

Jussi Vessari

# PILVIKAVITAATION MALLINTAMINEN EROOSION KOELAITTEESSA

Diplomityö  
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta  
Tarkastajat: Seppo Syrjälä  
Niko Niemelä  
Maaliskuu 2024

# TIIVISTELMÄ

Jussi Vessari: Pilvikavitaation mallintaminen eroosion koelaitteessa  
diplomityö  
Tampereen yliopisto  
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta  
Maaliskuu 2024

---

Kavitaatio on höyrykuplien muodostumista ja hajoamista nesteessä. Kavitaatio vaikuttaa laitteiden suorituskykyyn esimerkiksi pudottaen pumppujen hyötysuhdetta. Lisäksi höyrykuplat hajotessaan aiheuttavat eroosiota. Kavitaatioon vaikuttaa useita eri ilmiöitä kuten turbulenssi, faasien väliset vuorovaikutukset ja kavitaatiokuplien hajotessa syntyy shokkiaaltoja. Kaikkien näiden ilmiöiden mallintaminen tarkasti on haastavaa.

Tässä työssä mallinettiin pilvikavitaatiota virtauslaskentaohjelma Fluent:illa. Kavitaatiomallina käytettiin Zwart:n mallia, jonka toimintaa eri parametreilla testattiin. Mallinnettava tapaus oli laite, jolla tutkitaan kavitaation aiheuttamaa eroosiota.

Pilvikavitaation mallintaminen ei onnistunut käyttäen Zwart:n mallia yhdessä pyörreviskositeetin muunnosta. Näissä mallinuksissa pilvikavitaation vaiheet eivät tulleet esiin. Seinälle muodostuneen höyrykuplan taakse ei muodostunut patopistettä, josta olisi seurannut suihku seinää pitkin kohti höyrykuplan etuosaa ja höyrykuplan irtoaminen seinältä. Käytettäessä turbulenssin vaimennusta simuloinnin alkuvaiheessa pilvikavitaation vaiheet tulivat ainakin laadullisesti mallinnettua, vaikkakin simuloinnin jatkuessa pilvikavitaatio ei toteutunut yhtä selkeästi.

Käytetyistä Zwart:n kertoimista suuremmilla  $F_{vap} = 50$  ja  $F_{cond} = 0,01$  höyryn tilavuusosuus oli pieniä kertoimia  $F_{vap} = 0,4$  ja  $F_{cond} = 0,001$  suurempaa. Myös turbulenssin vaimennuksella höyryn tilavuusosuus oli suurempaa kuin pyörreviskositeetin muunnosta käytettäessä. Höyryn ja nesteen rajapinta oli myös terävämpi ja höyryn tilavuusosuuden gradientti suurempi, käytettäessä turbulenssin vaimennusta. Myös useiden tutkimusten visualisoinneissa nesteen ja höyryn rajapinta on varsin terävä, eli faasi muuttuu nesteestä höyryksi lyhyellä matkalla.

Turbulenssimallien välillä oli huomattavia eroja mallinnettaessa kavitaatiota sekä Zwart:n mallin oletusasetuksilla että käytettäessä turbulenssin vaimennusta. Turbulenssin kineettisen energian arvot ennen kanavan alkua olivat suurimmat Todenmukaisella k-ε mallilla ja pienimmät SST k-ω mallilla. Kineettisen energian arvot olivat kyseisellä alueella kaikilla turbulenssimalleilla keskenään samansuuruiset sekä oletusasetuksilla että turbulenssin vaimennuksella.

Aika-askeleen konvergointi vaati osissa laskentaa paljon iteraatiokierroksia käytettäessä konvergointiehtoina residuaalien suuruutta. Tämän takia laskennan konvergointia tarkasteltiin massavirtojen sekä höyryn tilavuusosuuden ja dissipaation arvoja seuraamalla.

Avainsanat: pilvikavitaatio, CFD, Zwart:n malli, muunnettu pyörreviskositeetti, turbulenssin vaimennus.

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck –ohjelmalla.

# ABSTRACT

Jussi Vessari: Modelling Cloud Cavitation in erosion test apparatus  
Master's thesis  
Tampere University  
Faculty of Engineering and Natural Sciences  
March 2024

---

Cavitation is the formation and breakdown of vapor bubbles in a liquid. Cavitation affects the performance of equipment, for example by reducing the efficiency of pumps. In addition, when the vapor bubbles disperse, they cause erosion. Cavitation is affected by several different phenomena, such as turbulence, interactions between phases, and when cavitation bubbles break up, shock waves are generated. Accurately modelling all these phenomena is challenging.

In this work, cloud cavitation was modeled using the flow calculation software Fluent. Cavitation Zwart's model was used as a model, the operation of which was tested with different parameters. The case to be modeled was a device used to study erosion caused by cavitation.

Cloud cavitation modeling failed using Zwart's model together with the modified eddy viscosity model. In these simulations, the stages of cloud cavitation did not emerge. There was no stagnation point behind the steam bubble formed on the wall, which would have resulted in a jet along the wall towards the front of the steam bubble and the steam bubble detaching from the wall. When turbulence damping was used in the initial phase of the simulation, the stages of cloud cavitation were modeled at least qualitatively right, although as the simulation continued, cloud cavitation did not materialize as clearly.

Larger Zwart's coefficients  $F_{vap} = 50jaF_{cond} = 0,01$  resulted higher volume fraction of steam compared to smaller coefficients  $F_{vap} = 0,4jaF_{cond} = 0,001$ . Also with turbulence damping model, the volume fraction of steam was larger than when using the modified eddy viscosity model. The interface between the vapor and the liquid was also sharper, the gradient of the volume fraction of the vapor was larger, when turbulence damping model was used. Also in the visualizations of several studies, the interface between liquid and vapor is quite sharp, i.e. the phase changes from liquid to vapor in a short distance.

There were considerable differences between the turbulence models when modeling cavitation both with the default settings of Zwart's model and when using turbulence damping. The values of the turbulence kinetic energy before the beginning of the channel were the largest with the Realistic k- $\epsilon$  model and the smallest with the SST k- $\omega$  model. The values of the kinetic energy were the same for all models in that area, when model results between standard Zwart model and turbulence damping with same turbulence model was compared.

Converging the time step took a lot of iteration rounds in some parts of the calculation when using the magnitude of the residuals as convergence conditions. Because of this, the convergence of the calculation was examined by monitoring the values of the mass flows and the volume fraction of steam and dissipation.

Keywords: Cloud cavitation, CFD, Zwart's model, modified eddy viscosity, turbulence damping

The originality of this thesis has been checked using the Turnitin OriginalityCheck service.

# ALKUSANAT

Haluan kiittää professoreita Reijo Karvinen ja Hannu Ahlstedt mielenkiinnon herättämisestä virtaustekniikkaa kohtaan ja aiheen opetuksesta. Kiitokset myös Anna Haapamäelle avusta opintojen loppuun saattamisessa.

Kiitos perheelle, sukulaisille ja ystäville koulutien varrella. Tuki on tullut tarpeeseen.

Tampereella, 18.3.2024

Jussi Vessari

# SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO .....	1
2. KAVITAATIO.....	4
2.1 Kavitaatioluku .....	4
2.2 Kavitaatioydin .....	5
2.3 Kavitaatiotyypit .....	6
2.3.1 Kuplakavitaatio .....	6
2.3.2 Pilvikavitaatio .....	7
3. TURBULENSSI.....	10
4. NUMEERISET MENETELMÄT .....	14
4.1 Virtausta hallitsevat yhtälöt .....	14
4.2 Turbulenssin mallinnus.....	14
4.3 Monifaasivirtauksen mallinnus.....	16
4.4 Kavitaatiomallit .....	17
5. SIMULOINTIMALLI KAVITAATION TESTILAITTEELLE .....	22
5.1 Geometria ja laskentaverkko .....	22
5.2 Työssä tehdyt mallinnukset .....	24
5.3 Laskentamenetelmät .....	24
6. TULOKSET .....	27
6.1 Stationäärinen kavitaatio .....	27
6.2 Ajasta riippuva laskenta.....	28
6.3 Turbulenssimallit .....	29
6.4 RNG k- $\epsilon$ malli .....	32
6.5 Muunnettu RNG k- $\epsilon$ malli.....	34
6.6 RNG k- $\epsilon$ malli turbulenssin vaimennuksella.....	38
6.7 Turbulenssimallien vertailu turbulenssin vaimennuksella.....	42
7. YHTEENVETO.....	47

# KUVALUETTELO

<b>Kuva 1.</b>	<i>Kavitaation aiheuttamaa eroosiota Francis-turbiinissa Wikipedia CC By 2.5 [7] .....</i>	<i>2</i>
<b>Kuva 2.</b>	<i>Periaatekuva oskilloivasta pilvikavitaatiosta .....</i>	<i>8</i>
<b>Kuva 3.</b>	<i>Kynttilän savuvana Gary Settles CC BY-SA 3.0 [22] .....</i>	<i>11</i>
<b>Kuva 4.</b>	<i>Turbulenssin viskositeetin modifioitu tiheyden funktio .....</i>	<i>19</i>
<b>Kuva 5.</b>	<i>Kavitaation koelaitteen periaatekuva .....</i>	<i>23</i>
<b>Kuva 6.</b>	<i>Stationäärin kavitaation höyryn tilavuusosuus .....</i>	<i>27</i>
<b>Kuva 7.</b>	<i>Yksifaasimallilla (ylh.) ja kavitaatiomallilla (alh.) lasketut painekentät .....</i>	<i>28</i>
<b>Kuva 8.</b>	<i>Höyryn tilavuusosuudet Todenmukaisella k-ε mallilla vasemmalla, SST k-ω mallilla oikealla ylhäällä ja RNG k-ε mallilla oikealla alhaalla .....</i>	<i>30</i>
<b>Kuva 9.</b>	<i>Turbulenssin kineettinen energia Todenmukaisella k-ε mallilla vasemmalla, SST k-ω mallilla oikealla ylhäällä ja RNG k-ε mallilla oikealla alhaalla .....</i>	<i>31</i>
<b>Kuva 10.</b>	<i>Turbulenssin kineettinen energia 10 %:iin maksimista rajatuilla arvoilla Todenmukaisella k-ε mallilla vasemmalla, SST k-ω mallilla oikealla ylhäällä ja RNG k-ε mallilla oikealla alhaalla .....</i>	<i>32</i>
<b>Kuva 11.</b>	<i>RNG k-ε mallilla laskettu kavitaatiosyklin vektorikuvaaja, jossa väri kuvaa höyryn määrää. Lisäksi kaikki vektorit ovat tasapituisia eli niistä ei näe virtauksen nopeutta vaan ainoastaan suunnan .....</i>	<i>34</i>
<b>Kuva 12.</b>	<i>Muunnetulla RNG k-ε mallilla (n=10) laskettu kavitaatiosyklin vektorikuvaaja, jossa väri kuvaa höyryn määrää. Lisäksi kaikki vektorit ovat tasapituisia eli niistä ei näe virtauksen nopeutta vaan ainoastaan suunnan .....</i>	<i>36</i>
<b>Kuva 13.</b>	<i>Muunnetulla RNG k-ε mallilla (n=50) laskettu kavitaatiosyklin vektorikuvaaja, jossa väri kuvaa höyryn määrää. Lisäksi kaikki vektorit ovat tasapituisia eli niistä ei näe virtauksen nopeutta vaan ainoastaan suunnan .....</i>	<i>37</i>
<b>Kuva 14.</b>	<i>Pilvikavitaation sykli RNG k-ε mallin turbulenssin vaimennuksella ja Zwart:n suuremmilla kertoimilla .....</i>	<i>39</i>
<b>Kuva 15.</b>	<i>Pilvikavitaation sykli RNG k-ε mallin turbulenssin vaimennuksella ja Zwart:n pienemmillä kertoimilla .....</i>	<i>40</i>
<b>Kuva 16.</b>	<i>Turbulenssin kineettisen energian hetkellisen kentän kuvaaja vasemmalla muunnetulla pyörreviskositeetilla n=10, oikealla muunnetulla pyörreviskositeetilla n=50 ja oikealla alhaalla turbulenssin vaimennuksella ja suuremmilla Zwart:n kertoimilla .....</i>	<i>42</i>
<b>Kuva 17.</b>	<i>Pilvikavitaation sykli Todenmukaisen k-ε mallin turbulenssin vaimennuksella ja Zwart:n pienemmillä kertoimilla .....</i>	<i>44</i>
<b>Kuva 18.</b>	<i>Pilvikavitaation sykli SST k-ω mallin turbulenssin vaimennuksella ja Zwart:n pienemmillä kertoimilla .....</i>	<i>45</i>
<b>Kuva 19.</b>	<i>RNG k-ε mallin (vasemmalla), SST k-ω mallin (oikealla ylhäällä) ja Todenmukaisen k-ε mallin (oikealla alhaalla) turbulenssin kineettisen energian kuvaajat käytettäessä turbulenssin vaimennusta .....</i>	<i>46</i>

# LYHENTEET JA MERKINNÄT

DNS	Direct numerical simulation
EWT	Enhanced wall treatment
FFT	Fast Fourier transform
LES	Large eddy simulation
RANS	Reynolds averaged Navier-Stokes
RNG k- $\epsilon$ malli	Renormalization group k- $\epsilon$ malli
R-P	Raleigh-Plesset yhtälö
SST k- $\omega$ malli	Shear stress transport k- $\omega$ malli
URANS	Unsteady Reynolds averaged Navier-Stokes
$A_i$	Rajapinnan tiheys
$C_\mu$	turbulentin viskositeetin mallivakio
$F_{vap}$	höyrystymisen mallivakio
$F_{cond}$	kondensoitumisen mallivakio
$f$	pilvikavitaation oskillointitaajuus
$k$	turbulssin kineettinen energia
$L_t$	virtauksen pituuskaala
$l$	kavitaatiopilven pituus
$p$	paine
$P_b$	hörykuplan paine
$p_{crit}$	hörykuplan kriittinen paine
$p_{down}$	alavirran paine
$p_g$	kaasun osapaine hörykuplan sisällä
$p_{g0}$	kaasun osapaine hörykuplan sisällä alkutilanteessa
$p_r$	referenssipaine
$p_{up}$	ylävirran paine
$p_v$	hörynpaine nesteen lämpötilassa
$p_v(T)$	veden kylläisen hörynpaine lämpötilassa T
$p_\infty$	paine hörykuplan ulkopuolella
$p_{\infty 0}$	paine hörykuplan ulkopuolella alkutilanteessa
$R_b$	hörykuplan säde
$R_c$	kondensoitumisen lähdetermi
$R_{crit}$	hörykuplan kriittinen säde
$R_0$	höyrystymisen lähdetermi
$R_0$	hörykuplan säde alkutilanteessa
$S$	nesteen pintajännitys
$S_{\epsilon,i}$	lähdetermi dissipaation yhtälöön
$St$	Strouhallin luku
$T$	lämpötila
$T_p$	pilvikavitaation oskillointiperiodin aika
$t$	aika
$U_i$	virtausnopeuden keskiarvo
$U'_i$	virtausnopeuden heilahtelutermi
$u_i$	nesteen nopeus suuntaan i
$u_{i,m}$	seoksen nopeus suuntaan i
$V_t$	virtauksen nopeuskaala
$V_\infty$	Vapaan virtauksen nopeus
$\alpha$	höryfaasin tilavuusosuus

$\alpha_{nuc}$	kavitaatioytimien tilavuusosuus
$\Delta n$	laskentatilavuuden korkeus
$\Delta p$	systemin paine-ero
$\delta_{ij}$	Kroeneckerin delta
$\varepsilon$	turbulenssin kineettisen energian dissipaatio
$\nu$	nesteen kinemaattinen viskositeetti
$\mu$	nesteen dynaaminen viskositeetti
$\mu_t$	dynaaminen pyörreviskositeetti
$V_t$	nesteen dynaaminen viskositeetti
$\mu_m$	seoksen dynaaminen viskositeetti
$\mu_v$	kaasun dynaaminen viskositeetti
$\rho$	fluidin tiheys
$\rho_l$	nesteen tiheys
$\rho_m$	seoksen tiheys
$\rho_v$	kaasun tiheys
$\sigma_v$	kavitaatioluku
$\sigma_{vi}$	kavitaation muodostumisluku
$\omega$	turbulenssin kineettisen energian dissipaatiotaajuus



# 1. JOHDANTO

Kavitaatiota tapahtuu sekä luonnossa että erilaisissa laitteissa ja koneissa. Delfiineillä ja tonnikaloilla tapahtuu kavitaatiota pyrstöevän kohdalla, kun ne uivat suurella nopeudella lähellä pintaa. Kavitaatio rajoittaa kalojen uintinopeutta [1]. Ihmisten nivelien napsunta johtuu kavitaatiokuplan muodostumisesta nivelpussin nesteessä, kun nivelen asento muuttuu [2].

Laitteista kavitaatiota esiintyy pumppujen juoksupyörissä, laivojen potkureissa ja venttiileissä. Kavitaatio tapahtuu kohdissa, joissa virtauksen nopeus kasvaa ja paine pienenee. Venttiileissä tämä johtuu virtauksen poikkipinta-alan pienenemisestä. Potkureissa ja pumppujen juoksupyörissä kavitaatio tapahtuu yleensä siiven alipainepuolella. Näissä laitteissa kavitaation vaikutukset ovat lähes aina negatiivisia. Kavitaatio aiheuttaa eroosiota, heikentää laitteiden suorituskykyä [3] sekä aiheuttaa melua ja värähtelyä [4]. Toisaalta joissain teollisuuden prosesseissa kavitaatiota käytetään myös hyödyksi. Tällaisia sovelluksia ovat muun muassa munuaiskivien hajottaminen, ultraäänipesurit, biodieselin valmistus [4] ja dieselmoottorin polttoaineen ruiskutus [5].

Kavitaation suorituskykyä heikentävä vaikutus johtuu siitä, että muodostuneet höyrykuplat muuttavat virtauksen painekenttää. Muodostunut höyry estää paineen putoamisen höyrynpainetta alemmaksi. Tällöin pumpun tai potkurin tuottama nostevoima tavallisesti pienenee ja kitka puolestaan kasvaa [6, p. 6]. Tämä sama ilmiö myös rajoittaa delfiinien ja tonnikalojen uimise nopeutta.

Kavitaatio aiheuttaa eroosiota, kun syntyneet höyrykuplat kulkeutuvat suuremman paineen alueelle, missä ne hajoavat. Höyrykuplan pienentyessä pinnan lähellä se ei pienene symmetrisesti joka suunnasta, vaan suurinopeuksinen vesisuihku läpäisee kuplan. Tämä pintaa kohti suuntautuva suihku irrottaa pinnasta materiaalia. Metallien materiaaliominaisuudet vaikuttavat myös siihen, kuinka nopeasti eroosio tapahtuu [6, s. 265]. Kuvassa 1 on Francis-turbiini, jonka siivet ovat kuluneet kavitaation takia.



**Kuva 1.** Kavitaation aiheuttamaa eroosiota Francis-turbiinissa Wikipedia CC By 2.5 [7]

Kavitaatiossa tapahtuu useita eri ilmiöitä, joista ainakin oleellimmat pitää mallintaa riittävän tarkasti. Virtaus on lähes aina turbulenti ja kavitaatiossa olevat neste- ja kaasufaasit tulee mallintaa. Itse kavitaatiolle eli höyrykuplan koon kasvamiselle ja pienemiselle tarvitaan yhtälöt. Lisäksi kavitaatiossa esiintyy shokkiaaltoja, jotka syntyvät höyrykuplien hajotessa.

Ensimmäiset kavitaatiomallit käyttivät potentiaalivirtausta kavitaation mallintamiseen [6, s. 105,161]. Näitä malleja käytettiin sekä superkavitaation että siiven pinnalla olevan kavitaatiokuplan mallintamisessa. Mallien ongelma on, että ne olettavat kavitaatiokuplan olevan täysin stabiili. Tämä ei pidä paikkaansa, koska kavitaatio on takaosasta aina jonkin verran epästabiili ja sieltä vapautuu höyrykuplia virtaukseen. Tämän takia nämä menetelmät eivät sovellu pilvikavitaation mallintamiseen, missä höyryn rajapinnan koko ja paikka muuttuvat koko ajan.

Tietokoneiden laskentatehon kasvettua, kavitaatiota alettiin ratkaista diskretoiden Navier-Stokesin yhtälöt esimerkiksi kontrollitulavuusmenetelmällä. Samalla mallinnettiin myös virtauksen turbulenssi [8] [9] [10]. Sittemmin kavitaatio on mallinnettu yhä enemmän laskentatehoa vaativilla menetelmillä. Suurten pyöreiden simulaatio (Large eddy simulation, LES) on menetelmä, jolla on saatu parannettua laskennan tarkkuutta [11].

Lisäksi faasien mallintamiseen on käytetty erilaisia menetelmiä kuten barotrooppista mallia [8], seosmallia [10] tai Euler-Lagrangelaista tapaa, jossa pyritään ratkaisemaan höyrykuplien liikeradat nestefaasissa [5].

Yllä mainituilla malleilla on pyritty ratkaisemaan, miten kavitaatio vaikuttaa virtaukseen. Eli esimerkiksi kavitaation vaikutus siiven nosteeseen ja kitkaan. Tällaisten mallien lisäksi on kehitetty malleja, jotka pyrkivät ennustamaan kavitaation aiheuttamaa eroosiota jossain sovelluksessa, kuten pumpussa [12]. Lisäksi tutkimusalueena on yksittäisen pienen höyrykuplan hajoamisen aiheuttama eroosio. Näissä mallinuksissa ratkaistaan yksittäisen höyrykuplan hajoaminen pinnan lähellä yksityiskohtaisesti. Tällöin pyritään ratkaisemaan höyrykuplan läpi tunkeutuvan suihkun aiheuttama eroosio huomioiden nesteen kokoonpuristuvuus ja pinnan materiaaliominaisuudet [13] [14].

