematiikka muuttuu, kun matematiikan eri osa-alueet popularisoituvat ja uusia suuntia syntyy. (Brown 2001, 261–262.) Mikä silloin luonnehtisi matematiikkaa tieteenalana? Lerman (1990, 55) pitää sitä aktiviteettina, jota luonnehtii sitoutuminen mielenkiintoisiin ongelmiin ja mitä mielikuvituksellisimpiin matemaattisiin lauseisiin; testaamiseen ja reflektointiin; tulosten tarkastelu ei-formaalilla ja formaalilla tavalla; tulosten julkaiseminen, kriittinen tarkastelu ja kehittäminen matemaattisessa yhteisössä. Mutta samoin voitaisiin kuvailla lähes mitä tahansa muutakin tiedettä.

Toisaalta matematiikan opetus muuttuu myös, koska oppimisen ja opetuksen teoriat yleisemminkin kehittyvät. Matematiikan opetussuunnitelmat muuttuvat, kun esimerkiksi tietojenkäsittely ja teknologia antavat uusia mahdollisuuksia tutustua matematiikan maailmaan. Opettajan ja oppilaiden välinen suhde muuttuu, kun opettaja huomaa kouluttavansa nuoria maailmaan, jota ei itse tunne ja jonka matematiikan tarpeita hän ei osaa edes ennakoida. (Brown 2001, 261–262.)

Perinteisesti matematiikan opetusta on katsottu lähinnä pragmaattiselta kannalta. On pohdittu, kuinka hyvin opittavaksi aiottu matemaattinen sisältö sopii mihinkin vaiheeseen. On tarkasteltu oppimisen sisältöjä, niiden tarpeellisuutta elämäntahallinnan tai jatko-opintojen näkökulmasta, sekä arvioitu kontekstia, jossa opetus on suunniteltu toteutettavaksi. (Yrjönsuuri & Yrjönsuuri 1997, 112–113, 122–125.) On painotettu ensinnäkin sitä, että lapsen tulee saada kokemuksia fyysisistä esineistä, ennen kuin hänelle opetetaan abstraktioita, jotta hänen ymmärryksensä matematiikasta kehittyisi. Toiseksi on korostettu sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitystä,

jotta lapsi kuulee muiden näkökulmia ja voi suhteuttaa näkemyksiään niihin. Opetuksellisessa vuorovaikutuksessa keskeiseksi nousee taito verbalisoida omia ajatuksiaan ja löytää yhdessä hyvinä pidettyjä ratkaisuja. (Burns 1990, 23–24.)

Viime aikoina monien uudistusten ja kehittämishankkeiden eräänä keskeisenä lähtökohtana ja innoittajana eri puolilla maailmaa, myös Suomessa, ovat olleet yhdysvaltalaisen *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) järjestön matematiikan opetukselle asettamat tavoitekuvaukset, ns. standardit, joille Yhdysvalloissa on muodostunut liittovaltioiden tasolla eräänlainen epävirallinen opetussuunnitelman perusteiden asema. Vuonna 1998 julkaistuissa tavoitteissa päämääränä oli rohkaista oppilaita osallistumaan matematiikan käsitteelliseen tutkimiseen ja ongelmanratkaisutaitojen käyttämiseen oppilaille merkityksellisissä projekteissa. Tuntiaktiviteettien tuli sisältää sääntöjen keksimistä, esimerkkien, sovellusten, hypoteesien, todisteiden, päätelmien ja väitteiden arvioimista. Käsitteellisen ymmärryksen ja taitojen oppimisen tuli kulkea yhdessä osallistumista korostavien aktiviteettien kanssa. Erilaisia tiedon esitysmuotoja tähdennettiin tarvittavaksi tiedon esittämisen ohella myös, jotta oppilaat oppisivat itse käyttämään representaatioita apuna kehittäessään ymmärrystään ja jakaessaan tietoaan toisten kanssa. (Greeno 1998, 15.) Uusimmissa, vuonna 2000 julkaistuissa NCTM:n tavoitteissa, ongelmanratkaisu on oleellinen osa matematiikkaa. Oppilailla tulee näiden tavoitteiden mukaan olla usein mahdollisuus formuloida ja ratkaista haastavia ja pitkäjännitteisiä ongelmatehtäviä. Oppijoita tulee myös rohkaista reflektoidaan ajatteluaan prosessin aikana, jotta he voisivat myöhemmin soveltaa ja mukauttaa kehittämiään strategioita muihin ongelmatehtäviin ja konteksteihin. Matemaattisia ongelmia ratkoessaan oppilaiden ajatellaan oppivan erilaisia ajattelumalleja, sitkeyttä ja uteliaisuutta sekä luottamusta vieraisiin tilanteisiin. (NCTM 2000, 4.) Ongelmanratkaisun merkitystä kuvataan laajasti, reflektio on tärkeä osa oppimisprosessia ja tavoitteena on yhteiskunnassa selviäminen.

Matematiikkaa ei voida irrottaa yhteisöistä, joissa sitä opetetaan ja opitaan. Se, kenen tavoitteita matematiikan opetus tukee, tulee väistämättä näkyviin (vrt. Ernest 1991, 1994 ja 2004). Matematiikan ja kulttuurin yhteentörmäyksessä yksilön jäsenyys yhteisössä korostuu. Matematiikasta voi tulla etnomatematiikkaa, kulttuurien matematiikkaa tai koulumatematiikkaa (vrt. Ernest 2004, 6; D'Ambrosia 1994, 232). Brittitutkija Ernest (1991, 131; 2004, 5) esittää matematiikan opetukselle puolestaan eurooppalaisittain viiden kohdan luettelon, josta löytyy yhtymäkohtia NCTM:n asettamiin tavoitteisiin.

Ernestin (1991, 131; 2004, 5) ensimmäinen kohta (1) *Industrial Trainer Aims* – kuuliaisuus ja yhteiskunnan jäsenyys näkyy yhteiskunnassa selviämisen tavoitteena. Bettsin ja McNaughtonin (2003, 22) sanoin: ”[R]ooted in the concern that mathematics is important for all citizens; built on a belief that all students can learn mathematics.” Toinen kohta (2) *Technological Pragmatist Aims* – hyödyllisyys ja teollisuuskeskeisyys perustuu siihen, että henkilö, joka osaa päätellä ja ajatella analyttisesti, havaitsee sääntöjä, rakenteita ja säännönmukaisuuksia sekä todellisessa maailmassa että matemaattisessa tilanteessa. Ernestin kohta (3) *Old Humanist Aims* – matema-

tiikkakeskeisyys vahvistaa matematiikan keskeisen tiedon ja kulttuurin siirtämistä eteenpäin oppijoille. Kohta (4) *Progressive Educator Aims* – luovuus ja oppilaslähtöisyys tavoittelee sitä, että oppijat saavat työvälineitä mallintamiseen ja oppivat tulkitsemaan fyysisiä, sosiaalisia ja matemaattisia ilmiöitä, oppivat matemaattista kommunikointia ja voivat jakaa ideoitaan ja selkiyttää ymmärrystään. Tavoitteena on, että oppijat voivat nähdä yhteyksiä matematiikan eri osa-alueitten, matematiikan ja muiden oppiaineitten sekä matematiikan ja heidän omien kiinnostuksen kohteittensa tai kokemustensa välillä. Viides kohta Ernestin luettelossa on (5) *Public Educator Aims* – kriittinen tietoisuus ja sosiaalinen oikeudenmukaisuus. Opetuksen tulee ottaa huomioon, mitä oppilaat osaavat ja mitä heidän tulee oppia ja kannustaa ja tukea heitä siinä tasa-arvoisesti.

Edellä kuvatut matematiikan oppimisen lähtökohdat ovat nähdäkseni tärkeitä, mutta pilkkovat matematiikan oppimisen osakokonaisuuksiksi ja toiminnoiksi. Pilkkomisen takana ovat yleensä asiantuntijan, opettajan tai virkamiehen, näkemyksen mukaan mielekkäät merkityshorisontit, eivät niinkään oppilaan. Yhdyn Greenon (1998, 117) näkemykseen, jonka mukaan ennemminkin olisi järjestettävä oppimisympäristöjä ja -aktiviteetteja, jotka toisaalta antavat mahdollisuuden perustaitojen hankkimiseen, tiedon ja käsitteellisen ymmärtämisen kehittymiseen, mutta samalla kehittävät oppilaiden vahvaa identiteettiä yksilöllisinä oppijoina ja aktiivisina osallistujina heille merkityksellisessä sosiaalisessa toiminnassa oppimisyhteisössään kouluissa ja muualla elämässä. Greeno siis nostaa esiin oppilaan aseman matematiikan oppimisprosessissa yksilönä, aktiivisena toimijana ja heidän oman elämänsä rakentajana.

Näkökulmaa, jossa opettajan toiminta on nostettu keskiöön, voidaan kutsua ymmärrykseen tähtääväksi opetuksiksi, *'Teaching for Understanding'*. Silloin tähdenetään, miten opettajan tulee rohkaista oppilaitaan selittämään omia ideoitaan ja yhdessä oppilaitensa kanssa ottaa käsiteltäviksi myös heidän esittämiään matemaattisesti haastavia tehtäviä. Näkökulma edellyttää opettajalta heittäytymistä, rohkeutta ja erinomaista aineenhallintaa. Opettajan tulee käydä läpi tiettyyn matemaattiseen käsitteeseen liittyviä esimerkkejä, tutkia, missä käsite esiintyy ja pohtia, miten oppilaat pääsisivät siihen käsiksi. Opettajan tulee ikään kuin nähdä matematiikkaa ympärillään. (Cavey ym. 2006, 20, 40.) Vaikka kyseessä on opettajan työtä korostava näkökulma, tässä oppilaan rooli on huomattavasti aktiivisempi ja autonomisempi.

Suomessa Perusopetuksen opetussuunnitelmien perusteissa (2004, 106) matematiikan opetuksen tehtäväksi on asetettu tarjota oppilaille ”mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja matemaattisten käsitteiden sekä yleisimmin käytettyjen ratkaisumenetelmien oppimiseen. [...] Arkipäivän tilanteissa eteen tulevia ongelmia, joita on mahdollista ratkoa matemaattisen ajattelun tai toiminnan avulla, tulee hyödyntää tehokkaasti.” Suomalaisen matematiikan opetuksen tavoitteiden perustaksi voidaan tunnistaa Ernestin (1991, 131; 2004, 5) esittämät kohdat (2) hyödyllisyys ja teollisuuskeskeisyys sekä (3) matematiikkakeskeisyys. Perusteisiin on kirjattu, että ”matematiikan opetuksen on edettävä systemaattisesti, ja sen tulee luoda kestävä pohja matematiikan käsitteiden ja rakenteiden omaksumiselle”. Toisaalta



opetussuunnitelmien perusteissa tavoitellaan myös luovuutta ja oppilaslähtöisyyttä kohta (4) ”opetuksen tulee kehittää oppilaan luovaa ja täsmällistä ajattelua, ja sen tulee ohjata oppilasta löytämään ja muokkaamaan ongelmia sekä etsimään ratkaisuja niihin”.

## Elämyksellisyys – kehyksiä matematiikan suuntauksille

Kun elämyksellisyys liitetään opettamiseen ja kouluun, voidaan puhua elämyspedagogiikasta. Elämyspedagogiikka on Karppisen (2005, 36–38) näkemyksen mukaisesti toiminnallisuuden, elämysten ja yhteistoiminnan avulla tapahtuvaa iloa, virkistystä sekä tavoitteellista kasvua ja useimmiten ulkona tapahtuvaa turvallista oppimista. Tärkeää on sekä omakohtaisten rajojen kokeminen ja kokeileminen, että yleisten sosiaalisten rajojen kokeminen ja kokeileminen ryhmätoiminnoissa. Tässä tutkimuksessa elämyksellisyys ei kuitenkaan liity elämyspedagogiikkaan, vaan matematiikan elämyksellisyyteen opetuksessa.

Elämyksellisyyttä tutkimuskohteena ei aikaisemmin ole suoraan liitetty matematiikan opetukseen, vaikka uskon, että jokainen matemaatikko kokee elämyksellisyyden osaksi työtään. Elämysyhteiskunnassa sen sijaan elämyksellisyyden tutkiminen on hyvin luonteva tutkimuskohde. Siksi onkin mielenkiintoista verrata matematiikan opetuksen elämyksellisyyttä esimerkiksi Aholan (2007) markkinoinnin alalta tehdyn väitöstutkimuksen luokitteluun. Aholan tutkimus kohdistui kuluttajien elämyksien kategorisointiin. Tarkastelun kohteena oli elämysten rakentuminen messuilla ja nykytaidenäyttelyissä. Tutkimuksen lähtökohtana oli elämyksellisyys positiivisena kokemuksena. Matematiikan elämyksellisyys voi olla tuskastumista, kipuilua, jopa ahdistusta, tai muita negatiivisia kokemuksia. Vaikka en työssäni pyrikään edistämään näkemystä jossa elämykselliseen matematiikan opetukseen aina liittyisi myös negatiivisia kokemuksia, toivat haastateltavani niitäkin näkökulmia esiin. Tutkimuksessa otin elämyksellisyyteen liittyneet kielteiset kokemukset yhtä vakavasti huomioon kuin myönteisetkin.

Elämyksellisyys voidaan Aholan (2007, 139) mukaan jakaa neljään osa-alueeseen: (1) tunteisiin liittyvä elämyksellisyys, (2) edistyksen kokemiseen liittyvä elämyksellisyys, (3) kehollinen elämyksellisyys ja (4) henkilökohtaiseen osallisuuteen liittyvä elämyksellisyys. Tunteisiin liittyvä elämyksellisyys ilmentää Aholan (2007, 139-143) mukaan vapaata mahdollisuutta kokea ja työstää henkilökohtaisella tasolla moninaisia tunteita ja elämäkokemuksia. Osa-alue rakentuu koetun koskettavuudesta, hämmäntävyydestä ja virkistäväyydestä. Edistyksen kokemiseen liittyvä elämyksellisyys ilmentää tarvetta kerätä ideoita, inspiraatiota ja asiantuntijuutta sekä kokea oivalluksia. Tämän elämyksellisyyden osa-alueen ilmentymänä on pyrkimys luovuuden kehittämiseen ja asiantuntijuuden kasvattamiseen. Kehollinen elämyksellisyys ilmenee fyysisten kokemusten, liikkumisen ja aistimisen kautta. Henkilökohtaiseen osallisuuteen liittyvä elämyksellisyys ilmentää tarvetta saada palautetta ja kom-

mentoida omia kokemuksia sekä mahdollisuutta osallistua.

Matematiikan opetuksessa elämyksellisyyden kokemuksia voidaan nähdäkseni kategorisoida samaan tapaan. Seuraavassa analysoin elämyksellisyyttä matematiikan opetuksessa Aholan (2007) luokittelun pohjalta.

## Tunteisiin liittyvä elämyksellisyys

Tunteisiin liittyvä elämyksellisyys rakentuu siis koskettavuudesta, hämmentävyydestä ja virkistäväydestä (Ahola 2007, 139–140). Matematiikan opetukseen sijoitettuna liitän tähän osa-alueeseen ne matematiikan opetuksen pyrkimykset, jotka korostavat luovuutta ja esteettisyyttä.

### *Luovuus elämyksellisessä matematiikan opetuksessa*

Opimme matematiikan uusia osa-alueita järjestäen, oivaltaen, pelaten ja leikkien, konstruoiden, soveltaen, laskien, arvioiden ja perustellen (Haapasalo ym. 2004, 61). Matematiikan oppimisessa luovuus on siis vahvasti läsnä ja haastaa opettajan kahdella tapaa. Hänen tulee valmistella aktiviteetit huolella, jotta niihin sisältyy luovan toiminnan mahdollisuus ja silti antaa oppilaille tilaa. Eräs keino tähän on kysyä oppilailta useita ratkaisuja, eikä tyytyä vain yhteen. Toinen tapa on käyttää niin yleisiä tehtävänantoja, että ne antavat tilaa luovuudelle. Kolmas keino on väistyä sivuun ja antaa oppilaan esittää oma työnsä toisille oppilaille arvioitavaksi ja edelleen kehitettäväksi. (Presmeg 2003, 130–131.) Brownin (2001) kuvaama fenomenologinen näkökulma on juuri tällainen. Oppilaat tutkivat, löytävät yhteyksiä, näkevät rakenteita ja säännönmukaisuuksia ja opettajan tehtävä on asiantuntijana tukea oppilasta tämän kulloisessakin oppimisprosessin vaiheessa. (Brown 2001, 266.)

Luovuus ja keksiminen tuntuvat kulkevan yhdessä. Brown (2001, 78, 84–85) erottaa kuitenkin keksivän ja tutkivan oppimisen toisistaan. Keksivässä oppimisessä (*discovery methods*) tulos on tärkein. Keksiminen on etukäteen määriteltyjen tulosten löytämistä ja näin perinteiseen matematiikan kulttuuriin kasvamista. Tutkivassa oppimisessä (*investigational methods*) sen sijaan prosessi on tärkein. Brownin mukaan juuri tutkiva oppiminen pitää sisällään luovan komponentin ja oppilas voi sitoutua prosessiin omana itsenään. Tutkivassa työskentelyprosessissa oppilas osallistuu tutkimusprosessiin niillä prosessin muokkaamalla ja kehittämällä viestinnän ja tulkinnan välineillä, joita hänen matemaattinen kielensä ja käsitteistönsä kulloinkin mahdollistavat. Vuorovaikutus synnyttää tulkintoja. ”*Look at what I see – but it’s what you see that’s important*” (Brown 2001, 85). Hermeneuttisesta näkökulmasta, kuten Brown (2001, 84–85) sitä tarkastelee, oppiminen ei ole vain opettajan tiedon uusintamista oppilaan mielessä, vaan tiedon vuorovaikutteista muuntumista, jossa asiat saavat uusia, avartuvia mutta myös täsmentyviä merkityksiä.

Matematiikko kokee elämyksiä osoittaessaan matemaattisia entiteettejä todeksi.

Todistuksen konstruointi edellyttää matemaattisen tietämyksen taidokasta ja luovaa hyödyntämistä, joskus jopa leikkittelyä. Humanistisen matematiikan suuntauksen ”isänä” pidetty Reuben Hersh (1993, 396–397) erottaa todistamiselle matematiikan opetuksessa kaksi erilaista roolia: absolutistisen ja humanistisen roolin. Absolutistisen näkemyksen mukaan todistamisen taustalla on ajatus siitä, että matematiikkaa ei edes ole olemassa ilman virheetöntä, täydellistä todistusta. Humanistisen näkökulman mukaisesti todistus on täydellinen selitys ja sitä käytetään, kun tällainen täydellinen selitys on paikallaan. Matematiikan opetuksessa todistamisen rooliin vaikuttaa, kumpaa näkökulmaa matematiikan opettaja itse edustaa.

*”[T]he Absolutist teacher tells the student nothing except what he will prove (or assign to the student to prove). The proofs he chooses will be either the most general, or the shortest. He will not be concerned about how explanatory the proof is, because explanation is not the purpose of proof. The purpose is certification: admission into the catalog of primarily absolute truths. [...] The Humanist mathematics teacher uses the most enlightening proofs, not necessarily the most general or the shortest.”* (Hersh 1993, 396–397.)

Hersh (1993) tarkentaa näkemystään: matemaattinen todistus joko osoittaa oikeaksi tai selittää. Matematiikan tutkimuksessa todistamisen ensisijainen rooli on osoittaa oikeaksi. Koulumatematiikassa ensisijainen tehtävä on selittää. (Hersh 1993, 398.) Kanadalainen Gila Hanna on tutkinut matemaattisten todistusten roolia matematiikan opetuksessa jo 1980-luvulta alkaen. Hänen näkemyksensä mukaan todistus on vakuuttava ja oikeuttava jopa matemaatikollekin vasta, kun se johtaa parempaan matemaattiseen ymmärrykseen. Paras todistus ei vain todista lausetta oikeaksi, vaan perustelee myös, miksi se on oikea. (Hanna 2000, 7–8.) Tietotekniikka ja teknologia ovat tuoneet opettajille mahdollisuuden käyttää visuaalisia representaatioita päätelyn ja todistamisen apuna. Visuaaliset todistukset, staattiset piirroksot tai tietokoneohjelmilla tuotetut dynaamiset kuvat palvelevat matemaattisen ymmärryksen apuna, mutta eivät korvaa matemaattisilla lausekkeilla esitettyjä, kurinalaisia todistuksia (vrt. Hanna 2000, 15–16).

Humanistisen matematiikan tavoitteena on ohjata oppilaita kohti matemaattisia ideoita käyttäen kuvia, matematiikan historiaa ja teknisiä apuvälineitä. Keskeistä on, että oppilaat keksivät matematiikan lumon. (Moslehian 2005, 99–100.) Matemaattisilla entiteeteillä ei ole merkitystä ja olemassaoloa irrotettuna kulttuurisista merkityksistään, vaan ne saavat merkityksensä tieteen tarpeista, yhteiskunnallisista haasteista ja teknologiasta.

Samaan tapaan lähestyy matematiikan oppimista ja opetusta Mason (2004, 1) kuvaillaessaan ilmiöihin perustuvaa matematiikan opetuksen ideaansa (*a phenomenal approach to mathematics*). Hän harmittelee, että liian usein matematiikka jaetaan erillisiin aihealueisiin, joihin liittyy tiettyjä matemaattisia tekniikoita, aiheelle tyyppillisiä ongelmia, käsitteitä, kieltä, kuvia ja oppilaiden virhekäsityksiä. Vasta aiheen käsittelyn lopussa, kun oppilaat ovat kyllin harjoitelleet tekniikoita ja rutiineja, nos-

tetaan esiin sovellukset. Ilmiöistä käsin lähtevässä opetuksessa valitaan tehtäviä, joiden vahvuutena on mielikuvituksen ruokkiminen ja ideoiden ilmaiseminen, yllätyksellisyys ja haastavat kysymykset. Tarkoituksena on havahduttaa oppilaat matemaattiseen ajatteluun.

### *Esteettisyys elämyksellisessä matematiikan opetuksessa*

Tunteisiin liittyvään elämyksellisyteen voidaan koskettavuuden, hämmentävyyden ja virkistävyuden lisäksi yhdistää myös esteettisyys, matematiikan kauneus. Betts ja McNaughton (2003) pitävät matematiikan esteettisyyden kokemista jopa välttämättömänä edellytyksenä hyvälle menestykselle matematiikan opinnoissa.

*”The goal of success for all cannot be achieved without providing opportunities for students to experience an aesthetic image of mathematics” (Betts & McNaughton 2003, 2).*

Betts ja McNaughton (2003, 8) viittaavat Eisnerin (1985) listaamiin syihin esteettisyyden merkityksestä opetuksessa. Ensinnäkin (1) esteettisyys voi olla motiivointikeino, jolla oppilas houkutellessaan mukaan uuteen aiheeseen, (2) esteettisyys voi haastaa oppikirjojen ’doktriinimaisuuden’ (3) esteettisyys tuo iloa ja palkitsee jopa pysyvämmiin kuin kokeiden arvosanat ja (4) esteettisyys antaa mahdollisuuden saada aiheesta kokonaiskuva, muistaa ja edistää merkityksellistä oppimista.

Jotta luovuus ja esteettisyys näyttäytyisivät keskeisinä elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteinä oppilaiden tulisi voida työskennellä kuin matemaatikot. (Vrt. Betts & McNaughton 2003, 22–23.) Heidän tulisi löytää ja tutkia matematiikasta sen kauneus ja lumo. Opettajalta tämä edellyttää irrottautumista opetusmateriaaleista ja halua pikemminkin rakentaa itse tietoa kuin käyttää sitä, voidakseen luoda oppilailleen mielekkäitä oppimisympäristöjä (vrt. Haapasalo 2005, 52–53 ja Keranto 2006, 177–178).

## Edistyksen kokemiseen liittyvä elämyksellisyys

Edistyksen kokemiseen liittyvä elämyksellisyys ilmensi tarvetta kerätä ideoita, inspiraatiota ja asiantuntijuutta sekä kokea oivalluksia. Tässä elämyksellisyyden osaluokassa korostuu asiantuntijuuden kasvattaminen. (Ahola 2007, 140–141.) Matematiikan opetuksen näkökulmasta asiantuntijuuden kehittyminen voidaan nähdä ajatusten jäsenyvytenä, kykynä hahmottaa ja tutkia. Asiantuntijuus ei ole niinkään etukäteen tietämistä, vaan kykyä jatkuvasti täsmentää ja selkiinnyttää työskentelyn kuluessa eteen tulevia ongelmia ja epäselvyyksiä (Soini 2001, 56). Asiantuntijoiden tietorakenteet ovat hierarkkisesti rakentuneet monimuotoisiksi ja laajoiksi tietorakennelmiksi. Asiantuntija kykenee refleктоimaan ja uskaltaa koetella oman

osaamisensa ja toimintansa rajoja. (Katajavuori 2005, 14, 19–20.)

### *Taito jäsentää matemaattista tietoa*

Matemaattisen ajattelun ilmentymiä voidaan tarkastella kuten Tall (2004a 2–4; 2004b, 285) kolmessa maailmassa: *embodied world* – *proceptual world* – *formal world*. *Embodied world* (sisäinen maailma) käsittää mentaaliset käsityksemme todellisen maailman objekteista, mutta myös sisäiset käsityksemme kuten visuaalis-spatiaaliset mielikuvamme. Tämä on maailma, joka voidaan nähdä tai mikäli sen objektit ovat jo siirtyneet sisäisiksi mielikuviksi, pääsemme niihin käsiksi reflektion avulla. Toinen maailma on symbolien maailma, *proceptual world* (proseptuaalinen maailma) Tässä uudissana *procept* viittaa toiminnon ja toimintoon kytkeytyvän tai sen tuloksena syntyvän käsitteen yhteenkietoutumaksi, joka yhdessä kontekstissa voidaan tulkita prosessiksi (*process*) ja toisessa kontekstissa ennemminkin käsitteeksi (*concept*). Esimerkiksi symbolilla  $3 + 2$  on kaksi merkitystä: toisaalta se on prosessi (yhteenlasku), toisaalta käsite (summa). Proseptuaalisessa maailmassa monet symbolit syntyvät kokemuksista ja siirtyvät sitten kehittyneeseen symbolismiin. Kolmas maailma on ominaisuuksien maailma, *formal world*, joka käyttää formaalia kieltä, määrittelee käsitteensä tarkasti ja pyrkii systemaattiseen, aksiomaattiseen tiedon rakenteeseen. Tässä maailmassa määrittelemme, todistamme ja rakennamme teorioita. Kolmas maailma syntyy kokemusten ja symbolisen manipuloinnin tuloksena, mutta ei sinänsä viittaa tai perusta reaali-maailmasta tehtyihin havaintoihin eikä sen tuottamiin kokemuksiin.

Kun oppilas jäsentää matemaattista maailmaansa, hän kulkee omaa polkuaan näiden kolmen maailman välillä, mutta kuten Tall (2004a) kuvaa:

*”[I]t became clear that each world grows in sophistication and individuals travel different paths through these worlds in their individual growth. As an individual travels through each world, various obstacles occur on the way that require earlier ideas to be reconsidered and reconstructed, so that the journey is not the same for each traveller.”* (Tall 2004a, 4.)

Toinen tapa jäsentää matemaattisen tiedon olemusta on jakaa se konseptuaaliseksi (käsitteelliseksi) tiedoksi ja proseduraaliseksi (toiminnalliseksi) tiedoksi. Haapasalo (2004, 54–55) pohtii kriittisesti neljää eri vallalla olevaa näkökulmaa, jotka suhtautuvat konseptuaalisen ja proseduraalisen tiedon väliseen yhteyteen eri tavoin. Näitä ovat: (1) riippumattomuuden näkökulma, jonka mukaan näillä tiedon muodoilla ei ole yhteyttä, (2) samanaikaisen aktiivisuuden näkökulma, jossa proseduraalinen tieto on välttämätön ja riittävä ehto konseptuaaliselle tiedolle, (3) dynaamisen vuorovaikutuksen näkökulma, jossa konseptuaalinen on välttämätön, mutta ei riittävä ehto proseduraaliselle tiedolle, sekä (4) geneettinen näkökulma, jossa proseduraalinen tieto on välttämätön, mutta ei riittävä ehto konseptuaaliselle tiedolle. Näiden eri käsitysten myötä matematiikan opetusta toteutetaan hyvin eri tavoin.

Frade ja Borges (2006, 294) haluavat nostaa proseduraalisen ja konseptuaalisen tiedon rinnalle vielä ns. hiljaisen tiedon (tacit knowledge). Hiljaista tietoa ovat esimerkiksi matemaattiset symbolit ja merkintätavat ja niiden käyttö, kuviot, määritelmät, aksioomat, analogiat, selitykset, menetelmät ja tekniikat, teoriat ja tavat esittää matematiikkaa kirjallisesti. (Frade & Borges 2006, 294; Ernest 1999, 69–70.) Hiljainen tieto on tietoa kokemuksista ja käytännteistä, ja sitä ei aina voida purkaa säännöiksi tai edes sanoiksi. Miten hiljaista tietoa voi tehdä näkyväksi opettajan työssä? Konseptuaalisen maailman ja proseduraalisen maailman välillä liikkeessaan opettaja onnistuu tekemään ilmeiseksi oppilailleen, milloin hän siirtyy mihinkin maailmaan ja miten hän sen tekee. Hiljainen tieto on ongelmallisempi. Se on matemaattiselle yhteisölle ilmeistä, mutta oppilaille, joka vasta pyrkii yhteisön jäsenyyteen, lähes vierasta.

Katajavuori (2005, 16–17) viittaa Biggsin (2003) tiedon neljään kategoriaan: deklaratiivisella tiedolla tarkoitetaan akateemista tietoa, julkista, toistettavaa ja loogisesti yhtenäistä, proseduraalinen tieto on taitoihin pohjautuvaa, toiminnallista tietoa ilman käsitteellistä perustaa. Se kuvaa taitoa ja tietoa siitä, mitä tietyissä tilanteissa pitäisi tehdä. Kolmas tiedon laji, konditionaalinen tieto, sisältää sekä proseduraalisen että korkeamman tason deklaratiivisen tiedon niin, että yksilö tietää milloin, miksi ja millä ehdoilla hänen tulisi toimia. Neljäs tiedon laji, toiminnallisen tiedon kategoria, pohjautuu yksilön kokemuksiin ja toimintaan ja sisältää kaikki edelliset tiedon kategoriat. Biggs (2002, 3) kuvaa näitä tasoja aiemmassa artikkelissaan toisin. *Minimal understanding*, riittää, kun tietää, muistaa ja tunnistaa terminologian ja perusasiat. *Descriptive understanding*, tietää useimmasta aiheesta, osaa luokitella, kuvailla ja listata. *Integrative understanding*, suhteuttaa tietoja toisiinsa, osaa soveltaa, integroida ja selittää. *Extended understanding*, pääsee opitun taakse, toimii luovasti uusissa tilanteissa, ennustaa, reflektoi ja yleistää. Ehkä jako proseduraaliseen ja konseptuaaliseen toimii tässä niin, että kaksi ensimmäistä tiedon kategoriaa kummassakin luokittelussa kuuluisivat proseduraaliseen tietoon ja kaksi seuraavaa konseptuaaliseen tietoon. Hiljaisen tiedon voisi katsoa taas kuuluvan deklaratiiviseen tietoon, akateemisessa mielessä itsestäänselvyyksiin.

### *Taito kehittää matemaattisia merkityksiä*

Asiantuntijuuteen Katajavuori (2005, 18) lukee myös metakognitiiviset tiedot ja taidot, tietoisuuden omista tiedoista ja taidoista sekä taidon arvioida omaa oppimistaan, tietojaan, toimintaansa, ajatteluaan ja taitojaan. Mutta mitä on itsenäinen ajattelu matematiikassa? Onko se tosiasiaa opettajan näkemyksen mukaista ajattelua? (Vrt. Hersh 2003, 112–115.)

On tärkeää erottaa toisistaan opettajan intentio ja oppilaan merkitykset. Oppimistilanteessa kommunikointi on pikemminkin työskentelyä oppilaan tietämyksen, hänen asiantuntijuutensa kanssa. Matemaattiset päätelmät, joita oppitunnin aikana tehdään, palvelevatkin oppilasta myöhemmin ajattelunsa suuntaamisessa. Brown (2001, 99, 134–135, 138) korostaa, että matemaattiset ideat kehittyvät yksilön akti-

viteeteissa, olivatpa ne sitten kuviteltuja tai aitoja, nähtäviä tai näkymättömiä, opettajan tai oppilaitten esittämiä, fyysiseen ympäristöön tai oppilaan sisäiseen maailmaan sijoitettuja. Yksilön kokemukset maailmasta, matematiikasta ja sosiaalisesta vuorovaikutuksesta ohjaavat hänen toimintaansa pikemminkin kuin ulkoa määritelty näkemys matematiikasta.

Tutkimuksellisuus antaa oppilaalle mahdollisuuden kehittää merkityksiä (Brown 2001, 88). Tehokas matematiikan opetus voi olla hyvin monella tapaa toteutettua. TIMMS-videotutkimuksessa kävi ilmi, että Japanissa oppilaat käyttivät huomattavasti enemmän aikaa matemaattisten ongelmatehtävien tekemiseen yhdessä ja heidän edellytettiin keksivän omia ratkaisumenetelmiään tehtäviin, joita he eivät olleet kohdanneet aikaisemmin. Hollannissa käytettiin laskimia ja arkielämän ongelma-keitteitä ja itsenäinen työskentely oli tavanomaista. (Stigler & Hiebert 2004, 14; Hiebert ym. 2004, 65, 117.) Hyvälle matematiikan oppimisympäristölle ei siis ole yksiselitteistä tulkintaa.

Entä tulisiko käyttää mekaanisia laskutaitoja kehittäviä tehtäviä vai yhteyksiä rakentavia ongelmatehtäviä? Japanissa käytettiin suurelta osin (54 %) ongelmatehtäviä, mutta Hong Kongissa vain 13 % tehtävistä oli yhteyksiä rakentavia ongelmatehtäviä. Silti molemmat maat menestyivät erinomaisesti TIMMS-tutkimuksessa. Ongelmatehtävien määräkään ei siis sinänsä ennustanut menestystä tutkimuksessa. Erinomaisesti menestyneitä maita kuitenkin yhdisti eräs seikka, jonka videotutkimus toi esiin. Keskeistä oli, miten tehtävä tunnilla esitettiin. Opettaja saattoi muuttaa ongelmanratkaisutehtävän mekaaniseksi antamalla tarvittavan kaavan etukäteen ja kehottamalla oppilaita sijoittamaan annetut arvot kaavaan. Mainitut Hong Kong ja Japani erosivat muista maista siinä, että kummassakin maassa ongelmatehtävät esitettiin aidosti ongelmatehtävinä. (Stigler & Hiebert 2004, 14–15; Hiebert ym. 2004, 65, 116.)

Mitä edellä sanotusta voi siis päätellä? Oma käsitykseni on, että elämyksellisyys edistyksen kokemisena ja asiantuntijuuteen kasvamisena edellyttää, että oppitunnilla ratkotaan aitoja, eritasoisesti vaativia ongelmatehtäviä, joita oppilaat voivat tutkia omaehtoisesti välillä käsitteellistäen, välillä konkretisoiden, kuitenkin niin, että oppilaat saavat haasteiden lisäksi kokea myös riittävästi onnistumisia.

## Kehollinen elämyksellisyys

Kehollinen elämyksellisyys ilmenee fyysisinä kokemuksina, liikkumisena ja aistimisena (Ahola 2007, 141). Matematiikan opetuksessa kehollisuus ei välttämättä korostu ylemmillä asteilla. Pienet lapset kyllä oppivat koko kehollaan kokonaisvaltaisesti, mutta myöhemmin aistien käyttö liittyy ehkä enää työskentelyn käynnistämiseen. Kehollisuutta voidaankin tarkastella enaktiivisuuden näkökulmasta (vrt. Ernest 1993, 89–90) ja pohtia, onko kehollinen elämyksellisyys matematiikassa välttämättä näkyvää fyysistä toimintaa. Lakoff ja Núñez (2000, 50–68) yhdistävät kognitiotieteet

matematiikkaan ja esittävät, että matemaattisten ideoiden ymmärtämisen taustalla vaikuttavat metaforiset yhtymäkohdat. Esimerkiksi objektien käsittelystä syntynyt ymmärrys tukee aritmeettisten sääntöjen ymmärtämistä. Mitä abstraktimmasta matematiikan osa-alueesta on kysymys, sitä vähemmän suora kehollisuus kytkeytyy siihen, mutta taustalta ovat silti löydettävissä ne metaforiset ketjut, jotka ideaa ovat kehittäneet (ks. Núñez & Lakoff 2005). Tässä yhteydessä olen halunnut tulkita kehollisuuden konkreettisen maailman, arjen matematiikaksi. Tulkintani liittyy läheisesti matematiikan opetuksen suuntaukseen, jota on kehitetty lähinnä Hollannissa ja jota kutsutaan realistiseksi matematiikan opetuksiksi, RME (*realistic mathematics education*).

Realistinen matematiikan opetus perustuu matematiikan konstruointiin, matematisointiin. Matematiikka nähdään aktiviteettina, kokonaisvaltaisena tapana työskennellä. Peruseriaatteena on lähteä liikkeelle konkreettisesti tilanteesta ja kehittää matematiikan työvälineitä, joilla voidaan siirtyä konkreetteista esineistä tai olioista abstrakteihin olioihin. Tärkeintä on, että oppilaat saavat ensin konkreettisen kokemuksen ja vasta sitten siirrytään formaalimpaan systematiikkaan. Työskentelyssä herätellään ideoita ja pohditaan ja vertaillaan omia ideoita toisten ideoihin. Suunniteltaessa tehtäviä matematiikan eri osa-alueita kytetään toisiinsa niin paljon kuin mahdollista. (Gravemeijer 1990, 10, 31; Streefland 1990, 1, 4–7.)

Vaikka matematiikan opetuksessa pyritään käyttämään aitoja sovelluksia, monet matematiikan tehtävät ovat kvasirealistisia, keinotekoisia sovelluksia. Tällaisesta matematiikan tehtävästä Gravemeijer palauttaa mieleen kaskunakin esitetyn tehtävän: ”Puussa istuu kymmenen lintua. Kaksi niistä ammutaan. Kuinka monta jää jäljelle?” (Gravemeijer 1990, 10.) Miten usein matematiikan opetuksessa käytettävät tehtävät onkin irrotettu realistisesta maailmasta, jotta niissä voidaan soveltaa haluttua matemaattista algoritmia. Gravemeijer (1990, 19) toteaa: matematiikan oppiminen on matematiikan tekemistä ja todellisten arkielämän ongelmien ratkomista.

Realistisen matematiikan opetuksen juuret ovat Freudenthalin (1986) didaktisessa fenomenologiassa (*didactical phenomenology*) ja konstruktivismissa. Konstruktivismiin mukaisesti oppilaat konstruoivat matematiikkaa, mutta realistisen näemyksen mukaan opettaja ohjaa tätä konstruointia merkittävästi tehtävien valinnalla. (Gravemeijer 1990, 30–31.)

Freudenthal (1986) itse kuvaa didaktisen fenomenologian näkökulmaa matematiikassa seuraavasti:

”Phenomenology of a mathematical concept, a mathematical structure, or a mathematical idea means, in my terminology, describing this *nooumenon* (”se mikä ajatellaan”) in its relation to the *phainomena* (”se mikä ilmenee”) of which it is the means of organising, indicating which phenomena it is created to organise, and to which it can be extended, how it acts upon these phenomena as a means of organising, and with what power over these phenomena it endows us. If in this relation of *nooumenon* and *phainomenon* I stress the didactical element, that is, if I pay attention to how the relation is acquired in a learning – teaching process,



I speak of *didactical* phenomenology of this nooumenon”. (Freudenthal 1983, 28, suomennotokset kirjoittajan, kursivoinnit alkuperäisen tekstin mukaisesti.)

Matematiikka on ihmisen toimintaa (*human activity*), mikä on perustana humanistiselle matematiikan opetukselle, jota Freudenthalin jälkeen on jatkanut erityisesti Streefland. Koulumatematiikka taas on sosiaalinen aktiviteetti. Matemaattinen sisältö tuodaan opetukseen ja oppimiseen didaktisen fenomenologian kautta (Presmeg 2003, 127; Streefland 1993, 3–5).

Opettajalle realistisen matematiikan opetuksen toteuttaminen on haastavaa. Cavey ym. (2006, 22–23) viittaavat realistisen matematiikan opetuksen kolmeen heuristiikkaan kehittää matemaattisia tehtäviä: *’the reinvention principle’* *’didactical phenomenology’* ja *’emergent models’*. *’Reinvention’*-näkemys pohjautuu uudelleen keksimiseen. Opettaja kehittää tehtäväsarjoja, jotka ovat linjassa tietyn matemaattisen käsitteen historiallisen rakentumisen kanssa. *’Didactical phenomenology’* -näkemys mukaan opettaja kehittää sarjan aktiviteetteja, jotka tukevat tietyn käsitteen haltuunottoa, ja *’emergent models’* -näkemys mukaan opettajan opetuksen perustana ovat oppilaiden kehittämät mallit. (Ks. myös Gravemeijer 1999.)

Realistisessa matematiikan opetuksessa tieto on situationaalista ja voi siten rajoittaa opitun siirtämistä uuteen tilanteeseen. Mitä opitaan jossain kontekstissa, ei välttämättä näytä olevan sovellettavissa toiseen kontekstiin. Kuitenkin realistisessa matematiikan opetuksessakin pyritään yleistämään; realistinen ongelma ratkaistaan kontekstissaan, jossa oppilaat käyttävät yleistietoaan ja jokainen ongelmatilanne on siis erilainen, mutta saadun ratkaisun jälkeen etsitään yhteyksiä, joita voitaisiin käyttää toisaalla. (Gravemeijer 1994, 103.)

Realistinen matematiikan opetus on elämyksellistä matematiikan opetusta aidoimmillaan. Opetuksen toteuttamisen kannalta, ja varsinkin ne tiukat kehykset huomioiden, joita matematiikan opetukselle on opetussuunnitelmassa asetettu, opettaja tuskin voi Suomessa sitoutua siihen kokonaisvaltaisesti. Joitakin elementtejä siitä voi silti varmasti sisällyttää tiukemmin raamitettuunkin opetukseen.

## Henkilökohtaiseen osallisuuteen liittyvä elämyksellisyys

Elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta henkilökohtaiseen osallisuuteen kuuluvat tulkintani mukaan erityisesti kieli, dialogisuus, kulttuuri ja osallisuus yhteisössä (vrt. Ahola 2007, 141–143).

Matemaattinen ajattelu edellyttää matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä. Käsitteellä voidaan tarkoittaa suhteellisen pysyviä ja kaikkien ihmisten ainakin likipitään samoin oivaltamia merkityssisältöjen rykelmiä, joiden avulla ymmärrämme ilmiöt joksikin. (Rauhala 1992a, 83.) Kieleen kiinnittäminen tekee käsitteistä selkeämpiä ja pysyvämpiä välineitä, joilla on myös yksilöiden kesken merkitystä (Varto 1992, 91.) Tosiasiassa mahdollisuus tarkoittaa sanoilla samoja asioita kehittyä ihmis-

ten välisessä keskustelussa, kunnes se vähitellen muuttuu sanattomaksi yhteisymmärrykseksi ja itsestäänselvyudeksi. (Gadamer 2004, 95–96.)

Sosiaalinen käänne on vaikuttanut matematiikan opetuksen luokkakäytänteisiin tai ainakin niiden ideaaleihin. Lerman kuvaa sosiaalista käännettä painopisteen muutoksena yksilöllisyydestä yhteisöllisyyteen ja tietämisestä toimintaan: ”*Fundamental to the social turn is the need to consider the person-acting- in-social-practice, not person or their knowing on their own*” (Lerman 2000, 159). Voidaan todeta, että sosiaalinen käänne on otettu vastaan myönteisesti. Matematiikka on jaettu ideoita ja siten kulttuurin tuote. Matemaattisten merkitysten löytäminen edellyttää yhteistä kieltä ja yhteisen sanaston, ja juuri vuorovaikutus luo tätä yhteistä kieltä (vrt. Hersh 1994, 14–16; Mason 1999, 189 ja Brown 2001, 86). Emme kuitenkaan saisi unohtaa sitä, että se, miten matematiikkaan tutustumme, vaikuttaa siihen, miten siitä kerromme ja mitä siitä ymmärrämme (vrt. Brown 2001, 62, 70–71).

Sosiaalinen käänne, dialogisuus ja yhteisöllisyys tuovat väistämättä esiin matematiikan yhteiskunnallisen ulottuvuuden ja matematiikan merkityksen teknologialle sekä sosiaaliselle ja sosiopoliittiselle kanssakäymiselle. Matematiikan opetuksen tehtävänä voidaan pitää sitä, että se haastaa oppilaat pohtimaan, miten matematiikkaa voidaan käyttää hyödyksi, missä matemaattisia malleja jo käytetään ja missä konteksteissa ne toimivat ja herättää kysymyksiä vastuusta ja siitä miten matemaattisiin malleihin voidaan luottaa (vrt. Skovsmose 2004, 2, 4, 7–12, 16–17). Alrø & Skovsmose (2002, 259–260) lainaavat D’Ambrosion sanoja ”*What mathematics is doing is neither good, nor bad, and certainly not neutral*”. Tässä yhteydessä voidaankin puhua kriittisestä kansalaisuudesta ja matematiikan lukutaidosta (*mathemacy*).

Elämyksellisyyteen kuuluu oppilaslähtöisyys, mutta ei kuitenkaan näennäinen oppilaslähtöisyys. Oppilaslähtöisyydellä tarkoitetaan usein sitä, että oppilaat konstruoivat ensin itse omia merkityksiään ja kokoavat sitten yhdessä opettajan kanssa niistä perinteisen, yleisesti hyväksytyyn ymmärryksen yhteistä kieltä käyttäen. Tätä kutsun näennäiseksi oppilaslähtöisyydeksi. Rajanveto näennäisen ja aidon oppilaslähtöisyyden välillä on hiuksenhieno. Aidossa oppilaslähtöisyydessä on kyse dialogista. Dialogi on välttämätöntä, jotta oppilas voi yleistää, testata, korjata ja tarkistaa henkilökohtaista matemaattista tietoaan (ks. Ernest 1994, 44). Kun oppilas uppoutuu oppimisprosessiin, tuntee omistajuutta ja tuo esiin pohtimiaan näkökohtia, se rikastuttaa koko luokkatyöskentelyä (Alrø & Skovsmose 2002, 16–17). Jos käsityksemme matematiikan opettamisesta kiteytyy käsitykseen matematiikasta universaaleina tosiasioina ja oikeina ratkaisuina ja suuntaa matematiikan opetuksemme tiettyä matemaattista tavoitetta kohti, häivyttämme matematiikan opetuksestamme yhteiskunnallisen ulottuvuuden ja näkemyksen matematiikasta kulttuurin tuotteena.

Kiteytettynä elämyksellisyys matematiikan opetuksessa yhdistyy tunteisiin: koskettavuuteen, hämmentävyyteen, virkistävyyteen, luovuuteen ja esteettisyyteen (vrt. Keranto 2006, 177). Elämyksellisyyttä tuovat kieli, dialogisuus, kulttuuri ja osallisuus yhteisössä. Opetuksessa tulee olla mahdollisuus oppia matematiikkaa koko kehollaan, kokonaisvaltaisesti, kerätä ideoita, inspiraatiota ja asiantuntijuutta sekä kokea oivalluksia (vrt. Ahola 2007, 139–143).

## 4 Elämyksellisyys tutkimuskohteena

*”Kansakoulumme pihalla oli iso hiekkakenttä, joka jäädytettiin talvella luistelu-  
radaksi. Muistan, kuinka kerran välitunnilla kaaduin kentällä ja hetkeksi kaikki  
pimeni. Muistan myös, miten ensi kerran testasin koulun verkkoaitaan sitä, jää-  
kö kieli kiinni jäiseen metalliin. Jäihän se. Eräs pelottava muisto on jäänyt siitä,  
miten kaaduin kouluun tullessani suojatiellä ja suuri auto kykeni vain vaivoin  
jarruttamaan ja välttämään ajamasta päälleni.*

*Koulussamme oli eräs mielenkiintoinen luokka, varmasti sitä käytettiin kau-  
pallisten aineitten opetuksessa, mutta minulle, pienelle koululaiselle, tuo vanha  
kauppa oli kiehtova. Siellä oli hyllyt täynnä erilaisia purkkeja ja laatikoita, kah-  
via ja sokeria ja vaikka mitä. Tiskillä komeili kassakone. Emme koskaan saaneet  
leikkiä luokassa kauppa, mutta ne muutamat tunnit, jotka siellä syystä tai toi-  
sesta pidimme taisin uppoutua mielikuvitusleikkeihin.*

*Eräs muisto on jäänyt mieleeni matematiikan tunniltakin. Opettajamme piti  
kertolaskukokeita niin monta kertaa, että jokainen luokan oppilaista saisi kym-  
pin. Muistan että olin vielä laskemassa viimeistä laskua, kun opettaja jo pyysi  
pulpettijonojen viimeisiä keräämään paperit. Tuskailin tehtävän kimpussa, mut-  
ta ajatukset olivat jo aivan solmussa. Tullessaan kohdalleni papereita keräävä  
oppilas kuiskasi minulle vastauksen ja kirjoitin sen nopeasti paperiin. Tunnin  
päätyessä omatunto kolkutti ja minun oli pakko käydä kertomassa opettajalle,  
että olin kuullut vastauksen viimeiseen tehtävään. Muistan, kuinka hän kaivoi  
paperini koepinosta ja ilmoitti hylkäävänsä koko kokeen sen enempä sitä katso-  
matta.” (omia muistojani)*

### Johdanto

Yhteistä näille muistoille tuntuu olevan elämyksellisyys, jotakin pelottavaa tai kieh-  
tovaa tapahtui, joka jäi mieleen muisteltavaksi vielä neljänkymmenen vuoden jäl-  
keen. Opetuksesta en tosin muista juuri mitään. Puuttuiko siitä siis elämyksellisyys?  
Eräs yksityiskohta palautui mieleeni muistelllessani koulukirjoja. Aapista en oikein  
muista, mutta toisaalta osasin lukea jo ennen kouluun menoa ja muistan hyvin ku-  
vakirjan ’Pikku-Heidi’, jonka ääressä opin lukemaan. Meillä oli koulussa kuitenkin

eräs mielenkiintoinen kirja, se oli työkirjatyypinen Tampere-kirja, jossa tutustuttiin kotiseutuun: patsaisiin, rakennuksiin, Pyynikin harjuun ja muuhun ympäröivään luontoon. Tämä kirja on jäänyt mieleeni. Saatoimme käydä katsomassa kirjan kuvissa olevia patsaita ja täydentää kirjaan niiden nimiä ja värittää kasvien kuvia. Kosketuspinta ympäröivään maailmaan oli tärkeä. Tästä alkaa minun matkani etsimään kosketuspintaa matematiikan opettamisen tueksi.

Monta kertaa olen opettanut ympyrän kehää yläkouluikäisille ja määrittänyt piitä toiminnallisesti jakamalla oppilaille erikokoisia purkkeja, jokaiselle parille omansa, ja pyytänyt heitä mittaamaan saamastaan purkista ympärysmittan ja halkaisijan lankaa ja viivainta apuna käyttäen. Sitten olemme yhdessä täydentäneet taululle piirtämääni taulukkoa, jossa on ollut sarake näille mittauksille ja viimeisenä sarake jossa ympärysmitta jaetaan halkaisijalla. Oppilaat ovat tulleet itse kirjoittamaan saamansa tulokset taululle ja sitten olemme huomanneet, miten saatu osamäärä on lähellä jotain lukua, joka on noin kolme. Mitä isompi purkki oli ollut, sitä tarkempi likiarvo saatiin luvulle, jonka sitten olen nimennyt piiksi. Nyt miettiessäni tätä työskentelyä katselen itseäni kriittisesti ja mietin, mitä tehtävästä oikeastaan opittiin. Tarkoituksena oli päästä ympyrän kehän laskemiseen ja 'löytää' pii, mutta miksi käytin purkkeja. Onko ihme, jos oppilaani eivät miellä eroa kappaleiden ja tasokuvioiden välillä? Tunti oli toki toiminnallinen, mutta tutkimuksellisuutta siinä ei todellisuudessa ollut. Jos jokainen pari tekee vain yhden mittauksen, sitä ei voi kutsua tutkimukseksi. Se on työnjakoa ja ajan säästämistä. Entä itse piin määrittäminen? Tuskin kukaan oppilaista olisi itse keksinyt jakaa ympärysmittaa halkaisijalla – ymmärsivätkö he edes syytä siihen, miksi näin tehtiin? Kun nyt mietin, miten toteuttaisin tämän tunnin elämyksellisesti, tekisin sen toisin.

Paul Ernest (1991, xii–xiv) on tähdentänyt, että opetussuunnitelmien filosofia ja opettajien henkilökohtaiset filosofiat vaikuttavat ratkaisevasti siihen, miten matematiikkaa opetetaan. Erityisesti matematiikan opetuksen tapaan vaikuttavat (1) matematiikan filosofia: käsitys siitä mitä matematiikka on, (2) oppimiskäsitys: käsitys siitä, mitä oppiminen on, (3) koulutuksen tavoitteet, ymmärrys siitä, kenen tavoitteita ne ovat, mihin arvoihin ne perustuvat, kuka voittaa ja kuka häviää sekä (4) opettamisen luonne.

Seuraavissa luvuissa esitän yhteenvedon siitä, miten itse tutkijana käsittelin niitä kuutta elämyksellisen matematiikan opetuksen piirrettä, jotka tähän tutkimukseen valitsin.

## Elämyksellisyyden piirteiden valitseminen

Jo tutkimuksen alkuvaiheessa jouduin tekemään päätöksen siitä, mitkä piirteet valitsen seurantatutkimukseni tutkittaviksi elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteiksi. Silloin inspiroijani oli hermeneuttisesti orientoituneena matematiikan opetuksen pioneerina pidettävä Tony Brown. Hänen kuvauksensa (Brown 2001) her-

meneuttisesta, tulkinnallisesta matematiikan opetuksesta, jonka yhteys fenomenologiaan, post-strukturalismiin ja kieleen oli lähellä sitä, mitä tunsin etsiväni. Aloit kutsua näkökulmaani fenomenologiseksi matematiikan opetuksiksi. Nyt kirjoittaessani tätä raporttia, hymähdän suurille suunnitelmilleni. Fenomenologisuus ei filosofisessa mielessä – ainakaan itselläni – taipunut praktisen kehittelyn yksinomaiseksi ohjenuoraksi, mutta se tarjosi filosofista perustaa sille, mitä elämyksellisyys tutkimuksessa tavoittelemassani elämyksellisessä matematiikan opetuksessa voisi tarkoittaa. Perusteellisen harkinnan jälkeen, mutta silloisiin tietoihini ja käsityksiini perustaen, päätin valita elämyksellisen matematiikan opetuksen peruspiirteiksi seuraavat:

1. vuorovaikutuksellisuus
2. kokemuksellisuus
3. havainnollisuus
4. tutkimuksellisuus
5. yhteistoiminnallisuus
6. matematiikan kielinäkökulma.

Tein valinnat työni alkumetreillä vuonna 2005 ja nyt voin katsoa niitä uudella tapaa käyttäen hyväkseni elämyksellisyyden osa-alueita. Edellisessä luvussa tutkin elämyksellisyyttä Aholan (2007) jaotteluun tukeutuen.

Tunteisiin liittyvä elämyksellisyys ilmentää Aholan (2007, 139–143) mukaan mahdollisuutta henkilökohtaisella tasolla kokea ja työstää moninaisia tunteita ja elämäkokemuksia. Tällaisina hän mainitsee koskettavuuden, hämmäntävyyden ja virkistävyyden. Tähän osa-alueeseen liittyy mielestäni valitsemani piirre *havainnollisuus*. Edistyksen kokemiseen liittyvä elämyksellisyys ilmentää Aholan mukaan tarvetta kerätä ideoita, inspiraatiota ja asiantuntijuutta sekä kokea oivalluksia. Hän liittää tähän osa-alueeseen luovuuden ja asiantuntijuuden. Valitsen edistyksen kokemiseen liittyvään elämyksellisyyteen piirteen *tutkimuksellisuus*. Aholalle kehollinen elämyksellisyys ilmentää fyysisiä kokemuksia, liikkumista ja aistimista. Tähän on helppo liittää *kokemuksellisuus*, ei kuitenkaan pelkkänä toiminnallisuutena, enaktiivisuutena. Viimeinen osa-alue, jonka Ahola kuvaa liittyvä henkilökohtaiseen osallisuuteen ja tarpeeseen vastaanottaa ja kommentoida omia kokemuksiaan sekä mahdollisuutta osallistua. Tämä osa-alue on itselleni monisysisempi. Fenomenologisten taustanäkemyksen ja hermeuttisen tulkinnan merkitysten pohjalta valitsin tähän osa-alueeseen piirteet: *matematiikan kielinäkökulma* ja *vuorovaikutuksellisuus*. Osallisuuden vaatimusten täyttymiseksi otin mukaan tähän osa-alueeseen myös kolmannen piirteistäni, nimittäin yhteistoiminnallisuuden. Monta kertaa tutkimukseni aikana olen halunnut vaihtaa sen yhteisöllisyydeksi, joka ehkä paremmin kuvaisi piirteen taustanäkemyksiä, mutta koska olen halunnut käyttää samoja käsitteitä tutkittavieni kanssa koko prosessin ajan, en ole vaihtanut termistöä kesken seuranta-prosessin.

Valittuani elämyksellisen matematiikan opetuksen kuusi piirrettä, pohdin, miten kuvaisin niitä parhaiten niin, että kuvauksissa näkyisi myös piirteen tulkinnan mahdollinen muutos koulutuksen edetessä.

*1. vaihe: Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteiden luonnehdinta lukuvuonna 2005–2006*

Tässä luvussa kuvaan, miten tutkimuksen ensimmäisenä lukuvuonna (vrt. Portaankorva-Koivisto 2007a, 383–385) hahmottelin elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteitä. Jotta lukija saisi mahdollisen autenttisen kuvan siitä, miten monivuotinen seurantatutkimus eteni, kuvaan elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet tässä tarkkaan sellaisina kuin ne lukuvuonna 2005–2006 hahmotin, vaikka omatkin käsitykseni niistä ovat vuosien mittaan osin muuttuneet. Taulukko 1 kuvaa tiivistetysti, millä tavoin elämyksellisyyden ajattelin opetustilanteissa tuolloin voivan toteutua.

**TAULUKKO 1. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteiden luokittelua lukuvuonna 2005–2006 (Portaankorva-Koivisto 2007a, 385)**

	Ensisijaisesti oppilaan työvälineenä			Ensisijaisesti opettajan työvälineenä			
<b>Vuorovaikutuksellisuus</b>	yksilöllinen työskentely	parityöskentely	pienryhmät	demonstraatiot	opetuskeskustelu	esittävä opetus	
<b>Kokemuksellisuus</b>	konkreettiset välineet		simulaatiot esim. tietokoneella		aidot tilanteet		
<b>Havainnollisuus</b>	apukuviot		käsittekartat		taulukot ja kuviot		demonstraatiot
<b>Tutkimuksellisuus</b>	tutkielmat		avoimet tehtävät		tutkimustyöt		induktiivinen työskentely
<b>Yhteistoinnallisuus</b>	rakenteellinen ratkaisu		yksittäinen tuntielementti		tuntisuunnitelman osana		opetussuunnitelman osana
<b>Matematiikan kielinäkökulma</b>	oppilaan merkitykset	oppilaan suullinen	oppilaan kirjallinen	vieraskielinen	opettajan kirjallinen	opettajan suullinen	opettajan merkitykset

Vuonna 2007 julkaistussa artikkelissa pohdin, miten kukin piirre koulutuksen aikana tulisi laajenemaan. Ajattelin tutkittavien tutustuvan piirteisiin taustanaan perinteinen näkemys matematiikan opetuksesta, jossa opettajan aktiivinen rooli on keskeinen. Eri piirteet syvenevät eri tavoin, mutta taso kolme korostaa oppilaan aktiivista tiedonrakentajan roolia ja edellyttää paljon opettajan ennakkovalmisteluja.

1. Vuorovaikutuksellisuus (opettaja–oppilas–oppilaat)

Tasot, aloitteen tekijä ensin mainittuna:

3. oppilaat–oppilaat, oppilaat–oppilas, oppilaat–opettaja

2. oppilas–opettaja, opettaja–oppilas, oppilas–oppilaat

1. opettaja–oppilaat, oppilas–oppilas

Piirre perustuu luokkatilanteen vuorovaikutukseen ja tasoilta toiselle siirryttäessä vuorovaikutus muuttuu yhteisöllisemmäksi.

2. Kokemuksellisuus (konkreettiset välineet, simulaatiot, aidot tilanteet)

Tasot:

3. aidot tilanteet
2. materiaalit, välineet, tietotekniikka apuna
1. oppilas leikkaa, liimaa, taittelee

Kokemuksellisuus sisältää useiden aistien kautta yhtäaikaan saatavia oppimiskokemuksia. Ne voivat olla konkreettisten mallien avulla syntyneitä kokemuksia, joita oppilas voi saada työskennellessään yksinkin, mutta ne voivat olla myös sosiaalisemmassa kontekstissa syntyneitä kokemuksia, kuten tietokonesimulaatiot tai opettajan suunnittelemat aidot oppimistilanteet, kuten ulkona tehtävät mittaukset, erilaiset tilastolliset tukimukset jne.

3. Havainnollisuus (apukuviot, käsitekartat, taulukot, kuviot, demonstraatiot)

Tasot:

3. oppilaan työskentely
2. yhteinen työskentely
1. opettajan työskentely

Havainnollisuus opetuksessa katsotaan usein opettajan työskentelyyn kuuluvaksi ominaisuudeksi, havainnollistamiseksi. Parhaimmillaan se voi kuitenkin olla sekä oppilaan yksin toimimista tai oppilasjoukon työskentelyä. Tällöin havainnollisuuden voidaan laskea kuuluvan yhdessä piirrettävät taulukot ja apukuviot tai käsitekartat. Tässä tasoilta toiselle siirryttäessä käsite laajenee koskemaan kaikkia toimijoita.

4. Tutkimuksellisuus (tutkielmat, avoimet tehtävät, tutkimustyöt, induktiivinen työskentelytapa)

Tasot:

3. induktiivinen työskentely
2. tutkimusprojektit
1. tutkimustehtävät

Oppilaan yksin toteuttamia tutkimuksellisen työskentelyn välineitä ovat tutkielmat ja erilaiset ongelmanratkaisutehtävät, joista monet voivat olla myös avoimia tehtäviä. Tutkimustyöt tai -projektit edellyttävät yleensä pienryhmätyöskentelyä ja induktiivisessa työskentelyssä opettajan vastuu korostuu ja hän pyrkii käyttämään tutkivaa työskentelytapaa koko opetuksessaan. Tasolta toiselle siirryttäessä pitkäjännitteisyys kasvaa ja tutkimuksellinen asenne lisääntyy.

5. Yhteistoiminnallisuus (rakenteellisena ratkaisuna, yksittäisinä elementteinä opetuksessa, tuntisuunnitelman osana, opetussuunnitelman osana)

Tasot:

3. kokonaisvaltaisena työskentelynä
2. oppilaiden työvälineenä
1. yksittäisenä elementtinä

Yhteistoiminnallisuuden syvenemistä (vrt. Kagan & Kagan 2002) tarkastelin sen mukaan, miten ratkaisevasti se oli osa kaikkea työskentelyä. Oppilaan kannalta se on suppeimmillaan vain rakenteellinen ratkaisu, jolloin oppilaat istuvat luokassa esimerkiksi neljän hengen ryhmiin sijoiteltuina. Yhteistoiminnallisuus kokonaisvaltaisena työskentelynä tarkoittaa tilannetta, jossa yhteistoiminnallisuutta hyödynnetään aina tilaisuuden sen salliessa ja laajimmillaan yhteistoiminnallisuus olisi opetussuunnitelmaan kirjattuna tavoitteena tai opetuksen peruseriaatteena.

6. Matematiikan kielinäkökulma (oppilaan merkitykset, suullinen ja kirjallinen esittäminen oppilas ja opettaja, opettajan merkitykset, vieraskieliset merkitykset)

Tasot:

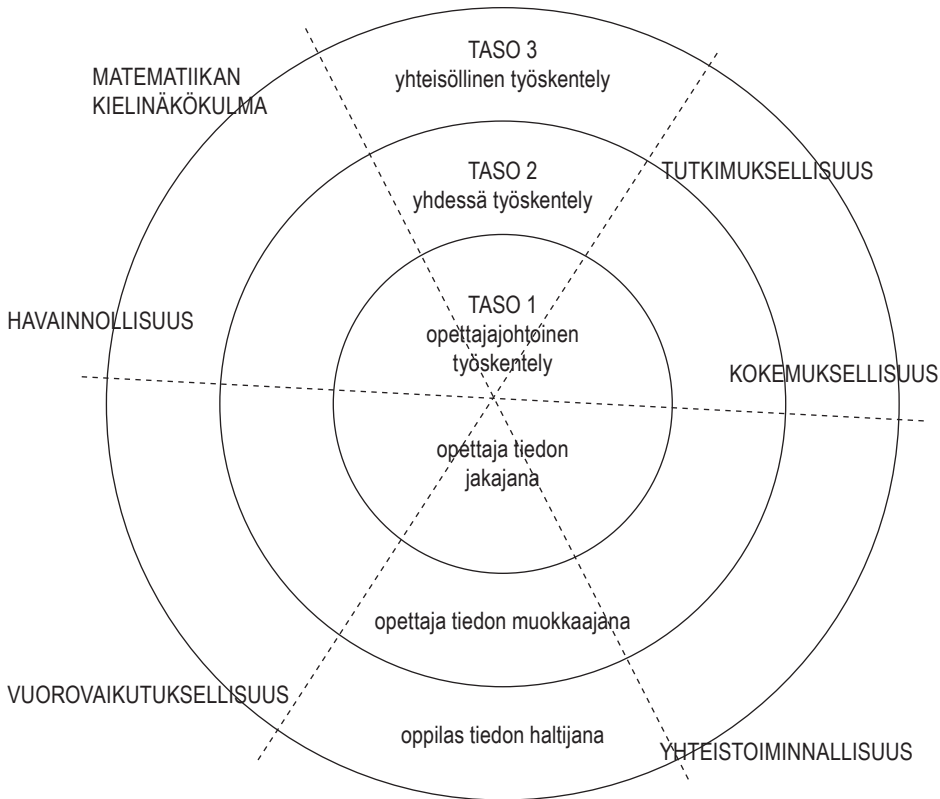
3. merkitykset, syvempi ymmärtäminen
2. opettajan ja oppilaan kielten erot
1. opettajan suullinen ja kirjallinen esitys

Piirre, johon olen liittänyt näkemyksen matematiikasta kielenä, jakautuu eri luokkiin sen mukaan, kuka on toimijana ja otetaanko mukaan kielen sanojen tai käsitteiden merkitykset vai kielen tuottaminen suullisena tai kirjallisena. Olen ottanut mukaan myös vieraskielisen materiaalin käytön osana matematiikan kielen oppimista. Tasoilta toiselle siirryttäessä tässä piirteessä kielen luonne syvenee.

*2. vaihe: Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteiden täsmentyminen lukuvuonna 2006–2007*

Toisena lukuvuonna (vrt. Portaankorva-Koivisto 2007b, 227) näkemys piirteistä työvälineinä, jotka selkeästi näyttäytyvät joko opettajan tai oppilaan työvälineinä, väistyi uuden ryhmittelyn myötä. Modifioin taulukon 1 korostetummin opettamisen näkökulmasta laadituksi. Kukin elämyksellisen matematiikan opetuksen piirre jakautui edelleen selkeästi kolmeen tasoon, joista edellinen aina sisältyi seuraavaan (ks. kuvio 2). Tällä tarkoitin sitä, että opettaja melko todennäköisesti käyttäisi erilaisella intensiteetillä kutakin piirrettä eri tilanteissa. Hän saattaisi käydä opettettavan aiheen läpi jopa käyttäen jokaista tasoa. Ensimmäisellä tasolla (ks. taulukko 2) piirre voidaan havaita opetuksesta, mutta opetus on perinteistä ja melko opettajajohtoista ja kyseisen piirteen rooli on vähäinen. Kyseessä voi olla orientointi uuteen aiheeseen tai motivoiva välipala. Toinen taso on rakenteellinen ja kuvaa siirtymävaihetta ensimmäiseltä tasolta kolmannelle. Kolmannella tasolla opetus on yhteisöllistä ja näkemys oppimisesta on laaja-alaista. Ominaisuus on tavallaan viety äärimmilleen.





KUVIO 2. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet sisäkkäisinä laajenevina tasoina

TAULUKKO 2. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet ja niiden tasokuvaukset lukuvuonna 2006–2007 (Portaankorva-Koivisto 2007b, 227)

Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet	Taso 1	Taso 2	Taso 3
<b>Vuorovaikutuksellisuus</b>	Opettajaohjoinen työskentely, parityö	Yksilöllinen ohjaus, yhdessä työskentely	Yhteisöllinen työskentely, opettajan rooli vähäinen
<b>Kokemuksellisuus</b>	Oppilas leikkaa, liimaa, taittelee	Konkreettisia apuvälineitä, TVT	Aidot tilanteet
<b>Havainnollisuus</b>	Opettaja demonstroi	Yhteinen tiedon jäsentely	Oppilas havainnollistaa itse itselleen
<b>Tutkimuksellisuus</b>	Yksittäisiä tutkimustehtäviä	Tutkimusprojekteja	Tutkiva lähestymistapa
<b>Yhteistoiminnallisuus</b>	Kertaluonteiset yhteistoiminnalliset tehtävät	Käytetty työskentelymuoto	Kokonaisvaltainen yhteistoiminnallinen työskentely
<b>Matematiikan kielinäkökulma</b>	Opettaja matematiikan kielen käyttäjänä	Opettajan ja oppilaiden matematiikan kielten erot	Yhteisten merkitysten löytäminen, oppilas aktiiviseksi kielen käyttäjäksi.

### 3. vaihe: *Piirteiden tasot matematiikan opetuksen paradigmojen ilmentymiksi lukuvuonna 2007–2008*

Tutkimukseni viimeisessä elämyksellisen matematiikan opetuksen kehikossa muokasin tasoista matematiikan opetuksen paradigmojen mukaiset (ks. taulukko 3). Seuraavassa kuvaan tarkemmin, miten paradigmojen valinta vaikuttaa opetukseen. Näin lukijalle selittyy paremmin kehikon taakse kätkeytyvät tutkijan ajatukset.

Psykologi Edward Thorndike (1874–1949) kollegoineen esitti 1920-luvulla, että matematiikkaa opitaan parhaiten toistamalla ja harjoittelemalla. Matematiikan sisällöt ovat hierarkkisia, joten ne on jaettava osiin harkiten, järjestettävä tarkasti ja opetettava huolellisesti ja runsaasti toistaen. (Ellis & Berry III 2005, 8.) Vaikka paljon onkin tapahtunut koulumaailmassa sen jälkeen, yhä vielä nuo periaatteet tuntuvat olevan voimissaan. Voidaan jopa sanoa, että teknologian hyväksikäyttö on yksinkertaisimmillaan tuonut drillausmetodin osin takaisin.

Behaviorismista tuli ensimmäisen maailmansodan jälkeen oppimisen tutkimuksen valtasuuntaus. Thorndike oli eräs sen tunnetuimmista yhdysvaltalaisista tutkijoista. Keskeisempänä ajatuksena oli tutkia oppimista luonnontieteellisen objektiivisuuden näkökulmasta. Behavioristiselle näkökulmalle oli ominaista, että opetuksessa monimutkaisten taitojen ajateltiin koostuvan yksinkertaisemmista osataidoista, jotka sitten yhdistellään monimutkaisemmiksi kokonaisuusiksi. Opetussuunnitelmissa aiheet järjestettiin sekvensseiksi, joissa tätä voidaan toteuttaa. Opetuskäytänteet, jotka nojautuivat behavioristiseen näkökulmaan perustuivat tarkkoihin tuntuunitelmiin, joissa oppilailla oli selkeät tavoitteet. Opettaja esitti asian ja sitä harjoiteltiin tehokkaasti. Oikeat malliratkaisut olivat tärkeitä ja opettajan tuli antaa suoritteista palautetta ja kannustaa oppilaita työskentelemään. (Greeno 1998, 14, 16.) Ellis ja Berry III (2005, 11) käyttävät behavioristisesta näkökulmasta kehitetystä matematiikan opetuksen paradigmasta nimitystä proseduralistis-formalistinen paradigma. Sen mukaan matematiikka on joukko loogisesti organisoituja faktoja, taitoja ja menetelmiä, joita on kehitetty jo satoja vuosia. Se on ihmisen kokemuksen ulkopuolista tietoa ja siksi sitä on vaikea oppia.

Behaviorismin haastajaksi nousi 1950-luvulla kognitiivinen psykologia. Tämän pohjalta syntyi kognitiivinen oppimiskäsitys, johon esimerkiksi Greeno (1998) viittaa. Greenon (1998, 14, 16) mukaan kognitiivisella tasolla oppiminen nähdään erityisesti käsitteellisenä ymmärtämisenä sekä ajattelun ja ymmärtämisen strategioiden kehittämisenä. Muutoksessa keskeisiä ovat rakenteet, skeemat, suhdeverkot ja menettelytavat, jotka tukevat päättelyä. Kognitiiviselle näkökulmalle on ominaista, että huomio kohdistetaan oppilaiden olemassa olevaan tietoon pikemminkin kuin heidän toimintaansa. Kognitiivismin sijaan Enkenberg (2004, 10–11) käyttää käsitettä kognitiivinen konstruktivismi. Kognitiivisessa konstruktivismissa ihmisen tiedon oletetaan olevan tietoa maailmasta ja myös kuvaavan todellisuutta (objektiivinen tietokäsitys). Kognitiivisen konstruktivismin mukaan oppiminen on seurausta kohdatun ristiriidan selvittämisestä. Kognitiivisen konfliktin selvittäminen tuottaa uuden ymmärryksen oppimisen kohteesta ja sen seurauksena oppimista.

Konstruktivismi perustuu kahteen peruseriaatteeseen: (1) oppilas ei ole ympäristöstä välittyvän tiedon passiivinen vastaanottaja, vaan konstruoi sitä itse aktiiv-

visesti ja (2) tietäminen on prosessi, jonka kautta oppilaan kokemusperäinen kuva maailmasta jäsentyy (Kupari 1999, 35). Konstruktivismista on kognitiivisen konstruktivismiin lisäksi useita muita suuntauksia, esimerkiksi ns. radikaali konstruktivismi, situationaalinen konstruktivismi ja sosiokonstruktivismi (vrt. Leino 1997, 41). Radikaalin konstruktivismiin mukaan yksilön tieto rakentuu hänen ainutkertaisten kokemustensa perustalle. Tästä seuraa, että se, mitä ihminen tulee tietämään, on myös ainutkertaista. Objektiivista todellisuutta ei sinällään ole olemassa. Radikaali konstruktivismi määrittelee oppimisen yksilön oman kokemusmaailman uudelleen organisoitumisena (Enkenberg 2004, 10–11). Ellis ja Berry III (2005, 12) käyttävät konstruktivismista nimitystä kognitiivis-kulttuurallinen paradigma. Sen mukaan matematiikka on joukko loogisesti organisoituja toinen toisiinsa kytkeytyneitä käsitteitä, jotka syntyvät ihmisen kokemuksesta, ajattelusta ja vuorovaikutuksesta. Matematiikkaa voivat oppia kaikki, kun se opetetaan kognitiivisesti kytkeytyen ja kulttuurisesti relevantilla tavalla (vrt. Haapasalo 1997, 54 ja Pehkonen 2005, 44–45).

Millaista siis olisi konstruktivistinen opetus? Yleensä ajatellaan, että ei ole olemassa konstruktivistisen opetuksen mallia. Kyse on pikemminkin opettajan aikeista kuin tietyistä toimintamalleista. (Pirie & Kieren 1992, 505–506.) Entä, mikä on opettajan rooli konstruktivistisessä opetuksessa? Opettajat ovat oppilaittensa ajattelun ja ymmärtämisen tutkijoita (D'Ambrosio 2000, 115). Opettaja rakentaa malleja oppilaittensa matematiikasta ja on valmis konstruoimaan tietoaan yhä uudestaan toimiessaan oppilaittensa kanssa (Steffe 2003, 238). Mielenkiintoista on, että Beswick'in (2008) tutkimuksessa opettajat tiesivät hyvin, mitä konstruktivistinen ote matematiikan opetuksessa tarkoittaa, mutta kokivat, että pystyivät vain toisinaan joissakin aiheissa toteuttamaan tätä. Opettajat syyttivät työrauhan puutetta tai oppilaiden motivoitumattomuutta ja olivat sitä mieltä, että opiskelijat eivät keskusteluissaan pysyneet aiheessa. Oppilaiden kokemus oli täysin päinvastainen. (Beswick 2008, 166–167.) Radikaaliin konstruktivismiin liittyy refleksiivisyyden periaate, joka pakottaa meitä opettajina pohtimaan jatkuvasti omaa tietoaamme. Oppilas, joka rakentaa tietoa maailmasta on itse sen maailman osa. (Steffe 2004, 130.) Siten oppiminen on oman elämän järjestämistä. Yksilö on jatkuvassa vuorovaikutuksessa kulttuurinsa kanssa ja tietäminen tai muistaminen ovat pikemminkin hetkellistä, kokonaisvaltaista kokemusten aktivoitumista. (Kupari 1999, 37.)

Usein ajatellaan, että konstruktivismi edellyttää toimintavälineillä työskentelyä ja esimerkiksi oppilaiden keskisiä ryhmäkeskusteluja. Opettajan odotetaan luovan matemaattisiin ideoihin perustuvia aktiviteetteja, joissa oppilaat voivat tehdä havaintoja todellisesta maailmasta ja samaan aikaan luoda mielikuvitusmaailmoita. Näin oppilaat rakentavat matemaattisen tiedon verkostoja ja opettajan tukemana oppivat kuvaamaan niitä matematiikan kielellä. (Swoboda & Tocki 2002, 9.) Pirie ja Kieren (1992, 505–506) kuitenkin toteavat, että matematiikka on lopulta kuitenkin mentaalimalleilla työskentelyä. Ellis ja Berry III (2005, 12) korostavat, että ymmärtääkseen matematiikkaa oppilaiden tulee voida jakaa ensinnäkin kokemuksiaan matematiikasta ja toiseksi kokemuksiaan, jotka voitaisiin kytkeä matematiikkaan. Heidän tulisi voida keskustella kriittisesti siitä, miten matematiikkaa käytetään.

Konstruktivistista otetta toteuttaessaan opettajan on toimittava uskoen siihen, että samaan matemaattiseen ymmärrykseen voidaan päästä monia reittejä pitkin ja jokaisessa aiheessa on olemassa useita, erilaisia ymmärryksen tasoja (alkeellinen tietäminen, mielikuvan tekeminen, mielikuvan omaksuminen, ominaisuuksien huomaaminen, formalisointi, havainnointi, muotoileminen rakenteiksi ja keksiminen). Eikä kaikkia tasoja voida saavuttaa yhdellä kertaa. (Pirie & Kieren 1992, 507–508.) Haapasalo (1997, 63) luonnehtii konstruktivismia siinä määrin moni-ilmeiseksi, että se vaatii opettajalta aivan uudenlaista eksperttityötä kuin pelkkä asioiden hallinta perinteisessä mielessä. Opettajalta vaaditaan herkkyyttä asettua ajattelemaan oppilaiden tavoin ja taitoa kääntää nämä ajattelutavat ja vaikeudet oppilaiden eduksi. Opettajan tulisi erityisesti pohtia, mitkä käsiteltävät asiat ovat oppilaiden henkilökohtaisten, sosiaalisten ja yhteiskunnallisten tarkoitusten kannalta tärkeitä ja missä taas voidaan tyytyä hyvinkin radikaaleihin oppilaiden omiin tulkintoihin. Opettamisen näkökulmasta piilevien uskomusten ja esiymmärryksen esille saaminen ja niihin vaikuttaminen osoittautuvat tärkeiksi. Oppimisen kannalta sen sijaan keskeisiä ovat merkitykset (Leino 1993, 11). Yrjönsuuri ja Yrjönsuuri (1997, 115) toteavat, että ”matematiikan oppimisen saavat aikaan kaksi tekijää: matemaattiset kokemukset ja niiden refleктоiminen”.

Situationaalisen konstruktivismin, sosiokonstruktivismin ja sosiokulttuurismin taustalla on sosiaalipsykologia. Greenoa (1998, 14, 17) seuraten situatiivisen oppimisen tasoa kuvaa oppimisen näkeminen tehokkaana osallistumisena tutkivaan ja vuorovaikutteiseen työskentelyyn, jossa konstruoidaan käsitteiden merkityksiä ja hyödynnetään hankittuja taitoja. Situationaalisessa konstruktivismissa oppiminen etenee kohti tilannetta, jossa on olemassa useita eri tilanteista syntyneitä perusteltuja tulkintoja ja kulloinenkin tilanne määrittelee, mikä on relevantti. Sosiokonstruktivistisen tiedonkäsityksen mukaan tieto on yksilön ja häntä ympäröivän sosiaalisen yhteisön rakentamaa. Silloin kielellä on oleellinen merkitys. (Enkenberg 2004, 11.) Kun oppilas kehittää matemaattista ymmärrystä, se on aluksi kiinni siitä kontekstista, jossa se on opetettu, jopa käytetyistä esimerkeistä tai selityksistä. Vasta täysin kehittynyt ymmärrys ei enää ole kiinni tietyistä esimerkeistä ja opettajan lähestymistavasta, vaan se on sosiaalistumista matematiikan kulttuuriin ja aiheen laajempaan käsitteistöön. (Rowlands 2000, 549.)

Sosiaalisen konstruktivismin mukaan matematiikka on sosiaalinen konstruktio. Matematiikan totuuksia säätelevät siis kieli, sen säännöt ja sopimukset. Sosiaalisella konstruktivismilla on siis fallibilistinen lähtökohta. Se olettaa, että matemaattinen tieto ja käsitteet kehittyvät ja muuttuvat. Tarvitaan siis sosiaalinen yhteisö, jotta yksilön subjektiivinen matemaattinen tieto voi muuttua julkiseksi, objektiiviseksi, matemaattiseksi tiedoksi. (Ernest 1991, 43.)

Engeströmin (2004, 59, 61–63) kehittämässä ekspansiivisen oppimisen mallissa yksilö nähdään holistisena kokonaisuutena. Yksilön ja yhteisön väliset ristiriidat ovat oppimisen voimavaroja, jotka antavat mahdollisuuksia saada tietoa organisaation toiminnasta ja siitä, mihin toiminnan kehittämistä tulisi kohdistaa. Ekspansiivisen oppimisen yhteydessä ristiriidat tulkitaan usein yhteisöllisiksi, kun taas kognitiiv-

visessa oppimiskäsityksessä ristiriidat ovat yksilön henkilökohtaisia.

Onko paradigmalla merkitystä? Sosiaalisessa konstruktivismissa ristiriidat ilmenevät vuorovaikutustilanteissa, kun opettajat suunnittelevat aktiviteetteja, jotka ruokkivat oppilaitten tiedon kasvua ja haastavat heitä keskusteluun, joka hipoo heidän tietonsa rajoja. (Morrone ym. 2004, 20.) Morroneen tutkimusryhmän tutkimus, joka kohdistui luokanopettajien matematiikan opintoihin, tuki näkemystä, että sosiokonstruktivistinen luokkatyöskentely parhaimmillaan kehittää oppijoiden matemaattista ajattelua. Tutkimuksessa opiskelijoiden autonomia lisääntyi; he saivat itse ratkaista, olivatko heidän matemaattiset ratkaisunsa oikeita. Opettajan vaikutus puolestaan väheni, sillä hän ei ollutkaan ainoa henkilö määrittelemään ratkaisun arvoa. (Morrone ym. 2004, 20, 27, 34.)

Tzur ym.:n (2001) raportoimassa yhden opettajan tapaustutkimuksessa opettajan työskentelyssä identifioitiin kolme erilaista opetuksen perspektiiviä: perinteinen opetus, havaintoihin perustuva opetus ja käsityksiin perustuva opetus. Perinteistä opetusta voidaan kuvata opettajan yrityksenä siirtää matemaattisia ideoita oppilailleen. Käsitys matematiikasta on tällöin platoninen; tieto on objektiivista ja odottaa jossain ulkopuolella keksimistään. Tutkimuksessa kuvattua toista, havaintoihin perustuvaa opetusta, yhdistää edelliseen juuri tämä käsitys matematiikasta. Erona on se, että tämän näkemyksen mukaan oppilaat tulkitsevat ja hahmottavat matemaattiset käsitteet ja niiden väliset yhteydet oman kokemuksensa kautta. Opettajan ei siis tule suoranaisesti siirtää tietoja, vaan järjestää olosuhteita, joissa näin voisi tapahtua. Kolmas käsitteisiin perustuva opetus perustuu käsitteiden mukauttamisen ideaan. Ihminen voi lähestyä todellisuutta vain kokemuksensa kautta ja näin muodostaa käsitteistä verkkoja. (Tzur ym. 2001, 247–249.) Vastaavaa kolmijakoa on käyttänyt myös Escudero ja Sánchez (2007, 88–89, 102). Heidän tutkimuksessaan opettaja piti matematiikkaa loogisten faktojen ja niiden välisten yhteyksien verkostona. Johdonmukaisesti hän yritti saada oppilaansa näkemään hänelle itselleen niin ilmeiset yhteydet ja masentui, kun oppilaat eivät tunnistanee samaa yhteyksiä. Niinpä hän pyrki muokkaamaan opetustaan suuntaan, jota yhteyksien näkeminen edellyttäisi.

Edellä kuvatuissa tutkimuksissa voitiin havaita yhtäältä se, että käsitykset matematiikasta, sen opettamisesta ja oppimisesta vaikuttavat merkittävästi opettajan työskentelytapoihin (Tzur ym. 2001, 227). Toisaalta opettajan työssä kehittymisessä on keskeistä se, miten hyvin hän osaa tulkita ja tunnistaa oppilaiden oppimisen vaikeuksia ja huomioida sen työskentelyssään (Escudero & Sánchez 2007, 87). Enkenberg (2004, 9) pohtii, onko opettajia ryhdytty arvottamaan sen perusteella, millaiseen opetusfilosofiaan he sitoutuvat. Hänen mukaansa on yleistymässä ajattelu, jonka mukaan hyvät opettajat ovat konstruktivisteja ja vastaavasti huonot behavioristeja. Samoin on alettu luokitella oppimateriaaleja. Voitaisiin kai kuitenkin todeta, että opettajan ammattitaitoa on tietää, mitä opetusfilosofiaa hän kulloinkin toteuttaa, mikä niistä on hänelle omin ja mitä seurauksia sen valinnasta on hänen työskentelylleen.

Opettajan oppimiskäsityksellä on epäilemättä merkitystä. Useasti opettaja soveltaa luokkatyöskentelyä suunnitellessaan eri oppimiskäsityksiä, joskin sitä mah-

dollisesti itse tunnistamatta. Tutkimukseni elämyksellisen matematiikan opetuksen kehikko voi olla nuoren opettajan reflektoinnin välineenä hänen pohtiessaan opetuksensa taustalla olevia valintoja. Toisaalta kehikko voi toimia myös opettajankouluttajan tai ohjaavan opettajan tukena hänen kehittäessään työtään. Tässä merkityksessä olen käyttänyt sitä itsekin. Elämyksellisyys siis viihtyy paradigmojen viidakossa. Jokaisen paradigman alle voidaan irrottaa elämyksellisen opetuksen piirteitä ja opetuksessaan kokenut opettaja osaa taitavasti liikkua kehikon eri soluisa käyttäen hyväkseen oppilaantuntemustaan ja aineenhallintaansa ja valiten aina kulloiseenkin tilanteeseen sopivimman tavan työskennellä.

Lopuksi haluan nostaa esiin vielä yhden opetuksen suunnittelun ja sitä pohjaavien valintojen taustalla vaikuttavan näkemyksen, jota ei sinänsä voida katsoa paradigmaattiseksi, nimittäin opetuksen demokraattiset tavoitteet. Ball ym. (2005, 3–4) ovat pohtineet hyvää opetusta demokraattisten tavoitteiden näkökulmasta. Ensinnäkin on tärkeää, että opettaja on herkkä kuuntelemaan oppilaittensa ideoita ja kykenee monikulttuurisessa luokkayhteisössä kiinnittämään erityistä huomiota matematiikan kieleen ja sen eroihin arkikielestä. Toiseksi Ball ym. toivovat opettajan kiinnittävän huomiota ns. arkielämän tehtäviin ja kysymään itseltään, kenen arkielämään ne liittyvät. Kolmanneksi he muistuttavat, että matematiikan välineillä voidaan tutkia ja analysoida kriittisesti taloudellisia, poliittisia ja sosiaalisia epäkohtia tai tutkia erilaisia tulkintoja ja vaihtoehtoja (vrt. 'mathemacy' ja Alrø & Skovsmose 2002, 259–260). Ball ym. (2005, 4) viittaavat matematiikan antamiin mahdollisuuksiin tutustua omaan kulttuuriperintöön, ymmärtää ja arvostaa erilaisia traditioita, arvoja ja kontribuutioita. Matemaattisissa keskusteluissa opitaan ratkomaan ristiriitoja ja arvostamaan toisten näkökulmia, ei äänekkäästi, vaan osuvilla argumenteilla.

Kun kaikki tarvitsemani aineisto oli koossa ja saatoin nähdä tutkittavien yksilölliset polut, päätin säilyttää ne ja tein lopullisen analyysin uudestaan. Tässä vaiheessa elämyksellisen matematiikan opetuksen taulukkokin täsmentyi. Jotta lukijalle näyttyisi oma kasvuprosessini tutkijana, jätin aiemmat vaiheet näkyville raporttiin. Ne ovat autenttisia sekä vuoden 2006 (Portaankorva-Koivisto 2007a) että vuoden 2007 (Portaankorva-Koivisto 2007b) artikkeleissani. Viimeisessä taulukossa (ks. taulukko 3) tasot ovat vaihtuneet matematiikan opetuksen paradigmoiksi. Ne kuvaavat toisaalta matematiikan opetuksen muutosta tai tarkemmin muutoksen tavoitteita, mutta myös yksittäisen matematiikan opettajan kasvuprosessia kohti haasteellisia työtapoja ja syvempää oppilaantuntemusta. Toki kokenut opettaja myös valikoi kuhunkin opetustilanteeseen ja oppimisympäristöön aina sopivimman tavan työskennellä.

**TAULUKKO 3. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet ja niiden tasokuvaukset sellaisina kuin ne hahmotin tiedonkeruuvaiheen päättyessä 2008**

Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet	Taso 1 Perinteinen oppimiskäsitys	Taso 2 Konstruktivistinen oppimiskäsitys	Taso 3 Sosio-konstruktivistinen oppimiskäsitys
<b>Vuorovaikutuksellisuus</b>	Opetuksessa käytetään opettajajohtoista työskentelyä tai parityötä.	Oppimista kuvaa yksilöllinen ohjaus, yhdessä työskentelyn kulttuuri.	Oppimisprosessi rakentuu yhteisöllisen työskentelyn pohjalle, jossa opettajan rooli on vähäinen. Tavoitteena on dialogi ja osallisuus matemaattisen yhteisön jäsenenä.
<b>Kokemuksellisuus</b>	Oppilas käyttää toimintamateriaaleja; esimerkiksi leikkaa, liimaa tai taittelee yksin ja opettajan tarkoin ohjeistamana.	Käytetään konkreettisia apuvälineitä, myös tieto- ja viestintätekniikkaa. Oppilaalla on itsellään tilaa kehittää ideoitaan ja opettaja on ohjaamassa työskentelyä.	Keskiössä ovat aidot tilanteet. Opettajan rooli on muuttunut vähäisemmäksi. Oppilaat tekevät itsenäisiä tutkimuksia, keräävät ideoita ja toimivat koko kehollaan kokonaisvaltaisesti.
<b>Havainnollisuus</b>	Opettaja demonstroi, oppilaat seuraavat.	Jäsennellään tietoa yhdessä, tehdään ajatuskartoja, kuvioita ja taulukoita.	Oppilas havainnollistaa matemaattisia tilanteita itse itselleen. Tavoitteena on esteettisyys, virkistävyys ja luovuus.
<b>Tutkimuksellisuus</b>	Opettaja käyttää yksittäisiä tutkimustehtäviä opetuksessaan.	Oppimiseen liitetään tutkimusprosesseja, jotka ovat pitkäkestoisempia ja edellyttävät yhteistyötä.	Oppimisprosessissa käytetään tutkivan lähestymistavan näkökulmaa. Oppilailla on tilaisuus kerätä inspiraatiota, asiantuntijuutta ja kokea oivalluksia.
<b>Yhteistoiminnallisuus</b>	Käytetään kertaluonteisia yhteistoiminnallisia tehtäviä.	Usein käytetty työskentelymuoto.	Opettaja on suunnitellut työskentelyn yhteistoiminnalliseksi, jossa oppilaat kokevat yhteisöllisyyttä.
<b>Matematiikan kielinäkökulma</b>	Keskiössä on opettaja matematiikan kielen käyttäjänä ja hänen suullisen ja kirjallisen kielensä tarkkuus.	Oppimisessa otetaan huomioon opettajan ja oppilaiden matematiikan kielten erot.	Keskeistä on yhteisten merkitysten löytäminen ja saada oppilas aktiiviseksi matematiikan kielen käyttäjäksi. Tavoitteena on, että oppilas näkee matematiikan merkityksen kulttuurissa ja oppii toimimaan matemaattisen yhteisön jäsenenä.

Silfverberg (2006, 89–90; 2007, 391, 395) on pohtinut paradigman vaihdoksien vaikutusta matematiikan opetuksen vaihtoehtoisin toimintakulttuureihin. Hän esittää jatkumon, joka koostuu viidestä eri opettamisen kulttuurista: (1) esittävä opetus, (2) kyselevä opetus, (3) itseohjautuva oppiminen, (4) ryhmäytyvä oppiminen ja (5) ongelmakeskeinen oppiminen, joissa toteutuu siirtymä behaviorismista yksilökonstruktivismiin ja edelleen sosiokonstruktivismiin. Silfverbergin mukaan paradigmaattiseen muutosprosessiin liittyy tunnusomaisesti opettajakeskeisyyden väheneminen

ja oppilaskeskeisyyden lisääntyminen, yhteisöllisyyden merkityksen korostuminen, oppijan autonomisuuden kasvu ja oppijan valtaistuminen päättämään, suunnittelemaan, reflektoidaan ja arvioimaan omaa oppimistaan. Silfverberg kuvaa matematiikan opetuksen kulttuurin mahdollisia muutoksia matriisilla, jossa erityisesti kolmea keskeistä opetuksellista ratkaisua tarkastellaan samanaikaisesti. Ensinnäkin kuka/ ketkä oppimisprosessissa ovat aktiivisina toimijoina, toiseksi kuka/ ketkä ovat sen ensisijaisia päätöksentekijöitä ja kolmanneksi, millainen rooli oppimisprosessissa teknologialla on.

Esittävässä opetuksessa oppija on passiivinen vastaanottaja ja opettaja päätöksentekijä, joka valitsee tavoitteet, materiaalit ja menetelmät. Kyselevässä opetuksessa opettajan rooli on sama kuin edellisessä, mutta oppija on aktiivinen. Itseohjautuvassa oppimisessä oppija on itse aktiivinen myös päätöksentekijänä. Ryhmytyvässä oppimisessä oppija on päätöksentekijä, mutta oppijatiimi on aktiivinen toimija. Viimeisessä ongelmakeskeisessä oppimisessä oppijatiimi on sekä päätöksentekijä että myös aktiivinen toimija. (Silfverberg 2006, 93–95.) Paradigman muutos näkyy aina myös luokkakäytänteissä, toteavat Kieran ym. (2001, 1).

Opettaja voi toimia elämyksellisen matematiikan opetuksen lähtökohdista käsin myös opettaessaan opettajajohtoisesti. Tällöin opetuksen kuusi piirrettä vain saavat eri näkökulman kuin konstruktivistisessä tai sosio-konstruktivistisessä opetuksessa. Opettaja voi myös vaihtaa tasoa aina oppilasryhmän kehitysvaiheen, opettettavan sisällön ja kontekstin mukaan (vrt. Yrjönsuuri & Yrjönsuuri 1997) sekä mahdollistaakseen oppijoille kokemuksia konkreettisista materiaaleista ja vuorovaikutuksesta toisten kanssa (vrt. Burns 1990). Näin elämyksellisistä lähtökohdista käsin toimiva matematiikan opettaja tasolla 1 toteuttaa opetuksessaan kaikkia piirteitä, mutta opettajajohtoisesti, tasolla 2 oppijalähtöisesti ja tasolla 3 oppijatiimilähtöisesti (vrt. Silfverberg 2007).

Muotoilemani kolme tasoa ovat tavallaan sisäkkäisiä Greenon (1998, 14, 16–17) esiintuomaan tapaan. Kolmas situatiivisen perspektiivin taso sisältää kaksi edellistä, behavioristisen ja kognitiivisen tason, kun mallia käytetään ensisijaisesti opetusikäntöjen kuvaamiseen. Taitojen omaksumisen ja käsitteellisen ymmärtämisen katsotaan olevan arvokkaita lisiä situatiiviseen oppimiseen.

Ensimmäisen elämyksellisen matematiikan opetuksen taso eli perinteisen opetuksen taso on tulkintani mukaan yhdistelmä Silfverbergin (2006) erottelemista opetuskulttuureista (1) ja (2). Oppija, mutta tässä myös opettaja, ovat aktiivisia toimijoita, kuitenkin niin, että opettaja yksin on päätöksentekijä. Toinen taso, konstruktivistinen taso, on yhdistelmä Silfverbergin opetuskulttuureista (2) ja (3). Oppijan ja opettajan roolit lähenevät toisiaan. Taso kolme, sosio-konstruktivistinen taso, on yhdistelmä Silfverbergin opetuskulttuureista (3) ja (4). Nyt opettajan rooli on vähimmillään ja oppijat toimivat enemmän yhdessä. Silfverbergin käyttämä 'tiimi'-sana ei kuitenkaan ehkä vastaa tällä tasolla kuvattua yhteistyötä. Viimeistä opetuskulttuuria (5) ei omassa kehikossani ole. Syy siihen, miksi varsinainen tiimityö ja ongelmakeskeinen oppiminen jäävät pois, liittyy lähinnä kuviteltujen oppijoiden ikään. Olen kehittänyt elämyksellistä matematiikan opetusta mielessäni peruskoulun oppilaat.



Lyhyesti kiteytettynä opettajan rooli toimijana ja päätöksentekijänä vähenee tasolta toiselle mentäessä ja oppilaan rooli taas vahvistuu.

Paradigman muutos tuo tullessaan myös muutoksen sanastoon, jolla oppimisprosessia kuvataan. Yksilökonstruktivismiin mentaalimalleista, virhekäsityksistä ja kognitiivisista konflikteista muokkautuu sosiokonstruktivismiin aktiviteetteja, vuorovaikutuksen muotoja ja kommunikaatiokatkoksia. (Kieran ym. 2001, 1.) Silti koko ajan katsotaan yhtä ja samaa ilmiötä: ihmisten välistä kommunikaatiota. Kommunikaatiota ei voi olla ilman yhteisöä, vaikka väliaikaisesti toimija olisikin yksin. (Kieran ym. 2001, 10.) Paradigman valintaa ohjaa opettajan käsitys oppilaan autonomisuudesta ja siitä, miten paljon oppilaan odotetaan ottavan vastuuta oppimisestaan ja ajattelevan itsenäisesti. Opettajan valintojen takana on myös tieto oppilaiden aikaisemmasta tiedosta ja kokemuksista ja hän valitsee aktiviteetteja niiden mukaisesti. Opettaja tietää, miten tottuneita oppilaat ovat työskentelemään yhdessä, neuvottelemaan, väittelemään ja rakentamaan yhteisymmärrystä ja kokenut opettaja voi myös ottaa huomioon oppilaittensa yksilölliset erot matematiikan oppijoina. (Beswick 2008, 161–162.) Elämyksellisessä matematiikan opetuksessa opettaja tekee valintoja lähestymistapojen mukaan niin kuin kulloinkin katsoo parhaimmaksi. Tärkeintä on, että hänellä on aidosti mahdollisuus valita ja hänen ammattitaitonsa kattaa kaikki edellä kuvatut opetuksen aspektit.

## 5 Opettajan ammatillinen kasvu

Kun pohdin omaa ammatillista kasvuani matematiikan opettajana, eniten minua ovat kasvattaneet nuoret välittömyydellään, oikeaan hetkeen osuneet täydennyskoulutuskurssit ja oma uteliaisuuteni ja vaihtelunhaluisuuteni, joka on estänyt minua tekemästä asioita samalla tavalla vuodesta toiseen. Opettajan ammatti oli jo toinen ammattini ja olin ehtinyt tehdä täysin toisenlaista työtä lähes kymmenen vuotta. Lapsemmekin olivat jo lähes kouluikäisiä, kun palasin yliopistoon päättämään tutkintoni. Ehkä opettajankoulutus osuikin kohdallani hyvään ajanjaksoon, sillä sen merkitys tulevalle uralleni oli keskeinen, ei vain ammatillisen pätevyuden näkökulmasta, vaan koko opettajuuden näkökulmasta.

Tähän lukuun olen koonnut opettajan ammatilliseen kasvuun liittyviä keskeisiä käsitteitä kuten opettajuus professiona, opettajan ammatillinen kasvu ja opettajan ammatillinen identiteetti. Seuraavissa luvuissa jaottelen ammatilliseen kasvuun kytkeytyviä tekijöitä kasvuprosessin eri vaiheiden mukaan ja tarkastelen lähemmin kullekin vaiheelle tyypillisiä kasvun piirteitä.

Opettajuus on **professio**, jonka tekijöinä voidaan pitää oppiaineen sisällön ja oppimisen edistämistä tukevien toimien hallintaa, eettistä päämäärää, tulevaisuushakuisuutta, yhteistyötaitoja ja halukkuutta itsensä ja työnsä jatkuvaan kehittämiseen. (Nevalainen & Kimonen 2005, 183.) Opettajuus määräytyy kussakin ajassa ja tietysti yhteiskunnallisessa tilanteessa, joissa kytkeytyvät traditio ja edistys, jatkuvuus ja muutos (Korpinen 2005, 231).

**Opettajan ammatillinen kasvu** on ajan myötä tapahtuvia muutoksia aloittelevan opettajan toiminnassa, tiedoissa, mielikuvissa, uskomuksissa ja käsityksissä. (Kagan 1992b, 131.) Opettajankoulutuksen tulisi tukea opettajaopiskelijaa, jotta hän saa tietoa oppilaista, oppii käyttämään tätä tietoa muokatakseen kuvaa itsestään opettajana ja kehittää rutiineja, joilla yhdistää luokan hallinnan ja opetuksen. Useimpien tutkimusten mukaan opettajankoulutusohjelmat epäonnistuvat tässä, mutta opettajan ammatillinen kasvu jatkuu läpi koko hänen työuransa. (Kagan 1992b, 133, 142.) Opettajan ammatilliseen kasvuun vaikuttavat Pehkosen ja Törnerin (1999, 267) mukaan erityisesti kokemukset opettajana ja kokemukset oppijana. Kokemuksiin opettajana Pehkonen ja Törner sisällyttävät ensinnäkin toisten ihmisten, kuten oppilaiden, omien lapsien, sukulaisten lasten ja oppilaiden vanhempien vaikutukset opettajaksi kasvuun. Toiseksi kokemuksiin opettajana vaikuttavat instituutiot ja

auktoriteetit kuten eri kouluasteet, koulujen hallinto, luokanopettajana tai -valvojana toimiminen, yhteistyö kollegoiden kanssa ja yhteiskunnalliset muutokset. Kokeimuksia oppijana ammatissaan kehittyvä opettaja saa opettaja-ohjaaja-suhteessa tai erilaisissa työryhmissä työskennellessään. Ammatillista kasvua tukevat myös täydennyskoulutuskurssit, jatko-opinnot yliopistoilla, matematiikan opetuksen konferenssit ja alan kirjallisuus.

**Opettajan ammatillista identiteettiä** luonnehditaan kirjallisuudessa monella tavalla. Ammatillinen identiteetti voidaan nähdä psykologisena tai sosiaalisena konstruktiona (Laine 2004, 25). Psykologisesta näkökulmasta kuvattuna ihminen etsii vastauksia minuuteen liittyviin kysymyksiin, elämän tarkoitukseen ja merkitykseen (Silkelä 1999, 124). Sosiaalisesta näkökulmasta käsin ihmisen identiteetti rakentuu sosiaalisessa vuorovaikutuksessa (vrt. Volman & Dam 2007). Krzywacki (2009, 18) on määritellyt opettajaidentiteetin muotoutumisen sosiaalipsykologisessa viitekehysessä joustavaksi ja dynaamiseksi kehitysprosessiksi.

Tutkimuksessani en tarkoituksellisesti käytä käsitettä ammatillinen identiteetti, vaan puhun mieluummin opettajaksi kasvusta. Tällöin rajaan kasvuprosessin kuitenkin ammatilliseen kasvuun, joka sopii tutkimukseni narratiiviseen otteeseen. Narratiivisen tutkimuksen näkökulmasta kulttuuri muovaa tiedollisia ja kielellisiä prosessejamme, jotka sitten ohjaavat elämäntarinoittemme kertomista. Tarinoisamme jäsenämme kokemuksiamme ja järjestelemme mielekkäästi tapahtumia, joissa olemme olleet osallisina. (Bruner 2004, 694.) Ammatillisuutta ei voidakaan erottaa ihmisen kokonaisvaltaisesta kasvuprosessista. Heikkinen (2004, 181) kuitenkin toteaa, että opettajan pedagoginen tieto on luonnostaan narratiivista ja siksi se on luontevaa esittää tarinoiden muodossa. Doyle ja Carter (2003, 135) nostavat narratiivit esiin välineinä, joilla opettajaksi opiskeleva löytää kielen, jolla kuvata kokeimuksiaan luokassa. Tutkimuksessani seuran opettajaksi kasvua tarinoiden välityksellä, en autenttisesti havainnoimalla, ja tämä opettajan työlle ominaisen sanaston kehittyminen tulee hyvin esiin aineistossa.

Tässä tutkimuksen teoreettisessa viitekehysessä olen jakanut opettajan ammatillisen kasvun kolmeen osa-alueeseen perustuen Laineen (2004, 234) jaotteluun. Hänen mukaansa opettajan ammatillinen kasvu rakentuu (1) opettajan omassa **itsessään ja hänelle itselleen elämässä** tärkeiden asioiden, (2) **opettajankoulutuksessa** tärkeiksi koettujen asioiden sekä (3) **opettajan ammatissa** tärkeiksi koettujen asioiden pohjalle. Seuraavissa luvuissa pohdin opettajaksi kasvun kysymyksiä tähän jaotteluun perustuen. Olen pyrkinyt avaamaan lukijalle mahdollisimman rikkaan ja moniulotteisen kuvan tutkimukseeni perustavasta opettajan ammatillisesta kasvusta.

## 6 Opettajan hänelle itselleen elämässä tärkeiden asioiden merkitys opettajaksi kasvulle

Hakeutuminen opettajauralle on valinta, johon vaikuttavat opettajaopiskelijan omat ominaisuudet ja taidot, läheisten näkemykset ja käytännölliset syyt (vrt. Lortie 1975, 25–54). Laineen tutkimuksessa (2004, 232) merkityksellisiksi asioiksi ennen koulutukseen tuloa nousivat omat lapsuudenaikaiset koulukokemukset, opettajaideaalit, omien vanhempien mielipide ja tuki, perheen arvot tai oma perhe, uskonnollisuus tai oma eettinen arvomaailma, sekä yhteiskunnalliset arvot, kuten ihanne kunnan kansalaisuudesta. Almiala (2008, 108–118) lisää näihin ammatin tuttuuden perheessä, lapsuuden ja nuoruuden kokemukset koulusta, kuten halun opettaa, harrastuneisuuden esimerkiksi musiikkiin, kuvataiteisiin tai liikuntaan ja lapsista pitämisen. Jotkut hakeutuivat uralle sattuman kautta, joillekin se oli yksi useista vaihtoehdoista, jotkut halusivat opettajiksi ulkoisista tai käytännöllisistä syistä kuten työpäivien pituuden ja työolosuhteiden takia. Joillakin oli sisäinen tarve kehittää koulua.

Opettajan ammatillisia arvoja voidaan Chinin ja Linin (2000, 93) mukaan tarkastella joko koulukulttuurin näkökulmasta tai pedagogisesta näkökulmasta. Pedagogisesta näkökulmasta katsottuna ammatilliset arvot voivat liittyä oppilaan voimaantumiseen, opitun vahvistamiseen ja oppilaan tarvitseman tuen huomioimiseen. Kun keskiöön nostetaan itse oppiaine matematiikka, ammatillisiksi arvoiksi voidaan lukea oppiaineen hyöty ja käytännöllisyys. Matematiikan opettamisen näkökulmasta voidaan tarkastella, miten opettaja kehittää oppilaan matemaattisia tietoja ja taitoja.

Jotkin opettajaksi opiskelua edeltävät käsitykset hyvästä opettajuudesta suuntaavat myöhemmin opettajaksi kehittymistä. Laine (2004, 134–147) mainitsee tällaisiksi käsityksiksi käsitykset didaktisesta osaamisesta: oppiaineen ja opetusmenetelmien hallinnasta, oppimistuloksista ja oppilaantuntemuksesta. Keskeisiä ovat myös käsitykset oppilaskeskeisyydestä, tavoitteellisuudesta ja suunnitelmallisuudesta sekä ilmapiiristä, yhteistyöstä, innokkuudesta kokeilla uusia asioita ja koulun kehittämistä (vrt. myös Petrou 2008, 115–116).

Yleensäkin opettajan kasvua voidaan tarkastella käsitysten muuttumisena. Käsitysten määrittely on kuitenkin hankalaa ja määrittelyjä on monenlaisia (McLeod & McLeod 2002, 117–120). Wedege ja Skott (2007, 2) esittävät, että uskomukset, asenteet ja tunteet voidaan järjestää intensiteetin mukaan edellä lueteltuun järjestykseen, jolloin tunteet ovat intensiteetiltään voimakkaimpia. Pysyvyyden suhteen järjestys on käänteinen. Tunteet ovat siis voimakkaita ja vaihtuvat nopeasti, uskomukset intensiteetiltään alhaisia, mutta pysyviä. Jos tutkija valitsee käsitysten sijaan näkemykset, ne sisältävät Wedegen ja Skottin mukaan sekä uskomukset että asenteet. Tässä tutkimuksessa käsitykset nähdään Lindgreniä (1995, 14) mukaellen sekä tietoisina että tiedostamattomina uskomuksina, merkityksinä, näkemyksinä ja mielikuvina. Oppimiseen ja opettamiseen liittyvät käsitykset ovat läheisesti kytköksissä luokkatyöskentelyyn. Ne muokkaavat matematiikan opetusta ja jotta niitä voidaan muuttaa, se edellyttää luokkakäytänteiden muuttamista (Barkatsas & Malone 2005, 73; vrt. myös Nisbet & Warren 2000, 44–45 ja Kaasila 2007, 382).

Matematiikan opetuksessa tärkeä käsitys on käsitys matematiikan luonteesta (vrt. Kupari 1999). Muita tärkeitä käsityksiä ovat käsitykset matematiikan oppimisesta ja opettajan roolista matematiikan opetuksessa ja sen kehittämisessä (Beswick 2007, 114–116). Beswick (2009, 160) lisää tähän, että opettajaopiskelijan ristiriitaiset käsitykset matematiikasta tieteenalana ja matematiikasta kouluaineena vaikuttavat hänen käsityksiinsä matematiikan opettamisesta. Monet edellä mainituista käsityksistä ovat syntyneet jo opettajaopiskelijoiden omana kouluaikana (vrt. Kagan 1992b). Perger (2008, 105, 108–110) listaa alakouluikäisten oppilaiden näkemyksiä matematiikan ideaaliopettajista kahteen kategoriaan: ensinnäkin opettajan henkilökohtaisiin ominaisuuksiin kuten omaan innostukseen ja kykyyn tehdä matematiikasta kiinnostavaa ja haastavaa myös oppilaille. Toiseksi oppimista tukevan oppimisympäristön luomiseen, jossa oppilaat voisivat tuoda esiin ideoitaan ja perusteluitaan sekä työskennellä pienryhmissä kaikessa rauhassa keskenään jutellen. Opettajaksi hakeutuvien kokemukset hyvistä opettajista ovatkin muokanneet heidän käsityksiään matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta.

Kaasilan (2000, 98) tutkimuksessa matemaattisten elämäkertojen analysoinnilla selvitettiin, mitä merkitystä keskeisillä kouluajan matematiikan oppimiskokemuksilla oli opiskelijan matematiikan opetukseen liittyviin käsityksiin. Tutkimukseen osallistuneista luokanopettajaopiskelijoista kaksi kolmasosaa oli menestynyt matematiikassa hyvin ala- ja yläkoulussa, mutta lukiossa kiinnostus oli vähentynyt tai loppunut kokonaan. Kriittisinä tekijöinä kouluaikaisen kiinnostuksen ylläpitämiseen olivat opettaja ja opiskelijan oma oivallus. (Kaasila 2000, 54–56.) Alkukyselyyn osallistuneista 85% kuvaili opetusmenetelmiä, joita heidän oma opettajansa oli käyttänyt, opettajakeskeisiksi. Kyselevää, oppijakeskeistä opetusta oli saanut ainoastaan 10 %. (Kaasila 2000, 60–61.) Opiskelijat näkivätkin matematiikan laskutaitona, jossa korostui sääntöjen ja kaavojen muistaminen ja täsmällisyys (Kaasila 2000, 76). Tällaiset koulukokemukset saattavat selittää, miksi koulutukseen hakeutuvilla nuorilla opettajaopiskelijoilla on matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta hyvin

kapea ja usein tunnepitoinen mielikuva. Hodgen ja Askew (2007, 483) ovatkin todenneet tutkimuksissaan, että emotionaalisiin näkemyksiin matematiikasta voidaan vaikuttaa vain antamalla opettajille myöhemmin tilaa pohtia, mitä matematiikka on ja miten sitä opettaa.

## 7 Opettajankoulutuksessa tärkeiksi koettujen asioiden merkitys opettajaksi kasvulle

Kun opettajia valitaan koulutukseen, soveltuvuustulkintoja on useita. Silfverberg (2004, 101, 106–108) listaa seuraavia: edeltävät opinnot ja niiden soveltuminen työelämän tarpeisiin, hakijan opettajan tehtävään sopivat persoonalliset ominaisuudet, hakijan motivoituneisuus ja todenperäinen näkemys tulevista opinnoista ja työstä, hakijan arvojen ja ammattietiikan sopivuus opettajan työhön sekä ne hakijan piirteet, jotka ennakoivat hänen tulevien oppilaittensa hyviä oppimistuloksia. Silfverbergin tutkimuksessa selvitettiin, mitä piirteitä opettajankoulutukseen hakevat opiskelijat painottivat pohtiessaan opettajaksi soveltuvuutta. Eniten korostettiin kasvattajuuteen liittyviä piirteitä kuten kärsivällisyyttä ja erilaisuuden hyväksymistä ja arvostamista. Toiseksi eniten tulevilta opettajilta edellytettiin yleisiä pedagogisia valmiuksia kuten kommunikointi- ja vuorovaikutustaitoja. Kolmanneksi erityisesti matemaattisten aineitten opiskelijat nostivat aineenhallinnan taidot, selkeyden, johdonmukaisuuden ja ymmärrettävyyden. Matematiikka mielletään siis oppiaineeksi, jossa aineenhallinnan merkitys korostuu. Hodgen ja Askew (2007, 483) viittaavat tähän luokanopettajiin suunnatussa tutkimuksessaan, jossa he havaitsivat, että luokanopettajat kokivat ammatillisia jännitteitä oppilaista välittämisen ja huolehtimisen tärkeyden ja matematiikan kurinalaisuuden välillä.

Krzywackin (2009, 150–163) tutkimuksessa opettajankouluttajat edellyttivät matematiikan ihanneopettajilta sekä matemaattisia että kasvatustieteellisiä tietoja, kykyä soveltaa näitä opetukseen, persoonallista otetta työhön, valmiutta itsensä kehittämiseen ja kiinnostusta omaan oppiaineeseen. Ihanneopettaja on empaattinen ja sosiaalisesti taitava. Hän luottaa itseensä opettajana ja kykenee kantamaan ammatillista vastuuta.

Opettajan ammatillinen koulutus on Shulmanin (2005a) mukaan ensinnäkin kognitiivisten tietojen haltuun ottamista, jolloin opitaan ajattelemaan kuin ammattilainen. Toisaalta koulutuksessa omaksutaan käytännön taitoja ja opitaan toimimaan kuin ammattilainen. Kolmanneksi koulutuksessa pohditaan myös moraalisia arvoja ja opitaan ajattelemaan ja toimimaan sekä vastuullisesti, että eettisesti (Shulman 2005a, 3; vrt. myös 2005b). Opettajuus ei ole vain tekniikoiden hallintaa, kommentoi Carr (2006, 171). Opettajalta edellytetään älykkyyttä, ymmärrystä ja arviointiky-

kyä. Ammatillisuus pitää sisällään moraalisia periaatteita ja velvoitteita. Tavoitteena on kouluttaa itsenäisiä, riippumattomia ja kriittisiä opettajia, jotka antavat äänensä kuulua poliittisessa ja eettisessä koulukeskustelussa. Tärkeää Carrin mielestä on myös tukea opettajan persoonallista kasvua.

Myös Darling-Hammond (2006, 303–304) näkee opettajan profession moraaliset, tekniset ja yhteistyötä korostavat odotukset keskeisinä. Opettaja on ensisijaisesti oppilaitaan varten, joten hänen on tiedettävä, miten erilaiset oppilaat oppivat. Eivätkä opettajat voi saavuttaa kunnianhimoisia tavoitteita, elleivät he tunne opetussuunnitelmaa, joka taas edellyttää hyvää aineenhallintaa. Opettajat tarvitsevat myös joukon eri tilanteissa sopivia opetusmenetelmiä ja valmiutta reagoida herkästi muuttuviin tilanteisiin. Nevalainen ja Kimonen (2005, 189) tiivistävät koulutuksen lähtökohdat neljään osa-alueeseen: oppilaantuntemus, päämäärätietoisuus, menetelmätietoisuus ja tilannetietoisuus.

Vaikka opettajuuteen liittyviä odotuksia on monenlaisia, seuraavissa luvuissa avaan tarkemmin matematiikan opettajaopiskelijoiden ammatilliseen kasvuun liittyviä osa-alueita ja niitä tukevia koulutuskäytäntöjä. Matematiikan opettajaksi kasvun avainalueiksi olen valinnut (yhdistetty Kaasila 2000, 214; Kaasila 2004, 161; Kagan 1992b, 132–154) seuraavat:

- opiskelijan käsitykset matematiikan opettamisesta, matematiikan oppimisesta ja matematiikasta oppiaineena
- harjoittelun aikana tapahtunut ammatillinen kasvu ja ohjauksen merkitys
- luokkatyöskentely ja käsitykset oppilaista matematiikan oppijoina
- kognitiiviset ristiriidat ja muutostarpeen tiedostaminen
- opettajaopiskelijan käsitykset itsestä opettajana
- ammatillisen yhteisön ja vertaistuen merkitys
- epävarmuuden sietäminen.

## Opettajaopiskelijan käsitykset matematiikan opettamisesta, matematiikan oppimisesta ja matematiikasta oppiaineena

Käsitykset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta näyttävät kietoutuvan toisiinsa. On vaikea erottaa, milloin käsitys matematiikan luonteesta kaventaa käsitystä sen opettamisesta ja milloin käsitys opettamisesta rajoittaa käsitystä matematiikasta. Käsityksien taustalla ovat lisäksi uskomukset joista osa on tiedostamattomia. Kaganin (1992a, 73–74) mukaan suurin osa opettajan ammatillisesta tiedosta voidaankin luokitella uskomuksiksi. Tämä on seurausta siitä, että tieto voidaan käsitellä objektiivisesti hyväksytyksi uskomukseksi tai konsensuksen muodostamaksi mielipiteeksi. Lisäksi Kagan jatkaa, että opettajan ammatillinen tieto on situatiivista kontekstin, sisällön ja henkilön itsensä suhteen. Yleensä opettajat eivät ole tietoisia omista uskomuksistaan, heillä ei ole kieltä, jolla niitä kuvata, eivätkä he halua tuoda



niitä julki. (Kagan 1992a, 66.)

Useimpien tutkimusten mukaan uskomukset ja mielikuvat opettamisesta eivät juurikaan muutu koulutuksen aikana (vrt. Pehkonen 2006a). Opettajien uskomukset eivät muutu lukemalla tai akateemisen tutkimuksen tuloksiin tutustumalla, vaan jos ne muuttuvat, ne muuttuvat käytänteiden muuttumisen seurauksena. Joko omien kokemusten tai kollegoilta opittujen näkemysten mukana (Kagan 1992a, 75). Jotkin uskomukset näyttäisivät myös olevan kulttuurisidonnaisia. Andrews ja Hatchin tutkimuksessa (2000, 31) pedagoginen relevanssi ja matematiikan hyödyllisyys olivat englantilaisille opettajille tärkeitä, joskin toisiinsa nähden hiukan ristiriitaisia, kun taas unkarilaisille tehokkaaseen oppimiseen pyrkivä pedagoginen relevanssi yksinään oli tärkein. Myöhemmissä tutkimuksissa englantilaiset opettajat korostivat matematiikan sovellettavuutta ja arjen hyötyjä ja unkarilaiset opettajat ongelmanratkaisua ja loogista ajattelua. Andrews (2007, 317, 330) tulkitsi tämän osoitukseksi kansallisesta matematiikan näkökulmasta, jota muovaa kulttuurin määrittelemä ammatillinen identiteetti.

Kun verrataan eksperttiopettajaa ja vasta valmistunutta opettajaa toisiinsa, eksperttiopettajalla ei ole ainoastaan enemmän tietoa kuin noviisiopettajalla, vaan se on eri tavoin strukturoitua. Eksperttiopettajan havainnot ilmiöistä ovat tarkempia ja sisältävät useita eri aspekteja. Eksperttiopettajalle on kerääntynyt aikaisemmista opetuskokemuksista hiljaista tietoa, jota Kelly (2006, 508–509) kutsuu käyttötiedoksi ”knowledge in practice”. Opettajan ymmärrys matematiikan oppimisesta ja opettamisesta on suurelta osin tällaista hiljaista tietoa ja se on kytkeytyneenä kokemuksiin luokassa, minkä vuoksi muutosta saadaan aikaan muuttamalla luokkakäytänteitä. Positiivisista muutoksista oppilaiden oppimisessa yleensä seuraa merkittäviä muutoksia asenteissa ja uskomuksissa (Skott 2001, 4). Käyttötieto sisältää Kellyn (2006, 509–510) mukaan substanssietoa matematiikasta ja pedagogiikasta ja esimerkiksi oppilaiden virhekesityksistä, ymmärrystä luokan varustuksen ja tilan antamista mahdollisuuksista, oppilaiden aikaisemmista matematiikan tiedoista, uskomuksista ja tottumuksista eri opetusmenetelmiin. Opettajankoulutuksessa opettajaopiskelijoita saatetaan tämän hiljaisen tiedon äärelle.

Opettajaksi opiskelevien käsitykset opettamisesta, matematiikasta, luokkatyöskentelystä, opettajan ja oppilaan roolista voivat johtaa siihen, että heidän on vaikea päästä eroon opettajajohtoisesta tavasta työskennellä. Jos käsitys matematiikan opettamisesta on prosessorientoitunut, nuori opettaja pohtii opetuksessaan erityisesti eri työmenetelmiä. Jos hän toimii taito-orientoituneesti, opetuksessa korostuvat harkitut esimerkit ja ratkaisumallit. Jos opettajan orientaatio on pedagoginen, joko yksilöllisyyttä tai yhteisöllisyyttä korostava, hänen päähuomionsa opetuksessa on oppilaisa. Jos opettajan pääpaino on matematiikassa, hän yrittää välittää oppilailleen matematiikan lumoavan maailman. (Vrt. Andrews & Hatch 1999, 213.)

Cheng ym. (2009, 322–325) havaitsivat, että opettajaopiskelijoista suuri osa uskoi oppimisessa ahkeruuden olevan tärkeämpää kuin synnynnäiset kyvyt. Lisäksi he luottivat vahvasti opetuksessaan auktoriteetteihin, vaikka heidän ratkaisujaan usein epäilivätkin. Nämä uskomukset rajoittivat heidän työskentelyään luokassa.

Syynä opettajajohtoisuuteen voivat myös olla puutteet matematiikan aineenhallinnassa (Brendefur & Frykholm 2000, 145–146). Puutteellinen matematiikan aineenhallinta rajoittaa opettajan mahdollisuuksia opettaa tehokkaasti (Petrou 2008, 119). Hyvän aineenhallinnan merkitys tulee esiin siinä, että opettaja voi liikkua opetuksessaan eri tasoilla ja kehittää itse työmuotojaan ja menetelmiään (Kagan 1992b, 142–146). Opettajien aineenhallinta on kuitenkin usein kontekstisidonnaista ja käsitykset oppijoista määräävät, millaisia tehtäviä opettajat oppilailleen antavat. Opetussuunnitelman mukaiset tai oppilaille tyypilliset ratkaisut tunnetaan hyvin ja opettajat hyväksyvät useita ratkaisutapoja, kun oppilaat niitä esittävät. Aineenhallinnan merkitys näkyy kuitenkin siinä, houkuttelevatko opettajat oppilaitaan tuottamaan erilaisia ratkaisutapoja. (Leikin & Levav-Waynberg 2007, 364–365.) Lavy ja Shriki (2000, 129) huomasivat tutkimuksessaan, että opettajaopiskelijat voivat kehittää matemaattista osaamistaan ja ongelmanratkaisutaitojaan keksimällä ongelmatehtäviä. Opiskelijat kuitenkin pitäytyvät mielellään tavallisissa ongelmatehtävissä peläten, etteivät osaa todistaa muunlaisten ongelmatehtävien tuloksia oikeiksi.

Meredith (1993, 334) havaitsi tutkimuksessaan, että puutteelliset taidot muuttaa aineenhallinta opetuksessa käytettäväksi tehtäviksi tai aktiviteeteiksi ja käsitykset matematiikasta hierarkkisenä järjestelmänä estivät opettajaopiskelijoita käyttämästä konstruktivistista lähestymistapaa opetuksessaan. Meredith (1995, 178–181) kertoo esimerkin matematiikasta innostuneesta ja sitä arvostavasta opettajasta, jonka aineenhallinta on vahva ja hän kykenee muotoilemaan opettavan aiheen monin tavoin. Meredithin mukaan tämän opettajan käsityksissä on kuitenkin kolme potentiaalista ongelmaa. Ensinnäkin hierarkkinen käsitys matematiikasta saattaa johtaa siihen, että oppilaat eivät voi koskaan muodostaa itse omia matemaattisia kytkentöjään, vaan opetus perustuu opettajan tekemiin kytkentöihin. Toiseksi teorialähtöinen opetustyyli hukkaa oppilailta keksimisen ilon. Kolmanneksi pyramidimainen näkemys matematiikan rakenteesta säätelee myös oppimisen ja sisältöjen järjestyksen. Opetuksesta voi tulla ‘curling-matematiikkaa’, jossa opettaja on siloittanut kaikki esteet oppimisen tieltä ja tehnyt matematiikasta helposti omaksuttavaa. Lisäksi Meredithin kuvaamasta opettajasta tuntui olevan vaikea ymmärtää oppilaita, jotka ajattelevat eri tavoin kuin hän itse. Joskus opettajaopiskelijoiden sympatia oppilaita kohtaan ja halu tehdä matemaattisista aktiviteeteista ystävällisiä ja vähemmän pelottavia saakin aikaan sen, että he palaavat takaisin pehmeämpään, opettajajohtoiseen opetustyyliin (Lerman 2006, 302; vrt. myös Cockburn 2009, 2).

Tulevien opettajien käsitykset matematiikasta perustuvat usein heidän kokemuksiinsa itsestään matematiikan oppijana. Hannula, Kaasila, Laine ja Pehkonen (2005) luokittelivat tutkimuksessaan luokanopettajaopiskelijat positiivisesti, neutraalisti ja negatiivisesti matematiikkaan suhtautuviin. Positiivisesti suhtautuville matematiikka oli ollut mukavaa. He olivat olleet lahjakkaita ja ahkeria ja heillä oli paljon hyviä muistoja kouluajoilta ja heidän itseluottamuksensa toimia opettajana ja opiskella matematiikkaa oli korkea. Tässä ryhmässä oli kaksi alaryhmää: autonomiset opiskelijat 21 %, jotka suhtautuivat kaikkein myönteisimmin, ja kannustetut ahertajat 22 %. Neutraalisti suhtautuvilla opiskelijoilla luottamus omiin kykyihin oli alhai-

nen. He eivät pitäneet matematiikasta, mutta eivät liioin inhonneetkaan sitä. Näistä opiskelijoista 18 % kuvasi, että heitä oli työnnetty eteenpäin ja 18 %:a voitiin kuvailla utteriksi. Negatiivisesti suhtautuvat kuvasivat itseään lahjattomiksi. He inhosivat matematiikkaa ja pitivät sitä vaikeana. Tässä ryhmässä oli kaksi alaryhmää: ns. laiskat 18 %, jotka eivät nähneet matematiikan opintojen eteen yhtään vaivaa ja olivat epävarmimpia opettamaan sitä, ja toivottomat 4 %, joilla suhde matematiikkaan oli kaikkein vastahakoisin. He eivät edes uskoneet voivansa oppia sitä. (Hannula ym. 2005, 93–95.)

Opettajaopinnot voivat muuttaa kuvaa matematiikasta ja joidenkin opiskelijoiden kohdalla syntyy menestystarinoita tai ”vaikeuksien kautta voittoon” -tarinoita. Tehtäväorientoituneelle opiskelijalle ei edes kouluaikaisella heikolla opettajalla näytä olleen merkitystä, hän menestyy opettajasta huolimatta. Silti joukkoon mahtuu regressiivisiä tarinoita ja joidenkin sosiaalisesti orientoituneiden opiskelijoiden syntyneitä huonoja asenteita ei saada muutettua edes positiivisella roolimallilla. (Kaasila ym. 2004, 220–222.) Merz ja Swim (2008, 460) ovat kuitenkin osoittaneet, että joskus puolustuskannalla olevat pessimistiset opiskelijat saattavat negatiivisista puheistaan huolimatta sitoutua reflektointiin ja tärkeisiin oppimisen kysymyksiin niin voimakkaasti, että heidän kohdallaan kasvuprosessi kääntyykin myönteiseksi. Kaasila ym. (2008, 121) saivatkin tutkimuksessaan esille, että asenteet muuttuivat positiivisemmiksi, kun opiskelijat syventyivät käsittelemään ja refleктоimaan omia matematiikan koulukokemuksiaan, ja saivat positiivisia kokemuksia matematiikan sisältöjen käsittelemisestä konkreettisia välineitä käyttäen, pareina työskennellen ja apuopettajina toimien.

Opettajan käsitys matematiikasta voi perustua näkemykseen matematiikan hyödyllisyydestä. Silloin matematiikan avulla selvittää arjen tilanteista, ammatin tuomista vaatimuksista ja henkilökohtaisista taloudellisista ratkaisuista. Usein näin ajatteleva opettaja painottaa käytännönläheisyyttä opetuksessaan. Opettaja voi myös nähdä matematiikan viihdyttävänä, haastavana ja mukaansatempaavana. Tällaisen opettajan tunneilla nautitaan matematiikasta muutenkin kuin hyötyjä silmällä pitäen. Opettajan käsitys matematiikasta voi myös olla puhtaasti tekninen; matematiikka kuuluu opetettaviin aineisiin ja opetussuunnitelmaan. (Vrt. Andrews & Hatch 1999, 212–213; ks. myös Ernest 1989 ja 2009 sekä Lindgren 1995, 14–15.)

Opettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikasta voidaan kartoittaa metaforien avulla. Noyes (2006, 902–905) luokitteli tutkimuksessaan metaforat matematiikasta (1) matkaksi, (2) rakenteeksi, (3) kieleksi ja (4) työkalupakiksi. Kuvatessaan matematiikan matkaksi opiskelijat yleensä liittivät metaforaan ajatuksia siitä, että matkoihin kuuluvat paikat, ajat, oikopolut ja umpikujat. Joskus matkalla voidaan jopa kiertää kehää. Jotkut etenevät nopeammin, jotkut juuttuvat matkalla tai eteen sattuu hidasteita ja jotkut eivät pääse koskaan perille sinne, minne halusivat. Rinnakkainen kuva matkanteon kanssa on metafora tikkaista tai pikemminkin niillä kiipeämisestä. Silloin matematiikka nähdään hierarkkisena. Jotkut opiskelijat kuvasivat matematiikkaa rakennukseksi, verkoksi tai viitekehykseksi. Nämä metaforat liittyivät pikemminkin matematiikan ontologiaan. Useissa opiskelijoiden teksteissä matema-

tiikka kuvattiin kieleksi ja silloin sen ominaisuuksiksi katsottiin sisäinen logiikka ja hyödyllisyys kommunikoinnissa ja kuvailemisessa. Melko usein matematiikkaa kuvattiin myös universaaliksi kieleksi (vrt. Silfverberg & Portaankorva-Koivisto 2008). Ajatus matematiikasta työkalupakkina taas pitää sisällään ajatuksen matematiikan hyödyllisyydestä ja siitä, että matematiikka on joukko taitoja. Opettajankoulutuksen kannalta metaforatyöskentely voitaisiin nähdä hyvänä lähestymistapana omien käsitysten avaamisessa.

Yhteenvetona opiskelijan käsityksistä opettajan roolista ja matematiikasta oppiaineena voidaan todeta, että nämä käsitykset ovat usein jo omana kouluaikana syntyneitä hyvin hitaasti muuttuvia uskomuksia, joita opettajankoulutuksessa pyritään tekemään näkyviksi. Usein ne ovat yhteisiä eri kulttuureissa opiskeleville opettajaopiskelijoille, mutta oman koulukulttuurin vaikutus on silti saattanut vaikuttaa kouluaikana syntyneisiin arvoihin. Opettamisen näkemykset kilpistyvät yleensä käsitykseen matematiikasta yhdistettynä käsitykseen sen hallinnasta. Opettajaopiskelijan hyvä aineenhallinta voi parhaimmillaan johtaa oppilaslähtöiseen, tutkivaan tapaan opettaa matematiikkaa, mutta toisena ääritapauksena hyvin teorialähtöiseen, opettajajohtoiseen työskentelyyn. Samat opettamisen suuntaukset voivat syntyä, jos opettajaopiskelijalla on huono aineenhallinta, mutta nyt täysin eri syistä. Opettajohtoisuus johtuu nyt, ei niinkään matematiikan hierarkkisuudesta, vaan siitä, etteivät nuoret opettajat uskalla heittäytyä tutkivaan opetustyyliin peläten sen johtavan ongelmallisiin tilanteisiin, joihin he eivät osaa löytää ratkaisua. Toisaalta opettajankoulutuksessa on saatettu avata opiskelijan matematiikan oppimisen umpisolmuja niin, että kasvuprosessi kääntyykin myönteiseen suuntaan ja opetustyyliin tulee vaihteita omista positiivisista kokemuksista.

## Harjoittelun aikana tapahtuva ammatillinen kasvu ja ohjauksen merkitys

Taitava opettaja hallitsee oppiaineensa, tietää oppilaittensa oppimisesta ja opetusmenetelmistä ja hänellä on ohjattuja kokemuksia opetustyöstä. (Darling-Hammond 2005, 6). Ohjatun harjoittelun merkitys on siis keskeinen. Kagan (1992b, 148–149) toteaa, että opettajaopiskelijoiden kasvuprosessia kuvaavissa tutkimuksissa tuloksista käy ilmi, että muistikuvat ensimmäisiltä opetustunneilta painottuvat opettajaopiskelijan omaan työskentelyyn, ei niinkään oppilaiden toimintaan. Ensimmäisten opituntien aikana opettajaopiskelijoille usein muodostuu käsitys oppitunnin rakenteesta. Kun esimerkiksi luokanopettajaopiskelijoiden ensimmäiset historian tunnit sisälsivät motivointia, yhteyksiä arkielämään, pelejä, havainnollistuksia ja leikkejä, niin näiden työmenetelmien merkitys korostui vielä myöhemminkin heidän oppitunneillaan ja myös muissa oppiaineissa. (Kaasila 2000, 191.)

Kun harjoittelu alkaa, opintojen antama ideaalimalli kohtaa todellisuuden. Mitä

on oppilaslähtöisyys kolmenkymmenen oppilaan ryhmässä? Entä oppilaiden eriarvoisuus ryhmätyössä? Johtaako tutkimuksellisuus väärinymmärryksiin ja perusasiat jäävät hataralle? Onko toiminnallisuus oikeaa matematiikkaa? Opiskelijat odottavat reseptejä mieluummin kuin taitoja. He pohtivat, voiko kukaan oppia opettamaan, jos hänelle ei kerrota, miten se tulisi tehdä. Sitä paitsi opinnoissa ei heidän mielestään käsitelty kaikkia koulussa opetettavia matematiikan osa-alueita eikä korkea-koulumatematiikassa opiskeltu, miten näitä asioita opetetaan. Niinpä matematiikan opetus jää opettajaopiskelijan muun tuntityöskentelyn rinnalla sivuun ja opiskelijat huolehtivat luokan hallinnasta, välineiden ja tilojen saatavuudesta, aikataulukysymyksistä, oppitunnilla käyttämästään matematiikan kielestä ja eriyttämisestä. Jos ohjaajan palaute tällaisessa tilanteessa jää yleiselle tasolle eivätkä opiskelijat saa palautetta matematiikan opettamisesta, he usein kokevat oppineensa enemmän toisten opettajien matematiikan tuntien seuraamisesta kuin omista tunneistaan. (Brown ym. 1999, 307–310.)

Kagan (1992b, 148–149) toteaaakin, että usein opetusharjoitteluissa yksinkertaistetaan todellisuutta ja jätetään huomioimatta monia sosiaalisia ja pedagogisia muuttujia. Usein opettajaopiskelijat tukeutuvat sokeasti ohjaavan opettajan malliin. Kun teoria ja käytäntö eivät kohtaa oppitunneilla ja kun yliopisto-opettajat tukeutuvat opetuksessaan mieluummin teoreettisiin lähtökohtiin kuin käytäntöjen erittelemiseen, niin opettajaopiskelijat hankkivat käytännön toimintamallinsa ohjaavilta opettajiltaan.

Opettajankoulutuksen haasteena on muuttaa opetusta uusien oppimiskäsitysten mukaisiksi. Nyaumwen (2004, 29–30) tutkimuksessa opettajaopiskelijoiden käsitykset matematiikan oppijoista muuttuivat koulutuksen aikana toivotusti tiedon vastaanottajista tiedon konstruoijiksi. Opettajaopiskelijoiden luokkakäytänteisiin harjoittelu ei kuitenkaan vaikuttanut. Jotkut opettajaopiskelijat syyttivät proseduraalista tietoa suosivia arviointikäytänteitä, toiset kokivat opettajaohjoiset menetelmät uskottavammiksi. Itse asiassa opettajaopiskelijat huomasivat toimintamateriaalien käytön yllättävän vaikeaksi. Algoritmeihin perustuva opetus tuntui tutummalta ja he tunsivat itsensä varmemmiksi käyttäessään sitä. Toiveet siitä, miten tuleva opettaja itse haluaisi opettaa käyvätkin ristiin sen kanssa, miten hän käytännössä toimii. Pelko, että oppilaat pitävät aktiviteetteja lapsellisina ja etteivät menetelmät tuo tavoiteltua osaamista valtakunnallisissa testeissä, muuttavat opettajan toimintaa perinteisempään suuntaan (Peressini ym. 2004, 87–88).

Perinteisen opetuksen mallia voidaan Ebbyn (2000, 70) mukaan kyseenalaistaa opettamalla tuleville opettajille matematiikkaa uusien menetelmin. Kokemus itsestä matematiikan oppijana saattaa tällöin muuttua ja jatkua muutoksena myös omaan opetukseen. Tutkimuksessa eräs opettajaksi opiskelevista yllättyi omasta aktiivisesta roolistaan matemaattisten ongelmien ratkaisijana. Hän antoi harjoittelussa oppilailleen aktiivisemmän roolin ja yllättyi heidän innokkaasta osallistumisestaan. Toiselle opettajaopiskelijalle muutostekijänä toimi havainto, että ongelmia voitiin ratkaista usealla tavalla ja että opiskelijakollegat olivatkin ymmärtäneet ongelmatehtävän aivan toisin kuin hän itse. Tämä opiskelija harmitteli harjoittelussa, miten hänen oh-

jaajansa antoi oppilaille niin vähän mahdollisuuksia kertoa omasta tavastaan ajatella. Erään opettajaopiskelijan negatiiviset asenteet matematiikkaa kohtaan vain vahvistuivat uusien menetelmien myötä. Tämä ei kuitenkaan vaikuttanut hänen luokkatyöskentelyynsä negatiivisesti, vaan huomattavasti oppilaiden suhtautuvan menetelmiin aivan vastakkaisesti kuin hän itse, hän muutti opetustaan toivottuun suuntaan. (Ebby 2000, 91–92.) Ei siis riitä, että järjestetään opettajaopiskelijoille kursseja, joilla he voivat oppia käyttämään esimerkiksi teknologiaa opetuksensa tukena. Samaan aikaan on tuettava näiden haltuunottoa harjoittelussa. (Zuccheri 2003, 8.) Haasteena on, että opettajankoulutuksen vaikutukset ovat usein lyhytaikaisia ja opettajaopiskelijat palaavat helposti takaisin perinteisiin opetusmenetelmiin (Ebby 2000, 70).

Kun sosiaalistuminen opettajan ammattiin alkaa, suurin osa socialisaatioprosessista tapahtuu luentosalien ja harjoittelukoulujen ulkopuolella. Harjoittelun ohjaajan merkitys on silti huomattava. Opiskelija ei yleensä muuta opettajakeskeistä opetustaan oppilaskeskeisempään ilman selkeää ohjausta. Vasta riittävä tuki johtaa oppilaskeskeisempiin ja toiminnallisempiin työtapoihin. (Kaasila 2000, 192–196.) Kun harjoittelun ohjaaja toimii positiivisena mallina tulevalle opettajalle, hänen merkityksensä tämän ammatilliselle kasvulle on suuri. Toisaalta joskus negatiivinenkin esimerkki saattaa toimia opiskelijan kasvun kannalta myönteisesti. Charalambous ym. (2008, 137–139) kertovat tutkimuksessaan ohjaajasta, joka toimi hyvin perinteisesti ja sai ehkä juuri siksi opettajaopiskelijan pyrkimään täysin päinvastaiseen opetukseen. Ohjaajan rooli on merkittävä myös silloin, kun hän antaa opiskelijan pysyä mukavuusalueellaan. (Brendefur & Frykholm 2000, 145–147.) Silloin opiskelija ei haasta toimintamallejaan ja harjoittelu voi olla konservatiivisia käytäntöjä vahvistavaa (Ebby 2000, 70).

Parhaimmillaan harjoittelun ohjaus toimii ammatillisen kehittymisen välineenä. Ohjaaja ja opiskelija tunnistavat tietonsa, taitonsa ja eksperttinsä ja oppivat toisiltaan. (Burn 2007, 460.) ”Toisen kohtaavassa ohjauksessa ohjaajan tärkeimmäksi tiedoksi nousee se tieto, mitä hänellä ohjaustilanteen alkaessa ei vielä ole”, kiteyttävät Lehtovaara ja Jaatinen (2004, 87).

Joskus harjoittelu voidaan aloittaa mielikuvaharjoitteluna teoriajakson lomassa. Edwards ja Hammer (2006, 468) kokeilivat tutkimuksessaan PBL:n (*problem based learning*) käyttöä opettajankoulutuksessa. Työskentelyn aloituksena oli fiktiivinen tarina 5-vuotiaasta Laurasta ja opiskelijoille jaettiin erilaisia rooleja kuten äiti, lastentarhanopettaja jne. Kokeilun perusteella Luran tarina toi koulukontekstin lähemmäksi ja lisäsi tietoisuutta siitä, mitä koulussa todellisuudessaakin voi tapahtua ja miten eri tilanteissa tulisi toimia. Teorian ja käytännön koettiin linkittyvän yhteen ja toisten opiskelijoiden näkökulmien avartavan omia näkemyksiä.

## Luokkatyöskentely ja käsitykset oppilaista matematiikan oppijoina

Erilaiset luokkakulttuurit toimivat tärkeässä roolissa tulevien opettajien ammatillisessa kasvussa. On tärkeää oppia tunnistamaan oppilaiden ennakkokäsityksiä ja opettavien asioiden osaamisen tasoa. Aidossa luokkatilanteessa opettajaopiskelijat kohtaavat vastustusta ja motivaation puutetta. Luokan hallinta tuottaa vaikeuksia ja koulussa todellistuvat suhteet kollegoihin, oppilaisiin ja vanhempiin. Usein opettajaopiskelijat joutuvat tekemisiin myös koulun hallinnollisten asioiden kuten koulutuspolitiikan ja resurssien kanssa. Opettajankoulutuksessa näitä voitaisiin hyödyntää kertomalla tapahtumista yksityiskohtaisesti, pohtimalla vaihtoehtoisia käytänteitä ja jakamalla kokemuksia. (Goodell 2006, 221–222, 225, 231, 240–241.) Goodell (2000, 51–52) löysi tutkimuksessaan viisi opettajan kasvuprosessin kannalta keskeistä käytäntöä (1) viikoittaiset tapaamiset ja keskustelut tärkeistä tapahtumista, (2) ymmärtämistä lisäävät toimintatehtävät, (3) keskustelut oppimisen varmentamisen vaikeudesta, (4) eri esittämistapojen tuomista hyödyistä ja (5) opiskelijoiden kiinnostuksen ja taustan huomioimisesta opetuksessa.

Kaasilan tutkimuksessa (2000, 192–196) opettajaopiskelijat kokivat ongelmanratkaisukeskeisen matematiikan opetuksen tärkeäksi, mutta sen toteuttamisen vaikeaksi. Joillekin opettajaopiskelijoille oppilaiden yksilöllinen ohjaaminen tuotti vaikeuksia ja joidenkin opettajaopiskelijoiden epävarmuuden sietokyky oli vähäinen. Omat kouluaikaiset, negatiiviset kokemukset vaikuttivat siihen, että suunniteltua opetusmenetelmää saatettiin pitää oppilaille liian vaikeana. Luokkatyöskentelyn analyysiä voitaisiinkin käyttää opettajaopiskelijan pedagogisten käytäntöjen kehittymisen tutkimisessa ja hänen oman reflektointinsa apuvälineenä (Blanton ym. 2001, 228).

Nuoren opettajan luokkatyöskentely kehittyy erilaisten vaiheiden kautta. Chang ja Wu (2008, 275) ovat löytäneet seuraavia kehitysvaiheita: ensimmäisessä vaiheessa opettajaopiskelija ei vielä osaa tunnistaa luokan tapahtumia ja tuntee olonsa eksyneeksi. Kagan (1992b, 133–140) toteaaakin, että opettajaopiskelijoilla ei näytä olevan riittävästi tietoa oppilaista ja oppilaiden kanssa työskentelystä, eivätkä he tiedä, miten kehittää luokkatyöskentelyä oppimista edistävään suuntaan. Toisessa vaiheessa tuleva opettaja yrittää tarttua ilmeneviin opetuksellisiin ongelmakohtiin, mutta harvoin onnistuu hoitamaan niitä tehokkaasti ja turhautuu, kun näkee eron odotustensa ja koulun todellisuuden välillä. (Chang & Wu 2008, 275.) Everett ym. (2007, 10–12) havaitsivat, että 96 % tutkittavista opettajaopiskelijoista pystyi hyödyntämään kasvatustieteellistä tutkimustietoa opetuksessaan, mutta vain 16 % heistä kykeni kytkeään käytännön teoriaan. Kolmannessa vaiheessa tuleva opettaja osaa jo varautua erilaisiin tilanteisiin ja onnistuu valmistelevaan opetustaan monipuolisesti. Neljännessä vaiheessa hän osaa valita opetusmenetelmiä opetussuunnitelman ja opetettavan aiheen mukaisesti sekä käyttää lisämateriaalia opetuksen laadukkuuden lisäämiseksi. Viidennessä vaiheessa noviisiopettaja huolehtii ensisijaisesti oppilaittensa oppimisesta ja sovittaa omaa opetustaan siihen. (Chang & Wu 2008, 275.)

Mikä opettajaksi opiskelevan luokkakäytänteitä muuttaa? Wang ym. (2008, 396, 399) löysivät joitakin selityksiä tähän. Ensinnäkin opettajaopiskelijan persoonallisuus ja halu oppia, harjoittelun olosuhteet ja käytettävät resurssit, ammatilliset kompetenssit ja tulevaisuuden tavoitteet. Jos opiskelijalla oli kyllin resursseja, se innosti häntä oppimaan uutta, ja kun opiskelija innostui havainnoimaan oppitunteja ja keskustelemaan opettajien kanssa, sillä oli myönteinen vaikutus. Jos ohjaajalla oli liian paljon hallinnollisia tehtäviä, eikä hän ennättänyt ohjata opiskelijaansa, tällä oli negatiivinen vaikutus tämän opetuksen kehitykseen. Opettajaopiskelijoille oli hyödyksi, jos heillä oli paljon harjoittelua ja mahdollisuus korjata tai muokata omia käytänteitään.

## Kognitiiviset ristiriidat ja muutostarpeen tiedostaminen

Ensimmäisinä korkeakouluopintojen vuosinaan opiskelijoilla esiintyy Vermuntin ja Vermettenin (2004, 362) mukaan seuraavia oppimistyyliä: kohdistumaton oppimistyyli (*undirected*), tuottava oppimistyyli (*reproduction-directed*), merkityksellinen oppimistyyli (*meaning-directed*) ja soveltava oppimistyyli (*application-directed*). Korkeakouluopinnoissa merkityksellisellä oppimisella on lisäksi kolme perusedellytystä. Ensinnäkin oppijalla tulee olla relevanttia aiempaa tietoa suhteessa uuteen tietoon. Toiseksi tarvitaan tätä tukevia materiaaleja ja kolmanneksi oppijan halukkuus merkitykselliseen oppimiseen. (Poikolainen 2006, 142.) Hyviä oppimistuloksia tavoiteltaessa keskeiseen rooliin nousevat ohjaaminen, reflektoinnin lisääminen, palautteen antaminen ja väärinkäsitysten haastaminen. Opintojen alussa ne tuntuvat hidastavan oppimista, mutta johtavat lopulta myönteisiin oppimistuloksiin. (Vermunt & Vermetten 2004, 362, 379.)

Väärinkäsitysten haastaminen ja kognitiivisten ristiriitojen herättäminen saattavat olla haasteellisia toimintamuotoja, koska toisinaan opiskelijat pyrkivät torjumaan käsitystensä vastaista tietoa ja silloin heidän aiemmat käsityksensä säilyvät muuttumattomina. Joskus opiskelijat omaksuvat tietoa passiivisesti, eivätkä tartu ristiriitaisiin näkemyksiin ja tällöinkin aiemmat käsitykset säilyvät ennallaan. Uutta tietoa kuitenkin lisätään aiempaan. Joskus opiskelijat kuitenkin muokkaavat tietorakenteitaan innovatiivisesti reflektoiden. Silloin haasteet otetaan vastaan ja käsitykset syvenevät. (Poikolainen 2006, 143.)

Jos opiskelijat ajattelevat tieteellisen tiedon olevan faktatietoa, tämä rajoittaa heidän tieteellisen ajattelunsa kehittymistä. Mikäli opiskelijat hyväksyvät tieteen eri näkökulmat, mutta ajattelevat kaikkien näkemysten olevan yhtä valideja, kriittinen ajattelu ei kehity suotuisasti. Opiskelijat, joiden mielestä kaikki näkemykset eivät ole samanarvoisia ja eri näkökulmia tulee arvioida reflektoiden evidenssin perusteella ja konteksti huomioiden, kehittyvät tieteellisessä ajattelussa tavoitteiden mukaisesti. (Poikolainen 2006, 138.) Siirtymä faktatieto-käsityksestä käsitykseen useista eri toetuksista on helpompi humanistisia aineita opiskelleille (70 %) kuin luonnontieteitä



tai insinööritieteitä opiskelleille (45 %). Siirtymä vaiheesta kaksi vaiheeseen kolme edellyttää asiantuntijuutta ja tapahtuu helpommin luonnontieteilijöillä (23 %) kuin humanistisen alan opiskelijoilla (8 %). (Palmer & Marra 2004, 326.)

Joissakin opettajankoulutusohjelmissa on uutta koulukulttuuria pyritty välittämään opiskelijoille myös omakohtaisen kokemuksen kautta. Harkness ym. (2007, 245–248) kertovat tutkimuksessaan sosiokonstruktivistisesta matematiikan kurssista. Kurssin aikana opiskelijat huomasivat, että ponnistelu tuotti tulosta ja ymmärrys matematiikasta lisääntyi. Yhdessä työskennellessä yksittäisen opiskelijan ideat saivat sanat ja monen itseluottamus parani. Kun käsitykset matematiikasta muuttuivat, luottamus sen opettamiseen lisääntyi. Kurssilla opiskelijat saivat kokemuksen siitä, miten tärkeää on, kun opettaja pysyy taka-alalla.

Koellner ja Jacobs (2008, 268–270) haastoivat myös opettajaopiskelijoita ryhmittöiden käyttöön. Raportissaan eräs opiskelijoista kertoi, että aikaisemmin hän ei ollut koskaan käyttänyt ryhmittöitä ja pohti, syntyykö luokkaan liikaa melua, jos oppilaat työskentelevät ryhmissä. Harjoittelun aikana hän kuitenkin oli lisännyt ryhmittöiden käyttöä kerta kerralta ja viidennellä tunnillaan hän käytti jo lähes kolme neljännestä oppitunnin ajasta pienryhmissä toimimiseen huomattuaan oppilaiden nauttivan ryhmittöittänsä esittelystä ja piirtoheittimen käytöstä.

## Opettajaopiskelijan käsitykset itsestään opettajana

Opettajaksi kasvun prosessi tulisi käynnistää jo heti opettajankoulutuksen alkuvaiheessa. Krzywacki-Vainio ja Hannula (2008, 287) pohtivat koulutusohjelman akateemisia taitoja painottavaa luonnetta ja esittävät, että persoonalliseen identiteettiprosessiin kiinnitetään liian vähän huomiota. Yliopistossa opiskeltavien matematiikan kurssien merkitys näyttää vaihtelevan sen mukaan, miten opiskelija on sitoutunut opettajan ammattiin. Opiskelijat tiedostavat, että matematiikan aineenhallintaa pidetään tärkeänä ja sitä edellytetään jo ensimmäisessä harjoittelussa. Opettajaopiskelijan käsityksiä itsestään opettajana voidaan koulutuksessa työstää matemaattisten elämäkertojen, portfoliotyöskentelyn, reflektoinnin ja tarinoiden kertomisen avulla sekä videoimalla opettajaopiskelijoiden harjoitustunteja. Seuraavassa tarkennan näitä menetelmiä lisää.

Matemaattisen elämäkerran kirjoittaminen antaa opiskelijoille mahdollisuuden palauttaa mieliin, reflektoida ja muotoilla uudelleen muistojaan sekä tiedostaa näkemyksiään matematiikasta (Hauk 2005, 49). Matemaattiset elämäkerrat voivat kertoa tapahtumia lapsuudesta, nuoruusajalta, opinnoista, onnistumisista ja epäonnistumisista sekä matemaattisista käännekohdista ja opiskelijat voivat niiden avulla löytää omia vahvuuksiaan ja heikkouksiaan matematiikan opettajina. (Drake 2006, 584.) Joillekin varhaiset kokemukset ovat saattaneet olla hyvin negatiivisia ja myöhemmin muuttuneet oleellisesti. Drake (2006, 589, 594) löysi myönteiseen käänteeseen vaikuttaneita koulutuskäytäntöjä: opiskelijan oivallus matematiikan avainkäsitteis-

tä, jotka omana kouluaikana olivat jääneet epäselviksi, toimintamateriaalien käyttö matemaattisen oivalluksen synnyttäjänä ja yhdessä oppilaiden kanssa oppiminen (vrt. Kohonen & Lehtovaara 1990).

Portfoliotyöskentely tuki Wrayn (2007, 1145–1146, 1150) mukaan omien kasvatusfilosofisten kysymysten selkiytymistä, teorian ja käytännön yhdistämistä, fokuoituua reflektuimista ja vaikutti myönteisesti useiden opettajaopiskelijoiden luokkatyöskentelyyn. Kaikki tutkittavat eivät kuitenkaan katsoneet portfoliotyöskentelyn vaikuttaneen heidän opettajaksi kasvuunsa. Todennäköisenä syynä oli, että portfoliotyöskentely vaatii aikaa, eivätkä opiskelijat omaksu työtappaa nopeasti, vaan tarvitsevat siihen tukea. Toisaalta portfoliotyöskentely on yhteisöllistä ja opiskelijat huomaavat pian, etteivät ole ajatustensa kanssa yksin. Opiskelijoista osa koki portfoliotyöskentelyssä rakentaneensa ainutlaatuisen tarinan opettamaan oppimisestään ja ammatti-identiteetin synty tuli dokumentoitua sanoin, kuvin, epäilyineen, pettymyksineen ja onnistumisineen. Sen lisäksi, että portfoliot kuvasivat opiskelijoiden ammatillisista kasvua kokonaisvaltaisesti, ne olivat avain tehokkaaseen luokkatyöskentelyyn. (Darling 2001, 119–120, 117; ks. myös Heikkinen 2002d.)

Luokkatapahtumien reflektointi antaa tärkeää tietoa opettajan ammatillisesta osaamisesta ja sitä voidaan koota spontaanisti opiskelun ohessa (García ym. 2006, 2). Tarinoiden kertominen helpottaa yhteisöllisen oppimisympäristön syntymistä. Se lisää luottamusta, kollegiaalisuutta, autenttisuutta ja avoimuutta. Yhdessä käydyt keskustelut antavat osallistuville opettajille mahdollisuuden peilata ajatuksiaan opettamisesta ja avaavat uusia ikkunoita pedagogisiin mahdollisuuksiin. Kun opettaja kertoo tarinoita luokkatyöskentelystään, hän kielentää kokemuksiaan ja ymmärtää niitä paremmin. (Shank 2006, 712–713; ks. myös Estola & Mäkelä 2002, 139.)

Lloydin (2006, 57–60, 77–84) tutkimuksessa opettajaopiskelijat kirjoittivat tarinoita. Virikkeeksi kirjoittamiselleen heidän tuli valita jokin matematiikan opettamista tai oppimista koskeva väittäjä, josta he olivat itse täysin eri mieltä. Tästä aiheesta kirjoitettiin sekä väitteen mukainen tarina, että opiskelijan omiin näkemyksiin perustuva tarina. Analyysissään Lloyd huomasi, että mitä enemmän opettajaopiskelijat kuvasivat oppilaiden osallistumista työskentelyyn, sitä keskeisemmän roolin tarinassa sai myös matematiikka.

Greenwalt (2008, 392–395) videoi opettajaopiskelijoiden opetustilanteita. Hän havaitsi, että opiskelijat pohtivat paljon sitä, miltä he näyttävät tai kuulostavat. Opiskelijat toivovat itsestään edustavia ja onnistuneita tallenteita ja kommentoivat, ettei video kerro kaikkia niitä tapahtumia, jotka kyseisessä tilanteessa vaikuttivat, koska niitä ei näy kuvassa. Opiskelijan käsityksissä itsestään opettajana eivät aina nouse esiin keholliset kokemukset. Opettajan ammatillisessa identiteetissä kehollisuus on kuitenkin merkittävä osatekijä. Videointi opettajankoulutuksen välineenä voi tuoda näitä kokemuksia esille (vrt. myös Bannik 2009). Tällaisia kehollisia kokemuksia ovat Estolan ja Elbaz-Luwischin (2003, 711–713) mukaan ensinnäkin läsnäolo, sillä opettaja ei voi piiloutua, vaan lähettää viestejä käytöksellään ja olemuksellaan. Toiseksi kontrolli, kun opettaja säätelee ympäristöään rangaistuksilla, rajoituksilla, tuella ja positiivisella palautteella käyttäen ääntään, eleitään, kehoaan ja katsettaan.

Kolmanneksi rakkaus ja huolenpito, sillä opettaja kiintyy ja solmii läheisiä suhteita oppilaisiinsa. Neljänneksi itsensä kuunteleminen, sillä opettaja aistii kehonsa viestejä seisoessaan koko päivän, pohtii ulkonäköönsä liittyviä asioita, tunnistaa tarpeen miellyttää oppilaitaan ja kokee häpeän tunteita, kun ei esimerkiksi olekaan muistanut jonkun nimeä. Viidenneksi kehollisuuteen liittyy itsensä suojaaminen hetkinä jolloin opettaja tuntee raskaana vastuun oppilaistaan. (Elbaz-Luwisch 2004, 23).

## Ammatillisen yhteisön ja vertaistuen merkitys

Opettajaksi kasvulle on merkittävää, jos opettajaopiskelijoilla on mahdollisuus työskennellä eksperttiopettajien kanssa. Tämä yhteistyö ei ainoastaan kehitä opiskelijoiden matemaattisia ja pedagogisia valmiuksia, vaan antaa heille tilaisuuden tutkia omaa identiteettiään matematiikan opettajana ja oppijana. (Hodgen & Askew 2007, 483.) Ozmantar ym. (2008, 81) viittaavat tässä yhteydessä käsitteeseen ”*pedagogy and voice*”. Opettajaksi opiskelevat liittävätkin omaan identiteettiinsä ”ääniä” toisilta opettajilta. Missä määrin opettajankouluttajien tulisi olla näiden ”ääniä” puolella tai niitä vastaan? Ozmantar ym. (2008, 88) mukaan opettajaopiskelijoilla tulee olla mahdollisuus kohdata erilaisia kannanottoja ja arvioida sitten niiden merkitystä opettajuudelleen. Yhteisöön kasvaminen edellyttää yhteisöön tutustumista (Turner 2008, 354) ja osallisuutta (Koellner & Jacobs 2008, 265). Pedagoginen yhteisö auttaa opiskelijaa määrittelemään hänen ammatillisia tavoitteitaan ja arvojaan (vrt. Goos & Bennison 2008).

Kyky kriittiseen reflektointiin on erityisen tärkeä työyhteisöissä, joissa käytänteet eivät tue oppimista (Turner 2008, 359). Nuori opettaja sosiaalistetaan nopeasti. Cavanagh ja Prescott (2007, 131) kertovat tutkittaviensa kokemuksista. Työyhteisössä opitaan opettajakollegoilta koulun politiikka ja hyväksytyt tavat toimia luokassa. Ne saattavat olla hyvin perinteisiä, eivätkä aina opetussuunnitelmien mukaisia, mutta vaikka aloittelevat opettajat kuinka haluaisivatkin muuta, he sopeutuvat yhteisiin käytäntöihin.

Eksperttiopettajat ovat hyviä rakentamaan oppituntien kokonaisuuksia. Tunnit ovat selkeitä ja ohjeet tarkkoja ja sisältävät paljon esimerkkejä ja havainnollistuksia. Eksperttiopettaja on yhtä aikaa joustava, johdonmukainen ja kriittinen. Näillä opettajilla on tunneillaan tavoite, sitä tukevat toimintaperiaatteet ja suunniteltu rakenne. Eksperttiopettajat ovat myös hyviä selittäjiä. He hallitsevat aikataulutuksen ja osaavat hyödyntää olosuhteita ja siirtyvät tarvittaessa nopeasti erilaisiin työskentelymenetelmiin. He hallitsevat hyödylliset rutiinit, opetettavan aineensa sisällön ja tietävät, miten sitä kannattaa opettaa. (Leinhardt 1986, 32.) Eksperttiopettajat suoriutuvat luokkatilanteiden kompleksisista haasteista opetussuunnitelman toteuttajina eivätkä vain selviäjinä. Lisäksi eksperttiopettajat tunnistavat saamansa palautetiedon, käyttävät sen hyödyt ja osaavat sivuuttaa jotkin oppilaiden reaktioista. (Ainley & Luntley 2007, 3–4.)

Kun opettajaopiskelija saa työskennellä eksperttiopettajien kanssa, hänelle syntyy sosiaalinen identiteetti ja tunne osallisuudesta ammatilliseen yhteisöön. Nämä yhdessä edistävät hänen opettajaksi kasvun prosessiaan. (Volman & Dam 2007, 857, 863.) Toisaalta, vaikka opettajaopiskelija hallitsisi opetettavan aineensa ja opetuksensa suunnittelun ja osaisi käyttää useita opetusmenetelmiä, hän ei välttämättä tunne opetettavan sisällön ongelmakohtia, ja saattaa tehdä vääriä päätöksiä (Escudero & Sánchez 2007, 98–99). Kolmas syy voisi olla, että työssä jo olevien opettajien ja opettajaopiskelijoiden yhteisessä diskurssissa molemmat kehittävät ammatillista osaamistaan.

Opettajien ja tutkijoiden yhteistyö tai yhteisöt ovat viime aikoina olleet esillä tutkimuskirjallisuudessa. Kun tutkijat ja opettajat työskentelevät läheisesti yhdessä, teoria ja käytäntö voivat vaikuttaa toisiinsa myönteisesti. (Olson & Craig 2001, 681–683.) Kaasila viittaa tähän mahdollisuuteen myös opettajankoulutusvaiheessa. Luokanlehtorin, didaktiikan lehtorin ja harjoittelijoiden yhdessä muodostama vuorovaikutuksellinen yhteisö kasvattaa harjoittelijoita opettajayhteisön jäseniksi. (Kaasila, 2004, 162.)

## Epävarmuuden sietäminen

Epävarmuuden kysymyksiä nuori opettaja kohtaa varmasti oman riittävyytensä kanssa. Joskus niitä syntyy yhteiskunnallisten muutosten edessä ja koulujakin koskettavissa kriiseissä. Koshmanova ym. (2007, 221, 223) toivovat, että opettajankoulutuksessa opiskelijoilla olisi mahdollisuus pohtia myös kansainvälisten kriisien vaikutuksia tulevaan työhönsä ja tunnistaa omat mentaalimallinsa ja rajoituksensa.

Nuorten opettajien huolena ovat usein kurssit, joihin he eivät tunne olevansa kunnolla valmistautuneita tai joihin heidän odotetaan laativan kurssisuunnitelman. Heitä arveluttavat ajankäytön vaatimukset, luokan hallinta, opetettavan sisällön jaksottaminen, aikatauluttaminen ja päivittäisen etenemisen suunnittelu. Opettajankoulutuksen suhteen heitä arveluttaa matemaattisten aineiden ja pedagogisten kurssien hyödyllisyys käytännön työn näkökulmasta. Yleensä heidän mielestään harjoittelua olisi saanut olla enemmän ja mahdollisuus apuopettajana toimimiseen koetaan tärkeäksi. (Adams & Krockover 1997, 37.) Yhteistä aloittelevien opettajien ensimmäiselle työvuodelle on, että se koetaan stressaavaksi, kaoottiseksi vuoristoradaksi, joka on emotionaalisesti kuluttava. Nuoret opettajat kokevat, että he siirtyvät kriisistä toiseen. Eikä tätä suinkaan helpota se, että monet kokeneet opettajat ovat sitä mieltä, että aloittelevien opettajien tulee oppia omista virheistään eikä ole hyväksii auttaa heitä kaikessa. (Cavanagh & Prescott 2007, 131–132.)

Yleensä epävarmuus rajoittaa nuoren opettajan työskentelyä. Skott (2001, 9–10) kertoo tutkittavastaan Christopherista ja tämä epävarmuudesta. Aloittaessaan työskentelyn koulussa Christopher tukeutui oppikirjaan, koki tuntien valmistelut työläiksi, kotityön määrän kohtuuttomaksi ja oppilasarvostelut arveluttivat häntä. Hän

noudatti suunnitelmissaan oppikirjan ideoita ja käytti siellä ehdotettuja materiaaleja, mutta kokeili etukäteen, miten ne toimivat. Hän vältti luennoivaa opetustyyliä ja puhui koko luokalle vain lyhyitä tuokiota, usein käynnistääkseen jonkin ryhmä- tai yksilötehtävän. Hänen luokassaan oli työntäyteistä hälinää ja hän kiirehti ryhmän luota toisen luo auttamassa. Skott (2001, 26) toteaa, että luokan todellisuus on opettajan ja hänen oppilaidensa yhdessä konstituoitua todellisuutta, joka asettaa omat rajoitteensa ja mahdollistaa toisia. Opettajan vaikutuksella on suuri merkitys sekä siinä, mitä toimintoja käynnistetään ja milloin opettaja ottaa enemmän tai vähemmän aktiivisen roolin. Matematiikan opettaminen niin, että se todella vaikuttaa oppilaiden ajatteluun on haaste kokeneellekin ammattilaiselle (Misailidou 2008, 391).

Koulutuksessa olisi lisättävä työelämäyhteistyötä, jotta opiskelijoille muodostuisi mahdollisimman monipuolinen kuva opettajan arjesta, toteaa Almiala (2008, 223) ja lisää, että arviointi- ja suunnittelutyö yhdessä muiden opettajien kanssa jää koulutuksessa liian vähälle huomiolle. Almiala liittyy opettajankoulutuksen haasteisiin epävarmuuden kohtaamisen ja sietämisen sekä luovaan ongelmanratkaisuun valmentamisen. Opettajankoulutuksen kannalta modernisoitua kehitys merkitsee tulevien opettajien kasvattamista muutosten ja epävarmuuden hallintaan. Koulutuksen tehtävänä on tarjota puitteet ja henkinen ilmapiiri, jossa epävarmuuden kohtaamista voidaan harjoitella. Opettajia tulisi valmentaa luovaan ongelmanratkaisuun ja itseilmaisuuksiin sekä työpaineiden ja stressin hallintaan. Tätä kautta opettajat voisivat kokea työssään hallinnan tuntemuksia. (Kiviniemi 2000, 8, 32–33, 95). Meredith (1995, 183) kysyykin, miten paljon itseluottamusta on kyllin paljon itseluottamusta?

## Yhteenvedo opettajankoulutuksen merkityksestä opettajan kasvuprosessin käynnistäjänä

Opettajaksi kasvun tutkimuksissa on välillä keskitytty opiskelijoiden käsityksiin harjoittelusta tai aineenhallinnan oppimisesta. Välillä on korostettu harjoittelun ohjausta ja affektiivisten tekijöiden merkitystä. Joissakin tutkimuksissa on tutkittu ammatillisia taitoja ja kompetensseja, aineenhallintaa, pedagogiikkaa, arviointia ja oppimista. Viime aikojen sosiologiset suuntaukset opettajankoulutuksessa kuvailevat opiskelijan opintoja siirtymäriitiksi ”*rite of passage*” tai oppipoika-ajaksi ”*apprenticeship of observation*”. Niissä keskitytään ekspertiisin kehittymiseen ja eksperttiopettajien rooliin kasvattaa tai sosiaalistaa noviisiopettajat uuteen opetuskuultuuriin. Viimeaikaisiin suuntauksiin lukeutuvat myös tutkimukset, jotka korostavat yhteisön merkitystä ja jokaisen toimijan vahvuuksien huomioon ottamista. Näissä tutkimuksissa keskeisiä ovat toimijayhteisöt ”*communities of practice*”. (Brown ym. 1999, 300–301.)

Yhteisiä piirteitä toimiville opettajankoulutusohjelmille ovat Darling-Hammondin (2006, 305–306) mukaan seuraavat: selkeä näkemys hyvän opetuksen vaatimuk-

sista, hyvin määritellyt standardit, vahva opetussuunnitelmallinen ydin ja laaja vähintään 30 viikkoa kestävä ohjattu harjoittelu. Shulman (2005a, 7) täydentää, että opettajan ammatillinen professio edellyttää syvän aineenhallinnan lisäksi asianmukaista harjoittelua, joka sisältää tutustumista opetusteknologiaan sekä riittävästi ohjausta ja arviointia. Koulutuksessa tulee Darling-Hammondin (2006, 305–306) mukaan olla tutkimuksellinen lähtökohta. Hän suosii portfolioarviointia, toivoo selkeitä strategioita opiskelijoiden uskomuksien näkyviksi tekemiseksi sekä vahvaa yhteistyötä koulujen kanssa.

Opettajaksi kasvu käynnistyy opettajankoulutuksessa ja tutkimukset osoittavat, että ammatillinen osaaminen lisääntyy koulutuksessa merkittävästi (Blömeke & Kaiser 2008, 198). Aloittelevilla opettajilla on kuitenkin vaikeuksia reflektoida työtään. Ehkä eräs syy on ajan puute ja kyky katsoa objektiivisesti koulukokemuksia ja niistä koituvia hyötyjä. Ehkä harjoittelun ohjaajilla ei ole tarpeeksi näkemyksiä ja innostusta opiskelijan luokkatyöskentelyä ohjatessaan. Ehkä yliopistonopettajien vaativat työpaineet eivät anna mahdollisuutta tukea opiskelijoiden reflektiota. (Goeddell 2006, 224; vrt. myös Cavanagh & Prescott 2009, 279.)

Vaikka opettajaopiskelijoiden käsitykset muuttuvat koulutuksen aikana hyvin hitaasti ja yksilöllisesti, opettajaopiskelijat omaksuvat opintojensa aikana opetuksessa käytettävän ammattikielen. Edistymisen tukena ovat opiskelijoiden aikaisemmat tiedot ja kokemukset. Joku kehittyy koulutuksen aikana merkittävästi, joku ei lainkaan. (Grevholm 2000, 132.) Doecken, Brownin ja Loughranin (2000, 338, 341–343) tutkimuksessa ensimmäisiin opettajuuden merkkeihin kuului opettajapuhe. Se sisälsi huolenpitoa oppilaista, luottamusta oppilaiden neuvoihin koulun käytänteistä, sovittelua ja aitoa kiinnostusta. Nuoret opettajat kertoivat huomanneen itsellään ns. opettajailmeen ja opettajaäänän ja naurahtaen paljastivat, että jokaisesta televisio-ohjelmastakin saattoi poimia jotakin opetukseensa.

