

Milja Alanko & Lotta Silván

**”PUUTETTA SIINÄ MATIKAN
POHJASSA”
Alkuopetuksen matemaattisen
osaamisen erot ja niihin vastaaminen**

Kasvatustieteiden ja kulttuurin tiedekunta
Pro gradu -tutkielma
Helmikuu 2024

TIIVISTELMÄ

Milja Alanko ja Lotta Silván: "Puutetta siinä matikan pohjassa": Alkuopetuksen matemaattisen osaamisen erot ja niihin vastaaminen
Pro gradu -tutkielma
Tampereen yliopisto
Kasvatustieteiden ja kulttuurin tiedekunta, Luokanopettajakoulutus
Helmikuu 2024

Matematiikka on luonteeltaan kumulatiivista eli uusi tieto rakentuu vanhan tiedon päälle. Siksi alkuopetuksen matematiikan merkitys on suuri. Se luo pohjan tulevalle matemaattiselle osaamiselle. Matemaattisen osaamisen puutteisiin pitää puuttua mahdollisimman varhain, jotta oppimisen haasteet eivät pääse kasautumaan.

Kvalitatiivisen tutkimuksemme aiheena on alkuopetuksen matemaattisen osaamisen erot ja niihin vastaaminen. Ensimmäinen tutkimuskysymyksemme on "Millaisia ovat matemaattisen osaamisen erot alkuopetuksessa?", toinen on "Miten alkuopettajat tunnistavat matemaattisen osaamisen puutteita" ja kolmas on "Millaisia keinoja opettajilla on eriyttää alkuopetuksen matematiikkaa?". Tutkimuksen aineisto kerättiin haastattelemalla kuutta vähintään kolme vuotta 1–2. luokkalaisia opettanutta luokanopettajaa. Puolistrukturoidut teemahaastattelut toteutettiin etäyhteydellä. Haastattelut tallennettiin ja litteroitiin. Tutkimuksen analyysimenetelmä on fenomenologinen aineistolähtöinen sisällön analyysi. Analyysin pääteemaksi aineistosta nousivat alkuopetukseen matematiikan eriyttämiseen vaikuttavat tekijät, matemaattisen osaamisen erot ja puuteiden tunnistaminen, tasoeroihin ja matemaattisen osaamisen puutteisiin vastaaminen.

Tutkimuksen tuloksissa ilmenee, että alkuopetuksessa matemaattisen osaamisen skaala on laaja. Erot tulevat ilmi erityisesti lukumäärän ja lukukäsitteen vastaavuudessa ja kymmenylitykseen liittyvissä proseduureissa. Tällaiset haasteet toisintavat itseään siirryttäessä suurempiin lukuihin. Myöskin kielelliset haasteet ovat yhteydessä matemaattisen osaamisen puutteisiin, sillä ne vaikuttavat esimerkiksi käsitteiden ja sanallisten tehtävien ymmärrykseen. Aineiston mukaan kertynyt kokemus on merkittävänä tekijänä siinä, että opettajat kokevat tunnistavansa matemaattisen osaamisen puutteita melko hyvin. Haastavampana koetaan näihin puutteisiin vastaaminen. Keskeisenä tuen muotona nähdään opetuksen eriyttäminen. Haastateltavien mukaan matematiikan eriyttämistä vaikeuttaa pääasiassa opettajasta riippumattomat tekijät kuten resurssien rajallisuus ja haastava oppilasaines.

Tulokset ovat linjassa aikaisemman tutkimuksen kanssa. Matemaattisen ymmärryksen vahvistamisessa keskiöön nousevat matematiikan neljä eri kieltä, joista taktiillinen toiminnan kieli korostuu alkuopetuksessa. Jos alkuopetuksessa luodaan vahva matemaattisen osaamisen pohja, on sillä myönteinen vaikutus haastavampien sisältöalueiden oppimiseen.

Avainsanat: alkuopetuksen matematiikka, matemaattinen osaaminen, matemaattisen osaamisen puute, eriyttäminen, kielentäminen

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -ohjelmalla.

ABSTRACT

Milja Alanko and Lotta Silván: "Deficiency in the Maths Foundation": Differences in Mathematical Competence in Primary Education and Responding to them
Master's Thesis
Tampere University
Faculty of Education and Culture, Teacher Education
February 2024

Mathematics is inherently cumulative, meaning new knowledge builds upon old knowledge. Therefore, it is vital to address deficiencies in mathematical proficiency as mathematics in primary education forms the foundation for later mathematical proficiency.

Our qualitative study focuses on the differences in mathematical proficiency in primary education and how to respond to them. We explore three research questions: "What are the differences in mathematical proficiency in primary education?", "How do primary teachers identify deficiencies in mathematical proficiency?" and "What methods do teachers have to differentiate mathematics instruction in primary education?". The data for the study was collected by interviewing six class teachers who had taught first and second graders, from 6- to 9-year-olds, for at least three years. Conducted remotely, these semi-structured thematic interviews were recorded and transcribed for phenomenological, data-driven content analysis.

Findings show a wide variance in mathematical proficiency, particularly in number sense and place value understanding, which if unaddressed, re-emerge with larger numbers. Linguistic challenges are also linked to deficiencies in mathematical proficiency, affecting the understanding of concepts and word problems, for instance. Teachers' experience plays a significant role in their ability to identify these gaps, yet they find addressing the deficiencies more challenging. Differentiation is deemed essential but is hindered by factors such as limited resources.

The study corroborates previous research, highlighting the importance of the four languages of mathematics in education, especially the tactile language of action. Establishing a solid mathematical base in education positively influences the acquisition of more complex mathematical areas.

Keywords: mathematics of primary education, mathematical proficiency, deficiency of mathematical proficiency, differentiation, languaging

The originality of this thesis has been checked using the Turnitin OriginalityCheck service.

SISÄLLYS

1	JOHDANTO.....	5
2	ALKUOPETUKSEN MATEMATIIKKA.....	7
2.1	Alkuopetuksen matematiikka Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa	7
2.2	Matemaattisen osaamisen tutkimus	10
2.3	Alkuopetuksen matematiikan keskeisiä käsitteitä	13
2.3.1	<i>Matematiikan kielentäminen</i>	13
2.3.2	<i>Eriyttäminen</i>	17
2.3.3	<i>Matemaattinen osaaminen ja osaamisen puutteet</i>	19
3	TUTKIMUSKYSYMYKSET	22
4	TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	23
4.1	Puolistrukturoitu teemahaastattelu	23
4.2	Haastatteluiden toteuttaminen	24
4.3	Aineiston analyysi	25
5	ANALYYSI.....	27
5.1	Alkuopetuksen matematiikan eriyttämiseen vaikuttavat tekijät	28
5.1.1	<i>Opettajan kokemus eriyttämisestä</i>	28
5.1.2	<i>Oppilasaines</i>	30
5.1.3	<i>Aikaresurssi</i>	31
5.1.4	<i>Oppikirja</i>	34
5.2	Matemaattisen osaamisen erot ja puutteiden tunnistaminen	35
5.2.1	<i>Tuen tarpeen tunnistaminen</i>	36
5.2.2	<i>Äidinkielen ja matematiikan yhteys</i>	38
5.2.3	<i>Eriyttävät sisältöalueet</i>	38
5.3	Tasoeroihin ja matemaattisen osaamisen puutteisiin vastaaminen	40
5.3.1	<i>Matematiikan oppimista tukevat käytännöt</i>	41
5.3.2	<i>Moniammatillinen yhteistyö</i>	43
5.3.3	<i>Kodin tuki</i>	44
5.3.4	<i>Matemaattisen ymmärryksen tukeminen</i>	45
6	TULOKSET	48
7	JOHTOPÄÄTÖKSET	51
8	POHDINTA.....	54
8.1	Tutkimuksen eettisyys ja luotettavuus	54
8.2	Jatkotutkimusehdotukset	57
8.3	Lopuksi.....	58
	LÄHTEET.....	60
	LIITTEET.....	64
	Liite 1: Haastattelun runko	64

1 JOHDANTO

”Joka päivä olisi hyvä ainakin lukea, kirjoittaa ja *laskea*”, sanoi painokkaasti eräs alkuopettaja, kun keskustelimme alkuopetuksen koulupäivän tärkeimmistä sisällöistä. Matematiikka on heti ensimmäisestä luokasta lähtien keskeisessä roolissa koulun arjessa ja alkuopetuksessa luodaan perusta matemaattiselle osaamiselle. Matematiikan luonteeseen kuuluu, että vanha tieto rakentuu uuden tiedon päälle eli hyvän perustan luominen matematiikassa alusta lähtien on ensiarvoisen tärkeää (Joutsenlahti & Perkkilä, 2021).