Tässä työssä on tarkoitus mallintaa kavitaatiota virtauslaskentaohjelma Fluent:illa. Kavitaatiota mallinnetaan koelaitteessa [15], jossa tutkitaan kavitaation aiheuttamaa eroosiota. Tarkoituksena on selvittää, onnistuuko pilvikavitaation mallintaminen. Mallinuksissa kokeillaan eri turbulenssimallien toimintaa ja testataan lisäksi kahta eri muunnosta turbulenssimalleihin, joiden on tarkoitus ottaa huomioon kavitaation vaikutus virtauksen turbulenssissa, joka johtuu kaksifaasivirtauksesta. Nämä mallit ovat pyörreviskositeetin muunnos ja turbulenssin vaimennusmalli. Kavitaatiomallina työssä käytetään Zwart:n kavitaatiomallia.

Työn toisessa luvussa esitellään kavitaatio ilmiönä. Aluksi näytetään, mitä yksittäiselle kuplalle tapahtuu sen kasvaessa pienen ympäröivän paineen vaikutuksesta. Tämän jälkeen esitellään joitakin yleisiä kavitaation tyyppejä. Lopuksi esitellään pilvikavitaation vaiheet ja tekijät, jotka vaikuttavat pilvikavitaation muodostumiseen. Kolmannessa luvussa esitellään turbulenti virtaus lyhyesti ja turbulenssin vaikutus kavitaatioon. Luvussa 4 käydään läpi kavitaation ja virtauksen matemaattinen mallintaminen. Ensin esitellään yksifaasisen virtauksen yhtälöt ja turbulenssin mallintaminen. Seuraavaksi esitellään monifaasivirtauksen mallintaminen ja viimeiseksi kavitaatiomallit ja muutokset, joita turbulenssimalleihin voidaan tehdä kavitaatiota mallinnettaessa. Luvussa 5 esitellään työssä mallinnettu geometria sekä mallinuksessa käytetyt menetelmät. Luvussa 6 esitellään mallinuksen tulokset eri turbulenssi- sekä kavitaatiomalleilla. Luvussa 7 vedetään yhteen työn tulokset ja esitetään mahdollisia jatkotoimenpiteitä.

## 2. KAVITAATIO

### 2.1 Kavitaatioluku

Kavitaatio tapahtuu nesteen paineen pudotessa riittävän pieneksi, jolloin nesteeseen muodostuu höyrykuplia. Kavitaatio voidaan jakaa akustiseen ja hydrodynaamiseen kavitaatioon. Akustisessa kavitaatiossa höyrykuplat muodostuvat oskilloivan painekentän vaikutuksesta. Hydrodynaamisessa kavitaatiossa paine putoaa nesteen virtauksen vaikutuksesta. Virtauksissa, joissa kavitaatio tapahtuu, paine putoaa siellä, missä nopeus kasvaa. Tavallisia sovelluksia, joissa tämä tapahtuu, ovat vedenalla olevat siivekkeet ja potkurit tai sisäpuolisissa virtauksissa kohdat, joissa virtaus menee ahtaan kohdan ohi. Jatkossa tässä työssä keskitytään hydrodynaamiseen kavitaatioon.

Kavitaatio ja kiehuminen ovat fysikaalisesti samankaltaisia ilmiöitä. Kiehuessa vain höyrystyminen tapahtuu lämpötilan nousun seurauksena. Kavitaatiossa höyrystymiseen vaadittava lämpö riippuu nesteen ja höyryn aineominaisuuksista. Huoneenlämpöiselle vedelle höyrystymiseen vaadittava lämpömäärä on niin pieni, että höyrystymisen voidaan olettaa tapahtuvan isotermisesti. Tämä selittyy kyseisissä olosuhteissa suuresta erosta nesteen ja höyryn tiheyksien välillä. Nesteen tiheys on noin 60000-kertainen höyryyn verrattuna [6].

Kavitaatioluku määritellään systeemin paineiden avulla seuraavasti:

$$\sigma_v = \frac{p_r - p_v(T)}{\Delta p} \quad (1)$$

missä  $\sigma_v$  on kavitaatioluku,  $p_r$  on referenssipaine läheltä aluetta, jossa kavitaatio saa alkunsa,  $p_v(T)$  on kylläinen höyrynpaine nesteen lämpötilassa  $T$  ja  $\Delta p$  on jokin systeemiä kuvaava paine-ero. Tässä työssä käytettävä referenssipaine on testilaitteen alavirran puoleinen paine  $p_{down}$  ja paine-ero testilaitteen ylä- ja alavirran paine-ero  $p_{up} - p_{down}$ . Tällöin kavitoitiluvuksi tulee:

$$\sigma_v = \frac{p_{down} - p_v(T)}{p_{up} - p_{down}} \quad (2)$$

Systeemin paine-eroa suurentamalla kavitaatioluku pienenee. Paine-eroa, jolla syntyy ensimmäiset höyrykuplat, vastaavaa kavitaatiolukua kutsutaan kavitaation muodostumisluvuksi ja sitä merkitään  $\sigma_{vi}$ . Nämä höyrykuplat ilmenevät virtauksen rajakerrokses-

sa kohdassa, jossa paine on pienimmillään. Tavallisesti, kun paine-eroa edelleen kasvatetaan, kavitaatio voimistuu ja höyrykuplien rakenne muuttuu. Tästä tarkemmin myöhemmin [6, s. 11]

Kun kavitaatioluku on muodostumislukua suurempi, ei kavitaatioluku kuvaa virtauksen tilaa millään tavalla. Tämä johtuu siitä, että yksifaasisessa nestevirtauksessa arvolla  $p_r - p_v(T)$  ei ole merkitystä. Yksifaasi nestevirtausta ratkaistaessa vain painegradientin suuruudella on merkitystä, ei absoluuttisella paineen suuruudella [6, s. 11]

## 2.2 Kavitaatioydin

On ollut pitkään tiedossa, että nesteen paine voi pudota selvästi höyrynpaineen alle ilman, että nesteen höyrystymistä tapahtuu. Tämä johtuu siitä, että kavitaatio tarvitsee syntyäkseen ytimen, josta höyrykupla voi kasvaa. Tällaisia ytimiä ovat muun muassa nesteessä olevat mikroskooppisen pienet kaasukuplat, virtauksen mukana kulkeutuvat partikkelit tai virtauksen seinissä olevat pienet raot, joissa on kaasua. Näitä ytimiä, joiden ympärille kavitaatio muodostuu, kutsutaan heterogeenisiksi ytimiksi. Mikäli neste on täysin vapaa edellä mainituista ytimistä, kavitaation muodostumista sanotaan homogeeniseksi. Tässä tapauksessa paineen on pudottava niin pieneksi, että kavitaatio tapahtuu nestemolekyylien välisestä etäisyydestä johtuen. Tämän tapahtumiseen nesteen paineen on oltava selvästi negatiivinen [16].

Tavallisissa olosuhteissa nesteissä on ytimiä tai epäpuhtauksia, joiden johdosta kavitaation muodostuminen on heterogeenistä. Ytimien määrä ja koko nesteessä vaikuttavat huomattavasti kavitaation muodostumiseen, mutta kehittyneeseen kavitaatioon ei kavitaatioytimillä ole yhtä suurta vaikutusta. Tämä johtuu siitä, että kehittyneessä kavitaatiossa kavitaatioluku on selvästi kavitaation muodostumislukua pienempi. Tämä on otettava huomioon suunnitteluvaiheessa, tehtiinpä sitten kokeellista tutkimusta tai numeerista mallinnusta [16].

Pienien kaasukuplien kavitaatioherkkyyttä nesteessä voidaan tarkastella kaasukuplan tasapainoyhtälön avulla:

$$p_{\infty} = p_g + p_v - \frac{2S}{R} \quad (3)$$

missä  $p_{\infty}$  on paine kuplan ulkopuolella,  $p_g$  on kaasun osapaine kuplan sisällä,  $p_v$  on höyrynpaine nesteen lämpötilassa,  $S$  on nesteen pintajännitys ja  $R$  on kuplan säde. Tasapaino-oletus tarkoittaa, että paineen muutos on hidas, jotta tasapaino säilyy. Myös kondensoimattomasta kaasusta oletetaan, ettei se liukene ympäröivään nesteeseen. Tasapainoyhtälö alkutilanteessa voidaan merkitä:

$$p_{\infty 0} = p_{g0} + p_v - \frac{2S}{R_0} \quad (4)$$

missä alaindeksi  $0$  viittaa alkutilanteeseen. Alkutilanteen jälkeen nesteen paineen muuttua tasapainoyhtälö saa muodon [6, s. 17]

$$p_{\infty} = p_{g0} \left[ \frac{R_0}{R} \right]^3 + p_v - \frac{2S}{R} \quad (5)$$

Tässä nesteen paineen muutoksen seurauksena kondensoimattoman kaasun paine muuttuu isotermissesti kaasukuplan koon muuttuessa. Yhtälö (5) voidaan derivoida, jolloin saadaan kriittiset arvot kuplan säteelle ja nesteen paineelle:

$$R_{crit} = R_0 \sqrt{\frac{3p_{g0}}{\frac{2S}{R_0}}} \quad (6)$$

$$p_{crit} = p_v - \frac{4S}{3R_c} \quad (7)$$

Yhtälöissä alaindeksi *crit* tarkoittaa kriittistä arvoa. Yhtälöistä nähdään, että alkutilanteessa suuremmilla kuplilla on suurin kriittinen paine eli ne ovat ensimmäisiä kuplia, jotka kasvavat ja käynnistävät kavitaation. Toisin sanoen kavitaation muodostumisluku vastaa suurimpien nesteessä olevien kaasukuplien kavitaatioherkkyyttä [6, s. 18].

## 2.3 Kavitaatiotyypit

### 2.3.1 Kuplakavitaatio

Kavitaatiokuplien liikkuaessa virtauksen mukana erillisinä pienehköinä kuplina kutsutaan ilmiötä matkaavaksi kuplakavitaatioksi. Tämä kavitaation muoto ilmenee tyypillisesti ensimmäisenä, kun kavitaatioluku putoaa muodostumisluvun alapuolelle. Kuplat muodostuvat virtauksen rajakerroksessa kohdassa, jossa paine alittaa kriittisen arvon. Rajakerroksesta ja seinien läheisyydestä johtuen kuplat eivät ole muodoltaan pallomaisia, vaan yleensä ne ovat litistyneinä pintaa vastaan. Kuplakavitaatiossa virtaus ei irtoa pinnasta.

Kuplakavitaatio aiheuttaa siiven nosteen pienenemisen verrattuna tilanteeseen, jossa ei esiinny kavitaatiota. Syynä tähän on, että kavitaatiokuplat siiven yläpinnalla kasvavat paineen pudotessa alle nesteen höyrynpaineen ja näin paineen putoaminen alemmaksi estyy. Vastaava ilmiö heikentää myös pumppujen paineen tuottoa ja hyötysuhdetta [6, s. 190].

### 2.3.2 Pilvikavitaatio

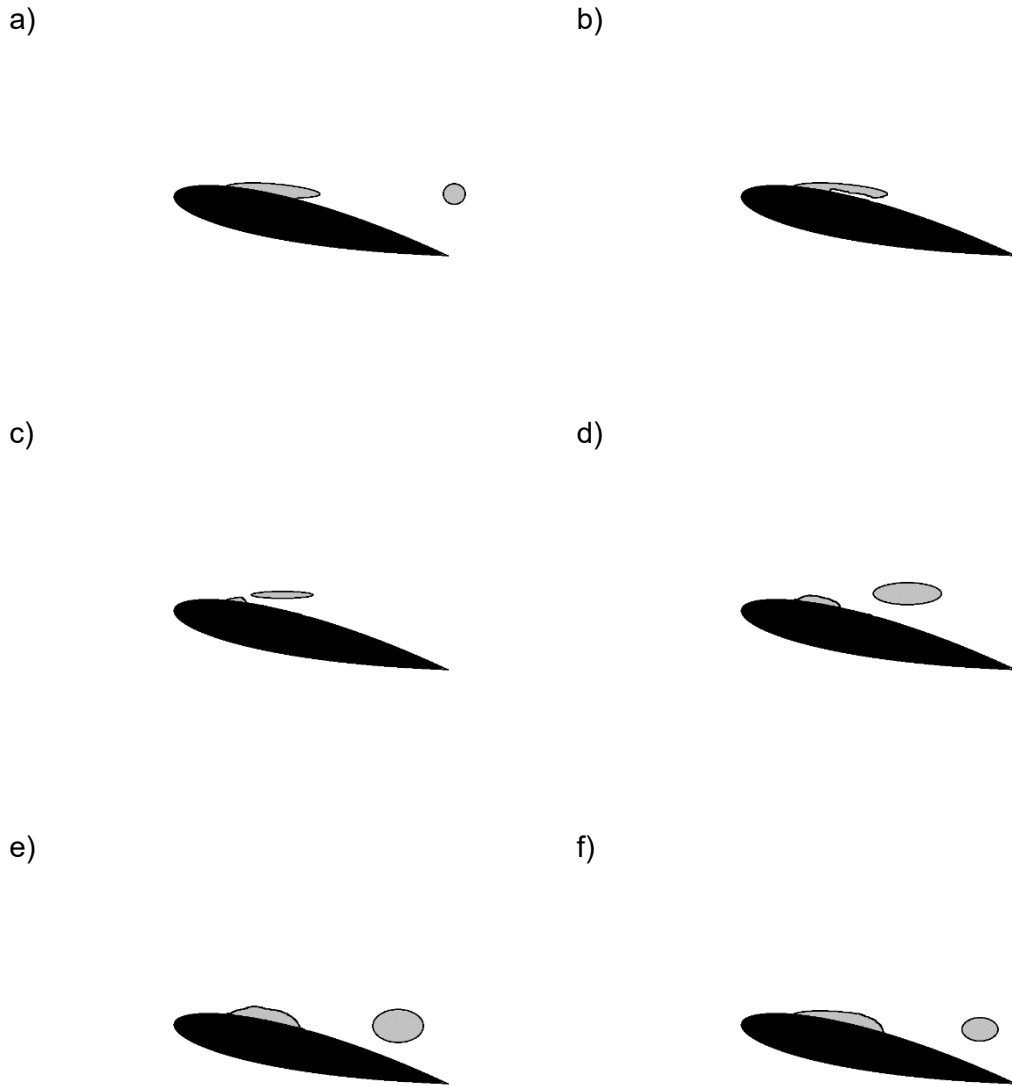
Kuvassa 2 on esitetty pilvikavitaation yksi kokonainen sykli. Kuvassa a) siiven pinnalla olevan höyrykuplan taakse on muodostunut patopiste, josta virtaus jakautuu sekä siivensuuntaisesti alavirtaan päin että ylävirtaan päin siiven pintaa pitkin. Tämä ylävirtaan palaava osa virtauksesta muodostaa suihkun, joka irrottaa höyrykuplan siiven pinnasta. Tätä osaa virtauksesta kutsutaan takaisin palaavaksi suihkuksi. Kuvassa b) tämä suihku etenee kohti siiven kärkeä. Samalla aiemman syklin aikana muodostunut höyrykupla hajoaa ajaututtuaan kauemmaksi paikkaan, jossa paine on suurempi. Kuvassa c) palaava suihku on läpäissyt höyrykuplan ja irrottanut uuden höyrykuplan, joka alkaa kulkeutumaan virtauksen mukana alavirtaan päin. Samalla siiven pinnalle alkaa kasvamään uusi höyrykupla (Kuva d). Kuvissa e) ja f) irronnut höyrykupla liikkuu alavirtaa kohti ja siiven pinnalla oleva höyrykupla kasvaa suuremmaksi. Kuvan f) jälkeen höyrykuplan taakse muodostuu uudestaan patopiste ja sykli alkaa uudestaan. [6, s. 142]

Pilvikavitaation oskillointitaajuutta  $f = 1/T_p$ , missä  $T_p$  on yhden periodin aika, voidaan verrata aikaan, joka palaavalla suihkulla menee kulkiessaan höyrykuplan pituuden  $l$ . Tämä suihkun nopeus on lähellä vapaan virtauksen nopeutta  $V_\infty$  kauempana siiven pinnasta. Näistä pituudesta ja nopeudesta saadaan toinen aikaskaala, jota voidaan verrata oskillointiperiodin aikaan. Näin saadaan dimensioton Strouhalin luku:

$$St = \frac{fl}{V_\infty} \quad (8)$$

Pilvikavitaatiossa Strouhalin luku on tyypillisesti luokkaa 0,30. Tämä tarkoittaa, että palaavalta suihkulta menee noin 30 % syklin periodista kulkiessaan höyrykuplan matkan. Strouhalin luku on samansuuruinen useimmissa pilvikavitaation tapauksissa riippumatta geometriasta tai virtausolosuhteista. Yhtälössä käytettävä pituus  $l$  on yleensä kavitaatiokuplan maksimipituus.

Pilvikavitaatiota tapahtuu sekä sisä- että ulkopuolisissa virtauksissa. Esimerkkinä sisäpuolisista virtauksista ovat tämän työn testilaitteisto ja ventuurisuuttimet. Sisä- ja ulkopuolisissa virtauksissa olosuhteet ovat hyvin samanlaisia tapauksissa, joissa tapahtuu pilvikavitaatiota.



**Kuva 2.** Periaatekuva oskilloivasta pilvikavitaatiosta

Ensimmäinen tärkeä tekijä pilvikavitaation muodostumiselle on, että kavitaatiokupla siiven pinnalla on riittävän paksu, jotta palaava suihku ei vuorovaikuta höyrykuplan ulkopuolella olevan nestevirtauksen kanssa. Jos näin tapahtuu irtoavat höyrykuplat ovat selvästi pienempiä kuin edellä kuvatussa pilvikavitaatiossa.

Toinen tekijä pilvikavitaation muodostumiselle on riittävän suuri vastakkainen painegradientti kavitaatiokuplan takaosan kohdalla. Vastakkaisella painegradientilla tarkoitetaan tilannetta, jossa paine kasvaa alavirtaan päin. Tämä tapahtuu muun muassa siiven pinnalla, kun siiven kohtauskulmaa kasvatetaan riittävästi. Sisäpuolisessa virtauksessa vastakkainen painegradientti toteutuu esimerkiksi laajenevassa kanavassa. Vastakkaista painegradienttia tarvitaan, jotta kavitaatiokuplan taakse muodostuvan potisteen paine on riittävän suuri. Tämä taas mahdollistaa, että palaavalla suihkulla on



riittävä liikemäärä edetäkseen höyrykuplan etuosaan saakka. Jos painegradientti ei ole riittävän suuri, kavitaatiokupla on kooltaan melko stabiili ja se luovuttaa pieniä höyrykuplia virtauksen mukaan takaosastaan. Eli tällöin kavitaatiokuplan taakse muodostuu ajoittain vain pieni patopiste, jonka vaikutus jää vain pienelle alueelle höyrykuplan takaosaan. Tällaista kavitaatiota kutsutaan levykavitaatioksi [17].

Pilvikavitaatiossa höyrykuplan höyryn tilavuusosuudessa voi olla suurta vaihtelua. Stutz et al. [18] tutkivat pilvikavitaatiota ventuurisuuttimessa. Heidän mittauksissaan seinälle muodostuneen höyrykuplan höyryn tilavuusosuus oli suurimmillaan vain 21 % ja seinältä irronneessa kuplassa tilavuusosuus oli vielä tätäkin pienempi. Toisaalta Laberteaux et al. [19] tutkivat kavitaatiota kolmiulotteisella siivellä. Heidän visualisoinneissaan osassa testitapauksista höyrykuplan rajapinta näyttää kirkkaalta, mikä viittaisi siihen, että kavitaatiossa muodostuisi kupla, joka on lähes pelkästään höyryä. Kavitaation höyryn tilavuusosuudesta ei ole tehty Stutz et al. lisäksi paljoa muita kokeellisia tutkimuksia. Gavaises et al. [15] suorittivat LES-simulaation eroosion testilaitteessa. Heidän simuloinneissaan höyryn tilavuusosuus seinällä olevan höyrykuplan sisällä oli lähellä 100 %. Tilavuusosuuden vaihtelu eri kavitaatiotilanteiden välillä voi vaikeuttaa kavitaatiomallin tekemistä, jolla voitaisiin mallintaa tarkasti useampia erilaisia kavitaatiotapauksia.

### 3. TURBULENSSI

Luonnossa esiintyvät virtaukset ovat tavallisesti turbulenteja. Turbulenssista esimerkkejä ovat tuulen puuskaisuus, veden virtaus joessa ja savun nouseminen savupiipusta. Insinöörisovelluksissa virtaukset ovat myös yleensä turbulenteja, mikäli laitteen koko ei ole pieni tai fluidi ei ole erityisen viskoosi kuten esimerkiksi öljy. Esimerkkejä ovat ilmavirta auton ohi, veden virtaus pumpuissa tai muissa teollisuuden laitteissa.