Mitä aloittelevat opettajat toivovat ammatiltaan? Kyriacoun ja Kuncin (2007, 1253) mukaan opiskelijat uskoivat tekevänsä yhteiskunnallisesti merkittävää työtä. He iloitsivat oppilaiden hyvästä menestymisestä, vaikka nämä toisinaan huonosti käyttäytyivätkin. Vain muutamat heistä katsoivat ennättävänsä tehdä työtä kyllin hyvin ja heitä arvelutti, riittääkö aika tavoitteiden mukaiseen hyvään opetukseen. Jotkut huolehtivat siitä, viekö työ liikaa aikaa onnelliselta yksityiselämältä ja pohtivat, riittäisikö palkka heidän haluamaansa elintasoon. Yleisimmin opiskelijat nostivat tärkeimmiksi opetustyöhön kiinnittymisensä syiksi koulun johdon toiminnan (vrt. myös Craig 2007) ja vanhempien kollegoiden tuen.

## 8 Opettajan ammatissa tärkeiksi koettujen asioiden merkitys opettajaksi kasvulle

Opettajan ammatissa tärkeitä kasvun tekijöitä ovat: oppilaiden merkitys oman opettajuuden kehittämisessä, kontekstin merkitys ja ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen (Kagan 1992b, 150–154). Usein opettajien ammatillista osaamista ja kykyä uusiutua testataan koulu-uudistusten puristuksessa. Sengerin (1999, 210–214) tutkimuksen tavoitteena oli kuvata opettajien arvoja, uskomuksia, reflektioita ja päätöksiä uudistusten keskellä ja konstruoida teoreettista mallia kuvaamaan opettajien muutosta. Havaintona oli, että muutosprosessi vaihteli paljon eri opettajien välillä eikä se ollut lineaarista, vaan pikemminkin muutosta tapahtui rekursiivisesti. Tutkimuksen mukaan parhaiten muutosta tuki, kun opettajalla oli paljon tilaisuuksia ajatella asioita uudelleen, kokeilla uudelleen ja ideoida uudelleen. Näkyvää muutosta luokkatyöskentelyssä tapahtui, kun opettaja vakuuttui idean toimivuudesta. Stipek ym. (2001, 213–214) havaitsivat tutkimuksessaan, että opettajien uskomukset säilyvät uran aikana lähes ennallaan. Mielenkiintoista kuitenkin oli, että opettajilla, joiden uskomukset matematiikasta ja sen oppimisesta olivat perinteisiä, oli yleensä heikompi itsetunto ja nämä opettajat eivät nauttineet matematiikasta. Perinteiset uskomukset implikoivat myös perinteisiä käytäntöjä luokkatyöskentelyssä, kuten oppilaiden oikeiden vastausten painottamista ja hyviä arvosanoja. Nämä opettajat arvostivat nopeutta suorittaa tehtäviä ja antoivat oppilailleen vähemmän autonomiaa. Tutkimuksessa huomattiin, että opettajan itseluottamus korreloi myös oppilaitten käsityksiin itsestään matematiikan oppijoina.

Siirtyessään noviiseista eksperteiksi yksilöt omaksuvat erilaisia näkökulmia tehtäviin, joihin ovat sitoutuneet ja sen myötä muuttavat identiteettiään (Kelly 2006, 513). Voidaan ajatella, että ammatillinen kasvu on prosessi, joka on joko subjektiivinen tai objektiivinen tai molempia (Evans 2002, 131). Tähän prosessiin voidaan vaikuttaa arvostamalla yhteisöllisiä ja kriittisesti reflektioivia käytäntöjä ja opettaja-tutkimusta (Kelly 2006, 516).

Barret ym. (2002, 24–26) raportoivat tutkimuksessaan kahden noviisiopettajan kasvuprosessia. Anne on heidän mielestään tyypillinen noviisiopettaja, jolla ei ole vielä erityisiä tavoitteita. Anne hämmentyy välillä luokassa, eikä osaa aina tulkita oppilaittensa ajatteluprosesseja ja on epävarma itsestään matematiikan opettajana.

Rachel muistuttaa jo kokenutta opettajaa. Hänellä on selvät, ääneen lausutut tavoitteet, yksityiskohtainen tuntisuunnitelma ja muotoutuneet rutiinit. Rachel tietää, mitä oppilaiden tulee osata ja hänen uskomuksensa ovat linjassa hänen käytäntöjensä kanssa. Kiinnostavinta tutkimuksessa on se, että molempien lähtökohta on sama; he ovat vasta valmistuneet opettajiksi, ja silti he ovat aivan erilaisia opettajia. Erilaisuus näkyi ensinnäkin luokkakäytänteissä; kumpikaan opettaja ei mielellään antautunut luokkakeskusteluihin, mutta eri syistä: Anne epävarmuuttaan ja Rachel, koska hän pyrki vain tarkistamaan kysymyksillään, että oppilaat käyttivät oikeaa sääntöä. Sekä Anne että Rachel kysyivät harvoin selitystä oppilailta ja esittivät oppilailleen tehtäviä, joihin löytyi selkeä vastaus. Samanlaisia tuloksia saivat Cavanagh ja Prescott (2007, 132–134). Nuoret opettajat lykkäsivät matematiikan opettamista siihen, että alkoivat tuntea olonsa muuten kotoiseksi. He ajattelivat, että heidän tulee pitää tiukasti ohjat käsissään ja oppikirjan seuraaminen auttoi heitä siinä. Nuoret opettajat kokivat, etteivät löytäneet sopivia esimerkkejä opetussuunnitelman mukaiseen opetukseen ja tuskailivat oppilaidensa vastentahtoisuutta muuttaa tuntityöskentelyä. Annen ja Rachelin erilaisuus tuli ilmi myös uskomuksissa; Anne uskoi, että oppilaiden esittämät ideat auttoivat opetuksessa. Rachel taas oli sitä mieltä, etteivät oppilaat kykene tuottamaan mitään itsenäisesti, vaan he oppivat opettajaa matkimalla. Hänelle oppikirja oli ehdoton auktoriteetti ja parasta hänen mielestään olikin, että opettaja esittää vain yhden ratkaisutavan, sillä useat erilaiset mallit vain sekoittavat oppilaita. Täydennyskoulutuksessa, johon Anne ja Rachel osallistuivat, opettajia rohkaistiin keskittymään oppilaiden ajatteluun, yhteistoiminnallisuuteen ja toimintamateriaalien käyttämiseen. Anne suhtautui ehdotuksiin myönteisesti, mutta Rachel epäluuloisesti, koska ne olivat vastoin hänen uskomuksiaan. (Barret ym. 2002, 24–26.)

Koulu-uudistukset ovat monimutkaisia käytäntöä ja teoriaa yhdistäviä, sosiaalisia prosesseja, joissa muutos on väistämätön. Opettajat ovat asiantuntijoita puhuttaessa heistä itsestään, heidän todellisuudestaan, lapsista, oppiaineesta, opettamisesta ja oppimisesta. (Clandinin & Connelly 1998b, 149.) Usein uudistuspainee suuntaavat opettajien täydennyskoulutusta ja opettajat osallistuvat niihin passiivisina jäseninä. Crockettin (2007) artikkeli opettajan ammatillisesta kasvusta koulu-uudistusten kriittisenä resurssina perustuu opettajien omaan tarpeeseen kehittää matematiikan opetustaan. Toteutuksessa tutkijat järjestivät vuoden kestoisen, viikottaisia ryhmätapaamisia sisältävän koulutuksen, jossa koulutuspoliittinen näkökulma opettajan ammatilliseen kasvuun nostettiin esille. Tutkimuksessa havaittiin, että opettajan ammatillinen täydennyskoulutus luo ammatillista kehitystä, joka toimii myöhemmin voimavarana luokkatyöskentelyn kehittämisessä. Sen sijaan pelkät puitteet eivät tuo toivottua uudistusta (Crockett 2007, 262). Usein opettajilla on vahva luottamus omaan puheeseensa niin opetuksessa kuin luokan hallinnassakin (Brown 2001, 104). Erityisesti matemaattisten aineiden opettajat luottavat opetuksessaan Van Veen ym. (2001, 190) mukaan enemmän tiedon siirtämiseen. Heidän tutkimuksessaan kävi myös ilmi, että matemaattisten aineiden opettajat olivat mielellään kollegiaalisessa yhteistyössä nimenomaan omien aineidensa opettajien kanssa, mutteivät niinkään muiden aineiden opettajien kanssa.



Täydennyskoulutuksessa pyritään muuttamaan opettajien oppimiskäsityksiä luokkakäytänteitä muuttamalla. Matematiikan opetuksen tutkimuksessa voidaan tunnistaa eroja opettajien matemaattisessa ymmärryksessä, opettajien kokemuksissa ja työskentelykonteksteissa ja kohdentaa täydennyskoulutusta niin, että koulutettavat voivat aidosti parantaa omia käytänteitään. (Brown ym. 2007, 198.) Ammatillisessa kasvussa onkin kysymys tiedon soveltamisesta uuteen tilanteeseen. Hyvin ymmärretty tieto on rakenteeltaan rikasta ja sillä on paljon yhtymäkohtia. Kun opettaja kokee tarvetta yhdistää uutta tietoa vanhaan tietoonsa ja kyseenalaistaa vanhaa tietoa uuden tiedon suhteen, hän kokee tiedon omakseen. (Franke ym. 2001, 656.) Kehitykseen ammatissaan opettajan tulee huomata, että hänen tehtävänsä on tutkia oppilaitten matemaattista ajattelua. Kun opettaja arvostaa oppilaittensa ajattelua, hän kokee tärkeäksi kysyä heiltä, miten he ovat ratkaisseet tehtävän ja luo tilaisuuksia, joissa oppilaat voivat keskustella erilaisista ratkaisutavoista. Opettaja oppii kuunnellessaan oppilaitaan ja nähdessään vaivaa ymmärtääkseen, mitä hän kuulee. (Franke ym. 2001, 657, 682–683.)

Kognitiiviset konfliktit ovat avainasemassa uskomusten muutoksessa. Haastavat matematiikan ongelmatehtävät ovat mahdollisuus katsoa uusin silmin matematiikkaa ja oppia lisää koulumatematiikasta ja sen opettamisesta sekä syventää omaa tietoa siitä, miten ja miksi asiat toimivat. (Proulx 2000, 90–91; Rolka ym. 2000, 127.) Joskus uudistukset otetaankin ilolla vastaan, koska niissä korostetaan ”matematiikasta hauskaa” -näkemystä ja saadaan oppilaat kiinnostumaan, vaikkakin ehkä matematiikan eksaktiuden ja merkityksen kustannuksella. (Vrt. Cahnmann & Remillard 2002, 191–194.)

Leikin ja Levay-Waynberg (2007, 351, 353) käsittelevät tutkimuksessaan opettajien aineenhallintaa ja käsityksiä oppijoista. Heidän mukaansa aineenhallinta ja käsitykset oppijoista määräävät, millaisia tehtäviä opettajat oppilailleen antavat tai millaisen oppimisympäristön he oppilailleen organisoivat. Tutkimuksessa opettajat joutuivat ratkomaan ongelmatehtäviä, jotka haastoivat heidän aineenhallintaansa. Tehtävät oli suunniteltu niin, että niissä tarvittiin matematiikan eri osa-alueita, niissä oli useita eri ratkaisuja tai useita tapoja löytää ratkaisu.

Videotutkimukset ovat yleistyneet paljon viime vuosina. Esimerkkinä tästä Borko ym. (2008, 432, 434) tutkivat videoiden käyttöä keskusteluiden virittäjinä ja opettajien ammatillisen kasvun välineenä. Opettajat kokivat, että videoinnit heidän omasta työskentelystään luokassa auttoivat heitä refleктоimaan ja huomaamaan, mitä he tekivät hyvin ja mitä voisivat vielä parantaa. Videot toisten opettajien työskentelyistä auttoivat osallistujia oppimaan uusia opetusmenetelmiä, arvostamaan oppilaittensa matemaattista päättelyä ja huomaamaan, että muutkin painivat samanlaisten ongelmien kanssa. Tutkijat huomasivat, että opettajat olivat haluttomia keskustelemaan toistensa opetuskäytänteistä, mutta keskustelut oppilaiden työskentelystä ja ajattelusta osoittautuivat antoisiksi. Kun opettajat Nemirovskyn ym. (2005, 388) mukaan kävivät läpi videoepisodeja tunneiltaan, he pohtivat sitä, miten asiat olivat, miten ne voisivat olla tai miten niiden tulisi olla. Tutkijat tulkitsivat tämän eettiseksi puheeksi, kaupankäynniksi ideaalitoimintojen ja käytännön olosuhteiden välillä.

Miten koulutuksen aikana syntyneet käsitykset ja uskomukset siirtyvät opettajan työhön? Cady ym. (2006, 20, 11–15) tutkivat kahta opettajaa, Vickyä ja Hannahia. Vicky omaksui nopeasti koulutuksen aikana uusia käsityksiä ja tutkimustulokset osoittivat, että hänen uskomuksensakin muuttuivat kognitiivisempaan suuntaan, kun taas Hannah ei. Kokeneena opettajana Vicky kuitenkin alkoi palauttaa opetustaan ja uskomuksiaan takaisin traditionaalisempaan suuntaan. Hannah sen sijaan omaksui uusia koulu-uudistusten mukaisia käytäntöjä. Opettajien uskomukset matematiikan oppimisesta ja opettamisesta eivät siis välttämättä siirry luokkakäytänteisiin. Newsteadin tutkimuksessa (1999, 325, 327, 329) opettajan käyttämä kieli muuttui, mutta luokkakäytänteet eivät muuttuneet. Opettaja siirsi vastuuta oppimisesta oppijoille itselleen, mutta nämä eivät ottaneet vastuuta oppimisestaan. Syynä tähän Newstead pitää sitä, että opettaja ei tehnyt selväksi, että oppilaiden on selitettävä, perusteltava ja kriittisesti tarkasteltava päätelmiään. Newstead (1999, 325, 327) listaa, että merkittävää muutosta ei saavuteta, ellei opettajille anneta mahdollisuuksia reflektoida omaa työtään ja riittävästi tukea sen tekemiseen. Muutos edellyttää opettajalta tarvetta muuttaa toimintamallejaan ja kollegiaalinen tuki on välttämätöntä. Lisäksi tarvitaan muutosta tukevaa opetusmateriaalia, aikaa ja panostusta sekä opettajaa vakuuttavia oppimistulosten muutoksia. Jotta tavoitettaisiin pysyvä muutos opettajan toiminnassa, hänen tulisi saada kokemus siitä, että tällä uudella menetelmälläkin oppilaat oppivat ja saattavat oppia jopa paremmin. Uusia ideoita ei myöskään saada markkinoitua, ellei niistä ole heti olemassa käytäntöön sovellettavia esimerkkejä tai opetusideoita. Uusille ideoille on annettava aikaa ja opettajille mahdollisuus tehdä joustavia heille itselleen sopivia ratkaisuja käytännön toteutuksesta. (Lee 2006, 109–110.)

Eräs merkittävä muoto kehittää jo ammatissaan työskentelevien opettajien ammattitaitoa ja tukea heidän kasvuprosessiaan on tehdä toimintatutkimusta yhdessä heidän kanssaan. Tähän viittaa mm. Krainer (2006, 214). Luokanopettajien kanssa yhteistyössä tehtyjä toimintatutkimuksia ovat tehneet mm. Sztajn ym. (2007, 978–981). Heidän tutkimuksessaan yliopiston matematiikan opettajat kehittivät alakoulun matematiikan opetusta yhteistyössä luokanopettajien kanssa. Hyvä esimerkki tutkijan ja opettajan edistyksellisestä yhteistyöstä on Edwardsin ja Hensienin (1999, 195–200) raporttoima toimintatutkimus. Tutkittava Sarah ei koskaan opettajana kyseenalaistanut opetusmateriaalien päämääriä ja järjestystä, eikä keskustellut kenenkään kanssa eri aiheiden opettamisen menetelmistä. Hän ihmetteli, miksi hänen oppilaansa eivät ymmärtäneet eri oppiaineiden välisiä yhteyksiä tai saman aineen eri aiheiden välisiä yhteyksiä. Kun yhteistyö tutkija Tomin kanssa alkoi, heistä tuli yhdessä kokeilunhaluisempia. He ideoivat uusia aktiviteetteja ja pyrkivät huomioimaan sekä yksilöitä, että ryhmää. Materiaalin määrä kasvoi. Sarah kertoo, että vasta nyt hän ymmärsi tunnin aloituksen arvon. Hän alkoi käyttää aivoriihimenetelmiä ja huomasi oppilaiden pitävän niistä. Hän alkoi kysyä enemmän mitä- ja miksi-kysymyksiä tai miten aihe liittyi todelliseen maailmaan tai miksi ylipäätään opiskelimme sitä. Tom oli pitäessään hänen tuntejaan käyttänyt paljon havainnollistuksia, toimintamateriaaleja ja teknologiaa luodakseen näitä yhteyksiä ja Sarah huomasi

omaksuvansa samoja menetelmiä.

Opettajien uskomusten muuttuminen kytkeytyy siis heidän luokkakäytänteidensä muuttumiseen. On nähtävä oppilaiden edistyminen voidakseen rohkaistua avoimien tehtävien käyttämiseen. Toisaalta avoimien tehtävien lisääminen muuttaa opettajan uskomuksia siitä, mikä on luokkatyöskentelyn merkitys. Tavoitteena on oppilaiden tietojen karttuminen, ei opettajan. Muutosprosessi on kuitenkin luonteeltaan syklistä ja vuorovaikutteista ja yhteissuunnittelun merkitys on keskeinen. (Edwards & Hensien 1999, 200–202.) Kun edellä kuvatussa toimintatutkimuksessa Sarah reflektoi kokemuksiinsa, hänen reflektionsa suuntautui aluksi siihen, miten hänen tapansa toimia yhdessä tutkijan kanssa erosi hänen tavastaan toimia yksin. Toisena vuonna Sarah kiinnitti huomiota siihen, miten heidän tapansa erosivat toisistaan. Toisen vuoden lopulla Sarah alkoi kiinnittää huomiota oppilaittensa tietoihin ja kolmannen vuoden lopulla reflektion kohteeksi nousi oppilaiden ymmärtäminen. Sarah päätyi kriittiseen analysointiin oppilaittensa oppimisesta. Tärkeimmäksi muutosprosessissa osoittautui sen pitkäkestoisuus ja yhteistyön luonne. (Edwards & Hensien 1999, 202–203.)

Opettajaksi kasvua opettajan työssä voisi sanoa opettajan voimavaraksi ja keinoksi työssä jaksamiseen. Vaikka opettajaopiskelijoista usein tuntuukin, että opettamisessa hienointa on jakaa omaa tietämystään, tämä näkemys menettää vähitellen otettaan itse työssä. Opettaja ei sittenkään ole samaa valmista puhetta puhuva pää, vaan hän on koko kehollaan ja elämäkokemuksellaan avaamassa ikkunoita ja ovia outoihin maailmoihin, joihin oppilaitten on kuitenkin itse astuttava. Mielestäni opettajaksi ja opettajana kasvua kuvaavat hyvin Jaatisen (1996, 23) sanat:

*”Hyvän itsetunnon omaava, omaa kokemustaan, omaa merkityssuhdemaailmaansa ja merkitystenmuodostumistapaansa tunteva opettaja on kuin taiteilija, joka tuntee työvälineensä, niiden mahdollisuudet ja myös niiden rajat. Hänen tietämykseensä kuuluu myös tieto hyvästä ja pahasta sekä vastuu siitä, mihin työvälineitä voi käyttää ja mihin ei. Taideteosta ei kuitenkaan synny pelkästään välineiden hallinnan ja teknisen osaamisen avulla. Tarvitaan herkkyyttä nähdä ihmisiä, elämää ja ympäristöä aina ”uusin silmin” ja ihmetellä, pitää löytää uutta, pitää löytää ideoita. Näin siitä, mitä ei vielä ole, tulee työn suurin haaste: uuden etsimisestä työn olennaisin, tärkeä osa, myös sen voima.”*

## 9 Tutkimuksen narratiiviset lähtökohdat

Tarinoilla on tapana temmata lukija mukaansa, ehkä elämään uudelleen todeksi jotakin hänen omaa jo unohtunutta kokemustaan. Gudmundsdottir (1997) painottaa, että tarinat tuovat ilmiöt lähelle kuulijaansa, heidän ”iholleen”. tarinat ovat tapa tavoittaa jotain ainutkertaista, ja silti niillä voi tarttua sosiaaliin, opetuksellisiin, teoreettisiin, poliittisiin ja metodologisiin keskusteluihin. (Gudmundsdottir 1997, 1–2.) Tutkimuksessani käytän käsitettä narratiivi siinä merkityksessä, jonka sille antavat myös Clandinin ja Connelly (1998a). Narratiivi on tutkittavan tuottama, hänen elämänsä kulkuaan ja kokemuksiaan jäsentävä tarina ja tutkijan käyttämä metodi. Keskeistä tutkittavien tuottamille narratiiveille on, että ne tapahtuvat tiettyyn aikaan, tietyssä paikassa ja niihin liittyy tarinoille tyypillisesti juoni. (Clandinin & Connelly 1998a, 155–156.) Tapahtumien kertomisessa myös unohtamisella on merkityksensä. Tarinan tosi ei siis välttämättä tarkoita sitä, että kaikki tuli kerrotuksi. Totuus on se, mitä kertoja muistaa (vrt. Kakkori 2002, 107).

Narratiivisuutta voidaan Heikkisen (2000; 2002b) mukaan tarkastella neljästä lähtökohdasta käsin: (1) narratiivisuus konstruktivistisena tiedonkäsityksenä, (2) narratiivit aineistona, (3) narratiivisuus aineiston analyysissä ja (4) narratiivit käytännön työvälineenä. Itse lisään listaan viidennen kohdan: (5) narratiivisuus tutkimuksen raportoinnissa. Seuraavissa luvuissa esittelen lyhyesti nämä lähtökohdat ja lopuksi suhteutan niiden merkityksen tähän tutkimukseen.

### Narratiivisuus konstruktivistisena tiedonkäsityksenä

Narratiivinen tutkimus liitetään konstruktivistiseen tiedonkäsitykseen. Konstruktivistinen paradigma puolestaan tukeutuu relativistiseen ontologiaan (on olemassa useita todellisuuksia), subjektiiviseen epistemologiaan (ymmärrys syntyy tutkittavan tiedosta) ja naturalistiseen metodologiaan (kohdetta tutkitaan luonnollisessa ympäristössä). Niglas (2004, 10) sijoittaa kasvatustieteen kartassaan narratiivisen tutkimuksen tieteenfilosofisesti fenomenologis-hermeneuttisen, kriittisen teorian ja postmodernismin yhtymäkohtaan. Keskeisiksi käsitteiksi nousevat fenomenologis-hermeneuttiselta puolelta merkitykset ja tulkinta, kriittisestä teoriasta emansipaatio

ja reflektiivisyys sekä postmodernismista uudelleenkonstruointi. Narratiivinen tutkimus lähenee tässä kartassa fiktiota ja jopa taiteita, ja piirtää muotokuvan yksilöstä tai yhteisöstä (vrt. Heikkinen ym. 2005 ja Syrjälä 2005, 368).

Kun narratiivisuus liitetään kontruktivistiseen tiedonkäsitteeseen, tietämisen prosessin ja tiedon luonteen katsotaan olevan luonteeltaan narratiivisia. Tällä tarkoitetaan sitä, että ihminen rakentaa tietonsa aikaisemman tietonsa ja kokemustensa varassa. (Heikkinen 2000, 49–51; 2002b, 16.) Jerome Brunerin (2004, 691–692, 694) mukaan ihminen rakentaa todellisuuttaan tarinoilla. Samalla hän tekee tulkintaa ja uudelleen tulkintaa elämästään. Narratiivit ikään kuin imitoivat elämää ja elämä narratiiveja. Joskus tarinat vangitsevat eletyn elämän jopa paremmin kuin kalenteri tai kello. Toisinaan kulttuurisesti muotoillut kognitiiviset ja kielelliset prosessit, jotka ohjaavat elämäntarinoiden kertomista, saavuttavat voiman jäsentää kokemuksia, järjestellä muistia, luokitella ja yhdistellä mielekkäästi tapahtumia. Meistä itse asiassa tulee niitä elämäkerrallisia tarinoita, joita kerromme.

Tarinaa ei koskaan ole tuotettu tyhjiöön, vaan tarinalle on aina ajateltu kuulija- tai lukijakunta. Tarina kytkeytyy siihen sosiaaliseen kontekstiin, jossa se luodaan. Sosiaalisen tilanteen merkitys ei ilmene ainoastaan siinä, että tarina tulee ymmärtää kontekstissaan, vaan myös siinä, että se on tuotettu tietyssä tilanteessa, esimerkiksi tutkijan pyynnöstä, jolloin tutkittava kertojana on valinnut käsittelemänsä yksityiskohdat pitäen mielessä tutkijan ja tutkimuksen intressit. Narratiivi on siis kronologinen, merkityksellinen ja sosiaalisessa tilanteessa tuotettu. (Elliot 2006, 3–4.)

## Narratiivit aineistona

Narratiivisuus liittyy myös tutkimuksen aineiston keruuseen ja saatavan materiaalin luonteeseen. Tässä merkityksessä aineiston narratiivisuus tarkoittaa proosamuotoista, suullisesti tai kirjallisesti esitettyä kerrontaa. (Heikkinen 2000, 51–52; 2002b, 16; Polkinghorne 1995, 6–7.) Tätä kerrontaa voidaan arvioida Alasuutarin (2001, 92, 114) mukaan ensinnäkin tosiasioiden näkökulmasta, jolloin tarinat ovat lähteitä, joiden avulla ihmiset informoivat (tai jättävät informoimatta) tutkijaa tutkimuskohteesta. Toiseksi kerrontaa voidaan tutkia näytenäkökulmasta, jolloin aineisto on itsessään tutkimuskohde eikä niinkään lähde, joka tarjoaa meille tietoa kertojansa elämästä tai persoonallisuudesta. Kun tutkimusmateriaali mielletään näytteeksi, sitä ei pidetä väittämänä todellisuudesta eikä todellisuuden heijastumana, vaan tutkittavan todellisuuden osana. Näyte edustaa tätä todellisuutta huonosti tai se voi olla teknisesti huono, mutta se ei voi tarjota väärää tietoa.

Kerätessään aineistoa useimmat vastaukset, joita tutkija haastateltaviltaan saa, ovat Rubinin ja Rubinin (1995, 24–26) mukaan yksinkertaisia ja rehellisesti kerrottuja tarinoita (*narratives*), puolusteluja, julkisivuja, kertomuksia (*stories*) tai myyntejä. Tarinat kuvailevat, mitä tapahtui, mitä saatiin aikaiseksi ja millaisia tekemisen vaiheita esiintyi. Ne perustuvat muistettuun historiaan, jota ei ole paljon muokattu

tai vääristely ja usein ne tunnistaa alkusanoista ”Muistaakseni...”. Puolustelut ovat kulttuurin hyväksymiä selityksiä luvattomalle käyttäytymiselle. Ne kertovat siitä, että haastateltava kokee tulleen haastetuksi tai uhatuksi ja hänen on tarpeen puolustautua. Julkisivu on kuva, jonka haastateltava antaa kulttuuriseen ympäristöön kuulumattomalle haastattelijalle. Hän pyrkii käyttäytymään, kuten hänen oletettiin käyttäytyvän asemassaan. Kertomukset kertovat tutkijalle tutkittavan ydinuskomuksista. Ne ovat arvokkaita haastattelijalle, koska ne kertovat asioista, joita haastateltava haluaisi ottaa esiin, muttei tunne oloaan kyllin kotoiseksi sanoakseen sitä suoraan. Myytit tarjoavat selityksiä muuten mystisille ilmiöille. Ne kertovat taustalla vaikuttavista arvoista.

Tutkijalle tutkittavien tarinat ovat haaste, kuten Heikkinen (2004, 182) toteaa: kieli todellisuuden kuvaajana ei ole neutraali väline, vaan se pitää sisällään useita merkityssisältöjä. Eikä ainoastaan siinä mielessä, mitä tutkittava sanallistaa ja millä käsitteillä, vaan myös siinä merkityksessä, mitä hän jättää sanomatta. Estolan ja Syrjälän (2002, 183–184) tutkimus peruskoulu-uudistuksesta opettajien narratiiveissa nostaa esiin hiljaisuuden ja vaikenemisen merkityksen tarinoissa. Narratiivista aineistoa kerätessä myös kerääjän rooli vaikuttaa siihen, millaista aineistoa tutkittavat tuottavat. Mitä avoimemmin tutkija heittäytyy tilanteeseen, antautuu vuorovaikutukseen tutkittavan kanssa ja rakentaa tilanteen, jossa tutkittava tuntee olonsa vapautuneeksi, sitä todennäköisemmin hänelle kerrotaan asioita peittelemättömästi. (Polkinghorne 1983, 268.)

## Narratiivisuus aineiston analyysissä

Tutkimuksessa narratiivisuus voi tarkoittaa myös aineiston narratiivista analyysiä ja tulkintaa. Polkinghorne (1995, 9–15) jakaa narratiivisen tutkimuksen analyysin paradigmaattisen tiedon analyysiin (narratiivien analyysi) ja narratiivisen tiedon analyysiin (narratiiviseen analyysiin). Ensimmäinen perustuu luokitteluun ja kategorioihin ja toinen juonellisen kertomuksen tuottamiseen. Molemmille analyysimenetelmille on yhteistä ajallisuus. Luokitteluakaan ei tehdä vain teemallisten näkökohtien pohjalta, vaan luokittelu voi kuvata tutkittavien kehitysprosessia. Uuden narratiivin tuottaminen kutoo aineiston joskus pirtaleisetkin elementit yhtenäiseksi merkitykselliseksi kokonaisuudeksi, joka tukee asetettuja tutkimustavoitteita. Voidaan jopa sanoa, että narratiivinen analyysi, jossa huomio kiinnittyy ehjän ja juonellisen tarinan tuottamiseen, on vienyt narratiivisen tutkimuksen koettelemaan tiedediskurssin ja kaunokirjallisuuden rajoja. (Heikkinen 2000, 52–54; 2002b, 16.) Tästä esimerkkinä Erkkilä (2005, 82) koosti teemoittelun ohella aineistostaan kahden opettajan keskustelun, jossa hän kuvaa saamelaisopettajien elämää, koulutyötä ja paikkaan kuulumisen tunnetta. Myös Hannula (2003, 33–36) raportoi vaikuttavasti 9-luokkalaisten tytön kokemuksia matematiikan tunnilta sitoen yhteen omia kenttämuistiinpanojaan oppitunnilta ja haastatteluaineistoa.

## Narratiivit käytännön työvälineenä

Kun narratiivisuutta tarkastellaan käytännön työvälineenä, se on osa identiteetti-työtä ja kasvuprosessia. Elämäntarinoita tuotetaan ja nostetaan tarkasteltaviksi, jotta henkilön tunnetta hallita elämäänsä saadaan vahvistettua. Tarinoita käytetään opettajankoulutuksessa välineenä tarttua opettajana olemisen tapaan ja sosiaaliseen rooliin ja tarinoilla on merkitystä opettajaksi opiskelevien itsensä löytämisessä. (Heikkinen 2000, 54–55; 2002a, 101, 104; 2002b, 16; 2002c, 134.) Omasta elämästä kirjoittaminen saattaa olla opiskelijalle yllättävä kokemus. Se voi merkitä itselle tärkeiden asioiden ja ajatusten näkyväksi tekemistä ja itsetuntemuksen lisääntymistä. Oman tarinan totuuden tavoittelu innostaa opiskelijoita käymään keskusteluja läheistensä kanssa, tutkimaan omaa historiaansa ja näin muokkaamaan tarinaansa. (Estola & Mäkelä 2002, 139.)

*”Ei ole olemassa yhtä ainoaa totuutta omasta elämästä, vaan omaa elämää voi tarkastella monesta eri näkökulmasta. Oman itsensä tuntemisessa on kysymys erityisesti sen löytämisestä, mikä on totta itselle. On olemassa totuus, joka kerrotaan toisille ja ne tulkinat, joita kuulijat tekevät kertomuksesta. Myös historiallinen totuus kiinnostaa. Kun saa lisätietoja oman elämänsä tapahtumista voi olla, että myös subjektiivinen kokemus omasta elämästä muuttuu. Silloin ihminen sekä rakentaa elämäänsä, että suostuu siihen, että elämä rakentaa häntä.”*  
(Estola & Mäkelä 2002, 145.)

Kokemukset muokkaavat identiteettiämme joko vahvistaen sitä, mitä olimme ennen ja mitä haluamme olla tulevaisuudessakin tai antaen meille tuoreen näkökulman ja uuden mahdollisuuden tarkastella asiaa uudelleen (Nelson 2008, 207, 216). Jo tarinan kertominen voi olla vaikeaa, mutta vielä haasteellisempaa on kertoa se uudelleen niin, että se sallii kasvun ja muutoksen. Kuten Clandinin ja Connelly (2000, 6) asian ilmaisevat: *”We imagine, therefore, that in the construction of narratives of experience, there is a reflexive relationship between living a life story, telling a life story, retelling a life story, and reliving a life story”*. Huttusen ja Kakkorin (2002, 83–87) sanoin kuva tekee alkuperäisestä vieläkin todellisemman, kopio vain muistuttaa alkuperäistä. Elämäkerta on elämän tulkittu kuva, ei sen tulkitsematon kopio.

## Narratiivisuus tutkimuksen raportoinnissa

Kun tutkimuksen lähestymistapana on narratiivisuus, on luontevaa käyttää tarinoita, ei vain tiedonhankinnan menetelmänä, vaan myös raportointitapana (Heikkinen 2002a, 104). Äärimmillään tätä toteuttaa ehkä Clough (1999; 2002, 8–9). Hän ehdottaa, että tutkimusraportissa tarinat antavat mahdollisuuden sille, että totuus, jota ei ehkä muuten voitaisi kertoa, tulee lausutuksi ääneen. Tutkija voi näin tuoda esille

aineistosta niitäkin osia, joita ei muuten voisi pyrkiessään takaamaan tutkittaviensa anonymiteetin. Syntyy tarinoita, jotka saattaisivat olla tosia, tai jotka voidaan johtaa todellisista tapahtumista ja keskusteluista, mutta jotka tutkija on rakentanut avataksaan lukijoilleen syvemmän näkemyksen elämästä. Laitinen (2002, 57–58) kiteyttää: narratiivit saattavat yhdistää faktaa ja fiktiota ja vastata yhtä aikaa kysymyksiin, mitä on nyt ja mitä pitäisi olla, joten ne eivät ole neutraaleja kuvauksia kertojansa elämästä. Bridges (2002, 30–31) selventää: tutkijat voivat lähestyä alueita, jotka liittyvät ihmisten mielipiteisiin tai yksityiseen elämään ja joista heidän aineistonsa ei anna riittävästi pohjaa. Tarinat antavat tutkijoille mahdollisuuden lisätä dramatiikkaa tai mielenkiintoa aihetta kohtaan. Joskus narratiiveja käytetään kuvaamaan ihmiselämän ajallisuutta tai prosessimaisuutta, joskus tutkittavien voimaantumisen ja ”hiljaisten teemojen” näkyviksi tekemisen vuoksi (Elliot 2006, 6).

*”What we might learn from these cases is that the stories are most instructive and revealing when they are most personal, and often when the owners of the stories are most vulnerable. As researchers, we cannot easily protect them: In fact, it is precisely in wishing to treat them as equals that we expose them to risk. These are instances in which fictionalizing could be helpful as one way of enabling these stories to be told, but this solution is both technically and methodologically difficult.”*  
(Elbaz-Luwisch 1997, 82.)

Narratiivisessa tutkimuksen raportoinnissa menneisyys, nykyhetki ja tulevaisuus näyttäytyvät tarinan kokemuksissa. Samoin näiden kokemusten merkitys ja arvo. Tekstissä ”minä” voi tarkoittaa puhujaa tutkijana, opettajana, miehenä tai naisena, kommentaattorina, tutkittavana, narratiivin kriitikkona ja teorian rakentajana. Tästä Denzin käyttää nimitystä ”kirjailijan ääni” (Clandinin & Connelly 1998a, 155–156). Kun kertoja kertoo kokemuksistaan hän reflektoi elettyä, kerrottua, uudelleenkerrottua ja sen kautta uudelleenelettyä elämäntarinaansa (Clandinin & Connelly 1998a, 160; ks. myös Heikkinen 2002b, 15). Siis samalla myös tutkijan itsensä tarinaa.

Elbaz-Luwisch (1997, 77) nostaa esille kysymyksen siitä, ovatko narratiivisen tutkimuksen narratiivit aina eksperttiopettajien narratiiveja, joista noviisien tai opettajankouluttajien katsotaan voivan oppia ns. sisäpiirin tietoa. Hän itse vastaa kysymykseensä (1997, 78):

*”the purpose of narrative research is not to develop knowledge that can be used to change practice, nor to work out personal and idiosyncratic solutions to problems in the field though each of these might be by-products of narrative research, but to gain increased understanding of the multitude of meanings that are created by practitioners and by researchers working together, and thereby empower all the participants in the process”.*

Tutkittaessa tunteita tai muita subjektiivisia kokemuksia tutkija ja yhtä hyvin tutkimuksen lukija törmäävät siihen, että henkilön subjektiivinen kokemus on ulkopuolisten tavoittamattomissa. Hannula (2003) selventää tätä käsitteellä ”representational



*crisis*”. Tutkittavan kokemus ilmenee jonkinlaisena käyttäytymisenä, jonka tutkija omien kokemustensa lävitse tulkitsee ja kirjoittaa raporttiinsa ja jonka lukija tämän jälkeen tulkitsee taas omien kokemustensa kautta. Raporttia kirjoitettaessa tätä ristiriitaa voidaan pienentää kokeilevalla kirjoittamisella ja fiktiivisen kirjoittamisen tekniikoilla. Koska tutkittaville tuottaa usein vaikeuksia pukea ajatuksiaan ja varsinkin tunteitaan sanoiksi, tutkija voi toimia tutkittavansa tulkkina. Tulkkina toimiminen kuitenkin edellyttää, että tutkija muodostaa läheisen ja empaattisen suhteen henkilöön, josta hän kirjoittaa, ja voi luottaa siihen hiljaiseen tietoon, jota hän esimerkiksi haastattelutilanteessa kerää. (Hannula 2003, 31–32). Narratiivisen tutkimuksen tuloksia voidaankin kutsua pikemminkin johtopäätelmiksi kuin tuloksiksi. (Denzin & Lincoln 1998, 27.)

## Narratiivisuus tässä tutkimuksessa

Valitsin narratiivisen tutkimusotteen työhöni, sillä se sopii hyvin ammatillisen kasvuprosessin tutkimiseen ja kuvaamiseen. Tutkimuksessani käytän narratiivisuutta kaikista edellä mainituista viidestä lähtökohdasta käsin. **Narratiivisuus konstruktivistisena tiedonkäsityksenä** tulee esiin tavoitteena tuottaa tietoa yhdessä. Tutkimuksessani tarinat on kerrottu tutkijalle, mutta opettajankoulutuksen keskiössä. Tämä näkyy siinä, että tapahtumat sijoittuvat yleensä opetuksen ja kasvatuksen kontekstiin. Tutkittavat nostivat itse esiin teemoja, joista halusivat kertoa, mutta myös teemoja, joita minun tutkijana tulisi heidän mielestään kysyä. Tutkittavien ryhmässä pitämäni luennot tukivat aiheillaan toisaalta tutkimuksen intressejä ja toisaalta opettajankoulutuksen tavoitteita. Aineiston keruun säännöllisyys ja pitkäkestoisuus antoivat tutkittaville mahdollisuuden konstruktivistiseen tiedon rakenteluun, teemoihin syventymiseen ja heille itselleen tärkeisiin aiheisiin palaamiseen.

Työni **aineisto on narratiivista** ja tutkittavien itsensä tuottamaa. Tutkimukseeni osallistuneet ovat myös voineet vaikuttaa aineiston keruun menetelmiin. Narratiivisen aineiston keruussa annoin tutkittavilleni paljon tilaa valita, mistä he kertovat. Toki esseitä ja haastatteluja varten suunnittelin teemoja ja lähetin jopa kysymyksiä etukäteen, jotta tutkittavat saattoivat valmistautua tai edes varautua haastattelutilanteisiin. Jotkut heistä olivatkin tehneet muistiinpanoja ennen haastatteluun tulemistaan. Aluksi pohdin sitä, rajaavatko nämä kysymykset liikaa syntyviä tarinoita, mutta pidin tärkeänä, että tutkittavani orientoituivat aiheeseen enkä halunnut yllättää heitä kysymyksilläni. Luotin siihen, että sain näin harkitumpia vastauksia. Toinen itselleni tärkeä lähtökohhta oli, että tutkittavilla olisi tilaisuus tuottaa tarinoita sekä suullisesti että kirjallisesti. Heillä oli jopa mahdollisuus tehdä itse valintaa siitä, kumpaa käyttivät. Tämä antoi tilaa erilaisille ilmaisuille ja joskus haastattelut venyivätkin pituutta siksi, että suullisesti asioita oli helpompi tuottaa eikä se edellyttänyt tutkittavien näkökulmasta kuitenkaan ajankäytöllisesti yhtä paljon kuin tekstin tuottaminen. Narratiivisessa tutkimuksessa onkin mahdollista kunnioittaa puhujan

itse valitsemaa tapaa ja muotoa kertoa kokemastaan (Huhtanen 2004, 18).

Työssäni käytän **narratiiveja** sekä aineistona että **analyysin välineenä** enkä voi välttyä tarkastelemasta tutkittaviani omien kokemusteni valossa. Koska keräsin aineistoa kolmen lukuvuoden ajan, koin hahmottavani kasvutarinaa yhdessä kasvun kanssa, enkä jälkikäteen tulkittuna. Tutkimuksessani analysoin aineistoani sekä narratiivien analyysin että narratiivisen analyysin keinoin. Narratiivien analyysissä muodostin kullekin elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteelle oman kategoriansa ja analysoin kunkin tutkittavan näkemyksiä teemasta kronologisena jatkumona. Samoin tutkin opettajaksi kasvun piirteitä jokaisen tutkittavan kohdalla erikseen ja ammatillisen kasvuprosessin edetessä. Toisin kuin esimerkiksi Poikolainen (2006, 143–144) en kategorisoinut ja tiivistänyt tutkittaviani yhteen luokitteluun, en myöskään niputtanut heitä teemoittain kuten Huhtanen (2004, 123), joka on tutkimuksessaan käyttänyt narratiivien analyysiä sovittaessaan kolmentoista pianistiopettajanaisen kokemuksia kulttuurisiin tarinoihin, vaan säilytin jokaisen henkilökohtaisen prosessin erillään.

Narratiivisessa analyysissä tuotin jokaisesta tutkittavasta oman opettajaksi kasvun tarinansa. Toinen vaihtoehto olisi ollut muokata yksi yhteinen metatarina kuten Poikolainen (2006, 140) tutkimuksessaan yliopisto-opiskelijoiden tieteellisen ajattelun oppimisesta ja rakentumisesta on tehnyt. Kujalan (2006, 125) neljä ikääntyvän opettajan narratiivia ovat myös koosteita 22 kirjallisesta kertomuksesta ja 12 haastattelusta. Myös Huhtanen (2004, 149) käytti narratiivista analyysiä tuottamaan viisi erilaista metatarinaa. Kaasila (2000, 94–95) valitsi tutkittavien joukosta kuusi opiskelijaa, joista hän muodosti yksityiskohtaisen tapauskuvauksen. Hän kertoo, että tavoitteena oli kehittyneen kertomuksen aktiivinen juonentaminen. Tutkimukseni tarinoiden juonta etsiessäni tai rakentaessani huomasin saman kuin Huhtanen (2004, 23): ”aineisto koostui lukuisista kerrotuista, erimittaisista episodeista, jotka kuvasivat jotakin tilannetta, tapahtumaa tai ohikiitävään hetkeen liittynyttä tuntemusta. Näitä episodeja tuntui yhdistävän jokin, jonka opin tunnistamaan juoneksi: se satoi yhteen muuten enemmän ja vähemmän hajanaisia ja irrallaan olevia sattumuksia”. Huhtanen päätyi metatarinoin, mutta liitti kuitenkin henkilökohtaisia tarinoita liitteeksi tutkimuksensa loppuun. Itse päädyin liittämään tarinat osaksi tutkimuksen johtopäätelmiä. Ne täydentävät narratiivien analyysiä ja kunkin tarinan tuottamat tulkinnot saatoinkin kytkeä yhteen tutkimuksen johtopäätelmiä varten.

Tutkittavilleni annoin mahdollisuuden muokata itse omia kasvutarinoitaan, joita aineistosta olin koostanut, joskaan he eivät niihin juuri muutoksia toivoneet. Tulkinntani saivat näin lisää luotettavuutta. Bridges (2002) listaa narratiivien käyttöön vaikuttavia tekijöitä: yksinkertainen tarina kertoo asian hyvin, yksittäinen tapahtuma toimii esimerkkinä jostakin ilmiöstä ja personalisoi sitä, tarinassa taustatekijöitä kuvaillaan huolellisemmin, ehkä jopa elävämmin, kirjoittajan läsnäolo tarinoissa on todellisempaa ja tarinat kertovat myös kirjoittajan ennakkokäsityksistä ja reaktioista. Narratiiveissa keskitytään tapahtumaan itseensä, siihen miten henkilöt kokevat asian, miten he reagoivat siihen tunteittensa ja tietoutensa tasolla. Bridges toteaa, että mitä enemmän tutkimusraportit lähenevät näitä piirteitä, sitä enemmän ne muistut-

tavat fiktiota, säilyttäen kuitenkin juurensa aineistossa ja sen kautta elämän todellisissa tapahtumissa. (Bridges 2002, 29.)

Tutkimuksen edetessä tutkijallekin yllätyksenä kävi ilmi, että tutkimus itsessään toimi **osallistuneille kasvuprosessin ylläpitäjänä ja tukijana**, mahdollisuutena kirjoittaa ja puhua auki omaa opettajuuttaan. Opettajaopiskelijoiden saattaa olla vaikea havaita opettajakoulutuksen aikana tapahtuneita muutoksia omissa asenteissaan, mutta koulutuksessa käytettävät menetelmät, kuten portfolio työskentely, auttavat heitä huomaamaan niitä (vrt. Heikkinen 2002c ja Estola & Syrjälä 2002). Tutkimukseni toimi siis myös hyödyttäen tutkittavia heidän oman ammatillisen kasvunsa tunnistamisessa. Toisaalta tarinat saattavat kiihdyttää kasvuprosessia, sillä tarinoiden kertominen hermeneuttisessa mielessä syventää joka kehällään käsitystämme itsestämme ja kasvatustieteellisen tutkimuksen mielessä haastaa meitä muuttamaan sitä (vrt. Huttunen & Kakkori 2002 ja Moilanen 2002).

Estola ja Syrjälä (2002, 182–189) totesivat, että uudistusten paineessa opettajat tarinoissaan reagoivat lähinnä viidellä tavalla. Vaikenemalla, jolloin opettaja ei kerro uudistuksesta lainkaan. Ironialla, jolloin opettaja viittaa uudistuksiin kärjekkäästi ja jopa vähätellen. Myöntymällä ja sopeutumalla, jolloin opettaja huomioi neutraalilla tavalla uudistukset työssään. Opettaja voi vastustaa ja kritisoida, jopa kieltäytyä toimimasta uudistusten edellyttämällä tavalla tai opettaja voi nähdä uudistuksen tuoman muutoksen mahdollisuutena. Näin saattoi käydä myös tutkimukseni opiskelijoiden kasvuprosesseissa. Haastateltavani saattoivat tarkoituksellisesti vaieta jostain asioista, koska eivät tunnustaneet, pystyneet tai halunneet pohtia niiden merkitystä itselleen. He saattoivat suhtautua luennoilla esittämiini elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteisiin ironisesti ja vastahakoisesti tai hiljaisen myöntäväisesti, mutta niitä silti itselleen vieraina pitäen. Aktiivista vastustusta olin huomaavinani joissakin aiheissa, esimerkiksi yhteistoiminnallisessa työtavassa, mutta jotkut tutkittavistani näkivät tällaisen työskentelytavan myös mahdollisuutena.

Tarinat voivat tukea opettajaksi kasvua toisellakin tavalla. Tulevilla opettajilla ei ehkä vielä ole käsitteitä, joilla kuvata opettajakokemuksiaan. Doyle ja Carter (2003) ehdottavat, että opettajaopiskelijat kertoisivat tarinoita, joiden sisällä tämä tieto on ikään kuin sisäänkirjoitettuna. Kun esiintyminen opettajana väistyy syrjään, opettajana oleminen alkaa kehittyä. Doyle ja Carter tarkentavat, että narratiivisen näkemyksen mukaan tulevien opettajien pitäisi päästä opettamaan niin aikaisin kuin suinkin on mahdollista. Heidän tulisi saada tutustua kouluympäristöön, luokkatyöskentelyyn ja opetussuunnitelmaan, jotta heille alkaisi kehittyä kieli, jolla puhua näistä tapahtumista ja jolla käsitellä kokemuksiaan. Heille olisi myös hyödyllistä kuulla tarinoita koulusta. Opettajaharjoittelusta Doyle ja Carter kriittisesti toteavat, että siinä opetetaan opiskelijoita olemaan opettajaharjoittelijoita, ei niinkään opettajia, mutta kokemus on kuitenkin tärkeä ennen siirtymistä itsenäiseen opettajan työhön. (Doyle & Carter 2003, 131, 135–136.)

Tutkimuksessani en miellä, että opettajan ammatillinen kasvuprosessi olisi sama kuin tutkittavien elämäkerta, vaikka he tarinoissaan sivuavatkin elämäkerrallisia tapahtumia. Jotkin tapahtumat, jotka tutkittava liittäisi elämäkertansa saattavat olla

tukipilareina myös opettajaksi kasvamisen prosessissa, mutta opettajaksi kasvuun liittyvät episodit kytkeytyvät yleensä tutkittavan koulukokemuksiin, opettajankoulutuksen aikana saatuihin kokemuksiin ja työelämäkokemuksiin. Tutkimukseen osallistuminen antoi tutkittaville silti mahdollisuuden pohtia ja jäsentää näitä kokemuksia uudelleen ja ehkä jopa tunnistaa aikaisempien käsitystensä vaikutuksia tai seurauksia heidän oman opettajuutensa muovautumisessa.

Tutkimukseni alkuvaiheessa kokeilin **raportoinnissa** myös metatarinoiden koostamista (vrt. Erkkilä 2005; Huhtanen 2004; Poikolainen 2006 ja Kujala 2006). Kirjoitin kahta metatarinaa, jotka olivat koosteita tutkittavieni kokemuksista. Tärkein perusteluni oli tutkittavien anonymiteetin säilyminen ja kahden tarinan tuoma mahdollisuus liittää paljon rikkaita kokemuksia mukaan analyysiin. Vaikka metatarinoiden tuottamisen metodi aluksi tuntui toimivankin ja sain tuotetuksi uskottavia, aineistoni rikkautta ilmentäviä tarinoita, toisen vuoden aineistoon metodi ei enää soveltunut. Tutkittavien polut eriytyivät aivan eri suuntiin ja yksilöiden kadottaminen analyysistä ei vaikuttanut oikealta. Kokoava teksti ei enää puhutellut. Alasuutarin (2001) pohdinnat retoriikasta tekivät minuun vaikutuksen. Turvaudumme kvantitatiiviseen tai summeeraavaan lokukseen, kun väitämme, että se, mikä on hyväksi suurelle joukolla ihmisiä, on parempi kuin se, mikä hyödyttää vain muutamia, kun arvostamme kestäväää enemmän kuin haurasta tai kun sanomme, että se, mikä on hyödyllistä useissa tilanteissa, on parempaa kuin se, mitä voidaan käyttää vain tietyissä tilanteissa. Tutkimus ei vastaa vain mitä-kysymyksiin, vaan tavalla tai toisella ainakin yhteen miksi-kysymykseen. Aineiston avulla tulee selittää jokin ”mysteri” (Alasuutari 2001, 161, 216; vrt. myös Denzin & Lincoln 1998, 10–11) tai vangita jonkun yksilön näkökulma asiaan (Denzin & Lincoln 1998, 10). Päädyin siis kirjoittamaan tarinan jokaisesta tutkittavastani. Muokkasin kasvutarinat tutkittavien itsensä puheeksi, toisin kuin esimerkiksi Iso-Pahkala-Bouret (2005, 87), joka on muokannut kunkin yhdeksän tutkittavansa tarinan tietotekniikka-asiantuntijuudesta työtehtävien vaihtuessa kertojan äänelle ja sitten tukenut tätä näytteillä autenttisesta aineistosta. Samalla tavoin on toiminut Hovila (2004, 86), joka on käyttänyt elämäkertanarratiiveja tutkiessaan opettajan ja oppilaan kohtaamista koulusituaatioissa. Hän käyttää analyysimenetelmänä sisällönanalyysiä ja kuvaa tarinoita pikemminkin tekstikoosteiksi, joihin hän on liittänyt tulkintaa ja analyysiä. Hovilan (2004, 18) tavassa raportoida tutkimustaan narratiivisuus korostuu siinä, että hän liittää työhönsä runsaasti omia päiväkirjamerkintöjään. Tämän tutkimuksen analyysin tuloksena syntyneet narratiivit ovat tarinakoosteita kunkin tutkittavan kasvuprosessista kolmen lukuvuoden ajalta. Kertoja on tutkittava itse, mutta otteet eivät ole autenttisia haastattelu- tai esseekatkelmia, vaan ne on yhtenäistetty kieliasultaan kaunokirjallisempaan muotoon.

Tutkimuksen raportoinnissa narratiivisuus näkyy siis tarinoina, henkilökuvina, joissa tutkittavat itse ovat aitoina päähenkilöinä eivätkä ainoastaan tutkimuksen kohteina. Kirjoitin raporttiin myös omaa tarinaani antaakseni lukijalle mahdollisuuden pohtia sen vaikutuksia aineiston hankintaan ja analyysiin. Tutkijan äänen kuulumista voidaan pitää hänen henkilökohtaisena allekirjoituksensa. Erkkilä ja

Mäkelä (2002, 52) ehdottavatkin, että tutkijan pitäisi kertoa henkilökohtaisista ratkaisuksistaan ja myös työstään tutkijana, koska tämä auttaisi lukijaa ymmärtämään tutkijan maailmaa aivan uudesta näkökulmasta. Tarinaa voivat siis kertoa tutkija tai tutkittava itse.

Tutkijan silmälaseina toimivat hänen omat kokemuksensa ja tutkijan oman tarinan kirjoittaminen on keskeistä tämän esiymmärryksen avaamiseen myös lukijalle. Tutkijan suhde tutkittavien tarinoiden antaa niille niiden epistemologisen arvon. Tutkija antaa kuulemille tarinoille merkityksiä, jotka syntyvät vuorovaikutuksessa tutkittavan kanssa. Tämä erottaa Clandinin ja Connellyn (1998a) mukaan tutkimustekstin muista teksteistä; tutkimusteksti on tuotettu yhdessä tutkijan ja tutkittavien kanssa. Intensiivinen suhde tutkittavien ja tutkijan välillä pakottaa tutkijan pohtimaan, tuleeko hän osaksi tutkittavien tarinaa ja miten nämä tarinat muuttuvat. Toisaalta tutkijan ja tutkittavan suhteesta voi muodostua myös ystävyysuhde ja kuten tutkija muokkaa tutkittavan tarinaa, myös tutkittava saattaa muokata tutkimustekstiä. (Clandinin & Connelly 1998a, 162, 169–171.) Työssäni kirjoitin oman tarinani toisaalta ikkunaksi tutkittavieni tekstiin, toisaalta kuvaamaan opettajan kasvuprosessin erästä mahdollista jatkokertomusta (vrt. Tzur 2001). Kuvaus siitä, miten opettajana toimimisen kokemukset muuttavat opettajan tarinaa, rikastavat opettajankouluttajan työtä ja sitä miten opettaja kasvaa tutkijaksi.

## 10 Tutkimuksen kulku

Tutkimuksessani tutkin opettajaopiskelijoiden näkemyksiä elämyksellisestä matematiikan opetuksesta sekä heidän opettajaksi kasvuaan siten kuin he itse sitä tarinoissaan tulkitsevat. Tavoitteeni on lisäksi kehittää konstruoimaani elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmaa yhdessä tutkittavien kanssa.

Tutkimuksen taustalla ovat vaikuttaneet kokemukseni matematiikan opettajana, eri oppiaineen opettajan mentorina, matemaattisten aineiden opettajaopiskelijoiden ohjaavana opettajana ja opettajankouluttajana toimimisesta. Tzur (2001, 260) kertoo matematiikan opettajien opettajankouluttajan kasvuprosessista. Siihen sisältyy reflektointia neljällä eri tasolla (a) matematiikan oppilaana, (b) matematiikan opettajana, (c) matematiikan opettajien opettajankouluttajana ja (d) matematiikan opettajankouluttajien opettajana tai mentorina. Aloittelevana tutkijana itselleni ovat merkinneet matematiikan opettajaksi ja opettajana kasvun näkökulmasta prosessin ainutkertaisuus ja omakohtaisuus. Omien kokemusteni pohjalta halusin pysähtyä seuraamaan kasvuprosessia ja opettajankouluttajana myös tukemaan sitä. Siksi tutkimuskohteekseni valikoitui ryhmä, jota saatoin seurata kolmen lukuvuoden ajan ja jota aidosti tapasin tänä aikana muutenkin kuin tutkimuksen merkeissä. Tutkimukseni tavoitteeksi asetin, että koska joudun sitouttamaan tutkittavani pitkäkestoiseen tutkimusprosessiin, sen tulee hyödyttää tutkittavia (research for) ja antaa heille jotain vastavuoroisesti takaisin. Tutkimus on toki tehty tutkijayhteisöä varten, mutta myös yleistä tietoisuutta parantamaan (research about). Edellisten lisäksi tutkimus on tehty tutkittavien kanssa yhdessä (research with) käyttäen osallistavia menetelmiä ja muodostaen vuorovaikutussuhteita tutkijan ja osallistujien kanssa (vrt. Estola ym. 2007).

Oma lähtökohtani kehittää matematiikan opetusta on perusopetuksen matematiikassa, jota itse olen opettanut urani aikana pisimpään. Kehittämisenäköymäni ovat perustuneet elämyksellisyyteen, joskin sanan monimerkityksellisyyden takia välttelin sitä pitkään. Elämyksellisen matematiikan opetuksen keskiössä on toisaalta oppilas ainutkertaisena, arvokkaana ja kokonaisvaltaisena jäsenenä ja toisaalta matematiikka kauniina, mukaansa tempaavana ja monitasoisena tieteenä. Tutkimuksessani halusinkin elämyksellisen matematiikan opetuksen muodostavan tulkintakehyksen tarkkaillessani matematiikan opettajaksi kasvavan nuoren käsityksiä matematiikasta, sen oppimisesta ja oppettamisesta.

## Tutkimuskysymykset

Edellä kuvaamiini tutkimustehtäviin vastatakseni valitsin tutkimusmenetelmäkseni narratiivisen tutkimuksen. Se ohjasi työtäni tutkimuskysymysten muotoutumisen, aineiston keruun ja luonteen, aineiston analyysin ja tutkimuksen raportoinnin suhteen. Tälle tutkimusperinteelle on tyypillistä, että tutkija avaa raportissaan lukijoille omat polkunsä tutkijana, jopa virheelliset valintansa sekä perustellut ratkaisunsa. Siksi seuraavissa luvuissa tulen esittämään lukijalle tutkimuksen aikana tehtyjen analyysien vaiheet, vaikka lopullinen analyysi rakentuukin tutkittavien tarinalukujen yhteyteen. Taulukossa 4 on esitetty tutkimuksen edetessä tarkentuneet tutkimuskysymykset, aineisto, jolla niihin pyritään vastaamaan sekä kuhunkin kysymykseen sovelletut analyysimenetelmät. Kolmannessa sarakkeessa on lyhyesti selvitetty niitä periaatteita, joita eri aineistojen keruun ja analyysin yhteydessä on noudatettu.

**TAULUKKO 4. Tutkimuskysymykset, aineisto ja analyysimenetelmät selitteineen (vrt. Mason 1996, 22–24)**

Tutkimuskysymys	Aineisto ja analyysimenetelmä	Selite
1. Mitä aineisto kertoo opettajaopiskelijoiden kasvusta matematiikan opettajiksi yksilöllisinä kasvutarinoina?	<b>Aineisto:</b> Reflektiiviset kirjoitelmat 9/2005, 12/2006 ja 4/2008; haastattelut 12/2005, 5/2006, 5/2007 ja 12/2007	Havahduttavien yksilöllisten tarinoiden vahvuus siten kuin tutkittavat ovat itse sen tiedostaneet, tulkinneet ja kertoneet.
	<b>Analyysi:</b> Narratiivinen analyysi (2008), Greimasin aktanttimalli	Suuresta tekstimassasta luettava yksilöllinen tarina ja sen ydinkohtien kiteyttäminen aktanttimallin avulla.
2. Miten opettajaopiskelijoiden näkemykset elämyksellisestä matematiikan opetuksesta kehittyvät koulutuksen aikana?	<b>Aineisto:</b> Reflektiiviset kirjoitelmat 9/2005, 12/2006 ja 4/2008; haastattelut 12/2005, 5/2006, 5/2007 ja 12/2007	Mahdollisuus sekä kirjoittaa, että kertoa suullisesti; materiaalia promptina; yksin ja yhdessä tuotettua ymmärrystä (luennot ja ryhmätyöt).
	<b>Analyysi:</b> Narratiivien 1. analyysi (2006), luokittelu tasojen mukaan	Yleiskuva kohderyhmästä ja elämyksellisestä matematiikan opetuksesta; yksilöt eivät erotu.
	Narratiivien 2. analyysi (2007), luokittelu tasojen mukaan.	Yleiskuva yksilöistä ja elämyksellisestä matematiikan opetuksesta; yksilölliset erot eivät erotu.
	Narratiivien 3. analyysi (2008), teemoittelu kronologisesti elämyksellisen matematiikan opetuksen kuuden piirteen mukaan; yksilökuvaukset.	Kehityskaaren analyysi koko aineistoa käyttäen; yksilölliset kehityskulut.

3. Mitä aineisto kokonaisuudessaan valottaa matematiikan opettajaksi kasvun prosessista?	<b>Aineisto:</b> Reflektiiviset kirjoitelmat 9/2005, 12/2006 ja 4/2008; haastattelut 12/2005, 5/2006, 5/2007 ja 12/2007	Rikas kolmen vuoden ajanjaksolle sijoittuva tarinavaranto.
	<b>Analyysi:</b> Narratiivien analyysi (2008), teemoittelu, näkökulmina tuleva ammatillinen suuntautuminen, käsitys itsestä opettajana, käsitys matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta sekä käsitykset hyvästä opettajasta ja hyvästä opetuksesta.	Yksilöllisten kehityskulkujen seuraaminen teemoittain. Yhteenvetona yleisempien näkökulmien löytäminen matematiikan opettajaksi kasvun prosessista.

Seuraavissa luvuissa esittelen lähemmin tutkimukseni kohderyhmän, aineiston ja tutkimuksen kulun pääpiirteet.

## Tutkittavat

Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksella on aineenopettajakoulutuksen yksikössä ollut vuodesta 2002 alkaen aineenopettajan maisterikoulutusohjelma (ks. liite 1). Tutkinto tuottaa säädösten edellyttämän perusopetuksen aineenopettajan kelpoisuuden. Sivuaineopintojen valinnoilla voidaan kelpoisuutta laajentaa. Tässä maisteriohjelmassa opiskelijat suorittavat pääaineenaan kasvatustieteen opinnot ja pakollisena sivuaineenaan matematiikan aineopinnot. He voivat halutessaan suorittaa matematiikasta myös syventävät opinnot tai esimerkiksi luokanopettajilta vaadittavat monialaiset opinnot tai muita haluamiaan opintoja. Valmistuttuaan he voivat siis hakeutua joko luokanopettajan tehtäviin erikoistumisaineenaan matematiikka tai sitten matematiikan aineenopettajan tehtäviin esimerkiksi yhtenäisen perusopetuksen kouluihin tai pelkästään yläkouluihin. Mikäli he suorittavat syventävät opinnot myös matematiikasta, he voivat matematiikan aineenopettajina toimia laaja-alaisesti myös toisella asteella.

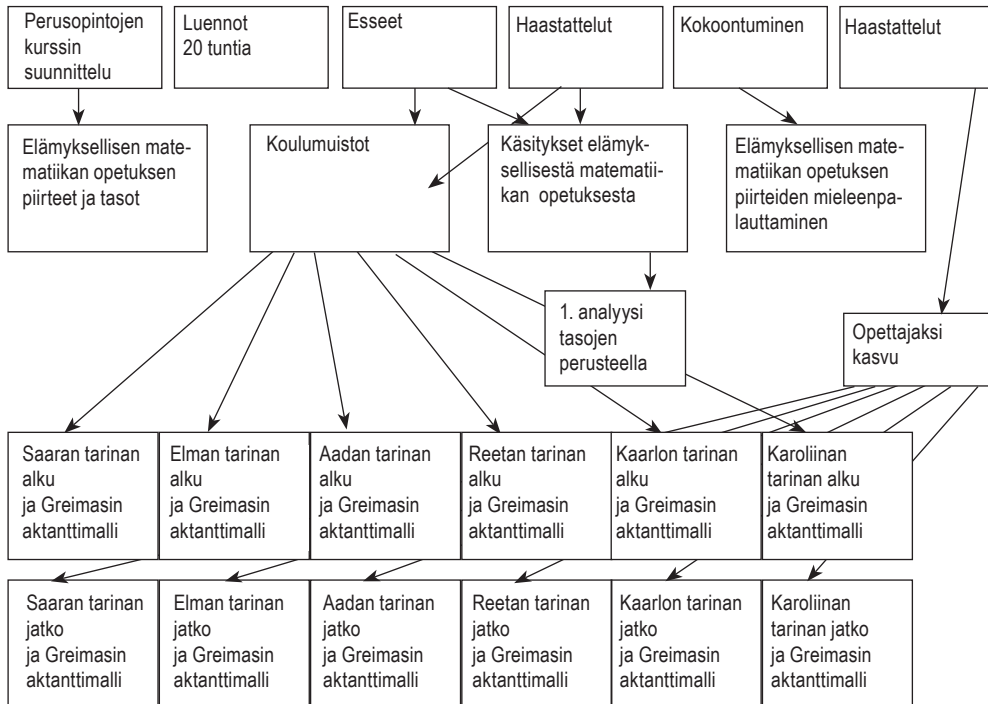
Tutkittavanani on eräs edellä kuvattua tutkintoa suorittava oman laitokseni pääaineopiskelijoiden ryhmä. Ryhmään kuuluu kuusi opiskelijaa. Vuonna 2005 heidän aloittaessaan opintonsa kymmenen opiskelijan kiintiö ei täyttynyt kokonaan ja kahdeksasta valitusta opiskelijasta vain nämä kuusi aloittivat opintonsa. Tätä kuuden hengen opiskelijaryhmää tutkin kolmen lukuvuoden ajan ja myös opetin yhtenä laitoksemme matemaattisten aineitten didaktikoista. Ryhmään kuului viisi naista ja yksi mies, jotka ovat kotoisin eri puolilta Suomea. Tämä näkyy osittain myös haastatteluaineiston murteissa, jotka olen pyrkinyt säilyttämään niin hyvin kuin olen osannut. Viisi tutkittavista oli opiskellut yliopistossa jo ennen tämän koulutusohjelman alkamista, mutta yksi oli valmistunut saman vuoden keväällä ylioppilaaksi.



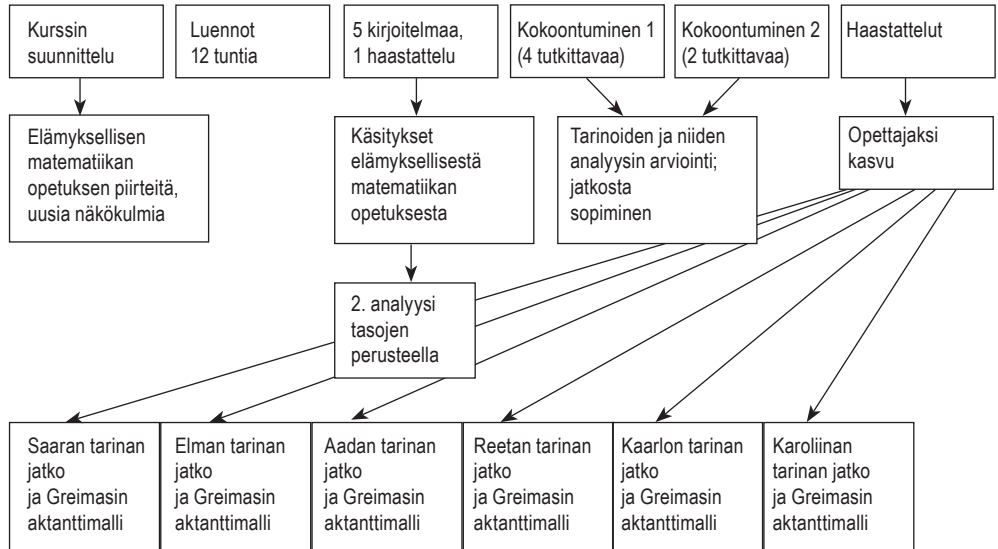
# Miten kerään aineiston?

Aineistoksi tähän tutkimukseeni olen kerännyt refleктоivia kirjoitelmia, haastatteluita, havaintomuistiinpanoja, luentomateriaalia, omia muistiinpanojani ja oman opettajaksi kasvun prosessini merkittäviä kokemuksia. Kuvio 3 osoittaa, miten osa-aineistot kertyivät tutkimuksen eri vaiheissa kolmena lukuvuonna.

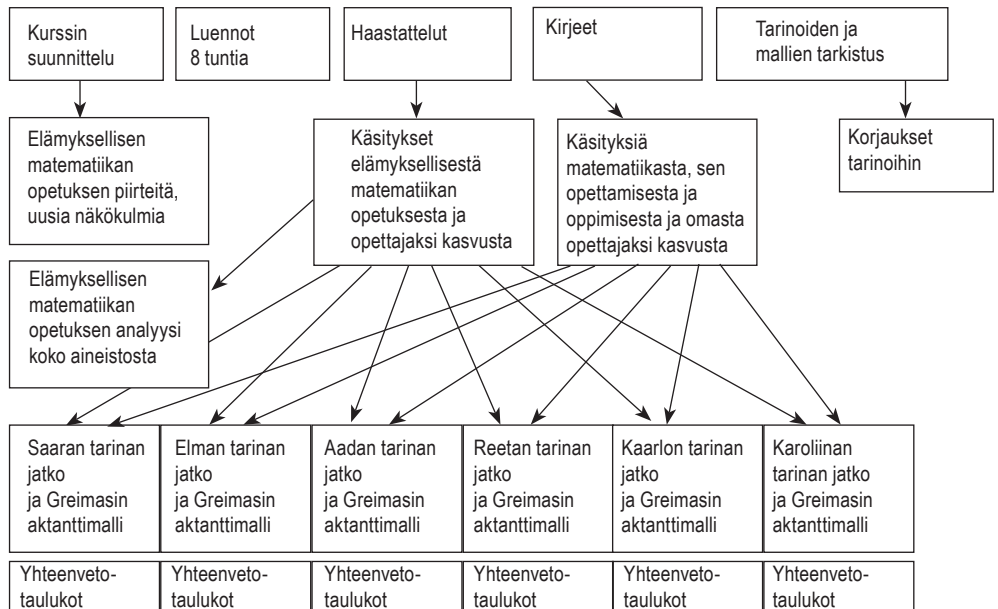
## 1. lukuvuosi 2005–2006



## 2. lukuvuosi 2006–2007



## 3. lukuvuosi 2007–2008



KUVIO 3. Tutkimuksen toteutus 2005–2008

Analysoitavaksi aineistoksi valitsin refektiiviset kirjoitelmat ja haastattelumateriaalit. En valinnut mukaan tapaamisista tekemiäni muistiinpanoja niiden irrallisuuden vuoksi enkä havaintomuistiinpanojani tutkittavieni oppitunneilta, koska kaikki tutkittavista eivät harjoitelleet tutkimuksen aikana. Lisäksi päätin, että varsinaisessa analyysissä ovat kertojina tutkittavat itse. Muistiinpanojani luennoilta ja osan luennojen materiaaleista sekä henkilökohtaisia koulumuistojani olen liittänyt elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä kertoviin lukuihin.

## Ensimmäiset esseet 9/2005

Ensimmäiset esseet liittyivät pitämiini perusopintojen kurssiin. Tästä kurssista opiskelijat saivat suoritusmerkinnän, joten siihen liittyi opetussuunnitelman mukaisesti essee ja tutustuminen kouluun. Ohjeistin esseet seuraavasti:

*Vastaa aluksi kaikkiin seuraaviin kysymyksiin ja täydennä vastauksiasi käsitelyämme kaikki aiheet luennoilla. Pohdi,*

- *mikä mielestäsi on opettajan tavoite hänen käyttäessään tällaista työskentelytapaa*
- *miksi toteutus oli valittu näin, miten itse toteuttaisit tai jatkaisit tästä*
- *millaisia käsityksiä luulisit oppijalla olevan*
- *mitä oppijat tästä oppivat*
- *mitä vaikeuksia oppijoilla tällaisessa työskentelyssä olisi*
- *millaisia vaikeuksia itselläsi olisi?*

*Kysymykset:*

1. *Miksi sinusta tulee opettaja?*
  - *Miksi haluaisit opettaa matematiikkaa?*
  - *Miten päädyit tähän koulutukseen?*
  - *Kuka vaikutti eniten siihen, että hait koulutukseen?*
  - *Mitä haluaisit oppia koulutuksessa?*
2. *Kokemuksia koulusta*
  - *Kerro, millaisesta koulusta tulet, paikka, koko, ympäristö.*
  - *Miten sinulle opetettiin matematiikkaa peruskoulussa ja lukiossa? Oliko se hyvä tapa? Miksi?*
  - *Kerro kuka opettaja on tehnyt sinuun suurimman vaikutuksen ja minkä takia.*
  - *Mistä pidät matematiikan oppimisessa?*
  - *Mikä tunnilla on kivaa? Mikä tylsää?*
  - *Miten haluaisit opettaa matematiikkaa?*

3. *Onko sinulla kokemuksia yhteistoiminnallisesta oppimisesta matematiikassa? Jos niin millaisia, mikä hyvää, mikä huonoa? Jos ei, niin entä ryhmätoista matematiikan tunneilla? Mitä hyvää, mitä huonoa? Perustele ajatuksiasi.*
4. *Mitä sinulle merkitsee havainnollisuus opetuksessa ja oppimisessa? Milloin opettaja havainnollistaa oikein, miten hän silloin toimii? Perustele vastaustasi.*
5. *Mitä tarkoittaa kokemuksellisuus matematiikassa? Onko se mielestäsi tarpeellista? Perustele näkemyksiäsi.*
6. *Millaista vuorovaikutusta voisi olla matematiikan tunneilla? Onko se mielestäsi tarpeellista /välttämätöntä /hyödyllistä? Miksi?*
7. *Onko matematiikka kieli? Mitä matematiikka on?*
8. *Millaisia tutkimuksia matematiikan tunneilla voi tehdä? Mitä hyötyä näistä tutkimuksista voisi olla vai onko lainkaan? Perustele.*
9. *Oletko aiemmin opettanut jollekulle matematiikkaa? Mikä siinä oli vaikeaa, mikä helppoa, mikä hauskaa, mikä ikävää?*
10. *Haastattele jotakuta tuntemaasi nuorta, joka on mielestään huono matematiikassa tai ei jostain muusta syystä pidä siitä. Millaisia ajatuksia hänellä on matematiikan opettamisesta ja oppimisesta? (Vrt. Greenwalt 2008, 398.)*

## Ensimmäiset haastattelut 12/2005

Tutkimuksen alussa en tiennyt, kuinka kokeneita kirjoittajia tutkittavani ovat. Siksi järjestin ensimmäiset haastattelut jo vuoden 2005 lopussa. Luin esseet huolella läpi useaan kertaan ennen haastatteluja ja tein niihin merkintöjä ja lisäkysymyksiä. Toivoin, että haastatteluissa tutkittavat kuvailisivat laajemmin asioita, joista olivat kirjoittaneet. Näin pystyisin tarkentamaan omia tulkintojani ja korjaamaan niitä tarvittaessa. Luotin myös siihen, että jotkut tutkittavista olisivat ehkä omimmillaan juuri kirjoittaessaan ja toiset puhuessaan. Olisi siis hyvä antaa mahdollisuus kertoa asioista molemmilla tavoilla. Haastattelussa esitin jokaiselle kolme yhteistä kysymystä:

- Milloin päätit, että sinusta tulee opettaja, missä elämäntilanteessa silloin olit?
- Mikä on tunteitten merkitys oppimisessa?
- Miksi jotkut oppiaineet ovat vieläkin tylsiä tai kivoja?

Muilta osin kysymykset liittyivät kunkin tutkittavan kirjoittamaan esseeseen. Tarkensin yksityiskohtia tai pyysin perusteluja.

## Toiset haastattelut 5/2006

Keväällä 2006 halusin järjestää haastattelut. Tämä osoittautui hyväksi ratkaisuksi, sillä tutkittavani tulivat vastuuntuntoisesti paikalle. Eräs heistä kuvaili mielialaansa seuraavasti:

Päivi: *Mikäs sitten ilahduttaa?*

Aada: *Siis mull on niinku se että toi että tää on se mun ala niin.*

Päivi: *Niin sä tiedät että sää viihdyt näitten nuorten kanssa.*

Aada: *Ja on jotenkin niinku niin ihanaa vaan. Nauttii vaan koko ajan siitä, että kun on hakenut jo niin monta vuotta, hainko mä nyt neljättä kertaa viime vuonna, niin ni sitten ku pääsi niin se vaan jaksaa innoittaa. Nyt on justiinsa, ku on taas kevät ja on ajatellu, että luokkakaverit taas hakee niin sitte on: 'Mitä, mun ei tartte lukee pääsykokeisiin, mä luen jonkun romaanin tai'. (nauretaan) (Aada, haastattelu 5/2006)*

Olin laittanut joitakin kysymyksiä sähköpostilla jo etukäteen, mutta pääosin keskustelu eteni vapaasti. Teemoina olivat:

- Mitä oppiminen on?
- Mitä opettaminen minulle merkitsee?
- Mitä matematiikan opettaminen minusta tarkoittaa?
- Millaisia ovat lapset matematiikan oppijoina?

Vuoden aikana kertyneitä kokemuksia:

- Mikä asia suivaannutti?
- Mikä asia ilahdutti?

## Essee tai haastattelu 12/2006

Olin kokenut myönteiseksi sen, että tutkittavat saivat mahdollisuuden sekä kirjoittaa että kertoa suullisesti kokemuksistaan. Joulukuussa 2007 annoinkin heille tilaisuuden valita joko esseen tai haastattelun välillä. Ohjeistin esseen seuraavasti:

Syksyn teema on elämyksellinen matematiikan opetus ja sen piirteet: vuorovaiikutuksellisuus, havainnollisuus, kokemuksellisuus, tutkimuksellisuus, yhteistoiminnallisuus ja matematiikan kielinäkökulma.

- Miettikää esimerkkejä, joissa niitä käyttäisitte ja pohtikaa, mihin se tunnilla johtaisi?
- Minkä arvon näille piirteille antaisitte ja mitä elämyksellisen matematiikan opettamisen näiden lisäksi tulisi sisältää? Olenko unohtanut jotain todella oleellista?
- Pitäisikö piirteitä mielestänne yhdistellä? Miksi? Miksi ei?

Tässä yhteydessä halusin käyttää virikkeenä jotain sopivaa lisämateriaalia (vrt. Ruusuvoori & Tiittula 2005, 55). Käytin Morganin (1995) opettajakarikatyyreja (Liite 2) ja pyysin opiskelijoita kertomaan, kuka karikatyyreistä kuvasi heitä itseään opettajana ja miksi. Lisäksi kysyin, mikä näistä opettajakarikatyyreistä kuvaisi heidän mielestään parhaiten elämyksellistä matematiikan opetusta toteuttavaa opettajaa. Taus-talla oli ajatus, että opiskelijoiden olisi helpompi pohtia aihetta esimerkin kautta.

Viisi tutkittavista kirjoitti esseen, mutta Karoliina halusi mieluummin haastattel-tavaksi. Hän aloitti innokkaasti: ”Mulla voi tulla täällä (katsoo muistiinpanojaan) aika tällai sekavasti, ku täällä on aika paljon sellasta mitä mulla on tullu mieleen...”. (Karoliina, haastattelu 12/2006)

## Haastattelu 5/2007

Kevään 2007 haastattelukysymyksiin pyysin tutkittaviltani ehdotuksia kysymyksiksi. Sainkin sähköpostilla Karoliinalta seuraavia ehdotuksia:

- *Koemmeko itse kehittyneemme opettajana? Osaammeko osoittaa mitenkään konkreettisesti edistystä vai tuleeko kaikki tieto ja kokemus huomaamatta?*
- *Onko tämä tutkimukseen osallistuminen ”pakottanut” meidät miettimään asioita?*
- *Olisivatko elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet jääneet hyvin etäisiksi, jos ne eivät olisi pyörineet tässä koko ajan mukana?*
- *Onko jokin noista piirteistä sellainen, jonka kokee haasteelliseksi?*
- *Pystyisikö koulutus auttamaan vai pystyykö opettajana sitten iän myötä toteuttamaan noita piirteitä paremmin?*
- *Vai onko jokin piirteistä sellainen, mitä ei usko missään vaiheessa pystyvänsä hyödyntämään? Ja vaikuttavatko siihen jotkin omat kokemukset tai muistot?*
- *Olemmeko varmistuneet siitä, että olemme valinneet oikean uran vai olemmeko ehkä huomanneet, ettei tämä olekaan se oma tulevaisuuden ammattimme?*

Itse lisäsin loppuun vielä kahdeksan kysymystä ja laitoin koko listan sähköpostilla tutkittavilleni ennen haastatteluja.

*Lisäkysymykset:*

- *Kuvaile itseäsi opettajana.*
- *Millainen on mielestäsi hyvä matematiikan opettaja, oletko sinä sellainen?*
- *Miten matematiikan opettaja eroaa muiden aineiden opettajista?*
- *Mitä mielestäsi tarkoitetaan opettajuudella ja miten se ilmenee sinussa itsessäsi.*
- *Mitä matematiikka merkitsee sinulle, mikä on käsityksesi matematiikasta?*
- *Mitkä asiat matematiikan opettajan koulutuksessa ovat mielestäsi tärkeitä?*
- *Miten suhtautumisesi oppilaisiin ja oppimiseen on muuttunut?*
- *Mikä opettajan työssä on sinulle tärkeintä?*

## Haastattelu 12/2007

Joulukuussa 2007 haastattelukysymyksiä oli taas paljon.

- *Mikä on sinun opetusfilosofiasi?*
- *Miten sitä toteuttaisit?*
- *Miten pidät matematiikan oppitunnin, millaisia työtapoja käytät, valmisteletko pitkään, käytätkö paljon oppikirjaa tukenasi?*
- *Ovatko monialaiset opinnot tehneet sinuun tai opetukseesi pysyvän vaikutuksen?*
- *Mitä elämyksellisestä matematiikan opetuksesta jäi käteen?*
- *Miltä luennolla tehty tehtävä tuntui?*
- *Miten työtapasi ovat muuttuneet kolmen vuoden aikana?*
- *Mikä tulevaisuudessa pelottaa?*
- *Mitä odotat innokkaana?*
- *Oletko seurannut avoimia virkoja?*
- *Oletko jo päättänyt kandidatuksen tai pro gradu tutkielman aiheen? Kumpi on tärkeämpi, kasvatustieteellinen näkökulma vai matematiikan opetuksen näkökulma?*
- *Kolme parasta ominaisuuttasi opettajana.*
- *Kolme asiaa, joita haluaisit kehittää itsessäsi opettajana.*
- *Mikä on eniten kasvattanut kuluneen kolmen vuoden aikana?*
- *Onko mieleesi jäänyt tapahtumaa, josta voisit sanoa, ”tämän muistan lopun ikäni”?*
- *Oletko mielestäsi kasvamassa matematiikan opettajaksi vai yleensä opettajaksi?*
- *Onko mielessäsi jokin sellainen kysymys, jota en ole osannut kysyä, mutta johon haluaisit vastata?*

## Viimeinen kirjoitelma, kirje 4/2008

Kevään 2008 kirjettä oheistin laajasti ja liitin siihen teoreettisia kuvauksia herättämään ajatuksia. Perusteluinani olivat, että näin annan tutkittavilleni välineitä reflektoida asiaa monipuolisemmin ja toisaalta saan itse välineitä tulkita heidän vastauksiaan. Pääkysymyksiä olivat:

- *Miksi matematiikkaa opetetaan? Mitkä mielestäsi ovat ne tavoitteet, joita matematiikalle itse asettaisit?*
- *Mitä ovat omat vahvuutesi matematiikassa, miten ne mielestäsi näkyvät opetuksessasi?*
- *Onko matematiikka mielestäsi jotakin, jota joko osaa tai ei osaa?*
- *Miten kannustat tai motivoit oppilaita opiskelemaan matematiikkaa?*
- *Nautitko matematiikan opettamisesta?*

- *Miten kommentoisit, miten arvioisit omaa aineenhallintaasi?*
- *Kuvaile unelmiesi tuntia, jonka pidät. Kuvaat koulua, tilaa, oppilaita, itseäsi, mitä opiskelette, mitä teette, mitä itse teet, kuvaat tapahtumia, kerro, miten tiedät, että tunnilla opittiin matematiikkaa. Tarina voi olla fiktiivinen, mutta myös oikeasta kokemuksestasi. Kerro, kumman valitsit.*
- *Listaa ne merkitykselliset asiat, joita tähän kolmeen vuoteen on sisältynyt. Ne voivat olla henkilökohtaisia asioita, opiskeluun liittyviä asioita tai työhön liittyviä asioita. Valitse itse, mitä haluat kertoa. Kuvaat, miten nämä asiat ovat vaikuttaneet sinuun opettajana.*
- *Kerro opettajasta, joka koulutuksen aikana on tehnyt Sinuun vaikutuksen. Mitä ja millä seurauksilla?*
- *Pohdi, millainen rooli on ollut koulutuksen erilaisilla opettajan kasvua tukevilla toimilla omalle kasvullesi. Tällä tarkoitan mm. hops-keskusteluja, portfolio-työskentelyä ja siitä keskustelua, ohjattua harjoittelua, dialogisia työskentelymuotoja kursseilla ja niiden ryhmätyöskentelyissä.*
- *Vertaile harjoittelun ja sijaisena toimimisen vaikutuksia opettajana toimimiseesi.*
- *Millaisten kollegojen kanssa haluaisit tehdä työtä?*

Yksityiskohtaisempi tehtävänanto liitteenä 3.

Kun aineistonkeruu oli ohi, litteroitua aineistoa kertyi yhteensä 516 sivua (ks. taulukko 5).

**TAULUKKO 5. Aineiston laajuus sivumäärinä**

Tutkittava	Essee 9/05	Haastat- telu 12/05	Haastat- telu 5/06	Kirjoitelma/ haastattelu 12/06	Haastat- telu 5/07	Haastat- telu 12/07	Kirje 4/08	Yhteensä
Saara	14	14	11	5 (essee)	16	11	9	80
Elma	9	12	19	1 (essee)	18	17	5	81
Aada	10	20	15	3 (essee)	13	18	12	91
Reetta	7	16	16	4 (essee)	17	16	8	84
Kaarlo	5	14	11	2 (essee)	10	8	8	58
Karoliina	9	27	19	26 (haastattelu)	17	15	9	122
Yhteensä	54	103	91	41	91	85	51	516



# 11 Haastatteluja

Narratiivisessa tutkimuksessa pidetään tärkeänä, että tutkija kuvaa huolellisesti tutkimuksensa vaiheita. Hänen tulee selvittää lukijalle, miten aineistoa on kerätty, muokattu ja tulkittu. Keskeistä on kirjoittaa auki, miten tarinat on koottu, millaista kieltä niissä käytetään, mihin kulttuuriin ja konteksteihin ne perustuvat ja miten kirjoittaja on aikonut vakuuttaa lukijan tarinoiden autenttisuudesta. (Riessman 1993, 2.) Haastattelujen suunnittelussa tutkijan tulee tavoitella keskusteluun syvyyttä, yksityiskohtaisuutta, eloisuutta ja nyansseja. Syvyyttä lisää, jos tutkittavan vastaus on harkittu ja hän pohtii asiaa eri näkökulmista. Tämän vuoksi lähetinkin kysymyksiä tutkittaville jo etukäteen. Toinen keino syventää aineistoa on palata samoihin teemoihin uudelleen ja siksi useimmissa haastatteluissa kysyin teemoiltaan hyvin samantapaisia kysymyksiä. (Vrt. Rubin & Rubin 1995, 76–77.)

## Haastatteluiden toteuttamisesta

Narratiivinen tutkimus sijoittuu kasvatustieteen kartassa tieteenfilosofisesti fenomenologis-hermeneuttisen, kriittisen teorian ja postmodernismin yhtymäkohtaan (Niglas 2004, 10). Haastatteluissa tämä näkyy muun muassa siinä, että haastattelijat pyrkii pääsemään sisään haastateltavan elämänmaailmaan, herkistymään omille tulkinnoilleen tästä elämänmaailmasta ja rakentamaan todellisuutta yhdessä haastateltavan kanssa; haastattelu lähentyy keskustelua. Kun haastattelun aihe liittyy läheisesti haastateltavan elämään, tutkija yrittää rekisteröidä, miten haastateltava kertoo niistä ilmeillään, eleillään ja koko kehollaan. Haastatteluprosessi sinällään tuottaa uudenlaista tietoisuutta ja haastateltava saattaa muuttaa kuvaustaan tai merkityksiään haastattelun aikana. (Kvale 1996, 27, 30–32.) Tämän huomasi ensimmäisissä reflektioivissa esseissä. Tutkittavani joutuivat vastaamaan kysymyksiin, joita eivät olleet tulleet ajatelleeksikaan.

*”Itse en ole ikinä ajatellut, että matematiikka olisi kieli mutta kun sitä alkaa miettimään, niin voihan se tavallaan ollakin. Matematiikallakin on oma kielioppinsa, joka pitää osata jotta osaa ratkaista eri laskuja. Siinä on myös erilaisia ja vaikeita käsitteitä, jotka pitää opetella aivan kuten kielissä on opeteltava sanoja. Laskuja*

*pitää harjoitella ja se on vähän sama kuin kielissä: puhumaan opitaan puhumalla.” (Elma, essee 9/2005)*

Myös joissakin haastatteluissa tämä tuli esille:

*Päivi: Mutta sitte se toinen kysymys, että että tota ehkä se tärkeempi kysymys, että millaiset opettajat [haastattelemasi nuori] olisi tarvinnut?*

*Reetta: Se ois varmaan tarvinnu semmosen, joka ois enemmän niinku kannustanu sitä ja sitt jotenkin ehkä nähny sen, että niinku no varmasti niinku se sillä oli kuitenkin sitä asennevammaa siinä ehkä kans aika paljon tai semmosta, niinku heti jo niinku pienestä pitäen että ”en minä tarvitse matematiikkaa”, ett sitä ois ehkä saanu pitäny ehkä jotenki saaha muutettua, en tie miten.*

*Päivi: Niin aika iso haaste.*

*Reetta: Niin. Mutta sitte jotenki saaha ehkä innostumaan siihen ja sitte ehkä enemmän niinkö, sitte ehkä semmosia niinku tehtäviä tai semmost mitkä ois ollu enemmän niinku lähellä elämää. Emmää se ei varmaan kauheena kertonu niistä niinku ihan ite laskuista tai mistä niinku niistä. Se aika paljon kerto just opettajista. Ett se varmaan koki sitä asiaa aika paljon niitten ihmisten kautta.*

*Päivi: Joo.*

*Reetta: Ett miten se oli, mutt tota mä en oikeestaan pohtinu sitä, että minkälaista opettajaa se tarvis, mutta on ihan hauska tehdä enemmän ajalla miettii enemmän, että mikä se ois ollu.*

*Päivi: Niin joo. Että oisitko sää saanu [hänet] oppimaan?*

*Reetta: En tiiä. (Reetta, haastattelu 12/2005)*

Seuraavassa luvussa arvioin, miten tutkimukseni haastattelut toteuttavat narratiivisen tutkimuksen lähtökohtia.

## Haastattelut fenomenologisesta, hermeneuttisesta ja postmodernista näkökulmasta

Fenomenologisesta näkökulmasta tarkasteltuna haastatteluissa tärkeitä ovat elämänmaailma, avoimuus henkilöiden kokemuksille ja tarkat kuvaukset. Tarkoituksena on päästä välittömien kokemusten taakse reflektiiviselle tasolle ja saada näkymätön näkyväksi. Tutkijan tulee sulkeistaa esiyymmärryksensä ja etsiä olennaisia merkityksiä kuvauksista. (Kvale 1996, 52–55.) Karoliinan nauraen kertoma tarina koulusta onnistui kertomaan hänestä opettajana paljon: ennakkoluulottomuudesta, huumorintajusta, välittömyydestä ja lähestyttävyydestä. Viimeinen lause luo mielikuvan ohjauksesta ja tarkkuudesta. Asiaa ei ohitettu puuttumatta.

*”Samalla tunnilla, ku tehtiin saippuaa ni, mä oli sillain että ”no ny tässä täytyy*

*tutkia rasvojen liukosuutta, että menkääs hakeen keittiöstä”. Ku sieltä tai ruokalasta sieltä saa hakee aina jotain niitä tarvikkeita. ”Että hakekaas sieltä tota”, niitten piti hakee rypsiöljyä tai jotain vastaavaa ja sitt mä olin että ”no tarvitaan ihan pikkusen” että ”hakekaa sieltä jonkin verran”. Kaks poikaa meni hakemaan niin kesti varmaan kakskytä minuuttia ja sitt ne tulee sieltä semmosen kymmenen litran kanisterin kanssa (nauraa) ja ”joo että keittiön tädit sano että tuotteko loput takasin että saatte huomenna ruokaa” ja mä olin sillai että niin ”pikkusen tarkoittaa kemiassa siis pikkusen eli joku niinku tän verran, ettei me tartteta sitä niinku litroitain”.” (Karoliina, haastattelu 12/2006)*

**Hermeneuttiselta näkökulmasta** tarkasteltuna haastatteluissa tärkeintä on merkityksen tulkinta. Millaisia merkityksiä etsitään ja millaisia kysymyksiä tekstille asetetaan. Keskeistä on tulkitsijan esiyttäminen tekstin pääaiheesta. Kun tutkija tietää paljon käsiteltävästä aiheesta, hän osaa tulkita tarinoiden nyansseja. (Kvale 1996, 46–52.) Huomasin lukiessani ensimmäisiä esseitä, miten vahvan ennakkokäsityksen loin tekstistä. Olin pyytänyt ohjeissani tutkittaviani kertomaan siitä, millaisia tutkimuksia matematiikan tunneilla heidän mielestään voi tehdä ja mitä hyötyä näistä tutkimuksista voisi olla vai onko lainkaan? Aada kirjoitti seuraavasti:

*”Inhosin itse matematiikan tunnilla tai yleensäkin jossain aineessa, jos täytyi tehdä jokin tutkimus. Silloin minusta tuntui, ettei niistä ole mitään hyötyä, kun yleensä aiheet ovat sellaisia yleisiä eikä niitä tarvi opetella kokeeseen. Olen siis ollut hyvin mekaaninen oppilas. En vielääkään innostu tutkimuksista, joten odotan innolla sitä päivää, jos joku saa käännettyä pääni. Olen siis sitä mieltä, että tutkimuksista ei ole mitään hyötyä. Sillä ne pitäisi saada liitettyä enemmän aiheeseen, ne eivät saa olla itsestään selviä asioita, muttei liian vaikeitakaan. Yleensä kun olen tehnyt tutkimuksen siihen on mielestäni kulunut liikaa hyvää opiskeluaikaa, josta johtuen kokeeseen ei ole tullut kaikki asiat ja sitten niitä saa jälkepäin opiskella. Eli tutkimukset ovat liian laajoja.” (Aada, esse 9/2005)*

Aadan kirjoittama kappale sai minut päättämään, ettei hän pidä mistään tutkimuksellisista tehtävistä, vaan pitää matematiikan oppijana juuri mekaanisista tehtävistä ja ehkä myös myös opettajana arvostaa enemmän niitä. Myöhemmin jouduin korjaamaan käsityksiäni.

**Postmoderni lähestymistapa** keskittyy haastattelun vuorovaikutussuhteisiin ja todellisuuden sosiaaliseen rakentumiseen haastattelutilanteessa (vrt. yhteisen ymmärryksen syntyminen haastattelussa, Tynjälä 1991, 393). Postmodernismi ihanoi haastatteluista rakentuneita narratiiveja, sillä kielellä rakennetaan todellisuutta. Kvale (1996, 41–46) viittaa tähän termeillä *'knowledge as conversation'*, *'knowledge as narrative'*, *'knowledge as language'*, *'knowledge as context'* ja *'knowledge as interrelational'*. Hän kirjoittaa: *"knowledge is neither inside a person nor outside in the world, but exists in the relationship between person and world"*. Edellä kerroin ennako-oletuksistani luettuani Aadan esseestä hänen asennoitumisestaan tutkimuksellisuuteen

matematiikan opetuksessa. Kun haastattelussa otin tämän asian esiin, huomasin olleeni täysin väärässä. Keskustelumme aikana rakensimme uutta ymmärrystä:

*Päivi: Kerrot, ett tykkäät juuri mekaanisista laskuista mutta myös ajankohtaisista sanallisista tehtävistä, ja sitte mä ajattelin kysyä sulta, että mitä sä pidät ongelmanratkaisutehtävistä?*

*Aada: Onks ongelmanratkaisu semmoinen, että niinku että tarkoitatko sä näitä avoimia tehtäviä?*

*Päivi: Niitä esimerkiksi sen tyyppisiä.*

*Aada: No, mä uskon, että mä opettajana tuun käyttään niitä, en niihin ihan ihasnutunut, mutta en mä varmaan, jos mulle annettais semmonen, mä en siltikään tykkäisi niistä. [...] [M]ä inhosin aina niitä kaikkia justiin ku oli matikan kirjassa niitä, oliko ne kokeellisia tehtäviä tai jotakin semmosia, mä oon ehkä ollu semmonen, niinku suorittaja, ett äkkiä vaan eteenpäin.*

*Päivi: Niinku sull on ollu kiire jo ulos?*

*Aada: Tai sillä lailla mä oon tehny, mull on pitäny olla alakoulussa kaks matikan kirjaa, kun mä oon tehny liian nopeesti kaikki kirjat. Sillä opettajalla loppu niinku ne lisätehtävät loppu, sitt loppu jo niinku kopiot tai nämä muu materiaali ja sitt hän aina tilas mulle kaks kirjaa. [...] Mä tein [mun siskojen] matematiikan kirjoja kotona, mä pyyhin ja, meill on aina kaikki kirjat talless, pyyhin vastaukset ja sitte tein kotona niitä kirjoja. Toinen oli Ahaa, ja toinen mikähän se oli sen kirjan nimi, en mä muista, mikä se nimi oli. Mä oon ollu aivan kauhee.*

*Päivi: Eiku sä oot ollu semmonen innokas harrastaja. Harrastaks sää jotakin riskikoita tai jotain muita semmosia?*

*Aada: Harrastan.*

*Päivi: Joo, mä aattelin, että se kuulostaa ihan semmoselta, ett sä varmaan tykkäät sellasista.*

*Aada: Ja sitt mä pelaan tietokoneella aina miinaharavaa, kaikki sanoo 'ett sä voi tykätä, ett se on niin tylsä peli'. Mä oon aivan onnessani, eilenkin varmaan yhteentoista asti pelasin niitä.*

*Päivi: Tykkääks sä tosta tetricsestä?*

*Aada: Joo, oon mä sitäkin pelannu, mutta enemmän justiin teen noita sudokuja. Aina aamulehdestä, heti kun saan aamulehden. (naurua)*

*Päivi: Joo, sulle sopii selvästikin, siis joskin sudokut on ihan yhtä lailla ongelmanratkaisua kyllä. Niihin menee vielä ihan hirveesti aikaa, kun niitä tekee.*

*Aada: Justiin kaikkii semmosia peliä, jotka annetaan, että kerran oon tehny, kun mun kaveri anto semmosen, kun niillä oli kotona, että on niinku jotku tikut ja siinä keskellä joku rengas ja niinku naru ja siin, on joku, ett ne pitää saada irti.*

*Päivi: Joo, pitää pujotella, joo.*

*Aada: Sitte, niitten ei kotona ollu kukaan onnistunut. Ei menny kauaa. No niin se on tää, ja tämä ja sitt mä en saanu sitä enää takasin. (naurua) (Aada, haastattelu 12/2005)*

Kerronnallinen haastattelu sisältää oman filosofiansa (Rubin & Rubin 1995, 2). Ensimmäinen haastattelussa ymmärtäminen saavutetaan rohkaisemalla ihmisiä kertomaan omasta maailmastaan omin sanoin. Toiseksi haastattelu sisältää haastateltavan ja haastattelijan välisen suhteen, joka tuottaa velvoitteita puolin ja toisin. Kolmanneksi tämä filosofia auttaa määrittelemään, mikä on mielenkiintoista ja mikä on eettistä sekä luo standardeja määrittelemään tutkimuksen laatua. Tässä tutkimuksessa olen pyrkinyt jättämään tilaa haastateltavalle (vrt. Hyvärinen & Löyttyniemi 2005, 191). Jos suunnittelemani kysymykset eivät ole osoittautuneet toimiviksi ja olen voinut luopua niistä kokonaan. Tästä esimerkkinä eräs haastattelun avaus.

*Päivi: Mutta tota nää mä aattelin, että nää on sellaset [kysymykset], jotka mulle tulee niinku ensisijaisesti tai tuli sillon mieleen, kun mä kirjotin teille sähköpostia.*

*Aada: Joo.*

*Päivi: Mutta sitte sitte toisaalta niin voi olla että sä koukkaat näistä kauheen äkkiä ohi ja sitte (naurua) haluat kertoa jotakin tästä vuodesta.*

*Aada: Joo. (Aada, haastattelu 5/2006)*

Narratiivisessa tutkimuksessa tutkittavan ja tutkijan välille syntyy dialogi, jossa pyritään yhteiseen ymmärrykseen. Näin käy, jos tutkija ja tutkittava työskentelevät yhdessä pidemmän ajan ja käyvät lukuisia keskusteluja keskenään. (Heikkinen 2002a, 19–20.) Tynjälä (1991, 393) kuvaa tätä ”empaattiseksi sukellukseksi tutkittavien maailmaan”. Toistuvat haastattelut antavat tutkittavalle mahdollisuuden pohtia teemaa usealta kannalta ja paljon syvällisemmin ja hän rohkenee tuoda keskusteluun jopa herkempiä aiheita. Ehkä kertominen on ollut jopa vapauttavaa. Vaikei haastattelijalla olekaan auttanut tutkittavaa löytämään ratkaisuja asioihinsa, hän on ollut paikalla kuuntelijana. (Erkkilä & Mäkelä 2002, 49; Kvale 1996, 30–32.)

## Haastattelijan roolista

Narratiivisessa tutkimuksessa haastattelijalla ei ole neutraali ja etäinen henkilö, vaan solmii suhteen haastateltavan henkilön kanssa. Tämä tarkoittaa sitä, että tutkija kysyy kysymyksiä eri tavoin riippuen omista tunteistaan aiheita kohtaan ja eri tavoin eri haastateltavilta. Ja mitä tutkija kuulee vastauksessa, saattaa riippua hänen mielialastaan tai aiemmista kokemuksistaan. Joskus tutkija tasapainoilee neutraalisuuden, intensiivisyyden tai empaattisuuden kesken. (Rubin & Rubin 1995, 12–13.) Hänen tapansa toimia, kysyä ja vastata haastattelun aikana muotoilee hänen ja haastateltavan välistä vuorovaikutusta ja sitä tapaa, miten haastateltava vastaa ja kertoo kokemuksistaan. (Clandinin & Connelly 1998a, 165.) Joskus huomasi, etten pääse irti opettajankouluttajan roolistani. Astun vaivihkaa ohjaajan rooliin ja haastatteluun tulee aineksia, joiden toivon auttavan haastateltaviani eteenpäin opinnoissaan. En siis pitäydä neutraalissa roolissa, oikeastaan en edes aloita siitä roolista. Tätä ku-

vaa hyvin eräs katkelma haastattelusta:

*Päivi: Mutta tietenkin sillain niinku äkkiseltään tällai hypäten opinto-ohjaajan rooliin, niin tulee vaan mieleen se, että kun sulla on niinku olemassa olevia opintoja jonkun verran siitä fysiikasta, ett sitte sä niinku voisit saada sen perusopinnot siitä niinku kohtalaisella puristuksella kasaan, ni se vois olla sillai kiva, että sitte vaikka sä oisit luokanopettajanakin, niin niitä joilla on fysiikkaa niinku yhtäänkään, ni niitä on kuitenkin selvästi vähemmän. Ei niitä oo, teitä ei varmaan oo ku muutamia.*

*Kaarlo: Joo.*

*Päivi: Niin se voi olla sillai ett se ois semmonen arvokas, että sulta kysyttäis heti että opettaisiks sä vitos-kutosten fysiikkaa.*

*Kaarlo: Niinku sinne on tulossa, sitä mää kans aattelin että vois.*

*Päivi: Niillä on. Siellä on niinku aika paljon sisältöjä että että tietenkin ne menee aika pienesti, mutta asioita on kuitenkin on veden kiehumisesta...*

*Kaarlo: No, sehän sopis justinsa. (Kaarlo, haastattelu 5/2006)*

Dialogisessa haastattelussa molemminpuolinen kertominen tulee aivan huomattavaksi. Tutkijan on oltava hereillä, jotta havaitsee, milloin tutkittavat yrittävät olla liiankin avuliaita ja antaa ”hyviä” vastauksia. (Erkkilä & Mäkelä 2002, 49.) Toisaalta, jos tutkija haastattelijana ei halua paljastaa juurikaan itsestään, eivät ehkä haastateltavatkaan (Rubin & Rubin 1995, 40). Olen usein kertonut itsestäni joitain tarinoita kysymysten sijaan, jotta ne rohkaisevat haastateltaviani eteenpäin omassa tarinassaan (vrt. Hyvärinen & Löyttyniemi 2005, 221). Seuraava keskustelu liittyi kokemukseen harjoittelukoulusta ja ohjauksesta.

*Päivi: Ja sitten se sama ihminen [ohjaaja] varmaan ja sano siitä joku muukin, ni sano sitä, että pitää taulu pyyhkiä aina niin, ettei sinne jää semmosia roippeita, ett se pitää olla niinku oikeesti puhdas (haastateltava hymähtää,) niinku se on sellanen, mikä on kans jääny, että aina ku mä pyyhin taulua niin mä tietyllä tavalla niinkun mulla joku täällä koputtaa että (haastateltava nauraa) ’muista ny pestä sieni kunnolla ja pyyhkiä kunnolla’, että mä en enää huiskase, vaan ett se on jääny johonkin sinne. [...]*

*Reetta: Aivan. (Reetta, haastattelu 5/2006)*

## Haastatteluista aineistoksi

Haastattelut voidaan muuttaa kirjalliseksi aineistoksi litteroimalla, tekemällä muistiinpanoja tai valikoimalla otteita haastattelusta. (Clandinin & Connelly 1998a, 165.) Tutkijaa rohkaistaan kertomaan, miten hän muuntaa suullisen kertomuksen tekstiksi ja kuinka hän valitsee näytteiksi aikomansa otteet. (Riessman 1993, 30–31.) Tässä tutkimuksessa litteroin haastattelut kokonaan. Pysin kirjoittamaan sanat, kuten ne

sanottiin, enkä kirjannut puhekielisiä ilmauksia kirjakielisiksi. Näin yritin säilyttää myös haastateltavan murteen. Litteroin myös kaikki toistot ja turhat aloitukset, mutta varsinaisia ylimääräisiä ääniä kuten yskähdyksiä tai tuhahduksia en kirjannut. En myöskään merkinnyt taukoja. Joitakin kuvailevia lauseita laitoin sulkeisiin tekstin joukkoon kuten (nauramme yhdessä), (haastateltavan puhelin soi) tai (kasetti loppuu).

## 12 Tarinoiden analyysin taustaksi

Vaikka käytinkin aineiston keruuseen kolme lukuvuotta ja huomioin myös sen, että kukin tutkittavistani sai käyttää myös itselleen sopivinta tapaa aineiston tuottamiseen, toisenlaiset tilanteet olisivat kuitenkin varmasti tuottaneet toisenlaisia tarinoita (vrt. Riessmann 1993, 41).

Narratiivinen tieto on upotettuna tarinoihin, jotka pitävät sisällään koko moniulotteisen tapahtuman tunteineen ja toiveineen. Narratiivisen tutkimuksen analyysissä huomioidaan yksilöiden välisiä eroja ja päättely kulkee kumulatiivisesti tapauksesta toiseen yrittämättäkään tehdä yleistyksiä. (Polkinghorne 1995, 11.) Narratiivisen tutkimuksen analyysissä voidaan Siikalan (1984, 31) mukaan keskittyä aineiston sisältöön, rakenteeseen tai esitystapaan. Jos analysoidaan narratiiveja sisällöllisesti, voidaan kuvata tapahtumia kronologisesti tai arvioida tapahtumien merkitystä. Jos keskitytään narratiivien rakenteeseen, kuvaamisen ei tarvitse olla lineaarista, vaan se on pikemminkin hierarkkista. Tutkitaan tapahtumien suhteita, juonen rakentumista, jonkin asian näyttäytymistä tai puuttumista ja vastakkaisuuksia. Analysoitaessa narratiiveja esitystavan tai genren mukaan Elliot (2006, 37–48) jakaa niitä eppisiin tarinoihin, komedioihin tai tragedioihin. Juonen mukaan jaoteltuina löydetään progressiivisia, regressiivisiä tai tasaisesti eteneviä tarinoita. Narratiiveja voidaan myös analysoida joko kategorisoiden tai holistisesti. Kukin tarina voi puhutella itsessään tai tutkija kokoaa kollektiivisen tarina jopa sadasta narratiivista. Joskus tutkimuksen raportoinnissa päädytään kvantitatiiviseen tarinaan, jossa esimerkiksi tuhannesta lehtiartikkelista päädytään kvantitatiivisiin tuloksiin. Kaikki narratiivit ovat Elliotin mukaan kuitenkin enemmän kuin vain osiensa summa.

Kun tein narratiivien analyysiä, en kiinnittänyt huomiota esitystapaan, enkä rakenteeseen. Keskityin sisältöön ja luin aineistoja yhä uudelleen ja uudelleen tulkiten ja etsien kohtia, joissa tutkittava kertoo tutkimukseni teemoista. Narratiivista analyysiä tehdessäni pyrin löytämään juonellisia tarinoita, jotka kuljettivat tutkittavan kasvutarinaa eteenpäin.

Narratiivin kirjoittaminen on hyödyllistä, jos se avaa lukijoilleen syvemmän näkemyksen elämästä tutussa kontekstissa, tekee tutusta asiasta uudella tavalla vieraan tai vieraasta asiasta tutun. Tarinan kirjoittaminen avaa tutkijalle tilaisuuden tuoda esille niitä osia aineistosta tai muita tutkimuksen kannalta tärkeitä tapahtumia, joita hän katsoo merkittäviksi, mutta jotka narratiivien analyysissä ovat jääneet syrjään.



(Clough 2002, 8–9.) Narratiivisen analyysin tuloksena syntyy tarina, joka on uskollinen aineistolle ja palvelee tutkimuksen tarkoitusta. Ne aineiston osaset, joista tarina koostuu, voivat olla ajallisesti irrallisia sattumuksia tai tapahtumia, mutta analyysin tuloksena syntyy retrospektiivinen selitys, joka yhdistää menneitä tapahtumia yhteen. (Polkinghorne 1995, 15–16.) Tarinan taustalla ovat kuitenkin tutkijan aineistosta valikoimat tekstit. Tutkija päättää tarinan kertojasta ja ajasta. Hän eliminoi tiedot paikasta ja tarinan muista henkilöistä (Greimas 1980, 168, 176; vrt. myös Riessman 1993, 13). Tässä tutkimuksessa jokaisen tarinan päähenkilönä on yksi tutkittavista, tarinat on kirjoitettu minä-muodossa, tutkittavan äänellä, ei tutkijan näkökulmasta.

Tutkimukselta edellytetään, että se vastaa kysymyksiin miksi, kuinka ja millaisissa olosuhteissa. Lukijan kannalta merkityksellistä on kontekstin kuvaileminen. Joskus pidemmät otteet aineistosta, sekä pienempien että suurempien teemojen kuvaileminen ja vastakohtien poimiminen värittävät lukijan käsitystä kontekstista. Jotkut lainaukset kertovat tapahtumasta ilman selityksiäkin. Joskus on hyvä valita lainaus, jossa tutkittava puhuu kiertelemättä, eikä jätä tulkinnanvaraa. (Rubin & Rubin, 1995, 261–262, 265–267.) Olen tarkoituksellisesti jättänyt narratiiveihini joitakin aikaa ja paikkaan viittaavia ilmauksia kuvaamaan tarinan kontekstia. Olen myös pitänyt mielessäni sitä, että usein ilmaistut ja useamman tutkittavan kohdalla tärkeät asiat nousevat esiin tarinoissakin ja vahvistavat näin näitten asioiden painoarvoa. Joskus annan tutkittavalle tilaa kertoa asioista, joista hän yksin tietää paljon ja näin tarinoista nousee myös monipuolisempi kuva kasvuprosessista. Tutkijana olen kuitenkin keskittynyt kunkin tarinan päähenkilölle tärkeisiin valintoihin ja toimiin. Lisäksi tarinat etenevät ajassa ja jokainen tarina erottuu muista vastaavista tarinoista. (Vrt. Polkinghorne 1995, 16–18.) Tarinoitten kirjoittaminen osoittautui haastavaksi tehtäväksi ja kuvaankin seuraavaksi lukijalle joitakin vaiheita, joita kävin läpi analyysiä harjoitellessani.

## 1. vaihe: Kaksi metatarinaa

Tutkimukseni alussa pyysin tutkittaviani kirjoittamaan reflektiiviset esseet, joissa he kertoisivat koulumuistoistaan, siitä miten heille opetettiin matematiikkaa aikoinaan koulussa ja miksi he olivat päättäneet ryhtyä matematiikan opettajiksi ja ketkä tai mitkä seikat olivat vaikuttaneet tähän päätökseen. Ensimmäisissä haastatteluissa keräsin vielä tarkennuksia, lisää esimerkkejä ja muistoja. Aloitin analyysin kirjoittamalla kahta metatarinaa. Toisen tarinan päähenkilönä oli Laura ja toisen tarinan päähenkilönä Mikko. Yrityksenäni oli tehdä näistä tarinoista niin todenmukaisia ja rikkaita, että lukijani voisivat helposti identifioitua tulevien matematiikanopettajien kasvuprosessiin. Ajattelin silloin, että yhdistämällä kuuden tutkittavan kokemukset kahteen tarinaan myös säilyttäisin parhaiten tutkittavien anonymitietin. Aluksi tämä toimikin ja jatkoin näitä kahta tarinaa vielä ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keräämälläni haastatteluaineistolla. Ensimmäisessä konferenssissa, jossa esittelin

tutkimustani, minulta kysyttiin, miksi henkilöni olivat Laura ja Mikko. Kuulijan mielestä olin tyytellyt henkilöitäni liikaa sukupuolen mukaan. Laura oli tunnollinen ja ahkera opiskelija ja Mikko luonnonlahjakkuus. En ollut ottanut tätä näkökulmaa itse huomioon. Vaihdoin henkilöittäni nimiksi Laura ja Sara. Nyt sukupuolikysymykset jäivät sivuseikaksi, mutta henkilöitten nimistä sain kommentin. Olin valinnut ne helpoiksi kansainvälisessä mielessä, mutta nyt kadotinkin jotakin kontekstista. Miksi en ollut valinnut perisuomalaisia nimiä tai nimiä, jotka voisivat olla sekä miehen että naisen? Jäin pohtimaan tätä näkökulmaa ja päädyin siihen, että tutkittavani saisivat itse päättää henkilöiden nimistä.

Kun tutustuin aineistoon tarkemmin, huomasin, että aineistosta erottui yksittäisiä tapahtumia, jotka kertoivat siitä, halusiko tutkittava suuntautua luokanopettajan tehtäviin vai matematiikan aineenopettajan tehtäviin. Päätin, että toisen kirjoittamistani metatarinoista tulisi kertoa henkilöstä, joka toivoisi valmistuvansa matematiikan opettajaksi ja valitsin täksi henkilöksi Saran. Laura taas suuntautui luokanopettajaksi. Valinta toimikin aluksi. Kun keväällä, ensimmäisen lukuvuoden jälkeen, jatkoin näitä tarinoita, valitsin Saran tarinaan otteita, jotka kertoivat haastavista yliopistokursseista, opettajaharjoittelusta ja sijaisuuksista. Lauran tarinaan kokosin otteita, joissa tutkittavani kertoivat, miten yliopistomatematiikka ja muut yliopistokurssit olivat yllättäneet heidät osin vaikeudellaan, osin erilaisuudellaan. Lauralle laitoin myös kokemuksia yksinäisyydestä ja häntä en vielä laittanut kouluun opettamaan. Nämä jatkotarinat kirjoitettuani huomasin, miten huonosti menetelmä toimi. En voinutkaan enää muodostaa tarinoita viiden tai edes neljän tutkittavan osa-aineistoista, vaan anonymiteetti alkoi säröillä ja kun nämä fiktiiviset päähenkilöt eivät enää kuvanneet ketään, menetelmä kääntyi itseään vastaan. Yksilöt ja yksilölliset kasvuprosessit katosivat. Aloitin alusta. Nyt kirjoitin jokaisesta tutkittavastani oman henkilökohtaisen tarinansa.

## 2. vaihe: Kuusi yksilöllistä kasvutarinaa

Päätös kirjoittaa jokaisesta tutkittavasta oma tarinansa johti koko aineiston läpikäymiseen uudella tavalla. Kukkonen (2007, 161–166) kehitti tutkimuksessaan aineiston lukemiseen menetelmän, jota hän kuvaa seuraavasti: ensimmäinen vaihe on kuuntelevan lukemisen vaihe. Tutkija merkitsee ylös kohdat, joissa lukeminen pysähtyy tai teksti pysähdyttää. Toinen vaihe on juonellistavan lukemisen vaihe, jolloin tutkija hahmottelee johtoaajatusta. Kolmannessa vaiheessa aineistoa puretaan ja kootaan, ja tutkija teemoittelee lukiessaan tekstiä aihesisältöjen mukaan. Neljäs vaihe on positioivan lukemisen vaihe, jossa tutkija pyrkii tunnistamaan, miten kertoja missäkin tarinoidensa vaiheessa asemoi itsensä. Viidennessä aineiston lukuvaiheessa tutkija konstruoi uutta tekstiä, vertailee, yhdistelee ja merkityksellistää lukemaansa. Luin aineistoa lukuisia kertoja ja merkitsin tekstiin kohtia, jotka pysäyttivät, havahduttivat tai liittyivät käsittelemieni teemoihin. Hyvin nopeasti päätin, että jatkan ta-

rinoita vähän kerrallaan. Jos kirjoittaisin tarinan vasta, kun koko aineisto on koossa, käsitykseni merkittävistä kohdista olisi erilainen kuin jos kirjoitan tarinaa yhdessä tutkittavan kasvuprosessin ja myös oman kasvuprosessini rinnalla. Tarinoihin syntyi siis uusi luku jokaisen seurantatutkimukseen käytetyn lukuvuoden jälkeen.

Ensimmäisiä lukemisen pysäyttäviä teemoja olivat kuvaukset siitä, millaisista kouluista tutkittavani tulivat, miten heille oli opetettu matematiikkaa, miksi he olivat päättäneet ryhtyä matematiikan opettajiksi ja mikä tai mitkä tai ketkä päätökseen olivat vaikuttaneet. Mielenkiintoisia olivat myös muut koulukokemukset ja tarinat opettajista, jotka olivat tehneet tutkittaviini vaikutuksen. Etsin tekstistä elämänpolkua kuvaavia tapahtumia ja merkityksellisiä kokemuksia.

Toisen vaiheen teemoja olivat pohdinnat tulevasta uravalinnasta ja siihen liittyvät perustelut. Keräsin muistoja harjoittelu- tai sijaistunneilta, ajatuksia opettamisesta, oppimisesta ja lapsista matematiikan oppijoina. Tunnistin aineistosta pohdintoja siitä, miten kuluva vuosi oli vaikuttanut matematiikan opettajaksi kasvun prosessiin.

Toisen lukuvuoden jälkeen, kolmannen vaiheen merkittäviä teemoja olivat oman kehityksen ja kasvun tunnistaminen, elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteiden pohtiminen tulevan oman työn kannalta ja oman uravalinnan varmistuminen. Löysin kuvauksia tutkittavista opettajina, heidän käsityksiään matematiikasta, oppilaista ja opettamisesta.

Seurantatutkimuksen lopussa neljännen vaiheen teemoina olivat: kokemukset koulusta, opettamisesta ja sijaisena toimimisesta. Löysin pohdiskeluja kollegoista ja erilaisista työyhteisöistä, muistoja opettajaharjoitteluista ja merkityksellisiä tapahtumia oppilaiden arjesta. Tunnistin aineistosta haaveita tulevasta työstä, työn arvostuksesta ja opintojen päättymisestä. Opettajaksi kasvun prosessiin liittyivät tässä vaiheessa myös läheiset ihmiset ja perhe.

Uusi tarina voi Elliotin (2006, 163–165) mukaan olla realistinen tarina, jossa tutkija on häivytetty tekstistä ja pyritty yksinäisesti kuvaamaan konkreettisia yksityiskohtia. Jos tutkija kirjoittaa tunnustuksellista tarinaa, hän dokumentoi itse aktiivisena toimijana tutkimusprosessia, kuvaa tutkimuksessa ilmenneitä vaikeuksia ja epäilyksiään. Impressionistinen tarina seuraa tutkittavan prosessia. Lukija kokee olevansa itse matkalla, hän huomaa yksityiskohtia ja löytää jokaisella lukukerralla jotain uutta. Tämän tutkimuksen tarinat voidaan luokitella impressionistisiksi tarinoiksi. Niiden on tarkoitus hätkähdyttää, herättää ja avata tutkittavien kasvuprosessia. Kirjoitetun kuuden tarinan merkitys on tutkittavien kokemusten ainutkertaisuudessa ja arvokkuudessa. Autenttisista haastatteluteksteistä on häivytetty toistot ja poukkoilevuus ja tarinat ovat saaneet pääosan. Näillä tarinoilla on mahdollisuus osallistaa lukijansa elämään uudelleen omiakin muistojaan.

### 3. vaihe: Tarinoiden tarkistaminen

Uskottava loppuraportti edellyttää tutkijalta Rubinin ja Rubinin (1995, 87–91) mukaan johdonmukaisuutta niin teemojen yhtenäisyyden kuin yksilöitten tarinoittenkin suhteen. Lukijassa voi herätä epäily johdonmukaisuuden puutteesta, jos haastateltavien kertomukset eivät sovi yhteen hänen aiempien kertomustensa kanssa, eikä tutkija ole selvittänyt, miksi näin on. Narratiivisessa tutkimuksessa tutkija usein tarkistaa analyysin tai koostamiensa tarinoiden aitoutta tutkittavilta itseltään. Silloin on otettava huomioon, että yksilöillä ei voida olettaa olevan yhtä pysyvää identiteettiä, vaan se on jatkuvassa muutoksessa ja kontekstisidonnainen. (Elliot 2006, 124–125.) Onko tutkittavan siis itsekään mahdollista tarkistaa tarinansa totuudellisuutta? Tutkittavien kasvuprosessi tuli esiin oikeastaan jo heidän tarkistaessaan omia tarinoitaan.

*”Osa noista muutoksista on sellaisia, että sanoisin asiat nyt näin, vaikka ne alunperin olen toisin ilmaissut, tai poistaisin nyt turhia kommentteja. Mutta suurin osa taitaa olla sellaisia selittäviä ja selventäviä korjausehdotuksia.”* (Karoliina 5/2008)

*”Oli hauska lukea omia sanomisiaan. Olenpas minäkin höpöttänyt sinulle kaikenlaista.”* (Aada 5/2008)

*”Kyllä tuo kuulosti ihan minulta ja minun tarinaltani. Oikeastaan oli tosi kiva lueskella noita vanhempiakin juttuja.”* (Reetta 5/2008)

*”Tässä tarina takaisin. Tein siihen muutaman tarkennuksen kommenttityökalulla. Teki mieli sorvata vanhoja mielipiteitäni, mutta eihän se käy... Jotkin mielipiteet tuntuvat tänä päivänä niin hassuilta, mutta silloin varmaan ajattelin niin. Toisaalta oli mukava lukea, mitä itse ajatteli pari vuotta sitten.”* (Kaarlo 5/2008)

*”Tarina kuvaa mielestäni hyvin vaiheitani eli ei ole muutettavaa!”* (Elma 10/2008)

*”Olen kyllä lukenut tarinaa, mutten oikein keksi siihen korjattavaa. Mun mielestä se on ihan hyvin kirjoitettu ja kuulostaa siltä mitä oon puhunu ja kirjottanu sulle. Eli en taida ainakaan varsinaisesti korjattavaa keksiä tarinaani.”* (Saara 10/2008)

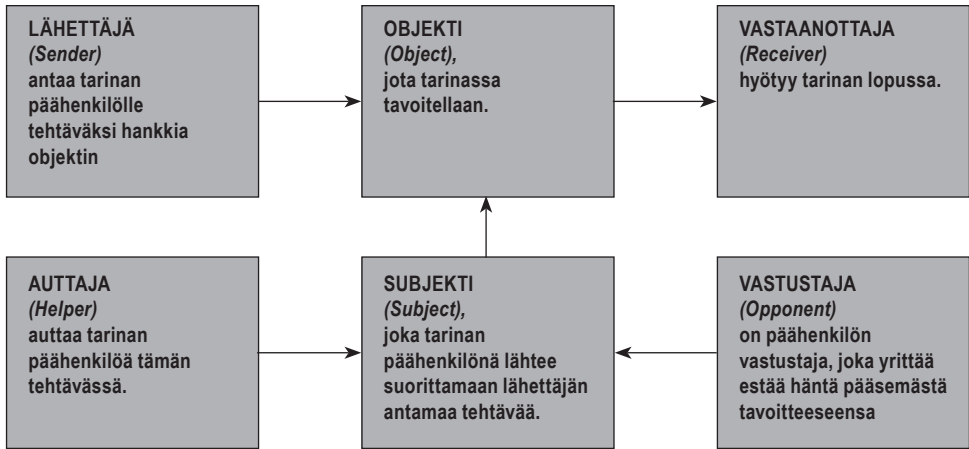
Tutkimuksen tulee olla kommunikointikykyinen. Tutkittavien tulee voida tunnistaa itsensä kuvauksista, vaikkeivät olisikaan tutkijan kanssa tulkinnasta samaa mieltä. Myös muiden tutkijoiden pitää voida ymmärtää tekstiä ja hyväksyä sen kuvaukset, koska ne vastaavat sitä, mitä he ja muut ovat havainneet. Yksityiskohtien rikkaus, todistusaineiston runsaus ja tekstin eloisuus auttavat vakuuttamaan todellisuudellaan nekin, jotka eivät ole koskaan olleet alalla. (Rubin & Rubin 1995, 87–91.) Tässä tutkimuksessa tutkittavat saivat tarinansa ja niistä kokoamani Greimasin aktanttimallit itselleen tarkistettaviksi kahdessa vaiheessa. Toisen lukuvuoden keväällä tarkistutin siihen mennessä koostamani tarinoiden alkuosat ja niihin liittyvät mallit, korjasin tutkittavien toivomat kohdat ja kukin tutkittava sai itse keksiä nimen tarinansa pää-

henkilölle eli itselleen. Lisäksi pyysin heitä liittämään tarinaansa jonkin yksityiskohdan, joka kertoisi mihin aikaan ja paikkaan tarina sijoittuu. Tutkimuksen lopuksi lähetin kullekin sähköpostilla hänen oman tarinansa tutkittavaksi. Sain palautteet sähköisenä ja tein muutamia korjauksia. Olin pohtinut, miten toimia, jos tutkittavat ovatkin sitä mieltä, että olen tulkinnut heidän tuottamaansa aineistoa väärin. He saivat kuitenkin nähtäväkseen vain tuon lopullisen tarinan, eivätkä koko 40–60 sivua kattavaa itseään koskevaa aineiston osaa, joten erimielisyyksiä sen sisällöstä olisi voinut ilmetä. Rubin ja Rubin (1995, 274) esittävät, että mikäli tutkittavat ovat yhtä mieltä tosiasioista, mutta eri mieltä tulkinnoista, haastattele heitä uudelleen tarkistaaksesi tulkintasi. Jos tulkintasi on yhä eriävä tutkittavien omista tulkinnoista, voit jättää omat tulkintasi raporttiin, mutta halutessasi merkitä sivuhuomautuksen siitä, että tässä kohtaa tulkinnat eroavat toisistaan. Onneksi tutkittavieni toivomat muutokset olivat pieniä ja he eivät puuttuneet juurikaan tekemiini tulkintoihin.

## Greimasin aktanttimallit tarinoitteni tulkinnan apuna

Kuuden tutkittavan tarinat kolmen lukuvuoden ajalta edellyttävät lukijalta paneutumista ja aikaa. Ne puhuttelevat itsenäisinä kokonaisuuksina, mutta eivät vielä sinällään vastaa tämän tutkimuksen tutkimuskysymykseen 1, mitä kasvutarinat kertovat opettajaopiskelijoiden kasvusta matematiikan opettajiksi yksilöllisinä kasvutarinoina. Analysoidakseni syntyneitä tarinoita ja auttaakseni lukijaa tulkintojeni ymmärtämisessä, istutin tarinoiden keskeiset tapahtumat Greimasin aktanttimalleihin. Tein jokaiselle tarinalle ja sen neljälle eri vaiheelle oman mallinsa. Malleja syntyi paljon, mutta ne kiteyttivät tarinoiden ydinkohdat ja helpottivat löytämään kasvupolkujen erot ja samankaltaisuudet. Tässä tutkimuksessa Greimasin malli on siis analyysin väline, heuristiikka, jonka avulla tiivistän tarinoita ja koetan saada niistä esille niiden kaikkein olennaisimman osan hyväksyen mallin rajoitteet ja sen antaman yksinkertaistetun näkökulman todellisuudesta.

Greimasin aktanttimalli kuvaa päämäärärationaalista toimintaa, josta käyvät ilmi sekä toiminnan päämäärät, toiminnan keinot, esteet tai vastustajat ja vastuksen keinot tai muodot (Alasuutari 2001, 136–139). Mallin perustana on ollut Vladimir Proppin teos Venäläisen kansansadun morfologia. Greimasin (1980, 198–199) mukaan Proppin mallissa erilaiset toimijat, ns. aktorit, määritellään kuvaamalla niiden funktiot: roisto (*the villain*), lahjoittaja tai varustaja (*the donor tai the provider*), auttaja (*the helper*), etsitty henkilö ja hänen isänsä (*the sought-for person and her father*), liikkeelle lähettäjä (*the dispatcher*), sankari (*the hero*) ja valesankari (*the false hero*). Greimasin kehittämässä mallissa aktantteja on kuitenkin vain kuusi (ks. kuvio 4). Nuolet kuvaavat toimintojen suuntia. Lähettäjä ja subjekti tavoittelevat objektia, jonka vastaanottaja lopulta saa. Auttajat toimivat subjektin puolella ja vastustajat häntä vastaan.



KUVIO 4. Greimasin aktanttimalli (Greimas 1980, 206)

Greimasin aktanttimalli perustuu Greimasin ja Courtésin (1979, 319, 216–217, 256) mukaan rooleihin ja suhteisiin ja sopii hyvin elämäkertojen, tarinoiden ja esimerkiksi satujen analyysiin. Greimasin mallissa on kuusi toimijaa (aktanttia). Subjekti, mallin päähenkilö, on halukas toimimaan, tietää miten toimia ja kykenee toimimaan. Hän on tarinan päähenkilö. Lähettäjä lähettää päähenkilön matkaan. Sadussa tässä roolissa esiintyvät kuninkaas tai voimalliset hahmot, joiden pyynnöstä päähenkilö lähtee tavoittelemaan objektia. Sadussa objektina on usein henkilö tai esine, jota etsitään. Objekti voidaan myös määritellä tekemisen kohteeksi tai tavoitelluksi tilaksi. Vastaanottaja on lopullinen päämäärä tai joku, jolle viesti lopulta toimitetaan. Matkallaan päähenkilö kohtaa auttajia ja vastustajia (vrt. Chandler 2001, 95–96 ja Greimas & Courtés 1979, 141, 220). Eladhari ja Lindley (2004, 8–9) kuvaavat mallia tietokonepelimaailman tarinan ja roolien keinoin ja korostavat, että jokaisella tarinalla on lisäksi konteksti, jossa kaikki tapahtuu. Mallia käytettäessä saadaan staattiseen tarinaan jännitteisiä rooleja (ks. Valo 1997, 16 ja Siikala 1984, 20–23).

Greimasin aktanttimallia on käytetty tutkimuksen apuna tarkasteltaessa muun muassa suomalaista valtio-opillista tutkimusohjelmaa (Ahonen 1984), televisiopolitiikkaa (Silvo 1988), kulttuurisotia (Arminen 1989), tieteellistä kiistaa ja argumentointia (Luostarinen & Väliaverronen 1991) ja sosiologian metodisääntöjä (Aro 1995). Greimasin malli soveltuukin varsin hyvin minkä tahansa jännitteisen tilanteen tai kehityskulun mallintamiseen. Valo (1997, 17) tarkastelee mallin avulla kahden Daniel Bellin teoksen aikalaiskriittistä ainesta niiden sisältämän historiallisen muutostomuksen kautta. Gislén (2003, 55–56, 64) pohtii mallin käyttöä vuorovaikutteisessa teknologiassa ja on käyttänyt Greimasin aktanttimallia jäsentääkseen niitä mahdollisia positioita, joita osallistuja omaksuu tai ottaa tai joita hänelle voidaan tuottaa. Eladhari ja Lindley (2004, 15) ovat tutkineet verkkoroolipelejä ja virtuaalimaailmoja ja kokeilleet Greimasin aktanttimallia rakenteiden ja toimijoiden analysoimiseksi.

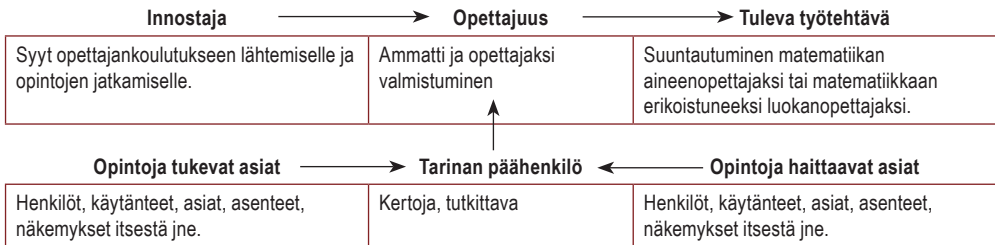
Narratiiveilla yksilö tavoittelee tasapainoa ja Greimasin malli luo tarinoihin epätasapainoa. Tästä ajatuksesta lähtee Gies (2003, 267) ja käyttää Greimasin aktanttimallia tutkiessaan poliittisia skandaaleja ja havahduttaaksen lukijansa. Luoto (2004, 7–8) on tutkinut yliopiston ja teknillisen korkeakoulun opiskelijoiden käsityksiä yrittäjyydestä ja käyttää Greimasin aktanttimallia analyysissään.

Greimasin mallin soveltamisen tarkoituksena on Luostarisen ja Väliiverrosen (1991, 100–101) mukaan systematisoida analyysiä. Sen sijaan, että otettaisiin tarkasteltavina olevista aineiston teksteistä esiin vain mieleisiä ja ennakkokäsityksiä tukevia kohtia, voidaan mallin avulla välttää ongelma, jota he kutsuvat ’valikoivaksi lainaamiseksi’. Valikoivan lainaamisen teho perustuu siihen, että suuri osa lukijoista ei tunne kritiikin tai tutkimuksen kohteena olevia alkutekstejä, eikä näin ollen pysty arvioimaan sitaattien edustavuutta. Toki Greimasin mallikin saattaa olla tutkittavalle materiaalille väkivaltainen ja materiaalia voidaan tulkita väkisin mallin mukaisesti (Alasuutari 2001, 107), mutta systemaattisesti mallia soveltamalla näin ei kuitenkaan onneksi yleensä käy (Valo 1997, 21). Greimasin aktanttimallin käytökelpoisuutta Aarva ja Pakarinen (2006, 166–167) kommentoivat tutkimuksensa näkökulmasta seuraavasti: malli selkiyttää lukijalle, mitä joukkotiedotusvälineissä, tässä tapauksessa lehdistössä, pidettiin tärkeänä, arvossa tai hyväksyttävänä ja mitä pidettiin kiellettyinä, haastavimpana tai vääränä. Tutkijoiden näkökulmasta näiden tunnistaminen aineistosta osoittautui vaikeaksi, lisäksi mallin toteuttaminen oli työlästä ja vaati tarkkaa aineistoon tutustumista.

Greimasin aktanttimallissa voidaan sama henkilö tai asia nähdä useissa eri rooleissa. Kertomuksen sankari voi esimerkiksi antaa itse itselleen tehtävän ja hän voi myös itse olla vastaanottaja. (Valo 1997, 16.) Kun itse rakensin aktanttimalleja tutkittavistani, valitsin päähenkilöksi, subjektiksi, tutkittavan itsensä. Jokaisen tutkittavani mallissa objektina on käsitteellisemmässä mielessä opettajuus, käytännöllisessä mielessä opettajan ammatti ja koulutuksen näkökulmasta opettajaksi valmistuminen. Valinta on ehkä hiukan ulkokohtainen, sillä kasvuprosessi on toki kokonaisvaltaisempi. Päätin kuitenkin jo tutkimuksen alussa sulkea raportista pois ne tutkittavien henkilökohtaiset asiat, jotka olen heistä tutkimuksen aikana saanut tietooni, mutta jotka eivät suoranaisesti ole liittyneet opettajaksi kasvuun. Lähettäjän rooliin etsin tapahtumia, henkilöitä ja asioita, jotka toimivat kannustimina ja ikään kuin ”lähettivät” päähenkilön opettajankoulutukseen tai ylläpitivät hänen kiinnostustaan opettajan ammattia kohtaan opintojen ajan. Lähettäjää kutsuin mallissani innostajaksi.

Vastaanottajaksi laitoin tulevan työtehtävän. Päähenkilöilleni realistiset vaihtoehdot olivat joko matematiikan opettajan työ tai luokanopettajan työ. Kohteena tuleva työ on myös hyvin ulkokohtainen, eikä ehkä sovellu opettajan kasvun prosessin eräänlaiseksi päätepisteeksi. Kasvuhan jatkuu toki koko ammatillisen uran. Tämän tutkimuksen näkökulmasta se on kuitenkin erittäin mielenkiintoinen, sillä työtehtävä, jossa opiskelijat itsensä halusivat kulloisessakin kehitysvaiheessaan nähdä, vaikutti paljon heidän ajatuksiinsa opettamisesta yleensä, matematiikasta oppiaineena, matematiikan opettamisesta ja oppimisesta.

Auttajiksi ja vastustajiksi kokosin asioita, henkilöitä ja tapahtumia, jotka toimivat tässä roolissa opintojen ajan. Näiden roolien erottaminen ei välttämättä ole itsestäänselvää. Omassa mielessäni esimerkiksi perinteisen matematiikan opetuksen mallit toimivat mallissa vastustajina ja näin tulevaa opettajaa kahlitsevina malleina. Toinen tulkitsija olisi voinut valita ne auttajiin vain siksi, että ne tuovat turvallisuutta ja antavat mallin tulevaan työhön. Opettajankouluttajan näkökulmasta perinteistä matematiikan opetusta voidaan kuitenkin moittia staattisuudesta ja elämyksellisessä matematiikan opetuksessa tavoittelen laajempaa kuvaa matematiikan opettamisesta. Kuviossa 5 esitän tämän tutkimuksen Greimasin aktanttimallin rungon.



**KUVIO 5. Tutkimukseni Greimasin aktanttimallin runko**

Pyrin tulkitsemaan tutkittavieni opettajaksi kasvua myös yksityiskohtaisemmin ja kohdennetummin. Silloin tarkastelin opettajaksi kasvun piirteitä tulevan työtehtävän näkökulmasta, tarkkailin tutkittavan näkemyksiä itsestään opettajana, matematiikasta oppiaineena, matematiikan oppimisesta ja opettamisesta sekä hyvästä opettajasta ja hyvästä opetuksesta. Taulukossa 6 esitän opettajan kasvun teoreettiseen viitekehykseen perustuvan yhteenvedon opettajan ammatillisen kasvun vaiheista, kasvuprosessin tekijöistä ja miten näitä tekijöitä työstetään opettajankoulutuksessa, sekä tarkennan miten nämä elementit tulevat esiin sekä tutkimuksen toteutuksessa että tutkittavilta kerätyissä osa-aineistoissa.



**TAULUKKO 6. Yhteenveto opettajan ammatillisen kasvuun vaiheista, kasvuprosessin tekijöistä, miten näitä tekijöitä työsteetään opettajankoulutuksessa, ja miten ne tulevat esiin sekä tutkimuksen toteutuksessa että tutkittavilta kerättyissä osa-aineistoissa**

Kasvuprosessin vaihe	Kasvuprosessin tekijöitä	Miten näitä tekijöitä työsteetään opettajan-koulutuksessa	Tutki-mus	Saara	Elma	Aada	Reetta	Kaarlo	Karo-liina
<b>Koulutukseen hakeutuminen</b>	Ammatin tuntuus		x	x					x
	Kouluun sopiva arvo maailma <ul style="list-style-type: none"> <li>halu kehittää koulua</li> <li>Innokkuus kokeilla</li> <li>oppiakeskeisyys</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Oman historian kirjoittaminen.</li> <li>Tilaisuuksia pohdita, mitä matematiikka on ja miten sitä opitaan tai opetetaan.</li> <li>Elämäkertojen, portfoliotyöskentelyn, reflektoinnin ja tarinoiden kertomisen käyttäminen.</li> </ul>	x		x	x	x		x x x x
	Kouluun sopivia persoonallisuuden piirteitä <ul style="list-style-type: none"> <li>lapsista pitäminen</li> <li>innostavuus</li> <li>kärsivällisyys</li> <li>harrastuneisuus</li> </ul>		x		x x	x x x x	x x	x	x x
	Kouluikäiset koulukokemukset opettaja-ideaalit		x x	x x	x x	x x	x x	x x	x x
	Käsitykset <ul style="list-style-type: none"> <li>matematiikan luonteesta</li> <li>matematiikan oppimisesta</li> <li>matematiikan opettamisesta</li> </ul>			x x x		x x x	x x x	x x x	x x x
	Omaisten mielipiteet ja tuki		x		x	x		x	x
	Työn luonne <ul style="list-style-type: none"> <li>työpäivien pituus</li> <li>oppiaineen tarpeellisuus</li> </ul>			x				x	x
	<b>Opettajankou-lutus</b>	Omien opettajapiirteiden tunnistaminen	x	x		x x	x x	x x	x x x x

Kasvuprosessin vaihe	Kasvuprosessin tekijöitä	Miten näitä tekijöitä työsteään opettajan-koulutuksessa	Tutki-mus	Saara	Elma	Aada	Reetta	Kaarlo	Karo-liina
Opettajankou-lutus	Opettajana toimimisessa kehittyminen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opetusharjoittelu</li> <li>• ohjaus ja palautteen antaminen</li> <li>• luokkatyöskentely ja sen analyysi</li> <li>• videoinnit harjoitustunneista</li> <li>• mukavuusalueelta häytyttäminen</li> <li>• ryhmätöiden käyttöön rohkaiseminen</li> <li>• arviointi- ja suunnittelutyöhön tutustuminen</li> </ul>	x	x x x x x x		x x x	x x x	x x x	x x x
	Oman oppiaineen asiantuntijuuden kehitty-minen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• aineenhallinnan vahvistaminen</li> <li>• ongelmatehtävien keksiminen</li> <li>• yhdessä oppilaiden kanssa oppiminen</li> <li>• metaforatyöskentely</li> <li>• matematiikan sisältöjen käsitteleminen</li> <li>• toimintamateriaaleja käyttäen ja ryhmässä työskennellen</li> <li>• apuopettajana toimiminen</li> <li>• yliopistomatematiikkaa uusien menetelmin</li> <li>• keskustelut oppimisen varmentamisen vaikeudesta</li> </ul>	x  x x	x  x	x  x	x  x	x  x	x  x	x x  x x x
	Muutostarpeen tiedostaminen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• väärinkäsitysten haastaminen</li> </ul>	x						
	Työyhteisön merkityksen huomaaminen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opetusharjoittelun mieltäminen opettaja-opiskelijan ja ohjaavan opettajan yhteisenä kehittymisenä</li> <li>• työelämäkokemukset ja sijaistaminen</li> <li>• keskustelut ammatillisista kompetensseista ja tulevaisuuden tavoitteista</li> <li>• eksperttiopettajien kanssa työskentely</li> </ul>	x	x x x	x x x	x x x	x x x x	x x x x	x x x x
	Kouluissa tapahtuvat kriisit	<ul style="list-style-type: none"> <li>• mielikuvaharjoittelu ja PBL:n käyttö</li> </ul>	x	x	x				x

Kasvuprosessin vaihe	Kasvuprosessin tekijöitä	Miten näitä tekijöitä työtetään opettajan-koulutuksessa	Tutkimus	Saara	Elma	Aada	Reetta	Kaarlo	Karoliina
Opettajana toimiminen	Koulu-uudistukset	<ul style="list-style-type: none"> <li>• arvostamalla yhteisöllisiä ja kriittisesti reflektioivia käytäntöjä</li> <li>• opettajatuikimus ja toimintatuikimus</li> <li>• riittävä tuki</li> <li>• täydennyskoulutus työmenetelmiä ja aineenhallintaa tukien</li> <li>• oppituntien videointi</li> </ul>		x		x	x		x
	Työrauhan ylläpito ja luokan hallinta, vastuukysymykset	<ul style="list-style-type: none"> <li>• kollegiaalinen yhteistyö</li> <li>• opettajan vastuu, luokanhallinnan keinoja</li> </ul>	x	x	x	x	x	x	x
	Oppikirjan merkitys	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oman työn reflektointi</li> </ul>	x			x	x		x
	Käytäntöiden muuttaminen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• tilaisuuksia ajatella asioita uudelleen, kokeilla uudelleen ja ideoida uudelleen</li> </ul>	x	x		x	x		x
	Kehollisuuden kokemukset	<ul style="list-style-type: none"> <li>Oman kehon kuunteleminen</li> <li>• läsnäolo luokassa</li> <li>• kontrolli, rakkauts, huolenpito</li> <li>• halu miellyttää</li> <li>• häpeän tunteet</li> <li>• itsensä suojaaminen</li> </ul>				x		x	x

## 13 Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteiden opettajankoulutuksellisia näkökulmia ja miten ne tuotiin esiin tutkittaville suunnatuilla luennoilla

Tutkimukseeni liittyi keskeisenä osana tutkittaville suunnattuja didaktiikan luentoja ja seminaarityöskentelyä, joilla nostin esiin elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteitä. Ensimmäisenä vuonna nämä luennot olivat osa opintoja (20 tuntia), mutta toisena (12 tuntia) ja kolmantena lukuvuonna (8 tuntia) tutkittavat ilmoittautuivat niille vapaaehtoisina. Koetin pitää tapaamisemme kuitenkin tiiviinä ja melko lyhyinä, jotta ne eivät turhaan kuormittaisi tutkittavia. Kaikille luennoille osallistui vähintään puolet tutkittavista ja poissaolevilla oli mahdollisuus saada jaettu materiaali itselleen.

Tutkijan näkemykseni elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä täydentyivät tutkimuksen aikana merkittävästi. Osallistumiset konferensseihin ja tutkijakouluihin sekä tutustuminen matematiikan opetuksen ja oppimisen kirjallisuuteen avarsivat käsityksiäni ja se heijastui siihen, miten piirteitä kulloisenakin lukuvuonna käsittelin luennoillani. Elämyksellisen matematiikan opetuksen analyysin tueksi olen taulukossa 7 tiivistänyt piirteet, niiden lyhyet kuvaukset, piirteisiin liittämäni sisällöt, sekä tulivatko ne esiin tutkittaville suunnatuilla luennoilla tai kunkin tutkittavan tuottamassa osa-aineistossa.

Taulukkoa seuraavissa alaluvuissa esittelen tarkemmin jokaista elämyksellisen matematiikan opetuksen piirrettä didaktisesta näkökulmasta. Jokaisen piirteen yhteydessä selvennän lukijalle, miten käsittelin tätä piirrettä opettajankouluttajana toimiessani tutkittaville suunnatuilla luennoilla ja seminaarityöskentelyssä. Sekä arvioin, miten olisin täydentänyt luento-osuuksia tutkimuksen päätyttyä. Piirteisiin liittyvät sisällöt olen luentoja suunnitellessani valinnut siten, että ne täydentävät toisiaan ja kukin piirre tuo jotakin lisää elämykselliseen matematiikan opetukseen. Näin lukijan on mahdollista arvioida, miten tutkittavien näkemykset elämyksellisestä matematiikan opetuksesta linkittyvät näistä piirteistä esiin tulleisiin teoreetti-

**TAULUKKO 7. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet, niiden lyhyet kuvaukset ja sisällöt, sekä tulivatko ne esiin tutkittaville suunnatuilla luennoilla tai kunkin tutkittavan tuottamassa osa-aineistossa**

Piire ja sen lyhyt kuvaus	Sisältö	Luennot	Saara	Elma	Aada	Reetta	Kaarlo	Karoliina
<b>Vuorovaikutuksellisuus</b> tarkoitaa niitä rooleja, rakenteita ja ilmaisun muotoja, joissa kommunikointi on keskeisessä osassa matematiikan kulttuurin siirtämisessä.	vuorovaikutuksen rakenteet	x	x			x		
	vuorovaikutustaidot	x	x	x	x		x	
	työmuotojen linkittäminen erilaisiin ilmaisumuotoihin	x						
	kommunikointi on osa ajattelua	x	x					x
	sosiomatemaattiset normit opettajan näkökulmasta; matematiikan kulttuuri							
	kognitiiviset ristiriidat							
	opettaja kuuntelijana ja kysyjänä			x	x	x	x	x
	erilaisten ja erikokoisten ryhmien vaikutus; parityöskentely	x		x	x	x	x	
	avoin ilmapiiri keskustelulle		x	x			x	x
	vuorovaikutusta sen itsensä vuoksi		x					
<b>Kokemuksellisuus</b> tarkoitaa usella aisteilla yhtä aikaa saatavia kokemuksia, jolla tuetaan matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä, oivalluskokemuksia ja matematiikan viihtyvyyttä.	toimintamateriaalit	x	x	x	x	x	x	
	liikkuminen ja kokeileminen matemaattisten ideoiden tukena	x					x	x
	erilaiset työtavat	x	x	x	x	x	x	x
	oppilaan oma kokemus ja sen kytkeminen matemaatiikkaan	x	x	x	x	x	x	x
	itse tekeminen	x	x		x		x	x
	pelit					x		
	aidot tilanteet ja erilaiset kontekstit	x	x	x	x	x	x	x
	intuitio ja matemaattisten ideoiden konstruointi	x						x
	viihdytettä vai oikeaa matematiikkaa	x	x	x			x	x

Piire ja sen lyhyt kuvaus	Sisältö	Luennot	Saara	Elma	Aada	Reetta	Kaarlo	Karoliina
<b>Havainnollisuus</b> tarkoittaa erityisesti näköaistin välityksellä saatavia havaintoja ja vihjeitä, joita tuotetaan matemaattisen ajattelun tueksi ja matematiikan kytkemiseksi osaksi oppilaan reaalityöllisyyttä.	havainnointi	x			x			
	kuvat, piirroukset, esineet, eri materiaalit ja mielikuvat kytkevät ideoita	x	x	x	x	x	x	x
	värit	x						
	kehon kieli, liikkeet ja eleet	x						x
	havainnollistaminen ja representaatiot	x	x	x	x	x	x	x
	säännönmukaisuuksien löytäminen	x						
	matematiikka tuodaan lähelle oppilasta	x	x	x	x	x	x	x
	opetuksessa käytettävät esimerkit		x				x	
	havainnollisuuden ongelmakohtia		x					
	ongelmanratkaisu		x	x	x	x	x	x
<b>Tutkimuksellisuus</b> tarkoittaa matematiikan tunnilla työskentelyä tieteenalalle tyypillisin keinoin kehittäen ongelmanratkaisutapoja ja matematiikan esittämissä.	keksivä ja tutkiva oppiminen	x	x	x	x	x		x
	projektiyöt, avoimet tehtävät ja epätavalliset ongelmat tehtävät	x	x		x	x	x	
	tehtävien suunnittelu	x						x
	tutkimustehtävät edistämässä matemaattisen diskurssin omaksumista	x						x
	tutkimuksellisuuden haasteet		x				x	
	yhteistoiminnallisuuden periaatteet	x	x	x	x	x	x	x
	matemaattisen yhteisön rakentaminen oppitunnille	x	x					
	ongelmanratkaisuun opettamisen rakenteellinen tuki	x	x			x		
	matemaattiset uskomukset haastettavina	x						
	yhteistoiminnallisuuden haasteet	x	x	x	x	x	x	x

Piire ja sen lyhyt kuvaus	Sisältö	Luennot	Saara	Elma	Aada	Reetta	Kaarlo	Karoliina
<b>Matematiikan kielinäkökulma</b> tarkoittaa matematiikan kielellisten piirteiden tunnistamista, matemaattisen yhteisön kielen oppimista sekä matemaattisen informaation eettisten ja demokraattisten kysymysten pohtimista.	oikeat käsitteet ja niiden johdonmukainen käyttö myös oppilaiden tavoitteeksi	x	x	x		x	x	
	matematiikan kielelliset piirteet	x	x	x	x	x	x	x
	matemaattiset selitykset	x	x	x		x	x	x
	matematiikan kolmen maailman kansalaisuus	x					x	x
	semiotiikka ja semioottiset konfliktit	x						x
	kaksikielisyys matematiikan opetuksessa ja kytkennät äidinkielen	x				x		
	matematiikan eettiset näkökulmat ja kielellä vaikuttamisen kysymykset							
	sosiomatematiittiset normit demokraattian näkökulmasta				x			

siin näkökulmiin. Olen halunnut tulevissa alaluvuissa myös pohtia kutakin piirrettä kriittisesti ja arvioida, miten se mahdollisesti kaventaisi tai rajoittaisi matematiikan opetusta tai mitä haasteita se opetukselle asettaisi.

## Vuorovaikutuksellisuus

*”Olen osallistunut urani aikana usealle täydennyskoulutuskurssille ja eräs niistä oli opettajille suunnattu NLP-kurssi (Neuro Linguistic Programming). Kouluun palattuani pidin 8-luokkalaisilleni kurssilta saamani testin ja ryhmittelin oppilaat ryhmiin sen mukaan, ketkä heistä olivat visuaalisesti, auditiivisesti tai kinesteettisesti suuntautuneita. En katsonut vain sitä ominaisuutta, joka testin mukaan oli vahvimpana, vaan kahta vahvinta ominaisuutta. Samaan ryhmään saattoivat siis päätyä kinesteettis-auditiiviset tai auditiivis-kinesteettiset. Perustelunani oli, että ryhmän työskentelyä helpottaisi, jos oppijoina samanlaiset olisivat yhdessä ja voisivat näin neuvoa toisiaan sattuvammin. Yllätyin ryhmäjaosta iloisesti. Kun kuuntelin, miten oppilaat neuvoivat toisiaan huomasi, miten visuaalisemmin suuntautuneet oppilaat aina piirsivät toisilleen mallikuvia ja auditiivisten pöydästä kantautui iloinen puheensorina. En usko, että tämä olisi ratkaisu kaikkeen, mutta kokeilujeni tuloksena mielessäni vain vahvistui käsitys siitä, miten tärkeää vuorovaikutus on ja miten opettaja voi tukea sitä ryhmittelemällä oppilaita monenlaisilla, erilaisilla tavoilla.*

*Opettajan osallistuminen työskentelyyn tasavertaisena jäsenenä on jäänyt mietittävään minua erään tapahtuman jälkeen. Olimme kemian tunnilla keskustelleet jakotislauksesta ja joku oppilaista kysyi, emmekö voisi kokeilla sitä. En ollut koskaan jakotislannut itsekkään, enkä edes tiennyt, löytäisinkö varastosta sopivia välineitä työhön, mutta jokin sai minut innostumaan. Yhdessä etsimme sopivia välineitä ja rakensimme opettajan pöydälle tisluslaitteiston jäähdyttimiseen kaikkineen. Jännittyneenä odotimme, saammeko solventolin tislautumaan veden joukosta ja mikä lämpömittarin lukema silloin olisi. Riemu oli suuri, kun jotakin nestettä alkoi tislautua alle 80 asteen lämpötilassa. Se ei voi olla vettä, sen on oltava alkoholia ja niin se hajusta päätellen olikin. Saimme pois täsmälleen sen määrän kuin olimme alun perin ainetta laittaneetkin. Kun lämpötila sitten viimein alkoi uudestaan kohota ja saavutti 100 astetta, vesi alkoi tislautua. Muistan vieläkin sen mielihyvän, mitä tunnin jälkeen tunsin. Olimme tehneet jotakin rohkeaa ja erilaista ja kaikki yhdessä saman pöydän ympärillä. Toki jokin pieni varoituskolmio vilkuttaa mielessäni kirjoittaessani tätä. Mitä kaikkea olisikaan voinut sattua? Mutta ei sattunut, onneksi.” (omia muistojani)*

Matematiikan oppiminen on osallistuvan näkökulman mukaan matematiikalle tyyppillisiin aktiviteetteihin osalliseksi tulemista ja matemaattiseen yhteisöön liittymistä (Sfard 2001b, 14, 22–23). Mutta onko matematiikan yhteisö liian kaukana oppilaiden tavasta ajatella matematiikkaa? Jos tyydytään vain tiedon omaksumiseen, niin



sitä voi tapahtua sekä aktiivisesti rakentaen tai passiivisesti vastaanottaen. Tietoa omaksuttaessa syntyy yksilöllisiä konstruktioita ja niiden myötä väärinkäsityksiä. Matematiikan käsitteistä syntyy oppijan yksityinen versio ja ns. julkinen tai oikea versio. (Sfard 2001b, 21.)

Merkityksellinen oppiminen ja ymmärtämällä oppiminen edellyttävät kommunikaatiota. Oppilas liittää jo olemassa olevaan tietoonsa, yksityiseen versioonsa, uutta tietoa ja näin omaksuttu tai haltuun otettu tieto siirtyy tilanteesta toiseen aina, kun se vain on mahdollista. Matematiikan oppiminen voidaankin määritellä vihkiytymiseksi matemaattiseen diskurssiin. Toisin sanoin, vihkiytymiseksi kommunikointiin, jota kutsutaan matemaattiseksi. (Sfard 2001b, 18, 21, 28.)

Kommunikointia ei voida nähdä vain ajattelun apuvälineenä, vaan ajattelun oleellisena osana. Ajattelu on dialogista, kun yksilö ajattelee, hän kommunikoi itsensä kanssa, informoi itseään, väittelee itsensä kanssa, kysyy itseltään ja odottaa omaa vastaustaan. Näin esitettynä kommunikaatio nähdään laajemmin kuin vain kielen välittämänä vuorovaikutuksena. (Vrt. Sfard 2001b, 13, 25 ja Sfard 2009, 194–195.)

Vuorovaikutuksessa yksilö jäsentää matemaattista ajatteluaan joko itsensä tai toisten kanssa. Kasvaakseen osaksi matemaattista yhteisöä, hänen on opittava yhteisön käyttämä yhteinen kieli. Oppilailta puuttuu kuitenkin usein käytännön taitoja. Heistä on vaikeaa kirjoittaa sanallisia vastauksia matemaattisiin tehtäviin tai selittää ratkaisujaan. Kommunikointi- ja argumentointitaidot ovat usein kehittyneet kaikista matemaattisista taidoista heikoimmin. Oppilaat eivät ota osaa matemaattiseen keskusteluun, eivät esitä ja pohdi ääneen mielipiteitään, eivät puolusta kantaansa, kuuntele toisia oppilaita tai esitä työnsä tuloksia (vrt. Sekerák & Šveda 2008, 48–51).

### *Opettajan merkitys luokan matemaattisen kommunikaation määräytymisessä*

Luokan matemaattista kommunikaatiota voidaan Brendefurin ja Frykholmin (2000, 126–128) mukaan jakaa yksisuuntaiseen (*Uni-directional*), vuorovaikutteiseen (*Contributive*), reflektiiviseen (*Reflective*) ja opetukselliseen (*Instructive*) kommunikaatioon. Jos opettaja pitää yksisuuntaisessa kommunikaatiossa, hän dominoi vuorovaikutusta luennoiden, kysyen suljettuja kysymyksiä ja antaen oppilaille vain vähän mahdollisuuksia kommunikoida keskenään eri strategioista, ideoista ja ajattelustaan. Tämä kommunikaation muoto on yhteyksissä käsitykseen matematiikasta staattisena tietorakenteena, joka tulkitaan ja välitetään oppilaille ja jota oppilaat passiivisesti matkivat.

Jos opettaja rakentaa luokkayhteisössä vuorovaikutteista kommunikaatiota, hän keskittyy opettajan ja oppilaiden väliseen tai oppilaiden keskinäiseen vuorovaikutukseen. Opettaja ohjaa, korjaa tai esimerkiksi ehdottaa jotain ratkaisutapaa. Reflektiivinen kommunikaatio sen sijaan on kommunikointia, jossa osallistujat, sekä opettaja että oppilaat, jakavat tasavertaisesti ideoitaan, strategioitaan ja ratkaisujaan ja antautuvat tutkivaan työskentelyyn. Opetuksellinen kommunikaatio on kommunikaatiota, jonka tuloksena opettaja muokkaa opetustaan ja käyttämiään tehtäviä ylläpitääkseen oppilaittensa matemaattista aktiviteettia. Kommunikatio on tällöin

pikemminkin palautteen keräämistä. Tämäkin kommunikaation muoto on tärkeä, sillä kun yhteisö tulee otetuksi mukaan, käytäntöjenkin on muututtava (Kieran ym. 2001, 6).

Elämyksellisessä matematiikan opetuksessa vuorovaikutuksen piirteen syventämistä edesauttaa, jos opettaja voi toimillaan kehittää luokkatyöskentelyä reflektiivisempään suuntaan niin, että jokainen oppilas tuntee oppimisen yhteisölliseksi kokemukseksi. Tätä opettaja tukee avoimilla tehtävillä, jotka kiinnostavina ja mukaansa tempaavina ruokkivat yleistä keskustelua ja antavat tilaa jaetulle kokemukselle (vrt. Sullivan ym. 2006, 118, 138 ja Ferreira & Presmeg 2005, 1, 3).

Kun vuorovaikutukselle asetetaan tavoitteeksi yhteisöllisyys, opettajan tulee kysyä aitoja kysymyksiä, jotka on tarkoitettu informaation löytämiseen ja haastavia kysymyksiä, joiden tavoitteena on kehittää ajattelua, rakentaa yhteyksiä, selittää ja johdattaa uuteen aiheeseen. Kaikkiin näihin kysymyksiin opettajalla ei itselläänkään ole välttämättä vastauksia ja se edellyttää opettajalta luottamusta oppilaiden matemaattisiin ideoihin (Harkness, 2009, 253–255).

### *Ryhmän merkitys luokan matemaattisen kommunikoinnin määräytymisessä*

Vuorovaikutuksen muodot ja yhteisössä syntyvät sosiaaliset ja matemaattiset normit vaikuttavat oppilaiden uskomuksiin matematiikasta, sen oppimisesta ja sen käytöstä arjessa. Tässä yhteydessä matemaattisilla normeilla tarkoitetaan sitä, mitkä tavat luetaan matemaattisesti erilaisiksi tavoiksi, mitä tarkoitetaan matemaattisesti sofistikoituneella, matemaattisesti tehokkaalla ja matemaattisesti elegantilla, mikä hyväksytään matemaattiseksi selitykseksi tai todistukseksi tai milloin jokin ratkaisu on matemaattisesti erilainen ja mikä ylipäättään on matemaattisesti erilainen. (Yackel & Cobb 1996, 460–461.)

Erilaiset tavat työskennellä antavat mahdollisuuden oppia erilaista matematiikkaa (vrt. Wood 2001, 111 ja Ferreira & Presmeg 2005, 1). Oppilaan tietäminen voi olla eksplisiittistä tai ns. hiljaista tietoa (*tacit knowledge*), jota hän ei itse edes tiedosta ja kun oppilaat työskentelevät ryhmissä, he liikkuvat luonnostaan eksplisiittisen tietämisensä ja hiljaisen tietämisensä ääripäiden välillä ja joutuvat artikuloimaan hiljais-tietoaan. Joskus oppilaiden epäonnistumiset matematiikassa voivat johtua tämän hiljaisen tiedon artikuloimisen epäonnistumisesta (Frade & Borges 2006, 309–310).

Vuorovaikutuksessa oppilaat oppivat toisiltaan eksplisiittistä tietoa sisällöistä, syntyy kognitiivisia ristiriitoja, kyseenalaistetaan epäpätevältä vaikuttava päättely ja kehitty korkeampilaatuista ymmärrystä (Sela & Zaslavsky 2000, 170). Kognitiivisten ristiriitojen synnyttäminen on keino syventää oppimisprosessia ja se edellyttää vuorovaikutusta (Wood 2001, 114).

Parityöskentelyn ja ryhmätyöskentelyn välillä on kuitenkin eroja. Ryhmässä päätös vastauksesta oli Selan ja Zaslavskyn (2000, 175) mukaan vankkumattomampi. Parityössä oppilaat harkitsevat pidempään ja huolellisemmin vastaustaan kuin ryhmässä, jossa joku heistä aina ottaa johdon. Ryhmässä oppilaat pyrkivät vähentämään panostustaan, eikä parityössä onnistunutta dialogia välttämättä saavuteta. Tätä Sela

ja Zaslavsky (2000) kutsuvat käsitteellä sosiaalinen vetelehtiminen (*social loafing*). Ratkaisuun päädytään heti, kun joku ryhmästä on samaa mieltä, eikä kognitiivinen konflikti synnytä toivottua uutta ymmärrystä, vaan tarvitaan opettajajohtoinen päätöskeskustelu. Toisaalta ryhmätoissa virheet huomataan yleensä helpommin ja väärinkäsitykset tulevat nopeammin esiin (Newstead 1999, 326). Se, miten oppilaat kokevat toistensa kritiikin, on kuitenkin jäänyt tutkimuksissa vähemmälle huomiolle (Schorr ym. 2008, 233).

Elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta opetettavan ryhmän koolla on merkitystä. Kun luokkakoko kasvaa, opettajan työskentelyvalikoima todennäköisimmin suppenee. Hallinnollinen, organisatorinen ja työrauhaan liittyvä työ lisääntyvät ja akateeminen työskentely vähenee. Oppilaiden itsenäisen työskentelyn määrä lisääntyy, joka johtaa siihen, että oppilaitten keskittyminen heikkenee ja viihtyvyys laskee. (Pedder 2006, 224.) Toisaalta liian pienissä opetusryhmissä opettajalta vaaditaan enemmän valmistelua, joka saattaa jäsentää opetusta mielekkäiksi kokonaisuuksiksi. Pienissä opetusryhmissäkin on haasteensa. Kun oppilaat viihtyvät ryhmässään liiankin hyvin, yksittäisten oppilaitten vaikutus ryhmädynamiikkaan kasvaa, joko kehittäen työskentelyä myönteiseen suuntaan tai sitten johtaen kielteiseen tai haluttomaan ilmapiiriin. Haluttomassa ilmapiirissä oppilaat eivät välttämättä osallistu odotetusti, huonot työskentelytavat saattavat muodostua normiksi ja luokkakeskustelusta voi tulla opettajan yksinpuhelua. (Pedder 2006, 225, 228.)

### *Vuorovaikutuksellisuus elämyksellisyytenä*

Ovatko perinteiset tavat työskennellä yksiselitteisesti huonoja ja ryhmässä työskentely automaattisesti tavoitteiden mukaista ja arvokasta? Jos matematiikan oppiminen nähdään matematiikan käytäntöihin, kulttuuriin ja diskurssiin kasvamisena, tätä ei yksin voida toteuttaa perinteisen opetuksen keinoin. Ei riitä, että katsotaan matematiikan oppiminen vain matemaattisen sisällön haltuun ottamiseksi, vaan on opittava niitä malleja ja sääntöjä, jotka ovat omiaan ja ainutlaatuisia matemaattiselle keskustelulle. Vuorovaikutus ei kuitenkaan ratkaise kaikkea. Pirie ja Kieren (1992, 505) tähdentävät, että vaikka keskustelu onkin hyödyllistä oppilaiden oppimista ajatellen, on olemassa suuri joukko matematiikkaa, joka voidaan parhaiten esittää matemaattisia symboleja ja kuvioita käyttäen. Oppimista on voitava katsoa laajemmin kuin vain perinteisen ja merkityksellisen oppimisen vastakkainasetteluna (Sfard 2001a, 23–24).

Elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta vuorovaikutuksellisuuden ei tule myöskään toimia vain rakenteellisena ratkaisuna. Työskentely ryhmässä ei saa jäädä rinnakkain toteutetuksi yksilötyöskentelyksi. Reflektiivisen kommunikation oppilaiden kesken tai opettajan ja oppilaiden välillä täytyy perustua aitoon kuuntelemiseen ja joustavaan työskentelyyn, jossa herääviin ideoihin aidosti otetaan kantaa ja ollaan avoimia niille rikastuttaville kokemuksille, joihin ne johtavat. (Vrt. Schorr & Firestone 2001, 13–16.)

## Vuorovaikutuksellisuuspiirteiden käsitteleminen tutkimukseeni liittyvillä luennoilla

Ensimmäisen kerran otin vuorovaikutuksellisuuden problematiikan esiin tutkittavieni kanssa syksyllä 2005. Nämä luennot olivat osa opiskelijoiden perusopintoja, joten käytin elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteiden esittelemiseen paljon aikaa, teimme erilaisia harjoituksia ja tein itsekin luennoista päiväkirjaa. Myöhemmin teemoja käsiteltiin täydentäen ja siksi esittelenkin jatkossa toisen ja kolmannen vuoden luentoja lyhyemmin.

Luentomuistiinpanoissani vuorovaikutuksellisuuden teema näkyy seuraavasti:

*”Aluksi pohdimme vuorovaikutuksen muotoja: opettajajohtoinen työskentely, yksin työskentely, parityöskentely, ryhmätyöskentely, eri ryhmien välillä tapahtuva työskentely ja laajimpana kaikista koko koulun projekti. Seuraavaksi mietimme Tuhhat tapaa opettaa -kirjan (Vuorinen 2001, 65) esille nostamia vuorovaikutuksen tapoja. Vuorinen jakaa vuorovaikutuksen sanalliseen, kuvalliseen, toiminnalliseen, musiikilliseen, ja draamalliseen ilmaisuun ja ristiintaulukoi näitä ilmaisun muotoja yksilöllisen, pienryhmän ja suurryhmän työskentelyyn. Keskusteluun nousi koskettamisen vaikeus. Kysyin halaamisesta ja yllätyin, että opiskelijat lähtivät avoimesti keskustelemaan halaamisen helppoudesta ja vaikeudesta. Saara kertoi, miten mukavaa on, kun äiti tai sisko halaavat, Aada muisteli, miten päiväkodin ”pahikset” tulivat syliin, Reetta mietti, miten ensiapukurssilla tuli konkreettisesti esille toiseen koskeminen, Kaarlo muisteli fyysisyyttä peleissä ja Karoliina tanssittunnilla kokeiltua ryhmähierontaa.”*

Elman muistiinpanoista:

*”Ennen luentoa ajattelin siis, että kun puhutaan vuorovaikutuksesta opetuksessa, se tarkoittaa puhumista ja kuuntelemista. Nyt kuitenkin tiedän, että vuorovaikutus voi tapahtua myös kuvien, toiminnan, musiikin tai draaman avulla. Varsinkin nämä tavat varmasti auttavat asioiden havainnollistamisessa ja ymmärtämisessä.”*

Päivien muistiinpanoista:

*”Lopuksi kokeilimme erilaisia yhdessä tehtäviä matematiikkapelejä, olin ottanut mukaani prosenttilaskun harjoittelemista varten tekemäni pelin. Siinä oppilaiden on tarkoitus liittää mahdollisimman monta pelipalaa yhteen. Paloissa on sekä prosenttilukuja että pelkkiä lukuja. Toinen peli oli suoran yhtälöön liittyvät kortit, joissa piti yhdistää kortit: suoran yhtälö, kuvaaja ja sanallinen kuvaus suorasta. Kolmantena kokeiltavana pelinä olivat integraalilaskennan harjoitteluun tarkoitettut kortit, joissa on tunnistettava funktio ja sen integraali ja liitettävä mahdollisimman monta pelipalaa yhteen.”*

Saaran muistiinpanoista:

*”Kokeilimme itse vuorovaikutuksellisuutta pelaamalla erilaisia matematiikkapelejä parin kanssa. Pelejä olisi voinut tietenkin pelata yksinkin, mutta se olisi ollut paljon tylsämpää ja vaikeampaa. Luulen että meistä opiskelijoista olisi ollut aika tylsä yksin pelailla, sen sijaan parin kanssa yhdessä pohtiminen oli paljon*

*mielekkäämpää. Jos mekin siis koimme tilanteen niin, voi helposti kuvitella että vaikka yläkoulun oppilaat tekisivät tällaisia tehtäviä mieluummin parin kanssa tai ryhmässä kuin yksin.”*

Saara kuitenkin näki matematiikkapelien pelaamisen haasteellisemmankin puolen.

