



UNIVERSITY
OF TAMPERE

This document has been downloaded from
Tampub – The Institutional Repository of University of Tampere

Publisher's version

Authors: Silius Kirsi, Pohjolainen Seppo, Miilumäki Thumas, Kangas Jussi,
Joutsenlahti Jorma
Name of article: Korkeakoulumatematiikka teekkarin kompastuskivenä?
Name of work: Korkeajännityksiä - kohti osallisuutta luovaa korkeakoulutusta
Editors of work: Mäkinen Marita, Korhonen Vesa, Annala Johanna, Kalli Pekka,
Svärd Päivi, Värri Veli-Matti
Year of publication: 2011
ISBN: 978-951-44-4516-9
Publisher: Tampere University Press
Pages: 242-265
Discipline: Social sciences / Educational sciences
Language: fi
School/Other Unit: School of Education

URN: <http://urn.fi/urn:nbn:uta-3-943>

All material supplied via TamPub is protected by copyright and other intellectual property rights, and duplication or sale of all part of any of the repository collections is not permitted, except that material may be duplicated by you for your research use or educational purposes in electronic or print form. You must obtain permission for any other use. Electronic or print copies may not be offered, whether for sale or otherwise to anyone who is not an authorized user.

KORKEAKOULUMATEMATIIKKA TEKKARIN KOMPASTUSKIVENÄ?

Kirsi Silius, Seppo Pohjolainen, Thumas Miilumäki,
Jussi Kangas & Jorma Joutsenlahti

Artikkelissa tarkastellaan opiskelijoiden matematiikan osaamiseen vaikuttavia tekijöitä, matematiikan opetuksen kehittämiseen tähtäviä tutkimustuloksia sekä arvioidaan toimintojen vaikutusta matematiikan osa-alueiden kehittymiseen. Lisäksi artikkelissa esitellään tutkimuksia, joiden tavoitteena on ollut tunnistaa matematiikan oppimisen vaikeuksia ja erilaisia matematiikan oppijoita sekä kehittää matematiikan osaamista tukevia opetusmenetelmiä ja opetuksen rakenteita vastaamaan erilaisten oppijoiden tarpeita. Kehitettyjä menetelmiä ovat muun muassa matematiikan perustaitotestit, opiskelijoiden profilointi, matikkajumppa, tietotekniikka-avusteiset järjestelyt, matematiikkaklinikka ja matematiikan kielentäminen. Matematiikan vahva osaaminen nähdään tärkeäksi, koska Suomessa teknilliset yliopisto-opinnot ovat pääsääntöisesti suunniteltu siten, että niiden pohjana on lukion pitkän matematiikan riittävä hallinta. Matematiikan osaaminen on perusedellytys teknillisen alan opinnoissa etenemiselle, joten opiskelijoiden heikot taidot hidastavat heidän opintojaan. Ilmiö on yleinen kaikkialla Euroopassa.

Johdanto

Matematiikka on luonnon ja tekniikan, ja nykyisin yhä enemmän myös talous- ja biotieteiden kieli. Matematiikan hyvä osaaminen on sekä tieteiden että kansantalouden kannalta tärkeä asia. Hanushek ja Wossman (2007) osoittavat raportissaan, että koulutuksen laadulla on voimakas positiivinen vaikutus taloudelliseen kasvuun.

Matematiikan osaaminen on länsimaissa viime vuosikymmeninä heikentynyt. SEFI:n (2002) raportissa todetaan, että ilmiö on yleinen Euroopassa ja että Itä-Euroopan maiden siirryttyä läntisen Euroopan mallin mukaiseen koulutukseen, oppimistulokset ovat olleet odotettuja heikkommat, etenkin matematiikassa.

SEFI:n (2002) raportin mukaan yliopistot ympäri maailman ovat havainneet opintonsa aloittavien opiskelijoiden matematiikan osaamisen heikentymisen ja ovat ryhtyneet toimenpiteisiin tilanteen korjaamiseksi. Yleisimmät toimenpiteet ovat kurssien keventäminen ja mukauttaminen opiskelijoiden taitotasoon, lisäkurssien ja tukimateriaalien kehittäminen sekä matematiikan tukikeskusten perustaminen. Usein päädytään siihen, että ei tehdä mitään.

Maaikamalla näkyvä trendi ilmenee myös Suomessa. Yliopistoissa on huomattu, että lukion jälkeen teknillisille opiskelupaikoille hakeutuvista opiskelijoista kaikki eivät suinkaan ole omaksuneet tarvittavia matematiikan taitoja. Yli 200 yliopistojen matematiikan opettajaa onkin ilmaissut julkisuudessa huolestumisensa koulumatematiikan, lähinnä algebran perusrutiinien, osaamisen heikkenemisen johdosta. (Ks. 1/2005 Solmu.) Algebran perusrutiinien (murtoluvuilla laskeminen, supistaminen, neliöjuuren otto, alkeisfunktiot, derivointi ja integrointi jne.) hallinta on välttämätöntä tekniikan korkeakouluopinnoissa ja heikkoudet perustaidoissa kostaavat myöhemmissä opinnoissa ja työelämässä. (Silius ym. 2009.)

Suomen lukio-opetuksen eräänä tavoitteena on antaa opiskelijalle korkeakoulukelpoisuus, joka on nähtävissä esimerkiksi menestyksenä valtakunnallisissa ylioppilaskirjoituksissa. Teknilliset yliopisto-opinnot on pääsääntöisesti suunniteltu siten, että niiden pohjana on lukion

pitkän matematiikan pakollisten kurssien riittävä hallinta. Pitkän matematiikan kirjoittajien lukumäärä Suomessa on ollut 2000-luvun ensivuosisikymmenenä kevään kirjoituksissa noin 12 000 kirjoittajaa (Ylioppilastutkintolautakunta 2010). Koska useat pitkän matematiikan oppimäärän suorittaneet eivät kuitenkaan valitse matemaattisesti painottuneita jatko-opintoaloja, niin mainituille jatko-opintoaloille ei hakeudu riittävästi hyvät matemaattiset perusvalmiudet hallitsevia opiskelijoita. Tämä on osaltaan luomassa matemaattisen osaamisen kuilua lukion ja korkeakoulujen välille.

Tampereen teknillisellä yliopistolla (TTY) on kehitetty matematiikan opetusta ja tukitoimia tutkimustulosten pohjalta, jotka ovat viitanneet siihen, että lukiolaisten matematiikan taidot ja matemaattinen ajattelu eivät vastaa korkeakoulumatematiikan opetussuunnitelman vaatimuksia. Tavoitteena on ollut toisaalta tunnistaa matemaattisen osaamisen lähtötaso lukion jälkeen, matematiikan oppimisen vaikeuksia ja erilaisia matematiikan oppijoita sekä toisaalta kehittää opetusmenetelmiä ja opetuksen rakenteita vastaamaan erilaisten oppijoiden tarpeita. Matemaattisen ajattelun kehittymisen tukeminen ja matemaattisen osaaminen kasvattaminen vaaditulle tasolle ovat olleet kaikkien tukitoimien ja opetuksen kehittämisen tavoitteena.

Tässä artikkelissa esitellään TTY:n matematiikan opetuksen kehittämistoimia. Kehitystyö on osa tutkimustyötä, jossa käytännössä toteutettavat toimet pohjautuvat tutkimukselliseen teoriapohjaan. Samalla uusista kokeiluista on kerätty tutkimusaineistoa, joiden avulla on pyritty saamaan lähempää ja erityisesti TTY:n toimintakehykseen liittyvää tietoa matematiikan oppimisesta ja opettamisesta. Seuraavassa esitellään niitä teoriataustoja, joille keskeisimmät TTY:n matematiikan opetuksen tukitoimet pohjautuvat.