Kuvassa 3 on kynttilän savuvana, joka muuttuu turbulentiksi. Kuvassa näkyy turbulenssin tyypillisiä ominaisuuksia. Turbulentit virtaukset ovat kaaottisia. Virtauksen nopeudet ja muut suureet vaihtelevat ilman mitään jaksollista heilahtelua. Turbulentit virtaukset ovat myös kolmiulotteisia, vaikka virtaus olisi keskimäärin kaksiulotteinen, kuten esimerkiksi virtaus suorassa putkessa, vaihtelee sen nopeus kaikkiin kolmeen suuntaan. Tämän lisäksi turbulentit virtaukset sisältävät pyörteitä. Kuvasta 3 voi myös nähdä monia erikokoisia rakenteita, mikä on turbulenttien virtausten ominaisuus. Kuvassa turbulenssin alkamiskohdassa rakenteet ovat melko suuria, mutta kuvan yläosassa savu ei ole niin selväpiirteistä johtuen pienemmän skaalan rakenteista. Vastaavasti kuin turbulenttivirtaus koostuu erikokoisista rakenteista, turbulenssissa on myös eripituisia aikaskaaloja. Näiden ominaisuuksien johdosta turbulenssi tehostaa sekoittumista. Kuvassa 3 savu leviää laajemmalle alueelle sen jälkeen, kun virtaus muuttuu turbulentiksi. Lisäksi sekoittuminen lisää lämmönsiirtoa kylmän ja kuumen välillä. Vastaavasti turbulenssi sekoittaa myös virtauksen liikemäärää. Tämä aiheuttaa yleensä häviöitä laitteissa, kuten pumpuissa, verrattuna siihen, että virtaus olisi laminaari. [20] [21]

Turbulentissa virtauksessa energia siirtyy erisuuruisten skaalojen välillä. Suurimmaksi osaksi energia siirtyy suuremmista skaaloista tai pyörteistä pienempiin skaaloihin. Nämä pyörteet ovat epästabiileja ja hajoavat pienemmiksi ja pienemmiksi pyörteiksi ja samalla energia siirtyy pyörteiden välillä. Tätä kutsutaan energiakaskadiksi. Tämä prosessi tapahtuu myös pienemmistä pyörteistä suurempiin, mutta se on harvinaisempaa. Pyörteiden pienentyessä kitkan vaikutus kasvaa. Kitkan tullessa riittävän suureksi fluidin liike-energia muuttuu lämmöksi. Näiden pyörteiden kokoa kutsutaan Kolmogorovin skaaloiksi. [21]



**Kuva 3.** Kynttilän savuvana Gary Settles CC BY-SA 3.0 [22]

Turbulenssi voidaan kuvata dimensiottoman muuttajan Reynoldsin luvulla

$$R = \frac{V_t L_t}{\nu} \quad (9)$$

missä  $V_t$  ja  $L_t$  ovat virtauksen suurta skaalaa kuvaavat nopeus ja pituus ja  $\nu$  on fluidin kinemaattinen viskositeetti.  $R$  luku saadaan dimensioanalyysin avulla Navier-Stokesin yhtälöistä. Tämä tarkoittaa, että virtaukset, joiden  $R$  luku ja geometria ovat samat, käyttäytyvät samalla tavalla, vaikka virtausten nopeus, koko ja viskositeetti poikkeaisivatkin

toisistaan. Reynoldsin luvun ollessa pieni Navier-Stokesin yhtälössä kitkatermi on merkittävin. Vastaavasti suuren Reynoldsin luvun virtauksessa kitkatermin vaikutus on konvektioterminä pienempi.

Reynoldsin luku kertoo muun muassa, millä arvolla tapahtuu virtauksen transiio laminaarista turbulentiksi. Esimerkiksi virtaus tasolevyn ohi alkaa muuttua  $R$  luvun ollessa luokkaa  $10^5$  ja virtaus muuttuu täysin turbulentiksi  $R$  ollessa noin  $3 \cdot 10^6$ . Siihen missä kohtaa transiio tarkalleen tapahtuu, vaikuttavat useat tekijät, kuten tasolevyn pinnan karheus ja vapaan virtauksen turbulenssin määrä.

Useimmat kavitaation sovellukset tapahtuvat virtauksen ollessa turbulenti. Näin on ainakin veden ollessa fluidi johtuen sen pienestä kinemaattisesta viskositeetista. Tästä syystä kavitaatiota laminaarissa virtauksessa on tutkittu vähemmän. Croci et al. [23] tutkivat laminaaria kavitaatiota ventuurisuuttimessa käyttäen fluidina silikoniöljyä. Samassa suuttimessa on tehty kavitaatiotutkimusta myös vedellä. Virtauksen ollessa laminaari kavitaatiolla oli kaksi eri muotoa. Suuremmilla Reynoldsin luvuilla kavitaatio oli lähellä kuplakavitaatiota ja pienemmällä luvuilla kavitaatioalueen alkuun muodostui nuijapään muotoinen stabiili kupla. Croci et al. mukaan kavitaatiokuplien syntyminen lähellä kavitaation muodostumislukua oli samankaltaista verrattaessa turbulentiin virtaukseen, mutta kavitaatiokuplat hajosivat hitaammin kulkeuduttuaan korkean paineen alueelle. Tämä johtuu käytetyn öljyn suuremmasta viskositeetista.

Käytännössä turbulenssi ja Reynoldsin luku aiheuttavat ongelmia, koska pienoismallien ja varsinaisten laitteiden välillä on eroa. Vedenalaisia laitteita, kuten sukellusveneitä, testataan vesitunneleissa, joissa yritetään ennustaa kavitaation muodostumislukua, koska kavitaatiosta aiheutuu havaittava ääni. Näissä kokeissa oletetaan, että kavitaatioluku olisi sama sekä pienoismallille että varsinaiselle laitteelle, mutta pienoismallin Reynoldsin luku on kuitenkin todellisuudessa huomattavasti pienempi. Tästä seuraa, että virtausten rajakerroksen transiio turbulentiksi tapahtuu mallin ja laitteen keulassa eri tavalla. Yksi mahdollisuus varsinaisen laitteen suuremman Reynoldsin luvun huomioon ottamiseksi pienoismallissa ainakin teoriassa on, että rajakerros muutetaan turbulentiksi pienellä langalla pienoismallin keulassa. Näin rajakerros muuttuu turbulentiksi aiemmin vastaavasti kuin suuremmalla Reynoldsin luvulla. Näin tehdyissä kokeissa kavitaatio ei kuitenkaan tapahdu niin kuten sen oletetaan tapahtuvan, vaan pienoismallin kavitaatio häviää, kun virtausnopeutta kasvatetaan. Tehtyjen mallinnusten perusteella erona näissä tilanteissa on laminaarin virtauksen irtoaminen lyhyellä matkalla ennen virtauksen muuttumista turbulentiksi. Kun laitteen keulaan laitetaan langat, tämä transiio turbulentiksi tapahtuu hieman eri tavalla. [24]

Myös vuorovesiturbiinin suunnittelussa Reynoldsin luvun muutos pienoismallikokeen ja varsinaisen turbiinin välillä aiheuttaa ongelmia kavitaation muodostumisluvun ennustamisessa. Vuorovesiturbiini on muodoltaan lähellä tyypillistä tuuliturbiinia. Pienoismallit, joilla vuorovesiturbiineita suunnitellaan, on tarkoitettu laivan potkureiden suunnittua varten. Laivan potkurin Reynoldsin luku on noin kymmenkertainen vuorovesi turbiiniin verrattuna. [25]

## 4. NUMEERISET MENETELMÄT

### 4.1 Virtausta hallitsevat yhtälöt

Virtausta hallitsevat massan ja liikemäärän taseyhtälöt. Massan säilymisen yhtälö muuttuvatiheyksiselle fluidille tensorinotaatiota käyttäen on

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (10)$$

missä  $\rho$  on nesteen tiheys,  $t$  on aika ja  $u_i$  on nopeus suuntaan  $i$ . Liikemäärän säilymis-yhtälöt ovat Newtonin toinen laki neste-elementille. Yhtälöitä kutsutaan myös Navier-Stokesin yhtälöiksi.

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{-\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] \quad (11)$$

Yhtälöissä  $p$  on paine,  $\mu$  on nesteen dynaaminen viskositeetti ja  $\delta_{ij}$  kroeneckerin delta-funktio, joka saa arvon 1, kun  $i = j$  ja 0, kun  $i \neq j$ . Yhtälön vasemman puolen termit ovat konvektiotermit. Oikeanpuolen kaksi ensimmäistä termiä ovat neste-elementin pintoihin kohdistuvat paine- ja kitkavoimat.

### 4.2 Turbulenssin mallinnus

Turbulenttia virtausta voidaan simuloida ratkaisemalla yhtälöt (10) ja (11). Tätä kutsutaan suoraksi simuloinniksi (Direct Numerical Simulation, DNS). Tällöin täytyy ratkaista kaikkein pienimmätkin turbulenssin aika- ja pituuskaalat. Tämä vaatii liian paljon laskentatehoa ollakseen mahdollista normaaleissa insinöörisovelluksissa. Tämän takia turbulenssi täytyy mallintaa.

Turbulenteissa virtauksissa suurien skaalojen pyörteet riippuvat virtauksen olosuhteista ja geometriasta. Pienemmät pyörteet sitä vastoin käyttäytyvät hyvin lähelle isotrooppisesti erilaisissa virtaustapauksissa.

Suorassa simuloinnissa suurin osa laskentatehosta kuluu pienimpien pyörteiden ratkaisemiseen. Toisaalta monesti insinöörisovelluksissa ollaan kiinnostuneita ilmiöistä, jotka ovat seurausta virtauksen suuremmista skaaloista. Tätä varten on kehitetty Suurien pyörteiden simulointi (Large eddy simulation; LES), jossa ratkaistaan tarkasti virtauksen suuremmat skaalat ja pienemmät skaalat mallinnetaan. Pienimmät pyörteet suoda-

tetaan pois tarkasta laskennasta. Tavallisesti suodattimena käytetään laskentaverkkoa, jolloin laskentaverkon koko likimain määrittää mallinnettavat ja tarkasti ratkaistavat skaalat. Pienimmät skaalat mallinnetaan yleensä pyörreviskositeetin avulla.

Eniten käytetty tapa mallintaa turbulenssia perustuu Navier-Stokes yhtälöiden aikakeskiarvottamiseen. Tätä kutsutaan Reynoldsin keskiarvottamiseksi (Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS). RANS menetelmässä ajasta riippuvat suureet jaetaan keskiarvo- ja ajasta riippuvaan heilahtelukomponenttiin:

$$u_i = U_i + U'_i \quad (12)$$

missä  $U_i$  on nopeuden keskiarvo ja  $U'_i$  on nopeuden heilahtelutermin aikakeskiarvo on määritelmän mukaan 0. Sijoittamalla näin jaetut suureet Navier-Stokes yhtälöihin ja ottamalla termeistä aikakeskiarvot saadaan:

$$\frac{\partial(\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j U_i)}{\partial x_j} = \frac{-\partial P}{\partial x_i} \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] + \frac{\partial(\overline{\rho U'_i U'_j})}{\partial x_j}$$

Yhtälöt ovat oikean puolen viimeistä termiä  $\frac{\partial(\overline{\rho U'_i U'_j})}{\partial x_j}$  lukuun ottamatta samanmuotoiset Navier-Stokes yhtälöiden kanssa. Viimeinen termi on nimeltään Reynoldsin jännitys. Mikäli virtauksen tiheys ei ole vakio, jää myös tiheys aikakeskiarvotuksen sisään. Tällöin voidaan suorittaa niin kutsuttu Favre keskiarvotus. Tästä keskiarvotuksesta tulee toinen termi Reynoldsin jännitysten lisäksi, mutta tämä termi voidaan jättää merkityksettömänä pois käytännössä miltei aina.

Reynoldsin jännitysten yleisimmät mallit ovat niin kutsuttuja kaksiyhtälömalleja, jotka käyttävät pyörreviskositeettioletusta Reynoldsin jännitysten mallintamiseen. Malleissa pyörreviskositeetti ratkaistaan turbulenssin pituus- ja nopeusskaalan avulla.

$$\mu_t = \rho C_\mu V_t L_t, \quad (14)$$

missä  $\mu_t$  on dynaaminen pyörreviskositeetti  $V_t$  ja  $L_t$  ovat nopeus- ja pituusskaalat ja  $C_\mu$  on mallivakio. Turbulentit skaalat ratkaistaan omista siirtoyhtälöistään. Toinen ratkaistavista yhtälöistä on turbulenssin kineettinen energia  $k$ , jolle saadaan johdettua yhtälö Navier-Stokesin yhtälöistä. Tämä yhtälö vaatii sulkeutumismakioiden määrittelyn. Toisena yhtälönä voidaan käyttää esimerkiksi turbulenssin kineettisen energian dissipatiota  $\varepsilon$  tai dissipaatiotajuutta  $\omega$ . Näillekin suureille voidaan johtaa tarkat yhtälöt Navier-Stokesin yhtälöistä, mutta lopulliset yhtälöt ovat monista oletuksista ja yksinkertaistuksista johtuen lähinnä empiirisiä. [21]

Pilvikavitaatiota on mallinnettu onnistuneesti monilla eri RANS-malleilla. Coutier-Delgosha et al. [8] käyttivät RNG (Renormalization group)  $k-\epsilon$  mallia ventuurisuuttimessa. Geng ja Escaler [26] vertailivat kolmea eri turbulenssimallia pilvikavitaatiossa NACA65012 ja NACA0015 siipiprofiileilla. Käytetyt turbulenssimallit olivat  $k-\epsilon$  mallia, RNG  $k-\epsilon$  ja Shear stress transport (SST)  $k-\omega$  mallia. Heidän tutkimuksessaan kaikilla malleilla pilvikavitaation mallintaminen onnistui. Pilvikavitaation taajuuden mallintaminen onnistui tarkimmin SST  $k-\omega$  mallilla, kun käytettiin tarkkaa mallinnusta seinälle asti. Muzaferija et al. [11] mallinsivat pilvikavitaatiota twist-11 delft -siipiprofiililla käyttäen SST  $k-\omega$  mallia ja LES simulaatiota. He onnistuivat mallintamaan pilvikavitaation SST  $k-\omega$  mallilla, mutta LES ennusti kavitaation taajuuden ja virtauksen yksityiskohdat tarkemmin. Zwart et al. [10] mallinsivat pilvikavitaatiota ventuurisuuttimessa standardi  $k-\epsilon$  mallilla. He onnistuivat laskemaan pilvikavitaation taajuuden 10 % tarkkuudella.

Tämän työn malleiksi valittiin RNG  $k-\epsilon$  malli, SST  $k-\omega$  malli ja Todenmukainen  $k-\epsilon$  malli (Realizable  $k-\epsilon$ ). RNG  $k-\epsilon$  mallin sulkeutumiskvotit on johdettu käyttäen renormalisointiryhmäteoriaa Navier-Stokes yhtälöihin. SST  $k-\omega$  mallissa käytetään turbulenssin kineettisen energian lisäksi dissipaatiotaajuutta  $\omega$ , jolla mallinnetaan seinän lähialuetta, ja turbulenssin dissipaatiota  $\epsilon$ , kun mallinnettava alue on kauempana seinästä. Todenmukaisessa  $k-\epsilon$  mallissa vältetään epätodenmukaiset negatiiviset turbulenssin kineettisen energian arvot, joita standardi  $k-\epsilon$  malli joissakin tilanteissa tuottaa. Tätä mallia ei ole juuri muiden tutkimuksissa käytetty kavitaation mallintamiseen.

### 4.3 Monifaasivirtauksen mallinnus

Kavitaatiota voidaan mallintaa useilla eri monifaasivirtauksen menetelmillä. Mallinnustavat voidaan jakaa Euler-Lagrange- ja Euler-Euler -menetelmiin.

Euler-Lagrange -menetelmissä toiselle faaseista, nesteelle kavitaatiota mallinnettaessa, ratkaistaan Navier-Stokesin yhtälöt ja toiselle faasille lasketaan partikkelien tai kuplien radat nesteessä. Malliin tarvitaan kytkennät faasien välillä. Partikkelien liikeyhtälöön tarvitaan nesteen aiheuttamat vastusvoimat ja vastaavasti nesteen liikemääräyhtälöissä pitää huomioida partikkelien vaikutus.

Euler-Euler menetelmissä faasien oletetaan olevan keskenään sekoittuneet. Näissä menetelmissä ratkaistaan faasien tilavuusosuudet. Eulerilaisessa mallissa jokaiselle faasille ratkaistaan omat jatkuvuus- ja liikeyhtälöt. Tällöin tarvitaan myös kytkennät liikemääräyhtälöihin faasien välille.



Seosmallissa, jota käytetään tämän työn mallinnuksissa, jatkuvuus- ja liikemääräyhtälöt ratkaistaan seoksen ominaisuuksia käyttäen. Seoksen aineominaisuudet kuten tiheys ja dynaaminen viskositeetti saadaan faasin ominaisuuksien ja tilavuusosuuden avulla:

$$\rho_m = (1 - \alpha)\rho_l + \alpha\rho_v \quad (15)$$

$$\mu_m = (1 - \alpha)\mu_l + \alpha\mu_v \quad (16)$$

missä alaindeksit  $m$ ,  $l$  ja  $v$  viittaavat vastaavasti seokseen, nesteeseen ja höyryyn, ja missä höyryfaasin tilavuusosuus on  $\alpha$ . Seoksen jatkuvuus- ja liikemääräyhtälöiden lisäksi tarvitaan yhtälö höyryn tilavuusosuudelle:

$$\frac{\partial(\alpha\rho_v)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha\rho_v u_{i,m})}{\partial x_i} = R_e - R_c \quad (17)$$

missä  $u_{i,m}$  on seoksen nopeus, ja  $R_e$  on höyrystymisen lähdetermi ja  $R_c$  on kondensoitumisen lähdetermi. Näiden lähdetermien avulla otetaan kavitaatio huomioon mallinnuksessa. Yleinen ja Fluentin käyttämä tapa lähdetermien mallinnukseen on Raleigh-Plesset yhtälö, joka esitellään luvussa 4.4.

#### 4.4 Kavitaatiomallit

Kavitaatiossa tapahtuvaa höyrystymistä ja kondensaatiota mallinnetaan Raleigh-Plesset (R-P) yhtälöllä. Yhtälö kuvaa tarkkaan ottaen yksittäisen pyöreän höyryä ja ilmaa sisältävän kuplan koon muuttumista, mutta mallia voidaan käyttää myös monimutkaisemmissa tapauksissa. Mallia johdettaessa on oletettu, että painovoimaa ei tarvitse ottaa huomioon ja ettei ilman massa muutu kuplan sisällä, eli että ilma ei liukene nesteeseen. Kuplan oletetaan olevan adiabaattinen eli kuplan ja ympäröivän nesteen välillä ei tapahdu lämmönsiirtoa. Kuplan oletetaan olevan kylläinen höyrystä, ja että höyryn paine on nesteen lämpötilan höyrinpaine. Raleigh-Plesset yhtälö saadaan ratkaisemalla Navier-Stokesin yhtälöt pallokoordinaatistossa ja määrittäen reunaehdot kuplan pinnalla sekä kaukana kuplasta. Lisäksi alkuehdoksi pitää määrittää kuplan säde. R-P yhtälö on:

$$R_b \frac{D^2 R_b}{Dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{DR_b}{Dt} \right)^2 = \left( \frac{P_b - P}{\rho_l} \right) - \frac{4\nu_l}{R_b} \dot{R}_b - \frac{2S}{\rho_l R_b} \quad (18)$$

missä  $R_b$  on kuplan säde,  $\frac{DR_b}{Dt}$  on säteen kokonaisderivaatta,  $P_b$  on kuplan paine,  $P$  on nesteen paine kuplan ulkopuolella, täksi paineeksi on laskennassa oletettu kyseessä olevan laskentapisteen paine,  $\nu_l$  on nesteen kinemaattinen viskositeetti ja  $\dot{R}_b$  on säteen

muutosnopeus. Kuplan paine  $P_b$  voi koostua kondensoimattomien kaasujen paineesta sekä kuplaan höyrystyneen kylläisen höyryn paineesta. Vasemman puolen termit kuvaavat kuplan säteen kiihtyvyyden ja nopeuden vaikutusta ja oikean puolen termit järjestyksessä vasemmalta oikealle paineen, kitkan ja pintajännityksen vaikutuksia.

Joissakin tapauksissa yhtälöä voidaan yksinkertaistaa jättämällä kiihtyvyyden, kitkan ja pintajännityksen termit pois, jolloin yhtälö saa muodon:

$$\frac{DR_b}{Dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \left( \frac{P_b - P}{\rho_l} \right)} \quad (19)$$

Tätä muotoa kutsutaan pelkistetyksi Raleighin yhtälöksi. Yksinkertaisemman muodon etuna on, että kuplan säteen nopeus saadaan suoraan ilman että tarvitsee ratkaista Raleigh-Plesset yhtälöä, joka on differentiaaliyhtälö [10].

Säteen muutosnopeuden avulla saadaan määritettyä lähde-termin höyryntilavuusosuuden yhtälössä. Esimerkiksi Zwart:n [10] kavitaatiomallissa höyrystymisen ja kondensoitumisen lopulliset lähde-terminit ovat:

$$R_e = F_{vap} \frac{3\alpha_{nuc}(1-\alpha)\rho_v}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \left( \frac{P_b - P}{\rho_l} \right)} \quad (20)$$

$$R_c = F_{cond} \frac{3\alpha\rho_v}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \left( \frac{P - P_b}{\rho_l} \right)} \quad (21)$$

missä  $\alpha_{nuc}$  on kavitaatio ytimien tilavuusosuus ja  $F_{vap}, F_{cond}$  ovat empiiriset vakiot höyrystymiselle ja kondensaatiolle. Yhtälöissä neliöjuuren argumentin on oltava positiivinen, minkä takia kondensaation lähde-termin paine-ero  $P - P_b$  on käännetty toisin päin.