Mutta onko alkuopettajilla tietoa, taitoja ja resursseja tunnistaa ja tukea yksilöllisesti jokaisen oppilaan matemaattista osaamista ja sen kehitystä? Oppilaiden tulisi ensimmäisestä luokasta alkaen ymmärtää mitä he laskevat ja miksi he laskevat juuri sillä tavalla, sillä ymmärtäminen tekee oppimisesta vaivattomampaa, mielekkäämpää ja vähentää virheiden mahdollisuutta (Joutsenlahti & Perkkilä, 2021). Tätä matemaattisen ymmärtämisen prosessia opettajan tulisi opetuksessaan tukea (POPS, 2014).

Kansallisen koulutuksen arviointikeskus (Karvi) toteutti hiljattain Suomessa ensimmäisen laajan kartoituksen ensimmäiselle luokalle tulevien oppilaiden matematiikan taidoista (Ukkola & Metsämuuronen, 2019). Se näytti, että erot yksilöiden välillä ovat valtavia (Ukkola & Metsämuuronen, 2019). Tämä korostaa eriyttämisen tarvetta alkuopetuksen matematiikassa. Pohdimme, miten alkuopettajat pystyvät vastaamaan tähän tarpeeseen. Opintojemme ohella olemme tehneet luokanopettajan sijaisuuksia ja nähneet tämän alkuopetuksen matemaattisen osaamisen kirjon myös käytännössä. Tulevina alkuopettajina tämä aihe tuntuukin tärkeältä ja siksi sitä tahdoimme alkaa tutkimaan.

Tutkimuksemme keskittyy opettajien näkökulmaan alkuopetuksen matematiikassa. Tutkimme millaisia ovat matemaattisen osaamisen erot alkuopetuksessa ja miten opettajat niihin pystyvät vastaamaan. Tavoitteenamme on tuoda ilmi mahdollinen lisäkoulutuksen tai lisäresurssien tarve koskien matematiikan opetusta ensimmäisellä ja toisella luokalla. Lisäksi

tutkimuksellamme haluamme tuoda esille alkuopetuksen matematiikan merkitystä ja asemaa matematiikan oppimisessa.

Tutkimuksemme tarkoitus on kuvata matemaattista osaamista ja matematiikan eriyttämistä alkuopetuksessa ilmiön tasolla ja ymmärtää näiden olemusta. Näin ollen käyttämämme analyysimenetelmä on aineistolähtöinen, fenomenologinen sisällönanalyysi. Haastattelemme kuutta luokanopettajaa, jotka ovat työskennelleet alkuopetuksessa vähintään kolme vuotta. Toteutamme haastattelut puolistrukturoituna teemahaastatteluna videoyhteyksillä ja litteroimme nauhoitetut haastatteluaineistot.

Ensin tutustumme teoreettiseen viitekehykseen alkuopetuksen matemaattisen osaamisen ja matematiikan eriyttämisen taustalla. Sitten avaamme asettamiamme tutkimuskysymyksiä sekä tutkimuksen toteuttamisen vaiheita ja menetelmiä. Aineiston analyysiä seuraa tutkimustulokset, johtopäätökset ja tutkimuksen eettisyyden tarkastelu. Lopuksi esittelemme jatkotutkimusehdotuksia.

2 ALKUOPETUKSEN MATEMATIIKKA

Tässä luvussa perehdymme alkuopetuksen matematiikan opetussuunnitelmaan, matemaattisen osaamisen käsitteeseen ja sen tutkimukseen, eriyttämisen määritelmään ja muuhun alkuopetuksen matematiikan parissa tehtyyn tutkimukseen. Tutkimuksessamme keskeisiä käsitteitä ovat alkuopetus, matemaattinen osaaminen ja osaamisen puutteet, matematiikan kielentäminen ja eriyttäminen. Kun tutkimuksessamme viittaamme Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin (2014), käytämme jatkossa lyhennettä POPS (2014).

Tutkimuksemme kohteena on alkuopetuksen matematiikka suomalaisessa koulutusjärjestelmässä. Tavoitteenamme on kartoittaa matemaattista osaamista ja erityisesti eriyttämisen tarvetta ja toteutumista nimenomaan suomalaisen alkuopetuksen kontekstissa. Suomalaisen koulujärjestelmän alkuopetus sisältää 1. ja 2. vuosiluokan. Suomessa 1. luokka aloitetaan yleisesti sinä vuonna, kun täytetään seitsemän eli oppilaat ovat alkuopetuksen aikana kuudesta yhdeksään vuotiaita. Suomalainen koulutusjärjestelmä, opetussuunnitelma ja koulupolku eroavat sen verran paljon useimmista maista, että kansainväliset julkaisut eivät ole välttämättä suoraan sovellettavissa tutkimukseemme. Näin ollen tutkimuksemme teoriatausta rajautuu pääasiassa kotimaisiin lähteisiin.

2.1 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet

Koulun alkaessa yksi matematiikan tärkeimpiä tavoitteita on lukusanan, lukumäärän ja numerosymbolin välisen yhteyden ymmärtäminen (Mononen ym., 2017). Tämä mainitaan myös POPS:n (2014) alkuopetuksen eli vuosiluokkien 1–2 keskeisissä sisältöalueissa. Muita POPS:n (2014) 1. ja 2. vuosiluokan kohdalla nostettuja lukuihin ja laskutoimituksiin liittyviä sisältöalueita ovat kymmenjärjestelmä, lukujen erilaiset ominaisuudet, lukujen 1–10 hajotelmat, yhteen- ja vähennyslaskut välillä 0–100, erilaiset päässälaskustrategiat ja

kertolaskun käsite. Lisäksi mainitaan, että alkuopetuksessa tulisi luoda pohja ymmärtää useampia eri käsitteitä, joita tulee myöhemmin matematiikassa kuten jakolasku ja jakolaskun ja kertolaskun yhteys (POPS, 2014). Tässä ilmenee matematiikan kumulatiivinen luonne eli miten uusi tieto rakentuu aina vanhan päälle, joka korostaa alkuopetuksen matematiikan suurta roolia myöhempien matematiikan sisältöalueiden omaksumisessa.

Lukujen ja laskutoimitusten lisäksi 1. ja 2. vuosiluokan keskeisiin sisältöalueisiin (POPS, 2014) kuuluvat Ajattelun taidot, Geometria ja mittaaminen ja Tietojenkäsittely ja tilastot. Geometrian ja mittaamisen alle lukeutuu suunta- ja sijaintikäsitteet, kolmiulotteisen ympäristön hahmottaminen, erilainen työskentely kappaleiden ja tasokuvioiden parissa, mittaamisen periaate, suureet pituus, massa, tilavuus ja aika sekä niiden mittayksiköt ja vielä erikseen mainitaan kellonaikojen harjoittelu (POPS, 2014).

Opetussuunnitelman perusteissa (2014) vuosiluokkien 1–2 alla tuodaan esille myös monia erilaisia lähestymis- ja työskentelytapoja matematiikkaan, joita opetukseen tulisi sisällyttää. Konkretia ja toiminnallinen oppiminen mainitaan useampaan otteeseen (POPS, 2014). Lisäksi kehoitetaan työskentelemään sekä kirjallisesti että suullisesti (POPS, 2014). Alkuopetuksen opetussuunnitelmassa (2014) ohjataan lähestymään matematiikan sisältöjä oppilaiden oman kokemusmaailman kautta, esimerkiksi pureutuen niihin oppilaita itseään kiinnostavien ongelmien tutkimisella. ”Pedagogisesti ohjatut leikit ja pelit” (POPS, 2014) nimetään alkuopetuksen kontekstissa erikseen merkittäväksi työtavaksi. Tällainen leikin kautta oppimisen korostaminen vaikuttaakin olevan yksi keskeinen ero alkuopetuksen ja myöhempien vuosiluokkien opetustapojen välillä. POPS:ssa (2014) nimetyistä erilaisista työskentelytavoista on löydettävissä matematiikan neljä eri kieltä, joita ovat matematiikan symbolikieli, luonnollinen kieli, taktiilinen toiminnan kieli ja kuviokieli (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018).