*”Voisi kuvitella että jos oppilaat ovat taidoiltaan hyvin eritasoiset ja heidät pistetään yhdessä vaikka pelaamaan edellä mainittua matikkapeliä, voisivat molemmat oppilaat turhautua, toinen osaa kaiken heti ja hermostuu kun toinen ei ole yhtä nopea, toinen taas ahdistuu kun ei osaa yhtä hyvin ja muuttuu vaan epävarmemmaksi kun pelkää toisen hoputusta tai kommentteja tyhmyydestä tai vastavaa. Tällainen ei nimittäin oman kokemukseni perusteella ole ihan epätavallista oppitunneilla, että nopeampi oppilas haukkuu hitaampaa tyhmäksi tai muuksi. Toisaalta parhaassa tapauksessa eri tasoiset oppilaat voivat tietysti myös oppia toisiltaan.”*

Päivin muistiinpanoista:

*”Lopuksi pohdimme yhdessä tekemisen merkitystä. Tutkittavat totesivat, että yhdessä toimiminen on vaihtelua, mukavaa, harjoittelu tapahtuu siinä samalla, kaikki osallistuvat ja tällaisessa työskentelyssä voi ja saa kysyä koko ajan ja miettiä ääneen.”*

Aadan muistiinpanoista:

*”Mielestäni opettajan tulisi sopivassa määrin käyttää jokaista vuorovaikutus tapaa. Se lisää mielenkiintoa ja motivaatiota. Välillä on mukava muuttaa opettamistapaa niin opettajan kannalta kuin oppilaidenkin.”*

Toisena lukuvuonna, syksyllä 2006, otin vuorovaikutuksellisuuspiirteeseen mukaan pohdinnan siitä, milloin yksilöllinen työskentely on paikallaan oppitunneilla, milloin taas kilpailu on tarkoituksenmukaisin työskentelytapa (vrt. Johnson & Johnson 1987 ja 1990).

Kolmantena lukuvuonna, marraskuussa 2007, lisäsin vuorovaikutuksellisuuteen pohdintaa OECD:n raportista ”Understanding the Brain: The Birth of a Learning Science (2007). Teemat liittyivät merkitykselliseen oppimiseen, muistamisen parantamiseen, aivojen plastisuuteen ja herkkyyksikausiin sekä vuorovaikutuksen ja kokemuksen merkitykseen oppimisessa.

Kun vuorovaikutuksellisuutta tarkastellaan elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta nuorille opettajaopiskelijoille on haaste nähdä toisaalta itsensä ja toisaalta oppilaansa matemaattisen yhteisön jäsenenä ja aktiivisina toimijoina ei toteuttajina, joten tämä keskustelu olisi ollut tärkeä ottaa mukaan työskentelyyn opiskelijoiden kanssa.

## Kokemuksellisuus

*”Oma kasvuni opettajana on tarvinnut matkalleen monia kursseja. Niiden herättämänä olen aina suunnannut omaa opetustani uusille raiteille. Seuraavtkin kaksi kurssia ansaitsevat tulla mainituiksi, sillä niiden jäljiltä tapahtui taas jotakin uutta. ’Geometriaa opettajille’ oli tutkiva ja kokemuksellinen kurssi, jossa emme vain istuneet ja kuunnelleet, vaan teimme jatkuvasti erilaisia tehtäviä. Kurssi houkutteli minut tarjoamaan seuraavaksi vuodeksi valinnaisen kurssin 8-luokkalaistilaisille. Kurssin nimeksi tuli ’Toiminnallista matematiikkaa’. Kurssilla piirrettiin, leikattiin, liimattiin, taiteltiin, heitettiin noppaa, askarrettiin herneistä ja hammasliikasta sekä pelattiin tangram-paloilla. Tämä oli jotain aivan uutta itsellenikin. Eräällä kerralla pidimme tangram-kilpailun. Oppilaiden tuli rakentaa niin monta tangram-kuviota kuin he suinkin ennättivät tunnin aikana. Aina kun uusi kuvio valmistui, heidän piti näyttää se minulle ja tein siitä merkinnän taulukkooni. Tämä tunti jäi mieleeni erityisesti siksi, että vaikka kurssi olikin matematiikan valinnainen kurssi, sinne oli ilmoittautunut hyvin monenlaista matematiikan taitajaa ja tämän tunnin jälkeen ymmärsin, miten monenlaista osaamista matematiikan sisälle mahtuu ja miten pienen osan siitä saamme puristettua arvosanaan. Kilpailussa menestyivät parhaiten ne oppilaat, joiden matematiikan arvosanat eivät sitä olisi ennustaneet.*

*’Lahjakkaiden matematiikan opetus’-kurssi perustui Englannissa käytettyyn Master Class-ideaan. Tehtävät rakentuivat yhteistoiminnalliseen työskentelyyn ja olivat aikaavieviä. Yleensä jokainen ryhmä sai tehtäväkseen hiukan toisista ryhmistä poikkeavan tehtävän ja yhteenvedon tuloksena teemasta muotoutui mielenkiintoisempi kuin olisimme osanneet arvatakaan vain omaa tehtäväämme pohtiessamme. Tämän kurssin jälkeen tarjosin valinnaista kurssia opettajankoulutuksessa oleville opiskelijoillemme. Kurssi toteutui kolmena vuonna peräkkäin ja aina sille osallistui noin 15 opiskelijaa. Yhdessä järjestimme noin 40 oppilaan ryhmälle 7-luokkalaista kolme matematiikan työpajaa vuosittain. Oppilaat olivat ilmoittautuneet useista eri kouluista ja he olivat joko matemaattisesti lahjakkaita tai matematiikasta hyvin kiinnostuneita. Tämä oli hieno mahdollisuus opettajaopiskelijoille päästä työskentelemään näin suuren ja taitavan oppilasryhmän kanssa. Itselleni kokemus oli merkittävä. Huomasin, miten tärkeää on käyttää erilaisia toimintamateriaaleja myös lahjakkaiden oppilaiden opetuksessa. ’Hanojn torni’-tehtävä tai ’kuka asuu vihreässä talossa’ tai ’susi-kaali-lammas’-tehtävä alkoivat kokeellisesti, mutta pian oppilaat lopettivat toimintavälineiden käytön. Vaivihkaa he saattoivat vilkaista niitä kuin varmistellakseen ajatuksiaan, mutta lopulta prosessi päättyi kirjalliseen tuotokseen. Silti uskon siihen, että saavutettuihin tuloksiin päästiin parhaiten juuri aloittamalla jostain konkreettisesta ja yksinkertaisemmasta lähtötilanteesta.” (omia muistoja)*

Toiminnallisuuden tai kokemuksellisuuden perustana voidaan nähdä brunerilainen ajattelu. Brunerin (1988, 35, 58) mukaan lapsen ajattelu kehittyy kolmivaiheisena:

ensimmäisessä vaiheessa (*enactive*) hän kokee asioita toiminnan kautta. Tätä seuraa ikoninen vaihe (*iconic*), jossa toiminta liittyy mielikuviin ja havainnot organisoidut. Kolmas vaihe, symbolisen representaation vaihe (*symbolic*), kytkee edelliset järjestäytyneet kokemukset merkeillä kuvattaviksi käsitteiksi. Tämän kehityksen tueksi lapsi tarvitsee kielen tulkitsemaan kokemuksen. Tall (1995, 6–7; 1994, 1) pohdii viitaten Brunerin tiedon representaatioihin, miten toiminnalliset representaatiot johtavat visuaalisiin ja kokoaviin representaatioihin ja lopulta matematiikan kielellä ja symboleilla esitettyihin representaatioihin. Tallin (2004a 2–4; 2004b, 285) kolmea matematiikan maailmaa (*embodied world – proceptual world – formal world*) kuvaa kuitenkin samanaikaisuus. Oppilas liikkuu kolmen eri maailman välillä, vuoroin käsitteellistäen, vuoroin konkretisoiden. Liioittelematta toimintamateriaalien käytöstä koituvia etuja esimerkiksi Santana (2008, 231) on vakuuttunut siitä, että niiden avulla lapsi luo merkityksiä, jotka ovat toisenlaisia kuin ne, joita hän luo käyttäessään abstrakteja strategioita.

### *Kokemuksellisuus toiminnallisuutena*

Toiminnallisuuteen liitetään usein matemaattiset pelit. Unohtamatta niiden kiehtovuutta sinällään, pelit voivat kehittää oppilaiden ymmärrystä muistakin matemaattisesti tarpeellisista lähtökohdista käsin kuin vain käsittelemänsä aihealueen suhteen. Jo Lindgren tutkimuksessaan (1990, 180) esitti, että huolellisesti ja tarkoituksenmukaisesti valitut toimintamateriaalit edistivät matematiikan käsitteiden sisäistämistä ja hallintaa. Amit ja Jan (2006, 49) näkevät pelit hyödyllisiksi pelien reiluuden näkökulmasta. Oppilaiden on hyödyllistä pohtia, kuinka reilu heidän käytössään oleva peli on ja miten reiluutta voidaan lisätä tai vähentää. Toinen merkittävä pelien tuoma lisä liittyy tilastomatematiikkaan ja todennäköisyyteen ja päätöksentekoon niiden perusteella. Lisäksi pelit voivat tuottaa sofistikoituja menetelmiä puolustaa ja kuvaila ajatteluaan.

Eräs toiminnallisuuden muoto ovat simulaatiot. Tutkimuksessaan Amit ja Jan (2006, 55) käyttivät myös simulointeja ja totesivat niiden kehittävän peruskäsitteiden ymmärtämistä sekä johtopäätösten tekemistä. Kuvatussa tutkimuksessa ei formaalia opetusta käytetty lainkaan ja tutkijat yllättyivät havainnostaan, että oppilaat kehittivät oman arkikielensä kommunikointinsa tarpeisiin voidakseen rakentaa vuorovaikutuksessa toistensa kanssa tietojaan kyseisistä matematiikan osa-alueista. Yokochin (2000, 218, 220) tutkimuksessa kävi samalla tavalla. Kun oppilaat valmistivat itse matemaattisia toimintamateriaaleja, he loivat samalla käytännöllistä ja arkeen liittyvää matematiikkaa, oppivat uutta matematiikkaa ja omaksuivat matematiikan rakenteita ja kulttuuria.

Toiminnallisuutta ovat myös erilaiset toimintamateriaalit, joita opettajilla on käytössään. Jotkin näistä on suunniteltu vain tietyn matemaattisen käsitteen ymmärtämistä tukemaan, toiset sen sijaan useampaan käyttöön soveltuviksi. Esimerkiksi pitämilläni täydennyskoulutuskursseilla opettajat ovat luetelleet seuraavia

käyttämäänsä toimintamateriaaleja ja niiden käyttötapoja: avaruuskappaleet, palikat, napit, rahat, helmitaulu, geolauta, värisauvat, murtolukukakut, kuvat, mallit, kuviot, tilavuusyksiköt, laskujärjestys, lukusuora, lämpömittarimalli, satatalo, helminauhat, pallon pinta-alan arviointi appelsiinia kuorimalla, neliömetrin rajaaminen lattialle, avaruuskappaleiden rakentelu lumesta.

Toimintamateriaaleiksi kutsutaan eksplisiittisesti ja konkreettisesti tiettyä abstraktia matemaattista ideaa varten suunniteltuja välineitä. Niillä on sekä visuaalinen että toiminnallinen olemus ja oppilaat voivat käsitellä niitä fyysisesti (*hands-on material*). Toimintamateriaalit eivät sinällään pidä sisällään merkityksiä tai matemaattista ideaa. Oppilaiden tulee siis reflektoida toimintaansa näiden välineiden kanssa rakentaakseen merkityksiä. (Moyer 2001, 176–177.) Toimintamateriaaleja voidaan käyttää ongelmanratkaisun tukena, päättelyn ja todistamisen apuna, säännönmukaisuuksien tai sääntöjen löytämisen tukena ja matemaattisen kommunikoinnin lisäämiseksi. Ne sopivat hyvin tueksi yhteyksien rakentamiseen matematiikan eri osa-alueiden sekä matematiikan ja muiden oppiaineiden välille. Toimintamateriaaleja voidaan käyttää myös rikastuttamaan tai rytmittämään opetusta, kuvaamaan matemaattisten ideoiden erilaisia representaatioita ja esimerkiksi esittämään visuaalinen malli jollekin matemaattiselle käsitteelle. Lisäksi toimintamateriaalien käyttö edistää käsitteiden vahvistamista tai monipuolistamista, lisää oppitunneille vaihtelua, tuo virkistystä ja motivoi. (Vrt. NCTM 2000 ja Moyer 2001, 184–188.)

Toimintamateriaalien haaste on kuitenkin siinä, osaako opettaja muuntaa opetettavana olevat matemaattiset ideat erilaisiksi representaatioiksi ja vastaavasti toiminnallisesti saadut kokemukset matemaattisiksi ideoiksi. Jos toimintamateriaaleista luovutaan, silloin unohdetaan, että merkitykselliset kokemukset ja representaatiot, joita toimintamateriaalien avulla voidaan tuottaa, saattaisivat auttaa oppilaita keksimään omia algoritmejaan. Jos haaste osoittautuu ylivoimaiseksi, opettajat tyytyvät vain lisäämään materiaalit opetusresursseihinsa ja käyttävät toimintamateriaaleja demonstroiden tai yksityiskohtaisesti ohjeistaen. Vaikka oppilaat näin saavatkin fyysisesti koskea materiaaleihin, heillä ei useinkaan ole mahdollisuutta keksiä omaa ratkaisua annettuun tehtävään niitä käyttäen. Yhteys tehtävän ja konkreettisen esitysmuodon välillä jää tällöin hämäräksi. (Vrt. Moyer 2001, 178, 189; Schorr & Firestone 2001, 2, 6, 8 ja Drake 2006, 597.)

### *Kokemuksellisuus elämyksellisyytenä*

Toiminnallisuuden lisäksi kokemuksellisuutta voidaan katsoa myös laajemmasta perspektiivistä. Swoboda ja Tocki (2002, 2) korostavat tutkimuksessaan intuition, todellisten tilanteiden ja erilaisten kontekstien merkitystä käsitteen muodostuksessa. Kokemuksellisuuteen elämyksellisyytenä voidaankin lukea autenttiset, arkielämään pohjautuvat tilanteet, joiden vastakohtana olisivat kontekstualisoimattomat tai keinotekoiset matematiikan tehtävät. Voidaan puhua uskollisuudesta matematiikan tieteenalalle ja matemaatikkojen tavalle työskennellä. Usein matemaattinen päättely ei



etene lineaarisesti, vaan pikemminkin edestakaisin, tehden oletuksia, formulointeja, uusia oletuksia ja uusia formulointeja (vrt. Weiss ym. 2009, 276–277).

Opettajan epävarmuutta kokemuksellisten elementtien käytössä opetuksessa lisää oppimistulosten aiheuttama paine. Usein koulun kulttuurikin koetaan esteeksi. Huoli siitä, oppivatko oppilaat asiat kyllin syvällisesti tai tulevatko he niin riippuvaisiksi toimintamateriaaleista, etteivät omaksu muita työskentelymenetelmiä. Joskus kollegoiden epäilevä suhtautuminen toimintamateriaalien käyttöön saattaa saada opettajan rajaamaan tällaiset työmenetelmät pienempien oppilaiden opetukseen toivoen, että positiiviset kokemukset toiminnallisuudesta ja algebrallisten käsitteiden perusteiden oivaltaminen toimintamateriaaleja käyttäen kantaisivat oppilaiden myöhempiä opintoja varten. (Raymond & Leinenbach 2000, 283–284, 300.)

Kokemuksellisuutta väheksytään, koska ajatellaan, että matemaattiset ideat voidaan ilmaista visuaalisesti esimerkiksi merkkijonoina, kuvaajina ja diagrammeina, eikä kokemuksilla sinänsä ole merkitystä. Joskus näin onkin. Kaikkia matemaattisia entiteettejä ei aina voida materialisoida. (Nemirovsky ym. 2004, 303–304.)

Kokemuksellisuus ei saakaan olla vain kokemuksellisuutta sen itsensä vuoksi. Toimintamateriaalien kanssa työskentely ei välttämättä valmista työskentelyyn ilman niitä. Jos toimintamateriaaleja käytetään niin, että oppilas näkee vain toimintamateriaalit, mutta ei niiden sisältämiä matemaattisia yhteyksiä, vaikka opettaja ne tunnistaakin, materiaalien hyöty jää kyseenalaiseksi. Materiaalien käyttö on nähtävä toisesta näkökulmasta: materiaaleilla ei ole tarkoitus siirtää tiettyä yksittäistä matemaattista tietoa, vaan niitä tulee käyttää apuna ratkaisemaan käytännön ongelmia tietyssä kontekstissa. (Gravemeijer 1994, 73–74.)

Tässä tutkimuksessa haluan kokemuksellisuuteen, osana elämyksellisyyttä, liittää myös toimintamateriaaleista luopumisen. Autenttinen arjen ongelmatilanne on itsessään elämyksellinen, sitä voidaan mallintaa toimintamateriaaleja käyttäen, mutta aistein saatavista kokemuksista on pyrittävä etenemään kohti abstraktimpaa kokemusta.

Kuten Pirie ja Kieren (1992, 505, 526) toteavat: toimintamateriaalien käyttö ei myöskään ole välttämätön eikä riittävä ehto sille, että opetus olisi konstruktivistista. Se, että lapset työskentelevät käyttäen materiaaleja, ei tarkoita automaattisesti sitä, että he konstruoivat matemaattisia ideoita. Vaikka matemaattinen ymmärrys riippuukin kokemuksista, näiden kokemusten lähtökohtien ei tarvitse olla fyysisiä. Kokemuksellisuus ei saakaan olla itsetarkoitus, vaan opettaja optimoi eri mahdollisuuksien joukosta ne, jotka kulloinkin hänen mielestään lisäävät matemaattista ymmärrystä.

### *Kokemuksellisuuspiirteen käsitteleminen tutkimukseeni liittyvillä luennoilla*

Otin kokemuksellisuuden mukaan syksyn 2005 luentoihin pyrkimyksenäni tuottaa tutkittaville omakohtaisia kokemuksia kokemuksellisuudesta. Omiin muistiinpanoihini olen kirjannut:

*”Halusin tuoda luennolle kokemuksellisia elementtejä ja niinpä kokeilimme ’kiveltä kivelle’ -tehtävää. Siinä opettaja asettaa lattialle muutaman ns. kiven tässä tapauksessa A4-paperin, johon hän on kirjoittanut kuhunkin jonkin tehtävän. Nyt tehtävänä oli kertoa jotain itsestään kuten lempiruoka, mielimusiikki, elokuva, jonka viimeksi on nähnyt ja lempiväri.”*

Aadan muistiinpanoista:

*”Esimerkiksi matematiikassa voisi tehdä laskupolon, jossa tulee hypätä kiveltä kivelle ja sanoa vastaus kiveen merkitystä laskusta. Se voi olla kertolasku tai helppo yhtälölasku tai ihan mikä tahansa pääsälasku.”*

Päivin muistiinpanoista:

*”Keskustelimme toiminnallisista tehtävistä ja kokemukset olivat masentavia. Aada ilmoitti inhoavansa tällaisia tehtäviä, Reetta oli mielestään liian laiska aloittamaan niitä, Kaarlo kertoi, että ne yleensä ohitettiin koulussa, Saarakaan ei pitänyt niistä koulussa. Toiveikkaana päätin silti innostaa heitä aiheeseen. Ensin pohdimme Vuorisen (2001, 48) piirrosta opetuksen konkreettisuuden asteista. Toiminta on todellisuuden elämistä, välitöntä kokemusta. Demonstraatiot ja opintoretket ovat todellisuuden esittämistä. Piirroksset, valokuvat, videot ja elokuvat kuvaavat todellisuutta ja luennot, nauhoitteet tai esitelmät kertovat todellisuudesta. Siirryttäessä tasolta toiselle etäännyimme todellisuuden kokemuksellisuudesta. Seuraavaksi pohdimme hiukan perinteisen opetuksen ja konstruktivistisen opetuksen eroja. Sitten hätyytin tutkittavani ulos mittaamaan puuta tai lipputankoa. Ohjeistin työn kertoen yhdenmuotoisista, tasakylkisistä kolmioista: ”tarvitaan vain käden pituinen tikku ja sitten kävellään niin kauas puusta, että puu näyttäisi olevan yhtä pitkä kuin kädessä, pystyssä oleva tikku. Nyt kaatuva puu ulottuu juuri varpaillesi.” Tehtävä tuntui onnistuneen mukavasti, ainakin saliin palasi iloisen tuntuinen joukko.”*

Saaran muistiinpanoista:

*”Tuskin minä ainakaan olisin ymmärtänyt, tai ainakaan muistanut asiaa myöhemmin, jos emme itse olisi käyneet mittaamassa puuta.”*

Päivin muistiinpanoista:

*”Lopuksi näytin heille vielä videolta murtolukujen opettamisesta pienen katkelman. Ohjelma oli suunnattu alakoulun opettajille ja pienet oppilaat siinä taittelivat ja leikkelivät papereista murtolukuja.”*

Reetan muistiinpanoista:

*”Esimerkiksi kun katsottiin videota murtolukujen opettamisesta, tulivat asiat varmasti paljon konkreettisemmin oppilaille selviksi, kuin että oltaisiin vain käyty mekaanisesti asioita taululla läpi. Varsinkin taas kerran alakoulun ja peruskoulun puolella kokemukselliset opetustavat ovat varmasti hyviä.”*

Toisena lukuvuonna, syksyn 2006 luennoilla, pyysin tutkittavia aluksi miettimään, millainen on hyvä matematiikan esimerkki tai esimerkkien sarja. Päädyimme siihen, että hyvä esimerkki on monitasoinen. Tehtävän alussa tulee olla jotakin tuttua, johon oppilaat saavat tarttumapintaa. Tuttujen ominaisuuksien pohjalta voidaan myöhemmin, täydentävässä esimerkissä, havaita säännönmukaisuuksia tai prototyyppisiä. Hyvässä esimerkkien sarjassa oppilas huomaa opiskeltavasta aiheesta myös jotakin outoa ja uutta, joka tuo kontrastia ja herättää ajattelemaan. Lopulta esimerkkeihin tulisi kuulua jokin todella uusi näkökulma. Sen kautta oppilaat havaitsevat matemaattisen työvälteen tai idean rajoitteita. Seuraavaksi pohdimme tutkittavien kanssa niitä matematiikan käsitteitä, joista opettajan on lähes mahdotonta esittää kokemuksellista esimerkkiä. Havahdutin tutkittavia kysymällä heiltä, miten he ohjaisivat oppilaitaan tutkimaan esimerkiksi äärettömän käsitettä? Pyysin heitä miettimään, voidaanko löytää 'yksi yhteen vastaavuus' pisteitten välille, kun kyseessä on suljettu jana, jonka pituus on 10 cm ja neliö, jonka sivun pituus on 10 cm (vrt. Tsamir & Tirosh 2006, 51).

*”Let us consider a line segment whose length is 1 cm, and a square whose side is 1 cm. Question: Is it possible to find a one-to-one correspondence between the points of the line segment and the points of the square? Explain.”*

Entä onko mahdollista piirtää kolmio, joka on tasakylkinen ja jonka kanta on 15, kyljet 30 ja kantakulma 60 astetta? Lopuksi tutkimme yhdenmuotoisuuden, yhtenevyyden ja mittakaavan käsitteitä Swobodan ja Tockin (2002, 6–9) esittämien ideoiden pohjalta piirtämällä kuunsirppiä koko ajan pienentäen tai koko ajan suurentaen, tutkien deformaatioita heijastuksina vedessä ja joulupallossa, katsoen jotain tekstiä vesilasin läpi, venyttäen kuvallista ilmapalloa ja pyyhekumia, taitellen pienemmästä ja suuremmasta paperista samaa taittelua, kooten mallipaloista esimerkkikuvan osoittamaa kuviota, siirtäen ruutukartalle piirretyn reitin oikeaan karttaan, tehden geolaudalla erikokoisia yhdenmuotoisia kuviota ja piirtäen ruutusuurennoksella tai ruutupienennöksellä kuviota.

Kolmantena lukuvuonna, marraskuussa 2007, lisäsin kokemuksellisuuden analyysiin pohdintaa sen rajoitteista ja opettajajohtoisesta toiminnallisuudesta toiminnallisuuden vuoksi. Tutustuimme yhdessä Schorrin ja Firestonen (2001) tutkimuksen tuloksiin ja esimerkkeihin opettajajohtoisesta toiminnallisuudesta. Jotkut Schorrin ja Firestonen tutkimukseen osallistuneet opettajat käyttivät toimintamateriaaleja tehtävissä, joihin ne eivät taipuneet, opettivat muistikikkoja ja jättivät käyttämättä oppilaittensa esittämät matemaattiset oivallukset. Halusin tutkittavien havahtuvan myös siihen, että toimintamateriaalit eivät sellaisenaan pelasta oppituntia.

Kun kokemuksellisuutta tarkastellaan elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta nuorille opettajaopiskelijoille on haaste irrottautua perinteisen luokkatyöskentelyn mallista oppilaiden itsenäisen, kokeilevan työskentelyn kehittämiseen ja toimintamateriaalien merkitykseen oppimisprosessin tukena, joten tämä näkökulma olisi ollut tärkeä ottaa mukaan työskentelyyn opiskelijoiden kanssa.

## Havainnollisuus

*”Edellä kertomallani NLP-kurssilla kävimme läpi muun muassa havainnollistamista. Miten paljon merkitystä on väreillä, eleillä, äänenpainoilla, jopa psyko-  
maantiedolla eli sillä, missä kohtaa luokkatilaa mitäkin ohjeita annan. Jotenkin  
vasta silloin oivalsin havainnollistamisen rikkauden ja miten eri tavoin eri oppilaat  
siitä hyötyvät. Värien käytöstä olin opetusharjoittelussa ollessani saanut kerran  
kiitosta ohjaavalta opettajaltani, jonka mielestä värejä käyttämällä lisään havain-  
nollisuutta. Myöhemmin mietin tätä, kun juttelin kahden Steiner-koulussa opiske-  
levan tytön kanssa. Heille negatiiviset luvut olivat automaattisesti sinisiä ja posi-  
tiiviset luvut punaisia. Ihmettelin, miksi matematiikan pitäisi olla mustavalkoista.  
Havainnollisuutta pohtiessani mieleeni nousee hauska muistikuva musiikkiluokan  
fyysikan tunnilta. Olimme keskustelleet äänestä ja miten erikorkuiset ilmapatsaat  
resonoivat eri taajuuksilla esimerkiksi puhaltimissa. Oppilaat innostuivat kokeile-  
maan tätä koeputkillä. Koeputkitelineet täyttyivät koeputkista, joihin jokaiseen oli  
kaadettu eri määrä vettä. Pian luokassa kuului hyvin viritettyjä soittimia ja iloisia  
sävelmiä. Näin jälkeempäin tunnistan toiminnassa matematiikan, jota en silloin  
osannut poimia oppilaiden tutkittavaksi.” (omia muistojani)*

Havainnollisuus mielletään yleensä havainnollistamiseksi, jonka päävastuu siirretään opettajalle. Havainnollisuus elämyksellisyytenä ei kuitenkaan ole esimerkiksi vain havainnollistavia kuvia. Tässä tutkimuksessa opetuksen havainnollisuutta tarkastellaan toisaalta opettajan kannalta, havaintojen teon mahdollistavana toimintana, havainnollistamisena, ja toisaalta oppilaan kannalta, mahdollisuutena havaita tai toimia itse havainnollistajana. Tässä yhteydessä liitän havainnollisuuden osaksi ilmeet ja eleet. Ilmeet ja eleet voidaan lukea keskeiseksi osaksi puhumaamme kieltä (vrt. Arzarello ym. 2009, 98–101), ja ne toimivat abstraktin ajattelun tukena (vrt. Radford 2009, 112–113 ja Edwards 2009, 138–139), mutta myös havainnollistamisen apuna.

Opetuksen havainnollisuuteen ts. opettajan semioottisiin resursseihin, kuten Arzarello ja Paola (2007, 17) ja Arzarello ym. (2006, 74) niitä kutsuvat, liittyvät suullinen ja kirjoitettu kieli, kehon kieli kuten käytetyt liikkeet, eleet ja katseet ja muut sanattoman vuorovaikutuksen keinot sekä erilaisten visualisointien kuten graafien ja piirrosten käyttö tai konkretisoinnin apuvälineet aina kynästä opetusteknologian käyttöön. Matematiikan tunnilla havainnollisuus toteutuu myös oppilaan toimintana liikkeinä, eleinä, toimintamateriaalien, piirrosten tai erilaisten matemaattisten apuvälineitten käyttönä. Nemirovsky ja Borba (2003, 104) kutsuvat näitä *perceptuo-motor* aktiviteeteiksi. Nemirovsky (2003, 109) ottaa esimerkiksi päässä laskun, jossa yhdistetään useita elementtejä: lukujen kirjoittaminen, lukumerkintöjen sanominen, numeroiden muodon näkeminen, objektien ryhmittely, viivojen seuraaminen, numeroiden raapustelu ja pyyhkiminen, ja merkkien laskeminen. Havainnollisuus elämyksellisyytenä on mahdollisuus käyttää näitä elementtejä matemaattisen ajattelunsa auki kirjoittamisessa.

### *Havainnollisuus opettajan näkökulmasta*

Kun matematiikan opettaja käyttää havainnollisuutta opetuksensa tukena, hän tukee esimerkiksi ongelmanratkaisun eri vaiheita kuvallisilla esityksillä, jotka eivät itse tehtävän kannalta ole aivan välttämättömiä, mutta jotka selventävät kontekstia tai ajattelun kulkua. Opettaja viittoilee, piirtää havainnollistavia nuolia, alleviivaa tai ottaa käyttöönsä värejä. Hän käyttää erilaisia äänenpainoja ja puherytmejä. Hän jakaa toimintamateriaaleja, joiden avulla on helpompi tehdä jäsennyksiä ja luokitteluja, kannustaa oppilaitaan havainnollistamiseen ja säännön mukaisuuksien etsimiseen. Hän herättää tietoisia kognitiivisia ristiriitatilanteita, arvostaa oppilaiden intuitiivisia ehdotuksia ja pyrkii viivästämiin siirtymään matemaattisiin symboleihin, jotta ajattelun prosessi tulisi ensin näkyväksi. (Vrt. Presmeg 2006, 212.) Kaikki nämä erilaiset representaatiot kehittävät käsitteiden ymmärtämistä ja rakentavat yhteyksiä matematiikan eri osa-alueiden välille (vrt. Brown 2001, 157; Presmeg 1986, 308–309; 2006, 213 ja Presmeg & Nenduradu 2005, 106). Tällainen opettaja osaa tehdä oppilailleen näkyväksi matematiikan abstraktin maailman ja auttaa heitä tekemään siitä tulkintoja, kuten Arcavi (2003, 216) sitä kuvaa sanoilla ”*seeing the unseen*” ja jatkaa, että matematiikka on niin abstraktia, että se edellyttää havainnollisuutta.

Havainnollisuuden keskeisiä elementtejä opettajalle ovat eleet ja liikkeet. Kokenut opettaja käyttää niitä kohdistessaan oppilaiden huomion haluamaansa yksityiskohtaan ja tehdessään kysymyksiä. Opettaja voi piirtää ilmaan esittäviä kuvia (ikoniset eleet) tai tehdä matemaattisia ideoita kuvailevia liikkeitä (metaforiset eleet). Hän voi osoittaa sormellaan tiettyä yksityiskohtaa (osoittavat eleet) ja käyttää eleitä rytmittämiseen puhuttaan (rytmittävät eleet). (Bjuland ym. 2008, 191, 186.) Kun opettaja käyttää sekä eleitä että liikkeitä puheensa tukena, hänen käyttämänsä apuneuvot siirtyvät oppilaiden käyttöön (Arzarello & Paola 2007, 22; vrt. Hähkiöniemi 2006 ja 2008; ks. myös Mason 1999, 194 ja Biza ym. 2008, 177, 183) ja representaatioiden variaatio näyttää kehittävän matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä (Brown 2001, 157).

### *Havainnollisuus oppilaan näkökulmasta*

Oppilaalle havainnollisuus voi olla konkreettisia mielikuvia ns. ”kuvia päässä” (*concrete, pictorial imagery*). Esimerkiksi mielikuva oppikirjan sivusta ja sen ylä laidassa olevasta monikulmiosta. Havainnollisuus voi oppilaalle merkitä myös kinesteettistä mielikuvaa (*kinesthetic imagery*) tai fyysistä liikettä kuten laskemista sormilla tai siirtymistä sormin koordinaatiston pisteestä toiseen. Joissakin tilanteissa havainnollistavat kuvat voivat olla liikuteltavia tai muunneltavia (*dynamic imagery*) ja oppilas voi siirtää niitä pöydällä tai pyörillä tietokoneen näytöllä. Havainnollisuutta ovat myös muistikuvat kuten muistikuva jostakin matemaattisesta kaavasta (*memory images of formulae*) tai tunnistettavat säännön mukaisuudet, jotka liittyvät konkreettisiin yksityiskohtiin esimerkiksi lukujonoissa tai yhdenmuotoisissa kuvioissa (*pattern imagery*). (Presmeg 2006, 209; ks. Radford 2003, 40.)

Oppilaiden työskentelyä seuratessa huomaa helposti, miten paljon he käyttävät eleitä selventääkseen matemaattista ajatteluaan. Ongelmanratkaisun edetessä eleet siirtyvät merkeiksi ja kuviksi paperille ja vähitellen näistä edelleen numeroiksi tai lopulta aritmeettisen säännön löytämiseksi (vrt. Arzarello ym. 2006, 79 ja Hähkiöniemi 2006, 76–82).

Havainnollisuuden keskeisiksi elementeiksi myös oppilaan näkökulmasta voidaan siis sisällyttää eleet ja liikkeet. Eleet, liikkeet ja puhe sisältävät toisiaan täydentäviä tiedon muotoja ja oppilas voi käyttää niitä tukemaan matemaattista ajatteluaan ja ongelmanratkaisua (vrt. Arzarello, 2006, 73; Radford ym. 2003, 55; Radford 2009, 112–113 ja Edwards 2009, 138–139). Usein eleet ovat ensimmäinen viittaus ajattelusta, jota oppilas ei vielä osaa ilmentää sanoin (Goldin-Meadow & Singer 2003, 510; Broaders ym. 2007, 548; Edwards 2008, 424, 429). Ryhmätyöskentelyssä eleet tukevat oppimista kahdella tavalla: ensinnäkin ryhmän muut jäsenet prosessoivat ja jatkavat eleitä ja se vie ongelmanratkaisuprosessia eteenpäin, toiseksi eleet keventävät oppijoiden kognitiivista työkuormaa ja helpottavat prosessin etenemistä tätä kautta (Goldin-Meadow & Wagner 2005, 239).

Kehon käyttäminen matemaattisia ideoita esittäessä näyttää tukevan tiedon rakentelun lisäksi muistamista (Cook ym. 2008, 1054). Oppilaat rakentavat yksilöllisiä merkityksiä kulloisestakin matematiikan käsitteestä ja useimmiten pisimpään säilyvät muistikuvat liittyvät fyysiseen liikkeeseen (Hähkiöniemi 2008, 118–119).

### *Havainnollisuus elämyksellisyytenä*

Elämyksellisessä matematiikan opetuksessa opettajan tavoitteena on etsiä menetelmiä visualisoida matematiikkaa selkiyttääkseen ja suunnatakseen oppimista ja pohtia, miten samaan aikaan säilyttää tutkiva ote oppimisessa. Kun havainnollisuus yhdistetään matematiikan kieleen, sen tavoitteena on toimia erilaisten aktiviteettien lähteenä, tuottaa uusia ideoita ja uudenlaista ajattelua (vrt. Yerushalmy 2005, 218). Kun oppilas haluaa selvittää jonkin käsitteellisen ongelman, hän käsittelee sitä havainnollistavia apuvälineitä käyttäen, mutta kun ongelma lakkaa olemasta ongelma, työväline käy tarpeettomaksi. Nemirovsky ja Noble (1997, 128) kutsuvat näitä apuvälineitä siirtymävaiheen apuvälineiksi (*transitional objects*).

Yleensä ajatellaan, että havainnollisuus ja konkreettisuus yhdistettynä matematiikan abstraktiin ilmaisuun auttavat asian ymmärtämistä. Mutta voivatko kuvat ja muut havainnollistukset rajoittaa ajattelua? Matematiikan eksaktiuden ja formaaliuden näkökulmasta havainnollistavista kuvista pyritään jättämään kaikki ei-relevantit yksityiskohdat pois. Usein kuvat kytkeytyvät tämän jälkeen huonosti arjen ilmiöihin. Tämä on ristiriidassa elämyksellisyyden kanssa. Sitä paitsi oppilaat oppivat hyvin nopeasti käyttämään tätä hyväkseen. He eivät enää lue kuvaa yhtä huolellisesti, vaan vain poimivat kuvasta tehtävässä tarvittavat tiedot. Silloin kuva on pikemminkin tiivistys sanallisesta tehtävästä kuin aito piirros mittoineen. Kaikkia matemaattisia ideoita taas ei voida havainnollistaa. Jos oppitunnilla käytetään vain

sellaisia esimerkkejä, jotka ovat havainnollistettavissa, oppilaat saattavat luulla, että ainoat ongelmatehtävät, jotka he osaavat ratkaista, ovat ne, jotka he osaavat havainnollistaa (Wu 1999, 3).

Mikä kuvassa sitten on tarpeellista? Pitäisikö kuvan kuvata eksaktisti tilannetta, joka sisältäen piilotettua informaatiota, jota tehtävän alussa ei tiedetä vai pitäisikö kuvan täysin päinvastoin peittää tai jopa johtaa harhaan kokonaiskuvaa? Jos tehtävänä on todistaa suorakulmainen kolmio suorakulmaiseksi, tulee se piirtää suorakulmaiseksi? Oppilaat oppivat pian lukemaan visuaalisia vihjeitä. Kuvat ovat oppilaista kiehtovia ja he luottavat mieluummin niihin kuin muuhun annettuun, loogiseen informaatioon. Vaikka vihjeet olisivat irrelevantteja tai epäluotettavia, oppilaat nojaavat päättelynsä niihin. Havainnollistamisen vastustajat pelkäävätkin havainnostavien kuvien synnyttävän prototyypistä ajattelua. On tärkeää, että opettaja ottaa tämän huomioon opetuksessaan ja opettaa oppilaitaan tarkastelemaan kriittisesti kuvien ja tehtävässä annettujen tietojen yhteensopivuutta. Kuvia tulee osata lukea, niitä pitää osata tulkita ja käyttää apuna päättelyn edetessä. (Vrt. Zodik & Zaslavsky 2000, 265–271 ja Sharma 2006, 243, 245.)

Havainnollisuus elämyksellisyytenä asettaa matematiikan opetukselle haasteita, joita tulevat opettajat joutuvat punnitsemaan. Ensiksikin havainnollistukset tarvitsevat aikaa, josta koulumaailmassa on aina huutava pula. Toiseksi saattaa näyttää siltä, että havainnollisuutta näin laajemmin tarkasteltuna ei arvosteta. Matematiikan oppikirjat ja muut opetusmateriaalit painottavat loogisuutta, formaaliutta, eksaktiutta ja yleispätevyyttä. Ne esittävät matematiikkaa, eivät arjen tilanteita. Nuoret opettajat saattavat myös arkailla heittäytyä havainnollisuuden mukanaan tuomiin oppilaiden ideoihin. Ei haluta herättää luokkakeskustelua matemaattisen käsitteenmuodostuksen olennaisesta piirteestä: siitä, miten yksittäistapauksilla – olkoonpa niitä kuinka monta tahansa – ei koskaan voida täysin tavoittaa yleispätevyyttä.

Havainnollisuuden myötä törmätään kulttuurisiin haasteisiin, oppilaat eivät ole tottuneet havainnollistaviin työmenetelmiin ja niiden mukanaan tuomiin kognitiivisiin haasteisiin. Havainnollistukset edellyttävät oppilailta kykyä liikkua visuaalisten ja analyyttisten esitystapojen välillä. Analyyttinen esitystapa tuntuu usein tutummalta ja se katsotaan myös pedagogisesti toimivammaksi, koska siinä tieto on pilkottu sopivan kokoiisiin osiin ja se etenee lineaarisesti ja algoritmisesti. (Vrt. Arcavi 2003, 235; ks. myös Presmeg 1986, 307 ja 2006, 220.) Elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta aina, kun törmäämme uuteen matemaattiseen käsitteeseen, meidän on palattava tarkastelemaan jo tuttuja käsitteitä tämän uuden tiedon valossa. Jos oppilaamme tuntuvat ponnistelevan uusien käsitteiden haltuun ottamisessa, se ei kuitenkaan välttämättä tarkoita sitä, että olemme opettajina epäonnistuneet. Olemme vain ehkä aliarvioineet kehon ja mielikuvien mahdollisuudet tavoittaa asian mieli. (Vrt. Rasmussen ym. 2004, 316.)

## *Havainnollisuuspiirteen käsitteleminen tutkimukseeni liittyvillä luennoilla*

Ensimmäisen kerran opiskelijani kohtasivat luennollani havainnollisuusteeman syksyllä 2005. Luentomuistiinpanoissani kuvaan kertaa seuraavasti:

*Aamunavaukseksi luin katkelman Harry Potterista ja pyysin opiskelijoita kirjamaan ylös ajatuksiaan opettajasta ja havainnollistamisesta. Katkelmassa Hagrid vie oppilaansa kiellettyyn metsään katsomaan thestraleja, taikaolentoja, joita ei voi nähdä, ellei ole joskus elämässään nähnyt kuollutta ihmistä. Osa Tylypahkan koulun oppilaista näkee olennot ja osa ei. Ne, jotka eivät nähneet itse otuksia näkivät kuitenkin, miten nämä söivät isoin haukkauksin ruoaksi tuotua lihaa. Samaan katkelmaan liittyy myös ”ohjaavan opettajan” kaltainen Hagridin työtä arvioiva opettaja Pimento, joka nasevasti ajattelee ääneen ja arvioi Hagridin toimintaa koko opetustuokion ajan.*

*Tutkittavien mielestä tarinasta saattoi poimia oppimisen kannalta tärkeitä yksityiskohtia: ympäristö oli tunteita herättävä, ehkä vähän pelottavakin, tarinan oppilailla oli mahdollisuus päästä sisälle eri maailmaan ja tarinan opettaja herätti mielenkiinnon, kun kukaan ei oikein tiennyt, mitä tulee tapahtumaan. Tarinassa keskeistä oli myös konkreettisuus ja se, että nekin oppilaat, jotka eivät olentoja nähneet, saattoivat päätellä niistä jotain. Koska jotkut oppilaista näkivät olennot, muut saivat tukea sille, että ne tosiaan olivat olemassa ja ne saattoi nähdä.*

Saaran muistiinpanoista:

*”Oppilaat tuskin olisivat ymmärtäneet elukoita ja niiden outoa ilmentymistä, jos asia olisi käyty luokkahuoneessa vaikka vain kuvaa katsomalla ja opettajan kertoman perusteella. Oppilaat todennäköisesti myös muistavat asian myöhemminkin, mitä tuskin olisi muussa tapauksessa tapahtunut.”*

Päivin muistiinpanoista:

*”Havainnollisuus-luennon alkuun katsoimme Vuorisen (2001, 47) esimerkin havainnollisuuden ja oppimistulosten keskinäisestä riippuvuudesta. Sen mukaan kuulemalla saavutetaan 20 %:n oppimistulos, näkemällä 30 %, yhdistettynä näkemällä ja kuulemalla 50 %. Jos lisätään vielä puhuminen näkemiseen ja kuulemiseen tavoitetaan 70 %. Kun edellisiin lisätään lisäksi konkreettinen tekeminen, saavutetaan 90 %:n oppimistulos.”*

Reetan muistiinpanoista:

*”Kuva kertoo selkeästi sen, kuinka oppimistulokset kasvavat, kun erilaisten havainnollistamisten määrä kasvaa.”*

Päivin muistiinpanoista:

*”Varsinaisen luennon pohjaksi olin koonnut Clarken (1990, 24) kirjasta Patterns of Thinking esimerkkejä, joissa opettaja tukee oppijan ajattelun kehittymistä erilaisin kaavioin. Kirjassa sekä induktiivista että deduktiivista ajattelua kuvaamaan*



on esitetty kolme vaihetta. Induktioon kuuluivat: silmäily, kohdentaminen kuten luokkien ja käsitteiden kehittäminen sekä kolmantena väitteiden järjestäminen. Deduktioon taas laskettiin käsitekarttojen ja verkostojen luominen, syy-seuraussuhteiden mallintaminen sekä ongelmanratkaisun suunnittelemine. Jokaisessa vaiheessa opettajalla on erilaisia tapoja selkiyttää opittavaa asiaa. Silmäilyä ja kohdentamista voidaan tehdä piirtämällä kerätyistä tiedoista karttoja tai vaihteellaisia piirroksia. Asiat voidaan kerätä aikajanelle, sektoridiagrammeihin, koordinaatistoon tai tekstistä voidaan poimia olennaiset sanat ympäröiden ja piirtäen niiden välille yhdistäviä viivoja. (Clarke 1990, 68–80.) Luokkien ja käsitteiden kehittämiseksi rakennetaan hierarkioita: sisäkkäisiä ympyröitä, suorakulmioita jne. (Clarke 1990, 104.) Väitteiden järjestämiseen voidaan käyttää esimerkiksi torneja. Tornin perustana ovat tiedot. (Jotkut tiedot ovat toisia tärkeämpiä, joillakin tiedoilla on useampia merkityksiä ja jotkut tiedot ovat epärelevantteja.) Tietojen päälle rakennetaan tulkinnat. (Jotkut tulkinnat ovat tärkeämpiä kuin toiset, jotkut ovat spekulatiivisia, jotkut paremmin puolustettavissa.) Tulkinnoista tehdään yleistykset. (Joillakin yleistyksillä on enemmän selitysoimaa kuin toisilla, jotkut ovat vasta alustavia, jotkut yleistykset eivät saa tukea saatavilla olevista tiedoista.) Lopulta tornin huipulla ovat teoriat. (Hyvätkin teoriat nojaavat oletuksiin, hyvillä teorioilla on pääargumenttinsa ja sivuargumenttinsa, eikä mikään teoria selitä kaikkia tosiasioita.) Kun löydettyä teoriaa halutaan testata, se tehdään tutkimalla, miten se toimii uusilla tiedoilla. (Clarke 1990, 142.) Ongelmanratkaisun suunnittelun tueksi Clarke (1990, 253) ehdottaa mm. vuokaavioiden piirtämistä. Toivottavasti opiskelijoilleni syntyi kuva jäsentelemisestä, jota opettaja voi työssään tehdä paljonkin.

Tämän jälkeen jaoin opiskelijoille matematiikan oppikirjat ja heidän tuli pareittain laatia kirjan geometrian kurssista käsitekartta. Tuloksia katsellessani mietin, miten hatariksi monet käsitteet ja niiden yhteydet toisiinsa jäivät. Yläkäsitteet ja alakäsitteet eivät erotu toisistaan esimerkiksi monikulmio, nelikulmio ja kolmio on eräässä työssä merkitty samanarvoisiksi käsitteiksi, toisessa työssä niiden yläkäsitteeksi on merkitty 'kulmio'. Myös ympyrän piiri ja kehä on eräässä työssä merkitty erikseen, eikä niiden välille ole merkitty mitään yhteyttä. Yksi pareista on lähtenyt liikkeelle valitsemalla keskeiset käsitteet: kulma, etäisyys, suora, jana, piste ja ympyräviiva/kehä. Tämän jälkeen kuviosta on tullutkin hyvin monimutkainen. Ehkä käsitekartan tekeminen ei ole kovin tuttua.”

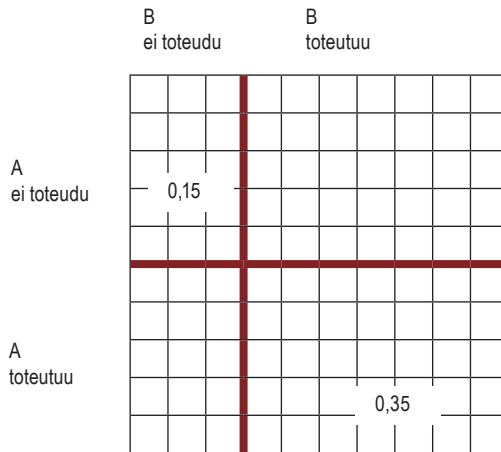
Aadan muistiinpanoista:

”Käsitekarttaa tehdessä oppii paljon uutta asiaa.”

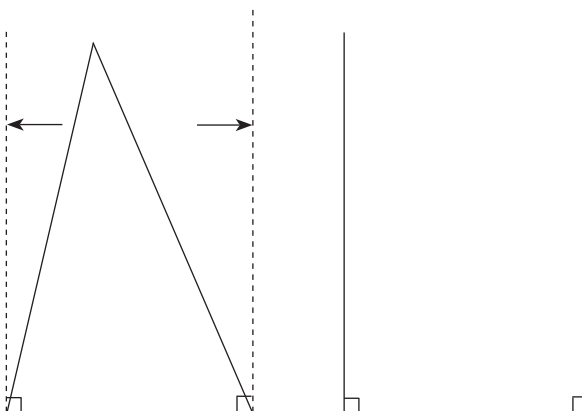
Elman muistiinpanoista:

”Joskus kuitenkin esimerkiksi juuri käsitekarttojen tekeminen voi tuntua liian aikaa vievältä tai tylsältä mutta kun niitä tehdään useammin oppilaat luultavasti huomaavat, kuinka paljon niistä on hyötyä.”

Toisena lukuvuonna, syksyllä 2006, liitin havainnollisuuspiirteeseen ajatuksia representaatioista. Pohdimme aluksi, millainen apuneuvo kertolaskutaulu on verrattuna laskimeen, kun oppilaalle ollaan opettamassa kertolaskua operaationa ja kertolaskun kommutatiivisuutta (vrt. Lagrange 1999, 55). Päädyimme siihen, että kertolaskutaulusta on helpompi havaita linkki yhteenlaskuun operaationa, kun samalla rivillä ovat esimerkiksi luvut 2, 4, 6, ..., mutta laskimessa operaatio konkretisoituu kertomerkin näpytyksellä. Kommutatiivisuus näkyy kertolaskutaulussa lukujen symmetrisyytenä. Laskimella kommutatiivisuus tulee näkyviin vain riittävän monen kokeilun tuloksena. Lisäksi aiheena olivat todennäköisyyslaskennan havainnollistaminen  $10 \times 10$  -ruudukon avulla (ks. kuvio 6) (Schwarz ym. 2006, 67) ja pohdintaa Guer-shon Harelin (1999, 610) esittämästä kolmion kulmien summaa koskevasta Amyn todistuksesta (ks. kuvio 7). Mainitussa artikkelissa Amy pohti, voisiko hän todistaa kolmion kulmia koskevan lauseen avaamalla kolmion kahdeksi suorakulmaksi.



KUVIO 6. Todennäköisyyslaskennan havainnollistaminen  $10 \times 10$  -ruudukon avulla



KUVIO 7. Amyn todistus kolmion kulmien summasta

Kolmantena lukuvuonna marraskuussa 2007 lisäsin havainnollisuuteen Arcavin (2003) ja Presmegin (2006) näkökulmia eleiden ja kielen merkityksestä visualisoinnissa ja pohdimme analogioiden käyttöä. Joskus analogiat ovat niin etäisiä, ettei oppilas voi myöhemmin enää palauttaa mieleen, mihin ne liittyivät. Joskus taas analogiat ovat harhaanjohtavia tai vain muistisääntöjä. Tehtävänä oli pohtia kokonaislukujen ja erityisesti kahden negatiivisen kokonaisluvun kertolaskun opettamista esimerkiksi yhteenlaskuksi muuttamalla, lukusuoraa apuna käyttäen, kielellisesti kuvailen (”en halua olla menemättä elokuviin”, kaksi kieltoa peräkkäin), vaihdantakia ja vastaluvun käsitettä tai analogiaa käyttäen.

Kun havainnollisuutta tarkastellaan elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta nuorille opettajaopiskelijoille on haaste tavoittaa aineenhallinnassaan taso, jolla he voivat kehittää erilaisia representaatioita kuvaamaan tiettyä matemaattista entiteettiä, tai hyödyntää jo oppimateriaaleissa olevia representaatioita. Tästä olisimme voineet keskustella yhteisissä tapaamisissamme opiskelijoiden kanssa.

## Tutkimuksellisuus

*”Innostuneena tulen koululle jo puoli tuntia aikaisemmin. Etsin kemian varastosta maalarinteippiä ja mietin, miten onnistuisin luomaan luokkaan fiktiivisen kola-ripaikan. Konttaan lattialla ja merkitsen maalarinteipillä jarrutusjälkiä. Tuolta luokan takaa se on tullut ja tuossa on jarrutus. Kaadan pulpetteja ja siirtelen niitä paikasta toiseen. Vihdoin olen tyytyväinen. Oppilaat tulevat ja ihmettelevät. Silitän: ”tässä on tapahtunut onnettomuus, tuossa ajoneuvo on jarruttanut”. Aloitamme tutkinnan ja oppilaat ryhtyvät mittailemaan jarrutusjälkien pituutta ja laskemaan matematiikan kirjasta aiemmin löytämäämme kaavaa käyttäen ajoneuvon nopeutta. Lopputulos on se, ettei ajoneuvo ollut ajanut kummoistakaan vauhtia. ”Nelipyöräinen polkupyörä” se oli tainnut olla. Hämmästelemme kaikki. Vuosien takaa tunti palaa yhä edelleen mieleeni. Kuinkahan monelle oppilaalle se jäi mieleen. Ehkä se olisi jäänyt useammallekin, jos he itse olisivat kontanneet lattialla teippirulla kädessä, talviaamun hämärässä.” (omia muistojani)*

Tutkimuksellisuus kulkee käsikkäin ongelmanratkaisun kanssa, mutta tarkastelen sitä myös työskentelyn näkökulmasta, en ainoastaan tehtävien näkökulmasta. Se pitää sisällään sekä keksivän (*discovery methods*) oppimisen että tutkivan (*investigational methods*) oppimisen. Brown (2001, 78, 88) erottaa nämä toisistaan kuvaten keksivää oppimista etukäteen määriteltujen tulosten huomaamiseksi ja perinteiseen kulttuuriin kasvamiseksi. Tutkiva oppiminen pitää hänen mukaansa sisällään prosessin, luovan komponentin, jossa oppilas voi laittaa tehtävään omaa identiteettiään, yhdistää kielen ja matemaattisia rakenteita. Tutkimuksellisuus antaa oppilaille mahdollisuuden kehittää merkityksiä. Usein Brownin (2001, 96-97) kuvaamat tehtävät käynnistyvät konkreettisia välineitä käyttäen. Oppilaat työskentelevät monimuotoisesti ja aktiivisesti. Kun työskentely konkreettisilla välineillä muuttuu kömpelöksi,

aikaa vieväksi ja uuvuttavaksi, he siirtyvät toisiin välineisiin. Tutkimus jatkuu esimerkiksi ruutupaperia ja kynää käyttäen. Usein tämäkin vaihe jää lyhyeksi. Paperi käy pieneksi, kukaan ei jaksaa piirtää lukuisia erilaisia malleja ja lopulta päädytään taulukoimaan. Taulukon sisälle kätkeytyy säännönmukaisuus, joka voidaan havaita ja lopulta yleistää havaittu matemaattinen yhteys. Tutkimuksellisuuteen liittykin aina sisällön ja prosessin välinen yhteys, jota usein on monisyisempi ja vaikeampi seurata kuin suoraviivaista työskentelyä.

Kun Polya (1957, 6–23) esitteli neljä askelta, joiden mukaan ongelmanratkaisuprosessi etenee: ongelman ymmärtäminen, ratkaisun suunnitteleminen ja suunnitelman toteuttaminen ja alkuun palaaminen, askeleita kuvailivat tarkentavat kysymykset. Mitä tehtävässä kysytään, mitä tiedetään, mitkä ovat olosuhteet, miten tilannetta voisi kuvata, mitkä merkinnät tulisi valita vai riittääkö nimeäminen, onko tarvittava matematiikan työväline tai menetelmä tuttu, onko ongelma tuttu, voiko kysymyksen asettaa toisin, onko ratkaisu oikein, voitko osoittaa sen oikeaksi, voitko tarkistaa sen? Polya kuitenkin pohti ongelmanratkaisua myös opettajan näkökulmasta. Oppilaalla tulee olla mahdollisuus ymmärtää tehtävä ja intoa ratkaista se, joten opettajan on löydettävä hyviä ongelmatehtäviä, ei liian helppoja tai liian vaikeita, luonnollisia ja konkreettisia tai muuten mielenkiintoisia. Opettajan on osattava kysyä hyviä apukysymyksiä, oikeassa hetkessä ja oikealla tavalla, muuten salaisuus katoaa tai kysymyksestä ei ole lainkaan apua. Opettajan tulee myös kysyä kysymyksiä, jotka oppilaskin olisi osannut kysyä, muuten ne ikään kuin tulevat Polyan sanoin (1957, 22) ”*as a rabbit pulled out of a hat*”. Ja lopulta, opettajan on osattava antaa oppilailleen aikaa tehtävän suorittamiseen.

Ongelmanratkaisuprosessi on vuorovaikutusprosessi ja opettajan rooli on siinä keskeinen. Mutta kuinka pitkälle opettajan tulee ohjata prosessia? Koulumatematiikan käytänteet kannustavat oppilaita oppimaan koulua varten, eivätkä ne ole tyypillisiä matematiikan tieteenalalle. Oppilaat voivat esimerkiksi tottua seuraamaan ennalta ohjattuja vaiheita ongelmanratkaisuprosessissaan ja tällöin prosessista tulee opettajan tai oppikirjan antaman mallin imitointia. Oppilaat menettävät omistajuutensa oppimiseen. (Rutledge & Norton 2008, 36.) Autonomisuuden vaatimus asettaakin ongelmanratkaisun prosessille uusia vaatimuksia (vrt. Williams 2000, 258–260).

### *Tutkimuksellisten tehtävien piirteitä*

Tutkimuksellisia tehtäviä kuvataan kirjallisuudessa monin tavoin. Tehtävä voi motivoida pohdintaan, näkemään yhteyksiä matemaattisten ideoiden välillä, ruokkia yleistämistä tai käsitteiden tutkimista, edistää matemaattista mallintamista tai abstrahointia, kehittää prosessorientoituneita työskentelymalleja, rakentaa siltoja jatko-tutkimuksille, kehittää luovaa prosessointia ja ongelmanratkaisua ja tutkia yhteyksiä matematiikan eri osa-alueiden välillä (Zaslavsky 2007, 435).

Oppimisen ja opetuksen paradigmojen muuttuessa tavoitellaan sitä, että oppilas rakentaakin itse tietoa matematiikasta. Opettaja voi toteuttaa tätä suunnittelemalla

haastavia tehtäviä, jotka vaativat kokeellista työskentelyä ja kyseenalaistavat itsensänselvyyksiä. Tavoiteltu sosiokulttuurinen näkemys ja yhteisen kielen ja merkkien konstruointi asettavat opettajalle tavoitteeksi kasvattaa oppilaitaan matemaattisen yhteisön jäseniksi (Skott 2004, 229, 231). Tässä yhteydessä Skott (2004, 231–232) viittaa vygotkskilaiseen lähikehityksen vyöhykkeeseen (*zones of proximal development*, ZPD). Hänen mielestään opettaja voi vastata uudistusten vaateisiin kehittämällä oppilaintuntemustaan, haastamalla oppilaat kognitiivisilla ristiriidoilla, käyttämällä tutkivaa lähestymistapaa, sitoutumalla matemaattiseen diskurssiin ja antamalla oppilailleen tilaa keskustella sekä yksilöinä että yhdessä (Skott 2004, 238).

Miten määritellä tehtävä? Watsonin (2008, 147, 151) mukaan tehtävä sisältää joko lausekkeen, materiaaleja, kysymyksiä tai tapahtumia, jotka herättävät tiettyä aktiivisuutta luokassa. Tilanteet voivat olla etukäteen suunniteltuja tai ne voivat syntyä yhtäkkiä jostakin opettajan tai oppilaan esittämästä huomautuksesta tai kysymyksestä. Tehtävä voi olla laajeneva, vertaileva, monitasoinen, realistinen tai puhdas harjoitustehtävä. Tutkimustehtävät yhdistävät eri aihealueita, vaativat loogista päättelyä, ja ne voidaan ratkaista moni eri tavoin. Niitä voitaisiin kuvailla epätavallisiksi tehtäviksi, yleistämistä vaativiksi tehtäviksi, todistustehtäviksi, tehtäviksi, jotka edellyttävät virheiden etsimistä ratkaisuista, paradokseiksi, ongelmiksi, jotka edellyttävät koulukurssin ulkopuolisia tietoja, tai ongelmatehtäviksi, joissa on parametreja. (Applebaum & Leikin 2007, 12.)

Kirjallisuudessa viitataan avoimiin yksittäisiin tehtäviin tai tehtäväkenttiin. Avoimia tehtäviä ovat yhteyksiä rakentavat matemaattiset tehtävät, joilla on useampia ratkaisuja (*Multiple-solution connecting tasks*) ja jotka sopivat matematiikan opetus suunnitelmassa yhtä aikaa moneen aiheeseen tai käsitteeseen. Näiden tehtävien tarkoituksena on kehittää matemaattista ongelmanratkaisua, matemaattista ajattelua ja päättelytaitoja sekä lisätä oppilaiden välistä vuorovaikutusta. (Leikin & Levav-Waynberg 2007, 350; Leikin & Lev 2000, 161.) Avoimet tehtävät, ehdottaa Pehkonen (1997, 20) johtavat automaattisesti ongelmakeskeiseen opetukseen sekä antavat mahdollisuuden kommunikointiin. Niillä lisätään opetukseen yllätyksellisyyttä ja oppilaskeskeisyyttä. (Vrt. myös Lin 2006, 548.)

Matemaattisen ajattelun monimuotoisuutta voidaan lisätä, kun opiskelijat kokeilevat erilaisia ratkaisuvaihtoehtoja, kehittävät ajattelunsa ja kommunikointinsa kieltä, keksivät matemaattisia argumentteja ideoittensa tueksi, selvittävät, mistä prosessin vaiheista haluaisivat keskustella toisten opiskelijoiden kanssa ja kehittelevät syntyneitä ideoita eteenpäin. Tutkimuskentät (*theme based resources*), joista käytetään nimityksiä ”*non mathematical settings*”, ”*domestic practices*”, ”*out of school activities*”, ”*realistic*”, ”*authentic*” ja ”*applied*” mittaavatkin erityisesti luovuutta. (Vrt. Williams 2000, 264 ja Chronaki 2000, 142, 148.)

### *Tuleva opettaja tutkimuksellisten tehtävien suunnittelijana*

Opettajan aineenhallinta ja oppilaantuntemus vaikuttavat opettajan käsityksiin oppimisprosessista ja siihen, millaisia tehtäviä opettaja käyttää opetuksessaan ja millaisen oppimisympäristön hän suunnittelee. Ne vaikuttavat myös siihen, miten opettaja osaa lukea oppilaitaan ja mukauttaa suunnitelmiaan saamansa tiedon perusteella. (Leikin & Levav-Waynberg 2007, 351.) Voidaan jopa kärjistetysti sanoa, että opettajien esittämät tehtävät määräävät sen, millaisia mahdollisuuksia oppilailla on merkitykselliseen matematiikan oppimiseen (Crespo 2003, 243) tai millaisen kuvan he saavat itse tieteenalasta (Bragg & Nicol 2008, 201).

Ongelmatehtävien esittäminen on yksi opettajan työn keskeisistä osaamisalueista ja tulevien opettajien on saatava siitä kokemuksia ja koettava sen hyödyt, jotta voisivat luottavaisin mielin käyttää niitä opetuksessaan. Opettajan uusi opetuksen malli näyttäisikin syntyvän uudenlaisten tehtävien kautta. (Vrt. Bragg & Nicol 2008, 201; Lavy & Shriki 2000, 129; Doerr & English 2006, 5–6, 8, 29 ja Crespo 2003, 245.)

Miten opettajan ammattitaito sitten kehittyy tutkimustehtävien suunnittelemisessa? Kun opettajan tiedot, uskomukset ja asenteet kehittyvät, niin kehittyvät myös hänen käytännön taitonsa. Yhtäältä voidaan kannustaa nuoria opettajia ja opettajaopiskelijoita suunnittelemaan, laatimaan ja ratkaisemaan uudenlaisia tutkimustehtäviä. (Vrt. Chapman 2007, 345, 348; Watson & Mason 2007, 208; Yackel ym. 2007, 351–352 ja Tsamir 2007, 257–258, 270–271.) Toisaalta nuorten opettajien tai opettajaopiskelijoiden tulee saada kokemuksia siitä, miten oppilaat tällaisiin tehtäviin suhtautuvat, miten niissä kehittyvät ja millaista oppimista tällaiset tehtävät ajan kuluessa edesauttavat. (Vrt. Zachary & Anderson 2008, 31; Rutledge & Norton 2008, 38 ja Lin 2006, 549–550, 568–569, 576–578.)

Vaikka tutkimuksellisuus näyttäisi vaikuttavan monin tavoin myönteisesti matemaattisen ajattelun kehittymiseen, opettajat kuitenkin näyttävät välttelevän tutkimustehtävien käyttöä. Tutkimustehtävien keksiminen on haastavaa ja useimmiten opettajat laativatkin tehtäviä, joihin on vain yksi ratkaisutapa ja jotka ovat opetussuunnitelman mukaisia, eivätkä kerro muista ratkaisutavoista, vaikka tietäisivätkin niiden olemassaolosta. Näyttää siltä, että opettajat arvostavat matematiikan tarjoamia haasteita, mutta eivät haasta oppilaita omaan ajatteluun. He valitsevat perinteisiä tehtäviä ja johdattelevat oppilaitaan kohti tyypillisiä ratkaisuja peläten, että oppilaat eksyvät ratkaisujen paljouteen tai menevät sekaisin niiden sopivuudesta kulloiseenkin tilanteeseen. Opettajat haluavat tuntea olonsa turvalliseksi sekä matemaattisesti että pedagogisesti. Vaikka opettaja arvostaakin matemaattisia tutkimustehtäviä, hän ei halua käyttää niitä, jos kokee epävarmuutta niiden kanssa. (Leikin & Levav-Waynberg 2007, 9, 366–367; Applebaum & Leikin 2007, 9, 13.)

Matematiikan tunti voi tarkan havainnoijan silmin vaihdella älyllisten ja matemaattisten ominaisuuksiensa suhteen paljon. Opettajat antavat tehtävän ohjeet tai osat eri järjestyksessä, he odottavat oppilailtaan eri asioita eri aikoina, yksittäisen oppilaan osallistumisen muodot vaihtelevat eri tunneilla ja eri tunneilla käytetään erilaisia välineitä. (Watson 2008, 149.) Opettamisen tapaa luotaavia kansainvälisiä TIMMS-videotutkimuksia on toteutettu kaksi kertaa. Vuonna 1995 tutkimukseen

osallistuivat Saksa, Japani ja Yhdysvallat. Vuonna 1999 mukaan liittyivät Australia, Tsekki, Hong Kong, Hollanti ja Sveitsi. TIMMS-videotutkimuksissa selvisi, että opettajan kyky joustavasti säädellä ongelmanratkaisuprosessin kulkua on ilmeisen tärkeää. Tutkittaessa miten opettaja esitti oppilailleen tehtäviä huomattiin, että opettaja saattoi muuttaa ongelmanratkaisutehtävän mekaaniseksi tehtäväksi esimerkiksi antamalla oppilaille etukäteen kaavan, jota tehtävässä kannattaa soveltaa. TIMMS-tutkimuksissa parhaiten menestyvissä maissa opettajat esittivät matemaattiset ongelmatehtävät yleensä aitoina ongelmatehtävinä. (Stigler & Hiebert 2004, 15; ks. myös Hiebert ym. 2004, 34, 116–117.)

Franke ym. (2001, 662) esittävät tasoja, joilla voidaan kuvata opettajan sitoutumista oppilaan matemaattiseen ajatteluun. Ensimmäisellä tasolla opettaja ei usko, että oppilaat osaavat ratkaista ongelmatehtäviä ennen kuin heitä on opetettu siihen. Tämä johtaa siihen, että opettaja ei järjestä oppilailleen tilaisuuksia ratkoa ongelmia, ei kysy, miten he ne ratkaisivat, eikä hyödynnä riittävästi oppilaittensa matemaattista ajattelua opetuksen järjestelyissä. Toisella tasolla opettaja uskoo, että oppilaat osaavat ratkaista tehtävän ilman varta vasten opetettua strategiaa, ja uskoo, että on olemassa useita erilaisia ratkaisuja. Hän kuitenkin valitsee tehtävät muilla perusteilla kuin oppilaittensa matemaattista ajattelua silmällä pitäen, ja uskoo siihen, että oppilaille kannattaa näyttää mallia. Kolmannella tasolla opettaja uskoo, että oppilaille on hyödyksi ratkoa tehtäviä omalla tavallaan. Hän antaa oppilailleen erilaisia ongelmatehtäviä ratkottavaksi ja lisäksi tilaisuuksia keskustella ratkaisuista. Hän myös kuuntelee oppilaitaan. Neljäs taso jakautuu oikeastaan kahdeksi tasoksi. Opettaja joko ajattelee että oppilaan matemaattisen ajattelun kehityksen tulisi ohjata opetusta tai hän tietää, miten opetus tulisi suunnitella tukemaan sitä parhaalla mahdollisella tavalla. Ero näkyy siinä, että ensimmäinen opettaja antaa mahdollisuuksia oppilailleen ratkoa ongelmia ja käyttää tietoaan oppilaittensa matemaattisesta ajattelusta opetuksensa suunnittelussa. Toinen opettaja taas nimenomaan luo tilanteita, joissa oppilaittensa matemaattinen ajattelu kehittyy ja käyttää yksilöistä saamaansa tietoa opetuksensa suunnitteluun.

Täytyykö tutkimuksellisuutta lisätä matematiikan opetukseen? Tätä pohtii Popkewitz (2004, 14) kirjoittaessaan: ”*This concern with problem-solving abilities to face the “ubiquitous” uncertainty of the future and to promote democracy has only tangential relations, if any, to the cultural norms of the mathematical community.*”

Onko siis niin, että tutkimuksellisuuden tavoittelemisen taustalla ovatkin yhteiskunnallisesti tärkeät näkökulmat, eikä aito halu tukea oppilaan matemaattisen ajattelun kehittymistä? Näkemykseni tutkimuksellisuudesta perusopetuksen matematiikan opetuksessa kohtaa yhtä lailla arjessa selviämisen tarpeet kuin matematiikan tieteenalalle ominaiset lähestymistavat. Suomalaisessa opettajankoulutuksessa matematiikan aineenopettajan aineenhallinnan voisi olettaa olevan korkea ja tulevilla opettajilla olevan valmiuksia toteuttaa tutkimuksellista matematiikan opetusta oppilaittensa kanssa. Kun opettaja käy läpi matemaattiseen käsitteeseen liittyviä esimerkkejä, tutkii, missä käsite esiintyy ja miten siihen pääsisi käsiksi, hän löytää

tapoja lähestyä sitä oppilaittensa kanssa. Opettajan vain tulee nähdä matematiikkaa ympärillään (Cavey ym. 2006, 40–41).

### *Tutkimuksellisuuspiirteen käsitteleminen tutkimukseeni liittyvillä luennoilla*

Ensimmäinen kohtaaminen tutkimuksellisuusteeman kanssa oli syksyllä 2005. Luentomuistiinpanoissani kuvaan sitä seuraavasti:

*Tutkimuksellisuutta käsittelevän luennon runko perustui Pehkosen Dimensio-artikkeliin (1997) avoimista tehtävistä sekä mm. Berryn ja Sahlbergin (1995) kuutio-tehtävään, jonka käytin avoimena lämmittelytehtävänä.*

*Maalataan puukuutio punaiseksi. Jaetaan se osakuutioiksi jakamalla jokainen sivu kolmeen osaan. Pikkukuutioissa on nyt eri määrät punaisia tahkoja. Tutki millaisia pikkukuutioita syntyy?*

*Tehtävä herätti monenlaisia ajatuksia. Aada pohti: ”Mitä tämä on ja minkä ikäisille? Pienemmille pitäisi olla konkreettiset kuutiot, ne katsoo paperilta vaan kuvaa. Yläkouluikäiset selviävät ilman konkreettista mallia.” Kun kysyin mitä tästä oppii? Sain vastaukseksi: ”hahmottamista, päättelykykyä, varsinkin keskimäinen kuutio ilman väriä!” Saara pohti, että ajankäytössä tulee olemaan eroja, koska jotkut oppilaat hahmottavat nopeammin. Aada kommentoi, että tämä voisi olla kokeen lopussa hahmottamistehtävänä. Karoliina totesi, että suljettuna tehtävä on helpompi paperilla ja avoimena haastavampi.*

*Toinen ryhmätyö tehtiin Pehkosen avoimien tehtävien kokoelmasta. Opiskelijat saivat valita sieltä mieleisiänsä tehtäviä ja pohtia tehtävien luokittelua. Elma valitsi tehtävän ”Kolme ihmistä matkustaa yhteisellä taksilla. He poistuvat eri kohdissa. Mittarin näyttö tiedetään jokaisen poistuessa. Miten taksimatkan kustannukset jaetaan?” Seuraava tehtävä oli Elman mielestä ”tyhmä”: Kun isä oli 15-vuotias hän hyppäsi 105 cm:n korkeudelle. Kuinka korkealle hän hyppää 45-vuotiaana?” Mielenkiintoinen sen sijaan oli tehtävä, jossa tuli suunnitella talo ja piirtää sen pohjapiirros. ”mittakaava on 1:100; huoneita: olohuone, 3 makuuhuonetta, keittiö, eteinen, tuulikaappi, kodinhoituhuone, wc, sauna, pesuhuone, takkahuone ja vaatehuone: kokonaispinta-ala 130 m<sup>2</sup>”. Karoliina kommentoi, että tehtävä, jossa oli vain ”suoran yhtälön ja kuvaajan tutkiminen” oli hänestä ”tyhmä”, mutta tehtävä, jossa ”oppilaiden tuli tehdä kysely valinnaisaineiden suosiosta koko 8-luokalle ja käsitellä sitten tulokset tilastollisesti” taas hyvä. Aada valitsi tehtävän: ”Anne, Sami ja Pekka käyvät samaa koulua. Sami asuu puolet kauempana kuin Pekka, mutta neljä kertaa lähempänä kuin Anne. Kuinka kaukana kukin asuu, kun yhteensä koulumatka on 100 km.” Toiseksi Aada poimi tehtävän ”kuinka paljon maksaa 250 000 euron asuntolaina?” Saara valitsi tehtävät ”suunnittele matkareititejä Tampereelta Kööpenhaminaan” ja ”suunnittele perheen lomamatka Turusta Savonlinnaan, kun otat huomioon eri matkustustavat, yöpymiset ja ruokailut”. ”Kiva”, kommentoi Saara tehtävää ”määritä lukuja, joiden tulo on 19”. ”Tyhmä”,*



*hän totesi samantapaisesta tehtävästä ”tutki lukuja, joiden tulo on parillinen”.*

*Lopuksi keskustelimme avoimista tehtävistä.*

*Karoliina kommentoi, että oma tapa ratkaista kannustaa, jos tehtävällä oli vain yksi oikea tapa ratkaista lannisti. Tässä joutuu käyttämään monipuolisemmin matematiikkaa ja yhdistelemään asioita. ”Oma opettajani ainakin teki koko ajan varmaan 50 vuotta samalla tavalla.”*

*Saaran mielestä nämä vaativat ymmärtämistä, mutta opettajalle on varmasti helpompaa tehdä vain kirjan tehtäviä. Avoimessa ongelmassa oppilaat varmasti päätyvät ratkaisuun hyvinkin erilaisia polkuja pitkin, eikä niistä toinen ole sen oikeampi kuin toinenkaan, vaan nimenomaan kuvaa oppilaan ajattelua ja myös kehittää sitä edelleen. Liian avoimet tehtävät eivät useinkaan tunnu mielekkäiltä, itse ainakin ehkä kokisin sellaiset hankalina ja epämääräisinä, sellaisina ettei oikein osaa lähteä mistään liikkeelle eikä ehkä oikein ymmärrä koko tehtävän ideaa. Elma kertoi, että hänestä avoimissa tehtävissä on hienoa se, että luokassa on monta erilaista tapaa käytössä yhtä aikaa. ”Opettajalle näistä olisi iloa ja voisi sitä ajatella itseäänkin.”*

*Aada totesi, että toisaalta on muistettava että luokanopettajalla on monta ainetta opetettavana. Toisaalta kun samaa asiaa kerrotaan eri tavoin, joku toinen tapa voi olla jollekulle toiselle helpompi ymmärtää.*

*Kun kysyin, miten he saisivat tehtyä kirjan tehtävistä tutkivia ja avoimia, Karoliina ihmetteli, miten tehtävä muuttuisi luonteeltaan, jos se saa vain uudet alkuarvot. Entä arviointi? Elma oli sitä mieltä, että yrityksestäkin tulisi palkita. Saara haluaisi, että opettaja seuraisi myös itse työskentelyä, sillä lopputulos ei aina kerro yrityksestä. Karoliina ja Aada pohtivat tulkinnan vaikeuksia.*

Toisena lukuvuonna, syksyllä 2006, syvensin tutkimuksellisuutta ottaen esimerkkejä oppilaan tavoista ajatella ja ratkaista ongelmatehtäviä ja miten opettaja voisi ottaa näistä itsekkin oppia. Ensimmäinen esittämäni esimerkki oli seuraava:

*Pöydällä on neljä kakkua. Yhden annoksen koko on  $\frac{3}{5}$  kakusta.*

*Kuinka monta täyttä annosta voidaan tarjoilla?*

*Kuinka paljon kakuista jää yli?*

Tähän Tirosh (Yerme Summer School, 2006) esitti kaksi erilaista vastausta  $\frac{2}{3}$  ja  $\frac{2}{5}$ . Toisessa oppilas oli vastannut kysymykseen paljonko annoksesta jäi ja laskenut sen murtolukujen jakolaskua käyttäen, toisessa oppilas oli vastannut kysymykseen miten paljon kakuista jäi ja havainnollistanut sitä piirtäen.

Toinen käyttämäni esimerkki oli Harelin ja Behrin esittämä Ed's Strategy (1991, 38–40).

*Ed on 2-luokkalainen, 7 1/2 vuotta vanha, ja hän on oppinut koulussa yhteen- ja vähennyslaskun. Hänelle jakolasku tarkoittaa sitä, että jokainen saa yhtä paljon. Kun häneltä kysyttiin: ”Paljonko on neljäkymmentäkaksi jaettuna seitsemällä?”, hän vastasi: ”Neljäkymmentä jaettuna kymmenellä on neljä; kolme ja kolme ja*

*kolme ja kolme tekee kaksitoista; kaksitoista plus kaksi on neljätoista; neljätoista jaettuna kahdella on seitsemän; kaksi plus neljä on kuusi.”*

*Vastaavasti:*

$$56 : 8 = ?$$

$$50 : 10 = 5$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$

$$10 + 6 = 16$$

$$16 : 2 = 8$$

$$2 + 5 = 7.$$

*Vastaus on 7.*

*Miten Ed laski tehtävän?*

Tutkittavat löysivät vastauksen ja lopuksi näytin heille päättelyketjun, jota Ed käytti.

*56 karkkia jaettuna 8:lla*

*50 karkkia menee tasan 5 kaverille, joista jokainen saa 10 karkkia.*

*Sitten minulle jää 6 karkkia jäljelle.*

*Annoin jokaiselle liian monta karkkia, vaikka minun olisi pitänyt antaa vain 8, joten jokainen heistä antaa minulle kaksi karkkia takaisin.*

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$

*Nyt minulla on itselläni 16 karkkia, joten voin antaa ne vielä kahdelle muulle kaverille.*

*Tämä tekee yhteensä 7 kaveria.*

Luennon lopulla pohdimme matemaattista todistamista, ja sitä missä määrin siinä on tärkeintä tulos ja missä määrin prosessi. Viimeiseksi esitin opiskelijoille tehtävän:

*Kirjoita irrationaalinen luku ..., toinen..., toinen....*

*Kirjoita irrationaalinen luku väliltä 100-200..., toinen..., toinen....*

*Kirjoita viisinumeroinen luku, joka on jaollinen 9:llä..., toinen..., toinen....*

*Kirjoita luku, joka jaettuna 2:lla antaa jakojäännökseksi 1..., toinen..., toinen....*

Kolmantena lukuvuonna, marraskuussa 2007, tarkastelimme tutkimuksellisuutta elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta tutkimalla seuraavaa avointa tehtävää. Tehtävä voidaan sijoittaa matematiikan eri osa-alueille, ratkaista monin eri tavoin ja se haastaa luovuuteen.

*Sokeripalatehtävä: Kun heitätte pöydälle viisi sokeripalaa, ne muodostavat kuvion. Pelin voittaja on se, jonka 'hajontakuvio' on pienin. Miten ratkaisette voittajan? (Vrt. Pehkonen 2006a, 37.)*

Toisen käyttämäni tehtävän tarkoituksena oli nostaa esille oppilaiden tuottamat erillaiset ratkaisut ja miten opettaja voisi niitä hyödyntää opetuksessaan.

*Hiihtokilpailuun osallistui 74 lasta. Jokainen kilpailija merkittiin keltaisella nauhallalla, jonka pituus oli 135 cm. Kuinka paljon nauhaa tarvittiin? Miten laskisit tehtävän allekkain? Mitä mieltä olet muiden laskutavoista? (vrt. Lin 2006, 569.)*

Vaihtoehtoisina ratkaisuin analysoimme seuraavia (ks. kuvio 8):

Minnan ratkaisu:	Annin ratkaisu:	Karrin ratkaisu:	Pihlan ratkaisu:
$\begin{array}{r} 135 \\ \cdot 74 \\ \hline 20 \\ 350 \\ 12 \\ 210 \\ 4 \\ + 700 \\ \hline 9990 \end{array}$	$\begin{array}{r} 135 \\ \cdot 74 \\ \hline 370 \\ 222 \\ + 74 \\ \hline 9990 \end{array}$	$\begin{array}{r} 135 \\ \cdot 74 \\ \hline 12 \\ 420 \\ 23 \\ + 715 \\ \hline 9990 \end{array}$	$\begin{array}{r} 135 \\ \cdot 74 \\ \hline 540 \\ + 945 \\ \hline 9990 \end{array}$

**KUVIO 8.** Neljä erilaista tapaa laskea kertolasku allekkain (vrt. Lin 2006, 569)

## Yhteistoiminnallisuus

*”Osallistuin kerran yhteistoiminnallisen oppimisen kurssille ja innostuneena yritin viedä ajatukset oppitunneilleni, mutta epäonnistuin. Vain yksi kokeiluni tuntui onnistuneen. Matematiikan kokeessa jaoin 7-luokan oppilaat yksilötyöskentelyn jälkeen ryhmään suorittamaan ryhmätehtävää. He joutuivat ratkaisemaan ongelmatehtävän ja selittämään huolella, miten tulokseen pääsivät. Lopuksi heidän tuli vielä arvioida ryhmätyön onnistumista. Tämän koetehtävän tulokset ja oppilaiden arviot itse työskentelystä olivat mielestäni hyviä, mutta yritykseni soveltaa yhteistoiminnallista oppimista omaan opetukseeni kariutuivat siihen, etten löytänyt ja keksinyt riittävästi haastavia tehtäviä, jotka olisi voinut pilkkoa ryhmässä suoritettaviksi. Huomasin, että onnistuminen edellyttäisi itseltäni sitoutumista ja pitkäjännitteisyyttä.” (omia muistoja)*

Opettajan rooliin kuuluu toki jakaa tietoa, selittää käsitteitä, opettaa taitoja ja antaa esimerkkejä. Hänen tulee ohjata opetusta ja yksittäisiä oppitunteja, esittää vastauksia ja ratkaisuja ja jaksottaa opetusta. Mutta ongelmälähtöisessä matematiikan opetuksessa myös oppilaille on tietty luonne opiskelussaan. Burns (1990, 28–29) mukaan oppilaat tarvitsevat innostusta etsiä ratkaisuja ongelmiin, luottamusta kokeilla vaihtelevia strategioita, halua riskeerata ja olla toisinaan väärässä ja kykyä hyväksyä pettymys siitä, etteivät he aina osaa. Ongelmälähtöinen opetus edellyttää halua

työskennellä, vaikkei ratkaisu löydykään tuossa tuokiossa ja ymmärrystä siitä, mikä ero on sillä, ettei tiedä vastausta verrattuna siihen, ettei ole vielä löytänyt sitä.

Ongelmalähtöinen matematiikan opetus edellyttää opetusjärjestelyiltä yhteisöllisyyttä ja opettajalta itseltäänkin ongelmanratkaisuhalukkuutta. Ei riitä, että opettaja tuo luokalleen ongelmanratkaisutehtäviä, vaan hänen on kyettävä myös itse etsimään ratkaisuja. Opettajan on osattava arvostaa prosessia, eikä vain oikeita vastauksia ja suhtauduttava virheisiin mahdollisuuksina oppia, ei epäonnistumisina. Luokkaympäristön on oltava niin turvallinen paikka, että oppilaat uskaltavat esittää uusia ideoita ja ottaa riskin epäonnistua. On myös arvostettava peräänantamattomuutta, eikä nopeutta ja opettajan tulee kannustaa oppilaitaan perustelevaan väitteensä. Ongelmalähtöisessä opetuksessa opettaja ei voi pyrkiä vain tehokkuuteen ja käydä nopeasti asioita läpi, vaan hänen on ymmärrettävä, että matematiikan käsitteiden ymmärtäminen vaatii pitkäjännitteistä työtä ja aikaa. (Burns 1990, 28–29.)

### *Yhteistoiminnallisuuden määrittelyä*

Yhteistoiminnallisen oppimisen keskeisiin periaatteisiin kuuluvat rakenteet ja elementit. Rakenteilla Kagan ja Kagan (2002, 24–25, 27, 30–31) tarkoittavat yhdessä toimimisen järjestelyjä. He puhuvat esimerkiksi piiristä, nurkista, pareista, taulun jakamisesta ja pyöreän pöydän rakenteesta. Elementtejä taas ovat toiminnot, joita näissä rakenteissa yhdistellään toisiinsa eri tavoin. Elementteistä esimerkkinä ovat 'opettaja neuvoo luokkaa', 'yksilöt haastattelevat kumppaneitaan', 'ryhmät keskustelevat' ja 'yksilöt ajattelevat'. Kun elementeistä kehitetään työskentelymalleja liittämällä niitä eri rakenteisiin ja sisältöihin, voidaan oppimisympäristöjä varioida aina kuhunkin aiheeseen sopivaksi.

Yhteistoiminnallisuus voi toteutua monin eri tavoin. Slavin (2002, 48–65) suosii tiimioppimista ryhmissä. Tämä malli (STAD, *Student Teams-Achievement Divisions*) sopii hyvin selkeästi määriteltyjen kokonaisuuksien opettamiseen. Slavin ja Madden (2002, 66–81) ovat kehittäneet ryhmäavusteisen yksilöllistämisen (*Team Assisted Individualization*, TAI) ja yhteistoiminnallisesti integroidun lukemaan ja kirjoittamaan oppimisen (*Cooperative Integrated Reading and Composition*, CIRC) mallit, jotka sopivat heidän mielestään hyvin heterogeenisten ryhmien opettamiseen. Monissa yhteyksissä tutuimmaksi tullut yhteistoiminnallisen oppimisen tekniikka on palapelitekniikka. Clarke (2002, 83–100) pohtii tekniikan ongelmia: palapelitekniikassa kuten niin monissa yhteistoiminnallisen työskentelyn malleissa ongelmaksi muodostuu keinotekoisesti luotu keskinäinen riippuvuus. Jotta malli toimii kunnolla, oppilaiden tulee uskoa omaan panokseensa ja toistensa panokseen. Tekniikka nojaa kotiryhmien ja asiantuntijaryhmien toimintaan ja toinen toisilleen opettamiseen. Johnson ja Johnson (2002, 119–136) esittävät artikkelissaan erästä yhteistoiminnallisen ongelmanratkaisun mallia. Tämä nojaa ristiriitojen hyväksikäyttämiseen ja väittelyjen tuomiin etuihin opetuksessa. Tekniikka kehittää ongelmanratkaisutaitoja, luovuutta, opitun muistamista ja asiantuntijuuden kokemuksia. Sharan ja

Sharan (2002, 155–173) esittelevät yhteistoiminnallisen ryhmätutkimuksen (*Group Investigation*) merkittävänä vuorovaikutus- ja opiskelutaitojen kehittäjänä. Keskeisiä piirteitä mallissa ovat tutkimus, vuorovaikutus, tulkinta ja sisäinen motivaatio. Tutkimus alkaa opettajan esittämästä haastavasta ja monitahoisesta ongelmasta, johon koko ’tutkijayhteisö’ eli koululuokka osallistuu. Tutkimushanke suunnitellaan ja tutkimusryhmät perustetaan, osatutkimukset toteutetaan, raportoidaan ja esitellään ja työskentelyn lopuksi projektia arvioidaan yhdessä.

Yhteistoiminnallinen oppiminen kokoaa yhteen monet hyvän oppimisympäristön edellytykset. Oppilaiden tulee osallistua aktiivisesti ja kekseliäästi yhdessä tutkien, väitellen ja päätellen. Kun luokan kaikki oppilaat osallistuvat, he sitoutuvat paremmin, motivoivat toinen toistaan ja käyttävät matematiikan kieltä aktiivisemmin kuin jos opetus on perinteisen opettajaohjoista ja yksilötyöskentelyyn perustuvaa.

### *Yhteistoiminnallinen oppiminen kehittää ongelmanratkaisutaitoja ja yhteistyötä, sekä tukee oppilaiden itseluottamusta*

Yhteistoiminnallista oppiminen kehittää Johnsonin ja Johnsonin (1990, 107–110) mukaan oppilaiden ongelmanratkaisutaitoja, matemaattisten käsitteiden ja periaatteiden muistissa säilymistä ja hallintaa, sekä lisää kekseliäisyyttä ja korkeamman tasoista päättelyä. Aktiivinen osallistuminen edellyttää älyllistä haastetta ja uteliaisuutta, syntyy haasteellisia keskustelutilanteita. Jos tehtävät ovat paljon aikaa vieviä ongelmanratkaisutehtäviä tai tehtäviä, joissa voi olla useita ratkaisuja tai useita mahdollisia ratkaisutapoja, ryhmän vahvuus korostuu ja uudet ääneen lausutut ideat ovat tervetulleita. (Vrt. Davidson 1990, 3–5.)

Sopivien tehtävien lisäksi yhteistoiminnallisten ryhmien tulee matematiikan opetuksessa olla sopivan pieniä, noin 2–3 henkeä. Sahlberg ja Berry (2002, 176–198) korostavat, että kahden hengen yhteistoiminnallinen ryhmä ei kuitenkaan ole sama kuin perinteinen, jäsentämätön parityöskentely. Brown (2001, 147) ehdottaa neljän hengen ryhmissä työskentelyä, mutta tehostaa sitä sillä, että järjestää oppilaat niin, että he istuvat kasvokkain, jolloin keskustelu käynnistyy nopeammin. Käyttäessään neljän hengen ryhmiä opettajan tulisi rajoittaa materiaalien määrää niin, että oppilaiden on käytettävä niitä yhteisesti ja keskusteltava niiden käytöstä, ja huolehtia erityisesti ryhmätyön purkamisesta.

Opettaja voi perustella oppilailleen, kuinka monenlaisia taitoja tarvitaan ongelman ratkaisemisessa. Tarvitaan päättelykykyä, huolellista havainnointia, mekaanista kekseliäisyyttä, avainkysymysten esittämisen taitoa, kykyä tukea ja auttaa toisia, kykyä selittää selkeästi, kykyä ajatella visuaalisesti, kykyä hahmottaa avaruudellisesti, taitoa tallettaa tietoja tarkasti, taitoa raportoida tiiviisti, kykyä ajatella uudella tavalla tai kokeilla uusia ratkaisutapoja, kykyä ymmärtää sanallisia ongelmia, kykyä ajatella intuitiivisesti, kykyä työskennellä peräänantamattomasti, kykyä työskennellä huolellisesti ja tarkasti ja kykyä käyttää uusia ideoita tai oppimiskokemuksia hyväkseen. Kukaan ei voi olla hyvä niissä kaikissa, mutta jokainen on hyvä jossakin. (Lotan &

Benton, 1990, 57.) Ryhmissä työskenneltäessä hiljaisimmatkin oppilaat rohkaistuvat sanomaan ajatuksiaan ja oppilailla on enemmän tilaa keskusteluun kuin opetuskeskustelussa, jota käydään koko luokan kanssa yhdessä. Kun matematiikkaa opiskellaan yhteistoiminnallisesti, voidaan varmistaa se, että useampi oppilas sitoutuu ongelmanratkaisuprosessiin.

Matemaattinen luovuus edellyttää, että matematiikkaa käytetään keksittäessä rakenteita, tutkittaessa ja ratkaistaessa ongelmatehtäviä. Weissglass (1990, 302–303) toteaa, että silloin matematiikka lähentelee taidetta. Weissglassin mielestä koulun todellisuus on kuitenkin jotain muuta: *”If schools taught writing the way they teach mathematics, students would spend most of their time studying grammar and analyzing sentences and very little time writing creatively”*.

Opettaja näyttää yhteistoiminnallisessa opiskeluympäristössä jäävän syrjään, mutta näin ei tosiasiaa ole. Yhteistoiminnallisesti toimivassa luokassa opettajalla on kolme erilaista mahdollisuutta puuttua työskentelyyn. Hän voi ohjata yksittäisiä oppilaita, oppilasryhmiä tai koko luokkaa. Kun opettaja keskeyttää ryhmän työskentelyn puhuakseen jonkun ryhmän jäsenen kanssa, hänen tulee pohtia miten käyttäisi hyväkseen ryhmän ryhmädynamiikkaa. Kohdistessaan ohjeensa koko ryhmälle, hänen on tarkkailtava, miten hyvin yksilöt ovat perillä tehtävän suorittamisesta. Jos useammalla ryhmällä näyttäisi olevan samankaltaisia pulmia, opettaja voi antaa ohjeita yhteisesti koko luokalle. Yhteistoiminnallinen oppimisympäristö on haastava sekä ryhmien jäsenille, että niitä ohjaavalle opettajalle, jonka tulee omaksua hienovaraista ohjaavien kysymysten tekniikoita tukeakseen ryhmien työskentelyä. Toisaalta tämä onkin erinomainen mahdollisuus opettajalle oppia tuntemaan oppilaittensa matemaattista ajattelua ja kehittää itseään ammatissaan. (Ding ym. 2007, 174, 172.)

Yhteistoiminnallisessa oppimisessa Davidsonin (1990, 3–5) mukaan oppilaan energia ja tarve kuulua ryhmään voidaan kanavoida aktiiviseen oppimiseen ja oppilaiden keskinäiseen vuorovaikutukseen. Matematiikan opiskelu, jossa korostetaan eristäytyneisyyttä ja yksilöllisyyttä tuottaa hänen mukaansa oppilaille yksinäisyyden ja turhautuneisuuden kokemuksia, pelkoa ja tarvetta vältellä matematiikkaa. Se on omiaan luomaan mielikuvaa siitä, että vain jotkut voivat osata matematiikkaa. Yhteistoiminnalliseen matematiikan opetukseen liittyy aina sosiaalinen tuki, onnistumisen kokemukset, yhdessä tekemisen ilo ja mahdollisuus kuunnella, puhua, selittää ja huomioda toisia. Yhteistoiminnalliset ryhmät tukevat oppilaiden itseluottamusta ja uskoa omiin matemaattisiin taitoihinsa (ks. myös Johnson & Johnson 1990, 107–110). Kadujevic (2004, 100) havaitsi tutkimuksessaan, että yhteistoiminnallinen parityöskentely vaikutti positiivisesti opiskelijoiden käsitykseen itsestään matematiikan oppijana.

Yhdessä toimittaessa suurin osa oppilaiden erilaista taidoista tulee koko ryhmän käyttöön. Joskus oppilaiden motivoimiseen ei kuitenkaan riitä tieto siitä, että näin saavutetaan parempia tuloksia. Yhteistoiminnalliseen oppimiseen keskeisesti kuuluva positiivista riippuvuutta voidaan tukea myös muilla tekniikoilla. Tällaisia ovat esimerkiksi, että tehtävä on valmis, kun jokainen ryhmän jäsenistä osaa jonkin vaiheen tehtävästä ja kun kaikki vaiheet on tehty, jokainen osaa selittää ratkaisun. Tai

ryhmällä on vain yksi vastauspaperi, johon ideat kerätään, ja tehtävä on valmis, kun paperiin on kirjattu kaikki ideat. (Vrt. Male 1990, 129.)

### *Yhteistoiminnallisuus elämyksellisyytenä*

Yhteistoiminnallisuutta käytetään melko vähän matematiikan opetuksessa. Eräs syy tähän saattaa olla, että tutkimuksissa ei ole voitu osoittaa yhteistoiminnallisuudesta olleen matematiikan oppimistulosten suhteen varsinaista hyötyä. Johtuuko tämä kenties sitten siitä, että oppimistuloksia mitataan muilla argumenteilla kuin niillä, joita yhteistoiminnallisuus parhaiten kehittäisi? (Sahlberg & Berry 2002, 176–177, 183.)

Jos tavoitteena on vaikuttaa matematiikan oppimisen affektiivisiin puoliin, uskomuksiin ja asenteisiin, yhteistoiminnallisuus löytää paikkansa osana elämyksellistä matematiikan opetusta. (Vrt. Wedege & Skott 2007, 1, 7–8.)

Viime aikoina yhteisöllisessä tai yhteistoiminnallisessa oppimisessa on tutkittu myös mahdollisuuksia käyttää viestintäteknisiä sovelluksia kuten chattia matematiikan opetuksessa. Sovellukset eroavat perinteisestä yhteistoiminnallisesta työskentelystä erityisesti siinä, että yhteisöllisen tiedon rakentelun ohella chatissa on mahdollista luontevasti tutkia tehtävää aika ajoin myös itsenäisesti (Zemel ym. 2005, 179–182). Tutkimustuloksia yhteistoiminnallisuudesta verkkoympäristössä on vasta vähän, sillä olosuhteet ovat haastavat ja edellyttävät ennakkoluulottomia, uudenlaisia analyysimenetelmiä, joilla seurata keskustelun polkuja ja rakenteita (Cakir ym. 2005, 1). Lisäksi tarvitaan tehokkaita analyysin välineitä, sillä verkossa toteutuva ongelmanratkaisuprosessi kestää usein tunteja ja käsittää satoja keskustelupuheenvuoroja (*postings*) (Stahl 2006, 1).

### *Yhteistoiminnallisuuspiirteen käsitteleminen tutkimukseeni liittyvillä luennoilla*

Ensimmäisen kerran otin yhteistoiminnallisuuden esiin tutkittavieni kanssa syksyllä 2005. Luentomuistiinpanoissani kirjoitin:

*”Aloitimme istumalla kasvotusten rinkiin. Lämmittelyn tarkoituksena oli saada opiskelijat puhumaan ja heräämään. Pyysin jokaista kertomaan, minkä kirjan hän luki viimeksi ja yllätyin, että Kaarlo ei oikeastaan lukenut kirjoja lainkaan, vain sarjakuvia. Elma taas tuntui lukevan melkein mitä vain. Karoliina ja Reetta suosivat dekkareita, Saara ja Aada romaaneja. Seuraavaksi opiskelijat pääsivät ratkaisemaan murhamysteeriä. Murhamysteeri on yhteistoiminnallinen tehtävä, jossa vihjekorttien avulla ratkaistaan murha. Ideana on, että kukin osallistujista saa muutaman vihjekortin, joita hän ei saa näyttää toisille, mutta joiden sisällön hän voi lukea ääneen niin monta kertaa kuin on tarve. Näistä vihjeistä lopulta ratkeaa, kuka murhattiin, koska, kenen toimesta, mikä oli murhaajan motiivi ja ammatti. Pienensimme rinkiä, jotta opiskelijoiden olisi helppo nähdä toisensa, mutta*

*he eivät voisi asetella mysteerikortteja eteensä pöydälle, vaan jokaisen olisi todella pidettävä niitä käsissään ja luettava ne lukuisia kertoja ääneen toisilleen.”*

Saaran muistiinpanoista:

*”Tämä oli mielestäni erittäin hyvä esimerkki aiheesta, kaikille ainakin varmasti tuli selväksi mitä yhteistoiminnallinen oppiminen on ja miten sitä voisi käytännössä toteuttaa, vaikka kyseessä olikin vain yksi esimerkki. Yhteistoiminnallisen oppimisen yhtenä vaikeutena kun saattaa olla se, etteivät kaikki osallistu ja opi tilanteista yhtä paljon. Luokassa ja ryhmässä kun on aina erilaisia persoonia, osalle tällainen työskentely sopii paremmin kuin toisille, osa ei ehkä osallistu ollenkaan, toiset ottavat tehtäväkseen kaiken ja niin edespäin.*

*Opettajan on siis mietittävä tarkkaan millä tavalla toteuttaa yhteistoiminnallista oppimista ja millä tavalla huolehtia että se on myös hyödyksi kaikille oppilaille eikä esimerkiksi vain niille aktiivisemmille ja sosiaalisimmille. Parhaassa tapauksessa yhteistoiminnallinen oppiminen kyllä toimii varmasti hyvin ja oppilaat kokevat sen mielekkäänä, ehkä motivoituvatkin oppimiseen eri tavalla ja jopa oppivat enemmän, jos niin nyt voi sanoa.”*

Päivin muistiinpanoista:

*”Lopuksi kävimme läpi yhteistoiminnallisen oppimisen perusteita ja pyysin opiskelijoita lukemaan kotona englanninkielistä materiaalia. Siihen heitä tuntui olevan vaikea suostutella.”*

Aadan muistiinpanoista:

*”Mielestäni yton jälkeen tulisi olla joku kokoava yksilötehtävä, jotta kotiryhmissä tapahtuva opetus kiinnostaisi oppilaita ja asia tulisi opittua. Matematiikassa erilaiset pelit ovat hyvä esimerkki ytosta.”*

Elman muistiinpanoista:

*”Yhteistoiminnallisuus voi antaa ja opettaa oppijoille paljon. Varsinkin tehtävissä, joissa jokaisen osuus on yhtä tärkeä, kehittyvät vuorovaikutustaidot. Oppilaat voivat myös oppia ottamaan vastuuta sekä omasta että muiden oppimisesta. He oppivat myös työskentelemään ryhmissä ja kuuntelemaan muita, mistä on luultavasti hyötyä myöhemmässä elämässä. Itselläni tuskin olisi mitään ongelmia tällaisen opetus- tai oppimistyylin kanssa. Mielestäni jokaisen tulisi aina yrittää parhaansa koko ryhmän puolesta joten, jos joku ei antaisi täyttä panosta, voisi se alkaa ärsyttää.”*

Toisena lukuvuonna, syksyllä 2006, syvensin yhteistoiminnallisuutta käymällä läpi edellä esitettyjä erilaisia yhteistoiminnan rakenteisiin liittyviä esimerkkejä (vrt. Kagan & Kagan 2002, 30–31) sekä peruseriaatteita (vrt. Johnson & Johnson 1987, 66, 86). Aloitimme kokeilemalla piiriä, jossa jokainen sai kertoa kuluneen kesän kesä-



töistään. Lisäksi kokeilimme yhteistoiminnallista 'Hukassa kuussa' -tehtävää. Sen tavoitteena on osoittaa oppilaille, että yksin tehty selviämismalli ja yhdessä tehty selviämismalli eroavat toisistaan ja vain harvoin käy niin, että yksin tehdyn mallin mukaan olisi selviydytty paremmin.

Kolmantena lukuvuonna, marraskuussa 2007, lisäsin yhteistoiminnallisuuden käsittelyyn taas muutaman työskentelymallin. Opiskelijat saivat suunnitella kahtena ryhmänä käsittekartan aiheena 'Kolmioiden matematiikkaa'. Lopuksi annoin aivoriihen aiheeksi tehtävän: "Millaisia kolmioita syntyy eripituisista mehupilleistä?"

Yhteistoiminnallisuutta olisi elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta voitu kuitenkin tarkastella enemmän yhteisöllisyyttä korostaen. Käsittekarttatehtävät ja aivoriihi jäivät lyhyessä työskentelyssä ja pienellä ryhmällä liian pinta-puolisiksi.

## Matematiikan kielinäkökulma

*"Oma luokanvalvontaluokkani on kaksikielisen opetuksen luokka. Matematiikan tunneille yritän siis aina löytää jotain, jota voisimme tehdä englanniksi. Tänään oppilaat saavat kirjoittaa matemaattisen tarinan, johon heidän on sijoitettava ne yksiköt, jotka heille sattuvat, kun jokainen saa vuorollaan nostaa viisi lappua laatikosta.*

*Miten vaikeaa matematiikan kieli onkaan. Kun katson tehtäviä uusin silmin, huomaan, miten tiiviisti ne on kirjoitettu, ovatko ne edes suomen kieltä. Miten uskomattoman monta käsitettä kirjan tähänkin lukuun liittyy, pohdin kun kahlaan englanninkielistä kirjaa löytääkseni vastineet joka käsitteelle. Vasta nyt ymmärrän, miten hassua on merkitä tilavuutta V:llä. Tähän asti olen jotenkin vain nielaissut sen isommin miettimättä kuin aivan luonnollisena asiana, mutta nyt konkreettisesti ymmärrän, miksi kirjain on valittu. Miten ihmeessä saan kaksi oppilastani muuttamaan kertomerkiksi omaksumansa rastin pisteeksi? He ovat opiskelleet koko alakoulunsa englanninkielisistä kirjoista ja nyt minä olen sekoittaa heidän kertomerkkinsä x-kirjaimiin. Tyytyväisenä kuuntelin kuitenkin kahden oppilaani kommentteja. Toinen heistä ihmetteli minulle ääneen 'miten omituista on yhdistää mieluisin kouluaine englantia vähiten mieluisimpaan matematiikkaan' ja toinen totesi, että 'jotenkin teoriaa oppii helpommin, kun se käydään kummallakin kielellä'. Totta, englantia näytti tukevan matematiikan käsitteiden ymmärtämistä ja pohdin mitä se universaali matematiikka oikein onkaan." (omia muistojani)*

Psykolinguistikot korostavat kielen olevan yksilöllinen ja kognitiivinen ilmiö, jota voidaan tutkia kokeellisissa ympäristöissä. Sociolinguistikot taas painottavat, että kieli on kognitiivisten ominaisuuksiensa lisäksi kulttuurinen, sosiaalinen ja situationaalinen ilmiö, jota on tutkittava luonnollisissa ilmenemisympäristöissään. (Moschovich 2005, 121–122.) Matematiikan osalta Brown (2001, 82–83) toteaa, että jos matematiikka nähdään kielenä, niin silloin

*”we similarly move between seeing it as a dimension of human activity and as something as if free of human intervention – between seeing mathematics as discourse and seeing it as transcending human experience.”*

Matemaattisten käsitteiden taakse kätkeytyy usein monimutkainen ideoiden verkko, jota opettajat käyttävät jatkuvasti, mutta oppilaat harvemmin. Oppilaat ovat jopa haluttomia kommunikoimaan matematiikan kielellä, koska käsitteet eivät kuulu heidän aktiiviseen sanavarastoonsa. Matematiikan kieli on oman yhteisönsä kieli, eivätkä oppilaat tunne kuuluvansa tähän yhteisöön. Elämyksellisen matematiikan opetuksen tavoitteena on saada oppilaat kasvamaan osaksi tätä yhteisöä. Jotta näin tapahtuisi ja he voisivat selittää matemaattisia ideoitaan, heidän tulee kuitenkin oppia erityistä sanastoa, tapoja ilmaista ja käyttää matematiikan kieltä. (Vrt. Lee 2006, 3, 1–2.) Opettajan rooli korostuu, hänen tulee olla herkkä huomaamaan erot oppilaittensa arkikielen ja matematiikan kielen välillä, voidakseen kehittää heidän matemaattista osaamistaan (Ball ym. 2005, 3).

Wakefield (2000, 272–273) pitää matematiikkaa kielenä, koska matematiikassa (a) kommunikointi perustuu abstraktioiden käyttöön, (b) symbolit ja säännöt ovat yksikäsitteisiä ja pysyviä ja symbolien järjestys vaikuttaa merkityksiin, (c) ilmaukset ovat lineaarisia ja peräkkäisiä ja niiden määrä on rajaton, (d) onnistuminen vaatii symbolien ja sääntöjen muistamista, (e) noviisi oppija tarvitsee tulkintaa ja kääntämistä ja harjoitus parantaa ymmärrystä, (f) kommunikaatio vaatii koodausta ja koodin purkamista, (g) intuitio, näkemys ja ”puhe ilman ajattelua” liittyvät kielen sujuvuuteen, sekä (h) lapsuudenkokemukset edistävät myöhempää kehitystä (ks. myös Silfverberg ym. 2005, 151).

Vuosituhansien aikana matematiikalle on kehittynyt omintakeinen kielen käytön muotonsa, johon usein viitataan käsitteillä matematiikan kielirekisteri ja matematiikan kielen genre (Silfverberg ym. 2005, 152). Matematiikan kielirekisterillä tarkoitetaan tässä matematiikalle tyypillistä tapaa käyttää symboleja, erityistä sanastoa, tarkoin muodostettuja lausekkeita, kieliopillisia rakenteita, muodollisia ja persoonattomia ilmauksia. Matematiikan kielirekisteri ei kuitenkaan sekään ole staattinen, vaan jatkuvasti kehittyvä järjestelmä. (Lee 2006, 12.)

Sen sijaan keskeisiä matematiikan kielen genreen liittyviä ominaisuuksia ovat sosiomatemattiset normit kuten sopimukset siitä, millaisia ovat matemaattiset selitykset ja perustelut, millaiset ratkaisut ovat matematiikan näkökulmasta oleellisesti erilaisia, mitkä taas samoja, ja mikä on matemaattisesti eleganttia (Silfverberg ym. 2005, 153). Matemaattiset selitykset voidaan edelleen jakaa arki selityksiin ja matemaattisesti formaaleihin selityksiin. Sosiomatemattiset normit ohjaavat sitä, mitkä selitykset ovat hyväksyttäviä opettajan ja/tai oppilaitten mielestä. (Vrt. Brown 2001, 323–324 ja Levenson ym. 2005, 340–341.)

Matemaattinen keskustelu poikkeaa oppilaalle tutummista sosiaalisen kanssakäymisen muodoista siinä suhteessa, ettei matemaattisessa diskurssissa pyritä kaikkia tyydyttävään kohteliaaseen yhteisymmärrykseen, vaan totuuteen, joka on kaikkien hyväksyttävissä vakuuttavana ja perusteltuna (Silfverberg ym. 2005, 153).

Matematiikan opetus voikin tarjota jaetun kokemuksen ymmärtämisestä, toisen arvostamisesta ja erilaisuuden arvokkuudesta. Yhdessä luovan ideoinnin rinnalla rakennetaan tieteenalalle tyypillistä kieltä, normeja ja käytänteitä, opitaan määrittelemään yksiselitteisesti ja silti yhteisesti sovitulla tavalla. Opitaan ratkaisemaan ristiriidat ei väitellen, vaan opittavissa ja opettavissa olevilla argumenteilla. Tässä matemaattinen ongelmanratkaisu toimii esimerkkinä demokraattisesta toiminnasta. (Ball ym. 2005, 4–5.)

Kun pohditaan matematiikan kielen eettisiä merkityksiä, voidaan kysyä millaisella kielellä opettaja ohjaa oppilaitaan, kenen tietoa matemaattinen tieto on tai missä roolissa sitä käytetään? Warnick ja Stemhagen (2007, 304, 307) kritisivat väitettä, että matematiikka olisi objektiivista ja neutraalia. Meidän tulisi heidän mukaansa opettaa oppilaillemme ei ainoastaan, miten me voimme käyttää matematiikkaa, vaan miten matematiikka käyttää meitä. Matemaattiset mallit voivat yhtä hyvin heijastaa todellisuutta kuin vääristää todellisuutta, häivyttää todellisuuden tai olla täysin todellisuuden ulkopuolella. Matematiikan opetuksessa oppilaat tutustutetaan tähän uuteen kielipeliin, elämäntapaan ja kuvaan maailmasta. Mutta olisiko mahdollista säilyttää jotain palasia myös oppilaan omasta maailmasta, heidän kielellään? Brown ym. (1999, 59–60) ehdottavat, että oppilaat voisivat tuottaa tarinoina omaa matemaattista ajatteluaan.

### *Kaksikielisyys ja matematiikan opetus*

Kun matematiikka nähdään kielenä, nousevat välttämättä esiin matematiikan universaaliuden näkemykset tai matematiikan opetuksen kulttuuriset kysymykset. Kaksikielisyys matematiikassa voi olla sekä matematiikkaa että kieltä rikastuttava yhdistelmä. Kaksikieliset oppilaat kehittävät erityisen taidon valikoida informaatiosta tärkeimmän ja välttää harhaanjohtavia sivujuonteita (Bialystok 2001, 245). Tästä saattaisi olla apua sellaisissa matematiikan tehtävissä, jotka edellyttävät lajitte-  
lua, luokittelua tai päättelyä. Toinen kaksikielisillä oppilailta kehittynyt ominaisuus on kääntämistaito. Tämä kahden kielen välillä työskenteleminen saattaa olla etu myös matematiikan opiskelussa. (Moschkovich 2005, 128.)

Kaksikielisessä tai multikielisessä opiskeluympäristössä käytetään käsitettä '*code switching*', kun viitataan tilanteeseen, jossa oppilas tai kuka tahansa toimija siirtyy sujuvasti käyttämään toista hallitsemaansa kieltä. Kahden kielen vaihtelu oppimise-  
pisodin aikana on kaksikielisessä tai multikielisessä matematiikan oppijayhteisössä tavallista. Kaksikieliset esimerkiksi vaihtavat usein kieltä, laskiessaan aritmeettisia laskutoimituksia. Kieli, jota silloin käytetään, on se jolla asia on aikoinaan opittu. Kaksikieliset oppilaat käyttävät myös enemmän eleitä keskustelunsa tukena matemaattista diskurssia käydessään. Kahden kielen vaihtelu voidaan nähdä myös resursseina. Oppilailta on matematiikan kielirekisteri hallussaan kahdella kielellä ja he voivat osallistua matemaattiseen diskurssiin monin tavoin. (Moschkovich 2005, 125–126, 138–139.)

Kaikki kaksikieliset lapset eivät ole luku- ja kirjoitustaitoisia molemmilla kielillä, mutta ne jotka ovat, menestyvät yksikielisiä lapsia paremmin niissä metalingvistisissä taidoissa, jotka edellyttävät korkeaa tiedon analysointia (Bialystok 1991, 132). Kaksikieliset lapset eivät eroa yksikielisistä lapsista ratkaistessaan metalingvistisiä ongelmia, mutta kaksikieliset lapset lähestyvät tällaisia ongelmia huomattavasti kehittyneemmällä analyysi- ja kontrollitasoilla kuin yksikieliset lapset. Tämän vuoksi he ratkaisevat paremmin näitä taitoja vaativia ongelmatehtäviä. Erityisesti lapset, jotka sekä kirjoittavat, että lukevat sujuvasti kahdella kielellä erottuvat tässä edukseen. (Bialystok 1991, 134; 2001, 202–203.) Kaksikielisyys voi siis olla rikkaus myös matematiikan oppitunnilla.

Onko kaksikielisellä matematiikan tunnilla sittenkin kolme kieltä? Mitä tarkoitetaan matemaattisella diskurssilla? Matemaattinen diskurssi ei ole vain sanaston hallintaa. Matematiikan tunneilla käydyissä keskusteluissa oppilaat käyttävät muitakin arvokkaita matemaattisen diskurssin muotoja kuten sääntöjen kuvailua, yleistyksien tekemistä ja useita matemaattisia esitysmuotoja väitteittensä tueksi. (Moschkovich 2005, 138.) Morgan (2007, 241–242) toteaa, että halutessamme voimme pitää mitä tahansa matematiikan oppimisympäristöä multikielisenä ja tukea näin oppilaiden erilaisia diskursseja. Opettajat voivat käyttää opetusmenetelmiä, jotka antavat mahdollisuuden toisaalta löytää matemaattisia ideoita ja toisaalta kehittää ajattelun ja kommunikoinnin taitoja. Kun oppilaat voivat käyttää arkikieltään, se tukee heidän matematiikan oppimistaan.

## *Matematiikkaa ja semiotiikkaa*

Freudenthal (1983, 1) kuvaili matemaattisen kielen hienosyistä luonnetta seuraavasti:

*”Length” has more than one meaning. ”At length”, ”going to the utmost length”, ”length and width” include in their context ”length” in different meanings. The one I am concerned with becomes clear if along side the question what is length? I put a few questions: what is weight? what is duration? what is content? ”Length”, ”weight”, ”duration”, ”content” are magnitudes, among which length has its special status. If I use the word length in the sense, made more precise here, I mean length of something, of a ”long” object. ”Length” then is synonymous with ”width”, ”height”, ”thickness”, ”distance”, ”latitude”, ”depth”, which are related to other dimensions or situations. For the sides of a ”lying” rectangle one prefers ”length” and ”width”, for a ”standing one, ”width and ”height”.*

Matematiikka on täynnä käsitteitä, joiden ymmärtäminen vaatii oppijaltaan paljon. Esimerkiksi käsite pituus edellyttää, että osaamme ensin yhdistää ja erottaa sen adjektiivista, jotka tarkoittavat pitkää tai lyhyttä. Seuraavaksi meidän tulee kyetä vertaamaan pituuksia kongruenteilla menetelmillä. Pituus tulee kyetä jakamaan monikerroiksi ja mittayksiköiksi, joita on kyettävä järjestämään ja yhdistämään mitaustulosten saamiseksi ja eri pituuksien vertailemiseksi. (Freudenthal 1983, 33.) Ma-

temaattisen idean, sitä kuvaavan matemaattisen kielen ja ongelmanratkaisutilanteen välillä on yhteys, mutta oppijan on osattava tunnistaa eri rooleissa toimivat elementit toisistaan (Godino & Batanero 2003, 150; vrt. Freudenthal 1983, 33).

Ernest (2006, 68–69) liittää matematiikan semioottisen perspektiivin merkkikielillä kommunikointiin. Merkit ja rakenteet, niiden sisältämät sosiaaliset kontekstit, sosiaaliset säännöt, merkitykset ja kontekstit ovat matematiikan opetuksen keskiössä. Merkkien tulkinta kuullen, lukien, sanoilla tuottaen, kirjoittaen tai kuvallisesti hahmotellen, ovat aktiviteetteja, jotka muokkaavat keskustelua. Joskus osittain vaistonvaraisesti. Matemaattisten ideoiden hioutuminen vaatii matematiikan kieltä ja matemaattisen ajattelun kielentämistä (vrt. Joutsenlahti 2006, 7–8). Luokkakeskusteluissa oppilaita voidaan rohkaista sofistikoituneempiin, hienostuneempiin ja matemaattisesti formaalimpiin ilmaisuihin (Newstead 1999, 326).

Matematiikan kielellä on erityinen sanastonsa. Jotkut sanat ovat puhtaasti matematiikan kielen sanoja kuten hypotenuusa tai tasakylkinen. Jotkut sanat ovat samassa merkityksessä myös arkikielessä kuten neliö. Ongelmallisia oppilaiden oppimisen kannalta ovat sanat, jotka matematiikassa tarkoittavat täysin eri asiaa kuin arkikielessä kuten arvo tai integrointi (vrt. Lee 2006, 15). Usein matematiikan kielen taidot tulevatkin esiin kansallisissa matematiikan testeissä. Testeissä lukemisen ymmärtämisessä hyvin menestyneet oppilaat ratkovat hyvin myös matematiikan sanallisia ongelmatehtäviä ja käyttävät niissä kehittyneempiä mentaalimalleja. Matematiikan kieli ei siis ole täysin irrallaan äidinkielen hyvästä osaamisesta (vrt. Nortvedt 2008, 44–46; Joutsenlahti 2006, 9).

Matematiikan kieli on niukkaa, ajatonta, ei-inhimillistä ja kontekstiin sitoutumatonta (Lee 2006, 12). Usein tämä näkyikin siinä, että matematiikan opetuksessa käytettävät esimerkit ovat näennäiseen kontekstiin sijoitettuja, joskus jopa täysin irti arjen käytännöistä. Kielellinen tyyli on myös erittäin tiivistä ja siksi hyvin vaativaa luettavaa. Tekstistä on poistettu konteksti ja siirrytty symboleihin. Kun matemaattista tekstiä luetaan ääneen, lukijan tulee vuorostaan lisätä puuttuvat sidesanat ja löytää piilotetut merkitykset. Usein matemaattista tietoa jaetaan tai vastaanotetaan valmiina, eivätkä oppilaan matemaattiset ilmaisut ole hänen itsensä konstruoimia, vaan seurausta opettajan esittämästä matemaattisesta ilmaisusta. (Vrt. Lee 2006, 14–15.) Kun oppilaat sitten itse konstruoivat tietoa, tämä konstruointi tehdään heille itselleen tutulla kielellä ja tavalla (Brown 1994, 79–80, 88). Oppilaille voisikin olla antoisaa suunnitella itse sanallisia ongelmatehtäviä oppikirjan valmiista, mekaanisista tehtävistä.

### *Matematiikan kielinäkökulma tutkimukseeni liittyvillä luennoilla*

Matematiikan kielinäkökulmaan käytin syksyllä 2005 kaksi luentokertaa. Pohdimme kielen merkitystä matematiikan opetuksessa ensimmäisellä kerralla oppilaiden kannalta ja toisella kertaa opettajan kannalta. Luentomuistiinpanoissani kirjoitin:

*”Aluksi soitin opiskelijoille Mariskan rap-kappaleen Matematiikkaa. Tämä on oivallinen esimerkki siitä, miten oppilas voi kokea matematiikan. Kertosäkeessä Mariska laulaa ”elämä on matematiikkaa ilman logiikkaa ja kun edelliseen kaavaan viittaa se ei pädekään tässä laskussa, mussa on sekaisin miinus ja plussa vähänkin lisää niin on pelkkä nolla, pois jos ottaa on paljon parempi olla, parempi olla.”*

Käytin tämän luennon runkona ajatuksia, joita olin poiminut Freudenthalin kirjasta. Freudenthal kertoo kirjassaan *’Didactical Phenomenology of Mathematical Structures’* (1983) käsityksiään käsitteen *’pituus’* opettamisesta. Mielestäni tämä kuvaa hyvin sitä maailmaa, johon oppilaan matematiikkaan sisältyvät käsitteet sijoittuvat.

Saaran muistiinpanoista:

*”Luentokerralla pohdimme sitten enemmän matematiikkaa kielenä. Käsittelimme esimerkiksi sanaa *pituus*, joka voi tarkoittaa niin monta asiaa. Tottahan on, että matematiikassa käytetään paljon vaikeita sanoja, joskus myös melko epäloogisia sanontoja.”*

Aadan muistiinpanoista:

*”Matematiikassa on paljon erilaisia käsitteitä, joita käytetään pelkästään matematiikassa ja myös sellaisia, jotka ovat tuttuja jokapäiväisessä elämässä, mutta niillä saattaa olla erilainen merkitys matematiikassa kuin jokapäiväisessä elämässä.”*

Päivin muistiinpanoista:

*Ensimmäisenä ryhmätehtävänä oli pohtia, missä yhteyksissä oppilaat törmäävät plus- ja miinusmerkkeihin jo paljon ennen koulun matematiikan tunteja ja mitä nämä merkit tarkoittavat tai miten ne ”luetaan” tässä tapauksessa. Saimme kerättyä listan:*

- lämpömittari
- + tarkoittaa positiivista, hyvää asiaa ja – negatiivista, huonoa asiaa esimerkiksi matkaoppaassa
- sininen + keltainen, värien yhdistäminen
- merkeistä seuraa jotain, kaukosäätimessä plus tarkoittaa eteenpäin yksi kanava tai cd-soittimessa seuraava kappale
- äänenvoimakkuus
- + eteenpäin, – taaksepäin
- + lisää, – vähemmän
- miinus on kuin ranskalaiset viivat tai tavuviiva yhdysnimissä
- mikroaaltouuneissa on +, ++ ja +++
- vatkaimet, imurit

Reetta oli pohtinut asiaa vielä kotonakin ja lisännyt muistiinpanoihinsa:

”Pattereissa on toinen pää + ja toinen pää -. Erilaisissa kodin laitteissa saattaa + tarkoittaa päällepanemista ja - sulkemista. Monet lapset varmasti ymmärtävät, että näillä merkeillä on erot keskenään. Kuitenkin selkeämpää käsitystä useimmilla ei varmaankaan ole.”

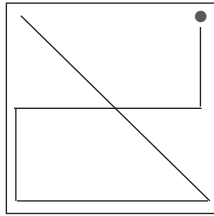
Päivin muistiinpanoista:

”Seuraavaksi luin esimerkin Brownin kirjasta.

Kuvittelua:

(Sulje silmäsi, lue tekstin hitaasti kahteen kertaan. Piirrä kuviteltu polku paperille.)

Seisot neliön muotoisen huoneen nurkassa kääntyneenä huoneeseen päin. Lähdet hitaasti kävelemään vasemmalla puolellasi olevan seinän viertä, kunnes olet puolimatassa seuraavaa nurkkaa kohti. Pysähdyt, käännyt oikeaan ja kävelet eteenpäin kunnes törmäät seinään. Sitten pysähdyt. Käännyt vasempaan ja kävelet tähän suuntaan kunnes osut seinään. Nyt käännyt vasempaan ja kävelet kunnes törmäät toiseen seinään. Nyt käännyt kohti nurkkaa, joka on kauimpana sinusta ja kävelet kohti sitä.



Kysyin tehtävän jälkeen, miten tutkittavat olivat kuvitelleet huoneen. Karoliina kertoi, että oli helpompi hahmottaa tilanne, kun kuvitteli itsensä tuttuun huoneeseen. Elma oli ajatellut tätä luentosalia ja Saara kertoi, ettei hän ajatellut tilaa, vaan mietti huonetta paperilla.

Toinen tehtävä oli tutkia matematiikan oppikirjojen tehtäviä kielen näkökulmasta.

Aadasta ensimmäisessä tehtävässä oli tärkeä ymmärtää erityiset sanat, toisessa kuvalla oli selkeä merkitys, muuten tehtävä olisi vaikea hahmottaa ja kolmannessa tehtävässä tarvitsisi ehdottomasti piirtää apukuva.”

Kolmantena Aadalla oli tehtävä (s. 47):

Harjakattoisen talon harja on 5,9 m maanpinnasta ja räystääs 3,2 m:n korkeudella maanpinnasta. Talo on 7,2 m leveä ja 12,8 m pitkä.

- Kuinka suuren kulman harjakatto muodostaa vaakatason kanssa?
- Kuinka pitkä matka on räystäältä katon harjalle?
- Kuinka monelle neliömetrille on tilattava uusia kattolaattoja kattoa uusittaessa?

Elman kolmas tehtävä oli (s. 31):

*Tutki piirtämällä, onko väittämä tosi vai epätosi.*

*a) Nelikulmiossa on aina ainakin kaksi yhtä suurta kulmaa.*

*b) Nelikulmiossa on aina kaksi lävistäjää.*

*c) Nelikulmion lävistäjä voi olla nelikulmion ulkopuolella.*

*d) Suorakulmion lävistäjät ovat yhtä pitkät.*

*e) Nelikulmiossa ei voi olla tylppää kulmaa.*

*f) Suorakulmiossa voi olla terävä kulma.*

*g) Suorakulmion lävistäjät ovat aina kohtisuorassa toisiaan vastaan.*

*h) Neliön lävistäjät ovat aina yhtä pitkät ja kohtisuorassa toisiaan vastaan.*

*Elma kommentoi tehtäviä, että niissä oli paljon käsitteitä ja varsinkin kolmas oli hänestä kauhean vaikea.*

Elman muistiinpanoista:

*”Luennolla kielen merkitys oppilaan kannalta tuli mielestäni hyvin esille, kun etsimme yläkoulun kirjoista tehtäviä, joissa on paljon erilaisia ja vaikeita käsitteitä. Siinä huomasi, että oppilaiden täytyy oppia monia uusia sanoja ja niiden merkityksiä, jotta matematiikan oppimisessa voisi edistyä. Opettajan on opetuksessa otettava huomioon, että oppilaat eivät automaattisesti tiedä, mitä jotkut käsitteet tarkoittavat. Se voi unohtua, koska sanat ovat opettajalle itselleen niin tuttuja.”*

Päivin muistiinpanoista:

*”Luennon lopuksi otin esille, mitä NLP:n keinoja opettaja voi käyttää puheessaan. Harjoitustehtävänä oli piirtää karttaan polku, jonka vain yksi opiskelijoista sai tietää etukäteen. Hänen oli neuvottava pelkän puheen avulla muita piirtämään sama polku omiin karttoihinsa. Yksi opiskelijoista toimi tarkkailijana ja seurasi, mitä NLP-tekniikoita puhuja käytti (ks. taulukko 8).”*

#### TAULUKKO 8. NLP-tekniikoita (Millrood 2004, 31)

raportti	yhteyden aikaansaaminen, samalle aaltopituudelle asettuminen
mallintaminen	miten työskentelyä voi helpottaa tilannetta mallintamalla
suodattaminen	mihin kannattaa työskentelyssä kiinnittää huomiota
peesaaminen	rytmittäminen ryhmän tahtiin
johdattelu	ryhmässä nousevien ajatusten hyödyntäminen yhteisesti
esiin nostaminen	miten tämän voisi tehdä toisin, vertaa esimerkkiin
kalibrointi	tarkistaminen, hyvien olosuhteiden varmistaminen
uudelleenmuotoilu	asian esittäminen toisin sanoin, ydinkohtien kirjoittaminen
ankkurointi	kannustus, tukeminen, positiivisiin asioihin kytkeminen

Toisena lukuvuonna, syksyllä 2006, syvensin matematiikan kielinäkökulmaa ottamalla esiin oppilaan matematiikan kielen kehittymisen. Joskus oppilaat voivat löytää tiensä matemaattisista tarinoista symboliseen esittämiseen ilman opettajan apuakin.



Tästä esimerkkinä oli Ferrarin (2006) tutkimus matemaattisista tarinoista symboliseen esittämiseen, joka kohdistui 3. luokan oppilaisiin.

*Tehtävä:*

*Koulumme kirjastossa oli 58 kirjaa. Opettaja oli ostanut 26 kirjaa lisää. Viime yönä varkaat murtautuivat kouluun ja varastivat 19 kirjaa. Kuinka monta kirjaa kirjastoon jäi?*

*Oppilaat ratkaisivat tehtävän nopeasti ja ensimmäinen versio menetelmän yleistämiseksi oli seuraava:*

*(libri precedenti + libri nuovi) – libri rubati = libri rimasti*

*Andrean mielestä tämä esitystapa on liian pitkä. Hän ehdotti, että kirjoitetaan vain ensimmäiset kirjaimet.*

*(l.p. + l.n.) – l.r. = l.r.*

*Marco huomautti, että 'libri rubati' ja 'libri rimasti' alkavat samoilla kirjaimilla. Hän ehdotti, että käytettäisiin näissä kahta ensimmäistä kirjainta.*

*(l.p. + l.n.) – l.ru. = l.ri.*

*Biagio valitti, ettei tämä käy kaikissa tapauksissa, koska on sanoja, joilla on kolme ensimmäistä kirjainta samoja. Hän ehdotti, että liitetäisiin kirjaimiin jokin symboli.*

*Andrea ehdotti, että jospa käytettäisiin pelkästään symboleja ja kirjoitettaisiin niille selitykset kuten joissakin kirjoissa tehdään.*

*( \* + Δ ) - ○ = □*

*Selitys: \* → libri precedenti*

*Δ → libri nuovi*

*○ → libri rubati*

*□ → libri rimasti*

*Davide huomautti, että tämä näyttää ulkoavaruudesta tulleiden kirjoitukselta.*

*Biagio ehdotti, että käytetään symbolien tilalla tavallisia kirjaimia.*

*(a + b) – c = d*

*Selitys: a → libri precedenti*

*b → libri nuovi*

*c → libri rubati*

*d → libri rimasti*

*Oppilaat keskustelivat, mitä kirjainta voitaisiin käyttää merkitsemään tuntematonta numeroa missä tahansa ongelmatehtävässä. Andrea ehdotti 'tot', jota italiant kielessä käytetään joissakin ilmauksissa merkitsemään tuntematonta määrää. Biagio ehdotti x, koska sitä käytetään yleisesti puhuttaessa tuntemattomista kuten "Mister x".*

*Siispä lausekkeeksi tuli:*

*(a + b) – c = x*

Selitys:      *a* → *libri precedenti*  
                  *b* → *libri nuovi*  
                  *c* → *libri rubati*  
                  *x* → *libri rimasti*

Toinen esimerkki oli luonnollisen kielen merkityksestä oppimisen tukena (ks. Con-sogno ym. 2006).

*Kolmannen luokan oppilaat heittävät pareittain kahta noppaa. He lyövät vetoa siitä, onko noppien summa parillinen vai pariton. Tehtävänä on vastata kysymykseen 'kummasta kannattaisi lyödä vetoa: parittoman puolesta vai parillisen puolesta?'*

*Keskustelun aluksi oppilaat kertovat, mitä parittomia tuloksia voidaan saada: 3, 5, 7, 9 ja 11. Parillisia saadaan: 2, 4, 6, 8, 10 ja 12. Parillisia näyttäisi olevan enemmän, joten se vaikuttaisi todennäköisemmältä. Mutta...?*

*Elisa:        Olen samaa mieltä Mattian kanssa tuloksista.*

*Giulia:      Mattia on luetellut kaikki mahdollisuudet, jos käytetään kahta noppaa.*

*Opettaja:    Onko sama asia ajatella tuloksia kuin ajatella kahta noppaa?*

*Mattia:      Se on sama asia...ei...on!*

*Giulia:      Jos ajattelet noppaa... luku, jonka se näyttää...koska tulos on yksi luku plus toinen luku, niistä tulee se tulos. Ennen yhteen laskemista nuo kaksi lukua ovat yksinään, ne eivät ole yhdessä... koska jos joku heittää toisella 3 ja toisella 4...*

*Roberto:    Esimerkiksi 4 on luku ja 3 toinen luku, kuten Giulia sanoi, jos lasket ne yhteen niistä tulee 7, mutta ennen kuin lasket niitä, 4 on yksittäinen luku ja 3 on toinen yksittäinen luku. Sitten kun ne yhdistetään saadaan kahden pienemmän luvun muodostama luku.*

*Giulia:      Joo, mutta ennen kuin saadaan tulos nuo kaksi lukua voivat olla muita lukuja.*

*Opettaja pyysi Giuliaa kertomaan esimerkin ja pyysi toisia oppilaita tekemään muita kombinaatioita. Tästä oli hyvä lähteä tarkastelemaan kaikkia yhtä todennäköisiä tapauksia.*

Otin myös esimerkin vanhasta matematiikan kirjasta. Se kuvasti hyvin, miten matematiikan kielikin elää äidinkielen muutosten mukana.

*Mikä on suorakulmaisen kolmion pinta-ala, jos sivukkeet ovat toinen 40 jlk., toinen 30jlk.? Pitkähkö on wastake?*

Kolmantena lukuvuonna, marraskuussa 2007, lisäsin matematiikan kielinäkökulmaan David Tallin (2004) esittämät kolme matematiikan maailmaa, joitakin Roger Säljön ajatuksia matemaattisesta ajattelusta yhdistettynä teknologian käyttöön (ks. esimerkiksi Säljö 2004) ja Brownin (2001, 139) symmetriatehtävän.

Edessäsi on kolme monikulmiota: neliö, suorakulmio ja L-kirjaimen muotoinen kuvio (ks. kuvio 9).



**KUVIO 9.** Brownin (2001, 139) symmetriatehtävän kuvat

Muodosta niistä niin monta erilaista symmetristä kuviota kuin osaat. Merkitse symmetria-akseli katkoviivalla. Esimerkiksi (ks. kuvio 10):



**KUVIO 10.** Brownin (2001, 139) symmetriatehtävän esimerkkiratkaisu

Katsoimme myös Koeno Gravemeijerin työpajassa tutustumaani verkkosivustoon [www.fi.uu.nl/wisweb](http://www.fi.uu.nl/wisweb) sekä pohdimme käsitettä *Mathematical literacy* (PISA).

Lopuksi teimme tehtävän, jossa 10 höyhentä puhalletaan ilmaan ja pohditaan, mitä matematiikkaa tehtävästä voidaan löytää?

Kun matematiikan kielinäkökulmaa tarkastellaan elämyksellisen matematiikan opetuksen lähtökohdista nuorille opettajaopiskelijoille on haaste nähdä matematiikkaa ympärillään ja kyetä puhumaan siitä matematiikan kielellä. He eivät myöskään näe matematiikan kielen käyttämisen tärkeyttä oppilaiden näkökulmasta. Koska matemaattista osaamistaan joutuu koulussa yleensä esittämään kirjallisessa muodossa, nuori opettaja ei koe mielekkääksi opettaa oppilaitaan aktiivisiksi matematiikan kielen käyttäjiksi. Tähän piirteeseen olisin voinut käyttää huomattavasti runsaammin työskentelyaikaa opiskelijoiden kanssa.

# 14 Elämyksellisen matematiikan opetuksen analyysi

## Ensimmäinen analyysi keväällä 2006

Aineiston havaintojen pelkistämistä voidaan tehdä tarkastelemalla aineistoa aina vain tietyistä teoreettis-metodologisesta näkökulmasta ja kiinnittää huomiota vain siihen, mikä on teoreettisen viitekehyksen ja kulloisenkin kysymyksenasettelun kannalta ns. olennaista. Samassa tutkimuksessa aineistoa voidaan kuitenkin tarkastella monesta eri näkökulmasta. Pelkistämisen toisen vaiheen ideana on edelleen karsia havaintomäärää havaintoja yhdistämällä. Lähtökohtana tässä on ajatus siitä, että aineistossa on esimerkkejä tai näytteitä yhdestä ja samasta ilmiöstä. Kaikki tapaukset voidaan myös esittää eri tyyppeihin ryhmiteltyinä taulukkomuodossa. Taulukointi esittelee aineiston kattavasti ja osoittaa, että aineistoa käytetään systemaattisesti, eikä siitä vain esitetä intuitiivista tulkintaa tukevia tekstinäytteitä. (Alasuutari, 2001, 40, 192–193). Edellä olen esittänyt elämykselliselle matematiikan opetukselle tutkimuksen eri vaiheissaan erilaiset kuvaukset. Ensimmäinen analyysini perustui taulukkoon 9 ja sen tasokuvauksiin.

**TAULUKKO 9. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet lukuvuonna 2005–2006, jota olen käsitellyt artikkelissani (Portaankorva-Koivisto 2007a, 385)**

	Ensisijaisesti oppilaan työvälineenä			Ensisijaisesti opettajan työvälineenä			
Vuorovaikutussellisuus	yksilöllinen työskentely	parityöskentely	pienryhmät	demonstraatiot	opetuskeskustelu	esittävä opetus	
Kokemuksellisuus	konkreettiset välineet		simulaatiot esim. tietokoneella		aidot tilanteet		
Havainnollisuus	apukuviot		käsittekartat		taulukot ja kuviot		demonstraatiot
Tutkimuksellisuus	tutkielmat		avoimet tehtävät		tutkimustyöt		induktiivinen työskentely
Yhteistoinnallisuus	rakenteellinen ratkaisu		yksittäinen tuntielementti		tuntisuunnitelman osana		opetussuunnitelman osana
Matematiikan kielinäkökulma	oppilaan merkitykset	oppilaan suullinen	oppilaan kirjallinen	vieraskielinen	opettajan kirjallinen	opettajan suullinen	opettajan merkitykset

Pyrin ensimmäisessä analyysissäni luokittelemaan kunkin tutkittavani sijoittumisen elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteiden eri tasoille. Esimerkkinä analyysistä esitän tässä vuorovaikutuksellisuuden analyysin. Tasot olin tuolloin valinnut seuraavasti:

**Vuorovaikutuksellisuus (opettaja–oppilas–oppilaat)**

Tasot, aloitteen tekijä ensin mainittuna:

3. oppilaat–oppilaat, oppilaat–oppilas, oppilaat–opettaja
2. oppilas–opettaja, opettaja–oppilas, oppilas–oppilaat
1. opettaja–oppilaat, oppilas–oppilas

Suurin osa tutkittavista sijoittui vuorovaikutuksellisuutta tarkasteltaessa toiselle tai kolmannelle tasolle (ks. taulukko 10). He olivat mieltäneet merkittäväksi, että oppimisympäristössä toteutuu monipuolinen vuorovaikutus ja korostivat usein, että

*”Olisi tärkeää luoda sellainen turvallinen oppimisympäristö, jossa lapsi voisi vapaasti kysyä ja ihmetellä asioita”* [tutkittava 1]

ja että

*”Ilman muuta ryhmää ympärillä yksittäinen oppilas oppisi paljon vähemmän. Joku muu saattaa esimerkiksi kysyä jotakin sellaista opettajalta, mitä ei itse osaisi kysyä.”* [tutkittava 5].

Heidän mielestään luokassa voidaan työskennellä pareittain, koska

*”Jonkin vaikean asian ratkaisemisessa voisi helpottaa, kun asiaa saisi pohtia yhdessä jonkun muun/muiden oppilaiden kanssa. Näin yhdistämällä kukin omat tietonsa asia voisi olla helpompi ratkaista kuin yksin, kun käytössä ovat vain omat aikaisemmat tiedot. Oppilaat voivat oppia paljon toisiltaan, joskus jonkun asian voi toinen oppilas selittää ja opettaa toiselle paljon paremmin kuin opettaja. Ja myös toiselle opettaminen on usein hyödyllistä, siinä ikään kuin pistää omiakin ajatuksia järjestykseen ja sisäistääkin asian paremmin kun opettaa sitä toiselle.”* [tutkittava 4]

ja

*”Oppilaan ja opettajan välinen rakentava vuoropuhelu kannustaa oppilasta ajattelemaan itse ja tuomaan omat näkökulmansa esille.”* [tutkittava 6].

Ensimmäisten aineistojen perusteella laadin tuolloin keväällä 2006 taulukon, johon tutkittavat sijoitin (taulukko 10).

**TAULUKKO 10. Esseiden pohjalta tehdyn tasoihin sijoittumisen tuloksena opiskelijat (N=6) sijoituivat tasoille 1, 2 ja 3 seuraavasti**

KOMPONENTTI	TASO 1 [f]	TASO 2 [f]	TASO 3 [f]
Vuorovaikutuksellisuus	1	3	2
Kokemuksellisuus	2	1	1
Havainnollisuus	4	0	2
Tutkimuksellisuus	4	0	2
Yhteistoiminnallisuus	4	2	0
Matematiikan kielinäkökulma	5	0	1

Ensimmäisiä luokitteluja tehtyäni jäin pohtimaan analyysin mielekkyyttä. Olin pyrkinyt analysoimaan uutta aineistoa nopeasti, vaikka tutkittavat olivat minulle vielä lähes vieraita, enkä tiennyt, miten toimia anonyymiteetin kanssa. Niinpä numeroin tutkittavat satunnaisesti ja kutsuin heitä persoonattomasti. Analyysi vaikutti alkukartoitukselta ja pelkistyi lopulta frekvensseiksi. Olin hukannut kaiken yksilöllisen.

## Toinen analyysi keväällä 2007

Esimerkkinä narratiivien analyysitavasta keväällä 2006 kuvaan vuorovaikutuksellisuuden ja kokemuksellisuuden analyysiä. Vuorovaikutuksellisuudelle muodostui kolme tasoa, joista ensimmäisellä vuorovaikutus luokassa on joko opettajajohtoista, esittävää opetusta ja/tai parityöskentelyä. Tämä taso kuvasti matematiikan oppitunnille tyypillistä vuorovaikutusta (vrt. mm. Leppäaho 2007). Toisella tasolla oppilaan ja opettajan välinen vuorovaikutus laajenee, oppilas uskaltaa kysyä, opettaja ohjata ja oppilas esittää kysymyksiä tai esimerkiksi taululle laskemaansa laskutehtävää koko luokalle. Kolmannella tasolla voidaan puhua jo yhteisöllisestä oppimisesta, jossa opettajan rooli sivuun vetäytyvänä ohjaajana tai oppimisen organisoijana korostuu.

Toinen analyysini perustui taulukkoon 11 ja sen tasokuvauksiin.

**TAULUKKO 11. Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet ja niiden tasokuvaukset lukuvuonna 2006–2007 (Portaankorva-Koivisto 2007b, 227)**

Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteet	Taso 1	Taso 2	Taso 3
<b>Vuorovaikutuksellisuus</b>	Opettajaohjoinen työskentely, parityö	Yksilöllinen ohjaus, yhdessä työskentely	Yhteisöllinen työskentely, opettajan rooli vähäinen
<b>Kokemuksellisuus</b>	Oppilas leikkaa, liimaa, taittelee	Konkreettisia apuvälineitä, TVT	Aidot tilanteet
<b>Havainnollisuus</b>	Opettaja demonstroi	Yhteinen tiedon jäsentely	Oppilas havainnollistaa itse itselleen
<b>Tutkimuksellisuus</b>	Yksittäisiä tutkimustehtäviä	Tutkimusprojekteja	Tutkiva lähestymistapa
<b>Yhteistoiminnallisuus</b>	Kertaluonteiset yhteistoiminnalliset tehtävät	Käytetty työskentelymuoto	Kokonaisvaltainen yhteistoiminnallinen työskentely
<b>Matematiikan kielinäkökulma</b>	Opettaja matematiikan kielen käyttäjänä	Opettajan ja oppilaiden matematiikan kielten erot	Yhteisten merkitysten löytäminen, oppilas aktiiviseksi kielen käyttäjäksi.

Seuraavassa ote yhden tutkittavan kahdesta esseestä, joihin sovelsin tätä luokitteluperustetta. Vasemmalla on autenttinen ote esseestä ja oikealla tekstistä nouseva tulkinta vuorovaikutuksen muodosta ja tasosta.

*Vuorovaikutus on usein matematiikan tunneilla pelkästään sen suuntaista, että opettaja opettaa ja kysyy ja oppilas vastaa. Kuitenkin olisi tärkeää luoda sellainen turvallinen oppimisympäristö, jossa lapsi voisi vapaasti kysyä ja ihmetellä asioita. Opettajan täytyy olla empaattinen ja oppilasta kohtaan ystävällinen. Samoin luokan ilmapiirin tulisi olla turvallinen. Oppilas ei uskalla kysyä, jos hän pelkää, että muut toverit nauravat tai pitävät häntä tyhmänä. Vielä pahempaa on opettajan ivallisuus. Lukiolaisten parissa huomaa sen, että opiskelijat eivät useinkaan kysele tai ihmettele asioita. Luulen, että varsinkin pitkän matematiikan opiskelijoilla on jo paineita muun luokan taholta – he eivät yksinkertaisesti kehtaa kysyä. Opettajan täytyisi rohkaista oppilaita kysymään ja ihmettelemään asioita. Tyhmiä kysymyksiä ei ole. Mielestäni tärkeää on jättää oppitunnista aikaa myös itsenäiselle laskemiselle. Olen huomannut, että tällöin oppilaat helpommin kyselevät asioita henkilökohtaisesti opettajalta, joka kiertelee luokassa. Tärkeää vuorovaikutusta on myöskin oppilaiden välinen vuorovaikutus. Kun oppilaat laskevat itsenäisesti,*

opettaja–oppilaat (taso 1)  
opettaja–oppilas (taso 2)

oppilas–opettaja (taso 2)

opettaja–oppilaat (taso 1)

oppilas–opettaja (taso 2)

*he helposti kysyvät asioita viereisiltä kavereiltaan ja pohtivat yhdessä ratkaisuja. Olen myöskin yliopistomatematiikassa huomannut, että harkkoja on helpompi tehdä yhdessä kuin yksin. Oppilaita tulisi kannustaa yhteistyöhön.* (D, 9/2005, essee)

oppilas–oppilas (taso 1)  
oppilas–oppilaat (taso 2)

Näitä vuorovaikutuksia tarkasteltuani luokittelin tutkittavan tasolle 2. Hänen käsityksensä vuorovaikutuksesta matematiikan tunneilla oli lähellä dialogista oppimiskäsitystä. Tarinassa kietoutuvat keskenään sekä odotukset, toiveet että jo eletyt kokemukset. En kuitenkaan ole analyysissäni erotellut sitä, milloin tutkittava liikkui toiveiden tasolla ja milloin todellisuuden tasolla. Opettajaksi opiskeleva liikkuu näillä tasoilla luontevasti edestakaisin, koska kokemukset opettamisesta ovat vielä niin vähäiset.

*Vuorovaikutus on mielestäni erittäin huonolla tollalla, jos se on ainoastaan yksisuuntaista opettajalta oppilasta kohti kulkevaa. Olisi tosi tärkeää, että oppimistilanteiden ilmapiiri olisi turvallinen, sellainen, johon jäisi tilaa myös oppilaan ihmettelylle ja kysymyksille. Liian usein varsinkin esimerkiksi lukion pitkän matematiikan kurseilla oppilas ei enää kehtaa kysyä epäselvää asiaa... Myös oppilaiden keskinen vuorovaikutus ja keskustelu olisivat hyviä elementtejä. Käytettäessä yhteistoinnallista oppimista, samalla myös vuorovai- kusta syntyy myös tässä suunnassa.* (D, 12/2006, essee)

opettaja–oppilaat (taso 1)  
opettaja–oppilas (taso 2)

oppilas–opettaja (taso 2)

oppilas–oppilas (taso 1)  
oppilas–oppilaat (taso 2)  
oppilaat–oppilas (taso 3)  
oppilaat–oppilaat (taso 3)

Tämän kuvauksen perusteella sama tutkittava oli vähän yli vuosi myöhemmin tiivistänyt kuvauksensa lyhyeen kappaleeseen, mutta kuvasi siinä tuonhetkisen analyysimenetelmäni mukaan useammanlaisia vuorovaikutuksia kuin aiemmin. Sijoitin tekstin tasolle 3, jolla yhteisöllisempi ote on dominoivampi.

Vuorovaikutuksellisuus oli helpompi analysoida kuin muut piirteet, sillä tason kuvaus oli melko yksiselitteinen. Eräs pohdintaa aiheuttanut kohta näissäkin esimerkeissä silti esiintyi. Ensimmäisen otteen lopussa oli kohta “Olen myöskin yliopistomatematiikassa huomannut, että harkkoja on helpompi tehdä yhdessä kuin yksin. Oppilaita tulisi kannustaa yhteistyöhön.” (D, 9/2005, essee). Tätä kohtaa oli vaikea sijoittaa tasoihin. Tutkittava kuvasi tässä yhteydessä joko parityöskentelyä tai ryhmätyöskentelyä. Jos kohta tulkittiin parityön kuvaukseksi, lopullinen taso oli 2. Mikäli kohta tulkittiin oppilaat–oppilaat-koodilla, lopulliseksi tasoksi tuli 3. Päädyin aikaan ensimmäiseen vaihtoehtoon, koska edellinen lause “kun oppilaat laskevat itsenäisesti, he helposti kysyvät asioita viereisiltä kavereiltaan ja pohtivat yhdessä ratkaisuja” kuvasi vierustoverin kanssa työskentelemistä eikä varsinaista ryhmätyötä. En



myöskään ole kuullut opiskelijoiden ryhmätyötä käytettävän matematiikan harjoitusten yhteydessä, toiveita siihen suuntaan on kyllä esitetty, että opiskelijat tekisivät harjoituksia yhdessä ennen varsinaisia ohjattuja harjoituksia. Myöhemmin tarkistin koodauksen tutkittavalta itseltään ja hänen mukaansa olin tehnyt oikean ratkaisun.

“Hiljaisuuksien” keksiminen jotain asiaa käsittelevästä puheesta voi olla monesti vaikeaa, koska ainakin samaan kulttuuriin kuuluvalle tutkijalle ei välttämättä tule mieleenkään kysyä, miksi tästä tai tuosta asiasta puhutaan ja jostain toisesta taas ei. Tästä hyvänä esimerkkinä on elämyksellisen matematiikan opetuksen piirre ”kokemuksellisuus”. Ensimmäisissä esseissään kaksi kuudesta tutkittavasta ei kertonut siitä juuri mitään. Toinen heistä kirjoitti:

*”Oppilailla ja lapsilla yleensä on paljon kokemuksia matematiikasta eri tilanteissa arkielämässä, esimerkiksi kaupassa, alennushintojen laskemisessa, rakentamisessa, ajanhallinnassa ja säätilojen ymmärtämisessä. Jos nämä kokemukset saadaan hyvin linkitettyä uusien matematiikan asioiden opetukseen, oppiminen voi olla antoisaa ja tehokasta. Minua itseäni on auttanut halu ymmärtää maailman ilmiöitä ja teknisten laitteiden toimintaperiaatteita. Olen hyvin tarkkaavaisesti kuunnellut, kun opettaja on jotakin niistä selittänyt kyseisen tunnin aiheeseen liittyen”.* (E, 9/2005, essee)

Kokemuksellisuuden tasot oli määritelty niin, että 1-tasolla ovat toiminnalliset työtavat kuten leikkaaminen, liimaaminen, taitteleminen jne., 2-tasolla oppilaat käyttävät tarkoitukseen suunniteltuja materiaaleja ja välineitä, esimerkiksi tietokonesimulaatioita ja 3-tasolla oppitunnille on suunniteltu aitoja tilanteita kuten jättikokoisen neliön tai ympyrän piirtäminen lattialle tai pihamaalle. Tasolta toiselle siirryttäessä käsitteen monimerkityksisyys laajeni ja oppilaan itsenäisyys kasvoi, kun samaan aikaan opettajan ohjaavuus väheni.

Edeltävässä esimerkissä tutkittava tulkitsevi sanaa ”kokemuksellisuus” yhdistäen sen arkielämän kokemuksiin: ”kokemuksia matematiikasta eri tilanteissa arkielämässä”. Hänen tarinansa oppitunnilla opettaja juttelee ja kertoilee oppilaille tarinoita ja linkittää näin heidän kokemuksiaan arkielämän matematiikasta tunnin aiheeseen. Tutkittava ei kertonut konkreettisista välineistä ja itse tekemisestä, joten jätin kokemuksellisuuden hänen kohdallaan arvioimatta. Nyt myöhemmin tutkittavan kuvaus kokemuksellisuudesta kuvaa tämän piirteen yhtä ominaisuutta, arkielämän matemaattista kokemusta.

Seuraavista esimerkeistä ilmenee, miten analysoin kokemuksellisuutta tasoilla 1, 2 ja 3:

<i>Omassa ajattelussani kokemuksellisuus ja havainnollisuus liittyvät jossain määrin toisiinsa. Kokemuksellisessa oppimisessa oppiminen tapahtuu oppilaan oman kokemuksen avulla. Matematiikan opiskelussa esimerkiksi opitaan kuinka monta desilitraa vettä mahtuu litraan kokeilemalla käytän-</i>	Oppilaan oma kokemus. (taso 2 tai 3)
	Oppilaat kokeilevat, montako desilitraa mahtuu litraan. (taso 1)

nössä, ei siis niin että opettaja näyttää vaan oppilaat itse kokeilevat. Joissain asioissa tällainen voisi mielestäni olla erittäin toimiva ja hyvä tapa oppia, jopa tarpeellinen. Kaikessa matematiikan opetuksessa sitä ei ehkä kuitenkaan tarvitse käyttää eikä se ehkä luontevalla tavalla oikein ole mahdollistakaan. Esimerkiksi murtolukuja opiskeltaessa ensimmäistä kertaa, oppilaat voisivat kokeilla vaikka paperia leikkelemällä tai taittelemalla erilaisia osia ja tässä kokemuksellisuudesta olisi varmasti paljon hyötyä. Mutta vaikka integroinnin lukiossa tai polynomien kertolaskun opettamiseen yläkouluissa voisi olla jo vaikeampi keksiä kokemuksellisia lähestymistapoja. Parhaimmillaan kokemuksellisesta oppimisesta saatavat hyödyt voisivat mielestäni olla hyvin samankaltaisia kuin havainnollistavasta opetuksestakin saadut, eli asian syvempi ymmärtäminen, sen liittäminen omaan ajatteluun, aiempiin kokemuksiin ja tietorakenteisiin sekä näin myös asian säilymisen muistissa. Kokemuksellisuuden luentokerralla teimme ns. tutustumispolun, eli hypimme ”kiveltä” toiselle ja jokaisella kivellä kerroimme jotain itsestämme, esim. lempiruoka tai -väri. Tällaista tapaa esimerkiksi joku kielten opettaja oli käyttänyt opeteltaessa värejä englanniksi tai vastaavaa. Uskon että tällainen voisi olla ihan toimivakin tapa, ainakin pienten lasten kohdalla, kun oppilaat itse pääsevät liikkumaan ja kokeilemaan sen sijaan että pänttäävät paikallaan värejä ulkoa. Kävimme myös mittaamassa puuta ulkona paperitötsän avulla, mikä sekin oli mukava esimerkki kokemuksellisuudesta. Tuskin minä ainakaan olisin ymmärtänyt, tai ainakaan muistanut asiaa myöhemmin, jos emme itse olisi käyneet mittaamassa puuta. Katsoimme myös pätkän videosta, jossa pienet oppilaat opiskelivat murtolukuja taittelemalla paperia, vähän niinkuin edellä jo pohdin. (A, 9/2005, essee)

Oppilaat kokeilevat itse käytännössä. (taso 2)

Leikkeleminen ja taitteleminen. (taso 1)

Syvempi ymmärtäminen, opitavan liittäminen omaan ajatteluun ja aiempiin kokemuksiin ja tietorakenteisiin, muistissa säilyminen. (taso 2)

Oppilaat pääsevät itse liikkumaan. (taso 1)

Puun mittaaminen ulkona. (taso 3)

Analysoin tämän tekstin tasolle 3, siinä oli toki laajennettu kuvausta myös luennolla tehtyihin tehtäviin, mutta tutkittava oli kuitenkin analysoinut niitä myös itse. Tässä tekstissä jokaisen tason voidaan katsoa olleen edustettuna.

*Minulla on ollut aika jos voi sanoa vanhanaikainen käsitys matematiikan opettamisesta ja oppimisesta. Se varmasti johtuu omista kokemuksista kouluajoiltani sekä omasta oppimistyylistäni. Olen pitänyt parhaimpina opetusmetodeina normaalia opettajan taulutyöskentelyä ja sitten itsekseseen laskemista. Nyt olen kuitenkin vähän saanut reunasta tutustua kokemuksellisuuteen ja toiminnallisuuteen matematiikankin opetuksessa. Olen huomannut, että joitakin asioita opiskeltaessa, on kokemuksen saaminen hyvinkin paljon selventävä asia. Erilaisia välineitä, pelejä ja muita tavaroita on kehitelty myöskin matematiikan opetukseen. Monet jutut selventävät asioita suunnattomasti, kun lapsi saa itse kokeilla miten asia toimii. Esimerkiksi kun katsottiin videota murtolukujen opettamisesta, tulivat asiat varmasti paljon konkreettisemmin oppilaille selviksi, kuin että oltaisiin vain käyty mekaanisesti asioita taululla läpi. Varsinkin taas kerran alakoulun ja peruskoulun puolella kokemukselliset opetustavat ovat varmasti hyviä. Kuitenkin tutustuimme myöskin esim. algebralaattojen käyttöön ainedidaktiikassa, ja nämä havainnollistavat hyvin myöskin lukiolaisia esim. binomien kertolaskuissa tai polynomien jaossa tekijöihin.*

*Varmastikin tulevaisuudessa käytän opettajan työssäni erilaisia välineitä hyväksi selventääkseni asioita. Oppijoilla voi ehkä olla aluksi vastahakoisuutta, mutta ainakin me kaikki opiskelijat innostuttiin eri välineiden käytöstä.*

*Samoin olen huomannut oppitunteja seurattessani, että oppilaat mielellään tekevät itse jotakin ja ovat hyvin innoissaan rakentelemassa erilaisia juttuja. Siinä sivussa he myöskin oppivat asioita. Opettajan on kuitenkin tärkeää muistaa koota asiat, ikään kuin langat järjestykseen. Pelkkä pelailu ei auta, jos asioita ei myöskin käydä teoriassa läpi.*  
(D, 9/2005, essee)

Opettajan taulutyöskentely ja oppilaiden itsekseseen laskeminen. (taso 1)

On olemassa välineitä ja pelejä matematiikan opetukseen. (taso 2)

Lapsi saa itse kokeilla. (taso 2)

Algebralaatat. (taso 2)

Oppilaat mielellään rakentelevat ja oppivat siinä sivussa. (taso 2)

Opettaja kokoaa asiat yhteen. (taso 1)

Analysoin tämän tekstin tasolle 2. Kokemuksellisuutta kuvattiin monipuolisesti, mutta aitoja tilanteita, joissa opettaja tutustuttaisi oppilaat aiheeseen jossakin konkreettisesti, aidossa ympäristössään, teksti ei käsitelty.

Viimeisen esimerkkitekstin analysoin tasolle 1. Tässä tekstissä tuli esiin se, että mikäli tutkittava on kirjoittanut hyvin lyhyesti, teksti jää pakostakin kapeaksi. Tutkittava kuvasi kokemuksellisuutta vain konkreettisenä tekemisenä. Hän ei oikeastaan kertonut edes sitä, mitä sillä tarkoitetaan.

*Kokemuksellisuus matematiikassa tarkoittaa mielestäni sitä, että oppilaat saavat itse tekemällä tuntemalla opetella asioita. Se on tarpeellista, koska monet oppilaat oppivat parhaiten juuri sillä tavalla. Asiat on helpompi palauttaa mieleen, kun niistä on konkreettisia kokemuksia. Se tuo myös vaihtelua oppitunneille ja voi olla hyvin motivoivaa.*  
(B, 9/2005, essee)





































Itse tekemällä. (taso 1)

Konkreettisia kokemuksia, helpompi muistaa ja se motivoi.  
(taso 1)

Keväällä 2007 tutkittavani olivat vieläkin vain kirjaimia. Kiinnostuin kuitenkin jokunkin tutkittavan yksilöllisestä kasvuprosessista ja pyrin pääsemään irti numeerisesta luokittelusta. Silloinen kokeiluni johti taulukkoon 12, jossa tutkittavien kehitysvaiheet näkyivät laajenevina ympyröinä (vrt. Portaankorva-Koivisto 2007b). Esitystapa oli lähinnä visuaalinen ja antoi mahdollisuuden tunnistaa muutoksia yhdellä silmäyksellä. Muuta merkitystä en esitystavalla kuitenkaan saavuttanut.

**TAULUKKO 12. Yhteistoiminnallisuus, vuorovaikutuksellisuus ja matematiikan kielinäkökulma – tutkittavien sijoittuminen eri tasoille esseissä 2005 ja 2006**

Musta, pieni ympyrä = taso 1, harmaa, keskikokoinen ympyrä = taso 2 ja valkoinen, suuri ympyrä = taso 3.

Tutkittava	Yhteistoiminnallisuus		Vuorovaikutuksellisuus		Matematiikan kielinäkökulma	
	Essee 2005	Essee 2006	Essee 2005	Essee 2006	Essee 2005	Essee 2006
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Kun kaikki aineisto viimein oli koossa, tutkittavien yksilölliset polut alkoivat hahmottua ja erottua toisistaan. Enää ei ollut mielekästä kutsua heitä kirjaimilla ja kutistaa heitä analyysimenetelmän alle, joka kavensi heidän tarinansa kapeisiin luokkiin. Nyt jokainen sai nimetä tarinansa päähenkilön itse valitsemallaan pseudonyymillä ja elämyksellisen matematiikan opetuksen analyysi kytkeytyi kiinteämmin opettajaksi kasvun analyysiin. Viimeinen analyysini keväällä 2008 sisälsikin henkilökohtaisen näkökulman kunkin tutkittavan elämykselliseen matematiikkaan ja sen kehittämiseen.

Seuraavissa luvuissa jokaisesta tutkittavasta on ensin kirjoitettu kasvutarina, jota on analysoitu neljän Greimasin mallin avulla (ks. kuviot 11–34). Sen jälkeen sekä elämyksellisen matematiikan opetuksen näkemyksiä että opettajaksi kasvun tekijöitä on tarkasteltu tiiviisti taulukoissa (ks. taulukot 13–24) ja niitä seuraavissa tarkennetuissa analyyseissä.

## 15 Saaran tarina ja analyysi

### *Alku*

Kävin ala-asteen kohtalaisen suuressa etelä-suomalaisessa koulussa, kutakin luokka-astetta oli aina kolme. Opettajanani oli neljän ensimmäisen vuoden ajan sama vanhempi naisopettaja. Hän oli mukava ja ihan pidettykin, mutta jälkikäteen ajatellen ehkä hieman ”vanhanaikainen”. Yläasteen kävin samalla paikkakunnalla, suuressa 500 oppilaan koulussa. Myös lukio toimi tämän koulun yhteydessä. Matematiikan opettajanani yläkoulun alkuvuosina oli nuorehko miesopettaja. En oikein enää muista hänen opetustaan, eikä minulla ollut tuolloin suurempia ongelmia matematiikassa. Osalla luokasta sen sijaan oli, tai oikeastaan ongelmia juuri tämän opettajan kanssa. Hän oli melko tiukka ja halusi aina, että asiat menevät hänen mielensä mukaan ja siksi hän otti yhteen joidenkin oppilaiden kanssa. Nämä oppilaat eivät sitten luonnollisestikaan menestyneet matematiikassa. Opettaja vaihtui kuitenkin 9. luokalla. Tämä uusi opettaja oli pidetty ja mukava. Hän ei juuri koskaan hermostunut vaan suhtautui kaikkeen rennosti ja rauhallisesti. Silti oppilaat eivät ottaneet yliotetta luokassa, kenenkään ei tarvinnut kapinoida opettajaa vastaan. Muistan pitäneeni matematiikasta ja laskemisesta ja sainkin hyviä arvosanoja.

Lukiossa pitkällä matematiikalla meno oli sitten aivan toista. Rentoudesta ei ollut tietoaakaan. Naisopettajamme käytti kahta piirtoheitintä, jotta pääsisimme nopeammin eteenpäin. Ryhmämme oli suuri, tyttöjä vain murto-osa, ja aika moni hyvin lahjakas matemaattisesti. Henkilökohtaisesti

Olen suurten koulujen kasvatti.

Opiskelimme matematiikkaa melko perinteisesti peruskoulussa.

Matematiikka oli hauskaa ja helppoa.

Pitkän matematiikan tunnit olivat yhtä kirjoittamista.

oli vaikeampi saada apua, koska emme ehtineet yleensä itse laskea tunnilla ja kukaan ei keskeyttänyt opetusta tunnin aikanakaan. Siispä koti-tehtäviä oli aina paljon. Itse en tainnut koskaan kysyä mitään tunnilla. Kysyin sitten kotona isältä. Välillä mietin, olisinko selvittänytään pitkää matematiikkaa ilman isää. Hänen kanssaan sitten laskettiin ja laskettiin iltaisin olohuoneen pöydän ääressä ja sain kysyä niin monta kertaa kuin halusin. Olin siis siinä onnellisessa asemassa, että minulla oli joku keneltä kysyä. Sama traditio on sittemmin toistunut pikkuveljeni ja -siskoni kohdalla. Ei opettajastani silti koskaan sellaista oloa tullut, etteikö hän olisi välittänyt oppilaistaan. Vaikka tahti oli kova, hän tähtäsi vain siihen että oppisimme mahdollisimman paljon ja kannusti meitä aina yrittämään parhaamme. Kirjoitin ylioppilaaksi vuonna 2000.

Saattaa kuulostaa työhaastatteluvastaukselta, mutta mielestäni opettajan työ on tärkeää. Opettajalla voi olla mahdottoman suuri vaikutus oppilaisiinsa. Opettaja voi saada aikaan jotain suurta mutta toisaalta hänellä on tilaisuus saada aikaan myös negatiivisia seuraamuksia nuorten elämää ajatellen. Opettajan työ on myös palkitsevaa. Itselleni palkitsevaa on jo hyvin mennyt oppitunti tai kun saa jonkun oppilaan oivaltamaan uutta tai innostumaan opetettavasta asiasta. Matematiikka on mielestäni sellainen oppiaine, jossa voi syntyä positiivisia kokemuksia ja se on mielestäni aika helppo aine opettaa. Oman kokemukse- ni perusteella matematiikkaa on mielekkäämpi opettaa kuin esimerkiksi kieliä. Matematiikassa kun on mahdollista jättää tilaa oppilaiden omalle päättelylle ja keksimiselle, eikä opetuksen tarvitse kulkea tuttua kaavaa.

Olin työskennellyt alakoulussa kouluavustajana lukion jälkeen. Viihdyin hyvin tehtävässäni ja opin paljon opettajan työstä. Ratkaisu oli siis helppo. Lähdin opiskelemaan opettajaksi. Tähän koulutukseen päädyin kuitenkin muutaman mutkan kautta. Kun en päässyt luokanopettajakoulutukseen, aloin opiskella matematiikkaa ja

Kotona kysyin isältä apua ja hän selitti minulle epäselväksi jääneet asiat.

Opettajan työ on tärkeää.

Opettajalla on suuri vaikutus oppilaittensa asenteisiin.

Matematiikan tunnilla voi syntyä positiivisia kokemuksia ja sitä on mielekästä opettaa.

Kouluavustajana huomasin viihtyväni koulutyössä.

opettajan pedagogisia opintoja. Suoritin matematiikasta aineopinnot, mutten halunnut lukea sitä enempää. Sitten löysin ilmoituksen tästä koulutuksesta ja se kuulosti vastaukselta ongelmaani. Sain yhdistettyä pääaineen vaihdon ja silti matematiikan opiskeluni ei mennyt hukkaan, vaan sain siitä opetettavan aineen itselleni. Kasvatustieteet kiinnostavatkin minua paljon enemmän kuin matematiikka, joka tuntui yliopistossa sellaiselta väkisin puurtamiselta ja aika yksinäiseltä työskentelyltä. Kouluissa tarvitaan ehdottomasti enemmän kasvatuksen ammattilaisia ja toivonkin valmistumiseni jälkeen olevani valmis siirtymään koulumaailmaan mukanani muutakin kuin vino pino matematiikan laskuja. Suuri vaikutus uravalintaani oli silläkin, että molemmat vanhempani ovat opettajia ja myös innostuneita työstään.

Olen opettanut melko paljon matematiikkaa toimiessani yläasteella sijaisena. Matematiikka on mielekäs ja kohtalaisen helppo oppiaine opettaa ja siinä voi käyttää erilaisia opetusmenetelmiä. Sellaisia asioita on toki mukavampi ja helpompi opettaa, jotka ovat itsellekin mielekkäitä ja helppoja. Pyrin opettaessani kyselemään oppilailta ovatko he ymmärtäneet ja ovatko kaikki vaiheet selviä. Kannustan heitä kysymään. Sijaisena ei juuri voi suunnitella tuntejaan etukäteen, vaan ohjeet tulevat annettuina. Tavallaan se on hyväkin, jos joutuu sijaiseksi yhtäkkiä ja vain lyhyeksi aikaa. Opetusharjoittelussa on harjoitustunteja saanut valmistaa rauhassa ja yritänkin saada niihin vuorovaikutuksellisuutta. Muistan, kuinka opetin lukujoukkoja 7-luokkalaisille. Heistä se tuntui olevan vaikeaa. Sitten käytin äidiltä saamaani ideaa. Piirsin taululle luokkahuoneen. Täällä istuu meidän 7. luokka ja opettaja ja sitten piirsin luokkahuoneen ympärille koulun ja sinne henkilöitä, jotka eivät istu meidän luokassamme kuten rehtori ja naapuriluokan oppilas. Sitten kirjoitin taululle kaupunkimme nimen ja sitten Suomi ja Eurooppa. Pyysin oppilaita keksimään henkilöitä, jotka asuvat samassa kaupungissa, mutta

Aloitin matematiikan opinnot, mutta halusin pääaineekseni kasvatustieteiden.

Matematiikka on yliopistossa väkisin puurtamista ja yksinäistä.

Vanhempani ovat innostuneita opettajia.

Olen ollut paljon sijaisena.

Kannustan oppilaitani kysymään.

Omiin harjoitustunteihini yritän saada vuorovaikutuksellisuutta.



eivät ole meidän koulussamme ja sitten suomalaisia, jotka eivät asu meidän kaupungissamme ja sitten joitakin eurooppalaisia. He olivat aivan innoissaan ja uskon, että he myös ymmärsivät lukujoukkoasian aivan eri tavalla.

### *Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen*

En tiedä, tuleeeko minusta luokanopettaja vai matematiikan opettaja. Tällä hetkellä kummatkin vaihtoehdot tuntuvat mahdollisilta. Toivoisin, että osaisin antaa oppilaille virikkeitä ja saada heidät pohtimaan. Tiedän, ettei se onnistu helposti. Aina voi joku oppilas jäädä pois keskustelusta. Ehkä häntä ei kiinnosta tai hän ei halua ajatella koko asiaa. On vaikeaa saada toista pohtimaan jotain juttua, jos hän ei yhtään ole mukana asiassa. Paljon on oppilaitten omasta aktiivisuudesta kiinni. Opettaja voi käyttää hienoja havainnollistamisvälineitä tai oppilaat saavat itse tehdä ja kokeilla, mutta kaikki eivät aina kuitenkaan ole mukana.