Teoreettiset lähtökohdat

Lukion pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattista ajattelua voidaan tarkastella matemaattisen osaamisen (mathematical proficiency) kautta, joka tulee esille ylioppilaskirjoitusten ja lukion kurssien sekä kurssikokeiden suorituksissa (Joutsenlahti 2005). Matemaattisella ajattelulla tarkoitetaan tässä yhteydessä matemaattisen tiedon (konseptuaalisen, proseduraalisen tai strategisen) prosessointia, jota ohjaavat ajattelijan metakognitiot (Joutsenlahti 2005; Sternberg 1996). Kilpatrick, Swafford ja Findell (2001) katsovat yksilön matemaattisen osaamisen koostuvan viidestä piirteestä, jotka Joutsenlahden tutkimuksessa (2005) nimettiin seuraavasti: käsitteellinen ymmärtäminen, proseduraalinen sujuvuus, strateginen kompetenssi, mukautuva päättely ja matematiikkakuva. Käsitteellinen ymmärtäminen (conceptual understanding) on matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja relatioiden ymmärtämistä. Proseduraalinen sujuvuus (procedural fluency) on taitoa käyttää prosedureja joustavasti, huolellisesti, tehokkaasti ja tarkoituksenmukaisesti. Strateginen kompetenssi (strategic competence) on kyky formuloida, esittää ja ratkaista matemaattisia ongelmia. Mukautuva päättely (adaptive reasoning) koostuu pystyvyydestä loogiseen ajatteluun, reflektointiin, selittämiseen ja todistamiseen. Matematiikkakuva (view of mathematics) koostuu kolmesta komponentista. Ne ovat: 1) uskomukset itsestä matematiikan oppijana ja opettajana, 2) uskomukset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta ja 3) uskomukset sosiaalisesta kontekstista, jossa oppiminen ja opettaminen tapahtuu (Kaasila ym. 2007).

Asiakokonaisuuksien käsitteellinen ymmärtäminen vähentää opiskelijan muistinvaraisen tiedon tarvetta ja mahdollistaa opiskelijalle vaativien tehtävien ratkaisemisen siten, että hän yhdistelee ja soveltaa aikaisempia tietojaan uudella tavalla. Proseduraalinen sujuvuus tarkoittaa matematiikassa erilaisten proseduurien (esimerkiksi monenlaisten yhtälöiden ratkaisumenetelmiä, funktioiden derivointi- ja integrointimenetelmiä sekä tyyppillisiä ratkaisumenetelmiä jne.) sujuvaa hallintaa ilman taulukkokirjan tai graafisen laskimen antamaa ratkaisevaa apua.

Proseduraalinen sujuvuus on edellytys vaikeusasteeltaan kaiken tasoisten tehtävien ratkaisemiselle. Proseduurien hallinta vaatii muistamista ja harjoittelua, joka kehittää opiskelijan algoritmista ajattelua. Opiskelijan strateginen kompetenssi tulee esille ongelmanratkaisutehtävissä, jotka usein ovat kokeiden vaativimpia tehtäviä. Näiden tehtävien ratkaiseminen vaatii opiskelijalta konseptuaalisen ymmärtämisen ja proseduraalisen sujuvuuden lisäksi strategiatietoja. Koulukursseissa ja ylioppilaskirjoituksissa ei yleensä esiinny ongelmanratkaisutehtäviä, joissa opiskelija itse joutuisi ensin muovaamaan ongelman ratkaistavaan muotoon ja sitten vasta valitsemaan ratkaisustrategian. Tämän vuoksi hyvä matematiikan kurssiarvosana tai ylioppilaskirjoitusarvosana ei vielä välttämättä osoita tämän kompetenssin kehittyneisyyttä.

Matematiikkakuvassa nousee tässä artikkelissa keskeiseksi tekijäksi opiskelijan uskomus itsestään matematiikan osaajana. Jos opiskelijalla on itsestään epävarma kuva matematiikan osaajana, se voi olla huomattava este perusasioiden ymmärtävälle kertaamiselle sekä uusien asioiden oppimiselle. Tämän vuoksi se on tekijä, joka on tunnistettava, ja siihen on tarvittaessa pyrittävä vaikuttamaan heti opintojen alussa.

Oppiminen on oppijan omaa aktiivista toimintaa oppimistavoitteiden saavuttamiseksi, johon osaltaan vaikuttaa oppijan oma käsitys itsestään matematiikan osaajana. Opiskelijan toimintaa ohjaavia tekijöitä ovat muun muassa asenteet, orientaatiot, intentiot ja motivaatiot. Orientaatio kuvaa opiskelijan tiedostettuja ja tiedostamattomia opiskelutottumuksia, intentio opiskelijan omaa tietoista tavoitteenasettelua ja motivaatio voimaa asetetun tavoitteen saavuttamiseksi.

Orientaatiot ohjaavat opiskelu- ja oppimistoimintoja. Ne kuvaavat kokonaisvaltaisesti yksilöllisiä eroja oppimiseen ja opiskeluun suuntautumisessa. (Tynjälä 1999.) Opiskeluorientaatiot voidaan jakaa esimerkiksi merkitys-, toistamis- ja saavutusorientaatioon sekä ei-akateemiseen orientaatioon (Ramsden 1984). Merkitysorientaatiolle on tyypillistä muun muassa asioiden välisten yhteyksien etsiminen, kriittinen ja arvioiva suhtautuminen asioihin sekä sisäinen motivaatio (Ramsden 1984; Tynjälä 1999). Merkitysorientaatiota pidetään opiskelun kannalta usein tavoiteltavana orientaationa. Toistamisorientaatio ilmenee muun muassa

ulkoa opiskeluna sekä epäonnistumisen pelkona. Toistamisorientoitunut opiskelija ei etsi asioiden välisiä yhtäläisyyksiä. (Ramsden 1984.) Saavutusorientaatiolle puolestaan on ominaista strateginen suuntautuminen, negatiiviset asenteet ja saavutusmotivaatio. Saavutusmotivaatio ohjaa opiskelijan työntekoa kurssiarvosanan, opintoviikkojen tai muiden vastaavien ulkoisten suoritteiden pohjalta. (Ramsden 1984; Tynjälä 1999.) Ei-akateeminen orientaatio ilmenee negatiivisena asenteena opiskelua kohtaan, opiskelun suunnitelmallisuuden puuttumisena sekä tehottomana opiskeluna (Ramsden 1984).

TTY:n opintonsa aloittavien opiskelijoiden asenteita – orientaatiota, motivaatiota ja intentioita – matematiikan opiskelua kohtaan on tutkittu (Pohjolainen ym. 2006, Huikkola ym. 2008). Testikyselyn pohjana käytettiin orientaatioteorioita (mm. Ramsden 1984; Yrjön-suuri 2002). Testikyselylomake pohjautui pääsääntöisesti merkitys-, toistamis-, saavutus-, ei-akateeminen-, tehtävä-, riippuvuus-, minä- sekä luopumisorientaatioihin. Lisäksi kyselylomake sisälsi intentiota sekä motivaatiota mittaavia osioita. Tutkimuksen perusteella matematiikan opiskelijat voitiin profiloida eri ryhmiin, joita kuvataan tarkemmin jäljempänä.

Positiivinen asennoituminen ja motivaatio opiskeluun mainitaan tärkeänä lähtökohtana useissa tutkimuksissa (esim. Haggis 2004). Sen vaikutus näkyy erityisesti oppimisprosessia ylläpitävänä tekijänä. Kun opiskelumotivaatio on kohdallaan, sitoutuminen opiskeluun on myös vahvaa. Vastaavasti motivaation puuttuessa sitoutuminen opiskeluun on heikkoa. Opinnot saattavat tämän seurauksena jäädä roikkumaan tai pitkittyä. Aikaisemmat tutkimukset osoittavat, että opiskelumotivaatiota virittävät tekijät vaihtelevat yksilöllisesti. Yleisesti näyttää kuitenkin siltä, että sisäinen motivaatio, kuten kiinnostus opiskeltavaa ainetta kohtaan, sekä positiiviset oppimiskokemukset ovat sitoutumisen kannalta tärkeämpiä tekijöitä kuin ulkoiset motivaationlähteet. (Korhonen 2011.)