Yhtälöiden (20) ja (21) empiiriset vakiot ovat tyypillinen seuraus pelkistetyn Raleighin yhtälön käytöstä. Vaikka yksinkertaistettu yhtälö kuvaa melko tarkasti yksittäisen kuplan rajatonta kasvua, se ei toimi yhtä hyvin, kun kavitaatiokuplan koko oskilloi. [6]

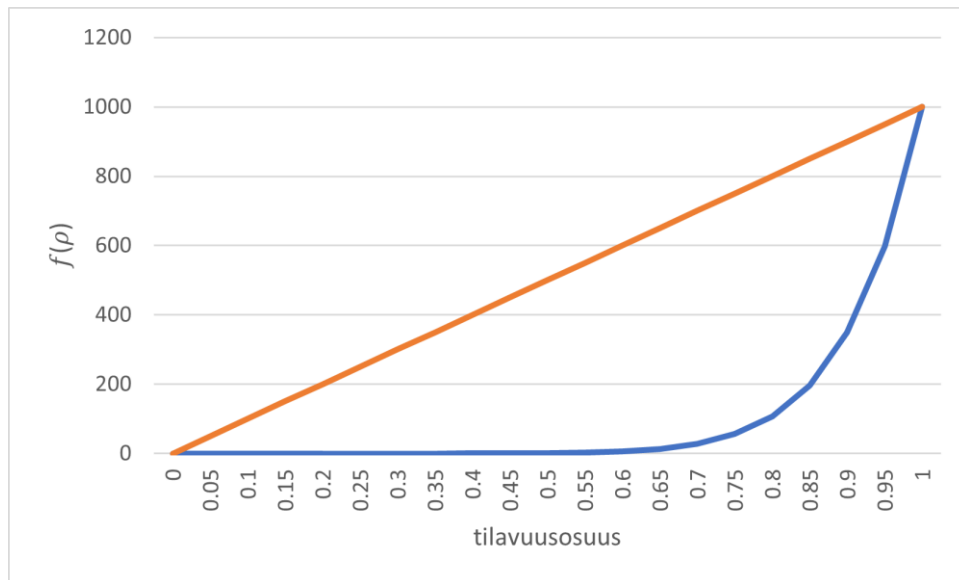
Mallinnettaessa oskilloivaa pilvikavitaatiota tavallisilla turbulenssimalleilla tulokseksi tulee stabiili levykavitaatio. Tämän takia Coutier-Delgosha et al. [8] muokkasivat turbulenssin viskositeetin yhtälöä muotoon:

$$\mu_t = f(\rho) C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (22)$$

missä tiheyden  $\rho$  tilalle käytetään funktiota:

$$f(\rho) = \rho_v + \alpha^n(\rho_l - \rho_v) \quad (23)$$

Tämä yhtälö pienentää turbulenssin viskositeetin yhtälön tiheyttä, kun  $n > 1$  virtauksen alueella, missä esiintyy molempia faaseja. Yksifaasisen virtauksen alueella yhtälö palauttaa tavallisen tiheyden arvon. Kuvassa 4 on esitetty funktio  $f(\rho)$  eri tilavuusosuu- den arvoilla, kun  $n = 10$ . Funktio pienentää tiheyden arvoa lähelle höyryn tiheyttä muul- loin paitsi, höyryn tilavuusosuuden ollessa lähellä yhtä, eli fluidin ollessa nestettä.



**Kuva 4.** Turbulenssin viskositeetin modifioitu tiheyden funktio

Toinen keino pienentää turbulenssia seoksessa on lisätä dissipaation yhtälöön lähde- termi [27].

$$S_{\varepsilon,i} = \frac{A_i \Delta n C_\mu \rho_i}{k_i} \left( \frac{6B\mu_i k_i}{\rho_i \Delta n^2} \right)^2 \quad (24)$$

Yhtälössä mallivakio  $C_\mu = 0.09$ ,  $B$  on vaimennuskerroin, jonka oletusarvo on 10 ja  $\Delta n$  on laskentatilavuuden korkeus. Alaindeksi  $i$  tarkoittaa faasia. Seosmallia käytettäessä yhtälö lasketaan molemmilla faaseilla ja tulokset summataan yhteen. Rajapinnan ti- heysmuuttuja on määritelty:

$$A_i = 2.0\alpha_i |\nabla\alpha_i| \quad (25)$$

Rajapinnan tiheys riippuu tilavuusosuudesta ja tilavuusosuuden gradientista. Tätä mal- lia on käytetty etupäässä kondensoitumisen mallinnuksessa, mutta tämäkin malli pyrkii pienentämään turbulenssia seoksen alueella. Teorettinen pohja mallilla on, että turbu- lenssin on havaittu vaimenevan nesteen ja kaasun rajapinnassa, koska neste vaikuttaa kaasufaasiin samalla tavalla kuin seinä, jonka läheisyydessä turbulenssi vaimenee. Tämä yhtälö siis kasvattaa dissipaatiota ja siten pienentää turbulenssin kineettistä

energiaa. Tämän takia liikeyhtälöissä oleva pyörreviskositeetti pienenee. Tätä menetelmää kutsutaan myöhemmin tässä työssä turbulenssin vaimennukseksi [27].

Coutier-Delgosha et al. [8] ja Zwart et al. [10] onnistuivat mallintamaan tällä pyörreviskositeetin muunnoksella oskilloivaa pilvikavitaatiota samassa ventuurisuuttimessa. Molemmat saivat myös pilvikavitaation oskillointitaajuuden mallinnettua 10 % tarkkuudella. Erona malleissa oli se, että Zwart käytti seosmallia yhdessä pelkistetyn R-P yhtälön kanssa. Coutier-Delgosha taas käytti barotrooppista mallia, jossa mallinnetaan yksifaasisivirtaus ja asetetaan uusi yhtälö, josta saadaan nesteen tiheys paineen funktiona ja tiheyden avulla saadaan höyryn tilavuusosuus. Barotrooppinen malli ei ota huomioon tilavuusosuuden muutoksen dynaamisia vaikutuksia, mitkä taas tulevat mallinnetuksi monifaasimallilla ja R-P yhtälöllä. Barotrooppisessa mallissa on oma sulkeutumiskertoimen, jolle haettiin sopiva arvo. Coutier-Delgosha sanoo pyörreviskositeetin muunnoksen olevan mielivaltaisen, mutta muunnos kuitenkin hänen mukaansa ottaa huomioon nesteen ja kaasun seoksessa tapahtuvan turbulenssin rakenteiden kokoonpuristuvuuden.

Giannadakis et al. [5] mallinsivat kavitaatiota dieselmoottorin ruiskutus-suuttimessa. He käyttivät Euler-Lagrange menetelmää. Tekijöiden mukaan kavitaation mallinnuksessa on monia eri mallinnettavia prosesseja, joilla on merkittävästi vaikutusta mallinnuksen onnistumiseen. Laskennassa höyryä voi syntyä enemmän kuin laskentatilavuuden tilavuus on. Tätä varten heidän mallissaan ”ylimääräinen” syntynyt höyry lisättiin viereisiin laskentatilavuuksiin. Lisäksi he käyttivät täydellistä R-P yhtälöä ja mallinsivat vielä lisäksi erikseen höyrykuplien yhtymisen, kuplien hajoamisen pienemmiksi kupliksi ja turbulenssin sekoitusvaikutuksen. Tällä mallilla saatiin mallinnettua kavitaatio suuttimessa suurilla paine-eroilla, jotka ovat tyypillisiä dieselmoottoreissa.

Konfressijulkaisussaan Zwart et al. [10] esittelevät edellä esitettyä kavitaatiomalliaan. Siinä he kertovat höyrystymis- ja kondensaatioyhtälöiden erojen syyksi laskennan epävakauden, mikäli molemmat yhtälöt ovat samanmuotoisia kondensaatioyhtälön (21) kanssa. Heidän mukaansa höyrystymisyhtälöön laitettu  $\alpha_{nuc}(1 - \alpha)$  kuvaa tilannetta, jossa suuremmilla höyryn tilavuusosuuksilla laskentatilavuudessa olevien kavitaatioyhtymien määrä pienenee samalla, kun nesteen määrä laskentatilavuudessa pienenee. Mielestäni tälle perusteelle ei ole fysikaalista pohjaa, koska laskentatilavuudessa oleva höyry jatkaa yhtä lailla laajenemista, mikäli paine on alle höyrynpaineen. Kuten luvussa 2.4 mainittiin, pilvikavitaatiossa pinnassa kiinni olevan höyrykuplan pinta on monesti kirkas tehdyissä kokeissa, mikä viittaa selkeään rajaan höyry- ja nestefaassien välillä. Mikäli kavitaatio tapahtuisi vain kavitaatioyhtymien kasvun seurauksena, luulisi tämän rajapinnan olevan sumeampi. Ilmeisesti tästä johtuu suuri ero kertoimien  $F_{vap}$  ja  $F_{cond}$  välillä ja tämä ero taas on kompensoitu kavitaatioyhtymien tilavuusosuudella  $\alpha_{nuc}$ , joka

on tyypillisesti luokkaa  $5 * 10^{-4}$ . Ilmeisesti tällä on saatu pienennettyä höyrystymisen määrää suurilla höyryn tilavuusosuuksilla, ja tämä on puolestaan vakauttanut laskentaa. Paremmalta tavalta vaikuttaa edellä mainittu Giannadakis et al. [5] käyttämä menetelmä, jossa ylimääräinen höyry siirretään viereisiin laskentatilavuuksiin.

Muzaferija et al. [11] mallinsivat oskilloivaa pilvikavitointia kolmiulotteisen siiven tapauksessa. He vertailivat kavitaation mallinnusta sekä täydellisellä R-P yhtälöllä että sen yksinkertaistetulla muodolla. Kun turbulenssi mallinnettiin perinteisellä RANS mallilla, yksinkertaistetun R-P yhtälön simuloinnissa oskilloivaa pilvikavitointia ei tapahtunut, vaan siiven pinnalle muodostui stabiili kavitaatiokupla, jonka koko pysyi muuttumattomana. Käytettäessä täydellistä R-P yhtälöä kavitaatiopilven irtoaminen tapahtui, ja pilven irtoamisperiodin aika oli lähellä mittaustuloksia. Mielenkiintoisesti, kun Muzaferija et al. käyttivät turbulenssin mallinnukseen LES/RANS-hybridimallia, myös yksinkertaistetun R-P yhtälön malli tuotti kavitaatiopilven periodisen irtoamisen. Tässäkin tapauksessa täydellinen R-P yhtälö pystyi tarkemmin kuvaamaan irtoavan kavitaatiopilven erikoispiirteet. Tämän perusteella pelkistetyistä Zwart:n mallista poisjätetyt termit tekevät laskennasta epätarkempaa, vaikka myös täydellinen R-P yhtälö on tarkoitettu kuvaamaan vain yksittäisen höyrykuplan kasvua.

Gavaises et al. [15] mallinsivat pilvikavitaatiota eroosion tutkimiseen tarkoitetussa koelaitteessa. He onnistuivat mallintamaan kavitaation käyttäen Euler-Lagrange menetelmää ja turbulenssimallinnukseen LES/RANS-hybridimallinnusta. He myös yrittivät mallinnusta pelkällä RANS mallilla, mutta tällöin malli ei onnistunut ennustamaan pilvikavitaatiota.

Näiden tutkimusten perusteella pilvikavitaation mallintamiseen vaikuttaa monta tekijää. Turbulenssin mallinnuksessa monimutkaisemmat mallit ennustavat paremmin pilvikavitaation. Myös höyryfaasin mallinnuksessa monimutkaisemmat mallit ovat yleensä olleet tarkempia kuin pelkistettyä R-P yhtälöä käyttäneet mallit.

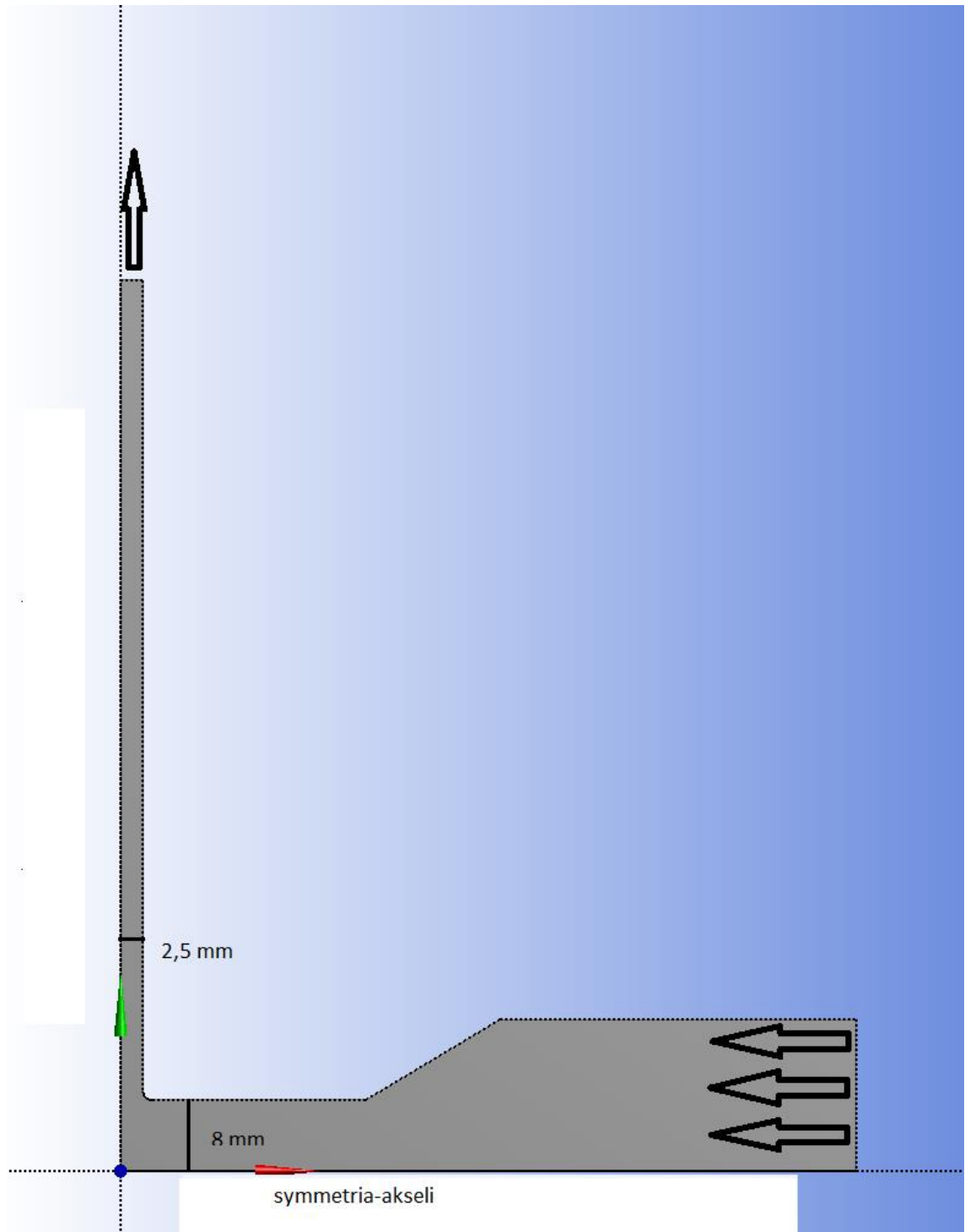
## 5. SIMULOINTIMALLI KAVITAATION TESTILAITTEELLE

### 5.1 Geometria ja laskentaverkko

Tässä työssä käytettävä geometria on testilaitteesta, jolla Franc et al. [15] ovat tutkineet kavitaation aiheuttamaa eroosiota. Laitteen periaatekuva on esitetty kuvassa 5. Laitteisto on akselisymmetrinen, ja suuttimen säde on 8 mm. Laitteessa virtaus tulee kohtisuoraan levyyn nähden, minkä jälkeen virtaus leviää radiaalisesti 2,5 mm korkeaa kanavaa pitkin. Samalla virtauksen nopeus kanavassa pienenee, mitä kauemmaksi suuttimesta siirrytään, koska virtauksen poikkipinta-ala vastaavasti suurenee. Suuttimen ja kanavan kulmaan on tehty pyöristys, jonka säde on 1 mm. Tässä kulmassa myös tapahtuu kavitaatiota tai höyryn muodostumista. Höyrykuplat kondensoituvat keskimäärin noin 25 mm etäisyydellä symmetria-akselista, minkä takia tällä alueella myös eroosio on voimakkainta. Laitteen tarkoituksena on, että kanavan alapuolinen levy voidaan vaihtaa ja täten tutkia eri materiaalien eroosiokestävyyttä. Tarkempia tietoja laitteesta löytyy lähteestä [15].

Laskennoissa käytettiin laskentaverkkoa, johon tehtiin rajakerrostihennys seinille. Pilvikavitaatiossa kavitaatiokuplan irrottava takaisinvirtaussuihku on luokkaa 15 % kavitaatiopilven paksuudesta. Jos tässä tapauksessa oletetaan kavitaatiopilven olevan puolet radiaalisen kanavan korkeudesta, olisi se 1 mm korkuinen ja vastaavasti takaisinvirtaussuihku olisi luokkaa 0,1 mm. Tällöin mallinnettaessa kanava 20 yhtä korkealla laskentatilavuudella, tulisi takaisinvirtaussuihku mallinnettua vain yhdellä laskentatilavuudella. Jotta tämä suihku saataisiin mallinnettua tarkasti, käytetään rajakerrostihennystä, jolloin y+ seinällä on luokkaa 1. Laskentaverkkoa tihennettiin lisäksi virtaussuunnassa kanavan alkuosaan, missä kavitaatio tapahtuu.

Esilaskentaa suoritettiin neljällä eri laskentaverkolla tulosten laskentaverkkoriippumattomuuden varmistamiseksi. Verkkojen laskentatilavuuksien määrät olivat 15663, 39266, 87123 ja 156663. Laskennoissa käytettiin Todenmukaista k-ε mallia (Realizable k-ε) ja seinän lähialue mallinnettiin EWT:llä (Enhanced wall treatment).



**Kuva 5.** Kavitaation koelaitteen periaatekuva

Simuloinneissa kaikilla eri verkoilla tuli stabiili höyrykupla radiaalikanavan alkuun. Malli ei kyennyt ennustamaan oskilloivaa pilvikavitaatio, joka oli testilaitteessa havaittu. Höyrykupla oli lisäksi huomattavasti lyhyempi kokeessa esiintyneeseen kavitaatioon verrattuna.

Kaikilla verkoilla lasketut tulokset olivat lähellä toisiaan. Kavitaatiopilvien koot olivat lähellä toisiaan ja erot tilavuusvirroissa olivat selvästi alle 1 %. Harvimmalla verkolla no-

peusprofiilit poikkesivat jonkin verran muiden laskentaverkkojen tuloksista kanavan alkuosassa. Tämän takia mallinnusta jatkettiin toiseksi harvimmalla verkolla, jossa laskentatilavuuksia oli 39266.

## 5.2 Työssä tehdyt mallinnukset

Laskenta aloitettiin stationaarilla simuloinnilla käyttäen Todenmukaista k- $\epsilon$  mallia (Luku 6.1). Stationaarin laskennan painekentän ja massavirran tuloksia verrataan ajasta riippuvaan laskentaan. Luvussa 6.3 verrataan RNG k- $\epsilon$ , SST k- $\omega$  ja Todenmukaisen k- $\epsilon$  turbulenssimalleja aikariippuvassa laskennassa käyttäen Zwart:n kavitaatiomallin suurempia kertoimia  $F_{vap} = 50$  ja  $F_{cond} = 0,01$ . Luvussa 6.4 esitellään tarkemmin RNG k- $\epsilon$  mallin aikariippuvan laskennan tulokset. Tästä eteenpäin kaikki simuloinnit suoritettiin ajasta riippuvina. Luvussa 6.5 mallinnettiin RNG k- $\epsilon$  mallilla käyttäen pyörreviskositeetin muunnosta ja Zwart:n mallin pienempiä kertoimia,  $F_{vap} = 0,4$  ja  $F_{cond} = 0,001$ . Pyörreviskositeetin muunnoksessa kokeiltiin kahta eri  $n$ :n arvoa 10 ja 50. Luvussa 6.6 käytettiin RNG k- $\epsilon$  mallia ja turbulenssin vaimennusta. Laskenta suoritettiin molemmilla Zwart:n mallin kertoimien arvoilla. Luvussa 6.7 verrataan samoja turbulenssimalleja kuin luvussa 6.3. Laskennassa käytettiin pienempiä Zwart:n kertoimia. Höyryn tilavuusosuuden lisäksi vertailtiin turbulenssin kineettistä energiaa.

## 5.3 Laskentamenetelmät

Laskennat tehtiin tapauksesta, jonka kavitaatioluku  $\sigma_v$  on 0,92, ylävirran puoleinen paine  $P_{up}$  on 31,3 bar ja alavirran puoleinen paine  $P_{down}$  on 15 bar. Sekä sisään- että ulosvirtausreunaehdot asetettiin paineen mukaan. Turbulenssisuureet määriteltiin turbulenssin intensiteetin ja hydraulisen halkaisijan avulla. Intensiteetille annettiin arvoksi 5 % ja hydrauliselle halkaisijalle sisäänvirtauksessa 34 mm ja ulosvirtauksessa 5 mm. Ajasta riippuvissa laskennoissa käytettiin Piso painekorjausmenetelmää Fluent:n suositusten mukaisesti. Paineen diskretointiin käytettiin PRESTO! -algoritmia. Muiden termien diskretointi suoritettiin toisen asteen tarkkuudella tilavuusosuuden yhtälöä lukuun ottamatta, missä käytettiin kolmannen kertaluvun diskretointia.

Kavitaatiomallin mallivakiot (yhtälöt 20 ja 21) asetettiin vastaamaan tehtyjä kokeita, joissa ilman ja muiden epäpuhtauksien määrä oli pyritty pitämään mahdollisimman pienenä. Yhtälöiden mallivakiot ovat:

$$R_b = 10^{-6}m, \alpha_{nuc} = 5 * 10^{-4}, F_{vap} = 50, F_{cond} = 0,01$$



missä  $R_b$  on kuplien säde,  $\alpha_{nuc}$  on kavitaatioytimien tilavuusosuus,  $F_{vap}$  on höyrystymisvakio ja  $F_{cond}$  on kondensaatiovakio. Laskennoissa käytettiin 25 asteista vettä, jolloin veden höyrynpaine on  $3170 Pa$ .

Ratkaistaessa mallinnustehtävää tulee varmistua, että numeerinen virhe on hyväksyttävällä tasolla. Toisaalta laskennan tulisi olla myös tehokasta, ettei laskentaan käytettäisi turhia resursseja. Hyväksyttävä virheen suuruus riippuu suoritettavasta laskennasta. Kehitettäessä uutta mallia virheen tulisi olla suhteellisesti pienempi kuin tuotekehitysprojektissa, jossa haetaan alustavia suuntaviivoja.