Tänä vuonna satuin opettamaan samaa aihetta kahdelle aivan erilaiselle 8. luokalle. Suunnitelin heille arviointikilpailun. Jokaisen oppilaan piti tulla laittamaan teipinpala lattiaan arviolta noin kahden ja puolen metrin päähän seinästä. Kilpailun tässä vaiheessa puolet oppilaista pääsi jatkoon. Sitten tehtiin uusi arviointikierros ja niin edespäin. Ensimmäisessä luokassa annettuaani ohjeet sanoin ”tulkaa pistämään tänne teippine”. Luokasta kuului vastalauseita ”no onks pakko liikkua täältä paikalta”, ”ei me nyt jakseta tulla sinne eteen”, ”tää on ihan tyhmää” ja ”emmää jaksa tällasta”. Ryhmästä ei saanut irti mitään. Toisessa 8. luokassa tilanne oli aivan toinen. Oppilaat olivat aivan innoissaan ryhtymässä töihin ja heidän välilleen syntyi ankara kilpailu siitä, kuka saa mitata kaksi ja puoli metriä ja tarkistaa ketkä pääsivät lähimmäksi ja jatkoon. Miten kaksi luokkaa voikin olla niin erilaisia keskenään?

Eräs merkittävä vaihe opiskeluissani päättyi myös tänä vuonna. Sain tehtyä kandidaatintyöni, joka käsitteli seitsemäsluokkalaisten murtoluku-

Minusta voisi tulla sekä matematiikan opettaja että luokanopettaja.

Opettaja ei aina saa kaikkia mukaan, paljon on kiinni oppilaiden omasta aktiivisuudesta.

Kokeilin suunnittelemaani arviointikilpailua kahdelle täysin erilaiselle luokalle. Toisen luokan kanssa se onnistui ja toisen ei.

Sain kandidaatintyöni valmiiksi.

käsityksiä. Kohderyhmän oppilaat olivat tavallisesta koulusta ja murtolukujen opetuksesta oli jo puoli vuotta aikaa. Viimeisessä koeosiossa oli sekä mekaanisia että soveltavia sanallisia tehtäviä. Sanalliset tehtävät olivat kuitenkin aivan samoja kuin mekaaniset tehtävät, mutta vain eri tavoin kirjoitettuna. Tuloksista näki, että oppilaat osasivat sanallisia tehtäviä paljon paremmin kuin mekaanisia. Sanallisesti annetut tehtävät oli yleensä laskettu ajattelematta mitään kaavaa ja ne olivat menneet oikein. Mekaanisissa tehtävissä oppilaat olivat yrittäneet muistella jotakin kaavaa ja kun eivät olleet muistaneet sitä oikein, laskukin meni väärin. Kun haastattelin paria oppilasta, niin huomasin, että tästä muistamisesta juuri oli kyse, eivätkä he olleet huomanneet, että kyseessä oli se sama lasku kuin sanallisessakin tehtävässä oli ollut.

Olisin oikeastaan halunnut edetä opinnoisani vähän nopeamminkin, mutta onneksi olen pystynyt tekemään sijaisuuksia. On kiva ansaita rahaa ja tehdä sitä työtä, mitä varten opiskeleekin. Enää en ajattele näitä sijaisuuksia niin, että kunhan saan hoidettua ne jotenkin. Vaikka en vielä kuulukaan kouluuyhteisöön, kun olen siellä vain satunnaisesti, niin oppilaat alkavat käydä tutummiksi ja heitä pystyy huomioimaan enemmän, miettimään opetustaan heidän kannaltaan. Erään kerran opetin potensseja kahdelle eri 7. luokalle. Ensimmäinen ryhmä ei varmasti ymmärtänyt asiasta mitään, koska aloitin fysiikan kaavoista ja yritin johdatella sitä kautta, miksi matematiikassa käytetään kirjaimia. Tämä ryhmä ei ollut opiskellut fysiikkaa vielä lainkaan. Toista ryhmää opettaessani jätin ne fysiikan asiat pois ja lähestyin asiaa toisella tavalla. Siinä oppi, että kannattaa aina miettiä etukäteen, mitä oppilaat jo tietävät asiasta ennen kuin alkaa opettaa sitä.

Tämän vuoden aikana opettamiseeni on tullut lisää varmuutta. En enää jännitä sitä, onko joku kuuntelemassa tuntiani ja uskallan jo tehdä itsenäisiä ratkaisuja. Vuorovaikutus oppilaitten kanssa merkitsee enemmän ja mietin, miten ope-

Huomasin, että mekaaniset kaavat eivät olleet jääneet oppilaiden mieleen, mutta murtolukulaskuja osattiin laskea päättelemällä.

Minulla on ollut melko vähän opintoja tänä vuonna ja olen tehnyt paljon sijaisuuksia.

Olen päässyt kokemaan, miltä tuntuu olla opettaja, joka tuntee ryhmänsä.

Olen saanut varmuutta ja uskallan tehdä itsenäisiä ratkaisuja.

tan asian oppilaitten kannalta parhaalla tavalla enkä miten se on itselleni helpointa.

### *Toinen vuosi ja tarinoita koulusta*

Tämän lukuvuoden aikana olin pitkään sijaisena samassa koulussa. Opetin liikuntaa ja terveystietoa. Terveystieto oli vähän vaikeaa. Se on niin uusi oppiaine ja itsellekin oli vähän epäselvää, miten sitä opettaisin. Tuntui se kyllä haastavalta niistä varsinaisista opettajistakin. Varsinkin se oppilaiden motivointi. Eräällekin 8. luokalle mesosin, että ”kirjoitat nyt tunteitas siihen lappuun”, vieläkin tuo hymyilyttää.

Se koulu oli yhtenäiskoulu, joskin vasta ensimmäistä vuotta toiminnassa. Tämä näkyi ainakin siinä, että aineenopettajat ja luokanopettajat olivat vielä luonnostaan omissa porukoissaan. Sitä katsellessani kiinnostus luokanopettajan työhön kasvoi, mutta kun omat kokemukseni ovat aineenopettajan työstä, on vielä vaikea kuvitella itseään luokanopettajana.

Oli hieno tehdä työtä pitkäjännitteisemmin. Huomasin, miten vähitellen aloin tulla oppilaitteni kanssa paremmin toimeen. Kun saa olla samojen nuorten kanssa pidempään ja oppii tuntemaan heidät paremmin, työ helpottuu. Toimi se toiseenkin suuntaan. Vähitellen he oppivat tuntemaan minut ja tottuivat vähitellen siihen, että nyt mä olen siellä oikeasti, enkä vaan jonain sijaisena. Vaikka sijainen toki olinkin.

Tänä vuonna opin myös sen, että aloituksen pitää olla tiukka. Jos on heti aluksi semmoinen, että ”no, tehkää nyt silleen, kun halutte”, niin sitten on tosi vaikea ottaa takaisin. Ennemmin niin, että ensin on kauhean tiukka ja sitten, jos huomaa että se toimii, antaa enemmän vapauksia. Muuten oppilaat alkavat käyttää opettajan hyväntahtoisuutta hyväkseen.

Aluksi jouduin kyllä tiukkaan paikkaan. Eräs tyttö, joka siirtyi sitten myöhemmin tarkkailuluokalle, pisti minut koville. Otimme lujaa yhteen ja minulla oli hetken tosi kurja olo. Hän sanoi niin pahasti. Sitten tajusin, että hän oli sanonut

Pitkä sijaisuus.

Yläkouluikäisten oppilaiden motivointi opiskelemaan terveystietoa oli haastavaa.

Yhtenäiskoulussa opettamassa.

Kiinnostuin luokanopettajan työstä.

Opin tuntemaan oppilaani ja he oppivat tuntemaan minut.

En ollut vain sijaisen roolissa.

Alussa oppilaille on oltava tiukempi, myöhemmin voi sitten hellittää hiukan.

Eräs oppilas laittoi minut koville.

niin kaikille muillekin opettajilleen, eikä se ollut hyökkäys vain minua vastaan. Se helpotti. Jouduin myös rehtorin luo selvittelemään yhden pojan kanssa syntyneitä erimielisyyksiä. Tällaisissa tilanteissa kuitenkin auttaa, kun kokeneet opettajat kertovat, että samanlaisia tilanteita syntyy heillekin.

Mutta siitä vasta syntyikin hieno olo, kun jonkun sellaisen tosi negatiivisen ja välillä melkein ilkeän oppilaan kanssa jutteleekin ihan kahden kesken ja sitten huomaa, miten pikku hiljaa häneltä ei enää tulekaan sellaisia negatiivisia kommentteja. Jossain vaiheessa sitä sitten pystytäänkin tulemaan toimeen.

Välillä mietin, miten paljon omat kouluaikaiset kokemukseni vaikuttavat minuun opettajana. Muistan, kuinka yläasteella mittasimme auton kiihtyvyyden nopeutta. Otimme aikaa tietyn välimatkan välein ja opettaja kiihdytti autollaan tiellä. Liian harvalukuisiksi nämä omat kokemukset ovat jääneet. Sitä toivoisi, että itse osaisi tehdä edes jonkin verran jotain muuta. Ei vain pelkääntään sellaista, että ”laskekaa vain kirjasta eteenpäin”.

Toisaalta on senkin jo ehtinyt huomata, miten paljon kaikki on oppilasryhmästä kiinni. Toisten kanssa onnistuu tosi hienosti pienryhmissä tehtävät työt kuten matikkapelit. Sitten menet seuraavaan luokkaan ja siitä ei tule kerrassaan mitään. Sitä palaa pettyneenä siihen, että ”kuunnelkaa vaan ja istukaa hiljaa”.

### *Kolmas lukuvuosi ja loppusuora hämmöttää*

Tänä lukuvuonna olen saanut varmuutta opetukseni. Joskus tunnin aluksi saattaa olla hiukan epävarma olo, mutta vain aluksi. Muuten se jo sujuu. Työssä olen huomannut, miten joku juttu toimii tai ei toimi ja parhaita osaan käyttää uudestaankin.

Melko paljon olen pitänyt sellaisia perustunteja. Ympyrän opiskelemisen aloitimme mittamalla erilaisista purkeista ja tölkeistä halkaisijan ja kehän. Sitten laskimme niiden suhteen ja sieltä

Muillakin opettajilla oli vaikeuksia hänen kanssaan.

Toisten opettajien tuki auttoi.

Oppilaiden kanssa kahden kesken käydyt keskustelut muuttivat heidän suhtautumistaan.

Omat koulumuistot laittavat miettimään sitä, haluanko tehdä itse jotenkin toisin.

Oppilasryhmästä on paljon kiinni, mitä heidän kanssaan voi tunnilla tehdä.

Olen saanut varmuutta opettamiseen.

Hyvät ideat jäävät elämään.

Olen pitänyt paljon perustunteja.

piin likiarvon. Se tuntuu olevan hankala kohta se, kun yhtäkkiä ilmestyy joku pii, eivätkä oppilaat oikein tiedä, mikä se on. Harjoitteluissa olen aina miettinyt tarkkaan esimerkit, joita käytän, enkä ainakaan ota niitä samoja kuin mitä on oppikirjassa. Sitten oppilaiden kanssa yhdessä laskemme niitä. Kun oli tehty se mittaustehtävä, päästiin itse ympyrään ja kerroin, että kehän pituus lasketaan näin. Lopputuntiin yritän tietenkin jättää aikaa laskea kirjan laskuja. Mielestäni on tärkeää, että siihen jää aikaa. Silloin vasta huomaa, ovatko oppilaat sisäistäneet asian.

Monialaisten opintojen jälkeen jäi sellainen olo, että haluaisin kokeilla luokanopettajana edes jonkin aikaa. Aluksi en osannut yhtään suhtautua oppilaiden tasoon. Tokaluokalla lasketaan, että kaksi kertaa kolme on kuusi. Kun siihen sitten pääsi sisään, se oli hauskaa. Yhtenäiskoulu olisi minulle paras vaihtoehto. Pystyisin tekemään molempia; olisi oma luokka ja sitten vielä matematiikkaa yläkoulussa. Alakoulussa ohjaavan opettajani mielestä sopisin hyvin luokanopettajaksi. Se oli tosi kiva kuulla. En oikeasti tiennyt, että sopisin niitten pienten kanssa sinne luokkaan.

Vähän pelottaa se, että yläkoulussa siinä alkuvaiheessa tarvitaan niin paljon sitä auktoriteettia. Aina ei riitä, että sanoo kerran, vaan pitää olla tosi tiukkana. Tuntuu itsestä tosi raskaalta, kun joutuu koko ajan sanomaan tai käyttämään energiaa kurin pitämiseen.

Joskus huomaa, että varsinkin 9. luokalla on jo joitakin vaikeita tehtäviä. Silloin tulee semmoinen epävarmuus, että menikö se nyt näin sittenkään. Varsinkin jos joku kysyy jotain yllättäen. Ehkä voisin kärjistetysti sanoa, että minulle matematiikka ei ole aina hauskaa. Se on toisinaan todella ärsyttävää ja vihastuttavaa! Se oli sitä jo kouluaiikoina ja silloin tällöin opiskeluaikoina ja on edelleen ajoittain. Mutta toisinaan nautin siitä mahdollisesti.

Eräs opettaja on jäänyt lähtemättömästi mieleeni. Hän on monialaisten opintojen harjoittelun

Toiminnallisia tehtäviäkin olen kokeillut.

Mietin tarkkaan esimerkit, joita käytän.

Kerroin ensin oppilaille laskusäännön.

Lopussa aina lasketaan.

Huomaa, ovatko oppilaat oppineet.

Haluaisin kokeilla luokanopettajan työtäkin.

Yhtenäiskoulu olisi paras vaihtoehto.

Sopisin ohjaajani mukaan hyvin alakouluun.

Yläkoulun vaatima auktoriteetti pelottaa.

En jaksaisi käyttää tiukkakuria.

Hiukan arkailen myös aineenhallintaani.

Matematiikka on välillä ärsyttävää.

Joskus nautin matematiikasta mahdollisesti.

ohjaava opettajani. Olin hänen toisella luokallaan harjoittelemassa viime syksynä. Hän oli ammattitaitoinen ja osaava työssään. Pitkä kokemus alkupetäksessä oli muokannut hänen käytänteensä ja menetelmänsä toimiviksi. Hän oli myös innostunut työstään ja selvästi nautti siitä. Hän tuntui tietävän jokaisesta oppilaastaan lähes kaiken ja välitti heistä jokaisesta. Hän käytti opetuksessaan erilaisia menetelmiä, piti vaihtelevia oppitunteja, keksi uudenlaisia tapoja innostaa oppilaita. Sain tältä opettajalta paljon ihan käytännön neuvoja ja vinkkejä omaan opetukseeni, sellaisiakin, joita en itse olisi tullut edes ajatelleeksi.

Nyt odotan vain innokkaana, että pääsisin töihin. Saisin oman luokan tai ne omat ryhmät. Ei nyt mitään vakituista työpaikkaa heti alkuun, mutta jonkun vähän pysyvemmän. Ja määräisin itse opetuksestani! Vaikka se vähän pelottaakin se vastuun ottaminen. Ei sitä vielä tajuakaan, mitä kaikkea siihen liittyy. Oppilaitten kanssa tulee varmasti kaikennäköisiä tilanteita; ehkä kiusaamisia tai muita vastoinkäymisiä. Ei niitä voi etukäteen suunnitella niitä päiviä, eikä aina tuntejakaan.

Henkilökohtaisesti koen, että olen viime vuosina kasvanut ja aikuistunut paljon. Osaan kypsemmin suhtautua opettajana toimimiseen ja kohdata ongelmallisiakin tilanteita työssäni.

Luokanopettajaohjaajani teki minuun suuren vaikutuksen.

Arvostan ammattitaitoa ja kokemusta.

Ohjaajani välitti oikeasti oppilaistaan.

Opin ohjaajaltani paljon.

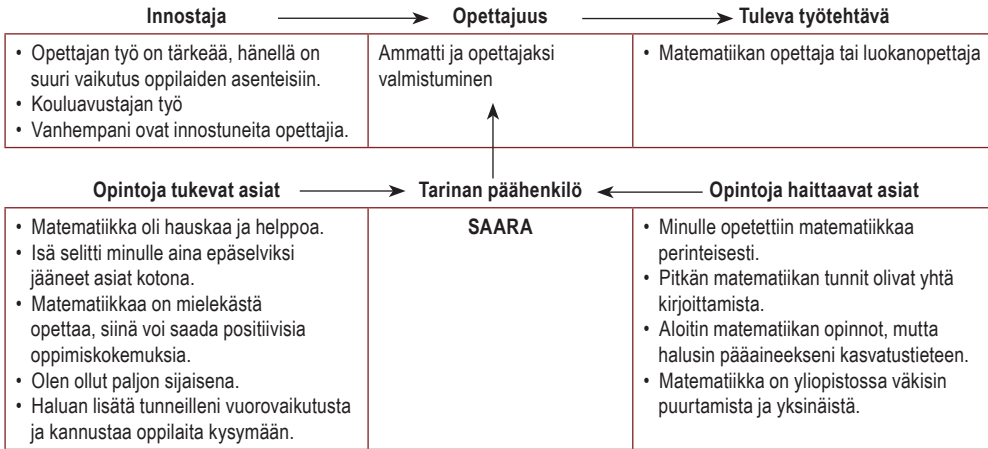
Haluaisin jo töihin.

Tahtoisin opettaa itsenäisesti ja tehdä omia päätöksiä.

Vastuu hiukan pelottaa.

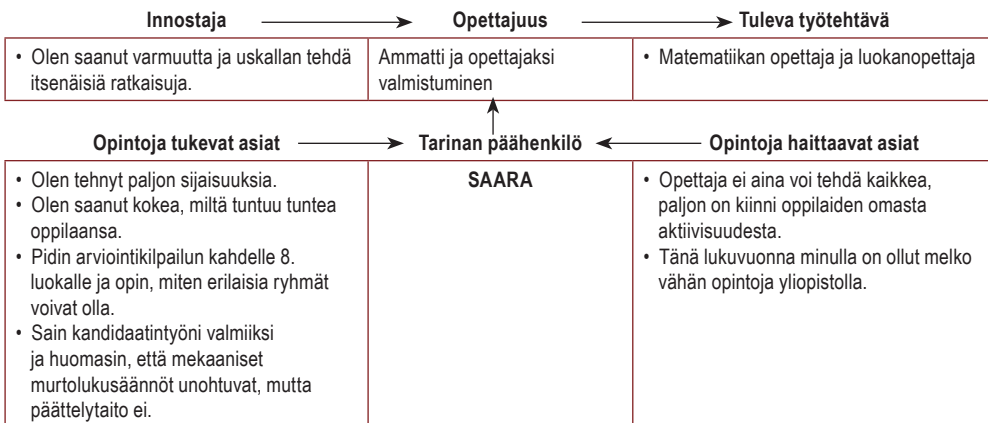
Yllättävät tilanteet kuuluvat arkeen.

Huomaan kasvaneeni aikuiseksi ja opettajaksi.



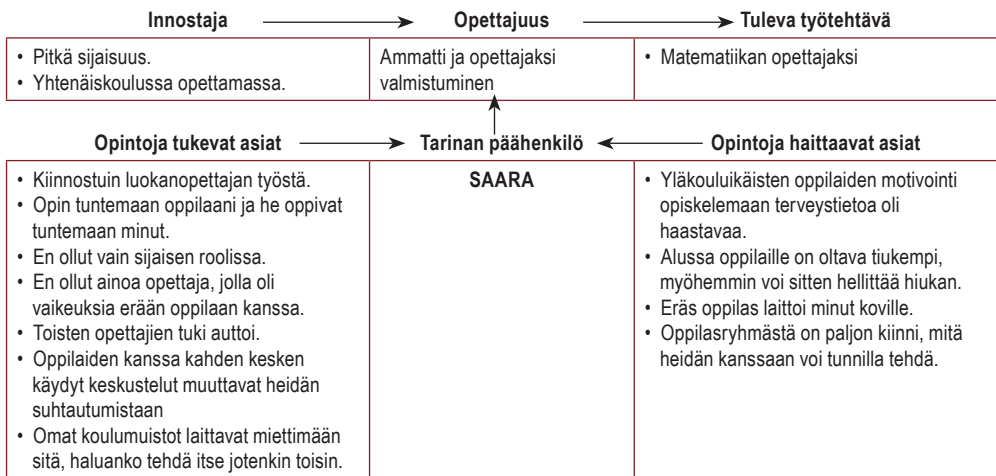
**KUVIO 11. Saaran narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005**

Saaralla on jo kokemuksia yliopisto-opinnoista. Hän tietää opettajan työstä paljon omien vanhempiansa työn kautta ja kouluavustajana toimiminenkin on tuonut oma-kohtaisia kokemuksia. Saaralle opettajan työ on tärkeää. Kasvua ovat tukeneet monet seikat: matematiikan helppous ja hauskuus ja myönteiset oppimiskokemukset. Hän ei koulussa juuri kysynyt matematiikan opettajalta apua, vaan pyysi isää kotona neuvomaan epäselviksi jääneitä kohtia. Siksi hän haluaisikin itse toimia toisin ja toivoisi tunneilleen enemmän vuorovaikutusta. Kasvuprosessin esteinä Saaralla ovat mielestäni kokemukset matematiikan opettamisesta ja oppimisesta. Matematiikan opetus oli perinteistä ja opettajajohtoista ja oppiminen yksinäistä kirjoittamista.



**KUVIO 12. Saaran narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006**

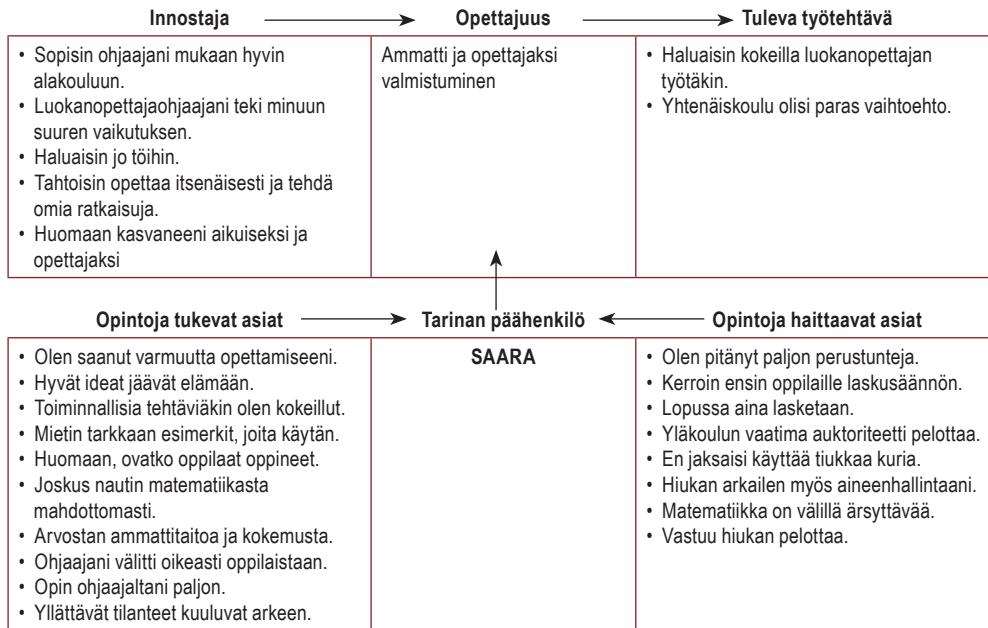
Keväällä, ensimmäisen lukuvuoden jälkeen, Saaraa kannustavat opettajaopinnois- saan kokemukset siitä, miten hän itse on saanut varmuutta ja itsenäisyyttä työhön- sä. Lukuisat sijaisuudet ja opintojen eteneminen ovat olleet myönteisiä kannusteita. Luokassa toimimisen realiteetitkin ovat tulleet tutuiksi. On hienoa tuntea oppilaan- sa ja tunnistaa ryhmien väliset eroavaisuudet ja niiden asettamat rajoitteet. Oman tutkimuksen tekeminen on avartanut Saaran näkemyksiä matematiikan oppimisesta. Ainoiksi esteiksi kasvulle saattaisivat muodostua arjen realiteetit, jos ne jostain syystä kävisivät ylivoimaisiksi tai opintojen väheneminen irtaannuttaisi opiskelusta, jolloin painopiste siirtyisi työelämään.



**KUVIO 13.** Saaran narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen toisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2007

Toisen lukuvuoden jälkeen Saara on innolla suuntautumassa matematiikan opettajaksi. Kannustajana on pitkä sijaisuus ja kokemus yhtenäiskoulusta. Kun voi toimia pitkään samassa koulussa, oppii tuntemaan oppilaansa, he oppivat tuntemaan opettajansa käytänteet ja yhteistyö helpottuu. Myös työyhteisön merkitys korostuu. Toisten tarjoama tuki ja keskustelut sekä kollegoiden että yksittäisten oppilaiden kanssa, antavat arkeen perspektiiviä. Henkilöt saavat uusia rooleja. Pitkäjänteinen työ laittaa pohtimaan omia käytänteitä. Esteeksi Saaran kasvulle saattaisivat nousta yläkouluikäisten motivoinnin vaikeus, luokan hallinta, haastavat oppilaat ja se todellisuus, ettei kaikki aina menekään niin kuin oli suunnitellussaan toivonut.





**KUVIO 14. Saaran narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008**

Kolmas lukuvuosi on rikastuttava. Saara tekee monenlaisia opintoja ja harjoittelee alaluokilla. Hän saa myönteistä palautetta ohjaajalta, jota arvostaa. Halu päästä jo oikeasti työelämään kasvaa. Saara huomaa aikuistuneensa, itsenäistyneensä ja löytäneensä omaa opettajuuttaan. Hänen toimintansa luokassa alkaa saada suunnitelmallisuutta ja hän rekisteröi oppilaiden oppimista. Yllättävät tilanteetkaan eivät suista häntä raiteiltaan. Opettajaksi kasvun esteiksi nousevat rutiinit ja perinteiset menetelmät. Haasteita tulee myös uudenvälisestä vastuusta ja yläkoululuokkien luokanhalinnasta. Aineenhallinta on alkanut arveluttaa Saaraa.

### TAULUKKO 13. Saaran kasvuoprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta

Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteitä	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Essee/haastattelu 12/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08, kuvitteellinen oppituntini
<b>Vuorovaiikutteellisuus</b>	Käitännäinen yhdessä porttinen ja tekeminen on mielekästä; myös toiselle opettaminen.	Henkilökohtainen ohjaus, oppilas kysyy mieluummin kaverilta tai silloin, kun opettaja kiertelee.	Pohdin, miten ottaa oppilaat mukaan opetukseen.	Parhaimmillaan oppilaat osallistuvat aktiivisesti oppimiseen.	Vuorovaiikutuksen merkitys nousi luokanopettajan monilaisissa opinnoissa esiin.	Toimitaan yhdessä, mutta opettajan rooli on tärkeä.	Matematiikan oppiminen ei onnistu ilman opettajaa.
<b>Kokemuksellisuus</b>	Oppilas saa kokeilla käytännössä.	En ole vielä itse käyttänyt opetuksessani.	Kokeilla itse ja kilpailu, piti arvioida open pituus, lituaskin pinta-ala ja 2,5 metrin etäisyys seinästä.	Oppilas saa kokemuksia, tunteuksia ja oivalluksia. Hän saa tehdä itse. Käytetään aitoja tilanteita, joissa on matematiikkaa tai vaikka tärinoita.	Oppilas saa kokemuksia, tunteuksia ja oivalluksia. Hän saa tehdä itse. Käytetään aitoja tilanteita, joissa on matematiikkaa tai vaikka tärinoita.	Tekemällä oppimista; viedään oppilaat joskus ulos luokkahuoneesta.	Ulos luokasta todellisiin kohteisiin oppimaan todellisia asioita.
<b>Havainnollisuus</b>	Käytännön esimerkit on liitettävä aiheeseen ja teoriaan.	Oppilaat osaavat myöhemmin liittää sen asiaan.	Havainnollistamisvälineitä.	Kuivien ja väimeiden avulla konkretisointia. Väitti opettajalta vaivannäköä. Pythagoraan lauseen todistaminen leikatulla kolmiolla ja neljällä käyttäen.	Havainnollisuus tuli luokanopettajan monilaisissa opinnoissa oppilaineissa esiin.	Näytin oppilaille, miten ympyrän pinta-ala voi arvioida neljän nelion pinta-ala avulla.	
<b>Tutkimuksellisuus</b>	Lisää ymmärtämistä, kehittää oivalluskykyä ja ongelmanratkaisutaitoja. Oppilaat voivat itse rakentaa taitojaan.	En ole vielä käyttänyt, mutta mielelläni tekisin viikonkin projekteja.	Oppilas saisi itse keksiä, ei valimma.	Oppilaat etsivät itse ratkaisuja ongelmatilanteihin, opettaja ohjaa etsimistä. Voi itse keksiä ja löydä.	Oppilaat etsivät itse ratkaisuja ongelmatilanteihin, opettaja ohjaa etsimistä. Voi itse keksiä ja löydä.	Tehtään tutkimuksia.	Tehtään erilaisia tutkimuksia ja projekteja. Kannustaisin keksimään.
<b>Yhteistoiminnallisuus</b>	On ollut hieno kuunnella, miten toinen oppilas on eivästi selittänyt jonkin asian toiselle oppilaalle.	Jotain pelejä ja kilpailuja olen käyttänyt, mutta enemminkin voisi käyttää.	Jotain pelejä kokeilin, mutta mitään erikoisempaa en oikein osannut.	Opettaja voi tehdä ryhmätöitä ja erilaisia pulmatehtäviä. Oppilaille se on mielekästä; he voivat ottaa itse vastuuta oppimisestaan ja oppia toisiltaan tai opettaa toisilleen.	Yhteistoiminnallisuus on teoriassa tullut tutuimmaksi, kun oma pro gradu-tutkielma liittyy aiheeseen.	Ei liikaa kuitenkaan, vaikka yhdessä toimittaisinkin.	Ongelmanratkaisu pieni-yhmissä. Syntyisi jopa pieniä vaihtelyä.
<b>Matematiikan kielinäkökuuma</b>	En aina muista, kumpi on nimitäjä ja kumpi osoittaja, mutta osaan silti laskea murtovaluulla.		Sanalliset murtovalutehtävät osattinikin paremmin. Mekaanisissa tehtävissä ei muistettu menettelmää.	Myös tavallisella kielellä on merkitystä matematiikan tunneilla. Itselläni tämä on vierain näkökuuma.			Selvitellään mitä, miten ja miksi rotain tehtiin. Vertailimme ryhmien erilaisia ratkaisuja ja menetelmiä.

Tarkasteltaessa Saaran kuvauksia elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä, havaitaan seuraavia näkökulman muutoksia.

### *Vuorovaikutuksellisuus*

Saaran ajatuksissa vuorovaikutuksellisuudesta opettaja on keskeisessä asemassa. Hänen kertomuksessaan opettaja määrittelee vuorovaikutuksen laadun, mutta oppilaitaan kuunnellen. Yhdessä tekemisen vahvuus nousee kuitenkin hyvin esille.

*”Oppitunnilla tulisi koko ajan olla vuorovaikutusta oppilaiden ja opettajan välillä. Kun opettaja kertoo ja opettaa, oppilailla tulee olla aina mahdollisuus kysyä. Vielä parempaa on, jos opettaja aktiivisesti pyrkii vuorovaikutukseen oppilaiden kanssa, kyselee ja kannustaa kertomaan omat ajatuksensa ja mielipiteensä. [...] Opettajan ei siis aina tarvitse olla se joka sanoo viimeisen sanan ja on aina oikeassa, vaan hän voisi pyrkiä antamaan tilaa oppilaiden ajatuksille, ei tyrmätä ”väärää” ajatuksia ja sanoa että asia on nyt näin kuin minä sanon. [...] [Y]hdistämällä kukin omat tietonsa, asia voisi olla helpompi ratkaista kuin yksin, kun käytössä ovat vain omat aikaisemmat tiedot. Oppilaat voivat oppia paljon toisiltaan, joskus jonkun asian voi toinen oppilas selittää ja opettaa toiselle paljon paremmin kuin opettaja.”* Essee 9/2005

Toisen oppilaan tapa kertoa matematiikasta saattaa olla lähempänä sitä kieltä, jota oppilaat ymmärtävät.

*”[K]u siin kaveri neuvo, niin se voi olla hyväkin asia. Sitt kumminkin saa semmosta henkilökohtasta opastusta joltai paremmalta ja kysyy varmaan kaverilta.”* Haastattelu 12/2005

Saaran kuvauksesta käy ilmi, että välillä opettaja ei ennätä edes opastamaan kaikkia ja silloin henkilökohtainen apu tulee opiskelukaverilta.

*”Parhaimmillaan opettajan ja oppilaiden välillä on runsaasti vuorovaikutuksellisuutta ja oppilaat osallistuvat oppimiseen aktiivisesti sen sijaan että opettaja yksin puhuu koko tunnin. Opettajan tulisi siis jättää tilaa oppilaiden omille ajatuksille, pohdinnalle, keksimiselle ja kysymyksille. Opettajan tulee antaa palautetta oppilaille ja tukea ja kannustaa näitä oppimaan.”* Essee 12/2006

Opintojen edetessä Saaran kertomuksissa oppilaiden rooli muuttuu aktiivisemmaksi.

*”[S]e vuorovaikutus niinku just ett oppilaan ja opettajan välill tai oppilaiden. Muttt ett kyll mun oppilaitten keskinäinen just semmonen yhdesstoimiminen jos-sain määrin.”* Haastattelu 12/2007

Opintojensa loppusuoralla, tämän koulutusohjelman kolmannen opiskeluvuoden jälkeen, Saara kertoo, miten opettaja voi tietoisesti valita työmenetelmiään eri oppitunneille ja eri aiheisiin sopiviksi.

*”Matikan opettamisessa voi käyttää erilaisia menetelmiä ja suunnitella erilaisia oppitunteja. Opettajan rooli on kuitenkin tärkeää, oppiminen ei onnistu ilman opettajaa. Tämä on mielestäni tärkeä seikka siinä, että pidän matikan opettamisesta. Oppilaat ottavat opetuksen ja opettajan tosissaan, he haluavat oppia ja kuunnella ja pyytää apua. Vaikka toki vastuu oppimisesta on aina oppilaalla itsellään enkä suinkaan tarkoita tässä sitä, että opettajan tulee tietoa siirtää oppilaille jotta nämä voivat oppia, niin täysin itsenäisesti matikkaa on usein mahdollista oppia.” Kirje 4/2008*

Tutkimuksen lopussa, Saaran kirjeessä, opettajan rooli nousee taas merkittäväksi. Hän korostaa sitä, että opettajan tehtävä on opettaa.

## Kokemuksellisuus

Kokemuksellisuus liittyy Saaran ensimmäisessä esseessä konkreettisuuteen.

*”Matematiikan opiskelussa esimerkiksi opitaan kuinka monta desilitraa vettä mahtuu litraan kokeilemalla käytännössä, ei siis niin että opettaja näyttää vaan oppilaat itse kokeilevat. Joissain asioissa tällainen voisi mielestäni olla erittäin toimiva ja hyvä tapa oppia, jopa tarpeellinen. [...] Parhaimmillaan kokemuksellisesta oppimisesta saatavat hyödyt voisivat mielestäni olla hyvin samankaltaisia kuin havainnollistavasta opetuksestakin saadut, eli asian syvempi ymmärtäminen, sen liittäminen omaan ajatteluun, aiempiin kokemuksiin ja tietorakenteisiin sekä näin myös asian säilymisen muistissa.” Essee 9/2005*

Konkreettiset kokemukset jäävät mieleen ja kytkeytyvät aikaisempiin kokemuksiin ja tietorakenteisiin. Saaran tekstistä huomaa, että hän on opiskellut kasvatustieteitä jo ennen kuin aloitti tässä koulutusohjelmassa.

Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen Saara pohtii, saako kaikki mukaan kokeelliseen työskentelyyn.

*”[E]tt oppilaat saa ite tehdä ja kokeilla. Niin ei siin kaikki oo aina kuitenkaan mukana siin muka, vaikk suurin osa tykkäsiki ehkä. Mutt, mutt on kuiteskin sitt niitä, jotka ei sitt hyödy sillei niin paljon.*

*Päivi: Kuinka helposti sun mielestä opettajan pitää luovuttaa siinä kohtaa kun se huomaa, ettei ei se kaikkia saa kuitenkaan mukaan, ett jaksaks se vielä yrittää sitte siitä huolimatta, jos se saa osan mukaan?*

*No kai nyt jos suurin osa sentään hyötyy, niinku tuntee ett hyötyy, siitä jotenkin ni voi yrittää. Mutt ett jos se nyt tuntuu ihan silleen ett ei siitä tuu mitään, ni et sitä sitt voi väkisin oikeen saada toisii niinku lähteen mukaan.” Haastattelu 5/2006*

Saaran kokemuksellisuuteen kuuluvat myös tarinat ja niiden käyttö opetuksessa.

*”Isäni, toimiessaan aikoinaan vielä yläasteen matematiikan opettajana, ennen pelkästään lukioon siirtymistä, kehitti negatiivisten lukujen opetukseen Oskari Olemattoman, joka mielestäni voisi kuulua kokemuksellisuuteen. Oskari asui lukusuoralla, Oskarin koti oli nollassa ja siitä hän kulki aina oikealla tiettyjä yksiköitä. Mutta sitten eräänä päivänä Oskari lähtikin vasemmalle ja tästä kertomus sitten jatkuu, kuinka Oskari lähtee seikkailemaan nollan toiselle puolelle ja miten yksiköt nyt menevät sekaisin jne. Oskarista jää jossain vaiheessa pelkkä pää tikku-ukosta, joka sitten on nolla. En tarkkaan muista enää kertomusta. Mutta olen seurannut kun Oskari Olemattomasta pidetään oppituntia ja joka ikinen seitsemäsluokkalainen kuunteli ja kommentoi innokkaina tuntia. Ja seuraavalla oppitunnilla haluttiin kuulla lisää Oskarista.”* Essee 12/2006

Saara muistelee isän taitoa kertoa tarinoita, mutta ei kuitenkaan kerro ottaneensa sitä omakseen. Hän kuitenkin kehittää kokemuksellisuutta erilaisiin suuntiin. Kolmantena lukuvuonna hän kertoo kokemuksellisuudesta alakoulun näkökulmasta.

*”Semmonen just oppilaitten niinku tekemisen kautta oppiminen. Jos pystyy vaan, ni alakoulun puolell, ni pystyy kehittään kaikkee. Ettei tarvi aina istuu luokkahuoneessa vaan laskees niit kirjan laskui, vaan [...] pystyis kyllä tai [ei] kaikissa aiheissa mutt aika moness pystyy kuitenkin sitt jollain tavall semmosta tekemist ja lähtee tutkimuksiin ja tällaisiin.”* Haastattelu 12/2007

Tämä luokasta ulos lähteminen kiehtoo Saaraa vielä hänen tutkimuksen lopussa kirjoittamassa kirjeessään.

*”Joskus voidaan lähteä ulos luokahuoneesta mennä oppimaan ympäristöön, todellisiin kohteisiin ja todellisia asioita. Tai lähteä vierailulle matematiikkaan liittyviin paikkoihin, joissa matikkaa käytetään ehkä yllättävässäkin muodossa ja tilanteissa. Tärkeintä on oppilaiden aktiivinen osallistuminen opiskeluun, tällöin motivointikin onnistuu helpommin.”* Kirje 4/2008

Saaran ajatukset kokemuksellisuudesta kytkeytyvät lopulta oppilaiden aktiivisuuteen. Hän on valmis käyttämään sitä motivoinnin välineenä ja tehdäkseen matematiikan todellisemmaksi, arkielämään kytkeytyväksi.

## **Havainnollisuus**

Saara on opintojen alussa kriittinen havainnollistamisen suhteen. Mikäli havainnollistus ei todella liity aiheeseen tai sitä on vaikea kytkeä siihen, niin havainnollistaminen on epäonnistunut.

*”Vasta kun asiaa havainnollistetaan jollain tavoin ja tuodaan se tavallaan lähemmäs opiskelijaa, asian ymmärtää. [...] Havainnollistaminen sinänsä ei siis vielä*

*riitä eikä ehkä auta oppimista millään tavalla, vaan on hyödyllistä vasta silloin, kun se oikealla tavalla liitetään aiheeseen ja sen teoriaan ja se todella saa oppilaan oivaltamaan mistä on kyse, sekä tuo aiheen lähemmäs oppilaan maailmaa, konkretisoi sen.”* Essee 9/2005

Havainnollisuus tuo siis aiheen lähemmäksi oppilaan maailmaa. Arkielämän yhteykennät liittyvät Saaran mielessä siis läheisesti havainnollisuuteen.

*”[E]tt se jäis sitte niille oppilaille, ettei se ollu vaan joku sillee kiva, joku tällanen näin vaan niinku. Ett se vaan ny liittyis tähän ja tähän juttuun. Ettei ne vaan muista, ett joo siä tunnilla tehtiin semmonen hauska juttu, mutt ett ei siit sitt sen enemppää mitä se sitt tarkoittaa.”* Haastattelu 12/2005

Haastattelussa Saara tarkentaa havainnollisuutta lisää. Hän tuntee muistavan tunteilta hauskoja juttuja, jotka eivät kuitenkaan liittyneet mihinkään.

*”On se sitt vähän kuitenkin oppilaittenkin aktiivisuudesta kiinni tai jos yrittää jotain hienoo havainnollistamisvälineitä tai jotain juttui.”* Haastattelu 5/2006

Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen Saara on taas hyvin kriittinen havainnollistamisen mielekkyyteen. Vaativa luokka voi estää opettajaa käyttämästä havainnollistuksia.

*”Havainnollisuus vaatii opettajalta paneutumista asiaan ja joskus vähän vaivanäköäkin, joten sitä ei aina oppitunneilla riittävästi käytetä. Opettajilla ei ole ehkä aikaa tai mielenkiintoa käyttää havainnollistamismenetelmiä. Ainakaan lukion matematiikassa ei kauheasti havainnollisteta, lukuun ottamatta piirtämistä, jota kyllä jonkin verran käytetään. Itse koitan ainakin jossain määrin havainnollistaa opetustani vaikka yksinkertaisilla kuvioilla.”* Essee 12/2006

Kokemukset harjoitteluista näyttävät tuottavan Saarelle pettymyksen. Opettajat eivät todellisuudessa halua käyttää aikaa havainnollistamiseen. Hän säilyttää kuitenkin toiveensa siitä, että toimisi itse toisin.

*”Yleensä ku jotain opettaa, ni pyrkii sitä nyt jollain tavall havainnollistaan. Mun mielestä ku piti äsken oppitunnin ympyrän pinta-alasta niinku neliö, ne pienet neliöt, niinkö sivu oli se säde ja sitt katottiin, ett kuin monta neliöä sielt sitt sitt tulis. Niin pii kertaa säde toiseen ja näin. Niinku en mä tie, ett saiks ne oppilaat siitä mitään, mutt ett kuitenkin, ett oli joku havainnollistaminen siin, ettei vaan sanonu ett ympyrän pinta-ala lasketaan pii r toiseen.”* Haastattelu 12/2007

Saaran esimerkki havainnollistuksesta näytti toimivan opetustilanteessa. Kuvallinen esitys selkiyttää ympyrän pinta-alan laskemista. Hän on kuitenkin epävarma siitä, paransiko se oppilaiden oppimista. Nuorella opettajalla on vielä vähän keinoja

arvioida oppilaittensa oppimista. Niinpä onkin hauska lukea Saaran kirjettä keväällä 2008.

*”Erilaiset havainnollistamismenetelmät ovat hyviä ja tässäkin vain opettajan mielikuvitus on rajana.” Kirje 4/2008*

Saaran ajatus on avoin ja positiivinen. Hän ei oikeastaan punnitse omaa tapaansa käyttäen havainnollisuutta opetuksessaan, mutta näkee rikkauden, joka sen käyttöön sisältyy.

### *Tutkimuksellisuus*

Saara näyttää tuntevan ongelmanratkaisuun perustuvan opetuksen hyvin. Hän kuvailee ensimmäisessä esseessään taitavasti ongelmanratkaisutehtävien merkitystä.

*”Onnistuessaan tutkimukset varmasti, taas kerran, auttavat oppilaan ymmärrystä asiasta. Ne myöskin kehittävät oivalluskykyä ja ongelmanratkaisutaitoa. Tutkimuksissa oppilaat pääsevät usein itse rakentamaan uutta tietoa omine aikaisempien tietojensa ja kokemustensa perusteella ja näin heidän tietorakenteensa asiasta kehittyy ehkä paremmin.” Essee 9/2005*

Hän ei kuitenkaan ole ottanut tutkimustehtäviä opetukseensa.

*”Päivi: Ooks sä kokeillu mitään tutkimustehtäviä tai onks teillä kirjassa ollu mitään semmosia tehtäviä, että sä oisit niinku ajatellu, että vois olla vähän niinku tutkimustehtäviä?”*

*En mä noita oo käyttäny just tollai. Aikaa ei sitt kauheesti oo ollu ehkä, ett mielellään vois, ett käyttäis niinkun viikon niihin tai silleen.” Haastattelu 12/2005*

Saara käyttäisi niihin enemmän aikaa ja teettäisi pikemminkin projekteja. Keväällä hän kuitenkin on tuntunut kehittävän opetusmenetelmää, joka perustuu kyselevään opetukseen ja kokee tämän lähenevän tutkimuksellisuutta, itse keksimistä.

*”Mutt et nyt yrittäis ainakin jotenkin silleen, ettei se ois aina vaan niin, ett ”no täss on tällänen ja näin se menee”. Ett niinku antais ainakin sitä aikaa siihen, ett saa itte miettii ja keksii. Ett antaa semmosii virikkeitä, ett ett ett mikä kehittää sitä omaa omaa ettei anna suoraan valmiit ratkasui.” Haastattelu 5/2006*

On hauska huomata, että tämä kyselevämpi tapa opettaa johdattaa Saaraa myös kokeilemaan mielenkiintoisia arviointitehtäviä.

*”No just kaks eri kasiluokkaa, joill mä pidin sellast jotain arviointikilpailuu ett. Siin piti ensin tulla pistään joku, arvioida seinäst joku kaks ja puol metriä. Ett ”pistäkää siihen joku teippi” ja sitt siit pääsi puolet jatkoon. Ja sitt taas uus arviointi ja tälleen. Ett ne ni se ensimmäinen luokka, ni ne oli, ei niit saanu niinku.*

*Mä sanoin, ett tulkaa pistään tänne teippinne, ni “no onks pakko liikkuu täält paikalta” ja “ei me nyt jakseta tulla sinne eteen” (Päivi nauraa) ja “tää on ihan tyhmää” ja “emmää jaksa tällasta.” Ja sitt joku mun pituus piti arvioida jossain vaiheessa ja joku liituaskin pinta-ala, ni “en mää tie, ihan sama pistäkää tähän nyt jottai vain”. Ett niinku jotenkin semmosii kauheen ett ei ei niinku mitään saanut niistä irti. Ja sitt se toinen luokka, niin ne oli niinku aivan intona. ne oli siä heti pomppimassa. Sitt kauhee kilpailu, ett kekä saa mitata sen kaks ja puoli metrii siit. Sitt niinku mitall ku tarkistetaan, ett ketä pääsi lähimmäks ja niinku kauheen semmonen kilpailumieli ja tosi innokkait ja. Jotenkin sitt vaan kauheen erilaiset luokat.” Haastattelu 5/2006*

Tässä Saara törmäsi todellisuuteen, eri oppilasryhmät ovat hyvin erilaisia ja opettaja joutuu muokkaamaan opetustaan pitäen tämän mielessään. Oppilaantuntemuksen merkitys korostuu. Saara työstää tutkimuksellisuutta kuitenkin myös toisena luku-vuonna.

*”Itse olen ainakin jonkinlaista tutkimuksellisuutta käyttänyt matematiikan ope-tuksessa, kun olen esimerkiksi murtoluku- ja desimaalilukulappuja pyytännyt ryh-missä laittamaan suuruusjärjestykseen. Vaikka toisaalta tämä ei varsinaisesti ole avoin tehtävä, sillä ongelmalla on oikea ratkaisu. Myös jonkinlaista ongelmanrat-kaisua olen joskus käyttänyt.”* Essee 12/2006

Hän arvioi itse tehtävien avoimuutta ja pohtii, voidaanko hänen käyttämänsä teh-tävät luokitella tutkimustehtäviksi. Tällaiset ryhmissä tehtävät toiminnalliset tehtä-vät ovat kuitenkin luonteenomaisia Saaralle.

*”Kyllä sitt semmonenkin, ku jossain määrin joku semmonen tutkimuksellisuus tai sen tyyppinen. Ett sillon tällön tuntuu, ett se vois olla semmone, mitä käyttäis tietty nyt.”* Haastattelu 12/2007

Saara on omaksunut tutkimuksellisen otteen opetustyöhönsä, joskin sen määritte-lystä hän ei ole täysin varma.

## **Yhteistoiminnallisuus**

Saaran käsitys yhteistoiminnallisuudesta on opintojen alussakin monipuolisempi kuin muilla tutkittavilla. Hän on kuitenkin opiskellut kasvatustieteitä aikaisemmin. Hän pohtii yhteistoiminnallisuuden käyttöä oppitunneilla ja opettajan oppi-laantuntemusta.

*”Opettajan on siis mietittävä tarkkaan millä tavalla toteuttaa yhteistoiminnallis-ta oppimista ja millä tavalla huolehtia että se on myös hyödyksi kaikille oppilaille eikä esimerkiksi vain niille aktiivisemmille ja sosiaalisimmille.”* Essee 9/2005



Teoriassa asia on siis tuttu, mutta omakohtaisia kokemuksia Saaralla ei vielä paljon ole.

*”Semmosii pelijuttui tai semmosii jotain murtolukui ja siin on jotain korttei, mitä pitäis järjestellä ja tällast näi. [...] [E]i muuten niin kauheesti sitä sitt oo käyttäny yleensä. Siinä niinku menee ihan yleisesti, mutt kyll sitä varmaan enemmän vois käyttää kyllä. Sitt ku oikeesti on jossain töiss.”* Haastattelu 12/2005

Saaran suhtautuminen on kuitenkin myönteinen.

*”Hmm ... no kyll nyt varmaan jonkin verran jotain erikoisempaa jotain pelii joskus tai jotain tollast, mist nyt tuli tai oli vähän semmonen olo, ett tuleekohan siit mitään. Mutta en mä nyt mitään semmosii kauheen erikoisii juttui siell kyll tehny, ett ois varmaan voinu tehdä. Mutt ett ei sitt jotenki osannu.”* Haastattelu 5/2006

Toisen lukuvuoden keväällä opettajakokemukset ovat saaneet Saaran kerrontaan pienen epäilyksen häivän

*”[J]ossain ryhmiss jotain ongelmatehtävii tai pelaamist yhtään. Tai ett sen tilanteen hallitseminen voi olla vaikeet, kun ne kaikki huutaa yhteen aikaan ja sitt siell on jossain ryhmässä jo riita jostain pelinappuloist ja puolet porukasta ei tiedä yhtään mitä pitäis tehdä ja (Päivi nauraa) ja sellast ja sitt. Siit tulee heti sellast niinku erilaist, kun ne tekee ryhmiss jotain, ett kun ku ett ois tavallinen tilanne.”* Haastattelu 5/2006

ja yhteistoiminnallisuuden organisoiminen tuntuu hänestä haastavalta.

*”Tällainen työskentely on usein oppilaille mielekkäämpää kuin aina yksin tekeminen ja oppilaat saattavat myös ottaa eri tavalla vastuuta oppimisestaan kun ryhmällä on yhteinen tavoite. Oppilaat myös voivat oppia toinen toisiltaan ja joku oppilas voi esimerkiksi ymmärtää jonkin asian vasta, kun toinen oppilas selittää sen hänelle. Kuitenkin aika harvoin matematiikan tunneilla kai tällaista oppimista käytetään, sillä tähän menee usein aikaa paljon ja opettajilla saattaa olla niin kiire saada kaikki asiat käydyksi etteivät halua käyttää aikaa ryhmätöihin tai vastaaviin. Toisaalta joskus voisi olla hyvä miettiä onko se sitten ajan tuhlausta, jos toisaalta tällä tavalla päästäisiin hyviin tuloksiin ja oppilaat kokisivat oppimisen mielekkääksi ja hyödylliseksi.”* Essee 12/2006

Saaran kertomukseen tulee erilainen sävy. Hän on aloittanut pro gradu -työnsä tästä aiheesta ja kertoo siitä.

*”Kyll se enemmän on niinku sillee yleisesti, yleisesti tota just niinku tämmösest yhteistoiminnallisest oppimisesta, tämmösistä ryhmistä niin. Ett ei sitä oo niinku rajattu matikkaan, ku oikeestaan mä ensiks ajattelin ottaa sen niinku matikan-opetukseen, mutt sitt se oli niin kuitenkin helpompi yleisesti vaan opetuksessa että ei pelkästään matikassa.”* Haastattelu 12/2007

Saaran mielessä yhteistoiminnallisuus ei sitten kuitenkaan sovellu niin hyvin matematiikan opetukseen kuin joihinkin muihin oppiaineisiin.

*”Mutt sitte kuitenkin, jos niinku matikkaa aattelee, ni kyll siinä se opettajan rooli siinä kuitenkin aika tärkeä on, ett ettei mun mielestä liikaa sitt semmost pelkästään yhteistoiminnallista niinku.”* Haastattelu 12/2007

Usko opettajan opettamiseen kuuluu vahvana Saaran puheessa. Toisaalta kevään 2008 kirjeessään Saara kertoo unelmatunnistaan.

*”Tunnin aluksi kertoisin mitä tullaan tekemään ja miten, oppilaat kuuntelisivat ja saisin heidät myös kiinnostumaan asiasta. Sitten luokka jakautuisi ryhmiin. Ryhmät voisivat mielellään vielä olla tietyt, pysyvät ja määrätyt pienryhmät, joissa oppilaat jo tuntisivat toisensa ja olisivat tottuneet työskentelemään yhdessä. Tehtävä olisi jokin ongelmanratkaisutyypinen, esimerkiksi geometriaan liittyviä pohdintatehtäviä ja. [...] [o]ppilaat paneutuisivat tehtävään. [...] Jopa pientä väittelyä tms. voisi ryhmien sisällä syntyä ja kaikki osallistuisivat pohdintaan ja keskusteluun. Itse kiertelin neuvomassa ryhmiä ja havainnoimassa niiden toimintaa ja oppimista niissä. Oppilaat kyselisivät apua ja vahvistusta omiin päätelmiinsä. Korjaisin väärät päätelmät ja johdattaisin oppilaita oikeaan suuntaan ja kannustaisin keksimään. Oppilaat saisivat ahaa-elämyksiä ja oivaltamisen kokemuksia keksiessään ja löytäessään yhdessä ratkaisuja ja saisivat niistä taas lisää motivaatioita jatkaa eteenpäin. [...] Ryhmissä työskentelyyn käytettäisiin runsaasti aikaa ja pyrkisin varmistamaan, että kaikki ryhmät ehtisivät tehdä tehtävät ja kaikki ryhmän jäsenet ymmärtäisivät ne. [...] Ja kyseessä siis fiktiivinen oppitunti, aivan näin ei ole yksikään pitämäni oppitunti mennyt.”* Kirje 4/2008

Saaran unelmatunti olisi siis kuitenkin yhteistoiminnallinen. Tarinasta käy myös ilmi, että työskentelymuoto olisi oppilaille tuttu ja Saara käyttäisi tehtävään tarpeeksi paljon aikaa.

## **Matematiikan kielinäkökulma**

Matematiikan kielinäkökulma on Saarasta mielenkiintoinen.

*”En itse esimerkiksi tahdo aina muistaa murtoluvuissa kumpi onkaan nimittäjä ja kumpi osoittaja. Osaan silti laskea murtolukuilla ja käyttää niitä oikein, olen opettanutkin monta kertaa murtolukuja koulussa. Mitä siis näillä nimillä, osoittaja ja nimittäjä, loppujen lopuksi on hyötyä? Minulle ei ainakaan mitään. Mutta voihan olla tietysti että jollekin toiselle ne helpottavat murtolukujen ymmärtämistä ja niiden käyttämistä. Kielen merkitys voi siis olla hyvin henkilökohtaista, erilainen eri ihmisille.”* Essee 9/2005

Saara ei koe matematiikan käsitteitä niin tärkeäksi kuin varsinaisia laskutekniikoita. Omassa kandidaattityössään hän on kuitenkin pohtinut sitä, miten eri tavoin oppilaat ratkaisevat sanallisia tehtäviä verrattuna mekaanisiin tehtäviin.

*”Ku se on sanallisesti niinku, ett jollain on joku laina ja sitt siitä se kolme neljäsosaa o jäljellä ja niinku jotain tällasii. Niin ne osas niinku miettii sen. Ett ei ne niinku mieltiny, mieltiny varmaan sill kohtaa just miten tää, ett tähän on joku kaava ja miten se nyt menikään. Mutt ett sitt ku niill on se lasku, ett on se summa kertaa kolme neljäsosaa, ni ei ne ossaa, ei niinku muista enää, ett miten se laskeetaan. Ett mikä kerrottiin ny milläkin ja ett pitis täss ny jottain laventaa tai jotain.”*

Haastattelu 5/2006

Henkilökohtainen kokemus tuntuu Saarasta merkitykselliseltä. Tätä aihetta hän on selvästi pohtinut enemmänkin. Toisen lukuvuoden kuluessa hän kertoo matematiikan kielikysymyksestä teoreettiselta kannalta.

*”Matematiikassa käytetään paljon erilaisia merkintöjä ja symboleja sekä käsitteitä ja tämä voi tuottaa oppilaille vaikeuksia. Myös ”tavallisella” kielellä on merkityksensä matematiikan tunneilla, sillä voi olla paljonkin väliä miten opettaja puhuu, millaisia sanoja ja kieltä käyttää ja myös kirjoitetussa kielessä käytetyt sanat ja merkinnät ovat tärkeitä. Opettajan pitäisi varmistaa, ettei oppilaiden oppimisen esteenä ole kielelliset ongelmat.”* Essee 12/2006

Keväällä 2008 kirjeessään, matematiikan kielikysymystä pohtiessaan, Saara tunnustaa vahvuudekseen selittämisen.

*”Kuulostaa ehkä hieman epäselvältä, mutta siis koen vahvuudekseni sen, että osaan jossain määrin lähteä liikkeelle oppilaan ”tasolta” ja pyrkiä selittämään asiat mahdollisimman yksinkertaisesti ja käytännönläheisesti.”* Kirje 4/2008

Toisaalta hänen unelmatuntinsa pitää sisällään myös matematiikan kielikasvatusta.

*”Oppilaat itse selittäisivät laskujansa niille jäsenille ryhmässä, jotka eivät vielä olleet ymmärtäneet niitä. Lopuksi voisimme käydä yhdessä laskuja läpi, oppilaat saisivat kertoa ryhmiensä ratkaisuja ja selittää, miten niihin pääsivät. Vertailisimme ryhmien erilaisia ratkaisuja ja menetelmiä. Oppilaat osallistuisivat aktiivisesti ja antaisin positiivista palautetta runsaasti.”* Kirje 4/2008

Tässä kuvauksessa oppilaat ovat matematiikan kielen aktiivisia käyttäjiä.

Saaralle opettajan rooli on keskeinen. Vaikka vuorovaikutus tunneilla saisikin monia muotoja, opettaja pitää langat käsissään. Oppilaiden rooli tunneilla kuitenkin kasvaa hiukan Saaran kasvuprosessin aikana. Kokemuksellisuus on Saaran mielestä aluksi konkreettisuutta, joka parantaa ymmärtämistä ja muistamista. Kokeellinen työskentely epäilyttää Saaraa, sillä hän ei usko kaikkien lähtevän siihen mukaan. Ko-

kemuksellisuuteen ilmestyvät myöhemmin tarinat. Saara ei kuitenkaan ole itse käyttänyt niitä. Viimeisenä lukuvuonna tutkimukset ja lähteminen ulos luokasta kiehtovat Saaraa. Paljon kuitenkin on kiinni oppilaitten innokkuudesta lähteä mukaan.

Havainnollisuuden suhteen Saara on kriittinen. Kytkeytyykö se opettavaan asiaan tai lisääkö se todella ymmärtämistä? Omat koulukokemukset ovat saaneet hänet miettimään tätä. On kiinni ryhmästä, voiko opettaja havainnollistaa opetustaan. Kiirekin voi estää sen tai kollegat, jos he eivät pidä havainnollisuutta kovin tärkeänä. Saaran mieleen se jää kuitenkin mahdollisuutena, jossa vain mielikuvitus on rajana.

Ongelmanratkaisu on Saarelle keskeinen osa tutkimuksellisuutta ja kuvaa sitä kokeneen opiskelijan sanoin, viitaten konstruktivistisiin näkökulmiin. Opetukseen-  
sa hän ei kuitenkaan ole tutkimuksellisuutta vielä ottanut. Alustavat kokeilut ovat olleet opettajajohtoisia. Saara kuitenkin kokeilee avoimia tehtäviä. Yhteistoiminnallisuuskin on Saarelle jo teoriassa tuttua. Hän ei ole paljon sitä käyttänyt, mutta suhtautuminen on myönteinen. Käyttääkö hän sitä tulevaisuudessa, jää avoimeksi, sillä Saaran mielestä yhteistoiminnallisuus sopii paremmin muihin aineisiin.

Laskutekniikat ovat Saarelle tärkeämpiä kuin matemaattiset käsitteet. Opettajan matematiikan kielen tulee olla eksaktia ja silti hänen on osattava selittää niin, että oppilaat ymmärtävät. Tätä Saara pitää vahvuutenaan. Tutkimuksen lopussa tehdyssä kirjoitelmassa Saaran unelmatunti on kuitenkin tunti, jossa oppilaat ovat äänessä.

Vuorovaikutuksellisuutta, kokemuksellisuutta ja havainnollisuutta leimaa Saaran kasvuprosessissa opettajan vahva rooli. Hän näkee luokkakulttuurin tavallaan staattisena olotilana, johon hän ei itse voi vaikuttaa. Tämä on luonnollista, sillä vuodenkaan sijaisuus ei vielä riitä, jotta nuori opettaja havaitsee, miten paljon hän todellisuudessa voi vaikuttaa luokan työskentelykulttuuriin. Tutkimuksellisuudesta ja yhteistoiminnallisuudesta Saaralla on niin vahvat teoreettiset perusteet, että niiden käyttö saattaa tulevaisuudessa olla hänelle luonteva työmuoto.

### TAULUKKO 14. Saaran kasvuoprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta

Opettajaksi kasvun piirteitä	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06	Essee/haastattelu 12/06	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08
<b>Tuleva työtehtävä</b>	Luokanopettaja tai matematiikan opettaja.	Luokanopettaja tai matematiikan opettaja.	Aiemmin luokanopettajius, nyt matematiikan opettajaksi.	Käytän ongelmannaikaisia annon virikkeitä, jotta oppilaat voisivat itse keksiä asioita, en anna valmiita ratkaisuja. Haluaisin varmuutta kokeilla ja uskaltaa.	Matematiikan opettajaksi.	Luokanopettaja ja matematiikan opettaja yhteisessä peruskoulussa.	Matematiikan opettaja tai luokanopettaja.
<b>Käsitys itsestä opettajana</b>	Matematiikka on mielekäs ja helppo aine opettaa ja siinä voi käyttää erilaisia opetusmenetelmiä. Kansustan oppilaita kysymään.	Otan esimerkkejä ja yritän saada oppilaat itse keksimään asian. Tarkistelen, ovaiko he ymmärtäneet.	Annoin virikkeitä, jotta oppilaat voisivat itse keksiä asioita, en anna valmiita ratkaisuja. Haluaisin varmuutta kokeilla ja uskaltaa.	Käytän ongelmannaikaisia annon virikkeitä, jotta oppilaat voisivat itse keksiä asioita, en anna valmiita ratkaisuja. Haluaisin varmuutta kokeilla ja uskaltaa.	Osaan olla oma itseni, pyrin vuorovaikutukseen, jossa ei tarvitsisi olla kauhean tuukka ja oppilaat rohkeasti kyselevät asioita.	Oppilasihtoinen, oppilaskeskinen ja lempeän luja.	Käytän käytännöllisiä esimerkkejä ja erilaisia opetusmenetelmiä. Nautin oppilaita onnistuneista, kun oppilaat onnistuneet, ymmärtävät, oppivat ja innostuvat.
<b>Käsitys matematiikasta</b>	Lukuja, sääntöjä ja laskemista. Puurtamista, keksimistä, rakaisemista ja päättelyä.	Innovatiivaa, kun osaa ja tajuaa.	Vaativaa ja tärkeää.	Vasta kun havainnollistimme tunnilla Pythagoraan lausetta leikatujen kolmioiden ja neljien avulla, oikeasti ymmärsin, mistä lause tulee.	Järjestelmällistä ja selkeää ja siitä olen pitänytkin.	Haluaisin lisää varmuutta aineenhallintaan.	Matematiikka on looginen järjestelmä. Matematiikkaa taitoja tulee sinälläänkin kehittää, ei vain erjen tarpeita ajatellen. Mietin, onko aineenhallintani riittävä.
<b>Käsitys matematiikan oppimisesta</b>	Yliopistossa yksinäistä puurtamista ja väkisin puurtamista.	Yliopistossa opettaja puhui, eivätkä opiskelijat ottaneet kontaktia toisiinsa. Harjoituksiakin tehtiin yksin.	Sisäistämistä, ymmärtämistä. Kun keksii ja ymmärtää, niin se innostaa. Luokat ovat hyvin erilaisia lähtiämään mukaan matematiikan opiskeluun.	Kun oppilaat pääsevät itse tekemään jotain, se yleensä jää hyvin muistiin ja ymmärrettäänkin paremmin.	Oivallus on tärkeää, ei ulkoo opettelemista. Pitää antaa tilaa omalle pohittimiselle.	Matematiikka on toisille vaikeaa. Opettajan on uskottava siihen, että kaikki voivat oppia sitä.	Matematiikka on toisille vaikeaa. Opettajan on uskottava siihen, että kaikki voivat oppia sitä.
<b>Käsitys matematiikan oppettamisesta</b>	Matematiikassa on helppo synnyttää oivalluksia.	Mietin opetustani: ei aina tarvitse mennä tuttua kaavaa, vaan mieltä opetusta ajatellen karmaita, käyttää tutkimusellisuutta ja ongelmannaikaisia.	Vaativaa ja tärkeää. Opettajan merkitys on suuri ja se miten hän selventää käsitteitä. Ei mekaanista toistamista.	Pohditaan yhdessä, oppilaat voivat oppia toisiltaan paljon.	Yksilöllisesti; saada oppilaita innostumaan matematiikasta.	Kyselen ja pysähdyn ja olen oppilaat mukaan, palaan taaksepäin, käyn hitaammin.	En ole liian teoreettinen, lähden oppilaan tasolta yksinkertaisesti ja käytännöllisistä.
<b>Käsitys hyvästä opettajasta</b>	Ei hermostu, rauhallinen ja rento. Kannustaa ja on tasapuolinen ja jaksaa selittää.	Ei ymmärrä oppilaiden ideoita, vaan kuuntelee niitä.	Opettaa asian oppilaiden kannalta parhaalla tavalla, ei niin kuin se olisi itselle helpointa.	Hänelle on tärkeää että oppilaat oikeasti ymmärtävät. Kannustaa oppilaiden väliseen vuorovaikutukseen.	Toimii oppilaiden ehdolla, jotta he saisivat mahdollisimman paljon irti opetuksesta. Monipuolinen ja valmis kokeilemaan uusia asioita.	Ei hermostu ja kannustaa.	Innostonut, nauttii työstään, välittää oppilastaan ja kohtaa heidät yksilöinä. Pitää erilaisia tunteja ja kehittää opetustaan.
<b>Käsitys hyvästä opetuksesta</b>	Matematiikkaa oppii parhaiten, kun ei ole kiire mihinkään ja saa rauhassa kysyä. Opetuksessa huomioidaan oppilaat ja heidän tarpeensa.	Opettaja keskusteli, kyseli ja kertoi tarinoita.	Opetuksensa lähemmäksi käytäntöä.	Havainnollistaa ja tuo opetuksensa lähemmäksi käytäntöä.	Huomioi erilaisia oppilaita, jotta oppilaat voisivat saada oivalluskokemuksia.	Lähtee liikkeelle oppilasta, opettaja keksii uudenlaisia tapoja innostaa oppilaitaan.	Lähtee liikkeelle oppilasta, opettaja keksii uudenlaisia tapoja innostaa oppilaitaan.

## Tuleva työtehtävä

Saaran opettajuudessa matematiikan opettajan työ on kaiken aikaa luokanopettajan työn rinnalla toinen vaihtoehtoista. Aluksi se on pikemminkin kakkosvaihtoehto, mutta opintojen loppupuolella vahvemmin ykkösvaihtoehto.

*”No on sekin [luokanopettajuus] kyllä aluks joskus aikoinaan niinku enemmänkin, ett se on semmonen ehdoton mitä halus. Mutt sittä ku tota matikkaa on kuitenkin opiskellu ja sittä niinku opettanutkin jonkin verran ni, en osaa sanoo. Kyllä ne molemmat on jotenkin sellasii, mitkä kokee niinku ett vois olla itelleen mahdollisii tai sellasii mielekkäitä. Nyt ei oo viä niit monialasii ei oo ollu, ett en tie mitä sittä taas ajattelee, ku niit opiskelee, mutt ett kyllä nyt ainakin tuntuu ihan viä matikkakin.”*  
Haastattelu 5/2006

Tulevaa uraa pohtiessaan Saara huomaa monialaisten opintojen merkityksen.

*”Mä en o sittä alakoulun puolell ollu juurikaan. Ett joitain sijaisuuksii, mutt ne on niinku lyhkäsii se on ollu jotenki semmonen vieraampi alue. [...] Mutta nyt ku oli sie harjotteluss ja sittä jotenki sen ohjaavan opettajan kans ku jutteli siin ja hän oli tämmönen niinku tosi ammattitaitonen tai jotenki [...] niin oli niinku tosi ilo seurata ihan sittä toimintaa siellä. [...] Sittä jotenki sittä jäi semmonen olo, ett haluis kokeilla omaa luokkaa niinku ees joksikin aikaa. [...] Aluks se oli jotenki, ett miten mä voin nyt alkaa opettaa jotain kakkosen kertotauluu, ku niinku prosenttilaskuu on tässä viimeks menty ja ettei osaa yhtään niinku suhtautuu siihen tasoon. [...] Mutt sittä siihe jotenki pääsi ehkä, vaiks oli vaan lyhyt harjottelu mutt, siihen sisään sillattis ett ois kiva niinku sittä kokeilla. [...] Kaikkein paras ois varmaan semmonen yhtenäiskoulu, ett pystyis niinku molempii [...] mutt [on] se tietty varmaan aika vaikee käytännös järjestää. Ett kyllä siihen matikan opettamiseenki semmonen, ett sittä nyt haluis mitenkään vaiks saiski oman luokan ni niinku unohtaa.”* Haastattelu 12/2007

Mieluisinta olisi, jos nämä molemmat vaihtoehdot voisi yhdistää, kuten Saara kertoo. Tutkimuksen päätteeksi, kirjeessään, hän kuitenkin iloitsee siitä, että opintojen loppusuora hämmöttää ja molemmat mahdollisuudet ovat avoinna.

*”Ensinnäkin näiden kolmen vuoden aikana olen saanut selkeyden opiskeluuni ja siihen, mikä minusta tulee, miksi valmistun ja mitä tulen tekemään tulevaisuudessa. Ennen opiskelun alkua [...] opiskelin matematiikkaa pääaineena ja koko ajan minulla oli tunne, ettei se ole se omin ala tai lähinnä etten halua matematiikkaa opiskella ”loppuun asti”. Kaikki tuntui melko epävarmalta ja tarve vaihtaa pääainetta oli suuri. Kun sitten kuulin tästä [...] koulutuksesta, tiesin heti että juuri tätä tarvitsin. Näiden kolmen vuoden aikana olen saavuttanut varmuuden siitä, että olen oikealla alalla ja olen erittäin tyytyväinen, että jaksoin matematiikkaa opiskella aineenopintojen verran. Olen saanut varmuutta myös siihen, että tulen pärjäämään tällä alalla ja varmasti myös viihtymään.”* Kirje 4/2008

## Käsitys itsestä opettajana

Saara kuvaa itseään opettajaksi, joka haluaa antaa tilaa oppilailleen.

*”[Y]rittää jotenkin, ett ne itte sais niinku keksii sen asian tai silleen, ku ei sellaista niinku aina mun mielestä vaan voi niin järjestää.”* Haastattelu 5/2006

Hän haluaisi tunneille myönteisen ja toimeliaan ilmapiirin, jonka luomisessa myös oppilailla on tärkeä tehtävä.

*”Mielekkäämpää itselle on semmonen jos ei tarvis olla niin kauheen semmone tiukka ja semmonen että niinku vähä rennommin jotenki. Joittenki ryhmien kans sujuis tosi hyvin silleen, ett ei tarvinnu koko ajan niinku kiinnittää siihen huomioo, ett ”olkaa hiljaa” ja ”tehkää nyt näin ja tehkää näin”, vaan sitt se jotenki meni meni niinku painollaan. [...] Sitt ku saa jotain kuitenkin kontaktii niihin oppilaisiin, ettei niinku yksinään hölötä sitä koko ajan (Päivi naurahtaa) [...] niin [...] mielellään sellanen niinku kohtalaisen semmonen niinku rento. Ettei niin sellanen, ettei mull oo niinku semmosta ehdotont kaavaa jonka mukaan ne oppitunnit niinku pitää mennä, vaan ett sillattis tavallaan tilanteen mukaan. Ett en mä ees niinku tehny aina, ku meni niinku johonki seiskaluokkaan, ni ei mulla ollu mitään kauheen tarkkoi suunnitelmii, ett me tehään eka kymmenen minuuttii näin ja sitt me tehään näin. Ja ett jotenki ett vähän tilanteen mukaan ja sillee, ett jos jostain asiast niinku syntyy keskusteluu, niin sitt saa syntyy. Ett sitt jos jää joku tekemätt, ni sitt ei se oo nii.”* Haastattelu 5/2007

Tutkimuksen loppuvaiheessa Saara kuvailee itseään lempeän lujaksi opettajaksi.

*”Jaa-a (huokaa). Mitenkähän sen nyt si sanos. Ehkä ton tapasii on nois kaikissa esseiss kyllä ollu, mitä monialasissa piti kirjottaa. Mä en tiiä. Ehkä semmonen niinku oppilaslähtöinen tai semmonen niinku oppilasta ajatellen se opetus oppilain kautta ja semmonen niinku, jos sanois että lempeen luja tai semmonen niinku. Että ei saa olla pelottava, eikä semmonen liian kova, mutta ett sitt opettajan kumminkin täytyy olla semmonen ettei saa olla liian kaveri tai semmonen jonka yli kävellään. Vaan semmonen riittävän semmonen lähestyttävä.”* Haastattelu 12/2007

Hän haluaa herättää oppilaissaan kiinnostuksen opiskella matematiikkaa,

*”Käytännön läheiset esimerkit tosielämästä ovat hyvä tapa motivoida oppilaita. Aina ei tietysti kovin käytännöllisiä esimerkkejä saa muodostettua, mutta mahdollisimman usein tulisi miettiä sellaisia laskuja, jotka voisivat kiinnostaa oppilaita tai koskettaa heidän elämäänsä. Myös erilaiset menetelmät opetuksessa ovat hyvä keino motivoida oppilaita. Opetuksen ei tarvitse aina olla samanlaista, välillä oppilaat voivat innostua kun opiskellaan ryhmissä ja tehdään erilaisia tutkimuksia tai projekteja.”* Kirje 4/2008

innostua ja kokea onnistumisen elämyksiä.

*”Matikka on tärkeä oppiaine, omasta mielestäni ja usein myös oppilaiden mielestä. Nautin lisäksi myös siitä, kun oppilaat onnistuvat, ymmärtävät, oppivat ja innostuvat matikasta. Juuri matikassa tämän voi usein nähdä konkreettisesti.”*  
Kirje 4/2008

Saarasta on kertomusten perusteella tulossa opettaja, joka jäsentää ja suunnittelee opetustaan oppilaiden lähtökohdista.

### **Käsitys matematiikasta**

Kun Saara kertoo opintojen alkuvaiheessa käsityksistään matematiikasta kuvauksesta käy ilmi, että hänellä on jo kokemuksia, joita reflektoida.

*”Kasvatustieteet kiinnostavat minua paljon enemmän kuin matikka, matikka tuntui yliopistossa vähän sellaiselta väkisin puurtamiselta ja aika yksinäiseltä työskentelyltä myös. Minusta tämä koulutus on oikein hieno idea. Mitenkään väheksymättä opetettavan aineen tärkeyttä, kouluissa tarvitaan ehdottomasti myös enemmän kasvatuksen ammattilaisia.”* [...] *”Mitä matematiikka sitten on? En tiedä, ehkä se on kieli, ehkä se on vain keksimistä, ratkaisemista, päättelyä. En osaa kysymykseen vastata sen paremmin, matikka on matikkaa, lukuja ja sääntöjä, laskemista.”* Essee 9/2005

Opinnoistaan huolimatta Saaran mielestä kysymys matematiikasta on pulmallinen. Hänen vastauksessaan matematiikka esiintyy kahdessakin eri roolissa, toisaalta se on ongelmanratkaisua, toisaalta formaali kieli.

Ensimmäistä essetä seuranneessa haastattelussa Saara kertoo oivaltamisesta.

*”[M]ä muistan ehkä sitte just yläasteelta, ku tuli sellasii, tai ett ku se tuntus kauheen ett ny sitt vai juu, ett osas laskee ne kaikki ja sitt oli ihan innoissaa itekkin siin. Ja sitt sen huomaa just ku oli harjottelussa ja tällee näin ett ne, jotka ei sie nyt osaa, niin ei niille varmaan koskaan synny sellasii. Muttt ett osalla ainakin ett ett tulee semmonen ku tajuu jonkun niin sitt ku konkreettisesti tajuu sen, ett mitä ei välttämättä just tuu muissa aineiss ja ett niinku niit vaa päätellään jotain sanaa tai jotain.”* Haastattelu 12/2005

Hänellä on toive siitä, että mahdollisimman moni voisi kokea oivalluksen iloa. Havainnollistaminen muodostuu tärkeäksi välineeksi herättää oivalluksia. Saara kuvaa vuoden päästä kokemuksiaan näin:

*”Myös konkreettisilla välineillä voi havainnollistaa, kuten juuri geometriassa vaikka jollain neliöllä tai ympyrällä tms. jolla sitten helpotetaan oppilaiden ymmärtämistä asiaan. Itselleni on jäänyt mieleen joltain luennolta kauan aikaa sitten,*



*kun havainnollistimme Pythagoraan lauseen leikattujen kolmioiden ja neliöiden avulla. Luulen, että itsekin vasta tuolloin oikeasti ymmärsin mistä Pythagoraan lause tulee, aikaisemmin sitä oli vain annettun kaavan avulla laskenut sivuja ja hypotenuusaa aina uudestaan ja uudestaan, mutta tämän havainnollistamisen jälkeen todella tajusi asian syvemmin.”* Essee 12/2006.

Saara kuvailee matematiikkakäsitystään toisen lukuvuoden jälkeen toisaalta sanalla järjestelmällinen, toisaalta sanalla sekava.

*”Matikkakäsitys niin no ehkä on nyt kuitenkin aika semmonen teoreettinen käsitys tai ett matikka on kuitenkin semmonen ett niit, semmonen järjestelmällinen ja on ne kaavat ja tällaset näin. Mist on ehkä itte niinku just tykännyki. Sitt ku se on niin semmonen selkee ja semmonen, semmonen. Mut ei se sitt aina kuitenkaan oo sitäkään. Ett on se nyt aika tai yliopistossa tuntunu ainaki aika sekavaltaki välillä (naurahtaa).”* Haastattelu 5/2007

Tutkimuksen lopussa kirjoittamassaan kirjeessä Saara kertoo:

*”Jokainen ihminen kuitenkin tarvitsee jossain määrin matemaattisia taitoja elämänsä aikana, toiset enemmän kuin toiset. Ja matematiikkaan törmää yllättävilläkin aloilla ja tilanteissa, esimerkiksi vaatesuunnittelijan tulee osata paljon matematiikkaa, samoin vaikka poliisin [ja] rakennusmiehen. Ja jos perustaitoja ei hallitse, on myöhemmin mahdoton ymmärtää syvällisempiä kaavoja ja laskuja.*

*Eräs tärkeä seikka on sekin, että matemaattisia taitoja sinällään tulee kehittää ja niitä tarvitaan muuallakin kuin itse matematiikassa ja varsinaisessa laskeamisessa. Eli yleinen ajattelun taitojen kehitys, ongelmanratkaisutaidot, looginen ajattelu ja niin edelleen ovat kaikki asioita, joita matematiikan opiskelu harjoittaa ja joita tarvitaan yleisesti elämässä.”* Kirje 4/2008.

Saaran tekstistä voi tunnistaa toisaalta sen, miten tärkeää matematiikka on, toisaalta miten välineellinen tehtävä sillä Saaran mielestä on.

Yllättävästi Saara arkailee kirjeessään omaa aineenhallintaansa.

*”Matematiikan opinnoista on jo niin paljon aikaakin ja jos ei ole pitkään aikaan ollut matikassa sijaisena, voi tuntua ettei edes muista osasta aiheita enää riittävästi. Kyllähän ne toki äkkiä mieleen palautuvat. Eikä opettajan tarvitsekaan olla ”täydellinen” ja osata aina kaikkea, jos eteen tulee hankala tehtävä, jota ei itsekään osaa heti ratkaista, ei maailma siihen kaadu. Oppilaiden on ihan hyvää nähdä ettei opettajakaan aina kaikkea tiedä heti.”* Kirje 4/2008

Hän kuitenkin kääntää sen myönteiseksi ja uskoo sen olevan jopa jonkinlainen vahvuus opetuksessaan.

## Käsitys matematiikan oppimisesta

Miten matematiikkaa opitaan on kysymys, joka nostaa Saaran mieleen muistoja.

*”Niin, mä sitä siä [toisessa yliopistossa] opiskelin, niin oli semmosii luento, ett oli semmonen iso luentosali ja sitt niinko se opettaja puhu siä yksin ja muut istuss siä silleen, ett ei siä niinko tullu mitään kontaktia kenenkään ihmisen kans. Ett ei sen luennoitsijan eikä muitten opiskelutovereitten niinko välttämättä. Ett jos sull on kavereit siä sillee, niin ja yleensä ne harjotusten tekemiset tuntu, ett aina, ett yksin teki niitä.”* Haastattelu 12/2005

Oma kokemus yksin puurtamisesta on hyvin Saaran mielessä. Matematiikan oppimisen määrittely tuntuu vaikealta tehtävältä.

*”Mitä oppiminen on, että mitä siihen niinku sit sanois. Mutt kai se aika niinku sisäistämistä on. Ymmärtämistä tai tai no, ei se aina o kyll välttämättä ees ymmärtämistä. Jonku niinku jonku uuden asian käsittämistä tai sisäistämistä. En mä tie. En mä oikein osaa sitä sillai selvittää.”* Haastattelu 5/2006

Saaran mielessä ymmärtäminen ja motivoituminen kulkevat käsi kädessä.

*”Nii (huokaa syvään) no varmaan on osa nyt sellattis jonkin verran innokkaita-kin matikan suhteen tai sellanen. Ett se on semmonen kun siin on tai ku ett saa niinku keksii just. Ett ku keksii jonkun, ett ymmärtää niin sitte on niinku kauheen into pääll.”* Haastattelu 5/2006

Eräänä ymmärtämistä edistävänä tekijänä hän näkee kokemuksellisuuden.

*”Mutta mielestäni myös yläasteella olisi hyvä käyttää kokemuksellisuutta, sillä on aina hyvä, kun oppilaat pääsevät itse tekemään jotain ja nämä asiat jäävät lähes aina myös muistiin. Asia myös oikeasti ymmärretään yleensä hyvin.”* Essee 12/2006

Samaan ymmärtämisen problematiikkaan Saara palaa yhä uudestaan.

*”Semmonen niinku ymmärtäminen oikeesti ainaki pitäis olla. Ett kyllähän nyt matikassaki pärjää sill, ett ett opettelee ne, vaikkei aina ymmärtäis. Jos nyt miettii ihan itteään niinku lukiossa ainakin, ett [ei] kyll niinku välttämättä ymmärtäny aina, ett mitä teki. Mutt ett kyll siin kuitenkin se semmonen jonkinlainen oivallus aina, ett miten niinku nää lasketaan ylipäätänsä, on niinku semmonen tärkeä.”* Haastattelu 5/2007

Hänen mielessään ymmärtämisen välttämättömyys ja laskutekniikoiden hallitsemisen eivät edellytä aina toisiaan. Tähän Saara ehkä viittaa myös kirjeessään, kun hän kuvaa oppimisoptimismiaan:

*”Mutta kaikki voivat sitä oppia ja siinä kehittyä. Itse asiassa minusta olisi aika kamala ajatus, jos matematiikan opettajana ajattelisin, että toiset ihmiset eivät vain osaa matematiikkaa eivätkä tule ikinä osaamaankaan. Miten tällöin voisin opettaa heikompia oppilaita ja kannustaa heitä heikosta menestyksestä huolimatta yrittämään ja opiskelemaan? Liian itsestään selvänäkään ei matematiikan oppimista kuitenkaan saa pitää, sillä tiedän toki senkin että joillekin matematiikan opiskelu todella tuottaa valtavia ongelmia. Mutta mahdotonta se ei ole, siihen en suostu uskomaan.” Kirje 4/2008.*

## **Käsitys matematiikan opettamisesta**

Saaran mielestä juuri matematiikan opettamisessa opettajan on helppo synnyttää positiivisia kokemuksia.

*”Matematiikka on mielestäni juuri oppiaine, jossa positiivisia kokemuksia syntyy ja se on aika helppo opetettava aine. On tietysti niitä, joille matematiikka on kirosana ja jotka jo ensimmäiselle tunnille saapuessaan päättävät etteivät osaa mitään eivätkä pidä matikasta. En silti usko että tällaisetkaan tapaukset ovat opettajan kannalta mahdottomia, vaativat vain enemmän töitä. Matikassa helposti lapsi ja nuori kokee onnistumisen tunteita itse kun ymmärtää jonkin asian ja osaa laskea laskuja joita on pitänyt mahdottomina. Oman yläasteen sijaisuuskokemuksen perusteella matikkaa on myös mielekkäämpi opettaa kuin esimerkiksi kieliä. Matikassa on myös mahdollista jättää tilaa oppilaiden omalle päätelylle ja keksimiselle. Opetuksen ei tarvitse kulkea tuttua kaavaa, jossa opettaja kertoo uuden asian; mitä lasketaan ja millä tavalla, antaa ehkä valmiin kaavan tai mallin jota sitten sokeasti kopioidaan kirjan vastaaviin laskuihin. Paljon mielekkäämpää oppilaille on antaa tilaa itse pohtia näitä asioita ja antaa itse keksiä miten lasketaan tms. Tällaisia asioita on siis mielestäni mielenkiintoista lähteä pohtimaan ja kehittämään omassa opetuksessani sitten tulevaisuudessa.” Essee 9/2005*

Ehkä Saaran kertomuksesta voidaan tehdä tulkinta, että hänelle matematiikan opettaminen on näiden opintojen alkuvaiheessa vielä matematiikan tehtävien teettämistä. Hän ei kuitenkaan halua antaa oppilaille vain sääntöä seurattavaksi.

*”[E]ttei ainakaan anna sitä sillattis, ett meill on ny tällanen uus asia ja sitt pistää sen sinne sen kaavan ja. Ett pitää kysyä tai niinku ett ottaa esimerkkejä, ett jos ne itte kekseis sen tai jotenkin. Ja ett kysyy ettei vaan niinko yksin vaan palpata siä, ett se menee näin ja näin ja näin. Ett antaa aikaa sille ett mieltii, ett jokainen ny mieltii ett mitä tästä nyt tulee. [...] Kyll sen nyt yleensä niinko huomaa, ett osaaks ne vai ei. Just ett jos ottaa esimerkkejä ja koko ajan kysyy, niin kyllä sen nyt näkee ett kuin moni viittaa ja sitä sitten osaa ajatella.” Haastattelu 12/2005*

Tilanteen lukemisen kannaltakin Saara tuntuu suosivan kyselevää opetusta.

*”[J]ust sellanen niinko o erilaisii menetelmii tai tällasii, ett mieltii sitä omaa opetustaan vähän eri kannalta, ettei tarvi aina niinku mennä sitä tuttuu kaavaa. Ett mieltii just ett miten se nyt niinko parhaiten sitt sujuis kuitenkin ny ehkä aattelun kannalta. Ett jos sitt käyttäis jos käyttää jotakin tutkimuksellisuutta tai ongelmanratkaisujuttuja ja semmosii erilaisii tapoi eikä pelkästään jotain kirjan laskui.”* Haastattelu 12/2005

Saaran näkemykset erilaisista opetusmenetelmistä kertovat siitä, että hän kokee tärkeäksi löytää kuhunkin aiheeseen sopivan toimintatavan. Saara arvioi opetustyötä haastavaksi

*”Ja opettaminen no se on aika tärkeä asia tai ett niinku tai mun mielestä sellanen niinku arvostettava asia tai sellanen. Ett opettajia, tai no en mä tie ei nyt varmaan mitenkään aliarvioida, mutt kuitenkin. Ett ei se oo mitenkään kauheen helppo juttu tai sen voi tehdä niinku helpoks, mutt ett jos sen haluaa, ett se ois sitt niitten oppilaitten kannaltakin parast mahdollist, niin sitt se on niinku vaativaa. Niinku mulle se on ainakin semmonen aika niinku tärkeä asia tai just se että kokee niinku, että voi joillekin toisille opettaa jonkun asian. Niin se on aika semmonen iso juttu.”* Haastattelu 5/2006

ja opettajan henkilökohtaiset taidot merkityksellisiksi.

*”Se opettaja voi kuitenkin niin paljon siihen, ett mitä se oppilas oppii ja miten se oppii ja oppiiks se mitään. Niin se kuitenkin vaikuttaa siihen niin paljon. [...] [S]e miten se opettaa sen asian, niin se voi vaikuttaa tosi paljon. Ett joku toinen opettaja voi saada jonkun tietyn oppilaan oppiin jonkun asian tosi helposti ja hyvin ja niin että se sisäistää sen ja ymmärtää sen. [...] [E]ttei se oo ihan yhdentekevää, ett miten ne asiat siä koulussa tuo esiin niille oppilaille.”* Haastattelu 5/2006

Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen Saara mieltii erityisesti käsitteen muodostusta matematiikan opettamisessa.

*”[M]atikan opettaminen (pohtii), no se ois just sellasta niinku niinku käsitteitten ymmärtämistä ja selventämistä tai niinku, ett niille oppilaille muodostuu joku käsite itselleen niinku niist aiheista, mitä siä opetetaan. Ettei se oo niinku matikan opettaminenkaan sellasta, ett väännetään kaava taululle ja sitt väännetään esimerkkejä niinku, ett se on kuitenkin sitt enemmän. [...] [P]itäis kiinnittää huomio, että miten niit tai semmost että sen oppilaitten käsitteenmuodostus ja soveltaminen ja kaikki tällanen.”* Haastattelu 5/2006

Hän kehittelee yhteistoiminnallisempia työskentelytapoja

*”Oppilaat kyselevät toisiltaan neuvoja ja pohtivat tehtäviä yhdessä. Tämä ei kuitenkaan ole niin tarkoituksenomaista kuin yhteistoiminnallisessa oppimisessa,*

*eikä tässä ole ryhmää jolla on yhteinen tehtävä, vaan kaikilla on yleensä omat tehtävät joita yhdessä pohditaan. Matematiikan oppimisessa tällainen on todella hyvää, sillä oppilaat voivat oppia toisiltaan paljon. Kun vaikka toinen oppilas neuvo toista, oppivat molemmat tässä todennäköisesti.”* Essee 12/2006

sekä yksilöllisempää ohjausta.

*”[Vielä] oppilais[ta] niinko ett jotenki nähä ne niinku yksilöinä ja näin. Ett niinku miten kenenkin kans sitt pystyy parhaiten niinku tuleen toimeen. [...] Se on kyll kuitenkin sitt tosi paljon siis on se paljon siit opettajast kiinni niinku tottakai.”* Haastattelu 5/2007

Viimeisen lukuvuoden aikana Saaran matematiikan opettamisessa keskeisimmäksi nousee opetustilanteen tarkkailu ja oppilaiden oppimisen seuraaminen.

*”[O]ppitunnilla niin semmonen kysely ja pysäyttäminen, ettei vaan [etene] niinku sellasta omaa tahtii mitä on niinku suunnitellu. Ett menis niit tehtävii siell vaan. Vaan niinku kyselee ja ottaa ne oppilaat mukaan siihen ja ja sitt jos näyttää, ettei se nyt mee perille ihan näin, niin sitt palaa niihin tai sitt hitaampaa ja muutenkin ni aina vähän tarpeen mukaan. Ettei liian suunnitellusti, eikä oo liian semmonen jotenki jyrkkä just siinäkään. Ett yrittää niinku ymmärtää sitä miks on men-ny väärin oppilaille, eikä jotenki sano vaan väärä vastaus ja sillain niinku. Ei hermostu ja kannustava ote. Ett ”kyll tässä on nyt pikkasen pieless, mutt ett ihan hyvin kuitenkin” ja silleen.”* Haastattelu 12/2007

Kannustaminen ja rohkaisevan ilmapiirin säilyttäminen tuntuvat Saarasta tärkeiltä. Tutkimuksen lopussa, kirjeessään, hän miettii vahvuuksiaan ja toteaa:

*”Kuulostaa ehkä hieman epäselvältä, mutta siis koen vahvuudekseni sen, että osaan jossain määrin lähteä liikkeelle oppilaan ”tasolta” ja pyrkiä selittämään asiat mahdollisimman yksinkertaisesti ja käytännönläheisesti.*

*Toisaalta toisinaan se on varmaan myös heikkouteni, etten ole opiskellut matematiikkaa niin paljon kuin muut aineenopettajat.”* Kirje 4/2008

Pelko omasta aineenhallinnasta ja sen riittävydestä alkaa opintojen loppusuoralla hiukan vaivata Saaraa. Totta on, että monet matematiikan aineenopettajista ovat opiskelleet matematiikkaa enemmän kuin hän.

### **Käsitys hyvästä opettajasta ja opetuksesta**

Opintojen alussa Saara teki haastattelutehtävää ja keskusteli opettamisesta siskonsa kanssa. Hän kertoo:

*”[S]iskoni mielestä matematiikkaa oppii parhaiten, kun ei ole kiire mihinkään, saa rauhassa keskeyttää opetuksen kun tipahtaa kärryiltä tai ei ymmärrä vaikka*

*jotain sanaa tai käsitettä, sekä saa rauhassa kysyä. Myös kannustavuus on tärkeää, ainakin siellä yläasteella oli, nyt lukiossa ei ehkä enää niin oleellista enää. Itse olen kyllä hyvin samaa mieltä siskoni kanssa, oppilaat huomioiva ja oppilaiden tarpeista lähtevä opettaminen on sellaista, mistä jotain myös oppii.” Essee 9/2005.*

Esseen kirjoittamista seuranneessa ensimmäisessä haastattelussa Saara kuvailee, miten hän pyrkii olemaan kannustava tunnilla

*”[J]otenkin just sillee ett ett sitt saa ett [sanoo] ”niin vähän niinku tollai, mutta koetas nyt vähän vielä lisätä” jotenkin sillee ettei kauheesti tyrmää niit ideoit mitä sielt tulee, ett jos se sano sen vastauksen ett ”mites sää ton ny oikeen sitt sait?” Ett vois vähän niinku, ettei heti oo siä sillee ett ”väärin” ja sitt seuraava ja sille [oppilaalle] jää sitt semmonen tai ”en mä si osannukkaan, en mä sitt käytä sitä ens kerralla” [ajatus].” Haastattelu 12/2005*

ja miten opettaja voi parantaa oppilaiden oppimista vaikkapa kertomalla mielenkiintoisia tarinoita.

*”Kemian tunnill niin se lähtis, se ett ne vaan niinku oikeestaan keskusteli jostain niist, en mä muista enää mikä se aihe oli siä kemiass, mutt jostain aineest niinkö muka. Ensin kyseli ja kerto siitä esimerkkejä, ett sillon kun hän oli kouluss niin joku lavuaari räjähti, ku kaato sinne jotain ja sitt vettä päälle, niin ne oppilaat oli niinku tosi paljon siin mukana, ett kaikki si kuunteli ja vastaili ja mietti siin, ettei se vaan niinku kirjottanu jonnekin taululle tää reagoi näin ja täss tapahtuu näin ja niitä kysymyksii. Että ett niinko tosi paljon vuorovaikutuksellisuutta, ett se huomioi niit oppilait.*

Päivi: Mikä merkitys sun mielestä on tommosilla tarinoilla?

*Kyll ne varmaan auttaa just jää mieleen ainakin helposti.*

Päivi: Niinku sullekin tuli tavallaan heti ekana mieleen.” Haastattelu 12/2005

Erääksi hyvän opettajan tuntomerkitseksi Saara tunnistaa oppilaslähtöisyyden. Hän miettii, miten tämä näkyy hänen omassa opetuksessaan.

*”[E]hkä siihen opettamiseen on tullut semmosta varmuutta vähän lissää niinku noitten harjoittelujen aikaan. Ettei niinku jännitä sitä, ett siell on porukkaa kuuntelemassa tai jotain. Ja muutenkin, ett uskaltaa just ehkä tehdä sellasii, ett ei tarvi aina kysyy sitt joltain ett ”voiks näin tehdä” ja ”kannattaaks näin tehdä”, ku uskaltaa sitt kokeilla ja ite mieltii niit asioit ett miten kannattais tehdä. Ja [...] enemmän yleensäkin mieltiin sitä, ett ett miten niinku opettaa sen asian niitten niinku oppilaitten kannalta parhaall tavall eikä niin miten se on ittelle helpointa.” Haastattelu 5/2006*

Hyvän opettajan tunnistaa siitä, että

*”[Hän] sais niinku ne oppilaat niinku ymmärtään sen asian. [...] Ett ne oppilaat sais niitä oivalluskokemuksia ja tämmösiä niinku. Ett ite ite niinku ett ei välttämättä anna aina niit vastauksia, ett laskee sinne taululle näin tää menee ja näin ja näin. Vaan semmonen ett sitt ett antaa niinku niit semmosii eväitä ett ne pystyi ne oppilaat ite ite keksii jotain juttui ja näin.”* Haastattelu 5/2007

hän antaa oppilaille aikaa oivaltaa

*”[E]tt se lähtee se opetus tavallaan ajatellen niit [...] ett oppilaat sais siit niinku irti mahdollisimman paljo. Ett jos miettii niinku millaisii luennoitsijoit just yliopistolla oli niinku ni. Ni siis kyllähän se niinku varmaan toimii yliopistoss sitt kuitenkin matikan osalt se, ett se on vaan niinku sitä luennoimist aina. Mutt jotkut luennoitsijatki oli viä semmosia, ett ei ne niinku koko aikan ees nostanu katsetaan niist kirjoista ja niist kalvoistaan. [...] Ett ees [...] kattonu sinne niihin oppilaisiin tai opiskelijoihin ett niinku. Ett niill oli se siit kirjast, ne kirjoitti siihen kalvolle ja koko ajan selitti ja sitt, ku se oli käyty ni sitt lähettiin pois.”* Haastattelu 5/2007

ja kuuntelee kuullakseen, miten oppilaat ymmärtävät.

*”Hän on myös erittäin innostunut työstään ja selvästi nauttii siitä. Hän välittää oppilaistaan todella ja kohtaa heistä jokaisen yksilönä. [...] Opettaja käyttää opetuksessaan erilaisia menetelmiä, pitää erilaisia oppitunteja ja on selvästi miettinyt miten asiat opettaa ja koettanut keksiä uudenlaisia tapoja innostaa oppilaita ja miettinyt myös hyvin esimerkiksi opetuksensa havainnollistamista.”* Kirje 4/2008

Saaran hyvä opettaja on sekä hyvä pedagogi että taitava kehittämään opetustaan. Vielä kirjeessään Saara toteaa:

*”[O]piskelussa edetään aina oppilaiden mukaan ja lähdetään oppilaista liikkeelle.”* Kirje 4/2008.

Saaran matematiikan opettajaksi kasvun prosessia leimaa se, että hän on suorittanut jo paljon opintoja ennen tähän koulutusohjelmaan vaihtamistaan. Hänellä on takana myös kasvatustieteen opintoja ja hänen käyttämänsä kieli eroaa toisten tutkittavien tavasta kertoa. Saaran vanhemmat ovat opettajia ja hän arvostaa ammattia ja vanhempiansa suhtautumista sen vaatimaan itsensä kehittämiseen. Nämä näkökulmat näyttävät vielä vahvistuvan kuluneen kolmen lukuvuoden aikana. Saaralle opettajan työ on ammatin lisäksi myös professio.

Saaran opettajuutta kuvaa oppilaslähtöisyys ja joustavuus. Hän arvostaa sitä, että opettajalla on käytössään monia työtapoja ja keinoja motivoida. Saara on ollut paljon sijaisena opintojen aikana ja hänen käsityksensä koulusta ja oppilaiden motivoinnin tarpeellisuudesta ovat varmasti saaneet vahvistusta juuri työssä. Saaran käsitys matematiikasta on ehkä pikemminkin välineellinen. Hän tasapainoilee sen kanssa,

onko matematiikka enemmän ulkoa oppimista vai ymmärtämistä ja onko ymmärtämisellä väliä, jos oppilas saa hyvät arvosanat muistamalla. Saaran pohdinnoista huomaa, miten nuori opettaja tekee työtään vielä oppilaitten, kollegojen ja työyhteisön ehdoilla. Tarvitaan työvuosia ja rohkeutta huomata, että oikeastaan opettaja voi itse kehittää ja muuttaa luokan ja työyhteisön toimintamalleja ja rakentaa myönteistä ilmapiiriä.

Saaralle tärkeitä asioita matematiikan oppimisessa ja opetuksessa ovat oivallukset ja käsitteiden ymmärtäminen. Niiden eteen hän tulee näkemään vaivaa omassa opetuksessaan. Mutta onko oivaltaminen aina ymmärtämistä tai ymmärtäminen oivaltamista? Ainakin niihin voidaan pyrkiä hyvin erilaisin menetelmin. Lisäksi hän tulee työskentelemään sen eteen, että hänen luokassaan on positiivinen ja rohkaiseva ilmapiiri. Opettajana hän tulee todennäköisesti kuuntelemaan oppilaitaan.



# 16 Elman tarina ja analyysi

## *Alku*

Kysymys ”Miksi sinusta tulee opettaja?” herättää jopa huonoja muistoja pääsykokeista. Luulisi tietysti, että juuri tuohon kysymykseen olin valmistautunut, mutta minun oli silloin, ja on vieläkin, vaikea vastata siihen. Tiedän, että on monia syitä, miksi haluaisin opettajaksi, en vain saa niitä sanottua. Ei se aina ole ollut unelma-ammattini, mutta lukioon mennessäni alkoivat ystävät ja pikkusiskot kysellä apuani läksyissä ja huomasin osaavani selittää asioita ymmärrettävästi. Pidän matematiikasta ehkä eniten siksi, että se on mieluimminkin haastavaa kuin vaikeaa. Minua opettaneilla on ollut taipumusta opettaa matematiikkaa aika monimutkaisesti, jolloin heikommilla oppilailla eivät välttämättä pysyneet perässä. Haluan yrittää opettaa matematiikkaa sillä tavalla, että lahjakkaat, joille matematiikka tuntuu helpolta, saavat tarpeeksi haasteita, mutta samalla heikommilla ymmärtävät ja oppivat uusia asioita.

Syy, miksi hain tähän koulutukseen, olen minä itse. Kerroin siitä muille vasta saatuani tietää tuleneeni hyväksytyksi. Varmasti myös aiemmin minua opettaneet opettajat ovat osaltaan vaikuttaneet päätökseeni, varsinkin ala-asteen opettajani. Hän rohkaisi ja kannusti minua pääsykokeisiin ja antoi hyviä neuvoja. Hänessä on myös paljon sellaisia piirteitä, joita toivoisin löytäväni itsestäni opettajana. Hän oli oikeudenmukainen kaikkia kohtaan ja yritti saada kaikki osallistumaan. Ja hän teki sellaisia juttuja tunnilla, missä kaikki pystyivät olemaan mukana. Varmasti valintaani vaikutti sekin, että tuttavani odottivat minun ha-

Osasin auttaa ystäviäni ja pikkusiskoja läksyissä.

Opettajani opettivat matematiikkaa monimutkaisesti.

Haluaisin itse opettaa sitä eri tavalla.

Opettajankoulutukseen hakeminen oli oma päätökseni.

Alakoulun opettajani rohkaisi minua alalle.

Kaikki odottivat minun hakevan yliopistoon.

kevan johonkin yliopistoon opiskelemaan.

Kävin yläasteen kaupungin keskustakoulussa. Samassa pihapiirissä oli myös lukio, joten oppilaita oli aika paljon. En kuitenkaan viihtynyt tässä koulussa enää yläkoulun jälkeen, vaan vaihdoin toiseen lukioon, joka oli kotia lähempänä, ihan keskustan vieressä. Siellä oppilaita oli noin 300–400. Opettajista suurimman vaikutuksen minuun ovat tehneet kaksi opettajaani: ala-asteen opettajani, sekä lukion ruotsin ja englannin opettajani. Ala-asteen opettaja siksi, että hän opetti joka aineessa asiat niin, että ne oikeasti ymmärsi. Hän oli myös mukava lapsille, teetätti paljon ryhmätöitä ja pyrki saamaan jokaisen osallistumaan luokan toimintaan. Hänelle jokainen yksilö oli tärkeä ja häneltä oli helppo kysyä tyhmiltäkin tuntuvia asioita.

Lukion ruotsin ja englannin opettaja puolestaan jaksoi joka tunnilla innostua aiheesta ja sai oppilaatkin innostumaan, ainakin useimmat heistä. Hän antoi paljon läksyjä ja piti sanakokeita, mutta silti kaikki pitivät hänestä. Hänen tunteillaan myös kerrattiin asioita niin monta kertaa, että ne opittiin ja ne oli helpompi muistaa.

Matematiikkaa minulle opetettiin yläasteella ja lukiossa lähes samalla tavalla. Ensin opettaja kertoi uudesta asiasta keskeiset tiedot, minkä jälkeen hän teki taululle esimerkkilaskuja ja oppilaat kopioivat ne vihkoihinsa. Samalla sai esittää kysymyksiä ja usein opettaja antoi oppilaiden mieltä ratkaisuja itse, ennen kuin kirjoitti ne taululle. Seuraavaksi laskimme kirjasta laskuja itseksemme. Mielestäni tämä oli hyvä tapa, koska ainakin itse opin hyvin. Matematiikan oppimisessa pidän erityisesti haasteellisuudesta ja siitä tunteesta, joka tulee, kun huomaa, että on oikeasti oppinut uuden asian. Myös se on hauskaa, että usein saman laskun voi laskea oikein monella eri tyylillä. Pidän myös siitä, että useat matematiikan asiat ovat tosia. Voi tarvittaessa tukeutua siihen teoriaan, mikä on olemassa. Kemiasta taas en tykännyt lainkaan. Inhosin laboratoriotöitä. Niissä tehtiin aina jotain sellaista, jonka tuloksen arvasi

Opettajat, jotka ovat tehneet minuun vaikutuksen, ovat olleet innostavia ja aktivoivia.

Matematiikkaa opetettiin perinteisesti, mutta pidin siitä tavasta.

Matematiikassa pidän sen haasteellisuudesta ja siitä, että tehtävät voi ratkaista monella tavalla ja asiat ovat tosia.

jo etukäteen. Koskaan ei päässyt itse oikeasti kokeilemaan. Kielistä sen sijaan pidin kaikista, englannista, ranskasta, äidinkielestä ja ruotsista. Ne olivat minulle aika helppoja. Pidin myös psykologiasta ja maantiedosta ja biologiasta, vaikka ne eivät menneetkään ihan niin hyvin. En ole mikään innokas lukija. Niissä tuli kuitenkin koko ajan jotain uutta. Liikunta on ollut minulle myös aina tärkeä oppiaine ja halusin valita sitäkin vähän enemmän. Siispä vaihdoin lyhyeen matematiikkaan kesken opintojen. En tiedä, valitsisinko toisin, jos nyt menisin lukioon.

Muistan, kuinka meillä oli kerran yläasteella sijainen, joka oli kaikkien mielestä tosi huono opettaja. Itse en ollut mikään ihan hiljainen oppilas ja niinpä sanoin hänelle, että ”ei noista sun kalvoista ja puheesta ymmärrä yhtään mitään”. Silloin tämä sijainen käyttäytyikin tosi yllättävästi ja sanoi ”no, tuu ite opettaan jos osaat paremmin”. Menin sinne luokan eteen ja otin sen kalvon ja koska itse ymmärsin asian, mutta tiesin, että kaikki eivät sitä tajua, niin selitin sen sillä tavalla, millä sen itse ymmärsin ja jotkut tajusivatkin sen siitä paremmin.

Opintojen alussa kävin seuraamassa muutamia tunteja harjoituskoululla. Suurinta osaa tunneista oli mielenkiintoista kuunnella, koska näki, kuinka erilaisia opettajia ja opetustyyplejä on olemassa. Heti ensimmäisellä tunnilla, jota olin kuuntelemassa, yksi oppilas kysyi: ”Mihin me tätä tietoa tarvitaan?”. Opettaja ei vastannut mitään, katsoi vain oppilasta vihaisesti. Mielestäni opettajan pitäisi olla valmistautunut tällaisiin kysymyksiin ja myös vastata niihin. Ruotsin tunneilla oli jopa kaksi opettajaharjoittelijaa ja he luultavasti vahingossa kysyivät asioita koko ajan vain muutamalta oppilaalta, joten suurin osa luokasta joutui vain istumaan hiljaa ja kuuntelemaan, kun muut saivat puhua. Jotkut opettajat puhuivat oppilaille kuin he olisivat pikkulapsia ja se selvästi ärsytti osaa oppilaista. Matematiikan tunneilla usein seurattiin samaa kaavaa: ensin läksyt taululle, sitten uuteen asiaan ja tunnin lo-

Pidin monista kouluaineista ja vaihdoin siksi lyhyelle matematiikalle.

Merkittävä kokemus – sijainen laittoi minut opettamaan.

Oppilaiden huomioiminen ja arvostaminen on mielestäni tärkeää.

pulla laskettiin. Eräällä 9. luokan matematiikan tunnilla oli muutama oppilas, jotka eivät kunnioittaneet opettajaa, eivätkä muita oppilaita ollenkaan. He pyörivät luokassa edestakaisin ja puhuivat kovaan ääneen. Kun opettaja ei saa tällaisia oppilaita kuriin, koko luokka alkaa käyttäytyä levottomasti. Joillain tunneilla aloin myös ajatella että, onko se oikeasti noin kauheaa.

Tarkemmin ajatellen olen ottanut opintoni täällä yliopistolla vähän liiankin rennosti, enkä ole kauheasti stressannut itseäni millään. Matematiikassa analyysikursseista en aluksi pitänyt yhtään. En osaa sitä kunnolla, ehkä se on syy. Nyt se on alkanut hiljaksen tuntua mukavammalta, ja on hyvä, ettei se ole ihan samanlaista kuin lukiossa, koska silloin siinä ei olisi mitään uutta ja erilaista.

Ehkä tulin kuitenkin vähän liian aikaisin tänne, suoraan lukiosta, 18-vuotiaana, vuonna 2005. Ajattelen, että nyt on aikaa vähän ikäänkuin kokeilla, eikä tämän tarvitse olla mitään lopullista, jota minun tarvitsee tehdä koko loppuelämäni. Voin vielä vaihtaa, eikä ole mikään kiire. Vaikka kävisin täällä tämän viisi vuotta loppuun astikin, niin olen silloinkin vasta 23-vuotias ja voisinkin ihan hyvin vielä vaihtaa alaa.

### *Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen*

Huomasin peruskursseilla käydessäni, että tajuan nyt paremmin, mitä oppiminen ja opettaminen on. Se ei ole vain sitä, että selität luokan edessä opetettavaa asiaa. Vaan siihen liittyy kaikkea muutakin. Miten opettaa eri tavoilla ja etteivät kaikki opi samalla lailla. Toki sen on tavallaan tiennyt tietysti aina, mutta täällä siihen on kiinnitetty huomiota. Itseäni on ärsyttänyt kyllä se, kun on lukenut näitä kirjoja tentteihin, että ne ovat tuntuneet tosi turhilta, eivätkä ole mielestäni liittyneet kurssin asiaan lainkaan. Johtuu osittain siitä, ettei ole tarpeeksi motivaatiota lukea.

Haluaisin olla innostunut opettaja, joka on kuitenkin aika rento eikä yli-innostunut. En halua olla sellanen opettaja, joka saa luokan hiljaiseksi

Otan opintoni ehkä liiankin rennosti.

Pidän uusista asioista.

En vielä tiedä, mikä minusta tulee isona.

Käsitykseni oppimisesta ja opettamisesta ovat avartuneet.

Kasvatustieteen tenttikirjat tuntuvat irrallisilta ja turhilta. Motivaatio puuttuu.

Haluun olla innostunut opettaja. Tunnit eivät saa olla tylsiä.

sillä, että kaikki oppilaat pelkäävät. Olisin puoleksi niitten oppilaitten kaveri, mutten liikaa, jotta auktoriteetti säilyisi edes vähäsen. Ehkä oppilaat jaksaisivat silloin kuunnella sitä, mitä sanon ja opetan, eivätkä pitäisi tunteja tylsinä. Tosi paljon riippuu siitä, millainen opettaja on. Ei kukaan jaksaa kuunnella tylsää opetusta ja lakkaa kiinnostumasta koko asiasta. Jos noin tylsää opettajaa kiinnostaa tämä asia, niin sitten se ei voi kiinnostaa minua. Alakoulun opettajan tarvitsisi olla mielestäni jopa parempi matematiikan opettaja kuin yläasteen opettajan. Alakoulussa opetetaan kaikki perusteet ja vielä ei ole koulutuksessa tullut vastaan, miten niitä voisi opettaa siellä. Jos itse joutuisin opettamaan jollekulle niitä niin, että hän oikeasti ymmärtäisi, niin en osaisi.

En ole tämän lukuvuoden aikana opettanut yhtään. Pikkusiskoja olen kuitenkin auttanut vuoronperää ja jotenkin ne asiat taas palaavat mieleen. Jospa kaikilla olisi joku semmoinen mahdollisuus, että joku toinenkin, kuin vaan oma opettaja, selittäisi asioita. Voisi nähdä ne jonkun muunkin näkökulmasta, sillä saman asian voi kuitenkin selittää monella tavalla. Aluksi kerroin tuosta yhdestä sijaisesta. Ehkä hänen kohdallaan oli niin, että jos tulee sijaiseksi, niin vähän pelottaa ja yrittää ehkä vahingossakin olla tosi asiallinen ja käyttää vaikeita käsitteitä. Ja kun kotonan valmistelee kalvoja, niin niistä tuleekin tosi vaikeita. Ei osaa siinä tilanteessa ajatella, miten ne oppilaat ymmärtäisivät asian, vaan yrittää välttää mokaamista itseään.

Olen tehnyt itselleni aika helpoksi tämän vuoden, enkä ole hirveästi käynyt yliopistolla. Varmaan liiankin vähän. Kuten kouluaihana, syksyllä lupasin itselleni, että tänä vuonna teen tosi hyvin kaiken, muttei se sitten ikinä mennytkään niin. Aina keksikin jotain parempaa tekemistä. Nytkin palauttaa kaikki työt sinä viimeisenä päivänä ja tekee niitä edellisen yön. Silloin huomaa, että tämähän olisi ollutkin mielenkiintoinen juttu, mutta aloittaminen on aina niin vaikeaa. Tänä vuonna on vaikuttanut sekin, että kukaan muu

Alakoulun opettajalla on iso vastuu matematiikan perusteista.

En ole vielä opettanut yhtään koulussa, mutta autan kyllä pikkusiskoja matematiikassa.

Olen oppinut ymmärtämään sijaisena toimimisen haasteita.

En ole opiskellut kovin aktiivisesti.

kavereistani ei lähtenyt opiskelemaan, eikä ole ketään, jonka kanssa jakaisin näitä juttuja. Ja kun en edes asu tässä opiskelukaupungissa. Junassa saan yleensä tehtyä töitä, mutta matkoihin menee jo niin kauan, että kotiin tultua haluaisi tehdä jo jotain muuta. Nyt tuntuu kuitenkin siltä, etten ole saanut tarpeeksi opintopisteitä. Kasvatustieteen kurssit tuntuvat vielä kovin teoreettisilta. Ja matematiikkakin tuntuu samalla lailla turhalta. Eihän tuollaista matematiikkaa opeteta missään yläasteella.

En tiedä, tuleeko minusta opettajaa. Olen aina toivonut jonkinlaista toimistotyötä. Sitä paitsi eihän sitä ole pakko olla siinä opettajan virassa opettajankoulutuksen jälkeen, vaikka olisi se koulutuskin. Sillä koulutuksella voi päästä tekemään muutakin.

### *Toisen lukuvuoden jälkeen*

Tämä vuosi on kulunut niin nopeasti. Tuskin ehdin edes huomata, kun se oli jo mennyt ohi. Tuntuu, etten saanut mitään aikaan ja opettajuus, siihen en osaa sanoa mitään.

Ensimmäisenä lukuvuonna olin innostuneempi. Nyt mietin vain koko ajan enemmän ja enemmän sitä, mitä todella haluaisin tehdä. Viime vuonna ajattelin, ettei sitä vielä tarvitse tietää, olen vielä niin nuori. Mutta nyt en ole taaskaan hakenut mihinkään muualle opiskelemaan ensi vuodeksi, enkä edes tiedä, mihin haluaisin. Tuntuu turhalta mennä vaikka vuodeksi tai pariiksi johonkin, josta ei tiedä pitäisikö siitä yhtään enempää kuin tästäkään.

Tiedän, että en halua olla opettajana seuraavaa neljäkymmentä vuotta jossain yläkoulussa opettamassa matematiikkaa. Siksi olenkin miettinyt joitain muita koulutuksia, joissa voisi olla enemmän vaihtoehtoja.

Oppilaille opettajan merkitys on suuri. Muistan kouluajoilta, miten jotkut opettajat olivat sellaisia, ettei heitä tainnut kiinnostaa lainkaan koko opettaminen. He halusivat vain olla tiukkoja ja sellaisia, että eivät takuulla ole kaveria oppi-

Kavereistani kukaan muu ei vielä opiskele.

Matkustaminen kotipaikkakunnan ja opiskelupaikkakunnan välillä vie aikaa.

Kasvatustieteen kurssit ovat teoreettisia, eivätkä matematiikan opettajat tarvitse yliopistomatematiikkaa työssään.

En tiedä, tuleeko minusta opettaja.

Aika menee nopeasti, enkä tunnu saavan tarpeeksi aikaan.

En ole kovin innostunut enää.

Mietin vain, mitä haluaisin tehdä ammatikseni.

En halua olla opettaja seuraavat 40 vuotta.

Oppilaille opettajan merkitys on suuri.

laittensa kanssa.

Jotenkin tuntui siltä, että osa opettajista oli ihmisiä ja osa opettajista oli vain opettajia. Melkein kauhistui jos näki näitä jälkimmäisiä opettajia jossain kadulla. ”Eikö ne asukaan siellä luokassa?” Osa opettajista taas oli aivan tavallisia ihmisiä, eivätkä he yrittäneet liikaa olla meidän oppilaiden yläpuolella. Mielestäni on tärkeää, että löytää oman tapansa tehdä työtään ja kun itsellä on hyvä olla, on varmasti hyvä olo oppilaillakin.

Muistan aina, kun yksi luokkamme pojista katsoi tunnilla kelloaan. Hän sai jälki-istuntoa ja opettaja sanoi, että kyllä hän pitää huolen siitä, että tunti loppuu ajallaan. Se opettaja oli mielestäni ihan kauhea, mutta hänen tunneillaan kyllä oltiin yleensä hiljaa.

Koska en itse ole opettanut, mielipiteeni perustuvat lähinnä siihen, mitä olen nähnyt ja kuullut, mutta ajattelen, etten ikinä halua yläkouluun opettajaksi. Oppilaat ovat siellä ihan hirveitä. Välikillä taas miettii, että sehän se juuri olisikin semmoista haasteellista ja mielenkiintoista.

Mielessäni tunnustan, että olen ollut samanlainen kuin mitä nuoret nykyään ovat, mutta en omasta mielestäni ollut kuitenkaan kauhea.

Tämän kahden vuoden aikana olen ymmärtänyt paremmin sen, miten eri lailla ihmiset oppivat ja etteivät kaikki opi samalla lailla kuin itse opin. Eikä oppiminen ole yhtä helppoa kaikille. Onhan nämä asiat tietenkin itsestään selviä, mutta aiemmin niitä ei koskaan ajatellut, koska milloin muulla ei ollut väliä kuin sillä, että itse oppi.

Olen aina toivonut, että saisin semmoisen työn, jota ei tarvitse viedä joka päivä kotiin. Opettajan ammatti ei ehkä ole sellainen. Sitä saattaa miettiä nukkumaan mennessään, että ”voi vitsi, että se nyt ei niinku tajunnu vieläkään tota asiaa, mitä mä teen, apua!”. Kuitenkin on todella tärkeää että pystyy irtautumaan.

Opettajan työssä haluaisin mieluiten semmoiseen vähän isompaan kouluun, missä on paljon opettajia ja erilaisia opettajia. En mihinkään kyläkouluun, missä on kymmenen oppilasta ja minä

Täytyy löytää oma tapansa tehdä opettajan työtä.

Opettaja voi saada auktoriteettinsa pelottelemalla.

En halua yläkouluun opettajaksi.

Oppilaat ovat yläkoulussa kauheita tai ainakin opettajalle riittää haastetta.

Opintojen aikana olen ymmärtänyt, että ihmiset oppivat monella tavalla, eivätkä aina niin kuin itse opin.

Olen aina toivonut voivani irrottaa työn ja vapaa-ajan toisistaan.

ainoana opettajana. Kun on paljon opettajia, se tuo vaihtelua työhön ja senkin voi vähän niin- kuin itse päättää, että kuinka hyvää kaveria niiden muitten opettajien kanssa on.

Luulen, että jos joku sanoisi opettajahuoneessa jotain, että ”sun pitäisi tehdä jotain nyt niinku toisin” tai jotain tällaista. Mä pystyisin kuuntelemaan sen kyllä, mutta en välttämättä tekisi sitä toisin. Tai siis en ainakaan sen takia, että joku on sanonut mulle niin. Mä voisin vaikka ajatella, että ”no, nyt en ainakaan tee, ku sä sanoit noin”. Mutta en mä sitä sanoisi hänelle itselleen. Sitten kuitenkin ehkä vaivihkaa voisin salaa tehdä jotain sen suuntaista, mitä hän on neuvonut, mutta en paljastaisi sitä hänelle!

### *Kolmannen lukuvuoden jälkeen*

Miksi jo nyt pitäisi päättää, mitä haluaa tehdä koko loppuelämänsä? Mielestäni minulla ei voi olla kauhea kiire päättää sitä, koska olen vasta 26-vuotias, kun pääsen tästä koulusta ja alan tehdä sitä työtä, mihin valmistun. Jaksako joku tosiaan tehdä 40 vuotta jotain ihan samaa? En usko, että itse jaksaisin.

Tällä hetkellä löytyy vain asioita, jotka ovat vaikuttaneet siihen, etten halua olla opettaja. Ensimmäisen vuoden tutustumiset Norssilla olivat aika herättävä kokemus. Ymmärsin, ettei minusta luultavasti ole ”kauheiden ysien” opettajaksi. Sitten tuli tuo Jokelan juttu. Miten on mahdollista, että kun ryhdyt opettajaksi, niin et saa valita yhtään, keiden kanssa tulet tekemään töitä yhdessä? Kukaan ei haastattele niitä oppilaita. Missä tahansa muussa työpaikassa kaikki työntekijät on valittu sinne töihin edes haastattelun jälkeen. Sitten kouluun tulee nuoria, joita on ehkä jopa syytä pelätä. En nyt välttämättä koko ajan pelkäisi, mutta kuitenkin.

Kuluneen lukuvuoden aikana kursseilta on päällimmäiseksi jäänyt se, kuinka innostuneita kaikki muut olivat. Tajusin, etten oikein sovi joukkoon. Ei minulla ikinä ollutkaan sitä halua opettaa. Toki esteeksi tuli myös matka

Iso työyhteisö antaa vapautta valita lähimmät työtoverit.

En oikein pidä siitä, että minua neuvotaan.

Otan kuitenkin muiden neuvot harkintaan.

Miten nuorena voi päättää, mitä koko ikänsä haluaa tehdä työkseen?

En halua opettajaksi.

Yläkoululaiset ovat kauheita.

Koulutragediat saavat koulun tuntumaan vastentahtoiselta paikalta.

Kaikki opiskelukaverini tuntuivat innostuneilta ja minä en.



kotoa yliopistolle. En koskaan halunnut muuttaa tänne asumaan, ja kun motivaatio opintoja kohtaan laski ja olisi pitänyt vielä saada itsensä tänne asti, niin kyllä se kävi ylivoimaiseksi. Pitäisi löytää uusi kipinä johonkin, mitä haluaa tehdä.

Ihan sama oikeastaan, missä ammatissa tulevaisuudessa toimin. Toivoisin joka tapauksessa työympäristön olevan rakentava ja ystävällinen. Sellainen, jonne olisi kiva mennä. Hieman huumoria, vakavia keskusteluja, iloa ja huolta. Jonkinlaista ystävyyttä. Viisautta, nöyryyttä. Toisten huomioon ottamista ja kuuntelua. Kysymyksiä ja neuvoja. Ihmisiä.

Olen paljon miettinyt toimittajan ammattia. Se voisi ehkä olla semmoinen, missä näkee tosi paljon ihmisiä, varsinkin jos saa tehdä haastatteluja, ja saa kuunnella. Arvostan itsessäni eniten sitä, että olen hyvä kuuntelija. Jos joku puhuu minulle asioitaan, niin voin kuunnella häntä ihan niin kauan kuin hänellä on asiaa, eikä minun tarvitse keskeyttää. Oikeastaan mä ajattelen kaikessa, mitä teen, aina ensin kaikkia muita paitsi itseäni. Se on mielestäni hyvä asia, mutta kaikki sanovat ja vähitellen niin tuntuu omasta mielestäkin, että se on myös se, missä minun pitäisi kehittyä. Pitäisi ajatella enemmän myös itseään. Esimerkiksi se, mihin ammattiin haluaisin valmistua. Poikakaverini mielestä olisi hienoa, jos lähtisin opiskelemaan oikeustiedettä. Minusta tulisi joku lakinainen ja voisinkin ehkä saada enemmän palkkaa ja tuoda enemmän rahaa yhteiselle perheellemme. Ainakin enemmän kuin jos olisin opettaja tai toimittaja.

Tykkään kauheasti kirjoittaa. Mielestäni asiat eivät jää lukemalla niin hyvin mieleen kuin että jos itse kirjoitan. Kirjoittaisin esseitä ja referaatteja kirjoista. En ole mielestäni ollut oikein koskaan hyvä lukemaan. Lukemalla asioista ei hahmotu samalla lailla kokonaisuutta kuin kirjoittamalla. Alakoulussa opettajani sanoi, että ”Elma tulee elättämään itsensä kirjoittamalla” ja saman hän sanoi vielä käydessään ylioppilasjuhlassani. ”Mä oon aina sanonut, että Elma tulee elättämään itsensä kirjoittamalla!

En halunnut muuttaa pois kotikaupungistani.

Työyhteisöllä on itselleni suuri merkitys.

Pidän töistä, jossa tapaa paljon ihmisiä.

Olen hyvä kuuntelija.

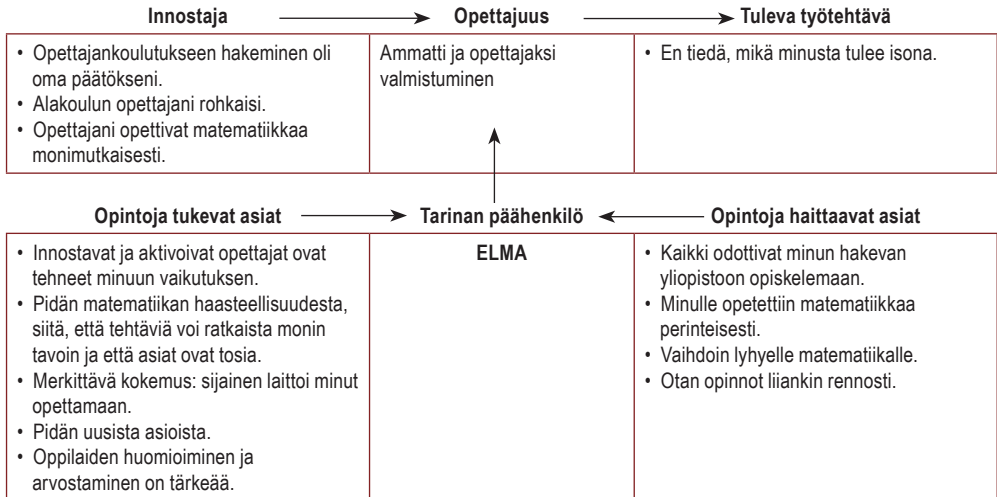
Ajattelen helposti muita ihmisiä, enkä niinkään itseäni.

Poikakaverini on kannustanut minua hakemaan oikeustieteelliseen.

Pidän kirjoittamisesta ja se on minulle helppoa.

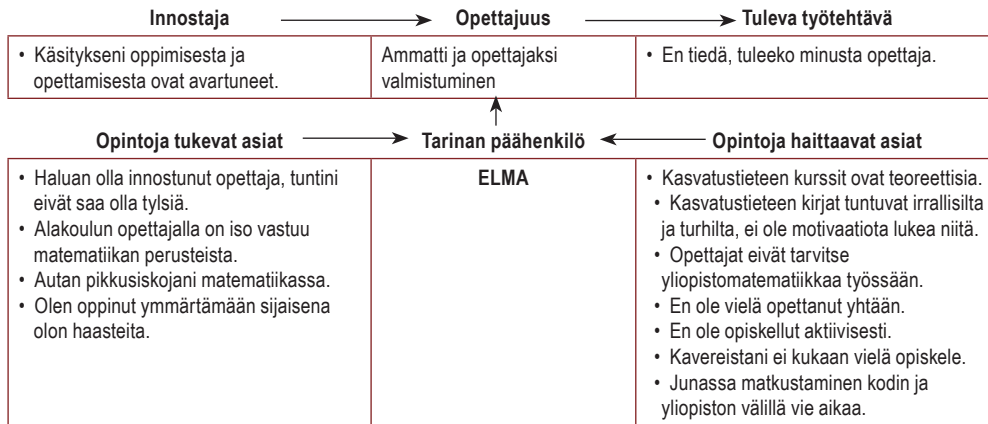
Lukeminen ei suju yhtä helposti kuin kirjoittaminen.

Alakoulun opettajani mukaan tulen kirjoittamaan ammatikseni.



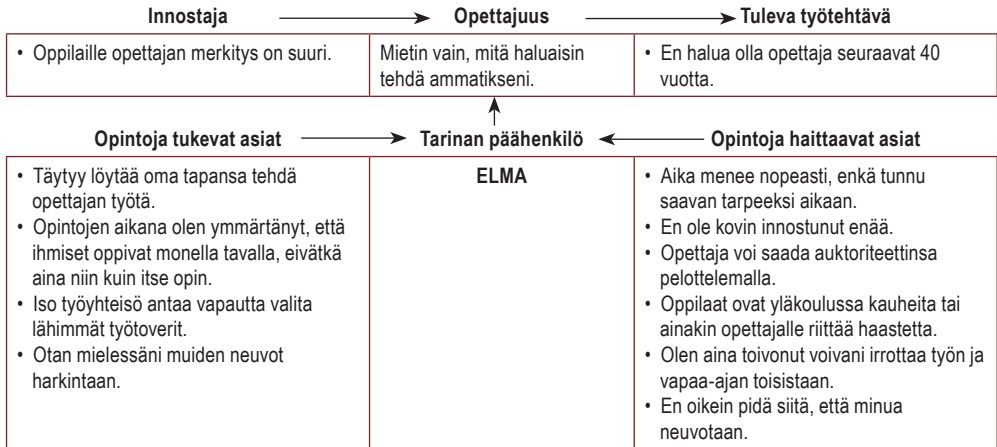
**KUVIO 15.** Elman narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005

Elmalle on tärkeää, että hän on tehnyt itse päätöksen opiskella opettajaksi. Merkittävä osatekijä tähän päätökseen oli eräs koulukokemus: sijainen laittoi Elman opettamaan ja hän huomasi osaavansa selittää asian yksinkertaisemmin kuin sijaisopettaja. Opettajan työtä silmällä pitäen on hyvä, että Elma kertoo pitävänsä uusista asioista ja monet koulukokemuksetkin tukevat opintoja. Opettajaksi kasvun esteisiin lukeutuvat perustietojen mahdollinen riittämättömyys aineenhallinnan kannalta, oma asenne opintoihin ja omien opettajien perinteiset matematiikan opetuksen menetelmät. Opettajan ammatti ei myöskään ole Elman varsinainen toiveammatti, joskaan sen ei tarvitse rajoittaa tässä ammatissa viihtymistä.



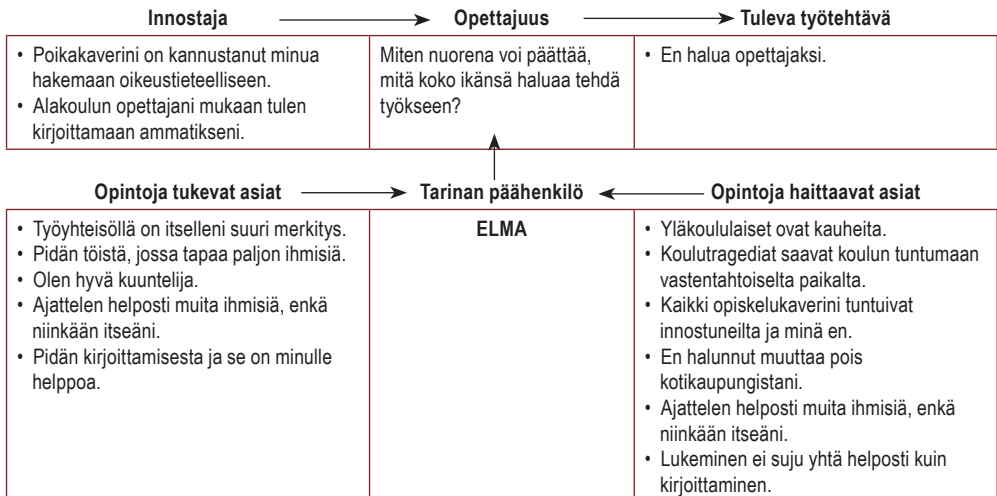
**KUVIO 16.** Elman narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006

Opettajaksi kasvun voimavarana voidaan pitää sitä, että Elman käsitykset opettamisesta ja oppimisesta ovat avartuneet. Myös luokanopettajan vastuu matematiikan opetuksen perusteista on yllättänyt hänet. Tämä on rohkaissut Elmaa kehittämään matematiikan opetusta. Hän on saanut opetuskokemusta opettaessaan siskojaan ja reflektoinut muistojaan sijaisista huomaten, että sijaisena toimimisessa onkin toisenlaiset haasteet. Kasvuprosessia estäviä tekijöitä on kuitenkin paljon. Kasvatustieteen kurssit eivät innosta, yliopistomatematiikka tuntuu ylimitoitetulta opettajan ammattia ajatellen. Sosiaaliset paineet olla opiskelematta ja matkustamatta yliopistolle ovat ilmeiset, kun kukaan ystäväistä ei opiskele. Elma ei myöskään ole voinut kehittää opettajuuttaan työn kautta, kun hän ei ole vielä hakeutunut sijaiseksi.



**KUVIO 17.** Elman narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin toisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2007

Toisen lukuvuoden jälkeen epäilykset väärästä alan valinnasta kasvavat. Opintoja tukevat vielä ajatukset opettajan työn tärkeydestä. Opiskelun ohella tehdyt työt kannustavat pohtimaan työyhteisöjä ja omaa roolia työyhteisössä. Esteitä on kuitenkin tullut lisää. Innostus opintoihin on hävinyt ja vapaa-aika työstä menee kaikkeen muuhun kuin opintoihin. Koulu-uutiset ja nuorisokulttuuri pelottavat Elmaa. Hän tuntuu vetäytyvän opettajuudesta.



**KUVIO 18.** Elman narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008

Elma elää murrosvaihetta. Sosiaaliset paineet ajavat häntä vaihtamaan koulutusalaan. Työyhteisöt mietityttävät. Elma viihtyy ihmisten parissa, mutta mieluiten sopeutuen ja kuunnellen. Kirjoittaminen on noussut tavaksi jäsentää ajatuksiaan, mutta lukeminen ei innosta. Koulutragediat järkyttävät Elmaa. Hän kokee myös epäonnistumista, kun opiskelukaverit ovat niin innostuneita omista opinnoistaan. Hän on jäänyt syrjään opiskelijayhteisöstä, kun matka kodin ja opiskelukaupungin välillä houkuttelee jäämään kotiin.

**TAULUKKO 15. Elman kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta**

	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Essee/haastattelu 12/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08, kuvitteellinen oppituntini
<b>Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteitä</b>	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Essee/haastattelu 12/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08, kuvitteellinen oppituntini
<b>Vuorovaikutteellisuus</b>	Oppilaan tulee voida kysyä epäselviä asioita, oppilaat voivat tulla toistensa oppimista.	Opettaja ja oppilaat tekevät yhdessä. Pöytätyössä voi kysyä omanikäiseltä, eikä tarvitse kertoa koko luokalle, ettei tiedä.	Yhdessä tekemistä ja juttuleimistä.	Voitaisiin esittää ryhmätöiden tuoksia muulle ryhmälle tai vaikkapa toiselle luokalle.	Vuorovaikutteellisuus on mielestäni tärkeää. Opettaja voisi seilittää jokaiselle ihan ensikehenkin.		Yhdessä miettimistä.
<b>Kokemuksellisuus</b>	Itse tekemistä, konkreettisia kokemuksia.	Onko kokeellisuudesta oikeasti hyötyä, kun kokeissa ei voi kuitenkaan tehdä kokeellisesti?		Kokemukset voivat olla yhteisiä. Niitä voi syntyä, näin tutkitaan asioita ja toimitaan yhdessä.	Ei niin, että annan opettajana oppilaille kokemuksia, vaan he antavat niitä toisilleen.	Antaa kaikille samanlaiset mahdollisuudet oppimiseen.	Oppilailla on lempeä mielensä mukanaan ja käytämme niitä yhteenlaulun opettelussa.
<b>Havainnollisuus</b>	Havainnollisuus motivoi ja auttaa ymmärtämään.	On parempi, että opettaja havainnollistaa itse. Jos se on vain oppilaiden vastuulla, asiat voivat jäädä irrallisiksi.		Käytäisiin usein; se auttaa ymmärtämään. Käytäisiin monia tapoja opettaa, näin tunteista tulee erilaisia.	Havainnollisuus voisi auttaa useita oppilaita.	Kokeilisin eri tapoja opettaa. Sitä saisi itsekin vaihdella eikä kangistuisi kaavoihinsa.	Konkreettisia välineitä.
<b>Tutkimuksellisuus</b>	On hyödyllistä, jos oppilaat ottavat itse asioista selvää ja keräävät materiaalia.	Tutkisin jotain asiaa, jota muut eivät olisi tutkineet ja johon ei olisi jo valmiita vastauksia olemassa.	Koulussa pidin koeviikoita. Oli hauskaa testata, oliko ymmärtänyt ja palautusteknologia nähdä, oliko osannut.	Tutkitaan asioita ja toimitaan yhdessä. Tehdään yhteisiä projekteja.	Vainnaiskurssilla voisi olla tukevaa matematiikkaa.		Pitäisi itse oivaltaa ja sisäistää että voi luoda uutta matematiikkaa, ainakin itselle uutta matematiikkaa.
<b>Yhteistoiminnallisuus</b>	Ryhmätöitä toimivat harvoin. Ne saattavat tuntua ahdistavilta. Oppilaat oppivat ottamaan itse vastuuta.	Opettajan pitää tietää, millon se sopii ja miten se toteutettaisiin.	On tunnettava ryhmä, että projekti onnistuu ja oppilaat saavat myönteisiä kokemuksia.	On tunnettava ryhmä, että projekti onnistuu ja oppilaat saavat myönteisiä kokemuksia.			Yhdessä tekemistä.
<b>Matematiikan kielinäkökulma</b>	Käsitteiden oppiminen; laskuja pitää harjoitella.	Oppilas selittää itse tehtäviä.	Kun selittää itselleen tai toiselle, asiat ymmärtää paremmin ja asioita voi selittää niin monella tavalla.	Tuloksen kirjoittamisessa vaatisin matemaattisia käsitteitä. Käsitteitä on helpompi ymmärtää ja muistaa, kun niitä käyttää itse.	Välittömän matematiikan sisällä olisi helpompi toteuttaa erilaisia lähestymistapoja.		

Elman kuvaukset elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä muodostuvat ensimmäisen ja osin toisen lukuvuoden aikana, mutta sitten opintojen lähes täydellinen katkeaminen pysäyttää pohdinnat matematiikan opetuksesta. Viimeinen haastattelu koostuu paljolti Elman pohdinnoista siitä, mitä hän haluaisi tehdä ammatikseen.

Toinen lukuvuosi tuotti jo Elmalle hankaluuksia.

*”[V]ähän niinku lopetin viime vuonna sitte siihen jouluun. Ett mä en käyny enää joulun jälkeen niin paljo koulua.”* Haastattelu 12/2007

Osittain siihen vaikutti matka kotoa opiskelupaikkakunnalle.

*”[S]ekin on kyllä mulla vähä, se matka niinku kans tuli sitt siihen. Ku ei kuitenkaan halunnu muuttaa tänne, ni sitte ku muutenki on se, jotenki se motivaatio, laskenu siihen niinku opiskelemiseen. Jotenki silleen niin, ni sitte pitäs vielä saada ittensä tänne asti, niin kyllä silleen. Ni se on niin vaikeeta. Pitäis olla joku semmonen, mikä oikeesti niinku ois, joku semmonen. Löytää uus kipinä johonkin mitä haluaa tehdä.”* Haastattelu 12/2007

Kolmannen opiskeluvuoden syksyllä tapahtuneet koulutragediat tekivät suuren vaikutuksen.

*”[K]u sä meet sinne opettajaks, ni et sä saa valita yhtään, että ketä ihmisiä. Ei kukaan haastatele niitä, mutt sitt ku sä oot jossain, niinku tämmösessä muussa työpaikassa tai semmosessa, ni sinne niinku joku päättää, että ketä sinne saa tulla töihin. Mutta ku sä oot koulussa, ni ei kukaan saa päättää tai niinku sanoo, että ”no, sä oot tommonen, ett sä voit tulla tänne”. Niin sitt siell on, niinku on niitäki, jotka voi tehä jotain semmosta.”* Haastattelu 12/2007

Elman asennoitumisessa tulevaisuuteen on yllättävää epävarmuutta.

*”Mulla on semmonen tunne, että mä en välttämättä ite halua opettajaks. Ni on tullu vaan silleen, ett mä en tiedä haluuks mä ikinä lapsia. Koska mä en tiedä haluuks mä niinku synnyttää ketään tähän tällaseen maailmaan. Periaatteess miss tapahtuu kuitenkin niin paljo kaikkee ja niinku just se, ett en mä tie minkäläinen, minkälaista on joskus kymmenen vuoden päästä, on niinku Suomen kouluissa ja muuta. Niin, niin sitte just silloin saattais, niinku ne mun lapset olla niitä kouluikäisiä. Ni en mä sitte voi enää päättää, että enpäs mä nyt haluakaan (naurahdetaan), että mun, että mun lapsi ei niinku joutus, tai joudu tonne tällaseen paikkaan tai silleen. [...] Mä oon tosi huolestunu niinku aina välistä ja sitt mä aattelen, ett jos mulla ois omia lapsia, ni mä oisin varmaan ihan hirveen äiti. Just sillai, ett mä en päästäis niitä ulos suunnilleen kotoo tai silleen.”* Haastattelu 12/2007

Elma on pohtinut paljon opettajuutta. Hän tuntuu olevan epävarma aineenhallinnastaan ja arkailee opettajan vastuuta oppimisesta.

*”Tykkään siitä matikasta, mitä on yläasteella ja mitä on lukiossa, mutta mä en tykkää siitä matikasta, mitä on täällä. [...] [jos] sitä omaa, jotain matemaattista ajattelua kehittää niin paljon, että käy jotain tommosia, mistä ittestä tuntuu, tai mä en niinku nää sitä semmosta hyötyä.” [...] Se ajatus on nyt tullu taas ehkä niinku siinä opettamisessaki vähän, [...] ett kyll mä niinku tavallaan haluaisin sitä, mutt sitte niinku heti aluks ottaa sitä vastuuta, niinku siitä tavallaan. Vaikka niinku jos ois matikan opettaja, ni matikka ois vaan yks aine, niinku siellä yläasteella, eikä se välttämättä ratkase mitään. Mutta kuitenkin niinku tavallaan, jos ite epäonnistuu niin sitte se voi aiheuttaa niin monen muunkin epäonnistumisen.”*  
Haastattelu 12/2007

Elma ei ole vielä suorittanut ainuttakaan opettajaharjoittelua, eikä myöskään toimintu sijaisena. Hän ei tunnu uskaltavan edes kokeilla.

*”Tulee vaan mieleen ittellä joskus yläasteella. Jos oli sijaisia, ni kyllä se luokka oli aika erilainen, niinku silloin, ku mitä sitte, ku oli se oikee opettaja. Että ne oli aika semmosta, jotenki sen opettajan testaamista. [...] Se vois olla sitt vähä, jos sattus just oleen joku semmonen [...] hirvee luokka tai joku, niin sitte se varmaan olis niinku ni viimeinen juttu, se lopullinen, että ei tätä. Ehkä se vois olla sitt parempi, jos pääsis johonki ala-asteelle niinku ensin vaikka, ni ne vois olla kivempia. [...] Ehkä mä voisin niinku kuvitella olevani just joku englannin opettaja tai ruotsin, [...] ehkä vielä enemmän joku ranskan opettaja, koska sekin on niinku vapaaehtosta. [...] Ku ne ei o pakollisia, niitä vois opettaa jopa yläasteella. Koska kyll mä ainaki muistan itte, itellä oli ranskan tunnit yläasteella ihan erilaisia, ku ne missä oli sitte koko se muu luokka. [...] Ni onhan se nyt ihan eri asia sille opettajallekin.”*  
Haastattelu 12/2007

Opiskelua pohtiessaan Elma haluaa jättää mahdollisuuksia sille, että vaihtaa alaa.

*”[J]os mä pääsen johonki töihin, [...] ni kyllä mä varmaan menisin. Koska mä en ota nyt opintotukee sen takia, ett jos mä niinku vaihdan vielä johonki uuteen viiden vuoden koulutukseen, ni sitte mulla riittää niitä sitte kuukausia myöhemmäks.”* Haastattelu 12/2007

Elma on usein kokenut itsensä vielä niin nuoreksi päättämään tulevaisuudestaan ja hän haluaa uskoa vielä edelleenkin niin.

*”Täytyy nyt miettiä, yrittää tarkkaan miettiä, nyt mulla alkaa tuleen vähän semmosta painetta, kun oon 21. Ett pitäis jo tietää, tai niinku olla jo jossain, niinku tai kuitenkin. Viis vuotta on niin pitkä aika sitte. Oon mä ny vielä ens syksynäki viä 21, ett se on mulla aina semmonen positiivinen, ett mä täytän vasta marraskuussa, ni ei tunnu ni, ett jos mä oisin 22 jo, ku mä alotan sen. Ni sitt se tuntus jo*



*mä oisin 27 siitä viiden vuoden päästä, mutta sitt mä oonki vasta 26.”* Haastattelu 12/2007

Opiskelun asettamat vaatimukset tuntuvat kuitenkin liian suurilta.

*”[V]iis vuottaki ni se on, niin tuntuu niin kauheen pitkältä ajalta. Vaikka onhan siinä kaikkea harjoittelua ja sitä. Oon mä miettiny ammattikorkeetaki, mutta siellä on kuitenkin vielä paljon enemmän kaikkee, niinku että on pakko niinku olla läsnä ja silleen, että sieltä nyt pääsis vähän nopeemmin pois.”* Haastattelu 12/2007

Elmat pohdinnat elämyksellisestä matematiikan opetuksesta rakentuvat siis melko lyhyelle ajanjaksolle.

### **Vuorovaikutuksellisuus**

Elman ajatukset vuorovaikutuksellisuudesta keskittyvät aluksi siihen, ettei oppilaille vain jäisi tunnilla epäselviä asioita.

*”Matematiikan tunneilla voi olla vuorovaikutusta opettajan ja oppilaan sekä oppilaiden välillä. Varsinkin opettajan ja oppilaan välinen vuorovaikutus on tärkeää, koska oppilaiden pitäisi saada kysellä epäselviksi jääneitä asioita ja opettajan vastata. Yhtä lailla opettaja voi kysellä asioita oppilailta varmistaakseen, että he ovat ymmärtäneet asian. Myös oppilaiden välinen vuorovaikutus on hyödyksi, koska he voivat auttaa toinen toisiaan ja tukea toistensa oppimista.”* Essee 9/2005

Kasvojen säilyttäminen näissä tilanteissa tuntuu Elmasta tärkeältä.

*”No ehkä just se, että siinä voi sitten neuvoa niinku toista ja ehkä on helpompi kysyä sitte omanikäiseltä, niinku jos tarvitaan, eikä tarvis, niinku välttämättä kertoo koko luokalle, ettei tiedä jotain. Ett jos se toinen vaikka tietäis.”* Haastattelu 12/2005

Vuorovaikutuksen merkitys näkyy Elman kuvauksissa myös siitä, miten hän kertoo kyselevästä opetuksesta

*”[L]asketaan sitä niinku yhdessä siinä ja se opettaja kysyy niinku oppilailta, että ”mitä niinku nytten tehdään?”. Ja sitten vähän niinku sit silleen, ett ensiks se opettaja kysyy niiltä oppilailta ja oppilaat kertoo ja sit se tulee niinku vielä sinne kalvolle tai jotain. Mun mielestä se oli ainakin hyvä tai parempi kuin että se vain laittais sen kalvon, että kirjoittakaa.”* Haastattelu 12/2005

ja yhdessä työskentelystä.

*”[O]li vähän ärsyttävää jos aina vaan joutu istuun hiljaa ja kuunteleen, mitä se opettaja sano, eikä ite saanu oikeestaan sanoo yhtään mitään. [...] Se oli sillee, ett aina meni niinku kaverin viereen istuun ni sitte ku alettiin laskeen, niin pys-ty niinku siinä yhess laskeen ja jutteleen niistä. Silleen niinku miettiin yhdessä.”*  
Haastattelu 5/2006

Toisen lukuvuoden puolivälissä Elman kommentit aiheesta liittyvät oppilaiden akti-vointiin ja viihtyvyyteen, joihin vuorovaikutuksen lisäämisellä on vaikutusta.

*”Tutkimuksen jälkeen sen tuloksia voitaisiin esittää muulle ryhmälle tai vaikkapa toiselle luokalle niin tulisi enemmän myös vuorovaikutusta siinä mielessä mu-kaan. Kun käyttää erilaisia tapoja opettaa matikkaa eikä kaikki tunnit ole sa-manlaisia, viihtyvät oppilaat sekä opettaja paremmin.”* Essee 12/2006

Tämä jälkeen Elma puhuu vuorovaikutuksellisuudesta yksilöllistämisenä. Hän on auttanut siskojaan matematiikassa ja huomannut miten tärkeää on, kun opettajalla on aikaa selittää.

*”[N]iinku silleen selittää sitä silleen [...] ku se kuitenkin on vähä semmonen, niin-ku huonompi matikassa tai silleen, niin ett sill on niinku tärkeitä sitt, ett jotkut semmoset, ett miten se vois muistaa asioita, koska se ei välttämättä niinku ym-märrä niitä, niin sitte että se edes muistais, niin se voi pärjätä sitte niinku ihan hyvin.”* Haastattelu 5/2007

Viimeiset kommentit liittyvät Elman unelmatuntiin.

*”Jokainen on saanut tuoda lempilelujaan mukaan kouluun. Niiden avulla mieti-tään yhteenlaskun periaatetta.”* Kirje 4/2008

## **Kokemuksellisuus**

Opintojen alussa Elma pohtii kokemuksellisuutta toiminnallisen matematiikan ope-tuksen näkökulmasta.

*”Kokemuksellisuus matematiikassa tarkoittaa mielestäni sitä, että oppilaat saa-vat itse tekemällä tuntemalla opetella asioita. Se on tarpeellista, koska monet op-pilaat oppivat parhaiten juuri sillä tavalla. Asiat on helpompi palauttaa mieleen, kun niistä on konkreettisia kokemuksia. Se tuo myös vaihtelua oppitunneille ja voi olla hyvin motivoivaa.”* Essee 9/2005

Kokemuksellisuus voi liittyä Elman mielessä myös arkielämän matematiikkaan, mutta silloin hyöty on hänen mukaansa siinä, että oppilaat huomaavat matematiikan liittyvän jokapäiväisen elämään. Kokeissa tällaisista tehtävistä ei hyötyä olekaan, kun niissä ei sitä mitata.

*”No, ehkä just semmosta, mitä mekin tehtiin silloin [luennolla], että mitattiin sitä puuta. [...] Ne on senkin takia ihan kivoja, että vaikka se ei siitä välttämättä silleen niinku oo tavallaan, että mihinkään kokeeseen tai tälleen niinku kamalasti hyötyä. [...] Mutta että ehkä sitten silleen, että ne oppilaat näkee, ett siitä voi olla jotakin hyötyä muuallakin kuin siellä luokkahuoneessa silleen. Että sais niille jotain, että ne vois niinku innostua ja ei ne ehkä sanois, ettei me tarvita tätä mihinkään.”* Haastattelu 12/2005

Toisen lukuvuoden syksyllä Elman ajatuksiin kokeellisuudesta tulee viehättävä näkökulma.

*”Kokemukset voivat olla yhteisiä, niitä voi syntyä, kun tutkitaan asioita ja toimitaan yhdessä. Tietysti myös yksin.”* Essee 12/2006

Tämä näkökulma kehittyi lisää seuraavaan kevääseen mennessä.

*”[E]ttei se sitte vaan oo, oo vaan niinku sitä, että mä annan niinku oppilaille, että erityyppisille oppijoille niitä kokemuksia tai tämmösiä, vaan tavallaan, että ne antaa toisilleen niitä ja mulle tai sillee.”* Haastattelu 5/2007

Kokemusten antaminen toisille tai opettajalle on näkökulma, jota muiden tutkittavien teksteistä ei tullut esiin. Elmalle on kuitenkin tärkeää, että kaikki voisivat oppia.

*”[O]is tärkeetä, ett ne oppilaat niinku oppis ja niinku erilaiset, jos pystys niinku antaa kaikille samanlaiset mahdollisuudet siihen oppimiseen.”* Haastattelu 12/2007

## Havainnollisuus

Havainnollisuus on Elman mielestä ensisijaisesti opettajan väline.

*”Havainnollisuus opetuksessa ja oppimisessa merkitsee minulle sitä, että opettaja selittää asian ymmärrettävällä tavalla. Havainnollistaminen voi myös lisätä oppilaiden mielenkiintoa asiaa kohtaan.”* Essee 9/2005

*”[K]u opetettiin noita (yskii) niitä lämpötilajuttuja, niin sitten että. Siä oli se semmonen pahvista tehty iso, semmonen lämpömittari, siellä tauluun pistetty kiinni ja siihen laitettiin nuoli ja monta astetta toi lämpötila oli, se oli ihan kiva.”* Haastattelu 12/2005

Hän jopa pohtii, että opettajan havainnollistaessa jotakin kaikilla on yhtäläiset mahdollisuudet nähdä se.

*”Ehkä se olis kuitenkin niinku hyödyllisempää tavallaan, jos se opettaja tekee sen, että kaikki oppilaat sitte näkee sen. [...] Varmaan on niinku parempi, että toisaalta niinku jaksais ite tehdä sitä tai sillee, niin kyllä siitä varmaan ois ihan hyötyä,*

*koska sitte joutuis niinku enemmän miettiin niitä sitte niitä asioita.”* Haastattelu 12/2005

Oppilaille voisi olla hyötyä siitä, että he havainnollistaisivat itsekin asioita itselleen, mutta ymmärtävätkö he varmasti idean.

*”Kaikkien piti semmonen tehdä semmonen [kappale]. [...] Siitä piti kyllä sitä jotain kattoo, jotain juttuja niinku luokassa, mutta ei me sitten kirjoitettu siitä mitään. Me vaan sitte tehtiin ne jotkut ihmeen kappaleet siinä, kauheen vaikeeta, sitten me, sitt se vaan oli siinä.”* Haastattelu 12/2005

Havainnollisuus olisi Elmasta kuitenkin tärkeää.

*”Havainnollistamista itse käyttäisin usein, koska luulen, että se johtaa parempiin oppimistuloksiin.”* Essee 12/2006

Se auttaa mahdollisimman monia oppimaan

*”[A]ntaa tavallaan mahdollisimman monelle mahdollisuuden oppia tai silleen just ja että ehkä se sitte ois sitä havainnollisuutta.”* Haastattelu 5/2007

ja pitää opettajankin virkeänä.

*”[K]okeilis eri tapoja opettaa, niin siitä tulis itellekin sitä vaihtelua, ettei sitte kangistuis niihi kaavoihinsa.”* Haastattelu 12/2007

Elman unelmatunnilla oli nalleja ja muita leluja havainnollistamassa yhteenlaskua.

*”Sanna toi mukanaan kaksi lelua ja Janne kolme, montako niitä on yhteensä? Lelujen tuomisessa on riskinsä, mutta tässä luokassa ei ole ongelmia.”* Kirje 4/2008

## **Tutkimuksellisuus**

Tutkimuksellisuus liittyy Elman ajatuksissa sellaisten tutkimusten tekemiseen, joissa kerätään materiaalia ja toimitaan itsenäisesti.

*”Tutkimuksista on varmasti hyötyä varsinkin, jos asioista pitää ottaa itse selvää ja kerätä materiaalia. Siinä palataan jälleen siihen, kuinka monet oppivat parhaiten itse tekemällä.”* Essee 9/2005

Tutkimukset eivät kuitenkaan Elman mielestä integroi eri oppiaineita keskenään.

*”Päivi: Pitäiskö sun mielestä matikkaa integroida sillai, että opettaa jotain kemian juttujen avulla matikan tunnilla vai saako se olla semmonen oma erillinen?”*

*En tie, mä ainakin itte varmaan tykkäisin sillee, että on niinku matikkaa, koska mä en esimerkiks kemiasta oo tykänny. Et se varmaan niinku ärsyttäis tai olis*

*ärsyttänyt, jos sinne matikan tunneille ois tuotu sitä kemiaa, mstä mä en tykkää ja matikasta tykkään, niin sitt se ois voinu olla vähän sillai, ei niin kiva juttu. [...] [Kemiassa] se vaan oli jotenkin vaan niin semmosta, että ihan ohjeitten mukaan pitää tehdä, että pistä vaikka yks senttilitra jotakin ja yks jotakin ja sitä kato- taan siinä ja melkein tiesi jo etukäteen, ett miltä se näyttää sitte kun se on niinku valmista ja silleen. Ja mun mielestä se oli aina niinku tylsää, että ois se niinku kivempaa silleen, että jos tietäs niin paljon siitä, että pystys niinku itte tekeen jotain. Kokeileen oikeesti, eikä vaan silleen että kokeilee jotain, mitä joku muu on jo kokeillu.” Haastattelu 12/2005*

Elman ajatus kurssikoetehtävistä ikään kuin tutkimuksellisuutena on kiinnostava.

*”[L]ukioss ku oli koeviikot, niin mun mielestä ne oli niinku kivoimpia viikkoja (naurahtaa) mitä koulussa oli. Vaikka siinä oli tietysti sitä lukemistakin niin pal- jon, mutta silti. Ja sitte aina odotti sitä kokeenpalautusta. [...] Mulle [ei] ikinä niin niin hirveen tärkeetä ollu ne, että minkä numeron ny sain jostain. Mutta se just, että miten miten oli niinku tajunnu ne.” Haastattelu 5/2006*

Muutenkin tutkiva työtapo olisi Elman mielestä toimiva.

*”Yhteisiä projekteja ja muutenkin vuorovaikutusta pitäisi lisätä paljon [...] täytyy vain tuntea ryhmä aika hyvin, jotta tietää projektin onnistuvan niin, että kaikille jää hyvä mieli ja oppilaat saavat positiivisia kokemuksia. Tutkimuksen jälkeen sen tuloksia voitaisiin esittää muulle ryhmälle tai vaikkapa toiselle luokalle niin tulisi enemmän myös vuorovaikutusta siinä mielessä mukaan.” Essee 12/2006*

*”[I]hmisiä jotka tykkää matikasta ja halus ottaa sen valinnaiseks niin sitte siitä ois voinu niinku siellä oli sellasessa niinku ryhmässä ois helpompi toteuttaa mun mielestä kaikkee eri juttuja.” Haastattelu 5/2007*

Tutkimuksen lopuksi kirjoittamassaan kirjeessä Elman ajatukset tutkimuksellisuu- desta ovat herättäviä.

*”Toisaalta on olemassa valmiita kaavoja ja sääntöjä, mutta ne pitää itse oivaltaa ja sisäistää, jotta voisi luoda uutta matematiikkaa. Jos näin voi sanoa. Mutta ai- nakin itselle uutta. Voi myös luoda uutta itselleen, vaikka joku muu olisi aiemmin keksinyt saman.” Kirje 4/2008*

## **Yhteistoiminnallisuus**

Yhteistoiminnallisuus on Elmalle omilta kouluajoilta vierasta.

*”Minulla ei ole matematiikan tunneilta oikeastaan minkäänlaisia kokemuksia YTO:sta, tai ainakaan ei ole erityisesti jäänyt mieleen. Ryhmätöitäkin on mate- matiikassa ollut tosi vähän. Joskus muutaman hengen ryhmässä laskettiin jokin*

*lasku ja sitten yksi ryhmän jäsenistä meni selittämään ratkaisun vaihe vaiheelta muille. Mielestäni siitä ei ollut paljoakaan hyötyä, sillä usein ryhmän paras teki hommat yksin. Sitä paitsi olisi aivan sama, jos opettaja tekisi ratkaisun taululle sen jälkeen, kun oppilaat ovat laskeneet laskun vihkoon. Tai ainakin olisi meidän luokallamme ollut. Jos kaikki saisi mukaan laskemaan ja jos ryhmätöitä toteutettaisiin jotenkin eritavalla, voisi hyötyä olla enemmän.”* Essee 9/2005

Ryhmätehtävät, joita Elman kouluaikoina tehtiin matematiikan tunneilla, eivät hänen mielestään olleet kovin toimivia. Ehkä ryhmät olisi pitänyt rakentaa eri tavoin tai tehtävien olisi pitänyt työllistää jokaista ryhmän jäsentä. Elma myös pohtii sitä, miten ryhmässä toimiminen saattaa olla joillekin oppilaille liiankin kova haaste.

*”Yhteistoiminnallinen oppiminen voi joidenkin oppilaiden mielestä [tuntua] ahdistavalta. Varsinkin aroilla, ja esimerkiksi kiusatuilla, voi olla tämäntapaisia ennakkokäsityksiä. Toisaalta jotkut varmasti ajattelevat, että on hauskaa, kun välillä poiketaan perinteisestä opetustyylistä ja saa vaihtaa ajatuksia muiden oppilaiden kanssa. [...] Joku voi myös tuntea, että yhteistoiminnallisessa oppimisessä opettaja luo liian suuria paineita, kun pitää ottaa vastuuta myös muiden oppimisesta.”* Essee 9/2005

Opettajalta yhteistoiminnallisuus vaatii kuitenkin paljon.

*”Silloin täytyy vain tuntea ryhmä aika hyvin, jotta tietää projektin onnistuvan niin, että kaikille jää hyvä mieli ja oppilaat saavat positiivisia kokemuksia.”* Essee 12/2006

Toisaalta keväällä 2008 kirjeessä kuvailtu unelmatunti leluineen ja yhdessä toimimiseen oli ainakin osin yhteistoiminnallista.

## **Matematiikan kielinäkökulma**

Elmalle ei tuota vaikeuksia tunnistaa matematiikan kielellisiä piirteitä.

*”Matematiikallakin on oma kielioppinsa, joka pitää osata jotta osaa ratkaista eri laskuja. Siinä on myös erilaisia ja vaikeita käsitteitä, jotka pitää opetella aivan kuten kielissä on opeteltava sanoja. Laskuja pitää harjoitella ja se on vähän sama kuin kielissä: puhumaan opitaan puhumalla.”* Essee 9/2005

Yllättävää on kuitenkin huomata, että Elma rinnastaa matematiikan tuntien laskeamisen kielten tuntien puhumisen kanssa. Matematiikan kieli on siis hänen mielestään lähinnä kirjoitettua. Toisaalta opettaja käyttää myös puhuttua matematiikan kieltä.

*”Opettajan on opetuksessa otettava huomioon, että oppilaat eivät automaattisesti tiedä, mitä jotkut käsitteet tarkoittavat. Se voi unohtua, koska sanat ovat opettajalle itselleen niin tuttuja.”* Essee 9/2005

Milloin oppilaat sitten voisivat käyttää matematiikan puhuttua kieltä?

*”Yläasteella ei ehkä, ett me tehtiin kyllä niitä jotain kotitehtäviä taululle, mutta se opettaja sitte selitti ne, mutta lukiossa oli silleen, että joskus oppilaat itte selitti ne ja mun mielestä se on kyllä parempi, koska siinä tulee niinku muitakin tapoja, ett miten sen voi niinku ajatella sen tai ymmärtää sen asian kuin vain se opettajan tapa. Että joku muukin voi ymmärtää sen siitä, kun joku toinenkin selittää sitä, eikä vaan niinku yks ihminen.”* Haastattelu 12/2005

Oppilaat voisivat selittää itse, miten ovat laskeneet tehtävän. Elman mielestä oppilaan antama selitys voisi jopa olla parempi kuin opettajan. Johtuuko tämäkin siitä, että oppilas tuskin käyttäisi niin spesifiä kieltä kuin opettaja? Elmalle ääneen ajattelemisella on toinenkin merkitys.

*”Kyll se on niin, ett ku ite sanoo ääneen sen, että miten on niinku sen ite ymmärtäny sen ni. Jotenkin tavallaan kuitenkin kuulee, vaikka vaan itensä sanovan sen, niin ehkä se jotenkin helpottaa sitä. [...] Jotenkin se, ett yrittää selittää sen toiselle sillai, ett se ymmärtäis, niin itekin ymmärtää sen paremmin.”* Haastattelu 5/2006

Matematiikan kirjoitetun kielen tulisi Elman mielestä olla huoliteltua.

*”Itse vaatisin, että tulosten kirjoittamisessa käytettäisiin matemaattisia käsitteitä. Sitä kautta matematiikan kieli tulisi tutummaksi ja käsitteiden merkitys olisi ehkä helpompi muistaa ja ymmärtää, kun niitä käyttäisi sillä tavalla itse. Myös eri asioiden yhteydet voisivat siinä tulla paremmin esille.”* Essee 12/2006

Hän uskoo, että käsitteet jäävät paremmin mieleen, kun niitä käyttää itse.

Elmalle elämyksellinen matematiikanopetus on tapa monipuolistaa opetusta ja tehdä siitä mielenkiintoisempaa.

*”Esimerkit ovat tärkeitä ja sitä kautta asiat ymmärtää helpommin mutta haluaisin käyttää myös muita tapoja, jotta kaikki matikan tunnint eivät aina olisi samanlaisia. Itse kyllästyin ainakin siihen tavalliseen tunnin kulkuun: ensin tarkastetaan läksyt, sitten opetetaan uusi asia ja lopuksi lasketaan. Se on yksi syy siihen, miksi näitä muitakin komponentteja kannattaa hyödyntää.”* Essee 12/2006

*”Mä ainakin just itte silloin yläasteella oisin halunnu, että se ku mä otin just sitt sen matikan niinku valinnaisen, niin tota mä ainakin oisin niinku odottanu, ett se ois ollu vähän niinku poikennu siitä tavallisesta tai silleen. Että koska sen piti olla semmosta, miss on ihmisiä, jotka tykkää matikasta ja halus ottaa sen valin-*

*naiseks, niin sitte siitä ois voinu, niinku siell oli sellasessa, niinku ryhmässä, ois helpompi toteuttaa mun mielestä kaikkee eri juttuja.”* Haastattelu 5/2007

Hän myös yhdistäisi eri piirteitä.

*”Yhteisiä projekteja ja muutenkin vuorovaikutusta pitäisi lisätä paljon. Itse ehkä yrittäisin yhdistää melkein kaikkia komponentteja vaikkapa jollain koko luokan tai pienempien ryhmien tutkimuksella.”* Essee 12/2006

Elman kuvitteellinen tunti kuvaa elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä erityisesti kokemuksellisuutta, havainnollisuutta ja vuorovaikutuksellisuutta.

*”Koulu on uusi, valoisa ja tilava. Pulpetit ovat puoliympyrässä opettajan pöydän edessä. Ikkunalaudoilla on viherkasveja ja avoimesta ikkunasta kuuluu lintujen laulua viereisestä metsästä. Oppilaat ovat innokkaita oppimaan, heitä on noin 14. Parillinen määrä joka tapauksessa. Itse olen hyvällä tuulella ja rauhallinen. Se tarttuu oppilaisiin. Oppilaat ovat ekaluokkalaisia ja opettelemme yhteenlaskua. Jokainen on saanut tuoda lempilelujaan mukaan kouluun. Niiden avulla mietitään yhteenlaskun periaatetta. Jos Sanna toi mukanaan kaksi lelua ja Janne kolme, montako niitä on yhteensä ym. Lelujen tuomisessa on riskinsä, mutta tässä luokassa ei ole ongelmia! Tunnin lopuksi testaan muutamalla laskulla paperilla, ovatko oppilaat tajunneet jotain. Ja tietysti he ovat!”* Kirje 4/2008

Luokan tunnelma on lämmin ja olosuhteet erinomaiset. Elman kuvauksesta ei kuitenkaan voi olla huomaamatta, että hänellä ei juurikaan ole kokemusta alakoulussa opettamisesta. Ehkäpä keskustellen syntynyt ymmärrys yhteenlaskusta ei näin suoraan siirry kirjalliseen tuottamiseen.

Vuorovaikutuksellisuudessa Elma pitää tärkeänä ilmapiiriä ja viihtymistä, oppilas uskaltaa kysyä opettajalta epäselviä asioita, saa jutella parin kanssa, mietitään yhdessä. Opettajan rooli on kuitenkin olla aktiivisesti läsnä ja ohjata. Kokemuksellisuudessa Elman käsitykset ovat vivahteikkaat. Tarinoissa näkyvät niin toiminnallisuus, konkreettisuus ja arkielämän tehtävät. Hän näkee kokemuksellisuuden myös elämyksellisemmin ja puhuu yhteisistä kokemuksista ja toisille annetuista kokemuksista. On tärkeää kyseenalaistaa, mitataanko näitä kokemuksia koskaan kokeissa, mikä niistä saatu hyöty on? Havainnollistaminen jää Elmalla lähinnä opettajan välineeksi. Hän uskoo, että oppilaitakin hyödyttää havainnollistaa itse itselleen asioita, mutta ei luota siihen, että he ymmärtäisivät itse havainnollistuksen idean. Havainnollisuus tukee kuitenkin oppimista ja auttaa erilaisia oppilaita ja ennen kaikkea pitää opettajan virkeänä. Elman näkemykset tutkimuksellisuudesta laajenevat koulutuksen aikana huomattavasti. Yksittäisistä itse tehdyistä tutkimuksista hän päätyy projekteihin ja siihen, että oppilaat lopulta keksivät itse uutta matematiikkaa. Jopa kurssikokeet Elma katsoo tavallaan tutkimuksiksi. Ne haastavat oppilaita erilaisilla, mielenkiintoisilla tehtävillä.

Yhteistoiminnallisuus ei viehätä Elmaa. Hän ei koe ryhmätöitä ja yhdessä teke-



mistä mielekkääksi ja toteaa, että ne vaativat paljon niin oppilailta kuin opettajalta-kin. Matematiikan kielinäkökulma sen sijaan on hänelle tutumpi. Kun oppilas selittää laskemaansa tehtävää toisille oppilaille, sen voi joskus jopa ymmärtää paremmin kuin opettajan esityksen. Tästähan Elmalla oli kokemuksia omalta kouluajaltaan. Lisäksi, kun kuulee itsensä sanovan jotain ääneen, niin sanotun ymmärtää itsekin paremmin. Ja käsitteetkin jäävät mieleen, kun niitä käyttää aktiivisesti. Matematiikan kieli on kuitenkin Elmalle ensisijaisesti kirjoitettua, eksaktia kieltä.

Kun Elman opettajaksi kasvun prosessia katsoo elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta, siinä korostuu yksilöllisyys. Opettajan rooli on vahva ja työmenetelmät kaventuvat lähinnä parityöskentelyyn.