Opiskelijan motivaatio nousee tärkeään asemaan myös matematiikan opinnoissa. Heikosti motivoitunut opiskelija kohtaa usein epäonnistumisia matematiikan opinnoissa, mikä saa matematiikan tun-

tumaan opiskelijasta jopa vastenmieliseltä. Tämä heikentää entisestään opiskelijan motivaatiota matematiikan opintojen suhteen ja saa hänet vähentämään matematiikan opiskeluun käyttämänsä aikaa. Motivaation puute ja opiskelupanoksen pieneneminen johtaa väistämättä uusiin epäonnistumisiin ja matematiikkakuvan heikkenemiseen. Tällaisesta opiskelijan motivaatiosta ja asenteista lähtevästä, itseään ruokkivasta epäonnistumiskierteestä käytetään nimitystä epäonnistumisen kehä. (Ernest 2000.)

Epäonnistumisen kehän vastapainona on käsite onnistumisen kehä. Opiskelijan kokiessa onnistumisia matematiikan opinnoissa, hänen asenteensa matematiikkaa kohtaan muuttuvat myönteisemmiksi, hänen itsevarmuutensa matematiikan oppijana kehittyy ja hän motivoituu yrittämään enemmän tarvittavan käsitteen tai metodin oppimiseksi. Tämä edesauttaa seuraavien onnistumisen tuntemusten kokemista. (Ernest 2000.)

Lukiosta korkeakouluun

Lukion pitkän matematiikan kirjoittajista noin 40 prosenttia saa vähintään magna cum laude -arvosanan. Tällä ryhmällä, josta useimmat ovat valinneet pitkän matematiikan pakolliseksi kirjoitettavaksi aineeksi, on matematiikan käsitteellinen ymmärtäminen kehittynyt hyvin (Joutsenlahti 2005). Sen sijaan pitkän matematiikan ylioppilaskirjoituksissa proseduurien hallinta ei ole ollut tyydyttävällä tasolla, sillä huomattavalla osalla kirjoittajia on ollut vakavia puutteita perusvalmiuksissa – jopa peruskoulussa opetetun matematiikan osalta (ks. esim. Lahtinen 2010). Lukiolaisten puutteellisia perusvalmiuksia matematiikan osaamisessa selittää osaltaan se, että opiskeluun käytettävä aika on vähentynyt lukiolaisilla 1990-luvulta lähtien. Haastatteluissa lukion opiskelijat näkivät useimmiten erilaisissa koetilanteissa epäonnistumisten syyksi liian vähäisen oman työn määrän (Joutsenlahti 2005). Tämä on erityisen ikävää pitkän matematiikan opiskelun kannalta, jossa tavoitteellinen ja

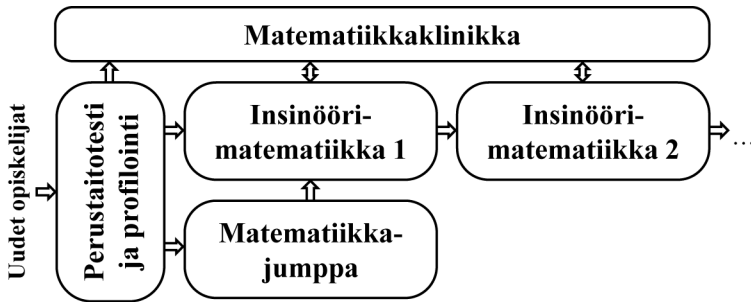
pitkäjänteinen työnteko on useimmille opiskelijoille menestymisen ja tosiasiallisen jatko-opintokelpoisuuden saamisen välttämätön ehto.

Lukio-opetuksen vahvuudet ja heikkoudet tulevat näkyviin niin yliopistoissa kuin ammattikorkeakouluissakin. Julkisuudessa esiintyneiden kannanottojen (Astala ym. 2005) ja opettajien haastattelujen perusteella suurimmat ongelmat opintonsa aloittavien opiskelijoiden osaamisessa nähdään proseduraalisen sujuvuuden ja mukautuvan päättelyn alueella. Kaikki uudet opiskelijat eivät osaa riittävän hyvin sieventää lausekkeita, ratkaista yhtälöitä, derivoida, integroida jne. Loogisen päättelyn perusteet ovat joillekin tuntemattomia.

Insinöörimatematiikan opetus korkeakouluissa ei ole perusteiltaan muuttunut vuosien saatossa. Opetettavat asiat esitellään ja käydään lävitse luennolla. Viikottaisissa harjoituksissa ratkotaan edellisen viikon luentoihin perustuvia tehtäviä. Osa matematiikan harjoituksista suoritetaan PC-luokissa, jossa käytössä on jokin matematiikkaohjelmisto (esim. Matlab, Maple tai Mathematica). Niissä tehtävät tyypillisesti rajoittuvat sen osoittamiseen, miten matemaattiset proseduurit voidaan ohjelmiston avulla näppärästi suorittaa. Opiskelijan menestys riippuu hyvin paljon hänen omasta aktiivisuudestaan ja aikaisemmas- ta osaamisestaan. Tyypillisesti harjoitukset tähtäävät proseduraalisen sujuvuuden ja mukautuvan päättelyn kehittämiseen. Käsitteellisen ymmärryksen ajatellaan laajentuvan ja syventyvän luentomateriaalia opiskelemalla ja harjoituksia tekemällä. Opintojen alkuvaiheessa stragista kompetenssia ei juurikaan opeteta eikä sitä tarvita kuin ehkä joissakin harjoitustehtävissä.

Matematiikan osaaminen on perusedellytys erityisesti teknillisen alan opinnoissa etenemiselle. Vuonna 2005 Tampereen teknillisessä yliopistossa (TTY) aloittaneista opiskelijoista (n=1023) vain hiukan yli puolet (57 %) oli suorittanut kaikki ensimmäisen vuoden pakolliset matematiikan opintojaksot neljän vuoden kuluessa. Erityisesti lukukauden viimeinen kurssi jää useilta suorittamatta. Nopeimmin opinnoissaan edenneet opiskelijat olivat usein suorittaneet matematiikan ensimmäisen vuoden opintonsa sekä suositellussa aikataulussa että suositellussa suoritusjärjestyksessä. (Pajarre ym. 2010.)

Korkeakoulumatematiikan tukijärjestelyt ja opetuksen kehittäminen TTY:ssä



Kuvio 1. Matematiikan perusopetuksen tärkeimmät tukitoimet TTY:ssä: perustaitotesti, matematiikkajumppa ja matematiikkaklinikka

Matematiikan tukijärjestelyt TTY:ssä on esitetty kuviossa 1. TTY:ssä testataan vuosittain uusien opiskelijoiden lukiotasoisien matematiikan osaaminen, jotta heikoimmin menestyneet voidaan ohjata kertaamaan lukiomatematiikan perusasioita niin kutsutussa matematiikkajumpassa. Lisäksi opiskelijat profiloidaan oppimistyyliensä, motivaationsa ja asenteidensa mukaan. Matematiikkaklinikka on tarkoitettu matematiikan tukiopeutukseen. Omaehtoisten laskupiirien muodostamiseen on toteutettu verkko-pohjainen sosiaalisen verkostoitumisen palvelu, TTY-Piiri, jossa matematiikkaklinikalla on oma ryhmänsä. Viimeisin uudistus on niin sanottu matematiikan kielentäminen opetusmenetelmänä. Seuraavassa näitä esitellään tarkemmin.