Matematiikan symbolikieli tulee ilmi opetussuunnitelmassa (2014) puhuttaessa esimerkiksi luonnollisista luvuista, numeromerkinnästä ja lukualueista 0–20 ja 0–100. Opetussuunnitelman tavoitteisiin vuosiluokilla 1–2 kuuluu oppilaan ohjaaminen kertomaan ratkaisujaan ja päätelmiään suullisesti, mikä on osa matematiikan luonnollista kieltä. Opetussuunnitelman (2014) mukaan alkuopetuksessa tulisi toteutua oppimisympäristö, jossa matematiikan opiskelussa käytetään välineitä ja geometrisia kappaleita ja kuvioita nimeämisen

lisäksi rakennetaan. Edellä mainitut ovat taktiillista toiminnan kieltä. Kuviokieli näkyy esimerkiksi opetussuunnitelman (2014) vaatimuksena siitä, että matematiikan opetus tukee oppilaiden taitoa ilmaista matemaattista ajatteluaan piirtäen ja kuvia tulkitsemalla.

Taulukko 1. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 1.–2.vuosiluokkien sisältöalueet ovat alkuopetuksen matematiikan perusta (POPS, 2014).

	Sisältöalue	Sisältöalueen kuvaus
S1	Ajattelun taidot	“Vertaillaan, luokitellaan ja asetetaan järjestykseen sekä havaitaan syy- ja seuraussuhteita.”
S2	Luvut ja laskutoimitukset	“Varmistetaan, että oppilaat hallitsevat lukumäärän, lukusanan ja numeromerkinnän välisen yhteyden.” “Kehitetään oppilaiden yhteen- ja vähennyslaskutaitoja ensin lukualueella 0–20 ja sitten lukualueella 0–100. Harjoitellaan erilaisia päässälaskustrategioita laskutaidon sujuvoittamiseksi.” “Ohjataan oppilaita ymmärtämään kertolaskun käsite konkretian avulla ja opetellaan kertotaulut 1–5 ja 10. Luodaan pohjaa ymmärtää jakolasku sekä kerto- ja jakolaskun yhteys.”
S3	Geometria ja mittaaminen	“Kehitetään oppilaiden taitoa hahmottaa kolmiulotteista ympäristöä ja havaita siinä tason geometriaa.” “Tunnistamisen lisäksi rakennetaan ja piirretään.” “Harjoitellaan kellonaikoja ja ajanyksiköitä.”
S4	Tietojenkäsittely ja tilastot	“Pohjustetaan oppilaiden taitoja kerätä ja tallentaa tietoja kiinnostavista aihepiireistä.”

2.2 *Matemaattisen osaamisen tutkimus*

Joutsenlahti ja Perkkilä (2021) ovat selvittäneet luokanopettajaopiskelijoiden ymmärrystä suhde -käsitteestä ja nostaneet esille huolensa sen suhteen. He toteavat, että alkuopetuksesta lähtien tulisi luoda pohjaa käsitteelliselle ymmärrykselle ja huomioida opetuksessa myös käsitteiden väliset yhteydet (Joutsenlahti & Perkkilä, 2021). Artikkelin teoreettisessa viitekehyksessä toistuu Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin (2001) luoma matemaattisen osaamisen malli, johon itsekin pohjaamme tutkimuksemme teoriaa. Vaikka Joutsenlahden ja Perkkilän (2005) artikkelissa tutkimusjoukkona toimii luokanopettajaopiskelijat ovat matemaattisen osaamisen piirteet yhteneväiset ikäluokasta huolimatta. Kuten artikkelistakin käy ilmi, on opiskelijan tietorakenteen jäsentymisellä ja sen kielentämisellä eri representaatioiden kautta suuri merkitys matemaattisen osaamisen rakentumiselle.

Matematiikan opiskelussa käsitteiden omaksuminen on hyvin keskeinen taito. Käsitteiden välille rakentuu tietynlainen hierarkia, joka tarjoaa pohjan monimutkaisempien taitojen ja tehtäväsarjojen hallinnalle (Aunola & Nurmi, 2018). On siis selvää, että matemaattiset taidot ja näin ollen matemaattinen osaaminen koostuu useista eri osatekijöistä. Kirjoittamassaan artikkelissa Aunola ja Nurmi (2018) perehtyvät matemaattisten taitojen kehitykseen esiopetus- ja kouluvuosien aikana ja näiden taitojen kehitystä ennakoiviin tekijöihin. Artikkelissa he nostavat esille matemaattiset vaikeudet, lukemisen haasteet ja motivaation, jotka ovat toimineet vaikuttavina tekijöinä matemaattisen osaamisen tutkimuksissa. Tutkimuksen perusteella todetaankin, että aikaisempi matemaattinen osaaminen kiihdyttää uuden oppimista niin kutsutun lumipalloefektin tapaisesti – paremmat alkuvalmiudet johtaisivat siis nopeampaan oppimiseen. Samanlaiseen lopputulemaan on päästy suomalaisessa JEPS-tutkimuksessa (Jyväskylä Entrance into Primary School), jossa todettiin parempien matemaattisen taitojen lähtötason vaikuttavan siihen, miten nopeaa kehitys oli aritmetiikan taidoissa esiopetuksen alusta toisen luokan alkuun (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004). Lopuksi Aunola ja Nurmi (2018) toteavatkin, että erot matemaattisissa taidoissa kasvavat ensimmäisinä kouluvuosina.

Eronen ja Toikka (2021) ovat tutkineet tarkemmin matemaattisten ongelmanratkaisutehtävien yhteydessä alkuopetusikäisten taitoa reflektoida eli sanallistaa päättelyketjujaan, omaa ajatteluaan sekä tunteitaan. Tämän mukainen ongelmanratkaisuprosessi pitää sisällään useita pienempiä proseduureja, joiden kautta päästään käsiksi suurempaan kokonaisuuteen ja on osa matematiikan laaja-alaista hallintaa (Joutsenlahti, 2005). Eronen ja Toikan tutkimus luo pohjaa tutkimuksemme ymmärrykselle siitä, millaisia taitoja matematiikan oppiaineessa alkuopetuksessa käsitellään ja millaisissa taidoissa mahdollisia matemaattisen osaamisen puutteita. Kuten Eronen ja Toikka (2021) toteavatkin lopuksi, on tutkimustuloksissa havaittavissa huomattavia eroja.

Matemaattista osaamista ei ainoastaan tarkastella oppilaan matemaattisen proseduurien tai matematiikan laskennallisen osaamisen yksilöllisessä viitekehyksessä, vaan myös niissä tekijöissä, joiden kautta matemaattista osaamista tuotetaan. Tiainen, Asikainen ja Viholainen (2021) ovat perehtyneet tutkimuksessaan siihen, millaisia valmiuksia luokanopettajilla on vastata opetuksessa matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tarpeisiin eli eriyttää opetusta ylöspäin. Jos lahjakkaalle oppilaalle ei tarjota mielekkäitä tehtäviä ja tarpeeksi haastetta, voi mielenkiinto hävitä jo alakoulun alussa (Tiainen ym., 2021). Ylöspäin eriyttäminen toimii siis opettajan näkökulmasta eräänlaisena toimena vastata hyvien matemaattisten taitojen ilmenemiseen. Tutkimusten mukaan ensimmäisten luokkien aikana muodostunut matematiikan osaaminen heijastaa pitkälti tulevaa koulumenestystä ja erot taitavien ja heikkojen matematiikan osaajien välillä vain vahvistuvat ajan myötä (Aunola ym., 2004; Lukimat, 2022).

Matematiikan oppimisessa ilmenee monilla haasteita ja niitä on tunnistettu liittyväksi muun muassa lukukäsitteeseen. Pienienkin lukumäärien laskeminen yksitellen on tyypillistä niille oppilaille, joiden lukumääräisyyden taju on heikko (Mononen, Aunio, Väisänen, Korhonen & Tapola, 2017). On tutkittu, että varhaislapsuuden heikko lukumääräisyyden taju ja prosessointi korreloi usein jo ensimmäisten luokkien matemaattisten haasteiden kanssa ja näin se nähdäänkin yhtenä matemaattisten oppimisvaikeuksien selittävänä tekijänä (Mononen ym., 2017). Esimatemaattisissa taidoissa eli lapsen vertailu-, sarjoitus- ja luokittelutaidoissa sekä helppojen lukujonojen (0–20) hallinnassa on havaittu haasteita lukumäärien hahmottamisessa, luettelemisessa ja lukuhaajotelmien tekemisessä (Väisänen, 2014). Jo esiopetuksessa on havaittu suuria eroja lasten

matemaattisten taitojen välillä ja toisin kuin äidinkielessä niin matematiikassa koulun alussa olevien tasoerojen on havaittu vain kasvavan ajan kuluessa (Mononen, Aunio, Hotulainen, & Ketonen, 2013). Kuitenkin varhaisilla laskemisen taidoilla kuten esikouluiässä lukusanojen 0–20 sujuvalla eteen- ja taaksepäin luettelemisella on huomattu olevan myönteinen yhteys myöhempien matemaattisten taitojen kuten aritmeettisten taitojen omaksumiseen (Mononen ym., 2017).