Laskennan virhe voidaan jakaa kolmeen osaan mallinnus-, diskreetointi- ja iteraatiovirheeseen. Esilaskennassa nämä virheet pitää arvioida edeten pienimmästä suurimpaan. Eli ensin arvioidaan iteraatiovirhe sitten diskreetointivirhe ja lopuksi mallinnusvirhe. Lisäksi Ferzigerin mukaan näiden virheiden pitäisi olla noin kertaluokkaa erisuuruisia. Jos mallinnus virheen halutaan olevan noin 1 % luokkaa, pitäisi diskreetointivirheen olla  $10^{-3}$  ja iteraatiovirheen vastaavasti  $10^{-4}$ . [20]

Iteraatiovirheellä tarkoitetaan diskreetoidun yhtälöryhmän tarkan ja konvergoitiehdon täyttävän ratkaisun erotusta. Laskennassa iteraatiovirhettä arvioidaan residuaalien avulla. Ja niiden tulisi olla luokkaa  $10^{-4}$ . [20]

Diskreetointivirhe pitää sisällään laskentaverkon koosta ja aika-askeleesta johtuvat virheet. Nämä molemmat pienenevät iterointivirheeseen saakka, kun niitä pienennetään. [20]

Mallinnusvirheellä tarkoitetaan eroa todellisen virtauksen ja sitä ratkaisussa käytettävien mallien välistä eroa. Tämä sisältää fysikaalisten mallien lisäksi alku- ja reunaehdoista johtuvat virheet. Usein laskentageometriaa on yksinkertaistettava, jotta siihen saadaan tehtyä hyvälaatuinen laskentaverkko. Myös sisään- ja ulosvirtausreunaehdot eivät yleensä täysin vastaa todellista virtausta. [20]

Tässä työssä toimivien konvergoitiehtojen määrittäminen oli työlästä. Osa residuaaleista ei pudonnut oletuksena olleen ehdon  $10^{-4}$  alle. Tilavuusosuuden ja dissipation residuaalit olivat ne, jotka useimmin tasaantuivat ennen konvergoitiehdon alittumista. Konvergoitiehtojen toteutuminen vaihteli sekä käytössä olevien mallien välillä että laskennan eri vaiheissa. Osassa ajasta riippuvissa laskennoissa konvergointi tapahtui noin 10-15 iteraatiokierroksen aikana, mitä voi pitää sopivana määränä. Välillä taas residuaalien tasaannuttua liian aikaisin aika-askel vaihtui määritetyn iteraatiokierrosten maksimin mukaan. Tälle oli kuitenkin vaikea määrittää sellaista määrää, jolla laskenta olisi ollut varmuudella riittävän tarkkaa ja tehokasta, eli ettei aika-askeleen aikana olisi tehty paljoa ylimääräistä laskentaa.

Edellä mainittujen haasteiden takia laskennan konvergoitumista tarkasteltiin enemmän massavirtojen sekä höyryn tilavuusosuuksien arvojen avulla. Näille voidaan asettaa Fluent:ssa [28] konvergoitumisehtoja, joissa kahden peräkkäisen iteraatiokierroksen arvon erotusta verrataan itse suureen arvoon:

$$\frac{m(n) - m(n - 1)}{m(n)} \quad (26)$$

missä  $m(n)$  on laskettavan suureen arvo ja  $n$  on iteraatiokierroksen järjestysluku.

Massavirroille ja höyryn tilavuusosuuksille asetettiin ehdoiksi  $10^{-4}$ . Tätä ehtoa testattiin vertaamalla erisuuruksilla ehdoilla saatuja tuloksia. Tämä ehto vähensi tarvittavien iteraatiokierrosten määrää. Tätä käytettäessä jätettiin dissipaation ja tilavuusosuuden residuaalien konvergoitumisehto pois käytöstä. Fluentin oppaassa kerrotaan, että iteraatiokierrosten määrän ollessa suuri pitäisi lyhentää aika-askelta. Näissä laskennoissa tämä ei tuonut oleellista muutosta laskentaan.

## 6. TULOKSET

### 6.1 Stationäärinen kavitaatio

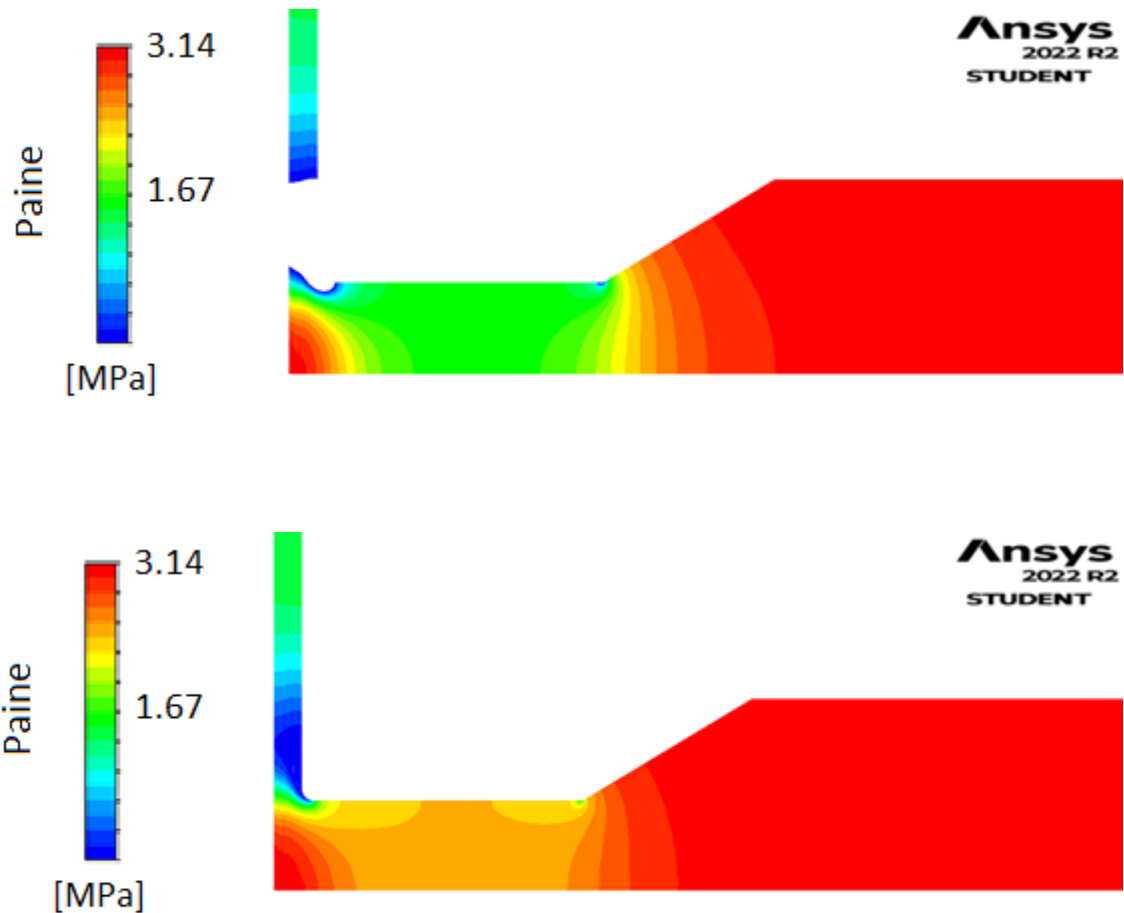
Kavitaation mallintaminen aloitettiin ajasta riippumattomalla laskennalla eli stationaarisesti. Laskennassa käytettiin Todenmukaista  $k$ - $\epsilon$  mallia. Muodostunut höyrykupla (Kuva 6) on vain noin 5 mm pituinen, eli höyry ulottui noin 13 mm päähän laitteen symmetria-akselista. Suoritetuissa kokeissa höyryä havaittiin noin 25 mm päässä symmetria-akselista.



**Kuva 6.** Stationäärin kavitaation höyryn tilavuusosuus

Virtaus muuttuu huomattavasti, kun laskennassa huomioidaan kavitaatio yksifaasivirtauksen sijaan. Kuvassa 7 verrataan 1-faasivirtauksen ja kavitaatiomallilla laskettujen virtausten painekenttiä. Yksifaasivirtauksessa paine putoaa selvästi negatiiviseksi. Tämä alue on rajattu pois kuvasta, jotta molempien kuvien värit vastaavat melko tarkkaan toisiaan. Koska laskennoissa sekä sisään- että ulosvirtauksessa käytettiin painereuna-ehdot, on massavirta laskentojen tapausten välillä eri. Kavitaatiomallilla massavirta on 7,529 kg/s ja yksifaasivirtauksessa taas 10,988 kg/s. Näin tapahtuu tavallisesti, kavitaatio lisää virtausvastusta.

Painekentistä huomataan, että kehittyneitä kavitaatiota ei voi ratkaista yksifaasivirtauksena. Tässä kanavan alkuosassa on koko leveydeltä negatiivinen paine. Tätä ei voi tulkita niin, että koko negatiivisen paineen alue olisi höyryä. Olkoonkin, ettei tässä tapauksessa kavitaatiomallikaan ennusta virtausta tai höyryn määrää oikein, on se kuitenkin todenmukaisempi.



**Kuva 7.** Yksifaasimallilla (ylh.) ja kavitaatiomallilla (alh.) lasketut painekentät

## 6.2 Ajasta riippuva laskenta

Ajasta riippuvassa laskennassa testattiin aluksi aika-askeleen vaikutusta laskentaan. Laskenta suoritettiin aika-askeleilla  $10^{-5}s$ ,  $5 \times 10^{-6}s$  ja  $2 \times 10^{-6}s$ . Mittausten perusteella pisimmällä aika-askeleella ( $10^{-5}s$ ) tulisi noin 70 aika-askelta yhdelle pilvikavitaation syklille. Muiden suorittamissa laskennoissa on käytetty Coutier-Delgosha 125 aika-askelta (Coutier-Delgosha) [8] ja 180 (Zwart) [10].

Simuloinneissa kaikilla aika-askeleilla muodostui kanavan alkuosaan stabiili höyrykupla. Kupla on kooltaan ja sijainniltaan hyvin lähellä stationaarissa laskennassa saatua vastausta (Kuva 6). Tämä on odotettavaa vastauksen ollessa stabiili. Tällöin stationaaria ja ajasta riippuvaa laskentaa voi pitää vain erilaisina iterointimenetelminä. Myös massavirrat olivat stationaarissa ja aikariippuvassa laskennassa hyvin lähellä toisiinsa, eroa n. 0,2 %.

Myöhemmissä mallinuksissa käytettiin oletuksena  $10^{-5}$ s aika-askelta, mutta testattiin lyhyempiä aika-askeleita, kun vastaus oli jollain tavalla ajasta riippuva.

### 6.3 Turbulenssimallit

Laskennoissa testattiin kolmea eri turbulenssimallia kavitaation mallinnuksessa. Käytetyt mallit olivat Todenmukainen k- $\epsilon$  malli, Renormalization Group (RNG) k- $\epsilon$  malli ja Shear stress transport (SST) k- $\omega$  malli. Malleista Todenmukaisen k- $\epsilon$  mallin lisäksi SST k- $\omega$  malli ennusti stabiilin höyrykuplan muodostumisen kanavan alkuun. RNG mallissa kavitaatio oli oskilloivaa, mutta sykli oli hyvin erilainen verrattuna luvussa 2.4 esitettyyn pilvikavitaation sykliin. RNG mallin tuloksia tarkastellaan tarkemmin luvussa 6.4.

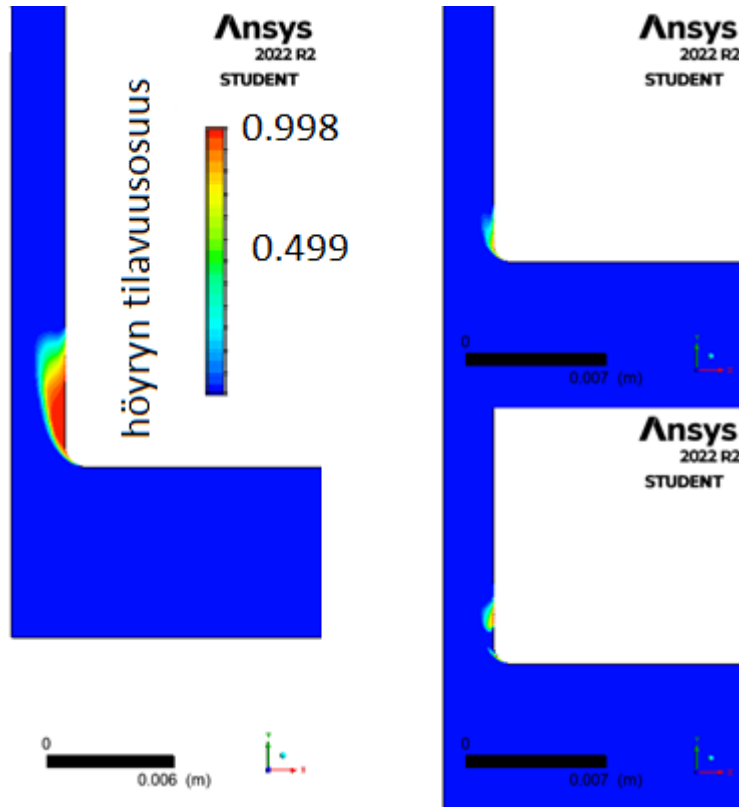
Mallien välillä oli hyvin pieni ero massavirtojen suuruudessa. Todenmukaisella k- $\epsilon$  mallilla massavirta oli 7,53 kg/s ja SST k- $\omega$  mallilla 7,48 kg/s. RNG k- $\epsilon$  mallilla kavitaatio-syklin keskimääräinen massavirta oli noin 7,4 kg/s. Taulukossa 1 on esitetty mallinnusten massavirrat, oskillointitaajuudet ja maksimietäisyys  $L_{pilvi}$ , johon höyry ulottuu.

Stabiili kavitaatiokupla on SST k- $\omega$  mallilla pienempi verrattuna Todenmukaiseen k- $\epsilon$  malliin (Kuva 8). SST k- $\omega$  mallilla myös höyryn tilavuusosuus on jonkin verran pienempi kuin Todenmukaisessa k- $\epsilon$  mallissa.

Kuvissa 9 ja 10 on esitetty turbulenssin kineettinen energia. Kuva 8 skaalattu suurimman turbulenssin kineettisen energian arvon mukaan, mikä tässä tapauksessa on noin  $523,9 \frac{m^2}{s^2}$ . Kuvassa 10 on kineettisen energian arvo rajattu 10 %:iin tuosta maksimista. Tällä rajauksella nähdään eroja turbulenssin arvoissa virtauksen patopisteen alueella. Todenmukainen k- $\epsilon$  malli ennustaa suurimmat turbulenssin kineettisen energian arvot sekä patopisteen alueelle että kanavan alkuosaan, missä esiintyy kavitaatiota. Laskentojen välillä on suuria suhteellisia eroja kineettisessä energiassa myös patopistealueella. SST k- $\omega$  mallin ennustamat kineettisen energian arvot patopistealueella ovat alle 10 % Todenmukaisen mallin arvoista maksimiarvosta. RNG k- $\epsilon$  malli ennustaa patopistealueelle kineettisen energian arvoksi noin 30 % Todenmukaisen mallin maksimi arvoista. Nämä erot voivat olla seurausta eri turbulenssimallien välisistä eroista, koska virtaus patopisteestä ylävirtaan päin on puhtaasti yksifaasivirtaus. Kavitaation alueella oleviin eroihin taas vaikuttaa voimakkaasti turbulenssi- ja kavitaatiomallin välinen kytkentä.

Tämän työn tutkittava geometria poikkeaa melko selvästi muista tutkimuksista, joissa on mallinnettu pilvikavitaatiota. Tavallisesti tutkimukset on suoritettu joko ventuurisuuttimilla [8] tai jollakin siipiprofiililla [9]. Erona tämän työn geometriaan näissä on, että tämän työn tapauksessa virtaus kääntyy voimakkaasti ennen kavitaatioaluetta. Tehdyis-

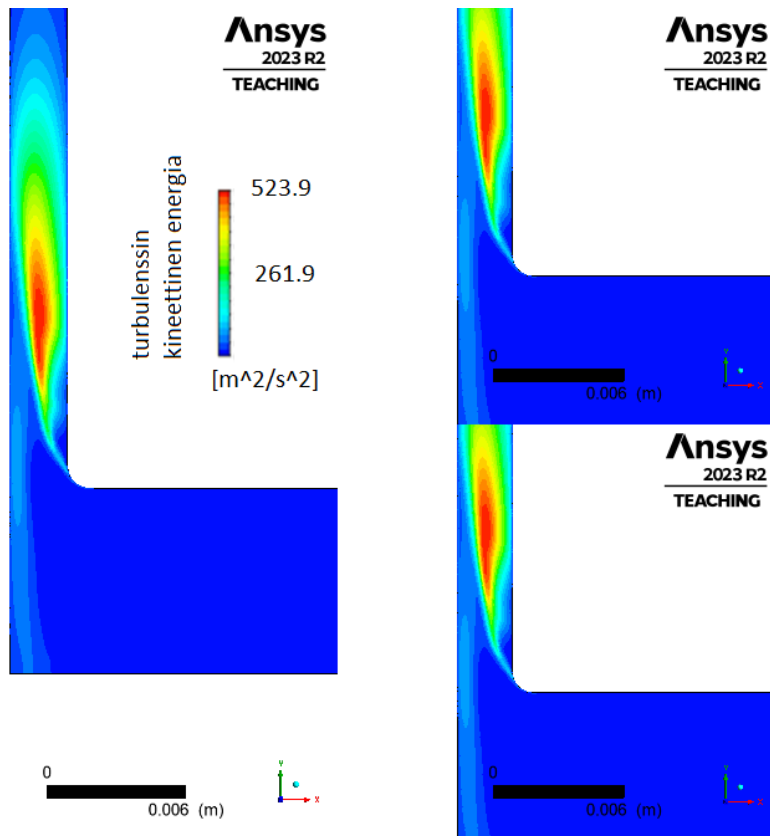
sä mittauksissa ei ole tietoa esimerkiksi turbulenssisuureista. Perinteiset kaksiyhtälömallit, joita tässäkin työssä käytettiin, eivät toimi yhtä luotettavasti virtauksissa, joissa virtaus muuttaa selvästi suuntaansa [21]. Tämä voi olla yksi syy, miksi pilvikavitaation mallintaminen tämän työ geometrialla on haastavampaa verrattuna, vaikka siipiprofiliin. Kaksiyhtälömallien toimintaa on mahdollista parantaa erilaisilla kaareutumiskorjauksilla [29].