TAULUKKO 16. Elman kasvuprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta

	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06	Essee/haastattelu 12/06	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08
<b>Opettajaksi kasvun piirteitä</b>							
<b>Tuleva työtehtävä</b>	Matematiikan opettaja tai luokanopettaja, en vielä tiedä.	En tiedä, mitä haluan.	En tiedä, onko tämä oikeaa ala.	Oppilaat saavat kysellä; sellään yksinkertaisesti ja syvemmän yksilöllisesti.	Luokanopettajaksi	Luokanopettajaksi tai en tiedä ihan siitäkään.	En ainakaan opettajaksi.
<b>Käsitys itsestä opettajana</b>	Haluaisin opettaa niin, että lahjakkaat saavat haasteita ja kiinnostuvat, ja heikommat ymmärtävät.	Haluaisin opettaa niin, että lahjakkaat saavat haasteita ja kiinnostuvat, ja heikommat ymmärtävät.			Kun olen opettanut sikoa tai polkakaveria, olen tuntenut tämän hyvin ja voinut keskittyä opettamaan vain häntä.	Ottaisin erilaiset oppilaat huomioon, kokeilisin kaikenlaisia uutta.	En usko, että kauheasti nautitsin matematiikan opettamisesta, varsinkaan yläkoulussa.
<b>Käsitys matemaatiikasta</b>	Mieluumminkin haastavaa kuin vaikeaa. Matematiikan asiat ovat tosia.	Ylipiستمatematiikka on erilaisia, mutta se tekee minua jo opittuja asioitakin käytettiin.	Joka kussissa lukiossa tuli jotain uutta ja silti monia jo opittuja asioitakin käytettiin.		Ollut tänä vuonna vaikeaa. Jos ei ymmärrä perusasioita, ei osaa soveltaa. Matematiikka on laskemista, ymmärtämistä ja muistamista.	En pidä yliopistematematiikasta ja se on vaikeaa.	Vahvuuksiani ovat hyvä muisti ja yhdistelykyky. Vainit kaavat ja säämöt eivät riitä, pitää oivaltaa ja sisältää luodakseen jotain uutta.
<b>Käsitys matematiikan oppimisesta</b>	Haasteellisuus, se että huomaa oppineensa. Saman laskun voi laskea monella tavalla.	Sen, mistä pitää oppii hyvin.	Oppilaat oppivat eri tavoilla. Matematiikkaa oppii tekemällä tunteilla. Tein vain sen, mitä tarvitsi tehdä. Matematiikkaa ei voi lukea ulkoa.	Ymmärtäminen on tärkeää, ei ulkoa opetteleminen.	Joskus olen osannut selittää asian eri tavalla. Jokaisella on henkilökohtaisia muistitekoja.	Monilla olisi edellytyksiä matemaattiseen sivistykseen, mutta harvoilla todellisia mahdollisuuksia tai kiinnostusta.	Matemaattiseen sivistykseen, mutta harvoilla todellisia mahdollisuuksia tai kiinnostusta.
<b>Käsitys matematiikan opettamisesta</b>		Paremmat oppilaat voisivat neuvoa heikompiä.		Haluan oppilaiden ymmärtävän asian.	On muitakin tapoja opettaa kuin se, jolla minulle on opetettu.	Onn kiinnostus on tärkeä.	Itse olisin luokkatyöskentelykeskeinen.
<b>Käsitys hyvästä opettajasta</b>	Opettaa asiat niin, että ne ymmärtää. On mukava, teetää ymmärtöitä, saa osallistumaan ja on helposti lähestyttävä.	Oikeudenmukainen, yrittää saada kaikki mukaan, on innostunut ja rakentaa luokkaan hyvän tunnelman.	Vastaa oppilaiden kysymyksiin.				
<b>Tekee asioista mielenkiintoisia ja on itse innostunut. Opettajan vaikutus on suuri.</b>		Kun on auktoriteettia, pystyy toteuttamaan erilaisia juttuja työssään. Ei uraudu, on rauhallinen ja jaksaa neuvoa.					
<b>Käsitys hyvästä opetuksesta</b>				Kokonaisuuden ymmärtäminen on tärkeää.	Antaa mahdollisimman monelle mahdollisuuden oppia. Oppitunneille on mukava tulla.		

Elman kasvu matematiikan opettajaksi jää ainakin tämän tutkimuksen aikana kesken. Jonkinlainen epävarmuus on aistittavissa jo opintojen alkuvaiheessa, mutta lopulta alan vaihto osoittautuu ilmeisimmäksi.

### *Tuleva työtehtävä*

Ensimmäisenä syksynä Elma kertoo:

*”Emmä vaan tienny, että mitä mä haluan, niin, mutta kyllä on niinku semmonen, että mikä nyt kuitenkin tai ainakin vielä semmonen, mitä mä haluan. [...] On tää nyt ihan kivaa ollu, mä oon ehkä ottanu vähän liiankin sillee rennosti ja enkä kauheesti stressannu mistään.”* Haastattelu 12/2005

Toisen lukuvuoden päättyessä Elman ajatus opettajuudesta kiertyy toiveeseen olla tärkeä ja silti vastuun ottaminen arveluttaa.

*”Niinku haluaa auttaa niitä oppilaita sill, ehkä sen takia mä en just tiedä haluuaks mä just matikan opettajaks. Niinku jotenkin ois kivempi niinku tehdä enemmän tiekkö, ku vaan opettaa sitä matikkaa niille. [...] Koska ala-asteen opettaja on kuitenkin sille lapselle tosi semmonen tärkeä ja että ehkä mä haluaisin olla sellanen ihminen, niinku joka on tärkeä jollekin. [...] Siinä on ihan hirvee niinku jotenkin, se vastuu on kuitenkin kauheen iso, mutta ehkä se ois kuitenkin semmonen.”* Haastattelu 5/2007

Matematiikan opettaminen ei ole itseisarvona, mutta Elma kokee, että jokin opetettava aine tarvitaan.

*”Ehkä mulla se on ollu se matikka just sen takia sitt,e että mä oon niin niinku huomannu, että mä pystyn ehkä selittää jotain asioita silleen, että niinku vähän huonommatkin ymmärtää [...] Ehkä se matikka on vaan se välikappale siinä jotenkin siinä mun ja oppilaitten tai silleen siinä jotenkin. Että pakko on olla joku, mitä sä opetat, tai silleen, jos haluat olla opettaja tai sillai.”* Haastattelu 5/2007

Hän pohtii myös sitä, mille asteelle voisi sijoittua opettajaksi.

*”Mä en välttämättä haluais niinku, tai en haluais just yläasteelle varsinkaan opettajaks. Mulla on tullu semmonen olo jotenki. Kyll mä nyt ehkä vois kuvitella, ett mä oisin lukiossa, tai enemmän ehkä ala-asteella. En tiedä, riittäiskö mulla sitt kuitenkaan kärsivällisyys siihen.”* Haastattelu 12/2007

Elman kertomuksista käy hyvin ilmi, että hän pyrkii pohtimaan opettajuutta ja itseään opettajana, mutta lopulta hän kuitenkin kirjoittaa avoimen rehellisesti:

*”Löytyy vain asioita, jotka ovat vaikuttaneet siihen, etten halua olla opettaja. Ekan vuoden tutustumiset Norssilla olivat aika herättävä kokemus. Ymmärsin,*

*ettei minusta luultavasti ole ”kauheiden ysien” opettajaksi. Aikuisten opettaminen voisi olla eri juttu.” Kirje 4/2008*

### **Käsitys itsestä opettajana**

Elma pohtii itseään opettajana ja hänen ajatuksistaan tulee esiin, miten helposti hän on itse oppinut. Näitä oppimisen menetelmiä hän olisi valmis jakamaan muillekin.

*”Minua opettaneilla on ollut taipumusta opettaa matematiikkaa aika monimutkaisesti, jolloin heikommat eivät välttämättä pysy perässä. Haluan yrittää opettaa matematiikkaa sillä tavalla, että lahjakkaat, joille matematiikka tuntuu helpolta, saavat tarpeeksi tehtäviä ja haasteita mutta samalla heikommat ymmärtävät ja oppivat uusia asioita.” Essee 9/2005*

Elman vaihtelunhaluisuuskin nousee esiin. Opettajana tämä piirre toisikin opetuksen hyvän lisän.

*”Itse haluaisin opettaa matematiikkaa niin, että mahdollisimman monet kiinnostuisivat siitä ja tietysti oppisivat sitä. Haluaisin käyttää erilaisia keinoja, jotta jokainen tunti olisi erilainen eikä oppilailla olisi tylsää.” Essee 9/2005*

Elma pohtii opetuksen mahdollisuuksia:

*”Mä haluaisin, tai ensin ainakin, selittää sen asian mahdollisimman yksinkertaisesti ja sillee. Ja sitte jotenkin niinku, ku on ymmärretty se perushomma, niin sitte niinku jotain, niinku vähän jos sen ymmärtää, niin sitte niinku syvempää. [...] Ehkä kaikkien oppilaitten ei kuitenkaan tarvi tietää niinku kaikkee, niinku kaikesta tai sillee mutta – tai tottakai niitten täytyis, koska sitte tulee se koe, missä on kaikki. Mutta kyllähän se on kuitenkin, aina niinku joku saa sitte vitosen siitä kokeesta tai jotain, ei kaikki voi saada kymppiä, vaikka mä kuinka yrittäisin opettaa niitä tai sillee.” Haastattelu 5/2007*

Otteesta käy hyvin ilmi se ristiriita, mikä nuoren opettajaksi opiskelevan mielessä käy. Miten opettaa niin, että kaikki oppivat ja silti kohdata sekin tosiasia, että eivät kaikki voi oppia täydellisesti. Tätä pohdintaa Elma jatkaa haastattelussa myös puolen vuoden kuluttua.

*”[S]e nyt ois tärkeätä, ett ne oppilaat niinku oppis, ja niinku erilaiset. Jos pystys niinku antaa kaikille samanlaiset mahdollisuudet siihen oppimiseen. [...] Taas toisaalta ittelle se, että mä tiedän niin monia jotain lukion opettajia, joilla on ollut kymmenen vuotta samat kalvot ja niitä ne pistää joka kurssille. Että niinku ei itte ainakaan menis semmoseks, koska eihän sitä sitte ite saa enää mitään tavallaan. Että yrittäis niillä erilaisilla, kokeilis eri tapoja opettaa, niin siitä tulis itellekin sitä vaihtelua, ettei sitte kangistuis niihi kaavoihinsa.” Haastattelu 12/2007*

Erilaiset opetusmenetelmät ajaisivat Elman mielessä kahtakin eri tarkoitusta. Toisaalta antaisivat oppilaille enemmän mahdollisuuksia oppia ja toisaalta pitäisivät opettajan työn vaihtelevana ja mielekkäänä.

Elman kokemukset opettamisesta ovat koulutuksen aikana jääneet kahdenkeskisiin opetustuokioihin, joissa hänellä on ollut opetettavana joku itselle läheinen henkilö. Elma kokee, että näitä kokemuksia on vaikea verrata todelliseen opetustilanteeseen.

*”Mä tavallaan niinku tiedän ees vähän, ett miten ne ajattelee, tai silleen jotenkin. Niin se on helppo ja sitte, ku on ollu aina vaan se yks ihminen niinku. Ett [...] mä selitän niinku vaan sille, ettei kukaan siinä sen vieressä kysy [...] ett ”mää en ny tajunnu, ett selitä uudestaan”. Tai silleen niinku selitä jollain toisella lailla.”*  
Haastattelu 5/2007

Eikä hän osaa lopulta nähdäkään itseään koko luokan opettajana.

*”En usko, että kauheasti nauttisin matematiikan opettamisesta. Varsinkaan yläasteella. Siellä aika varmaan kuluu enemmän järjestyksen kuin keskustelun ylläpitoon.”* Kirje 4/2008

## **Käsitys matematiikasta**

Elman käsitykset matematiikasta muuttuvat koulutuksen aikana. Kouluajana hän on nauttinut matematiikan haasteellisuudesta,

*”Pidän matematiikasta itsekin ja se johtuu ehkä eniten siitä, että olen aina ajatellut matematiikan olevan mieluimminkin haastavaa kuin vaikeaa.”* Essee 9/2005

mutta myös siitä, että matematiikassa on usein olemassa yksi oikea ratkaisu. Tässä kohtaa Elman esseeseen putkahtaa hupaisa kirjoitusvirhe.

*”Pidän myös siitä, että useat matematiikan asiat ovat tosia, eikä kukaan tule väitätä vastaan kun opettaja esimerkiksi sanoo että  $2+20=4$ .”* Essee 9/2005

Yliopistomatematiikka houkuttelee aluksi erilaisuudellaan.

*”Kyllä se nyt menee, on ihan kivaa sillee, eikä se nyt ois kivaa, ett se ois samanlais-ta kuin lukiossa, koska ei se sitte ois mitään uutta tai erilaista. Ehkä se on sillee kiinnostavampaa, ku se ei oo ihan samanlaista. [...] Ett sitt tavallaan niinku voi tukeutua siihen teoriaan, mikä on olemassa.”* Haastattelu 12/2005

Uudet asiat ovat innostaneet Elmaa koulussakin.

*”Ehkä matikka on siinä mielessä niinku just oli kaikist kivointa, ku oli ne kieletkin, mutta kuitenkin, ett se ei tuntunut siltä, että justhan me niinku käytiin tää sama asia joskus viime kurssissa. [...] Oli just kiva sitt huomata siinä se, ett että*

*sitä samaa juttua voi käyttää niinku eri juttujen laskujen ratkaisemiseen, tai jotain tällaista. Ja sitt just geometriassa, vaikka sitä oli varmaan ala-asteelta ollu astikin aina vähän geometriaa ja yläasteella ja lukiossa, ni ei se kuitenkaan ollu niinku ikinä sitä samaa. Ett se meni aina monimutkasemmaks kuitenkin.” Haastattelu 5/2006*

Opintojen aikana yliopistomatematiikka kuitenkin osoittautuu työläämmäksi kuin mitä Elma on ehkä aluksi kuvitellutkaan.

*”Hmm, no siis mähän en oo käyny koulua tänä vuonna, tai oon mä nyt yrittäny, mutta ku toi matikka on mulle nyt ollu vähän vaikeeta.” Haastattelu 5/2007*

Hän ei enää luota aineenhallintaansa ja on mielestään opiskellut asioita, joilla ei ole enää myöhemmin käyttöä.

*”Joo matikan yks tentti, mitä mä en oo viä käyny, tai käyny vaan ku ei oikeen. Se matikkakin on kans yks semmonen, ett en mä tiedä onks se nyt kuitenkaan. Tai siis mä tykkään siitä matikasta, mitä on yläasteella ja mitä on lukiossa, mutta mä en tykkää siitä matikasta mitä on täällä. [...] [Jos] sitä omaa jotain matemaattista ajattelua kehittää niin paljon, että käy jotain tommosia [kurseja] mistä ittestä tuntuu, tai mä en niinku nää sitä semmosta hyötyä ja semmosta siitä niinku niin paljon. Että mä oon unohtanu kaikki ne asiat, mitä mun pikkusiskolla on nytte lukiossa sun muuta. Mä en muista, miten niitä lasketaan. Mä oon yrittäny miettiä ihan jotain utoja juttuja mitä täällä [tehdään]. (Päivi naurahtaa)” Haastattelu 12/2007*

Vaikeudet matematiikassa ovat olleet myös osasyynä siihen, että Elma pohtii mielekkyyttä ryhtyä matematiikan opettajaksi.

*”En mä tiedä. Must tuntuu ehkä, ett jos mä oisin vaikka jotain kieltä lähteny niinku opiskeleen tai silleen, niin voi olla, ett mull ois sitt niinku ollu, tai ei ois tullu ees semmosta, ett mä en haluakaan. Mutta jotenki sekin, ku matikka kuitenkin tuntu niin vaikeelta ja semmoselta mulle, ni ehkä siitä siitä on vielä enemmän tullu semmosta, ett ei tää sitte ookaan mulle. [...] Että jos mä en itte pärjää siinä matikassa täällä, ni miten mä sitte voisin opettaa sit muille.” Haastattelu 12/2007*

## **Käsitys matematiikan oppimisesta**

Tutkimuksen alussa matematiikan oppiminen on Elman mielestä antoisaa.

*”Matematiikan oppimisessa pidän erityisesti haasteellisuudesta ja siitä tunteesta, joka tulee, kun huomaa, että on oikeasti oppinut uuden asian. Myös se on hauskaa, että usein saman laskun voi laskea oikein monella eri tyylillä.” Essee 9/2005*

Jos jokin asia on mieluinen, niin sen eteen haluaa nähdä vaivaakin.

*”Jos mä tykkään tai en tykkää jostain, niin on se ihan eri asia sitte siinä. Kyllä se näkyy, esimerkiksi se, että mä tykkään matikasta, enkä tykkää historiasta, niin matikan numerot on sitte niinku ysiä ja historian numerot on jotain vitosta ja kutosta.”* Haastattelu 12/2005

Matematiikkaa opitaan eri tavoilla.

*”Opettaminen sillee, että ei se oo vaan sitä, että sä selität siä luokan edessä sitä asiaa ja sillee. Ett tähän voi liittyä kaikkee: erilaisia tietysti, että opettaa eri tavoilla ja, ja että kaikki ei opi niinku samalla lailla.”* Haastattelu 5/2006

Elma on itse omaksunut sellaisen tavan opiskella matematiikkaa, joka ei ehkä täysin kannata enää yliopisto-opiskeluissa.

*”En mä ä ainakaan ite ikinä matikass, niinku missään lukenu kirjasta mitään. [...] No kyll mä tunnilla opin. Meill oli aina matikassa just silleen, ett meill oli kauheet kilpailut suurinpiirtein tunnilla kavereitten kans, ett kuka ehtii tehdä eniten tehtäviä.”* Haastattelu 5/2006

Kotiin ei jäänyt enää kotitehtäviä ja näin jälkeensä se oli Elmasta oikeastaan puute.

*”Sun läksyt sitte, ett ku sä oot tehny jo nää. [...] Ett ei kävis aina silleen, että ne [läksyt] ois niinku vapaaehtosia. Koska ei niitä sitt kumminkaan tu tehtyä. Kyll mäkin oisin yläasteella varmaan niinku halunnu tehdä niitä, mutt sitte ku se ei, se ei ollu sillee pakko tehdä ni sitte se (naurua) oli jotenkin paljo vaikeempi alottaa sitä tekeen. Sitte ku tietää, että sillei oo mitään väliä, vaikken mä tekis, ett kyll mä pärjään.”* Haastattelu 5/2006

Hän pohtii myös niitä oppilaita, joille matematiikka ei ollut niin helppoa.

*”Niin ett se on varmaan monilla sitte, ku tulee niit läksyjä ja ei niinku jaksu ite sillai. Turhautuu siitä, ett ei niinku tajua. Niin ei sitt kotonakaan viitti yksin alkaa sitte. Ett se on paljon vaikeempi mun mielestä yksin yrittää niinku miettiä, että miten tää niinku että. Mun mielestä pitäis johonkin tukiopetukseen mennä, mutt on sekin vähän vaikee sitte, niinku periaatteessa pakottaa ketään siihen.”* Haastattelu 5/2006

Jos asia on jäänyt jo tunnilla epäselväksi, on vaikea tarttua kotonakaan tehtäviin. Elman mielestä matematiikassa on vaikea selvittää ulkoluvulla,

*”Mun mielestä matikassa on vähän pakko silleen [ymmärtää], että ei voi niinku opetella vaikk jotain laskuja ulkoo, koska ne on aina erilaisia. Ja sitt jos sä vaan opettelet sen ulkoo, ni ett sä välttämättä tiedä, ett mitä siinä oikeesti tehään, niin sä et osaa sitt laskee jotain muutakin, vaikka se ois ihan samantapainen, niin se on*

*silti tavallaan ihan eri.*” Haastattelu 5/2006

mutta hän uskoo silti, että vaikka ei olisi ymmärtänyt asiaa, muistisäännöt voivat auttaa.

*”[Jos] on vähä semmonen niinku huonompi matikassa tai silleen, niin ett sill on niinku tärkeetä sitt, ett jotkut semmoset, ett miten se vois muistaa asioita, koska se ei välttämättä niinku ymmärrä niitä. Niin sitte että se edes muistais, niin se voi pärjätä sitte niinku ihan hyvin.*” Haastattelu 5/2007

Tämä tie ei kuitenkaan pidemmän päälle ole ratkaisu.

*”Harmi, että niin usein pääsee [matematiikan] kursseista läpi, vaikei välttämättä olisi oikeasti ymmärtänyt asioista juuri mitään. [...] Asiat voi oppia ulkoa ja saada hyvän tuloksen kokeessa tms. mutta myöhemmin ei ehkä muistakaan asiasta mitään. Kokonaisuuden ymmärtäminen on tärkeää. Ehkä matikassa kuitenkin on paljon myös pieniä asioita mitkä ainakin yläasteella vain pitää muistaa ulkoa.*” Essee 12/2006

Tutkimuksen lopulla, Elma pohtii kirjeessään mikseivät kaikki menesty matematiikassa ja tavallaan hän ehkä kuvaa myös hiukan itseään pohtiessaan sitä, miten tärkeä oma panostus ja kiinnostus ovat matematiikan oppimisessa.

*”[H]enkilön muut kiinnostuksen kohteet varmasti vaikuttavat matemaattisiin taitoihin. Jos haluaa panostaa esimerkiksi urheiluun, ei välttämättä huvita sivistää itseään matemaattisesti niin paljoa. Ainakaan vapaa-ajalla. Luulen, että hyvin monilla olisi edellytyksiä matemaattiseen sivistykseen, mutta vain harvoilla todelliset mahdollisuudet tai kiinnostus.*” Kirje 4/2008

## **Käsitys matematiikan opettamisesta**

Mitä matematiikan opettaminen Elmalle merkitsee?

*”En mä tiiä. Se on just niin vaikee sillee, koska varsinkin yläasteella meillä oli just sillee, ett oli niinku niitä huonoja ja sitt oli parempia [oppilaita], mutta kyllä ne siellä sitt meni ihan hyvin silleen, että sitten, tai ehkä se ois hyvä, ett ne paremmat oppilaat vois sitte niinku neuvoa niitä huonompia, koska se voi olla niille kans, tai ainakin meillä oli, niinku, tykkäs kaikki ne paremmat oppilaat siitä, että sekin oli tavallaan sitt semmonen niinku tehtävä ja haaste silleen, ett sais sen toisen niinku oppiin.*” Haastattelu 12/2005

Varmasti tunneilla voitaisiin enemmän käyttää toisia oppilaita ikään kuin apuopettajina. Elma punnitsee toisen lukuvuoden jälkeen koulutuksessa esiin tulleita erilaisia matematiikan työtapoja.



*”Ja ehkä just toi ku niistä on puhuttu, niin sitte siitä just on tullu enemmän niinku sitä, että voi olla niinku muitakin tapoja opettaa matikkaa kuin se yks, minkä mikä itelle on niinku ollu aina, siis koulussa. Että ehkä siinä niinku mulla ainakin ois vielä aika paljon sitte, että periaatteessa mä tiedän niinku niitä asioita, mutta en mä sitte kuitenkaan tiedä, että miten ne käytännössä niinku tapahtuu. [...] Tässä vaiheessa ne kaikki tuntuu tärkeeltä, mutta se on niin vaikee, sitte ku en mä o mitään o kokeillu. Ja ku omat matikan tunnit on aina ollu vaan sitä, että opettaja pistää esimerkin sinne ja taululle ja sitte lasketaan ja annetaan läksyt ja lähetään pois.”* Haastattelu 5/2007

Elman kertomuksista huomaa hyvin, miten tärkeä on oma kouluaikainen kokemus ja toisaalta se, että uusia työmuotoja pääsee itse heti kokeilemaan opetukseensa. Elmalla ei tätä mahdollisuutta ole ollut ja hän ei kykene mielestään kunnolla arvioimaan matematiikan opetuksen toteuttamista. Kirjeessään, tutkimuksen päättyessä, Elma hiukan ehkä katkerankin kuuloisesti toteaa:

*”Eiköhän hyvä aineenhallinta ole tärkeää kaikkien aineiden opettamisessa. Opettaja on pystyttävä osoittamaan, että edes häntä matematiikka on kiinnostanut niin paljon, että hän tietää siitä melkein kaiken – ainakin oppilaista pitää tuntua siltä. Jos opettajaa ei kiinnosta tietää, miten hän voisi saada luokkansa kiinnostumaan.”* Kirje 4/2008.

### **Käsitys hyvästä opettajasta ja hyvästä opetuksesta**

Elma pohtii hyvää opettajuutta ensimmäisessä esseessään. Suurimman vaikutuksen häneen teki opettaja, jolle jokainen oppilas oli tärkeä.

*”Opettajista suurimman vaikutuksen minuun ovat tehneet ala-asteen opettajani sekä lukion ruotsin ja englannin opettaja. Ala-asteen opettaja siksi, että hän opetti joka aineessa asiat niin, että ne oikeasti ymmärsi. Hän oli myös mukava lapsille, teetätti paljon ryhmätöitä ja pyrki saamaan jokaisen osallistumaan luokan toimintaan. Hänelle jokainen yksilö oli tärkeä ja häneltä oli helppo kysyä tyhmiltäkin tuntuvia asioita”.* Essee 9/2005

Haastattelussa hän kuvailee tätä opettajaa lisää.

*”No ehkä se että siitä tykättiin, mutta kuitenkin se oli semmonen, että ei kukaan tavallaan uskaltanu niinku häiritä sitä tunnilla. [...] Ehkä se [johtui] siitäkin, että kuitenkin oltiin pieniä ala-asteella, että kun se kuitenkin oli paljon meitä vanhempi. Mutta se oli niin oikeudenmukainen kaikkia kohtaan ja sitte just, ett jos vaikka niinku jotkut oli vähän heikompia oppilaita, niin kuitenkin yritti saada nekin aina silleen puhuun jotain ja vastaan niinku. Ja sitte teki semmosii juttuja, missä kaikki pysty oleen mukana.”* Haastattelu 12/2005

Millainen sitten on huono opettaja?

*”No ainakin semmoinen joka ei vaikuta yhtään innostuneelta siitä asiasta, mitä se opettaa, että jos se nyt vaan on siä, ett jos siitä näkee, ett se ei oo nähny yhtään vaivaa sen eteen, ett miten, tai miettiny sitä, ett miten se voi niinku opettaa silleen, ett kaikki ymmärtäis sitä. Ja sitte sitä, ett jos ne tunnit on aina samanlaisia. Aina niinku saman kaavan mukaan. Semmoinen on tylsää. Ja silleen vaan joku [opettaja] voi olla niinku tylsä sillee, ei sitä ees osaa selittää edes (naurahtaa), mutta jos vaan on semmoinen tasanen ääni ja puhuu siellä vaan, niin sitte vaan tulee semmoinen, ett se on tylsä, vaikkei se välttämättä niinku oikeesti oliskaan.”*  
Haastattelu 12/2005

Innostuneisuudessakin Elma näkee rajansa.

*”Ehkä silleen niinku, että yrittää pitää siinä jotenkin mielenkiintosenä sen asian ja sitte, että ite on sellanen niinku innostunut siitä asiasta. Muttei kuitenkaan mitenkään yli-innostunu silleen, että paasaa siitä silleen kauheesti. [...] Ainakin ite mä haluaisin olla semmoinen opettaja, joka on kuitenkin aika semmoinen niinku rento. Että emmä halua olla sellanen, ett mä saan sen luokan hiljaseks sillai, ett ne kaikki pelkää mua. Niinku jotkut opettajat oli yläasteella meillä sellasia, ett ei kukaan uskaltanu sanoo mitään. Vaan niinku ehkä silleen, että ois niinku vähän niinku puoliks niitten oppilaitten kaveri silleen niinku, muttei liikaa silleen, että kuitenkin ois sitte semmoinen auktoriteetti ees vähäsen tai jotain että (naurahtaa).”* Haastattelu 5/2006

Elman mielestä opettajan vaikutus oppiaineeseensa on merkittävä. Oppilas voi innostua oppiaineesta tai sitten opettaja voi sammuttaa viimeisenkin kiinnostuksen.

*”Ennen ku mä menin lukioon ja silleen [ajattelin] että, että mä tykkään tosi paljon, ett mä haluan niinku psykologiaa opetetella ja mä aattelin, ett mä voisinn mennä niinku sitt sen lukion jälkee opiskeleen psykologiaa. Mutt sitt siinäkin oli just lukiossa ne opettajat niin semmosia, ett ne sai ne asiat kerrottua niin tylsästi ja ei ollu ikinä, se oli jotenkin ihan hirveetä. Se niin sitte pikkuhiljaa siinä alko niinku laskeen se kiinnostus, vaikka periaatteessa kyllä niinku sain siitä ihan hyviä numeroita ja tykkäsin sitt lukee niitä kirjoja. Mutt sitte ku aatteli, ett en mä niinku jaksa kuunnella, ku joku selittää niitä asioita silleen.”* Haastattelu 5/2006

Toisaalta jotkut opettajat eivät Elman mukaan edes kuunnelleet oppilaita.

*”Mull oli oikeesti ne jotkut opettajat oli sellasia, ett jos niille sano niinku että ”joo että ei me nyt tota osata” tai ”ei me tajuttu mitään”, niin sitt ne saatto olla sillai ett ”nyt hiljaa” ja silleen niinku. Ehkä nyt tajuaa, ett ne saatto vaan olla sitä just, että ne pelkäs just sitä.”* Haastattelu 5/2006

Näin jälkeenpäin asioita kuitenkin katsoo eri tavalla. Hyvän opettajan ominaisuuksiin Elma laskee:

*”On semmonen niinku auktoriteetti vähä tai silleen, niinku että [...] ne oppilaat niinku kunnioittaa sua ees pikkasen. [...] Ehkä silloin pystyy sitt paremmin, niinku toteuttaa niitä juttuja silleen, että että saa ne oppilaat niinku mukaan siihen. [...] Matikan opettaja on hyvä, että se on niinku semmonen rauhallinen ja semmonen niinku. Ku itte mä saatan välillä olla vähän semmone, [...] hermostun vähän liian helposti välillä, [...] koska matikan tunnilla varmaan tulee paljon useemmin semmosta, että joku saattaa huutaa sieltä että ”en mä tajuu” tai jotain, ett ku vaikka jossain uskonnon tunneilla. [...] Opettaja on kuitenkin aika tärkeä sitt siinäkin, että just, että olis ees vähän semmonen, ett ne oppilaat niinku haluais tulla sinne tunnille, tai ett se ei ois se päivän kauhein tunti se matikan tunti. Vaikka sä [...] ett ois niinku ihan huippu matikassa, niin ei sen [...] silti tarvi olla semmonen niinku vastenmielistä tai silleen.”* Haastattelu 5/2007

Elmalle koulutus on avannut silmiä ja antanut perspektiiviä oppimisen ja opetuksen maailmaan, mutta kiinnittymistä opettajan työhön ei ole päässyt tapahtumaan. Elmasta ei lopulta ole tulossa matematiikan opettajaa, eikä opettajaa lainkaan. Hän pohtii opettajuutta vaihtoehtona, mutta arvelee olevansa liian vaihtelunhaluinen. Tämä ominaisuus olisi opettajalle kuitenkin vain eduksi. Elmalle on tärkeää, että oppilaat oppivat, siksi oman aineenhallinnan puutteet saavat hänet epäilemään pätevyyttään opettajana. Omat matematiikan oppimisen mallit eivät kannata kovin pitkälle. Vaikka Elma on nopea laskija, hänellä on hyvä muisti ja yhdistelykyky, hänen ei ole koskaan tarvinnut erityisesti ponnistella opintojensa eteen. Yliopisto-opintojen vaatima asioihin paneutuminen ei tunnu hänestä luonteenomaiselta. Elma korostaa silti tässäkin yhteydessä, että kaikilla olisi mahdollisuus oppia matematiikkaa.

Erilaisten matematiikan opetuksen työtapojen merkitys jää Elmalle osittain teoreettiseksi pohdinnaksi, kun hän ei itse pääse testaamaan niitä käytännössä omassa opetuksessaan. Hyvä opettaja on läsnä, kuuntelee ja pitää opetettavasta aineestaan, Elma kiteyttää.

# 17 Aadan tarina ja analyysi

## *Alku*

Aloitin kouluni Etelä-Pohjanmaalla vuonna 1989. Alakouluni oli pieni kyläkoulu, joka oli jatkuvasti lakkauttamisuhan alla. Se sijaitsi suuren tien varressa ja minulla oli noin 2,5 km kotoa kouluun. Koulussa oli kaksi opettajaa, ala- ja yläluokan opettaja. Oppilasmäärät vaihtelivat minun aikani 23–27 oppilaan välillä ja minun luokallani oli 6 oppilasta, yksi oli poika ja loput tyttöjä. Koulu sijaitsi peltojen keskellä ja hetken matkan päässä oli metsää, jossa aina kävimme marjassa ja suunnistamassa ja talvella laskettelemassa. Pihalla oli iso hiekkakenttä, joka jäädytettiin talvella luisteluradaksi. Meillä oli oma keittäjä ja talonmies koululla.

Pieni, viihtyisä alakoulu

Yläkouluni sijaitsi kaupungin keskustassa ja siellä oli noin 700 oppilasta. Kuljimme linja-autolla kouluun ja matkaa kertyi 13 km suuntaansa. Minun aikani linja-autoja kulki vielä hyvin, eikä aamulla tarvinnut kävellä kuin puoli kilometriä. Nykyään linja-autot kulkevat ainoastaan valtatieä ja pikkuveljeni joutuu aamuin ja iltapäivisin kulkemaan ensin 2 kilometriä kävellen tai pyörällä. Yläkoulumme sijaitsi joen rannassa. Vieressä olivat keskuskoulu, urheilutalo, urheilukenttä, uimahalli ja pesäpallostadioni. Luokassamme oli 22 oppilasta. Sinä vuonna luokat muodostettiin harrastusten avulla ja meillä oli niin sanottu liikuntaluokka, jossa suurin osa oli poikia. Meillä oli aika villi luokka. Itse kyllä viihdyin ihan hyvin, mutta opettajien kannalta meillä oli varmaan sen ikävuoden kauhein luokka. Esimerkiksi ruotsin opettaja ei saanut poikiin minkään-

Vilkas yläkoululuokka

laista kuria. Tunneilla tehtiin mitä vaan mieleen juolahti. Jotkut pojat rakensivat pulpeteista tornin ja jotkut kävivät kesken tunnin tupakilla koulun katolla. He menivät ikkunasta pihalle. Äidinkielen opettaja lähti monesti tunnilta itkien pois. Villin luokan johdosta matematiikan opettajaltakin meni suurin energia luokan rauhoittamiseen. Hän havainnollisti taululla kotitehtävät ja teki esimerkkejä uudesta aiheesta. Uutta asiaa opettaessaan hän antoi oppilaiden kertoa tähänastisia tietojaan ja antoi aina oppilaille aikaa itse tajuta ja ymmärtää uusi asia. Hän opetti piirtämään ja kirjoittamaan laskut ja havainnollisti, mitä tiedetään ja mitä tulee laskea. Tämä tapa sopi ainakin minulle.

Lukiossamme oli noin 300 oppilasta. Se sijaitsi keskustassa lähellä rautatie- ja linja-autoasemaa. Vieressä sijaitsivat myös ammattikoulu ja kauppaoppilaitos. Näiden kolmen rakennuksen keskellä oli iso nurmikenttä. Yhdessä luokassa oli noin 25 oppilasta, minä olin tyttöluokassa, mutta kokoonpanot toki vaihtelivat, koska lukio oli luokaton. Lukion psykologian opettaja oli mukava. Hänen opettamistyyliään ei ollut mitään erikoista, mutta hän keskusteli paljon kanssamme ja antoi keskustelun joskus rönseyillä aiheesta. Lopuksi hän kuitenkin taitavasti liitti sen psykologiaan ja teki näin psykologiasta arkipäiväisempää ja konkreettisempää.

Opettajan ammatti, varsinkin luokanopettajan ammatti, on ollut pienestä pitäen yksi unelma-ammateistani. Yläkoulussa kaikki oli kuitenkin epäselvää niin kuin vielä lukiossakin. Tuntui, että vuodet vierivät liiankin nopeasti ja nyt näinä päivinä minun pitäisi päättää mikä minusta tulee isona. Olenkin sitten hakenut mitä erilaisimpiin koulutuksiin. Sen olen aina tiennyt, että haluan työskennellä lasten parissa. Olen hakenut viittomakielen tulkiksi, fysioterapeutiksi, liikunnanohjaajaksi, sosionomiksi, lastentarhanopettajaksi ja luokanopettajaksi. Opettajan ammatista innostuin uudelleen vasta kouluavustajavuoden aikana. Kun en päässyt sinä vuonna opiskelemaan,

Matematiikassa perinteinen, mutta myös oppilaita kuunteleva työskentelytapa.

Opiskelijoita kuunteleva psykologian opettaja.

Lapsuuden haaveena luokanopettajan työ.

Haluan työskennellä lasten parissa.

Kokemukset kouluavustajana kannustivat opettajan ammattiin.

olin vuoden töissä päiväkodissa harjoittelijana, ja sen jälkeen hain myös lastentarhanopettajaksi. Olen nyt tähän mennessä opiskellut vuoden sosionomiksi ja vuoden lastentarhanopettajaksi ja nyt pääsin tähän koulutukseen. Aion kuitenkin suorittaa lastentarhanopettajan tutkinnon.

Itse asiassa matematiikan aineenopettajan pätevyys on ollut minulle vain iso plussa luokanopettajan pätevyyden rinnalla. Olen aina pitänyt matematiikasta ja se on ollut minulle helppoa. Lukiossa halusin kuitenkin lukea myös kieliä, ranskaa ja espanjaa, joten valitsin lyhyen matematiikan. Matematiikka on loogista ja johdonmukaista. Tehtäviä pystyy päättämään ja kokeilemaan ja yleensä löytyy vain yksi ratkaisu. Pidän juuri mekaanisista laskuista, mutta myös ajankohtaisista sanallisista tehtävistä. Muistan inhonneeni kokeellisia matematiikan tehtäviä. Ne eivät liikaa aikaa ja halusin päästä äkkiä eteenpäin. Alakoulussa opettaja joutuikin aina hankkimaan minulle lisämateriaalia ja kotona hain siskojeni vanhat matematiikan kirjat, pyyhin pois vanhat vastaukset ja laskin tehtävät uudelleen. Nykyään pelaan tietokoneella miinaharavaa, teen sudokuja aamun lehdestä ja ratkon erilaisia pulmatehtäviä.

Opettajan ammatin valintaani on vaikuttanut eniten alakoulun alkuopettajani. Häntä olen ihannoinut pienestä pitäen ja ihannoin edelleen. Hän sai luokkahuoneen tuntumaan ja näyttämään kodinomaiselta. Hän oli vaativa, mutta mukava ja hellä. Oli mukava seurata ja ottaa oppia häneltä kouluavustajavuoden aikana. Hän kannusti minua hakemaan luokanopettajaksi ja helpotti oloani monen pettymyksen jälkeen. Myös hän on aina pitänyt matematiikasta ja kun olen ollut hänen sijaisenaan, olen huomannut, että myös itse tykkään alakoulun aineista eniten matematiikasta. Hän oli onnellinen puolestani ja ylpeä siitä, että minusta tulee nyt aineenopettaja. Myös isän ja äidin kannustuksen myötä hain joka vuosi ensisijaisesti tähän matematiikkaan, sillä he uskovat, että pärjään matematiikassa. Ehkä se johtuu siitä, että isä on ollut tosi hyvä matematiikassa ja se on

Suoritan myös lastentarhanopettajan tutkinnon.

Olin kiinnostunut kielistä ja valitsin lyhyen matematiikan.

Pienenä harrastin matematiikkaa ja edelleen pidän maattisista peleistä.

Opettajaksi hakemiseeni vaikutti erityisesti alakoulun opettajani.

Isä ja äiti kannustivat myös.

tavallaan läheinen juttu hänellekin. Laskimme usein yhdessä.

Kun ensimmäisen kerran olin sijaisena, se oli ykkös- ja kakkosluokka. Opetin äidinkieltä. Yritin matkia heidän omaa opettajaansa, eikä siitä tullut mitään. Oppilaat olivat aivan kauheita tunnilta. Välitunnin jälkeen päätin olla oma itseni ja koko loppu päivä meni paljon paremmin. Toisella kertaa minun piti opettaa jakokulma. Minulle niin itsestäänselvä ja täysin selkeä laskutoimitus oli oppilaille aivan hebreaa. Sijaisuus tuli niin yllättäen, etten ollut ehtinyt valmistautua siihen ja matematiikan tunti oli ensimmäinen tunti, jonka pidin. En tiennyt, että asia on oppilaille aivan uusi. Oppilaat olivat ihan ymmällään ja minä olin ymmälläni, koska en ymmärtänyt mikseivät he ymmärrä. Yritin selittää jakokulman mahdollisimman yksinkertaisesti, tai niin se ainakin tuntui minusta, mutta edelleen oli oppilaita, jotka eivät ymmärtäneet mistä puhuin. Ensiksi mietimme pelkästään jakolaskua ja kuinka sen laskemme. Sitten siirryimme isompiin numeroihin, joiden laskemisesta emme enää selviytyneet pääsälaskun avulla. Sitten kävin heidän kanssaan jakokulmassa laskemista vaihe vaiheelta.

Matematiikan opettamisessa on helppointa, kun sitä pystyy havainnollistamaan. Hauskinta matematiikan opettamisessa taas ovat oppilaiden yllättävät ajatukset jostain aiheesta. Niiden avulla opettaja pystyy ymmärtämään, kuinka oppilaat käsittävät asian ja mitä mieltä he yleensä ovat matematiikasta. Eräs ekaluokan oppilas tuumasi kerran, ettei hänen tarvitse oppia mittaamaan, koska hänestä tulee meripoliisi. Tämän ammatin avulla pyrin motivoimaan häntä mittamiseen.

Ikävintä opettamisessa on se, ettei osaa ja pysty enää itse auttamaan oppilaita. Vaikka kuinka yrittää selittää yksinkertaisesti ja vaihe vaiheelta, joku ei vaan ymmärrä. Oppilas turhautuu jo itsekin ja siinä opettajan täytyisi motivoida ja opettaa hänelle vaikeaa asiaa.

Haluaisin olla päätoimisesti luokanopettaja, mutta olisi kiva pitää joitakin matematiikan tun-

Matematiikka on yhteinen harrastus isän kanssa.

Opin, että opettajan kannattaa olla aina oma itsensä.

Merkittävä kokemus, jakokulmassa laskemisen opettaminen.

Matematiikan opettamisessa on tärkeää kuunnella oppilaita.

Haluaisin luokanopettajaksi.

teja yläkoulussakin. Opinnot vain tuntuvat nyt aluksi aika vaikeilta. Tuntuu, että olen ihan ulkona yliopistomatematiikasta, kun ei ole edes sitä pitkän matematiikan taustaa. Yhtäkkiä matematiikka onkin kirjaimia eikä numeroita. Tärkeätä olisi päästä mukaan luennoille. Jos yritän itse lukea kirjasta, se ei onnistu. Vaikka opettaja käykin sana sanalta kirjaa läpi, on silti ihan eri asia olla siellä luennolla. Kauhulla odotan seuraavaa välikoetta, miten käy.

### *Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen*

Esi- ja alkuopetuksen harjoittelussa olin ekaluokalla tutustumassa ja ymmärsin, että tuollaisiksi opettajaksi en ikinä halua tulla. Sitten pääsin tokaluokallekin katsomaan yhden tunnin ja siellä oli juuri matematiikkaa. Se oli jo vähän enemmän minun tyylisempi tunti, tutkivampaa. Lapset saivat itse toimia ja opettaja oli enemmän sivussa. Kun sitten olen yrittänyt sitä itse, niin huomaan olevani kuitenkin suuna päänä. Pitäisi antaa enemmän aikaa lapsille miettiä ja tuoda ilmi omia ajatuksiaan, eikä heti kiiruhtaa tekemään johdattelevia kysymyksiä. Nytkin puhuimme kevästä päiväkodissa ja kysyin 'näittekö koivuja, oliko ne hiirenkorvilla?' vaikka lapset olisivat voineet miettiä yhdessä, mitä kevään merkkejä he tietävät.

On hyvä käydä tutustumassa kouluissa ja nähdä, kuinka muut opettajat opettavat. Opin itse havainnoimalla muita opettajia. Kävimme myös tutustumassa pro gradu-ryhmään. Eräs opiskelija tutki työssään matematiikan opettamista tarinan kerronnan avulla. Se kuulosti mielenkiintoiselta ja innostuin siitä. Nyt olen miettinyt, voisinkohan tehdä oman kandidaatintyöni tarinoiden käytöstä esikouluikäisten matematiikassa.

Moni muukin asia on muuttunut vuoden aikana. Syksyllä kauhistelin, että mitä jos kaikki harjoittelut tehdään yläkoulussa. Eihän minusta tule yläkoulun opettajaa. Nyt huomaan, että nehan ovat vielä niin lapsia ja nuoria nekin, eikä se ajatus enää kauhistuta. Ja vaikka yliopistomatematiikka

Yliopistomatematiikka on erilaista ja vaikeaa.

Tiedän jo hiukan, millainen opettaja haluaisin olla.

Pitäisin tutkivasta opettamistyylistä, mutta puhun helposti itse liian paljon.

Opin seuraamalla toisten opettajien työskentelyä.

Matematiikka ja tarinallisuus kiinnostavat. Ehkä siitä tulisi kandidaatintyöni.

Yläkoulu ei kauhistuta enää. Lapsia ja nuoria hekin vasta ovat.



oli syksyllä niin kauhean hankalaa, niin asenteeni siihen on muuttunut. Ei se enää tunnu mahdolliselta. Lastentarhanopettajapuolella huomaan olevani siitä erityisen kiinnostunut ja tentissäkin vastasin ilomielin matematiikkaa koskevaan tehtävään. Itse asiassa oloani helpotti huomattavasti, kun sain tehtyä henkilökohtaisen opintosuunnitelmani. Olin miettinyt, että miten ihmeessä saan kaikki opinnot tehtyä. Teen kuitenkin kahta tutkintoa yhtä aikaa ja vapaapäivät olen ollut töissä. Toisaalta, tämä on se minun alani. Nautin koko ajan siitä, että viimeinkin neljännellä kerralla pääsin tänne. Nyt kun on taas kevät, luokkaverit hakevat taas opiskelemaan ja lukevat pääsykokeisiin, mutta minäpä luen jonkun romaanin.

### *Toinen lukuvuosi ja tarinoita koulusta*

Olin kotiseudulla eräässä koulussa harjoittelmassa. Siellä oli aivan ihana työyhteisö. Kun näki, miten pienen koulun työyhteisö voi toimia, niin jotenkin taas se luokanopettajan ammatti vahvistui siellä. Ei varmaankaan kannata sulkea mitään vaihtoehtoa pois ja haluaisin kyllä pitää vaikka ylimääräisiä matematiikan tunteja alakoulun puolella. Pidän kasvatustehtävää tosi tärkeänä. Oppilaitten pitää voida hyvin, ennen kuin voit pitää mitään tunteja. Vaikka olisit suunnitellut kuinka hienon matematiikan tunnin tahansa ja siellä luokassa joku askarruttaa oppilaita, niin se pitää käydä läpi ja käyttää siihen vaikka koko tunti. Siinä mielessä tunnen olevani enemmän kasvattaja kuin opettaja.

Yläkoulussa oli jännittävä huomata, miten matemaattisten aineiden opettajat olivat aina yhden pöydän ääressä ja yhdessä ryhmässä ja muut opettajat sekaisin. Ja aina jos jollakulla oli asiaa, hän tuli niitten matematiikan opettajien luo kysymään, että mitäs mieltä matematiikan opettajat on tästä. Se tuntui menevän enemmänkin sen aineen kautta kuin sen opettajan persoonallisuuden kautta. Kysyttiin enemmän sitä aineenopettajan mielipidettä. Ehkä sekin on perua jostakin tuolta vanhoilta ajoilta, että matematiikkaa on

Matematiikka kiinnostaa.

Huoli jaksamisesta

Paljon opintoja ja lisäksi työ.

Nautin vieläkin siitä, että pääsin tänne opiskelemaan. Tämä on minun alani.

Hyvä työyhteisö on voimavara.

Luokanopettajuus vahvistui uudelleen.

Matematiikan tuntien pitäminen olisi mukavaa, mutta kasvatustehtävä on minulle tärkein.

Matematiikan aineenopettajan kuva on yhä jotenkin ainesidonnaisempi kuin muiden opettajien.

aina arvostettu ja on ajateltu, että se on viisaiden oppiaine. Eivät kai matematiikan opettajat luokkatyössään eroa muista opettajista. Itse asiassa haastattelin noita matematiikan opettajia harjoitteluraporttiini ja hekin kokivat, etteivät he eroa muiden aineiden opettajista, mutta olisi ollut ehkä kiva kysyä sitä niiltä muiden aineiden opettajilta.

Käsitykseni matematiikan opettamisesta on kyllä kuluneena lukuvuonna muuttunut. Edelleenkin oma asenteeni tutkimuksellisuutta kohtaan on epäröivä. Kuitenkin, kun mietin matematiikan tuntejani, niin näen hyväksi juuri ne tutki-  
-tehtävät ja muut. Kun sitten pitää jotakin jättää pois, niin jätän ne, jos aika ei muuten riitä. Ne tuntuvat semmoiselta ylimääräiseltä vielä tässä vaiheessa. Ajatus kyllä muuttuu siihen suuntaan, että nehan on juuri ne tärkeimmät, kun niissä pitää yhdistellä tietoja. Sehän auttaa sitä matemaattista ajattelua ja ymmärtämistä paremmin, kuin semmoiset mekaaniset tehtävät. Oikeastaan huomasin näissä viime harjoitteluissa, että kun molemmissa sekä yläkoululla että alakoululla ei ollut mitään muuta materiaalia kuin se oppikirja, mikä oli käytössä ja alakoulussakin oli heitetty edellisenä keväänä kaikki vanhat kirjat pois, että kaipasin niitä. Jäin kiinni siihen omaan kirjaan ja jossakin vaiheessa olisi vain pitänyt tajuta sulkea se kirja ja ottaa otsikko ja miettiä itse se tunti.

Pääsin tähän koulutukseen lyhyellä matematiikalla ja matematiikka on kyllä ollut aina lempiaineeni koulussa, eikä kauheasti tuottanut päänvaivaakaan. Ennen kuin nyt yliopistomatematiikka, mutta sehän onkin oma lukunsa. Tässä koulutuksessa olisin kuitenkin kaivannut enemmän painottumista matematiikan didaktiikkaan. Mielestäni oppimateriaaleihin, kuten oppikirjoihin ja muihin apuvälineisiin on tutustuttu aivan liian vähän. Ne omat mielikuvat matematiikan opetuksesta ovat kumminkin niin vahvoja.

Opettajan työssä minulle on tärkeintä kasvatusta ja oppilaitten hyvinvointi. Oppilaille täytyy olla luottamus siihen, että jos en ole itse nähnyt tai huomannut jotain, he uskaltavat tulla sen minulle

Tutkimuksellisuus on minulle vieläkin hiukan vierasta, mutta tutkivien tehtävien merkitys on tullut tärkeämmäksi.

Jäin kiinni kirjan käyttämiseen, vaikka olisin voinut miettiä tunnin sisällön itsekin.

Matematiikan opinnot yliopistossa eivät ole olleet sitä, mitä ajattelin.

Didaktisia opintoja olisin kaivannut enemmän.

Haluan oppilaiden luottavan minuun ja haluan toimia heidän luottamuksensa arvoisesti.

kertomaan ja minä en ohita näitä asioita olankohautuksella, vaan yritän tehdä niille jotain.

*Kolmas lukuvuosi ja siivet alkavat jo kantaa*

Sain ohjaajaltani palautetta siitä, että olen turvallinen ja oppilaat näyttävät luottavan minuun. Harjoittelut ovat olleet minulle tärkeitä, mutta mielestäni ne ovat aivan liian lyhyitä. Harjoitteluiden myötä olen havainnut, kuinka pieniä yläkoululaiset vielä ovat. Tietystikään tätä ei saa kertoa oppilaille. Ennen harjoitteluita olin luullut, että minun olisi vaikea saada auktoriteettia, mutta missään harjoittelussa minulla ei ole ollut sen kanssa vaikeuksia. Olen saanut oppilaat uskomaan ja ”kuriin”, sekä alakoulun että yläkoulun puolella ja tietysti päivähoidon puolellakin. Keinot ”kurin pitämiseen” ovat vieläpä jokaisella asteella melkein samat; tunnin täytyy rakentua oppilaiden kehitystason mukaisesti.

Tänä lukuvuonna olen paljon miettinyt mallioppimista. Olen opettanut helposti niin kuin itseäni on opetettu. Nyt mietin, miten saisin mukaan toiminnallisuutta, enkä niin paljon muistelekaan sitä, miten asioita minulle opetettiin.

Eräällä yläkoululla, jossa tein sijaisuutta, oli matematiikasta valinnainen kurssi. Olin innoissani. Nyt tehdään tutkimuksia. Pääseekö täällä nettiin? Tutkitaan vaikka kultaista leikkausta. Ne oppilaat vastasivat ’no ei todellakaan’. Itse olin aivan innoissani ’te ootte valinnaisella kurssilla, keksitään jotakin, mennään mittaamaan puita tai jotain vastaavaa’. Mutta ne oppilaat halusivat vain laskea sitä kirjaa eteenpäin ja minusta tuntui kauhian turhalta. On tietenkin ihan eri asia mennä opettamaan sijaisena, kun siellä ei ole ketään toista verrattuna siihen, että siellä on ohjaava opettaja. Koin oman ohjaavan opettajani menetelmät kyllä hyväksi, eivätkä ne olleet täysin omiani vastaan, mutta eivät ne kyllä kovin toiminnallisia olleet. Semmoista perinteistä opettajajohtoista pikemminkin.

Olin aina ajatellut, että opettajan työ on kauhian yksinäistä. Kevään harjoittelu alakoulussa

Harjoittelujen merkitys on suuri.

Yllätyin, yläkoululaiset ovatkin vielä melko pieniä.

Oppilaat on otettava huomioon opetusta suunniteltaessa.

Olen itsenäistynyt opettajana, en toteuta enää malleja, joilla minua on opetettu.

Olisin halunnut pitää toiminnallisen, keskustelevan ja tutkivan tunnin.

Oppilaat eivät halunneet poiketa perinteisestä tunnista.

Ohjaajani opetti perinteisesti.

kuitenkin avasi silmäni. Tässä neliopettajaisessa koulussa yhteistyö oli mahtavaa. Ne opettajat tekevätkin kaikenlaista projekteja yhdessä oppilaitten kanssa. Mielestäni hyvän yhteistyön kautta opettaja jaksaa paremmin ja voi turvautua muihin kollegoihin helpommin. Hyvä yhteistyö vaatii kuitenkin sen, että jokainen yhteisön jäsen antaa panoksensa yhteistyölle ja saa yhteistyöltä helpotusta omaan työhönsä. Mielestäni opettajat oppivat ja kehittyvät myös paljon sitä kautta, kun he keskustelevat keskenään.

Jossain vaiheessa pelotti sekin, kun puhuttiin niin paljon integraatiosta ja inklusiosta ja mietin, miten oikein huomioisin erityislapsia. Kun tein sijaisuutta erityispäiväkodissa tajusin: turha sitä on ajatella, onko lapsella adhd tai jotain muuta, samat pelisäännöt toimivat kaikilla loppupeleissä. Ehkä luen vielä joskus lisää erityispedagogiikkaa, se tuntuu nyt kiinnostavalta.

Muistan, kun sain tiedon, että minut on hyväksytty tänne opiskelemaan ja siinä näkyi tutkinnon nimi 'matematiikan aineenopettajan tutkinto'. Mietin, että mihin oikein olen hakenutkaan. Monta kertaa mielessäni kävi, että lope-tanko, mutta olen niin itsepäinen ihminen, etten antanut itselleni periksi. Hyvä näin, nyt olen tyytyväinen. En silti tiedä lähtisinkö enää, jos tietäisin, mitä tämä matematiikka on ollut. Luokanopettaja on kuitenkin se tehtävä, jossa aion toimia. Se on minun juttuni.

Koulutuksen aikana portfoliot, harjoitteluraportit ja niistä keskusteleminen ovat auttaneet hahmottamaan omaa ammatillista kehitystäni ja näkemään toisaalta, mitä vahvuuksia minulla on ja toisaalta taas, mitä kehitettävää vielä huomaan. Uskon, että opettaja ei voi koskaan olla täysin valmis opettaja, vaan ajan muuttuessa opettajankin täytyy muuttua. Nyt syventävissä opinnoissa ryhmässämme on mukana vanhempia opiskelijoita ja käydyt keskustelut ovat lisääntyneet ja syventyneet. Jotenkin alkoi jo kyllästyttääkin oma pieni ryhmä. Ei ihmisinä, vaan koska tuntui siltä, että aloimme jo toistaa itseämme.

Opettajan työ ei olekaan niin yksinäistä!

Yhteistyö kehittää minua opettajana.

Olen huomannut, että erityislapset ovat luokan jäseniä ja kaikilla on yhteiset pelisäännöt.

Onko tämä koulutusohjelma se minun ohjelmani?

Olen tyytyväinen lopputulemaan, mutta minusta tulee kyllä luokanopettaja!

Kirjoittamisella ja keskustelemisella on ollut iso merkitys opettajaksi kasvussani.

Sijaisena toimiminen on enemmänkin paljastanut todellista kuvaa opettajuudesta. Tietysti täytyy muistaa, että oppilaat aina koettelevat sijaista ja aikaa myöten tutustuttuani oppilaisiin, opettajuuden kuva on vasta selkiytynyt. Ei muutamana päivän sijaisuuksista saa todellista kuvaa opettajuudesta. Niissä kuitenkin hahmottaa koulun arkea ja päivärytmiä ja opettajana toimimiseen liittyviä muita asioita.

Unelmatuntini olisi ongelmanratkaisuun liittyvä tunti, missä oppilaat pienryhmissä pohtisivat vaihtoehtoisia ratkaisutapoja ongelmalähtöisiin tehtäviin. Oma roolini tunnin vetäjänä olisi minimoitu ja oppilaat olisivat ratkaisevassa osassa oppimistaan ajatellen. Tehtävät voisivat koostua toiminnallisistakin tehtävistä, eikä luokkatilaa rajoitaisi tunteja. Syntyisi herkkäjä keskustelutilanteita ja mahdollisesti hieman väittelykin tapaista, jolloin oppilaiden tulisi perustella selkeästi oma mielipiteensä. Tunnin lopuksi kokaisimme tunnin aiheet yhteen. Jokainen ryhmä voisi perustella omaa näkemystään tehtävästä, siitä keskusteltaisiin ja mahdollisesti toiset ryhmät saisivat uusia ajatuksia ja näkemyksiä, sekä vertaistukea toisilta ryhmiltä.

Nyt minulla on hinku töihin. Odotan, että pääsen toteuttamaan kaikkea mitä olen oppinut ja pääsen näkemään oman työni jäljet ja miten osaan opettaa!

Lapsuuteni alkuopettaja on ollut todella mahdollista ja hänestä olen jo kertonutkin. Nyt on ihmeellistä, että voin toimia hänen sijaisenaan ja tehdä hänen kanssaan töitä kollegana. Voisinpa minäkin jäädä noin oppilaitteni mieleen!

Päiväkodissa lapset leikkivät parturia ja he tulivat heti luokseni, kun menin iltavuoroon. Ennen kuin pääsin edes tupahan, he olivat jo ovella vastassa. 'Aada, Aada, tuu meidän asiakkaaks!' Menin ja nehän kasteli hiukseni läpimärjäksi. En tiennyt, että heillä on vesipullo käytettävissä, ja sitten he laittivat papiljotteja ja kaikkea päähäni ja kun kampaani oli valmis, he sanoivat: 'Aada, sä oot paljon kauniimpi takaapäin ku edestä.'

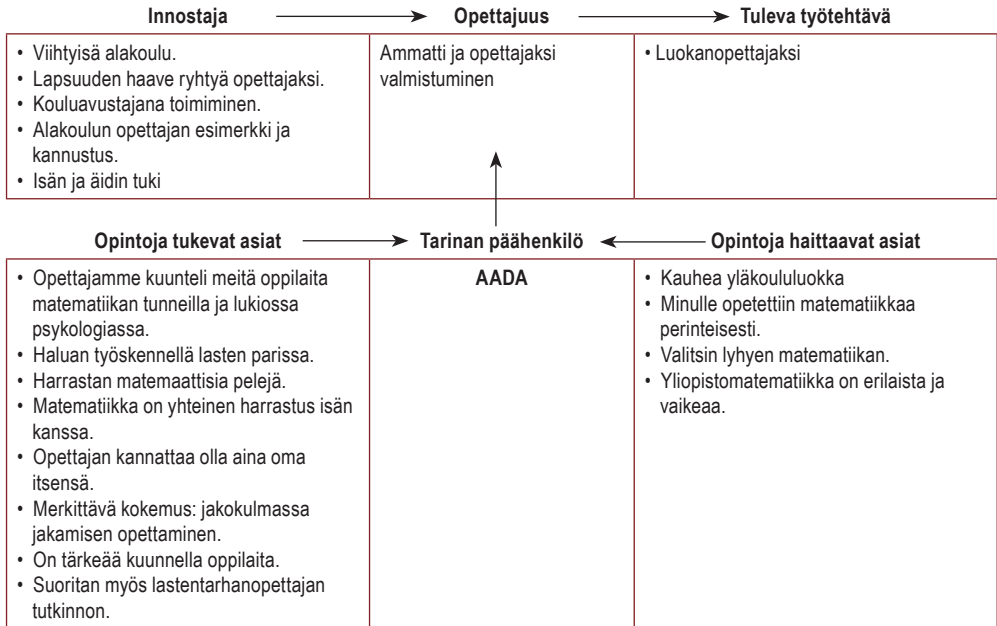
Sijaisuudet opettavat koulun arjesta.

Unelmatuntini on oppilaslähtöinen ja toiminnallinen.

Oppilaitten keskustelulla on opetuksessani merkittävä rooli.

Haluan jo töihin!

Alkuopettajani jäi mieleeni, toivon itsekin jääväni oppilaitteni mieleen.



**KUVIO 19.** Aadan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005

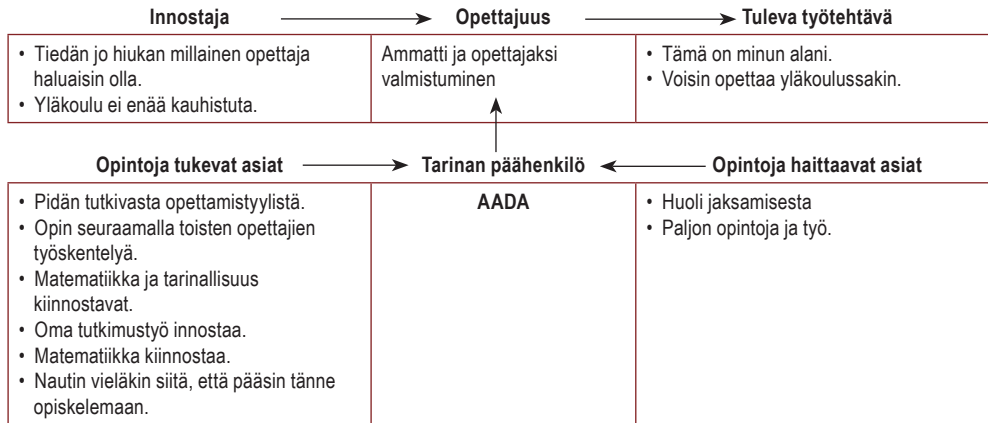
Aada on aina halunnut opettajaksi. Hänellä on paljon mukavia muistoja alakoulusta, viihtyisästä koulurakennuksesta, kodikkaasta luokasta ja mieleenpainuneesta opettajasta. Kun hän vietti vuoden kouluavustajana, ammatinvalinta selkiytyi. Isä ja äiti kannustivat, ja niin Aada hakeutui opettajaopintoihin.

Opettajaksi kasvussa Aadaa ovat tukeneet monet tärkeät kokemukset koulusta. Hänelle lapset ja lasten kuunteleminen ovat keskeisiä elementtejä opettajan työssä. Matemaattiset pelit ovat hänelle harrastus, ja yhdessä isän kanssa he ovat pohtineet matematiikan tehtäviä.

Matematiikan tunnilla sijaisena ollessaan Aadan tehtäväksi tuli yllättäen opettaa jakokulman käyttöä. Se oli hänelle itselleen merkittävä oppimiskokemus, sillä tehtävä ei ollutkaan niin itsestäänselvä kuin mitä Aada oli etukäteen ajatellut. Monet matematiikkaan liittyvät menetelmät muuttuvat mekaanisiksi, eikä niiden perusteisiin tule sen jälkeen kiinnitettyä huomiota. Sijaisena toimiminen vahvisti myös Aadan näkemystä siitä, että opettajan kannattaa aina olla oma itsensä.

Aadan kohdalla matematiikan opettajaksi kasvun esteiksi tai hidasteiksi saattavat muodostua matematiikan opinnot. Hänellä on itsellään ollut lyhyt matematiikka ja harppaus yliopistomatematiikkaan on suuri. Aadan kokemukset matematiikan opettamisesta ovat olleet perinteiset, joten niiden avartuminen voi myös osoittautua haastavaksi. Jos omat yläkoulukokemukset villistä ja opettajilta paljon vaativasta luokasta saavat vaikuttaa Aadan käsityksiin yläkoulusta, hän saattaa myös luopua matematiikan aineenopettajaksi ryhtymisestä. Lastentarhanopettajatutkinnon

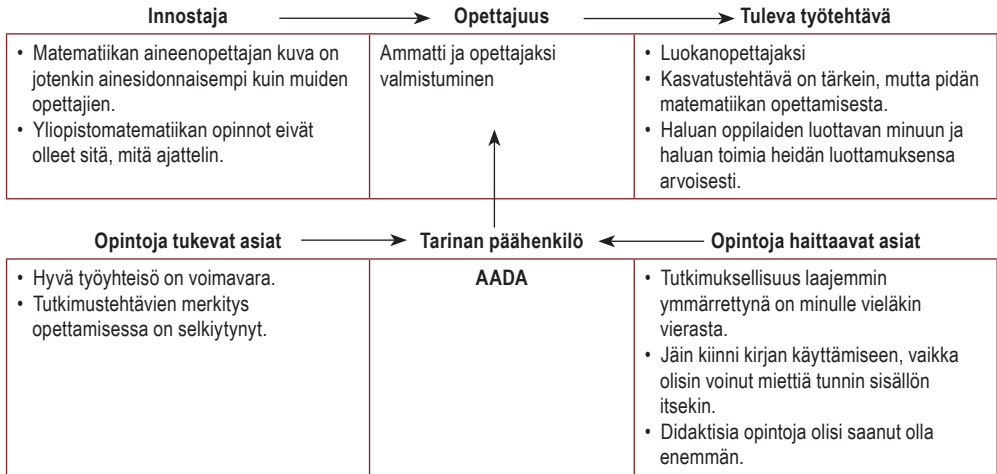
suorittaminen opettajaopintojen rinnalla on ajallisesti ja työmäärältään haastavaa. Uupuminenkin saattaa olla realistinen uhka, mutta todennäköisesti opinnot myös tukevat toisiaan ja Aadan opettajaksi kasvua.



**KUVIO 20.** Aadan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006

Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen Aadan ammatinvalintaa tukevat uudet kokemukset koulusta. Yläkoulu ei olekaan niin kauhistuttava ja toisten opettajien seuraaminen antaa Aadalle perspektiiviä siihen, millainen hän itse toivoisi opettajana olevansa. Matematiikka tuntuu taas kiinnostavalta ja mieltä ilahduttaa vieläkin, että opintopaikan saaminen lopultakin onnistui. Aada kertoo, että alan valinta on vain varmistunut. Aada on myös löytänyt itselleen persoonallisen tavan opettaa. Hän suosii tutkivaa opetustapaa ja tarinoita.

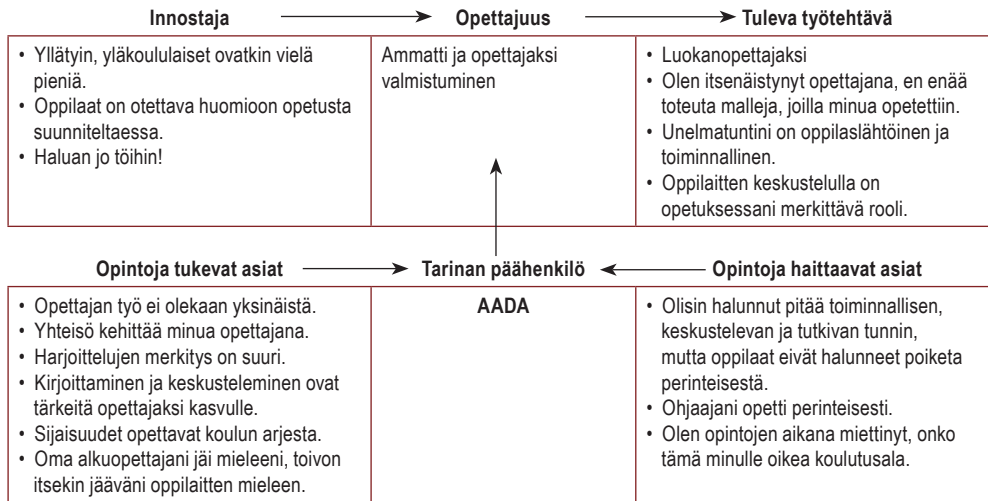
Esteitä opettajaksi kasvulle saattavat aiheuttaa väsyminen kaksien opintojen yhtäaikaisesta suorittamisesta ja tämän kaiken lisäksi opintojen ohella työssä käyminen.



**KUVIO 21.** Aadan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin toisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2007

Toisen lukuvuoden päättyessä Aada ei enää edes mainitse ammatinvalintaa. Se on jo itsestäänselvyys. Matematiikan yliopisto-opinnot eivät olleet sitä, mitä hän ajatteli ja hänestä tulee luokanopettaja. Aadan kokemus on, että matematiikan opettajia ajatellaan oppiaineen kautta, ei henkilöiden itsensä kautta ja hänelle taas kasvatustehtävä ja omalla persoonallaan työn tekeminen ovat tärkeitä. Opettajaksi kasvu näkyy pohdintoina työyhteisöistä ja oman opetustyylin vahvistumisena. Kasvuprosessin esteiksi saattaisivat muodostua esimerkiksi, jos Aada ei uskaltaudukaan irrottautua opetuksessaan oppikirjoista. Tai Aadan aikaisemmat ajatukset itselleen sopivasta tutkivasta opetustyylistä eivät toteudukaan. Tai jos Aada kokee, että tutkimustehtävät vievät liian paljon oppituntien ajasta. Opettajaksi kasvun hidasteena saattaa olla Aadan kokemus didaktisten opintojen vähyydestä. Aada on kuitenkin itse näistä asioista hyvin tietoinen, joten todennäköisesti ne eivät tule toimimaan todellisina esteinä.





**KUVIO 22. Aadan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008**

Kolmannen lukuvuoden keväällä Aada haluaa jo töihin. Hänen ammatinvalintansa saa ravistusta, kun hän harjoitteluissaan huomaakin yläkoululaisten olevan vielä melko pieniä oppilaita. Aada suuntautuu kuitenkin yhä luokanopettajaksi. Kasvu-prosessin etenemisestä kertovat ajatukset oppilaiden huomioimisesta opetusta suunniteltaessa. Aada haluaa tehdä työtään oppilaslähtöisistä lähtökohdista käsin. Kasvusta kertoo myös Aadan toteamus, ettei hän enää mieti toisten opettajien antamia malleja, vaan kokee itsenäistyneensä opettajana.

Ammatillinen kasvu näkyy Aadan kohdalla myös työyhteisön merkityksen korostumisena. Hän on huomannut yhteisön kehittävän häntä työssään. Opintoissa käydyt keskustelut ja erilaiset kirjoitustehtävät ovat jäsentäneet ajatuksia. Sijaisuudet antavat kuvaa koulun arjesta eri tavoin kuin harjoittelut, mutta harjoitteluiden merkitys on Aadalle silti suuri. Niissä hän voi peilata omia ajatuksiaan ohjaajan ajatuksiin. Esteinä kasvulle saattavat olla ohjaavan opettajan perinteinen tapa opettaa ja sen myötä hankaluudet saada luokan työskentelymenetelmiä muutettua Aadalle ominaisempaan suuntaan. Koulutuksen aikana kohdatut haasteet, varsinkin matematiikan opinnot, ovat myös saattaneet vaikuttaa Aadan tulevaisuuden suunnitelmiin kaventavasti.

TAULUKKO 17. Aadan kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta

	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Essee/haastattelu 12/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08, kuvitteellinen oppituntini
<b>Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteitä</b>	Parityö sopii hyvin matematiikan tunneille. Toiselle opettaminen on paras oppimista.	Yhdessä tekeminen tuo erilaisia näkökulmia.	En malta odottaa, vaan puhun itse.	Kyksen paljon ja kannustan ryhmä- tai parityöskenteilyyn.	Oppilaat opettavat toisiaan. Tunnettiin merkitys oppimisessa on suuri. Oppilaiden tulee voida hyvin.	Kyksen paljon oppilaita. Olen helposti lähestyttävä. Teemme yhdessä toiminnallisesti.	Vertaistuen merkitys, toiselle opettaminen.
<b>Vuorovaikutteellisuus</b>	Konkreettisten materiaalien käyttö auttaa ymmärtämään ja soveltamaan.	Taitamiset ja leikkaukset ovat hyviä varsinkin pienten lasten opetuksessa.		Algebraaajat ja laittelu- tehtävät.	Käytän muitakin materiaaleja kuin opettejaoppasta ja apuvälineitä.	Lasten tulee saada paljon kokemuksia ja tehdä toiminnallisia juttuja.	Kytkennät arkeen ja oppilaiden elämään sekä toiminnalliset tehtävät motivoivat.
<b>Kokemuksellisuus</b>	Sanallisten tehtävien havainnollistaminen ja arkielämän tehtävät.	Väreillä ja materiaaleilla on merkitystä. Tehtävien ratkaiseminen kokeilemalla.	Erilaisia opetustyylejä ja apuvälineitä havainnollistamisessa.	Piirräen ja esimerkiksi, yksilöllisesti tai yhdessä. Avaan oppilaille ajatteluprosessiani.	Matematiikkaa on joka puolella.	Luonnontiedon oppitunnilla näytin oppilaille kasviotani.	Mitä useampaa aistikanavaa opetuksessa käytetään, sitä paremmin asiat jäävät mieleen.
<b>Havainnollisuus</b>	En innostu tutkimuksista. Ne vievät liikaa aikaa, eikä niistä ole hyötyä kokeissa.	Pelaan miinaharavaa, teen pulmatehtäviä ja sudokuja. Tutkimustehtäviä en itse tehnyt matematiikassa, mutta opettajana käyttäisin avoimia tehtäviä.	Lapset saivat itse toimia – vähän soellaista tulkivaa oppimista.	En pidä tutkimuksellisuudesta. Voisin kehittää Pythagoraan lauseen todistamisesta netitehtävän.	Ohjatua oivalusta! Näen Tutkittävät tärkeinä, kun niissä pitää yhdistellä tietoja, mutta jos joiain pitää jättää pois, luovun niistä.	Halusin tehdä valinnaisen matematiikan ryhmän kanssa tutkimuksia ja käyttää nettiä.	Tutkimuksia nettiä käyttäen.
<b>Tutkimuksellisuus</b>	Suhtaudun varautuneesti ryhmätöihin. Ryhmissä tekeminen on hitaampaa ja esittelyynkin tarvitaan aikaa.	Yhteistoiminnallisuuteen pitää oppia ja tottua. Tehtävien purkaminen on suunniteltavaa hyvin.		Haluaisin käyttää tätä enemmän, vaikkapa polynomilaaskennassa pelapelaamalla.	Oppilaat voisivat toimia yhdessä.	Yhteistoiminnallisuus opettajien kesken. Toiminnallisten tuokoiden jälkeen pitää koota asiat yhteen, tarpeittomaksi.	Ryhmät saivat esteitä ratkaisunsa ja perustelunsa ja siten keskusteltiin. Opettaja ja leksi: itsensä tarpeittomaksi.
<b>Yhteistoiminnallisuus</b>	Matematiikka on käsitteitä ja symboleja.	Matematiikka tuntuu enemmän ja enemmän kieleltä.	Imostuin siitä, että matematiikkaa voisi opettaa tarmoiden avulla.	Oppilaidenkin pitää puhua matematiikasta ja käyttää käsitteitä. Opettajan tulee käyttää oikeita käsitteitä.	Matematiikkaa teinoiden avulla.	Matematiikkaa teinoiden avulla.	Matemaattinen väittely ja keskustelu parityössä. Aasioita voidaan puhua tarkasti käsitteillä, mutta myös vapaanmiin.

Tarkasteltaessa Aadan kuvauksia elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä havaitaan seuraavia näkökulman muutoksia:

### *Vuorovaikutuksellisuus*

Opintojen alussa Aada puhuu parityöstä ja siitä, miten toiselle opettaminen on paras oppia myös itselle. Hän kuitenkin epäröi, keskustelevatko kaikki parit kuitenkaan matematiikasta. Aadan kuvauksesta käy ilmi, että parityö, jota hän tarkoittaa on lähinnä yhdessä laskemista, ei niinkään varta vasten parityöksi suunniteltuja tehtäviä.

*”Minun mielestäni parityöskentely sopii matematiikan tunnille. Tietenkin opettajan tulee huomioida pareja, ettei se mene siihen, että toinen oppilaista kopioi vain vastaukset toiselta. Parin kanssa oppilaat pystyvät yhdessä pohtimaan tehtävää ja löytämään itsenäisesti ratkaisun. Se antaa itseluottamusta oppilaalle ja hyvän mielen. Tietenkin jotkut oppilaat tykkäävät työskennellä yksin, mutta ainakin mahdollisuus parityöskentelyyn tulisi luoda. Parityöskentelyssä on tietysti huonoina puolina se, kun oppilaat ovat väsyneitä, he eivät jaksa keskittyä matematiikkaan ja puuhaavat tai keskustelevat tunnilla aivan jostain muusta kuin matematiikasta. Mutta miksei se onnistuisi myös yksinkin, silloin vain vaipuu haaveisiinsa. Parityöskentelyn hyvinä puolina on juuri se, että jos pari ei ymmärrä jotain tehtävää joutuu toinen oppilas sen hänelle selittämään ja tätä kautta oppilas itsekin huomaa, onko hän ymmärtänyt asian oikein ja osaako hän asian. Sillä jos asian osaa, osaa sen selittää muille. Toiselle opettaminen on parasta oppimista itselle.”* Essee 9/2005

Haastattelussa ennen joulua 2005 Aada lisää kuvaukseensa sen, että parityöskentely

*”tuo niinku erilaisia näkökulmia ja justiin ku toisten kokemuksia.”* Haastattelu 12/2005.

Opettajana Aada haluaa luoda keskustelevan ilmapiirin, mutta huomaa olevansa liian malttamaton.

*”Mun tarvis antaa enemmän niinku aikaa niille lapsille niinku miettiä ja tuoda niitä omia ajatuksia, vaan että mä oon niinku semmonen, että jos ei kukaan muu niin sitt mä [esitän] heti no vähän niinku semmosen johdattellevan kysymyksen. [...] Ku me ollaan sitte videoitu niitä [opetustuokioita] koulussa niin sitte on nähnyt sieltä videolta ja sitte huomaa, että kyllä mä olin taas suu auki (nauraa).”* Haastattelu 5/2006

Aada säilyttää ajatuksensa vuorovaikutuksellisuudesta myös toisena lukuvuonna. Hän kuvaa kannustavansa oppilaita vuorovaikutukseen ja toivoo siitä jatkuvaa käytäntöä.

*”Kannustaisin oppilaita siihen, että he keskustelivat tunnilla matematiikasta ja pyytäisivät apua toisilta, kuitenkin niin, ettei anna valmista vastausta, vaan opettaisi toisia. Minä kannustaisin myös siihen, että osa oppilaista työskentelisi aina parina tai ryhmänä, mikäli oppilaat eivät häiritsisi muita. [...] Kun havainnollistan uutta asiaa vanhan opetetun asian pohjalta, kyselen oppilailla paljon.”* Essee 12/2006

Keväällä 2007 Aada nostaa tarinoihinsa myös tunteitten merkityksen ja oppilaiden hyvinvoinnin. Nämä näkyvät vuorovaikutuksellisuudessa luottamuksena tulla puhumaan ja kertomaan.

*”Pidän tunteita niinku se on niinku oppimisen kannalta se on tosi tärkeätä, että ett ku ne saadaan mukaan niin mun mielestä niinku oppii paremmin. [...] [T]ärkeintä että ett ne oppilaat voi hyvin ja niinku että on on niinku luottamus niihin, että ett jos et sä itte näe jotain, [...] että ne uskaltaa tulla sulle kertomaan.”* Haastattelu 5/2007

Tarinallisuus on lähellä Aadan sydäntä, koska hän on juuri tehnyt kandidityötään tarinoiden käyttämisestä. Tarinat yhdistyvät myös vuorovaikutuksellisuuteen.

*”[M]uokkaisin sitä omaa tarinaani, ku siinä niinku fantasian kautta kautta toi on velhoja [...] ja ne menöö kaikkiin seikkailuihin, ett se on niinku ihan hyvä pohja [...] mutt se on kyllä kauheen elämyksellistä siellä lauletaan välillä ja lausutaan taikasanoja yhdessä.”* Haastattelu 12/2007

Kolmannen lukuvuoden keväällä kirjeessään Aada kuvaa vuorovaikutuksellisuutta näin:

*”Mielestäni oppilaita pystyy kannustamaan ja motivoimaan tarjoamalla heille vertaistukea. Parityöskentelyn avulla oppilaat keskustelevat matemaattisista asioista, käsitteistä ja ratkaisutavoista. Mahdollisesti toinen oppilas joutuu selittämään parilleen tehtävänantoa tai ratkaisuja, jolloin hyötyy molemmat oppilaisista.”* Kirje 4/2008.

## **Kokemuksellisuus**

Ensimmäisenä lukuvuonna Aada puhuu kokemuksellisuudesta konkreettisten materiaalien käyttämisenä. Taitteleminen ja leikkaaminen sopivat hänelle opettajana hyvin. Varmasti suurin merkitys tämän elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteen käyttämiseen on siinä, että Aada suuntautuu vielä lähes yksinomaan alkuopetuksen opettajaksi ja on tehnyt lastentarhanopettajan sijaisuuksia ja harjoitteluja.

*”Kokemuksellisuudessa oppilas itse tekee konkreettisesti jostain materiaalista jostain tehtävää. Myös kokemuksellisuus auttaa ymmärtämään matematiikkaa ja siinä pääsee soveltamaan kaikkia tietojaan matematiikassa.”* Essee 9/2005

*”No, kyllä mun mielestä justiin niinku varsinkin pienille on hyvä se saada niitä kokemuksia, niinku olik se siinä sun videolla, sillon?”*

Päivi: *Joo, se murtolukukohta.*

*Niin jotenkin mun mielestä oli tosi kiva video, että siinä justiin ne teki murtolukuja taittamalla ja leikkas niitä.”* Haastattelu 12/2005

Toisena lukuvuonna Aada kirjoittaa edelleen käsin tekemisestä, mutta erilaisten toimintamateriaalien käyttö on tullut tutuksi opintojen aikana.

*”Kokemuksellisuutta voisi käyttää esimerkiksi geometriassa. Voisin pyytää oppilaita taittelemaan tai tekemään paperista eri kappaleita, kuten lieriö, kuutio, kartio.”* Essee 12/2006

*”Algebraaattojen käyttö polynomeja opettaessa. Ne auttavat hahmottamaan yhteen- ja vähennyslaskuissa, mitä termejä saa yhdistää.”* Essee 12/2006

Keväällä 2007 Aadalla näyttää olevan hyvä kuva siitä, mitä erilaisia materiaaleja opettajalla on mahdollisuus käyttää ja miten ne tukevat oppimista, mutta häntä tuntuu hiukan arveluttavan, tuleeko niitä varmasti otettua käyttöön.

*”[J]ust semmonen, että käyttäis muutakin materiaalia, ku se opettajaopas. Että käyttäis niitä kaikkia apuvälinei, oppimateriaaleja, mitä on käytössä ja kehitelty matematiikkaankin. Mun mielestä se tukee niinku lahjakkaita lahjakkaittenkin oppilaitten niinku oppimista.”* Haastattelu 5/2007

Kolmannen lukuvuoden keskellä kokemuksellisuuteen tulee uusi piirre. Aada tuntuu lisäävän kokemuksellisuuteen tunteet ja mielihyvän. Saadaanpa tämä aikaan siten miten tahansa, hän toivoisi oppilaitten nauttineen oppitunnista.

*”[N]iinko toivon, ett niinko niill on jääny tosi niinku kokemuksia paljon ja niinku että se ois aivan ihanaa, ett ne puhuis mun tunnista ja ett voi me tehtiin näin ja näin ja niinko toisten oppilaitten kans, jotka ei oo mun tunnilla.”* Haastattelu 12/2007

Aadan kirjeessä, keväällä 2008, kokemuksellisuus kehittyy toisaalta toiminnallisuudeksi, toisaalta arkielämän kytkennöiksi. Tavoitteena on helpottaa asioiden mieleenpainamista ja motivoida oppilaita.

*”Matematiikan liittäminen todellisuuteen ja arkipäiväisiin asioihin motivoi myös oppilaita. Tehtävien tulee kuitenkin olla oppilaiden elämään liittyviä. Toiminnan avulla myös motivoidaan oppilaita. Tehtävien muokkaaminen toiminnallisiksi kannustaa ja motivoi oppilaita. Samalla voidaan tukea muistamista, sillä mitä useampaa aistikanavaa hyödynnetään oppimisessa, sitä paremmin se jää muistiin.”* Kirje 4/2008

*”Tehtävät voisivat koostua toiminnallisistakin tehtävistä, eikä luokkatila rajoit-  
taisi tuntia, vaan ongelmanratkaisutehtävät voisivat liittyä pihaan tai muuhun  
koulun alueella olevaan tilaan.” Kirje 4/2008*

Aadan opetusfilosofiaan kokemuksellisuus liittyy oleellisena osana. Hän on valmis muuttamaan tehtäviä toiminnallisiksi ja järjestämään oppilailleen aitoja kokemuk-  
sia matematiikasta.

## **Havainnollisuus**

Opintojen alussa Aada kytkee havainnollisuuden arkielämän tilanteisiin

*”Havainnollisuus on mielestäni tosi tärkeää varsinkin matematiikan opetukses-  
sa, ettei matematiikka mene liian abstraktiseksi kieleksi. Sanallisten tehtävien  
havainnollistaminen auttaa todella paljon oppimista ja asioiden ymmärtämistä.  
Havainnollisuuden kautta olen ainakin itse oppinut, ja pyrin siihen opettajana,  
että pystyn havainnollistamaan mahdollisimman paljon. Matematiikka on niin  
mekaaninen kieli, ja ihmisten on vaikea sitä soveltaa esim. alennusmyynneissä.  
Sen takia onkin hyvä, että matematiikan tehtävät liittyvät arkielämään, eivätkä  
ole vain joitain numeroita joista seuraa jokin vastaus.” Essee 9/2005*

ja kokeilemiseen.

*”[M]ä oon ollu semmonen, niinku laskija, että mä aina kokeilen, että vaikka mä  
en pakosti ymmärrä, mitä se opettaja niinku opettaa, niinku lukiossa justiin tau-  
lulla, mutt sitt mä niinku kokeilen, niinku katon vastausta, että ei tämä ei voi  
olla mahdollista. En tiedä, mistä mä saan sen ajatuksen ja no mä vaan pyöritän  
niitä numeroita siinä ja niin sitt se yhtäkkiä, ett tää vois olla. Sitt mä meen näyt-  
tään opettajalle, ”oonko mä tehny tän oikein?”, ”oot”, ”okei, ei kyllä tiedä, mitenkä  
mä tohon pääsin”. Mutta mutt se on kanssa vähän niinku ongelmanratkaisua ollu  
mulla.” Haastattelu 12/2005*

Tästä hän kertoo esimerkinkin päiväkodista.

*”Niinku nyt oli pari konstia ainakin pienten puolella, niin must tuntuu, ett tosi  
moni niistä ei osaa puhua kunnolla, yks oli Venäjältä, ett se ei osannu suomen  
kieltä, niin toi mun piti pitää niinku satutunti niille. Niin sitte valittin semmosen  
kirjan, missä on niinku saa koskettaa kirjaa, ett siin on enemmän semmosia [...]  
värejä [...] niin sitt oli niinku ihanaa, kun ne rupes ihan spontaanisti toistamaan  
ne lapset niitä, mitä mä olin sanonut.” Haastattelu 12/2005*

Toisena lukuvuonna havainnollistamiseen tulee tyypillisempi suhtautuminen. Nyt Aada kertoo av-välineistä ja piirtäen havainnollistamisesta. Voisi ajatella, että nyt käsitys havainnollisuudesta pikemminkin kapenee. Siitä tulee opettajan toimintaa.

Opettaja joko avaa havainnollistaen teoriaa

*”Havainnollistamista käyttäisin joka tunti, sillä oppilaille tarvitsee havainnollistaa matematiikan teoriaa joko kuvia piirtämällä tai esimerkein yksilöllisesti tai yhdessä eri av-välineiden avulla.”* Essee 12/2006

tai omaa ajatteluaan.

*”Pyrin näyttämään oppilaalle minun ajatteluprosessia tehtävän ratkaisussa havainnollistamalla tehtävää. Tietysti oppilas kertoo myös omia ajatuksiaan tehtävästä ja yritän aina ensin niitä käyttämällä havainnollistaa tehtävää tai ainakin ottaa niitä mukaan omaan ajatteluprosessiin.”* Essee 12/2006

Toisaalta matematiikkaa on kaikkialla, jos vain avaa silmänsä ja oppii havainnointiaan. Havainnollisuus kytkeytyy kolmantena lukuvuonna havainnointiin.

*”[M]utta sitte taas on kumminkin niin paljon semmosia osa-alueita mitä näkee ihan joka puolella, ku vaan kattoo ympärillensäkin niin näkee matematiikkaa.”* Haastattelu 5/2007

*”[M]ä pidin aika paljon luonnontiedon tunteja toi toss monialaisten harjottelussa. Niin näytin niille mun kasviota ja sitt niinku mietittiin niinku ku siellä oli oli rehu-viljakasveja niinku tunti, niin sitte oli sattumalta niistä kasveista mulla siellä kasvioissa. Ni sitte mä [...] yritin, että tunnistatteko ja ja että millä mitenkä tunnitsitte ja mitkä on ne tuntomerkit.”* Haastattelu 12/2007

Tutkimuksen lopulla Aada nostaa vielä yhden uuden näkökulman havainnollistamiseen. Hän kertoo tietotekniikan yhdistämisestä matematiikan opetukseen.

*”Tietysti ihannelanteesta koulusta ja tilasta löytyisi tarvittavia apuvälineitä havainnollistamiseen ja konkretisoimiseen. Tila ja koulu mahdollistaisi erilaisten opetusmenetelmien käyttämisen, jolloin esim. tilasta löytyisi tietokone, jolla pääsisi internettiin, sekä koulusta löytyisi tietokonealuokka, johon pääsisi tarpeeksi usein sekä jossa olisi jokaiselle oppilaalle oma tietokone.”* Kirje 4/2008

Aada näyttäisi liittävän myös havainnollistamisen itselleen sopiviin opetuksen piirteisiin. Hän kertoo siitä monipuolisesti, toisaalta opettajan toimintana, toisaalta yhteisenä työskentelynä.

## **Tutkimuksellisuus**

Aadan muistoissa ja tarinoissa tämä elämyksellisen matematiikan opetuksen piirre on vastenmielisin. Hän kuvaa sitä suorasukaisesti:

*”Inhosin itse matematiikan tunnilla tai yleensäkin jossain aineessa, jos täytyi tehdä jokin tutkimus. Silloin minusta tuntui, ettei niistä ole mitään hyötyä, kun*

*yleensä aiheet ovat sellaisia yleisiä eikä niitä tarvi opetella kokeeseen. Olen siis ollut hyvin mekaaninen oppilas. En vieläkään innostu tutkimuksista, joten odotan innolla sitä päivää, jos joku saa käännettyä pääni. Olen siis sitä mieltä, että tutkimuksista ei ole mitään hyötyä. Sillä ne pitäisi saada liitettyä enemmän aiheeseen, ne eivät saa olla itsestään selviä asioita, muttei liian vaikeitakaan. Yleensä kun olen tehnyt tutkimuksen siihen on mielestäni kulunut liikaa hyvää opiskeluaikaa, josta johtuen kokeeseen ei ole tullut kaikki asiat ja sitten niitä saa jälkeensä opiskella. Eli tutkimukset ovat liian laajoja.”* Essee 9/2005.

Esimerkistä huomaa, että Aada on ollut opinnoissaan suorittaja. Hän ei koe tutkimuksista olevan suoranaista hyötyä, vaan ne ovat ajanhukkaa. Tutkimukset eivät ole oikeaa matematiikkaa. Tekstistä kuitenkin kuvastuu se, että käsitys tutkimuksista ja tutkimuksellisuudesta on hyvin kapea. Tätä kuvastaa seuraava ote:

*”Onks ongelmanratkaisu semmoinen, että niinku, että tarkoitatko sä näitä avoimia tehtäviä?”*

*Päivi: Niitä esimerkiksi, sen tyyppisiä.*

*No, mä uskon, että mä opettajana tuun käyttää niitä, en niihin ihan ihastunut, mutta en mä varmaan, jos mulle annettais semmonen, mä en siltikään tykkäisi niistä.”* Haastattelu 12/2005.

Kuitenkin, kun tutkimuksellisuus käsitteenä alkaa selvetä, niin se erottuu kirjojen tehtävistä

*”Kai ne on sillai loogista mulle, mutt jotenkin, mä inhosin aina niitä kaikkia justiin ku oli matikan kirjassa niitä oliko ne kokeellisia tehtäviä tai jotakin semmosia, mä oon ehkä ollu semmonen, niinku suorittaja, ett äkkiä vaan eteenpäin.”* Haastattelu 12/2005

ja Aada osoittautuu itse hyvinkin tutkivaksi nuoreksi opettajaksi.

*”Ja sitt mä pelaan tietokoneella aina miinaharavaa, kaikki sanoo, ett sä voi tykätä, ett se on niin tylsä peli. Mä oon aivan onnessani, eilenkin varmaan yhteentoista asti pelasin niitä, [...] mutta enemmän justiin teen noita sudokuja. Aina aamulehdestä, heti kun saan aamulehden. (naurua) [...] Justiin kaikkii semmosia pelejä, jotka annetaan, että kerran oon tehny, kun mun kaveri anto semmosen, kun niillä oli kotona, että on niinku joku tikut ja siinä keskellä joku rengas ja niinku naru ja siin, on joku, ett ne pitää saada irti. [...] [Olin] saanu netissä tai sähköpostilla jonkun osoitteen, joss on semmonen, että kolme sammakkoa on tällä puolella ja kolme tällä puolella ja niitten pitää vaihtaa paikkoja ja on yks [ruutu] vaan niinko välissä. Ja yhden yli pystyy hypätä.*

*Päivi: Tai sitten luikua tai hypätä, joo, sammakkoloikka, mäkin tien ton.”* Haastattelu 12/2005



Oikeastaan on mielenkiintoista huomata, että matemaattiset pelit tai pulmat saattavat opiskelijasta itsestään olla mukavaa ajanvietettä, mutta se, että hän ottaisi ne mukaansa tunnille, onkin jo isompi kynnyskysymys.

Keväällä 2006, ensimmäisen lukuvuoden jälkeen, Aadan ajattelussa on käänne. Hän huomaa, että lapset voivat tutustua asioihin itsekin ja opettaja voi olla pikemminkin sivusta seuraaja.

*”[L]apset itte sais toimia paremmin että mä oon vaan sivussa, ett ett mä en oo semmonen, että mä välitän vaan sen tiedon, vaan ett ne lapset. Vähän niinku tutkivaa oppimista tai jotakin.”* Haastattelu 5/2006

Vaikka hän on jo päässyt juonesta kiinni, hän ei kuitenkaan ole osannut irrottautua tutkimus-sanalle alussa antamastaan määritelmästä.

*”Tutkimuksellisuus on sellainen, jota minun on jotenkin vaikea toteuttaa. Tähän vaikuttaa se, että itse inhosin aina peruskoulussa tällaisia tehtäviä. Pythagoraan lauseesta voisi teettää oppilaille jonkinlaisen tutkimustyön, johon oppilaat keräisivät tietoa lauseen oikeaksi todistamisesta. He saisivat käyttää lähteinään kirjoja, internetiä ym. Pythagoraan lause on kuitenkin niin tärkeä, että näkisin parhaaksi sen, että jokainen tekee samasta aiheesta tutkimustyön pienryhmissä, jonka jälkeen voitaisiin verrata tutkimustuloksia.”* Essee 12/2006

*”Tutkimuksellisuus jää varmaan vähäisimmälle käytölle näistä omani mielenkiinnon puutteen vuoksi valitettavasti. Minun luultavasti täytyisi saada joku hyvä, positiivinen ja innostava kokemus tutkimuksellisuudesta, jotta alkaisin sitä käyttämään enemmän.”* Essee 12/2006

Tutkijan näkökulmasta on mielenkiintoista seurata, miten vaikea Aadan on mieltää toimintaansa tutkimukselliseksi ja hän palaa siihen vielä toisen lukuvuoden päätöksikin.

*”Ja tosta noista kulmakivistä, niin niin ehkä siinäkin niinku ne tosi moni mun mielestä menee, niinku linkittyy yhteenkin, että ett on vähän samaa. Ja niinku omass opetuksess mä ainakin huomaan, että niinku että ei voi vaan sanoa että tää on ny kokemuksellista opetusta, vaan niinku että siin on nyt kaikkia niitä sekaisin. Mutta niinku se tutkimuksellisuus (huokaa).”* Haastattelu 5/2007

Tosiasiasa hän kertookin jättävänsä ne vähemmälle opetuksessaan, vaikka näkee niiden merkityksen.

*”[K]u mieltii matematiikan tunteja, niin mä tykkään tai niinku näen hyväksi ne tehtävät ne tutki-tehtävät ja tämmöset. Mutt sitte, jos jostakin pitää jättää pois, niin mä jätän ne. Niinku että jos ei aika riitä, ni ne on sitte semmosta niinku vähän niinku ylimäärästä vielä tässä vaiheess. Mutta vaikka [...] kumminkin se ajatus muuttuu siihen suuntaan, että nehän on just ne tärkeemmät ja ne niinku niis-*

*sä pitää niin yhdistellä tietoja. Että sehän auttaa sitä matemaattista ajattelua ja ymmärtämistä niinku paremmin kuin semmoset mekaaniset tehtävät. Että ehkä mennään koko ajan positiivisempaan suuntaan (nauraa).” Haastattelu 5/2007*

Yllättävää onkin sitten kuunnella Aadan viimeistä haastattelua. Nyt hänellä olisi ollut luokalleen aikaa ja omaa innostusta toteuttaa tutkimuksellista opetusta, mutta

*”[S]e oli valinnainen kurssi kylläkin matematiikkaa. Sitt mä niille oppilaille koko ajan, että ku ne halus vaan laskee sitä kirjaa eteenpäin ja musta tuntu kauheen turhalta, ku ne on kerta valinnaisess ja ne osas sitä matematiikkaa. [...] Sitt mä niille kaikkea, että ”tehään jotain tutkimuksia”, että jos ”pääsiskö täällä nettiin” ja ”tutkitaan jotakin, vaikka kultaista leikkausta tai jotakin” sitt ne oppilaat oli vaan, ett ”no ei todellakaan”.” Haastattelu 12/2007*

nyt oppilaat eivät olleetkaan valmiita lähtemään siihen mukaan.

## **Yhteistoiminnallisuus**

Jos Aada oli aluksi varautunut tutkimuksellisuutta kohtaan, oli hän varautunut myös yhteistoiminnallisuutta tai yleensä ryhmätöitä kohtaan.

*”Olen aina suhtautunut kauhean varautuneesti erilaisia ryhmätöitä kohtaan, sillä mielestäni siinä ei opi muun kuin oman opetettavan asian kunnolla ja sen todellakin osaa ja muistaa. Töiden esittelyä pitäisi jotenkin muuttaa niin, että myös muidenkin asioista oppisi. Ensinnäkin yleisin virhe on se, että töiden esittelyyn on varattu liian vähän aikaa ja yleensäkin koko ryhmätöihin. Ryhmässä työskentely kestää kauemmin kuin yksin tehdessä, koska asioista keskustellaan ja ryhmän jäseniin tulee aina ensin vähän ”tutustuttua” ennen kuin päästään työn alkuun.”* Essee 9/2005

Toisaalta kokemukset olivat olleet huonoja. Haastattelussaan joulun alla 2005 hän pohtiikin tätä lisää.

*”Siihen pitäisi saada joku, [...] niinku ryhmien se esitys tai mikä se sitten ikinä onkaan. Mutta jotenkin sitte kun se on ollu semmosta kuuntelua tai tämmöstä niin ei jotenkin jotakin siihen pitäisi saada lisää. Jos vain kaikki kuunnellaan läpi, niin se oli siinä ei muuta, en tiedä pitäiskö olla keskustelua siitä, mutta emmä mä tiedä.”* Haastattelu 12/2005

Purkamisen suunnittelun lisäksi opettajan tulisi opettaa ryhmänsä tähän työtapaan.

*”No se ois varmaan semmonen, ett sen vois alottaa jonkun justiin, en tiedä onks ekaluokkalaiset niin pieniä, mutta vaikka kolmannella voishan siitä jonkinlaista toteuttaa ykköskakkosellakin. Mut just, että ne oppis siihen juttuun niinku. Ett*

*se ei vaatisikaan aluks mitään kauheen hienoo, ett se ei olis mitään, vaan yks aihe käsiteltäväks.”* Haastattelu 12/2005

Vuoden aikana Aada kuitenkin huomaa, että yhdessä tekeminen on hauskaa ja hän haluaisi sen yhdeksi opetusmenetelmäkseen. Tähän on varmasti positiivisesti vaikuttamassa varhaiskasvatuksen opintoihin liittyvä PBL-työskentely (*problem based learning*), jossa Aada on ollut koko ajan mukana.

*”Yhteistoiminnallisuutta haluaisin korostaa enemmän tunneillani. Ensimmäiseksi mieleen tuli polynomien opettaminen yhteistoiminnallisesti, mutta siinä tarvitaan niin paljon aina aiempia tietoja, ettei sitä voi jakaa niin, että joku opettaisi monomit, joku polynomit ja joku yhteenlaskun ja toinen vähennyslaskun.”* Essee 12/2006

Hän on myös mielessään kehittänyt purkamiseen ja oppimisen kontrollointiin välineitä.

*”Näihin tunteihin tulee kuitenkin varata riittävästi aikaa, että jokainen ryhmän jäsen ehtii rauhassa esitellä oman opetettavan asian. [...] Aivan lopuksi, kun kaikki aiheet on käsitelty ryhmässä, voisi teettää oppilailla jonkun testin tai seuraavan tunnin aluksi pistokokeen, josta näkisi kuinka muiden opettavat asiat opittiin.”* Essee 12/2006

Kolmantena lukuvuonna yhteistoiminnallisuus saakin Aadan tarinoissa uuden luonteen. Se ei enää ole vain opetusmenetelmä luokassa, vaan toimintamalli, jota hän haluaisi itsekkin käyttää työssään.

*”Uskon, ett se antais mulle ainakin tosi paljon, ku olis semmonen yhteistoiminnallinen tai yhteistyö toimis niinku työpaikalla.”* Haastattelu 12/2007

Tutkimuksen lopussa, Aada kuvailee kirjeessään unelmatuntiaan ja yhteistoiminnallisuus näyttää löytävän siinä paikkansa.

*”Oppilaiden toiminta ja ryhmän toiminta olisi pääosassa, toisin sanoen opettaja olisi tehnyt itsensä tarpeettomaksi, mutta olisi kuitenkin oppilaiden käytettävissä. Yhteen veto tehtävistä tai tehtävistä keskusteleminen tunnin lopuksi kokoaisi tunnin aiheet. Jokainen ryhmä voisi perustella omaa näkemystään tehtävästä, jolloin keskustelua aiheesta syntyisi ja mahdollisesti toiset ryhmät saisivat uusia ajatuksia ja näkemyksiä sekä mahdollisesti vertaistukea toisilta ryhmiltä.”* Kirje 4/2008

Aadan kasvuprosessia seurattaessa huomaa hyvin, miten opiskelijan opintoihin liittyvät työtävät ja harjoitteluihin liittyvät opetusmenetelmien kokeilut vaikuttavat siihen, millaisen opetusfilosofian he lopulta muodostavat itselleen.

## Matematiikan kielinäkökulma

Matematiikan näkeminen kielenä ja sen opetuksen eräänlaisena kielikasvatuksena oli opiskelijoille uusi näkökulma. Aada kuitenkin oli heti mietittyään sitä mieltä, että näinhän se voi olla.

*”En ole enemminkin ajatellut matematiikkaa kielenä, mutta tarkemmin kun ajattelee niin jonkinasteista kieltähän se on. Matematiikassa on omat sanansa kuten potenssi, yhteenlasku ym. Matematiikassa on myös omat merkkinsä, mitkä tarkoittavat tiettyä asiaa juuri matematiikassa, kuten +, - ja =. Ja kun opiskellaan matematiikkaa enemmän, ei sitä ymmärrä ellei ole opiskellut, niin kuin ei ymmärrä jotain kieltäkään ellei sitä opiskele. Mielestäni matematiikka on kieli.”*  
Essee 9/2005

Tässä vaiheessa keskeisiksi nousevat kielen tunnusmerkit, kuten symbolit ja lauserakenteet. Toisaalta Aada on jo mielessään tehnyt itselleen kysymyksen, miten tämä vaikuttaisi opetukseen.

*”Että kyllä se rupee enemmän ja enemmän tuntumaan niinku kieli niinku matematiikasta aattelen, että no niinhän se onkin. Siin on käsitteet ja merkinnät. Ja jos [...] kääntää sen ajattelutavan niinko [...] kieleksi, niin sittä niiko huomaakin, että vois niinku [opettaa] eri tavoin niinku matikkaa. Ku ennen on ajatellu vaan, että se on vaan matematiikkaa ja että laskuja ja tommosia. Nyt se kyllä tuntuu kieltämättä semmoselta [kieleltä]”* Haastattelu 12/2005

Aadalle tärkeä tapahtuma sattui keväällä 2006, kun hän törmäsi tarinoihin matematiikan opetuksessa.

*”Hämeenlinnan okl:ssä, siell yks teki sittä matematiikasta gradua. Se teki semmosest tarinan kerronnan avulla niinku opettaa matematiikkaa ja se kuulosti tosi mielenkiintoseelta. Että ett sitä vois justiin niinku ainakin alaluokille mieltii sitä opetustyyliä niinku yhtenä vaihtoehtona, että se tarina kertoo jonkun tarinan. Vaikka että niinku niitten oppilaitten pitää ratkaista se joku matematiikka maattinen tehtävä, että ne pääsee siinä tarinassa eteenpäin.”* Haastattelu 5/2006

Hänen oma kandidaatintyönsä sai tästä alkusysäyksen. Opetuskokemuksia saatuaan Aadan käsitys matematiikan kielinäkökulmasta saa uuden piirteen. Miten opettajan tulisi käyttää matematiikan kieltä? Entä miten oppilaitten?

*”Matematiikka kielenä näkyy myös joka tunti. Tarkennan ja tulen tulevaisuudessa tarkentamaan oppilaiden vastauksia ja vaadin oppilailta sen, että he puhuvat asioista niiden oikeilla käsitteillä. Itse tietenkin pyrin samaan opettaessani uusia asioita ja muissakin yhteyksissä, että puhun asioista oikeilla käsitteillä.”* Essee 12/2006

Kielen eksaktiuden korostamisen jälkeen käsite laajenee koskemaan kaikkea matemaattista keskustelua ja sen tärkeyttä.

*”Keskustelun ei tarvitse useinkaan olla koko luokan keskustelua, vaan parin tai pienryhmän kanssa käytävä keskustelu on todella rikasta keskustelua, joka tulisi suoda luokassa. Etenkin silloin, kun keskustellaan matematiikkaan liittyvistä asioista.” Kirje 4/2008*

Matematiikasta tulee väline kehittää sosiaalisia taitoja, väitellä ja perustella.

*”He saisivat aikaan ”herkullisia” keskustelutilanteita, mahdollisesti hieman väitelyinkin tapaista, jolloin oppilaiden tulisi perusteella selkeästi omaa mielipidettä. Keskusteluun osallistuminen takaa sen, että tunnilta on jotain opittu. Samalla sosiaalisia taitoja kehitettäisiin.” Kirje 4/2008*

Lopulta Aada päätyy siihen, etteivät oikeat käsitteet riitä, vaan niiden takaa pitää löytää yhteinen merkitys ja sen löytämiseksi tarvitaan vaihtoehtoisia tapoja käyttää matematiikan kieltä.

*”Tärkeintä ei ole puhua asioista niiden tieteellisillä nimillä, vaan puhua ymmärrettävästi. Tietysti opetuksessa tulee puhua asioista niiden oikeilla nimillä, mutta mikäli oppilaat eivät ymmärrä asiaa, tulee miettiä ja käyttää vaihtoehtoisia tapoja puhua ymmärrettävästi. Opetettavalle asialle voidaan antaa käsite sen jälkeen, kun asia on jo opetettu.” Kirje 4/2008*

Aada itse tekee yhteenvedon käsityksestään elämyksellisestä opetuksesta seuraavasti:

*”Uskon, että juuri tutkimuksellisuus, kokemuksellisuus ja yhteistoiminnallisuus ovat näitä komponentteja, jotka luovat ja synnyttävät elämyksiä ja joiden käyttö tekee jokaisesta tunnista erilaisen. Elämyksellinen matematiikka on sellaista, missä ”valta” on annettu oppilaille. Tunnit eivät ole opettajajohtoisia vaan todellakin oppilaslähtöisiä.” Essee 12/2006*

*”Uskon, että fenomenologisesta matematiikasta innostuu sellainen opettaja, joka teettää jo muutenkin paljon ryhmätöitä ja käyttää erilaisia pienryhmiä hyväkseen opetuksessaan.” Essee 12/2006*

*”Olen tällä hetkellä opettajaharjoittelussa, jossa pyrin antamaan oppilaille enemmän avoimia tehtäviä tai puoliavoimia, joissa vastaus on valmiiksi annettu. Itse korostaisin opetuksessa matemaattisia suhteita ja vuorovaikutuksia sekä erilaisen objektien yhdistämistä ja niiden yhteyksien ymmärtämistä. Mielestäni matematiikka tulisi nähdä kokonaisuutena eikä irrallisia tunteina. Syy-seuraussuhteen ymmärtäminen on tavoite, jossa opetuksessani pyrin.” Kirje 4/2008*

Vuorovaikutuksellisuus on Aadalle aluksi yhdessä toimimista, mutta hän nostaa esiin tärkeitä piirteitä vuorovaikutuksellisuudesta: itseluottamuksen lisääntymisen,

hyvän mielen, toiselle selittämällä oppimisen ja erilaisten matemaattisten näkökulmien tai ideoiden huomaamisen. Hän havaitsee myös jättävänsä tähän liian vähän aikaa. Koska oppilaitten hyvinvointi on Aadalle tärkeää, vuorovaikutuksen merkitys korostuu lisää. Koulutuksen edetessä tarinat tulevat tärkeiksi. Aada kokee, että saadakseen vertaistukea oppilaat tarvitsevat aikaa matemaattiselle keskustelulle ja se edellyttää vuorovaikutuksen lisäämistä.

Kokemuksellisuus on Aadalle tärkeää. Hän on toiminut pienten lasten kanssa ja kokee tämän piirteen lisäävän mielihyvää, motivoivan ja parantavan mielenpainamista ja muistamista. Niinpä Aadan tunneilla liikutaan ja käytetään kaikkia aisteja. Toiminnallisuus ja toimintamateriaalien käyttö ovatkin Aadalle sopivia työmenetelmiä. Havainnollisuus on Aadasta arjen matematiikkaa ja kokeilemistä. Lapset ovat taas opettaneet häntä ja hän on kokenut havainnollisuuden tärkeäksi. Koulutuksessa esiin tulevat havainnollistamisen apuvälineet tavallaan kaventavat Aadan ajattelua havainnollisuudesta pelkäksi opettajan havainnollistamiseksi. Viimeisenä lukuvuonna havainnollisuus käsitteenä kuitenkin avartuu jälleen ja linkittyy havainnointiin ja teknologian käyttämiseen.

Aadalle tutkimuksellisuus on ristiriitaisin elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä. Hän ei ole itse pitänyt tutkivista tehtävistä koulussa. Ne veivät vain oikeaa opiskeluaikaa ja olivat hyödyttömiä. Kuitenkin hän ratkoo itse vapaa-ajallaan pulmia. Kun hän koulutuksen aikana alkaa tunnistaa tutkimuksellisuuden opetuksesta, käsitykset muuttuvat, mutta nyt oppilaat eivät haluakaan lähteä mukaan tutkimaan ja yhä edelleen Aadaa vaivaa huoli ajankäytöstä ja asioiden tärkeysjärjestyksestä. Yhteistoiminnallisuuteen Aada suhtautuu samoilla epäluuloilla kuin tutkimuksellisuuteen, mutta koulutuksen aikana karttuneet omat myönteiset kokemukset PBL (*problem based learning*) -opinnoista muuttavat tätä näkemystä. Yhteistoiminnallisuudesta voisi Aadan mielestä tulla opettajien yhteisen työskentelyn menetelmä. Opetuksessa yhteistoiminnallisuus vaatii kuitenkin Aadan mielestä suunnittelemista ja opettelua sekä opettajalta että oppilailta. Matematiikan kielestä Aada havaitsee ensin symbolikielen, sitten hän törmää matemaattisiin tarinoihin ja löytää matematiikan kielen ja luonnollisen kielen ja opinnoissaan myös eksaktiuden tavoitteet. Matemaattinen keskustelu ja väittely kehittävät lisäksi Aadan mielestä sosiaalisia taitoja ja luovat yhteisiä merkityksiä.

Aadan kasvuprosessi kohti elämyksellisempää matematiikan opetusta on myönteinen. Hän on koko ajan ollut suuntautunut pienten lasten opettajaksi ja elämyksellisyys on hänestä luonnollista heidän opettamisessaan. Niinpä Aada näyttääkin lähenevän opetuksensa filosofiassa sosiokonstruktiivisimmän elämyksellisen matematiikan opetuksen lähtökohtia.

TAULUKKO 18. Aadan kasvuprosessin kuvaus opettajaksi kasvuun näkökulmasta

Opettajaksi kasvuun piirteitä	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06	Essee/haastattelu 12/06	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08
Tuleva työtehtävä	Luokanopettaja, matematiikka hyvä tisi.	Luokanopettaja	Matematiikkaan erikoistunut luokanopettaja	Kannustaisin vuorovaikutukseen, avaisin omaa ajatteluaani.	Luokanopettaja, yläkoulussa yksi ryhmä	Luokanopettaja, yläkoulussa yksi ryhmä	Luokanopettaja, erikoistunut matematiikkaan
Käsitys itsestä opettajana	Haluun oppia havainnollistamaan, konkretisoimaan ja tietämään, miten lapset ajattelevat.	En halua asettaa oppilaan yläpuolelle. Arvioimissa huomioin oppilaan ikänsä.	Lapset voisivat toimia enemmän itse ja opettajana ohjaisin sivusta.	Kannustaisin vuorovaikutukseen, avaisin omaa ajatteluaani.	Lempeä, innostunut, luottamuksen arvoinen.	Lämmin, luotettava, ajattelen lapsen etua, helpposi lähestyttävä, kyseleן kuulumisia.	Opetan matematiikkaa käytännöllisesti. Käytän avoimia tehtäviä. Korostan yhteyksiä, jotta asiat eivät jää irrallisiksi.
Käsitys matemaatiikasta	On ollut aina minulle helppo. Koulunaineistapidan eniten matematiikka. Se on loogista ja johdonmukaista.	Eriäänäinen kiel, jossa on paljon käsitteitä. Yhdistömatematiikka on vaikeaa ja tiivistä.	Matematiikasta on tullut tärkeämpää. Kurssit ovat stressanneet ja se, miten saan ne suoritettua, kun en pääse luennolle.	Korostan käsitteitä opetuksessani.	Läheinen ja rakas aine. Cum laude tuli tehtävä, se antaa liikkumavaraa. Matematiikassa on paljon osa-alueita ja sitä on kaikkialla.		Eksaktia, ongelmanratkaisua, mielenkiintoisuus on siinä, miten eri tavoin ihmiset tekevät asioita.
Käsitys matematiikan oppimisesta	Tehtäviä voi päättellä ja ratkaista kokeilemalla. Pidän mekaanisista laskuista.	Olen ollut enemmänkin suorittaja, että äkkiä vain eteenpäin.	Jos matematiikkaa osaa, niin siitä pitääkin. Matematiikassa oppimisvaikeudet kasautuvat helposti.	Oppilaat joutuvat prosessoimaan tietoa itse ja selittämään toisilleen.	Olisi pitänyt laittaa kirja kiinni ja mennä ihan itse, mitä tunnilla tehdään.	Haluaisin oppia miten lajakkaalle ja erityislapsille opetetaan matematiikkaa.	Oppilaiden asenteet vaikuttavat paljon oppimiseen, samoin vanhempien asenteet. Matematiikkaa opitaan ja se jäsenyy monin eri tavoin oppilaiden mielisä.
Käsitys matematiikan opettamisesta	Selittäisin mahdollisimman yksinkertaisesti, selkeästi ja hitaasti helpoimmista vaikeimpiin.	Yksinkertaisesti, perustaidot ovat tärkeitä. Matematiikka voi integroida muihin aineisiin.	Yhdessä tekemistä havainnollistan ja kyseleן paljon.	Pitäisi luoda yhteyksiä matematiikan eri osa-alueiden välillä.	Oppilaat pitävät perinteisestä opetuksesta, kyseleן paljon oppilaita ja haluaisin tehdä tutkimuksia.	Tavoitteena on antaa oppilaille väline, jota voi hyödyntää muualloinkin, sekä huomioida vaihteoisia ratkaisutapoja.	
Käsitys hyvästä opettajasta	Keskustelee paljon ja antaa tilaa oppilaiden mielipiteille. Konkreettisi ja opettaa havainnollistamaan.	On itse luonnollinen ja ei pakota oppilaita yhteen muottiin.	Opettaa oppilaiden ideoita huomioon ja muuttaa tarvittaessa opetustaan.	Tekee itsensä toimittomaksi, huomaa jos oppilaita vaivaa jokin, joka haittaa oppimista.	Esimerkkinä oppilaille, jää oppilaitten mieleen, hänen tunneilleen on mukava tulla.	Oma itsensä, innostunut ja kiinnostunut, huomioi oppilaiden tarpeet, kannustaa ja motivoi, kuuntelee ja kunnioittaa. Luokassa on avoin ja turvallinen ilmapiiri.	
Käsitys hyvästä opetuksesta	Eriäänäinen konkreettisuutta ja vuorovaikutusta tunnelle.	Mitä enemmän on tunnetta mukana, niin sitä paremmin asiat jäävät mieleen.	Antaa oppilaille aikaa miettiä omaa ajatustaan ja tilaa kertoa niistä.	Vaihtelevia opetusmenetelmiä, ohjautua oivallusta, keskustelevaa, oppilaat opettavat.	Huomioidaan yksilöllinen kasvu ja kasvataminen.	Löytämistä ja oivallusta myös oppilaille. Käytätisin paritöitä ja aktiivisin keskustelemaan. Muokkaisin tehtäviä toiminnallisiksi ja käyttäisin eri aistikanavia.	

## *Tuleva työtehtävä*

Aadan kasvuprosessia voisi kuvata lyhyesti myönteiseksi kehittymiseksi kohti matematiikkaan erikoistuneen luokanopettajan ammattia. Lasten kanssa toimimisen rinnalle hän vähitellen löytää toiminnallisempia ja tutkivampia opetusmenetelmiä.

## *Käsitys itsestä opettajana*

Aloittaessaan opintojaan Aada miettii opetustaan vielä hyvin behavioristisesti tiedon jakamisena ja välittämisenä.

*”Tahtoisin, että kaikki oppisivat ainakin perustiedot. Tämän takia selittäisin asiat mahdollisimman yksinkertaisesti ja selkeästi. Antaisin helppoja tehtäviä aluksi. Havainnollistaisin mahdollisimman yksinkertaisesti tehtäviä ja siitä siirtyisin pikku hiljaa vaikeampiin tehtäviin. Haluaisin myös käyttää erilaisia oppimistyy-  
lejä hyväksi myös matematiikassa. En tahdo kiiruhtaa ja painottaa sitä että se, joka laskee nopeimmin ja eniten, on paras matematiikassa, vaan asian ymmärtäminen on pääasia.”* Essee 9/2005

Oppilaiden yksilöllisyys alkaa kuitenkin nousta merkittäväksi ja samoin matematiikan integroiminen toisiin aineisiin. Tämä muuttaa ajatuksia matematiikan opettamisestakin.

*”että toi sitä pystyy matematiikkaa niin yhdistämään joka aineeseen, että peleissä ja kaikissa on niitä opetusvälineitä erilaisia. Että niit tulis hyödyntää että ja just se havainnollis havainnollistaminen ja mitähän muuta [...] niitten taitojen mukaan sitte osais opettaakin niin joillekin sais ... semmosta yksilöllisempää opetusta.”*  
Haastattelu 5/2006

Aadan opintojen aikana opettajan ja oppilaiden välisen vuorovaikutuksen merkitys muuttuu enemmän yhdessä tekemiseksi ja kyseleväksi.

*”[K]annustaisin myös siihen, että osa oppilaista työskentelisi aina parina tai ryhmänä, mikäli oppilaat eivät häiritsisi muita ja heidän toiminnastaan näkisi sen, että he todellakin laskevat matematiikkaa ja kaikki tukevat toisiaan. He olisivat suhteellisen tasavertaisia, ettei se menisi siihen, että yksi vaan kopioi toisten vastauksia. Haluan ottaa myös oppilaita mukaan opetettavaan asiaan. Esimerkiksi, kun havainnollistan uutta asiaa vanhan opetetun asian pohjalta, kyselen oppilailta paljon.”* Essee 12/2006

Hieno oivallus on myös se, miten oppilaiden kannalta tunnit voisivat olla yllätyksellisiä ja ohjattua oivallusta.

*”Mä toivoisin, että mä oon semmonen opettaja, joka niinku vaihtelee niinku opetusmenetelmiä ja semmonen että ne ei niinku oppilaat ei niinku sillä lailla taas*



*ajattelen, että niinku että taas on niinku vaikka historiaa että taas tehään näin ja näin. Niinku, että luetaan kappale ja ääneen (Päivi naurahtaa) ja ett niinku ne ei tiedä mitä tuleman pitää, vaikka mikä aine olis (nauretaan) [...] semmosta vähän semmosta ohjattua oivallusta.”* Haastattelu 5/2007

Kolmannen lukuvuoden aikana Aadalla herää jo toive päästä kouluun ja hän haaveilee voivansa olla esimerkkinä oppilailleen ja toivoo tekevänsä oppilaisiinsa vaikutuksen.

*”Mä oon esimerkkinä niille ja sitt niinku sillä niinku vuorovaikutuksella niinku oppilaitten kans. [...] Niin niin ni jotenki sitä on niinku aatellu ett varmaan ois ihana koulunkin puolella sitt jäädä noin niinku mieleen. [...] Se ois aivan ihanaa ett ne puhuis mun tunnista ja ett voi me tehtiin näin ja näin ja niinko toisten oppilaitten kans, jotka ei oo mun tunnilla [...] ja sitt niinko ett niitten on niinko mukava tulla ja niinko ne näkee sen että se matematiikka voi olla erilaista ei niinku vaan semmosta että lahjakkaat pärjää ja niinku kirjaa tehdään. Niinku ett se voi olla erilaistakin.”* Haastattelu 12/2007

Harjoittelussa Aada huomaa matkivansa luokan omaa opettajaa, mutta hän toivoisi itse olevansa toiminnallisuutta suosiva opettaja.

*”[Y]hdessä vaiheessa sitte, ku mä rupesin pitämään omia tunteja [huomasin], ett mä olin kauheesti ottanu mallia siitä siitä ohjaavasta opettajasta, jonka tunneilla mä olin seuraamassa. [...] Sitt on ruvennu niinku suunnittelemaanki omia tuntejansa niin, että ett on sitä toimintaa siellä mukana. Ett kyllä mä uskon, että mä niinku ainakin yritän siihen että että sitte tulevaisuudessa, ku on työssä ni, ni sitte olisin toiminnallinen.”* Haastattelu 12/2007

## **Käsitys matematiikasta**

Opintojen alkuvaiheessa Aadan käsitys matematiikasta on aineessa hyvin ja helpolla menestyneen oppilaan avointa suhtautumista mieluisen oppiaineeseen.

*”Olen aina tykännyt matematiikasta ja se on ollut minulle helppoa. Lukiossa halusin kuitenkin lukea myös kieliä, ranskaa ja espanjaa, joten valitsin lyhyen matematiikan, koska pitkän kanssa kielten lukeminen ei olisi onnistunut.”* Essee 9/2005

Yliopistomatematiikka yllättää hänet täysin, mutta hän ottaa siihen suorituspainotuksen asenteen ja vaikeuksien jälkeen on tyytyväinen aineopintoihinsa.

*”Mä en tiennykkään, kun en mä oo ikinä tarvinnu mitään z:aa tai n:ää tai r:ää, en mä tienny mitä ne tarkoittaa. Aluks piti ottaa selvää, mitä ne tarkoittaa.”* Haastattelu 12/2005

*”[K]aks viimestä [matematiikan tenttiä] ei ollu menny läpitte, niin sitte oli semmonen että aaaa enhän mä ikinä ehdi, mutt sitte mä oon uusinu niitä.” Haastattelu 5/2006*

Nyt hänellä on liikkumavaraa ja mahdollisuus opettaa matematiikkaa myös muille ryhmille ja ehkä yläkoulussakin.

*”[K]yll mä oon ihan tyytyväinen, ett mä tein tämän matematiikankin niinku cumun, ett on sitt se pätevyys sinnekin että ett yhdess väliss oli kyllä ku se niin tihkaksi se matematiikka ni (naurahtaa) vähä semmosia että lopetanko vai ei, mutta onneks en lopettanu [...] mun mielestä matematiikka on niinku semmonen tosi tosi läheinen aine ja rakaskin. Ihan semmonen tai ainakin yläkoulun ja alakoulun matematiikka. Ei tämä yliopisto (nauraa, nauretaan).” Haastattelu 5/2007*

*”Hyvä näin, oon mä tyytyväinen kuitenkin, mutta en tiedä lähtisinkö enää jos tietäsin, mitä tää tai se mitä se matematiikka on ollu, ni niin en pakosti enää lähtisi uudestaan.” Haastattelu 12/2007*

Matematiikkaa kohtaan löytyy uusi didaktinen suhde.

*”Matematiikan mielenkiintoisuus on juuri siinä, kuinka eri tavalla eri ihmiset matemaattisia tehtäviä ajattelee.” Kirje 4/2008*

### **Käsitys matematiikan oppimisesta**

Käsitys matematiikan oppimisesta muuttuu yllättävästi. Aadan omat koulumuistot siitä, miten hän piti mekaanisista laskuista ja kokeilemalla ratkaisemisesta avartuvat.

*”Matematiikka on loogista ja johdonmukaista. Tehtäviä pystyy päättelemään ja kokeilemaan ja yleensä löytyy vain yksi ratkaisu. Tykkään juuri mekaanisista laskuista, mutta myös ajankohtaisista sanallisista tehtävistä.” Essee 9/2005*

*”Mä inhosin aina niitä kaikkia justiin ku oli matikan kirjassa niitä oliko ne kokeellisia tehtäviä tai jotakin semmosia, mä oon ehkä ollu semmonen, niinku suorittaja, ett äkkiä vaan eteenpäin.” Haastattelu 12/2005*

Hän alkaa pohtia, miten oppimisvaikeudet lisäävät negatiivista asennetta matematiikkaa kohtaan.

*”[J]os se matematiikka on helppoa niin kyllä siitä tykkääkin aika niinku sillain se on mun kuvitelma ett siitä tykkää. Mutt sitt, jos ne vaan kasautuu ne vaikeudet, ni sitte varmaan rupeekin inhoamaan sitä ainetta että tai ei nytte niinku inhoaminen o oikea sana mutta ...” Haastattelu 5/2006*

Enää toistaminen ei ole tärkeää, vaan oppilaan tulisikin prosessoida tietoa ja selittää ajatuksiaan toisille oppilaille.

*”Pythagoraan lauseesta voisi teettää oppilaille jonkinlaisen tutkimustyön [...] He saisivat käyttää lähteinään kirjoja, internetiä ym. [...] En kuitenkaan tarkoita tutkimustyöllä mitään lauseen todistamista, mutta oppilaat joutuisivat etsimään tietoa, kuinka tällainen voi pitää paikkansa. Näin he eivät ota lausetta valmiina tietona vaan prosessoivat sitä itse.”* Essee 12/2006

*”Kannustaisin oppilaita siihen, että he keskustelivat tunnilla matematiikasta ja pyytäisivät apua toisilta, kuitenkin niin, ettei anna valmista vastausta vaan opettaisi toisia.”* Essee 12/2006

Oppikirjaan sidottu opetus ei tunnukaan hyvältä opetukselta

*”[S]itte jäi kumminkin kiinni siihen omaan kirjaan ja niinku että jossakin vaiheessa olis pitäny vaan tajuta sulkee se kirja ja ottaa vaan otsikko ja miettii itte niinku kokonaan se tunti eikä niinku avata kirjaa ja kattoo mitä kirjass on tehty.”* Haastattelu 5/2007

ja lahjakkaiden oppilaiden tuomat haasteet herättävät toiveita täydennyskoulutuksesta.

*”Ku mä tein sitä harjoittelua, ni mulla oli yks semmonen siis aivan älyttömän lahjakas poika, niin sen kans mulla oli eniten vaikeuksia. Sitt ku tää niinku ei niinku omakaan niinku taidot riittäny niinku siihen mihinkä se ylsi ja niinku että sille mun oli hankala keksiä niinku mitään mitään tehtäviä ja kaikkia ett se niinku niinku vähän jäi kaivertelemaan ja kiinnostaaki sitte näitten lahjakkaittenkin opetus.”* Haastattelu 12/2007

Didaktinen näkökulma oppilaan asenteisiin ja yksilöllisiin tapoihin prosessoida tietoa vahvistuu.

*”Mielestäni matematiikkaa opitaan. Asenne ja ennakkoluulot ratkaisevat, osaako oppilas matematiikkaa vai ei. Vanhempien asenne ja arvot vaikuttavat paljon oppilaiden käsityksiin omista taidoista. Vanhempien tulisi myös tukea kotona lasten oppimista ja auttaa kotitehtävien teossa. Vastuun ei tulisi olla pelkästään opettajalla. [...] Matematiikkaa opitaan niin monella eri tavalla. Se myös järjestyy oppilaiden kuten opettajankin mieleen eri tavalla.”* Kirje 4/2008

### **Käsitys matematiikan opettamisesta**

Aadan käsitys matematiikan opettamisesta muuttuu kolmen lukuvuoden aikana oppijakeskeisemmäksi, kuten hän itsekin tutkimuksen lopussa kirjeessään pohtii:

*”Uskoisin tai ainakin toivoisin, että opetukseni olisi oppijakeskeinen. Pysin ainakin huomioimaan opetuksessa oppilaat ja ottamaan heitä mukaan siihen sekä yksilöllistämään opetusta.”* Kirje 4/2008

Matematiikassa Aada haluaisi luoda yhteyksiä matematiikan eri osa-alueiden välille.

*”[K]u vaan kattoo ympärillensäkin niin näkee matematiikkaa [...] siihen kuuluu niin paljon eri osa-alueita ja ja matemaattista ajattelua ja semmosta ongelmanratkaisua [...] ehkä se sitt täss yliopistomatematiikassa niinku hoksaa sen että justiin näiss todisteluiss ja niiss että ett missä kaikess niinku sitä matematiikkaa on jos aatteloo kaikkia rakennuksia ja [...] siit koulumatematiikasta puhutaan että siellä vaan opetetaan niitä osa-alueita justiin prosenttilaskentaa ja näitä muita että että sitä ei niinku yhdistetä yhdistetä siihen mihinkä niinku vois.”*  
Haastattelu 5/2007

Hän kokee turhautumista, kun oppilaat eivät lähdekään mukaan tutkivaan työskentelyyn. Aadalle itselleen on kuitenkin suuri muutos, kun hän pyrkii siihen itse.

*”Sitt mä niille kaikkea että ’tehään jotain tutkimuksia’ [...] Sitt ne oppilaat oli vaan ett ’no ei todellakaan.’”* Haastattelu 12/2007

Lopultakin Aada päätyy tutkijan kannalta melko elämykselliseen matematiikan opetukseen.

*”[V]ahvuutenani on opettaa matematiikkaa arkipäiväisesti. Tarkoittaen sitä, ettei matematiikka jää oppilaille pelkästään oppiaineeksi, vaan että he voivat sitä hyödyntää arjen tapahtumissa. [...] Pysin ottamaan esimerkkejä todellisista tapahtumista, joihin matematiikkaa voidaan soveltaa, ja joiden avulla uusi asia voidaan opettaa. [...] Mielestäni opettaja motivoi parhaiten oppilaitaan tekemällä matematiikasta mielenkiintoista [...] vaihtelemalla erilaisia opetusmenetelmiä sekä antamalla oppilaille toiminnallisia tehtäviä. Matematiikan ilon ”tappaa” samanlaisena kaavana etenevät tunnit. Mielestäni matematiikan tulisi olla löytämistä myös oppilailla. Liian paljon opettajat välittävät uuden opetettavan asian oppilaille, jonka jälkeen asiaa harjoitellaan. Matematiikan tunnilla voisi oppilaille antaa myös pohtimistehtäviä, jossa oppilaat itse oivaltavat opetettavan asian. [...] Matematiikkaa voi kuitenkin opettaa niin monin eri tavoin ja varsinkin nyt tulee kehiteltyä tunneille erilaisia opetusmenetelmiä. Perusopetustapani jo toimii, joten itsekin ”uskaltaa” opettaa erilailla sekä tahtoo kokeilla eri opetustapoja; [...] pyrin antamaan oppilaille enemmän avoimia tehtäviä tai puoliavoimia, joissa vastaus on valmiiksi annettu. Itse korostaisin opetuksessa matemaattisia suhteita ja vuorovaikutuksia sekä erilaisten objektien yhdistämistä ja niiden yhteyksien ymmärtämistä. Mielestäni matematiikka tulisi nähdä kokonaisuutena eikä irrallisia tunteina. Syy-seuraussuhteen ymmärtäminen on tavoite, jossa opetuksessani pyrin.”* Kirje 4/2008

## *Käsitykset hyvästä opettajasta ja hyvästä opetuksesta*

Aada pyrki ponnekaasti toimimaan hyvän opettajan tavoin, mutta hänellä on myös selvästi uusia näkemyksiä siitä, millainen on hyvä opettaja, ja mitä on hyvä opetus. Opintojen alussa perinteinen opettajan toiminta oli Aadalle tutuinta ja hän myös arvosti sitä.

*”Opettaja havainnollisti taululla kotitehtävät ja esimerkkejä uudesta aiheesta. Uutta asiaa opetaessa hän antoi oppilaiden kertoa tähän astisia tietoja ja hän antoi oppilaille aikaa itse tajuta ja ymmärtää uusi asia. Hän opetti piirtämään ja kirjoittamaan laskun eli juuri havainnollistamaan mitä tiedetään ja mitä tulee laskea, mitä haetaan. Tämä tapa sopi ainakin minulle ja teoriakirjasta oli paljon hyötyä kotona, jos tunnista ei tullut mitään poikien takia. Tunnilla laskettiin myös paljon.”* Essee 9/2005

Psykologian tuntia hän muistelee lämpimästi, koska siellä ilmapiiri oli hyvä ja asiat kytkeytyivät nuorten arkeen.

*”Lukiessa psykologian opettaja oli myös mukava. Hänen opettamistyylissä ei ollut mitään erikoista, mutta hän keskusteli paljon meidän kanssa, ja asiat saattoivat joskus rönsyillä aiheesta, mutta hän antoi meidän keskustella ja hän liitti keskustelumme aina johonkin aiheeseen. Näin hän teki psykologiasta arkipäiväisempää ja konkreettisempää.”* Essee 9/2005

Hyvän opettajan ominaisuuksiin kuuluu Aadan mielestä luonnollisuus. Opettajan on syytä olla oma itsensä.

*”Ku mä yritin matkia sitä niitten omaa opettajaa justinsa, niin ei siitä tullu mitään se ne oli aivan kauheita siä tunnilla, [...] tuli välitunti ja tuli seuraava tunti ja sitt mä olin oma itteni, niin se meni paljon paremmin se koko loppu päivä. [...] Hoksasin että no ehkä mun ei kannata matkia ketään, oon vaan oma itteni ne oli heti kaikki ihan rauhallisia.”* Haastattelu 12/2005

Aada nostaa tunteet hyvän opetuksen ja oppimisen apuvälineiksi.

*”[M]itä enemmän niinku on tunteita periaatteessa mukana, niin sitä paremmin ne niinku jää mieleen ja niinku muistaa asioita. Ett siinä muistamisessa niillä on merkitystä ja tottakai niinku oppimisessäkin, ett jos on justiin semmoset positiiviset tai hyvät niinku tunnelmat tai justiin tunteet niinko jotakin kohtaan.”* Haastattelu 12/2005

Opettajan merkitys innostajana ja aktivoivana korostuu ensimmäisen lukuvuoden kevällä ja seuraavana syksynä. Oppilalle tulisi antaa aikaa ideoita ja kertoa ideoistaan. Aadaa myös kiehtoo ajatus siitä, että oppitunneissa olisi jotain yllätyksellistä ja ennalta arvaamatonta.

”[J]ustiin sen opettajan innostus, että on tosi paljon tutkimuksia, että että jos on kysytty että jos ei tykkää matematiikasta niin mikä siihen on vaikuttanu niin eniten on vaikuttanut justiin opettaja ja opettajan niinku tyylit ja oma innostus ja aktiivisuus.” Haastattelu 5/2006

”[M]un tarvis antaa enemmän niinku aikaa niille lapsille niinku mieltä ja tuoda niitä omia ajatuksia. Vaan että mä oon niinku semmonen että, jos ei kukaan muu niin sitt mä heti no, vähän niinku semmosen johdattelevan kysymyksen.” Haastattelu 5/2006

”Elämyksellisen matematiikan opettamisen tulisi sisältää jonkinlaisen vapauden. Tarkoitin tällä sitä, että oppilaat eivät ikinä tietäisi mitä seuraava tunti pitää sisällään. Opettaja ottaisi oppilaiden ideoita huomioon ja todellakin muuttaisi jokaista oppituntiaan erilaiseksi.” Essee 12/2006

Opintojen edetessä hyvän opettajan ja hyvän opetuksen luonne muuttuvat. Hyvä opettaja ei olekaan enää selkeästi asioista kertova, perinteisiä tunteja taidolla pitävä opettaja, vaan Aada toivoo opettajan osaavan väistyä syrjään tästä roolista ja jättävän enemmän aikaa oppilaiden itsenäiselle oivallukselle.

”[M]ä haluisin kauheesti, että ne ett mä tekisin itteni aina toimettomaksi että niinku semmonen että antaisin oppilaille roolin. Mutt sitte taas huomaa joskus sen, että ett ei anna niinku tarpeeksi aikaa niille oppilaille, ett niinku tulla siihen niinku niitten rooliin. Ett sitt jos ei heti tu vastauksia, niin sitt mä taas avaan suuni (nauraa).” Haastattelu 5/2007

Hyvä opettaja ei myöskään unohda kasvattajan rooliaan.

”Mun mielestä se kasvatustarve niinku että ja se oppilaitten hyvinvointi justiin että on niinku tärkeintä että ett ne oppilaat voi hyvin ja niinku että on on niinku luottamus niihin että ett jos et sä itte näe jotain jotain että tai niinku että ne uskaltaa tulla sulle kertomaan että jos jotain on tapahtunu.” Haastattelu 5/2007

Keväällä 2008, kirjeessään, Aada pohtii hyvän opettajan ominaisuuksia ja hyvää opettamista monipuolisesti ja oppijakeskeisesti.

”Mielestäni matematiikan tulisi olla löytämistä myös oppilailla. Liian paljon opettajat välittävät uuden opetettavan asian oppilaille, jonka jälkeen asiaa harjoitellaan. Matematiikan tunnilla voisi oppilaille antaa myös pohtimistehtäviä, jossa oppilaat itse oivaltavat opetettavan asian. [...] Oppilaiden tarpeiden huomioiminen kannustaa ja motivoi oppilaita, sillä silloin he tuntevat, että heitä kuunnellaan ja kunnioitetaan. Positiivinen palaute kannustaa oppilaita. Palautteen antaminen täytyy kuitenkin antaa aiheesta, ei pelkästään palautteen takia. Opettajan oma innostuneisuus ja mielenkiinto ainetta kohtaan motivoi ja kannustaa oppilaita. [...] Tehtävien muokkaaminen toiminnallisiksi kannustaa ja motivoi

*oppilaita. Samalla voidaan tukea muistamista, sillä mitä useampaa aistikanavaa hyödynnetään oppimisessa, sitä paremmin se jää muistiin. [...] Opettaja on perimmäisessä vastuussa luokkakeskustelun ylläpitämisestä ja kontrolloimisesta, mutta avoin ja turvallinen ilmapiiri takaa sen, että luokassa keskustellaan. Mielestäni opettajan tulee luoda luokkaan avoin ja turvallinen ilmapiiri, jonka seurauksena oppilaat uskaltavat keskustella ja avata keskusteluita.” Kirje 4/2008*

Aadan kasvuprosessista ilmenee, että käsitys matematiikasta kääntyy uudelleen myönteiseksi ja didaktiseksi. Hänen opetusfilosofiaansa voisi kutsua oppijakeskeiseksi yhdessä tekemiseksi. Matematiikan oppimiselle ja opetukselle keskeistä on Aadan näkemys siitä, että matematiikkaa on kaikkialla, opettajan tulee osata poimia se ja oppilailla tulee olla tilaisuuksia havaita se.

Jos Aadan opetusta kuvaa muutamien sanojen, ne olisivat yllätyksellisyys, itsenäinen ja ohjattu oivallus tai löytäminen. Opettajana hän toimii lapsia kuunnellen ja kunnioittaen, innostuneena toimien ja keskustellen.

Eräs mielestäni upea ajatus tulee esille Aadan haastattelussa keväällä 2007. Hän on huomannut oppimisen ajallisuuden ja situationaalisuuden ja sen, miten merkityshorisontit aktivoituvat jossain toisessa tilanteessa ja joskus paljonkin myöhemmin ja jäsentyvät silloin uudelleen.

*”Opettajan pitää huomioida just se, että niinku se tieto elää ja se oppiminenkin on omalta osaltaan niinku vähä niinku elää että ja saattaa niinko oppia niinku pitkänkin ajan päästä niinku vielä siitä aiheesta lisää että jossakin muussa yhteydessä ja ainakin ittelle on käyny useasti niin.” Haastattelu 5/2007*

## 18 Reetan tarina ja analyysi

### *Alku*

Miksikö opettajaksi? Tietenkin siksi, että saan pitkät lomat ja helpon työn! No, ei suinkaan. Opettajan ammatti on ollut aina yksi niistä ammateista, joka on tuntunut itselleni sopivalta. Jo pikkutyttöinä leikimme koulua ja minun ja naapurin Hannan täytyi aina saada toimia opettajina. Lukion jälkeen piti alkaa miettiä, mitä haluaa tulevaisuudelta, eikä mikään tuntunut huippuvaihtoehdolta. Kadehdin sellaisia kavereita, joilla oli selvät päämäärät. Ajauduin matematiikkaa opiskelemaan, koska sain koulupaikan suoraan papereiden perusteella, eikä minun tarvinnut lukea pääsykokeisiin. Varsinkin isä ja isoveljeni kannustivat minua opiskelemaan matematiikan opettajaksi. Aloitin matematiikan opinnot, mutta opiskelu tuntui hajottavalta. Sinnittelin kuitenkin matematiikan opintojen parissa ja aloitin fysiikan opinnot, jotka lopetin melkein alkuunsa. Ei ollut motivaatiota, innostusta, eikä jaksamista. Päädyin opiskelemaan erityispedagogiikkaa ja se tuntui mielenkiintoiselta. Lopulta päätin jättää matematiikan sivuaineeksi ja hakea luokanopettajakoulutukseen. Pääsin tänne ja olen onnellinen, että olen juuri nyt tässä koulutuksessa.

Olen maaseudun kasvatti, tulen pieneltä syrjäkylältä. Aloitin koulun vuonna 1989. Alakouluna meillä oli ihana vanha puukoulu, jota laajennettiin silloin, kun itse opiskelin siellä. Oppilaita oli vuosittain noin 50. Koulussa oli turvallista olla. Opettajia oli kolme, joskin yläluokan opettajana toimi oikein vanhan kansan rehtori, jota me pikkutyöt vähän pelättiin. Alakoulun matema-

Opettajan ammatti tuntui sopivan minulle jo pikkutyttöinä.

Ajauduin opiskelemaan matematiikkaa.

Matematiikan opinnot tuntuvat hajottavilta ja päätin jättää sen sivuaineeksi.

Onneksi pääsin tähän koulutukseen.

Kasvoin turvallisesti maaseudulla.



tiikan tunneilta muistan vain, että matematiikka oli aina helppoa ja sain kokeista yleensä 10 tai jopa 10+. Pidin laskemisesta ja sain usein kotitehtävät tehdyksi jo tunneilla.

Yläkouluun siirryin pikkukoulustamme vähän isompaan kouluun, noin 6 kilometrin päähän kotoa. Matematiikan opettajaksi tuli nainen, josta ei oikein pidetty. Opettajan tapana oli joka tunti tulla luokkaan ja istua piirtoheittimen ääreen. Siinä istuen hän kirjoitteli pienellä käsialalla asioita ylös ja opetti meitä. Uskon, että tämän opetusmetodin vuoksi matematiikan tunnit olivat monille tuskaa. Tunnit olivat kuivia ja sopivat ehkä visuaalisille oppijoille. Itse kuitenkin olin yhä aktiivinen oppilas ja pidin vieläkin matematiikasta. Se oli edelleen niin helppoa. Autoin ystävääni tunneilla. Myöhemmin hän kertoi luntanneensa keran papereistani ja pääseensä läpi kokeesta.

Yläkoulusta on mieleeni jäänyt myös eräs toinen opettaja. Hän opetti minulle vain yhden lyhytkurssin verran lukion matematiikkaa, mutta sai omalla olemuksellaan oppilaat mukaan ja kuuliaisiksi.

Eräs eniten mieleeni jäänyt opettajani oli lukion pitkän matematiikan opettaja. Hän oli innostunut alastaan ja muistan, kuinka hän saattoi todeta ”tekisi mieli oikein kehystää seinälle jokin oikein kauniilla käsialalla ja pätevästi ratkaistu koetehtävä”. Hän puhui hiljaisella äänellä ja kirjoitti tosissaan pientä tekstiä taululle. Siksi pä etupenkin paikat olivatkin yleensä varattuja. Hän sai asiat oppilaiden päähän jollain kummallisella konstilla. Toinen lukion opettaja, joka on jäänyt mieleeni on eräs naisopettaja. Varmasti saa hakeamalla hakea ystävällisempää ja tasapuolisempaa opettajaa ja sellaista ihmistä, joka olisi niin paljon oppilaiden puolella. Tämän opettajan tunteja koetin silti vältellä, koska tunneilla menttiin eteenpäin tuhatta ja sataa ja yritettiin käydä niin monta esimerkkiä läpi kuin suinkin oli mahdollista. Tunnit venyivät yleensä välituntien puolelle asti ja opettaja jakoi vielä kasoittain lisämonisteita ja esimerkkejä meille oppilaille. Ihmisenä pidin hä-

Matematiikka oli helppoa ja pidin laskemisesta.

Opettajamme opetti hyvin opettajajohtoisesti.

Matematiikka oli yläkoulussakin helppoa ja pidin siitä.

Lukion matematiikan opettajani sai meidät oppimaan asiat jollain kummallisella tavalla.

Toista lukion matematiikan opettajaa välttelin, sillä hänen tunneillaan oli aina kiire.

nestä, mutta opettajana en. Tulevaisuudessa kohan kyllä vältellä hänen tapaansa opettaa.

Luulen että pidin matematiikan oppimisesta niin paljon peruskoulussa siksi, että se oli vain niin helppoa. Vielä lukiossakin asiat olivat aika yksinkertaisia, eikä niitä oppiakseen tarvinnut käyttää kovin paljoa aikaa. Tunneilla pidin siitä, kun käytiin esimerkkejä läpi ja sitten alettiin itse laskea tehtäviä. Muistan, että yhdellä kurssilla opettaja ei opettanut lähes ollenkaan, vaan me oppilaat etsimme itsenäisesti tietoa kirjasta joko pareittain tai yksin. En pitänyt tästä kurssista yhtään. Olen laskenut mielelläni mekaanisia tehtäviä ja sellaisia tehtäviä, jotka oivaltaa nopeasti. Jäin miettimään, kun ainedidaktiikassa keskustelimme, miten me tulevat matematiikan opettajat olisimme oppineet koulussa millä opetusmenetelmällä tahansa, vaikka ilman opettajaakin. En ollut tullut ajatelleeksi tuota aiemmin.

Minulla on ollut aika, jos voi sanoa, vanhan-aikainen käsitys matematiikan opettamisesta ja oppimisesta. Se johtuu varmasti omista kokemuksistani kouluajoiltani, sekä omasta oppimistyylistäni. Olen pitänyt parhaimpina opetusmetodeina tavallista opettajan taulutyöskentelyä ja sitten itsekseni laskemista. Nyt olen opintojeni aikana saanut vähän tutustua kokemuksellisuuteen ja toiminnallisuuteen matematiikan opetuksessa ja huomannut, että joitakin asioita opiskeltaessa se selventää asiaa. Matematiikan opetukseen on kehitelty myöskin erilaisia pelejä ja välineitä. On varmasti hyvä, että lapsi saa itse kokeilla, miten jokin asia toimii. Tulevaisuudessa käytän varmasti opettajan työssäni erilaisia välineitä selventääkseni asioita. Ainakin me kaikki opiskelijat innostuimme eri välineiden käytöstä. Olen huomannut oppitunteja seurattessanikin, että oppilaat mielellään tekevät itse jotakin ja ovat hyvin innoissaan rakentelemassa erilaisia juttuja. Siinä sivussa he myöskin oppivat asioita. Opettajan on kuitenkin tärkeää muistaa koota asiat, ikään kuin langat järjestykseen, pelkkä pelailu ei auta, jos asioita ei myöskin käydä teoriassa läpi.

Yhdellä kurssilla kokeilimme itsenäistä opiskelua, enkä pitänyt siitä lainkaan.

Olisinko tosiaan oppinut millä menetelmällä vaan?

Pidän perinteisestä tavasta opettaa, mutta tämä koulutus on saanut miettimään vaihtoehtoja.

Tulevaisuudessa käytän varmasti erilaisia apuvälineitä opetuksessani.

Aloitin opinnot vuonna 2002. Opiskelujeni alussa yllätyin siitä, miten erilaista se yliopistomatematiikka on verrattuna koulumatematiikkaan. Koko ajan tiesin, että pakko nämä on kuitenkin käydä, jos haluan matematiikan opettajaksi. Varmaan ensimmäisenä syksynä vaikutti sekin, että muutin pohjoisesta tänne ja sopeutumiseen menee aikansa. Olin paljon yhteydessä kotiinpäin ja kun olen semmoinen koti-ihminen, olen taas onnellisena lähdössä lomalla kotiin.

Minulla ei oikeastaan ollut opettajakokemusta matematiikasta ennen tätä syksyä. Joskus olen neuvonut kaveriani jossakin jutussa, mutta harvemmin sitäkin. Kotona muut sisarukseni osasivat hyvin koulussa, joten heitäkään ei ole tarvinnut neuvoa. Nyt opetusharjoittelussa olen päässyt opettamaan jo ihan oikeasti. Ensimmäiset viisi tuntia pidin lukion pitkän matematiikan ykköskurssia ja aluksi minua jännitti aika paljon. Tunnilleni tuli kuuntelemaan jopa seitsemän muuta harjoittelijaa, eikä se ainakaan vähentänyt jännitystä. Onneksi olen tottunut musiikkiharstuksessani esiintymään, eikä muiden edessä olo jännitä. Minua huolestutti lähinnä se, kuinka saan oppilaat mukaan tuntiin ja miten onnistun järjestyksen pidossa. Hiukan arvelutti myös, kuinka osaan itse opettavan asian ja tapahtuuko tunnilla jotain arvaamatonta, kuten oppilaiden yllättäviä kysymyksiä. Harjoittelussa huomasin, että viihdyn siellä luokan edessä liitu kädessä, nautin taulutyöstä ja oppilailta kyselemisestä. Pidän oppilaista! Haluaisin opettaa matematiikkaa selkeästi ja rauhallisesti ja saada oppilaani innostumaan ja oppimaan. Toivon, että osaisin ottaa huomioon myös niitä oppilaita, joille matematiikka on kauhistus ja tylsä oppiaine. Haluan olla helposti lähestyttävä opettaja ja sellainen lämmin ihminen, jolta oppilaat uskaltavat kysellä.

Olen kokenut ohjaajan ja muiden harjoittelijoiden palautteet äärettömän tärkeiksi. On myös hyvin opettavaista olla seuraamassa muiden harjoittelijoiden tunteja. Seuraavat viisi tuntia opetan yläkoulun matematiikkaa. Odotan jaksoa

Yliopistomatematiikka yllätti minut erilaisuudellaan.

Muutto kotoa vieraaseen kaupunkiin opiskelemaan vaati sopeutumista.

En ole aiemmin opettanut matematiikkaa.

Aloitin opettajaharjoittelut jo heti syksyllä.

Huomasin viihtyvänä luokan edessä ja pidän oppilaista.

mielenkiinnolla ja jännityksellä. Siellä ovat varmasti taas uudet, erilaiset haasteet edessä.

Ja niinpä olikin. Opetin 8-luokkalaisia ja kyllä yläkoululaiset ovat kaikista ihanimpia, jotenkin viattomia ja vielä pieniä. Heidän kanssaan on mukava olla. Vaikka itse en ole käyttänyt juurikaan toiminnallisuutta tunneillani, olen huomannut että sitä kannattaisi käyttää. Nyt yritän korostaa niitä hyviä asioita, joita tiedän vahvuuksiksi. Huomaan kehittyväni siinä, että pystyn lukemaan helpommin, mitä oppilaat laskevat vihkoihinsa, enkä vain kiertele luokassa. Hyvän tunnin tunnistaa mielestäni siitä, että oppilaat lähtevät siihen mukaan ja luokassa vallitsee semmoinen hyvä mieli. Toki ryhmät ovat hyvin erilaisia. En tiedä vielä, tuleeko minusta luokanopettaja vai aineenopettaja. Yläkoululaiset yllättivät kuitenkin tänä syksynä niin iloisesti ja pidän siitä, että opettajan työhön liittyy myös kasvattamista.

### *Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen*

Olen miettinyt oppimista: se on jotakin pysyvää muutosta, jota tapahtuu, kun asia on oikeasti opittu. Oppiminen ei ole sitä, että äkkiä opetellaan asiat ulkoa tenttiin tai kokeeseen ja sitten ne ovat siellä paperilla, eikä enää missään sen jälkeen. Opettamisessa pitäisi huomioida oppijoita, ovatko he visuaalisia, auditiivisia vai kinesteettisiä. Monesti tarvitsemme toista ihmistä ja vuorovaikutusta oppiaksemme jonkin asian. Syksyllä kävin opetusalan messuilla Helsingissä siskoni kanssa ja minusta tuntui, että kuuluisin tänne vasta sitten, kun olen itse oikeasti opettajana. Se oli hassu tunne, vielä siis menee aikaa. Opettajuus merkitsee minulle enemmän kuin matematiikan opettaminen. Voisin olla jonkun muunkin aineen opettaja kuin matematiikan, tai voisin olla luokanopettaja. En ole vielä miettinyt, minne sijoituisin työhön, mutta pohjoiseen päin mieli kyllä vetää. Olisi ihanaa olla jollain ei aivan pikkukoululla, mutta ei hirveän isollakaan. Kuitenkin niin, että olisi kollegoita, joilta saada apua tarvitessaan

En ole käyttänyt toiminnallisuutta tunneillani, mutta opettajana varmasti käytän.

En tiedä, tuleeko minusta luokanopettaja vai aineenopettaja.

Vuorovaikutus ja erilaisten oppijoiden huomioiminen ovat minulle tärkeitä.

Messutapahtumassa havaitsin, etten vielä ole oikea opettaja.

Palaisin mielelläni kotiseudulle keskikokoiseen kouluun, jossa voisi tehdä yhteistyötä kollegojen kanssa.

ja joiden kanssa tehdä yhteistyötä.

Matematiikan opintoja en ole tänä talvena tehnyt. Niitä on nyt vähän yli 40 opintoviikkoa ja jätän ne nyt siihen.

Joskus, jos tuntuu siltä, teen niitä laudaturiinasti, mutta nyt en tee. Aion tehdä ensi lukuvuonna kasvatustieteen syventäviä opintoja, musiikkiopintoja ja luokanopettajan monialaisia opintoja. Tekemistä riittää aika paljon. Onneksi sain sentään nyt keväällä erityispedagogiikan perusopinnot valmiiksi.

Kevään aikana teimme ainedidaktiselle tutkimuskurssille omaa kyselytutkimusta oppimisorientaatioista. Kohderyhmänä oli pieni 9-luokka, 18 oppilasta. Aineisto oli niin suppea, ettemme voineet vetää mitään vahvoja johtopäätöksiä, mutta yllätyimme, kuinka hyvän arvosananakin oppilas näytti sijoittuvan välttämisen-orientaation puolelle.

Tämä lukuvuosi on tuonut paljon mukanaan. Minulla ei ollut opetuskokemusta ja lähdin nollasta opettamaan. Nyt olen saanut pikkusen kuvaa itsestäni opettajana ja se on kokonansa tämän vuoden saldoa. Muutos on kuitenkin niin kokonaisvaltaista, että siitä on vaikea kertoa. Muistan, miten minua jännitti se, minkälaisia ne oppilaat ovat, kuuntelevatko ne minua vai metelöivätkö vaan. Pelotti se, että miten toimin niitten kanssa ja jännitin taulutyötäkin. Mitä, jos ne kysyy jotakin, mihin en osaa vastata. Toisaalta se oli hirveän palkitsevaa, kun selvisikin niistä yllättävistä tilanteista.

Sain monenlaista ohjausta ja palautetta harjoitteluistani. Jotkut ohjaajat toivoivat, että toimisoin tunneilla kuten ohjaajani itsekkin ja vaikka itsestä tuntuikin, etten varmaan tekisi näin omassa opetuksessani, en halunnut sanoa mitään näitten muutamien tuntien takia. Varsinkin keväällä luottamusta sai enemmän ja ohjaajat antoivat tilaa harjoittelijan omille toiveille. Palautteen antamisessakin oli eroja. Osa ohjaajista ei antanut palautetta juuri lainkaan ja osa antoi sitäkin tarkemmin. Vaikka jurnutimme siitä, että ”aina

Matematiikan opintoja on nyt toistaiseksi riittävästi.

Opiskelin erityispedagogiikkaa.

Oman tutkimuksen tekeminen avasi silmiä.

Olen oppinut itsestäni opettajana.

Yllättävistä tilanteista selviämisen oli palkitsevaa.

Jotkut ohjaajat odottivat, että toimisoin tunneilla kuten hekin.

pitää tehdä hirveän tarkat tuntisuunnitelmat” ja ”palautekeskustelut ovat sitten pitkiä”, niin aina se kokemus jälkepäin oli, että parhaat neuvot sai juuri näiltä opettajilta, jotka olivat vaativia ja käyttivät myös itse aikaa. On hyvä, että ohjaajat vaihtuvat usein, joskin sellaista ohjauksen jatku-moa sitten jäin kyllä paitsi.

Vahvuuteni on toimia vuorovaikutuksessa oppilaitten kanssa ja olen saanut positiivista palautea selkeästä ja rauhallisesta tavastani opettaa. Aineenhallinnasta en osaa sanoa, sillä tuntuu etten saa opetukseeni tukea matematiikan opinnoistani. Jokaista uutta kurssia opettaessani on pitänyt kerrata asioita ja varmasti tulevassa työssä menee aluksi aikaa ottaa opetettavat asiat sillä tasolla haltuun uudestaan. Aineenhallinta on ehkä eräs heikkouteni. Jos yhtäkkiä joku oppilas kysyy jotakin, niin en muistakaan.

Yhdellä tunnilla käytiin läpi, mitä on jokin luku potenssiin nolla. Siitähän tulee aina yksi. Sitten joku oppilas kysyi ihan ystävällisesti, että miksi. ”Kyll’ mää uskon, että se on näin, mutta miksi se on näin?” Ja hyvänen aika, yhtäkkiä en muistanut mitään selitystä ja selvisin siitä lupamalla, että katsotaan myöhemmin.

Yhdessä ryhmäohjauksessa puhuimmekin siitä, mitä on olla ensimmäistä vuotta opettajana. Ohjaajamme kehotti meitä olemaan armollisia itseämme kohtaan. Työssä ei ole aikaa määrättömästi suunnitella, pitää tyytyä välillä vähempään ja käyttää aikaa siihen, että jaksaa itse. Se oli tosi hyvä muistutus. Ja ainahan voi kehittyä opettajana ja tehdä lisää työnsä eteen. Se on sitä paitsi semmoinen voimavarakin. Jos sitä jaksaisi käyttää, niin ei ainakaan jämähdä tai leipäänny työhönsä.

### *Toinen vuosi ja tarinoita koulusta*

Eräs lukion matematiikanopettajani paahtoi aina koko tunnin läpi tuhatta ja sataa ja vielä välitunnille asti. Kaikin keinoin hän yritti iskostaa oppilaille kaikki mahdolliset erilaiset tehtävävaihtoehdot päähän. Tunneilla tehtiin järkyttävän

Ohjauksella ja palautteella on paljon merkitystä harjoittelussa.

Olen rauhallinen ja selkeä ja tunneillani on hyvä vuorovaikutus opettajan ja oppilaitten välillä.

Aineenhallintani vaatii vahvistusta.

Osaan säännöt, mutta perustelut tuottavat vaikeuksia.

Opettajan työssä on aina mahdollisuus kehittyä lisää.

pitkiä esimerkkilaskuja vihkoon ja opettaja jakoi vielä lisämateriaalina itse laskemiaan esimerkkejä erilaisista tehtävävaihtoehdoista. Kaikki annettiin valmiiksi mietittynä. Ehkä hän oli unohtanut, että oppilas voisi itsekin tehdä jotain. Noilla tunneilla havainnollisuutta olivat lähinnä taulu ja liitu. Kokemuksellisuutta tuli kuitenkin kemian laboratoriotunneilla, mutta myös siellä opettaja mielellään demonstroi. Tutkimuksellisuus ja yhteistoiminnallisuus puuttuivat kokonaan ja vuorovaikutuksen suunta oli opettajalta oppilaalle.

Kun pohdin omaa opettamistani, mielestäni on tärkeää, että perusasiat opitaan hyvin ja varsin usein siihen tarvitaan opettajajohtoista toimintaa. Toisaalta olisi hienoa, jos oppilaiden omille tutkimuksille ja omatoimiselle löytämiselle olisi aikaa, mutta matematiikan opetus suunnitelmassa on paljon asioita ja aikataulu on ensimmäinen asia, joka tulee vastaan.

Olen mielestäni kehittynyt opettajana tänä vuonna. Monialaiset opinnot alakoulun puolella ovat tuoneet sitä uutta. Koen löytäneeni semmoista opettajan identiteettiä paljon lisää. Ala tuntuu enemmän ja enemmän omalta. Tiedän jo paremmin, millainen opettaja olen. Miten olen siellä luokassa ja niitten oppilaitten kanssa.

Käsityötunnilla luokka oli jaettu kahteen osaan. Opetin ensin yhdelle ryhmälle täysin tuntu suunnitelman mukaan ja sitten sain pitää ilta-päivällä sille toiselle puolelle ryhmää saman tunnin. Pian huomasin, että no tämä kannattaakin oikeastaan tehdä näin ja lähes joka työvaiheessa muutin suunnitelmaa. Äitienpäiväksi valmistui tukuttain leivinliinoja ja sen huomasi, että kun sai nopeasti palautteen pystyi heti korjaamaan tai parantamaan opetustaan.

Helposti sitä toistaa sitä, mihin on tottunut silloin, kun on itse istunut siellä luokassa. Ja ainakin, jos on kokenut hyväksi asioita. Kun kokemus karttuu niin varmasti vapautuu enemmän aikaa ja perusasioista tulee rutiinia.

Kun ajattelee työuraa, niin nehän on tosi vähäisiä ne tunnit, mitä harjoittelussa ehtii tehdä.

Opettaja saattaa antaa oppilailleen kaiken ja liian valmiiksi mietittynä.

Oppilas voisi tehdä jotain itsekin.

Perusasiat pitää oppia hyvin.

Tutkimiselle toivoisi silti jäävän aikaa.

Ala tuntuu nyt omalta.

Hienoa päästä opettamaan sama asia kahdelle ryhmälle peräkkäin. Voi heti muuttaa jotain.

Mallit istuvat tiukassa.

Matematiikassakin 15 syksyllä ja 15 keväällä. Siinäkin ajassa ehtii kuitenkin kehittymään. Ja meillehän tulee enemmän harjoittelua, jos teemme monialaiset opinnot. Olin äsken siinä harjoittelussa ja opetin kolmen viikon aikana 25 tuntia. Opetin samaa luokkaa ja saman opettajan ohjauksessa. Se antoi kokonaisvaltaisemman käsityksen ja kun oli välitunnit siellä opettajahuoneessa, niin koen saaneeni tästä harjoittelusta enemmän kuin viime vuonna matematiikan harjoittelusta.

Haluaisin yhtenäiseen peruskouluun opettajaksi. Saisin toteuttaa itseäni sekä luokan- että aineenopettajana. Joku tuttavistani kannusti minua lähtemään lukioon matematiikan erityisopettajaksi, kun olen opiskellut erityispedagogiikkaakin. Sekin voisi olla hauskaa! Jos haluaisin yläkoulun opettajaksi tai lukioon, tarvitsisin niitä muitakin sivuaineita ja olen haudannut ihan kokonaan ne fysiikat, kemiat ja tietotekniikat, eikä matematiikastakaan ole vielä sitä laudaturia.

Alakoulun matematiikassa oli käytössä kirjasarja, jossa jokaisen luvun alussa oli tarina ja se jatkui pitkin kirjaa. Pidin siitä paljon, koska oppilaat jotenkin mielissään kuuntelivat sitä. Sitten tehtiin aina päässä laskuja. Mielestäni matematiikan opettajan haasteena ovat oppilaat, jotka eivät omasta mielestään tarvitse matematiikkaa lainkaan. Verrattuna moniin muihin aineisiin matematiikka jakaa mielipiteitä hyvin mustavalkoisesti. Joko siitä tykätään tai sitten sitä inhotaan ja mielihope-erot näkyvät tunnilla melko selvästi.

Toki opettajuuteen kuuluu kasvattajana ja esi-merkkinä oleminen, semmoinen suurennuslasin alla toimiminen. Se, että teet työtä kokonaisvaltaisesti koko persoonallasi, etkä voi piiloutua oppiaineesi taakse ajatellen, että opetan vain nämä matematiikan asiat ja se siitä. Itseäni huvitti, kun tässä päivänä eräänä olin menossa bussilla töihin ja siellä oli kaksi alakouluikäistä tyttöä, varmaan joltakin toiselta tai kolmannelta luokalta. Sisärukket olivat kahdestaan ja äiti saattoi heidät bussiin. Tytöt asettuivat tavaroittensa kanssa bussin takaosaan ja aloin juttelemaan heille. Nauratti,

Harjoitteluissa on kovin vähän harjoitustunteja, mutta kyllä siinäkin kehittyy.

Monialaisten opintojen harjoittelu tuntui oikealta opettajan työltä.

Haluaisin yhtenäiskoulun opettajaksi.

Matematiikan opetuksessa tarinat voivat olla mukava lisämauste.

Matematiikasta joko tykätään tai sitä inhotaan.

Opettajan työ on kokonaisvaltaista, koko persoonallaan toimimista.



kun huomasin, että minussa heräsi semmoinen opettajamaisuus ja juttelin heille kuten oppilaille koulussa. Busseissa on nykyään turvavyöpakko ja työillä ei näyttänyt olevan turvavöitä päällä. Lähteissäni sanoin että 'laittakaahan ne turvavyöt päälle' ja jotenkin tunnistin siinä itsessäni opettajan.

Koulutuksessa olen saanut eväitä sekä teoriapuolelta että harjoittelussa ja kun lähdän opettajaksi, niin sitten sitä vasta lähdetään opettelemaan. Vähän samalla lailla, kun pääsi autokoulusta ja sai ajokortin. Itselläni on positiivinen asenne itsensä kehittämiseen. Aina voi oman mielenkiinnon ja tarpeen mukaan jatkokouluttautua.

### *Kolmas vuosi ja siivet alkavat kantaa*

Tämä tutkimukseen osallistuminen on tietyn väliajoin pysäyttänyt ja olen miettinyt, mitä ajatelen mistäkin ja sitä omaa kasvamisprosessia. Itse olen niin kiireinen kaikkien harrastusten ja menojen vuoksi, että monet tällaiset pohdinnat olisivat jääneet ilman tätä juttua tekemättä.

Antoisia ovat olleet myös jotkut keskustelut niiden ystävien kanssa, jotka ovat samalla alalla. Nyt ihan tämän vuoden aikana on muutama ystävänäni aloittanut opettajan uran ja on ollut avartavaa keskustella asioista. Vaikka oma opettajuuden aloittaminen pelottaakin, rohkaisevat muiden kokemukset kuitenkin paljon.

Kollegat ovat yksi juttu, joka pelottaa, kun lähtee töihin. Ja yleensäkin työilmapiiri. Sijaisena ollessani olen istunut monenlaisissa opettajainhuoneissa. Jos ilmapiiri on luonteva ja lämmin, on sijaisenaikin kiva olla muiden opettajien kanssa. Toisaalta olen törmännyt myös sellaisiin paikkoihin, joissa ilmapiiri ei ole ollut niin hyvä ja toisten selän takana puhutaan ikävästi. Ensimmäinen asia olisikin se, että toivoisin sen opettajayhteisön, mihin ikinä päädynkin olevan ystävällinen, mukava ja toisia kunnioittava. Yhdessä ideoimalla asioista voi saada paljon enemmän irti kuin yksin puurtamalla.

Kehityksessäni huomaan, että semmoinen

Minussa asui 'pieni opettaja'.

Opettajana olen nyt saamassa ajokortin. Varsinainen oppiminen voi siis alkaa.

Tutkimukseen osallistuminen on pysäyttänyt miettimään opettajaksi kasvua.

Muiden kokemuksia opettamisesta on hauska kuunnella.

Tulevat kollegat jännittävät. Työyhteisön merkityksen on matkan varrella jo huomannut.

vapautuneisuus on lisääntynyt ja helppous olla siellä luokan edessä. Ehdin enemmän miettiä jotain esimerkkejä ja mikä olisi järkevä tapa käydä tämä asia. Viimeisessä harjoittelussani ohjaajani kiittelikin minua siitä, että tein hyviä kysymyksiä ja otin esille tärkeitä pointteja. Pyysivät minua pitämään yhden sijaisuustunninkin sille samalle luokalle, jolle pidin harjoitustuntini. Se oli semmoinen mukava luottamuksen osoitus.

Hiukan mietityttää, miten hallitsee semmoisen työn kokonaisuuden, kun se on niin eri asia käydä pitämässä muutama tunti verrattuna koko kurssin, tai koko vuoden kokonaisvastuuseen. Oppilaitten vanhempien kohtaamisetkin hiukan mietityttävät. Mutta toisaalta silloin se on minun ryhmäni tai luokkani ja siihen pääsee eri tavoin sisälle. Nyt kuitenkin haluaisi jo oikeasti päästä oikeaan kouluun oppimaan niitä asioita, koska ei niitä voi oppia kuitenkaan kirjoista ja tuntuu että opinnot ovat jo loppuillaan. Kyllä minusta tulee ensisijaisesti luokanopettaja, mutta en halua unohtaa matematiikkaakaan. Olen löytänyt sellaisen tien ja alan, joka tuntuu omalta. Muutamat ensimmäiset opiskeluvuodet ennen tätä koulutusta olivat sellaista 'haahuilemista' ja etsimistä, mutta olen huomannut pitäväni opettamisesta ja tuntuu ihan mukavalta lähteä töihin tämän kevään jälkeen.

Haaveissani koulu ja tilat ovat valoisia ja iloisien värisiä, melko uusia ja ennen kaikkea toimivia. Esimerkiksi luokan liitutaulu on tarpeeksi iso ja siinä on ruudut. Oppilaat ovat alakoulun tokaluokkalaisia. Ryhmässä on oppilaita 15, suunnilleen puolet tyttöjä ja puolet poikia. Aloitellaan geometrinen muotojen opiskelua. Oppilaat saavat ensin etsiä erilaisia muotoja luokasta ja eri esineistä. Tutkitaan, miten muodot eroavat toisistaan. Oppilaat ovat innokkaita etsijöitä. Voidaan tehdä myös kilpailu ryhmittäin, ketkä löytävät eniten erilaisia muotoja. Nimetään näitä ja tehdään 'leikkaa-liimaa-väritä' -juttuja. Oppilaiden innostus ja mukanaolo lämmittävät. Kaikki saavat olla mukana, ne heikommatkin. Oppimi-

Opettajana alan olla jo kotonani luokan edessä ja ehdin miettiä enemmän, miten vien oppimista eteenpäin.

Sain sijaisuuden harjoittelukoulusta.