Perustaitotesti

Opintonsa aloittavat opiskelijat tekevät matematiikan proseduraalista sujuvuutta (Joutsenlahti 2005) mittaavan lähtötasotestin, jonka perusteella osa opiskelijoista ohjataan kertaamaan lukiotasoista ma-

tematiikkaa. Lähtötasotestauksen päämäärä on löytää ne opiskelijat, jotka tarvitsevat tukea pakollisissa matematiikan opinnoissaan. Testissä opiskelijat ratkaisevat 16 tehtävää, jotka käsittelevät lukion pitkän matematiikan eri osa-alueita. Lähtötasotestissä jokainen opiskelija saa rakenteeltaan samankaltaisen tehtäväsarjan, jossa lukuarvot vaihtelevat. Siksi samaa testiä voidaan käyttää toistuvasti, mutta yksittäisten opiskelijoiden tulokset eivät toisaalta ole täysin vertailukelpoisia. Asetelma on näin ollen oleellisesti erilainen kuin pääsykokeissa tai tenteissä, joissa kaikki samana vuonna osallistuvat saavat saman tehtäväpaperin, mutta koe vaihtelee vuodesta toiseen (Pohjolainen ym. 2006).

Tehtävät palautetaan ja arvostellaan tietokoneohjelmistoa käyttäen. Opiskelijat saavat tietoonsa omat tuloksensa heti testin jälkeen. Tilastoinnin lisäksi tavoitteena on antaa opiskelijalle realistinen käsitys koulutusohjelman yleisestä vaatimustasosta ja siitä mitkä aihealueet opiskelija hallitsee. Testitulosten yhteenveto toimitetaan matematiikan peruskurssien opettajille ja koulutusohjelmien johtajille.

Matematiikkajumppa

Perustaitotestin pohjalta osa opiskelijoista ohjataan matematiikan kertausharjoitteluun eli 'jumppaan'. Jumppa järjestetään verkko-opetuksena ja sen tarkoituksena on lukiomatematiikan proseduraalisen sujuvuuden kehittäminen. Vuonna 2010 perustaitotestiin osallistuneista 758 opiskelijasta ohjattiin 119 opiskelijaa pakolliseen kertausharjoitteluun. Matematiikkajumppa on näille opiskelijoille pakollinen osa ensimmäistä kurssia. Jumppaan osallistui myös 136 opiskelijaa vapaaehtoisesti.

Opiskelijaprofiilit

Opiskelijan toimintaan vaikuttavia tekijöitä ovat muun muassa asenteet: orientaatiot, intentiot ja motivaatio. TTY:n tutkimuksen perusteella matematiikan opiskelijat on profiloitu osajiin, omin päin opiskeleviin,

pintasuuntautuneisiin mallista oppijoihin, vertaisoppijoihin ja tukea tarvitseviin (Pohjolainen ym. 2006; Huikkola ym. 2008).

Osaajien suhtautuminen matematiikan opiskeluun ja käsitys omista taidoista on positiivisin. Osaajat pyrkivät syvälliseen oppimiseen ja käyttivät opiskelussaan vähiten ulkolukua. Kopiointi ja esimerkit eivät olleet heille niin tärkeitä kuin muille ryhmille. Osaajat eivät luovuta helpolla tehtäviä laskiessaan. (Pohjolainen ym. 2006; Huikkola ym. 2008). Osaajilla kaikkien matematiikan osaamisen piirteiden (vrt. Joutsenlahden 2005 luokittelu) voidaan todeta olevan riittävän hyvin kehittyneitä.

Omin päin opiskelevat ovat matematiikan opiskelussa muihin ryhmiin verrattuna oman tiensä kulkijoita. Ryhmä vaikutti muihin verrattuna passiiviselta, mutta sen hyvä opintomenestys kertoi toista. Omin päin opiskelevilla on positiivinen käsitys omasta osaamisestaan, he eivät turvaudu ulkolukuun, kopiointiin ja pinnalliseen opiskeluun. Osaajiin verrattuna omin päin opiskelevat eivät kuitenkaan suhtaudu yhtä positiivisesti matematiikan opiskeluun, eivät pyri matematiikassa syvälliseen opiskeluun, eivät koe yrittämisensä huomioimista kovin tärkeänä eivätkä niinkään käytä luovaa päättelyä tehtävien ratkaisemisessa. Lisäksi he opiskelevat itsenäisesti eikä muiden opiskelijoiden merkitys opiskelussa korostu niin voimakkaasti kuin muissa ryhmissä. He pitävät myös tehtäviensä ratkaisut omana tietonaan. Alkuperäisiä väittämiä tutkittaessa havaitaan, että tämän ryhmän mielestä väite ”Matematiikan rakenteiden oppiminen on tarpeetonta” saa toiseksi korkeimman kannatuksen. (Pohjolainen ym. 2006; Huikkola ym. 2008). Omin päin opiskelijoilla matemaattinen osaaminen ei välttämättä ole niin vahvasti kehittynyt kuin osaajilla.

Pintasuuntautuneet mallista oppijat ovat sen sijaan epävarmoja oman osaamisensa suhteen. Heidän asenteensa ei ole kaikkein positiivisin ja heidän opiskelussaan korostuu kopioimalla tai esimerkkien avulla opiskeleminen. He kuitenkin ottavat vastuun omasta oppimisestaan ja luottavat itseensä, sillä heidän käsityksensä mukaan matematiikan opinnoissa onnistuminen riippuu heistä itsestään. Opiskelijat eivät kuitenkaan pyri syvälliseen oppimiseen. Muihin ryhmiin verrattuna he

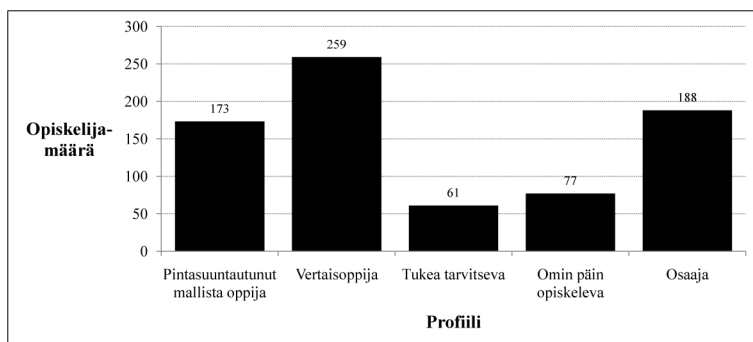
pitävät muun muassa opetettavan tiedon kyseenalaistamista vähemmän tärkeänä. Opiskelun tavoitteena on kurssin läpäiseminen ja tutkinnon suorittaminen, ja matematiikan opiskelun merkitys löytyy oman koulutusohjelman tarpeista. Tehtävien ratkaisuja ei pidetä visusti omana tietona, vaan ne jaetaan mahdollisesti opiskelijatovereiden kanssa. (Pohjolainen ym. 2006; Huikkola ym. 2008). Pintasuuntautuneilla mallista oppijoilla on matemaattisen osaamisen piirteistä korostunut proseduraalinen sujuvuus.

Vertaisoppijat ovat muihin ryhmiin verrattuina sosiaalisimpia ja he opiskelevat mielellään yhdessä opiskelutovereiden kanssa. He suhtautuvat matematiikan opiskeluun positiivisesti. Opettajan tuki ja huomio sekä opettajan antamat esimerkit ovat tärkeitä. Kopiointi, esimerkkien avulla opiskelu ja ulkoluku ovat heidän opiskelumenetelmiään, mutta myös syvälliseen oppimiseen pyritään. (Pohjolainen ym. 2006; Huikkola ym. 2008). Vertaisoppijoilla on myönteinen matematiikkakuva, joka tukee proseduraalisen sujuvuuden ja mukautuvan päättelyn kehittymistä (vrt. Joutsenlahti 2005).