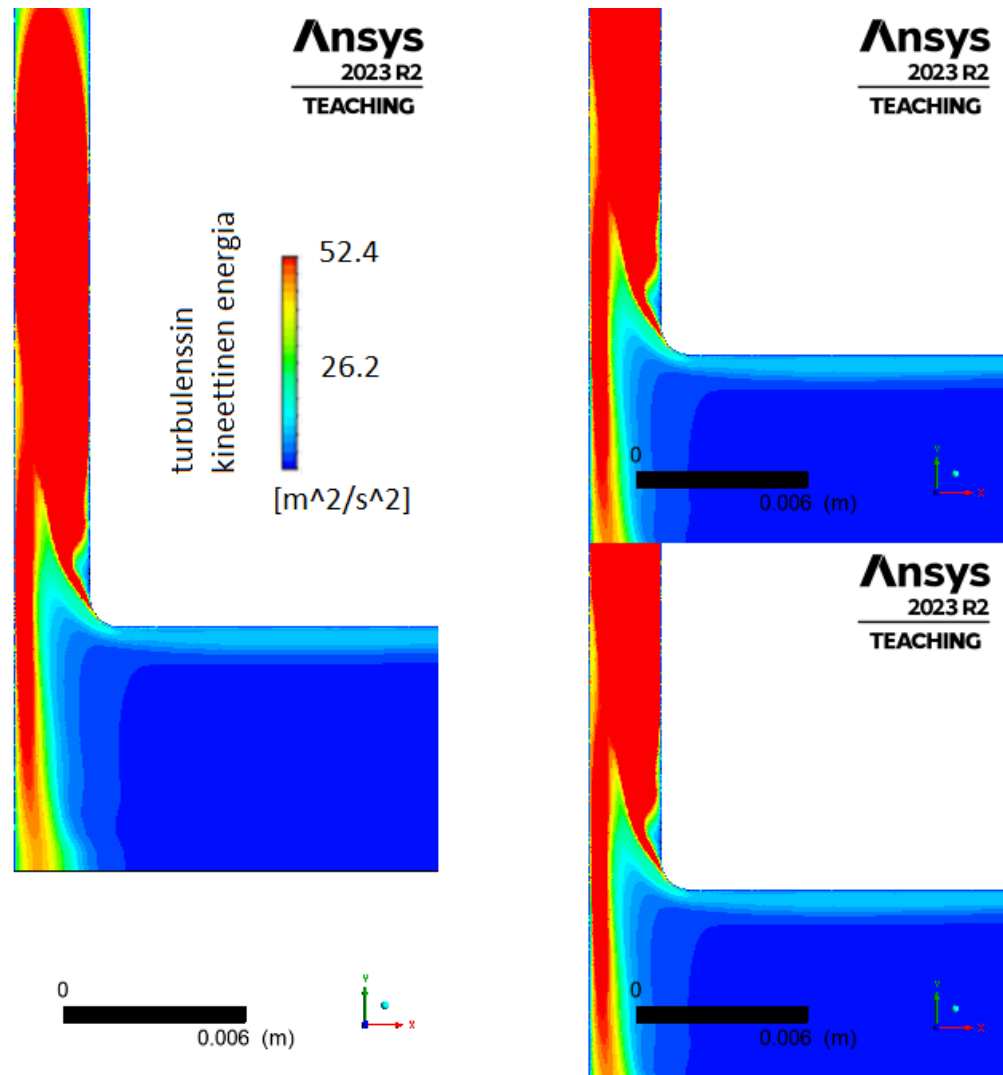
**Kuva 8.** Höyryn tilavuusosuudet Todenmukaisella  $k-\epsilon$  mallilla vasemmalla, SST  $k-\omega$  mallilla oikealla ylhäällä ja RNG  $k-\epsilon$  mallilla oikealla alhaalla

Taulukko 1. Mittausten ja tehtyjen mallinnusten massavirta  $m$ , kavitaation oskillointitaajuus  $f$  ja kavitaatioalueen enimmäispituus  $L_{pilvi}$

	Massavirta $m$ kg/s	FFT taajuus $f$ 1/s	$L_{pilvi}$ mm
Kokeellinen tulos		1400	25
Tod muk k- $\epsilon$ malli	7,53	-	10
SST k- $\omega$ mallin	7,48	-	10
RNG k- $\epsilon$ malli	7,4	612	20
Muunnettu RNG k- $\epsilon$ malli n=10	6,7	1150	25
Muunnettu RNG k- $\epsilon$ malli n=50	7,7	Ei selkeää periodia	32



**Kuva 9.** Turbulenssin kineettinen energia Todenmukaisella k- $\epsilon$  mallilla vasemmalla, SST k- $\omega$  mallilla oikealla ylhäällä ja RNG k- $\epsilon$  mallilla oikealla alhaalla



**Kuva 10.** Turbulenssin kineettinen energia 10 %:iin maksimista rajatuilla arvoilla Todenmukaisella  $k-\epsilon$  mallilla vasemmalla, SST  $k-\omega$  mallilla oikealla ylhäällä ja RNG  $k-\epsilon$  mallilla oikealla alhaalla

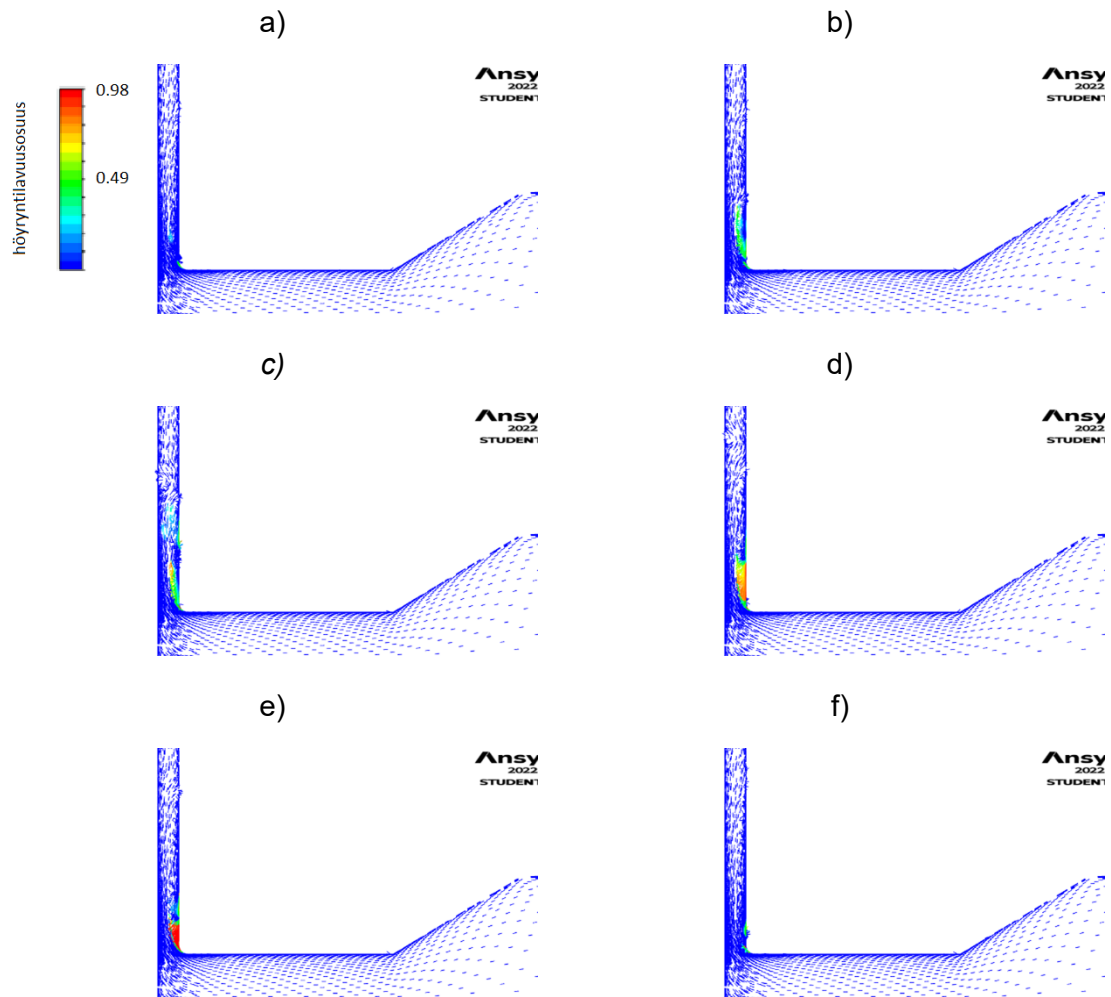
## 6.4 RNG $k-\epsilon$ malli

Mallinnettaessa RNG  $k-\epsilon$  mallilla siis kavitaatio tapahtui syklistä. Tämän takia mallinuksissa testattiin uudestaan aika-askeleen vaikutusta tulokseen. Analyysissa tarkasteltiin massavirran vaihtelua sisäänvirtauksessa Fluent:n Fast Fourier Transform (FFT) menetelmällä, joka laskee oskilloivan systeemin päätaajuudet. Laskenta suoritettiin aika-askeleilla  $10^{-5}$ s,  $5 * 10^{-6}$ s ja  $2 * 10^{-6}$ s, joita vastaavat FFT taajuudet olivat 612 Hz, 606 Hz ja 595 Hz. Aika-askeleiden väliset erot olivat siis noin 2 % luokkaa, mikä on riittävä tarkkuus tässä työssä. Ja tämän takia simuloiteja jatkettiin pisimmällä aika-askeleella. Mittauksissa tämän tapauksen taajuuden periodi oli 1400 Hz.



Kuvassa 11 on esitetty mallilla saatu kavitaatiosykli. Vektorikuvaajassa väri kuvaa höyryn määrää, punainen tarkoittaa höyryä ja sininen puolestaan vettä. Lisäksi kaikki vektorit ovat tasapituisia eli niistä ei näe virtauksen nopeutta vaan ainoastaan sen suunnan. Tämä kavitaatiosykli poikkeaa selvästi sekä mittauksista tehdyistä havainnoista että luvussa 2.3.2 esitetystä pilvikavitaation periaatteista. Syklissä ei tapahdu missään vaiheessa takaisin virtaavaa suihkua kanavan kuvasta katsottuna oikeanpuoleisella seinällä. Kuvissa d) ja e) näyttää, että seinällä ylävirtaan päin liikkuva vesi ikään kuin työntää höyrykuplaa edellään samalla kuplan pienentyessä. Pilvikavitaatiossa veden pitäisi patopisteeseen törmäyksen jälkeen liikkua ylävirtaan ohuena nauhana seinää pitkin. Myös kuvien a) ja b) välillä pieni höyrykupla, joka on jo irronnut seinästä, kasvaa selvästi irtoamisen jälkeen.

Mallinnuksissa höyryn alue ulottuu pisimmillään noin 20 mm päähän symmetriakselista. Mittauksissa höyryn alueen maksimipituus oli luokkaa 25 mm. Eroosiota tapahtuu tällä maksimipituuden alueella, missä höyrykuplat hajoavat. Lisäksi höyryn määrä suoritetuissa kokeissa on kanavan alkuosassa selvästi suurempi verrattuna mallinnuksen tuloksiin.



**Kuva 11.** RNG  $k$ - $\epsilon$  mallilla laskettu kavitaatiosyklin vektorikuvaaja, jossa väri kuvaa höyryn määrää. Lisäksi kaikki vektorit ovat tasapituisia eli niistä ei näe virtauksen nopeutta vaan ainoastaan suunnan

## 6.5 Muunnettu RNG $k$ - $\epsilon$ malli

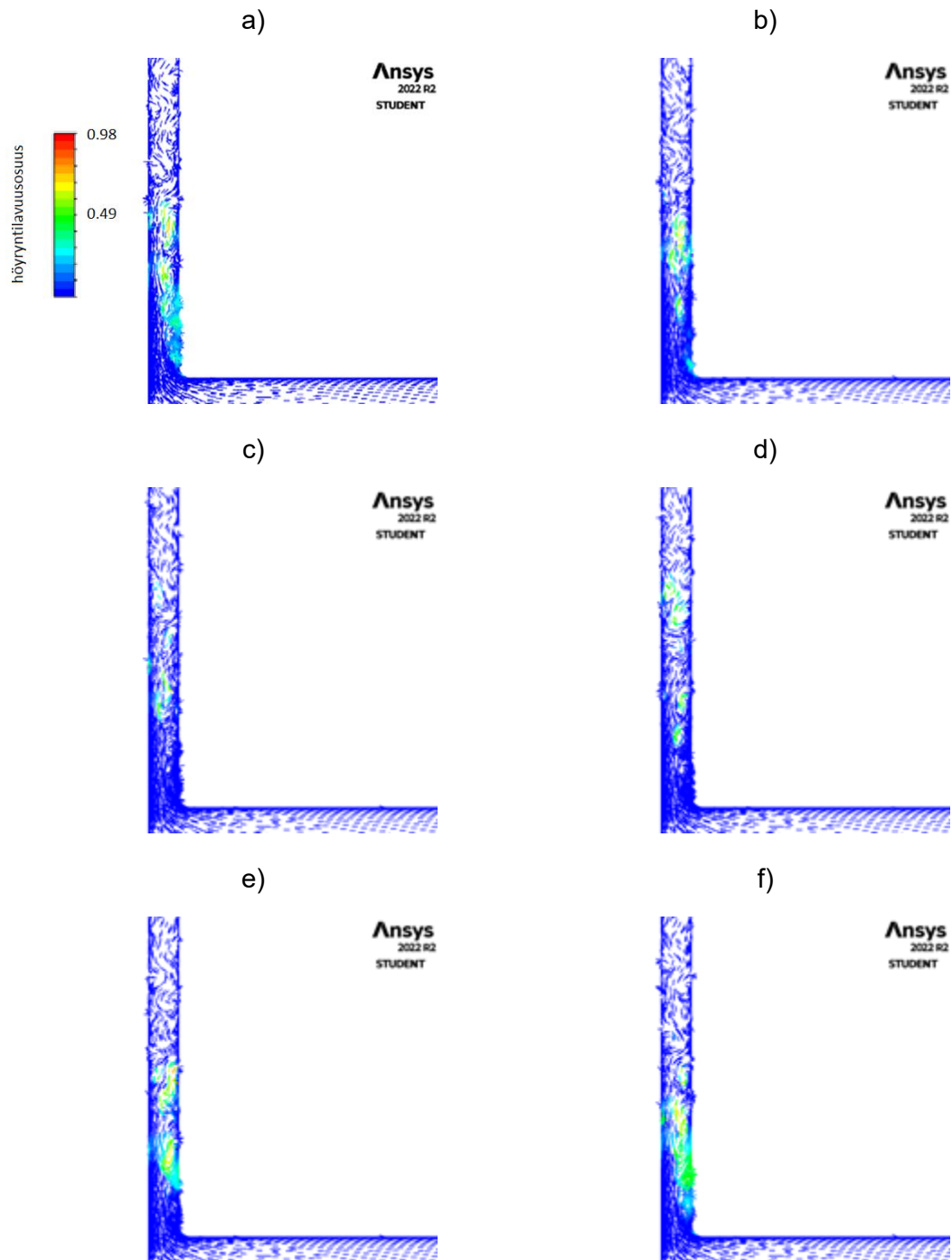
Muunnetussa RNG  $k$ - $\epsilon$  mallissa pyörreviskositeettia muutettiin yhtälön 23 mukaan. Parametrille  $n$  annettiin arvo 10. Samalla kavitaatiomallin höyrystymis- ja kondensaatiokertoimille annettiin uudet arvot  $F_{vap} = 0,4$  ja  $F_{cond} = 0,001$ . Näitä kertoimia ovat käyttäneet pilvikavitaation mallintamisessa Zwart [10] ja Coutier-Delgosha [8]. Kun mallinnus aloitettiin muunnetulla pyörreviskositeetilla, aluksi epähuomiossa kavitaatiomallin höyrystymis- ja kondensaatiokertoimien arvot jäivät muuttamatta. Alkuperäisillä arvoilla laskenta kaatui, mutta tätä ei tapahtunut muunnetun RNG  $k$ - $\epsilon$  mallin uusien kertoimien arvoilla.

Kuvassa 12 on esitetty yhden mallinnetun kavitaatioperiodin kulku. Muunnettu malli ei ennusta pilvikavitaation mekanismia. Suuressa osassa mallinnettua periodia höyrykupla ei muodostu kanavan seinälle heti mutkan jälkeen (kuvat c,d,e), vaan vasta kauemmaksi mutkasta. Mallinnuksessa esiintyy heikkoja patopisteitä seinällä, mutta näistä ei muodostu riittävän vahvaa takaisin virtaavaa suihkua, joka irrottaisi merkittävän osan höyrykuplasta seinältä. Höyryn tilavuusosuudet ovat lisäksi keskimäärin melko pieniä LES-simuloinnin [15] tuloksiin verrattuna. Muunnetulla mallilla höyryn tilavuusosuuden maksimi on noin 70 % luokkaa, kun taas LES-simuloinnissa irronneiden höyrykuplien ydin oli hyvin lähellä pelkkää höyryä eli tilavuusosuus oli miltei 100 %. Verrattuna tehtyihin kokeisiin tässä mallinnuksessa höyryä esiintyy kanavan alkuosassa huomattavasti vähemmän.

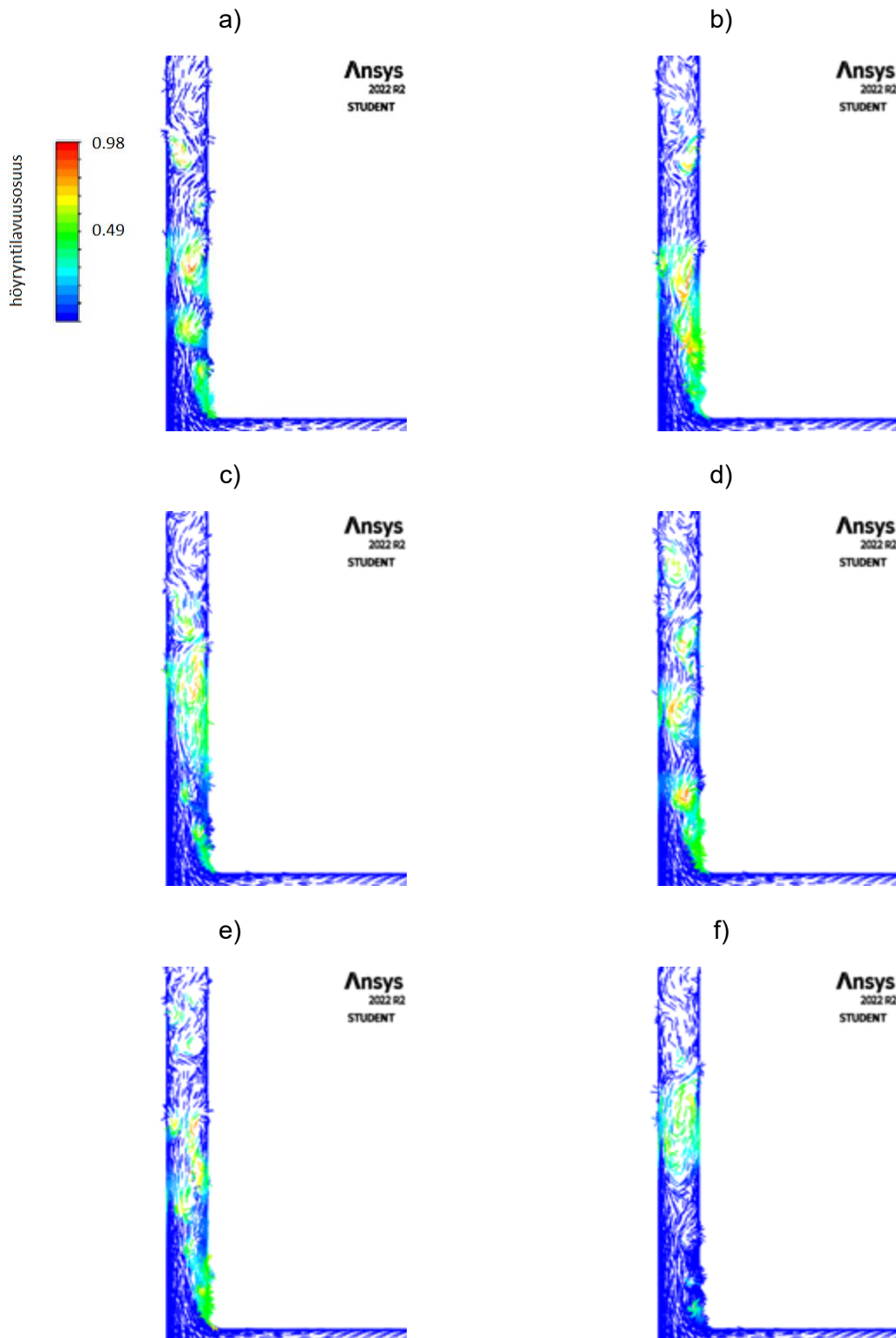
Höyryn alue ulottuu noin 25 mm päähän symmetria-akselilta, mikä vastaa melko tarkkaan kokeiden tuloksia. Eli pyörreviskositeetin muuttamisella oli vaikutus kavitaatioalueen pituuteen. Kavitaatioperiodin taajuudeksi FFT:llä tuli noin 1150 Hz. Periodin aikana sisäänvirtauksen massavirta vaihtelee 6,2 kg/s ja 7,2 kg/s välillä keskiarvon ollessa noin 6,7 kg/s.

Kuvan 13 mallinnuksessa parametrille  $n$  asetettiin arvo 50. Tässä mallinnuksessa kavitaatio vaihteli ajan mukana, mutta mitään selkeää sykliä ei ollut havaittavissa. Kuvan 13 sarja on samanpituiselta jaksolta kuin kuvassa 12. Virtauksessa ei ole merkkejä tyypillisestä pilvikavitaatiosta. Kuvassa a) mutkan jälkeisen kavitaatiokuplan taakse muodostuu kyllä patopiste paikkaan, jossa nopeusvektorit osoittavat seinästä läpi, mutta tästä ei kuitenkaan synny takaisin virtaavaa suihkua, joka irrottaisi höyrykuplan seinältä. Verrattuna parametrin  $n$  arvoon 10, tässä tapauksessa höyryä on kanavan alkuosassa selvästi enemmän ja höyryn tilavuusosuuden maksimi on hieman suurempi.

Höyryä esiintyi noin 32 mm päässä symmetria-akselilta. Massavirta vaihteli noin 7 kg/s ja 8,3 kg/s välillä keskiarvon ollessa noin 7,7 kg/s.