Kansallisen koulutuksen arviointikeskus (Karvi) toteutti hiljattain Suomessa ensimmäisen laajan kartoituksen ensimmäiselle luokalle tulevien oppilaiden matematiikan taidoista (Ukkola & Metsämuuronen, 2019). Tämän pitkittäistutkimuksen käynnistäneessä alkumittauksessa tavoitteena oli tuottaa kansallista tietoa siitä, mitä oppilaat osaavat, kun he aloittavat perusopetuksen ensimmäisen luokan. Alkumittauksessa huomattiin, että matematiikan tehtävistä parhaiten sujuivat yksinkertaiset tunnistamistehtävät sekä järjestykseen asettaminen ja lukumäärä-numerovastaavuustehtävät hyvin pienillä luvuilla. Haastaviksi osa-alueiksi osoittautuivat kymmenylitys ja murtolukujen alkeisiin liittyvät tehtävät. Alkumittaus osoitti, että ensimmäiselle luokalle tullessa erot matematiikan osaamisessa sukupuolten välillä olivat pieniä, mutta yksilöiden väliset erot suuria (Ukkola & Metsämuuronen, 2019). Tästä alkumittauksesta alkaa perusopetuksen oppimistulosten kolmivaiheinen pitkittäisarviointi, joka päättyy tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden arviointiin 9. luokan lopussa.

Oppilaiden matemaattisen osaamisen lisäksi myös opettajan toimintaa matematiikan oppimisen viitekehyksessä on tutkittu. Muratan ja Fusonin (2006) suorittamassa tapaustutkimuksessa tutkittiin sitä, miten opettaja auttoi oppilaitaan kymmenylitykseen johtavissa yhteenlaskuissa. Tapaustutkimus sijoittui japanilaiseen ensimmäiseen luokkaan ja sen tavoitteena oli havainnollistaa miten eri tasoisten oppijoiden ymmärtäminen voi tukea koko luokan oppilaita matematiikan oppimisessa. Tutkimuksessa nostettiin esille erinäisten apuvälineiden käyttäminen yksittäisten oppilaiden oppimispolkujen tukemisessa ja miten eri vaiheessa oppimispolkujaan olevat oppilaat voivat tukea toisiaan matematiikan sisältöjen oppimisessa esimerkiksi keskustellessaan matematiikasta.

Matemaattiseen osaamiseen liittykin siis tutkimuksen näkökulmalta useampia tekijöitä kuin vain itse osaamisen taso. Se miten matemaattista

osaamista tuotetaan tai tuetaan, on merkityksellisessä asemassa suhteessa siihen, millaista matemaattista osaamista syntyy. Matemaattinen osaaminen rakentuu erinäisistä tekijöistä, joita pyritään tukemaan opetuksen kautta. Kuten POPS:ssa (2014) matematiikan oppiaineen opetuksesta kuvaillaan, on opetuksen tehtävänä luoda pohja matemaattiselle ymmärrykselle ja kehittää oppilaiden kykyä käsitellä tietoa ja ratkaista ongelmia.

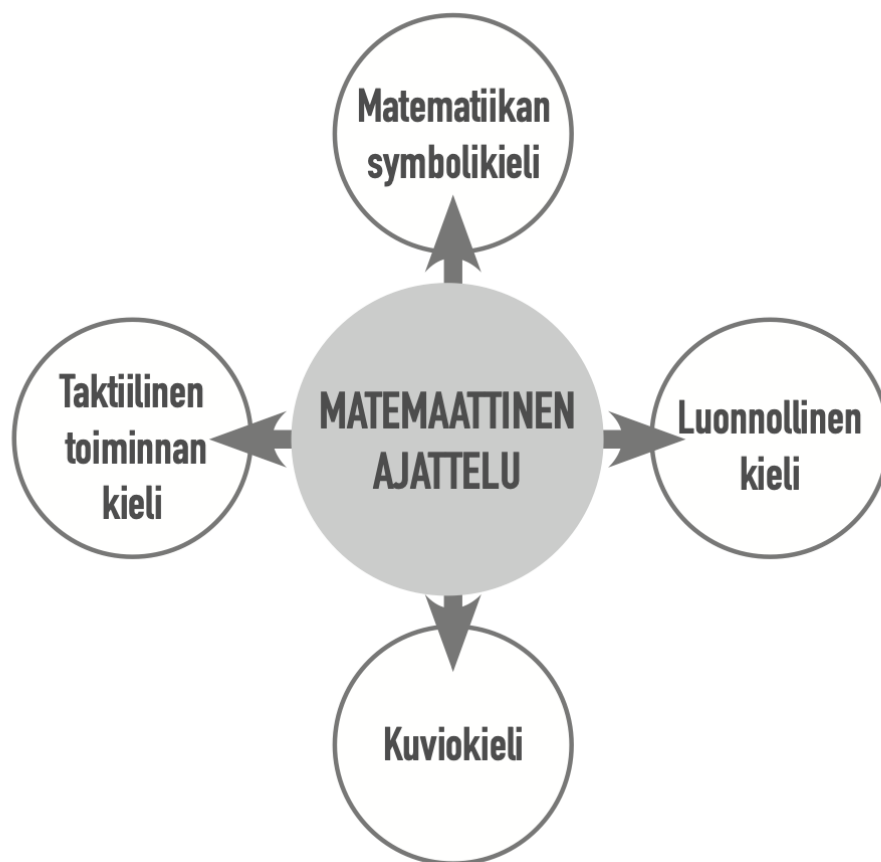
2.3 Alkuopetuksen matematiikan keskeisiä käsitteitä

2.3.1 Matematiikan kielentäminen

Alkuopetuksessa matematiikan kielellinen ulottuvuus on erityisen suuressa roolissa, sillä oppilas rakentaa omia tietorakenteitaan ja saa kokemuksia eri käsitteiden, kuten lukumäärien, ominaisuuksista pitkälti suullisten keskusteluiden välityksellä (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Matematiikan kielentämisellä tarkoitetaan matemaattisen ajattelun tekemistä näkyväksi pääsääntöisesti kielellisesti tai kirjallisesti kielen avulla (Joutsenlahti, 2009; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Suullinen kielentäminen voi näkyä esimerkiksi luokassa tapahtuvana kommunikaationa opettajan ja oppilaiden välillä tai oppilaan vuorovaikutuksena muiden oppilaiden kanssa. Kirjallinen kielentäminen taas pohjaa useimmiten oppilaan vihossa ja oppikirjassa tapahtuvaan toimintaan, jossa laskuja kuvataan esimerkiksi lausekkeen tai kuvion muodossa (Joutsenlahti, 2009). Kirjallisen ja kielellisen näkökulman lisäksi kielentämistä on mahdollista tarkastella yksilön ja ryhmän näkökulmasta. Joutsenlahden mukaan (2003) matematiikan kielentäminen voi toisaalta toimia keinona tehdä oppilaan ajattelua näkyväksi muille, kuten opettajalle tai toisille oppilaille, mutta toisaalta se voi auttaa itse oppilasta jäsentämään omaa ajatteluaan. On kuitenkin tärkeää huomata, että kielentämiseen tarvitaan vahva yhteys matematiikan kielen ja luonnollisen kielen välillä (Joutsenlahti, 2003; 2009), jotta on mahdollisuus tulla ymmärretyksi.