Tukea tarvitsevat ovat muihin ryhmiin verrattuna erittäin epävarmoja matematiikan osaamisensa suhteen ja luopuvat helposti opiskelusta. Lisäksi he ovat heikosti asennoituneita matematiikan opiskeluun. Tukea tarvitsevat opiskelevat matematiikkaa ulkoa, ja he kokevat matematiikan kielen vaikeaksi ymmärtää. He toivovat, että joku opastaa heitä kädestä pitäen. He eivät ota juurikaan vastuuta omasta oppimisestaan, heille riittää se, että tehtävät tehdään jotenkin valmiin näköisiksi (välineoppiminen). (Pohjolainen ym. 2006; Huikkola ym. 2008). Tukea tarvitsevien matematiikan osaamisen piirteistä korostuu proseduraalisen sujuvuuden kehittäminen, joka perustuu mallien toistamiseen ilman mainittavaa käsitteellistä ymmärtämistä. Tämän ryhmän kuva itsestään matematiikan osajana on kielteinen.

TTY:ssa profilointi tehdään vuosittaisen perustaitotestin yhteydessä, jolloin opiskelijat valitsevat omaa matematiikan opiskelutapaansa ja tavoitteittaan kuvaavan profiilin viiden erilaisen kuvauksen joukosta. Vuonna 2010 profiilinsa valinneista 758 opiskelijasta vain 61 (8,0 %) kuvasi itseään tukea tarvitseväksi (ks. kuvio 2). Tämä osuus on noin

puolet siitä opiskelijamäärästä, jotka ohjattiin suorittamaan matematiikkajumppaa (119 opiskelijaa), mutta todellisuudessa jumppaan ohjatuista opiskelijoista vain 20 (16,8 %) kuvasi itseään matematiikan oppijana tukea tarvitseväksi. On syytä epäillä, että korkeakouluopintonsa aloittavilla on usein epärealistinen ja vääristynyt käsitys (matematiikkakuva) matematiikan osaamisestaan. Lukiossa matematiikan opinnoissa hyvin menestyneet voivat myös kohdata ongelmia korkeakoulumatematiikan opinnoissa, mikäli käsitykset omasta osaamisesta eivät vastaa todellisuutta. (Silius ym. 2009.)



Kuvio 2. Vuonna 2010 opiskelijaprofiilinsa valinneiden opiskelijoiden profiilijakauma, N = 758

Osaajilla ja omin päin oppijoilla on muihin ryhmiin verrattuna paremmat edellytykset hyvään kurssimenestykseen perinteisen kaltaisilla opetusjärjestelyillä. Sen sijaan pintasuuntautuneet mallista oppijat, tukea tarvitsevat ja vertaisoppijat pitää ottaa entistä paremmin huomioon matematiikan peruskurssien opetuksessa ja tukijärjestestelyjen suunnittelussa. (Pohjolainen ym. 2006; Huikkola ym. 2008).

Matematiikkaklinikka

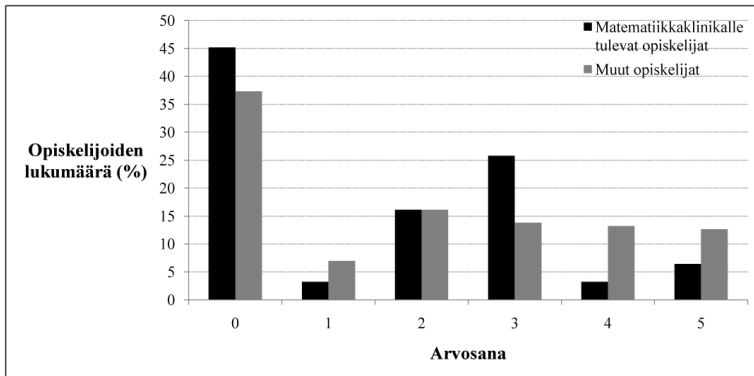
Matematiikkaklinikka perustettiin vuonna 2009 matematiikan opinnoissa tukea tarvitsevien opiskelijoiden ohjaamiseen sekä ryhmäyttämiseen. Matematiikkaklinikan tavoitteena on opiskelijoiden proseduraalisen sujuvuuden, käsitteellisen ymmärtämisen ja mukautuvan päättelyn kehittymisen tukeminen (vrt. Joutsenlahti 2005). Tukiopetuksen pääpaino kohdistuu pakollisten matematiikan kurssien laskuharjoitustehtäviin, joita opiskelijat yrittivät ratkaista pienryhmiä ohjaavan henkilön avustuksella.

Matematiikkaklinikan keskeisimmät toimintaperiaatteet ovat opiskelijoiden henkilökohtainen ohjaus, avoimen ja keskusteleavan ilmapiirin aikaansaaminen, epäformaalin kielen käyttäminen formaalin matematiikan kielen rinnalla sekä opiskelijoiden kannustaminen. Näillä toimintaperiaatteilla pyritään siihen, että opiskelijat saisivat positiivisia kokemuksia matematiikasta ja heidän motivaationsa kasvaessa heille syntyisi onnistumisen kehä matematiikan opinnoissa.

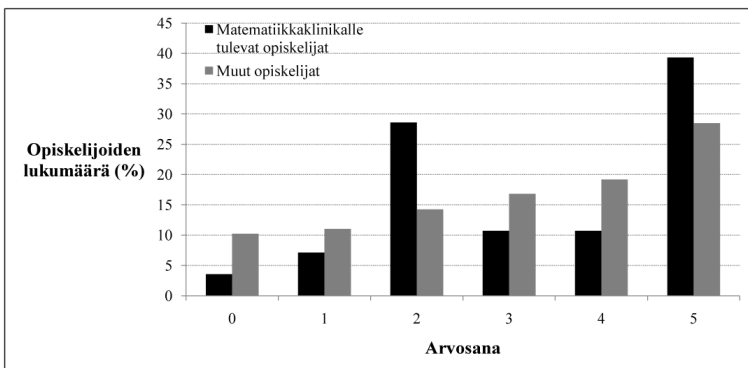
Tutkimuksen kohteena ollut pienryhmätoiminta ajoittui syyslukukaudelle 2009 ja toimintaan osallistui yhteensä 48 opiskelijaa. Matemaattisen aiheisällön käsittely tapahtui usein siten, että teoriaa selitettiin uudelleen lähtien liikkeelle perusasioista sekä käytettiin yksinkertaisia tilannetta selventäviä esimerkkejä. Pienryhmätuntien eteneminen vaihteli itsenäisestä laskemisesta ryhmän kanssa yhdessä ratkaistaviin tehtäviin.

Matematiikkaklinikan keskeisenä tarkoituksena oli tukea opiskelijoita pakollisten matematiikan kurssien suorittamisessa ja tenttien läpäisemisessä. Tätä näkökulmaa arvioitaessa tarkasteltiin toimintaan osallistuneiden opiskelijoiden tenttisuorituksia ja verrattiin niitä muiden samoja kurseja suorittavien opiskelijoiden arvosanoihin. Matematiikkaklinikan toimintaan osallistuneiden opiskelijoiden keskiarvo Insinöörimatematiikka 1 -tentissä oli 1,58, kun muiden opiskelijoiden keskiarvoksi muodostui 1,97 (kuvio 3). Insinöörimatematiikka 2 -kurssin tentissä kyseisten opiskelijoiden keskiarvo oli 3,36, kun muiden opiskelijoiden keskiarvoksi muodostui 3,09 (kuvio 4). Saadut tulokset

osoittavat, että matematiikkaklinikan opiskelijat menestyivät tutkituissa tenteissä yhtä hyvin tai paremmin kuin muut opiskelijat keskiarvolla ja läpikäyprosentilla mitattuna. Opiskelijoiden lähtötasoa pyrittiin kartoittamaan kaikille opiskelijoille suoritettavan perustaitojen testin avulla sekä aikaisempien tenttisuoritusten perusteella. Näistä saatujen tietojen perusteella matematiikkaklinikan pienryhmätoimintaan osallistuneet opiskelijat olivat lähtötasoltaan heikompia kuin muut samaa kurssia suorittavat opiskelijat.