**Kuva 12.** Muunnetulla RNG  $k-\epsilon$  mallilla ( $n=10$ ) laskettu kavitaatiosyklin vektorikuvaaja, jossa väri kuvaa höyryn määrää. Lisäksi kaikki vektorit ovat tasapituisia eli niistä ei näe virtauksen nopeutta vaan ainoastaan suunnan



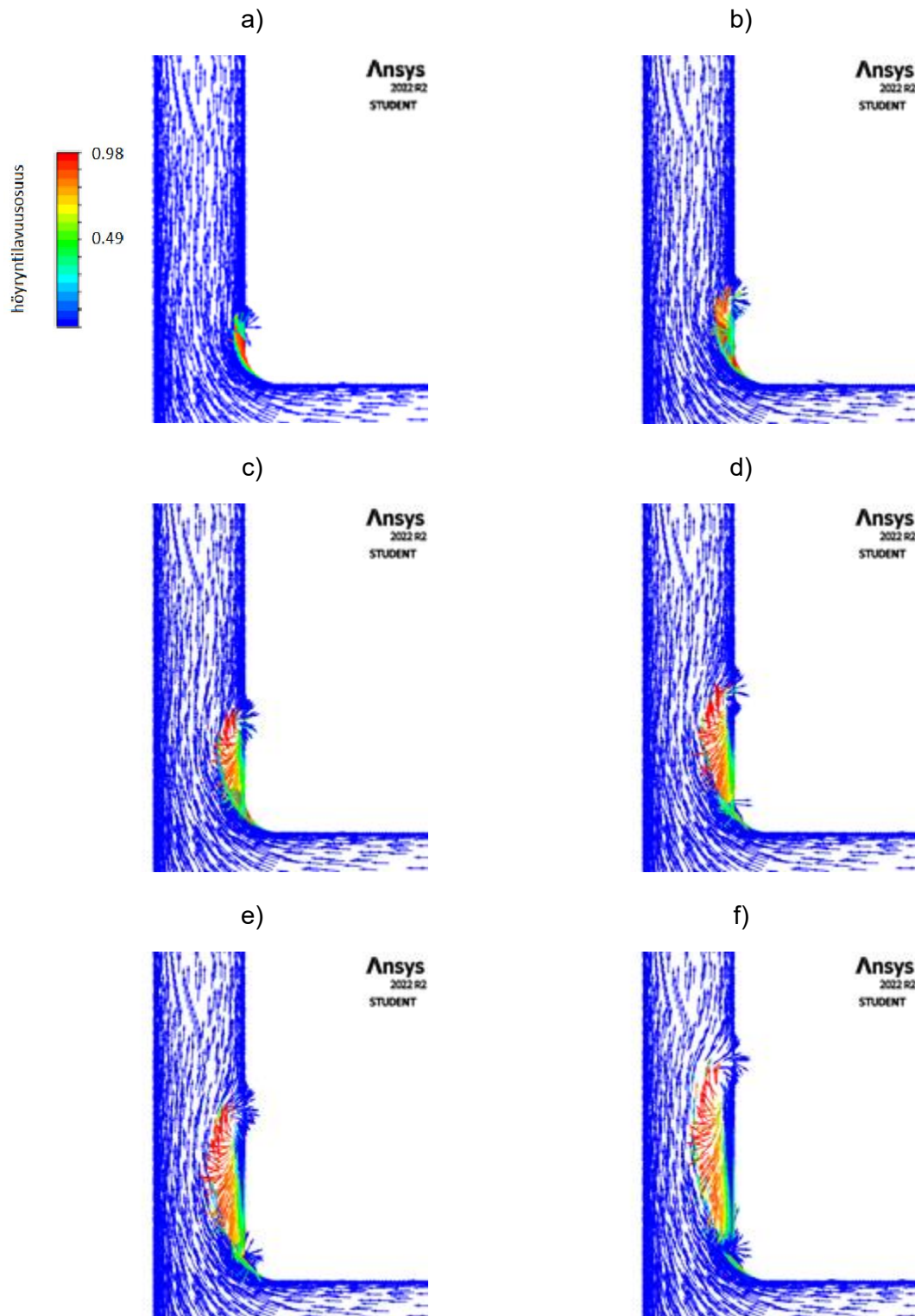
**Kuva 13.** Muunnetulla RNG  $k-\varepsilon$  mallilla ( $n=50$ ) laskettu kavitaatiosyklin vektorikuvaaja, jossa väri kuvaa höyryn määrää. Lisäksi kaikki vektorit ovat tasapituisia eli niistä ei näe virtauksen nopeutta vaan ainoastaan suunnan

Coutier-Delgosha et al. [8] onnistuivat mallintamaan pilvikavitaation ventuurisuutimes-  
sa. Laskettu kavitaation taajuus oli hyvin lähellä mitattua arvoa. Heidän tutkimukses-  
saan kavitaation höyrystymisvakioille haettiin tässäkin työssä käytetyt arvot erikseen  
sekä stabiilille kavitaatiolle että pilvikavitaatiolle. Heidän tutkimuksessaan ei esitetty  
kuin yksi tapaus pilvikavitaation mallinnuksesta. Joten ei ole varmuutta, toimisivatko  
heidän muunnetut Zwart:n kertoimet, jos virtausolosuhteita muutettaisiin esimerkiksi  
muuttamalla kavitaatiolukua tai ventuurisuuttimen geometriaa. Muissakin tutkimuksissa  
on ongelmana, ettei niissä ole demonstroitu mallien onnistumista kuin yksittäisissä ta-  
pauksissa. Ja yleensä mallien vakiot on säädetty erikseen juuri tiettyä virtaustapausta  
varten. Esimerkkinä tästä kertoimien muuttumisesta eri mallinnusten välillä Geng ja  
Escaler [26] optimoivat Zwart:n mallin kertoimet kaksiulotteisilla siipiprofiileilla  
NACA65012 ja NACA0015. He saivat mallinnettua pilvikavitaation taajuuden tarkimmin  
käyttäen SST k- $\omega$  mallia ja Zwart:n kertoimia  $F_{vap} = 300$  ja  $F_{cond} = 0,03$ . Heidän käyt-  
tämänsä höyrystymiskerroin on miltei kaksi kertaluokkaa suurempi kuin tässä työssä tai  
Coutier-Delgosha et al. [8] käyttämä. Lisäksi tämän työn laskenta kaatui jo kertoimilla  
 $F_{vap} = 50$  ja  $F_{cond} = 0,01$ , jolloin on selvää, ettei näin yksinkertaisella mallilla ole mah-  
dollista mallintaa luotettavasti monia erilaisia kavitaatiosovelluksia.

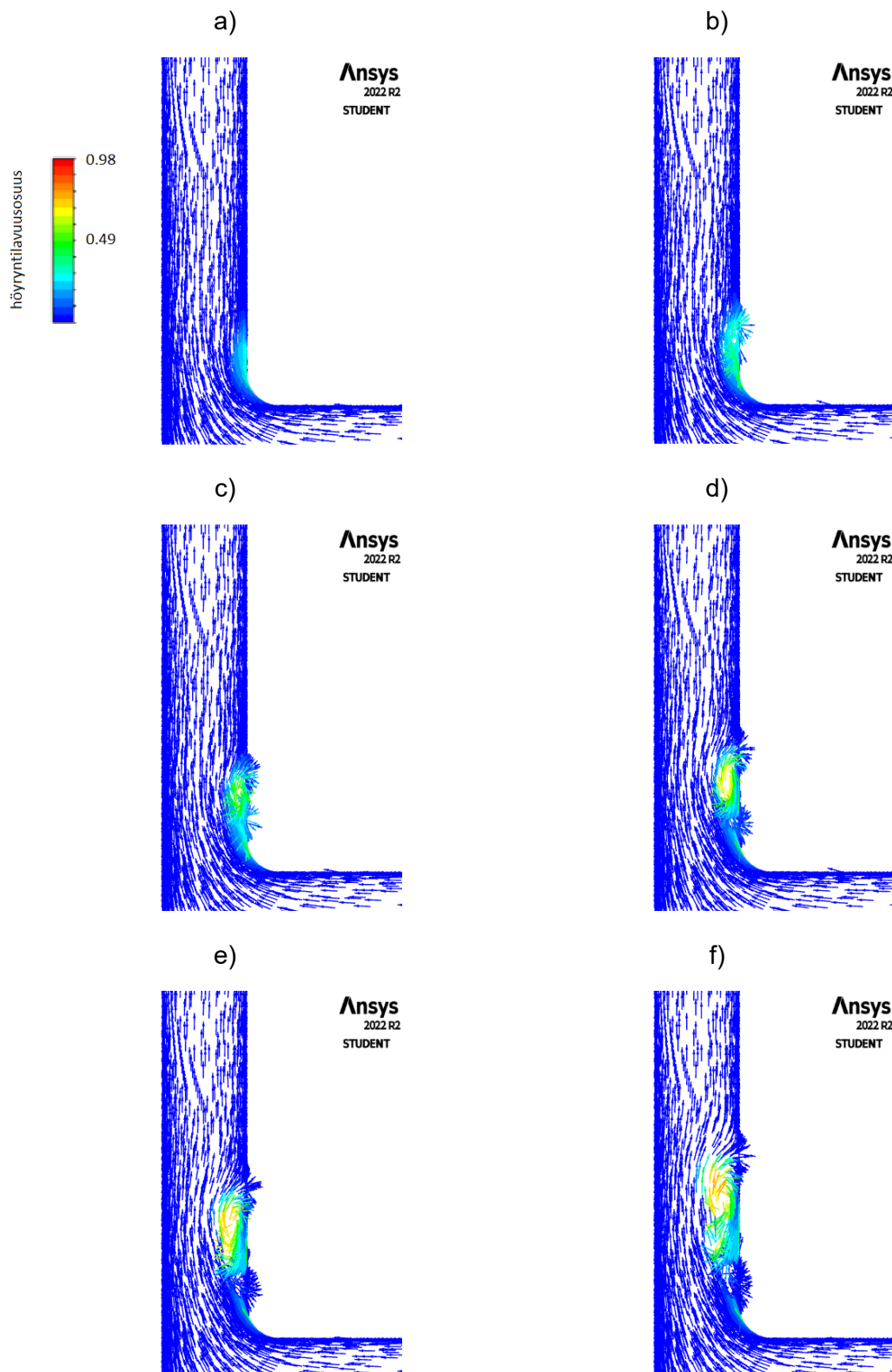
## 6.6 RNG k- $\epsilon$ malli turbulenssin vaimennuksella

Laskennan kaatumisen oli ensimmäinen ongelma, kun RNG k- $\epsilon$  mallissa käytettiin tur-  
bulenssin vaimennusta. Dissipaation arvot ja sen residuaalit heittelivät voimakkaasti  
laskennan aikana. Laskenta saatiin konvergoimaan, kun aika-askelta lyhennettiin  
 $10^{-6}$ s ja yhtälön 25 vaimennuskerrointa pienennettiin 10:stä 0,5:n. Laskenta suoritettiin  
molemmilla aiemmin käytetyillä Zwart:n höyrystymis- ja kondensaatiokertoimien pareil-  
la  $F_{vap} = 50$  ja  $F_{cond} = 0,01$  (kuva 14) ja  $F_{vap} = 0,4$  ja  $F_{cond} = 0,001$  (kuva 15).

Nämä laskennat kuten aiemmatkin aloitettiin Fluent:n tekemästä alkuehtojen määrytyk-  
sestä (Hybrid Initialization). Suuremmilla Zwart:n kertoimilla mallinnettaessa (kuva 14)  
tämän alkuarvauksen jälkeen mallinnuksen ensimmäinen kavitaatioperiodi täyttää hy-  
vin pilvikavitaation tunnusmerkit. Kuvassa b) näkyy kavitaatiokuplan taakse muodostu-  
nut patopiste. Tämän jälkeen myöhemmistä kuvista nähdään takaisin virtaava suihku,  
joka etenee kuplan etuosaan asti leikkautuen höyryn läpi ja samalla irrottaen kavita-  
tiokuplan seinältä. Tämän jälkeen kupla kulkeutuu kanavassa virtauksen mukana. Tä-  
män ensimmäisen periodin jälkeen kavitaatio muuttuu epämääräisemmäksi, eikä tyypil-  
listä pilvikavitaatiota tapahdu yhtä selkeästi.



**Kuva 14.** Pilvikavitaation sykli RNG  $k$ - $\epsilon$  mallin turbulenssin vaimennuksella ja Zwart:n suuremmilla kertoimilla



**Kuva 15.** Pilvikavitaation sykli RNG  $k$ - $\epsilon$  mallin turbulenssin vaimenuksella ja Zwart:n pienemmillä kertoimilla

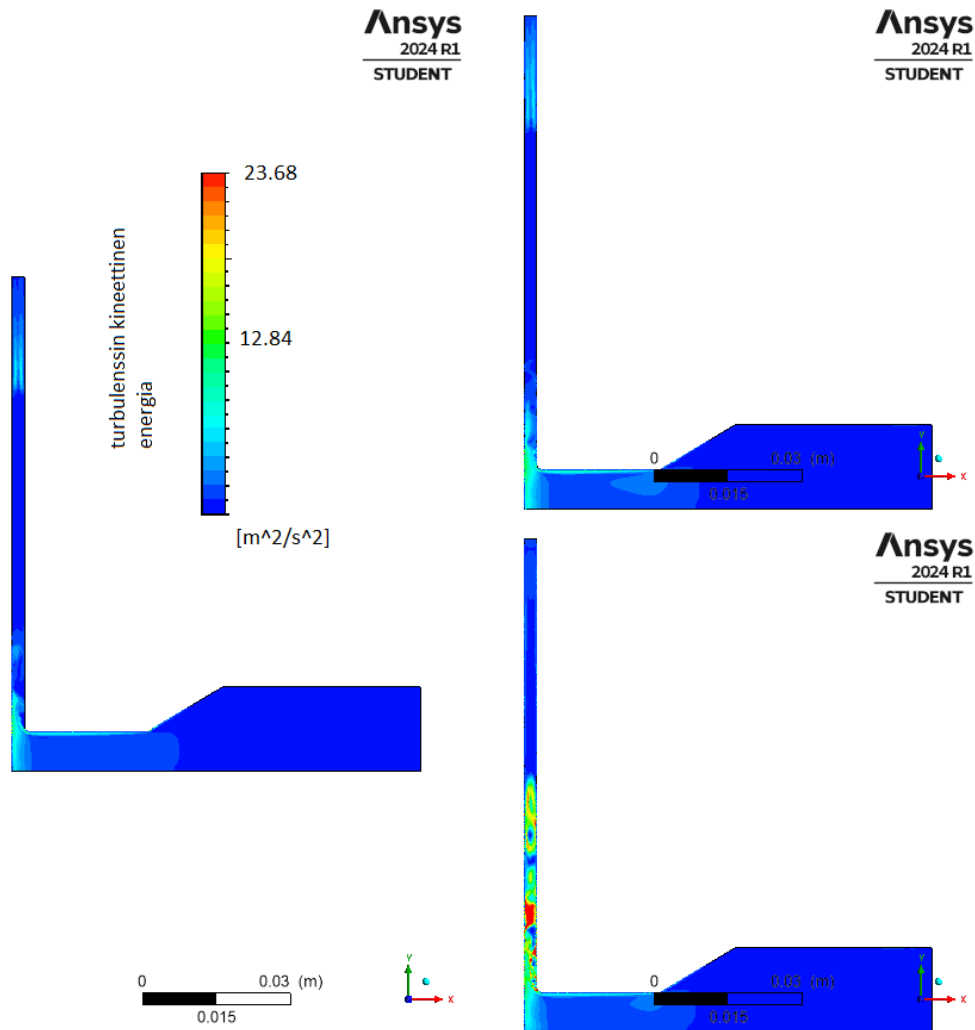
Pienemmillä Zwart:n kertoimilla pilvikavitaatio tapahtuu myös laskennan alussa. Tässäkin tapauksessa seinälle muodostuu patopiste, josta takaisin virtaava suihku etenee



höyrykuplan etuosaan irrottaen kuplan seinältä. Verrattuna suuremmilla kertoimilla tehtyyn simulointiin kaasukuplan koko kasvaa hitaammin ja höyryn tilavuusosuus on selvästi pienempi. Myöskään pienemillä kertoimilla ensimmäisen periodin jälkeen ei esiinny varsinaista pilvikavitaatio tai muutakaan selvää jaksollista sykliä.

Molemmilla Zwart:n kertomilla tehdyissä mallinuksissa takaisin virtaava suihku seinällä on karkeasti arvioiden luokkaa 15 % höyrykuplan korkeudesta, mikä vastaa Franc et al. [6] tekemiä mittauksia. Suihkun koon takia on perusteltua käyttää rajakerrostihennettyä laskentaverkkoa, jotta suihku tulee mallinnetuksi riittävän tarkasti.

Turbulenssin kineettinen energian arvot kavitaation alueella olivat selvästi pienempiä käytettäessä muunnettua pyörreviskositeettia verrattuna turbulenssin vaimennukseen (Kuva 16). Alueella, jossa höyryä esiintyy, kineettisen energian maksimiarvo on noin 4-kertainen turbulenssin vaimennuksella mallinnettaessa. Turbulenssin vaimennuksella kineettisen energian gradientti kavitaation alueella on myös keskimäärin suurempi. Turbulenssin kineettisen energian arvot ovat kanavan alusta ylävirtaan päin hyvin lähellä toisiaan. Tämä johtuu siitä, että virtaus on siihen asti yksifaasinen ja tällöin molemmat turbulenssimallit ovat identtisiä. Lisäksi ainakaan tässä tapauksessa kanavassa tapahtuvalla kavitaatiolla ei ole merkittävää vaikutusta ylävirran suuttimen virtaukseen.



**Kuva 16.** Turbulenssin kineettisen energian hetkellisen kentän kuvaaja vasemmalla muunnetulla pyörreviskositeetilla  $n=10$ , oikealla muunnetulla pyörreviskositeetilla  $n=50$  ja oikealla alhaalla turbulenssin vaimennuksella ja suuremmilla Zwart:n kertoimilla

## 6.7 Turbulenssimallien vertailu turbulenssin vaimennuksella

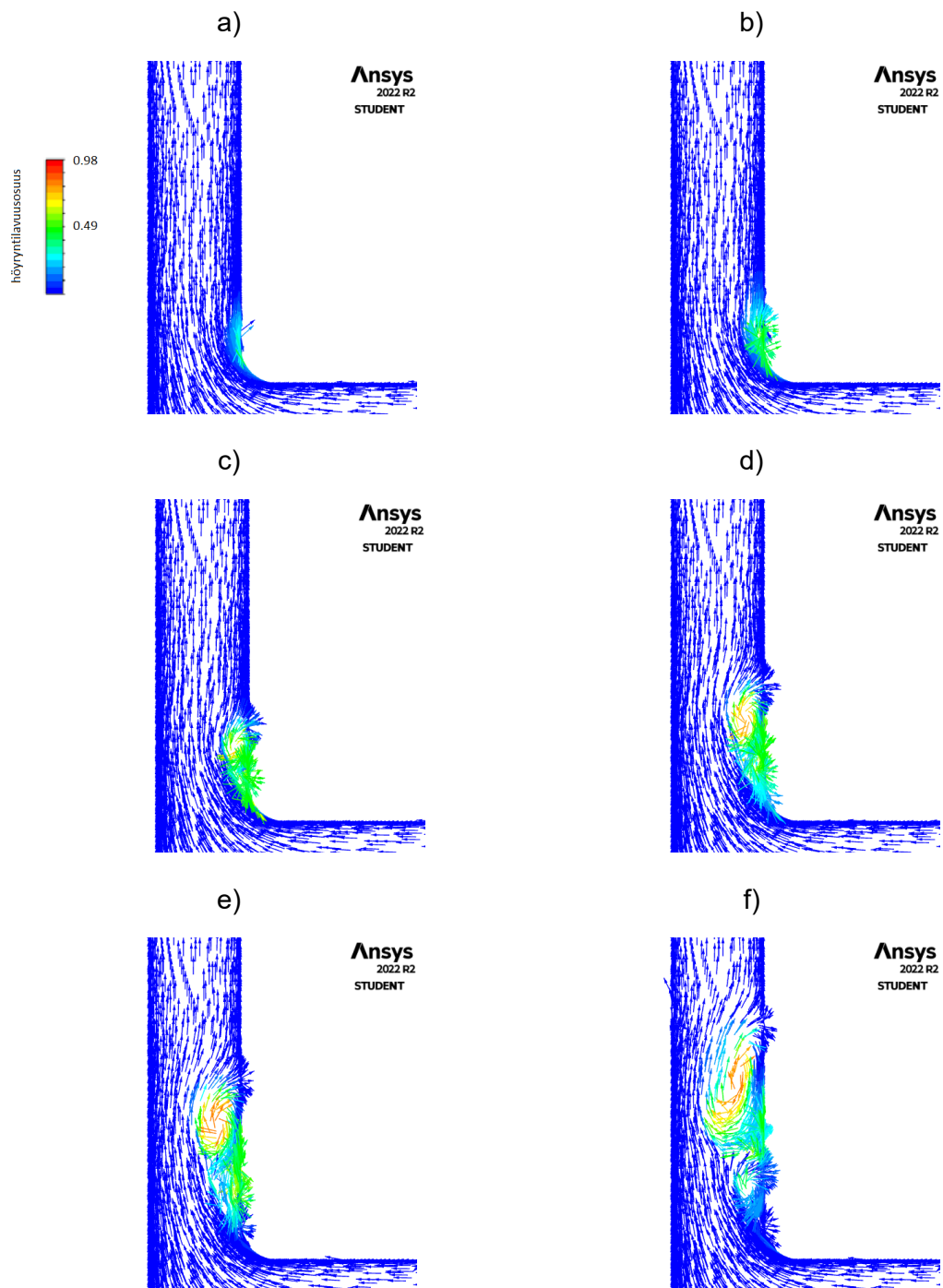
Turbulenssimallien vaikutusta kavitaatioon kokeiltiin laskemalla sama virtaustapaus RNG k- $\epsilon$  mallin lisäksi myös aiemmin käytetyillä Todenmukaisella k- $\epsilon$  mallilla (Kuva 17) ja SST k- $\omega$  mallilla (Kuva 18). Kavitaation mallinnuksessa käytettiin edellä käytettyjä pienempiä Zwart:n kertoimia. Turbulenssin vaimennukselle käytettiin samaa mallivakion arvoa 0,5. Esitetyt kuvasarjat ovat laskennan ensimmäinen kavitaatiosykli aloitettuna samasta jo aiemmin esitetystä alkuarvauksesta.