Kuten mainittua, matemaattinen kielentäminen nähdään erityisen arvokkaana, sillä matemaattisen ajattelun kielentäminen voi parhaimmillaan aikaansaada vertaisoppimista. Toisen oppilaan sanallistaessa ajatteluaan voi toinen oppilas ymmärtää tämän avulla itsekkin lisää. Tällaisessa tilanteessa sekä

kertoja, että kuulija joutuvat refleктоimaan ja jäsentämään omaan matemaattista ajatteluaan, kun uusi ja vanha tieto kohtaavat (Joutsenlahti, 2003; Joutsenlahti & Rättyä, 2015). On siis pohdittava ja määriteltävä käsitteelle keskeisiä piirteitä ja ominaisuuksia ratkaisun löytämiseksi. Opettajalle kielentämien toimii tärkeänä työkaluna, sillä sen kautta hän saa olennaista tietoa oppilaan osaamisesta ja käsitteen ymmärtämisestä, mikä voi auttaa huomaamaan oppilaan ohjauksen tai tuen tarpeen (Joutsenlahti & Perkkilä, 2022).



KUVIO 1. Matemaattisen ajattelun kielentämisen neljä kieltä ovat matematiikan symbolikieli, luonnollinen kieli, kuviokieli ja taktiilinen toiminnan kieli (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018).

Matematiikan kielentämisestä on erotettavissa neljä eri kielentämisen tapaa. Nämä ovat luonnollinen keli, symbolikieli, kuviokieli ja taktiilinen toiminnan keli (Joutsenlahti & Rättyä, 2015). Nämä kielet eivät ole toisistaan erillisiä, vaan ne ilmenevät useasti yhteydessä toisiinsa – vaihteluna eri kielien välillä (Joutsenlahti

& Rättyä, 2011). Yhdessä nämä kielet luovat matematiikalle tyypillisen ilmaisutavan, joista kukin osa-alue tukee toisen osa-alueen ymmärtämistä.

Matematiikan *luonnollisella kielellä* tarkoitetaan matematiikasta puhuttaessa käytettävää kieltä, kuten suomen kieltä (Joutsenlahti & Kulju, 2015; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Luonnollinen kieli toimii puhuttuna tai kirjallisena ilmaisuna, esimerkiksi dialogia käydessä, jolloin kielessä käytetään sellaisia ilmauksia, joilla on oma merkityksensä matematiikassa (Joutsenlahti, 2009). Puhe ei kuitenkaan ole ainoastaan ulkoista puheilmaisua muille, vaan se voi myös toimia sisäisenä puheena itselle. Joutsenlahti ja Rättyä (2015) toteavatkin luonnollisen kielen olevan tärkeä väylä kuvaamaan matemaattisten käsitteiden merkityksiä. Luonnollisen kielen erityislaatuisuuteen, muihin kieliin verrattuna, liittyy vahvasti sen ilmaisuvoimaisuus ja monipuolisuus (Joutsenlahti & Kulju, 2015). Kieli ei ole sidottuna suppeampiin ilmaisutapoihin tai rajallisiin kielimuotoihin, kuten muiden kielentämistapojen kohdalla huomataan.

Matematiikan *symbolikielellä* tarkoitetaan matematiikassa käytettävää merkistöä eli lukuja ja muita symboleita, kuten yhteen- ja vähennyslaskumerkki ja yhtäsuuruusmerkki. Näiden rajallisten symbolien varaan rakentuvan merkkijärjestelmän avulla on mahdollista ilmaista esimerkiksi laskuja, yhtälöitä ja kaavoja (Joutsenlahti & Kulju, 2010). Matemaattisen ajattelun ilmaiseminen symbolikielen avulla perustuu juuri näiden symbolien säännönmukaisuuksille ja merkintöjen yksikäsitteisyydelle ja loogisuudelle (Joutsenlahti & Rättyä, 2015). Matematiikan kielistä symbolikieli toimii yleisimmin matematiikan kuvastajana, symbolien ollessa tyypillisin tapa ilmaista matematiikkaa. Matematiikan symbolikieli on vahvasti läsnä niin matematiikan opetuksessa kuin oppikirjoissa, aivan ensimmäiseltä luokalta alkaen.

Kuviokielen avulla kuvataan asioiden lukumääräisyyttä ja käsitteiden välisiä yhteyksiä. Sillä tarkoitetaan erinäisiä geometrisia kuvioita, piirrettyjä ja havainnollistavia kuvia (Joutsenlahti & Kulju, 2010). Tarkemmin avattuna kuviokielen avulla voidaan esittää visuaalisuuteen pohjaten lukumääriin liittyviä muutoksia, käsitejärjestelmien välisiä suhteita ja asioiden määrää. Symbolikielen tavoin kuviokielen haasteisiin lukeutuu kielen rajallisuus (Joutsenlahti & Kulju, 2015). Aivan kaikki luonnollisen kielen käytössä olevat elementit eivät ole kuviokielen tavoitettavissa. Tällaisina kielen elementteinä Joutsenlahti ja Kulju (2015) kuvaavat muun muassa käsitteet *että* ja *kun*. Kuviokielen vahvuudet

ovatkin visualisointia vaativissa kokonaisuuksissa. Etenkin geometrian sisältöalueen kohdalla kuviokielen merkitys kasvaa. Myös POPS:ssa (2014) on huomioitu kuviokielen käyttäminen, sillä matematiikan oppiaineen tavoitteissa ja sisältöalueissa mainitaan ratkaisujen ja päätelmien esittäminen konkreettisin välinein ja piirtäen.

Taktiilinen toiminnan kieli on erityisesti alakoulussa tärkeä ja alkuopetuksessa sen merkitys korostuu entisestään (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). POPS:ssa (2014) kuvataan, että matematiikan opetuksella luodaan sellaista oppimisympäristöä, jossa matematiikkaa opiskellaan toiminnallisesti ja välineiden avulla. Matemaattisen ajattelun ilmaiseminen taktiilisen toiminnan kielen kautta tapahtuu nimensä mukaisesti esimerkiksi toimintamateriaalien ja manipulatiivien käytön kautta (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Taktiilinen toiminnan kieli on luonteeltaan kinesteettinen eli liikettä korostava oppimistapa (Joutsenlahti & Kulju, 2015) ja se tuokin muiden kielten rinnalle näkemyksen matematiikan havainnollistamisesta tuntoaistin välityksellä.

Kielentämisen kielten ei ole tarkoituksena toimia toisistaan erillisinä kielinä, vaan luoda yhdessä laajempaa matemaattista ymmärrystä ja osaamista. Alkuopetuksessa tällaista oppimista voidaan tavoittaa, kun abstrakteille käsiteille luodaan konkreettisia vastineita (Joutsenlahti & Kulju, 2015). Jokaiselle mainitulle kielen tyypille on hyvä löytää tarkoituksenmukainen käyttötapa matemaattisen ajattelun ilmaisussa (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018) sillä kielentäminen tukee ja vahvistaa matematiikan käsitteiden ymmärtämistä ja oppimista. Juuri tästä syystä Joutsenlahti ja Rättyä (2015) ovatkin laajentaneet Joutsenlahden ja Kuljun (2010) aikaisemmin esittämän kolmen matematiikan kielen mallin (symbolikieli, luonnollinen kieli ja kuviokieli) neljän kielen malliksi lisäämällä siihen taktiilisen toiminnan kielen. Tämän lisäyksen taustalla on Joutsenlahden ja Kuljun (2015) mukaan ajatus siitä, että kieli nähtäisiin enemmän kuin vain representaation työkaluna. Tämä kyseinen neljän kielen malli on sovellettavissa moneen alkuopetuksessa ilmenevään sisältöalueeseen ja niihin lukeutuviin oppisisältöihin ja siihen myös opetussuunnitelmassa kannustetaan (POPS, 2014).

2.3.2 Eriyttäminen

POPS:n (2014) mukaan eriyttämisen tulisi olla opettajan keskeinen työkalu ja sen tulisi olla läsnä koulun arkipäivässä. Eriyttämisellä pyritään näin ollen vastaamaan oppilaiden yksilöllisiin tarpeisiin ja kiinnittämään huomiota erilaisiin oppimistapoihin ja työskentelymenetelmiin. Polson ja Roihan teoksessa (2018) kerrotaan eriyttämisestä seuraavalla tavalla. Opettajilla on keskenään eriyttämisestä hyvin erilaisia näkemyksiä, mutta myös sen määritelmät kirjallisuudessa poikkeavat osittain toisistaan. Eriyttäminen voidaan määritellä suhtautumiseksi opetukseen niin, että eri opetuksen ja koulunkäynnin osa-alueilla pyritään kokonaisvaltaisesti huomioimaan oppilaan yksilöllisyys ja näin takaamaan jokaiselle oppilaalle mahdollisimman hyvät oppimismahdollisuudet. Hieman kapeampi käsitys eriyttämisestä on, että se liittyy vain joihinkin rajattuihin opetuksen osa-alueisiin ja työtapoihin. Kekseistä eriyttämisessä on, että sillä tarkoitetaan opetusta, jossa opettaja muokkaa opetuksen sisältöjä ja opetusmetodeja siten, että ne tukevat oppilaiden tarpeita, osaamistasoa ja kiinnostuksenkohteita (Tomlinson ym., 2003; Tomlinson, 2014).