Kuvio 3. Insinöörimatematiikka 1 -kurssin ensimmäisen tentin tulokset niiden opiskelijoiden (n=36) kohdalla, jotka osallistuivat matematiikkaklinikan toimintaan vasta Insinöörimatematiikka 2 -kurssin aikana



Kuvio 4. Insinöörimatematiikka 2 -kurssin aikana matematiikkaklinikan toimintaan osallistuneiden opiskelijoiden (n=36) tenttiarvosanat kurssin ensimmäisessä tentissä

Matematiikkaklinikalla toteutetun kyselyn avulla kartoitettiin opiskelijoiden matematiikan opintoihin vaikuttavia tekijöitä sekä opiskelijoiden asenteita matematiikan opiskelua kohtaan (taulukko 1). Opiskelijoiden mielestä matematiikkaklinikan toiminta lisäsi heidän osaamistaan matematiikassa sekä auttoi matematiikan kurssien suorittamisessa. Vastanneista 62 prosenttia ilmoitti asenteensa muuttuneen myönteisempään suuntaan pienryhmätoiminnan aikana.

Taulukko 1. Matematiikkaklinikalaisille esitettyjen suljettujen kysymysten mediaanit, keskiarvot ja keskihajonnat

Kysymys	$q_{0,5}$	\bar{x}	s
Olen ollut tyytyväinen matematiikkaklinikan toimintaan.	4	3,88	0,33
Olen kokenut matematiikkaklinikan hyödylliseksi.	4	3,91	0,29
Matematiikkaklinikalla käynti on auttanut minua matematiikan kurssien suorittamisessa.	4	3,85	0,36
Matematiikkaklinikalla käyminen on lisännyt matematiikan osaamistani.	4	3,88	0,33
Minun on helpompi kysyä neuvoa matematiikkaklinikalla kuin laskuharjoituksissa.	4	3,88	0,41
Mielestäni laskuharjoitusten pitäisi olla samanlaisia kuin matematiikkaklinikan tunnit.	4	3,50	0,71

Vastausvaihtoehdot olivat 1 = täysin eri mieltä, 2 = osittain eri mieltä, 3 = osittain samaa mieltä, 4 = täysin samaa mieltä

Syksyllä 2010 matematiikkaklinikan toimintaa on laajennettu ja sen painopistettä on siirretty entisestään vertaisoppimisen ja -ohjaamisen tukemiseen. Syksyn ensimmäisen periodin aikana toimintaan osallistui 47 opiskelijaa, joista 36 osallistui aktiivisesti viikoittain. Toisen periodin aikana toimintaan osallistui aktiivisesti viikoittain 46 opiskelijaa. Toimintaan osallistuneiden opiskelijoiden perustaitotestin keskiarvo oli hieman alhaisempi kuin muiden opiskelijoiden keskiarvo.

TTY-Piiri

Yksi keskeinen ongelma on opintojen hidas käynnistyminen ensimmäisenä syksynä. Syynä siihen voi olla esimerkiksi se, ettei monellaakaan opiskelijalla ole opintojen alussa yhtään tuttua opiskelutoveria (Kärkkäinen 2007).

Opiskelijoiden integroitumista opiskelijayhteisöön voidaan tukea erilaisin keinoin. TTY:lla on kehitetty vuodesta 2008 alkaen opintonsa aloittaville suunnattua verkostoitumiseen ja myöhemmin ensimmäisen lukuvuoden aikana matematiikan perusopiskelun vertaistuen ja opiskelupiirien muodostamiseen tarkoitettua sosiaalista verkkoyhteisöä, TTY-Piiriä. (Silius ym. 2010.)

TTY-Piirissä kukin TTY:n opiskelija voi luoda oman profiilin ja näin jakaa tietoa itsestään ja toiminnastaan muille. Edelleen palvelun sisällä on helppo verkostoitua jo tuttujen henkilöiden kanssa, mutta myös uusien suhteiden luominen onnistuu helposti. Samankaltaisia käyttäjiä voi hakea muun muassa harrastusten, osaamisen ja kiinnostuksen kohteiden mukaan. Opiskelijat saavat verkkoyhteisössä halutessaan myös vihjeitä, miten omia oppimismenetelmiä tulisi kehittää. Vihjeet perustuvat perustaitotestin yhteydessä muodostuneeseen oppimisprofiiliin. (Silius ym. 2010.)

Opetuksen tukena TTY-Piiriä on käytetty muun muassa matematiikkaklinikalla. TTY-Piirin matematiikkaklinikka-ryhmä tarjoaa ajantasaisen tiedon matematiikkaklinikan toiminnasta. Edelleen verkossa voi pyytää apua matematiikan opintoihin liittyen. Palvelu mahdollistaa matematiikan esittämisen matematiikan kielellä, mikä edesauttaa ongelmien ja ratkaisujen esittämistä verkossa. Kysymyksiä matematiikan ongelmiin liittyen voi esittää kuka tahansa ja jokainen, joka tuntee osaavansa auttaa, voi tarjota vastauksensa vapaasti muille palvelussa.

Matematiikan kielentäminen oppimisen tukena

Syksyn 2010 aikana TTY:llä on kokeiltu kielentämisen käyttöä korkeakoulumatematiikan opetuksessa. Kokeilun tavoitteena oli selvittää miten opiskelijat suhtautuvat luonnollisen kielen käyttöön ja kielentämiseen matematiikan tehtävien ratkaisujen yhteydessä.

Opiskelijan matemaattisen ajattelun näkyväksi saaminen vaatii usein ulostulemista pelkän matematiikan kielen käytöstä. Opiskelijan pitäisi kyetä ilmaisemaan matemaattista ajatteluaan myös luonnollisen kielen (esimerkiksi suomi) ja kuvioiden avulla, jotta muut voisivat seurata hänen ajatteluaan. Erityisesti opettajan on helpompi arvioida ongelma-kohtia, kun opiskelija kykenee avaamaan ajatteluaan monipuolisesti sekä suullisesti että kirjallisesti. Matematiikan kielentäminen jäsentää ja selkeyttää oppijan ajattelua sekä auttaa vertaisryhmää (esimerkiksi muita opiskelijoita) refleктоimaan omaa ajatteluaan. Se myös kehittää oppijan argumentointitaitoja ryhmän vuorovaikutustilanteissa. Kielentäminen tukee opiskelijan käsitteellisen ymmärryksen ja strategisen kompetenssin kehittymistä. Oppijan matemaattisen ajattelun kielentäminen luonnollisen kielen avulla helpottaa opettajan opetustilanteiden suunnittelua ja oppimisen arviointia. (Joutsenlahti 2003, 2005, 2009.)

Syksyn ensimmäisen periodin aikana kokeilussa oli mukana yksi Insinöörimatematiikka 1 -kurssin luentoryhmä (176 opiskelijaa) ja Laaja Matematiikka 1 -kurssi (73 opiskelijaa). Laaja Matematiikka ja Insinöörimatematiikka ovat rinnakkaiset kurssit, mutta Insinöörimatematiikka kurssilla asiat käsitellään pintapuolisemmin kuin luonnontieteisiin suuntautuneille opiskelijoille tarkoitetulla Laaja Matematiikka kurssilla.

Kokeilu keskittyi kirjalliseen kielentämiseen (ks. Joutsenlahti 2009). Opiskelijoille annettiin laskuharjoitustehtävien yhteydessä ratkaistavaksi kielentämistehtäviä, joissa opiskelijan tehtävänä oli selittää valmiina annetun ratkaisun rakenne sekä välvaiheisiin liittyvät päättelyt luonnollista kieltä käyttämällä. Insinöörimatematiikan kurssilla tehtävät käytiin yhdessä läpi viikoittaisten laskuharjoitusten yhteydessä siten, että opettaja kirjasi opiskelijoiden suullisia perusteluja ylös kalvolle tai

opiskelija kirjasi perusteluja taululle. Laajan matematiikan kurssilla tehtävät käytiin läpi samalla tavalla, mutta tämän lisäksi opiskelijat palauttivat kirjalliset vastauksensa luennoitsijalle.