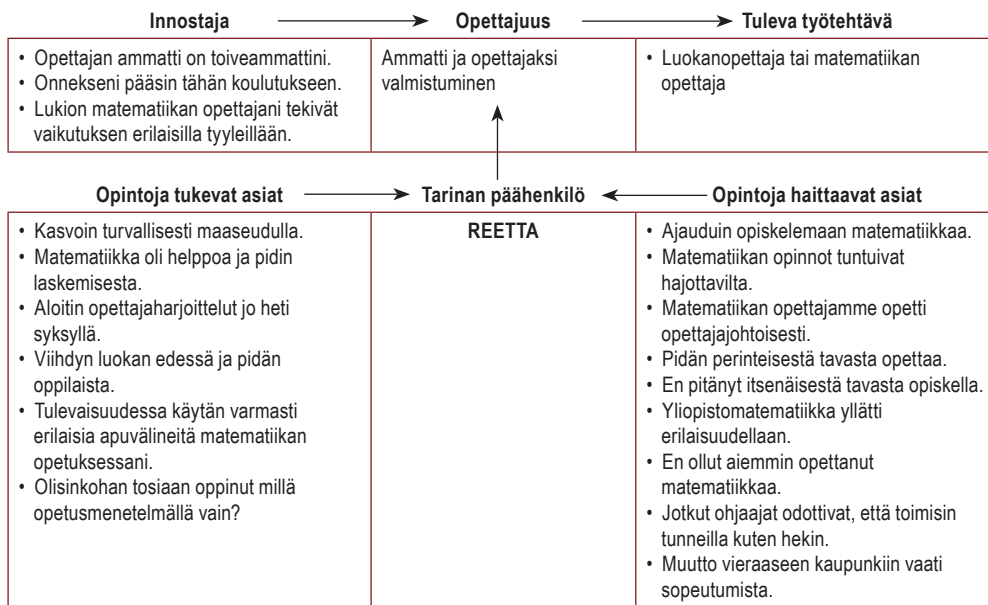
Opettajan työn kokonaiskuva on vasta hahmottumassa.

Haluaisin jo töihin!

Ensisijaisesti haluan luokanopettajaksi, mutta en aio unohtaa matematiikkaakaan.

Luotan siihen, että tämä on minunalani.

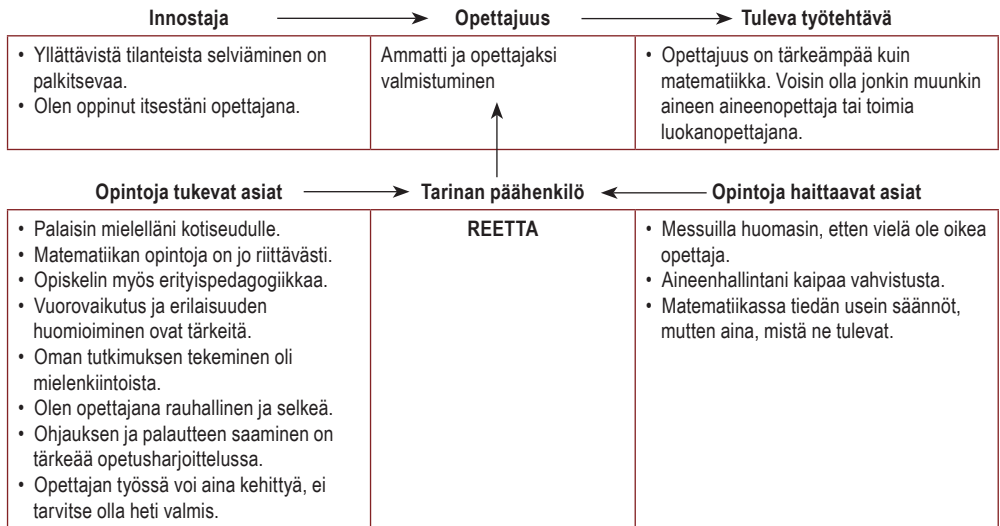
nen näkyy oppilaiden hyvästä olost ja tunnin keskusteluihin osallistumisesta. Lopputunnista voidaan tehdä omatoimisesti eri tehtäviä, jolloin saan vielä kiertää tarkastamassa, että kaikki ovat oikeasti ymmärtäneet asian.



### KUVIO 23. Reetan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005

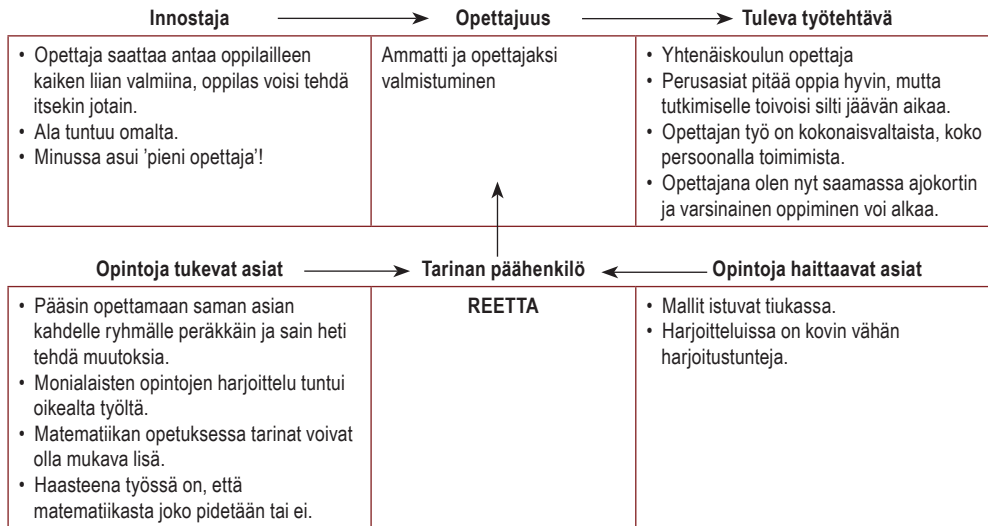
Opettajan ammatti oli Reetan toiveammatti jo pienestä tytöstä lähtien. Hän on iloinen voituaan vaihtaa tähän koulutusohjelmaan, vaikka olikin aloittanut yliopisto-opintonsa ensin matematiikka pääaineenaan. Reetalle matematiikka oli koulussa helppoa ja hän kertoo pitäneensä aina laskemisesta. Oli siis johdonmukaista haakeutua opiskelemaan matematiikan opettajaksi. Yliopistomatematiikka osoittautui Reetasta yllättävän erilaiseksi ja matematiikan opettajaksi kasvun esteeksi saattaa-kin muodostua, että Reetta ei koe enää matematiikkaa omakseen. Tutkittavistani hän oli ainoa, joka aloitti opetusharjoittelut heti opintojen alkaessa. Ammatinvalintaa tukivat Reetan harjoitteluissa tekemänsä huomiot siitä, että hän viihtyy luokassa opettamassa. Hän suhtautuu myös myönteisesti opetuksensa kehittämiseen. Opintoja tukevaksi asiaksi muodostui havainto siitä, että myönteiset muistot omalta koulualjalta ovatkin syntyneet hyvistä oppimiskokemuksista. Reetan käsitykset ja kokemukset matematiikan opettamisesta ovat perinteiset, joten ne haastavat matematiikan opettajaksi kasvua. Jotkut harjoitteluiden ohjaajat eivät antaneet Reetalle tilaa toimia omalla persoonallisella tavallaan ja siten kehittää sitä eteenpäin. Sopeutumi-

nen vieraaseen kaupunkiin ja muutto kotoa vaativat Reetalta myös uudella tavalla itsenäisyyttä.



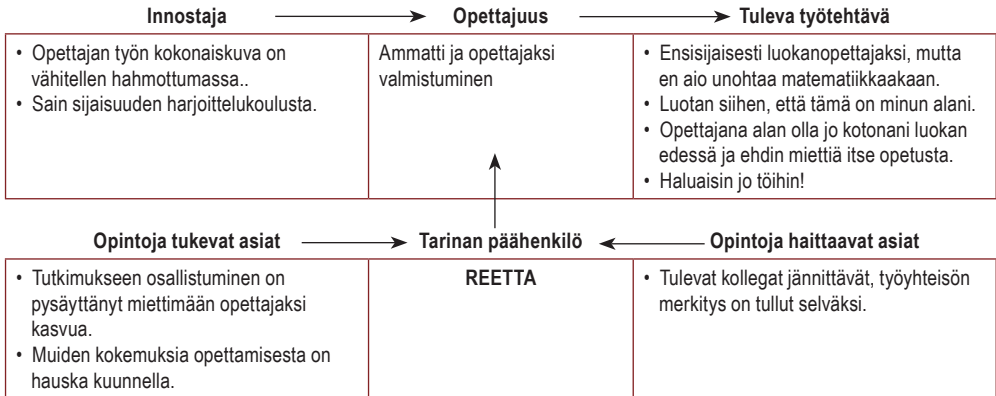
**KUVIO 24.** Reetan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006

Keväällä harjoitteluvuoden jälkeen opettajuuteen kannustavat havainnot siitä, että Reetta selviää hyvin luokassa eteen tulevista uusista tilanteista. Matematiikan aineenhallinnan puutteet, riittävästä opintopisteistä huolimatta, saavat hänet kuitenkin pohtimaan, ryhtyisikö sittenkin mieluummin jonkin toisen aineen opettajaksi. Hän myös törmää opetusalan messuilla huomioon, ettei tuntenutkaan itseään vielä oikeaksi opettajaksi toisten opettajien joukossa. Reetta on kuitenkin optimistinen ja myönteinen. Ainahan voi kehittyä ja oppia lisää. Opintoissa tehty tutkimustyö ja erityispedagogiikan opinnot innostivat Reettaa ja hän on kasvanut huomioimaan oppilaitaan uudella tavalla. Tärkeää Reetasta on ollut harjoitteluista saatu myönteinen palaute. Rauhallisuus ja selkeys olivat saaneet kiitosta ja ne ovatkin keskeisiä Reetan opetusfilosofiassa.



**KUVIO 25. Reetan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin toisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2007**

Toisen lukuvuoden jälkeen Reetta huomaa kasvaneensa opettajana ja ala tuntuu omalta. Hän pohtii opetuksen ja oppimisen kysymyksiä; opettaja ei saisi antaa kaikkea liian valmiina. Reetta haluaisi päästä yhtenäiskouluun opettajaksi. Siellä varmasti täyttyisivät paremmin toiveet siitä, että opetuksessa jäisi aikaa tutkivallekin työkentelylle ja Reetta saisi käyttää koko persoonallisuuttaan kokonaisvaltaisemmin. Reetta on harrastanut musiikkia koko ikänsä ja tehnyt musiikkiopintojakin paljon. Kannusteena yhtenäiskouluun ovat myös monialaiset opinnot, joissa Reetta sai kokea tekevänsä oikeaa opettajan työtä. Harjoittelu alakoulussa oli aivan toisenlaista kuin aikaisemman opetusharjoittelun harjoitustunnit. Matematiikan opetuksen suhteen Reetan kasvuprosessiin tuovat lisänsä matemaattiset tarinat. Perinteisen opetuksen mallit ovat kuitenkin sitkeitä, eikä niitä ole helppo muuttaa.



**KUVIO 26. Reetan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008**

Kolmannen lukuvuoden jälkeen Reetta saa enemmän kokonaiskuvaa opettajan työstä ja mahdollisuuden lyhyeen sijaisuuteen. Luokanopettajan työ alkaa kiinnostaa enemmän kuin matematiikan opettajan työ. Ajatukset ovat jo kovasti kiinni tulevassa työelämässä ja työyhteisön merkitys on korostunut. Tuleva työpaikka jännittää. Reetan kasvuprosessi on johtanut myönteiseen tulokseen. Hän on paljon pohtinut omaa kasvuaan ja vertaillut kokemuksiaan toisten opiskelijoiden kanssa. Reetta kookeikin olevansa kotonaan luokassa ja suuntaa jo ajatteluaan enemmän opetuksen suunnitteluun ja luonteeltaan optimistisena luottaa alanvalintaansa.

TAULUKKO 19. Reetan kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta

	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Essee/haastattelu 12/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08, kuvitteellinen oppituntini
<b>Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteitä</b>	Useimmiten opettaja kysyy ja oppilas vastaa. Itsenäisten harjoitusten antaa tilaa oppilaan kysyä opettajalta tai toiselta oppilaalta.	Kotikkaassa ja lämpimässä ilmapiirissä oppilas uskaltaa kysyä.	Puhun selkeästi ja rauhallisesti.	Turvallisessa ilmapiirissä oppilas saa ihmetellä.	Yksilöllinen ohjaus ja lämmin vuorovaikutus ovat tärkeitä.	Yritän aktiivisia oppilaita kysymään ja osallistumaan.	Pidän opettajaohjauksesta opetamisesta, mutta myös kierelemisestä luokassa. Oppilaat voivat työskennellä yhdessä.
<b>Vuorovaikutuksellisuus</b>	Useimmiten opettaja kysyy ja oppilas vastaa. Itsenäisten harjoitusten antaa tilaa oppilaan kysyä opettajalta tai toiselta oppilaalta.	Kotikkaassa ja lämpimässä ilmapiirissä oppilas uskaltaa kysyä.	Puhun selkeästi ja rauhallisesti.	Turvallisessa ilmapiirissä oppilas saa ihmetellä.	Yksilöllinen ohjaus ja lämmin vuorovaikutus ovat tärkeitä.	Yritän aktiivisia oppilaita kysymään ja osallistumaan.	Pidän opettajaohjauksesta opetamisesta, mutta myös kierelemisestä luokassa. Oppilaat voivat työskennellä yhdessä.
<b>Kokemuksellisuus</b>	Oppilaat pelailivat mielellään ja asioita opitaan siinä sivussa. Asiat on käytyvä läpi myös teoriassa.	Pidän opettajaohjauksesta.	Yläkouluaset innoituivat peleistä.	Olejaan arkielämän esimerkkejä motivoimaan.	Lasten todellisuus on tärkeä, ei enää saisi olla markkakirjoja.	Oppilaat käyttivät senttikuucoita. Opetajan tulisi löytää todellisia esimerkkejä.	Toiminnallisuus, peilit ja kilpailut ja integrointi muihin aineisiin. Esimerkit elävästä elämästä.
<b>Havainnollisuus</b>	Sellian ääneen itselleni ja kirjoitan omin sanoin.	Käyn hitaasti esimerkkejä läpi.	Yritän ottaa huomioon visuaaliset, auditiiviset ja kinesteettiset oppilaat.	Havainnollisuus on tärkeää erilaisille oppilaille, mutta oppilaan täytyy ymmärtää, mitä havainnollistamisella tarkoitetaan.	Erilaiset oppijat huomioon.	Havainnollisten konkreettilla välineillä.	Käytän tummilla oikeita esineitä.
<b>Tutkimuksellisuus</b>	Oppilaat keksivät itse laskuja ja ratkaisevat niitä.	Pidän mekaanista tehtäviä. Oppilaille on mukavampi antaa tehtäviä, jotka ovat itselle selviä.	Yritän ottaa huomioon visuaaliset, auditiiviset ja kinesteettiset oppilaat.	Tutkimusohjeet eivät aikaa ja voivat johtaa tilanteisiin, joista opettajakaan ei selviä.	Haasteellista on saada kaikki mukaan. En ole käyttänyt.	Ei valmiiksi pureskeituna, vaan korostaan oppilaan oivallusta.	Matematiikassa taidot ovat pikemminkin harjoittelun tulosta, joten siihen on panostettava.
<b>Yhteistoiminnallisuus</b>	En ottaisi ylös käyttöön matematiikan opetuksessa	Olen oppinut opettajaohjeisesti, ryhmässä vastuu siirtyi liian paljon oppilaille.	Matemaattinen perustelu on vaikeaa. On ollut hienoa, kun on selvinnyt tyllättävistä kysymyksistä.	Ryhmässä tehtäviksi sopivat tutkimustehtävät, jotka vievät yksin liian paljon aikaa tai ovat vaikeita.	Alakoululaisille ohjeiden antaminen on paljon tarkempaa.		
<b>Matematiikan kielinäkökuuma</b>	Tähän asti matematiikan kielitä on tarvinnut vain kirjoittamiseen.	Opin lukemaan oppilaiden vihkoja. On tärkeää puhua asioista oikeilla käsitteillä.	Matemaattinen perustelu on vaikeaa. On ollut hienoa, kun on selvinnyt tyllättävistä kysymyksistä.	Oppilaat seiltävät taulutehtäviä ja selventävät asioita puhumalla. Tarinoiden käyttäminen matematiikassa.			

Tarkasteltaessa Reetan kuvauksia elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä, havaitaan seuraavia näkökulman muutoksia:

### *Vuorovaikutuksellisuus*

Reetta on tottunut perinteiseen, opettajajohtoiseen tapaan opiskella

*”Minulla on ollut aika jos voi sanoa vanhanaikainen käsitys matematiikan opettamisesta ja oppimisesta.”* Essee 9/2005

ja se värittää hänen ajatuksiaan ensimmäisen lukuvuoden syksyllä vielä voimakkaasti.

*”Vuorovaikutus on usein matematiikan tunneille pelkästään sen suuntaista, että opettaja opettaa ja kysyy ja oppilas vastaa.”* Essee 9/2005

Reetan kokemus luokkakeskusteluista on vahvistanut sitä, että itsenäiselle harjoittelulle on jätävä aikaa, sillä silloin oppilaat rohkaistuvat kysymään luokassa kiertelevältä opettajalta neuvoa.

*”Opettajan täytyisi rohkaista oppilaita kysymään ja ihmettelemään asioita. Tyhmiä kysymyksiä ei ole. Mielestäni tärkeää on jättää oppitunnista aikaa myös itsenäiselle laskemiselle. Olen huomannut että tällöin oppilaat helpommin kyselevät asioita henkilökohtaisesti opettajalta, joka kiertelee luokassa. Tärkeää vuorovaikutusta on myöskin oppilaiden välinen vuorovaikutus. Kun oppilaat laskevat itsenäisesti, he helposti kysyvät asioita viereisiltä kavereiltaan ja pohtivat yhdessä ratkaisuja.”* Essee 9/2005

Jos tunnilla ei opetuksen aikana ole uskaltanut kysyä, voi harjoittelun aikana myös kysyä vierustoveriltaan. Toisaalta nopea siirtyminen opetusharjoitteluihin muuttaa Reetan ajatuksia. Opettajan tulee luoda hyvä ilmapiiri luokkaan.

*”No ehkä se, että jos saa niinku ne oppilaat siihen mukaan ja sitte ja niinko, jos saa semmosen turvallisen ilmapiirin rakennettua, että voi kysyä, että oppilaat voi kysyä. [...] Se niinko tuo siihen semmosta kodikkuutta tai semmosta lämpimyyttä siihen niinku ilmapiiriin. Että kuitenkin on ollu tuolla semmosillakin tunneilla, missä niinku oikeesti suunnilleen huomaa, että ne oppilaat ei uskalla kysyä, että että jos ne kysyykin väärin tai jos se onkin tyhmä kysymys niin ni. Ja sitte vertaa semmoseen niinku luokkaan, missä on se turvallinen olotila ja semmonen niin, on sillä iso merkitys.”* Haastattelu 12/2005

Hän on myös saanut tästä positiivista palautetta itse omassa opetusharjoittelussaan.

*”[S]emmonen siinä niinku vuorovaikutuksissa oleminen ja yleensäkin semmonen opetustyyli ni, että siitä on saanu semmosta positiivista palautetta, että että semmosta selkeää ja rauhallista.”* Haastattelu 5/2006



Toisena lukuvuonna Reetan ajatukset vuorovaikutuksellisuudesta liittyvät yhä luokan ilmapiiriin.

*”Olisi tosi tärkeää, että oppimistilanteiden ilmapiiri olisi turvallinen, sellainen johon jäisi tilaa myös oppilaan ihmettelylle ja kysymyksille.”* Essee 12/2006

Ei riitä se, että oppilaat uskaltavat kertoa, jos eivät ymmärrä, mutta myös se, että näin opettaja voi nopeammin korjata opetustaan ja selventää epäselviksi jääneitä kohtia.

*”Se luokkahuone on yleensä täynnä niitä yksilöitä ja erillisiä oppilaita, joilla on omia yksilöllisiä tarpeita ja omia tapoja oppia ja ett se ei oo vaan semmonen yks massa siellä. [...] Mulle on tärkeää just se vuorovaikutus ja semmonen. No nyt nää on varmaan taas edelleenkin niitä alakoulun ja yläkoulun asioita, mutta semmonen turvallisuus ja turvallinen ilmapiiri, ett ne oppilaat tarvitsee sitä.”* Haastattelu 5/2007

Kolmas lukuvuosi on jo käynnissä ja Reetta kuvaa opetustaan melko perinteiseksi:

*”Tottakai siellä on ne perinteiset elementit mukana, jotkut kotitehtävät ja taululla ja sitte käydään niitä yhdessä läpi ja yrittää saa'a niitä oppilaita mukaan ja kyllä ne lähteeki mukavasti.”* Haastattelu 12/2007.

Tämä tyyli tuntuu säilyvän vielä viimeisen kirjeen kuvauksissakin.

*”Pidän yhteisen osion opettamisesta, mutta myös kiertämisestä luokassa ja siitä, että oppilaita saa opettaa myös yksitellen.”* Kirje 4/2008

## Kokemuksellisuus

Perinteisen opetuksen malli näkyy Reetan käsityksissä kokemuksellisuudestakin. Hän on kuitenkin rohkeammin ja myönteisemmin suhtautumassa toiminnallisuuteen.

*”Minulla on ollut aika, jos voi sanoa, vanhanaikainen käsitys matematiikan opettamisesta ja oppimisesta. Se varmasti johtuu omista kokemuksista kouluajoilta- ni sekä omasta oppimistyylistäni. Olen pitänyt parhaimpina opetusmetodeina normaalia opettajan taulutyöskentelyä ja sitten itseksseen laskemista. Nyt olen kuitenkin vähän saanut reunasta tutustua kokemuksellisuuteen ja toiminnallisuuteen matematiikankin opetuksessa. Olen huomannut, että joitakin asioita opiskeltaessa, on kokemuksen saaminen hyvinkin paljon selventävä asia.”* Essee 9/2005

Myönteiset kokemukset luokkatilanteista, joissa oppilaat ovat työskennelleet toiminnallisesti vaikuttavat Reettaankin.

*”[O]ppilaat mielellään tekevät itse jotakin ja ovat hyvin innoissaan rakentelemassa erilaisia juttuja. Siinä sivussa he myöskin oppivat asioita. Opettajan on kuitenkin tärkeää muistaa koota asiat, ikään kuin langat järjestykseen. Pelkkä pelailu ei auta, jos asioita ei myöskin käydä teoriassa läpi.”* Essee 9/2005

Hän on kuitenkin huolissaan siitä, jääkö matematiikka pelien alle ja varjoon. Motivaation lisääjinä ne kuitenkin tuntuvat toimivan.

*”[J]a [yläkoululaiset] varmaan innostuu enemmän tommosista pelijutuista ja tommosten kautta saa niitä niinkö tekemään kaikkia juttuja.”* Haastattelu 5/2006

*”[K]u ei kuitenkaan loppusuoralta oo ite kauheena kokeillu. Niinku aika vähän vähän jotakin mallia ottanu, käyttäny jotakin palikoita tai jotakin niin aika vähän kuitenkin.”* Haastattelu 5/2006

Toisen lukuvuoden aikana kokemuksellisuuteen tulee uusi piirre. Reetta kytkee sen arkielämän matematiikkaan. Oppilaiden tulee tietää, mihin matematiikkaa käytetään, ja opettajan pitää löytää esimerkkejä elävästä elämästä.

*”Kokemuksellisuus voi helposti jäädä matematiikan opetuksessa taka-alalle. Monesti oppilas ihmettelee, miksi ihmeessä hänen täytyy opetella matematiikkaa. Ettei hän oikeasti tule tarvitsemaan niitä oppeja mihinkään. Tämän vuoksi olisi tärkeää ottaa oikeita tilanteita mukaan myös oppitunneille.”* Essee 12/2006

Reetta kauhistuu vielä käytössä olevia markkakirjoja.

*”Edelleenkin jotkut opettaa niistä markkakirjoista, ku o pari vuotta eläkkeelle aikaa, niin sitte tota ei voi luopua niistä että. Niitä kirjoja sitte kierrätetään ja mä olin ihan järkyttyny, ku mä just tänä keväänä kuulin yhen opettajan kertomana, että kyllä heidän koulussa (huokaa vihaisesti) Ei kai ne lapset tiiä ees mitä markat on.”* Haastattelu 5/2007

Hän käyttää opetuksessaan erilaisia materiaaleja apuna.

*”[K]asilla ni siinä käytin jotain noita piirtoheittimellä niitä semmosia, mitähän ne on ne värilliset semmoset napit ja niitten avulla vähä niinku konkretisoitiin ja sitt ne laski niillä senttikuutioilla, ni niitä annoin oppilaille, ett ne sai niistä rakennella.”* Haastattelu 12/2007

Viime kädessä opetusmenetelmien vaihtelevuus on Reetalle tärkeää työssään.

*”Motivointikeinoina toimivat varmasti myös erilaiset pelit ja toiminnalliset työtavat. Yleensäkin vaihtelemalla opiskelutapoja ja toisaalta myös ’huijaamalla’ oppilaita voi heitä motivoida matematiikan opiskeluun. Matematiikan yhdistäminen erilaisiin aiheisiin ja tunteihin alakoulun puolella motivoi varmasti oppilaita myöskin.”* Kirje 4/2008

Tavallaan Reetta kypsyypä opintojen aikana näkemään toimintamateriaalien hyviä puolia, mutta myös niiden varjopuolen. Materiaalien avulla tulisi oppia matematiikkaa ja oivaltaa asioiden välisiä yhteyksiä ja selventää käsitteitä. Joskus materiaalien käyttö kuitenkin jää vain motivoinnin välineeksi ja ajankuluksi, eivätkä opettajat osaa kytkeä sitä matemaattisen ajattelun avuksi.

## Havainnollisuus

Reetta on alusta asti kokenut havainnollisuuden itselleen tärkeänä elementtinä.

*”Havainnollisuus on minulle aika tärkeä juttu, jos yritän itse oppia jotakin uutta asiaa. Olen itse visuaalinen ja auditiivinen ihminen. Opin, jos näen ja kuulen asian. Monesti selitän itselleni ääneen asioita, tai kirjoitan niitä uusiksi omin sanoin. Erilaiset käsittekartat ja mindmapit auttavat myöskin.”* Essee 9/2005

Hän on kouluaikana havainnollistanut itse itselleen asioita ja ymmärtää tämän tärkeyden.

*”Kyllä mä jättäisin niitä esimerkkejä vähemmälle ja kävisin niitä hittaammin läpi.”* Haastattelu 12/2005

Hän jättäisi mielellään enemmän aikaa erilaisille havainnollistuksille eikä kiirehtisi vauhdilla esimerkistä toiseen.

*”[P]itäis ottaa huomioon niinko vak, visuaalinen, auditiivinen ja kinesteettinen, että niill on niinko eri lailla varmaan tapahtuu sitä oppimista. Ne tarvii erilaista ohjausta siihen ja no sitte just tulee tuo että aika monesti tarvii jotakin toista ihmistä siihen ja semmosta vuorovaikutusta.”* Haastattelu 5/2006

Reetta viittaa useasti visuaalisuuteen, auditiivisuuteen ja kinesteettisyyteen. Opetusta pitäisi suunnitella niin, että se auttaisi kaikkien oppimistyylien mukaan opiskelevia oppijoita.

*”Mielestäni havainnollisuus on ehkä tärkein komponentti matematiikan opetuksessa. Ja varsinkin, niin tarvittaessa, havainnollisuus mahdollisimman eri tavoilla. Erilaisten oppilaiden oppimistyyliä ovat myös erilaisia ja siksi myös opetuksessa täytyisi käyttää erilaisia tapoja.”* Essee 12/2006

*”Osaa ottaa erilaiset oppijat huomioon. Että erilaiset oppilaat tarvii erilaisia niinko opetustyyliäkin.”* Haastattelu 5/2007

Tietääkö oppilas aina, mitä hän on havainnollistamassa? Reetta nostaa esiin tärkeän asian, jonka hän on huomannut alakoulun opetusta seuratessaan.

*”Palaan myös joskus aiemminkin kertomaani asiaan alakoulun satataulun käytöstä kun oppilaat laskivat yhteen- ja vähennyslaskuja taulukon avulla ja olivat*

*ilmeisesti täysin pihalla siitä, mitä he oikeasti tekivät. Eli liiallinen havainnollistaminen voi vahingossa muuttua ensisijaiseksi asiaksi, jolloin oppiminen ja asian ymmärtäminen jäävätkin taka-alalle.”* Essee 12/2006

Pohtiessaan unelmiensa oppituntia Reetta suunnittelee hienon kokonaisuuden, jossa havainnollisuus, kokemuksellisuus ja tutkimuksellisuus yhdistyvät, ja silti opettaja osaa pitää langat käsissään.

*”Aloitellaan geometrinen muotojen opiskelua. Oppilaat saavat ensin etsiä erilaisia muotoja luokasta ja eri esineistä. Tutkitaan miten muodot eroavat toisistaan. Oppilaat ovat innokkaita etsijöitä.”* Kirje 4/2008

## **Tutkimuksellisuus**

Aloitettaessa yhteisiä opintoja Reetta näkee tutkimuksellisuutta esimerkiksi siinä, että oppilaat keksivät itse ongelmia tai tehtäviä:

*”Mietin tutkimuksellisuutta matematiikan opiskelussa. Mielestäni erilaisissa tehtävissä voisi käyttää tutkimuksellisuutta niin, että oppilaat itse keksisivät ongelmia ja ratkaisuja niihin. Ongelmat voisivat olla normaalista arkielämästä. Esimerkiksi negatiivisia ja positiivisia lukuja opiskeltaessa, oppilaat voisivat itse miettiä erilaisia tilanteita ja muodostaa näistä yhtälöitä ja laskea niitä.”* Essee 9/2005.

Tämän jälkeen Reetta pohtii ennemminkin sitä, miksei tutkimustehtäviä käytetä kuin sitä, missä niitä voisi käyttää. Useimmiten tutkimustehtäviä vältellään, koska opettaja on epävarma

*”Nyt ko oikeesti aattelee, niin sitä on ehkä saattanu siinä on ehkä joku alitajuntainen ajatus, että kotitehtäviksi antaa semmosia, että nyt sitte tietää tarkasti ett nämä tulee näin ja ratkaisut on tämmöset ja katotaanpas, onko ne oikein ja (naurahtaa), ett siin on ehkä joku semmonenkin.”* Haastattelu 12/2005

ja haluaa selvittää kotitehtävien tarkistamisesta nopeasti

*”Mä oon varmaan tykänny just kaikista semmosista niinko aika suht mekaanisista tehtävistä ja kaikista semmosista niinko tai sillai, että niinkö että skädäm, ai näinkö tää meneekin.”* Haastattelu 12/2005

tai hän on itse innostunut mekaanisista nopeista tehtävistä

*”Mielestäni tutkimuksellisuus on se komponentti, joka usein jätetään ajan puutteen ja opettajan pelonkin vuoksi pois. Tämä olisi kuitenkin sellainen tekijä, joka antaa oppilaille itse ihmeteltävää ja ohjaa omatoimiseen ajatteluun. Vastakohta-*

*na on sitten opettajan valmiiksi antamat esimerkkitehtävät ratkaisuihin.”* Essee 12/2006

tai opettaja ei halua käyttää tutkimustehtäviin aikaa, jonka ne edellyttäisivät.

*”Avoimet tehtävät voivat olla opettajalle pelottavia siksi, että niitä ei voi suunnitella etukäteen kokonaan. Ne voivat johtaa erilaisiin tilanteisiin, sellaisiin, joita opettaja ei ehkä itse osaa ratkaista. Jos opettaja ei itse kykene sietämään epävarmuutta, hän varmasti jättää juuri nämä tehtävät antamatta.”* Essee 12/2006

Reetta päätyy kuitenkin omassa opetusfilosofiassaan siihen, että vaikka hän kävisikin uudet aiheet läpi opettajajohtoisesti, ei niiden silti tarvitse olla valmiiksi pureskeltuja.

*”Jos käyään jotain uutta juttua, että ne tulis niiltä ne asiat. Että vaikka ne käyäänkin opettajajohtoisesti, mutta se, että mä en anna niitä niinku valmiiksi pureskeltuina niille, vaan että ne sais niinku hoksata niitä juttuja sieltä. Että niin se on kans semmonen, mihin niinku pyrkii ainakin.”* Haastattelu 12/2007

Kirjeessään, tutkimuksen lopulla, Reetta miettii matematiikan taitoja ja kokee, että niissä tarvitaan rutiineja, joita saa vain harjoittelulla.

*”[S]uurempi osa myös matematiikan taidoista on harjoittelun ja ”tekniikan” tuloista, kuin mitä se on johtuen lahjoista.”* Kirje 4/2008

Reetta palaa osittain takaisin perinteisiin menetelmiin. Ehkä hän kuitenkin joskus toteuttaa unelmatuntinsa, jossa tutkimuksellisuus oli kuitenkin mukana.

## **Yhteistoiminnallisuus**

Yhteistoiminnallisuus on Reetallekin vieras asia. Hän ei ole tottunut matematiikassa edes ryhmitöihin.

*”Minulla ei oikeastaan ole aiempia kokemuksia yhteistoiminnallisesta oppimisesta matematiikassa. Aika vähän me harrastettiin sellaista. Reaaliaineissa tehtiin kyllä ryhmitöitä ja opiskeltiin eri tavoilla, mutta matematiikan tunnit menivät yleensä samojen kaavojen mukaan. Luulen, että myöskin tämän vuoksi tykkäsin matematiikasta. [...] [I]tsellenikin on vielä jäänyt olotila, etten varmaankaan ihan helpolla ottaisi YTOa käyttöön matematiikan opiskelussa.”* Essee 9/2005

Reetta on viihtynyt hyvin matematiikan tunneilla kouluaikanaan, ja tunnit ovat edenneet tutusti ja turvallisesti opettajan johdolla. Hän muistelee erästä tilastomatematiikan kurssia vieläkin kauhuissaan. Silloin opettaja jätti oppilaat heitteille opiskelemaan itsenäisesti.

*”Siinä oli jotenkin varmaan aika yksin niinku sen tai sillai että niinku, vaikka kylä kait se opettajakin muistaakseni [oli] sitä luokassa ainakin (naurahtaa). Mutta niinkö jotenkin sitä oli yksin niitten opiskelujuttujen kanssa ehkä jollain tavalla. Ett se ehkä teki siihen sitte, [...] että oli toisaalta niinku oppinu semmoseen aika opettajajohtoseen, että se oli ehkä uus jotenkin että se oli eka kerta ku piti niinku. Ja sitte kuitenkin se vaati aika paljon aina oppilailta, että piti oikeesti alkaa ite hulluna tekemään siinä, ei voi vain ottaa kaikkea annettuna sieltä.” Haastattelu 12/2005*

Yhteistoiminnallisuudessa pelottaa eniten, miten saada se oikeasti toimimaan. Kuinka helposti ryhmiin tulee oppilaita, jotka eivät osallistukaan työskentelyyn?

*”[M]ä oon miettiny ehkä aikasemminkin tuota yhteistoiminnallisuutta kuitenkin, koska se on se niinku matikassa semmonen ja sitte se on itelle semmoin oudoin kuitenkin. Että en mä varmaan sitä opetuksessa käyttäny yhtään kertaa, enkä oo toisaalta sillon kun oon ollu oppilaana, ni en muista yhtään semmosta tilannetta, että ainakaan suoraan, että ois ollu. Se on varmaan sillai haastavin ja sitte ehkä semmonen pelottavinkin niinku, että jos käyttää. Mutta tota sitt mä oon miettiny, että mikä siinä sitte on tämmöstä hasteellista, ni ehkä se mikä on muutenkin, vaikka no esimerkiksi just taval niinku ryhmätöissä, että saaha kaikki tekemään jotakin ettei oo semmosia vapaamatkustajia siinä sitte seassa.” Haastattelu 5/2007*

Kuinka helposti luokkatilanne ikään kuin riistyytöy opettajan käsistä levottomaksi ja kovaääniseksi?

*”Yhteistoiminnallisuus vaatii myös opettajalta ja oppilailta enemmän ehkä metelin yms. sietämistä. Yhteistoiminnallisuus antaa myös taitoja muiden ihmisten kanssa tehtävään yhteistyöhön, joka on erityisen tärkeä taito koko elämää ajatellen. Yhteistoiminnallisuus ja tutkimuksellisuus ovat ne komponentit, joita voisi joiltakin osin yhdistää. Juuri erilaiset avoimet tutkimustehtävät voisivat olla hyviä yhdessä tehtäviä juttuja.” Essee 12/2006*

Toisaalta yhteistoiminnallisuudessa opitaan yhteistyötaitoja ja sellaiset matematiikan tehtävät, jotka yksin tehden veisivät paljon aikaa tai olisivat liian haastavia, sopivat hyvin yhdessä tehtäviksi.

*”Yhteistoiminnallisuus on sellainen komponentti, jota olen varmaankin ainakin aiemmin vastustanut matematiikan opetuksessa enemmänkin. Itse olen tykännyt opettajajohtoisesta tavasta käydä asioita läpi, mutta toisaalta aika vähän muunlaista olen saanutkaan, joten omat kokemukset jäivät aika vähiksi muista. Mielestäni yhdessä tekeminen matematiikan osalta sopii tosi hyvin sellaisiin tehtäviin, joita on yksin vaikea tai liian pitkän aikaa vaativa ratkaista.” Essee 12/2006*

Reetta löytää yhteistoiminnallisuudelle sijansa matematiikan opetuksessa, mutta varsinaiseksi työmuodoksi hän ei sitä näytä ottavan. Ryhmätyöskentely on hänelle vielä hiukan liian vieras työmuoto.

### *Matematiikan kielinäkökulma*

Matematiikan näkeminen kielenä tuntuu Reetasta heti ymmärrettävältä.

*”[O]len huomannut, että se todellakin on kieli! Opettajaharjoittelua aloittaneena olen huomannut, että matemaattisen kielen käyttö ei suinkaan ole luontevaa. Saman asian ovat huomanneet monet muutkin auskut. Tähän asti matematiikkaa on käyttänyt lähinnä itsekseen kirjoittelemalla. Asioita ei ole tarvinnut puhua ääneen ja selittää muille.”* Essee 9/2005

Matematiikkaa on tähän asti opiskelijana tarvinnut vain kirjallisena. Riittää, että on osannut tuottaa ja lukea matemaattisesti eksaktia tekstiä. Reetta nostaa esiin hyvän havainnon, jonka hän on tehnyt:

*”[O]ppii niinku näkemään sitä että helpommin sitä, että mitä ne laskee ja miten. Semmosia että oppii lukemaan sitä niitten niitten vihkoja tai sillai, ett ehkä aluksi monesti sitä vaan niinku kiers siellä ja katto että no kyllähän nää laskee ja sillai.”*  
Haastattelu 12/2005

Opettajaharjoittelun aluksi oppilaitten työskentelyä ja vihkoja katsoi vain huomataksseen, että sivut täyttyivät tekstistä. Nyt tekstiä pysähtyy jo lukemaan ja tulkitsemaan.

Reetta pysähtyy miettimään matematiikan kielikysymystä myös käsitteiden näkökulmasta. Opiskelijana käsitteitä on omaksuttu, jotta niitä osataan käyttää oikeissa tilanteissa, mutta niiden selittäminen omin sanoin vaatiikin jotain muuta.

*”[J]os semmosista yllättävistä tilanteista selvinny ja osannu kertoo jonkun jutun ja että että niinku itekin on joutunu eka sen miettiin, sen niinku just siinä hetkessä tosi nopeesti ja sitte osannut sanoa sillai, niin sitten on ollu kiva. Se on palkitsevaa.”* Haastattelu 5/2006

Opettaja voi opettaa matematiikkaa myös kielen tavoin niin, että oppilaat joutuvat käyttämään sitä muutenkin kuin vain kirjallisesti.

*”Oppilaan tuottama materiaali on meillä Suomessa useimmiten kirjallista. Oppilas laskee laskunsa vihkoon tai kirjaan ja opettaja tarkistaa, onko jälki siistiä. Kuitenkin ainakin jo lukiossa esimerkiksi oppilaan laskiessa kotitehtävää taululle, opettaja usein pyytää oppilasta myös selittämään tehtävän suullisesti. Tämä on hyvä juttu, koska oppilaan matemaattinen kielenkäyttö on usein aika alkeellista ja eri käsitteet monesti sekavia.”* Essee 12/2006

Reetta palaa taas auditiivisuuteen ja siihen, että oppija puhuessaan ja ääneen selittäessään selkiyttää käsitteitä ja itse asiaa itselleen.

*”Matemaattisen tehtävän selittäminen ja ääneen puhuminen (kuten monen muunkin asian) auttaa varmasti myös selkiyttämään, mistä on kyse. Muistan itse, että kokeeseen harjoitellessa saatoinkin selittää asioita vaikka itselleni ääneen, mikä auttoi paljon enemmän, kuin pelkkä esimerkkien katseleminen ja selailu.”*  
Essee 12/2006

Alakoulun näkökulmasta matematiikan kielikysymyksellä on vielä joitakin erityispiirteitä, jotka Reetta nostaa esiin. Matematiikka voi olla myös tarinoita,

*”Erilaiset matemaattiset tarinat ja vaikka matematiikan kirjassa kulkeva juttu, voivat toimia myöskin motivoivina juttuina matematiikan opettelemiseen.”* Essee 12/2006

ja matematiikan tunnilla ohjeiden on oltava vielä tarkemmin mietittyjä.

*”Esimerkiks vaikka kakkosluokan harjoittelussa ohjeiden anto oppilaille, kuin hirviän tarkkaa sen pittää olla, ja täsmällistä ja viimesen päälle. Ja ne ei voi niinku ottaa esimerkiks niinku hirviänä vaan sanallista, vaan niillä pittää olla vaikka kirjalliset ohjeet.”* Haastattelu 5/2007

Toisaalta matematiikan kirjalliselle tuottamiselle on muitakin perusteita.

*”Vielä oppilaan kirjalliseen tuotokseen palatakseni – se on omalla paikallansa hyvin tärkeä asia, joka opettaa myös esimerkiksi alakoulun oppilaalle mm. hienomotorisia taitoja.”* Essee 12/2006

Näin oppilaat kehittävät muita tärkeitä taitoja, ja matematiikka on siinä vain eräs väline.

Reetta kuvaa elämyksellisen matematiikan opettajan seuraavasti:

*”Hän pitää erilaisia havainnollistamistapoja tärkeänä. Tämä opettaja myös varmasti selittää asian uudelleen eri tavalla, jos oppilas ei ole ensimmäisestä tavasta ymmärtänyt. Myös oppilaiden kysymykset ja kokeet ovat tälle opettajalle tärkeitä. Ja mikä tärkeintä, opettaja välittää siitä, ymmärtääkö oppilas asian, ei siitä kirjoittaako tämä [vain] muistiinpanoja.”* Essee 9/2005

Itse hän kuitenkin vastaa hiukan perinteisempää opettajaa,

*”Mielestäni on tärkeää että perusasiat opitaan hyvin ja varsin usein siihen tarvitaan opettajajohtoista toimintaa. Toisaalta olisi hienoa jos oppilaiden omille tutkimuksille ja omatoimiselle löytämiselle olisi aikaa. [...] Toisaalta tiedän, että matematiikan opsissa on asioita paljon ja aikataulu on ensimmäinen asia, joka tulee vastaan. Tällaisia keskustelujuttuja yms. on myös hankalaa toteuttaa näin*



*suurissa ryhmissä yhden opettajan johdolla. [...] Oppilaiden kysymykset ja oma ihmettely on tärkeää. Myös erilaiset havainnollistamistavat ja kokemuksellisuus ja molemminsuuntainen vuorovaikutus on tärkeää!”* Essee 9/2005

joka kuitenkin toivoo löytävänsä aikaa tutkivammalle tavalle oppia.

Reetan käsitys vuorovaikutuksellisuudesta on melko perinteinen; opettajan rooli on keskeinen ja oppilaiden välinen vuorovaikutus vain vierustovereiden keskustelua itsenäisen harjoittelun yhteydessä. Itsenäinen harjoittelu kuitenkin antaa oppilaille mahdollisuuden kysyä opettajalta tai vierustoverilta epäselviksi jääneitä asioita. Reetan mielestä matematiikan oppiminen edellyttääkin juuri harjoittelua.

Reetalle on tärkeää luoda luokkaan myönteinen ilmapiiri. Hän haluaa toimia rauhallisesti ja opettaa selkeästi. Kokemuksellisuutta kuvatessaan Reetta korostaa opettajan roolia vetää yhteen asioita. Hän näkee ristiriidan oikean matematiikan ja hauskan matematiikan välillä ja pitää kokemuksellisuutta pikemminkin motivoivana puuhasteluna ja pelejä hauskana lisänä kuin varsinaisena matematiikan oppimisen osana. Reetalle kokemuksellisuudessa tärkeintä ovat ehkä arjen esimerkit. Havainnollisuudessakin Reetta korostaa opettajan roolia. Hän on huolestunut siitä, että havainnollisuus ei useinkaan kytkeydy opiskeltavaan matemaattiseen ideaan. Opettajana hän kuitenkin havainnollistaisi monipuolisesti.

Tutkimuksellisuuteen liittyen Reetta ehdottaa, että oppilaat keksivät itse tehtäviä. Hän pohtii ristiriitaa opettajien valmiiden esimerkkien ja tutkimustehtävien välillä. Tutkimustehtävät kehittäisivät oppilaan matemaattista ajattelua, mutta vievät liikaa aikaa. Reettaa arveluttaa myös tutkimuksellisten tehtävien yllätyksellisyys. Hän pohtii opettajan epävarmuutta siitä, osaako ratkaista tällaisia tehtäviä ja epäilee sen estävän opettajaa käyttämästä tutkivia tehtäviä. Yhteistoiminnallisuuden suhteen Reetan ajatukset ovat samansuuntaiset. Selkeys ja turvallisuus tai tuttuus, ilman ryhmitöitä, viehätti häntä itseään oppilaana ja hän pohtiikin, miten saisi ryhmitöissä kaikki oppilaat mukaan työskentelemään. Yhteistoiminnallisuus ei Reetan mielestä sovi kovin hyvin matematiikkaan. Se sopii vaativiin ja aikaa vieviin tehtäviin ja edellyttää kaikilta metelin sietämistä.

Matematiikan puhuttu kieli on haaste nuorelle opettajalle, joka on käyttänyt itse lähinnä kirjoitettua matematiikan kieltä koko opintojensa ajan. Reetta huomaa tämän ja sen, että oppilaitten laskujen tarkistaminen ja vihkotyön seuraaminen vaatii harjaantumista. Hän toivoo kuitenkin, että opettajana käyttäisi paljon kyselevää opetusta ja oppilaat saisivat itse selittää tehtäviä. Reetan mielestä ääneen puhuminen selkiyttää omaa ajattelua. Matematiikan kielinäkökulmaan kuuluvat myös matemaattiset tarinat. Ne ovat Reetan mielestä motivoivia.

Reetasta on kasvamassa melko perinteinen, mutta huolehtiva opettaja, jonka tunteilla on rauhallinen ja hyvä ilmapiiri. Hän korostaa paljon oppilaan kirjallista työtä ja näkee siinä monia etuja, Reetta toteaa, että etenkin alakoulussa oppilaan käden

TAULUKKO 20. Reetan kasvuprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta

	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06	Essee/haastattelu 12/06	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08
<b>Opettajaksi kasvun piirteitä</b>	Matematiikan opettajaksi		Opettajaksi mihin aiheeseen väin.		Yhenäiskoulun opettajaksi	Luokanopettajaksi	
<b>Tuleva työtehtävä</b>			Selkeä ja rauhallinen, tärkeintä on olla oppilaitten kanssa tekemisissä, vuorovaikutus ja oppilaskeskisyys.	Aikaa myös oppilaiden omatoimiseen tutkimiseen ja löytämiseen.	Kehiän opetustani ja pohdin, mitä voisni parantaa. Helppo olla oppilaitten kanssa ja heillä kanssani.	Oppilaitten kohtaaminen ja joustavuus ovat tärkeitä. Lisäksi toiminnallisuutta ja esimerkkejä oppilaiden maailmasta.	Pidin asioiden opettamisesta, mutta myös kiertämisestä luokassa; olen oppitajakeskeinen.
<b>Käsitys itsestä opettajana</b>	Tykkään heilua luokan edessä tiili kädessä, pidän taulutyöstä ja kyselemisestä.	Tykkään olla ihmisten kanssa tekemisissä ja pidän kasvattamisesta.	Selkeä ja rauhallinen, tärkeintä on olla oppilaitten kanssa tekemisissä, vuorovaikutus ja oppilaskeskisyys.	Aikaa myös oppilaiden omatoimiseen tutkimiseen ja löytämiseen.	Kehiän opetustani ja pohdin, mitä voisni parantaa. Helppo olla oppilaitten kanssa ja heillä kanssani.	Oppilaitten kohtaaminen ja joustavuus ovat tärkeitä. Lisäksi toiminnallisuutta ja esimerkkejä oppilaiden maailmasta.	Pidin asioiden opettamisesta, mutta myös kiertämisestä luokassa; olen oppitajakeskeinen.
<b>Käsitys matemaatiikasta</b>	Helppoa ja vaivatonta, pidin laskemisesta.	Yliopistomatematiikka on aivan erä asia kuin koulumatematiikka.	Matematiikassa perustelminen on vaikeaa.	Oppilaan matemaattinen kieli on alkeellista.	Matematiikka on koulussa mukava oppiaine ja tieteenä alana tärkeä. En silti halua mennä syvemmälle.	Oppijainena nousee vielä erikoisesemaan.	Matematiikkaa on kaikkialla ympärillämmme, opettaa bogista ajattelua, järjestelmällisyyttä ja ongelmanratkaisua.
<b>Käsitys matematiikan oppimisesta</b>	Oli helppoa, en nautinyt kursista, jolla piti opistella itsenäisesti.	Pidin mekaanisista tehtävistä, itsenäisessä työskentelyssä joutui ottamaan liikaa vastuuta.	Yläkoululaiset ovat kyseleviä ja eläväisiä ja innostuvat peleistä.	Matemaattisen tehtävän selittäminen selkyttää asioita. Oppilas oppi paremmin, kun tekee asioiden eteen itsekin.	Jotkut tarvitsevat henkilökohtaista ohjausta.	Suurin osa matematiikan taustista on harjoittelun tuosta. Kaikki oppivat matematiikkaa.	Suurin osa matematiikan taustista on harjoittelun tuosta. Kaikki oppivat matematiikkaa.
<b>Käsitys matematiikan opettamisesta</b>	Opettaa näyhti esimerkkejä ja sitten laskettiin.	Kävisin asiat vielä läpi hitaammin, eri ryhmät ovat erilaisia. Opin lukemaan oppilaitten virhkoja harjoittelussa.	Olen joutunut aina kertaamaan opettettavat aiheet itsekin.	Oppilaiden kysymykset ja ihmetely on tärkeää, samoin havainnollisuus ja kokemuksellisuus ja tärtoiden käyttö.	Haasteena ne oppilaat, jotka eivät mielestään tarvitse matematiikkaa tai inhoavat sitä.	Integroin matematiikkaa muihin aineisiin, käytän erilaisia materiaaleja.	Vahvuuteni on etten ole huippulokan matematiikko, vaan säilyän opetukseni oppilasyövällisenä.
<b>Käsitys hyvästä opettajasta</b>	Huomioi oppilaat, jotka pelkäävät matematiikkaa tai inhoavat sitä. Helposti lähestytävä.	Keritoo mielenkiintoisesti ja häntä on hauska kuunnella.	Ei jämähdä, vaan pyrkii kehittymään työssään.	Käyttää rohkeasti turkivia ja avoimia tehtäviä, luo turvallisen ilmaplinin.	Hyvä aineenhallinta, huomioi erilaiset oppilaat, selkeä, käyttää erilaisia tyylylejä, valmis kehittämään itseään.	Alto, toimii luontevasti.	Olen persoonallani työssä mukana, haluaisin välittää oppilailteni, että matematiikka on hauskaa.
<b>Käsitys hyvästä opetuksesta</b>	Käytetään erilaisia opetusmenetelmiä, itse pidin kyllä perinteisestä opetuksesta.	Hyvä opetus on sellaista, johon oppilaat lähtevät mukaan.	Konkreetista ja motivoivaa. Perussasiat opitaan hyvin.		Yksiön huomaaminen ja joustaminen suunnitelmista.	Ei anna asioita valmiiksi pureskeltuna.	Esimerkit elävissä elämissä, motivoivni toiminnallisuuden kautta ja integrointi muihin aineisiin.

taidot kehittyvät matematiikan vihkoo täytettäessä. Todennäköisesti Reetan opetus saa opettajana kasvun edetessä uusia vivahteita, kun Reetta kasvaa sietämään epävarmuutta.

### *Tuleva työtehtävä*

Reetan kasvuprosessia voisi kuvata yllätykselliseksi. Hän aloittaa opinnot mielessään matematiikan opettajan työ, mutta opintojen edetessä ja alakoulukokemusten lisääntyessä hän lopulta haluaisikin luokanopettajaksi. Opettajana Reetalla on alusta asti tunne siitä, että hän viihtyy luokan edessä ja oppilaiden kanssa. Lämmin suhde ja avoin vuorovaikutus säilyvät hänen keskeisinä piirteinään koko kolmen lukuvuoden ajan.

*”Tykkään heilua siellä luokan edessä liitu kädessä, tykkään tehdä selkeitä tauluja ja kysellä oppilailta. Yleensäkin ottaen tykkään niistä oppilaista.”* Essee 9/2005

*”[S]e opettajuus niinko merkkää mulle enemmän kuin mitä se että matikan opetus tai niinko mä just mietin, että mä voisin olla joku muukin opettaja, [...] maantiedon opettaja tai miksei ja sitte siinä tosi paljon merkkää just se, että olla niitten oppilaitten kanss ja lasten kanss tekemisessä niinko ja yleensäkin ihmisten kanssa.”* Haastattelu 5/2006

### *Käsitys matematiikasta*

Matematiikka on Reetalle ollut koulussa aina helppoa,

*”Luulen että pidin matematiikan oppimisesta niin paljon peruskoulussa siksi, että se oli yksinkertaisesti niin helppoa. Vielä lukiossakin asiat olivat aika simppeleitä, eikä niitä oppiakseen tarvinnut käyttää kovin paljoa aikaa. Tunnella tykkäsin siitä, kun käytiin esimerkkejä läpi, ja sitten alettiin itse laskemaan tehtäviä.”* Essee 9/2005

mutta yliopistomatematiikka yllättää hänet erilaisuudellaan,

*”[S]e oli aika semmonen ehkä iso yllätyskin ja just semmonen ett se olikin niin erilaista se yliopistomatikka, niin niinku se siinä vaikutti aika paljon justiin, että ei sitten oikein niinkö jaksanu innostua siitä niin hirviän paljon.”* Haastattelu 12/2005

eikä hän lopulta halua opiskella sitä enempää kuin tulevan työn kannalta on tarvetta.

*”[N]iinku kouluajoilta se on ollu semmonen oppina oppiaine joka oli aina kiva ja helppoa. Ja sitte toisaalta niinku semmosena tieteenalana tai semmosena niin tärkeä ja sitt ku se tulee niin monissa jutuissa kuitenkin vastaan, aivan sama missä koulutuksessa sä oot. Että sillai mä piän sitä tosi tärkeenä oppiaineena kyllä kou-*

*lussa ja mutta sitte sen enempää, että ei mua kiinnosta kuitenkaan se sen syvemmälle meno niin ka niin paljon, että musta ois tullu jotakin muuta ku matikan opettaja.” Haastattelu 5/2007*

*”[N]iitten [matematiikan] kurssien aikanakin tuntu monasti, että en mä nyt tätä tarvi mihinkään, mutta [...], on se antanu semmosen niinku laajemman näköalan, [...], niinku koko siihen matikkaan nähen ja mun mielestä se, niinku opettajana ollessa, ei se riitä, että sä osaat vaan ne asiat, mitä sun pitää opettaa tai mitä mitä niitten oppilaitten tarvii osata. Pitää sun opettajana osata niinku jotenki yhdistää niitä [...], muihinki asioihin.” Haastattelu 5/2007*

Oma matematiikan oppimishistoria on kuitenkin aiheuttanut Reetalle tilanteita, joissa proseduraalisen tiedon ja konseptuaalisen tiedon erot ovat tulleet esiin.

*”No varmaan, niinkö puhuttiin tosta aineenhallinnasta, niin se on varmaan niinku aluksi semmonen, [...] että yhtäkkiä tulee joku kysymys niin ”apua”, en mä nyt voi, mää en yhtäkkiä muista. Tähän just tuli yhdellä kurssilla oli joku luku potenssiin nolla joo, [...] että sitt siitä tulee aina yks ja sitte joku ihan ystävällisesti siellä, se oli lukion lyhyen matikan, kysäs vaan sieltä, että ”no mutta miksi”. ”Että ookoo, ett kyll mää uskon että se on näin, mutta miksi se on näin?” Ja sitt mä tota, en mä nyt hyvänen aika yhtäkkiä muista mittään, niinku semmosta tuli just vastausta näille tähän ja se nyt jäikin sitte, että no, katotaan sitte myöhemmin.” Haastattelu 5/2006*

Reetta on myös koulutuksen aikana huomannut, että matematiikan kielikysymykset ovat tärkeitä omassa opetuksessa, mutta myös oppilaiden oppimisessa.

*”Oppilaan tuottama materiaali on meillä Suomessa useimmiten kirjallista. Oppilas laskee laskunsa vihkoon tai kirjaan ja opettaja tarkistaa, onko jälki siistiä. Kuitenkin ainakin jo lukiossa esimerkiksi oppilaan laskiessa kotitehtävää taululle, opettaja usein pyytää oppilasta myös selittämään tehtävän suullisesti. Tämä on hyvä juttu, koska oppilaan matemaattinen kielenkäyttö on usein aika alkeellista ja eri käsitteet monesti sekavia. Myös opettajan tulisi pitää eri käsitteet itsellensä selkeinä ja käyttää niitä oikein. Ainakin itselle oli viime syksynä yllätys se, kuinka vaikeaa matematiikan kieli loppuseltaan olikaan joiltakin osin kun sitä joutui puhumaan.” Essee 12/2006*

Koulutus on kuitenkin antanut hänelle paremman käsityksen siitä, mitä matematiikka oikeastaan on,

*”Matematiikka on oppiaine, jota tarvitaan hyvin monella elämän alueella. Päivittäisissä tilanteissa tulee jatkuvasti eteen asioita, joissa matematiikan taidot ovat hyödyksi. [...] Sen lisäksi, että matematiikkaa opetetaan siksi, että sitä tarvitaan ihan käytännössäkin monella alueella, opettaa se myös loogista ajattelua ja tällä*

*tavoin jonkinlaista järjestelmällisyyttä. Loogisen ajattelun taitoa ja syy-seuraussuhteiden ymmärtämistä.” Kirje 4/2008*

*”Laske kuus yli 2, niin sitt siinä tuli just se, että ”no hei, että mitä, mitä me laskeetaan tässä, ett niinku miettikääpä itekin, että älkää vaan laskeko” ett jos ei kukaan mieti niin semmosia juttuja.” Haastattelu 12/2007*

eikä hän haluaisi lopultakaan luopua tämän oppiaineen opettamisesta kokonaan.

*”Tuntuu niinku ihan hirveän isolta menetykseltä jos sen [matematiikan] menettää kokonaan, niinko koska toisaalta, niinko siihen on tehny niitä harjoitteluja paljo enemmän ja jotenki toisaalta, se on niinko paljo semmonen enemmän oma jollain tavalla, että ehkä siinä on, niinko täällä hetkellä enemmän varmuutta, siinä matikan opettamisessa.” Haastattelu 12/2007*

### **Käsitys matematiikan oppimisesta**

Matematiikan oppiminen on Reetalle ollut helppoa, mutta hän on tottunut omana kouluaikanaan hyvin perinteiseen tapaan opettaa ja hänestä tuntui vastentahtoiselta, kun eräs opettajista kokeili itseopiskelumenetelmiä kurssillaan.

*”Yksi kurssi lukiossa oli sellainen, ettei opettaja opettanut lähes ollenkaan, vaan itse etsittiin tietoa kirjasta ja opeteltiin ja laskettiin joko pareittain tai yksin. Muistan, etten tykännyt tästä kurssista yhtään.” Essee 9/2005*

*”No mä oon varmaan tykänny just kaikista semmosista, niinko aika suht mekaanisista tehtävistä ja kaikista semmosista, niinko tai sillai, että niinkö että skädäm, ai näinkö tää meneekin ja kyllä mä niinku vieläkin, no riippuu minkälaisista ja minkälaisista. En tie, onko mä hulluna tykänny noista harkkatehtävistä vaikka täällä.” Haastattelu 12/2005*

Ensimmäisen lukuvuoden aikana Reetta kuitenkin huomaa, miten yläkoulun harjoitteluissa oppilaat näyttävät sekä pitävän, että oppivan toiminnallisemminkin menetelmillä,

*”[Y]läkoululaiset ehkä ottaa vähän enemmän sen vaan rennosti ja nyt ollaan tässä ja ne on siellä koulussa niinko, no että täällä pittää olla, niin täällä ollaan. Mutta sitte että kyllä ne ny tekeekin tosiaankin hommia sen eteen, mutta ne ei välttämättä ota sitä niin vakavasti. [...] Ne on just enemmän semmosia kuitenkin toisaalta kyseleviä ja semmosia eläväisempiä [...] ett ne kysyy, ett miten. Tää verrattuna vaikka just niihin pitkän matikan opiskelijoihin. Ja varmaan innostuu enemmän tommosista pelijutuista ja tommosten kautta saa niitä, niinkö tekemään kaikkia juttuja.” Haastattelu 5/2006*

eikä opettajakaan voi olla huomioimatta luokassa työskenteleviä erilaisia oppijoita valitessaan opetusmenetelmiä.

*”[N]oita erilaisia oppijoita sitte, että niitä pitäis ottaa huomioon niinko vak, visuaalinen, auditiivinen ja kinesteettinen. Että niill on, niinko eri lailla varmaan tapahtuu sitä oppimista. Ne tarvii erilaista ohjausta siihen ja no sitte just tulee tuo, että aika monesti tarvii jotakin toista ihmistä siihen ja semmosta vuorovai-  
kutusta ja semmosta, että voi oppia jotakin asiaa jonkun toisen kautta. Että ei välttämättä niinkään, että mää nyt annan tämän mun tiedon täältä sulle, mutta olla siinä ohjaamassa.”* Haastattelu 5/2006

*”Kyllä heti huomaa sen, että ku meillä oli kans semmonen luokka, ett siin oli tosi hyviä. Sitt oli muutama tosi heikko ja ihan muutama itte keskitasoo, ett siell oli tosi isot erot niissä. Ja sitte, no siell oli just että, niitten heikompien kans siinä piti olla koko ajan ihminen. Ei ne päässy eteenpäin niissä asioissa, jos ei niille niinku käestä pitäen näyttäny juttuja.”* Haastattelu 5/2007

Reetan teksteistä huomaa, että hän on joutunut pohtimaan itseään oppijana ja löytänyt koulumuistoistaan erilaisia oppimistekniikoita, joita on käyttänyt.

*”Matemaattisen tehtävän selittäminen ja ääneen puhuminen (kuten monen muunkin asian) auttaa varmasti myös selkiyttämään, mistä on kyse. Muistan itse, että kokeeseen harjoittellessa saatoin selittää asioita vaikka itselleni ääneen, mikä auttoi paljon enemmän, kuin pelkkä esimerkkien katseleminen ja selailu.”* Essee 12/2006

Usko siihen, että harjoittelu ja kaavojen käyttö ovat keskeisessä osassa matematiikan oppimisessa, säilyy vahvana.

*”Ajattelen niin, että suurempi osa myös matematiikan taidoista on harjoittelun ja ”tekniikan” tulosta, kuin mitä se on johtuen lahjoista. Totta kai lahjakkuus ohjaa mielenkiintoa, jolloin matematiikassa lahjakas oppilas on innostuneempi siitä, kuin joku vähemmän lahjakas. Mutta kaikki voivat oppia matematiikkaa, jos haluavat.”* Kirje 4/2008

## **Käsitys matematiikan opettamisesta**

Reetan käsitykset matematiikan opettamisesta rakentuvat muistoille omalta koulu-ajalta.

*”Tunneilla tykkäsin siitä, kun käytiin esimerkkejä läpi, ja sitten alettiin itse laskemaan tehtäviä. [...] [M]atematiikan tunnit menivät yleensä samojen kaavojen mukaan. Luulen, että myöskin tämän vuoksi tykkäsin matematiikasta. [...] Olen pitänyt parhaimpina opetusmetodeina normaalia opettajan taulutyöskentelyä ja sitten itsekseen laskemista.”* Essee 9/2005

Ensimmäisessä harjoittelussa Reetta pitää mielessään erästä opettajaansa ja yrittää olla ottamatta hänestä mallia.

*”Kyllä mä jättäsin niitä esimerkkejä vähemmälle ja kävisin niitä hittaammin läpi. Vaikka niinkö kyllähän meillä sitte niinku niitten kurssien jälkeen oli hirveenä sitä matskua, mitä ois, niinko ite pystynyt sillee, että no oli erilaisia esimerkkejä ja erityylisiä, ett jos ois ollu aikaa ja jaksamista ja sillee niinku ku luki vaikka kokeeseen ja laski [...] ne tunnit oli vaan niin semmosia, että hirveä hätä ja hätä ja hätä ja sitt sillä oli hirveän nopea puhetyyli vielä.”* Haastattelu 12/2005

Kun ensimmäinen jännitys alkaa mennä ohi, ja opetusharjoittelu etenee, Reetta huomaa voivansa pysähtyä ja todella nähdä ja ymmärtää, mitä oppilaat tunnilla tekevät.

*”Niinkö ehkä oppii, niinku näkemään sitä että helpommin sitä, että mitä ne laskee ja miten semmosia, että oppii lukemaan sitä niitten niitten vihkoja tai sillai ett ehkä aluksi monesti sitä vaan, niinku kiers siellä ja katto että no kyllähän nää laskee ja sillai.”* Haastattelu 12/2005

Aineenhallinnan merkitys nousee esille ja asioita pitää palauttaa mieleen. Toisaalta, kun jännitys vähenee, asiat palautuvat mieleenkin paremmin.

*”[A]ina, kun on opettanu jotakin uutta kurssia, on tosiaankin pitäny, niinkö kerata niitä asioita ja käyä läpi. [...] sitte ku menee oikeesti joskus opettajaksi, niin varmasti niinku siihen menee eka aikaa, että niinkö saa ne asiat sillä tasolla [haltuun].”* Haastattelu 5/2006

*”[T]ottakai sitä haluais olla niinku semmonen, että osaan kaiken, voin heti tästä vastata näin, että tämä menee näin ja näin ja katopa tästä näin. (nauraa) Mutta sitte toisaalta [...] se oli hirveen palkitsevaa, jos on niinkö, jos semmosista yllättävistä tilanteista selvinny ja osannu kertoo jonkun jutun ja että, että, niinku itekin on joutunu eka sen miettiin sen, niinku just siinä hetkessä tosi nopeesti ja sitte osannut sanoa sillai niin sitten on ollu kiva. Se on palkitsevaa.”* Haastattelu 5/2006

Harjoittelu monialaisissa opinnoissa vie Reetan alakoululle. Siellä toiminnallisuus on osa arkipäivää.

*”Erilaiset matemaattiset tarinat ja vaikka matematiikan kirjassa kulkeva juttu, voivat toimia myöskin motivoivina juttuina matematiikan opettelemiseen. Ne myös linkittävät matematiikkaa tosielämään. [...] Kokemuksellisuus voisi olla [...] myös motivoiva tekijä matematiikan opettelemiseen. Konkreettinen tekeminen ja sen avulla oppiminen jättää opittavan asian varmasti myös paremmin mieleen.”* Essee 12/2006

Luokka on kuitenkin täynnä hyvin erilaisia oppijoita ja motivointikin osoittautuu tärkeämmäksi kuin aikaisemmin.

*”No mun mielestä matikan opettajan haasteet on just ne semmoset oppilaat, jotka ei tarvi sitä matikkaa mihinkään omasta mielestensä. Ku aina niitä on, että ”tää on ihan tyhmää”, ”mitä mä tällä teen?” Ja sitte, koska matikka on kuitenkin aineena semmonen, verrattuna moniin muihin, että sii siitä tykätään tai sitte sitä inhotaan aika monesti [...] paljon löytyy semmosia oppilaita [...] ja sitte myös se, että ehkä matikan tunnilla just näkyy ne erot hyvien ja sitt heikompien oppilaitten välillä niin paljon.”* Haastattelu 5/2007

Toisen lukuvuoden keväällä Reetta kuvaa hauskasti sitä, miten hän nyt havaitsee yksilöt eikä vain ajattele luokkaa yhtenä ryhmänä.

*”[S]uhtautuminen oppilaisiin ja oppimiseen niin [...] se on se luokkahuone on yleensä täynnä niitä yksilöitä ja erillisiä oppilaita, joilla on omia yksilöllisiä tarpeita ja omia tapoja oppia ja ett se ei oo vaan semmonen yks massa siellä, yks semmonen köntti (naurahtaa) ja mä oon yksin.”* Haastattelu 5/2007

Matematiikan opettamisesta löytyy taas uusia näkökulmia. Erilaiset materiaalit ja kirjasarjat tuovat väriä opetukseen ja luokanopettajana toimimisen kokemukset helpottavat näkemään integroinnin mahdollisuuksia eri oppiaineitten välillä.

*”[T]ossa todennäköisyysjutussa mä sitt käytin sitä lukion kirjaa ja sitte sitä niitten omaa kirjaa ja sitte vielä yhtä kirjaa, niinko että [...] ehottomasti kannattaa tai varmaan tulen käyttään, niinku monia kirjasarjoja, jos on vaan mahdollisuus siihen.”* Haastattelu 12/2007

*”Semmonen, ett mikä niinku kutkuttaa, että ett mitä kaikkia eri tapoja voi ja miten niitä aineita voi integroida keskenään ja käyttää.”* Haastattelu 12/2007

Keväällä 2008 Reetta tunnistaa vahvuutensa ja luottaa niihin. Opettamisessa hän käyttäisi mielellään erilaisia lähestymistapoja auttaakseen oppilaita ymmärtämään matematiikkaa, mutta nyt ongelmaksi muodostuukin se, että oppilaat pitävät perinteisestä opetuksesta paljon enemmän. Kehä sulkeutuu. Matematiikan opettamisessa Reetta näyttää kulkevan tien perinteisestä opettajajohtoisesta opettamisesta toiminnallisempaan ja tutkivampaan suuntaan, mutta pohtii yhä kolmannen lukuvuoden jälkeenkkin, miten sen toteuttaisi.

*”Koen vahvuutenani sen, että en ole itse mikään huippuluokan matemaatikko, mutta ymmärrän matematiikkaa kuitenkin riittävästi. Näin säilytän matematiikan opetuksessa tason ”oppilasystävällisenä”. Muistan itse omilta kouluajoiltani joitakin opettajia, jotka varmasti osasivat kurssien asiat täydellisesti, mutta eivät sitten enää oikein osanneetkaan tuoda niitä meille oppilaille. En kuitenkaan toki väitä, että kaikki huippumatemaatikot olisivat huonoja pedagogeja.”* Kirje 4/2008

*”Ymmärtäminen on tietenkin tärkeää, ei vain kopioiminen ja samanlaisten esimerkkitehtävien laskeminen sivusta toiseen. Vaikka välillä tuntuu, että jotkut oppilaat tekisivät mielellään juuri niin.”* Kirje 4/2008



## Käsitys hyvästä opettajasta ja hyvästä opetuksesta

Millainen Reetta haluaisi olla opettajana ja miten hän haluaisi opettaa?

*”Niin mutta sillai ehkä se kuitenkin, että tossakin huomaa, että niinku, että toisaalta niinko tykkää siitä opettamisesta, tykkää olla niinko ihmisten kanssa tekemisissä, mutta sitte tykkää siitäkin, ett siin on sitä semmosta kasvattamista ja semmosta niin paljon mukana kuitenkin.”* Haastattelu 12/2005

*”Itse haluaisin opettaa matematiikkaa selkeästi ja rauhallisesti. Haluaisin saada oppilaan innostumaan ja oppimaan. Toivon, että osaisin ottaa huomioon myös niitä oppilaita, joille matematiikka on kauhistus ja tylsää. Haluaisin saada myöskin heidät mukaan asiaan. Opettajana haluaisin olla myöskin helposti lähestyttävä ja sellainen lämmin ihminen, jolta oppilaat myöskin itse uskaltaisivat kysellä.”* Essee 9/2005

Helposti lähestyttävä, selkeä ja rauhallinen ovat ominaisuuksia, jotka Reetta mainitsee usemman kerran.

*”[V]armaan semmonen oppilaitten kanssa pyöriminen, mistä ollaan varmaan puhuttukin ja semmonen siinä, niinku vuorovaikutuksissa oleminen ja yleensäkin semmonen opetustyyli ni. Ett siitä oon saanu semmosta positiivista palautetta, että että semmosta selkeää ja rauhallista.”* Haastattelu 5/2006

*”Mull on helppo olla oppilaitten kanssa ja mä uskon että oppilaillakin on helppo olla mun kanssa ehkä, ja semmonen rauhallinen, selkeä, ystävällinen.”* Haastattelu 5/2007

*”Pidän yhteisen osion opettamisesta, mutta myös kiertämisestä luokassa ja siitä, että oppilaita saa opettaa myös yksitellen. [...] Minulle on kaikessa opetuksessa tärkeää oppilaat ja ilmapiiri luokassa. Joten olen kai sitten oppijakeskeinen.”* Kirje 4/2008

Oppilaiden motivoimiseksi se ei kuitenkaan aina riitä

*”[S]itä on niinku joutunu aattelemaan ja huomaamaan sen, että en mää voi menä tän yhen tuntisuunnitelman kans, vaan niinku tai siis semmosen, niinku ett nyt kaikki menee tämän saman kaavan kans, ettei se välttämättä toimi niin.”* Haastattelu 5/2007

ja Reetta pohtii, miten saada kaikki innostumaan.

*”Nyt olen kuitenkin vähän saanut reunasta tutustua kokemuksellisuuteen ja toiminnallisuuteen matematiikankin opetuksessa. Olen huomannut, että joitakin asioita opiskeltaessa, on kokemuksen saaminen hyvinkin paljon selventävä asia. Erilaisia välineitä, pelejä ja muita tavaroita on kehitelty myöskin matematiikan opetukseen. Monet jutut selventävät asioita suunnattomasti, kun lapsi saa itse kokeilla miten asia toimii.”* Essee 9/2005

*”On myös tärkeää, että jos oppilas ei ymmärrä ensimmäisen selityskerran jälkeen asiaa, selittää ja opettaa asiaa eri tavalla – eri sanoilla. [...] Olisi tosi tärkeää, että oppimistilanteiden ilmapiiri olisi turvallinen, sellainen johon jäisi tilaa myös oppilaan ihmettelylle ja kysymyksille. [...] Juuri erilaiset avoimet tutkimustehtävät voisivat olla hyviä yhdessä tehtäviä juttuja.”* Essee 12/2006

*”Vaikka ne käyäänkin opettajajohtoisesti, mutta se että mä en anna niitä niinku valmiiksi pureskeltuina niille, vaan että ne sais, niinku hoksata niitä juttuja sieltä että, niin se on kans semmone, mihin niinku pyrkii ainakin.”* Haastattelu 12/2007

*”Mulle on tärkeä se oppilaitten kohtaaminen. [...] Ei enää tarvi yhtään mittään jännittää sitä luokan eessä olemista. [...] [S]itte ehtii just miettiä tommosia, niinku muita muita juttuja ja sitt just, mitä se mun ohjaavaki opettaja kiitteli, että mä pystyn niinku reagoimaan sitte siihen, että miten se luokka toimii ja vaihtamaan jotakin juttua kesken niinku tunnin, niinku mitä mä oon suunnitellu ja niinku jotenki elämään sen luokan luokan mukana. Ni siitä mä olin kauheen tyytyväinen, siitä palautteesta. [...] Sitte oon kyllä sitte yrittäny kans, ett jos on ollu uusia asioita, ni ottaa niinku jotain, mitähän palikoita meillä siinä oli, millä niinku mallinsi sitä jotain [...] ja sitt ne lasi niillä senttikuutioilla, ni niitä annoin oppilaille, ett ne sai niistä rakennella ja tehdä.”* Haastattelu 12/2007

Toiminnallisuus ei kuitenkaan ole Reetan ainoa keino motivoida oppilaita. Hän haluaa kytkeä opetettavia asioita käytäntöön.

*”Mietin, että mitä ihmettä, ett, ett miten tästä tekee, tämmösestä asiasta tai jostain jutuista, että saa niinku vähänkään semmosia oppilaan maailmaan liittyvän, että niitä on kyllä sitte kans pohtinu.”* Haastattelu 12/2007

*”No, ainakin esimerkkitehtävien tulisi olla oppilaiden elämästä, elävästä elämästä. Näistä jutuistahan puhuttiin joku kerta. Se, että esimerkki-tehtävä on tehty vain esimerkin vuoksi, ei ole oikein hyvä peruste tehtävälle. Toisaalta yläkoulu-  
laisille ja lukiolaisille voi jo antaa faktatietoa siitä, missä kaikissa monenlaisissa tehtävissä ja aloilla matematiikkaa tarvitaan. Motivointikeinoina toimivat varmasti myös erilaiset pelit ja toiminnalliset työtavat. Yleensäkin vaihtelemalla opiskelutapoja ja toisaalta myös ’huijaamalla’ oppilaita voi heitä motivoida matematiikan opiskeluun. Matematiikan yhdistäminen erilaisiin aiheisiin ja tunteihin alakoulun puolella motivoi varmasti oppilaita myöskin.”* Kirje 4/2008

Joskus motivoinniksi riittää, että opettaja on persoonallisuus, jota on hauska kuunnella. Tähän piirteeseen Reetta viittaa usein.

*”Kyllä opettaja vaikutti aika paljon noissa just siihen tunnin kulkuun ja se, että jos oli joku opettaja, jota oli mukava kuunnella ja hullun mielenkiintoisesti kerto. [...] Sitte oli vaan aivan mielissään, meni istuun sinne, ett no ni istun tässä ja kuuntelen vaan. (naurahtaa)”* Haastattelu 12/2005

*”No mun mielestä se lähtee siitä, että on ite ensinnäki se, mikä on, niinku omana itsenänsä siellä luokassa, eikä rakenna mitään semmosta omaa, semmosta minä olen tässä opettajan roolissa tässä ja tai että jotenkin semmosta aivan erilaista, ku mitä oikeesti on. [...] On se ihminen, mikä on ja sitte niinku sillä taidolla.”* Haastattelu 12/2007

*”Matematiikka on hauskaa. Toivottavasti osaan ja saan välitettyä tätä myös oppilailleni. [...] [H]enkilö, [joka] on koko persoonallaan työssä mukana ja tuntuu laittavan itsensäkin likoon, vaikuttaa myös oppilaaseen ja hänen motivaatioonsa. [...] Muutenkin kun ajattelen menneitä vuosia, niin kaikki omalla persoonallaan täysillä työtä tekevät ovat jättäneet jonkinlaisen muistijäljen.”* Kirje 4/2008

Opettajuuden ymmärtäminen muunakin kuin luokkatyöskentelynä tulee esiin Reetan teksteissä heti ensimmäisen lukuvuoden jälkeen. Hyvä opettaja jaksaa ja haluaa kehittää itseään ja opetustaan. Itse hän huomaa tämän omassa käyttäytymisessään ollessaan monialaisten opintojen harjoittelussa.

*”Esimerkiks käsityöt: [ryhmä] oli jaettu kahteen osaan, ni se oli ihan huippu, ku oli eka yhdelle ryhmälle ja sitte mentiin sen tuntisuunnitelman mukaan. Ja sitte sai pitää iltapäivällä sen kolmen tunnin jälkeen sen sille puolell, sille toiselle puolelle sitä ryhmää. Niin sitt niinku siellä huomasi semmosia juttuja, että no niin, että tämä kannattaakin oikeestaan niin [...] että hei, määpä teenkin näin tai sitte, että tässä tähän kohtaan pitää antaa vähän enemmän aikaa tai semmosia. Ett se oli tosi semmonen hieno juttu, sen huomasi sen. Sai niin nopeasti sen palautteen ja pysty heti niinku korjaamaan sen jutun tai niinku parantamaan.”* Haastattelu 5/2007

Itsensä kehittäminen on Reetalle pikemminkin voimavara kuin välttämättömyys.

*”[E]ttä aina voi niinku, jos suinkin vaan on jaksamista ja resursseja ja mahdollisuuksia, että voi niinku kuitenkin kehittyä aina opettajana ja siinä työssä ja tehdä lissää sen etteen. Jos siis sillai, siis haluaa ja sitte toisaalta se on varmasti myös semmonen voimavara, ett jos niinku jaksaisi käyttää siihenkin aikaa, eikä jämähdä johonkin.”* Haastattelu 5/2006

*”On aika semmonen positiivinen asenne niinku itensä kehittämiseen, että aina voi aina voi tehdä lissää ja aina voi, niinku oman mielenkiinnon ja tarpeen mukaan, niinku jatkokoulututtautua ja hakea lissää juttuja.”* Haastattelu 5/2007

Reetta on lämmin opettaja, jolle oppilaat merkitsevät paljon. Hän haluaa luokkaan työrauhan ja ilmapiirin, jossa opettaja on turvallinen ja ohjaava. Reettaa itseään ei ole tarvinnut motivoida matematiikan opiskeluun, mutta hän tunnistaa silti tämän piirteen puuttumisen oppilaissaan ja on valmis miettimään, miten heitä motivoisi. Reetta tunnistaa itsessään opintojen aikana sekä visuaalisen, auditiivisen että kinesoteettisen oppijan ja mainitsee ne usein tutkimushaastatteluissa ja kirjoitelmissaan.

Hän tulee ehkä opetuksessaan kinnittämään huomiota myös siihen, että tukee kaikkia näitä piirteitä.

Reetasta tulee todennäköisesti luokanopettaja, mutta hän ei halua täysin jättää matematiikan opetustakaan. Matematiikan aineenhallinnan puutteet, tai jonkinlainen epävarmuus mahdollisten puutteiden olemassaolosta, kyllä rajoittavat Reetan opettajaksi kasvun prosessia sen alkuvaiheissa. Ne kaventavat hänen opetustaan perinteisen opetuksen suuntaan ja vaikuttaa siltä, ettei hän halua ottaa riskejä. Reetalla on kuitenkin avoin mieli kehittää itseään, joten se yhdistettynä herkkyyteen lukea oppilaita saattavat myöhemmin kehittää häntä rohkeampaan ja sosiokonstruktivisempaan suuntaan.

## 19 Kaarlon tarina ja analyysi

### *Alku*

Kävin alakoulua Pirkanmaalla 500 oppilaan koulussa aika lähellä kotiani. Yläkouluun siirryin neljän kilometrin päähän, suureen yli 900 oppilaan kouluun. Halusin lähikaupungin lukioon ja pääsinkin sinne. Siellä oli noin 350 oppilasta. Tulen siis suhteellisen isoista kouluista ja se näkyy ehkä siinä, että jotkut muistavat yhden tietyn matematiikan opettajan peruskoulu- tai lukioajaltaan, mutta minulla niitä on ollut lukuisia. En ehtinyt tottua kenenkään opettajan opetustapaan syvemmin.

Matematiikka oli alakoulussa hauskaa, yläkoulussa puisevaa ja lukiossa mielenkiintoista. Ehkä oppimistuloksen kannalta sillä ei ollut väliä, kuka sitä opetti, mutta opettajan panos tunnilla viihtymiseen ja mielenkiinnon pysymiseen oli merkittävä. Suurempi merkitys oli kuitenkin kurssin aiheella. Matematiikan opetus oli koko kouluajanani hyvin perinteistä: ensin käsiteltiin teoriaa ja sitten lasketaan tehtäviä. En muista mitään erikoista opetustapaa. Eroa oli lähinnä vain sillä, käyttikö opettaja taulua vai kalvoa. Minusta se oli silti ihan toimiva tapa, enkä osaa juuri nyt keksiä, mitä olisi pitänyt tehdä eri tavalla. Muistan, että tunneilla oli kivaa laskea, jos oli oppinut laskutavan hyvin. Pidin myös sanallisista tehtävistä, joissa sovellettiin matematiikkaa käytännön elämän ongelmiin. Nyt sitä monesti miettii, jos ei ole ehtinyt luennoille, eikä osakaan uutta aihetta, että olenko nyt yhtä ymmällä kuin jotkut luokkakaverit kouluajanani.

Yksikään matematiikan opettaja ei ole jäänyt

Olen opiskellut aina suurissa kouluissa.

En ehtinyt tottua kenenkään opettajan tyyliin, kun opettajat vaihtuivat niin usein.

Matematiikkaa opetettiin perinteisesti, mutta pidin siitä.

Pidin laskemisesta.

Uusi kokemus itselleni oli, että kun en päässyt luennoille, en 'pysynytäkään kärryillä'.

mieleeni erityisesti, mutta lukion fysiikan opettajani on: noin 35-vuotias naimaton mies, aina ruutukauluspaita ja farkut yllä. Hän käytti huumoria opetuksen piristäjänä. Taulumuistiinpanot olivat hauskasti elävöitettyjä, eikä vain hiljaa kirjoitettuja ja sitten selitettyjä. Jokaista esimerkkitehtävää piristi hauska tilanne. Vakiotavaraa taisi olla karvainen jalka, nappulakenkä ja jalkapallo, joita voitiin käyttää useisiin eri asiayhteyksiin. Meitä oli tosin aina pieni ryhmä, noin 9–10 opiskelijaa, mutta opettaja otti meidät hyvin mukaan opetukseen.

En ole koskaan haaveillut opettajan ammattista. Vielä lukiossa olin lujasti sitä mieltä, että yksi hirveimmistä ammattista on olla yläkoulun opettaja. Mielipiteeni johtuu varmasti omista kokemuksistani. Oma yläkoulun luokkani oli aika levoton, ryhmämme ja opettajiemme välille ei yleensä syntynyt mainittavia luottamussuhteita. Pikemminkin opettajiamme kiusattiin avaimenreikiin katkotuilla tulitikuilla ja muilla pienillä jäynillä. Kun kävin kuuntelemassa oppitunteja harjoittelukoulussa heti lukuvuoden alussa, tunnit palauttivat mieleen omia yläkoulu- ja lukio-muistoja. Suosikkiaineitani lukiossa olivat mm. historia ja kuvaamataito. Mielessäni kävi pieni ajatus, että miksi en ryhtyisi historianopettajaksi, mutta matematiikka vei lopulta taas voiton. Eräs oppiaine, joka kiehtoi oli maantieto, kartat ja muut, mutta биологиasta en pitänyt. Enkä englannista, mikä johtui osin siitä, etten ollut hyvä englannissa.

En muuten ole haaveillut mistään muustakaan ammatista. Lukion jälkeen vuonna 2002 en osannut päättää, minne haluaisin hakea opiskelemaan. Mieli muuttui suunnilleen päivittäin. Lopulta tein turvallisen ja helpon, ehkä väistelevänkin ratkaisun, ja hain lukemaan korkeakouluun rakennustekniikkaa. Koulu oli lähellä kotia, saatoinkin käydä syyslukukauden kotoa käsin ja toinen suuri syy oli se, että minun, laiskan opiskelijan, ei tarvinnut lukea pääsykokeisiin juuri ollenkaan. Kävin koulua, en opiskellut. Suoritin kurseja

Minuun teki vaikutuksen huumorintajuinen fysiikan opettajani.

Meillä oli lukion fysiikassa pieni opiskelijaryhmä.

En ole haaveillut opettajan ammatista, mutten juuri muistakaan.

Matematiikan opettajaksi

Lukion jälkeen tein turvallisen opiskeluvallinnan.

täysin suorituskeskeisesti, vailla mitään ajatuksia oppimisesta. Huomasin, että luennoilta oli helppo olla pois, kun siellä ei ollut pakko olla. Opiskelutavat asiat eivät kiinnostaneet ja huomasin, että yhä useammin jäin pois luennoilta. Koko opiskelu alkoi tökkiä pahasti. Tuntui siltä, että tästä ei nyt tule kyllä yhtään mitään. Jotenkin kaikki pysähtyi, seisahtui kokonaan, eikä oikein kiinnostanut mikään. Ja sitten olin vain itsekseni ja aloin miettiä. Mietin, minkälaista työtä haluaisin tehdä ja kartoitin sen pohjalta uusia opiskeluvaihtoehtoja. Bisnesmaailman kiireinen aikataulu ja tulosvaatimusten paineistama työmaailma tuntui vieraalta ja halusin olla erossa siitä. Hiljalleen mieleeni tuli opettajan ammatti. Pidin siitä, että opettajan työssä on sekä sosiaalisia että itsenäisiä puolia, ja että tulosvaatimukset ovat erilaiset kuin yrityselämässä. Lisäksi työssä on tarpeeksi haasteita, eikä kesäloman ajankohta ole jokavuotinen tappelun aihe. Minulle oli tärkeää, että päätös oli omani. Suurin vaikuttaja valintaan olin minä itse, mutta toki sain tukea läheisiltäni päätöstä tehdesäni.

En ole varsinaisesti opettanut matematiikkaa aikaisemmin, mutta tietenkin joskus on tullut ennen koetta kerratuksi yhdessä kaverin kanssa ja siinä ehkä selitetyksi jotakin toiselle epäselvää asiaa. Hauskaa oli, kun huomasi, että toinen todella alkoi ymmärtää opetukseni johdosta. Oli mukava olla avuksi koulukaverille. Voisin kuvitella, että ainakin alussa on vaikeaa tietää, mikä on se taso, jolla opetettavat oikeasti ovat; mikä on jo selvää ja mikä vaatii lisää selvitystä. Ikäviä puolia työssä ovat oppilaiden motivaatio-ongelmat. Tiedän, että jo yksi ainoa oppilas voi tarvella koko luokan oppitunnin varsin helposti.

Aloitettuani opinnot täällä yliopistolla huomasin, että kasvatustieteet ovat todella erilaisia opiskella. On vaikeuksia päästä tähän maailmaan. Kuuntelen mielenkiinnolla, mutta asioita on toistaiseksi hankala sisäistää, enkä osaa kirjoittaa niistä sujuvasti. Pitäisi kai saada vielä enemmän tietoa ja ehkä lukeakin enemmän. Lukeminen on

Rakennustekniikan opiskelu ei kuitenkaan ollut 'minun juttuni' ja opiskelu alkoi ahdistaa. Jouduin pysähtymään ja miettimään, mitä oikeasti haluaisin tehdä.

Opettajan työ kiinnosti itsenäisyytensä ja sosiaalisuutensa takia.

Tein itse oman ratkaisuni.

Oli mukava olla matematiikassa avuksi luokkakaverilleen.

Työtä raskauttavat oppilaiden motivaatio-ongelmat.

Kasvatustieteen kirjat ovat vaikeita ja kirjoittaminenkin vähän takeltelee.

minulle vain aina ollut mahdollisimman vaikeaa. Paljon sellaisia asioita on täällä kuitenkin tullut vastaan, joita en ole koskaan edes tullut ajatelleeksi ja mielestäni on hyvä, että ne annetaan opiskelijoille ikään kuin mahdollisuuksina. Huomaan, että ajattelen nyt opinnoista eri tavoin kuin aiemmin. En niin suorituskeskeisesti, vaikkei se aina näykään ulospäin. Tänä syksynä olen tehnyt vähän sijaisuuksia eri kouluissa. Siinä huomaa, että kun on opettajana, niin puhetyyli ja käyttäytyminen muuttuvat jotenkin automaattisesti.

Sijaisuudet muokkaavat minus-ta opettajan.

### *Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen*

Lukuvuosi on kulunut. Ajattelen, että oppiminen on sitä, että muodostaa itselleen merkityksiä. Jos vain ajattelee, että luenpa tästä tämän ja opettelen tuon, kyllä ne ainakin minun mielestäni unohtuvat kaikki. Jos jokin asia on tullut itselle tärkeäksi, tai sen on oivaltanut, niin sen muistaa heti paljon paremmin. En tiedä, onko oppiminen sitten sitä, että asian muistaa pitkän ajan päästä, vai riittääkö se, että sen muistaa vähän aikaa. Toisaalta mikään asia ei unohdu kokonaan. Sen muistaa, että se on käsitelty ja vaikka sitä ei muista yksityiskohteisesti ja sitä ei pysty käyttämään, niin tottakai se on helpompi palauttaa mieleen kuin opetella kokonaan uudestaan.

Oppimisessa oivaltaminen on tärkeää.

Matematiikan opettamisessa haluaisin pystyä innostamaan oppilaita. Etteivät he ajattelisi, että ”tämä on vain sitä matikkaa”, eivätkä koko ajan kysyisi ”mihin tätä tarvitaan”. Kyllä niitä perustaitoja tarvitaan aina, vaikka pidemmälle menevää matematiikkaa ei välttämättä tavallinen ihminen missään tarvitsekaan. Toivoisin saavani oppilaat näkemään matematiikan eräänlaisena ratkaisukeinona monenlaisiin ongelmiin. Ja haluaisin saada oppilaat pohtimaan. Monesti kuulee sanottavan, että ”no se meidän matikan opettaja vaan selitti ne asiat, eikä ehtiny ymmärtään mitään, kun se vaan meni eteenpäin”. Jospa pystyisikin antamaan jokaiselle jonkinlaisen avun ymmärtämiseen. Ja asenteisiin opettaja pystyy osaltaan vaikuttamaan.

Haluaisin innostaa oppilaitani ja saada heidät pohtimaan.



Nyt tuntuu siltä, että minusta varmaan tulee opettaja. Ehkä sekä luokanopettaja että aineenopettaja. Toisaalta olisin enemmän aineenopettaja, mutta olisi mukavaa olla myös luokanopettajakin, koska se antaisi enemmän liikkumavaraa. Aineenopettajana tarvittaisiin ehkä myös fysiikkaa ja kemiaa. Olin niistä kouluaikoina kyllä kiinnostunut, mutta nyt niitä ei enää kiinnosta opiskella.

Talven aikana tein paljon sijaisuuksia, eivätkä ne aina ole kovin mieltä ylentäviä. Opetin välillä uskontoa, äidinkieltä, taloustietoa ja vaikka mitä. Sitten tuli muutama tunti matematiikkaa ja heti huomasi, että se meni kaikkein helpoimmin. Ja se oli itselle mielenkiintoisintakin. Ne kerrat olivat mukavia, kun sain oppilaat tekemään ja kysymään. Mutta joskus riitti, että oppilaat pysyivät rauhallisesti luokassa. Ärsyttävämpiä, kuin sellaiset yhden päivän sijaisuudet, olivat ne kahden päivän sijaisuudet, kun piti mennä takaisin sinne luokkaan seuraavanakin päivänä. Sijaisena ei ole kovinkaan mukava olla.

Kasvatustieteen opinnoissa vaativia ovat kirjapaketit. En ole oikein oppinut vielääkään lukemaan näitä kirjoja ja kirjoittaminenkin tuntuu työläältä. Olisi kiva saada palautetta kirjaten-teistä. Lukemalla kyllä oppii, muttei oikeastaan kauaa muista, kirjoittamalla muistaa paremmin, mutta palautteen jälkeen oppisi vielä paremmin. Matematiikan opinnoissa on ollut myös vähän hankaluuksia vanhan opiskeluhistorian takia. Ensin ajattelin, että tekisin syventävät opinnotkin, mutta tällä hetkellä näyttää, etten tee. Sitä paitsi opinnot menevät osin päällekkäin kasvatustieteen kurssien kanssa ja sitten vain vähän pyörähdän luennoilla ja ehkä harjoituksissa. Sen huomaa, että katson asioita laaja-alaisemmin ja tiedän nyt paremmin, mitä kaikkea opettajan työhön voi kuulua. Varmasti siinä olisi syvyyttä enemmänkin, jos olisin jo tehnyt jonkun opetus-harjoittelun.

Olen varmastikin oikealla alalla.

Haluaisin sekä luokan- että aineenopettajaksi, mutta aineenopettaja tarvitsisi kyllä fysiikkaa ja kemiaa. Se arveluttaa.

Olen tehnyt paljon sijaisuuksia ja matematiikan tunninit ovat olleet mielenkiintoisimpia pitää.

Sijaisuudet eivät aina ole mukavia.

Kasvatustieteen kirjojen lukeminen ja aiheesta kirjoittaminen on vieläkin hankalaa.

Yliopistomatematiikkaan en ole oikein innostunut.

Katson nyt asioita laajemmin ja käsitykseni opettajan työstä on monipuolisempi.

### *Toinen vuosi ja tarinoita koulusta*

Muistan, kuinka tärkeää vuorovaikutuksellisuus oli itselleni lukioaikoina. Kun ei itse osannut, viressä oleva kaveri neuvoi, ja päinvastoin. Harjoittelukoulussani oli matematiikan tunnilla pulpetit yksittäin. Itse laittaisin oppilaat ehdottomasti istumaan pareittain, jotta toiselta kysyminen olisi helppoa, eikä häiritsisi muita ympärillä istuvia. Kyseisillä matematiikan tunneilla oppilaat kysyivät kyllä neuvoa toisiltaan, mutta koska heidän välillään oli matkaa, homma meni sähellykseksi, ja opettajan rooli neuvomisessa korostui.

Alakoulussa monialaisten opintojen harjoittelussa huomasin, miten tärkeitä luokkakäytänteet ovat. Ensimmäisellä tunnilla en huomannut laittaa valoja pois käyttäessäni piirtoheitintä. Sitten huomasin, ettei kannata laittaa kaikkia oppilaita yhtä aikaa hakemaan vaikkapa vesivärejä tai palauttamaan rumpuja. Syntyy vain kauhea ryntäys ja välineet hajoavat. Siispä jatkossa rivi kerrallaan. Uskon kuitenkin, että sitten kun kokemusta karttuu, ei tarvitse enää laittaa energiaa näihin rutii-neihin ja on helpompi kokeilla jotain uutta. Nyt oli ihan tarpeeksi tekemistä siinä, että sai tunnin sujumaan ja kaiken sen tehtyä, mitä pitikin.

Alakoulussa oppilaat ja opettaminen oli melko erilaista kuin osasin odottaakaan. Ensimmäinen tunti, jota menin seuraamaan oli ympäristöoppia. Aluksi muisteltiin edellisen tunnin aihetta 'maapallon rakenne', sitten käytiin kivilajeja ja opittiin, että yleisimpiä ovat graniitti ja gneissi. Sitten siirryttiinkin sujuvasti jalokiviin ja oppilaat alkoivat piirtää omaa jalokivikorua. Sitä tehtiinkin lopputunnin ajan. Olipas aika yllättävä käänne! Tietoja tuli pieninä paloina siellä täällä ja loppu-tunnit melkein pä leikittiin.

Opettajan työ yläkoulussa on hiukan yllättänyt. Opettajien välitunnit menevät oppilaitten asioita hoidettaessa ja jotkut tietyt oppilaat työllistävät aika lailla, ja vielä useampaa opettajaa. Siinä oli kaiken maailman paperin pyöritystä ja vanhempien tapaamisia, eikä opettajilla jäänyt juuri aikaa perehtyä omiin tunteihinsa. Ohjaava

Pidän vuorovaikutuksellisuutta tärkeänä ja oppilaiden tulee voida keskustella keskenään.

Luokkakäytänteiden merkitys on yllättävän suuri.

Kokemus auttaa siinä, että syntyy rutiineja, joiden rinnalla on energiaa kokeilla jotain uuttakin.

Alakoulun tunnit yllättivät monenlaisella toiminnalla. Tietoa omaksuttiin vain pienissä paloissa.

Opettajan työssä on paljon muutakin kuin opetuksen suunnittelua.

opettajani matematiikan harjoittelussa tiesi kokemuksesta jo hyvin, mitkä ovat hankalia asioita opettaa, ja osasi sanoa, missä paikassa voi kokeilla ja mitkä asiat on tärkeä käydä hyväksi koetulla vanhalla systeemillä.

Tunnen itse oloni kotoisemmaksi yläkoulun puolella, oppilaat eivät tunnu niin kauheilta kuin kuvittelin omien kokemusteni perusteella. Se luokanopettajan työ on vain semmoinen täydentävä mahdollisuus ja sanoisinko suunnitelma B. Kun mietin, millaiseksi kuvaisin itseni opettajana, niin olen aika rauhallinen. Näin ainakin kaikki ohjaajat ovat sanoneet. Lempeä humanisti, kuten eräs heistä totesi. Olen ehkä vähän liiankin lempeä. Saisin kuulemma pitää vähän paremmin kuria. Itse en ole kokenut siihen edes tarvetta.

Yliopistomatematiikka on tässä nyt kahlattu läpi hiukan väkisin, enkä koe itseäni matemaatikoksi. Se ei ole kuitenkaan niin vahva aine itselleni, kuin mitä tuntuu olevan matematiikan pääaineopiskelijoille. Minulle se on opetettava aine, tarvitsen sitä peruskoulussa. Sinänsä se on ihan mielenkiintoista, mutta koen, etteivät kaikki kurssit ole aivan relevantteja tulevan työn kannalta. Kun maailmaa katsotaan matemaatikon silmin, niin se on muitten mielestä aika masentavan yksitoikkoista, vaikka niitten matemaatikojen mielestä se on erittäin mielenkiintoista. Jos matematiikkaan saisi vielä kuitenkin semmoista raikkautta niille lapsille!

Opettajan työ on minulle varmasti se oikea. Kun mietin aikoinani ammatinvalintaa ja minkälaista työtä haluan tulevaisuudessa tehdä, valitsin ensin alan, johon oli helppo mennä opiskelemaan. Myöhemmin huomasin, että muutaman vuoden nyt kitkuttaa missä vaan jos sen jälkeen on luvassa mukava työ. Tuon oivalluksen jälkeen en halunnut enää upota liikemaailman pyörteisiin, vaan toivoin vähän rauhallisempaa ja säännöllisempää työtä kuin reissutyö tai vuorotyö. Perheen kannalta säännölliset työajat ja hyvät lomamatkat ovat tervetulleita ja onhan tämä mukava sisätyö. Työstään pitää tehdä mielenkiintoista ja jos itse viih-

Ohjaajani kiinnitti, huomioni asioihin, jotka ovat oppilaille hankalia.

Viihdyn yläkoulussa.

Opettajana olen rauhallinen ja lempeä.

Kahlasin yliopistomatematiikan läpi väkisin. En koe olevani matemaatikko.

Matematiikassa tulee olla tiettyä raikkautta.

Opettajan työ vastaa toiveitani.

Perheen merkitys ammatinvalinnassa on myös tärkeä.

tyy työssään, niin silloin ne oppilaatkin viihtyvät siellä luokassa.

### *Kolmannen vuoden jälkeen*

Vielä ainakin puolitoista vuotta ennen kuin valmistun! En ajattele opinnoista niin kokonaisvaltaisesti, että osaisin sanoa, mitä pystyisin käyttämään tulevaisuudessa työssäni. Toki yritän painaa mieleeni kaikkia ideoita. Jotkut tekevät opiskeluaikanaankin paljon sijaisuuksia ja ovat työelämässä kiinni. Silloin he varmasti kokevat, että saavat opiskelusta suoraan jotakin työhönsä. Itselleni työelämä ei ole vielä ajankohtainen. Joskus olen miettinyt, että opiskelut eivät kuitenkaan kauhean hyvin valmenna todelliseen koulu-elämään, vaikka opettamiseen valmentavatkin. Koulussa vastaan tulevat suhteet oppilaisiin, näiden vanhempiin ja koulun käytäntöihin. Ne pitää opetella sitten joskus.

Koulutuksen myötä olen kuitenkin kasvanut ulos siitä stereotyyppisestä kuvasta, millaista on opetus ja kuinka se pitää tehdä. Hyviä opetus-tyylejä on paljon ja erilaisia oppilaita on paljon, eikä yhtä optimaalista tapaa varmaan olekaan. Tärkeintä ei siis ole olla täydellinen opettaja, vaan että kukin pystyy tuomaan omalla persoonallaan siihen jotakin. Tavallaan riittää, että opetus on riittävän hyvää, eikä sen tarvitse olla täydellistä.

Jos jokin on kasvattanut minua näinä vuosina, se on varmastikin perhe. Ensimmäisen lapsen syntymän jälkeen semmoinen hätiköinti on lähtenyt pois ja nyt mennään niillä ehdoilla, mitä on. Aina ei pysty itse nopeasti päättämään siitä, mitä tehdään, vaan ensin keskustellaan perheen kanssa. Tämä lukuvuosi on tuonut perheeseen vielä yhden perheenjäsenen lisää.

Lopulta erilaiset arviointikeskustelut ovat jääneet koulutuksessa aika vähälle. Niitä on ollut vain pääaineopinnoissa. Suurin anti on varmasti ollut harjoittelun ohjauksella. Siinä saa ehkä eniten palautetta ja se on konkreettista. Portfoliokeskustelut ovat monesti keskustelua enemmänkin ”filosofisista” aiheista. Niiden anti itselle on ollut

Kun opettaja viihtyy, viihtyvät oppilaatkin.

Työelämä on vielä kaukaiselta tuntuva asia.

Opinnot eivät valmenna koulu-elämään, vaikka opettamiseen valmentavatkin.

En näe opettamista enää stereotyyppisesti, vaan opettaja voi vaikuttaa siihen paljon persoonallaan.

En enää hätiköi ja otan perheeni huomioon päätöksiä tehdessäni.

Harjoittelussa on ollut antoisaa. Olen saanut paljon henkilökohtaista palautetta ohjaajiltani.

Portfoliokeskusteluissa olen joutunut pohtimaan ja muotoi-

se, että on joutunut muotoilemaan ajatuksensa sanoiksi ja samalla pohtinut niitä.

Jos nyt päättäisin, mieluiten menisin yläkouluun opettamaan matematiikkaa kuin luokanopettajaksi, mutta tavallaan se identiteetti on pikemminkin semmoinen yleisen opettajan identiteetti, kuin matematiikan opettajan identiteetti. Nautin matematiikan opettamisesta. Pidän siitä, kun joku asia pitää vääntää rautalangasta ja siitä, kun opittuja asioita yhdistellään. Matematiikka on luonteelleni sopivan loogista ja tarkkaa. On mukava huomata, että oppilaat ymmärtävät selitykseni ja toisaalta on mukava auttaa niitä, jotka eivät ole täysin tajunneet ensimmäisellä kerralla. Koen, että peruskoulussa oppilaat ja ainesisältö ovat itselleni sopivia.

Tänä vuonna olen tullut hyvin tietoiseksi siitä, että aineyhdistelmäämme katsotaan siellä täällä kieroon. Kaikki aineenopettajat eivät pidä siitä, että matematiikan opettajiksi valmistuu opettajia, jotka suorittavat vain aineopinnot matematiikasta. En ole täysin varma, mihin kielteinen asenne perustuu; onko kyse pelosta, että valtaamme heidän työpaikkojaan, vai vakaumuksellisesta pelosta oppiaineen asemasta. Mielestäni emme murena matematiikan asemaa mitenkään. Pikemminkin toivon, että voisimme hyödyntää laajempaa pedagogista koulutustamme matematiikan oppimisen hyväksi.

Koulutuksen aikana olen havahtunut tiedostamaan oppijoiden erilaisuuden. Siihen täytyy kiinnittää huomiota opetuksessa. Monialaiset opinnot ovat vaikuttaneet minuun ja opetukseeni, tuomalla siihen ripauksen konkreettisuutta. Lasteni kautta koen asioita koulumaailmassakin eri tavalla. Varsinkin oppilaisiin suhtautuminen on jollain tavalla muuttunut. Olen ehkä aikuistunut ja kasvanut henkisesti aika lailla näiden kolmen vuoden aikana. Tietty kiihko on laimentunut ja maltan nähdä asioista eri puolia.

lemaan ajatuksiani sanoiksi.

Olen ensisijaisesti opettaja, mutta haluan opettaa matematiikkaa.

Pidän matematiikan loogisuudesta ja tarkkuudesta ja väännän mielelläni asioita rautalangasta.

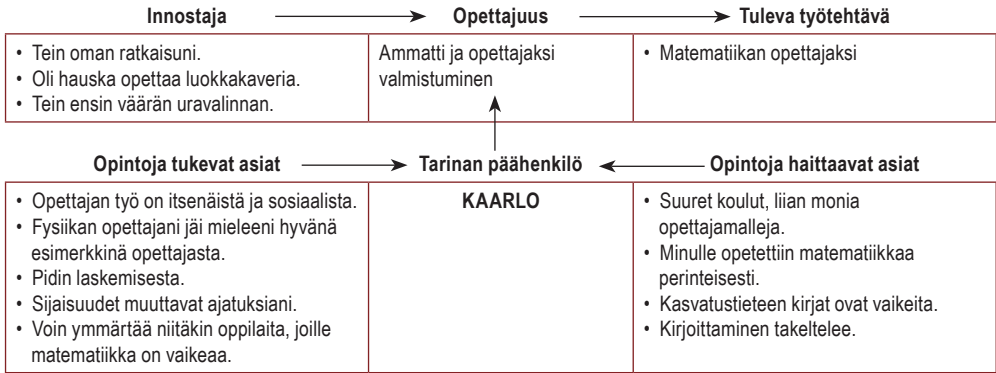
Ihmettelen, miksei aineyhdistelmäämme hyväksytä matematiikan opettajien keskuudessa.

Mielestäni minulla on opetuksen annettavaa pedagogisessa mielessä.

Oppijat ovat erilaisia.

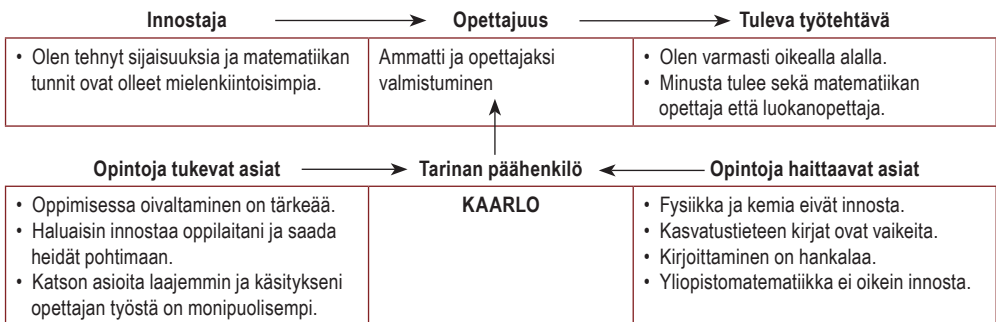
Opetuksessa täytyy olla ripaus konkreettisuutta.

Huomaan aikuistuneeni. Nykyään katson asioita monilta eri puolilta.



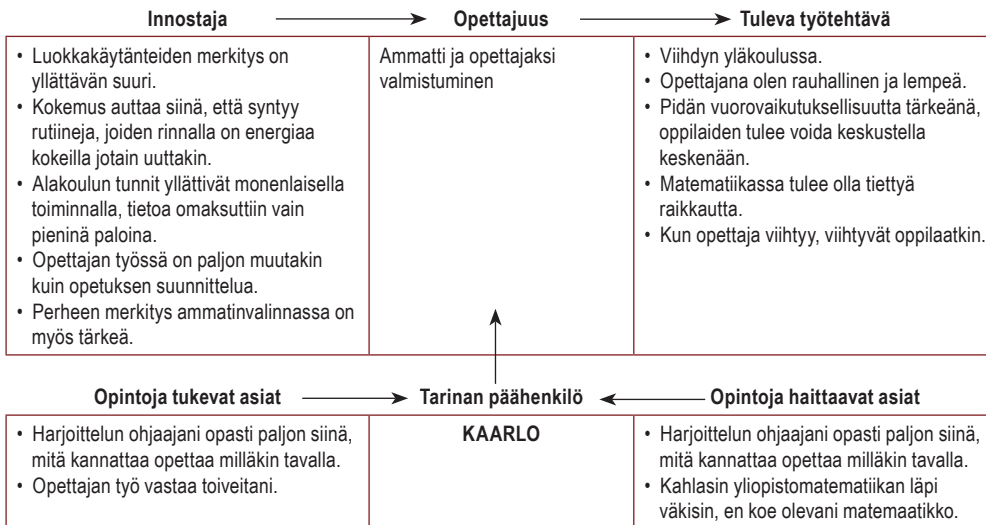
**KUVIO 27.** Kaarlon narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005

Kaarlo lähtee opettajankoulutukseen pitkän pohdinnan jälkeen opiskeltuaan ensin toista alaa. Päätös oli hänen omansa ja siinä heijastuivat myönteiset koulukokemukset. Hän on aina pitänyt laskemisesta ja arvostaa opettajan työn sosiaalisuutta ja itsenäisyyttä. Opettajaksi kasvua tukemassa ovat sijaisuudet. Ne herättävät miettimään asioita opettajan ja opettamisen näkökulmasta. Jos pohtii, millaiset tekijät ovat haittaamassa Kaarlon opettajaksi kasvua, keskeisimmiksi osoittautuvat kasvatustieteen opintoihin liittyvät haasteet. Opintoissa kirjoittamisella ja kirjallisuuteen tutustumisella on keskeinen rooli. Kaarlon kouluaikaiset kokemukset matematiikan opetuksesta ovat olleet perinteisiä ja saattavat olla rajoittamassa Kaarlon käyttämiä opetusmenetelmiä. Suuret koulut, joissa on paljon opettajia, voivat muokata Kaarlon näkemyksiä opettajan työstä suuntaan, jossa yksittäiset oppilaat katoavat suureen oppilasjoukkoon.



**KUVIO 28.** Kaarlon narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006

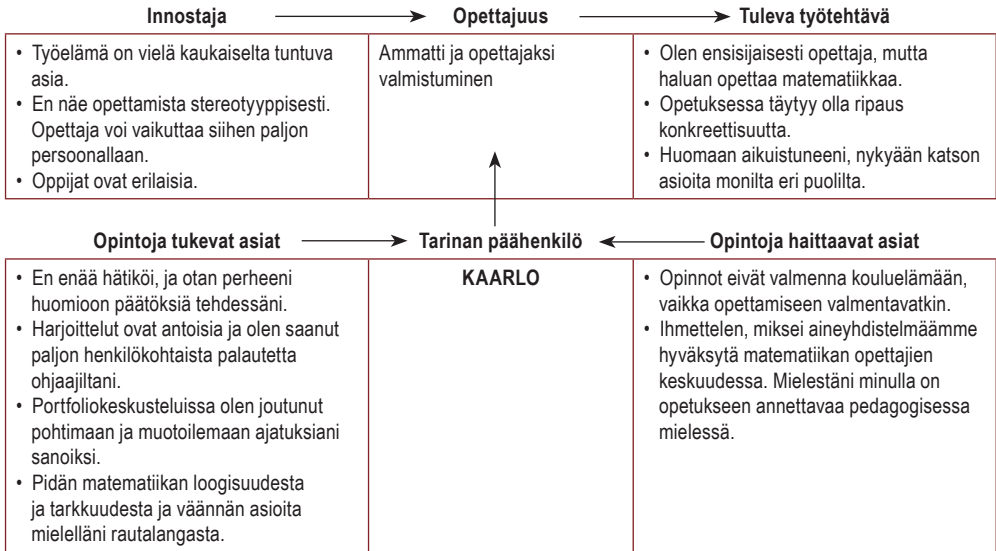
Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä Kaarlo huomaa saaneensa tukea uravallinnalleen. Hän on toiminut sijaisena ja huomannut, että matematiikan tunnit ovat olleet mielenkiintoisia. Tämä vakuuttaa hänet siitä, että hän on suuntaamassa oikealle alalle. Myönteisiä ovat myös olleet muut kokemukset koulusta. Kaarlon käsitykset opettajan työstä ovat avartuneet. Kasvuprosessin esteiksi saattavat muodostua opintojen tuomat haasteet. Kasvatustieteen opinnot tuntuvat vieläkin vaikeilta, ja yliopistomatematiikkakaan ei innosta. Kaarlo on päättänyt, ettei opiskele enää fyysiikkaa ja kemiaa, mutta toive aineenopettajan työstä saattaisi edellyttää paneutumista näistä edes toiseen.



**KUVIO 29.** Kaarlon narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin toisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2007

Toisen lukuvuoden päättyessä Kaarlon opettajuutta tukevat syntyvät rutiinit, joiden myötä hän voi irrottautua kokeilemaan erilaisia käytänteitä opetuksessaan. Hän kokee alakoulumiljöön ajatteluttavampana, ja toiveet matematiikan opettajan työstä saavat vahvistusta. Hän on kuitenkin poiminut alakoulusta mukaansa elementtejä, jotka muokkaavat hänen opetusmenetelmiään. Kaarlon näkemys opettajan työstä muuttuu realistisemmaksi, mutta se tuntuu vastaavan hänen toiveitaan. Perhe tukee Kaarlon ammatinvalintaa, ja hän kokee sen tärkeäksi.

Opettajaksi kasvua tukevat Kaarlon saamat hyvät ohjeet ja palautteet harjoittelun ohjaajalta. Hän on myös saanut suoritettua matematiikan vaadittavat opinnot. Aineenhallinnan kysymykset ja harjoittelun ohjaajan vankkumattomien näkemysten vaikutus ovat ainoita asioita, jotka saattaisivat haitata tai kaventaa Kaarlon matematiikan opettajaksi kasvun prosessia.



**KUVIO 30.** Kaarlon narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008

Kaarlon kolmannen lukuvuoden mieltä kuvaava heräävä opettajuus. Hän ei koe olevansa aineenopettaja, vaan hänelle opettajuus on enemmänkin professio. Hän toteaa itsekin aikuistuneensa ja varmasti kasvuprosessissa näkyikin perhe ja sen tarpeiden huomioiminen. Kaarlo on iloinen harjoittelupalautteista ja opettajaopintojen kurseille sisältyvistä portfoliokeskusteluistakin hän kokee olleen hyötyä omien ajatusten jäsentämisessä. Suhde matematiikkaan on myönteinen, eikä Kaarlo pohdi aineenhallintaa kertomuksissaan. Ehkä hän kokee sen riittäväksi.

Kaarlon kasvuprosessin esteiksi saattavat muodostua toisaalta huomio siitä, miten huonosti opinnot kuitenkin valmentavat kouluelämään ja huoli siitä, miten hänen tutkintoansa arvostetaan työelämässä. Myönteisessä mielessä nämä ajatukset voivat kehittää Kaarlon opettajuutta entisestään. Ne voivat olla osoituksia siitä, että Kaarlo tunnistaa ammatillisen kehittämisen tarpeensa myös jatkossa ja että hänen ammatillinen arvostuksensa omaa työtään kohtaan on herännyt.



TAULUKKO 21. Kaarlion kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta

	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Essee/haastattelu 12/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08, kuvitteellinen oppituntini
<b>Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteitä</b>	Ryhmässä herää kysymyksiä ja uusia näkökulmia.	Kun tutustuu toisiin, voi heittää herjaa ja viihtyy paremmin, eikä pelkää.		Vuorovaikutusselitys oli itseläni tärkeää koulussa. Saan kaverilta neuvoja.	Alakoululaiset eivät ajksaneer opetuskeskustelua kovin kauan.	Esittäisin opettavat asiat innostavasti, ei mitään paasausta.	Olen looginen esitysvassani. Opettaja toimii työskentelyn ohjaajana.
<b>Vuorovaikutuksellisuus</b>	Teknisten laitteiden toiminta ja erilaiset ilmiöt ovat kiinnostavia.	Asiasta tehdään helpommin lähestyttävä, konkreettinen.		Luodaan henkilökohtaista sisältöä asioihin.	Tumille palloja ja ympyröitä tai desilitrin ja litran mität läiräykseen.	Toiminnallisuutta, ettei tarvitse istua paikallaan.	Arkielämän tehtäviä; esittään kultaisen leikkauksen suhdetta.
<b>Havainnollisuus</b>	Havainnollistaminen käytännön esimerkkien avulla.	Muistan koulusta muoiset sämiöt ja kertiot ja niiden suhteen toisiinsa.		Itseläni toimiva tapa.	Alakoulussa tärkeää. Toin palloja ja kepakotia, joista tehtiin kuuti.	Visuaalisuus	Oppilaat tekevät itse matemaattisen esityksen.
<b>Tutkimuksellisuus</b>	Sovellustehävät, integrointi fysiikkaan ja kemiaan.	Käytännön ongelmiin sopivia tehtäviä.		Avoimet tehtävät saavat oppilaat käyttämään päättään.		Tutkivaa otetta käytäisiin nyt enemmän. Alkaiseemmin se ei olisi tullut mieleenkään.	Oppilaat tutkivat konkreettisia kappaleita tai mitalaisivat luonnosta suhteita.
<b>Yhteistoiminnallisuus</b>	Yhdessä pohtien huomaa virheensä ja ratkaistaan tehtävä nopeammin.	Hiljaiset aktivoituvat, vileimmät rauhoittuvat, muttei välttämättä sovi matematiikan tunnille.		Työmäärään näiden tehoton ja herkästi epäonnistuva työmenetelmä.	En ole innostunut edes kokeilemaan yhteistoiminnallisuutta.	En ole innostunut yhteistoiminnallisuudesta.	Ongelmanratkaisuun perustuva tunti.
<b>Matematiikan kielinäkökuuma</b>	Opettajan on oltava huoleellinen merkinnöissään.	Opettajan pitää käyttää ohjdommukaisesti merkintöjä.		Oppilaitten matemaattiset tulkinnat muotoilleen matemaattiseen esitysmuotoon.			Oppilaat johtavat itse matemaattikkaa ympäröivistä ilmiöistä.

Tarkasteltaessa Kaarlön kuvauksia elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteis-tä, havaitaan seuraavia näkökulman muutoksia:

### *Vuorovaikutuksellisuus*

Kaarlolla on hyviä muistoja omalta kouluajaltaan, miten joku luokan opiskelijoista oli osannut kysyä opettajalta juuri sellaisen kysymyksen, joka lopulta selvensi asiaa muillekin.

*”Olen sitä mieltä, että ilman muuta ryhmää ympärillä yksittäinen oppilas oppisi paljon vähemmän. Joku muu saattaa esimerkiksi kysyä jotakin sellaista opettajalta, mitä ei itse osaisi kysyä, mutta mikä selventää asiaa.”* Essee 9/2005

Ryhmä, jossa vuorovaikutus oli hyvä ja ilmapiiri sopivan rento, edellytti parempaa tutustumista.

*”Niin sitä oppi tuntemaan paljon paremmin ja sitte ku pysty puolin ja toisin heittäjän semmosta vähä herjaakin siellä. [...] Niin se on just semmosta, että ei tarvinnu pelätä ja kuitenkin siellä opittiin.”* Haastattelu 12/2005

Myös parityöskentelystä Kaarlolla on hyvät muistot.

*”Muistan, kuinka tärkeää vuorovaikutuksellisuus oli itselleni lukioaikoina. Kun ei itse osannut, vieressä oleva kaveri neuvoi, ja päinvastoin.”* Essee 12/2006

Kolmannen vuoden kevääseen mennessä Kaarlo on oikeastaan pohtinut vain perinteiseen opetukseen liittyviä hyviä vuorovaikutuskokemuksia. Hänelle ovat tärkeitä huumori ja nasevat kysymykset ja ohjeet. Kirjeessään tutkimuksen lopulla hän miettii matematiikan opetusta opettajan näkökulmasta.

*”Olen luonteeltani aika tarkka ja hyödynnän sitä matematiikan opetuksessa esimerkiksi pitämällä huolta oikeista ja johdonmukaisista merkinnöistä. Pyrin olemaan looginen esitystavassani.”* Kirje 4/2008

Toisaalta hän haluaa koota asiat selkeästi ja johdonmukaisesti yhteen, mutta mielellään näkisi itsensä myös sivuun vetäytyvämmässä, ohjaavammassa roolissa.

*”Hieno tunti voisi olla sellainen, jolla oppilaat ottaisivat aktiivisen roolin opiskelussa ja oppimisessa. Opettajan tehtäväksi jäisi ohjeistaa, tarvittaessa auttaa ja ohjata prosessia.”* Kirje 4/2008

## Kokemuksellisuus

Kokemuksellisuus merkitsee Kaarlolle heti teknisiä laitteita.

*”Minua itseäni on auttanut halu ymmärtää maailman ilmiöitä ja teknisten laitteiden toimintaperiaatteita.”* Essee 9/2005

Toisaalta hän pohtii sitä, miten koulutuksessa koetetaan antaa tuleville opettajille juuri välineitä toiminnallisemman opetuksen käyttöön.

*”No [...] niinku kokemuksen kautta, sitähän sitä nyt yritetään ainakin tavallaan, ett aina tulee jotakin pientä vähän kerrassaan [...] tai justiinsa sitä, että se annetaan semmosina mahdollisuuksina, että tuommosiakkin on olemassa.”* Haastattelu 12/2005

Kokemuksellisuus tukee yhdessätoimimisen ja vuorovaikutustaitojen oppimista. Toisaalta Kaarlo miettii, että kokemuksellisuus on myös arkielämään kytkemistä.

*”[K]okemuksellisuus on tärkeää, jotta matematiikka saisi henkilökohtaista sisältöä oppilaille.”* Essee 12/2006

Alakoulussa tehdyt harjoittelut olivat varsinaista kylvetystä toiminnallisuuteen ja kokemuksellisuuteen. Kaarlo etsi konkreettisia esineitä tunneilleen,

*”Sitten ne niinku vähän ymmärsi, ett siinä on ja sitt oli pallo ja ympyrä oli ja tietenkin jalkapallo oli siinä. Sitte oli vielä litra ja desilitra oli aiheena, niin siinä oli sitte kans läträsvät vähäsen.”* Haastattelu 5/2007

joutui pilkkomaan opetustaan pieniin osioihin ja höystämään sitä toiminnallisuudella,

*”[E]i pelkästään matikassa, vaan ihan joka aineessa vähän niinku mää yllätyin ite siitä, että kuinka kuinka semmosta, eka mielikuva tuli että, rikkonaista oli. Mutta ei kai se sitte. Ihan hyvin solju siinä, mutt siis sillai, että mentiin vähän jotain asiaa ja sitte tulikin taas joku, että ne [alkoivat] piirrellä ja askarrella.”* Haastattelu 5/2007

eikä opetuskeskustelukaan toiminut pitkää aikaa.

*”Niin ja monipuolista, että ne ei jaksanu, pienet semmosta asiapainotteista opetusta. Huomas heti, että väsähti, jos yritti semmosta perinteistä opetuskeskustelutuntia vetää.”* Haastattelu 5/2007

Kaarlo jäi miettimään, olisiko näitä menetelmiä pitänyt ylläpitää menneenä syksynä yläkoulunkin puolella.

*”[K]yllä ne oli ihan innokkaasti aina mukana, kun tehtiin jotakin sikäli, että mä en, oikeestaan hyvin vähän käytin sitte tuolla yläasteella niitä silloin syksyllä tommosia [työtapoja], no nyt oisin valmiimpi kyllä, että näille oli niinku pakko keksiä jotakin. Ei ne jaksanu semmosta perinteistä aineenopettajalähtöistä opetusta.*

*Päivi: Susta tulee sitten hyvä yläasteenkin opettaja, ku siellä varmaan joukossa on niitä, niitä jotka kumminkin tykkää siitä vielä.*

*Hmm, kyllä ne varmasti tykkää, mutta tota noin, ei vain ite ollu niin valmis sil-lain tekemään sitä.”* Haastattelu 5/2007

Ehkä hän jatkossa näin tekeekin.

*”No mä en oo sen jälkeen vielä sitte taas yläkoulun puolella ollu, mutta voisin kuvitella, että on hyvinkin tuonu erilaista näkökulmaa just siihen enemmän täm-möseen toiminnalliseen suuntaan. Se oli sillä puolen hirveen tärkeitä, että niil-lä aina riitti jotakin tekemistä. Eihän ne jaksanu istua paikoillaan.”* Haastattelu 12/2007

Viimeisestä haastattelusta huomaa, että tämä elämyksellisen matematiikan opetuksen piirre on jäänyt Kaarlolle oman opetusfilosofian osaksi.

*”Automaattisesti hakee sitten semmosia yhteyksiä konkreettisiin, vaikka esinei-siin tai mitä nyt nähään ympärillä, ni ympäröivään maailmaan.”* Haastattelu 12/2007

Keväällä 2008 kuvatessaan kirjeessään unelmatuntiaan, Kaarlo hyödyntää koke-muksellisuutta sujuvasti.

*”Aihe voisi olla vaikka jokin geometrinen ongelma tai matemaattisiin suhteisiin liittyvä ongelma. Oppilaat tutkisivat konkreettisia kappaleita tai mittaisivat luon-nosta suhteita (kultainen leikkaus) tms.”* Kirje 4/2008

## **Havainnollisuus**

Kaarlon ensimmäiset ajatukset havainnollisuudesta liittyvät havainnollisiin esi-merkkeihin. Tässä yhteydessä hän kuvailee sanallisia tai soveltavia esimerkkejä.

*”Havainnollistetun esimerkin muistaa sata kertaa paremmin kuin aalla, beellä ja alfalla lasketun esimerkin. Hyvin havainnollistettua tehtävää on helppo soveltaa myöhempään ongelmiin.”* Essee 9/2005

Myöhemmin havainnollisuuteen liittyvät mukaan myös demonstraatiot.

*”[J]oskus matikan tunnilla oli semmonen, ku laskettiin tommosia yleensä pyrami-dien ja kartioiden tilavuuksia, niillä oli, sillä opettajalla oli semmoset muoviset*

*kappaleet, niihin pysty laittaa vettä ainakin, niillä pysty tutkiin. Että ei sitä heti älyä, että missä suhteessa ne on toisiinsa.”* Haastattelu 12/2005

Alakoulussa havainnollisuus saatoi olla kuutiometrin havainnollistamista konkreettisin välinein

*”Mutta siellä sitä huomaa, että täytyy käyttää just tota havainnollisuutta ja tämmöstä että, että se oli hyvin tarpeellista. Sitten sattukin tuleen just, mulla oli niinku neliö ja kuutio ja pallo ja ympyrä, niitä. Mä sitte toin semmosia metrin kepukoita, mistä tehtiin kuutio.”* Haastattelu 5/2007

ja tätä konkreettisuutta käytettiin kaikissa oppiaineissa ja aiheissa.

*”Hmm sitte nää, niinku nyt tässä puhuttiin, ni hyvinkin hyödyllisiä nää havainnollisuus ja kokemuksellisuus. Että ne varsinkin noilla pienemmillä oppilailta, ne auttaa hirveesti tai oikeestaan aihe kun aihe, niin sinne siihen otettiin jotakin näkyvää ja konkreettista, mihin ne sitten yhdisti sen, ihan ite mielti. Ja sitte se oli ihan niinku, ei pelkästään matikassa, vaan ihan joka aineessa.”* Haastattelu 5/2007 ja haastattelu 12/2007

Kuvitteellisella oppitunnillaan Kaarl on oppilaat havainnollistaisivat asioita itselleen ja keksisivät lopulta itse kultaisen leikkauksen suhteen.

*”Kun oppilaat ovat löytäneet ja keksineet homman jujun, he tekisivät siitä matemaattisen esityksen. Minä vain ohjailisin oppilaita hienovaraisesti, antaisin heidän kokeilla ja erehtyä. Antaisin pikku vihjeen ennen kuin kyllästyminen iskee. Lopuksi prosessi käytäisiin läpi ja keskusteltaisiin siitä, jotta oppilaat ymmärtäisivät tehneensä itse keksinnön.”* Kirje 4/2008

Kokemuksellisuuden ja havainnollisuuden piirteet liittyvät Kaarlolla sujuvasti tutkimuksellisuuteen.

## **Tutkimuksellisuus**

Kaarlolla on alun alkaen ollut kiinnostusta erilaisiin laitteisiin ja niiden toimintaperiaatteisiin. Hänelle ei olisikaan mikään vieras asia kytkeä matematiikkaa ja vaikkapa fysiikkaa keskenään.

*”Itseäni ovat sovellustehtävät aina kiehtoneet niiden kouriintuntuvan merkityksellisuuden takia: matematiikan taitoja voi oikeasti tarvita! Matematiikan tunteilla voitaisiin ehkä enemmän harrastaa tutkimista, jossa matematiikan ja fysiikan/kemian rajat hämärtyvät.”* Essee 9/2005

Tutkimuksellisuuteen kuuluvat avoimet tehtävät

*”Kuten edellä mainitsin, pidän tutkimuksellisuudesta. Esimerkiksi avoimet tehtävät saavat oppilaat käyttämään päätään eri tavalla kuin mekaaniset laskut. Aivan heikoimmille oppilaille vaativimmat avoimet ongelmat saattavat olla kauhistus, mutta helpompikin pulma ajaa saman asian: laittaa oppilaat miettimään.”* Essee 12/2006

ja arkipäivän ongelmatehtävät.

*”Että mä mielelläni opetan matematiikkaa ja se on mukavaa, jos saa ne lapset ymmärtämään matematiikkaa ja innostumaan siitä. Ja se on mukavaa silloin, ku löytää ratkasut joihinkin tehtäviin ja sitte oppii vähän soveltamaan sitä. Ja semmosiin ihan arkipäivän asioihin.”* Haastattelu 5/2007

Näiden käyttäminen on Kaarlolle opintojen myötä tullut tutummaksi.

*”[S]anoisin, että just tossa toiminnallisuudessa, semmosessa tutkivassa otteessa [tuntini eroaisivat kolmen vuoden takaisista].”* Haastattelu 12/2007

Harjoitteluissaan hän ei ollut vielä tullut niitä kokeilleeksi.

*”[M]itä mä sen ensimmäisen matikan harjotteluni pidin, ni kyllä sitä jälkeen päin tuli mieleen, että ai niin, ai niin, ett siinä ois ollu muutama hyvä mahdollisuus käyttää. Mutta ei mulla silloin ees jotenki käyny mieleen (nauraa), että siinä on selkee muutos tullu.”* Haastattelu 12/2007

## **Yhteistoiminnallisuus**

Ensimmäiset ajatukset yhteistoiminnallisuudesta tai ryhmätöistä johdattavat Kaarlon kertomaan lisää parityöskentelystä.

*”Ongelmanratkaisu on paljon nopeampaa ja palaute omista harhaanjohtavista ajatuksista pikaista, kun pohtii ongelmaa ääneen yhdessä parin kanssa.”* Essee 9/2005

Matematiikan tunneille tämä työmuoto tuntuisi hänen mielestään sopivan hyvin. Ongelmallista sen sijaan on muodostaa toimivia pareja.

*”Kyllä se [opettaja] varmaan siihen sillä [istumajärjestyksillä] pystyy, sitäkin kyllä varmaan edesauttamaan [...] ehkä sellaset hiljaset, joilla ei o niinku luonnostaan paria, niin ehkä niille sitte löydetään. Niinku tai sillai, että opettaja määrää, että saat tän parin, niin sitte silläkin on pari.”* Haastattelu 12/2005

Varsinainen yhteistoiminnallisuus ei kuitenkaan Kaarlon mukaan tunnu istuvan matematiikan opetukseen.

*”No, en mä tie matikassa, mutta reaaliaineissa käyttäis [yhteistoiminnallisuutta].*

*Päivi: Miks susta tuntu siltä?*

*Mä en oikein keksis semmosia käyttökohteita.”* Haastattelu 12/2005

Kaarlon kokemukset ovat asiantuntijaryhmien käytöstä ja palapelimallista ja ne eivät olleet toimineet toivotulla tavalla,

*”[S]e oli just semmosta ett [...] sitte mentiin niihin pikkuryhmiin ja alettiin siellä, se onnistu ihan hyvin, mutta sitte ku mentiin takasin ja piti opettaa, niin sitte [...] ei kuunnellu yhtään, mitä ne sano ja sitte tuli mun vuoro ja mää pölötin ja muut ei kuunnellu kukaan mitään ja sitt oli [...] taas mentiin seuraava esitys.”*

*Haastattelu 12/2005*

eikä hän jättäisi oppimista sen varaan.

*”[V]aarana tommosissa, missä oppilaat ite opiskelee asian, niinku esimerkiksi yhteistoiminnallisuus, ni että siinä jää sitten aukkoja.”* Haastattelu 5/2007

Tulevaisuudessa hän tuskin käyttäisi sitä matematiikassa,

*”Sen sijaan vierastan yhteistoiminnallisuutta, koska koen sen [opettajan] työmäärään nähden tehottomaksi opetusmetodiksi ja herkäksi epäonnistumaan.”*

*Essee 12/2006*

eikä ole innostunut edes kokeilemaan.

*”[M]ä en tykkää henkilökohtaisesti siitä yhteistoiminnallisuudesta (Päivi nauraa). Se sopii joihinkin aineisiin paljon paremmin kuin matikkaan, mutta mä en tykkää. Ainakaan vielä en oo niinku. Pitäis joskus oikein ottaa ja kokeilla, mutta en oo innostunu.”* Haastattelu 5/2007

*”Mulle sopis justinsä nää toiminnallisuus ja visuaalisuus ja tämmöset sitte taas mä en oo kauheen ihastunu näihin yhteistoiminnallisuuteen.”* Haastattelu 12/2007

Yhteistoiminnallisuus ei siis istu Kaarlon opetusfilosofiaan. Tuntuu lähes mahdottomalta muuttaa tiukassa olevia käsityksiä yhteistoiminnallisuudesta.

### ***Matematiikan kielinäkökulma***

Matematiikan kielikysymys kytkeytyy Kaarlon ajatuksissa ensisijaisesti opettajan työhön ja matemaattisiin merkintöihin.

*”Mielestäni on tärkeää, että opettaja on huolellinen merkinnössään. Jos opettaja jatkuvasti merkitsee suureita tai laskutoimituksia huolimattomasti ja epä johdon-*

*mukaisesti, oppilaista voi tuntua hyvinkin ristiriitaiselta tai hämmäntävältä.”*  
Essee 9/2005

Hän viittaa toistamiseen johdonmukaisuuteen merkinnöissä.

*”[T]ärkeintä on, että se [opettaja] merkkää johdonmukaisesti noi, jos se o joku ihan uus asia oppilaille ja tulee välillä toista ja välillä toista merkintää.”* Haastattelu 12/2005

Kielikysymykseen Kaarlo ei oikeastaan ota muita näkökulmia. Hän on itse tarkka matematiikan kielen kirjoittamisessa ja oikeiden käsitteiden käytössä

*”Olen itse ehkä hieman tarkkaa ihmistyyppiä, joten pidän tärkeänä oikeita merkintöjä ja termejä. Kun matematiikkaa tarkastelee kielenä, pitäisi oppilaiden tulkinnat nivouttaa hyvin matemaattiseen esitystapaan.”* Essee 12/2006

ja haluaisi opettaa oppilaitaan muotoilemaan matemaattista ajatteluaan matematiikan kielelle. Tässä hän kuitenkin tuntuu painottavan kirjoitettua symbolikieltä.

*”Jos kaikki menee hienosti, oppilaat saisivat kokemuksen siitä, että he itse voivat johtaa matematiikkaa ympäröivistä ilmiöistä. Ehkä se innostaisi heitä matematiikan opiskelussa.”* Kirje 4/2008

Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä Kaarlon opetusfilosofiaan sopivat parhaiten toiminnallisuus, havainnollisuus ja tutkimuksellisuus.

*”[T]avallaan se, että mikä musta on tuntunu tärkeeltä, ni se liittyy aika paljo siihen, että mistä mä oon tykänny. Ja tota noin ni, mitä mä oon ite pitäny sitte semmosina mukavina työmuotoina ja varmaan niitä mitä tossa jo juteltiin.”*

Päivi: *Se toiminnallisuus?*

*Niin, tämmönen.*

Päivi: *Ja visuaalisuus?*

*Joo, ja just semmonen tutkiva ote.”* Haastattelu 12/2007

Yhteistoiminnallisuuden hän jättäisi pois.

*”Mulle sopis justinsä nää toiminnallisuus ja visuaalisuus ja tämmöset. Sitte taas mä en oo kauheen ihastunu näihin yhteistoiminnallisuuteen ja (naurahtaa).”*  
Haastattelu 12/2007

Toisen lukuvuoden keväällä Kaarlo haluaisi kuitenkin kehittää opetuksessaan vielä aivan perusasioita.



*”Sitten, kun on sen verran kokemusta, ettei tarvi kiinnittää, laittaa energiaa siihen, niinku näihin rutiineihin. Niin sitten on helpompi taas sitte ottaa vähän semmosta, jotakin uudempaa koke, niinku semmoseen sitte laittaa sitä huomiota, että kokeilla niitä. Vielä vähän tällä hetkellä ni ihan tarpeeks tekemistä siinä, että saa (naurahtaa) tunnin menemään.”* Haastattelu 5/2007

Tutkimuksen päättyessä Kaarlo pohtii matematiikan opetusta ja sitä, miten irralliseksi matematiikan eri osa-alueet tuntuvat jäävän.

*”[A]sioita pidetään jossain määrin hyödyllisinä, vaikka selvää käyttötarkoitusta ei osattaisikaan sanoa. Silti eri osa-alueet jäävät erillisiksi kokonaisuuksiksi ilman yhteyttä toisiinsa. Toivoisin matematiikan opetuksen otteen olevan kokonaisvaltaisuutta korostava ja ongelmanratkaisuun perustuva.”* Kirje 4/2008

Kaarlon näkemyksissä matemaattisten ideoiden kehittäminen edellyttää ryhmissä työskentelyä. Se parantaa ilmapiiriä ja lisää viihtymistä ja toinen toisensa auttamista. Opettajan esittäminen korostuu Kaarlon luokkatyöskentelyssä kolmannen lukuvuoden aikana, mutta hän toivoisi opettajan voivan jättäytyä taaemmalle. Toiminnallisuus on Kaarlon teknologian tutkimista ja käyttämistä, sekä arkielämän kytkemistä opetukseen. Hän on vakuuttunut konkreettisuuden merkityksestä ainakin pienempiä oppilaita opettaessa. Heille on myös välttämätöntä, että opettaja osaa vaihdella opetusmenetelmiään.

Havainnollisuuteen Kaarlo liittää soveltavat esimerkit ja opettajan demonstroinnit. Koska hän on itsekin aina pitänyt tutkimisesta, hän laittaisi mielellään oppilaansa miettimään ja tekemään avoimia tehtäviä. Parityössä ongelmanratkaisu-tehtävät vievät vähemmän aikaa ja virheitäkin huomaa yhdessä helpommin. Kaarlo ei kuitenkaan ole innostunut yhteistoiminnallisuudesta. Se on hänen mielestään tehotonta ja herkkää epäonnistumaan.

Matematiikan kielinäkökulmasta Kaarlo korostaa opettajan matematiikan kieltä ja oppilaiden kirjoitettua kieltä. Hän ohjaisi oppilaitaan kirjoittamaan eksaktia matemaattista tekstiä. Kaarlon opetusfilosofiaa ilmentävät ongelmanratkaisu ja opetuksen kokonaisvaltaisuus. Elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta Kaarlo on tavoittanut siitä keskeisimmän olemuksen ja hänen opetuksessaan toteutuvat tai ainakin toiveissaan esiintyvät jo konstruktivistiset ja osin lähes sosio-konstruktivistiset piirteet.

TAULUKKO 22. Kaarlon kasvuoprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta

	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06	Essee/haastattelu 12/06	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08
<b>Opettajaksi kasvun piirteitä</b>							
<b>Tuleva työtehtävä</b>	Matematiikan opettajaksi		Matematiikan opettajaksi ylikouluun ja ehkä ala- kouluun.		Matematiikan opettajaksi ylikouluun ja ehkä ala- kouluun.		Matematiikan opettajaksi
<b>Käsitys itsestä opettajana</b>	Haluaisin tehdä matema- tiikasta mukaansatem- paavaa.	Tarvitsisin harjoitusta oppiakseni kertomaan asioista jutellen.	Sijausudet eivät ole kovin mielitä yleistä. Opettajan työhön kuuluu paljon muutakin kuin opetusta.	Laitaisin oppilaat istumaan pareittain.	Pienille oppilaille oli pakko keksiä joiain muita kuin opettajajohtoinen työtapo.	Rauhallinen, en kikkaille, tukeuden vielä kirjaan.	Toivon, että oppilaat vois- vat johtaa matemaattikaa ympäryisistä limiöistä. Olen terkka ja osaan yksinker- taistaa asioita.
<b>Käsitys matema- tiikasta</b>	Alakoulussa hauskaa, ylikouluussa puusevaa, lukiossa mielenkiintoista.	Immetelin, että tällaisiakin asioita voidaan laskea.	Matematiikan opintoja on jo paljon, mutta eivät ne aivan hyvin ole menneet.	Avoinet ongelmat laittavat miettämään, mutta ovat haastavia heikoimmille.	Yriopisomatemaattikaa on kahlatu läpi väkisin.	Ehkä katsantokantani on hukan kapea.	Yriopisomatemaattikka ei kosketa koulu matemaattik- kaa, mutta lisää matemaat- tista sivistystä.
<b>Käsitys matemati- kan oppimisesta</b>	Ymmärrän nyt asioiden oppimisen merkityksen tulevalle työelämälle.	Parityössä huomaa nopeammin, jos on mennyt hakoteille.	Oiveltaminen on tärkeää, silloin asat jäävät parem- min mieleen.	Oppilaat näyttävät pitävän perinteisistä opetusmenet- elmistä.	Oppilaat ovat hyvin erilaisia oppijoita.	Toiminnallinen oppiminen tartti mukaan alakouluista.	Kaikki voivat oppia mate- maattikkaa.
<b>Käsitys matemati- kan opettamisesta</b>	Matematiikan tunnit olivat harjoitelluissa tyisimmistä päästä seurata.		Opetuksen tulisi olla innostavaa ja houkuttella pohittamaan. Yksilöllinen apu tarpeen, jotta asiat ymmärretään.	Sisälön ja merkityksen avaaminen oppilaille on tärkeää.	Minulla on hyvä aiheenhal- linta, mutten ole titeen- harjoittaja. Matemaattikassa piää olla rakkautta.	Konkreettisuus ja tutkimuk- sellisuus näkyvät varmasti opetuksessani.	Kokonaisuutena korostavaa ja ongelmanrat- kaisuun perustuvaa.
<b>Käsitys hyvästä opettajasta</b>	Yksikään matematiikan opettaja ei ole jäänyt kouluajollia mieleeni.	Opettajalla tulee olla pedagogisia taitoja. Hän on innostunut ja keksii tunneilleen vaihtelua.	Opettaja auttasi ymmär- tämään.	Opettajan neuvoimisella iso rooli.	Innostonut! Hyvin erilaiset opettajat voivat olla hyviä matematiikan opettajia.	Ottaa oppilaita huomioon, innostava, oma persoonalli- suus on tärkeä.	Innostonut, kokeileva, pitää opettamisesta ja on oma itsensä.
<b>Käsitys hyvästä opetuksesta</b>			Palautteella on iso merkitys.	Pienemmillä oppilaille on helppompaa keksiä elämäyk- sellisiä vinkkejä.	Huomioi monenlaiset oppijat. Oppilaat viihtyvät, kun opettaja viihtyy.		Käytännönlähtöisiä, oppilai- den arkielämää lähellä.

## *Tuleva työtehtävä*

Kaarlon kasvuprosessille on ominaista pysyvyys. Hän on opintojen alussa halunnut suuntautua matematiikan aineenopettajaksi ja tämä suunnitelma pitää loppuun asti. Hän toivoo kuitenkin, että opettajana saisi matematiikan tuntumaan mukaansatempaavalta ja raikkaalta. Kun Kaarlon taulukkoa tutkii lähemmin, siinä näkyy kokonaisvaltaisuus, jolla hän työhön suhtautuu. Käsitykset matematiikasta ja sen oppimisesta ja opettamisesta kietoutuvat toisiinsa selkeämmin kuin muilla tutkittavilla. Ehkä tämä johtuu siitä, että Kaarlo on niukkasanaisempi ja kiteyttää asioita.

## *Käsitys itsestä opettajana*

Kaarlo kuvaa itse itseään opettajana melko rauhalliseksi, ehkä jopa hiukan perinteiseksi.

*”No tavallaan mä en oo oikeestaan yrittäny mitään kauheita kikkailuja, että semmonen, mikä on ollu mulle luontasta, että mä on vaan tehny, opettanu niinku mikä tulee itestä. Se on vissiin on semmonen aika rauhallinen tyyli ja tuntuu jotenki siltä, että sitä on kauheen hankala muuttaaki näin, niinku äkkiseltään, eikä se välttämättä o hyvä, että tekee eri tavalla, mikä ois itelle luontasta. [...] [M]ää pyrin siihen, että se tilanne ois rauhallinen ja yrittäisin omalta puoleltani tuoda asiat selkeesti esille ja sillai, että ne sais kysyä tarvittaessa sitte [...] siinä varmaan ne peruspalaset.”* Haastattelu 12/2007

Matematiikan opetuksessa hänen mielestään olisi kuitenkin tärkeää, että esimerkit olisivat oppilaiden maailmasta

*”Haluaisin, että matematiikan opiskelu olisi käytännönläheisempää niiltä osin, jotka tarkoitukseen hyvin soveltuvat. Ongelmatehtävien tulisi koskettaa oppilaiden arkielämää. [...] Toivoisin matematiikan opetuksen otteen olevan kokonaisvaltaisuutta korostava ja ongelmanratkaisuun perustuva.”* Kirje 4/2008

ja opettajan innostuneisuus tarttuu aina.

*”Eräs keino on varmasti oma asenne opettamiseen, opettajan innostuneisuus tarttuu oppilaisiin. Jos opettajalla on kivaa, ei oppilaillakaan varmaan ikävää ole. Toinen keino voisi olla tehdä aina välillä jotain hauskoja matematiikan tehtäviä tai kokeiluja eikä paahtaa aina klassisella tyylillä; kotitehtävien tarkistus – uusi asia – tehtävien laskeminen.”* Kirje 4/2008

*”Hieno tunti voisi olla sellainen, jolla oppilaat ottaisivat aktiivisen roolin opiskelussa ja oppimisessa. Opettajan tehtäväksi jäisi ohjeistaa, tarvittaessa auttaa ja ohjata prosessia. Oppilaat voisivat tutustua ongelmaan käytännön kautta ja edetä siitä matemaattiseen teoriaan. [...] Jos kaikki menee hienosti, oppilaat saisivat kokemuksen siitä, että he itse voivat johtaa matematiikkaa ympäröivistä ilmiöistä. Ehkä se innostaisi heitä matematiikan opiskelussa.”* Kirje 4/2008

Oman kehityksensä opettajana hän huomaa käytännössä. Siellä se todellisuudessa lopulta testataankin.

*”[S]itte just toi konkreettinen edistys – ni varmaan just se luokkatoiminta, että ei sitä opi kuitenkaan täällä luennoilla ja vaikka ois kuinka didaktiikkaa, niin ei sitä silti silti niin opi, ilman sitä että tekee.”* Haastattelu 5/2007

## Käsitys matematiikasta

Matematiikka on Kaarlolle ollut vaihdellen hauskaa ja mielenkiintoista tai kuivaa ja vieraannuttavaa.

*”Matematiikan opetus oli koko kouluajanani hyvin perinteistä: ensin käsitelään teoria ja sitten lasketaan tehtäviä. En muista mitään erikoista opetustapaa. Eroa oli lähinnä vain sillä, käyttikö opettaja taulua vai kalvoa. Minusta se oli silti ihan toimiva tapa, enkä osaa juuri nyt keksiä, mitä olisi pitänyt tehdä eri tavalla. Muistan, että tunneilla oli kivaa laskea, jos oli oppinut laskutavan hyvin. Pidän myös sanallisista tehtävistä, joissa sovellettiin matematiikkaa käytännön elämän ongelmiin. [...] Koin matematiikan ala-asteella hauskana, yläasteella puisevana ja lukiossa mielenkiintoisena. Ylästeaika oli muutenkin hankalaa minulle, eikä opettajamme ollut mikään mielenkiinnon herättämisen mestari.”* Essee 9/2005

*”Ja sitte joku vuosi, jotkut ne tehtävät oli jo sinänsä jo mielenkiintoisia, että ai jaa, ett tämmösiäkin, tämmösen asiankin pystyy laskemaan.”* Haastattelu 12/2005

Yliopistomatematiikasta hän totetaa:

*”Oon mää nyt tehny niitä [matematiikan kursseja], tehny niitä kans vähän. Suurin piirtein neljäkymmentä [opintopistettä] [...] ne nyt ei oo maailman parhaiten menny.”* Haastattelu 5/2006

*”Ja mitä matematiikka merkitsee minulle, no [...] se oli sillain, että alakoulussa matikka oli mukavaa, yläkoulussa ei ehkä niin mukavaa ja sitt lukiossa se oli taas mukavaa ja täällä sitt ei niin mukavaa (nauretaan).”* Haastattelu 5/2007

*”[M]ä en ois lähteny sille pohjalle, että mä lukisin matikkaa pääaineena ja sitte tekisin noi, vaan tää on ollu ehattomasti mulle hyvä ratkasu ja ehkä myös niinku laajempi näköala. Ja vähän joskus ärsyttää, ku kaikki pitää niinku matikan opiskelijana. Että monialasissa sanotaan aina, että ”te matikistit”. Kaikki pitää niinku, että matikka, matikka, matikka. Mä luen matikkaa yhtä paljon, ku vaikka tietotekniikkaa, ettei se sinänsä. Se, kyllä se tulee olemaan niinku se pääasiallinen aine varmasti, mitä mä opetan, mutta mutta en mää oo mikään matemaatikko. Ehkä se on ihan hyvä. Mä nään sen sinänsä vahvuutena vielä peruskoulun puolella, että opettaja ei oo semmonen, niinku oikeen tieteen harjoittaja, vaan ett se ois sillai. Pitää olla hyvä aineenhallinta ja mun mielestä se on niinku perusasteella ihan riittävä tää, mitä meillä tulee, niin ehkä sillä sitten säilyy siihen vielä vä-*

*hän erilainen, ku semmonen tieteellinen näkemys. Että sitte, ku se ruvetaan kattoon matemaatikon silmin, niin se on muitten mielestä aika masentavan (Päivi naurahtaa) ykstoikkosta, vaikka se on niitten matemaatikkojen mielestä erittäin mielenkiintoista. Ni, ni jos siihen vähän semmosta raikkautta saisi vielä kuitenkin niille lapsille.” Haastattelu 5/2007*

Kaarlo ei kuitenkaan koe omaa aineenhallintaansa puutteelliseksi,

*”Oman yläkoulukokemukseni mukaan minun ei tarvitse hävetä matematiikan aineenhallintaani. Lisäksi suurin osa yliopiston matematiikan kursseista ei kosketa juuri lainkaan yläkoulun oppisisältöjä, vaikka ne matemaattista sivistystä lisäävätkin.” Kirje 4/2008*

eikä hänen opiskelukokemuksensa ole muuttaneet käsitystä matematiikan tärkeydestä.

*”Matematiikka on tärkeä oppiaine, joka opettaa arkielämän välttämättömien taitojen lisäksi loogista ajattelua ja ongelmanratkaisua. Matematiikan taitoja tarvitaan lähes kaikissa ammateissa. Ilman matematiikan osaamista on vaikea pärjätä nyky-yhteiskunnassa. [...] Olen kuitenkin vakuuttunut, että kaikki voivat oppia matematiikkaa. Kaikista ei tarvitse tulla matemaatikoita, mutta kaikki pystyvät oppimaan sen verran matematiikkaa, että pärjäävät siltä osin elämässään.” Kirje 4/2008*

## **Käsitys matematiikan oppimisesta**

Käsitys matematiikan oppimisesta on ensimmäisen lukuvuoden aikana Kaarlomien kokemusten varassa,

*”Ajattelen myös opiskelusta itsessään nykyään eri tavalla, vaikka se ei ulospäin käytännön asioissa näkyisikään. Ymmärrän asioiden oppimisen merkityksen tullevaisuuden työelämän tarpeiden kannalta, kun ennen ajattelin opintosuoritusten olevan riittävä opiskelun päämäärä.” Essee 9/2005*

*”Kyllä mä aattelen, että se oppiminen on justiinsa semmosta, kun muodostaa itelleen niitä merkityksiä. Että jos se vaan aattelee, että luenpa tästä tämän ja opettelen tuon, kyllä ne mulla ainakin on unohtunu kaikki. Sitte jos se on tullu itelle tärkeeks tai semmoseks oivalentamiseksi, kyllä ne muistaa heti paljon paremmin.” Haastattelu 5/2006*

hänet yllättää se, että ensimmäisen kerran matematiikka ei sujukaan itsestään.

*”Se oli ihan mukava saada ne [matematiikan] tehtävät sillai, että sai ratkaistua, [...] ei se ollu kauheen hankalaa sillai, että koko ajan pysy kärryillä. Ja sitt, ku tuli uus asia niin se tuli siihen vanhan pohjalle sitte. [...] [N]yt sitä monesti miettii, ku*

*jos ei oo vaikka käyny luennoilla niin ei sitä osaa ollenkaan. [O]on miettiny, että onkohan mulla nyt samalla tavalla, ku niillä oli silloin kouluaikana, jotka ei sillon ollu mukana kauheesti.” Haastattelu 12/2005*

Perinteinen, opettajajohtoinen opetus istuu vielä vahvassa sekä koulussa, että yliopisto-opiskelijoiden keskuudessa. Se tuntuu opiskelijoista turvalliselta.

*”[E]ttei sen puoleen, sitten ne yläkoulussa varsinkin, ne tykkäs semmosesta perinteisestä opetuksesta, onkohan ne niin tottunu sitten siihen.” Haastattelu 5/2007*

*”Nyt yliopistossa törmää kouluaikoja enemmän [...] opettajiin, jotka yrittävät saada opiskelijat itse hakemaan tietoa ja itse perehtymään syvemmälle asiaan. Se ei aina miellytä opiskelijoita, koska se on vaivalloista. Jostain kumman syystä opiskelijat tuntuvat pitävän perinteisistä opetusmetodeista, jotka edustavat vanhanaikaisia oppimiskäsityksiä ja joista tulevia opettajia pyritään paimentamaan eroon.” Essee 12/2006*

Toisen lukuvuoden jälkeen Kaarlo miettii oppimista vielä enemmän oppilaiden kannalta. Oppilaiden keskinäiset erot oppijoina ehkä vähän hämmästyttävät.

*”[N]e on niin erilaisia ne oppilaat, että jotkut tarvii vielä semmosta, että sä meet niitten kans viä jutteleen erikseen ja näyttään, että näin tää menikin ja jotkut taas oppii heti siitä [opetuksesta].” Haastattelu 5/2007*

Monialaisten opintojen vaikutus näkyy siinä, että lasten tapa oppia on toiminnallisempi. Kaarlo on kuitenkin valmis käyttämään toiminnallisempia menetelmiä myös ylempillä luokilla.

*”No nyt oisin valmiimpi kyllä, että näille [alakoululaisille] oli niinku pakko keksiä jotakin. Ei ne jaksanu semmosta perinteistä aineenopettajalähtöistä opetusta.” Haastattelu 5/2007*

*”No mä en oo sen [alakouluharjoittelun] jälkeen vielä sitte taas yläkoulun puolella ollu, mutta voisin kuvitella, että [se] on hyvinkin tuonu erilaista näkökulmaa just siihen, enemmän tämmöseen toiminnalliseen suuntaan. Se oli sillä puolen hirveen tärkeetä, että niillä aina riitti jotakin tekemistä. Eihän ne jaksanu istua paikoillaan (Päivi naurahtaa) [...] [M]ä toivon sitä, ett se siirtyy, varmaan mukavampia matikan tunteja muutenki niille oppilaille sitte vanhemmillekin.” Haastattelu 12/2007*

### ***Käsitys matematiikan opettamisesta***

Kaaron käsitys matematiikan opettamisesta muuttuu koulutuksen aikana kokonaisvaltaisempaan suuntaan. Ensimmäinen kouluun tutustuminen antoi tähän syäyksen

*”Matematiikan tunnit ovat sieltä tylsimmästä päästä seurata, sillä esimerkiksi reaaliaineiden tunneilla oli hauska kuunnella opettajan ja oppilaiden välistä jutte-  
lua. Varsinkin, kun oppilaat alkoivat laskea tehtäviä, aloin itse laskea minuutteja  
välituntiin.”* Essee 9/2005

ja Kaarlo jäi jo silloin pohtimaan, miten itse opettaisi matematiikkaa.

*”En osaa sanoa, miten haluaisin opettaa matematiikkaa. Ei sen tarvitsisi olla kui-  
vaa ja tylsää, mutta en tiedä vielä, miten tekisin siitä mielenkiintoista tai jopa  
mukaansatempaavaa. Ei onnistuisi vielä, en tiedä onnistuuko valmiina maiste-  
rinakaan. Toivottavasti sitä aina jotakin pientä tarttuisi mukaan sieltä täältä.”*  
Essee 9/2005

Hyvältä opetukselta hän vaatisi vuorovaikutusta,

*”[M]utta sitte sitä huomaa, että ei näin voi – tarttis pystyä enemmän sillai jutte-  
levästi. [...] [S]iinä tarvitaan niinku niitä pedagogisia taitoja ja muuta semmosta,  
niin on se niinku eri asia se, ett vaikka sää oot innostunu ja vaan puhut jotakin,  
niin se, että oot innostunut ja vielä keksit jotakin vähän erikoisempaa tai joskus  
jotakin vaihtelua.”* Haastattelu 12/2005

ja yksilöllisempää ohjausta.

*”Siis sillai, ett ne jotenkin innostuis näkemään se asian semmosena ratkaisukei-  
nona monenlaisiin ongelmiin. [...] [M]onesti mitä ihmiset sanoo, että no meidän  
matikan opettaja oli vaan semmonen, että se vaan selitti ne asiat, eikä yhtään eh-  
tiny ymmärtään mitään ja kunhan meni eteenpäin. Niin jos siihen pystyis puuttu-  
maan sillai, että jokaiselle pystyis antaa semmosen avun siihen ymmärtämiseen  
niin silloinhan se ois jo eteenpäin.”* Haastattelu 5/2006

Palautteen merkityksen hän on kokenut tärkeäksi itse kantapään kautta omassa yli-  
opisto-opinnoissaan.

*”Olisi kiva saada palautetta kirjatenttien kirjoista. Lukemalla oppii, muttei oi-  
keastaan kauaa muista, kirjoittamalla muistaa paremmin ja palautteen jälkeen  
oppii paremmin.”* Haastattelu 5/2006

## **Käsitykset hyvästä opettajasta ja hyvästä opetuksesta**

Hyvän opettajan tulisi olla persoonallinen,

*”Topakka täti, joka joka niinku käytti haukkumasanoja (nauretaan) mutta tota  
kyllä kaikki sitte tiesi sen, ettei se niinku pahaa tarkota sillä. Mutta tota noin ni  
aika räiskyyvä persoona. Mutta ehkä ne matikan opettajat on semmosia vähän ta-*

*sasempia ja ja ainekin on vähän rauhallisempi, eikä niin tunteita herättävä (Päivi naurahtaa) kuin jotkut muut.”* Haastattelu 5/2007

mutta persoonallisuksiakin on monenlaisia.

*”Toiset ovat ”rempseitä säheltäjiä”, toiset rauhallisia. Ja silti oppilaat oppivat. Ehkä sitä on saanut rohkaisua sille, että uskaltaa olla oma itsensä eikä ahda itseään mihinkään muottiin. Omalla persoonalla pitäisi uskaltaa tehdä töitä, niin sekä itsellä että oppilailta olisi mukavampi olla luokassa.”* Kirje 4/2008

*”No millanen on hyvä matematiikan opettaja mun mielestä, siihen ei oo mitään semmosta ykselitteistä kaavaa. Että niin moni, tai niin erilaiset opettajat, on hyviä matikanopettajia ja mulla ei itellä oo koskaan ollu niinku semmosta ittelläni, semmosta oikeen hyvää matikanopettajaa, mihin mä olisin niinku, mitä mä oisin ihaillu. [...] Ehkä se, että jos ite viihtyy työssä, ni silloin ne oppilaatkin viihtyy siellä luokassa.”* Haastattelu 5/2007

Hyvä matematiikan opetus voisi Kaarlon mukaan olla elämyksellistä, mutta miten sen toteuttaisi onkin toinen asia.

*”Päällimmäiseksi jäi ehkä sellainen tunne, että mitä pienempiä oppilaita, sitä helpompaa on keksiä elämyksellisiä virikkeitä. Ehkä se on myös tarpeellisinta pienimmille. Muilla didaktiikan kursseilla on myös puhuttu toiminnallisuudesta ja havainnollisuudesta matematiikassa, mutta suurin osa ilmaan heitetystä ideoisista elävöittää matematiikan tuntia on ollut lähestulkoon käyttökelvottomia.”* Essee 12/2006

Kaarlon opettajaksi kasvu erottuu hyvin hänen käsitysten muuttumisena. Hän kuvailee itseään vielä puolivälissä seurantatutkimusta melko perinteiseksi opettajaksi, mutta viimeiset pohdinnat kertovat jo toisenlaisesta opettajasta. Kaarlolle näyttää jäävän opetusfilosofian osaksi ripaus toiminnallisuutta, tutkimuksellisuutta ja raikautta. Hän kuitenkin myöntää, että opettamaan oppii vasta opettamalla. Käsitys matematiikasta säilyy myönteisenä, ongelmaratkaisua ja loogisuutta painottavana, eikä hän huolehdi aineenhallintansa riittävydestä. Se on hänen mukaansa riittävä. Ehkä käsityksiin matematiikasta lukeutuu myös ajatus sen välineellisestä merkityksestä, arjessa selviämisen matematiikasta.

Käsitykset matematiikan oppimisesta ja opettamisesta osoittavat, että Kaarlo on omaksunut opinnoissa painotetun näkemyksen oppimisen ja opetuksen muuttumisesta konstruktivistisemmaksi tai sosiokonstruktivistisemmaksi. Hän ihmettelee, miten opiskelijat koulussa ja jopa yliopistossa ovatkin niin kovin konservatiivisia ja odottavat perinteisiä opetusmenetelmiä. Kaarlon oppimisen filosofiaan liittyy myös toiminnallisuus, joka hänen mielestään lisää oppilaitten viihtyvyyttä ja keskittymistä. Matematiikan opetuksessa Kaarlo näkee keskeiseksi vuorovaikutuksen ja yksi-



öllisen ohjauksen ja hän toivoisi voivansa tehdä matematiikan opiskelusta jokaiselle mielenkiintoista. Hyvä opetus on hänen mielestään persoonallista ja elämyksellistä, mutta miten sen toteuttaa, se onkin Kaarlon mielestä haaste.

## 20 Karoliinan tarina ja analyysi

### *Alku*

Miksi haluan opettamaan yläkouluun matematiikkaa? Mikä siinä voi viehättää? Matematiikkahan on valtaväestön mielestä joko tylsää tai turhaa, ja lisäksi yläkoulun oppilaat koetaan pahimmaksi ikäluokaksi. Ehkä se on juuri siinä. Haaste saada pahimmassa murrosiässä olevat kapinalliset nuoret innostumaan ”ei-tästä-oo-mitään-hyötyä” -oppiaineesta. Tai ylipäätensä haaste selittää tätä joillekin niin vaikeaa kieltä omalla tavallaan, yrittää tehdä siitä jotenkin loogista ja yrittää kertoa oppikirjan teoria uudella tavalla oppilaalle. Siitä mahdollisesti seuraava opettamisen ja oppilaan oppimisen nautinnollisuus viehättää minua. Melko moni nuori ajattelee, että ei näitä laskuja tarvitse tehdä, kun onhan olemassa laskin. Jos olen kaupassa, niin kyllä siellä joku kone laskee hinnat. Matematiikka ei ole koulussa tarpeeksi käytännöllistä ja siitä saadaan sellainen kuva, että ei sitä pysty hyödyntämään.

Olen alakoulusta asti nauttinut ”opettamisesta”: joko olen opettanut luokkalaisilleni asioita, joita he ovat pitäneet käsittämättöminä ja outoina tai auttanut pikkuveljeäni hahmottamaan matematiikan hienouksia. Kaikki muut ovat kyllä sanoneet, että ”eihän se ole sulle sopivaa, se on ihan liian helppoo, sun täytyy mennä johonkin niinku vaativampaan juttuun”. Lukion jälkeen halusin hakea luokanopettajakoulutukseen, mutta muutto tuolle opiskelupaikkakunnalle ei olisi elämäntilanteen takia onnistunut. Hain siis toiseen yliopistoon matematiikkaa opiskelemaan. Kävin ensimmäisen opiskeluvuoden aikana yh-

Yläkouluikäisten opettaminen on haaste.

Matematiikan opettaminen yläkoulussa on haaste.

Muut odottavat minun valitsevan jonkin vaativamman ammatin kuin opettajan työn.

den kasvatustieteen kurssin ja päätin, että haluan vaihtaa tähän koulutusohjelmaan sanoivat muut mitä tahansa.

Aloitin peruskoulun 1990-luvun alkupuolella Etelä-Suomessa pikkuisessa koulussa, joka oli oikein kunnan homekoulu. Sitä tutkittiin koko se aika, kun opiskelin siellä, mutta ei sille mitään tehty. Myöhemmin se on kyllä jo mennyt remonttiin ja suljettukin osaksi. En tiedä, mikä siinä ajassa viehätti. Suurin osa opettajista oli mielestäni aika kyseenalaisia ja pidin vain muutamista.

Koko alakouluajan olin luokkani paras oppilas ja se aiheutti jatkuvasti kiusaamista. En kuitenkaan luovuttanut. Onneksi äiti aina rohkaisi minua olemaan oma itseni. En siis tiedä, miksi haluaisin alakouluun takaisin? Ehkä haluaisin puuttua juuri siihen kiusaamiseenkin.

Ei ollut helppoa olla hyvä oppilas. Muistan, kuinka meitä oli pieni ryhmä oppilaita päässyt käymään jossain tutustumiskäynnillä normaalin oppitunnin aikana ja sillä omalla tunnilla oli silloin käyty joku asia, jota ei ollut kirjassa, mutta joka tuli kokeeseen. Meille poissaolleille ei sanottu siitä yhtään mitään ja sitten se oli siellä kokeessa. Se ikään kuin palkkioksi saatu tutustumiskäynti kääntyikin ”rangaistukseksi”. Eihän alakoulussa voi olettaa, että pienet oppilaat selvittävät itse, mitä tunnilla oli käsitelty. Olisihan opettaja voinut ottaa sen huomioon arvioinnissaakin, mikäli olisi halunnut. Usein kävi myös niin, että opettajat ajattelivat, ettei hyvää oppilasta tarvitse kehua onnistumisesta. En olisi halunnutkaan kehuja koko luokan kuullen, se olisi herättänyt vain ikäviä puheita, mutta henkilökohtaisesti olisin toivonut palautetta. Oli sellaisia ikäviäkin opettajia, jotka kategorisoivat selvästi hyvät oppilaat. Näille annettiin eri tehtäviä. Joskus opettajasta näki heti, keistä oppilaista hän piti ja keistä ei, ja se kyllä näkyi myös arvosanoissa. Se vain pahensi ilmapiiriä. Helposti minut myös laitettiin työskentelemään kuukaudeksi tai jopa pidemmäksi ajaksi sellaisiin ryhmiin, joissa oli ongelmaoppilaita. Välillä kyllä nautinkin siitä, että

Aloitin matematiikan opinnot, mutta halusinkin vaihtaa pääaineekseni kasvatustieteen.

Alakouluni oli pieni homekoulu.

Olin luokkani paras oppilas ja muut kiusasivat minua siitä.

Haluaisin ehkäistä koulukiusaamista työssäni.

Oli vaikeaa olla hyvä oppilas.

Opettajat odottivat minulta paljon.

Opettajat olivat välinpitämättömiä.

Opettajat ajattelivat, ettei hyviä oppilaita tarvitse kiittää.

Joillakin opettajilla oli tapana ottaa hyvät oppilaat suosikeikseen.

Jouduin usein auttamaan niitä, joilla oli oppimisvaikeuksia.

sain heidät mukaan työskentelyyn. Osasin auttaa ja siinä sivussa kehuakin ja sain heidät oikeasti innostumaan.

Yläkouluun mentäessä en halunnut kouluun, johon kaikki muut lähtivät. Halusin pois, paikkaan, jossa kukaan ei tunne minua ja tiedä, millainen olen koulussa. Äkkiä se kuitenkin kävi selväksi. Numeroita annettiin ehkä vähän helpommin ja sitten se taas alkoi. "No niin, sä sait taas jonkun kympin!" Vähän nälvimistä, mutta seassa vähän sellaista kunnioitustakin ja jotkut huonommat oppilaat tulivat usein kysymään neuvojakin. Ehkä haluan yläkouluun opettajaksi, koska yläkoulusta minulla on henkilökohtaisesti kaikista huonoimmat muistot ja kokemukset matematiikasta ja muistakin aineista. Haluaisin toimia erilailla kuin minun opettajani. Yläkoulun matematiikan opetuksesta ei suoraan sanottuna jäänyt yhtään mitään käteen. Tuskin yhdelläkään tunnilla kuuntelin opettajan opetusta, joka eteni liian hitaasti tai tylsästi kirjaa kopioiden tai koko opettaminen jäi vähemmälle, kun kurinpitoon meni suurin osa ajasta.

Matematiikka olikin aika lailla omatoimista opiskelua, eikä tarjonnut kovinkaan paljon haasteita. Päällimmäiseksi jäi tunne siitä, että opettaja oli turha. Tunnit olivat karanneet käsistä: meidän luokkalaiset pojat sotkivat opettajan hameen vesiväreillä ja joku kiinnitti purkkaa hänen hiuksiinsa.

Lisäksi minua ärsytti se, että oppilaat jaoteltiin hyviin ja huonoihin; hyviä suosittiin ja muita vähäteltiin. Opettajan tehtävä olisi mielestäni kuitenkin kannustaa ja kehittää jokaista oppilasta.