Tyypillisimmin eriyttäminen jaotellaan *alaspäin* ja *ylöspäin eriyttämiseen*. Näiden rinnalla puhutaan myös *yhtenäistävästä* ja *erilaistavasta* eriyttämisestä sekä *reaktiivisesta* ja *proaktiivisesta* eriyttämisestä (Polso & Roiha, 2018). Alaspäin eriyttämisellä viitataan sellaiseen oppilaan tukemisen tapaan, jossa tuetaan oppilaan tavoitteiden saavuttamista, kun oppimisessa on ilmennyt haasteita. Alaspäin eriyttäminen toimii tärkeänä oppimisvaikeuksien ennakoinnin ja varhaisen tuen keinona (POPS, 2014). Ylöspäin eriyttämisellä viitataan vastavuoroisesti keskimäärin paremmin suoriutuvien oppilaiden huomioimiseen opetuksessa (Polso & Roiha, 2018). Ylöspäin eriyttämisen tavoitteena on, että oppilas voi opiskella opetettavia sisältöjä mahdollisesti nopeammin tai syvemmin - tukien oppilaan vahvuuksia (Laine, 2010; Mäkelä, 2009).

Jaottelu yhtenäistävään ja eriyttävään eriyttämiseen on hieman harvemmin käytetty, mutta siinä eriyttämisen keinoja käytetään kahden eri päämäärän saavuttamiseksi. Roihan ja Polson (2018) mukaan yhtenäistävässä eriyttämisessä pyritään siihen, että kaikki oppilaat pääsisivät samoihin yhteisiin tavoitteisiin, kun taas erilaistavassa eriyttämisessä tavoitteita muokataan kunkin oppilaan yksilöllisten ominaisuuksien mukaan erilaisiksi. Yhtenäistävän

eriyttämisen avulla tavoitellaan tilannetta, jossa yleisellä mitta-asteikolla heikkojen suoritusten määrää pyritään vähentämään. Erilaistavassa eriyttämisessä tätä mitta-asteikkoa taasen muokataan soveltuvaksi itse yksilölliselle oppilaalle.

Eriyttämisen tavoista on erotettavissa kaksi erilaista suuntaa, joita kutsutaan reaktiiviseksi ja proaktiiviseksi eriyttämiseksi (Roiha & Polso, 2018). Reaktiivinen eriyttäminen alkaa siitä, kun huomataan haasteita. Tällöin voidaankin puhua reagoivasta eriyttämisestä (Roiha & Polso, 2020), jonka tavoitteena on vastata luokkahuoneessa ilmenneisiin haasteisiin esimerkiksi opetusta muokkaamalla. Proaktiivisella eriyttäminen taasen on ennakoivaa ja siinä nähdään yksilöllisten tarpeiden huomioiminen jo lähtökohtaisesti osana opetuksen suunnittelua. Tomlinson ja muut (2003) huomioivat opetuksen samankaltaisena proaktiivisena eriyttämisympäristönä, jolloin eriyttämistä ei lähestytä ainoastaan yksilötasoisena ilmiönä. Näin ollen eriyttäminen ei siis ainoastaan koske reaktiivisesti yksittäisen oppilaan ja ryhmän erilaisuuden huomioon ottamista, vaan siihen katsotaan kuuluvaksi mukaan ne proaktiiviset opetusstrategiat ja keinot, joiden avulla oppilaiden yksilöllisyys huomioidaan (Roiha & Polso, 2020).

Edellä esitellyn eriyttämisen käyttäminen osana matematiikan opetusta, on määritelty osaksi ensimmäisen ja toisen luokan matematiikan oppiainetta POPS:ssa (2014). Kohdassa ”Ohjaus, eriyttämien ja tuki matematiikassa vuosiluokilla 1–2” mainitaan matematiikan oppimisen valmiuksien kehittäminen, puutteellisten tietojen ja taitojen täydentäminen sekä taitavien oppilaiden tukeminen tarjoamalla mahdollisuus syventää vuosiluokkien sisältöjen ymmärtämistä (POPS, 2014). Näin ollen POPS ohjaa sekä alaspäin ja ylöspäin eriyttämiseen matematiikan opetuksessa. Roihan ja Polson (2018; 2020) luoman eriyttämisen Viiden O:n mallin mukaan eriyttäminen voi kohdistua opetusjärjestelyihin, oppimisympäristöön, opetusmenetelmiin, oppimisen tukimateriaaliin ja oppimisen arviointiin. Matematiikan nopea etenemistahti usein haastaa hitaampien oppilaiden etenemistä (Roiha & Polso, 2018), jolloin eriyttävät toimet osana opetusta ovat hyvin olennaisessa asemassa. POPS:n (2014) mukaan oppimisen valmiuksien kehittämiselle ja matematiikan oppimiselle tulee varata riittävästi aikaa ja tätä tulee tukea systemaattisesti.

2.3.3 Matemaattinen osaaminen ja osaamisen puutteet

Matemaattinen osaaminen on matematiikan laaja-alaista hallintaa (Joutsenlahti, 2005). Joutsenlahti (2005) viittaa Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin (2001) näkemykseen jakaessaan matemaattisen osaamisen viiteen yhteen punoutuneeseen piirteeseen: käsitteelliseen ymmärrykseen, proseduraaliseen sujuvuuteen, strategiseen kompetenssiin, mukautuvaan päättelyyn ja yritteliäisyyteen. Tässä alaluvussa käsittelemmekin matemaattista osaamista ja sen puutteita Joutsenlahden (2005) artikkelin kuvaileman Kilpatrickin ja kumppaneiden (2001) luoman viiden mallin teorian mukaan.

Käsitteellinen ymmärtäminen (*conceptual understanding*) pitää sisällään oppilaan ymmärryksen matemaattisista operaatioista, siitä, mihin kontekstiin mikäkin käsite kuuluu ja miten eri käsitteet sijoittuvat suhteessa toisiinsa. Lapsen on siis mahdollista yhdistää eri matematiikan aihealueiden teorioita alkeellisesti toisiinsa ja ymmärtää niiden välisiä yhteneväisyyksiä. Puhuttaessa siis yhteenlaskusta, oppilas osaa liittää aiheeseen käsitteet summa ja yhteenlaskettavat. Alkuopetuksessa matematiikan käsitteellinen ymmärrys voidaan liittää kielentämiseen ja matematiikkapuheeseen, joiden kautta vahvistetaan etenkin matemaattisen ajattelukyvyn kehitystä käsitteiden konstruointiprosessia (Joutsenlahti, 2003).

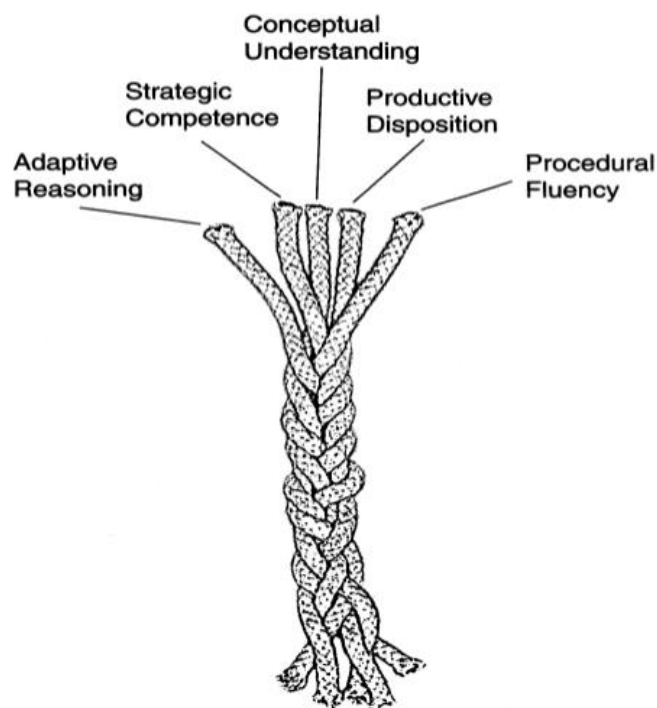
Proseduraalinen sujuvuus (*procedural fluency*) koskee laskutaitoa. Se ilmenee kykynä käyttää prosedureja oikeissa tilanteissa, oikealla tavalla. Hyvä proseduraalinen sujuvuus näkyy kyvyssä käyttää eri menettelytapoja joustavasti, monipuolisesti ja etenkin tarkoituksenmukaisesti. Oppilas tunnistaa milloin yhteenlaskusta voidaan ja on tarpeen muuttaa kertolasku ja miten lasku voidaan laskea tehokkaammin laskemalla luvut eri järjestyksessä yhteen. Proseduraalinen sujuvuus onkin läheisesti yhteydessä käsitteelliseen ymmärtämiseen, sillä käsitteellinen ymmärtäminen antaa proseduraaliselle ratkaisemiselle sellaisia valmiuksia, joiden kautta on mahdollista tarkastella tuloksen ja laskun ominaisuuksia. Onko laskutoimituksella saatu tulos suuruusluokaltaan mahdollinen tai edes saadulla laskutoimituksella mahdollinen. Alkuopetuksessa ilmeneviä laskuprosedureja ovat yhteen- ja vähennyslaskut, sekä alkeelliset kerto- ja jakolaskut (POPS, 2014).