Opiskelijoille järjestettiin lisäksi kielentämiskokeilua koskeva kysely. Kyselyllä pyrittiin kartoittamaan opiskelijoiden asenteita matematiikkaa ja äidinkieltä kohtaan sekä opiskelijoiden suhtautumista kielentämistehtäviin ja luonnollisen kielen käyttöön matematiikan tehtävien ratkaisuisissa. Kyselyllä tavoitettiin yhteensä 160 opiskelijaa 249 opiskelijasta (115 Insinöörimatematiikan opiskelijaa ja 45 Laajan matematiikan opiskelijaa).

Kyselyn tuloksista nousi esiin muutama mielenkiintoinen ja tilastollisesti merkittävä asia. Ensinnäkin enemmistö vastaajista (noin 60 %) koki luonnollisen kielen käytön matematiikan tehtävien yhteydessä selkeästi positiivisena. Negatiivisesti kielentämistehtäviin suhtautuvia vastaajia oli noin 24 prosenttia. Toistuvia teemoja negatiivisissa vastauksissa olivat kielentämistehtävien työläys ja vaikeus. Toinen merkittävä huomio oli, että Laaja matematiikka -kurssin opiskelijat suhtautuivat myönteisemmin kielentämistehtäviin kuin Insinöörimatematiikka -kurssin opiskelijat. Hieman yli 53 prosenttia Laajan matematiikan opiskelijoista suhtautui kielentämistehtäviin selvästi positiivisesti, kun Insinöörimatematiikan opiskelijoiden keskuudessa vastaava prosenttiluku oli noin 28. Vastaava ilmiö oli havaittavissa myös, kun verrattiin perustaitotestin yhteydessä osaajaksi tai omin päin opiskelevaksi profiloituneita opiskelijoita muulla tavoin profiloituneisiin opiskelijoihin. Tiivistetysti voidaan sanoa, että opiskelijat, joiden matematiikkakuva oli vahva, suhtautuivat positiivisemmin kielentämistehtäviin.

Yhteenveto

Tekniikan Akateemisten Liiton (TEK) tekniikan yhteistyöryhmän raportissa on nostettu esiin huoli nykyopiskelijoiden motivaatiosta nähdä vaivaa opintojensa eteen. Erityisesti matemaattis-luonnontie-

teellisten aineiden oppiminen vaatii runsaasti työtä, johon opiskelijat useinkaan eivät ole valmiita. Toisaalta raportissa todetaan, että työskentelykulttuuriin voidaan vaikuttaa esimerkiksi yhteisöllisyyden kautta. Tangin (1993) tutkimusten mukaan osallistuminen yhteisopiskeluun vertaisten kanssa vahvistaa myönteisiä asenteita ja oppimisen kokemuksia. Opettajien tulee auttaa teorian omaksumisessa ja soveltamisessa kyseessä olevaan ongelmaan, mikä motivoi ja innostaa opiskelijoita matematiikan opiskelun pariin. Kember ja Leung (2005) korostavat, että opiskelijoiden kiinnittyminen opintoihin ja oppimiseen riippuu vahvasti siitä, miten oppimisympäristöt ja opetusmenetelmät edistävät opettajan ja opiskelijoiden yhdessä työskentelyä sekä neuvottelevaa haasteisiin tarttumista. Erityisesti alkuvaiheen opetuksen kehittäminen voi kantaa hedelmää koko opintojen ajan yliopistoissa. (Tang 1993; Kember & Leung 2005; Mielityinen 2009.)

Tampereen teknillisellä yliopistolla on pyritty vastaamaan tähän haasteeseen erilaisilla tukitoimilla ja matematiikan opetuksen kehittämisellä. Opintojaksojen keventämiseen ei ole haluttu lähteä, vaan pääpaino on ollut opiskelijoiden matemaattisten taitojen ja matemaattisen ajattelun kehittämisessä vaadittavalle tasolle. Perustaitotesti ja profilointi toteutetaan vuosittain, jotta opiskelijat itsekin saisivat käsityksen siitä, millaisia odotuksia korkeakoulumatematiikan opetuksessa on osaamisen suhteen.

Opiskelijoiden motivoimiseksi on muun muassa luentoihin sisällytetty lisää eri oppijaryhmiä motivoivaa aineistoa, kuten koulutusohjelmille ominaisia matematiikan sovelluksia, tietotekniikan avulla toteutettuja esimerkkejä ja harjoituksia, kirjan ulkopuolista verkkomateriaalia sekä soveltuvaa aktivoivaa keskustelua tai ryhmätöitä verkossa (käsitteellisen ymmärryksen, mukautuvan päättelyn ja matematiikkakuvan vahvistaminen). Math-Bridge -hankkeessa on tuotettu opiskelumateriaalia ja tehtäviä, joita hyödynnetään jatkossa perustaitotestissä heikosti menestyneiden opetuksessa (proseduraalisen sujuvuuden kehittäminen) (Miilumäki ym. 2011). Matematiikan peruskurssien aikana opiskelija voi hakeutua myös matematiikkaklinikkaan,

mikäli luennot ja laskuharjoitukset eivät riitä oppimisen tukemisessa (proseduraalisen sujuvuuden harjoittaminen).

Motivaatiotekijöitä pyritään edelleen lisäämään. Useat tutkimusintensiivistä opetusta selvittävät tutkimukset vahvistavat, että jokainen yliopistosta valmistunut tarvitsee työnkuvasta riipumatta tutkivan oppimisen avulla karttuneita taitoja. Niitä ovat muun muassa analyttisyys, ongelmanratkaisu, tiedon kriittinen arviointi ja projektinhallinta (esim. Healey 2005; Deem & Lucas 2007; Trigwell & Prosser 2009). The New York Times -päivälehti uutisoi 13.1.2009, että jopa huippuyliopistojen MIT:n (Massachusetts Institute of Technology) ja Harvardin peruskurssien opetusta ollaan uudistamassa tutkivan opetuksen periaatteiden mukaisesti. Tutkivan oppimisen osa-alueita ovat yhdessäoppiminen, jaettu asiantuntijuus, opettajan ohjausmenetelmät, oppilaan valmiudet sekä arviointi. Tulevaisuuden tavoitteena on kokeilla huippuyliopistoissa sovellettavia tutkivan oppimisen menetelmiä insinöörimatematiikan opetuksessa. Tutkivaa oppimista toteutetaan muun muassa Matlab-ohjelmistolla. Havainnoitavien esimerkkien lisäksi opiskelijat ratkovat annettuja matemaattisia ongelmia sekä itsenäisesti että yhteisöllisesti. Tavoitteena on muuttaa vanhoja oppimiskäsityksiä ja opetustapoja, jotta opiskelijoiden mielenkiinto, motivaatio ja halu panostaa matematiikan oppimiseen saadaan paranemaan.

Yhteenvedona voidaan todeta, että matematiikan merkitystä Suomen kilpailuvaltina tulisi pohtia laajemminkin. LUMA-hankkeen eräänä tavoitteena on ollut nostaa vuosittainen pitkän matematiikan kirjoittajien lukumäärä 17 000:een (Opetushallitus 2000), joka on lähellä niiden jatkokoulutuspaikkojen vuotuista määrää, joissa on perusteltua olettaa opiskelijan omaavan pitkän matematiikan oppimäärän tiedot. Lisäksi lukiomatematiikan ja korkeakoulumatematiikan tulisi muodostaa matemaattisen ajattelun kehittymisen näkökulmasta jatkumo niin, että teknilliselle alalle hakeutuvilla olisi laaja-alaisen matemaattisen ajattelun ominaispiirteet eikä tukitoimia tarvittaisi nykyistä enempää.