Lukioon halusin taas johonkin uuteen paikkaan ja muutin yksin asumaan toiseen kaupunkiin. Se oli rankkaa, mutta myös hienoa. Sain päättää itse kaikista asioista ja lukioajasta olenkin nauttinut kaikista eniten. Yritin taas saada niitä parhaita numeroita, mutta en siksi, että kaikki opettajat odottaisivat sitä, vaan enemmänkin itseni takia. Ehkä pikkuisen hellitin niistä aineista, jotka eivät niin kiinnostaneet. Lukioajoiltani

Huomasin osaavani kannustaa ja auttaa.

Yläkoulussa olin edelleen hyvä koulussa, mutta nyt minulta myös kysyttiin apua.

Yläkoulun matematiikan opetuksesta erityisesti ei jäänyt mitään käteen.

Matematiikka oli omatoimista opiskelua.

Luokkamme oli kamala.

Oppilaat jaettiin yläkoulussa vieläkin selkeämmin hyviin ja huonoihin.

Muutin toiseen kaupunkiin lukioon. Asuin yksin. Nautin lukioajoista.

Hellitin hiukan aineista, joista en niin pitänyt, mutta tavoitelin silti parhaita numeroita.

muistan erään matematiikan opettajan. Hän mumisi taululle, eikä edes katsonut luokkaan. En ymmärtänyt mitään siitä selostuksesta, ja luin sieltä kirjasta itsekseni. Muut olivat jo luovuttaneet, eivätkä viitsineet käydä edes tunneilla. Loput matematiikan kurssit pitikin sitten loistava, vanhempi opettaja. Ehkä hänen olisi jo pitänyt jäädä eläkkeelle, mutta hän oli uskomaton, lueteli neliöjuuria jostain kuusinumeroisista luvuista ja osasi kaikki laskut ulkoa molemmista suunnista. Pidin hänen tunteistaan valtavasti.

Molemmat äidinkielen opettajatkin olivat tosi kivoja. He antoivat pitkiä kirjallisia palautteita ja kannustivat muutenkin. He olivat kiinnostuneita opiskelijoiden mielipiteistä ja kaikkia kohtaan tasapuolisia. Vieraiden kielten opettajat enemmänkin huomioivat, ketkä ovat niitä hyviä oppilaita ja ketkä huonoja. Matematiikan ensimmäisen kurssin piti rehtori. Hän aloitti tunnit sanomalla ”te, jotka istutte siellä takarivissä, voitte lähteä saman tien”. Ryhmänohjaajamme opetti uskontoa ja filosofiaa. Kun hän oli nähnyt yläkoulun todistukseni, niin sain melko suoraan sen perusteella myös uskonnon ja filosofian numeronikin. Se oli tosi ärsyttävää. Filosofian kokeessakin tiesin vastanneeni muutamaan kohtaan väärin. Jaksotodistuksia jakaessaan hän kuittaili, että ”kiva rivistö”. Olihan se sellainen yleinen viitsi, että todistuksessani oli pääasiassa nollia ja ykkösiä.

Pidin matematiikassa omien rajojeni kokeilemisesta, haasteista. Yleensä opettajat eivät viitsi kuluttaa aikaa, ainakaan yläkoulussa, pohtiakseen oppilaiden ratkaisuja.

On olemassa vain yksi ainoa ratkaisu ja jos tehtävä oli tehty jotenkin eri tavalla, se poikkeuksetta pyyhittiin taululta pois ja opettaja teki sen niin kuin oli itse ajatellut. Jos sitä opettajan tapaa ei sitten ymmärtänytäkään, jäi ihan tyhjän päälle ja luuli, että se oma tapa oli väärä. Eikä se aina ollut. Toinen läheinen aine oli käsityöt, jossa sai luovasti kokeilla kaikennäköistä.

Lukiossa kivoimmaksi nousi äidinkieli. Oli hienoa kirjoittaa esseitä ja analyysjä. Halusin

Eräs lukion matematiikan opettajista teki minuun vaikutuksen.

Äidinkielestä tuli yksi lempiai-neistani.

Todistuksessani oli nollia ja ykkösiä ja siihen suhtauduttiin nyt humoristisemmin.

Pidin matematiikassa omien rajojeni kokeilemisestä.

Käsityötunneilla sain purkaa luovuuttani.

kirjoittaa analysoivasti ja kriittisesti. Ja se monipuolinen palaute vielä kannusti lisää.

Olen usein miettinyt, miksi matematiikkaan tulee tällainen suorittamisen ongelma. Lasketaan, lasketaan ja lasketaan vaan, kunhan nopeasti saadaan laskut tehtyä ja päästään pois tunnilta. Eivätkä oppilaatkaan näe, ettei kehitys ole välttämättä riippuvainen siitä, kuinka monta tehtävää tekee. Paljon tärkeämpää on jos jää pohtimaan niitä asioita ja selvittää itselleen, mistä on kyse. Kun haastattelin kaveriani, joka ei ole hyvä matematiikassa, hän muisteli, että opettajat lähes poikkeuksetta kopioivat kirjaa taululle selittämättä asioita maalaisjärjellä tai edes selvällä suomenkielellä. Hänen mielestään huono oppilas ei ymmärrä sanakaan määritelmistä, jos opettaja ei koskaan hahmottele asiaa konkreettisesti useista eri näkökulmista. Jos oppilas ”pakotetaan” ratkaisemaan tehtäviä vain tietyn mallin mukaisesti, ei hän välttämättä koskaan todella ymmärrä ideaa ratkaisutavan takana.

Voi, kunpa opettajat uskaltaisivat tehdä sellaista, missä he eivät oikeasti ole hyviä. Se toisi oppilaat eri tavalla mukaan opetukseen. Oppilaisista on hauskaa, että opettaja tekee jotain sellaista, mitä hän ei osaa.

### *Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen*

Ensimmäisenä lukuvuonna kasvatustieteen puolella pääsin paljon opettamaan ja mieleen on jäänyt monia mukavia muistoja. Ekaluokkalaisten kanssa laitoimme numeroita järjestykseen. Piirsin taululle ison ’suurempi kuin’ -merkin ja pyysin kahta vapaaehtoista luokan eteen. Annoimme oppilaille luvun ja sitten muut saivat pistää heidät oikeille puolille merkkiä. ”Kumman se lintu haluaa syödä?” Oppilaat olivat innoissaan. Sitten vaikeutettiin tehtävää ja otettiin neljä numeroa ja kolme merkkiä. Oppilaat saivat itse päättää, mitä lukuja he olivat. Muut joutuivat pitämään miellessään, mitä lukua kukin oppilas edusti ja sitten järjestämään heidät. Se onnistui hyvin.

Toinen hauska tehtävä oli, kun kirjoitin kak-

Pidän valtavasti analyttisestä kirjoittamisesta.

Matematiikassa on mielestäni tärkeämpi pohtia kuin vain mekaanisesti laskea.

Opettajan pitäisi osata heittäytyä ja ottaa riskejä.

Olen opettanut paljon.

Ekaluokkalaiset innostuvat niin helposti.

sinumeroisia lukuja taululle ja oppilaitten piti sanoa, montako kymmentä ja montako ykköstä luvuissa oli.

En oikeastaan ollut kuin päivän tai kaksi viikossa yliopistolla. Suurin osa töistä oli itsenäisiä tehtäviä ja niinpä olinkin monta viikkoa sijaisena. Yllätyin iloisesti. Olin ajatellut, että yläkoulussa oppilaat ovat ihan hirveitä ja minulle oli ihan shokki, kun näin ei ollutkaan.

Oppilaat olivatkin kilttejä ja kivoja ja paljon hiljaisempiakin kuin luulin.

Toisen opiskeluvuoden syksyllä kasvatustieteen puolella lähdin harjoitteluun alakouluun. Aikaisemmin olin ajatellut, että hienoa, nyt pääsen alakouluun. Uusi yllätys oli, että se oli loppujen lopuksi aivan yhtä raskasta tai siis eri tavalla raskasta. Joka puolelta sateli miljoona kysymystä, ”opettaja, opettaja”. Ja kohta toinen kysyy saman uudestaan ja sitten kolmas ja neljäs. Eikä voi hermostua. Sellaista ei ole koskaan yläkoulussa.

Sijaisena on mukava olla. Ei tarvitse vetää ylitiukkaa linjaa, vaan voi pitää hauskempiakin tunteja. Oma opettaja luultavasti käy kuitenkin uudestaan läpi kaikki asiat, kun ei luota siihen, että niitä olisi käyty kunnolla. En siis häviä siinä mitään. Joskus koulun käytänteistä tulee ristiriitatilanteita. En oikein tiedä, pitäisikö antaa jälki-istuntoa ja onko minulla oikeasti valtaa siihen. Tilanteet tulevat niin yllättäen, eikä aina tiedä miten toimia.

Muistan hauskan tapauksen, kun erään luokan oppilaat kertoivat: ”Me kuultiin yhdeltä opettajalta, että sulla oli sekin aine kymppi ja se kymppi ja oliko sulla niinku kaikki aineet kympejä?” Sain heille nauraen, että ei se, että on matematiikassa hyvä, välttämättä tarkoita sitä, että ei voisi olla missään muussa hyvä. ”Mutta oliko sulla liikuntakin kymppi?” he jatkoivat. ”Luiks sä vaan kaikki illat yläkoulussa?” ”Miks sä oot sitt täällä opettajana, sähän pääsisit mihin tahansa?” Kerroin heille, että ”no, kun tää on kivaa”. Se taisi tulla pommina ja oppilaat menivät ihan hiljaisiksi. Muistan, että itselläkin oli vahvasti sellainen kuva

Yläkoulun oppilaat yllättivät minut myönteisesti.

Huomasin, että luokanopettajan haasteet ovat aivan toisenlaisia kuin aineenopettajan.

Sijaisena saatoinkin pitää hauskoja tunteja.

Koulun käytänteet eivät vain kovin äkkiä tule tutuiksi.

Yllätin oppilaani yläkoulussa, kun kerroin heille pitäväni opettamisesta ja tulevani mielelläni sijaiseksi.

yläkoulussa, että opettajat eivät pidä työstään ja ovat koulussa vain pakosta. Jos opettaja varsinkin sanoo, että ”tää on niin hauskaa, tää opettaminen”, niin se yllättää kaikki. Ehkä oppilaat ovat tottuneet kuulemaan pikemminkin sellaista, että ”no niin, vielä täytyy olla teidän kanssa täällä kymmenen minuuttia ja sitten pääsen kotiin”.

Kyllä tähän vuoteen on mahtunut myös paljon kasvua opettajaksi. Äitini työskentelee opetuslalla ja hänen kanssaan olemme keskustelleet paljon. Hän yrittää pudottaa minua maan pinnalle, mutta minun mielestäni opettajan pitää pysyä huomioimaan erilaisia oppilaita. Huomasin, että yhden päivän aikana ekaluokkalaisistakin sai aika hyvän kuvan ja päivän päätteeksi tiesi jo hiukan millainen kukakin oli. Uskon, että voisin huomioida sitä myös opetuksessani.

Monet luennotkin ovat herättäneet ajatuksia, joista olemme sitten antoisasti väitelleet kotona isän kanssa. Eräänkin kurssin nimikkeestä kuvittelin, että en ikinä jaksa lukea tenttikirjoja läpi, mutta luentojen jälkeen aihe alkoi kiinnostaa. Kasvatustieteestä innostuu vain lisää ja lisää, eikä opiskeleminen ole vain kurssikirjojen suorittamista.

Esseitä olen kirjoittanut useita. Tuntui, että kaikki kysyvät samoja asioita joka kurssilla, kunnes sain kirjoitettavakseni mediakriittisyydestä ja se vei mukanaan. Olin toivonut, että näissä opinnoissa syntyisi keskustelua kesken luennonkin, eikä se olisi vain hiljaista kopioimista. Onneksi olin oikeassa.

Koulumaailma on vienyt minut selvästi mukanaan. Huomaan, että lukiessani sanomalehtiä kiinnitän paljon enemmän huomiota kouluun liittyviin aiheisiin ja Opettajalehdestä luen artikkeleita, jotka liittyvät luennoilla käsiteltyihin asioihin.

Meillä on tänä vuonna ollut yliopistolla geometriaa opettajille. Siellä tutkitaan ja piirretään ja se on paljon mielekkäämpää. Olemme miettineet, voisiko sellaista olla enemmän oppilaillekin. Se kehittäisi eri tavalla matemaattisia taitoja. Poh-

Olen käynyt mielenkiintoisia koulukeskusteluja äidin kanssa.

Ja myös isän kanssa.

Olen kirjoittanut paljon ja jotkin aiheet vievät mukanaan.

Opinnot ovat yllättäneet vuorovaikutteisuuksellaan.

Seuraan kouluun liittyvää kirjoittelua lehdistä.

Nautin itse tutkivasta matematiikan opiskelusta, haluaisin kokeilla sitä koulussakin.



dimme tylsistyisivätkö hyvät oppilaat tällaiseen työskentelyyn.

Heikommat oppilaat saattaisivat ainakin yllättyä iloisesti, kun työskentely ei olisikaan sitä tavallista matematiikkaa. Mielestäni sain niistä luennoista paljon kaikenlaisia ajatuksia päähäni ja uskoisin, että niin kävisi tunneilla myös hyvälle oppilaille. Tietotekniikan käyttäminen geometriassa on myös toimiva idea. Kolmiulotteiset kappaleet kuten dodekaedrit hahmottaa tietokoneen näytöllä aivan eri tavalla.

Jotkin asiat opinnoissa ovat vähän harmittaneet. Aina tieto ei kulje, missä pitäisi olla ja mitä pitäisi tehdä. Ohjeita ja neuvoja kaipaisi enemmän. Toisaalta, kun ryhmämme ei ole liian kiinteä, jokainen tekee omia valintojaan eikä kulje vain joukon mukana. Itsekin olen tehnyt muun muassa erityispedagogiikan perusopintoja.

Syksyllä ajattelin, että luokanopettajan ammatti on se mihin haluan. Tämä vuoden kokemuksia rikkaampana lähtisinkin yläkouluun. Sieltä voisi jatkaa sitten lukioonkin, kunhan teen tarpeeksi matematiikan opintoja. Nautin siitä, että voin opiskella näitä asioita ei vain alakouluikäisiä varten, vaan myös yläkoulua varten.

### *Toinen lukuvuosi ja tarinoita koulusta*

Tänä lukuvuonna en ole säästynyt pettymyksiltä. Mietin, ketä varten opettajat oikein tekevät työtään. Oppilaita kävi sääliksi. Eihän tässä auta mikään tutkimuksellisuus eikä mikään, miten matematiikkaa opettaa, jos opettajat asennoituvat niin, että hakevat vain virheitä. Eräässä 9-luokan kokeessa oppilaiden oli pitänyt piirtää suorakulmainen särmiö kavaljeeriperspektiivissä. Opettaja ei ollut suostunut lainaamaan piirtokolmiota, jos oppilas oli hukannut tai unohtanut kotiin 7-luokalla saamansa kolmion. Koetta palauttaesani huomasin, ettei kaikilla ollut ollut piirtokolmiota ja he olivat epätarkkuuksien takia saaneet yhden pisteen kahdeksasta.

Ja se harppi, jonka koulusta saa, siinä on sellainen pieni piikki, eikä sillä saa piirrettyä kunnan

Tietotekniikka auttaa joissakin matematiikan osa-alueissa.

Opinnoissa harmittaa, että tieto kulkee huonosti.

On hyvä, että jokainen voi tehdä omia valintojaan opintojen suhteen.

Minusta taitaa tulla matematiikan opettaja.

Opettajat hakevat vain virheitä.

Välineet ja muut materiaalit eivät tue oppimista.

ympyrää ja kirjan kuvissa pitäisi mitata kulmia, muttei piirtokolmio mahdu sivulle missään asennossa. Eikä kirjoihin saa tehdä mitään merkintöjä. Voi, kunpa saisi antaa oppilaille jättiharvit ja viedä heidät liikuntasaliin piirtämään ympyröitä. Siinä saisi kunnolla liikkua ja se olisi aivan toista, kun piirtää vihkoon tai piirtoheitinkalvolle.

Tuossa samaisessa koulussa matematiikan opettajat eivät halunneet mitään uutta. Olisin halunnut opettaa yhden asian eri tavoin kuin se oli kirjassa, mutta muut opettajat olivat vastaan 'mitään muita tapoja ei hyväksytä'. Olisipa minulla rohkeutta uskaltaa toimia omalla tavallani kaikesta huolimatta! Voi, kun saisi oman koulun ja sinne sellaiset opettajat, ettei kukaan pilaisi oppilaitten oppimista!

Koulun todellisuus yllätti myös muilla tavoin. Samassa ryhmässä oli niin monentasoisia oppilaita, että piti puhua ikään kuin kahdella kielellä, toisille piti puhua 'hassuista suorista ja käppyröistä'. Jotkut oppilaat olivat yksinkertaisesti päättäneet, etteivät ymmärrä matematiikkaa. Luulen, että sillä on paljon tekemistä sen kanssa, olivatko he oppineet jo alakoulussa siihen, että vain oikealla vastauksella ja täydellisellä suorituksella on väliä, ei yrittämisellä. Olen sitä mieltä, että ilmapiirillä on valtava merkitys. Jos oppilaat tulevat tunnille niin, etteivät halua sieltä saman tien pois, heillä on mahdollisuus oppia jotakin. Eräs oppilas sanoi kerran kysyttyäni häneltä ratkaisua, että 'en mä jaksu selittää, et sä kumminkaan kuuntele'. Mä sanoin, että 'eiku, käydään se taululla läpi ja selitä tai kerro, mitä sä oot ajatellu'. Kun hän tajusi sen, että tehtävän voi tehdä hänenkin tavallaan, koko asennoituminen muuttui.

Oli tärkeää huomata, miten erilaisia luokat voivat olla. Liikuntaluokkien kanssa oli helppo ottaa pelejä ja kilpailuja, mutta toisessa ryhmässä oppilaat totesivat heti 'eihän tässä oo mitään järkeä'.

Tänä lukuvuonna olen kokenut kehittyneeni opettajana. Kun joku tunti menee pieleen tai hyvin, niin sen pohtiminen kehittää. Ei se, että

Haluaisin opettaa elämyksellisemmin.

Kollegat eivät anna tilaa tehdä työtä niin kuin itse haluaisin.

Oppilaitten väliset suuret erot hämmensivät.

Oppilailla oli pinttyneitä negatiivisia asenteita matematiikkaa ja sen oppimista kohtaan.

Opettajat eivät kuuntele oppilaita, eivätkä ole kiinnostuneita heidän tavoistaan ratkaista tehtäviä.

Eri ryhmät olivat aivan erilaisia keskenään. Jotkin työmenetelmät sopivat toisille, toisille taas eivät.

vain opettaa ja opettaa kehittää välttämättä mitään, mutta kun miettii, mikä meni niin kuin meni, niin samalla muokkaa ajatusmaailmaansa. Ja toisten opettajien kokemusten kuunteleminen eri kursseilla ja opettajahuoneissa pistää miettimään. Samalla peilaa omia ajatuksiaan. Koulutuksessa on paljon kiinni siitä, miten itse asennoituu siihen. Jos haluaa kehittyä, on tehtävä sen eteen myös työtä.

Huomasin harjoittelussa, että jotkut harjoittelijat tuntuivat toivovan, että luokan oma opettaja on läsnä tunnilla pitämässä ryhmää työssä. Itse olisin halunnut olla luokassa yksin. Ohjaava opettaja olisi voinut katsoa sitten tunnin vaikka videolta. Alakouluharjoittelussa ei niinkään ollut näin, siellä sain olla aivan itseni, mutta yläkouluharjoittelusta mietin, että tällaista opettamisen muka pitäisi olla. Tuntui, että sain paljon enemmän irti sijaisuusistakin.

Opettajana olen kannustava ja kärsivällinen. Tuntuu, että vastaan ainakin jossain määrin ominaisuuksiltani niitä ominaisuuksia, joita vaaditaan hyvältä matematiikan opettajalta jo melko luonnostaan. Luulen, että vaikka lukisin matematiikasta laudaturin, se tuskin muuttaisi opetustani mitenkään, mutta kasvatustieteen opinnot sen sijaan vaikuttaisivat paljonkin. Opettajan työssä oppilaat ovat tärkeintä. He ovat hauskoja, sellaisia valopilkkuja. Toinen itselleni merkittävä asia on opettajan työn luovuus.

Tänä vuonna olen kokenut oman itsekriittisyyteni väsyttävänä. Tässäkin asiassa mokasin, ei minusta taida tulla sittenkään hyvää opettajaa. Toisaalta en vie sitä luokkaan mukana niin, että vaatisin samaa oppilailta kuin mitä vaadin itseltäni. Pohdin tarkkaan, mitä sanon oppilaille, ehkä turhankin tarkkaan, mutta huomioin herkästi erilaisia luokan tunnelmia. Tutkimuksessani kysyin oppilailta, kokevatko he että opettajat välittävät heistä. Yllätyin, kun osa oppilaista vastasi, että melkein kaikki opettajat tuntuvat välittävän ja sitten taas joku saman luokan oppilas vastasi, ettei kukaan välitä. Ymmärsin sen, että kaikki

Olen käyttänyt paljon aikaa pohtimalla omia tuntejani, onnistumisia ja epäonnistumisia, sekä kuunnellut muita opettajia.

Koen jo selviäväni itse luokassa.

Toivoisin voivani tehdä harjoitustunneista itseni näköisiä.

Olen opettajana kannustava ja kärsivällinen.

Kasvatustieteet ovat kehittäneet minua työssä.

Oppilaat ovat työn valopilkku.

Opettajan työ on luovaa.

Olen välillä armoton itseäni kohtaan.

Toisaalta aistin herkästi luokan tunnelmia.

Olen kasvanut katsomaan omaa kouluaikaani uusin silmin.

mitä itse olen kokenut kouluaikana on ollut vain oma kokemukseni. Muut ovat voineet kokea asiat aivan eri tavoin.

*Kolmas lukuvuosi ja siivet alkavat jo kantaa*

Nyt luokan edessä on helpompi tai luontevampi olla. Tietää, että osaa lukea oppilaita paremmin ja käydä keskustelua. Tunnistaa, missä vaiheessa kannattaa kysyä ja missä vaiheessa kannattaa ehkä vaan selittää itse. Nyt on hoksannut, miten saa oppilaat kiinni tilanteeseen ja jos käy jonkun helpottavan esimerkin taululla läpi niin on huomannut, että sitten on vielä pakko käydä ihan sama useankin oppilaan kanssa yksitellen läpi. Ennen katsoi, mikä on opetettava asia ja toimi jotenkin kaavamaisesti, mutta kuitenkin mahdollisimman selkeästi. Nyt miettii, voisinko opettaa sen jotenkin eri tavalla. Keksisinkö uusia juttuja, jotka helpottaisivat asian ymmärtämistä. Väkisinkin haluaa kokeilla jotain sellaista, mitä ei ole kokeillut ennen.

Tänä vuonna on herännyt ajatus että ehkä minusta tuleekin alakoulun opettaja. Alakoulun harjoittelu oli niin kiva: ne oppilaat ihania ja opettajat mukavia ja auttavaisia. Kohdalleni on sattunut, että niissä yläkouluissa, joissa olen ollut, opettajat ovat olleet jotenkin inhottavia toisilleen ja jos menee sinne sijaiseksi, ei kukaan vahingosakaan neuvo. Saa pärjätä itsekseen.

Alakoulun puolella sitä odottaa innolla, että saisi oman luokkatilan ja saisi laittaa sinne kaikkea sellaista omaa, eikä tarvitsisi hyppiä luokasta toiseen. Ja ne oppilaat kiintyy niin nopeasti. Olin kuukauden siellä alakoulussa ja jo siinä vaiheessa ne sano, että 'tuu takasin' että 'tuuthan sä joka päivä moikkaan meitä'. Se suhde, joka niitten oppilaitten ja opettajien välille muodostuu, on niin antoisa juttu.

Tällä viikolla soitettiin ja pyydettiin sijaiseksi. Olin valmistellut tuntia hiukan. Sain oppilaille, että 'ottakaas tavarat esille' ja he vastasivat, että 'ei meillä oo mitään kirjoja, meidän opettaja opettaa ihan vaan jostain ja me kirjoitetaan vih-

Osaan lukea oppilaita.

Osaan rakentaa tuntia.

Kehitän työtäni koko ajan.

Olen kokeilunhaluinen.

Ehkä minusta tuleekin luokanopettaja.

Luokanopettajayhteisöissä on mukava ilmapiiri.

Saisin oman luokkatilan ja omia tavaroita sinne.

koon'. En tiedä huijasivatko he minua ja olivatko kenties yhdessä sopineet, ettei heillä muka ole kirjaa. No, ensin ajattelin vähän, että 'apua, mitä mä teen nää kaks tuntia', mutta sitten sanoin, että 'näyttäkääs mitä te ootte kirjottanu'. Se oli ihan kaoottinen tunti. Olin valmistautunut, mutta oppilaat kiukuttelivat 'ei meillä opeteta tällä tavalla' ja 'et sä voi ees opettaa, koska sulla ei oo niitä muistiinpanoja, mitä sillä opettajalla on oikeesti' ja 'ei täss oo mitään järkee ku ett sä voi vaikuttaa meidän numeroon, me voidaan käyttäytyä täällä ihan miten tahansa'. Tämä oli vähän negatiivinen esimerkki, mutta kertoo sijaisena toimimisen haasteista. Viime viikolla opetin 8-luokkalaisille fysiikkaa. Tunnin aiheena oli energia. Edellisenä iltana suunnittelin, mitä kirjoitan taululle, mutta tunnilla mieleeni juolahti, että oppilaat varmaan tylsistyvät kirjoittamiseen ja päädyin piirtämään tikku-ukkoja. Kävin asian tarinan kautta piirsin kaikkeneköisiä kuvia: jänöjusseja, jotka söivät kukkia ja sitten energia siirtyy sitä kautta. Se toimi hyvin. Piirrettiin ja samalla oli kauhean helppo selittää. Kun kyselin oppilailta tunnin kuluessa, huomasin, että asia oli ymmärretty melko hyvin.

Monialaiset opinnot ovat muokanneet minua paljon. Monesta oppiaineesta on tullut sellainen oppilaan kasvamisen kannalta tärkeä. Joskus ajattelin, ettei historialla ole niin väliä tai elämäntiedolla. Koko aine oli itselle vieras. Nyt ajattelen eri tavoin ja tiedän millaista näiden aineiden opetuksen pitäisi olla. On helpompi linkittää aineita toisiinsa ja sitä on koulutuksen aikana mietittykin.

Lukioon ja ylioppilaskirjoituksiin asti opiskelu oli itselleni pelkkää suorittamista. Tietyt aineet olivat kivoja, mutta tärkeintä oli kuitenkin saada hyvä numero. Yliopistossa, opettajapuolella, pääasiaksi opiskelussa on tullut se, että opiskelen ja luen sellaisia asioita, jotka minua aidosti kiinnostavat.

Itselleni on ollut hyvin tärkeää, että näiden koulutusvuosien aikana omat mielipiteeni ja aja-

Opettajan ja oppilaiden välille syntyy alakoulussa lämmin suhde.

Olen saanut kokea sijaisena toimimisen vaikeuksia.

Oppilaat jumittuvat helposti rutiineihin.

Sijaisena en saa vastuuta oppimisesta.

Fysiikan tunnilla piirsin jänöjusseja ja kerroin tarinaa.

Oppilaat pitivät tarinoista ja tuntuivat oppivan.

Monialaisissa opinnoissa olen oppinut arvostamaan kaikkia kouluaineita ja näen mahdollisuuksia niiden integrointiin.

Olen oppinut opiskelemaan itseäni varten.

tukseni ovat vahvistuneet. Uskallan olla muiden kanssa eri mieltä ja kyseenalaistaa asioita. Koen, että suhtautumiseni ja asenteeni erilaisiin kasvatuksellisiin kysymyksiin on kehittynyt persoonalliseksi ja vahvaksi, niin että haluan ja pystyn tuomaan myös tulevaisuudessa koulussa omat näkemykseni esille. Tässä kasvussa tärkeimmiksi ovat muodostuneet erilaiset esseiden kirjoittamiset. Varsinkin sellaiset kurssit, joihin on kuulunut luentoja, kirjallisuutta, mahdollisesti tutustuminen johonkin oppilaitokseen, ja sitten näiden pohjalta refleктоivan tekstin tuottaminen, ovat olleet kaikista hyödyllisimpiä ja mielekkäimpiä.

En voi myöskään olla kertomatta, että tähän tutkimukseen osallistuminen on ollut yksi tärkeimmistä asioista opettajankoulutuksen aikana. On joutunut ja päässyt pohtimaan kysymyksiä, jotka määrittävät hyvin pitkälti sitä, millainen opettaja minusta tulee ja millainen opettaja haluaisin minusta tulevan. Tärkeää on ollut myös se, ettei ajatuksia ole vain laitettu ylös vaan niistä on keskusteltu ja niiden takana olevia käsityksiä purettu.

Koen kasvaneeni enemmänkin opettajaksi kuin erityisesti matematiikan opettajaksi. Toisaalta, kun matematiikka on itsellä vahva, niin se näkyy myös sen opetuksessa. Olen tehnyt paljon matematiikan opettajien sijaisuuksia ja nämä molemmat puolet ovat vahvistuneet. Toisaalta se, että on opettanut matematiikkaa, on samalla kasvattanut sitä perusopettajuutta. Toivoisin tulevaisuudessa voivani opettaa yhtenäiskoulussa, sellaisessa toimivassa yhtenäiskoulussa, jossa alaja yläkoulua ei ole vain ängetty samaan rakennukseen.

Peruskoulussa läpikäytävä matematiikka on itselläni hyvin hallussa, eikä mikään osa-alue ole epävarmalla pohjalla. Tämä näkyy siinä, etten juurikaan käytä oppikirjan esimerkkejä, vaan hahmotan jo pelkän otsikon perusteella, mitkä asiat kannattaa käydä läpi, mitä asioita pitää painottaa ja mitkä asiat tuottavat ongelmia. Hyvä aineenhallinta mahdollistaa sen, että pystyn opet-

Koulutuksen aikana omat mielipiteeni ja ajatukseni ovat vahvistuneet.

Olen kehittynyt itseni näköiseksi opettajaksi.

Tukena ovat olleet kirjoittaminen, tutustumiset eri kouluihin, refleктоiminen ja tähän tutkimukseen osallistuminen.

On ollut aikaa pohtia ja puhua ääneen.

Olen kasvanut opettajaksi, en niinkään matematiikan opettajaksi.

Haluaisin yhtenäiskoulun opettajaksi.

Aineenhallintani on vahva.

Rakennan tunnin itse, enkä tukeudu kirjaan.

tamaan käsiteltävän asian varsin vapaasti, omin sanoin ja esimerkein. Pystyn myös näkemään, mitkä asiat ovat esimerkiksi heikoimpien oppilaiden kannalta sellaisia, joihin ei kannata tuhlata aikaa.

Erityisesti kuluvan lukuvuoden aikana mieleeni on jäänyt eräs poika. Hän ei oikeastaan tehnyt yhtään mitään tunnilla ja kun tulin sijaiseksi, en oikeastaan edes muista, että millä tavalla vähän niin kuin vitsailin hänelle, että ”koetas tänään tehdä toi ensimmäinen tehtävä, kyllä sä varmaan sen saat tehtyä”. Ehdotin vieruskaveria kisaamaan, että kumpi heistä saa ennemmin tehtyä ja vaivihkaa pakotin heidät laskemaan. Tällä pojalla oli varmaan kutonen matematiikassa, eikä hän tehnyt yhtään mitään ellei ollut pakko. Kuunteli vain musiikkia ja otti repusta sipsejä. Jouluun mennessä hänen koenumeronsa eivät kauheasti parantuneet, mutta hän teki siellä tunneilla töitä jo ilman että koko aika pakotin ja pyysi neuvoja. Pikkuhiljaa huomasin, että hän alkoi pitää tavasta, jolla opetin. Pitkän ajan päästä olin taas sijaisena tällä samalla luokalla. Poika tuli etupenkkiin istumaan ja kun menin ensimmäisen kerran siitä ohi, katsoin hänen vihkoaan ja hän oli tehnyt koko aukeaman tehtävät. Vitsailin hänelle, että ”mikäs suhun on menny” ja hän naurahti ”no, tässä nyt täytyy vähä matikkaa laskea”. Hän oli aivan erilainen kuin aikaisemmin. En tiedä oliko hän innostunut matematiikasta vai laskiko vain mielikseni, mutta jotenkin hän oli päässyt koulunkäyntiin sisälle. Kuulin myöhemmin, että keväällä luokkaan tarvittiin taas sijaista ja poika oli heti kysynyt ”tuleehan Karoliina, Karoliina oli just huippu”. Opettaja oli sanonut, että ”varmaan saatte jonkun pätevän, kun Karoliinalla on vielä opinnot kesken”. Poika oli vastannut ”ei-i, ei-i mitään pätevää, káske se Karoliina tänne näin”.

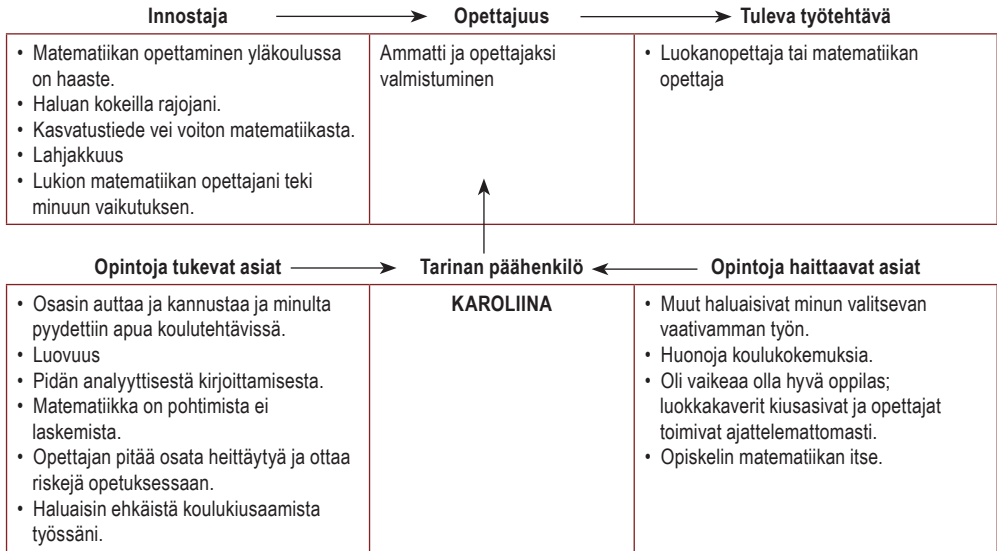
Tunnistan ne kohdat, joissa oppilailla saattaa olla vaikeuksia.

Lämmin huumori ja ystävällisyys tukevat tehokkaasti opetusta.

Kilpailun käyttäminenkin sopii joillekin oppilaille.

Oppimisen asenteiden muuttaminen positiiviseksi on mahdollista.

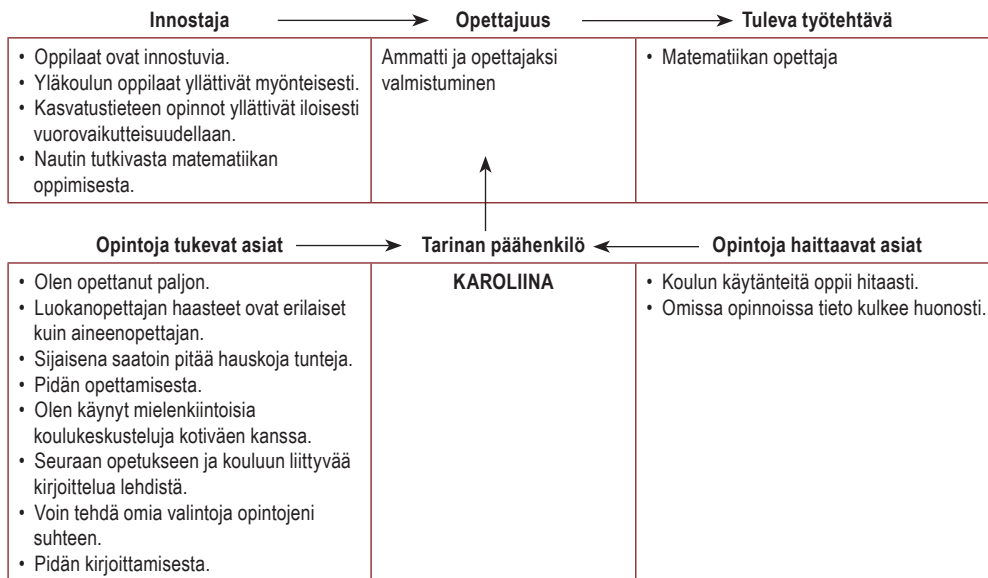
Olen saanut kokea, miltä tuntuu olla pidetty opettaja.



**KUVIO 31.** Karoliinan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin opintojen alkaessa syksyllä 2005

Karoliina pitää haasteista ja ensimmäistä lukuvuotta leimaakin toisaalta tulevat haasteet ja toisaalta haasteettomuus. Yläkoulun opettajana selviäminen on haaste, mutta Karoliinalta odotetaan lahjakkaana opiskelijana vaativan ammatin valitsemista ja hän on tottunut itsekin odottamaan itseltään paljon. Koulukokemukset ajavat Karoliinaa opettajaksi osin myös siksi, että hän haluaisi toimia toisin kuin hänen opettajansa. Tärkeiksi opettajaksi kasvun näkökulmiksi muodostuvat luovuus ja heittäytymiskyky. Karoliinalla on kumpaakin, mutta lisäksi hän on analyttinen ja pohdiskeleva. Matematiikassa nämä ominaisuudet kiehtovatkin Karoliinaa. Kun on itse joutunut lahjakkuuden vuoksi kohdelluksi epätasapuolisesti sekä opettajien, että oppilaitten taholta, Karoliina haluaa olla ehdottoman tasapuolinen ja ehkäistä koulukiusaamista kaikin mahdollisin keinoin. Esteenä opettajaksi kasvulle voivatkin olla negatiiviset koulukokemukset, kovat vaatimukset ja se tosiasia, ettei Karoliina itse olisi tarvinnut opettajia lainkaan, koska hän osasi opiskella asiat itsekin kirjoista.

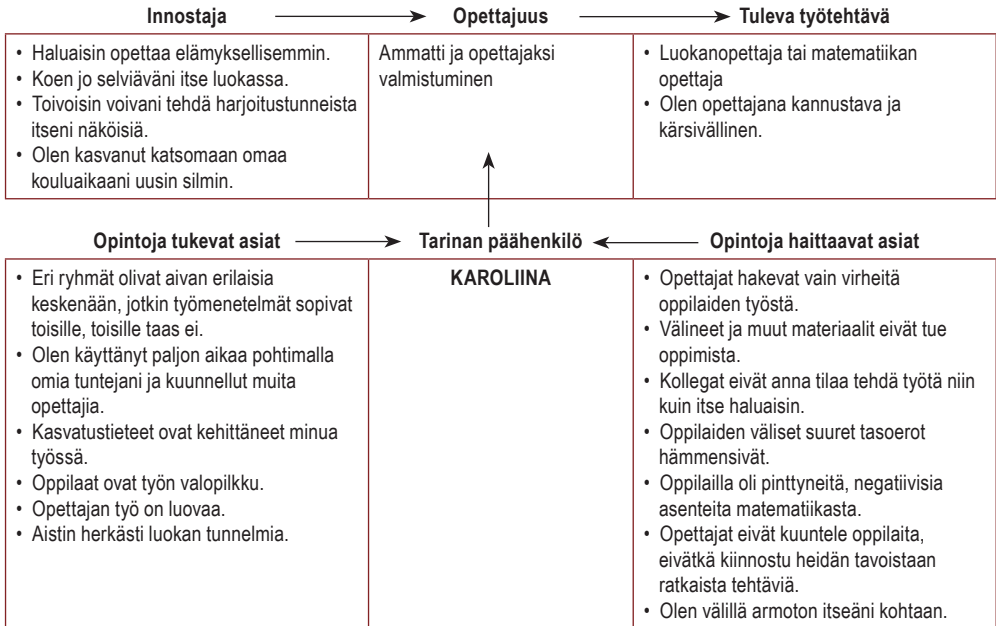




**KUVIO 32.** Karoliinan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin ensimmäisen lukuvuoden jälkeen keväällä 2006

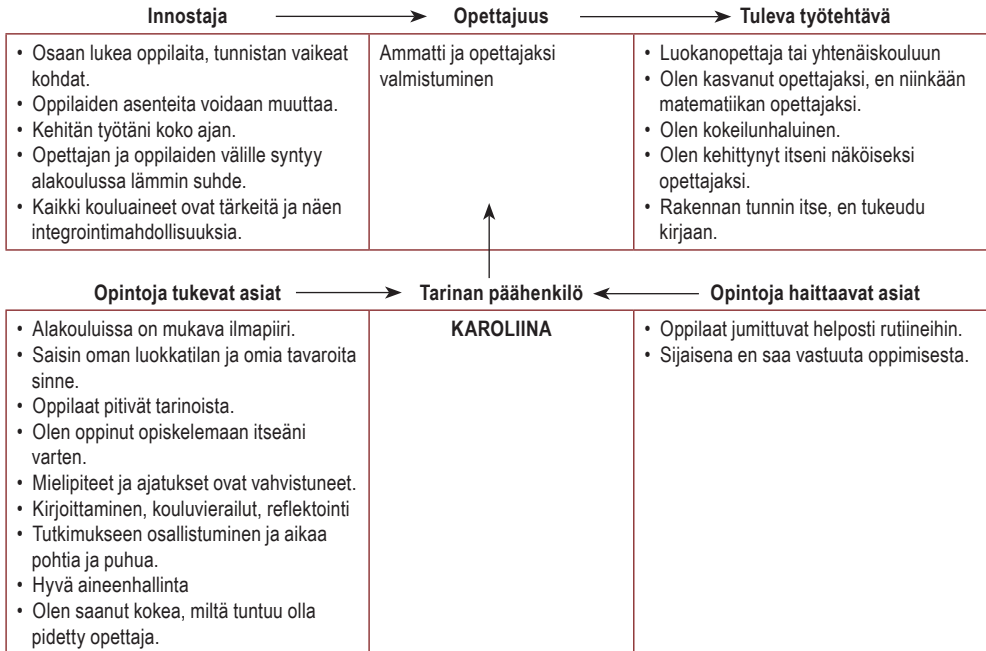
Ensimmäisen lukuvuoden jälkeen Karoliinan ammatinvalinta tuntuu selvältä. Hänestä tulee matematiikan aineenopettaja. Kokemukset yläkoulusta ovat yllättäneet hänet myönteisesti ja hän on saanut lukuisia hauskoja opetuskokemuksia. Karoliinan opettajaksi kasvulle on tyypillistä, että siihen vaikuttaa eniten hän itse. Hän reflektoi työtään, keskustelee opettamisesta mielellään, nauttii kirjoittamisesta ja seuraa opetukseen ja kouluun liittyviä keskusteluja mediasta. Hän ottaa sijaisuuksista irti mahdollisuuden pitää erilaisia oppitunteja ja toteaa lakonisesti, että opettaja opettaa samat asiat kuitenkin uudestaan. Karoliinalle tuntuu sopivan tutkiva matematiikan oppiminen, mikä on vakuuttanut häntä muokkaamaan omia työskentelymenetelmiäänkin. Kasvuprosessia tukee myös Karoliinan huomio siitä, että hän voi tehdä omia itsenäisiä ratkaisujaan opintojensa suhteen ja muokata tulevaa opettajan ammatti-identiteettiään haluamaansa suuntaan.

Kasvuprosessia estäviksi asioiksi saattavat nousta opintoihin liittyvät käytänteet, jotka harmittavat Karoliinaa. Hän on järjestelmällinen ja suunnitelmallinen, eikä pidä siitä, ettei saa tietää tulevista opinnoista tarpeeksi aikaisin. Toinen kasvun kannalta haittaava piirre on koulujen työskentelykulttuurit. Opettajan työhön kuuluu paljon käytänteitä, joista Karoliina huomaa saavansa hitaasti selvyyttä.



**KUVIO 33.** Karoliinan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimalliin toisen vuoden jälkeen keväällä 2007

Toista lukuvuotta Karoliinan opettajaksi kasvun prosessissa kuvaa sana ehdottomuus. Hän pyrkii kehittämään opetustaan ja reflektoi vanhoja koulumuistojaan ja näkeekin niitä jo uusin silmin. Hän kehittää tarmokkaasti työtapojaan ja herkkyyttä havaita luokan tapahtumia. Hän pitää oppilaista ja opettajan työn luovuudesta, mutta varjopuoleksi nousevat jämähtäneet koulu- ja luokkakulttuurit. Kollegat toimivat epäoikeudenmukaisesti ja epäjohtonmukaisesti, he eivät anna uuden opettajan toimia eri tavoin, eivätkä halua oppilaittensaakaan ideoivan uusia ratkaisutapoja. Oppilaat ovat konservatiivisia ja heillä on pinttyneitä negatiivisia asenteita matematiikkaa kohtaan. Välineet ja materiaalit eivät tue luovia, oppimista tukevia ratkaisuja. Karoliina odottaa paljon työltä ja työyhteisöltä, mutta uupumiseen saakka myös itseltään.



**KUVIO 34.** Karoliinan narratiivi sijoitettuna Greimasin aktanttimaliin kolmannen lukuvuoden jälkeen keväällä 2008

Kolmannen lukuvuoden päättyessä Karoliina on löytänyt itsensä opettajana ja hänen tarinoissaan kulkee uudenlainen harmonia. Erityisesti monialaisten opintojen alakouluharjoittelu on tukenut opettajaksi kasvua. Lämmin ilmapiiri kollegojen ja oppilaitten kesken osoittautuu tärkeäksi. Karoliina näkee itsensä vahvemmin yhtenäiskoulun opettajana tai peräti luokanopettajana. Hän osaa kuvailla itseään kokeilunhaluiseksi ja itsensä näköiseksi, mutta myös itsenäiseksi opettajaksi. Hän osaa jättää muiden mielipiteet syrjään ja opiskelee itseään varten. Karoliina on tarvinnut kasvunsa välineiksi tilaa pohtia ja kirjoittaa, mutta merkittäviä ovat olleet myös kokemukset siitä, että hän voi muuttaa oppilaittensa asenteita ja miltä tuntuu olla pidetty opettaja. Matematiikan opettajuutta ajatellen Karoliinan opettajaksi kasvua tukee hänen erinomainen aineenhallintansa. Sen vaikutus Karoliinan työtapoihin ja itsenäisiin ratkaisuihin on merkittävä.

TAULUKKO 23. Karoliinan kasvuprosessin kuvaus elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta

	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Essee/haastattelu 12/06, omassa opetuksessa tai oppimisessa	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08, kuvitteellinen oppituntini
<b>Elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteitä</b>							
<b>Vuorovaikutteellisuus</b>	Matemaattisen ajattelun purkaminen sanoksiksi erilaisissa vuorovaikutuksissa.	Erilaisista ratkaisutavoista keskusteleminen.	Parityöskentely ja juttelun merkitys.	Kysymyksiä tehneitä tahansa, pöytäkirjan oppilaita puhumaan ääneen.	Kuuntelen ja arvostan oppilaitten mielipiteitä.	Kyseen paljon ja selvittelen samalla, mitä oppilaat muistavat tai ovat ymmärtäneet asiasta. Kierrän luokassa ja harvoin tunnit ovat hiljaisia.	Tehtäisiin ryhmissä, keskustelutaisiin ja mietittäisiin yhdessä.
<b>Kokemuksellisuus</b>	Kytkeyty tutkimuksellisuuteen ja konkretisointiin.	Sellaiset tehtävät eivät kiinnosta, joissa vain tekemisen vuoksi kokellaan.	Leikit ja toimintamateriaalit.	Aito mahdollisuus kokeilla.	Matematiikka liittyy vahvasti todellisuuteen.	Lähdän liikkeelle tarinasta. Kytken matematiikkaa oppilaita läheisiin asioihin. Kokemuksellisuus voi olla myös kokemuksia ilman konkreettisia välineitä.	Piirretään ympyröitä voimistelussa tai ulkona. Oppilaat muodostavat kaksi kädessä säteen ja ulommainen oppilas puodottaa tasaisesti syntyville kehälle esmeriä.
<b>Havainnollisuus</b>	Kuvalliset keinot ovat keskeisiä: opettajan yllätyksellisyys, liikkeet, eleet.	Opettaja havainnollistaa rohkeasti piirtäen, vaikei osaisikaan piirtää.	Liikkuen, piirrän, telokoneilla.	Aito havainnollisuus, kirjojen havainnollistukset eivät aina toimi. Tarinoiden käyttäminen.	Rohkeutta kokeilla uusia ideoita ja erilaisia tapoja.	Piirrän tikku-ukkoja tai muita kuvia ja kehoitan oppilaitakin piirtämään matematiikkaa vihkoonsa.	Käytetään liikkuemista ja toisia oppilaita havainnollistamassa ja tehdään monta ympyrää.
<b>Tutkimuksellisuus</b>	Tutkimustehtävät vievät aikaa, tarvitaan hyvä ohjeistus ja mielekäs aihe. Opettajakin voi toimia tutkijana.	Lukiössä ei tällaisia tehtäviä ollut ja yläkoulussakin vain laskettiin.	Kokemuksellisen työskentelyn jälkeen jää tunne, että tätä voisikin tutkia itseksseen enemmän.	Opettaja tutkijana: saman aiheen opettaminen eri ryhmille eri tavolla ja haastavien, avoimien tehtävien ottaminen tunneille.	Matematiikkaa ongelmanratkaisuna.	Olan omassa opetuksessani tutkimuksellisuuden huomioon mahdollisuuksien mukaan.	Tutkitaan oppilaita muodostunutta sädetä. Mietitään mitä tapahtuu, jos ympyrä on äärettömän iso tai todella pieni.
<b>Yhteistoiminnallisuus</b>	Oppilaiden tulee tulla työtapaan. Vaati ammatitaitoa, luovuutta, ymmärräisiä työitä, aikaa, hyviä tehtäviä ja ohjausta.	Tarpeeksi aikaa; opettajan täytyy uskoa työtapaan; opettajan tulee nähdä, toimiiiko tehtävä ja kelle.	Matemaattinen tietokäyttö noin viiden hengen ryhmissä osittaituikin erinomaisesti työmuodoksi.	Matemaattinen tietokäyttö noin viiden hengen ryhmissä osittaituikin erinomaisesti työmuodoksi.	Olan omassa opetuksessani yhteistoiminnallisuuden huomioon mahdollisuuksien mukaan.	Olan omassa opetuksessani yhteistoiminnallisuuden huomioon mahdollisuuksien mukaan.	Jokainen ryhmä toimii omatoimisesti, pohien opettajan antamien ohjeiden mukaan. Oppilaat voivat tunnin lopussa keksiä toisilleen tehtäviä.
<b>Matematiikan kielinäkökuima</b>	Syntaksi, matematiikan yhteisön kieli, muuttuvat komekstit, kielen kerroksellisuus ja lomittisuus sekä tutkimat.	Odotamattomat yhteydet jäävät parhaiten mieleen. Vertailaan erilaisia laskutapoja.	Oppilaiden puheelle aikaa.	Opettaa matematiikkaa ilman matematiikan käsitteitä, selkokielisiä kirjoja; oppilaat voivat itse ehdottaa, miten maantaita nimitetään. Määritteilyjen arvioiminen Matematiikan mallintamisen kussilla.	Oppilaat voisivat korjata toistensa koevastauksia opettajan korjauksen jälkeen ja pisteyttää mitä.	Käsitteet pii, ympyrän kehä, säde ja halkaisija.	

Tarkasteltaessa Karoliinan kuvauksia elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä, havaitaan seuraavia näkökulman muutoksia:

### *Vuorovaikutuksellisuus*

Ensimmäisen lukuvuoden syksyllä Karoliina näkee vuorovaikutuksen sekä opettajan että oppilaan matemaattisen ajattelun avaamisena toisaalta itselle, mutta myös toisille oppilaille ja opettajalle.

*”Vuorovaikutus on yksinkertaistettuna erilaisten ratkaisu- ja ajattelutapojen esittämistä, tutkimista ja hyväksymistä pareittain tai pienryhmissä. Ja parityöskentely ei tässä välttämättä tarkoita oppilas-oppilas työskentelyä. Yhtä hyvin keskustelua voivat käydä oppilas ja opettaja. [...] Opettaja saa mahdollisuuden nähdä oppilaan tuntityöskentelyn taakse, oppilaan omaan matemaattiseen ajatteluun. Tällöin hänen on helpompi opettaa uusiakin asioita, kun hän osaa asettua oppilaiden tasolle. Ja lisäksi, oppilaan ja opettajan välinen rakentava vuoropuhelu kannustaa oppilasta ajattelemaan itse ja tuomaan omat näkökulmansa esille. [...] Kun kaksi eritasoista oppilasta käy matemaattista vuoropuhelua, tarjoaa se molemmille jotain. Parempi oppilas osaa opettajaa helpommin nähdä asiat ja teorian ”tarpeeksi tyhmästi”. Ja toisaalta, jos oppilas on juuri oivaltanut uuden asian omalla tavallaan, saa hän mahdollisuuden esittää tämän parilleen, toimia opettajana. Ja todennäköisesti heikompi oppilas ymmärtää toisen oppilaan ajatuspolkua helpommin kuin kirjan teoriaa. Heikompi oppilas saa mahdollisuuden oppia toiselta oppilaalta ja parempi oppilas joutuu toisaalta miettimään ja selkeyttämään omaa oivaltamistaan ja ajattelutapaansa, mutta toisaalta hän voi kokea toisen oppimisen iloa.”* Essee 9/2005

Vuorovaikutuksen merkitys liittyy läheisesti opettajan aktiivisuuteen ottaa selvää oppilaittensa ajatteluprosesseista.

*”Yleensä ne opettajat ei viitsi niinku ees kuluttaa aikaa siihen varsinkin yläkoulussa niin silloin oli vaan olemassa yks ainoa ratkaisu ja sillai ett jos sen oli tehny jotenkin eri tavalla niin se melkein poikkeuksetta pyyhittiin niinku taululta pois ja tehtiin se just niinku se opettaja oli sen ajatellu tehä. [...] Niistä usein huomaa, ett ne katto ett nyt toi on kyllä aloitettu eri tavalla ku mun ratkasukirjassa on, [...] että käydääns tää niinku toisella tavalla läpi niin ja se jätettiin niinku usein huomioimatta kokonaan se, miten se oppilas ois sen ite käynny ja sitte se jää siihen ymmärrykseen, että hän on ratkassut sen väärin, että hän ei osaa tätä tehtävää ollenkaan.”* Haastattelu 12/2005

Toisen opiskeluvuoden puolivälissä Karoliinan kertomiseen vuorovaikutuksellisuudesta tulee uusi näkökulma, oman opetuksen näkökulma, mutta matemaattisen ajattelun avaaminen on yhä keskiössä.

*”Mä käytän niinku nytten tosi paljon [...] että kysyy ihan ihan yhtäkkiä jonkun kysymyksen, ihan keneltä tahansa, mutta sitten niinku jos kysyy sellasilta vähän heikommilta oppilaita niin ne on sellasia vähän helpompitasosia kysymyksiä, ettei ne mee ihan paniikkiin [...] ja sitt jos ne on sillai ett en mä osaa, ni mä sanon ett lähetääs tästä kattomaan. No, mites sä nytte tekisit ja sellasta. [...] Sitte joku muu oppilas sieltä ehkä huutaa sen vastauksen. [...] Tosi harvoin sellasta että mä oon siellä yksinäni äänessä [...] silloin niinku ymmärtää sen, että kun niitä niinku pakottaa puhumaan ääneen, että miten ne ajattelee niitä juttuja.”* Haastattelu 12/2006

Keväällä 2007 oma rohkeus kasvaa; opettajana Karoliina uskaltaa kuunnella vielä avoimemmin oppilaiden ideoita.

*”Siinä tasapuolisuudessa, että se on sama suhde toisaalta niinku myös mun ja niitten oppilaitten välillä, ett vaikk ne ei periaatteessa tiedä, tiedä niinku asioista kaikkea, mutta jollain tasolla ne on sitte taas niinku mua korkeemmalla tai että ei ota siihen sellasta valta-asemaa.”* Haastattelu 5/2007

Lukuvuonna 2007–2008 vuorovaikutus on keskeinen osa Karoliinan opetusta ja oppilaiden oppimista:

*”Harvemmin ne mun tunnit on kauheen hiljaisia.”* Haastattelu 12/2007.

## Kokemuksellisuus

Karoliinan kuvaus kokemuksellisuudesta opintojen alussa syksyllä 2005 kertoo, miten läheisesti hän kytkee kokemuksellisuuden tutkimuksellisuuteen. Lahjakkaalle ja kunnianhimoiselle opiskelijalle tehtävät, jotka eivät varsinaisesti olleet keskeisiä opintojen kannalta, tuntuivat turhilta. Opettajatkin antoivat opiskelijoilleen tämän kuvan.

*”Tutkimuksellisuudesta ja kokemuksellisuudesta matematiikassa minulla ei oikeastaan ole kokemuksia oppilaan kannalta. Sekä ala- että yläasteella hyppäsimme varsin rutiininomaisesti kaikki sellaiset tehtävät yli, joissa olisi pitänyt tutkia tai kokeilla jotain, eikä lukion kirjoissa niitä tuntunut enää olevan edes tarjolla. Niihin ei ollut yksinkertaisesti aikaa tai todettiin, että innokkaat voi sitten tehdä niitä kotona. Ja kuinkahan moni teki? [...] Oppilaat, jotka ovat joutuneet tai päässeet tekemään paljon tutkimus- tai kokemustehtäviä, tuntuvat suhtautuvan niihin melko negatiivisesti. Yksi syy tähän voisi olla se, että tällaiset tehtävät vievät paljon enemmän aikaa kuin rutiininomaiset perustehtävät, eikä niihin välttämättä löydy vastausta kirjan takaa.”* Essee 9/2005

Karoliina oli kyllä silloin tällöin tehnyt näitä tehtäviä kotona, mutta niiden piti olla kyllin haastavia, jotta hän olisi tarttunut niihin.

*”Jos ne oli sellasia, oikeen sellaisia plussapulmatehtäviä, ne oli niinko, että jos mä nyt tätä tarpeeks pitkään tässä mietin, niin tää ratkee ja niiss oli niinko tarpeeks sellasta jonkinnäköistä haastavuutta. Ni sitte niitä teki, mutta sitte jos tuntu, että ne oli vaan sellasia, että nytte niinku tekemisen vuoksi kokeillaan ja etsitään, ni sitte ei kyllä välttämättä kiinnostanu.”* Haastattelu 12/2005

Ensimmäisen lukuvuoden aikana käsitys kokemuksellisuudesta avartuu koskemaan erilaisia kokemuksellisia työtapoja. Karoliina suunnittelee mielessään tehtäviä, jotka voisivat olla mieleenpainuvia tai vaikuttavia.

*”Hahmottaisko ne sitä paremmin, että jos ne ois niinku siinä ite mukana. Totta-kai se ois niinku vaikeempi nähdä kokonaisvaltasesti, jos se ois niinku semmoset jättimäiset harpit, mut toisaalta ne sitt niinku, ku ne joutuis niinku kunnoll liikkuun siinä mukana tai niinku jotenkin ehkä sekin, että jos yks tekis ja muut kattois ja ois just jossain isossa tilassa. Ett niinku esim lattialle piirtäis, ni se on ihan eri asia, ku piirtää siihen piirtoheittimelle.”* Haastattelu 5/2006

Opetuksen kokemuksellisuuteen liittyy toisaalta myös se, että oppilaat sadaan siihen mukaan. Karoliina on huolissaan siitä että, jos oppilaat ovat liian etääntyneet tällaisista työmenetelmistä, heitä ei enää saada houkuteltua niiden pariin.

*”Me yritetään mennä koko aika lähemmäks niitä oppilaita, mutt sitt ne on taas ite menny johonkin sellaselle tasolle, että ne ei enää niinku. [...] Jos ei niill oo alakoulussa opetettu mitään vähänkään sillain kokemuksellisesti tai vastaavas-ti, ni ei ne, ne ei niinku haluukaan enää oppia niinku millään muulla tavalla”.* Haastattelu 12/2006

Toisen lukuvuoden keväällä Karoliina avartaa käsitystään kokemuksellisuudesta koskemaan myös arkielämän ongelmatehtäviä. Monia matematiikan osa-alueita voi helposti kytkeä oppilaiden maailmaan.

*”Se matikka, mitä koulussa opetetaan, ja ylä tai yläasteella ja ala-asteella, ni se on mun mielestä kauheen mielekästä. Ja must sitä on kiva opettaa ja niinku kokee, että se on suht hyödyllistä. Mutta sitä ei kyllä kokenu sillon, ku ite oli siellä yläasteella (nauretaan) niin tai jotenki mieltii, että onks se sitte vaan, että näitten opintojen myötä on niinku tajunnu sen, että joo, ohan näissä niinku, että kyllähän tää liittyy todellisuuteen ja kyllähän tällä on sitä ja tätä.”* Haastattelu 5/2007

*”Joskus matikassa, ni aiheesta riipuen, ni vähän sillai että, ett jos sen voi linkittää johonkin niille tosi niinku sellaseen läheiseen tavalliseen asiaan, ni sitte ottaa sen että se jäis niinku niille paremmin päähän.”* Haastattelu 12/2007

Tällaiset asiat jäävät myös helpommin mieleen. Kolmantena lukuvuonna kokemuksellisuus saa vielä uusia piirteitä. Lisäksi tarinoiden käyttö liittää tunteet matematiikan opetuksen tueksi ja nehan ovat kokemuksellisuutta.

*”Mä päädyin siihen, että mä rupesin piirteleen tikku-ukkoja ja tai sellasia että tarina tai tarinan kautta niinku että käydään se asia läpi [...] ja sitte se itse asiassa toimi kauheen hyvin.”* Haastattelu 12/2007

Kokemuksen ei myöskään tarvitse aina olla fyysistä koskemista.

*”Ne oppilaat tai ne yleensä saa siitä sellasen kokemuksen siitä opetuksesta ja ne pääsee niinku siihen mukaan, että jos ettei sen välttämättä tarvi olla kokemuksellisuus ihan sinänsä, että ne niinku näprää ja niinku tuntee sen, vaan ne niinku kokee sen päässään.”* Haastattelu 12/2007

Kevään 2008 kirjeessään Karoliina mietti unelmatuntiaan ja silloin oppilaat työskentelevät myös elämyksellisen matematiikan opetuksen kannalta kokemuksellisesti.

*”Ohjeistaisin oppilaita piirtämään erisäteisiä ympyröitä (1, 2, 3 tai 4 oppilaan käsikkäin muodostama rivi säteen mittana), niin, että yksi oppilas kiinnittyy ympyrän keskipisteeksi ja tähän oppilaaseen kiinnitytään käsi kädessä ja uloimmainen oppilas piirtää liidulla ympyrän kehän (asvalttiin) tai tiputtaa joitain esineitä tasaisesti kehälle jotta ympyrän muoto hahmottuisi tai käyttää väriä joka voidaan helposti poistaa lattialta (sisällä) tai mahdollisesti ulkona talvella hankeen muodostuu tallautunut alue.”* Kirje 4/2008

## Havainnollisuus

Karoliinalle havainnollisuus liittyy opetuksen mieleenpainuvuuteen:

*”Havainnollistamisen täytyy olla konkreettista, selkeää, persoonallista, tunteita herättävää ja jollain tavalla linkittyneitä vanhoihin opittuihin asioihin. [...] Itselläni on jäänyt päähän kuvia hyvistä havainnollistamistilanteista, joihin on helppo liittää tunnilla tulleet uudet asiat. Toisin sanoen muistilokeroissa on tallentuneita pieniä filminpätkiä, joita voi pyöritellä mielessä jälkeinpäin. Ja näille filminpätkille on yhteistä se, että niissä opettaja toimii tavallisuudesta poikkeavalla tavalla: näyttelee/elehtii tai piirtelee hassun näköisiä kuvia taululle. Eli havainnollistamisen täytyy olla tarpeeksi poikkeavaa, jotta se toimii. [...] Poikkeavaa siis siinä mielessä, että se herättää tunteita tai muistoja oppilaissa. Reaktiot eivät välttämättä ole kaikilla oppilailta samat – toiset voivat kokea havainnollistamistavan jännittävänä tai pelottavana, toiset inhottavana, toiset koomisena tai ihan millä tavalla siltä väliltä. Mutta oleellisinta onkin se, että he ylipäätään tuntevat ja kokevat jotain, jotta he tulisivat kokonaisvaltaisesti mukaan opetukseen. Oppilaiden olisi päästävä luokassa toiseen maailmaan, keskelle tehtävää ja osaksi opetusta. [...] Jos opettaja olisi osannut havainnollistaa hyvällä tavalla, olisi vielä tärkeää, että havainnollistamalla opittu asia linkittyisi jokaisen oppilaan tiedolliseen verkostoon. Vaikka havainnollistaminen olisi ollut hyvinkin tunteita herättävää tai per-*



*soonallista, ei se löydä omaa paikkaansa oppilaan omassa tietojärjestelmässä, jos se on kovin ristiriidassa aikaisempien tietojen ja periaatteiden kanssa. Tällöin se jää irralliseksi tiedoksi, joka häviää helposti, kun sillä ei ole mitään paikkaa, mihin se voisi helposti soluttautua.”* Essee 9/2005.

Esseetä tarkentavassa haastattelussa Karoliina korostaa opettajan heittäytymistä ja rohkeutta havainnollistaa kaikin mahdollisin tavoin:

*”Monilla opettajilla huomaa usein, että ne jättää niinku sellasen piirtelyn niinku ni kauheen vähälle sen takia, että ne ajattelee, että ne on niin huonoja piirtäjiä, mutta sitte taas niinku, mikä mun mielestä oli kaikista hauskinta, niin sellaset miesopettajat jotka oikeesti oli niinku ihan toivottomia piirtäjiä. Sitte, ku ne ker- ran kun ne piirs jotain sinne taululle jotain kuvioita tai jotain eläimiä ja liitti niihin jotain selityksiä, niin nehän vasta sitte jäikin päähän, kun ne niinku oli niin omituisen näkösiä ja sitte muisti vaikka kuin pitkän aikaa, ett se piirsi sillä tunnilla sen ja siellä käsiteltiin tätä ja tätä asiaa. Mutta se että opettajatkin us- kaltais niinku tehä sellastakin, missä ne ei oikeesti oo sillai hyviä niin se niinku se tuo ne oppilaat niinku monella tavalla siihen opetukseen mukaan. Niistä on hauskaa että se tekee jotain sellasta mitä se ei osaa ja niinku että se näyttää sen, että ei se niinko oo kaikessa mitenkään niin sillain loistava niin sitte niinku usein ainaskin oppilaat hyväksyy sen opettajan paljon paremmin. [...] Kaikki ne, mitä on sitte vihkoon piirtäny on paljon parempi mielikuva kuin jostain niistä, mitä on kirjotettu sivu tolkulla vihkoon jostain toisista asioita. Ei niistä oo jääny niinku mitään päähän tai sitte ne kaikki niistä on tullu sellasia, niinkun tarinan pätkiä tai sellasia niinku, että on päässy johonkin tarinaan niinku mukaan.”* Haastattelu 12/2005.

Keväällä 2006 ensimmäinen opiskeluvuosi näissä opinnoissa on ohi ja matematiikan opinnoissa on tullut vastaan ’Geometriaa opettajille’ -kurssi, jolla on keskeisenä me- netelmänä ollut piirtäminen.

*”On paljon mielekkäämpää ruveta jo tutkiin, ett miks tää meneekään näin ku siinä on joku sillai ett sen on piirtäny. Ja sitte sitä on sillai, ett ett miks miks nää viivat niinku yhdistyy tai miks tänne tulee suora kulma niin ku se ett jos vaan opettelee ulkoo että tää on tällanen sääntö ja se pitää osata.”* Haastattelu 5/2006

Syksyllä 2006 Karoliina on tehnyt sijaisuuksia opintojen ohella. Kertomukseen tulee paljon muistoja eri oppitunneilta ja havainnollisuuteenkin oma opettajanäkemys.

*”Käytiin kulmia läpi niin mä yritin jotenkin selittää, että oikee käsi tässä on oikee kylki ja vasen kylki ja sitte täällä miss on pää ni tai että siellä on se kulma ja joten- kin, että jos se menee yli sadankahdeksankymmenen niin sitte menee tuota kädet tollai ympäri tonne pitkälle. Ja ku tuntu että ne oli jotenkin ihan sillai luovuttanu siä että ei me, ei me voidakaan ymmärtää, ku joku yrittää selittää jollain eri ta-*

valla ja että ku ne on niinku tottunu siihen että nää opetetaan tylsästi kirjasta ja ymmärretään sieltä, jos ymmärretään, ni sitte ku niille yrittää tuoda jotain [...] niin ne ei enää niinku pystykään ees vastaanottaa sellasta. [...]

Siinä laskutaitokirjassa ni siellä käytetään sillai että  $x$  toiseen on sillai niinku neliö ja  $-x$  toiseen on olikse sitte mustan värinen neliö ja sitte pelkät  $x:t$  on sellasia suorakulmioita ja sitte niinku vakiot on yhen tai siis semmosia pikkusia ruutuja. [...] Mää aattelin että no niin tähän tää on nytte saatu, mutt sitt ne oppilaat on ihan, ett mitä järkee tässä on, ku piirrellään tällasia neliöitä tänne ja lasketaan näitä. Että eihän tässä oo niinku mitään tolkkua. [...] Niitä ideoita on kehitelty, mutt sitt niitä ei oo viety niinku tarpeeks pitkälle. [...]

Piirsin sinne niinku  $y$ -akselin ja sinne yläosastolle pilviä ja sitte pistin niihin näitten suorien päähän jonku sellasen, piti piirtää helikopteri ja lentokone, mutta ne oli oppilaitten mielestä hyttysiä tai jotain muita (nauretaan). Aivan, sitt mä oli sitt, ett no nii ett hei, tässä on tarkoitus kattoo, ett missä kohti tää helikopteri tai lentokone läjähtää tohon maahan.” Haastattelu 12/2006

Kevät 2007 tuo myös tuskastumista Karoliinan kertomuksiin. Oma innostus kokeilla erilaisia tapoja havainnollistaa opetustaan ei oppilaiden mielestä toimikaan.

”Tottakai siin on kauhee työ kehittää niitä hommia, että miten saa aina motivoitua tai. Siis joskushan ne voi tulla ihan sillain tosta vaan, että tehääs näin ja sitte se toimiikin. Mutta sitte, mä en muista ett mikä juttu mulla oli, mä kokeilin kassien kanssa, ni ne oli ihan sillai, ett ’ei tässä oo mitään järkeä, olikse tää iha, olikse tää ihan sun oma juttu’ ja mä olin sillain että no oli.” Haastattelu 5/2007

Viimeisessä haastattelussa Karoliina kertoo kuitenkin, miten omat hyvät kokemukset piirroksista, sekä tarinallisina tekijöinä että ajattelun tukena, saavat hänet ottamaan niitä opetukseensa.

”Mä aattelin, että ne oppilaat tylsistyy kirjottamiseen, ni sitte mä päädyin siihen, että mä rupesin piirteleen tikku-ukkoja ja tai sellasia. [...] Tarinan kautta niinku että käydään se asia läpi. Että ne saa piirtää sinne vihkoon kaikennäköisiä kuvioita ja tai oikeestaan ihan kuvia. [...]

Pysty jotenki helpommin piirtään ja sitten samalla selittää sitä [...] käymään niitä että eka just kyselin että [...] ’tajuutteko te että mitä tää kuva tässä tarkoittaa?’ [...] Samalla [...] kyselee ja selvittää vähä samalla, että mitä niille on jääny käteen ja että mitä pitää niinku vielä aukasta niille.

[...] Aika paljon käytän just matikassakin taululla kuvia ja niinku käsken niitä oppilaita, että ”piirtäkää ettei ettei siinä matikan niinku vihossa saa ei tartte olla pelkästään niinku lukuja, että et jos se auttaa teitä, niin piirtäkää sinne vai- ka koko vihko täyteen!” Haastattelu 12/2007

## Tutkimuksellisuus

Karoliina tuo ensimmäisessä esseessään tutkimuksellisuuteen piirteen, jota en itse edes ollut ajatellut.

*”Oppilaiden kannalta olisi myös tärkeää nähdä, että opettajakin toimii joskus tutkijana. Opettajan olisi asetettava oppilaiden tasolle ja lähdeittävä käsittelemään jotain uutta asiaa ilman varmuutta siitä, että päästään varmasti oikeaan lopputulokseen, tai ylipäättänsä päädytään mihinkään. Tällöin oppilaatkin uskaltavat rohkeammin kokeilla, tutkia ja antaa itselleen luvan epäonnistua.”* Essee 9/2005

Opettajan heittäytyminen voi todella olla tutkimuksellisuutta parhaimmillaan. Toisaalta matematiikan tunnit eivät useinkaan ole antaneet tutkimuksellisuudelle tilaa.

*”[L]ukiossa siellä ei ollu enää niin paljon [tutkimustehtäviä], mutt yläasteella se meni jotenkin niin siihen, että lasketaan, lasketaan, lasketaan vaan ja sitten niinku niinkun siinä ties tosi tarkkaan yleensä, että mitä on tulossa läksyksi ja jotenkin että mitä joutuu sitte tekemään. Ni se meni vaan se, että kunhan nopeesti saadaan ne tehtyä, ni päästään pois täältä tunnilta.”* Haastattelu 12/2005

Yliopistolla Karoliina pääsi kuitenkin kokemaan tämänkin tavan oppia matematiikkaa.

*”[S]iellä [Geometriaa opettajille -kurssilla] tulee niinku kauheen paljon sellasta, että vitsit, että toi onkin niinku tai siis sillai, että menee ne laskemiset ja kaikki sillai, ettei niillä oo niin väliä, että kunhan vaan tai siis sillai, että tutkitaan ja piirretään. Että tai ett voisko niinku sellasta vaan olla jotenki enemmän tai [...] niille oppilaillekin? [...] [T]oisaalta kyllä se kehittäis niinku eri tavalla sitä, että niinku sitä matemaattisia taitoja ja sitte ku se on paljon mielekkäämpää ja jotenkin sillai että piirretään ja katotaan, mitä sieltä tulee.”* Haastattelu 5/2006

Hän päättää heittäytyä myös omassa opetuksessaan ja kokeilla erilaista lähestymistapaa aiheeseen, jonka on jo kerran opettanut yhdelle ryhmälle.

*”[S]en ekan ryhmän kans, ku mä kävin niitä sillai aika lailla kirjan mukaan, ni ei mitään ymmärrystä. [...] (nauraa) Niin-n ni sitte tota si silloin, ku tuli se toinen ryhmä, mä aattelin, että no nyt katotaan tää vähän eri tavalla. [...] [P]iirretääs tänne ny koordinaatisto. Sitte piirretään tänne muutama tällanen hassu suora ja sitte niitäkin pitää niinku sanoo käppyräks tai jollain muulla nimellä, jottei se oo niitten oppilaitten mielestä tylsää.”* Haastattelu 12/2006

Tutkimuksellisuus käsitteenä avartuu vielä hiukan toisen lukuvuoden keväällä. Nyt se lähenee ongelmanratkaisua ja ongelman muotoilemista matemaattiseen muotoon.

*”[T]ällä hetkellä mä aattelen ehkä enemmän ett se [matematiikka] on kaikennäköstä niinku ongelmanratkasuu ja sellasta, mutta en väl en oo varmaan aikasemmin*

*ajatellu [...] nytte aina välillä, jos tulee joku juttu, ni sitte on, ett no lasketaas tää ja sitt huomaa ett, ai joo, ett tästähän oliki hyötyä, niinku että ett osas asettaa sen ongelman jotenki sillain laskettavaan muotoon.”* Haastattelu 5/2007

Kun Karoliina kolmannen lukuvuoden aikana pohtii, mitkä matematiikan opetuksen piirteet hänelle ovat jääneet vahvimmin vaikuttamaan, tutkimuksellisuus ei kuulu niihin,

*”Vuorovaikutuksellisuus ja kokemuksellisuus ja just havainnollisuus [tulevat] niinku esille, mutta sitte taas toisaalta niin ni, että ne loput on sellasia, että niitä kuiteski pyrkii käyttään. Että ne ei oo jääny sellaseks, että ettei halua käyttää niitä tai että ne tuntuu vieraalta, vaan lähinnä se että niit on niinku vaikeempi ite käyttää tai soveltaa.”* Haastattelu 12/2007

mutta hän pyrkii ottamaan sitä huomioon ja kuvitteellisella tunnillaan hänen oppilaansa saavat keksiä itse tehtäviä toisilleen tunnin aiheesta.

*”Tähän asti oppilaat olisivat saaneet toimia melko omatoimisesti ja pohtien, kuitenkin opettajan antamien ohjeiden mukaisesti. [...] Lopputunnilla harjoiteltiin vielä mahdollisesti kirjan tehtäviä tai vaihtoehtoisesti oppilaat keksisivät toisillensa tehtäviä kyseisestä aiheesta.”* Kirje 4/2008

## **Yhteistoiminnallisuus**

Opintojen alkaessa Karoliina hehkuttaa yhteistoiminnallisen työskentelyn puolesta, mutta positiivisen suhtautumisen takana on silti monta kysymysmerkkiä.

*”Ideanahan se on vallan loistava, mutta jotta se toimisi käytännössä, vaaditaan paljon ylimääräistä työtä, intoa, energiaa, ammattitaitoa ja luovuutta, ja totuttautumista. Oppilaat pitäisi totuttaa yhteistoiminnallisuuteen jo ala-asteella – yläastelaisille kyseisen tavan omaksuminen voi tuntua lapselliselta, eikä omasta työskentelystä oteta välttämättä vastuuta. Lisäksi yhteistoiminnallisten tehtävien tarkoituksen onnistumista lisäisi se, että tehtävät todella olisivat sellaisia, että ilman kaikkien panosta ei tehtävää pystyisi suorittamaan.”* Essee 9/2005

Tällainen työskentely vaatii todella paljon opettajalta, fyysisiltä olosuhteilta ja oppilailta. Ehkä vakavin este on siinä, että mikäli opettaja ei usko yhteistoiminnallisuuteen, eivät siihen usko oppilaatkaan.

*”Se on ehkä se ajankäyttö, että [...] ne ryhmät niinku sais aikaa työskennellä tarpeeks hyvin ja sitt ne sais selittää ne muille oppilaille. [...] Mutta sitte, mä en tie, onks se siitäkin että opettajat ei usko siihen että [...] niillä itelläkin vähän sellanen epävarmuus, että tää nyt on vaan vähän tällasta, että tehään nyt yhteistoiminnallista, että että, kun se on kuulemma ihan hyvä, hyvä niinku toimintamuoto,*

*mutta tota, ett jos ne ei usko siihen itekään, niin ei kai se si toimikaan loppujen lopuks.” Haastattelu 12/2005*

Omalla tunnillaan Karoliina kuitenkin kokeilee yhteistoiminnallisempaa tapaa työskennellä ja yllättyy iloisesti:

*”Pidetään tällanen matemaattinen tietokilpailu [...] ja mä pistin niitä siihen kalvolle ja sitte tota niinku mä aattelin, että tää nyt varmaan menee just siihen, että muutamats laskee ja kaikki muut istuu hiljaa. Niin mä pistin ne niinku, että pistetään [...] viiden hengen ryhmiin ja heti kun tiedätte vastauksen, ni nousette pystyyn ja sitten saa sanoa vastauksen. Niin tota ne niinku yllättävän innokkaasti laski siellä kaikki ryhmät ja sitte kauhee tappelu siitä aina, että kuka nousee ensimmäisenä pystyyn ja mikä ryhmä ny ekana vastaa ja sellasta ja sitt, ku joku sano väärän vastauksen, ni sitt sieltä tuli sellasta tai niinku ett sitt ne rupes miettiin uudestaan jossain ryhmässä ja sitt ne ehkä kommentoi sen äskösen vastausta. [...] Ne koko aika kuunteli, mitä muut vastaa ja niinku mietti, että mikä siinä oli pielessä.” Haastattelu 12/2006.*

## **Matematiikan kielinäkökulma**

Matematiikan kielikysymys herättää Karoliinan kirjoittamaan:

*”Tärkeintä olisi opettaa oppilaille, että matematiikan tilanteissa (tehtävissä) voi toimia usealla oikealla tavalla – opettajan versio ei ole välttämättä se ainut oikea! Tietysti on oleellista tarkistaa, että oppilaan kielioppi ja sanasto pysyvät edelleen kunnossa, vaikka ratkaisutapa voisi olla hyvinkin omaperäinen. [...] Muuttaisiko matematiikan näkeminen kielenä jotenkin oppituntien/kirjojen rakennetta? Päällimmäisenä tulisi mieleen se, että tunneista voisi tulla paljon keskustelelevampia, kun oppilaat kokisivat tarvetta tuoda esiin oman tapansa soveltaa kielioppia ja sanastoa. [...] Sen lisäksi, että matematiikan voisi nähdä eräänlaisena kielenä, täytyy opettajan kiinnittää opetuksessaan huomiota käyttämäänsä kieleen, suulliseen ilmaisuun. [...] Totta kai oppilaiden täytyy oppia puhumaan asioista niiden oikeilla termeillä, mutta tämä ei voi tapahtua silmänräpäyksessä. Oppilaat pitää vähitellen totuttaa uuteen sanastoon; opettajan on jatkuvasti tarkkailtava, ymmärtävätkö oppilaat todella, mitä hän puhuu. Oppilaiden ja opettajan käyttämä kieli on jo ikäeron ja sosiaalisten suhteiden ansiosta hyvin erilainen, ja kun tähän lisää tiedolliset erot, mitkä ovat noviisien ja asiantuntijoiden välillä, voi yhteisen kielen löytäminen olla hankalaa. Tärkeää on se, että opettaja tiedostaa tämän tilanteen ja ehkäisee mahdolliset kommunikaatiokatkokset.” Essee 9/2005.*

Hän pohtii teemaa monelta puolelta. Toisaalta kielellisten kiertoilmausten kannalta, jolloin erilaiset ratkaisutavat ovatkin rikkaus matematiikan kielessä ja opettajan tulisi jatkuvasti kysyä ja kuunnella oppilaittensa ideoita. Toisaalta matemaattisen

eksaktiuden kannalta, jolloin opettaja huolehtii matematiikan kielioppivirheistä ja oikeinkirjoituksesta. Toisaalta matematiikan kielellä puhumisen kannalta, jolloin oppilaatkin käyttäisivät matemaattisia käsitteitä kertoessaan ajatuksiaan ja opettaja huolehtisi oikeiden käsitteiden käytöstä. Näiden lisäksi Karoliina pohtii opettajan ja oppilaiden matemaattisen kielen eroja ja sitä, miten kieli eroaa noviisien ja asiantuntijoiden kesken. Mutta onko todellisuus toisenlainen?

*”Mutta sitt se matikassa helposti menee semmoseen omaan puurtamiseen, että siinä ei just käydä sitä minkään näköstä niinkun, ettei kuunnella niitä niinku toisten ajatustapoja ja sitte taas ei niinkun osatakaan puhua sitä omaa ajattelua tai niinku että miten mistäkin päädytään. Vaan helposti jos just pyydetään, että no ”selitäks sää vähän tota tehtävää”, niin no ”tosta on menty tohon ja sitte tohon ja sitte tohon” niinku tai niinku luetaan ihan suoraan sitä sieltä taululta, mutta sitä ei osata niinku puhua sitä tehtävää mitenkään auki.”* Haastattelu 12/2005

Tosiasiassa oppilaat ovat kokemattomia matematiikan kielen käyttäjiä ja usein jopa haluttomia sitä oppimaan.

*”Just niinku siitä matikan kielestä, ni siihen samaan juttuun, että ois niinku näille huonommille oppilaille sellaset, sellaset niinko selkokieliset kirjat. Siis sillai että, ku ei ne osaa jos on ”a toiseen”, niin ne on niinku koko yläasteen ajan että ”a kaks” ei se oo ”a toiseen” niille niinku ikänä (hymähtää). Että ku ne on sillai, että näillä ei oo mitään väliä, ei ne halua niitä oppia niitä termejä, että miten niitä sanotaan niin, sitte ne sanoo niitä just niinku ne halua sen lukee. Niin jos niillä ois kirjat, missä ne lukee vähän siis, vaikkei ne ois sitt niin matemaattisesti, mutta ne oppis ne niinku perusmatematiikan jutut.”* Haastattelu 12/2006

Eivätkä määrittelyt niin kovin yksinkertaisia aina olekaan.

*”Tehtävä oli sellanen, että nämä kaksi ongelmaa on määriteltä huonosti, määrittele ne uudelleen. Sitt me niinku mietittiin vaan, vaikk kuin pitkään, ett kuin nää vois muka määritellä paremmin, ku meidän mielestä ne oli niinku niin hyvin määriteltä. Sitt kaikki lopputehtävät oli niinku mukamas hyvin määriteltä ja me oltiin sillai, ett eihän näistä niinku tie, mitä näissä kysytään.”* Haastattelu 12/2006

Karoliina on opettaessaan huomannut, että opettaja voi hyvin pienilläkin asioilla rikkoa matematiikan kielen rajoja ja avartaa näin myös oppilaiden käsityksiä. Opettaja voi nimetä objekteja yllättävästi

*”[S]itte sieltä joku sanoo niinku kirjaimen, niin ne niinku ymmärtää, että ne tulee sieltä ihan satunnaisesti, ettei niissä oo tai no siis, vaikka niissä periaatteessa on jotain että on totuttu käyttämään sitä ja tätä, mutta kun ei ne sitä, ei niitten tarvi sitä välttämättä niinku siinä sisäistää niin kunnolla, niin sitte, että mä voin nyt nimetä tän millä tahansa tavalla.”* Haastattelu 12/2006

ja matematiikan kieleen ja erilaisten ilmausten käyttöön tutustuu myös korjaamalla opettajan jo tarkistamia kokeita.

*”Seuraavalla tunnilla ne oppilaat korjaa toistensa kokeita ja sen mukaan, miten ne on kattonu ja pisteyttäny niitä, ni ne voi korottaa omaa numeroansa. Niin jotenkin mun mielestä sellanen tapa vois käydä sillain kauheen hyvin matikan tunnille, koska se opettaja oli tehny niille niinku valmiin tai sellasen korjausohjeen, ettei ne niinku ihan vaan tosta heittäny, että onko tää oikein vai väärin. Ja sitte se, että tietysti täytyis kattoo sitä että, onks ne niinku nimettömiä vai miten ne sitte merkitsee. [...] Siinä tulis kauheen hyvin esille se just, ett siinä matikassa on oikeesti niinku, ett näkee sen, miten se toinen on siitä ajatellu ja käsittelee sen koko jutun läpi ja että kuinka arvokasta tästä on antaa sitt niinku tätä ja tätä pistettä.”* Haastattelu 5/2007

Karoliinan kuvitteellisella tunnillakin matematiikan kieli on mukana ja johdattelevat keskustelut vielä tukevat käsitteiden ymmärtämistä.

*”Käytäisiin keskustelua aiheesta, mietittäisiin mitä tapahtuu, jos ympyrä on äärettömän iso tai todella pieni, pätevätkö samat havainnot? Päästäisiin näin käsitteeseen pii ja ympyrän kehän laskukaavaan.”* Kirje 4/2008

Karoliina tavoittaa elämyksellisen matematiikan opetuksen ytimen ja kehittää sitä edelleen. Vuorovaikutuksellisuudessa Karoliinalle on keskeistä matemaattisen ajattelun avaaminen toisille, sekä oppilaille että opettajalle. Hän myös näkee tärkeäksi, että opettaja ottaa aktiivisesti selvää oppilaittensa ajatteluprosesseista. Vuorovaikutukseen liittyvät matemaattisen ajattelun aktiivinen ohjaaminen ja kehittäminen ja oppilaiden ideoiden mukaan heittäytyminen. Tässä opettajalta edellytetään hyvää aineenhallintaa, mutta Karoliinalle se ei ole ongelma. Kokemuksellisuus on lähellä tutkimuksellisuutta Karoliinan ajattelussa. Koska häntä kiehtovat haasteet ja vaikuttavuus, hän kehittää mielellään kokemuksellisia työtapoja. Omat kouluaikaiset kokemukset tällaisista tehtävistä olivat huonoja, sillä oppilaana Karoliina oli tavoitteellinen ja osin suorituskeskeinen, eivätkä tällaiset tehtävät työläinä olleet hänestä mielekkäitä. Karoliina on kuitenkin sitä mieltä, että arkielämän ongelmatehtävät jäävät helpommin mieleen ja lopulta kokemus liikkuu hänen ajattelussaan lähelle elämystä.

Havainnollisuus liittyy mieleenpainamiseen, tunteisiin ja kokonaisvaltaisuuteen. Havainnollisuudessa uusi näkökulma tai tapa esittää jokin asia liittyy jo olemassa olevaan tietoon. Tämä vaatii kuitenkin opettajalta taas kerran heittäytymistä, sillä oppilaat ovat melko konservatiivisia. Karoliina pohtii myös eleiden, ilmeiden, äänenpainojen ja esimerkiksi värien merkitystä matematiikan opetuksen tukena. Tutkimuksellisuuteen Karoliina tuo uuden näkökulman opettajasta tutkijana. Myöhemmin hän liittyy mukaan vielä ongelmanratkaisun ja matemaattisen mallintamisen.

Yhteistoiminnallisuuteen Karoliina suhtutuu myönteisesti, mutta tiedostaen, että se vaatii paljon. Hän toteaa rohkeasti, että mikäli opettajatkaan eivät usko yhteisoi-

minällisyyteen, miten oppilaat siihen sitten uskoisivat. Omassa opetuksessaan hän pitää erilaisista kilpailuista. Jos matematiikasta ajateltaisiin sen olevan kieli, oppitunnit olisivat Karoliinan mukaan keskusteluvampia ja oppilailtakin edellytettäisiin suullista ilmaisua. Hän nostaa esiin matematiikan kiertoilmaukset, oman ajattelun näkyväksi tekemisen ja merkitysten esiin tuomisen. Symbolikielestä hän toteaa, että se on toki niukkaa, mutta myös rikasta, sillä oppilaat voisivat itse nimetä matemaattisia objekteja.

Kaiken kaikkiaan Karoliinan elämyksellisen matematiikan näkemyksiä tukee hänen vahva aineenhallintansa. Se antaa hänelle liikkumatilaa ja mahdollisuuksia heittäytymiseen. Hän tuo elämyksellisyyteen uusia näkökulmia ottaessaan vahvemmin esiin tunteet ja laajentaessaan tutkimuksellisuuden koskemaan opettajaa työnsä tutkijana. Hän ei arkaile yhteistoiminnallisuutta, koska se tuntuu vastaavan hänen haasteiden kaipuuseensa ja matematiikan kielinäkökulmaa hän laajentaa sisältämään kiertoilmauksia ja matematiikan kielellä leikittelyä. Karoliina nauttii luovuudesta ja siksi elämyksellisyys liittyykin luontevasti hänen opetusfilosofiaansa. Mutta haluaako luova opettaja olla yksin luova vai antaako hän tilaa myös oppilaiden luovuudelle?



## TAULUKKO 24. Karoliinan kasvuprosessin kuvaus opettajaksi kasvun näkökulmasta

Opettajaksi kasvun piirteitä	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06	Essee/ haastattelu 12/06	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08
Tuleva työtehtävä	Luokanopettaja tai matematiikan opettaja	Luokanopettaja	Matematiikan opettaja			Luokan- ja matematiikan opettajaksi yhtenäiskouluun.	
Käsitys itsestä opettajana	Tehtävä opettajien mielestä turhasta oppiaineesta tärkeää. Selvität murrosikänsistä ja saada matematiikan opetuksessa loogista. Olsin karsoittavainen ja kannustava.	Jos oppilas tekee jätin itselleen poikkeuksellista annan hyvää palautetta, yritän vahvistaa oppilaan itseluottoa vaikka parityön avulla. Teen itsekin virheitä ja myönän ne. Kun näen tehtävän, näen saman tien mikä kohdat ovat vaikeita.	Pienten oppilaiden kanssa on kiva leikkiä ja keksiä kallellaisia. Yläkouluilaiset ylittävät myönteisesti. Olan huomioon erilaiset oppijat. Seuraan paljon alan lehtiä.	Teen rohkeasti virheitä, joskus tahallankin, ja annan oppilaiden löytää mikä meni väärin. Laitan oppilaita kokeilemaan ja tutkimaan asioita. Itoisien ja annan heille tilaa selittää.	Voin kehittyä sellaiseksi opettajaksi kuin itse haluan. Hyvän opettajan ominaisuuksia on itisessä ihan luonnostaan, enkä joudu pakottamaan itseäni mihinkään.	Olen pitkäjänteinen ja osaan asettaa oppilaan asemaan. Käydän melko usein esimerkkejä oppilaiden elämästä ja itsekeskistyjä tarmoilta. Olen kiinnostunut oppilaiden omista tavoista ratkaista tehtäviä: tärkeintä ei ole oikea vastaus vaan ajatus: ja laskuprosessit. Osaan ennakoita, mihin kohtaan oppilaat jumittuvat. Annan positiivista palautetta.	
Käsitys matematiikasta	Matematiikka ei ole mekaanista sijoittamista kaavaan, vaan on haaste soveltaa sitä oikeissa tilanteissa.	Matematiikka on säämönmukaista. Joskus joutukin tehtävät jäävät vaivaamaan ja ne on pakko saada ratkaistua.	Opiskelimme tulkien ja piirtäen; se oli mielekkäämpää kuin lukea sääntöjä ulkoa.	Matematiikan mallintaminen on mielenkiintoista.	Matematiikka ei ole vain laskemista ja oikean ratkaisun saamista, vaan ongelmanratkaisua. Prosessi on tärkeä.	Haluun, että oppilaani ymmärtävät asian, eivätkä vain suorita laskuja mekaanisesti. Ongelma ratkaistaan edessä yhdessä.	Haluun tehdä matematiikan työkalusta toimivan ja muuttuvan kokemuksen, jota opiskelija voisi erilaisien ongelmien edessä yhdistellä.
Käsitys matematiikan oppimisesta	Kaikki eivät opi lukiemalla kirjasta teoriaa tai kopioidulla opettajan kalvoja vihkoon.	Kaikki eivät ymmärrä matematiikkaa samalla tavalla ja viitä helposti, mutta eri tavalla selitettynä, ne ehkä ovatavastasi.	Harjoittelussa yritin päästä sisälle oppilaitten ajatteluun.	Oppilaat juuttuvat helposti tiettyihin rutiineihin. On vaikea asettaa oppilaan ajattelun tasolle.	Oppiminen ei ole ulkoa opettelemista. Kiinnostavat asiat jäävät mieleen ja niitä opiskelaa lisää. Oppiminen on eri asia eri tilanteissa.	Ryhmät ovat hyvin erilaisia keskenään.	Kaikki osaavat matematiikkaa, ainakin omalla tavallaan.
Käsitys matematiikan opettamisesta	On asetuttava oppilaan tasolle, nähdä kaikki asiat uusina ja tuntemattomina ja puhuttava sen mukaisesti.	Opettaja puhui ymmärrettävästi, eikä suorana kirjaista. Hän avasi ajatteluaan opiskelijoille, tiesi paljon, laitoi monenlaisia tehtäviä kokeisiin, eikä lannistanut ketään.	Opettaisin toimimallisemmin.	Palkitaan myös ompelemissä ratkaisuissa, ei vain täydellisistä suorituksista. Haastavien tehtävien käyttäminen tunneilla.	Saada ryhmä toimimaan niin, että voi käyttää erilaisia työtapoja. Ylipotomatematiikka on ilkeä laskemista ja vain laskemista, eikä siinä prosessoida asioita.	Vähutuoni matematiikassa näkyy matematiikan opetuksessani. Haluan kokeilla uusia menetelmiä opettaa.	Matematiikkaa tarvitaan arkipäivän asioissa, matematiikan toiminta kehittää ajattelua ja tapaa hahmottaa ympäristöä. Opetuksessa on tärkeää, että oppilas kokee pystyvänsä suorittamaan annettuja tehtäviä.

Opettajaksi kasvun piirteitä	Essee 9/05	Haastattelu 12/05	Haastattelu 5/06	Essee/ haastattelu 12/06	Haastattelu 5/07	Haastattelu 12/07	Kirje 4/08
<b>Käsitys hyvästä opettajasta</b>	Pitää oppilaita persoonallisina, oppimaan kykenevinä yksilöinä. Kokeilee omia rajojaan, hallitsee paljon menetelmiä ja käyttää niitä valikoiden ja kyseenalaistaen.	Oikeudenmukainen ja joustava, antaa monipuolista palautetta kaikille, käyttää erilaisia ryhmiä, valitsee ja saa kaikki innostumaan.	Kiinnittää järkevään oppilaaseen huomiota.	Oikeudenmukainen, huomioi oppilaiden erilaiset ratkaisutavat, tukee jokaisen oppimista ja saa oppilaat tulemaan mielellään tunnille.	Hyvä matematiikan opettaja opettaa asioita mielekkäällä tavalla ongelmanratkaisua käyttäen ja oppilaat ovat siinä konkreettisesti mukana. Hän myös kehittää itseään ja opetusmenetelmiään koko ajan.	Tasapuolinen oppilaita kohtaan. Hyvä yhteistyön tekijä kollegoiden kesken.	Tavoitteena luoda toimivia ajatuspölkkyjä -malleja. Haasteena olisi olla tarjottava omaa ratkaisuaan ja yrittää ymmärtää oppilaan ajatusmaailmaa.
<b>Käsitys hyvästä opetuksesta</b>	Altoa välittämistä, onnistumisen kokemuksia kaikille.		Opinnoissa huomaa: asiain-tunijudelle on merkitystä, opiskelijoiden tulee työstää ajatuksiaan, henkilökohtainen ohjaus ja hyvä ilmapiiri ovat tärkeitä.	Oppilaat sitoutuvat, kytketään matematiikka arkipäivän asioihin, opettajan ja oppilaan perinteisiä rooleja kyseenalaistetaan.	Oppilaat ovat tärkeimpiä ja tuovuus. Opettajuus on tärkeintä opettajan työssä.		Pyrkimys siihen, että kaikki voivat oppia. Oppilaine ei rajaa kasvatuksellisuutta tai sosiaalisuutta ulkopuolelleen. Puutun joskus hyvin napakastikin epäkohtiin, joita huomaa luokkayhteisössä.

Karoliinan kasvuprosessia kuvaavat hyvin hänen omat kokemuksensa koulusta ja pyrkimys tehdä asioita toisin.

*”Ehkä se on juuri siinä. Haaste saada pahimmassa murrosiässä olevat kapinalliset nuoret innostumaan ”ei-tästä-oo-mitään-hyötyä”-oppiaineesta. [...] Eli haluaisin toimia erilailla kuin minun opettajani. Yläkoulun matematiikan opetuksesta minulle ei suoraan sanottuna jäänyt yhtään mitään käteen. Tuskin yhdelläkään tunnilla kuuntelin opettajan opetusta, sillä joko hän eteni liian hitaasti tai tylsästi (eli kirjaa kopioiden) tai opettaminen jäi vähemmälle, kun kurinpitoon meni suurin osa ajasta. Matematiikka olikin aika lailla omatoimista opiskelua, eikä se tarjonnut kovinkaan paljon haasteita. Mutta päällimmäisenä jäi tunne siitä, että opettaja oli ihan turha. Lisäksi minua ärsytti se, että oppilaat jaoteltiin selvästi hyviin ja huonoihin; hyviä suosittiin ja muita vähäteltiin. [...] Haluan nähdä, onko niiden kaikkien hienojen periaatteiden noudattaminen mahdollista.”* Essee 9/2005

### **Tuleva työtehtävä**

Karoliina tulee koulutukseen innostuneena kasvatustieteistä. Luokanopettajankoulutukseen hän olisi hakenut jo ylioppilaaksi päästyään, jos se olisi käytännössä ollut mahdollista. Niinpä nämä ammattihaaveet näkyvätkin Karoliinan toiveissa ensimmäisenä lukuvuonna. Kun hän saa kokemuksia koulusta, yläkouluun matematiikan aineenopettajaksi opiskelemisesta tuleekin varteenotettava mahdollisuus. Monialaiset opinnot tuovat kuitenkin alakoulun taas lähimmäksi ja lopulta Karoliina päätyy ajatukseen yhtenäiskoulusta, jossa nämä kaksi toimenkuvaa voisi yhdistää.

### **Käsitys itsestä opettajana**

Karoliina peilaa omia toiveitaan opettajana toimisesta englannin opettajaansa. Hän haluaisi olla yhtä aikaa vaativa ja kannustava, saada jokaisen yrittämään parhaansa.

*”Englannin opettaja että, se oli sellanen, että se kans kannusti kauheen paljon ja se kannusti niinku kaikkia. Että se ehkä on antanut sellasen sellasen kuvan, että millanen haluis ite olla opettajana kaikista vahviten tai sillai niinku eniten sen kaltanen. Että se toisaalta vaati kauheen paljon, niinku jokaiselta, että täytyy oppii ne ja ne asiat, mutta sitte taas se että, että se tyyty siihen, että se huonompi oppilas sai oman oman tasosensa niinku hyvän numeron ja sellanen että se ei jättänyt ketään niinku siinä ryhmässä sillai, ett no, ni ett kunhan se nyt jotenkin tulee siellä perässä, vaan se niinku panosti niihin tai sillai meihin kaikkiin ja tosi sillai hyvällä tavalla. Että ehkä sellanen niinku, mikä siitä näky, niin sillai että se välitti niistä oppilaista.”* Haastattelu 12/2005

Toive päästä alakouluun opettamaan toteutuu ja yllättää Karoliinan täysin. Häneltä odotetaankin yksilöllistä ohjaamista enemmän kuin hän luulikaan.

*”Vaikk oli sillai, että yes, ett vähä hienoo mennä alakouluun, ni kyll se loppujen lopuks on niinku ihan yhtä raskasta. Tai siis se on eri tavalla raskasta. Mutta ku sitte sieltä tulee miljoona kysymystä, ett ”opettaja, että miten tämä kohta” ja sitte toinen kysyy sen saman tien uudestaan ja sitt kolmas ja neljäs. Ja sitt vaan pitää niinku sillai, ettei hermostu ja yrittää sanoo viä muutaman kerran ni tai sillai, ku sitä ei sitt taas tuu siä yläkoulussa.” Haastattelu 5/2006*

Toisen lukuvuoden aikana tarinoissa tapahtuu muutos. Karoliina pyrkii aktiivisesti kehittämään omaa tapaansa opettaa, eikä hän halua päästää oppilaitaan vähällä. Hyvinä keinoina hän käyttää sitä, että tekee itse virheitä

*”[A]ntaa niitten oppilaitten periaatteessa olla fiksumpia tai sitte niinku sellanekin taktiikka, että joskus on tehny ihan tarkotuksella väärin. Että ”mikä tässä nyt meni pieleen” sitten niinku, että niitten täytyy hoksata se, että ettei ne niinku siellä ihan sokeena tu perässä ja kopioi vihkoon.” Haastattelu 12/2006*

tai ettei kerro sääntöä tai kaavaa oppilaille etukäteen

*”[N]e joutuis niinku pohtimaan siellä ja heittämään niitä niinku epätoivosia yrityksiä, ett no ”voisko tään ratkaista näin?” ja [...] niil on sitt semmonen vapaus, että yritetään tätä ny ihan millä tahansa keinolla, kunhan tähän ny jotain saadaan ja sillai. Että ku tähän ei oo ny annettu mallia, vaan tätä saa yrittää miten haluaa, ni sitte siin on sellasta niinku mielenkiintoo paljon enemmän ja sitte niitten vois olla helppo laskee siellä kotona niitä niinku helppoja kotitehtäviä.” Haastattelu 12/2006*

tai että heittäytyy opetuskeskusteluun oppilaitten kanssa.

*”[S]e on paljon kivempi, että ne kysyy vaikka koko tunnin, kun se, että sieltä ei tuu yhtään kysymystä. Ja vaikka ne laskiskin kiltisti, mutta mun mielestä se, että ne kysyy sieltä jotain niinku sellasia jänniä kysymyksiä, se niinku kertoo tosi paljon siitä, että mitä ne oppilaat siellä ajattelee.” Haastattelu 12/2006*

Toisen lukuvuoden keväällä Karoliinan itsekritiikki tekee tepposet ja hän huomaa pohtivansa, onko hänestä opettajaksi. Toki virheitä tulee kaikille,

*”[M]ä mokasin ny tässäkin, ei tätä näin ois pitäny tehdä. Ja sitt tulee, ett ei musta tuukaan mitään hyvää opettajaa ja – mutta [...] että pystyis ite työstään niitä asioita jotenki tai sillai, että mä en koe, että se ois niistä oppilaista tai mistään siitä, mitä ne opet, opettajat on mulle sanonu, vaan miten mä otan ne.” Haastattelu 5/2007*

mutta toisaalta Karoliinassa on luonnostaan monia hyvän opettajan ominaisuuksia ja hän kyllä tunnistaa ne itsessään: tasapuolisuus,

*”[K]aiken sen mitä niinku ehkä vaaditaan jossain määrin hyvään opettajuuteen, ni kokee sen, että se tulee itestä niinku suht luonnostaan, että ei joudu joudu niinku pakottaan itteensä jotenki olemaan tasapuolinen tai käyttäytymään siellä luokassa sillain, niinku sillai, miten mun mielestä opettajan pitäis käyttäytyä.”*  
Haastattelu 5/2007

luovuus,

*”[S]ellanen luovuus tai sellanen, että halua, halua kokeilla niitä eri reittejä että. Ja ajatella vähän niitä eri tavalla oppivia niinku oppilaita, ettei aina tyydy siihen yhteen yhteen opetustapaan. Ni sillai ainaski saa mahdollisimman monen siihen sitt mukaan.”* Haastattelu 12/2007

pitkäjännitteisyys,

*”Matematiikassa ja yleensä opettamisessa korostuu oma pitkäjänteisyyteni. En hermostu, vaikka joutuisin selittämään yksinkertaisenkin asiaan moneen kertaan. Ja mikä tärkeintä, en pidä opittavaa asiaa itsestään selvänä ja helppona, vaan yritän asettua oppilaan asemaan ja selittää mahdollisimman yksinkertaisesti.”* Kirje 4/2008

aito kiinnostus

*”Esimerkiksi trigonometrinen funktioiden kaavojen opetteluun olen käyttänyt pienimuotoisia itsekeksittyjä tarinoita. Vahvuutena voisi nähdä myös sen, että olen kiinnostunut oppilaiden omista tavoista ratkaista tehtäviä: tärkeintä ei ole oikea vastaus vaan ajatus- ja laskuprosessit.”* Kirje 4/2008

ja kyky ennakoida opiskeltavan aiheen vaikeita kohtia.

*”Osaan ennakoida usein, mihin kohtaan oppilaat jumittuvat ja mahdollisesti avaan näitä jumikohtia jo ennen varsinaista laskemista. Matematiikan tunneilla on myös helppo huomata, kun oppilas ylittää oman tasonsa ja sitten antaa hänelle tästä positiivista palautetta.”* Kirje 4/2008

Karoliinaa huolestuttaa silti se, ettei hän mielestään ole tarpeeksi napakka oppitunneilla

*”[M]ä en ehkä uskalla tai osaa olla tarpeeks ilkee tai että, jos on sillai, että jos luokka mölyy ihan hirveesti, ni ku ei oo kauheen kantava ääni, ni en mää niinku jaksa, enkä viitti ruveta huutaan siellä ja sillai niinku sanoo. Tai että jossain tilanteessa pitäis osata olla niinku napakampi.”* Haastattelu 12/2007

ja antaa kollegoiden mielipiteiden vaikuttaa opetukseensa.

*”[P]arannettavaa lähinnä niinku itteensä kannalta, ni sellanen, että luottais itteensä ja siihen, että [...] jos mää oon niinku päätyyn näihin asioihin ja haluun opettaa tällä tavalla, ni uskois siihen, että että se toimii. Eikä antais niinku niitten muitten vaikuttaa siihen sitte millään tavalla. Mutta se on sitte ehkä vähä vaikeempi vaikeempi prosessi tai se että pystyy ehkä pitää sen.”* Haastattelu 12/2007

## Käsitys matematiikasta

Matematiikka on Karoliinalle ajattelun taitoja ja soveltamista.

*”Ei se riitä, että osaa mekaanisesti sijoittaa kaavaan  $x:n$  ja  $y:n$  paikalle uudet luvut ja laskea laskun laskimella. Ei se ole matematiikan hallitsemista. Matematiikan mielenkiinto ja haasteellisuus on juuri siinä, että osaa soveltaa nippelitietoa oikeissa tilanteissa.”* Essee 9/2005

Hän myös jää koukkuun matematiikkaan, mutta ei niinkään yliopistomatematiikkaan. Sen hän kokee liian laskennalliseksi.

*”[M]atikka on niinku koko aika ollu just sitte sellanen, periaatteessa kauheen tarkka säännönmukaisuus. Mutta sitte se, että siellä joutuu niinku vähän miettimään ja ajattelemaan niitä ja sitte ne voi jäädä kauheen pitkäkskin aikaa niinku ärsyttää jotkut tehtävät ja [...] ku mä jo kuulen sen [tehtävän], niin mull on semmonen, ett mun on pakko vitsit ruveta ratkaseen tätä, että mä en kestä, jos niinku tää jää jotenki auki tää tehtävä. Ni siin on sellanen niinku vähän niinku omien rajojen kokeilua, että pystyykö niinku niitä tehtäviä tekeen. [...] Mä en jaksa tällasta matikkaa, mitä on nytte ollu, niinku pelkästään. Mutta sitte nytte just ku on ollu se yks didaktisen matikan kurssi, ni siitä on ollu sillai, ett tässä on jotain järkeekin, ettei oo vaan sellasta ihmeen kaavojen pyörittelyä.”* Haastattelu 12/2005

*”[M]atikan lukeminen on sellasta, että no varsinkin yliopistossa, että lasketaan, lasketaan ja lasketaan, eikä niinku prosessoida sitä mitenkään.”* Haastattelu 5/2007

Myönteinen kokemus yliopistomatematiikasta syntyi Geometriaa opettajille -kursilla.

*”Mistäköhän toi oikein muuten tulikaan, ett niitä on paljon mielekkäämpää ruveta jo tutkiin, ett miks tää meneekään näin, ku siinä on joku sillai, ett sen on piirtäny. Ja sitte sitä on sillai, ett ett miks miks nää viivat niinku yhdistyy tai miks tänne tulee suora kulma? Niin ku se, ett jos vaan opettelee ulkoo, että tää on tällanen sääntö ja se pitää osata.”* Haastattelu 5/2006

Karoliina on kuitenkin huomannut koulussa opettaessaan, että oppilaat toivovat suoria ohjeita,

*”Piti piirtää tangentti ni sitte ne oli, ett ”ai voiks mä pistää tän pisteen ihan mihin tahansa tän ympyrän ulkopuolelle” ni mä sanon ett ”ihan mihin tahansa ja sitt piirret kaks tangenttia sille ympyrälle”. Ne oli ihan niinku sillain, että ”kuin voi olla, ett ite päätetään?” Haastattelu 12/2006*

hän toivoisi voivansa välittää omaa nykyistä käsitystään myös oppilaille. Matematiikka on muuttuva kokoelma työkaluja ja prosessi on paljon mielenkiintoisempi kuin itse ratkaisu.

*”[Matematiikka] on suht hyödyllistä, mutta sitä ei kyllä kokenu sillon, ku ite oli siellä yläkoulussa (nauretaan). [...] [N]äitten opintojen myötä on niinku tajunnu sen, että joo onhan näissä niinku, että kyllähän tää liittyy todellisuuteen ja kyllähän tällä on sitä ja tätä. [...] Sais oppilaille sen, että sen oman käsityksensä, sen nykysen käsityksen siitä matikasta, että sais sen jotenki selitettyä, että se ei oo vaan sitä että no ni laskimet esiin ja sitte lasketaan ja katotaan tuliko oikee tulos. Että se on kauheen vaikee välillä selittää just sitä, että ei sillä oikeella ratkasulla oo niin kauheesti väliä. [...] [E]tt se on kaikennäköstä niinku ongelmanratkasuu, [...] ett tästähän oliki hyötyä niinku, että ett osas asettaa sen ongelman jotenki sillain laskettavaan muotoon.” Haastattelu 5/2007*

*”Opettajana tehtäväni ei olisikaan vaan tarjota näitä yksittäisiä työkaluja, vaan tehdä näistä työkaluista sellainen toimiva ja muuttuva kokoelma, että opiskelija olisi erilaisten ongelmien edessä kyvykäs yhdistelemään omia välineitään ja rakentamaan niiden kautta oikean ratkaisun.” Kirje 4/2008*

### **Käsitys matematiikan oppimisesta**

Karoliinan käsitys matematiikan oppimisesta muuttuu kolmen lukuvuoden aikana. Ensimmäisessä esseessään hän vielä pohtii, mikseivät kaikki opi matematiikkaa ja näkee ainoaksi mahdollisuudeksi, että opettaja kääntää katseensa myös itseensä ja käyttämiinsä metodeihin.

*”Mikseivät kaikki opi matematiikkaa? Yleensähan huonot oppilaat luokitellaan karusti ”tyhmiin”, jotka eivät koskaan tulekaan oppimaan mitään, tai ”laiskoihin”, jotka eivät vain omaa saamattomuuttaan viitsi oppia. Harvalla omalla opettajallani on tainnut käydä mielessä, että omassa opetusmetodissa voisi olla jotain pielessä, kun asia jää osalta ymmärtämättä. Mutta kun kaikki eivät yksinkertaisesti opi lukemalla kirjasta teoriaa tai kopioimalla opettajan kalvoja vihkoon.” Essee 9/2005*

Keväällä 2008, hän kirjoittaa:

*”Totta kai joillain oppilaille on erityisiä matemaattisia lahjoja, jotka vielä sopivat hyvin niiden vaatimusten kanssa, joita koulu oppilaille asettaa. Ja toisaalta osalla on oppimisvaikeuksia, jotka voivat liittyä matematiikkaan tai laajemmin*

*oppimiseen, mutta en usko, että matematiikka on kenenkään osalta täysi mahdollisuus. Joillekin sen opettelu on hankalampaa, ehkä sen takia, että heidän omat ajattelupolkinsa poikkeavat niin paljon siitä toivotusta ja stereotyyppisestä tavasta, mutta kaikki osaavat matematiikkaa, ainakin omalla tavallaan.” Kirje 4/2008.*

Pohtiessaan matematiikan oppimista Karoliina toisaalta harmittelee sitä, miten vaikea opettajan on asettua ongelman kanssa painivan oppilaan tasolle ajattelussaan.

*”[K]u ne on itelle saanu niinku tai on ehkä tajunnu ne ihan saman tien, niin sitte niinku ymmärtää sen periaatteessa kuinka kummallisilta ne tuntuu muista. Mutta sitte, että siinä tilanteessa just on osannu mennä sen oppilaan asemaan, koska siinä usein niinku sen, normaalisti opettaja ei osaa nähdä sitä niinku tarpeeks tyhmästi sitä tilannetta, että sitt se vaan selittää ja selittää sitä uudestaan, eikä ne ymmärrä sitä ollenkaan. Mutta sitte, ku ite on niinku niinku jotenki pystyy aina näkeen että missä vaiheessa tässä se ajatus voi niinku katketa sieltä, että miksei se tajuu tätä.” Haastattelu 12/2005*

Tätä hän yrittää selvittää myös harjoittelussaan toisten opettajien tunteja kuunnellessaan.

*”Mä jo siinä tunnin alussa olin sillai, että no miltäs kantilta nytten tänään kattelee. [...] [M]äpä yritän olla ihan oppilaana, että mitä tosta oikeesti voi tajuta niinku tosta tai niinku, jos se selittää asiat noin, että että yritän ajatella oppilaan aivoilla. Ja sitt taas välillä sillain jotenkin seuras sitä että, miten se opettaja pystyis niinku näkemään niissä tilanteissa tai siis saamaan niistä oppilaista vaan tai niinku siitä.” Haastattelu 5/2006*

Eikä se oikein ratkea hänelle edes hänen omassa opetuksessaan.

*”Niitä käydään ihan tuhottoman moneen kertaan läpi sitä suoran piirtämistä ja niinku siinä huomaa ite, ett kuin vaikee on mennä siihen enää sille tasolle, että niinku se tulis uutena asiana, [...] ett toisaalta siitä on niinku haittaa, että osaa niitä [asioita] liian pitkälle. Haastattelu 12/2006*

*”Syksyllä ku oli sijaisena, ni huomas, että eri luokkien kanssa käytiin samoja asioita niin aika eri tavalla tai että toisten kans ne mitkä meni helposti, suju, ni sitte ne mentiin nopeesti ja sitte toisten kanssa piti jauhaa niitä ja käydä monin eri tavoin niinku taululla läpi. Ja toisille piti viä erikseen selittää niitä ja kokeilla vähän eri tavalla, ett jos ei se toiminukaan.” Haastattelu 12/2007*

Lopulta Karoliina päätyy päätelmään, että oppilaat ovat oppijoina hyvin konservatiivisia. Näin oli hänen itsensäkin kohdalla,

*”Itelle se oppiminen on ollu tosi paljo sellasta niinku ulkoo opettelemista, ku se on menny kaikista helpoiten niin, että vaan lukee, lukee, lukee ja sitte osaa ne siellä*



*kokeessa. Mutta nytte mä oon enemmänkin lukenu tentteihin sillai, että no mua ei kiinnosta tää kappale, että mä luen sen pääpiirteittäin, mutta niinku että ne, mitkä aiheet mua tällä hetkellä kiinnostaa enemmän, ni niitä mä sitte luen ja sitte voin ettiä niistä jotain muutaki tietoo.” Haastattelu 5/2007*

ja näin on tavallisessa yläkoululuokassa nykyäänkin.

*”Jos menee tavalliseen yläkoululuokkaan, ni se se [elämyksellinen matematiikan opetus] ei toimi tai sellaseen keskimääräiseen yläkoululuokkaan, niin ei siitä tu nytte yhtään mitään. Ett ne pitäis niinku totutella siihen.” Haastattelu 12/2006*

### **Käsitys matematiikan opettamisesta**

Käsitys matematiikan opettamisesta on Karoliinalla hyvin selkeä jo opintojen alkuvaiheessa. Hän toivoo opettajilta kykyä heittäytyä

*”Oppilaiden kannalta olisi myös tärkeää nähdä, että opettajakin toimii joskus tutkijana. Opettajan olisi asetettava oppilaiden tasolle ja lähdettävä käsittelemään jotain uutta asiaa ilman varmuutta siitä, että päästään varmasti oikeaan lopputulokseen, tai ylipäättänsä päädytään mihinkään. Tällöin oppilaatkin uskaltavat rohkeammin kokeilla, tutkia ja antaa itselleen luvan epäonnistua.” Essee 9/2005*

ja toimia omaperäisesti.

*”Se [matematiikan opettaja] ei oikeestaan niinku lukenu tai käyny sitä kirjaa niinku teoriassa läpi. Se selitti ihan omia teorioitansa siinä alussa tai sitte niinku niin sillai, että ett se ei ollu sellasta ihme matematiikkakieltä, vaan se oli vähän sellasta niinku järkevemmän kuulosta. Ja sitte se oli usein sillai, että no täss on tällanen tehtävä, että täss on kyllä tällanen aika tai sellanen kikka, että tää on kerrottu siä kirjassa, mutta yleensä näissä huomaa tai siis. Että se jako kaikkea sellasia niinku, mitä se oli ite huomannu, että kannattaa toimia näin ja tällasissa tilanteissa ja sitt [...] osas niinku tulkita niitä tehtäviä. Tai siis osas nähdä, että mitä niissä pitäis tehdä. Ku jotkut vaan meni niitä täysillä eteenpäin, eikä katonu yhtään tai sillai että menny siihen tehtävään sisälle.” Haastattelu 12/2005*

Tärkeää olisi avata omaa ajatteluaan oppilaille ja myös kunnioittaa oppilaiden ajatusmalleja ja ratkaisuehdotuksia. Karoliina on hiukan näreissään niille opettajille, jotka toimivat aivan päinvastoin omassa opetuksessaan.

*”Se opettaja oli antanu suoraan sille nolla pistettä, koska se laskutapa oli jotenki siis, se oli omalaatunen. Mutta se, että se ei niinku ollu tehny sen hyväks mitään, ett se ois voinu ymmärtää sitä laskutapaa. Ett mun mielestä se pitää silloin niinku käydä sen oppilaan kanssa läpi, että miten sä oot tän ajatellu jos sä oot päässy oikeeseen vastaukseen.” Haastattelu 12/2006*

Karoliina on varma, että mikäli opettaja katsoo vain oikeaa ratkaisua ja täydellistä suoritusta, oppilaiden asenteet muuttuvat passiivisemmiksi ja tätä passiivisuutta on vaikea myöhemmin kitkeä pois.

*”Jos alakoulusta oppii jo siihen, että vaan oikeella vastauksella on väliä ja sillä tai sellasella täydellisellä suorittamisella, niin se niinku tuhoo sieltä sellasen yrittämisen. Ett jos ei palkita sellasta pelkkää niinku, ett on yrittäny ja tehä, tehny omalla tavallaan, ni se niinku häviää.”* Haastattelu 12/2006

Tähän hän on jo opetuksessaan ehtinyt törmätäkin

*”Ehkä mä koen haasteellisemmaks niinku sen, että saa sen ryhmä ryhmän niinku hengen tai muodostettuu sellaseks, että ne on valmiita niinku käyttämään niitä kaikkia juttuja.”* Haastattelu 5/2007

ja huomannut kannustuksen olevan ainoa keino purkaa näitä asenteita.

*”Matematiikan opetuksessa on tärkeitä, että oppilas kokee pystyvänsä suoriutumaan annetuista tehtävistä. Erityisesti sellaisten oppilaiden kohdalla, joiden asenne ja kokemukset matematiikasta ovat hyvin negatiivisia, annan mahdollisimman paljon positiivista ja kannustavaa palautetta.”* Kirje 4/2008

Karoliina pohtii opettajaksi kasvuaan ja vaikka hän kokeekin itsensä enemmän opettajaksi kuin matematiikan opettajaksi, hänen vahvuutensa matematiikassa vaikuttavat selkeästi hänen opetuskäytänteisiinsä.

*”Mä koen kasvaneeni mat tai siis opettajaks yleensä niinku aika vahvasti. Mutt sitt taas toisaalta, ett siinä samassa, kerta ku se matikka on itellä vahva, niin sitte se näkyy siinä matikan opetuksessa. Ja sitte taas koska niitä matikan sijaisuuksia on ollu kauheen paljon, niin että niinku oikeestaan ne molemmat puolet [on] vahvistunu.”* Haastattelu 12/2007

Hän haluaa kokeilla kaikkea uutta ja erilaista,

*”Mä olin tällä viikolla alkuviikosta tota ihan uudessa paikassa sijaisena. [...] Niin tota, että väkisinki halus kokeilla jotain niinku jotain sellaista mitä ei o kokeillu ennen (nauraa) että tai jotenki. Sitte se oli helppo, ku oli ihan uudessa paikassa, ni sitte no niin että, katotaas että hoksaisko nää.”* Haastattelu 12/2007

toiminnallisiakin opetusmenetelmiä

*”Askartelisin, jos ois aikaa.”* Haastattelu 5/2006

ja matemaattisen ajattelun kehittämistä.

*”[M]atematiikkaa tarvitaan arkipäivän asioissa. Tämä ei kuitenkaan ole mielestäni tärkein perustelu. Oleellisempaa on se, kuinka matemaattinen toiminta*

*(laskeminen, ongelmien ratkaiseminen ym.) kehittää ajattelua ja siten tapaa hahmottaa ympäristöä.” Kirje 4/2008*

### **Käsitys hyvästä opettajasta**

Millainen on hyvä opettaja Karoliinan mielestä? Ensimmäisessä esseessä painottuu opetusmenetelmien hallinta.

*”Opettajan tehtävä olisikin nähdä, milloin mitäkin keinoa kannattaa käyttää eli millä tavalla saavutetaan parhaimmat oppimistulokset. (Kyseenalaistan tässä sanan ”tulokset” sen perinteisessä merkityksessä. Parhaat oppimistulokset eivät välttämättä tarkoita parhaita arvosanoja, vaan kokonaisvaltaista onnistunutta oppimisprosessia). [...] Erilaiset opettamisen metodit olisi nähtävä mahdollisuuksina, joita kannattaa tilaisuuden tullen hyödyntää. Ja jotta opetuksesta saataisiin mahdollisimman mielenkiintoista, olisi opettajan aina välillä kyseenalaistettava omat opetusmenetelmänsä.” Essee 9/2005*

Sitten nousee tärkeimmäksi opettajan ominaisuudet kuten välittäminen, lähestyttävyys ja kyky joustaa tarvittaessa.

*”No, voi olla että melkein tärkeimpänä on just sellanen välittäminen ja sitte se että ottaa niinku sen luokan sellasena aina omana kokonaisuutenaan, eikä se että vetää niinku niitä kaikkia tunteja ihan samalla tavalla. [...] Jotenkin suostuu siihen, että se ne perustavat ei niinku aina välttämättä toimi kaikille tai sillai, että osaa joustaa niissä erilaisissa tilanteissa. [...] Ja sitte just se että korostaa sitä, että että ei haittaa vaikka niitä virheitä tuleeekin siellä ja sillai. [...] Että ei niinku o siellä jossain korkeella korokkeella, että mä en tee koskaan mitään virheitä, vaan niinku että ne oppilaat näkee, että niitä sattuu niinku kelle tahansa.” Haastattelu 12/2005*

Karoliinan koko kolmivuotisen opiskelun ajan hän korostaa tasapuolisuutta ja oikeudenmukaisuutta ja ne säilyvät hänen peruseriaatteinaan.

*”[V]armaan sellanen tasapuolisuus, että mua ainaski ärsytti kouluaikana se, että ku oli oppilailla tai siis opettajilla ne suosikkioppilaat, jotka oli niitä hyviä ja sitte ne huonot, joita oli sitte pakko roikottaa siellä perässä.” Haastattelu 12/2007*

Eräs selitys tähän ovat omat koulukokemukset, joista hän kertoo esimerkiksi seuraavasti:

*”Kasilla [8. luokalla], ku mull oli kuus tuntia varmaan käsitöitä viikossa ni kaks tuntia niistä piti se, niinku mun mielestä ihan hirvee opettaja. Ja tota, mä en tie jollain tavalla se ei voinu sietää sitä että mä olin hyvä koulussa tai ku sen periaatteessa ties varmaan koko koulu ett mikä mun keskiarvo oli, ni sitä ärsytti se, että*

*mull oli kaikki numerot kympejä. Ja sitte heti ensimmäisenä olikse se sitte kasin joulutodistuksessa vai sitte ysillä, se ihan kiusallaan anto mulle niinku kässästä ysin sitte todistukseen. Että se toinen opettaja oli niinku yrittäny, että kyllä niinku hänen mielestään hänen mielestään kuuluis antaa kymppi. Sitte, kun mä silt kysyin, että mikä tässä niinku oli perusteena, että ku mä olin tehny siis ihan tolkutoman isoja töitä siinä vuoden aikana viel, ett mä en voinu tajuta sitä ollenkaan, niin se sano vaan ett, ”no se on ihan hyvä, että tottuu välillä saamaan huonompia numeroita.”* Haastattelu 12/2005.

Näitä kokemuksia kertyy myös koulutuksen aikana. Nyt ne eivät tietenkään ole henkilökohtaisia, mutta opettajana hän joutuu toimimaan lojaalisti kollegoita kohtaan, vaikka nämä ovatkin käyttäytyneet vastoin Karoliinan tärkeimpiä periaatteita.

*”Mä katoin sen opettajan mallivastauksen, minkä se oli antanu mulle, ni siellä oli tota eri lähtöarvot, ku niitten oppilaitten koepaperissa. Sillai, että suurin osa oli laskenu sen oikein, mutta eri lähtöarvoilla, ja opettaja oli kattonu vaan että väärä vastaus kaikilla [...] ja niinku nolla pistettä.”* Haastattelu 12/2006

Karoliinassa on kuitenkin peräksiantamattomuutta ja hän haluaa uskoa voivansa toimia omassa työssään toisin.

*”[K]u meidän äiti niin aina vahvasti, ett ”et sä pysty, että ei siellä niinku riitä aika siihen, että ei niihin pysty niinku jokaiseen kiinnittää huomioo”. Sitä enemmän tulee sillai, että varmaan pystyn, että mä muuten näytän sen, että niinku pystyn. Että toisaalta se on ihan hyvä, että se niinku yrittää tuoda siihen sitä realiteettia, mutta mä aina sitä enemmän innostun.”* Haastattelu 5/2006

Hän uskoo, että mikäli oppilaat tulevat hyvillä mielin oppitunnille,

*”Niin että, jos ne tulee sinne tunnille sillain, että ne saman tien haluis sieltä pois, niin siin on niinku suurempi mahdollisuus saada ne sieltä jotain sisäistään, jos ne on siellä vähän erilaisella niinku innostuksella. Vaikka ne ois siellä sillain että, no tänään on hauska tunti ei välttämättä sillain, että tänään opitaan matikkaa mutta ne silti oppii sitä paremmin.”* Haastattelu 12/2006

he eivät voi välttyä oppimasta

*”[P]ystyy niinku mielekkäästi käymään niitä asioita läpi, mutta sitte taas niin että käy sen teorian tai sen faktajutunkin siellä niin, että se oikeesti menee niihin tai että ne oppilaat tajuu sen. [...] Hyvä matikan opettaja ois sellanen, joka tekis siitä sellasta, ett ne oppilas oppilaat ois sillai, että että ”no meill oli jotain tosi kivaa ainetta, että ei se ollu kyllä matikkaa, mutta jotain se oli” (naurahtaa). [...] Ne laskis siinä vähä huomaamatta, ett se ois enemmän ehkä sellasta ongelmanratkasua ja [...] sellasta niinku mielekkäämpää ja [...] ne oppilaat ois kokonaisvaltasesti siinä hommassa mukana.”* Haastattelu 5/2007

ja omien rajojensa koettelemiselta.

*”Matematiikan kouluopetukseen liittyviä tavoitteita olisikin oman ajattelunsa haastaminen ja omien rajojen ylittäminen. Matemaattisten ongelmien ratkaiseminen myös kehittää oppilaan keskittymistä ja pitkäjänteisyyttä. Tavoitteena olisi myös omien toimivien ajatuspolkujen ja -mallien luominen, eli opettajan tavoitteena ja haasteena olisi siinä kohtaa olla tarjoamatta omaa ratkaisuaan ja yrittää ymmärtää oppilaan ajatusmaailmaa.” Kirje 4/2008*

Kolmannen lukuvuoden aikana työyhteisön merkitys korostuu ja käsitys hyvästä opettajasta saa uuden näkökulman siitä, mitä on olla hyvä opettaja työyhteisössään.

*”Tekis enemmän yhteistyötä niinku saman aineiden opettajien kanssa ja ois sillai, että ”no mites sä oot tätä juttua tehny” ja ”voitaisko kokeilla jotain yhdessä”.” Haastattelu 12/2007*

Onneksi Karoliinan opintojen aikana hän on tavannut opettajia, jotka ovat voineet toteuttaa toiveitaan ja päämääriään ja he ovat rohkaisseet häntä pitämään kiinni omistakin toiveistaan.

*”[N]ämä muutamat opettajat ovat osoittaneet, että opetuksesta voi tehdä niin välittävää kuin itse vain haluaa. Toisaalta myös näiden opettajien työskentelystä näkyy ilo ja kiinnostuneisuus, työn merkityksellisenä näkeminen. Nämä opettajat ovat osoittaneet, että omat ihanteeni opettajan työssä ovat mahdollisia ja tavoittelemisen arvoisia.” Kirje 4/2008*

## **Käsitys hyvästä opetuksesta**

Hyvää opetusta Karoliina pohtii kirjoituksissaan ja tarinoissaan myös siitä näkökulmasta, miten se yliopistomaailmassa toteutuu. Hyvät luennoitsijat ja asiantuntijat jäävät mieleen ja heidän opetuksestaan myös muistaa asioita paremmin.

*”[S]iä [kurssilla] tuli niinku monia [...] asiantuntijoita tai siis kuiteskin, ett siä oli varmaan kuus vai seitsemän luennoitsijaa. [...] [S]inne oli hauska mennä sillai, ettei ikinä tienny, ett mitä sieltä tulee ja tosi monet oli sellasia niinku persoonallisia tyypppejä ett niit oli hauska kuunnella niitä kaikkia. [...] [S]elvästi sai enemmän irti, ku se ett jos mä oisin lukenu kirjasta jotenkin ne, niistä ne perusasiat.” Haastattelu 5/2006*

Mielekkäät tehtävät vievät mennessään.

*”[K]u mä siitä rupesin kirjottaa yhtä tehtävää, huomasin, ett vitsi ett tässä on jotain tällasta, mitä mä en niinku oo käsitelly koko vuotena ollenkaan. [...] [J]aa ett tästä ja että mikä että mediakriittisyydestä [...] siitähän onkin muuten mielenkiintosta kirjottaa. [...] Mä olin ihan innoissani. Kirjotin sitä kotona, ett no*

*nyt tästä tulee monta sivua, monta sivua, että ku ei oo vielä kerinny sanoon siitä yhtään mitään.”* Haastattelu 5/2006

Opetusryhmillä ja yhteenkuuluvuudella on yliopistomaailmassakin merkitystä.

*”Ni toisaalta tai siis tykkää niinku siitä, että näkee vähän niinku silloin tällöin jotain tiettyjä ihmisiä, mutt sitte on niinku olemassa sellanen oma ryhmänsä.”* Haastattelu 5/2006

Opintoihin liittyvä ohjaus on tärkeää ja

*”[E]i oo aina ihan varma, että mihin täällä pitäis mennä ja mitä pitäis tehdä niin tai että, ku ois niinku enemmän sillai riippuvainen siitä että joku antaa ohjeita ja neuvo.”* Haastattelu 5/2006

riipaus inhimillisyyttäkään ei olisi pahitteeksi.

*”Riipaus inhimillisyyttä ja aitoa välittämistä ei ole koskaan pahitteeksi, eikä se ole keneltäkään mistään pois.”* Essee 9/2005

Hyvässä matematiikan opetuksessa hän korostaisi matematiikan käytännönläheisyyttä

*”[E]i osata niinku pistää just tarpeeks käytännöllisiks niitä tehtäviä, ett joskus se oikeesti menee liian niinku teoreettiseks, niinku liian varhasess vaiheessa, se matikan opiskelu. Niin sitte siitä saadaan just sellanen kuva, että ei, että sitä ei pysty hyödyntään, että ehkä sitä pitäis jotenkin enemmän niinku korostaa sitä, miten niitä, mikä sen käytännön merkitys on.”* Haastattelu 12/2005

ja toivoisi opettajien huomaavan, että opetustyössä oppilaat ja työn luovuus ovat voimavara.

*”[O]ppilaat on ne, mitkä on tärkeintä siinä työssä ja sitte toisaalta se [...] luovuus, mitä voi käyttää sitte sitte niinku pääsee vauhtiin.”* Haastattelu 5/2007

Hyvä matematiikan opetus on oppilaiden mahdollisuuksiin uskomista,

*”Opettajalla tulisi kuitenkin olla pyrkimys siihen, että hän haluaa kaikkien oppivan, vaikka se toisten kohdalla olisikin työn ja tuskan takana.”* Kirje 4/2008

eikä siinä rajata kasvatuskysymyksiäkään sivuun.

*”Opettajana näen, että oppiaine ei rajaa kasvatuksellisuutta tai sosiaalisuutta ulkopuolelleen. Puutun joskus hyvin napakastikin epäkohtiin, joita huomaan luokkayhteisössä. Vaikka joku oppilas on todella lahjakas matematiikassa, se ei oikeuta häntä kohtelemaan muita oppilaita alentavasti.”* Kirje 4/2008

Jos Karoliinan opettajaksi kasvun prosessia haluaisi kuvailla yhdellä sanalla se voisi olla esimerkiksi haasteellisuus tai peräänantamattomuus. Hän tavoittelee opettajuudessaankin korkealle. Hän pyrkii olemaan yhtäaikaan vaativa ja kannustava, tasapuolinen ja oikeudenmukainen. Toisaalta hänellä on paljon ominaisuuksia, jotka auttavat häntä tavoitteissaan.

Karoliinan käsitys matematiikasta pikemminkin ajattelun taitoina ja ongelmaratkaisuna pitää sisällään silti myös matematiikan työvälisarvon ja sovellettävyyden. Ja yllätyksellisyyden; matematiikan tehtävään voi myös 'jäädä koukkuun'. Hyvä aineenhallinta antaa tilaa luovuudelle ja kyvyille ennakoida kunkin aiheen vaikeita kohtia. Aineenhallinnan vahvuus lisää itseluottamusta tehdä virheitä, kysyä oppilaiden näkemyksiä ja ideoita, sekä sovittaa opetustaan kulloisiinkin tarpeisiin.

Opettajaksi kasvun Karoliinasta tunnistaa muun muassa siinä, että hän reflektoi paljon ja hakee yksilöllisiä ratkaisuja. Hän kuuntelee oppilaittensa matemaattista ajattelua ja pyrkii aktiivisesti ymmärtämään sitä. Kasvun tunnistaa myös luottamuksesta siihen, että oppilaiden asenteita voidaan muuttaa ja oppilaitten konservatiivisia työskentelymenetelmiä kehittää. Työyhteisön merkitys korostuu kolmannen lukuvuoden aikana. Jossain määrin Karoliina huomaa alistuvansa kollegoiden näkemyksiin opettamisesta, vaikka ne ovatkin ristiriidassa hänen omien näkemystensä kanssa. Silti Karoliina uskoo työyhteisön mahdollisuuksiin itsensä ja opetuksen kehittäjänä.

## 21 Tutkimuksen arviointia

*”The truth? The researcher applying traditional social science criteria might respond, ”I can show you truth insofar as it is revealed by the data.” the contructivist might answer: ”I can show you multiple truths.” The artistically inclined might suggest that ”fiction gets at truth better than nonfiction” and that ”beauty is truth”. The critical theorist could explain that ”truth depends on one’s consciousness” or the activist might say, ”I offer you praxis. Here is where I take my stand. This is true for me.” the pragmatic evaluator might reply, ”I can show you what is useful. What is useful is true.” (Patton 2002, 578.)*

Kun lähestytään totuutta sellaisena kuin tutkimusaineisto siitä kertoo, huomataan, että narratiivinen tutkimus nostaa esiin yksittäisen henkilön mieltämän totuuden ja harvemmin yhteistä totuutta. Kakkori (2002, 107) toteaaakin: Tarinan tosi ei tarkoita sitä, että kaikki tuli kerrotuksi. Totuus on se, mitä muistamme. Tutkija tyytyy tähän totuuteen ja ratkaisee arvoitusta sen pohjalta. Pohtiessaan, antaako narratiivinen tutkimus todellisen kuvan todellisuudesta, Clough (2002, 87) menee vielä pidemmälle toteamalla, että hänen mielestään tässä ei ole kysymys siitä, antaako se vai ei, vaan kenen totuudesta loppuviimeksi on kyse. Hän haluaisi liittää tieteelliseen keskusteluun narratiiveista kasvatustieteellisessä tutkimuksessa kysymyksen siitä, kenen totuus on tärkein tehtäessä tutkimusta (Clough 2002, 81). Olen pohtinut näitä näkemyksiä tutkimusta tehdessäni. Tarinoiden koettu ja tiedostettu on tutkimuksessa kerrottu ja tulkittu. Onko totuus tutkittavan, joka on koetusta kyennyt tiedostamaan vain osan ja tiedostetusta kertomaan osan, ja minä tutkijana olen tulkinut sitä aivan eri lähtökohdista kuin missä autenttinen kokemus on saatu? Vai onko totuus tutkijan, joka vastaavia tilanteita kokeneena, niistä osan tiedostaneena, nyt samastuu tutkittavansa tarinaan ja kertoo omaa tarinaansa sen kautta?

Pitkittäistutkimuksessani analyysi eteni rinnakkain aineiston keruun kanssa. Aluksi pohdin tutkimukseni totuudellisuutta Riessmanin (1993, 64–66) esittämien kriteerien pohjalta.



## Tutkimuksen vakuuttavuus, vastaavuus, yhtenäisyys ja käytännöllisyys

Kertojen erilaisista arvoista ja kiinnostuksen kohteista johtuen, he voivat kertoa samastakin tapahtumasta radikaalisti toisistaan eroavia tarinoita. Miten tarinan totuudellisuutta silloin arvioidaan? Riessman (1993, 64–66) esittää tutkimuksen validioimista varten neljää kriteeriä: vakuuttavuus (*persuasiveness* tai *plausibility*), vastaavuus (*correspondence*), yhtenäisyys (*coherence*) ja käytännöllisyys (*pragmatic use*).

Vakuuttavuuden kriteeri vastaa kysymykseen, onko tulkinta järkevä ja vakuuttava. Vakuuttavuuden kriteeri täyttyy parhaiten, jos tutkittavilta kerätty aineisto tukee teoreettisia väitteitä ja tutkija on ottanut raportissaan huomioon vaihtoehtoisia tulkintoja. Vakuuttavuus on Riessmanin mukaan paljolti kirjoittamisen ja retoriikan kysymys. Tutkimusta lukiessaan lukija toivoo näkevänsä kattavan määrän otteita aineistosta ja häntä epäilyttää välittömästi, jos tutkija on esittänyt väitteensä tueksi vain yhden argumentin. (Riessman 1993, 65–66.)

Vastaavuuden kriteerin täyttymisen ehdoksi Riessman haastaa tutkijaa viemään työnsä takaisin tutkimukseen osallistuville. Hän kuitenkin kyseenalaistaa, voiko tutkijan tulkintoja todella tarkistaa näin. Perusteluina epäilyilleen hän esittää, että ihmisten tarinat eivät ole pysyviä ja muuttumattomia ja lopulta työ on kuitenkin tutkijan, joka joutuu siitä myös vastaamaan. (Riessman 1993, 66–67.) Havaitsin tutkittavia haastatellessani, että tunnekuohussa kerrotut, juuri tapahtuneet asiat tuntuivat myöhemmin tutkittavista oudoilta. Jälkeenpäin, kun tilanteet olivat tasoittuneet, tarina olisi kerrottu toisin. Mikä on tutkijan vastuu tässä tilanteessa? Tulisiko hänen jättää ensimmäisen version kuvaus sikseen ja tyytyä vaimeammin kerrottuun versioon tapahtuneesta, vai onko tunteikas tarina oikeastaan aidompi? Nyt raporttia kirjoittaessani huomaan, että valintojani ohjasi usein hienotunteisuus. En halunnut käyttää tekstiotteita, joissa tutkittava takeltelee, jankkaa, kiroilee tai toimii mielestäni muuten itselleenkin vieraalla tavalla. Litteroinneissa toimin kuitenkin uskollisesti sen mukaan, mitä tallenteelta kuului.

Kolmas kriteereistä, yhtenäisyyden kriteeri, arvioi sitä, mitä tutkittava tavoittelee tarinallaan. Hakeeko hän ehkä oikeutusta teoilleen? Teemallinen yhtenäisyys tarkoittaa sitä, että kertojan tarinassa esiintyy yleisempiä, yhteneviä teemoja. (Riessman 1993, 67.) Tarina kerrotaan aina kuulijakunnalle. Kuulijaksi voidaan ajatella vain tutkija, mutta todennäköisesti tutkittava ajattelee kuulijakuntaa laajemmin ja on mielessään luonut tulevalle raportille lukijakunnan. Hän kertoo tarinaansa tälle lukijajoukolle ja haluaa ehkä myös vaikuttaa. Siksi yhtenäisyyskriteeri on mielestäni keskeinen. Tutkijan täytyy yrittää nähdä tarinan funktio, draamalliset elementit ja se laajempi tarina, johon kertoja tarinansa haluaa kytkeä.

Käytännöllisyys on tulevaisuuteen suuntautunutta, kollektiivisesti ja yhteisöllisesti rakentunutta. Voimme tuottaa tietoa, jonka käytännöllisyys on toisten määriteltävissä, jos kuvaamme huolella, miten teimme tulkinnat, teemme näkyväksi, mitä

olemme tehneet ja miten siinä onnistuimme ja antaessamme alkuperäisen aineiston toisten tutkijoiden nähtäväksi. (Riessman 1993, 68.) Halutessaan lukijamme voivat sitten pohtia, miten kehittelemämme käytäntö toimisi toisissa olosuhteissa. Pienen tutkittavien joukon ollessa kyseessä jouduin kuitenkin pohtimaan sitä, miten tarkkaan heidät kuvaan. Anonymiteetin kysymykset ovat olleet keskeisiä itselleni koko tutkimuksen ajan.

Riessman (1993) ei nosta esille kriteeriä, jonka Patton (2002, 552) ottaa esiin. Taiteelliset ja evokatiiviset kriteerit avaavat uusia näköaloja. Niitä kuvaavat sanat luovuus, esteettisyys, voimallinen tulkinta, kokemuksellisuus, stimuloivuus, provokatiivisuus, liikuttavuus, ilmeikkyys ja todentuntuisuus. Tutkimuksessani näillä arvoilla oli alusta alkaen merkitystä. Narratiivisen tutkimusotteen valinta oli minulle tutkijana luonteva valinta. Tutkimuksen aikana pohdin, miten totuus ja todellisuus kohtaavat luovuuden tai ilmeikkyyden, mutta päädyin siihen, että tärkeintä ei olekaan etsiä totuutta siinä mielessä kuin siitä puhutaan muissa kriteeristöissä. Tärkeintä on provosoida, liikuttaa ja ravistella lukijaa. Herättää lukija huomaamaan liian tutun ja turvallisen ilmiön kääntöpuoli, yksittäisen ihmisen ainutlaatuinen kokemus. Elävä esimerkki tällaisesta tutkimuksesta on Hilde Lauwersin (2007) tutkimus liikenneonnettomuuksissa loukkaantuneiden nuorten kokemuksista. Hänen konferenssiesityksensä ”*Sharing shame, secrets, and silence. Talking with young people about a traumatic event in their lives*” oli minulle tutkijana merkittävä kokemus.

Tutkimuksen lopullista raporttia kirjoittaessani valitsin arvioinnin kriteeristökseni Heikkisen ja Syrjälän (2007, 150–161) kehittämät toimintatutkimuksen luotettavuuskriteerit. Toiseksi ulottuvuudeksi valitsin Estolan ym. (2007) konferenssiesityksessään esittämät näkökulmat tutkimuksen eettisistä periaatteista. Heidän tutkimuksensa kahdesta lappilaisesta kylästä ei ole vain tutkimusta kyläläisistä itsestään, vaan myös tutkimusta kyläläisten vuoksi ja yhdessä heidän kanssaan (*research for, research about ja research with*). Seuraavassa luvussa esitän, miten tämä tutkimus asettuu näiden kriteerien pohjalle rakentamaani kehikkoon.

## Tutkimuksen luotettavuuskriteerit ja eettiset periaatteet

Luotettavuuskriteeristö, johon seurantatutkimukseni kokonaisarviointi perustuu on peräisin Heikkisen ja Syrjälän (2007, 150–161) muotoilemista toimintatutkimuksen luotettavuuden kriteereistä. Näitä ovat historiallisen jatkuvuuden periaate sekä reflektiivisyys-, dialektisuus-, toimivuus- ja havahduttavuusperiaatteet. Esittelen lyhyesti nämä kriteerit ja sitten arvioin tutkimustani käyttäen sekä näitä kriteerejä että Estolan ym. (2007) esittämiä näkökulmia tutkimuksen eettisistä periaatteista.

Historiallisen jatkuvuuden periaatetta kuvaa, että toiminta ei koskaan ala tyhjästä, eikä koskaan pääty. Heikkisen (2004, 184) sanoin: ”Historiallisen jatkuvuuden periaatetta noudattavassa toimintatutkimusraportissa on keskeneräisyyden estetiikkaa; elämän jatkuvuuden rosoista kauneutta”. Historiallista jatkuvuutta on

mahdollista tarkastella kertomuksen teorian näkökulmasta. Kaikkien yksilöllisten kertomusten taustalla on kulttuurinen kertomusvarasto. Kulttuurinen kertomus antaa käsitteelliset välineet, joiden avulla esimerkiksi tuore opettaja rakentaa opettajan identiteettiään. Samalla, kun nämä käsitteet antavat hänelle välineitä kertoa, ne voivat myös kahlita hänen kertomustaan. Historiallista periaatetta voidaan myös noudattaa raportin kirjoittamisessa. Tätä periaatetta noudattaen tutkija antaa lukijalle mahdollisuuden raporttia lukiessaan seurata ajassa etenevää juonta. (Heikkinen & Syrjälä 2007, 150–151.)

Reflektiivisyysperiaatetta noudattava tutkija tarkastelee esioletuksiaan tutkimuskohteestaan ja pohtii asemaansa tutkijana yhteisössä, jota hän tutkii. Hän on tietoinen omasta tietämisestään, sen rajoituksista, ehdoista ja mahdollisuuksista. (Heikkinen 2004, 185.) Tutkijan kykyä ymmärtää tutkimuskohdetta aikaisemman elämäkokemuksensa avulla voidaan kutsua tutkijan subjektiiviseksi adekvaattisuudeksi. Reflektiivinen tutkija voi avata oman tietämisen ja kirjoittamisen prosessinsa lukijalle havainnollistamalla, miten hän tuottaa tekstiä. (Heikkinen & Syrjälä 2007, 152–153.)

Dialektisuusperiaatteen mukaan tutkija tiedostaa, että sosiaalinen todellisuus rakentuu ihmisten välisenä prosessina. Tutkija antaa tilaa erilaisille äänille ja tulkinnoille samoista tapahtumista ja pyrkii siihen, että ihmisten äänet tulisivat esille tutkimusraportissa mahdollisimman autenttisina. (Heikkinen 2004, 186.) Dialektisuusperiaatetta noudattavassa kertomuksessa pyritään välittämään eri äänten ja ajatusten polyfonia ja todellisuus hahmottuu moniäänisenä puheena. (Heikkinen & Syrjälä 2007, 155.)

Toimivuusperiaate tarkoittaa, että toimintatutkimuksen laadun arvioinnissa kiinnitetään huomiota siihen, onko se saanut aikaan suotuisia muutoksia. (Heikkinen 2004, 187.) Toimivuusperiaatetta voidaan myös tulkita niin, että onnistunut tutkimus saa osallistujat uskomaan omiin kykyihinsä ja taitoihinsa. Se voimaannuttaa ja lisää osallistujien luottamusta omiin kykyihinsä. Toimivuusperiaatetta syvennetään pohtimalla tutkimuksen käytännöllisiä seurauksia eettisestä näkökulmasta. (Heikkinen & Syrjälä 2007, 157–158.)

Havahduttavuusperiaatteella tarkoitetaan sitä, että hyvä tutkimus havahduttaa ajattelemaan ja tuntemaan asioita uudella tavalla. Se vaikuttaa ja koskettaa. Narratiivisessa tutkimuksessa käytetään usein todentunnun käsitettä, *verisimilitude*. Havahduttavuutta voidaan lisätä kokeilevilla esitystavoilla kuten runoudella tai dialogeilla. (Heikkinen & Syrjälä 2007, 159–160.) Oleellista tälle periaatteelle on, että tarinan maailma avautuu kuulijalle uskottavana siten, että kuulija alkaa eläytyä tarinan henkilöiden asemaan ja ymmärtää heidän toimintansa vaikuttimia niissä olosuhteissa, joissa he elävät. Parhaimmillaan lukija kokee maailman uudella tavalla kertojan silmien kautta. (Heikkinen 2000, 56; 2002b, 25.)

Estolan ym. (2007) toivat konferenssiesityksessään esiin näkökulmia, jotka liittyivät tutkimuksen eettisiin periaatteisiin. Tutkimuksessa, jota he esittelivät tavoitteena oli tulla osaksi tutkittavien yhteisöä, kertoa ainutlaatuisesta kulttuurista, jonka ääni ei muutoin kuuluisi ja voimaannuttaa tutkimukseen osallistujia. Tutkimusta tehtiin

sekä kyläläisten itsensä vuoksi, että tutkijayhteisölle ja yhdessä tutkittavien kanssa (*research for, research about ja research with*). Tässä tutkimuksessa kulkevat nämä samat juonteet. Toisaalta tutkimuksen on tarkoitus valottaa matematiikan opettajan kasvuprosessia ja kehittää elämyksellistä matematiikan opetusta, mutta yhtä aikaa olen tuonut tutkittavilleni mielenkiintoisia näkökulmia pohdittaviksi, terveisiä konferensseista, materiaaleja artikkeleista, joita olen lukenut ja tilaisuuksia puhua ja olla yhdessä matematiikan opetuksen teeman ympärillä. Olen pyrkinyt tukemaan tutkittavien kasvua kuuntelemalla ja pysäyttämällä heidät tasaisin väliajoin miettimään opettajuuden kysymyksiä. Elämyksellisen matematiikan opetuksen muotoutuminen on ollut osin yhdessä tekemistä ja virikkeitä, joita tutkittavilta olen saanut ovat muokanneet aineiston keräämistäni ja sen analyysiä. Tutkimukseni luotettavuuden tarkastelun tutkimuksen eettisistä näkökulmista olen tiivistänyt taulukkoon 25.

**TAULUKKO 25. Tutkimukseni luotettavuuden tarkastelua tutkimuksen eettisistä näkökulmista (muokattu Heikkinen & Syrjälä 2007 ja Estola ym. 2007 mukaan)**

	<b>Matematiikan opettajiksi opiskeleville FOR</b>	<b>Matematiikan opettajiksi opiskelevista ABOUT</b>	<b>Matematiikan opettajiksi opiskelevien kanssa WITH</b>
Historiallinen jatkuvuus	Mahdollisuus pohtia matematiikan opettamisen kulttuuria ja siirtyviä arvoja sekä kertoa opettajaksi kasvustaan.	Seurantatutkimuksen aikaansaama historiallinen jatkumo opettajaksi kasvun ja siihen liittyvien käsitysten muuttumisen näkökulmista.	Mahdollisuus koota yhteistä ymmärrystä matematiikan opettamisesta.
Reflektiivisyys	Mahdollisuus arvioida käsityksiään matematiikan opettamisesta elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta.	Tutkimuksen läpinäkyvyys, tutkijan ennakkokäsitykset ja tavoitteet avoimena tutkittavillekin.	Yhteisen ymmärryksen kehittyminen pitkittäistutkimuksessa.
Dialektisuus	Mahdollisuus vaikuttaa luentojaksojen sisältöön ja ajankohtiin.	Tutkittavien ajatusten vaikutus elämyksellisen matematiikan opetuksen kehittämisessä.	Mahdollisuus vaikuttaa aineiston keräämiseen, sen muotoon ja haastattelukysymyksiin.
Toimivuus	Tilaa pohtia omaa kasvuaan matematiikan opettajaksi ja välineitä tulevaan työhön.	Elämyksellisen matematiikan opetuksen ja sen didaktiikan kehittäminen.	Matematiikan opettajan kasvun ymmärtäminen.
Havahduttavuus	Tilaisuus tutustua ja vaikuttaa tutkimuksen analyysiin ja tutkijan tulkintoihin.	Puhuttelevat kasvutarinat ja näkemykset matematiikan opettamisesta.	Yhteenkuuluvuus, ystävyys ja kasvukipujen koskettavuus.

## Historiallisen jatkuvuuden kriteerin toteutumisesta

Kun historiallisen jatkuvuuden kriteeriä sovelletaan tutkimukseni arviointiin, olen halunnut tutkia sitä kolmesta näkökulmasta. Miten historiallisen jatkuvuuden kriteeri toteutuu, kun tutkimukseni nähdään tutkittavien hyödyksi tehtynä tutkimuksena, miten se toteutuu ajatellen tutkimuksen tuloksia ja miten kriteeri toteutuu kat-

sottaessa tutkimusta dialogisena prosessina tutkijan ja tutkittavien kanssa?

Opettajan työtä kuvaa se, että opettajatarinoihin liittyy aina koulun ja opettamisen kulttuuri. Monet tavat periytyvät, työyhteisöt kasvavat samaan suuntaan ja uudet tulokkaat sosiaalistuvat tuoreeseen yhteisöönsä. Asioista osataan kertoa yhteisillä käsitteillä ja tarinoihin keräytyy samoja elementtejä. Opettajapuheeseen kuuluu myös paljon julkista puhetta (vrt. Estola & Syrjälä 2002). Tutkimukseni aineiston keruu lähti liikkeelle tutkittavien koulumuistoista. Millaisia opettajia he muistavat, mikä näissä opettajissa viehätti, ärsytti tai jäi mieleen jostain muusta syystä? Miten heille opetettiin matematiikkaa? Oliko se hyvä tapa ja miksi näin? Monet muistot saivat tilaa herätä ja tutkittavani saivat käynnistää opintonsa miettien, mitä he tuovat muistoista mukanaan opettajaksi kasvun prosessiin. Näen tämän merkittäväksi tutkimuksen ja sen aineiston kannalta, mutta myös tutkittavien itsensä kannalta. Vaikka mikään ei koskaan näyttäydykään samanlaisena toista kertaa, kun sitä tulkitaan hermeneuttisena kokemuksena, näemme kuitenkin tuttuja asioita uudessa valossa, pystymme luomaan uusia maailmoja ja muuttumaan muutoksen mukana (Huttunen & Kakkori 2002, 80).

Tutkimuksen edetessä kasvutarinoita kertyi lisää. Opettajapuhe muuttui ja sai uusia sävyjä (vrt. Lloyd 2006). Olen pyrkinyt huomioimaan historiallisen jatkuvuuden kriteerin siinä, että raporttini etenee kronologisesti ja kirjoittamani narratiivit, kunkin tutkittavan kasvutarinat, etenevät myös ajassa. Tämä tapa on toki hyvin luonteva kasvuprosessin seuraamisessa.

Yhdessä tutkittavien kanssa olemme pohtineet matematiikan opetuksen kulttuuria ja tämän kulttuurin muuttumista tai muuttumattomuutta (vrt. Pehkonen 2005). Tästä työskentelystä ja sen teemojen työstämisestä olen koonnut aineistoa sekä luennoilta, reflektiivisinä kirjoitelminä että haastatteluissa. Aineiston analyysissä olen pyrkinyt kuvaamaan ajassa tapahtuvaa käsitysten muutosta.

## Reflektiivisyyden kriteerin toteutumisesta

Reflektiivisyyden kriteeriä soveltaessani olen arvioinut tutkimustani toisaalta omien esioletusteni ja elämäkokemukseni suhteen toisaalta tutkittavien itsensä tiedostamisen prosessina. Tutkimus on antanut tutkittaville tilaisuuden pohtia omia matematiikan opetukseen liittyviä uskomuksiaan ja käsityksiään. Toisaalta tämä tiedostamisprosessi on vienyt minut tutkijana kehittämään elämyksellistä matematiikan opetusta ja työstämään tätä näkökulmaa myös yhdessä tutkittavien kanssa. Koko tutkimuksen ajan tutkittavat ovat tienneet, mitä tutkimukseni käsittelee, miten aineistoani kerään ja myös miten sitä käytän. Tutkimusprosessin aikana olemme kehittäneet yhteistä ymmärrystä. Tällä ymmärryksellä tarkoitan lähinnä yhteistä kieltä, jolla tutkijana pyrin, en vain kuuntelemaan, vaan myös kuulemaan tutkittaviani. Jos haluamme ymmärtää opetuskäytänteitä, meidän täytyy voida puhua niistä käytännön omalla kielellä (Moilanen 2002, 101). Tämä yhteinen kieli ei synny synny-

tämättä.

Rubin ja Rubin (1995) käyttävät käsitettä läpinäkyvyys (*transparency*), jolla he tarkoittavat, että lukija voi raportista arvioida haastattelijan vahvuuksia, heikkouksia, virheitä ja rehellisyyttä. Lukijalle myös selviää, miten tutkija on järjestänyt, analysoinut ja kategorisoinut haastatteluaineistoa. (Rubin & Rubin 1995, 85–87.) Läpi raportin olen avoimesti tuonut esille tapani työskennellä, heikkouteni ja vahvuuteni tutkimuksen tekijänä. Uskon, että saavutan tällä reflektiivisyydellä enemmän kuin mitä uhraan (vrt. Etherington 2009, 84–85). Joidenkin mielestä kielellä kuvataan todellisuutta, mutta toisten mukaan, ja luen itseni tähän ryhmään kuuluvaksi, tarinoilla rakennetaan todellisuutta. Tarinoihin on upotettu kertojan ideologiat ja mielenkiinnon kohteet. (Riessman 1993, 22.) ”Tutkijan äänen kuuluminen on hänen henkilökohtainen allekirjoituksensa” (Erkkilä & Mäkelä 2002, 52).

## Dialektisuuden kriteerin toteutumisesta

Dialektisuusperiaatteen mukaan olen antanut tutkittavilleni mahdollisuuden vaikuttaa sekä luentojaksojen sisältöön että ajankohtaan, jotta he saisivat tutkimuksesta itselleen mahdollisimman paljon, eivätkä toimisi vain tutkijan kohderyhmänä. Yllättävää kyllä, luentojaksojen sisällön olen saanut suunnitella hyvin vapaasti ja yksin. Toiveita sen suhteen ei ole juuri tullut. Ajankohtien järjestäminen sen sijaan on lähentynyt täysin tutkittavien opintojen sijoittumisesta ja kiireistä.

Tutkittavien ajatusten merkitystä elämyksellisen matematiikan opetuksen kehittämisessä olen pohtinut paljon. Elämyksellisen matematiikan opetuksen perusrungon olen pitänyt ennallaan koko tutkimuksen ajan, joskin sille olisi ollut paineita tiivistystä. Tulkinnoille, mitä elämyksellinen matematiikan opetus on, olen antanut paljon tilaa. Käsitteen muotoutumisessa moniäänisyyden merkitys korostuu. Uskon, että se, mitä elämyksellisestä matematiikan opetuksesta jää elämään, on lopulta yhdessä konstruoitua.

Miten tutkittavat ovat saaneet vaikuttaa itse aineistoon, sen keräämiseen ja sen muotoon? Olen antanut heille tilaisuuden reflektiivisten kirjoitelmien tilalla tulla myös haastatteluun ja kerran eräs tutkittavista halusi käyttääkin tätä tilaisuutta hyväkseen. Hän kertoi, ettei jaksa kirjoittaa niin paljon kuin haluaisi kertoa. Niinpä hän kertoi suullisesti ja minä kirjoitin. Olen myös antanut tutkittaville mahdollisuuden ehdottaa haastatteluihin kysymyksiä. Haastatteluissa keväällä 2007 puolet kysymyksistäni olikin erään tutkittavan laatimia. Uskon, että tällä tavalla voin lähestyä paremmin sitä todellisuutta, missä tutkittavani elävät. He tietävät paremmin, mitä heidän elämästään voidaan kysyä ja mikä kertoisi parhaiten heidän kasvuprosessistaan. Objektiivisuuden sijasta postmoderni aate tuo Heikkisen (2002b, 17–18) mukaan käsityksen tiedon kontekstualisuudesta; tieto on aina kytköksissä annettuun näkökulmaan ja perspektiiviin. Universaalia tietoa ei ole olemassakaan, on vain yksilön tietoa ja tämä yksilö elää tietyssä sosiaalisessa ja fyysisessä ympäristössä ja löy-

tää alkuperänsä ja ymmärryksensä näistä yhteyksistä. Laitinen (2002, 57–58, 64) toteaa, että narratiivit ovat sekä elettyjä, että kerrottuja, innovatiivisia, että perinteisiin kiinnittyneitä. Ne yhdistävät faktaa ja fiktiota ja vastaavat yhtä aikaa kysymyksiin, mitä on nyt ja mitä pitäisi olla. Elämäkerta ei ole kopio alkuperäisestä (Huttunen & Kakkori 2002, 84). Toisaalta joitakin kasvun merkkejä on vaikea havaita itse. Siksi olen aina säilyttänyt haastatteluissa myös kysymyksiä, joiden avulla koetan päästä sisään tähän tiedostamattomaan kasvuprosessiin.

## Toimivuuden kriteerin toteutumisesta

Toimivuusperiaate voimaannuttaa ja lisää osallistujien luottamusta omiin kykyihinsä ja parhaimmillaan antaa heille eväitä tulevaisuuden haasteisiin. Tutkimukseni on ollut tarkoitus toimia, ei vain tiedostusprosessina siihen osallistuville, vaan myös heidän omaa ammatillista pätevyyttään lisäävänä. Eettisiin periaatteisiin kuuluu, etten voi sitouttaa tutkittavia usean vuoden ajan kestävään prosessiin samalla antamalla heille vastavuoroisesti jotakin. Elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulma voi toivottavasti olla avaamassa tutkittavilleni uusia ikkunoita matematiikan opettamiseen ja tutkimuksella on toivottavasti myös käytännöllisiä seurauksia: elämyksellisestä näkökulmasta voi parhaimmillaan seurata mielenkiintoisia kehittämisideoita tulevaisuuden matematiikan opetukseen. Ehkä matematiikan opettajan kasvun kuvauksistakin on apua tuleviin matematiikan didaktiikan opetuksen haasteisiin.

Toimivuusperiaatteen alle lukeutuvat myös eettiset kysymykset. Eettisesti toimiva tutkija miettii, miten tutkimus vaikuttaa tutkittaviin, tutkijoihin, tiedeyhteisöön, yhteiskuntaan ja ihmiskuntaan. Tutkijan tulee arvioida sitä, onko tutkittavia mahdollista tunnistaa tekstistä ja aiheuttaako tutkimus heille haittaa. Tutkittaville tulee antaa mahdollisuus tarkistaa itseään koskevat kohdat raportista (vrt. Tynjälä 1991, 395). Eettistä toimintaa on sekin, että tutkija etsii raportointiinsa ja kirjoittamiseensa tapoja, joilla tutkittavien ääni saadaan kuuluviin (Heikkinen & Syrjälä 2007, 158).

## Havahduttavuuden kriteerin toteutumisesta

Havahduttavuusperiaatteen mukaan tutkimuksen tulee vaikuttaa ja koskettaa luki-joitaan. Kun tavoitteena on havahduttaa myös tutkittavia itseään, olen antanut heille tilaisuuden tutustua tutkimuksen analyysiin ja tulkintoihini aineistosta. Moilanen (2002, 102) toteaa artikkelissaan, että mikäli haluamme kertoa toisten narratiiveihin perustuen tarinan, joka on tosi, meidän on kysyttävä heiltä itseltään, pitävätkö meidän tarinamme yhtä heidän narratiiviansa kanssa.

Tutkimuksen johtopäätelminä syntyi puhuttelevia kasvutarinoita ja näkemyksiä matematiikan opettamisesta. Kun tutkittavat kertoivat tarinoitaan, he eivät vain

raportoineet kokemuksiaan, vaan yrittivät ymmärtää niitä kertomalla elämäkokemuksistaan omalla sanastollaan ja käsitteistöllään. Raportissa minä tutkijana jatkan ymmärtämistä (vrt. Elliot 2006, 23, 154–155). Usein raportoinnissa havahduttavuutta lisäisi rohkeampi tapa kirjoittaa ja käyttää puhuttelevia tarinoita (vrt. Clough 2002, 85). Tähän eivät kaunokirjalliset taitoni ole kuitenkaan riittäneet.

Havahduttavuutta tutkimuksessa syntyy yhdessä kokemisen tasolla, sillä tutkimus on rakentanut yhteenkuuluvuutta sekä tutkittavien kesken että myös tutkijan ja tutkittavien kesken. Itse haluaisin puhua tästä yhteenkuuluvuudesta ystävytenä, joka toivottavasti jatkuu jollakin tasolla vielä tutkimuksen jälkeenkin. Elliot (2006, 156) määrittelee ystävyystymistä seuraavasti: Tutkija sijoittaa omankin identiteettinsä suhteeseen ja näistä yhdessä syntyy jotain enemmän. Tutkijana mietin, ovatko tuotetut tarinat erityisesti minulle tarkoitettuja, vai voisivatko samat tarinat tulla esiin myös arkisissa keskusteluissa. Vaikka on tavallista kertoa pieniä tapahtumia jokapäiväisessä keskustelussa, niin tutkimushaastattelut saattavat houkutella esiin sellaisia tarinoita, jotka eivät välttämättä ole ennalta muotoutuneita, vaan niiden tuottaminen on osa tutkimusprosessia (vrt. Elliot 2006, 24).

Tutkimuksen kuluessa sain olla mukana kasvukipuilussa, joita nuoret opettajat matkallaan kokevat ja niiden koskettavuus on ollut tutkijalle puhuttelevaa. Kerrotut tarinat resonoivat herättäen muistoja oppilaana olemisesta ja opettajana toimimisesta (vrt. Uitto 2007 ja Estola & Elbaz-Luwisch 2003, 702). Tarinat koulusta ovat aina moniäänisiä. Ne ovat tarinoita opettajista itsestään, koulun oppilaista, yhteisöstä, koulun johdosta ja epäonnistuneista ratkaisuista, toisista opettajista, koulun historiasta ja yhteistyöstä vanhempien kanssa ja niin edelleen (vrt. Clandinin & Connelly 1998b, 160). Tutkimuksen aikana olen joutunut paljon pohtimaan sitä, miten paljon haluan paljastaa itsestäni raportissa. Kyse on moniäänisyydestä, ei vain tarinoiden sisällä, vaan myös raportoinnissa. Tutkijan muistot tuovat uusia ääniä lukuisten muiden tutkittavien äänten joukkoon. Kirjoittajan ääni kuuluu ääniä eri ajoilta, eri paikoista ja kulttuureista (Estola & Elbaz-Luwisch 2003, 702). Minunkin äänessäni kuuluvat äitini, isäni, tätieni, heidän opettajapuolisoidensa ja isoäitini opettajaäänät.



## 22 Tutkimustulosten koonti ja pohdinta

Elämyksellinen matematiikan opetuksen painoarvo on nostaa esiin ja jäsentää erityisesti matematiikan opetukselle keskeisiä piirteitä. Se myös auttaa kuvaamaan, mitkä matematiikan opetuksen työtavat ovat helpoimmin omaksuttavissa ja miten opettajankoulutus vähitellen voi muuttaa luokkakäytänteitä. Tutkimus ei vastaa siihen, miten tutkittavien luokkakäytänteet todellisuudessa muuttuivat, sillä se olisi edellyttänyt toisenlaisia metodiratkaisuja ja esimerkiksi tutkittavien opetuksen havainnointia opetusharjoittelussa tai heidän toimiessaan sijaisena. Saadut johtopäätelmät kuitenkin avaavat luokkakäytänteiden syntymisen taustaa. Matematiikan opettajaksi kasvun prosessiin tutkimus antaa yksilöllisen näkökulman. Se linkittää yksilöllisen kasvun ja nuoren opettajaksi opiskelevan ammatillisen kasvun toisiinsa. Tässä luvussa kokoan yhteen tutkimuksen keskeisiä johtopäätelmiä tutkimuskysymys kerrallaan. Lopuksi kokoan opettajankoulutuksen kannalta merkittäviä elämyksellisen matematiikan opetuksen ja opettajaksi kasvun näkökulmia.

### Mitä aineisto kertoo opettajaopiskelijoiden kasvusta matematiikan opettajiksi yksilöllisinä kasvutarinoina?

Koulutusohjelmassa, jossa opiskelijan on mahdollista suuntautua aineenopettajaksi tai erityistapauksessa luokanopettajaksi, on ollut mielenkiintoista seurata tutkittavien ammatillisten toiveiden vaihtelua. Harjoittelu, sen ohjaaja, sijaisuudet, koulu yhteisöt tai kulloisetkin opettajahuoneet ovat aina muuttaneet toiveita suuntaan tai toiseen. Reetta aloittaa ammatillisena toiveenaan matematiikan opettajan työ, mutta päätyy luokanopettajahaaveisiin. Aadalla luokanopettajuus on ollut koko ajan päätavoite. Matematiikka on hänelle vain erikoistumisaine. Saaralla ja Karoliinalla molemmat ammatit ovat mielessä läpi tutkimuksen ja yhtenäiskoulu tuntuisi heistä lopulta sopivimmalta vaihtoehdolta, koska siinä voisi yhdistää molemmat toiveet. Kaarlo viihtyisi paremmin aineenopettajana ja tämä näkemys säilyy läpi seurantatutkimuksen. Luokanopettajuus tulee Kaarlolle kuitenkin tutuksi monialaisissa opinnoissa ja hän pitää siitä, että tulevaisuudessa hänellä on liikkumavaraa. Elma päätyy vaihtamaan alaa.

Persoonallisuuden piirteet kuten ”olen hyvä selittämään” tai ”pidän lapsista”, ovat myös vaikuttaneet ammatillisiin toiveisiin. Käsitys itsestä matematiikan opettajana tai yleensä opettajana muokkautuu persoonallisuuden piirteiden, harjoitteluista, kollegoilta tai oppilailta saadun palautteen pohjalta, opetuskokemuksista ja seurattessa toisten opettamista. Reetta on selkeä ja rauhallinen ja viihtyy oppilaiden kanssa. Hänelle tärkeintä on oppilaiden kohtaaminen ja opetuksessa oppijakeskeisyys. Saaralle tärkeää on vuorovaikutus. Hän pitää siitä, että oppilaat ovat aktiivisia, kyselevät ja keksivät asioita. Karoliina on kärsivällinen ja kannustava, oppilaita kunnioittava ja oppimiseen keskittyvä. Hän haluaa kokeilla myös jotain uutta ja olla luova. Kaarlo on rauhallinen, tarkka ja osaa yksinkertaistaa asioita. Hän haluaisi tehdä matematiikasta mukaansa tempaavaa. Aada on lämmin ja luotettava. Hän ajattelee lapsen etua ja on helposti lähestyttävä. Hän opettaa matematiikkaa käytännönläheisesti ja kyselee kuulumisia. Tutkimuksen alussa Elma ottaisi erilaiset oppilaat huomioon ja kokeilisi kaikkea uutta, mutta lopulta hän toteaa, ettei usko, että juuri nauttisi matematiikan opettamisesta, varsinkaan yläkoulussa.