Strateginen kompetenssi (*strategic competence*) yhdistyy ongelman ratkaisuun, sillä se tarkoittaa taitoa soveltaa ja käyttää tarkoituksenmukaisesti erilaisia ongelmanratkaisustrategioita. Strateginen kompetenssi eli ongelmanratkaisukyky on sekä taitoa ratkaista erilaisia matemaattisia ongelmia, mutta myös taitoa esittää ja muotoilla sellaisia. Tämä piirre onkin siis tavallisista laskuproseduureista hieman pidemmälle viety kyky soveltaa jo omattua tietoa. Strategista kompetenssia tukeekin käsitteellinen ymmärtäminen ja proseduraalinen sujuvuus. Oppilaan on siis osattava tunnistaa tietyn matemaattisen ongelman olennaisimmat tekijät ja ymmärtää niiden toimintaperiaatteet, jotta hänellä olisi valmiudet tehtävän suorituksen hallintaan. Alkuopetuksessa strategiseen kompetenssiin liittyy mukaan myös mahdollisten manipulatiivien käyttö ongelmanratkaisun apuna. Oppilas siis tunnistaa sellaisia strategioita, joita hän tarvitsee ongelman ratkaisemiseksi. Tällöin ongelmaa voidaan mallintaa esimerkiksi numeerisesti, symbolisesti, sanallisesti tai kuvallisesti.

Mukautuva päättely (*adaptive reasoning*) näkyy siinä, että oppilas osaa perustella omia ratkaisujaan. Se on siis kykyä ajatella loogisesti ja eri osa-alueiden välisiä suhteita. Mukautuvan päättelyn piirre vaatii oppilaalta onnistuakseen kykyä navigoida useiden käsitteiden, erilaisten proseduurien ja ratkaisumenetelmien välillä ja yhdistää ne yhteen yhtenäiseksi kokonaisuudeksi. Käsitteellinen ymmärrys tarjoaa erinäisiä esityksiä matemaattisesta tekijästä, jotka ohjaavat oppilaan käyttämään mukautuvaa päättelyä lähteenä ratkaisun perusteltavuuteen. Jotta matemaattiselle tekijälle saadaan vastaus, vaaditaan oppilaalta proseduraalista sujuvuutta. Tietyn laskutoimituksen valitseminen vaatii mukautuvaa päättelyä, jotta voidaan määritellä valitun proseduurin sujuvuus. Strategista osaamista oppilas käyttää läheystydessään ratkaisua ja kohdatessaan ongelmia tähän mennessä olevassa prosessissa. Käsitteellisen ymmärtämisen tavoin mukautuvaan päättelyyn voidaan liittää käsitteet kielentäminen ja matematiikkapuhe. Mukautuva päättelykyky ilmenee kykynä perustella tehtyä päätelmää. Miten saatuun tulokseen on päästy ja miksi on käytetty tiettyä laskutoimitusta. Minkälainen yhteys voisi olla viisarikellolla ja digitaalisella kellolla.

Yritteliäisyys (*productive disposition*) taas ilmenee siinä, että oppilas tahtoo löytää matematiikan opiskelusta mielekkyyttä, uskoo matematiikan olevan

hyödyllistä ja merkityksellistä sekä luottaa omiin kykyihinsä matematiikan oppijana. Oppilaan on uskottava siihen, että matematiikka on ymmärrettävää ja hänellä on kyky kehittää matemaattista ymmärrystä, proseduraalista sujuvuutta, strategista osaamista ja mukautuvaa päättelykykyä itsessään. Yritteliäisyyteen vaikuttaa kaikista piirteistä eniten ympäristön vaikutus. Se vaatii myönteisiä onnistumisenkokemuksia, tilaisuuksia ymmärtää ja käyttää matematiikkaa ja tunnistaa näiden piirteiden toteutumista ja kehittymistä. Etenkin alkuluokilla on tärkeää ylläpitää ja vahvistaa yritteliäisyyden osa-aluetta, jotta asenne matematiikkaa kohtaan säilyy myönteisenä ja matemaattinen osaaminen kohdataan tavoitteellisena.



KUVIO 2. Nämä viisi piirrettä ilmentävät hyvin matematiikan osaamisen kokonaisvaltaisuutta (Kilpatrick ym., 2001, s. 117).

3 TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tutkimuksemme keskiössä on matemaattinen osaaminen alkuopetuksessa ilmiön tasolla. Tutkimuksessamme haluamme selvittää millaisia ovat matemaattisen osaamisen erot alkuopetuksessa ja syventyä vielä tarkemmin siihen, miten alkuopettajat tunnistavat nimenomaan osaamisen puutteita. Matemaattisen osaamisen erot saavat aikaan eriyttämisen tarpeen. Kartoitamme tutkimuksellamme myös opettajien keinoja eriyttää alkuopetuksen matematiikkaa.

Tutkimuskysymyksemme ovat:

1. Millaisia ovat matemaattisen osaamisen erot alkuopetuksessa?
2. Miten alkuopettajat tunnistavat matemaattisen osaamisen puutteita?
3. Millaisia keinoja opettajilla on eriyttää alkuopetuksen matematiikkaa?

Nämä tutkimuskysymykset muodostuivat tutkimuksemme teeman pohjalta ja tarkentuivat aineiston analysoinnin jälkeen. Tavoitteenamme ei ole ainoastaan perehtyä ilmeneviin matemaattisen osaamisen eroihin, vaan myös avata sitä kehystä missä niitä ilmenee ja miten niihin reagoidaan luokkahuoneympäristössä.

Tutkimuskysymysten ympärille olemme luoneet puolistrukturoitua teemahaastattelua varten teemaa käsitteleviä kysymyksiä [liite 1]. Näiden kysymysten tarkoituksena on ohjata kerättyä aineistoa vastaamaan tutkimuksen aiheeseen, kuitenkin poissulkematta mahdollisesti haastattelusta nousevia muita teemoja. Koska haastattelu on luonteeltaan avoin, voi tutkimuksesta itsestään nousta esille sellaisia teemoja, johon tutkimus vastaa.

4 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

Haastattelu on laadulliselle tutkimukselle tyypillinen aineiston keruutapa, joka käsitetään vuorovaikutustilanteena, eikä tutkijan vaikutusta siihen pyritä piilottamaan. Laadullisen tutkimukselle tyypillistä on yksilön toimijuuden ja näkökulmaisuuuden korostaminen ja tutkittavien henkilökohtaisten kokemusten ja merkitysten huomioiminen (Juhila, 2021). Tällainen subjektisuuden arvostaminen näkyy tutkimuksessamme, sillä haastattelut perustuvat juuri yksilön kokemuksille ja hänen luomilleen merkityksille.