Lähteet

- Astala, K., Kivelä, S. K., Koskela, P., Martio, O., Näätänen, M. & Tarvainen, K. 2005. PISA-tutkimus vain osatotuus suomalaisten matematiikan taidoista. *Matematiikkalehti Solmu* 1/2005, 4–5.
- Deem, R. & Lucas, L. 2007. Research and teaching cultures in two contrasting UK policy context: Academic life in education departments in five English and Scottish universities. *Higher Education* 54 (1), 115–133.
- Ernest, P. 2000. Mathematics and special educational needs. University of Exeter. Teoksessa P. Ernest, The mathematical attitudes, beliefs and ability of students. Maths for engineering and science. LTSN Maths-TEAM, 4–5.
- Haggis, T. 2004. Meaning, identity and 'motivation': Expanding what matters in understanding learning in higher education. *Studies in Higher Education*, 29(3), 335–352.
- Hanushek, E. & Wossmann, L. 2007. The role of education in Economic Growth. World Bank Policy Research Working Paper 4122. http://www.econtalk.org/archives/2007/08/hanushek_on_edu_1.html. Luettu 3.9.2010.
- Harrison, M. C. 2008. Mathematics Support for Engineering Undergraduates. Loughborough: Loughborough University/Mathematics Education Centre.
- Healey, M. 2005. Linking research and teaching: Exploring disciplinary and the role of inquiry-based learning. Teoksessa R. Barnett (toim.) *Reshaping the university: New relationships between research, scholarship and teaching*. Berkshire, GBR: McGraw-Hill Education, 67–78.
- Henderson, S. & Broadbridge, P. 2009. Engineering mathematics education in Australia. *MSOR Connections* 9 (1) February–April 2009.
- Huikkola, M., Silius, K. & Pohjolainen, S. 2008. Clustering of students of engineering mathematics based on their attitudes, orientations, motivations and intentions. *International Journal of WSEAS TRANSACTIONS on ADVANCES in ENGINEERING EDUCATION* 5 (5), 342–354.
- Joutsenlahti, J. 2003. Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.) *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003*. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisusarja B:72, 188–196.
- Joutsenlahti, J. 2005. Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä: 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. *Acta Universitatis Tamperensis* 1061.

- Joutsenlahti, J. 2009. Matematiikan kieltäminen kirjallisessa työssä. Teoksessa R. Kaasila (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.–8.11.2008. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9. Rovaniemi: Lapin yliopisto, 71–86.
- Joutsenlahti, J. 2010. Matematiikan kirjallinen kieltäminen lukiomatematiikassa. Teoksessa M. Asikainen, P. Hirvonen & K. Sormunen (toim.) Ajankohtaista matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkimuksessa. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Joensuussa 22.–23.10.2009. Reports and Studies in Education, Humanities, and Theology No 1. Joensuu: University of the Eastern Finland, 3–15.
- Kaasila, R., Hannula, M. S., Laine, A. & Pehkonen, E. 2007. Millä tavalla luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan muutosta voidaan edistää? Teoksessa J. Lavonen (toim.) Tutkimuseräinen opettajan koulutus ja kestävä kehitys. Ainedidaktinen symposiumi Helsingissä 3.2.2006. Osa 1. Helsingin yliopiston soveltavan kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 285, 349–359.
- Kember, D. & Leung, Y.P. 2005. The influence of teaching and learning environment on the development of generic capabilities needed for knowledge-based society. *Learning Environment Research* 8, 245–266.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (toim.) 2001. Adding it up. Washington DC: National Academy Press.
- Korhonen, V. & Hietava, S. 2011. Mikä opiskelijaa motivoi, mikä ei? Korkeakouluopintoihin sitoutuminen motivaationäkökulmasta tarkasteltuna. Tampereen yliopisto. Campus Conexus -projektin julkaisuja B:2.
- Kärkkäinen, J. 2007. Raportti uudessa tutkintorakenteessa opiskelevien ensimmäisen ja toisen vuoden opiskelijoiden opintojen etenemisestä Tampereen teknillisessä yliopistossa. Tampereen teknillinen yliopisto: Opiskelijapalvelut.
- Lahtinen, A. 2010. Matematiikan koe ylioppilastutkinnossa keväällä 2010. *Dimensio* 6/2010, 28–51.
- Mielityinen, I. (toim.) 2009. Suomi tarvitsee mailman parasta insinööriosaimista. Tekniikan yhteistyöryhmä. Tekniikan Akateemisten Liitto TEK. Forssan kirjapaino Oy.
- Miilumäki, T., Pohjolainen, S., Silius, S., Nykänen, S. & Kangas, J. 2011. Math-Bridge - Eurooppalainen silta lukio- ja korkeakoulumatematiikan välille. ITK 2011 Interaktiivinen tekniikka koulutuksessa -konferenssi. Aulanko, Hämeenlinna, 7.–8.4.2011.
- Opetushallitus 2000. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen kehittämishanke 1996–2002. http://www.oph.fi/instancedata/prime_product_julkaisu/oph/embeds/49169_luma6_3.pdf. Luettu 2.9.2010.

- Pajarre, E., Lukkari, H. & Lahtinen, P. 2010. Poissaolojen ja opintojen suoritusjärjestyksen vaikutus opintojen etenemiseen Tampereen teknillisellä yliopistolla. Tampereen teknillinen yliopisto, Yliopistopalvelut, Tampere.
- Pohjolainen, S., Raassina, H., Silius K., Huikkola M. & Turunen E. 2006. TTY:n insinööri matematiikan opiskelijoiden asenteet, taidot ja opetuksen kehittäminen. Tampere: Tampereen teknillinen yliopisto, Matematiikan laitos. Tutkimusraportti 84. PDF-muodossa: <http://matriisi.ee.tut.fi/hypermedia/julkaisut/MOK-raportti-1.pdf>. Luettu 1.7.2011.
- SEFI 2002. Mathematics for the European engineer: A curriculum for the twenty-first century. L. Mustoe & D. Lawson (toim.) A report by the SEFI (European Society for Engineering Education) Mathematics Working Group. <http://sefi.htw-aalen.de/Curriculum/sefimarch2002.pdf>. Luettu 23.8.2011.
- Silius, K., Miilumäki, T., Pohjolainen, S., Rasila, A., Alestalo, P., Harjula, M., Malinen, J. & Valkeila, E. 2009. Perusteet kuntoon. Apuneuvoja matematiikan opiskelun aloittamiseen. Teoksessa Viteli, J. & Östman, A. (toim.) Tuovi 7: Interaktiivinen tekniikka koulutuksessa 2009 -konferenssin tutkijataapaamisen artikkelit. Informaatiotutkimuksen ja interaktiivisen median laitos. Interaktiivisen median tutkimuksia 2, 95–103. <http://tampub.uta.fi/infim/978-951-44-7788-1.pdf>. Luettu 1.7.2011.
- Silius, K., Miilumäki, T., Huhtamäki, J., Tebest, T., Meriläinen, J. & Pohjolainen, P. 2010. Students' motivations for social media enhanced studying and learning. Knowledge Management & E-Learning: An International Journal (KM&EL), the Special Issue on "Technology Enhanced Learning".
- Sternberg, R. 1993. What is mathematical thinking? Teoksessa R. Sternberg & T. Ben-Zeev (toim.) The nature of mathematical thinking. Mahwah (NJ): Erlbaum 303–318.
- Tang, K. 1993. Spontaneous collaborative learning: a new dimension in student learning experience? Higher Education Research and Development 12 (2), 115–130.
- The New York Times. 2009. At M.I.T., Large Lectures Are Going the Way of the Blackboard. <http://www.nytimes.com/2009/01/13/us/13physics.html?scp=1&sq=2009/01/13&st=cse>. Luettu 1.7.2011.
- Trigwell, K. & Prosser, M. 2009. Using phenomenography to understand the research teaching nexus. Education as Change 13 (2), 325–338.
- Ylioppilastutkintolautakunta 2010. http://www.ylioppilastutkinto.fi/KEVAAN_2010_YLIOPPILASTUTKINTO_1.pdf. Luettu 2.9.2010.