Verrattuna RNG k- $\epsilon$  mallin tuloksiin Todenmukaisella k- $\epsilon$  mallilla höyrykuplan koko on hieman suurempi ja höyryn tilavuusosuus on myös hieman suurempi. Myös Todenmu-

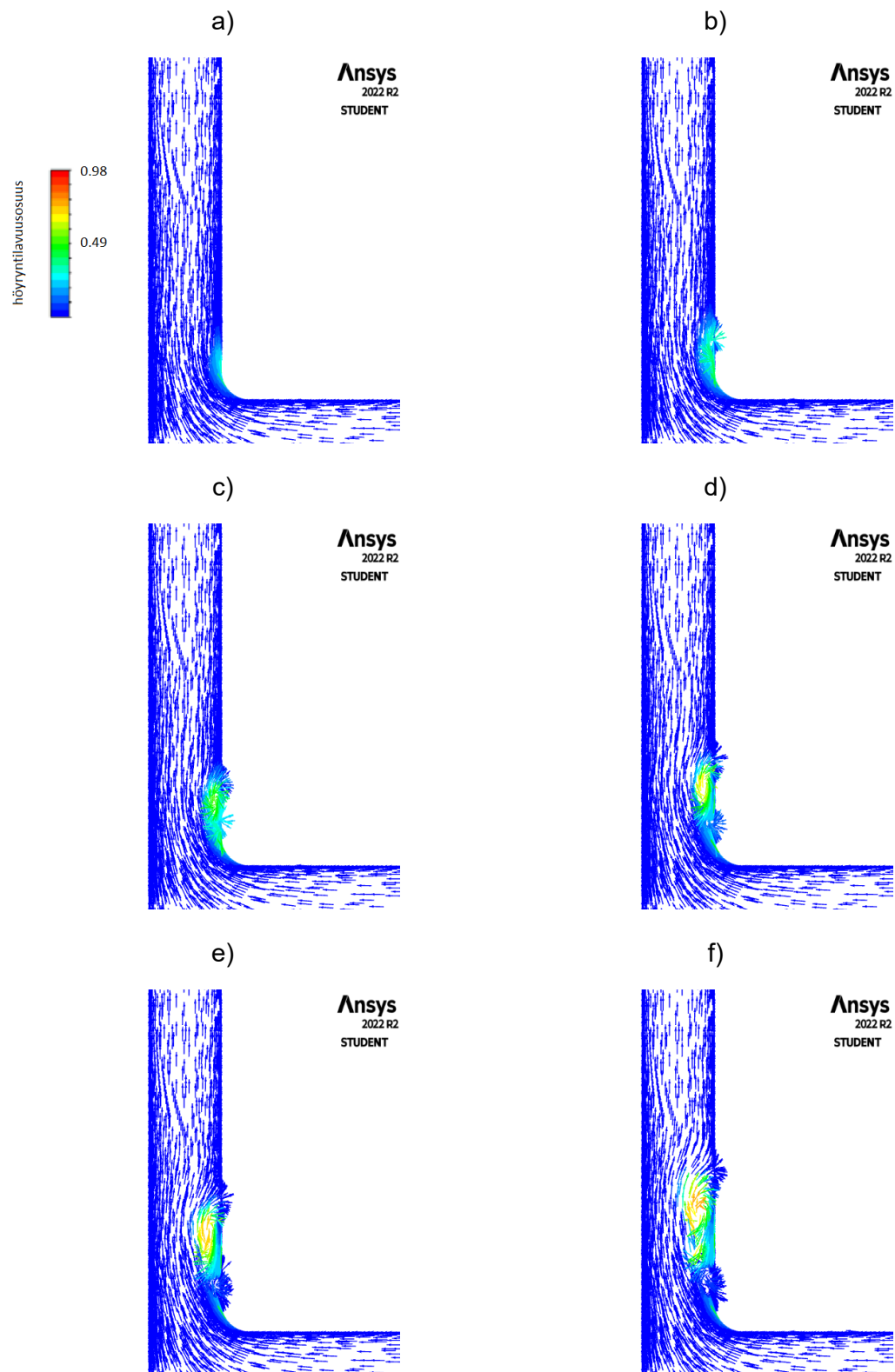
kaisella mallilla muodostuu pilvikavitaatiolle tyypillinen takaisin virtaava suihku. Suihku on tämän lisäksi hieman paksumpi kuin RNG k- $\epsilon$  mallilla laskettaessa. Todenmukaisella mallilla suihku ei etene aivan höyrykuplan etuosaan saakka, vaan se leikkaa noin 2/3 höyrykuplasta irti seinältä, minkä jälkeen tämä kupla kulkeutuu virtauksen mukana.

SST k- $\omega$  mallilla laskettaessa kavitaatioperiodi vastaa melko tarkkaan RNG k- $\epsilon$  mallin tulosta. Tässäkin tapauksessa seinälle syntyy takaisin virtaava suihku. Myös höyryn määrä on hyvin lähellä RNG k- $\epsilon$  mallin laskentaa.

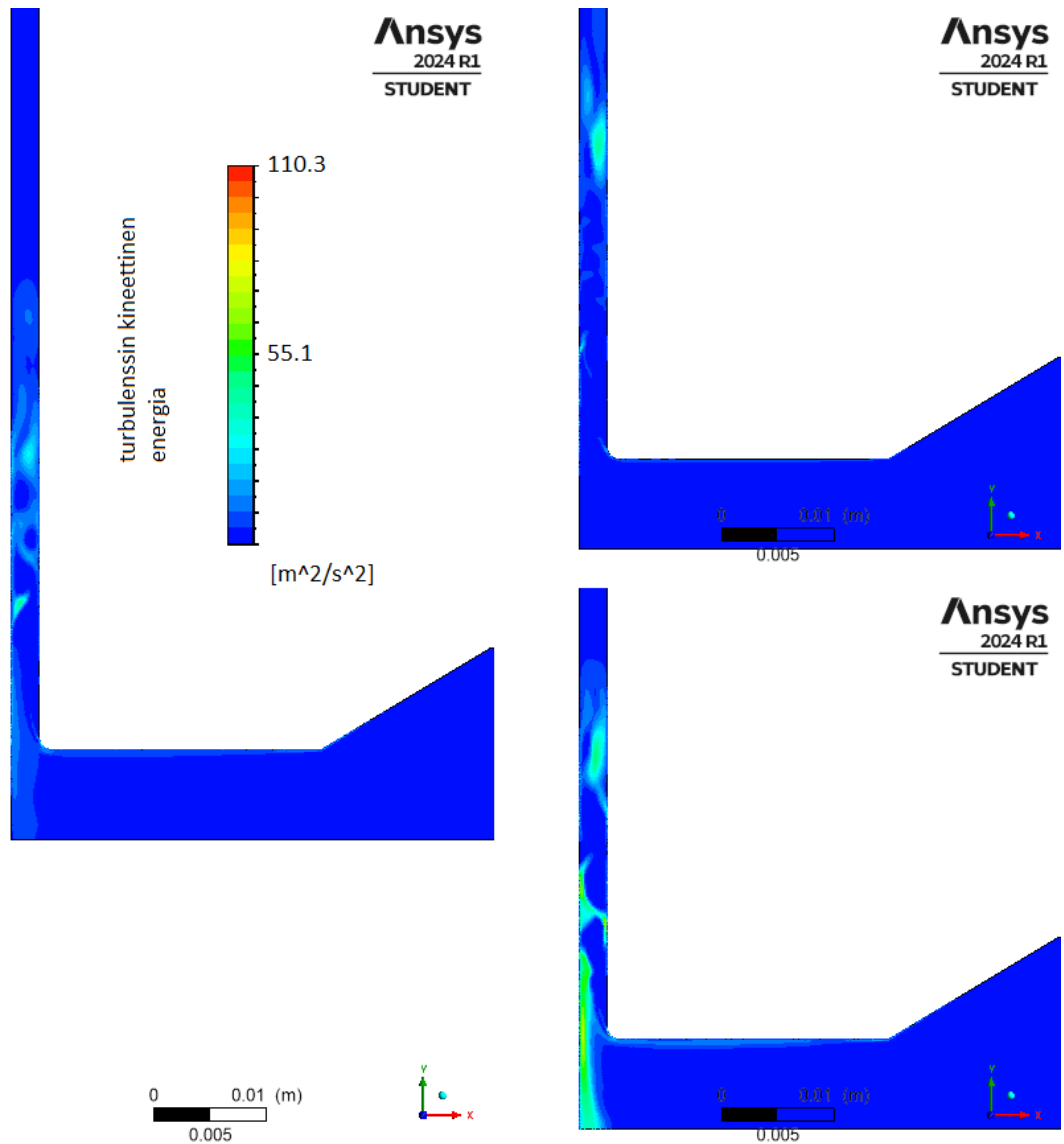
Turbulenssin kineettinen energia (Kuva 19) oli suurin koko virtausalueella Todenmukaisella k- $\epsilon$  mallilla. Tässäkin tapauksessa erot turbulenssissa ennen kavitaatioaluetta ja kavitaation alueella olivat huomattavan suuria. SST k- $\omega$  mallilla kineettisen energia arvot kyseisellä alueella ovat vain noin 20 % verrattuna Todenmukaiseen k- $\epsilon$  malliin. Verrattuna aiempaan turbulenssimallien vertailuun (Kuvat 9 ja 10), missä käytettiin Zwart:n mallin oletuskertoimia ilman pyörreviskositeetin muunnosta tai turbulenssin vaimennusta, ovat turbulenssin arvot ennen kanavan alkua, siis aluetta, jossa kavitaatio tapahtuu, samassa suuruusjärjestyksessä. Molemmissa mallinuksissa Todenmukainen k- $\epsilon$  malli ennusti suurimmat turbulenssin arvot ja arvot ovat lisäksi lähellä toisiinsa noin  $57 \frac{m^2}{s^2}$ . Tämänkin vertailun perusteella näyttää, että tässä tapauksessa turbulenssimallien välillä on tässä koelaitteistossa huomattavia eroja, mikä vaikeuttaa pilvikavitaation mallintamista. Sen mallintaminen perinteisillä turbulenssimalleilla voisi olla helpompaa, kun geometria on yksinkertaisempi esimerkiksi ventuurisuutin tai siipiprofiili.



**Kuva 17.** Pilvikavitaation sykli Todenmukaisen  $k$ - $\varepsilon$  mallin turbulenssin vaimennuksella ja Zwart:n pienemmillä kertoimilla



**Kuva 18.** Pilvikavitaation sykli SST  $k-\omega$  mallin turbulenssin vaimennuksella ja Zwart:n pienemmillä kertoimilla



**Kuva 19.** RNG  $k-\epsilon$  mallin (vasemmalla), SST  $k-\omega$  mallin (oikealla ylhäällä) ja Todenmukaisen  $k-\epsilon$  mallin (oikealla alhaalla) turbulenssin kineettisen energian kuvaajat käytettäessä turbulenssin vaimennusta

## 7. YHTEENVETO

Pilvikavitaation mallintaminen Fluent:ssa käytettävissä olevilla kavitaatiomalleilla on tämän työn virtaustilanteessa vaikeaa. Muunnetun pyörreviskositeetin mallilla pilvikavitaation mallintaminen ei onnistunut. Käytettäessä turbulenssin vaimennusta laskennan aluksi pilvikavitaation tyypilliset ilmiöt tulevat ainakin laadullisesti mallinnettua. Tässä mallinnuksessa höyrykuplan taakse muodostuu patopiste, minkä johdosta syntyy takaisin virtaava suihku, joka leikkautuu höyrykuplan läpi irrottaen sen seinältä. Turbulenssin vaimennusta ei ole juurikaan tutkittu kavitaation laskennassa, mutta se vaikuttaa luopaavalta vaihtoehdolta.

Molemmilla malleilla Zwart:n kertoimilla on suuri vaikutus laskennan tulokseen. Muunnetun pyörreviskositeetin mallilla laskenta kaatuu suuremmilla Zwart:n kertoimilla ja pienemmillä kertoimilla höyryn määrä ja tilavuusosuus jää melko pieneksi. Turbulenssin vaimennuksella laskettaessa suuremmilla kertoimilla höyryn määrä ja tilavuusosuus ovat selvästi suuremmat kuin pienempiä kertoimia käytettäessä. Höyryn tilavuusosuus tulee tarkemmin mallinnettua suuremmilla kertoimilla.

Turbulenssimallien välillä oli huomattavia eroja mallinnettaessa kavitaatiota sekä Zwart:n mallin oletusasetuksilla että käytettäessä turbulenssin vaimennusta. Turbulenssin kineettisen energian arvot ennen kanavan alkua olivat suurimmat Todenmukaisella  $k-\epsilon$  mallilla ja pienimmät SST  $k-\omega$  mallilla. Kineettisen energian arvot olivat kyseisellä alueella kaikilla malleilla keskenään samansuuruiset sekä oletusasetuksilla että turbulenssin vaimennuksella. Turbulenssin mallinnus tässä koelaitteistossa on hankalaa, vaikka muissa mallinnoissa on onnistuttu ennustamaan pilvikavitaatio useammalla eri turbulenssimallilla.

Laskennan konvergointi oli osassa laskentoja melko hidasta. Tässä työssä päädyttiin käyttämään aika-askeleen konvergointiehtoina massavirtoja sekä määritellyiltä aluilta kanavan alusta laskettujen suureiden, kuten dissipaation ja höyryn tilavuusosuuden arvoja. Näin iteraatiokierrosten määrä aika-askelta kohti saatiin pysymään kohtuullisena ilman huomattavaa vaikutusta laskennan tarkkuuteen.

Pilvikavitaation mallintamisen parantamiseksi voidaan yrittää muuttaa joko turbulenssi- tai kavitaatiomalleja. Näiden lisäksi tässä työssä käytetyn koelaitteiston geometria, jossa virtaus kääntyy ennen kavitaatioaluetta saattaa olla yksi mahdollinen virhelähde ai-

nakin, kun käytetään perinteisiä kaksiyhtälömalleja. Koelaitteiston virtauksesta tehdyt turbulenssin mittaukset antaisivat selvyyttä siihen, kuinka hyvin kaksiyhtälömallit kykenevät mallintamaan tämän virtauksen. Mittaukset voisi tehdä myös ilman kavitaatiota, jolloin kavitaation vaikutuksen saisi suljettua pois. Mikäli jatkossa olisi tarkoitus käyttää LES laskentaa kaksiyhtälömallien sijaan, ei turbulenssin mittaaminen olisi yhtä tärkeää, koska LES laskennalle koelaitteen geometrian ei pitäisi tuottaa vastaavia ongelmia.

Toisaalta koska käytännön sovellutusten geometria on yleensä tämän työn koelaitteistoa yksinkertaisempi, ainakin perinteisille kaksiyhtälöturbulenssimalleille, voisi olla järkevää kehittää kaksiyhtälömalleja käyttäviä kavitaatiomalleja käytännöllisemmissä geometrioissa, kuten erilaisilla siipiprofiileilla. Myöhemmin mikäli kavitaation mallinnus onnistuu turbulenssimallien kannalta helpommissa tapauksissa, voisi koelaittoisto toimia uutena testinä kehitetyille mallille. LES simulaatiota voitaisiin edelleen käyttää koelaitteiston mallintamiseen, mistä voisi saada lisää tietoa kavitaation aiheuttaman eroosion mekanismeista.

Tämän työn ja muiden tekemien mallinnusten perusteella Zwart:n mallissa tehdyt oletukset (luku 4.4) voivat aiheuttaa mallinnukseen virhettä. Omasta mielestäni mallia voisi kehittää poistamalla höyrystymisyhtälöstä (20) termit  $\alpha_{nuc}(1 - \alpha)$  ja korvaamalla ne tilavuusosuudella  $\alpha$ . Tämän lisäksi laskennan aikana laskentatilavuuksissa syntynyt ylimääräinen höyry tulisi siirtää viereisiin laskentatilavuuksiin, samaan tapaan kuin Gianadakis et al. [5] ovat tehneet. Fluent:ssa tätä ei tällä hetkellä pysty tekemään.

Kavitaatiomallia voi lisäksi kehittää käyttämällä seosmallin tilalla Lagrangelaista mallia, jossa höyrykuplien liike nesteessä mallinnetaan erikseen. Tämä malli on toiminut dieselmoottorin ruiskutuksen mallinnuksessa. Toinen vaihtoehto olisi käyttää seosmallin kanssa täydellistä Raleigh-Plesset yhtälöä. Tämä tapa on parantanut siipiprofiililla tapahtunutta pilvikavitaation mallinnusta. Molemmat näistä menetelmistä vaativat lisää laskentatehoa seosmalliin verrattuna, mikä pitää tietysti ottaa huomioon mallia valittaessa. Tässä vaiheessa ei ole selvää, kuinka paljon nämä mallit vaativat lisää laskentaresursseja.

Mikäli mallinnusta Fluent:illa jatkettaisiin Zwart:n kavitaatiomallia voisi kehittää käyttämällä turbulenssin vaimennusta. Tässä työssä kokeiltiin vain Zwart:n mallin oletuskerroimia ja muunnetun pyörreviskositeetin kanssa käytettyjä pienempiä kertoimia. Näille kertoimille pitäisi hakea arvot, jotka toimivat hyvin käytettäessä turbulenssin vaimennusta. Lisäksi turbulenssin vaimennuskertoimelle pitäisi löytää sopiva arvo. Tässä työssä tehdyissä simulaatioissa liian suuri vaimennuskerroin aiheutti epävakautta disipaatioyhtälön ratkaisuun. Voi myös olla, että tämä vaimennuskerroin kytkeytyy kavi-



taatiomallin Zwart:n kertoimiin, jolloin näitä kaikkia kolmea pitäisi muunnella yhtä aikaa, haettaessa sopivaa kertoimien yhdistelmää. Degoshan et al. työstä saa käsityksen, että pyörreviskositeetin muunnosta käytettäessä parametrin  $n$  arvo ei ollut suoraan kyöksissä Zwart:n kertoimiin.

# LÄHDELUETTELO

- [ C. Brahic, "New Scientist," 28 3 2008. [Online]. Available:  
1] <https://www.newscientist.com/article/dn13553-dolphins-swim-so-fast-it-hurts/>. [Haettu 7 8  
2023].
- [ G. N. Kawchuk, J. Fryer, J. L. Jaremko, H. Zeng, L. Rowe and R. Thompson, "Real-time  
2] visualization of joint cavitation," *PLoS One*, vol. 10, 2015.
- [ A. G. Terentiev, I. N. Kirschner ja J. S. Uhlman, The Hydrodynamics of Cavitation flows,  
3] Backbone Publishing Company , 2011.
- [ "Wikipedia," [Online]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/Cavitation>. [Haettu 10 8  
4] 2023].
- [ E. Giannadakis, M. Gavaises and C. Arcoumanis, "Modelling of cavitation in diesel  
5] injector nozzles," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 616, pp. 153-193, 2008.
- [ J.-p. Franc ja J.-m. Michel, Fundamentals of Cavitation, New York: Kluwer Academic  
6] Publishers, 2005.
- [ "Kulunut Francis-turbiini," 2006. [Online]. Available:  
7] <https://en.wikipedia.org/wiki/Cavitation>. [Accessed 14 8 2023].
- [ O. Coutier-Delgosha, J. L. Reboud and Y. Delannoy, "Numerical simulation of the  
8] unsteady behaviour of cavitating flows.," *International Journal for Numerical Methods in  
Fluids*, no. 42, pp. 527-548, 2003.
- [ G. H. Schnerr ja J. Sauer, "Physical and Numerical Modeling of Unsteady Cavitation  
9] Dynamics," tekijä: *4th International Conference on Multiphase Flow*, New Orleans, 2001.
- [ P. Zwart, A. Gerber ja T. Belamri, "A two-phase flow model for predicting cavitation  
10] dynamics," tekijä: *Fifth International Conference on Multiphase Flow*, 2004.
- [ S. Muzaferija, D. Papoulias ja M. Peric, "VOF Simulations Of Hydrodynamic Cavitation  
11] Using The Asymptotic," tekijä: *Fifth International Symposium on Marine Propulsion*, Espoo,  
2017.
- [ P. Zima, M. Sedlar ja M. Muller, "Modeling collapse aggressiveness of cavitation  
12] bubbles in hydromachinery," tekijä: *Proceedings of the 7th International Symposium on  
Cavitation*, Ann Arbor, 2009.
- [ G. L. Chahine and C.-T. Hsiao, "Modelling cavitation erosion using fluid–material  
13] interaction simulations.," *Interface Focus*, vol. 5, pp. 1-21, 2015.
- [ P. Sarkar, *Simulation of cavitation erosion by a coupled CFD-FEM approach.*, Université  
14] Grenoble Alpes, , 2019.
- [ M. Gavaises, F. Villa, P. Koukouvinis, M. Marengo and J.-P. Franc, "Visualisation and  
15] les simulation of cavitation cloud formation and collapse in an axisymmetric geometry,"  
*International Journal of Multiphase Flow*, vol. 68, pp. 14-26, 2015.
- [ C. E. Brennen, Cavitation and Bubble Dynamics, Cambridge University Press, 2013.  
16]
- [ M. Callenaere, J.-p. Franc, J.-m. Michel and M. Riondet, "The cavitation instability  
17] induced by the development of a re-entrant jet," *Journal of Fluid Mechanics*,, vol. 444, p.  
223–256, 2001.
- [ B. Stutz and J. Reboud, "Experiments on unsteady cavitation," *Experiments in Fluids*,  
18] vol. 22, pp. 191-198, 1997.
- [ K. Laberteaux and C. S.L, "Partial cavity flows. part 2. cavities forming on test objects  
19] with spanwise variation," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 431, pp. 43-63, 2001.
- [ J. H. Ferziger ja M. Peric, Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer, 2012.  
20]
- [ S. B. Pope, Turbulent flows, Cambridge University Press, 2000.  
21]

- [ G. Settles, Artist, *The plume from this candle flame goes from laminar to turbulent. The*  
22] *Reynolds number can be used to predict where this transition will take place.* [Art]. 2009.
- [ K. Croci, F. Ravelet, J. C. Robinet and A. Danlos, "Experimental study of cavitation in  
23] laminar flow.," in *In 10th International Cavitation Symposium.*, 2018.
- [ E. L. Amromin, "Modeling of the impact of laminar-turbulent transition on cavitation  
24] inception.," *Applied Ocean Research*, vol. 114, 2021.
- [ E. L. Amromin, "Analysis of scale effects on tide turbine cavitation," *Ocean Engineering*,  
25] vol. 264, 2022.
- [ L. Geng ja X. Escaler, "Assessment of RANS turbulence models and Zwart cavitation  
26] model empirical coefficients for the simulation of unsteady cloud cavitation.," *Engineering*  
*Applications of Computational Fluid Mechanics*, osa/vuosik. 14, pp. 151-167, 2020.
- [ T. Höhne and J.-P. Mehlhoop, "Validation of closure models for interfacial drag and  
27] turbulence in numerical simulations of horizontal stratified gas–liquid flows.," *International*  
*Journal of Multiphase Flow*., vol. 62, pp. 1-16, 2014.
- [ Ansys, "Fluent user's guide," versio 2022 R2.  
28]
- [ V. C. Patel and F. Sotiropoulos, "Longitudinal curvature effects in turbulent boundary  
29] layers," *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 33, pp. 1-70, 1997.
- [ E. Goncalves and R. F. Patella, "Numerical simulation of cavitating flows with  
30] homogeneous models," *Computers & Fluids*, vol. 38, pp. 1682-1696, 2009.
- [ K. M. Laberteaux and C. S.L., "Partial cavity flows. Part 1. Cavities forming on models  
31] without spanwise variation," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 431, pp. 1-41, 2001.