Omat koulukokemukset ja lapsuudenkokemukset vaikuttavat käsityksiin matematiikasta; ja käsitys matematiikasta taas vaikuttaa matematiikan opetuksen käytänteisiin (vrt. Barkatsas & Malone 2005). Näitä käsityksiä on vaikea muuttaa (vrt. Wedege & Skott 2007), mutta muutos opettajaopiskelijan opetuskäytänteissä voi johtaa muutokseen hänen käsityksissään matematiikasta. Tutkittavien käsitykseen matematiikasta tutkimus ei tuo selvyttä, sillä käsitykset ilmenevät käytänteissä, joita tässä tutkimuksessa ei ole dokumentoitu. Käsityksistä olisi voitu tehdä oma tutkimustehtävänsä, mutta tässä tutkimuksessa ne eivät ole olleet suoranainen tutkimuksen kohde. Käsitys matematiikasta kuitenkin ilmaisee sen, kuka matematiikan tunnilla puhuu, mitä tunnilla tehdään, miten matematiikkaa opiskellaan ja harjoitellaan, millaisia tehtäviä opettaja esittää ja miten eksaktia kieltä tunnilla käytetään. Yksilöllisistä opinpoluista voidaan päätellä, että lyhyt matematiikka ei välttämättä riitä matematiikan aineenopettajan pohjakoulutukseksi, jos yliopistokurssien opetus lähtee toisista olettamuksista. Ne tutkittavista, joilla oli lyhyt matematiikka taustallaan, joutuivat painiskelemaan motivaatio-ongelmien ja kurssien läpikäymisen kanssa.

Elman käsitys matematiikasta on melko instrumentalistinen. Hänelle matematiikka on laskemista, ymmärtämistä, sekä muistamista ja hän nauttii siitä, että matematiikan asiat tosia ja todistettavissa. Saaran käsitystä matematiikasta voisi kuvailla platonistiseksi: matematiikka on looginen järjestelmä. Reetan mielestä matematiikkaa on kaikkialla ympärillämme, se opettaa loogista ajattelua, järjestelmällisyyttä ja ongelmanratkaisua. Hänen käsityksissään matematiikka on työväline, mutta hän arvostaa myös ongelmanratkaisua ja loogisuutta. Kaarlon asenne on tutkiva ja ongelmanratkaisukeskeinen, mutta hän korostaa myös matematiikan eksaktiutta. Karoliinalle matematiikka ei ole vain laskemista ja oikean ratkaisun saamista, vaan ongelmanratkaisua. Hän korostaa prosessin tärkeyttä ja haluaa tehdä matematiikan työkaluista toimivan ja muuttuvan kokoelman, jota opiskelija voisi erilaisten ongelmien edessä yhdistellä. Aadasta matematiikka on eksaktia ongelmanratkaisua ja sen

mielenkiintoisuus on siinä, miten eri tavoin ihmiset matemaattisista tehtävistä ajattelevat.

Opettajaopiskelijoiden käsityksiin matematiikan oppimisesta: näyttävät vaikuttavan heidän opettajaharjoittelukokemuksensa alaluokilta. Pienet oppilaat ovat lyhytjännitteisiä, jokainen esittää samat kysymykset ja hakee huomiota. Toiminnallisuus ja tarinallisuus ovat omimmillaan alaluokilla. Aadalle keskeistä on yksilöllisyys ja oppilaiden asenteisiin vaikuttaminen, Elmakin korostaa yksilöllisyyttä, mutta hän myös joutuu ristiriitaan painottaessaan yhtä aikaa ymmärtämistä ja muistikikkoja. Reetalle matematiikan harjoittelu on tärkeää. Saarasta tärkeää on itse tekeminen, prosessointi ja oivaltaminen. Oivaltaminen tulee esiin Kaarlonkin käsityksistä matematiikan oppimisesta. Kaarlo mainitsee myös erilaiset oppijat. Karoliinan mielestä oppiminen ei ole ulkoa opettelemista. Kiinnostavat asiat jäävät mieleen ja niitä opiskelee lisää. Karoliina muistuttaa, että oppiminen on erilaista eri tilanteissa. Sekä Karoliina, Saara, Aada että Kaarlo ottavat myös esiin sen, että oppilaat ovat hyvin konservatiivisia siinä, millä tavoin he mielestään oppivat parhaiten.

Kaarlon käsitys matematiikan opetuksesta on kokonaisvaltaisuutta korostava ja ongelmanratkaisuun perustuva. Karoliina esittää, että opetuksessa on tärkeätä, että oppilas kokee pystyvänsä suoriutumaan annetuista tehtävistä. Opetuksen tulisi olla toiminnallista ja tutkivaa. Aadan mielestä matematiikan tunneilla pitää luoda yhteyksiä matematiikan eri osa-alueiden välille. Elma painottaa ymmärtämistä. Reetasta oppilaiden kysymykset ja ihmettely ovat tärkeitä, samoin havainnollisuus, kokemuksellisuus ja tarinoiden käyttäminen. Saara kuvailee itseään: ”en ole liian teoreettinen, lähdän oppilaan tasolta yksinkertaisesti ja käytännönläheisesti”.

Tutkittavien käsityksiin matematiikasta, sen opettamisesta ja oppimisesta vaikuttivat tutkimuksen alussa tunnepitoiset, omakohtaiset koulukokemukset. Mieluinen, helppo kouluaine opetettiin turvallisesti, selkeästi ja opettajajohtoisesti. Tätä mallia jotkut tutkittavista halusivat jatkaa itsekin. Jotkut tutkittavista taas pyristelivät siitä eroon. Ehkä heidän kohdallaan matematiikan oppiminen olikin tapahtunut jossain muualla kuin koulussa. Opintojen edetessä yliopistomatematiikka havahdutti kaikki tutkittavani erilaisuudellaan. Ensimmäistä kertaa he tutustuivat matematiikkaan tieteenalana. Matemaattisen ajatteluprosessin tärkeys korostui ja he oppivat näkemään matematiikan yhteiskunnallisen arvon uusin silmin. Tämä nosti esiin epäilyksiä omasta aineenhallinnasta. Matematiikan opetuksessa didaktiset opinnot toivat tutuksi suuren määrän erilaisia työmenetelmiä ja näkökulmia. Matematiikkaan syntyi erilainen didaktinen suhde, joka herätti kysymyksen, millä tavoin päästään parhaisiin oppimistuloksiin. Tutkimuksen päättyessä kaikki tutkittavat, Elmaa lukuunottamatta, olivat löytäneet matematiikan opintojen arvon omalle opettajuudelleen. Opintojen aikaiset kokemukset erilaisista ja eri-ikäisistä oppijoista ja työelämästä kouluissa olivat luoneet tarpeen hallita monenlaisia toimintatapoja ja menetelmiä. Oppilaiden konservatiiviset asenteet matematiikan oppimista kohtaan herättivät tutkittavissa toisaalta ahdistusta, toisaalta halun olla aktiivisesti muuttamassa näitä käsityksiä.

## Miten opettajaopiskelijoiden näkemykset elämyksellisestä matematiikan opetuksesta kehittyvät koulutuksen aikana?

Kaikille tutkimukseen osallistuville elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä vuorovaikutuksellisuus, kokemuksellisuus ja havainnollisuus osoittautuivat tutuimmiksi ja tärkeimmiksi. Tutkittavien koulutusohjelman kannalta nämä ovatkin keskeisiä. Mikäli tutkittavat tulevaisuudessa työskentelevät yhtenäiskoulussa, heidän odotetaan osaavan huomioida myös alakouluikäisten matematiikan oppimisen haasteita. Kolme ensinnä mainittua piirrettä korostuvat erityisesti heidän opetuksessaan. Yhteistoiminnallisuus oli alunperinkin tutkittaville melko vierasta, eivätkä he olleet tottuneet edes ryhmätöihin matematiikan tunneilla. Tämä piirre jäi myös vieraimaksi. Kaarlon elämykselliseen matematiikan opetukseen se ei tutkimuksen päättyessä kuulu, eivätkä Saara ja Reettakaan ole ottaneet sitä toistaiseksi omaan opetuksensa. Aada ja Karoliina näkevät yhteistoiminnallisuudessa mahdollisuuksia, mutta myös liikaa haasteita. Tutkijana olisin itsekkin jälkikäteen valmis jättämään sen pois elämyksellisen matematiikan opetuksen piirteistä. Lisäarvo, jonka yhteistoiminnallisuus tuo piirteisiin on yhteisöllisyydessä, joka vuorovaikutuksellisuuspiirteessä jää taka-alalle. Mikäli vuorovaikutuksellisuutta suunnattaisiin monipuolisemmin myös yhteisöllisyyteen, yhteistoiminnallisuus voitaisiin erillisenä piirteenä jättää sivuun.

Tutkittavien pohdintoja elämyksellisestä matematiikan opetuksesta sävyttävät koulukulttuuri, opetussuunnitelma ja opetuksen tavoitteet. Lähes jokainen kävi kanssani keskustelua siitä, miten opettajan aika riittää vastaamaan elämyksellisen matematiikan opetuksen vaatimuksiin. Koulumaailmassa mitataan sitä, mitä ei varsinaisesti opeteta ja toisaalta opetetaan sitä, mitä ei varsinaisesti mitata. Tällä tarkoitan sitä, että kurssikokeilla ja valtakunnallisilla kokeilla pyritään mittaamaan matemaattista ajattelua, mutta todellisuudessa koulussa opetetaan kuitenkin selviämisen menetelmiä, sääntöjä ja laskutekniikoita. Toisaalta ne tutkivat ja ryhmissä tehtävät matemaattiset ongelmanratkaisutehtävät, joihin opettajat sitten käyttävät aikaa, eivät koskaan tule kokeissa mitatuiksi. Matematiikan oppimisen tuloksia mitataan yksilötesteillä ja kapeilla sovellusalueilla. Kokeiden tehtävissä on olemassa yleensä yksi oikea ratkaisu.

Kun elämyksellisyyttä halutaan lisätä matematiikan opetukseen tähän on olemassa kaksi toisistaan eroavaa tapaa. Ensinnäkin matematiikan tunneille voidaan tuoda uusia, elämyksellisempiä sisältöjä kuten Keranto (2006, 177–178) rohkaisee toimimaan esittäessään esimerkiksi fraktaaligeometrian käyttämistä oppitunneilla. Toinen tapa on pyrkiä lisäämään elämyksellisyyttä opetukseen jo olemassa olevien sisältöjen rajoissa. Tämä on lähtökohta, jota itse olen pitänyt työssäni esillä. Opettaja voi halutessaan kehittää uusia elämyksellisempiä tapoja käsitellä jo tutuksi tulleita aiheita. Oppimateriaalit ovat vähitellen antamassa tähän tukea, mutta vielä mitä suurimmassa määrin on kyse opettajan omasta luovuudesta, aineenhallinnasta ja oppimiseen liittyvästä ammattitaidosta.

## Mitä aineisto kokonaisuudessaan valottaa matematiikan opettajaksi kasvun prosessista?

Narratiivisen tutkimuksen näkökulmasta kulttuurin muovaamat kognitiiviset ja kielelliset prosessit ohjaavat elämäntarinoittemme kertomista. Tarinoissamme jäsenämme kokemuksiamme ja järjestelemme mielekkäästi tapahtumia, joissa olemme olleet osallisena. (Bruner 2004, 694.) Tästä näkökulmasta käsin ammatillisuutta on haastavaa erottaa ihmisen kokonaisvaltaisesta kasvuprosessista. Kun kokoaan yhteen Greimasin aktanttimallien avulla kiteyttämäni kasvua tukevat ja kasvua haittaavat asiat, löydän yhtenevyyksiä Laineen (2004, 232) ja Almialan (2008, 108–118) tutkimuksiin. Merkityksellisiä asioita koulutuksen alkaessa olivat heidän mukaansa lapsuudenaikaiset koulukokemukset, opettajaideaalit, omien vanhempien mielipide ja tuki, perheen arvot tai oma perhe, eettinen arvomaailma sekä yhteiskunnalliset arvot, kuten ihanne kunnan kansalaisuudesta, ammatin tuttuus perheessä, halu opettaa, harrastuneisuus ja lapsista pitäminen. Jotkut halusivat opettajiksi ulkoisista tai käytännöllisistä syistä ja joillakin oli tarve kehittää koulua.

Greimasin mallien avulla tunnistin opettajaksi kasvua tukeviin asioihin lapsuudesta asti koetun kutsumuksen tai koulutuksen aikana kehittyneen kokemuksen omasta alasta. Tähän liittyivät myös kokemus opettajan ammatin tärkeydestä. Monet persoonallisuuden piirteet tukivat opettajuutta kuten viihtyminen lasten tai yliopettajien parissa, rauhallisuus tai selkeä tyyli kertoa asioista. Monen opiskelijan valintoja tuki perhe, isä, äiti tai seurustelukumppani. Usein tärkeä vaikuttaja ammatin valinnassa oli ollut alakoulun opettaja, mutta myös joku lukion opettaja saattoi muodostua merkitykselliseksi, joskaan hänen ei tarvinnut olla matemaatikkojen aineiden opettaja. Yleensä merkityksellinen opettaja oli oppilaita kuunteleva opettaja. Yllättävää oli, että joskus negatiiviset kokemukset olivatkin kannustamassa opettajan ammattiin. Negatiivinen kokemus saattoi olla aikaisemmin tehty väärä uravalinta, negatiivisesti toiminut opettaja tai koulussa tapahtunut koulukiusaaminen. Nämä haluttiin kääntää tulevassa ammatissa eduksi (vrt. Charalambous ym. 2008). Ammatin tuttuus tuli ilmi useammankin opiskelijan tarinoissa. Kaksi oli toiminut kouluavustajana, kahden opiskelijan vanhemmista toinen tai molemmat olivat opetuslalla. Ammatissa kiehtoivat sen sosiaalisuus, itsenäisyys, innostavuus ja luovuus.

Myöhemmin opettajaksi kehittymistä tukevat käsitykset didaktisesta osaamisesta, oppimistuloksista, oppilaantuntemuksesta, oppilaskeskeisyydestä, tavoitteellisuudesta ja suunnitelmallisuudesta, sekä ilmapiiristä, yhteistyöstä, innokkuudesta kokeilla ja koulun kehittämisestä (Laine 2004, 134–147; vrt. myös Petrou 2008, 115–116). Greimasin malleista esiin nousevat tutustuminen opettajan työhön toisten tunteja seuraamalla tai itse sijaisena toimimalla. Sijaisuudet kasvattivat itsenäisyyteen. Parhaimmillaan ne antoivat tilaa toteuttaa tunteja hauskaasti ja eri tavoilla, ja raskaimmillaan antoivat opettajan työstä uuvuttavan luokanhallintaan keskittyvän kuvan. Yleensä kasvua edesauttoi, jos opettajaopiskelija huomasi selvinneensä jostain

yllättävästä tilanteesta. Itsenäisyyden lisääntyminen oli toki osa nuoren aikuisen elämänhallinnan kasvua, mutta se näkyi tutkimuksessa myös tilanteissa, joissa kukin vuosikurssin opiskelijoista teki itsenäisiä omia opintojaan koskevia valintoja. Joskus ne olivat edesauttamassa ammattiin valmistautumista, kuten monialaiset opinnot ja erityispedagogiikan sivuaineopinnot, joskus rajaamassa ammatinvalintaa, kuten päätökset olla lukematta fysiikka tai kemiaa.

Monelle kasvun välineenä toimivat erilaiset tilaisuudet keskustella joko yliopiston lehtoreiden, opiskelijatovereiden tai toisten opettajien kanssa. Reflektointia tehtiin myös kirjoittamalla, kirjallisuutta lukemalla, alan lehtiin ja messuihin tutustumalla. Usein omia koulukokemuksia punnittiin uudestaan ja sijoitettiin uusiin konteksteihin. Tutustuminen alakouluun oli monelle tärkeä kokemus. Se auttoi näkemään, miten toiminnallisuus ja opetuksen konkreettisuus ovat oleellisia tekijöitä pienten lasten opetuksessa. Usein alakoulut olivat viihtyisiä ja opettajahuoneiden ilmapiiri mukava. Yläkoulukokemusten merkitys oli toinen. Siellä omat kouluaikaiset kokemukset villeistä murrosikäisistä muuttuivat usein myönteisemmiksi.

Opettajuus on professio, jonka tekijöinä voidaan pitää oppiaineen sisällön ja oppimisen edistämistä tukevien toimien hallintaa, eettistä päämäärää, tulevaisuushakuisuutta, yhteistyötaitoja ja halukkuutta itsensä ja työnsä jatkuvaan kehittämiseen (Nevalainen & Kimonen 2005, 183). Näitä orastavia profession merkkejä saattoi tunnistaa tutkittavista kuluneen seurantatutkimuksen ajanakin. Aineenhallintaa koskevia tarinoita oli paljon. Toisinaan se koettiin vahvuutena ja toisinaan epäiltiin sen riittävyttä. Halu olla innostunut ja pidetty opettaja, joka uskaltaa heittäytyä, edellytti toisaalta kykyä olla oma itsensä ja kehittää persoonallisia ominaisuuksiaan tähän suuntaan, ja vaati samalla hyvää aineenhallintaa. Usein nähtiin, että tavoiteltu oppilaslähtöisyys, jossa opettaja huomioi erilaiset oppilaat, erilaiset ryhmät, ylläpitää lämmintä, haasteellista, tutkivaa ja oppimista edistävää ilmapiiriä, vaatii myös hyvää aineenhallintaa. Kun yliopistomatematiikka oli kaikkien mielestä yllättävän erilaisista verrattuna koulumatematiikkaan ja useille lisäksi liian vaikeaa, aineenhallinnan puutteet huolestuttivat.

Kasvun tukena nähtiin myös joukko erilaisia opetuskokemuksia. Joskus epäonnistuminen innosti perehtymään enemmän aiheeseen, joskus oppilaat yllättivät ja suuntasivat näin tahtomattaankin nuoren opettajan opetusta. Tärkeäksi koettiin harjoittelu ja ohjaus. Usein ainoa palaute opettajaopintojen aikana tulikin ohjaajalta. Jos ohjaaja vaati paljon, se lisäsi suunnittelu- ja raportointityötä, mutta myös antoi huomattavasti enemmän, kuin jos ohjaaja ei juuri kommentoinut suunnitelmia tai pidettyjä tunteja. Lähes kaikille tutkittavista oli merkittävää oppia tuntemaan opettajaminänsä. Se antoi selkeyttä toimia ja kirkasti omia arvoja. Syntyvät rutiinit antoivat tilaa kokeilla rohkeasti jotain uutta ja erilaista. Toisaalta jotkut mainitsivat, että harjoittelun ohjaajan tapa opettaa oli itselle täysin vieras tai liian perinteinen. He eivät silti halunneet poiketa ohjaajan tyylistä, vaan matkivat sitä myös omassa opetuksessaan, koska kokivat, että siten he säästyivät turhilta keskusteluilta. Nämä opiskelijat katsoivat eduksi, että harjoittelut olivat lyhyitä. Rutiinit muokkaavat opetuksesta ennustettavaa ja turvallista. Niiden kehittäminen on kuitenkin hidasta ja

joskus uuvuttavaa. Ehkä siksi niistä ei myöskään mielellään luovuta ja ne jäävät hidastamaan opettajana kasvun prosessia. (Gellert 2008, 102.) Tutkittavat tuntuivat suhtautuvan rutiineihin ristiriitaisesti. Yhtäältä he kauhistelivat kokeneiden opettajien rutiineja ja toisaalta pyrkivät itse kehittämään omia rutiinejaan.

Greimasin malleista voidaan poimia opettajaksi kasvun prosessia tukevana asioina myös mainintoja työyhteisöistä, niiden erilaisuudesta, erinomaisuudesta ja vähemmän erinomaisista ominaisuuksista. Usein yhteisöt pyrkivät sopeuttamaan uudet opettajat kollektiiviseen ajatteluun, joka saattaa olla sokea vaihtoehtoisille käytänteille (Gellert 2008, 105). Nuoresta opettajasta tämä saattaa tuntua myönteiseltä joukkoon hyväksymiseltä, turvalliselta ja joskus jopa laajentaa hänen käsityksiään opetustyöstä. Sopeutuminen voi myös kaventaa uuden opettajan ammattitaidon kehittymisen mallioppimiseksi. Tutkittavat kertoivat monessa yhteydessä, miten tulevat työyhteisöt ajatteluttivat heitä. Seurantatutkimuksen lopulla moni heistä kuitenkin toivoi jo pääsevänsä ”oikeasti töihin”. Uudet asiat kiinnostivat, itsensä kehittäminen mainittiin useasti ja ammattitaidon kehittyminen koettiin tärkeäksi. Monelle tutkittavista oman kasvatustieteellisen kandidaatintyön tai pro gradu tutkimuksen tekeminen oli askel omaan opettajuuteen ja sen kehittämiseen. Tämä seurantatutkimuskin koettiin sellaisena.

Greimasin malleista voidaan myös koostaa opettajaksi kasvun esteitä tai hidasteita. Tutkimuksen alussa korostui huoli siitä, ettei tutkittavilla ollut riittävästi opettajakokemusta ja harjoitteluakin pidettiin kovin lyhyenä. Kasvatustiede tuntui vaikealta, eikä sen koettu kytkeytyvän arkeen. Kirjoja oli vaikea lukea ja vielä vaikeampaa monille oli kirjoittaminen.

Kaikkia tutkittavia oli koulussa opetettu perinteisin opetusmenetelmin. Uudet opetusmenetelmät koettiin siksi vieraiksi ja toivottiin enemmän didaktisia opintoja. Toinen kehitystä kaventava seuraus perinteisistä opetusmenetelmistä oli, että tutkittavat olivat koulussa oppineet niillä tavoilla hyvin ja useimmiten perinteisistä menetelmistä pitäneetkin. Luottamus siihen, että juuri perinteiset menetelmät ovat toimivimpia tuli esiin voimakkaasti heidän tarinoissaan. Perinteiset menetelmät myös helpottivat luokanhallintaa ja työrauhan ylläpitämistä. Muistot yläkoulusta olivat huonoja ja yhtä tutkittavista ahdistivat mediassa puhuttaneet koulutragediat. Useille ensimmäiset oppitunnit olivat hyvin oppikirjasidonnaisia. Matematiikan ainehallinnan puutteet korostuivat tässäkin. Tutkittavat eivät uskaltaneet irrottautua valmiista materiaalista.

Kun opetuskokemuksia oli kerääntynyt, uudenlaiset asiat muuttuivat kasvua haittaaviksi. Kulloisenkin koulun käytänteisiin on vaikea päästä sisään, eikä yhteisö ota vastaan uutta opettajaa, ainakaan sijaista. Oppilaat ovat konservatiivisia, eivätkä suostu kokeilemaan mitään oman opettajansa tyylistä poikkeavaa. Kollegat ovat perinteisiä, suhtautuvat oppilaisiinsa negatiivisesti ja pyrkivät muokkaamaan nuoren opettajan opetusmenetelmiä haluamaansa suuntaan. Tässä kohdin moni ohjaajakin oli toiminut kasvua rajoittavasti. Auktoriteetin hankkiminen ja sen tarpeellisuus puhuttivat monia tutkittavista. Ylipäättään auktoriteettikysymyksistä haluttiin keskustella, oli työrauhan kanssa sitten ongelmia tai ei. Verhoef ja Terlouw (2007,

2022) esittävät tutkimuksessaan, että opettajaopiskelijat raportoivat ongelmalliseksi kytkeä teoriaa käytäntöön, koska oppikirjat eivät tukeneet uusia menetelmiä, opiskelutahti koettiin liian kiireiseksi ja sekä luokan, että opettajien toimintakulttuurit nähtiin rajoittaviksi tai jopa esteeksi uusille käytännöille.

Kun seurantalutkimus läheni loppuaan, opettajan kasvua hidastamaan nousi uusia tekijöitä. Opettajan työn arvostus arvelutti. Koulutuksen tuomaa pätevyyttä pohdittiin. Yhdelle tutkittavista opettajauran valinta osoittautui vääräksi ja hänen kasvuprosessiaan haittamaan nousivat asiat kuten toisella asuinpaikkakunnalla asuminen tuomat rasitteet, kiinnittymättömyys opiskelijayhteisöön, läheisten toisenlaiset odotukset, oman innostuksen puute ja koettu ristiriita toisten opiskelijoiden innostuksen kanssa. Läheisten tai tutkittavan omat odotukset saattoivatkin olla kasvua ja ammatinvalintaa tukevia tai sitten sitä rajoittavia. Kun työelämään siirtyminen lähestyi, tutkittavia huolestutti vastuun ottaminen. Oikean opettajan vastuu tuntui kovin suurelta, mutta toisaalta sijaisen vastuun vähäisyys harmitti. Jotkut kokivat, että toiveitten mukaista opetusta ei voi toteuttaa, koska välineet ja materiaalit eivät tue sitä. Lisäksi oppilaitten tasoerot puhuttivat.

## Miten elämyksellinen matematiikan opetus hyödyttää matematiikan aineenopettajien koulutusta?

Tutkimuksessa konstruoitu elämyksellisen matematiikan opetuksen kehikko helpotti tutkijaa havaitsemaan, miten voimakkaasti opettajaopiskelijoiden käsitykset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta kietoutuvat toisiinsa. Tutkittavat kokivat elämyksellisyyden tavoittelemisen matematiikan opiskelussa mielekkääksi ja mahdolliseksi tavoitteeksi, mutta vaativan paljon opettajan ammattitaidoilta, aineenhallinnalta ja pedagogisilta taidoilta. Yhteiset tapaamisemme osoittautuivat antoisiksi ja innostivat tutkittavia vähintäänkin punnitsemaan näitä näkökulmia. Matematiikan opettajakoulutuksessa tulisikin vahvistaa elämyksellisen matematiikan opetuksen jokaista osa-aluetta, jotta ne toisiaan tukien auttaisivat tulevaa opettajaa irtautumaan syvään juurtuneista käsityksistään ja auttaisivat häntä kasvamaan uudenlaisiin matematiikan opetuksen toimintakulttuureihin. Seuraavassa nostan esiin joitakin aiheita, joiden merkitys elämyksellisen matematiikan opetuksen näkökulmasta on tärkeä, mutta joihin opettajankoulutuksessa ei kokemukseni mukaan ole useinkaan jätetty tilaa.

### *Vuorovaikutuksellisuuspiirteiden huomioiminen opettajankoulutuksessa*

Piirteistä vuorovaikutuksellisuus ottaa esiin erilaiset tunnilla käytettävät ilmaismuodot: sanallinen, kuvallinen, toiminnallinen ja taiteellinen. Opettajaopinnoissa ilmaisuun saatetaan kiinnittää melko vähän huomiota. Matematiikka on kuitenkin



mitä suurimmassa määrin myös esteettinen elämys ja koulumatematiikassakin toivoisi esiintyvän näitä piirteitä.

Matematiikan avainkomponenteista erityisesti matemaattinen punninta, matemaattisten objektien ja tilanteiden kuvaukset ja esittäminen, kysymysten esittäminen, ongelman määrittelemine, matemaattinen kommunikointi, informaation käsittelyn taidot ja asenteet tai arvot edellyttävät vuorovaikutusta (vrt. Sekerák & Šveda 2008). Ehkä opettajankoulutuksessa on liian vähän aikaa pohtia oppilaiden välistä vuorovaikutusta, ja opettajaopiskelijat kokevat tärkeäksi opetella tarvittavia opettamisen taitoja.

Kun oppilailla on matematiikan tunnilla mahdollisuus kehittää persoonallisia, merkityksellisiä ratkaisuja, jotka he sitten voivat itse perustella toimiviksi ja päteviksi, niin he oppivat, mitä tarkoitetaan matemaattisesti erilaisilla tavoilla ratkaista jokin ongelma, ja miten näitä tapoja muodostetaan (Yackel & Cobb 1996, 462). Vuorovaikussellisuuden piirteessä keskeistä onkin, että opettaja kuuntelee. Se on keino päästä sisään oppilaitten matemaattiseen ajatteluun ja virhekäsityksiin. Tämä näkökulma jää opettajankoulutuksessa joskus taka-alalle. Opettajaopiskelijoita voitaisiin houkuttaa tutkimaan opetuksessaan oppilaiden erilaisia ratkaisuja ja vertailemaan niitä keskenään.

### *Kokemuksellisuuspiirteen huomioiminen opettajankoulutuksessa*

Kokemuksellisuus ei ole vain toiminnallisuutta otsikolla ”hauskaa matematiikkaa”, vaan toimintamateriaalit on nähtävä oikeassa roolissaan (Moyer 2001, 189). Toimintamateriaaleja voidaan käyttää hyvin monin eri tavoin ja eri tarkoituksiin. Toimintamateriaaleja on hyvä oppia valmistamaan itse, mutta myös muokkaamaan edelleen. Monet matemaattiset pelit tulevat opettajankoulutuksessa esille, mutta simulaatioiden käyttö ja verkkomateriaalit saattavat jäädä vähemmälle. Opettajankoulutuksessa voitaisiin enemmänkin pohtia toiminnallisuuden näitä näkökulmia.

### *Havinnollisuuspiirteen huomioiminen opettajankoulutuksessa*

Havinnollisuuspiirre nostaa esiin laajemman näkökulman havainnollisuuteen kuin vain opettajankoulutuksessa korostetun opettajan havainnollistamisen. Perinteisen havainnollistamisen ollessa jonkin tekemistä oppilaalle havainnolliseksi samalla kun oppilas itse on prosessissa passiivinen vastaanottaja, havainnollisuus kytkeytyneenä elämyksellisyyteen antaa oppilaalle tilaisuuden kokea aktiivisen osallistumisen ja toiminnan kautta jonkin havainnolliseksi. Opettajankoulutuksessa voitaisiinkin haastaa opettajaopiskelijoita seuraamaan, miten oppilaat ratkaisevat matemaattisia ongelmia, ja etsimään havainnoistaan tukea omien luokkakäytäntöidensä kehittämiseksi.

Eleiden merkitys ajattelun apuvälineenä ja kehon käyttäminen ideoiden esittämisessä näyttää tukevan oppilaiden tiedon rakentelua ja muistamista (Cook ym. 2008,

1054). Hähkiöniemen (2006, 76–82) mukaan eleet ovat tärkeä näkyvä osoitus opiskelijoiden ajatteluprosessista. Ilmeet, eleet ja liikkeet tulisikin huomioida opettajakoulutuksessa osana matemaattista ajattelua.

### *Tutkimuksellisuuspiirteen huomioiminen opettajakoulutuksessa*

Tutkimuksellisuus ei ole vain tehtäviin keskittynyttä ongelmanratkaisua. Ongelma- tehtävien esittäminen on toki tärkeä komponentti matematiikan opettamisessa ja oppimisessa, ja tulevien opettajien on saatava siitä kokemuksia ja koettava sen hyödyt, jotta voisivat luottavaisin mielin käyttää niitä opetuksessaan. (Lavy & Shriki 2000, 129.) Tutkimuksellisuus pitää kuitenkin sisällään sekä keksivän (*discovery methods*) oppimisen, että tutkivan (*investigational methods*) oppimisen (Brown 2001, 78, 88). Opettajankoulutuksessa opettajia voidaan opettaa suunnittelemaan tehtäviä ja pohtimaan, miksi ja miten tehtävät muuttuvat opettajan käsissä erilaisiksi kuin ne tehtäviä laadittaessa on aiottu (Tzur 2008, 139–140).

### *Yhteistoiminnallisuuspiirteen huomioiminen opettajakoulutuksessa*

Yhteistoiminnallisuutta opettajakoulutuksessa käsitellään varmasti, mutta Kaganin ja Kaganin (2002, 24–25, 27, 30–31) esittämät yhdessä toimimisen järjestelyt kuten piiri, nurkat, parit, taulun jakaminen ja pyöreän pöydän rakenne, voisivat auttaa rakentamaan yhteisöllisempää yhteistoiminnallista opetusta. Opettajaopiskelijat voisivat suunnitella tehtäviä, jotka edellyttävät oppilailta vastuun jakamista ja tehtäviä, joissa oppilaat voivat oppitunnilla kehittää itse aiheeseen sopivia matemaattisia tilanteita (vrt. Brown 2001, 147).

### *Matematiikan kielinäkökulman huomioiminen opettajakoulutuksessa*

Matemaattiseen yhteisöön kasvaminen edellyttää sekä oppilailta että opettajalta tämän yhteisön kielen oppimista (vrt. Sfard 2001b) ja kykyä ilmaista ajatuksensa selkeästi. Opettajankoulutuksessa matematiikan kielinäkökulma ei välttämättä nouse esiin lainkaan. Tulevien opettajien on hyvä tutustua sosiomatematiittisiin normeihin, pohtia ja eritellä matemaattisia selityksiä, sekä käsitellä matematiikan eksaktiuden rinnalla etnomatematiikan kysymyksiä. Opettajaopiskelijoille olisi tärkeää oppia kehittämään matematiikan opetustaan niin, että oppilaatkin kehittyvät matematiikalle ominaiseen tapaan ilmaista asioita. Opettajaopiskelijoita voidaan haastaa opettamaan oppilaitaan matematiikan kieltä tuottaviksi ja sitä aktiivisesti käyttäviksi matemaattisen yhteisön jäseniksi.

## Miten opettajaopiskelijoiden kasvutarinat hyödyttävät matematiikan aineenopettajien koulutusta?

Vastaan kysymykseen yhtäältä itse, ja toisaalta antamalla tutkittavien vastata suorien sitaattien kautta omalla tavallaan samaan kysymykseen. Tutkimus auttaa jäsentämään yhtenäiskoulun matematiikan opettajan koulutusta sekä luokanopettajan että aineenopettajan näkökulmasta, sillä tutkittavat elävät hyvin vahvasti itsekin tällä rajapinnalla. Matematiikan opetuksen muuttaminen vaatii paljon didaktisilta opinnoilta. Koska opettajaopiskelijan ammatillinen suuntautuminen on vahvaa, hän peilaa useimpia asioita luokkatyöskentelyn lävitse. Ensimmäiseksi nostaisinkin pohdintaan kasvatusieteellisen teorian relevanttiuden nuoren opettajan näkökulmasta. Tutkimuksellinen ote opettamiseen syntyy tästä teoriasta ja sen vuoropuhelusta käytännön kanssa. Jos opettajankoulutuksessa on aikaa teoretisoida käytäntöä ja testata teorioita käytännössä, nämä voivat lähentyä toisiaan (vrt. Edwards & Hammer 2006 ja Goodell 2000; 2006).

### *Reflektoinnin merkitys opettajaksi kasvulle*

Itsensä tunteminen ja reflektoinnin tärkeys on nähty tärkeiksi opettajankoulutuksen välineiksi, mutta palautetta esseistä ei opettajaopiskelijoille ennätetä antaa ja palautteen saakin rajoitetummillaan vain harjoittelusta.

*”[P]arhaat [palautteet], mitä sai itelleen, niin sai just näiltä opettajilta, ketkä sitte vaati ja käytti ite aikaa myös niihin.”* (Reetta, Haastattelu 5/2006)

*”Suurin anti on varmasti ollut harjoittelun ohjauksella, siinä saa ehkä eniten palautetta ja se on konkreettista. Portfoliokeskustelut ym. ovat monesti keskustelua enemmän ”filosofisista” aiheista. Niiden anti itselle on ollut se, että on joutunut muotoilemaan ajatuksensa sanoiksi ja samalla pohtinut niitä.”* (Kaarlo, Kirje 4/2008)

Tutkielmat ja muu kirjoittaminen ovat tärkeitä, mutta miten varmistaa, ettei otsikoissa ole joka kurssilla aina samat teemat. Tärkeää on myös luoda ilmapiiri, jossa opettajaopiskelijat voivat keskustella avoimesti opetukseen liittyvistä ajatuksistaan.

*”Antoisia ovat olleet myös jotkut keskustelut niiden ystävien kanssa, jotka ovat samalla alalla. Nyt ihan tämän vuoden aikana on muutama ystäväni aloittanut opettajan uran, joiden kanssa on ollut avartavaa keskustella asioista. Vaikka oma opettajuuden aloittaminen pelottaakin, rohkaisevat muiden kokemukset kuitenkin paljon.”* (Reetta, Kirje 4/2008)

Tässä mielessä seurantatutkimukseen osallistuminen herätti tutkittavissa uusia ajatuksia ja antoi heille tilaisuuksia keskustella keskenään ja yhdessä tutkijan kanssa

matematiikan opettamisen ja oppimisen kysymyksistä. Haastattelut antoivat mahdollisuuden puhua ääneen mielelmiään ja esseet tilaisuuden kirjoittaa. Tutkija oli kuuntelija, kysyjä, joskus joku, joka välittää, auttaa, ohjaa ja tukee nuorta opettaja-opiskelijaa tämän opintojen lomassa. Tässä mielessä yliopistoissa yleistynyt opiskelijoiden ohjaus täyttää paikkansa.

*”Tähän tutkimukseen osallistuminen on ollut yksi tärkeimmistä asioista opettajankoulutuksen aikana. On joutunut ja päässyt pohtimaan kysymyksiä, jotka määrittävät hyvin pitkälti sitä, millainen opettaja minusta tulee ja millainen opettaja haluaisin minusta tulevan. Tärkeää on ollut myös se, ettei ajatuksia ole vain laitettu ylös vaan niistä on keskusteltu ja niiden takana olevia käsityksiä purettu.”* (Karoliina, Kirje 4/2008)

Portfoliotyöskentely tuki Wrayn (2007, 1145–1146, 1150) mukaan omien kasvatusfilosofisten kysymysten selkiytymistä, teorian ja käytännön yhdistämistä, fokuoitua refleктоimista ja vaikutti myönteisesti useiden opettajaopiskelijoiden luokkatyöskentelyyn.

*”Mä oikeesti totesin, että [...] ku vaan pohtii niitä asioita. No ku menee joku tunti pieleen tai joku muu, miks meni hyvin tunti ni, sitte niitten asioiden pohtiminen ni jotenki se kehittää. Ett mun mielestä toisaalta liikaa painotetaan pelkästään sitä, että ku vaan opettaa ja opettaa, ni sitte tulee sitä kautta, että kehittyä opettajana niinku paremmaks, koska ei se välttämättä kehity ollenkaan (naurahtaa). [K]u miettii niitä, että mikä meni pieleen, niin sitt siinä samalla joutuu muokkaamaan niinku sitä omaa ajatusmaailmaansa ja sitte ku se muokkautuu, niin sitt siit tulee sillai oma, eikä sitä välttämättä enää osaa niinku sanoo, että ett mikä se on ennen ollu.”* (Karoliina, Haastattelu 5/2007)

## *Opetusharjoittelun merkitys opettajaksi kasvulle*

Opetusharjoittelun merkitystä ei voida väheksyä, mutta miten tässä emotionaalisesti vahvasti koetussa opetusharjoitteluvaiheessa voitaisiin tukea opiskelijan sosio-konstruktivistisen oppimisenäkemyksen muotoutumista itselle luonteviksi koetuiksi käytänteiksi.

*”Mutta sitte taas että ku ei kuitenkaan loppusuoralta oo ite kauheena kokeillu, niinku aika vähän vähän jotakin mallia ottanu, käyttäny jotakin palikoita tai jotakin niin aika vähän kuitenkin. [...] Niin, sitte se niinkö ett sitte pitäis varmaan niinku sitte muutaman vuojen jälkeen, ku on ekana vähän aikaa saanu sitä kokemusta, niin sitte muistaa, että ai niin joo, ett tääll oli näitä juttuja, ett näitä. Ni ehkä niitä vois sitt niinku ainakin kokeilla jo enemmän.”* (Reetta, Haastattelu 5/2006)

Joskus jopa ohjaava opettaja dominoi perinteisellä opetustyyllillään.

*”[J]oku sano, että että mä teen näin näitten oppilaitten kans, että vaikka lukio-laisten kans, että mä oon yleensä tehny näin, että tee sääkin näin niinku että suoraan. Niin ja sitten itekin toisaalta niinku että, no itellä oli semmonen että no mä kyllä en varmaan tekis näin, mutta en mä nyt jaksa sanoa niinku näitten muutaman tunnin takia, että en mää tee näin, että ihan sama.” (Reetta, Haastattelu 5/2006)*

Joskus teoria taas linkittyy kokeneen opettajan käsissä hienosti käytäntöön.

*”[Ku on] niinku oikeesti nähny, ett miten ne toimii, niin ne jää silleen mieleen. Ett jos nyt vaan puhuis teoriass niin sitt ei ehkä niinkään niinkään tulis ajatelleeks sillee. (Saara, Haastattelu 5/2007)*

Nuori opettaja tarvitsee kokemuksia myös opettajayhteisöstä. Eksperttiopettajat voivat parhaimmillaan antaa tulevalle opettajalle paljon arvokasta työelämä tietoa. Yhdessä voidaan pohtia luokan hallinnan kysymyksiä, erilaisten oppilaiden haasteita sekä opettajalta odotettavia muita työelämä taitoja. Kasvuprosessin tukeminen ensimmäisten työvuosien aikana olisi arvokas jatkumo opettajankoulutukselle.

Usein ohjaus kuitenkin jää hyvin kapeaksi.

*”Noo just varmaan jok,u ett ett niinku semmonen yleinen ehkä sen tunnin sujuvuus, ett miten se niinku meni ja just se oppilaitten kans semmonen vuorovaikutus, ett oliks sitä ja miten sitä vois ehkä parantaa. Ja, ja miten muutenkin ottaa ehkä enemmän siihen opetukses huomioon sitä, ett niinku ne oppilaatkin tulis siihen mukaan eri tavalla. Ett niinku sellaset, ett ei niinkään sellaset oo niin tärkeitä, ett miten just käytti sitä tauluu tai tai jotain sellasii, mitä mikä oli. Ja sitt tietenkin siit opetuksesta etenkin, ett jos jotain asiaa ei ois ehkä kannattanu silleen opettaa, ett jos teki niinku jotain asioit väärin.” (Saara, Haastattelu 5/2006)*

Opettajaksi opiskelevat liittävät omaan identiteettiinsä ”ääniä” toisilta opettajilta. Missä määrin opettajankouluttajien tulisi olla näiden ”äänien” puolella tai niitä vastaan? Ozmantar ym. (2008, 88) mukaan opettajaopiskelijoilla tulee olla mahdollisuus kohdata erilaisia kannanottoja ja arvioida sitten niiden merkitystä opettajuudelleen. Yhteisöön kasvaminen edellyttää yhteisöön tutustumista (Turner 2008, 354) ja osallisuutta (Koellner & Jacobs 2008, 265). Pedagoginen yhteisö auttaa opiskelijaa määrittelemään ammatillisia tavoitteitaan ja arvojaan (vrt. Goos & Bennison 2008).

Mutta millainen on matematiikan opettajayhteisö?

*”Ollaan totuttu, että matikan opettajat käyttäytyy näin ja näin, [...] että vaikka oliski itellä sellasta, että no tän vois [...] tehdä tällä tavalla ja mä voisin käyttää tähän aikaa, niin sitte ei välttämättä uskalla. Tai just tossa yläkoulussa oli vähä sillai, ett mun mielestä se ilmapiiri ei ollu siellä kauheen hyvä. Niin paljo helpommin mä käytn silloin alakoulussa kaikkia, että kokeillaas tätä ja kokeillaan sitä.” (Karoliina, Haastattelu 5/2007)*

Haluaako nuori opettaja automaattisesti sen osalliseksi?

*”Ni on tosi paljon erilaisia tyylejä nähny, niin sitte on pystyny sillai vähä miettimään, että no, että tää opettaja tekee tän näin tän tunnin alotuksen ja täällä ollaan näin, että en mää kyllä ehkä ihan näinkään. Ja niinko semmosta on sitä tullu mietittyä sillai. Ja on varmasti löytyny semmosta omaa tyyliä jonkin verran, mutta että kyllä mää uskon, että semmosta on niinkö jo valmiiksi, että se on niin paljon omassa persoonassa jo valmiiksikin se.”* (Reetta Haastattelu 5/2006)

Varsinkaan jos se ei tue lainkaan hänen periaatteitaan?

*”[J]otenki koki, että se varsinki ne matikan opettajat siinä koulussa, on tosi sillai, että ei mitään uutta ja tehään näin ja näin. [...] Mä oisin halunnu opettaa yhen asian niinku eri tavalla, miten se on siellä kirjassa [...] ja sitt mä olin sillai, että eiks tätä voi opettaa näin, niin sitte se vaan totes, että ne oli käyny siitä vuos sitte keskustelun niinku kaikki muut opettajat [...] ja se, että tää opetetaan nytte näin ja mitään muita tapoja ei hyväksytä. Niin vähän sellanen, että vaikka sitt riittäis itellä sitä niinku intoo ja halua toimia tietyllä tavalla, mutt sitte se yhteisö voi niinku estää sen. Tai että ois itellä sitt niin paljo rohkeutta, että uskaltais sitte vaan vetää sen sillä omalla tavallaan.”* (Karoliina, Haastattelu 5/2007)

Vetäytyykö hän silloin koko yhteisöstä?

*”Toivottavasti noi opettajat ei vaan eksy mun luokkaan kesken tunnin, että ne varmaan aattelee että, että ihan omituisella tavalla opettaa. Tai se, että, että ku mun luokissa yleensä, no ei ny melusaa, mutt siis sellasta niinku, että must on kiva, että jos ne oppilaat tekee kaksin tai kolmisiin niitä tehtäviä. Niin ja sitte, ku toiset vaatii sitä, että täytyy tehdä ihan hiljaa paikallaan. Ni sitte se, että jotenki pystyis niitten opettajien kanssa saamaan sellasen, sellasen vuorovaikutuksen, että toisaalta niinku, että ne tajuis sen, mikä, mikä on se oma opetusmetodinsa ja sitt silti keksii kaikkia uusia juttuja niitten toisten opettajien kanssa.”* (Karoliina, Haastattelu 12/2007)

Omat kouluaikaiset kokemukset opettamisesta vaikuttavat opettajaopiskelijan tapaan työskennellä.

*”[K]oska sitä toisaalta niin helposti toistaa sitä, mihin on tottunu, niinku ite, sillon ku on istunu siellä luokassa ja ainakin jos on kokenut hyväksi asioita. Ja tietenki se on ihan hyväki, että jos on joku hyvä juttu, ni sitte tehdä samanlaill.”* (Reetta, Haastattelu 5/2007)

Siksi harjoittelun ohjaajan merkitys positiivisena mallina tulevalle opettajalle on suuri. Toisaalta joskus negatiivinenkin esimerkki saattaa toimia opiskelijan kasvun kannalta myönteisesti (Charalambous ym. 2008, 137–139).

”No varmaan on niinku noissa harjoitteluissa tullu se oikea, niinku semmonen koulumaaailma, ett missä oikeesti sitte pitää niinku pistää ittensä likoon ja niinku tehdä sitä hommaa. [...] [S]iellä näkee sitte, että miten ite toimii ja vähä sitte just sen jälkeen ku reflektoi ja miettii niitä sitte vielä uudestaan, eikä vaan jätä siihen yhteen siihen tunnin pitoon sitä, ni se kyllä kasvattaa. [...] [A]jika paljon miettii sitä tuntia ennen ja tunnin jälkeen. Sitten miettii, että miten meni. Ja näin oikeesti käydä niitä läpi ja sitte just se, että on käyny, on käyty ohjaajan kans läpi ja tehty portfolioita ja semmosia.” (Reetta, Haastattelu 12/2007)

”Harjoittelussa olen saanut arvokkaita käytännön opettajan työn neuvoja. Siinä on myös päässyt näkemään opettajan työtä oppituntien ulkopuolella. Olen tehnyt vain lyhyitä sijaisuuksia yläkouluissa ja ne ovat olleet luonteeltaan selviytymistä. Tärkeintä on, että joku valvoo luokkaa ja ehkä siinä sivussa saa vähän opetettua jotakin. Oppilaiden suhtautuminen harjoittelijaan ja sijaiseen on aivan erilaista. Harjoittelija saa tehdä hommiaan rauhassa (opettaja valvoo luokan perällä) ja sijainen saa haistatteluja.” (Kaarlo, Kirje 4/2008)

### *Sijaisuuksien merkitys opettajaksi kasvulle*

Tämä tutkimus antaa viitteitä siitä, että opettajaopiskelijan jopa kannattaa ottaa vastaan opettajasijaisuuksia opintojensa aikana.

Sijaisuuksissa tulee vastaan nuoren opettajan todellisuus.

”Niistä oikein näkee, että ne miettii, ett ooks mä niinku joku lukiolainen vai [...] että ei ne osaa sanoo, että minkä ikänen on, niin sitt ne osa pojista, ku ne suurinpiirtein yrittää iskee siellä.” (Karoliina, Haastattelu 5/2006)

”[S]e on jotenkin kivaa, kiva välillä, ettei vaan niinku opiskele ja opiskele ja opiskele niinku viis vuotta semmosis ettei. No on tietty ne harjoittelut sitt ainakin, ett tulee väkisinkin sinne kouluun oikeesti mentyy, mutt on se aina vähän erilaista olla siä [sijaisena]. (Saara, Haastattelu 5/2006)

Sijaisena ollessaan voi tehdä asioita eri lailla.

”Täytyy niillä nyt välillä olla tällasia vähän hauskempiakin tunteja, että jos mä nyt oon sijaisena, ni ei mun tartte niinku olla niin tai sillain vetää siellä ihan sellasta ylitiukkaa linjaa. Ku en mä kuiteskaan saa niille välttämättä niinku opetettua niitä asioita ja se opettaja luultavasti käy ne sitte niinku uudestaan läpi, kun ei se luota siihen että niitä on käyty siellä (nauretaan) niinku niin tai sillai, että en mä häviä siinä mitään.” (Karoliina, Haastattelu 5/2006)

”[A]inakin jos on jotain kokeillu itte jotain juttuu ja sitte niinku huomannu, ett ett täähän vois niinku toimia ja täähän oli tosi kivaa, niin kyll sitä sitt käyttääkin varmaan helpommin.” (Saara, Haastattelu 5/2007)

Sijaisena myös ottaa vastuun tunnista.

*”Harjoittelussa on aina hyvin vahvasti luokan oma opettaja tukena tai muuten läsnä. Tämän takia olen kokenut, että useat harjoittelut eivät ole antaneet minulle todellista kuvaa opettajan työstä. Toisaalta taas harjoittelutunteja on valmistellut kunnolla, joka tekee opetuksesta varmempaa. Sijaisuudet tulevat usein hyvin yllättäen, jolloin silloin on päässyt kehittämään omaa taitoa heittäytyä erilaisiin tilanteisiin. Uskon, että sekä harjoittelu että sijaistaminen ovat yhdessä muovanneet omaa käsitystä opettamisesta ja omasta opettajuudesta. Mutta jos opettajaksi opiskelevalla ei ole lainkaan kokemuksia sijaisena toimimisesta, luulen että hän voi kokea aikamoisen shokin mennessään ensimmäisen kerran oikeaan opetustilanteeseen. Harjoittelun kautta on saanut hyvän kuvan siitä, mitä kaikkia asioita tulisi ottaa huomioon tuntien valmistelussa ja itse tunnin aikana. Silloin on tullut myös tarkkailtua vahvasti omaa käyttäytymistään.”* (Karoliina, Kirje 4/2008)

*”Niin niin että se oli vähän ehkä just sellanen että varsinkin jos tulee sijaiseks ni voi olla vielä sellanen, vähän niinku tavallaan pelottaa siis sitä opettajaakin. Niin sitt yrittää ehkä periaatteessa vahingossakin olla sellanen tosi niinku semmonen asiallinen ja semmonen niinku käyttää niitä vaikeita käsitteitä edelleen. Ja ehkä sitte, ku on kuitenkin sekin just semmonen jännitys ja tämmönen siä taustalla ja sitt ku jossain kotona tekee vaikk jotain kalvoja, ni sitt niistä tuleekin jotain tosi vaikeita, ku ei osaa siinä tilanteessa aatella sitä silleen, että miten ne niinku ymmärtäis sen, vaan aattelee vaan, ettei ite niinku mokaa mitenkään tai silleen [...] että ne oppilaat huomais, ett osaa oikeesti niinku osaat sen ja silleen. Ett sä oot pätevä ja tälleen näin.”* (Elma, Haastattelu 5/2006)

Sijaisena toimiessaan opettajaopiskelija törmää koulujen käytänteisiin. Miten huolehtia poissaoloista.

*”Sitte ku joku tulee 5 minuuttia myöhässä sen lapun kanssa, että ”olin terveydenhoitajalla”, ni sitte on vähä sillai että, mitä, mitä mä tälle lapulle teen. [...] [P]erusasiat mihin tottu yläkoulussa sillai, että onks näillä niinku, onks näillä jotain väliä ja niin tai siis ei osaa nähä joittenkin tollasten juttujen niinku tarkotusta, ku on siellä vaan niinku jonkun päivän.”* (Karoliina, Haastattelu 5/2006)

tai noudattaa kurinpitotoimenpiteitä?

*”[S]itte ku toiset oppilaat huutaa, että joo että ”tolle pitää antaa jälkkää” että se on niinku sitä ja tätä välitunnilla ja sitte on sillai, että ”katotaan sitä”, että ”pistetään tonne eteenpäin viestiä” että ”katotaan” että tai tunnin jälkeen jotain. [...] [K]u ne tulee niin yllättäin, ni on ihan sillai että, miten, mitä mun pitäis sanoa siihen, että miten siinä pitäis toimia.”* (Karoliina, Haastattelu 5/2006)

Työn monet ulottuvuudet tulevat paremmin esiin sijaisena toimittaessa.



*”Sijaisena toimiessa on toisaalta huomannut sen, kuinka paljon asioita päivän aikana on hoidettava. Ja joskus joissakin kouluissa kokemukset sijaisena olosta ovat olleet melko negatiivisia ja osoittaneet, kuinka yksin opettaja voi olla, jos muut opettajat eivät ole valmiita auttamaan.”* (Karoliina, Kirje 4/2008)

Sijaisena myös huomaa, miten tärkeää opetuksen suunnittelu tosiasiasa on.

*”Sijaisena ollessa äkkiseltään keksityt opettettävien asioiden selitykset ovat opettaneet valikoimaan sanojaan ja opetusjärjestystä paremmin. Varsinkin tällaisia mahdollisuuksia tarjoavat sijaisuudet, jossa sama asia pitää opettaa muutamalle eri ryhmälle ja ensimmäisen ryhmän vastaanoton perusteella pystyy muokkaamaan omaa opetustaan ja valitsemaan ne opetustavat, jotka selvästi aukenivat toisille oppilaille.”* (Karoliina, Kirje 4/2008)

Opintojen lomassa tehtyjä sijaisuuksia ei koulutuksessa yleensä arvosteta, koska ne vievät aikaa muutenkin kokopäiväisiksi suunnitelluilta opinnoilta.

*”Mielestäni opiskelijoita ei saisi rankaista siitä, että he tekevät töitä opiskelun ohessa. Tietysti opinnoissa tulee edetä, mutta mielestäni työt kuitenkin tukevat opintojen asioita ja niihin asioihin on helpompi samaistua ja saada ajatuksesta kiinni, kun on työkokemusta. Siis tässä tietenkin tarkoitan sitä, että tekee alaan liittyviä töitä. Mielestäni on väärin, että opiskelijat, jotka jaksavat opiskella ja tehdä töitä vapaa-aikanaan, joutuvat palauttamaan opintotukea takaisin. Mielestäni lukuvuoden opintopistemääriä voisi nostaa, mutta sitten tulisi poistaa tuloajat. Tuloajat huomioitaisiin ainoastaan siinä tapauksessa ellei ole saanut tarvittavaa määrää opintopisteitä kasaan lukuvuoden aikana. Itse ainakin koen työn tuoman kokemuksen hyvin tärkeäksi, sillä tosiaan, kuten jo aiemminkin mainitsin, osa meistä opiskelijoista aloittaa opettajan uran ainoastaan 30 tunnin kokemuksella. Tietysti ainahan se jostain tulee aloittaa, mutta valmiina opettajana meillä on suurempi vastuu kuin harjoittelijana.”* (Aada, Kirje 4/2008)

Opettajankoulutuksessa ei ehkä nähdä, että sijaisuudet tukevat ohjattua harjoittelua ja antavat sille perspektiiviä,

*”Sekä harjoittelu että sijaisuudet ovat mielestäni erittäin tärkeitä opettajaksi kasvamisessa. Mielestäni jokaisen opettajaksi opiskelevan tulisi harjoittelun lisäksi edes hiukan työskennellä koulussa, jotta pääsee näkemään työn todellisuuden. On aivan eri asia olla luokassa yksin ja täysin vastuussa siitä, mitä siellä tapahtuu kuin opettaa ohjaavan opettajan valvovan silmän alla. Ensinnäkin jo se saattaa hämätä, että oppilaat saattavat käyttäytyä aivan eri tavoin, kun oma opettaja ei olekaan seuraamassa tilannetta. On myös ihan hyvä asia suunnitella itse oppitunti ja pitää se ilman ohjausta ja etukäteispalautetta ja neuvoja ja katsoa, kuinka siinä onnistuu. Tosin usein sijaisena toimiessa on valmiit ohjeet, joiden perusteella toimitaan, mutta ainakin pidemmissä sijaisuuksissa pääsee itsekin suunnittelemaan toimintaa.”* (Saara, Kirje 4/2008)

eivätkä suinkaan vähennä harjoittelun merkitystä.

*”Harjoittelu on kuitenkin yhtä tärkeää opiskelijalle. On hyvä pohtia omaa opetusta tarkasti, tehdä tuntisuunnitelmat ja toteuttaa opetus tarkasti niiden mukaan. Vaikka näin ei ehkä tulevaisuudessa omassa työssä ehkä toimisikaan, on hyvä pohtia opetusta yksityiskohtaisesti ja pohtia mitä tekee, miten tekee, miksi tekee ja mitä siitä seuraa. Ensiarvoista harjoittelussa on ohjaus ja palaute. Ne ovat tärkeitä omassa kehityksessä ja kokeneilta opettajilta saa hyviä neuvoja ja vinkkejä työhön, ihan käytännön asioissakin. On hyvä kuulla, että oma opetus on ”oikeanlaista” tai että se toimii. Siitä saa vahvistusta ja varmuutta omaan tekemiseen. On myös hyvä saada palautetta niistä seikoista, joita voisi parantaa ja kehittää itseään edelleen opettajana.”* (Saara, Kirje 4/2008)

### ***Opettajan ammattikuvan merkitys opettajaksi kasvulle***

Tutkimuksessa kävi ilmi, miten tärkeä opiskelijan aikuiseksi kasvamisen kehitys- ja kasvuprosessi on. Kun opintoihin tullaan suoraan lukiosta, kuten Elma, hän käy seurantatutkimuksen aikana läpi monta sellaista kysymystä, joita muut tutkittavat eivät enää nosta esiin. Hän pohtii ammatinvalintaa paljon enemmän kuin muut.

*”Ehkä se on, kun mä kuitenkin tulin näin aikaisin suoraan lukiosta tänne, niin on sitte niinku just aikaa vähän niinku kokeilla vaan tai silleen ett ei tän ei tarvi viä olla mitään lopullista että, nyt kun mä oon tullu tänne, niin mun tarvis koko loppuelämäni tehdä sitä, mitä mä nyt opiskelen.”* (Elma, Haastattelu 12/2005)

*”[V]aikka kävis niinku tän opettajankoulutuksen niin ei se nyt tarkoita sitä että välttämättä tarvii tulla opettaja.”* (Elma, Haastattelu 5/2006)

Elma seuraa viestintävälineitä ja mediaa toisenlaisin ajatuksin,

*”[K]oko ajan ainakin puhutaan siitä että ne luokkakoot kasvaa ja kasvaa ja niinku sillee just että miten mä voisin saada jonku kolkytä oppilasta niinku ymmärtään ne asiat ja silleen niinku, että haluuks mä ottaa tavallaan sitä vastuuta siitä, että ne niinku [oppii ne asiat].”* (Elma, Haastattelu 5/2007)

hiukan pelkääkin tulevaisuutta

*”Ku oli toi Jokelan juttu ja kaikkee niin tulee vaan semmosta, että tavallaan sitte. Ku sä meet sinne opettajaks, ni et sä saa valita yhtään, että ketä ihmisiä. Ei kukaan haastattele niitä, mutt sitt ku sä oot jossain niinku tämmösessä muussa työpaikassa tai semmosessa, ni sinne niinku joku päättää, että ketä sinne saa tulla töihin. Mutta ku sä oot koulussa, ni ei kukaan saa päättää. [...] Tuoll on kauheesti ny sitt [kotipaikkakunnalla] puhuttu että, ettei o ikinä ennen tarvinnu pelätä nuoria tai silleen että. En mä tie haluuks mä sitte olla, viettää mun loppuelämää silleen, että [...] en mä nyt välttämättä koko ajan pelkäis mutt kuitenkin.”* (Elma, Haastattelu 12/2007)

ja pohtii omaa ikäänsä.

*”[K]yll se saattaa pelottaa mua ainakin, että ku mä tunnen itteni niin nuoreks niinku, että yläastelaisetkin. Ku must tuntuu, ett ne vaikuttaa nykyään niin vanhoilta tai sillee jotenkin (naurahdetaan) tai ku ne pukeutuu sillee ja muuta. Niin sitte niinku jotenkin se vaan on sitte pelottavaa mennä niinku niitten eteen sinne ja sitte jos ei oikein tiedäkään, että mitä tekee.”* (Elma, Haastattelu 5/2007)

Karoliina sen sijaan katsoo mediaa toisenlaisin silmin.

*”Meiän äitille tulee se Opettajalehti, ni sitte meiän äiti, se vaan heittää sen johonkin sen siihen sivuun, kattoo vaan jotain niinku työpaikkailmotuksia tai vastavia. Sitte mä luen sieltä niitä kaikkia artikkeleita läpi ja mull on semmonen, ett ”joks sä luit tän?” Sitte se, ”en mä niitä koskaan lue”. Mä sanon, ett ”eiks sä ihan oikeesti lue, että vähän nää on mielenkiintosta, nää kaikki tekstit” että tai sieltä nappaa just sellasia, mitkä sitte liittyy jotenkin johonkin, mitä on käsitelty niinku siinä jotenkin lähiaikoina.”* (Karoliina, Haastattelu 5/2006)

## **Persoonallisen kasvun merkitys opettajaksi kasvulle**

Silti Elma kokee myös muuttuneensa koulutuksen aikana.

*”[K]oska se koulutus antaa jo aika paljon semmosta tuntumaa niin ja mullekin on kuitenkin, vaikka mä en oo ees ollu missään harjoitteluissa, enkä mitään, niin tullu jo nytte semmosta niinku osaks mun mielestä, mikä jo on niinku tän koulutuksen asia just silleen, että ittestä on tullu paljon itsevarmempi niinku iha normaalistikin ja silleen. Että tai silleen, että on kaikki muutkin on mulle sanonu niinku tässä puolen, tai nytte keväällä varsinkin jotenkin, että mä oon alkanu puhuun niinku paljon enemmän ja muuta. Siis silleen, että on rohkeempi ja semmonen.”* (Elma, Haastattelu 5/2007)

Oman itsensä löytäminen kuuluu tähän nuoren aikuisen kehitysvaiheeseen, mutta koulutuksessa siihen liittyy myös oman opettajuuden löytäminen.

*”Hyväksyy niinku opettajankin erilaisia näkökulmia ja sen, että on niinku erilaisia tyylejä opettaa ja sen, että mulla saa olla se oma tyyli opettaa. Että mun ei tartte niinku muokkaantua tai kehittyä sellaseks opettajaks, mitä muut on ollu, vaan sellaseks, mitä mä ite haluun.”* (Karoliina, Haastattelu 5/2007)

*”En tiedä johtuuko se iän tuomasta kokemuksesta vai siitä, että nyt minulla on aikaa ajatella asioita, mutta jotenkin minusta tuntuu, että olen vihdoin alkanut soveltamaan koulun tuomia kokemuksia ja muita kokemuksia opettajana olemiseen. Osaan vasta nyt hyödyntämään jokaista koulutustani ja aikaisempia kokemuksia sekä oppijana, harjoittelijana että opettajana. Viime vuosi ja luokanopettajan monialaiset ovat kasvattaneet minua. Tietysti olen viime vuoden*

*aikana ehtinyt tekemään enemmän sijaisuuksia kuin ennen, ja osaltaan nekin ovat kasvattaneet minua opettajuuteen. Luennoilla käytyjä asioita voi vasta käytännössä kokeilla, jonka myötä luentojenkin aihealueet ovat saaneet minulta uutta arvostusta.” (Aada, Kirje 4/2008)*

### **Opettajaksi kasvun tunnusmerkkejä**

Palmer ja Marra (2004, 318) ovat poikittaistutkimuksessaan todenneet, että opiskelijoiden näkemykset tiedosta voidaan luokitella kolmeen eri orientaatioon, jotka eroavat sisällöllisesti toisistaan. Ensimmäisen orientaation omaavat opiskelijat ajattelevat tieteellisen tiedon olevan faktatietoa ja myös odottavat sellaisia. Toisen orientaation omaksuneet voivat hyväksyä eri näkökulmat ja nähdä useita valideja vaihtoehtoja, mutta ajattelevat kaikkien näkemysten olevan yhtä valideja, eivätkä kriittisesti vertaa niitä toisiinsa. Kolmannen orientaation omaksuneet ajattelevat, etteivät kaikki näkemykset ole samanarvoisia ja että eri näkökulmia tulee arvioida reflektoiden evidenssin perusteella, mutta myös konteksti huomioiden (ks. myös Poikolainen 2006, 138). Miten opettajankoulutuksessa päästään kolmannen orientaation kuvaamalle tasolle ja nähdään opettajuus muuttuvana ja kontekstiin sitoutuneena? Usein nuori opettaja keskittyy havainnoimaan, ovatko oppilaat oppineet opetettavan asian, eikä kiinnitä huomiota oppilaiden matemaattiseen ajatteluun ja sen kehittämiseen. Aloitteleva opettaja siirtää koulutuksessa tutuksi tulleet merkityksellisiksi kokemansa oppimistehtävät sellaisenaan opetukseensa huomaamatta eroa oman matemaattisen ajattelunsa ja oppilaidensa matemaattisen ajattelun välillä (Tzur ym. 2001, 248–249). Merkityksellisellä oppimisella on Poikolaisen (2006, 142) mukaan kolme perusedellytystä: oppijalla tulee olla relevanttia aiempaa tietoa suhteessa uuteen tietoon. Hän tarvitsee materiaalia, joka on merkityksellistä, ja koulutuksen tulee herättää hänessä halukkuus merkitykselliseen oppimiseen. Ehkä tässä ovat avaimet myös merkitykselliseen opettajankoulutukseen.

Huomaako tutkija opettajaksi kasvun, kun hän kuuntelee, eikä havainnoi tutkitaviansa. Tutkimus on tuonut esille seuraavia näkökulmia opettajaksi kasvuun ja sen tunnistamiseen.

Nuori opettaja alkaa opetuksessaan

- siirtää keskittymistä omasta itsestään oppilaisiinsa
- keskittyä omasta selviämiseensä oppilaidensa motivointiin
- luopua tehtävien läpikäynnistä oppimisen tarkistamiseen
- siirtyä oppitunnin suorittamisesta luokkatilanteessa viihtymiseen
- huomata oppilaittensa oppimisvaikeudet
- panostaa suunnitelmallisuuteen
- nähdä matematiikan eheänä kokonaisuutena irrallisten asioiden sijasta
- tunnistaa mahdollisuuksia integrointiin, eheyttämiseen ja niveltämiseen
- löytää oman itsensä opettajana
- heittäytyä kertomaan tarinoita, piirtämään ja toimimaan uusilla tavoilla

- nähdä itsensä kehittämisen merkityksen ja täydennyskoulutuksen tarpeensa
- huomata lahjakkaiden oppilaiden tuomat haasteet.

Tutkimuksen aikana saatoin tutkijana havaita tutkittavien läpikäymän koulutusohjelman tukevan opettajaksi kasvun prosessia. Matematiikan opettajaksi kasvun prosessi näyttää vaativan aikaa. Tämän saattoi huomata siitä, että kolmen lukuvuoden aikana tutkittavat näyttivät käyvän läpi kolme keskeistä kehitysvaihetta.

Ensimmäisen opiskeluvuoden aikana opettajaopiskelijoiden näkemyksiä opettajuudesta värittivät omat kouluaikaiset kokemukset koulusta, matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta. Kaikkea uutta tietoa tulkittiin omien oppimiskokemusten läpi. Toisen lukuvuoden aikana omat opetuskokemukset osoittautuivat keskeisiksi. Tutkittavat siirtyivät oppilaan roolista opettajaopiskelijan rooliin. He punnitsivat uutta tietoa opetuskokemusten ja niistä saatujen palautteiden pohjalta. Kolmannen lukuvuoden jälkeen havaitsin tutkittavissa noviisiopettajan piirteitä. Nuoren opettajan käyttämä kieli muuttui ja kouluun liittyvä sanasto laajeni.

Selkeä merkki oman opettajuuden heräämisestä näkyi siinä, että opettajaopiskelija alkoi suunnitella ja toivoa pääsevänsä opetustöihin. Kokemukset eri työyhteisöistä vahvistivat opettajaopiskelijoiden käsityksiä työyhteisön merkityksestä. Aloitteleva opettaja pohtikin omaa paikkaansa ja rooliaan tulevassa työyhteisössään. Opettajan ammatin itsenäisyyteen yhdistyy toive saada tulevilta kollegoilta tukea ja halu tehdä heidän kanssaan yhteistyötä. Aloitteleva opettaja irrottaa työskentelynsä ohjaajansa mallista tai oppikirjasta.

Tutkittavissa näkyi noviisiopettajan piirteitä myös siinä, että nuori opettaja oppi tunnistamaan työnsä jatkumon. Hän suunnitteli opetuksensa eri ryhmille eri tavoin, sekä huomasi kannustamisen, palautteen ja arvioinnin merkityksen oppilaitensa oppimisen tukemisessa. Tuleva opettaja löysi myös uusia luokan hallinnan keinoja perinteisten (kirjoitetaan paljon, tiukka kuri) keinojen sijaan ja oppi sietämään ryhmätyöstä aiheutuvaa meteliä. Nuori opettaja ymmärsi opetettavan asian oppilaan arkeen kytkemisen merkityksen ja oppi rakentamaan oppimista edistävää ilmapiiriä.

Noviisiopettajaa kuvaa myös se, että hän havaitsee henkilökohtaiset opettajapersoonaan sopivat ominaisuutensa, kuten lähestyttävyyys, huumorintajuisuus, lämmin suhtautuminen oppilaisiin, turvallisen ilmapiirin luomisen taito, rauhallisuus tai selkeys. Näitä tuleva opettaja osasi jo käyttää hyväkseen ilmapiiriä rakentaessaan. Merkityksellinen askel noviisiopettajan ammatillisessa kasvussa tapahtuu, kun hän kykenee irrottautumaan oppiaineestaan ja tunnistamaan työnsä kasvatuksellisen ulottuvuuden.

Kaganin (1992b, 155–156) ja Kaasilan (2007, 380) esittämät opettajan kasvuprosessin vaiheet voitaisiinkin tutkimuksen perusteella esittää viitenä, osittain toisiaan seuraavina, osittain toisiinsa lomittuvina vaiheina.

*Vaihe 1:*

- Käsitys itsestä opettajana epäselvä, joskin jotkin omat persoonallisuuden piirteet koetaan työhön soveltuviksi.
- Opettamisen mallit omista kouluaikaisista kokemuksista ja silloisilta opettajilta.
- Käsitykset oppilaista mukailevat käsityksiä itsestä oppilaana.
- Käsitykset matematiikasta lukion jälkeen positiivisia.
- Kokemukset matematiikan opettajasta antoivat positiivisen roolimallin, joskin melko opettajakeskeisen, sääntöjä ja faktoja painottavan.

*Vaihe 2:*

- Käsitys itsestä opettajana kirkastuu ja sitä tukevat opinnoissa reflektiiviset kirjoitelmat, alan kirjallisuuteen tutustuminen ja harjoittelun aloittaminen.
- Opettamisen mallit saadaan ohjaavilta opettajilta ja ohjauksen merkitys koetaan tärkeänä.
- Opetuksen toteuttamisessa korostuvat rutiinien hankkiminen ja opetuksen ja luokanhallinnan yhteensovittaminen.
- Käsitys oppilaista opetukseen osallistujina.
- Käsitys matematiikasta toisen opiskeluvuoden jälkeen muuttuu enemmän ymmärtämistä painottavaksi tieteeksi, mutta samalla aineenhallinnan kysymykset nousevat esiin.
- Kokemukset matematiikan opettamisesta muuttavat käsityksiä oppilaskeskeisempään suuntaan ja varsinkin tutustuminen alakouluun muokkaa opetusta toiminnallisemmaksi.

*Vaihe 3:*

- Opetuksen rutiinien automatisoituminen ja siirtyminen osittain tiedostamattomiksi antavat mahdollisuuden kehittää persoonallisia opetusmenetelmiä.
- Opettajan ongelmanratkaisutaidot kehittyvät ja hän kykenee suunnittelemaan, toteuttamaan ja joustamaan työskentelyssään tilanteen mukaan.
- Oppilaiden oppiminen muodostuu keskeiseksi tehtäväksi. Opettaja huomioi erilaisia oppilaita opetuksessaan ja kehittää luokan ilmapiiriä.
- Käsitys matematiikasta muuttuu, kun omat taidot kehittyvät. Suhde vanhoihin näkemyksiin on dialoginen, tutkiskeleva ja etäinen. Koulumatematiikka ja yliopistossa opiskeltava matematiikka joutuvat punnittaviksi.
- Käsitys matematiikan opettamisesta syvenee yhä oppilaskeskeisempään suuntaan.
- Ohjauksen merkitys väistyy taustalle ja opettaja pyrkii kehittämään omaa opettajaminäänsä.

*Vaihe 4:*

- Opettajan intuition, tietojen ja taitojen kokonaisvaltainen käyttäminen lisääntyvät.
- Erilaisissa konteksteissa toimiminen ja tilannetietoisuus kehittyvät.
- Työskentelystä tulee sujuvaa ja vaivatonta.
- Käsitykset matematiikasta kehittyvät ongelmanratkaisua painottaviksi.
- Käsitys matematiikan opettamisesta muuttuu tutkivaa oppilaskeskeisyyttä korostavammaksi ja samalla käytännön asettamat rajoitteet koetaan esteiksi.
- Ohjauksen tarve vähenee ja omat käytännöt vakiintuvat, mutta oppikirjan rooli vahvistuu.

*Vaihe 5:*

- Opetuksesta tulee tavoitteellista.
- Opettajan rooli muuttuu työyhteisön jäsenyyttä korostavaksi.
- Luokkatyöskentely koetaan antoisaksi ja luokanhallinta automatisoituu. Kasvatukselliset näkökulmat vahvistuvat.
- Käsitykset matematiikasta eheytyvät kokonaisuudeksi irrallisten yksityiskohtien sijaan.
- Käsitykset matematiikan opettamisesta muuttuvat oppilaslähtöisyydeksi. Opettaja ymmärtää opettavan asian oppilaan arkeen kytkemisen merkityksen ja haluaa yksilöllistää opetustaan.
- Työyhteisö ja kollegoilta saatava tuki korostuvat.

Seurantatutkimuksesta nousi esiin myös aiheita, jotka kertovat opettajaksi kasvun prosessin keskeneräisyydestä. Nuori opettaja ei vielä näe itseään tekemässä yhteistyötä oppilaittensa vanhempien kanssa, kehittämässä työyhteisöään työryhmien jäsenenä, muuttamassa luokan toimintakulttuuria erilaiseksi kuin mihin oppilaat ovat aiemmin tottuneet, rakentamassa luokan yhteistä ilmapiiriä ja luokkahenkeä tai ratkaisemassa koulukiusaamiseen tai muihin ongelmatilanteisiin liittyviä haasteita.

## Lopuksi

Tutkimuksen päättyessä koen ylpeyttä tulevista matematiikan opettajistamme tai matematiikkaan erikoistuneista luokanopettajistamme. Opettajankoulutuksen voidaan katsoa onnistuneen erinomaisesti, mutta joskus kuitenkin keinoilla, jotka eivät olleet tarkoituksellisia. Silti suhtaudun yhä realistisemmin siihen, että matematiikan opetus ei näytä muuttuvan havaittavasti. Tutkimusta aloittaessani luulin voivani sen päättyessä kuvata syitä tähän, mutta nyt en näekään sitä mahdolliseksi. Opettajakoulutus näyttäisi onnistuvan, mikäli koulun todellisuutta saataisiin muutettua. Tämän muutoksen tulisi kuitenkin lähteä itse koulusta, ei tulevista opettajista.

Tässä tutkimuksessa pysähdyin kuuntelemaan tarinoita, jotka kertoivat aavistuksia, toiveita ja unelmia uudesta opettajuudesta. Lisäksi saatoin tunnistaa tarinoista häivähdyksiä todellisuudesta, joka hämärtää, kaventaa ja rajaa pois elementtejä tästä opettajuudesta. Lyhyeksi hetkeksi keskityin katsomaan valmiuksia, tietoja ja taitoja, joita opettajankoulutustaan päättävillä nuorille opettajille kertyy heidän itsensä kertomana, tietäen, etteivät nämä valmiudet siirry itsestään selvästi näkyvään opettajan opetustyöhön, aitoon luokkahuonekontekstiin.

Jos voisin aloittaa työn uudestaan, toteuttaisin sen toisin: keräisin aineistoa tutkittavien oppitunneilta, harjoitteluista ja sijaistunneilta. Tutkisin näitä materiaaleja yhdessä tutkittavieni kanssa ja yrittäisimme yhdessä löytää syitä siihen, miksi elämyksellinen matematiikan opetus on niin haastavaa toteuttaa. Johtopäätelmät voisivat auttaa purkamaan esteitä ja edesauttaa noviisiopettajien siirtymistä työelämään. Näin toteutetussa tutkimuksessa en kuitenkaan enää antaisi ääntä tutkittavilleni samalla tavalla kuin tässä työssä olen tehnyt. Silloin astuisin konkreettisesti heidän tunneilleen, enkä kuten nyt, heidän tarinoihinsa.

Entä, jos jatkaisin nyt tehtyä tutkimustani eteenpäin? Mielelläni seuraisin näiden nuorten opettajien ammatillista kasvua heidän siirtyessään työelämään. Seuranta auttaisi arvioimaan, mikä kuvatuissa kehityskuluissa on pysyvää ja mihin suuntaan kehitys kullakin tutkitulla jatkuu.

Aloitin kertomalla tarinoita ja haluan päättää raporttini uuteen tarinaan.

*Kun palasin takaisin kouluun oltuani jo viisi vuotta opettajankouluttajana ja tutkijana, ajattelin riemuissani, että nyt jos koskaan pääsen kokeilemaan elämyksellistä matematiikan opetusta käytännössä. Avaruusgeometria innosti tekemään tutkimuksia ja vähitellen kouluun kulkeutuivat kaikki koirien leikeistä säästyneet pakkausrasiat. Laitoin oppilaat mittaamaan, keskustelemaan, laskemaan, piirtämään ja perustelevaan. Ryhmä oli taitava ja yllätyin heidän taidoistaan väitellä ja käyttää matematiikan kieltä. Sitten turhauduin. Miten nopeasti tunnit kuluivat, miten vähän saatoin käyttää oppikirjaa tukena, miten paljon enemmän tarvitsin aikaa valmisteluihin. Jotkut ryhmästä kärsivät hälinästä, enkä osannutkaan katkaista työskentelyä tarpeeksi nopeasti antaakseni uusia ohjeita. Mutta oppilaat oppivat tai ainakin suurin osa näytti tavoittaneen jotain, mitä olin toivonutkin. Minun on siis vain yritettävä uudestaan, uskottava ja keksittävä keinoja. Tästä en halua luopua!*





# Lähteet

- Aarva, P. & Pakarinen, M. 2006. Studying the striving and opposing forces in newspaper journalism: the actantial model of health promotion. *Health Promotion International* 21(2), 160–168.
- Adams, P.E. & Krockover, G.H. 1997. Concerns and Perceptions of Beginning Secondary Science and Mathematics Teachers. *Science Teacher Education*, 81(1), 29–50.
- Ahola, E-K. 2007. Producing Experience in Marketplace Encounters: A Study of Consumption Experiences in Art Exhibitions and Trade Fairs. Akateeminen väitöskirja. Helsingin kauppakorkeakoulun julkaisuja A299. Helsingin kauppakorkeakoulu.
- Ainley, J. & Luntley, M. 2007. The role of attention in expert classroom Practice. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 3–22.
- Alasuutari, P. 2001. Laadullinen tutkimus. 3. uudistettu painos. Jyväskylä: Vastapaino.
- Almiala, M. 2008. Mieli paloi muualle – opettajan työuran muutokset ja ammatillisen identiteetin rakentuminen. Akateeminen väitöskirja. Joensuun yliopistopaino. Saatavana verkossa osoitteesta: [http://joypub.joensuu.fi/publications/dissertations/almiala\\_mieli/abstract.html](http://joypub.joensuu.fi/publications/dissertations/almiala_mieli/abstract.html). (Luettu 23.3.2009.)
- Alrø, H. & Skovsmose, O. 2002. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers.
- Amit, M. & Jan, I. 2006. Autodidactic learning of probabilistic concepts through games. Teoksessa J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (toim.) *Proceedings 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Prague: PME 2, 49–56.
- Andrews, P. 2007. The curricular importance of mathematics: a comparison of English and Hungarian teachers' espoused beliefs. *Journal of Curriculum Studies* 39(3), 317–338.
- Andrews, P. & Hatch G. 1999. A New Look at Secondary Teachers' Conceptions of Mathematics and its Teaching. *British Educational Journal* 25(2), 203–223.
- Andrews, P. & Hatch G. 2000. A comparison of Hungarian and English Teachers' conceptions of mathematics and its teaching. *Educational Studies in Mathematics* 43, 31–64.
- Applebaum, M. & Leikin, R. 2007. Teachers' Conceptions of Mathematical Challenge in School Mathematics. Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.) *Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Seoul: PME 2, 9–16.

- Arcavi, A. 2003. The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 52, 215–241.
- Arzarello, F., Bazzini, L., Ferrara, F., Robutti, O., Sabena, C. & Villa, B. 2006. Will Penelope choose another bridegroom? Looking for an answer through signs. Teoksessa J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (toim.) *Proceedings 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Prague: PME 2, 73–80.
- Arzarello, F. & Paola, D. 2007. Semiotic games: the role of the teacher. Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.) *Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Seoul: PME 2, 17–24.
- Arzarello, F., Domingo, P., Robutti, O. & Sabena, C. 2009. Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics* 70, 97–109.
- Ball, D. L., Goffney, I. M. & Bass, H. 2005. Guest Editorial. The Role of Mathematics Instruction in Building a Socially Just and Diverse Democracy. *The Mathematics Educator* 15(1), 2–6.
- Bannik, A. 2009. How to capture growth? – Video narratives as an instrument for assessment in teacher education. *Teaching and Teacher Education* 25, 244–250.
- Barkatsas, A. & Malone, J. 2005. A Typology of Mathematics Teachers' Beliefs about Teaching and Learning Mathematics and Instructional Practices. *Mathematics Education Research Journal* 17(2), 69–90.
- Barrett, J., Jones, G., Mooney, E., Thornton, C., Cady, J., Guinee, P. & Olson, J. 2002. Working with Novice Teachers: Challenges for Professional Development. *Mathematics Teacher Education and Development* 4, 15–27.
- Berry, J. & Sahlberg, P. 1995. *Matematiikka elämään. Mallintamista ja ongelmanratkaisua. Opetus 2000-sarja*. Juva: WSOY.
- Beswick, K. 2007. Teachers' beliefs that matter in secondary mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics* 65, 95–120.
- Beswick, K. 2008. Teachers' and their students' perceptions of their mathematics classroom environments. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX*, México 2, 161–168.
- Beswick, K. 2009. School Mathematics and Mathematicians' Mathematics: Teachers' Beliefs about Mathematics. Teoksessa M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (toim.) *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Greece, Thessaloniki: PME 2, 153–160.
- Betts, P. & McNaughton, K. 2003. Adding an Aesthetic Image to Mathematics Education. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/Journal/bettspaul.pdf>. (Luettu 15.4.2003.)
- Bialystok, E. 1991. Metalinguistic dimensions of bilingual language proficiency. Teoksessa E. Bialystok (toim.) *Language Processing in Bilingual Children*. London: Cambridge University Press, 113–140.
- Bialystok, E. 2001. *Bilingualism in Development: Language, Literacy and Cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Biggs, J. 2002. Aligning teaching and assessment to curriculum objectives. Imaginative Curriculum Guide [www.itsn.ac.uk/genericentre](http://www.itsn.ac.uk/genericentre). Saatavana verkossa osoitteesta: <http://www.itselfjimbutoinaswewknowit.org.uk/Files/CPLHE/Biggs%20Constructive%20alignment.rtf>. (Luettu 20.2.2009.)
- Biza, I., Nardi, E. & Zachariades, T. 2008. Persistent images and teacher beliefs about visualisation: the tangent at an inflection point. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 2, 177–184.
- Bjuland, R., Cestari, M. L. & Borgersen, H. E. 2008. A Teachers' use of gesture and discourse as communicative strategies in the presentation of a Mathematical task. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 2, 185–192.
- Blanton, M. L., Berenson, S. B. & Norwood, K. S. 2001. Using classroom discourse to understand a prospective mathematics teacher's developing practice. *Teaching and Teacher Education* 17(2), 227–242.
- Blömeke, S. & Kaiser, G. 2008. Development of future mathematics teachers during teacher education – results of a quasi-longitudinal study. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 2, 193–200.
- Borko, H., Jacobs, J., Eiteljorg, E. & Pittman, M. E. 2008. Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education* 24(2), 417–436.
- Bragg, L. A. & Nicol, C. 2008. Designing open-ended problems to challenge preservice teachers' views on mathematics and pedagogy. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 2, 201–208.
- Breen, C. 2007. On Humanistic Mathematics Education: A Personal Coming of Age? Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.). Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Seoul: PME 1, 3–16.
- Brendefur, J. & Frykholm, J. 2000. Promoting mathematical communication in the classroom: two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education* 3, 125–153.
- Bridges, D. 2002. Narratives in history, fiction and educational research. Teoksessa R. Hutunnen, H. L.T Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) Narrative research – Voices of teachers and philosophers. Jyväskylä: SoPhi, Jyväskylän yliopisto, 29–44.
- Broaders, S. C., Cook, S. W., Mitchell, Z. & Goldin-Meadow, S. 2007. Making Children Gesture Brings Out Implicit Knowledge and Leads to Learning. *Journal of Experimental Psychology: General*, 136(4), 539–550.

- Brown, T. 1994. Creating and knowing mathematics through language and experience. *Educational Studies in Mathematics* 27, 79–100.
- Brown, T. 2001. *Mathematics Education and Language. Interpreting Hermeneutics and Post-Structuralism*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Brown, T., Eade, F. & Wilson, D. 1999. Semantic innovation: arithmetical and algebraic metaphors within narratives of learning. *Educational Studies in Mathematics* 40, 53–70.
- Brown, T., Hanley, U., Darby, S. & Calder, N. 2007. Teachers' conceptions of learning philosophies: discussing context and contextualising discussion. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 183–200.
- Brown, T., McNamara, O., Hanley, U. & Jones, L. 1999. Primary Student Teachers' Understanding of Mathematics and its Teaching. *British Educational Research Journal* 25(3), 299–322.
- Bruner, J. 1988. *The Course of Cognitive Growth*. Teoksessa K. Richardson & S. Sheldon (toim.) *Cognitive Development to Adolescence*. Open University Set Book. Psychology Press, 33–60. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://books.google.com/books?hl=fi&lr=&id=I1Ih5vxvX0oC&oi=fnd&pg=PT45&dq=Bruner+enactive,++iconic,++symbolic&ots=txAyr0qUPC&sig=sgltPhEuErLgTK8sjUcLK3ySHZc>. (Luettu 17.4.2009.)
- Bruner, J. 2004. Life as Narrative. *Social Research* 71(3), 691–710.
- Burn, K. 2007. Professional knowledge and identity in a contested discipline: challenges for student teachers and teacher educators. *Oxford Review of Education* 33(4), 445–467.
- Burns, M. 1990. *The Math Solution: Using groups of four*. Teoksessa N. Davidson (toim.) *Cooperative Learning in Mathematics – A Handbook for Teachers*. USA: Addison-Wesley Publishing Company, 21–46.
- Cady, J., Meier, S. L. & Lubinski, C. A. 2006. The Mathematical Tale of Two Teachers: A Longitudinal Study Relating Mathematics Instructional Practices to Level of Intellectual Development. *Mathematics Education Research Journal* 18(1), 3–26.
- Cahnmann, M. S. & Remillard, J. T. 2002. What counts and How: Mathematics Teaching in Culturally, Linguistically, and Socioeconomically Diverse Urban Settings. *The Urban Review* 34(3), 179–204.
- Cakir, M., Xhafa, F., Zhou, N. & Stahl, G. 2005. Thread-based analysis of patterns of collaborative interaction in chat. *Artificial Intelligence in Education: Supporting Learning*. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.90.369&rep=rep1&type=pdf>. (Luettu 2.4.2009.)
- Carr, D. 1987. *Interpreting Husserl, Critical and Comparative Studies*. Netherlands, Dordrecht: Martinus Nijhoff's Publishers.
- Carr, D. 2006. Professional and personal values and virtues in education and teaching. *Oxford Review of Education* 32(2), 171–183.
- Cavanagh, M. & Prescott, A. 2007. Professional experience in learning to teach secondary mathematics: Incorporating pre-service teachers into a community of practice. Saatavana verkossa osoitteesta: [http://www.merga.net.au/publications/conf\\_display.php?year=2007](http://www.merga.net.au/publications/conf_display.php?year=2007). (Luettu 2.1.2008.)

- Cavanagh, M. & Prescott, A. 2009. The reflective thinking of three pre-service secondary mathematics teachers. Teoksessa M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (toim.) Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Greece, Thessaloniki: PME 2, 273–280.
- Cavey, L. O., Whitenack, J. W. & Lovin, L. 2006. Investigating teachers' mathematics teaching understanding: a case for coordinating perspectives. *Educational Studies in Mathematics* 64, 19–43.
- Chandler, D. 2002. *Semiotics: The Basics*. Florence, KY, USA: Routledge. Saatavana e-kirjana osoitteesta: <http://site.ebrary.com/lib/tampere/Doc?id=10096264&ppg=1>.
- Chang, Y. L. & Wu, S-C. 2008. A case study of elementary beginning mathematics teachers' efficacy development. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. *Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition*. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 2, 273–280.
- Chapman, O. 2007. Facilitating preservice teachers' development of mathematics knowledge for teaching arithmetic operations. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 341–349.
- Charalambous, C. Y., Philippou, G. N. & Kyriakides, L. 2008. Tracing the development of preservice teachers' efficacy beliefs in teaching mathematics during fieldwork. *Educational Studies in Mathematics* 67, 125–142.
- Cheng, M. M. H., Chan, K-W., Tang, S. Y. F. & Cheng, A. Y. N. 2009. Pre-service teacher education students' epistemological beliefs and their conceptions of teaching. *Teaching and Teacher Education* 25, 319–327.
- Chin, C. & Lin, F-L. 2000. A Case Study of A Mathematics Teacher's Pedagogical Values: Use of A Methodological Framework of Interpretation and Reflection. Proceedings of National Science. Council. ROC(D) 10(2), 90–101.
- Chronaki, A. 2000. Teaching maths through theme-based resources, pedagogic style, 'theme' and 'maths' in lessons. *Educational Studies in Mathematics* 42, 141–163.
- Clandinin, J. D. & Connelly, M. F. 1998a. Personal Experience Methods. Teoksessa N. K Denzin & Y. S. Lincoln (toim.) *Collecting and Interpreting Qualitative Materials*. Thousand Oaks, California: Sage Publications, 150–178.
- Clandinin, J. D. & Connelly, M. F. 1998b. Stories to Live By: Narrative Understandings of School Reform. *Curriculum Inquiry* 28(2), 149–164.
- Clandinin, D. J. & Connelly, F. M. 2000. Narrative inquiry: Experience and story in qualitative research. 1–11. Saatavana verkossa osoitteesta: [http://media.wiley.com/product\\_data/excerpt/36/07879434/0787943436.pdf](http://media.wiley.com/product_data/excerpt/36/07879434/0787943436.pdf). (Luettu 20.3.2009)
- Clarke, J. 1990. *Patterns of thinking. Integrating Learning Skills in Content Teaching*. USA, Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Clarke, J. 2002. Palapeli. Teoksessa P. Sahlberg & S. Sharan (toim.) *Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja*. Helsinki: WSOY, Porvoo: WS Bookwell Oy, 83–100.
- Clough, P. 1999. Crises of schooling and the "Crisis of representation": the story of Rob. *Qualitative Inquiry* 5, 428–448.

- Clough, P. 2002. Narratives and fictions in educational research. Teoksessa P. Sikes (toim.) *Doing qualitative research in educational settings*. Buckingham, Philadelphia: Open University Press.
- Cockburn, A. D. 2009. Bringing enthusiasm into the mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education* 12, 1–5.
- Consogno, V., Gazzolo, T. & Boero, P. 2006. Developing probability thinking in primary school: a case study on the constructive role of natural language in classroom discussions. Teoksessa J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (toim.) *Proceedings 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Prague: PME 2, 353–360.
- Cook, S. W., Mitchell, Z. & Goldin-Meadow, S. 2008. Gesturing makes learning last. *Cognition* 106, 1047–1058.
- Craig, C. J. 2007. Narrative Inquiries of Geographically Close Schools: Stories Given, Lived, and Told. *The Teachers College Record* 109(1), 160–191.
- Crespo, S. 2003. Learning to pose mathematical problems: exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics* 52, 243–270.
- Crockett, M.D. 2007. Teacher professional development as a critical resource in school reform. *Journal of Curriculum Studies* 39(3), 253–263.
- D'Ambrosio, U. 1994. Ethno-mathematics, the Nature of Mathematics and mathematics Education. Teoksessa P. Ernest (toim.) *Mathematics, Education and Philosophy: An International Perspective*. UK, London: Routledge Falmer, 230–242.
- D'Ambrosio, B. S. 2000. The Dilemmas of Preparing Teachers to Teach Mathematics within a Constructivist Framework. Teoksessa H. Fujita, Y. Hashimoto, B. R. Hodgson, P.Y. Lee, S. Lerman & T. Sawada (toim.) *Proceedings of The Ninth International Congress on Mathematical Education*. Makuhari, Japan, 115–117.
- Darling, L. F. 2001. Portfolio as practice: the narratives of emerging teachers. *Teaching and Teacher Education* 17, 107–121.
- Darling-Hammond, L. 2005. How do we improve the effectiveness of teachers? *Stanford Educator* 6.
- Darling-Hammond, L. 2006. Constructing 21st-century teacher education. *Journal of Teacher Education* 57(3), 300–314.
- Davidson, N. 1990. Introduction and overview. Teoksessa N. Davidson (toim.) *Cooperative Learning in Mathematics – A Handbook for Teachers*. USA: Addison-Wesley Publishing Company, 1–20.
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. 1998. Introduction, Entering the Field of Qualitative Research. Teoksessa N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (toim.) *Collecting and Interpreting Qualitative Materials*. California, Thousand Oaks: Sage Publications, 1–34.
- Ding, M., Li, X., Piccolo, D. & Kulm, G. 2007. Teacher Interventions in Cooperative learning Mathematics Classes. *The Journal of Educational Research* 100(3), 162–175.
- Doecke, B., Brown, J. & Loughran, J. 2000. Teacher talk: the role of story and anecdote in constructing professional knowledge for beginning teachers. *Teaching and Teacher Education* 16, 335–348.
- Doerr, H., M. & English, L. D. 2006. Middle grade teachers' learning through students' engagement with modeling tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education* 9, 5–32.

- Doyle, W. & Carter, K. 2003. Narrative and learning to teach: Implications for teacher education curriculum. *Journal of Curriculum Studies* 35(2), 129–137.
- Drake, C. 2006. Turning points: using teachers' mathematics life stories to understand the implementation of mathematics education reform. *Journal of Mathematics Teacher Education* 9, 579–608.
- Dufrenne, M. 2000. Intentionaalisuus ja estetiikka. Teoksessa A. Haapala & M. Lehtinen (toim.) *Elämys, taide, totuus. Kirjoituksia fenomenologisesta estetiikasta*. Helsinki: Yliopistopaino, Helsinki University Press, 27–38.
- Ebby, C. B. 2000. Learning to teach mathematics differently: the interaction between coursework and fieldwork for preservice teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education* 3, 69–97.
- Edwards, L. D. 2008. Conceptual integration, gesture and mathematics. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México* 2, 423–430.
- Edwards, L. D. 2009. Gestures and conceptual integration in mathematical talk. *Educational Studies in Mathematics* 70, 127–141.
- Edwards, S. & Hammer, M. 2006. Laura's story: Using Problem Based learning in early childhood and primary teacher education. *Teaching and Teacher Education* 22, 465–477.
- Edwards, T. G. & Hensien, S. M. 1999. Changing instructional practice through action research. *Journal of Mathematics Teacher Education* 2, 187–206.
- Eladhari, M. & Lindley, C. 2004. Story Construction and Expressive Agents in Virtual Game Worlds. Trans Reality Gaming Laboratory, Gotland University. Saatavana verkossa osoitteesta: [http://www.itu.dk/op/papers/eladhari\\_lindley.pdf](http://www.itu.dk/op/papers/eladhari_lindley.pdf). (Luettu 20.4.2006.)
- Elbaz-Luwisch, F. 1997. Narrative research: political issues and implications. *Teaching and Teacher Education* 13(1), 75–83.
- Elbaz-Luwisch, F. 2004. How Is Education Possible When There's a Body in the Middle of the Room? *Curriculum Inquiry* 34(1), 9–27.
- Elliot, J. 2006. *Using Narrative in Social Research. Qualitative and Quantitative Approaches*. 2. painos. Great Britain, London: Sage Publications.
- Ellis, M. W. & Berry III, R.Q. 2005. The Paradigm Shift in Mathematics Education: Explanations and Implications of Reforming Conceptions of Teaching and Learning. *The Mathematics Educator* 15(1), 7–17.
- Enkenberg, J. 2004. Yliopistopedagogiikka haasteena ja kehittämisen kohteena. Teoksessa J. Enkenberg, E. Savolainen & P. Väisänen (toim.) *Tutkiva opettajankoulutus – taitava opettaja. Savonlinnan opettajakoulutuslaitos*. 7–21. Saatavana verkosta osoitteesta: <http://sokl.joensuu.fi/verkkojulkaisut/tutkivaope/enkenberg.htm>. (Luettu 21.2.2009.)
- Erkkilä, R. 2005. Moniääninen paikka – Opettajien kertomuksia elämästä ja koulutyöstä Lapissa. Akateeminen väitöskirja. Oulun yliopisto. Oulu.
- Erkkilä R. & Mäkelä M. 2002. Face to face – Human dimensions in biographical interviews. Teoksessa R. Huttunen, H.L.T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) *Narrative research, Voices of teachers and philosophers*. Jyväskylä: SoPhi, Jyväskylän yliopisto, 45–56.



- Ernest, P. 1989. The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/impact.htm>. (Luettu 29.4.2009.)
- Ernest, P. 1991. *Philosophy of Mathematics Education*. UK, London: Routledge Falmer.
- Ernest, P. 1993. Constructivism, the Psychology of Learning, and the Nature of Mathematics: Some Critical Issues. *Science & Education* 2, 87–93.
- Ernest, P. 1994. The Dialogical Nature of Mathematics. Teoksessa P. Ernest (toim.) *Mathematics, Education and Philosophy: An International Perspective*. UK, London: RoutledgeFalmer, 33–48.
- Ernest, P. 1999. Forms of Knowledge in Mathematics and Mathematics Education: Philosophical and Rhetorical Perspectives. *Educational Studies in Mathematics* 38(1–3), 67–83.
- Ernest, P. 2004. What is the Philosophy of Mathematics Education? *Philosophy of Mathematics Education Journal* 18. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/>. (Luettu 17.2.2009.)
- Ernest, P. 2006. A semiotic perspective of mathematical activity: the case of number. *Educational Studies in Mathematics* 61, 67–101.
- Ernest, P. 2009. What is first philosophy in mathematics education? Teoksessa M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (toim.) *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Greece, Thessaloniki: PME 1*, 25–42.
- Escudero, I. & Sánchez, V. 2007. A Mathematics Teachers' Perspective and its Relationship to Practice. *International Journal of Science and Mathematics Education* 6, 87–106.
- Estola, E. & Elbaz-Luwisch, F. 2003. Teaching bodies at work. *Journal of Curriculum Studies* 35(6), 697–719.
- Estola, E. & Mäkelä, M. 2002. Opiskelijat tarinoiden äärellä. Teoksessa H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) *Minussa elää monta tarinaa*. Vantaa: Kansanvalistusseura, 134–146.
- Estola, E. & Syrjälä, L. 2002. Whose reform? Teachers' voices from silence. Teoksessa R. Huttunen, H. L.T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) *Narrative research, Voices of teachers and philosophers*. Jyväskylä: SoPhi, Jyväskylän yliopisto, 177–195.
- Estola, E., Syrjälä, L., Lanås, M. & Rautio, P. 2007. Narrative research for, about and with villagers – The ethical challenges. The 3<sup>rd</sup> Tampere Conference on Narrative – Knowing, Living, Telling. (Konferenssiesitys 28.6.2007.)
- Etherington, K. 2009. Reflexivity: using our 'selves' in narrative research. Teoksessa S. Trahar (toim.) *Narrative Research on Learning. Comparative and international perspectives*. 2. painos. UK: Symposium Books, Cambridge University Press, 77–92.
- Evans, L. 2002. What is Teacher Development? *Oxford Review of Education* 28(1), 123–137.
- Everett, S. A., Luera, G.R. & Otto, C. A. 2007. Pre-service elementary teachers bridge the gap between research and practice. *International Journal of Science and Mathematics Education* 6, 1–17.
- Ferrari, P. L. 2006. From verbal texts to symbolic expressions: a semiotic approach to early algebra. Teoksessa J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (toim.) *Proceedings 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Prague: PME 3*, 73–80.

- Ferreira, R., Antónia T. & Presmeg, N. C. 2005. Classroom teaching modes. In Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Spain, Sant Feliu de Guíxols 17.–21.2.2005. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/12/ferreira.pdf>. (Luettu 1.4.2009.)
- Fischbein, E. 1987. *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach*. Kluwer Academic Publishers. (Saatavana elektronisena kirjana.)
- Frade, C. & Borges, O. 2006. The tacit-explicit dimension of the learning of mathematics: an investigation report. *International Journal of Science and Mathematics Education* 4, 293–317.
- Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L. & Fennema, E. 2001. Capturing Teachers' Generative Change: A Follow-Up Study of Professional Development in Mathematics. *American Educational Research Journal* 38(3), 653–689.
- Freudenthal, H. 1983. *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Holland, Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Føllesdal, D. 1970. Fenomenologia analyttisen filosofian ja eksistentialismin siteenä. Teoksessa J. Hintikka & L. Routila (toim.) *Filosofian tila ja tulevaisuus*. Helsinki: Weilin+Göös.
- Gadamer, H-G. 2004. Hermeneutiikka. Ymmärtäminen tieteissä ja ihmistieteissä. *Alkuteokset* 1986, 1987. Tampere:Vastapaino.
- García, M., Sánchez, V. & Escudero, I. 2006. Learning Through Reflection in Mathematics Teacher Education. *Educational Studies in Mathematics* 64, 1–17.
- Gellert, U. 2008. Routines and collective orientations in mathematics teachers' professional development. *Educational Studies in Mathematics* 67, 93–110.
- Gies, L. 2003. Up, close and personal: the discursive transformation of judicial politics in post-dutroux Belgium. *International Journal for the Semiotics of Law* 16, 259–284.
- Gilligan, C. 1982. In *a Different Voice*. Psychological Theory and Women's Development. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 24–39. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://courseweb.stthomas.edu/sjlaumakis/Reading%204-GILLIGAN.pdf>. (Luettu 18.2.2009.)
- Gislén, Y. 2003. Heroines, satyres and sacred woods: Notes on narrativity in interaction design. Teoksessa P. Ehn & J. Löwgren (toim.) *Searching Voices Towards a canon for interaction design*. School of Arts and Communication. Malmö University, 55–72.
- Godino, J. D. & Batanero, C. 2003. Semiotic Functions in Teaching and Learning Mathematics. Teoksessa M. Anderson, A Sáenz-Ludlow, S Zellweger & v. v. Cifarelli (toim.) *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*. Ottawa: LEGAS, 149–167.
- Goldin-Meadow, S. & Singer, M. A. 2003. From Children's Hands to Adults' Ears: Gesture's Role in the Learning Process. *Developmental Psychology* 39(3), 509–520.
- Goldin-Meadow, S. & Wagner, S. M. 2005. How our hands help us learn. *Trends in Cognitive Sciences* 9(5), 234–241.
- Goodell, J. E. 2000. Learning to Teach mathematics for Understanding: The Role of Reflection. *Mathematics Teacher Education and Development* 2, 48–60.

- Goodell, J.E. 2006. Using critical incident reflections: a self-study as a mathematics teacher educator. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 221–248.
- Goos, M. E. & Bennison, A. 2008. Developing a communal identity as beginning teachers of mathematics: Emergence of an online community of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education* 11, 41–60.
- Gravemeijer, K. P. E. 1990. Context Problems and Realistic Mathematics Instruction. Teoksessa K. Gravemeijer, M. van den Heuvel & L. Streefland (toim.) *Contexts Free Productions Tests and Geometry in Realistic Mathematics Education*. OW&OC Researchgroup for Mathematical Education and Educational Computer Centre. State University of Utrecht, Netherlands, 10–32.
- Gravemeijer, K. P. E. 1994. *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CDb Press, Center for Science and Mathematics Education, Freudenthal institute, Research Group On Mathematics Education, Utrecht University. Culemborg: Technipress.
- Gravemeijer, K. 1999. How Emergent Models May Foster the Constitution of Formal Mathematics. *Mathematical Thinking and learning* 1(2), 155–177.
- Greeno, J. G. 1998. The Situativity of Knowing, Learning, and Research. *American Psychologist* 53(1), 5–26.
- Greenwalt, K. A. 2008. Through the camera's eye: A phenomenological analysis of teacher subjectivity. *Teaching and Teacher Education* 24, 387–399.
- Greimas, A. J. 1980. *Strukturaalista semantiikkaa*. Alkuteos 1966. Tampere: Gaudeamus, Tammerpaino Oy.
- Greimas, A. J. & Courtés J. 1979. *Englanninkielinen käännös 1982. Semiotics and Language. An Analytical Dictionary*. USA, Bloomington: Indiana University Press.
- Grevholm, B. 2000. Research on Student Teachers' Learning in Mathematics and Mathematics Education. Teoksessa H. Fujita, Y. Hashimoto, B. R. Hodgson, P.Y. Lee, S. Lerman & T. Sawada (toim.) *Proceedings of The Ninth International Congress on Mathematical Education*. Makuhari, Japan, 131–132.
- Gudmundsdottir, S. 1997. Introduction to the theme issue of "narrative perspectives on research on teaching and teacher education (Guest Editor). *Teaching and Teacher Education* 13(1), 1–3.
- Haapala, A. & Lehtinen, M. 2000. Johdanto katsaus fenomenologian syntyyn ja kehitykseen Saksassa ja Ranskassa. Teoksessa A. Haapala & M. Lehtinen (toim.) *Elämys, taide, totuus. Kirjoituksia fenomenologisesta estetiikasta*. Helsinki: Yliopistopaino, Helsinki University Press, Ix–Ixii.
- Haapasalo, L. 1997. Konstruktivistisen pedagogiikan problematiikasta. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, Yliopistopaino, 52–79.
- Haapasalo, L. 2004. Pitääkö ymmärtää voidakseen tehdä vai pitääkö tehdä voidakseen ymmärtää? Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, Yliopistopaino, 50–83.
- Haapasalo, L., Zimmermann, B. & Rehlich, H. 2004. A versatile tool to promote link between creative production and conceptual understanding. *The Teaching of Mathematics VII(2)*, 61–70.

- Haapasalo, L. 2005. Pedagogical implications of the knowledge distinction conceptual vs. procedural. Konseptuaalisen ja proseduraalisen tiedon erottamisen pedagogisia seuraamuksia. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.) *Matemaattisten aineiden opettajan tietotaito – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Oulussa 25.–26.11.2004*, 39–54.
- Hanna, G. 2000. Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics* 44, 5–23.
- Hannula, M. 2003. Fictionalising experiences experiencing through fiction. *For the Learning of Mathematics* 23(3), 31–37.
- Hannula, M. S., Kaasila, R., Laine, A. & Pehkonen, E. 2005. Structure and typical profiles of elementary teacher students' view of mathematics. Teoksessa H. L. Chick, & J. L. Vincent (toim.) *Proceedings of the 29<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Melbourne: PME 3*, 89–96.
- Harel, G. 1999. Students' understanding of proofs: a historical analysis and implications for the teaching of geometry and linear algebra. *Linear Algebra and its Applications* 302–303, 601–613.
- Harel, G., & Behr, M. 1991. Ed's Strategy for solving division problems. *Arithmetic Teacher* 39, 38–40.
- Harkness, S. S., D'Ambrosio, B. & Morrone, A. S. 2007. Preservice elementary teachers' voices describe how their teacher motivated them to do mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 65, 235–254.
- Harkness, S. S. 2009. Social constructivism and the Believing Game: a mathematics teacher's practice and its implications. *Educational Studies in Mathematics* 70, 243–258.
- Hauk, S. 2005. Mathematical autobiography among college learners in the United States. *Adults Learning Mathematics International Journal* 1(1), 36–56.
- Heikkinen, H. L. T. & Huttunen, R. & Kakkori, L. 1999. ”Ja tämä tarina on tosi...” Narratiivisen totuuden ongelmasta. *Tiedepolitiikka* 4, 39–52.
- Heikkinen, H. L. T. 2000. Tarinan mahti – Narratiivisuuden teemoja ja muunnelmia. *Tiedepolitiikka* 4, 47–58.
- Heikkinen, H. L. T. 2002a. Tarinat opettajankoulutuksen välineenä. Teoksessa H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) *Minussa elää monta tarinaa*. Vantaa: Kansanvalistusseura, 101–105.
- Heikkinen, H. L. T. 2002b. Whatever is narrative research? Teoksessa R. Huttunen, H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) *Narrative research, Voices of teachers and philosophers*. Jyväskylä: SoPhi, Jyväskylän yliopisto, 13–28.
- Heikkinen, H. L. T. 2002c. Telling stories in teacher education. A narrative – biographical view of portfolio work. Teoksessa R. Huttunen, H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) *Narrative research, Voices of teachers and philosophers*. Jyväskylä: SoPhi, Jyväskylän yliopisto, 123–141.
- Heikkinen, H. L. T. 2002d. Elämää kansioissa. Portfolio narratiivisena identiteettinä opettajankoulutuksessa. Teoksessa H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) *Minussa elää monta tarinaa*. Vantaa: Kansanvalistusseura, 116–125.

- Heikkinen, H. L. T. 2004. Narratiivinen toimintatutkimus ja sen luotettavuuskysymykset opettajan työssä. Teoksessa R. Jaatinen, P. Kaikkonen & J. Lehtovaara (toim.) Opettajuudesta ja kielikasvatuksesta – Puheenvuoroja sillanrakentajille. Tampere: Tampere University Press, 179–192.
- Heikkinen, H. L. T. & Syrjälä, L. 2007. Tutkimuksen arviointi. Teoksessa H. L. T. Heikkinen, E. Rovio & L. Syrjälä (toim.) Toiminnasta tietoon. Toimintatutkimuksen menetelmät ja lähestymistavat. Helsinki: Kansanvalistusseura, 144–162.
- Heikkinen, H. L. T., Huttunen, R., Niglas, K. & Tynjälä, P. 2005. Kartta kasvatustieteen maastosta. *Kasvatus* 36(5), 340–354.
- Heinonen, S., Hietanen, O., Kiiskilä, K. & Koskinen L. 2003. Kestääkö tietoyhteiskunta? Käsiteanalyysia ja alustavia arvioita. Tieto – Ympäristöklusterin KESTY -osaohjelman eTieto-hankkeen raportti. Suomen ympäristö 603. Helsinki: Ympäristöministeriö. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://www.ymparisto.fi/palvelut/julkaisu/elektro/sy603/sy603.htm>. (Luettu 19.2.2009.)
- Hersh, R. 1993. Proving is convincing and explaining. *Educational Studies in Mathematics* 24, 389–399.
- Hersh, R. 1994. Fresh Breezes in the Philosophy of Mathematics. Teoksessa P. Ernest (toim.) *Mathematics, Education and Philosophy: An International Perspective*. UK, London: Routledge Falmer, 11–20.
- Hersh, R. 2003. Independent Thinking. *The College Mathematics Journal* 34(2), 112–115.
- Hiebert J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A.M.Y., Wearne, D., Smith, M., Kersting, N., Manaster, C., Gonzales, P. & Stigler, J.W. 2004. Teaching Mathematics in Seven Countries. Results from the TIMSS 1999 Video Study. NCES (2003–013), National Center for Education Statistics. Washington DC: U.S. Department of Education. (Toinen korjattu painos, alkuperäinen vuodelta 2003.) Saatavana verkossa osoitteesta: <http://nces.ed.gov/timss/video.asp>. (Luettu 18.2.2009.)
- Hodgen, J. & Askew, M. 2007. Emotion, identity and teacher learning: becoming a primary mathematics teacher. *Oxford Review of Education* 33(4), 469–487.
- Hovila, H. 2004. Opettajan ja oppilaan kohtaaminen koulusituaatioissa. *Acta Universitatis Tamperensis* 1031. Tampere: Tampereen yliopistopaino Oy – Juvenes Print.
- Huhtanen, K. 2004. Pianistista soitonopettajaksi. Tarinat naisten kokemusten merkityksellistäjänä. *Studia Musica* 22. Sibelius-Akatemia. Helsinki: Hakapaino Oy.
- Husserl, E. 1954. *Geometrian alkuperä*. Suomennettu 2007. K. Heinlahti & T. Perhoniemi. Tampere : Eurooppalaisen filosofian seura, Juvenes Print.
- Huttunen, R. & Kakkori, L. 2002. The hermeneutics of truth and selfhood. Heidegger's, Gadamer's and Ricoeur's significance in the autobiographical research. Teoksessa R. Huttunen, H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) *Narrative research, Voices of teachers and philosophers*. Jyväskylä: SoPhi, Jyväskylän yliopisto, 77–90.
- Hyvärinen, M. & Löyttyniemi, V. 2005. Kerronnallinen haastattelu. Teoksessa J. Ruusuvuori & L. Tiittula (toim.) *Haastattelu – Tutkimus, tilanteet ja vuorovaikutus*. Tampere: Vastapaino.
- Hähkiöniemi, M. 2006. The role of representations in learning the derivative. University of Jyväskylä, Department of Mathematics and Statistics. Report 104. Jyväskylä: University Printing House.

- Hähkiöniemi, M. 2008. Durability and meaningfulness of mathematical knowledge – the case of the derivative concept. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 3, 113–120.
- Isopahkala-Bouret, U. 2005. Joy and Struggle for Renewal. A Narrative Inquiry into Expertise in Job Transitions. Helsinki: University of Helsinki, Helsinki University Press.
- Jaatinen, R. 1996. Opettajan kokemuksellinen tieto – kertomuksia, kuvia vai kuvitelmia? Teoksessa J. Lehtovara & R. Jaatinen (toim.) Dialogissa osa 2 – ihmisenä ihmisyyhteisössä. Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A8/1996. Tampereen yliopiston jäljennepalvelu, 13–27.
- Jaatinen, R. 2003. Vieras kieli oman tarinan kieleksi. Autobiografinen refleksiivinen lähestymistapa vieraan kielen oppimisessa ja opettamisessa. Tampere: Tampere University Press, Cityoffset Oy.
- Johnson, D. W. & Johnson, R. T. 1987. Learning Together & Alone, Cooperative, Competitive & Individualistic Learning. 2. painos. USA, New Jersey: Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs.
- Johnson, D. W. & Johnson, R. T. 1990. Using Cooperative Learning in Math. Teoksessa N. Davidson (toim.) Cooperative Learning in Mathematics – A Handbook for Teachers. USA: Addison-Wesley Publishing Company, 103–125.
- Johnson, D. W. & Johnson, Roger T. 2002. Yhteistoiminnallinen ongelmanratkaisu. Teoksessa P. Sahlberg & S. Sharan (toim.) Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja. Helsinki: WSOY, Porvoo: WS Bookwell Oy, 119–136.
- Joutsenlahti, J. 2006. Matemaattinen ajattelu ja kieli – mielenkiintoinen ulottuvuus uudessa opetussuunnitelmassa. Saatavana verkossa osoitteesta: [http://www.uta.fi/laitokset/normaalikoulu/matemaattikkakeskus/matemaattinen\\_ajattelu\\_ja\\_kieli.pdf](http://www.uta.fi/laitokset/normaalikoulu/matemaattikkakeskus/matemaattinen_ajattelu_ja_kieli.pdf). (Luettu 20.4.2009.)
- Kaasila, R. 2000. Eläydyin oppilaiden asemaan – luokanopettajaksi opiskelevien koulu-aikaisten muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsityksien ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa. Rovaniemi: Lapin Yliopisto, Universitatis Lapponiensis 32.
- Kaasila, R. 2004. Cooperation Among Elementary Teacher Trainees in Teaching Practice: The Case of Mathematics. Teoksessa A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (toim.) Current research on mathematics and science education. Department of Applied Sciences of Education, University of Helsinki. Research Report 253, 159–177.
- Kaasila, R. 2007. Mathematical biography and key rhetoric. Educational Studies in Mathematics 66, 373–384.
- Kaasila, R., Hannula, M. S., Laine, A. & Pehkonen, E. 2004. Autobiographical narratives, identity and view of mathematics. WG2, CERME4, 215–224.
- Kaasila, R., Hannula, M. S., Laine, A. & Pehkonen, E. 2008. Socio-emotional orientations and teacher change. Educational Studies in Mathematics 67, 111–123.
- Kadijevic, D. 2004. What factors may influence collaborative problem solving performance? An eleventh grade study on solving a problem in several ways. The Teaching of Mathematics VII(2), 95–101.

- Kagan, D. M. 1992a. Implications of Research on Teacher Belief. *Educational Psychologist* 27(1), 65–90.
- Kagan, D. M. 1992b. Professional Growth Among Preservice and Beginning Teachers. *Review of Educational Research* 62(2), 129–169.
- Kagan, S. & Kagan, M. 2002. Rakenteellinen lähestymistapa. Teoksessa P. Sahlberg & S. Sharan (toim.) *Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja*. Helsinki: WSOY, Porvoo: WS Bookwell Oy, 24–47.
- Kahanpää, L. & Koskela, P. 1997. Matematiikan opettajakoulutuksen kehittämissuunnista. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, Yliopistopaino, 364–370.
- Kakkori, L. 2002. Masters of the truth. Nietzsche's and Foucault's concept of the truth in light of narrative. Teoksessa R. Huttunen, H. L. T. Heikkinen & L. Syrjäla (toim.) *Narrative research, Voices of teachers and philosophers*. Jyväskylä: SoPhi, Jyväskylän yliopisto, 105–117.
- Karppinen, S, J. A. 2005. Seikkailullinen vuosi haastavassa luokassa. Etnografinen toimintatutkimus seikkailu- ja elämyspedagogiikasta. Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Oulu: Oulu University Press. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://herkules.oulu.fi/isbn9514277554/>. (Luettu 22.3.2009.)
- Katajavuori, N. 2005. Vangittu tieto vapaaksi – asiantuntijuus ja sen kehittyminen. Akaateeminen väitöskirja, Helsingin yliopisto. Helsinki: Helsingin yliopistopaino. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://ethesis.helsinki.fi/julkaisut/far/farma/vk/katajavuori/vangittu.pdf>. (Luettu 20.2.2009.)
- Kelly, P. 2006. What is teacher learning? A socio-cultural perspective. *Oxford Review of Education* 32(4), 505–519.
- Keranto, T. 2006. Fractal geometry: joy of invention, aesthetic experiences and a genuinely research-based approach to mathematics studies. Teoksessa L. Häggblom, L. Burman & A-S. Røj-Lindberg (toim.) *Perspektiv på Kunskapens och lärandets villkor. Festskrift tillägnad professor Ole Björkqvist. Specialutgåva från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi. Nr 1 Vasa*, 177–191.
- Kieran, C., Forman, E. & Sfard, A. 2001. Guest editorial: Learning discourse sociocultural approaches to research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics* 46, 1–12.
- Kiviniemi, K. 2000. Opettajan työtodellisuus haasteena opettajankoulutukselle. Opettajien ja opettajankouluttajien käsityksiä opettajan työstä, opettajuuden muuttumisesta sekä opettajankoulutuksen kehittämishaasteista. Opettajien perus- ja täydennyskoulutuksen ennakointihankkeen (OPEPRO) selvitys 14. Helsinki: Opetushallitus. Saatavilla verkosta osoitteesta: <http://snor.joensuu.fi/oph/opepro14.pdf>. (Luettu 30.3.2009.)
- Koellner, K. & Jacobs, J. 2008. Fostering instructional change through mathematics professional development: Focusing on teachers' self-selected goals. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 3*, 265–272.

- Kohonen, V. & Lehtovaara, J. 1990. Opettajan ammatillinen kehittyminen ja täydennyskoulutus omakohtaisten kokemustemme valossa. Teoksessa V. Kohonen & J. Lehtovaara (toim.) Näkökulmia kokonaisvaltaiseen oppimiseen 3. Empiirisiä havaintoja ja pohdintoja peruskoulun kokonaisvaltaisen oppimisen opetuskokeilujen päätösvaiheessa. Tampereen yliopisto. Tampereen opettajakoulutuslaitoksen julkaisuja A13/1990, 275–327.
- Korpinen, E. 2005. Kansankynttilästä tutkivaksi opettajaksi – opettajuutta määrittelemässä. Teoksessa E. Korpinen (toim.) Opettajankoulutus eilen, tänään, tulevaisuudessa. Professori Erkki Viljasen juhlakirja 5.2.2005. TUOPE, Jyväskylä Journal of Teacher Researcher 1/2005, 230–237.
- Koshmanova, T., Hapon, N. P. & Carter, C. C. 2007. Teacher candidate narratives about extreme social events: Implications for teacher education. *Teaching and Teacher Education* 23, 215–225.
- Krainer, K. 2006. Editorial: Action Research and Mathematics Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 9, 213–219.
- Krzywacki, H. 2009. Becoming a teacher: emerging teacher identity in mathematics teacher education. Akateeminen väitöskirja. Research Report 308. Helsinki: Yliopistopaino.
- Krzywacki-Vainio, H. & Hannula, M. S. 2008. Development of mathematics teacher students' teacher identity during teaching practice. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 3, 281–288.
- Kujala, T. 2006. ”Ei pirise enää koulun kello”. Kerronnallinen tutkimus opettajien ikään-tyymiskokemuksista. *Acta Universitatis Tamperensis* 1195. Tampere: Tampere University Press.
- Kukkonen, H. 2007. Ohjauskeskustelu pelitilana. Tampereen yliopisto, opettajakoulutuslaitos. Tampere: Tampereen Yliopistopaino Oy, Juvenes Print.
- Kupari, P. 1999. Laskutaitoharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Koulutuksen tutkimuslaitos Tutkimuksia 7. Jyväskylä: Jyväskylän yliopistopaino.
- Kusch, M. 1988. Merkki vai kuva – Husserl, Heidegger ja Gadamer kielen ja maailman suhteesta. Teoksessa M. Kusch & J. Hintikka (toim.) Kieli ja maailma. Prometheus-sarja. Oulu: Kirjapaino Osakeyhtiö Kaleva, 9–122.
- Kvale, S. 1996. *InterViews. An Introduction to Qualitative Research Interviewing*. California: Thousand Oaks, SAGE Publications.
- Kyriacou, C. & Kunc, R. 2007. Beginning teachers' expectations of teaching. *Teaching and Teacher Education* 23, 1246–1257.
- Lagrange, J-B. 1999. Complex Calculators in the Classroom: Theoretical and Practical Reflections on Teaching Pre-Calculus. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 4, 51–81.
- Laine, T. 2004. Huomisen opettajat. Luokanopettajakoulutus ammatillisen identiteetin rakentajana. Akateeminen väitöskirja. *Acta Electronica Universitatis Tamperensis* 356.
- Laitinen, A. 2002. Charles Taylor and Paul Ricoeur on self-interpretations and narrative identity. Teoksessa R. Huttunen, H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) Narrative research, Voices of teachers and philosophers. Jyväskylä: SoPhi, Jyväskylän yliopisto, 57–71.



- Lakoff, G. & Núñez, R. E. 2000. Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being. Basic Books.
- Lauwers, H. 2007. Sharing shame, secrets, and silence. Talking with young people about a traumatic event in their lives. The 3<sup>rd</sup> Tampere Conference on Narrative – Knowing, Living, Telling. (Konferenssiesitys 30.6.2007.)
- Lave, J. & Wenger, E. 1997. Situated learning. Legitimate peripheral participation (1. painos uudelta 1991). USA: Cambridge University Press.
- Lavy, I. & Shriki, A. 2000. Problem Posing as a Means for Developing Mathematical Knowledge of Prospective Teachers. Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.) Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Seoul: PME 3, 129–136.
- Lee, C. 2006. Language for Learning Mathematics. Assessment for Learning in Practice. England, Maidenhead, Berkshire: Open University Press.
- Lehtinen, M. 2000. Esteettinen reduktio? Kantin makuteoria fenomenologian valossa. Teoksessa A. Haapala & M. Lehtinen (toim.) Elämys, taide, totuus, Kirjoituksia fenomenologisesta estetiikasta. Helsinki: Yliopistopaino, Helsinki University Press, 55–91.
- Lehtovaara, J. & Jaatinen, R. 2004. Toisen pedagoginen kohtaaminen opettajaksi opiskelussa. Teoksessa R. Jaatinen, P. Kaikkonen & J. Lehtovaara (toim.) Opettajuudesta ja kielikasvatuksesta – Puheenvuoroja sillanrakentajille. Tampere: Tampere University Press, 84–94.
- Lehtovaara, M. 1996a. Oppiminen postmodernin kontekstissa. Teoksessa J. Lehtovaara & R. Jaatinen (toim.) Dialogissa 2. – ihmisenä ihmisyhteisössä. Tampere: Tampereen yliopiston opettajankoulutuksen julkaisuja A8, 135–157.
- Lehtovaara, M. 1996b. Situationaalinen oppiminen – ontologisia ja epistemologisia lähtökohtia. Teoksessa J. Lehtovaara & R. Jaatinen (toim.) Dialogissa 2. – ihmisenä ihmisyhteisössä. Tampere: Tampereen yliopiston opettajankoulutuksen julkaisuja A8, 79–107.
- Leikin, R. & Lev, M. 2000. Multiple Solution Tasks as a Magnifying Glass for Observation of Mathematical Creativity. Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.) Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Seoul: PME 3, 161–168.
- Leikin, R. & Levav-Waynberg, A. 2007. Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. Educational Studies in Mathematics 66, 349–371.
- Leinhardt, G. 1986. Expertise in Mathematics Teaching. Educational Leadership, 28–33.
- Leino, J. 1993. Konstruktivismi ja matematiikan opetus. Teoksessa J. Paasonen, E. Pehkonen & J. Leino (toim.) Matematiikan opetus ja konstruktivismi – teoriaa ja käytäntöä. Tutkimuksia 116. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos, 11–20.
- Leppäaho, H. 2007. Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa. Ongelmanratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 298. Jyväskylä: Jyväskylä University Printing House.
- Lerman, S. 1990. Alternative perspectives of the nature of mathematics and their influence on the teaching mathematics. British Educational Research Journal 16(1), 53–61.

- Lerman, S. 2000. The Socio-cultural Turn in Studying the Teaching and Learning of Mathematics. Teoksessa H.Fujita, Y. Hashimoto, B. R. Hodgson, P.Y. Lee, S. Lerman & T. Sawada (toim.) Proceedings of The Ninth International Congress on Mathematical Education. Japan, Makuhari, 158–159.
- Lerman, S. 2006. Review of "New teacher identity and regulative government: the discursive formation of primary mathematics teacher education" Tony Brown and Olwen McNamara, 2005, New York: Springer. *Journal of Mathematics Teacher Education* 9, 299–305.
- Levenson, E., Tirosh, D. & Tsamir, P. 2005. Mathematically and practically-based explanations: individual preferences and sociomathematical norms. *International Journal of Science and Mathematics Education* 4, 319–344.
- Lin, P-J. 2006. Conceptualizing teachers' understanding of students' mathematical learning by using assessment tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education* 4, 545–580.
- Lindgren, S. 1990. Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opiskelussa. Matikkatupakokeilu peruskoulun toisella luokalla. *Acta Universitatis Tamperensis A* 307. Vammala: Vammalan kirjapaino Oy.
- Lindgren, S. 1995. Pre-Service Teachers' Beliefs and Conceptions about Mathematics and Teaching Mathematics. Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A4/1995. Tampereen yliopisto jäljennepalvelu.
- Lloyd, G. 2006. Preservice teachers' stories of mathematics classrooms: explorations of practice through fictional accounts. *Educational Studies in Mathematics* 63(1), 57–87.
- Lohmar, H. D. 1987. Husserls Phänomenologie als philosophie der mathematik. Inaugural-Dissertation zur der Philosophischen Fakultät der Universität zu Köln. Köln.
- Lortie, D. C. 1975. *Schoolteacher. A Sociological Study*. New York: Routledge, A Phoenix Book, University Chicago Press.
- Lotan, R. A. & Benton, J. 1990. Finding Out About Complex Instruction: Teaching Math and Science in Heterogeneous Classrooms. Teoksessa N. Davidson (toim.) *Cooperative Learning in Mathematics – A Handbook for Teachers*. USA: Addison-Wesley Publishing Company, 47–68.
- Luoto, S. 2004. "...at the beginning it was difficult but now we can take it easier" – Meanings of entrepreneurship in finnish students narratives. Konferenssiesitys The Second Bi-annual European Summer University 2004, Twente, Enschede, The Netherlands, 20.–21.9.2004. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://www.utwente.nl/nikos/conferences/esu/papers/luoto.pdf>. (Luettu 29.12.2009.)
- Male, M. 1990. Cooperative Learning and Computers in the Elementary and Middle School Math Classroom. Teoksessa N. Davidson (toim.) *Cooperative Learning in Mathematics – A Handbook for Teachers*. USA: Addison-Wesley Publishing Company, 126–159.
- Mason, J. 1996. *Qualitative Researching*. London: Sage Publications Ltd.
- Mason, J. 1999. The Role of Labels in Promoting Learning from Experience Among Teachers and Students. Teoksessa L. Burton (toim.) *Learning Mathematics: From Hierarchies to Networks*. Studies in Mathematics Education Series 13. London: Falmer Press, 187–208.
- Mason, J. 2004. A Phenomenal Approach to Mathematics. Proceedings of ICME10 4.–11.7.2004 Kööpenhamina. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://www.icme-organisers.dk/tsg14/TSG14-07.pdf>. (Luettu 17.2.2009.)

- McLeod, D. B. & McLeod, S. H. 2002. Synthesis – Beliefs and Mathematics Education: Implications for Learning, Teaching, and research. Teoksessa G.C.Leder, E. Pehkonen & G. Törner (toim.) *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 115–123.
- Meredith, A. 1993. Knowledge for Teaching Mathematics: Some Student Teachers' Views. *Journal of Education for Teaching* 19(3), 325–338.
- Meredith, A. 1995. Terry's learning: some limitations of Shulman's pedagogical content knowledge. *Cambridge Journal of Education* 25(2), 175–187.
- Merz, A.H. & Swim, T. J. 2008. Pre-service teachers' defensive pessimism in situ: Two case studies within a mathematics classroom. *Teaching and Teacher Education* 24(2), 451–461.
- Miller, P. J. 1982. *Numbers in Presence and Absence: A Study of Husserl's Philosophy of Mathematics*. Netherlands, Hague: Martinus Nijhoff's Publishers.
- Millrood, R. 2004. The role of NLP in teachers' classroom discourse. *ELT Journal* 58(1), 28–37.
- Misailidou, C. 2008. Assessing and developing pedagogical content knowledge: A new approach. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 3*, 391–398.
- Moilanen, P. 2002. Narrative, truth and correspondence. A defence. Teoksessa R. Huttunen, H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) *Narrative research, Voices of teachers and philosophers*. Jyväskylä: SoPhi, Jyväskylän yliopisto, 91–104.
- Morgan, A. 1995. *Improving Your Students' Learning, Reflections on the Experience of Study*. London: Kogan Page.
- Morgan, C. 2007. Who is not multilingual now? *Educational Studies of Mathematics* 64, 239–242.
- Morrone, A. S., Harkness, S. S., D'Ambrosio, B. & Caulfield, R. 2004. Patterns of instructional discourse that promote the perception of mastery goals in a social constructivist mathematics course. *Educational Studies in Mathematics* 56, 19–38.
- Moschkovich, J. 2005. Using two languages when learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 64, 121–144.
- Moslehian, M. S. 2005. Postmodern View of Humanistic Mathematics. *Resonance* 11/05, 98–105.
- Moyer, P. S. 2001. Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 47, 175–197.
- NCTM 2000, National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author. Executive Summary. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://standards.nctm.org/>. (Luettu 18.2.2009.)
- Nelson, C. D. 2008. Shifting teacher identities through inquiry into 'stories to live by'. *Reflective Practice* 9(2), 207–217.
- Nemirovsky, R. 2003. Three conjectures concerning the relationship between body activity and understanding mathematics. Teoksessa N. A. Pateman, B. J. Dougherty & J. T. Zilliox (toim.) *Proceedings 27<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Hawaii, Honolulu: PME 1, 105–109.

- Nemirovsky, R. & Borba, M. Perceptuo-motor Activity and Imagination in Mathematics Learning. Teoksessa N. A. Pateman, B. J. Dougherty & J. T. Zilliox (toim.) Proceedings 27<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Hawaii, Honolulu: PME 1, 103–104.
- Nemirovsky, R., Borba, M., Dimattia, C., Arzarello, F., Robutti, O., Schnepf, M., Chazan, D., Rasmussen, C., Olszewski, J., Dost, K., Johnson, J. L., Borba Marcelo C. & Scheffer N. F. 2004. PME Special Issue: Bodily Activity and Imagination in Mathematics Learning. *Educational Studies in Mathematics* 57, 303–321.
- Nemirovsky, R., DiMattia, C., Ribeiro, B. & Lara-Meloy, T. 2005. Talking about teaching episodes. *Journal of Mathematics Teacher Education* 8, 363–392.
- Nemirovsky, R. & Noble, T. 1997. On Mathematical Visualization and the Place Where We Live. *Educational Studies in Mathematics* 33, 99–131.
- Nevalainen, R. & Kimonen, E. 2005. Opettajan pedagoginen ja professionaalinen kompetenssi koulukulttuurin muutosprosessissa. Teoksessa E. Korpinen (toim.) Opettajakoulutus eilen, tänään, tulevaisuudessa. Professori Erkki Viljasen juhlaKirja 5.2.2005. TUOPE, Jyväskylä *Journal of Teacher Researcher* 1/2005, 180–200.
- Newstead, K. 1999. Teacher Beliefs, Teacher Practice and Learner Learning: A Case Study. Teoksessa J. Kuiper (toim.) Proceedings of the Seventh Annual Conference of the Southern African Association for Research in Mathematics and Science Education. Harare, Zimbabwe, 325–330.
- Niglas, K. 2004. The compined Use of Qualitative and Quantitative Methods in Educational Research. Tallinn Pedagogical University. Dissertations on Social Sciences. Tallinn: TPü Kirjastus. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://www.tlulib.ee/files/arts/24/niglaf737ff0eb699f90626303a2ef1fa930f.pdf>. (Luettu 22.3.2009.)
- Nisbet, S. & Warren, E. 2000. Primary school teachers' beliefs relating to mathematics, teaching and assessing mathematics and factors that influence these beliefs. *Mathematics Teacher Education and Development* 2, 34–47.
- Nortvedt, G. A. 2008. Understanding word problems. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. *Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México* 4, 41–48.
- Noyes, A. 2006. Using metaphor in mathematics teacher preparation. *Teaching and Teacher Education* 22(7), 898–909.
- Núñez, R. E. & Lakoff, G. 2005. The cognitive foundations of mathematics: The role of conceptual metaphor. *Handbook of mathematical cognition*. Saatavana verkossa osoitteesta: [http://cogsci.ucsd.edu/~nunez/COGS260/Nunez\\_Lakoff\\_Hdbk.pdf](http://cogsci.ucsd.edu/~nunez/COGS260/Nunez_Lakoff_Hdbk.pdf). (Luettu 17.5.2009.)
- Nyaumwe, L. 2004. The Impact of Full Time Student Teaching on Preservice Teachers' Conceptions of Mathematics Teaching and Learning. *Mathematics Teacher Education and Development* 6, 19–30.
- OECD- CERI: 2007. *Understanding the Brain: The Birth of a Learning Science*.
- Olson, M. R. & Craig, C. J. 2001. Opportunities and challenges in the development of teachers' knowledge: the development of narrative authority through knowledge communities. *Teaching and Teacher Education* 17, 667–684.

- Ozmantar, F., Akkoç, H. & Bingolbali, E. 2008. Voices in shaping the subjectivity of pedagogical content knowledge. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 4, 81–88.
- Palmer, B. & Marra R. M. 2004. College student epistemological perspectives across knowledge domains: A proposed grounded theory. *Higher Education* 47, 311–335.
- Patton, M. Q. 2002. *Qualitative Research & Evaluation Methods*. 3. painos. California, Thousand Oaks: Sage Publications.
- Pedder, D. 2006. Are small classes better? Understanding relationships between class size, classroom processes and pupils' learning. *Oxford Review Of Education* 32(2), 213–234.
- Pehkonen, E. 1997. Avoimien tehtävien käyttämisestä ja arvioinnista peruskoulun matematiikanopetuksessa. *Dimensio* 6/97, 20–21.
- Pehkonen, E. 2005. Käsitys matematiikanopetuksesta muuttuu – muuttuvatko matematiikan opettajat. *Didacta Varia* 10(1), 42–50.
- Pehkonen, E. 2006a. Promoting Creativity with the Japanese Method in Mathematics Education. Teoksessa The Proceedings of the conference "Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students" 5–8.7.2006 České Budějovice. University of South Bohemia. Department of Mathematics Report 14.
- Pehkonen, E. 2006b. What do we know about teacher change in mathematics? Teoksessa I. Häggblom, L. Burman & A-S Røj-Lindberg (toim.) Perspektiv på Kunskapens or lärandets villkor. Festskrift tillägnad professor Ole Björkqvist. Specialutgåva 1/2006. Vasa: Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi.
- Pehkonen, E. & Törner, G. 1999. Teachers' Professional Development: what are the key change factors for mathematics teachers? *European Journal of Teacher Education* 22(2), 259–275.
- Perger, P. 2008. Wanted – one great maths teacher! Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 4, 105–112.
- Peressini, D., Borko, H., Romagnano, L., Knuth, E. & Willis, C. 2004. A conceptual framework for learning to teach secondary mathematics: a situative perspective. *Educational Studies in Mathematics* 56, 67–96.
- Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. 2004. Opetushallitus. Vammala: Vammalan Kirjapaino Oy.
- Petrou, M. 2008. Cypriot preservice teachers' content knowledge and its relationship to their teaching. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 4, 113–120.
- Pirie, S. & Kieren, T. 1992. Creating constructivist environments and constructing creative mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 23(5), 505–528.
- Poikolainen, J. 2006. Narratiivinen tutkimus tieteellisen ajattelun oppimisesta ja rakentumisesta. *Kasvatus* 37(2), 137–147.

- Polkinghorne, D. E. 1983. *Methodology for the Human Sciences, Systems of Inquiry*. Saybrook Institute. Albany: State University of New York Press.
- Polkinghorne, D. E. 1995. Narrative configuration in qualitative analysis. Teoksessa J.A. Hatch & R. Wisniewski (toim.) *Life history and narrative*. London: Falmer, 5–23.
- Polya, G. 1973. *How to solve it. New aspect of mathematical method*. 2. painos. (1. painos vuodelta 1973). Princeton: Princeton University Press.
- Popkewitz, T. 2004. The Alchemy of the Mathematics Curriculum: Inscriptions and the Fabrication of the Child. *American Educational Research Journal* 41(1), 3–34.
- Portaankorva-Koivisto, P. 2007a. Fenomenologinen matematiikanopetus käsitteenä ja työvälineenä. Teoksessa J. Lavonen (toim.) *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys. Ainedidaktinen symposiumi Helsingissä 3.2.2006*. Tutkimuksia 285. Helsinki: Helsingin yliopisto, Yliopistopaino, 379–390.
- Portaankorva-Koivisto, P. 2007b. Opiskelijoiden näkemyksiä fenomenologisesta matematiikanopetuksesta. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.) *Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet. Ainedidaktinen symposium Turussa 9.2.2007*. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B77 Turku: Painosalama Oy, 222–231.
- Presmeg, N. 1986. Visualisation and mathematical giftedness. *Educational Studies in Mathematics* 17, 297–311.
- Presmeg, N. 2003. Creativity, mathematizing, and didactizing: Leen Streefland's work continues. *Educational Studies in Mathematics* 54, 127–137.
- Presmeg, N. 2006. Research on Visualization in Learning and Teaching Mathematics. Teoksessa A. Gutiérrez & P. Boero (toim.) *Handbook of research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future*. Rotterdam: Sense Publishers, 205–236.
- Presmeg, N. & Nenduradu, R. 2005. An investigation of a preservice teacher's use of representations in solving algebraic problems involving exponential relationships. Teoksessa H. L. Chick & J. L. Vincent (toim.) *Proceedings of the 29<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Melbourne: PME 4, 105–112.
- Proulx, J. 2000. Addressing the Issue of the Mathematical Knowledge of Secondary Mathematics Teachers. Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.) *Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Seoul: PME 4, 89–96.
- Radford, L. 2003. Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical thinking and learning* 5(1), 37–70.
- Radford, L. 2009. Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics* 70, 111–126.
- Radford, L., Demers, S., Guzmán, J. & Cerulli, M. 2003. Calculators, graphs, gestures and the production of meaning. Teoksessa N. A. Pateman, B. J. Dougherty & J. T. Zilliox (toim.) *Proceedings 27<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. USA, Hawaii: PME 4*, 55–62.
- Rasmussen, C., Nemirovsky, R., Olszewski, J., Dost, K. & Johnson, J. I. 2004. On Forms of Knowing: The Role of Bodily Activity and Tools in Mathematics Learning. *PME Special Issue: Bodily Activity and Imagination in Mathematics Learning*. *Educational Studies in Mathematics* 57, 313–316.
- Rauhala, L. 1992a. *Henkinen ihmisessä*. Helsinki: Yliopistopaino.

- Rauhala, L. 1992b. *Tajunnan Itsepuolustus*. Helsinki: Yliopistopaino.
- Rauhala, L. 1993. Eksistentiaalinen fenomenologia hermeneuttisen tieteenfilosofian menetelmänä. *Filosofisia tutkimuksia* 41. Tampere: Tampereen yliopisto.
- Rauhala, L. 1995. *Humanistinen psykologia*. Helsinki: Yliopistopaino.
- Rauhala, L. 2006. *Ihminen kulttuurissa – kulttuuri ihmisessä*. Helsinki: Yliopistopaino.
- Raymond, A. M. & Leinenbach, M. 2000. Collaborative action research on the learning and teaching of algebra: a story of one mathematics teacher's development. *Educational Studies in Mathematics* 41, 283–307.
- Riessman, C. K. 1993. *Narrative analysis*. Qualitative Research Methods series 30. Newbury Park: Sage Publications Inc.
- Rolka, K., Rösken, B. & Liljedahl, P. 2000. The Role of Cognitive Conflict in Belief Changes. Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.) *Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Seoul: PME 4, 121–128.
- Rowlands, S. 2000. Turning Vygotsky on His Head: Vygotsky's 'Scientifically Based Method' and the Socioculturalist's 'Social Other'. *Science and Education* 9, 537–575.
- Rubin, H. J. & Rubin, I. S. 1995. *Qualitative Interviewing. The Art of Hearing Data*. California, Thousand Oaks: Sage Publications.
- Rutledge, Z. & Norton, A. 2008. Preservice Teachers' Mathematical Task Posing: An Opportunity for Coordination of Perspectives. *The mathematics Educator* 18(1), 31–40.
- Ruusuvuori, J. & Tiittula, L. 2005. Tutkimushaastattelu ja vuorovaikutus. Teoksessa J. Ruusuvuori & L. Tiittula (toim.) *Haastattelu. Tutkimus, tilanteet ja vuorovaikutus*. Tampere: Vastapaino.
- Sahlberg, P. & Berry, J. 2002. Matematiikan oppiminen pienryhmissä. Teoksessa P. Sahlberg, & S. Sharan (toim.) *Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja*. Helsinki: WSOY, Porvoo: WS Bookwell Oy, 176–198.
- Santana, E. 2008. Manipulative material and representational material. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México* 4, 225–232.
- Schorr, R. Y. & Firestone W. A. 2001. Changing Mathematics Teaching in Response to a State Testing Program: A Fine-grained Analysis. Konferenssiesitys AERA 11.4.2001. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://www.cepa.gse.rutgers.edu/Changing%20Mathmatics.pdf>. (Luettu 20.4.2007.)
- Schorr, R. Y., Warner, L. B. & Arias, C. C. 2008. When students disagree: engagement and understanding in an urban middle school math class. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México* 4, 233–240.
- Schwarz, B., Hershkowitz, R. & Azmon S. 2006. The Role of the Teacher in Turning Claims to Arguments. Teoksessa J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (toim.) *Proceedings 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Prague: PME* 5, 65–72.

- Sekerák, J. & Šveda, D. 2008. Is mathematics teaching developing learner's key competences? *The Teaching of Mathematics* XI(1), 41–52.
- Sela, H. & Zaslavsky, O. 2000. Resolving Cognitive Conflict with Peers – Is There a Difference between Two and Four? Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.) *Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Seoul: PME 4, 169–176.
- Senger, E. S. 1999. Reflective reform in mathematics: the recursive nature of teacher change. *Educational Studies in Mathematics* 37, 199–221.
- Sfard, A. 2001a. Communicating to Learn or Learning to Communicate? *Mathematics Education in Quest for New Answers to Old Questions*. *ZDM* 33(1), 17–25.
- Sfard, A. 2001b. There is more discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics* 46, 13–57.
- Sfard, A. 2009. What's all the fuss about gestures? A commentary. *Educational Studies in Mathematics* 70, 191–200.
- Shank, M. J. 2006. Teacher storytelling: A means for creating and learning within a collaborative space. *Teaching and Teacher Education* 22, 711–721.
- Sharan, Y. & Sharan, S. 2002. Ryhmätutkimus. Teoksessa P. Sahlberg & S. Sharan (toim.) *Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja*. Helsinki: WSOY. Porvoo: WS Bookwell Oy, 155–173.
- Sharma, S. V. 2006. High school students interpreting tables and graphs: implications for research. *International Journal of Science and Mathematics Education* 4, 241–268.
- Shulman, L. 2005a. Teacher Education Does Not Exist. *Stanford Educator*, 7.
- Shulman, L. 2005b. The Signature Pedagogies of the Professions of Law, Medicine, Engineering, and the Clergy: Potential Lessons for the Education of Teachers. *Math Science Partnerships (MSP) Workshop: "Teacher Education for Effective Teaching and Learning"*. National Research Council's Center for Education. 6.–8.2.2005, Irvine, California.
- Siikala, A-L. 1984. Tarina ja tulkinta. *Tutkimus kansankertojista*. Suomalaisen Kirjallisuuden Seuran Toimituksia 404. Mäntän kirjapaino Oy.
- Silfverberg, H. 2004. Millainen opettajan tulisi olla? – Opiskelijoiden käsityksiä aineenopettajantyöhön soveltuvuudesta. Teoksessa R. Jaatinen, P. Kaikkonen & J. Lehtovaara (toim.) *Opettajuudesta ja kielikasvatuksesta – Puheenvuoroja sillanrakentajille*. Tampere: Tampere University Press, 98–113.
- Silfverberg, H. 2006. Pohdintaa paradigmatavaihdosten vaikutuksista matematiikan opettamisen kulttuuriin. Teoksessa L. Häggblom, L. Burman & A-S. Røj-Lindberg (toim.) *Perspektiv på Kunskapens och lärandets villkor*. *Festskrift tillägnad professor Ole Björkqvist*. Specialutgåva från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi. Nr 1 Vasa, 89–99.
- Silfverberg, H. 2007. Paradigmatavaihdokset ja matematiikan opettamisen kulttuuri. Teoksessa J. Lavonen (toim.) *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys*. Aineididaktinen symposiumi Helsingissä 3.2.2006. *Tutkimuksia* 285. Helsinki: Helsingin yliopisto, Yliopistopaino, 391–402.



- Silfverberg, H., Portaankorva-Koivisto, P. & Yrjänäinen, S. 2005. Matematiikka kielenä ja kielikasvatuksena. Mathematics as a language and as a language education. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Oulussa 25.–26.11.2004. Matemaattisten aineiden opettajan taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae Rerum Socialium 80. Oulu: Oulun yliopisto, 149–165.
- Silfverberg, H. & Portaankorva-Koivisto, P. 2008. Do prospective mathematics teachers see themselves as language teachers – and should they? Teoksessa Proceedings from NOR-MA08 in Copenhagen, 21.–25.4.2008, 217–218.
- Silkela, R. 1999. Persoonallisesti merkittävät oppimiskokemukset. Tutkimus luokanopettajaksi opiskelevien oppimiskokemuksista. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 52, 120–131. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://sokl.joensuu.fi/Aineistot/verkkojulkaisut/kipinat/PDFt/RaimoS2.pdf>. (Luettu 29.12.2009.)
- Skott, J. 2001. The emerging practices of a novice teacher: the roles of his school mathematics images. *Journal of Mathematics Teacher Education* 4, 3–28.
- Skott, J. 2004. The Forced Autonomy of Mathematics Teachers. *Educational Studies in Mathematics* 55, 227–257.
- Skovsmose, O. 2004. Mathematics in Action. *Philosophy of Mathematics Education Journal* 18. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/>. (Luettu 17.2.2009.)
- Slavin, R. E. 2002. Tiimioppiminen ryhmässä. Teoksessa P. Sahlberg & S. Sharan (toim.) Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja. Helsinki: WSOY. Porvoo: WS Bookwell Oy, 48–65.
- Slavin, R. E. & Madden, N. A. 2002. Yhteistoiminnallinen laskemaan, lukemaan ja kirjoittamaan oppiminen. Teoksessa P. Sahlberg & S. Sharan (toim.) Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja. Helsinki: WSOY. Porvoo: WS Bookwell Oy, 66–81.
- Soini, H. 2001. Oppiminen sosiaalisena käytäntönä. Vertaiskonsultaatio yhteistoiminnallisen oppimisen muotona. *Psykologia* 36(1–2), 48–59.
- Stahl, G. 2006. Sustaining group cognition in a math chat environment. *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://dspace.library.drexel.edu/bitstream/1860/1742/1/2006150041.pdf>. (Luettu 2.4.2009.)
- Steffe, L. P. 2003. Fractional commensurate, composition, and adding schemes. Learning trajectories of Jason and Laura: Grade 5. *Journal of mathematical Behavior* 22, 237–295.
- Steffe, L. P. 2004. On the Construction of Learning Trajectories of Children: The Case of Commensurate Fractions. *Mathematical Thinking and Learning* 6(2), 129–162.
- Stigler, J. & Hiebert, J. 2004. Improving Mathematics Teaching. *Educational Leadership* 2, 12–17.
- Stipek, D. J., Givvin, K. B., Salmon, J. M. & MacGyvers, V. L. 2001. Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction. *Teaching and Teacher Education* 17(2), 213–226.
- Streefland, L. 1990. Realistic Mathematics Education (RME). What does it mean? Teoksessa K. Gravemeijer, M. van den Heuvel & L. Streefland (toim.) Contexts Free Productions Tests and Geometry in Realistic Mathematics Education. OW&OC Researchgroup for Mathematical Education and Educational Computer Centre. State University of Utrecht, Netherlands, 1–9.

- Streefland, L. 1993. Editorial: The Legacy of Freudenthal. *Educational Studies in Mathematics* 25, 1–7.
- Sullivan, P., Mousley, J. & Zevenbergen, R. 2006. Teacher actions to maximize mathematics learning opportunities in heterogeneous classrooms. *International Journal of Science and mathematics education* 4, 117–143.
- Swoboda, E. & Tocki, J. 2002. How to prepare prospective teachers to teach mathematics – some remarks. ICTM-konferenssiesitys. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://server.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap159.pdf>. (Luettu 26.4.2007.)
- Syrjälä, L. 2005. Kertomuksen tutkija kasvatustieteen maastossa. *Kasvatus* 5, 366–372.
- Sztajn, P., Hackenberg, A. J., White, D. Y. & Allexaht-Snyder, M. 2007. Mathematics professional development for elementary teachers: Building trust within a school-based mathematics education community. *Teaching and Teacher Education* 23(6), 970–984.
- Säljö, R. 2004. Learning and technologies, people and tools in co-ordinated activities. *International Journal of Educational Research* 41, 489–494.
- Tall, D. 1994. A Versatile Theory of Visualisation and Symbolisation in Mathematics. Plenary Presentation at the Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, Toulouse, France, heinäkuussa 1994. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1996b-plenary-cieaem.pdf>. (Luettu 17.4.2009.)
- Tall, D. 1995. Cognitive Growth in Elementary and Advanced Mathematical Thinking. Plenary Lecture, Conference of the International Group for the Psychology of Learning Mathematics, Brazil, Recife, I, 161–175). Saatavana verkossa osoitteesta: <http://digilander.libero.it/leo723/materiali/algebra/dot1995b-pme-plenary.pdf>. (Luettu 1.4.2009.)
- Tall, D. 2004a. Introducing Three Worlds of Mathematics. For the Learning of Mathematics, 1–11.
- Tall, D. 2004b. Thinking through three worlds of mathematics. Teoksessa Proceedings of the 28<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 4, 281–288.
- Tieszen, R. L. 1989. *Mathematical Intuition: Phenomenology and Mathematical Knowledge*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Tsamir, P. 2007. When intuition beats logic: prospective teachers' awareness of their same sides – same angles solutions. *Educational Studies in Mathematics* 65, 255–279.
- Tsamir, P. & Tirosh, D. 2006. PME 1 to 30 – summing up and looking ahead: a personal perspective on infinite sets. Teoksessa J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (toim.) Proceedings 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Prague: PME 2, 49–63.
- Turner, F. 2008. Growth in teacher knowledge: Individual reflection and community participation. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) International Group for the Psychology of Mathematics Education. *Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition*. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México 4, 353–360.
- Tynjälä, P. 1991. Kvalitatiivisten tutkimusmenetelmien luotettavuudesta. Suomen kasvatustieteellinen aikakauskirja *Kasvatus* 22(5–6), 387–398.

- Tzur, R. 2001. Becoming a mathematics teacher-educator: conceptualizing the terrain through self-reflective analysis. *Journal of Mathematics Education* 4, 259–283.
- Tzur, R. 2008. A researcher perplexity: why do mathematical tasks undergo metamorphosis in teacher hands? Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México* 1, 139–146.
- Tzur, R., Simon, M. A, Heinz, K. & Kinzel, M. 2001. An account of a teacher's perspective on learning and teaching mathematics: Implications for teacher development. *Journal of Mathematics Teacher Education* 4, 227–254.
- Uitto, M. 2007. Teacher memories – recalled, told and felt. The 3<sup>rd</sup> Tampere Conference on Narrative – Knowing, Living, Telling. (Konferenssiesitys 28.6.2007.)
- Valo, M. 1997. Sosiologia aikalaiskritiikkinä. Daniel Bellin kaksi post-kertomusta. Tietoyhteiskunnan tutkimuskeskuksen työraportti 2/1997. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://www.uta.fi/laitokset/sosio/opinnaytteet/valo/> (Luettu 2.5.2006.)
- Van Veen, K., Slegers, P., Bergen, T. & Klaassen C. 2001. Professional orientations of secondary school teachers towards their work. *Teaching and Teacher Education* 17, 175–194.
- Varto, J. 1992. Laadullisen tutkimuksen metodologia. Tampere: Hygieia, Kirjayhtymä Oy.
- Vermunt, J. D. & Vermetten, Y. J. 2004. Patterns in Student Learning: Relationships Between Learning Strategies, Conceptions of Learning, and Learning Orientations. *Educational Psychology Review* 16(4), 359–384.
- Viholainen, A. 2008. Prospective Mathematics Teachers' Informal and Formal Reasoning About the Concepts of Derivative and Differentiability. University of Jyväskylä, Department of Mathematics and Statistics. Report 115. Jyväskylä: University Printing House.
- Vinner, S. 2009. Mathematics Education and Values. A reaction to Paul Ernest's plenary lecture. Teoksessa M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (toim.) *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Greece, Thessaloniki: PME* 1, 43–46.
- Volman, M. & Dam, G. 2007. Learning and the development of social identities in the subjects Care and Technology. *British Educational Research Journal* 33(6), 845–866.
- Vuorinen, I. 2001. Tuhat tapaa opettaa. Menetelmäopas opettajille, kouluttajille ja ryhmän ohjaajille. Suomen Morenoinstituutin julkaisusarja nro 1. Resurssi. Tampere: Vammalan kirjapaino.
- Väyrynen, K. 2008. Elämyksellisyys filosofian opettamisessa: Kuinka vastata elämysyhteiskunnan haasteisiin? Teoksessa T. Tomperi & H. Juuso (toim.) *Sokrates koulussa. Itsenäisen ja yhteisöllisen ajattelun edistäminen opetuksessa. Eurooppalaisen filosofian seura ry/ niin & näin. Tallinna: YTallinnan kirjapaino-osakeyhtiö*, 320–340.
- Wakefield, D. V. 2000. Math as a Second Language. *Educational Forum* 64(3), 272–279.
- Wang, C-Y., Chin, C., Hsu, H-L. & Lin, F-C. 2008. How do mathematics teachers develop teaching conceptions: Knowledge, practice and community. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México* 4, 393–400.

- Warnick, B. R. & Stemhagen K. 2007. Mathematics teachers as moral educators: the implications of conceiving of mathematics as a technology. *Journal of Curriculum Studies* 39(3), 303–316.
- Watson, A. 2008. Task transformation is the teacher's responsibility. Teoksessa O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (toim.) *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. Proceedings of the Joint Meeting of PME32 and PME-NA XXX, México* 1, 147–153.
- Watson, A. & Mason, J. 2007. Taken-as-shared: a review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 205–215.
- Wedge, T. & Skott, J. 2007. Potential for change of views in the mathematics classroom? Teoksessa *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME5), Cyprus, 22.–26.2.2007*, 1–10.
- Verhoef N. C. & Terlouw C. 2007. Training Mathematics Teachers in a Community of Learners (COL). Teoksessa *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME5) Working Group 12 From a study of teaching practices to issues in teacher education, Cyprus, 22.–26.2007*, 2014–2023.
- Weiss, M., Herbst, P. & Chen, C. 2009. Teachers' perspectives on "authentic mathematics" and the two-column proof form. *Educational Studies in Mathematics* 70, 275–293.
- Weissglass, J. 1990. *Cooperative Learning Using a Small-Group Laboratory Approach*. Teoksessa N. Davidson (toim.) *Cooperative Learning in Mathematics – A Handbook for Teachers*. USA: Addison-Wesley Publishing Company, 295–334.
- Williams, G. 2000. Classroom Teaching Experiment: Eliciting Creative Mathematical Thinking. Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.) *Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Seoul: PME 4, 257–264.
- Woo, J-H. 2007. School Mathematics and Cultivation of Mind. Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.) *Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Seoul: PME 1, 65–93.
- Wood, Terry. 2001. *Teaching Differently: Creating Opportunities for Learning Mathematics. Theory into Practice*. Vol. 40. No. 2. 110–117.
- Wray, S. 2007. Teaching portfolios, community, and pre-service teachers' professional development. *Teaching and Teacher Education* 23(7), 1139–1152.
- Wu, H. 1999. Basic Skills versus Conceptual Understanding: A Bogus Dichotomy in Mathematics Education. *American Educator* 23(3), 1–7.
- Yackel, E. & Cobb, P. 1996. Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 27(4), 458–477.
- Yackel, E., Underwood, D. & Elias, N. 2007. Mathematical tasks designed to foster a reconceptualized view of early arithmetic. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 351–367.
- Yerushalmy, M. 2005. Functions of interactive visual representations in interactive mathematical textbooks. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 10, 217–249.

- Yokochi, K. 2000. Mathematics Instruction through the Production of Manipulative Materials. Teoksessa H. Fujita, Y. Hashimoto, B. R. Hodgson, P.Y. Lee, S. Lerman & T. Sawada (toim.) Proceedings of The Ninth International Congress on Mathematical Education, 2000 Japan, Makuhari, 218–220.
- Yrjönsuuri, R. & Yrjönsuuri, Y. 1997. Matematiikan opiskelun ja opetuksen haasteet. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, Yliopistopaino, 111–127.
- Yrjönsuuri, R. 1997. Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, Yliopistopaino, 128–141.
- Zaslavsky, O. 2007. Mathematics-related tasks, teacher education, and teacher educators. The dynamics associated with tasks in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 433–440.
- Zemel, A., Xhafa, F. & Stahl, G. 2005. Analyzing the Organization of Collaborative Math Problem-solving in Online Chats using Statistics and Conversation Analysis. Lecture notes in computer science, 271–283. Saatavana verkossa osoitteesta: <http://idea.library.drexel.edu/bitstream/1860/1713/1/2006150075.pdf>. (Luettu 2.4.2009.)
- Zodik, I. & Zaslavsky, O. 2000. Is a Visual Example in Geometry Always Helpful? Teoksessa J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (toim.) Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Seoul: PME 4, 265–272.
- Zuccheri, L. 2003. Problems arising in teachers' education in the use of didactical tools. CERME3-konferenssin teemaryhmä 9. Saatavana verkossa osoitteesta: [https://www.dm.unipi.it/cluster-pages/didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG9/TG9\\_Zuccheri\\_cerme3.pdf](https://www.dm.unipi.it/cluster-pages/didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG9/TG9_Zuccheri_cerme3.pdf). (Luettu 24.3.2009.)

# Liitteet

## LIITE 1. Matematiikan aineenopettajan koulutusohjelman tutkintotavoitteet ja rakenne

### *Kasvatustieteen kandidaatin tutkinto:*

Kandidaatin tutkinnon tavoitteena on perehdyttää opiskelija kasvatustieteen tutkimuskohteisiin sekä kasvatusta, koulutusta ja opetusta koskevan teorianmuodostuksen ja tieteellisen tutkimuksen perusteisiin. Tavoitteena on, että tutkinnon suorittaneella on tutkimusmenetelmien peruspiirteiden tuntemusta, valmiutta itsenäiseen tiedonhankintaan ja tutkimustiedon kriittiseen lukemiseen ja analysoimiseen omalta alalta. Tutkinnon keskeisenä tavoitteena on luoda edellytykset opettajakelpoisuuden tuottaville maisteriopinnoille ja kehittää opiskelijan työelämävalmiuksia.

Kandidaatin tutkinnon pääaineena on kasvatustiede. Tutkinnon sivuaineopintoina suoritetaan perusopetuksen aineenopettajan kelpoisuuteen edellytettävät opetettavan aineen opinnot eli matematiikan perus- ja aineopinnot.

### Kandidaatin tutkinnon rakenne:

Viestintä- ja orientoivat opinnot 20 op

Pääaineen opinnot 60 op

Sivuaineiden opinnot (60 op + 25 op + 5 op) 90 op

Vapaasti valittavat opinnot 10 op

Kokonaislaajuus 180 op

### *Kasvatustieteen maisterin tutkinto:*

Kasvatustieteen maisterin tutkintoon voidaan jatkaa kasvatustieteen kandidaatin tutkinnon jälkeen tai siihen voidaan hakea erikseen. Kasvatustieteen maisterin tutkintoon suoraan valittavilla opiskelijoilla voi olla opetettavan aineen opinnot myös jossakin muussa aineessa kuin matematiikassa. Tutkinto tuottaa säädösten edellyttämän perusopetuksen aineenopettajan kelpoisuuden. Sivuaineopintojen valinnoilla voidaan laajentaa kelpoisuutta.

Maisterin tutkinnon pääaine on kasvatustiede. Tutkinnon tavoitteena on kehittää ja syventää opiskelijan kasvatustieteellistä asiantuntijuutta. Tutkinnon suorittaneella on riittävän monipuolinen tutkimusmenetelmien tuntemus, valmius itsenäiseen tiedonhankintaan ja tutkimustiedon kriittiseen lukemiseen ja analysoimiseen.

Maisterin tutkinnon rakenne:

Opintojen suunnittelu 2 op

Pääaineen syventävät opinnot 80 op

Sivuaineen opinnot 25-35 op

Valinnaiset sivuaineopinnot 3-13 op

Kokonaislaajuus 120 op

## LIITE 2. Lecture Caricatures

Dr Tort expects her students to learn legal principles from books and to apply those principles to specific cases in the seminars. In her law lectures she demonstrates how to apply principles to cases. She is “modelling” by lecturing, saying ‘I want you to be able to do it like this’.

Mr Spanner gives mechanics lectures as a way of delivering course material to his students. He is expecting them to copy from the blackboard everything that he writes there. He is copying from his notes. His notes are copied from textbooks which are available in the library and in the bookshops. His lectures give students selected extracts, with some commentary, from these books.

Dr Group talks about the sociology of groups in his lectures. The books (and there are twenty on his reading list and hundreds in the library) all seem somewhat tangential to the topic. They all use special terminology and are difficult to make sense of. The lecture is a guide to a strange land. Dr Group gives students a map, indicates landmarks to look out for, and points out a few things about this strange land which they might have trouble finding on their own. He gives them a tourist’s smattering of the language they will need in this land. He is trying to prevent them from getting lost when they start reading.

Mrs System tells students the five elements of personnel management in her lecture. Each element has five sub-elements, and she gives an example of each. She is going to test students to see whether they can list these elements and give examples. Her lectures are the content of the course. If students take a full set of notes and memorize them, they will pass the course.

Dr Engels tries to explain dialectical materialism in her lecture. It is a difficult idea to grasp. She uses illustrations and metaphors. She repeats herself. She accepts questions from the students. She uses every device she can think of to get the concept across. She doesn’t care whether students take notes or not as long as they understand dialectical materialism better than they did before.

Lähde: Alistair Morgan: Improving Your Students’ Learning, Reflections on the Experience of Study, Kogan Page 1995, London



## LIITE 3. 7.4.2008 Kirje opiskelijoilleni

1. Miksi matematiikkaa opetetaan? Mitkä mielestäsi ovat ne tavoitteet, joita matematiikalle itse asettaisit?
2. Mitä ovat omat vahvuutesi matematiikassa, miten ne mielestäsi näkyvät opetuksessasi?
3. Onko matematiikka mielestäsi jotakin, jota joko osaa tai ei osaa?

Seaman ja Szydlik (2007) kuvaavat matemaattista sivistystä seuraavasti:

- ymmärtää ja tunnistaa malleja ja rakenteita
- osaa yhdistellä erilaisia matemaattisia objekteja ja näkee niiden välisiä yhteyksiä
- osaa testata matemaattisia objekteja ja rakenteita
- osaa luoda malleja ja esimerkkejä matemaattisista objekteista
- arvostaa tarkkoja matemaattisia määritelmiä
- arvottaa suhteita ja vuorovaikutuksia
- arvostaa loogisia päättelyjä ja vastaesimerkkejä
- arvostaa huoliteltua matematiikan kieltä
- arvostaa objektien ja ideoiden symbolisia esityksiä ja merkintöjä

Miten kommentoisit?

Ernest (1989, 250) on jakanut käsitykset matematiikasta kolmeen luokkaan:

- 1) Instrumentalistinen käsitys, jonka mukaan matematiikka ymmärretään työkalupakkina, joka koostuu faktoista, säännöistä ja menetelmistä, joilla ei juurikaan nähdä olevan yhteyttä toisiinsa.
- 2) Platoninen käsitys, jonka mukaan matematiikka on johdonmukainen, staattinen ja yhtenäinen tietojärjestelmä, jota logiikan lait pitävät koossa. Keskeistä on se, että matemaattiset totuudet odottavat löytäjänsä, niitä ei voida luoda.
- 3) Ongelmanratkaisua painottava käsitys, jossa matematiikka on dynaaminen, uusien ongelmien kautta kehittyvä, ihmisten keksimä tiede, jossa säännöt saadaan induktiivisesti yleistämällä. Matematiikka ei ole valmis kokonaisuus, vaan avoin muutoksille.

Miten kommentoisit ja miten oma näkemyksesi sijoittuu näihin? Oletko törmännyt näihin näkemyksiin?

4. Miten kannustat tai motivoit oppilaita opiskelemaan matematiikkaa?

## 5. Nautitko matematiikan opettamisesta?

Beswick (2007) esittää 9 väittämää:

1. Matematiikka on ideoiden yhdistelemistä ja järjellemistä.
2. Matematiikka on hauskaa.
3. Oppilaiden oppimista on vaikea ennakoida.
4. Kaikki oppilaat voivat oppia matematiikkaa.
5. Opettaja on vastuussa luokkakeskustelun ylläpitämisestä ja kontrolloimisesta.
6. Opettaja on vastuussa siitä, että hän antaa oppilaille tilaisuuksia konstruoida matematiikan tietojään.
7. Opettaja on vastuussa siitä, että oppilaat oppivat matemaattista ajattelua ja oppivat kommunikoimaan matematiikasta.
8. Opettaja on auktoriteetti, kun kyse on luokan sosiaalisista normeista.
9. Opettajalla on ammatillinen vastuu sitoutua oppimistapahtumaan.  
Mitä mieltä olet näistä?

## 6. Usein kirjallisuudessa puhutaan siitä, mikä on aineenhallinnan merkitys opettamisessa.

McNamara (1991, 115) kuvaa

- jos tarkoituksena on lisätä oppilaiden ymmärrystä opettajilla on oltava joustava ja monipuolinen käsitys opetettavasta asiasta
- opetuksessa on keskeistä osata käyttää monia eri esitystapoja ja soveltaa niitä oppijoiden mukaan
- opettajien aineenhallinta vaikuttaa heidän opetukseensa, sillä jos tietää aiheesta enemmän, siitä voi tehdä mielenkiintoista, antaa oppilaiden osallistua ja kysyä aiheesta vapaasti ja osaa vetää yhteen asioita, joita oppilaat nostavat esiin
- jos opettajalla on hyvä aineenhallinta, hän kykenee valitsemaan oppikirjan, tietokoneohjelman ja muita oppimateriaaleja
- hyvä aineenhallinta ohjaa opettajaa korjaamaan omia kouluaikaisia käsityksiään

Meredith (1995, 182-183) kuvailee: Kun opettajalla on hyvä aineenhallinta,

- (1) opettaja näkee umpikujat ja osaa tulkita oppilaiden virheellisiä ratkaisuja,
- (2) opettaja osaa tuottaa lisäsisältöjä tai karsia opetettavaa ainesta,
- (3) opettaja osaa rakentaa oppimisympäristöjä, joissa oppilaat voivat tuottaa tietoa
- (4) opettaja osaa kytkeä oppilaiden käsitykset oppimisprosessiin
- (5) opettaja osaa olla yhtä aikaa oppija ja oppiaineensa auktoriteetti.

Miten kommentoisit, miten arvioisit omaa aineenhallintaasi?

## 7. Kuvaile unelmiesi tuntia, jonka pidät. Kuvaa koulua, tilaa, oppilaita, itseäsi, mitä opiskelette, mitä teette, mitä itse teet, kuvaa tapahtumia, kerro, miten tiedät, että tunnilla opittiin matematiikkaa. Tarina voi olla fiktiivinen, mutta myös oikeasta kokemuksestasi. Kerro, kumman valitsit.

8. Matematiikan opetuksesta on olemassa useita malleja.

Blaire on jakanut opetuksen neljään eri kategoriaan

1. oppijakeskeinen
2. käsitekeskeinen
3. sisältökeskeinen
4. luokkatyöskentelykeskeinen

Mihin luokittelisit itsesi?

Ernest on käyttänyt seuraavia kuvauksia:

- puhdas tutkiva ote, jossa painotetaan ongelmien esittämistä ja ratkaisemista
- käsitteellistä ymmärrystä painottava ote, jossa ongelmanratkaisu on keskeistä
- käsitteellistä ymmärrystä painottava ote
- taitoja ja tietoja painottava ote, jossa tuetaan myös käsitteellistä ymmärtämistä
- taitojen ja tietojen hallintaa painottava ote
- päivästä toiseen selviytyvä ote

Tunnistatko itsesi näistä?

9. Listaa ne merkitykselliset asiat, joita tähän kolmeen vuoteen on sisältynyt. Ne voivat olla henkilökohtaisia asioita, opiskeluun liittyviä asioita tai työhön liittyviä asioita. Valitse itse, mitä haluat kertoa. Kuvaa, miten nämä asiat ovat vaikuttaneet sinuun opettajana.

10. Kerro opettajasta, joka koulutuksen aikana on tehnyt Sinuun vaikutuksen. Miten ja millä seurauksilla?

11. Pohdi, millainen rooli on ollut koulutuksen erilaisilla opettajan kasvua tukevilla toimilla omalle kasvullesi. Tällä tarkoitan mm. hops-keskusteluja, portfoliotyöskentelyä ja siitä keskustelua, ohjattua harjoittelua, dialogisia työskentelymuotoja kurssilla ja niiden ryhmätyöskentelyissä.

Meredith (1995, 182–183) kysyy

- (1) pitäisikö koulutuksen haastaa opiskelijoiden aiempia käsityksiä ja uskomuksia?
- (2) pitäisikö opiskelijoiden tutustua käsitykseen siitä, että oppijat konstruoivat itse omaa oppimistaan?
- (3) miten opiskelijat tutustuvat luokkatyöskentelyyn, jossa oppilaat osallistuvat aktiivisesti opetukseen?

12. Vertaile harjoittelun ja sijaisena toimimisen vaikutuksia opettajana toimimiseesi.

13. Millaisten kollegojen kanssa haluaisit tehdä työtä?