4.1 Puolistrukturoitu teemahaastattelu

Tutkimuksemme aineiston keruu suoritettiin puolistrukturoidulla teemahaastattelulla. Puolistrukturoitu teemahaastattelu on haastattelumenetelmä, joka on muodoltaan avointa haastattelua ohjatumpi, mutta lomakehaastattelua avoimempi (Saaranen-Kauppinen & Puusniekka, 2006). Yhdeksi puolistrukturoidun teemahaastattelun vahvuudeksi voitaisiinkin määritellä menetelmän joustavuus, joka seuraa haastattelijan ja haastateltavan välisestä kanssakäymisestä. Luonteeltaan teemahaastattelu onkin keskustelunomainen haastattelutilanne, jossa on keskiössä ennalta määrättyistä teemoista keskustelu (Eskola & Suoranta, 2014). Nämä haastatteluun valitut teemat nousevat tutkimuksesta ja sen tutkimuskysymyksistä. Teemahaastattelu edellyttääkin laajaa aiheentuntemusta, sillä on varmistettava, että haastattelu kohdennetaan juuri tutkimuksen aiheisiin (Saaranen-Kauppinen & Puusniekka, 2006; Hyvärinen ym., 2022).

Puolistrukturoituna haastatteluna teemahaastattelulle on muodostettu valmis kysymysrunko, jota hyödynnetään haastattelussa. Näitä kysymyksiä ei tulla lomakehaastattelun tavoin kysymään jossakin tietyssä järjestyksessä, vaan ne voivat ilmetä kullakin haastateltavalla eri vaiheessa haastattelua. Haastateltavalle ei tällöin anneta suurta vapautta valita keskustelun aihetta

(Saaranen-Kauppinen & Puusniekka, 2006). Puolistrukturoidussa teemahaastattelussa keskiössä on kuitenkin asetelman joustavuus. Aiheiden esittämisellä ei ole mitään tiukkaa annettua järjestystä, vaan toimintaa ohjaa haastateltavan ja haastattelijan vuorovaikutussuhde. Kaikki haastattelulle kirjatut teemat käydään läpi, mutta eri teemojen käsittelyn laajuus voi vaihdella haastateltavien kohdalla (Hirsjärvi & Hurme, 2022; Eskola & Suoranta, 2014).

Puolistrukturoidussa teemahaastattelussa esitetyt kysymykset ovat pääsääntöisesti avoimia, jolloin kukin haastateltava vastaa niihin oman tietämyksensä ja ymmärryksensä varassa ja tällöin kunkin haastattelun painokohdat voivat olla toisistaan poikkeavia (Saaranen-Kauppinen & Puusniekka, 2006). Koska haastattelulle on määrätty jo entuudestaan teemat, varmistetaan se, että jokaisen haastateltavan kohdalla tullaan käymään läpi ne teemat, joihin tutkimuksellamme haemme vastauksia, vaikka keskustelu kulkeutuisikin eri sisältöihin. Näiden ominaisuuksien varassa puolistrukturoitu teemahaastattelu mahdollistaa haastateltavan näkökulmasta vapauden selittää itseään tarkemmin ja tulla ymmärretyksi, sekä huomioi nonverbaalin toiminnan (Cohen ym., 2017). Samalla haastattelijalle muodostuu mahdollisuus tarkentaa ja kysyä lisää. Vaikka haastattelulle onkin asetettu tietyt raamit ja lähtökohdat tutkimuksen teemasta nousseiden haastattelukysymysten kautta, on huomattava, että nämä teemat eivät välttämättä toteudu painokohtina lopullisessa haastattelussa (Hyvärinen ym., 2022). Olemme luoneet asettamiemme tutkimuskysymysten ympärille tukikysymyksiä virittämään haastattelua näiden teemojen ympärille. Tutkimuksen haastatteluosuus perustuukin miten- ja millainen-kysymyksiin, jotka ovat nimenomaan laadulliselle tutkimukselle tyypillisiä (Juhila, 2021).

4.2 Haastatteluiden toteuttaminen

Tutkimukseemme osallistui yhteensä kuusi haastateltavaa. Haastateltavien otanta koostui itse kartoittamastamme otannasta opettajia. Vaatimuksena valinnallemme oli yli kolmen vuoden kokemus 1. tai 2. luokan opettamisesta. Haastatteluun kysytyille opettajille lähetettiin yhteydenottoviesti kesän ja syksyn 2023 aikana sähköpostitse. Yhteydenottoihin vastasi yhteensä kuusi haastatteluun osallistunutta opettajaa. Haastattelut suoritettiin etäyhteyksin

Zoomin välityksellä haastateltavan kanssa sovittuna ajankohtana ja jokainen haastatteluista tallennettiin videomuodossa litterointia varten.

4.3 Aineiston analyysi

Aineiston analyysi lähtee liikkeelle aineiston litteroinnista. Kun nauhoitusta lähdetään muuttamaan kirjalliseksi, on pohdittava tarkkuutta, jolla litteroidaan. Nauhoitus mahdollistaa muun muassa puheen intonaation, nopeuden ja taukojen kuulemisen (Gibbs, 2012). Näiden liiteroimista on harkittava siinä suhteessa, antavatko ne tutkimuksen aiheelle jotakin merkityksellistä (Saaranen- Kauppinen ja Puusniekka, 2006). Tutkimuksemme aineiston litteroinnissa, emme kiinnittäneet suurempaa huomiota tallenteen täsmällisen tarkkaan litterointiin eleiden ja intonaatioiden suhteen. Tutkimuksemme tärkein sisältö käy ilmi aineiston puheen sisällöstä, joten näin ollen aineiston litteroiminen puheesta sähköiseen kirjalliseen muotoon oli riittävä.

Litteroinnin jälkeen lähdimme analysoimaan aineistoa aineistopohjaisen sisällönanalyysin keinoin. Käsittelimme seuraavassa kappaleessa aineistolähtöistä sisällönanalyysiä MeanThat & Authentic Data Science (2016) lähteeseen pohjaten. Aineistolähtöisessä eli induktiivisessa sisällönanalyysin lähestymistavassa pääpaino on nimensä mukaisesti aineistossa. Tällöin aineistolle ei ole ennalta määritelty analyysiyksiköitä, keskeisiä aiheita tai lopullista tulosta. Aineiston sisältöä ryhmitellään sieltä nousevien teemojen mukaisesti ja näiden ryhmien pohjalta on mahdollista tehdä havaintoja tutkimuksen aiheesta. Täydellistä ja "puhdasta" induktiivista sisällönanalyysia on mahdotonta tavoittaa, sillä valintoja, kieltä ja ajatuksia ohjaa aina jokin ei-objektiivinen tekijä. Usein induktiivisen lähestymistavan taustalla vaikuttaa myös hiven teorialähtöisyyttä.

Gibbsin (2012) mukaan keskeisenä osana sisällönanalyysissä näyttäytyy aineiston valmistelu. Aineiston valmistelu on syytä tehdä huolella, sillä se edistää itse työn tekemistä. Omassa tutkimuksessamme aineistona on nauhoitettu haastattelu, ja etenkin tällöin aineiston muuttaminen kirjalliseen muotoon on tarpeellista. Tällaisen kirjallisen aineiston käsittely on monin paikoin hyödyllistä, sillä tällaiseen aineistoon on yksinkertaista tehdä merkintöjä havainnoista ja

aineiston eri kohtiin on helppo palata tutkimuksen kirjoittamisen aikana (Gibbs, 2012).

Gibbs (2012) painottaa, että tutkimuksessa on tärkeä ymmärtää se, mitä tapahtuu, kun siirrytään puheesta kirjoitettuun muotoon. Hänen mukaansa haastateltaessa on mahdollista kuulla puhe kokonaisvaltaisesti, kuten puheen intonaatio, nopeus, voimakkuus, tauot ja kehollinen ilmaisu. Omassa tutkimuksessamme on syytä siis pohtia litteroimisen (sanelupurku) tarkkuutta, sitä kuinka tarkasti haastatteluaineisto tullaan kirjaamaan - mikä haastattelussa on sellaista, joka luo merkitystä tutkimuksellemme.

5 ANALYYSI

Tässä luvussa analysoimme haastatteluaineistoa tutkimuskysymysten valossa. Haastatteluaineiston suoria siteerauksia on pelkistetty jättämällä niistä pois epäolennaisia takelteluja ja haastateltavien puheessa toistuvia täytesanoja, jotta sitaattien keskeinen sisältö olisi paremmin ymmärrettävissä.

Tutkimuksemme keskiössä on osaamisen puutteet, opetuksen haasteet ja eriyttäminen alkuopetuksen matematiikassa. Ensin pohdimme analyysin teemojen jakamista eri henkilöiden näkökulmien mukaan. Tällöin opettajaan kohdistuvat opetuksen haasteet ja oppilaita koskevat matematiikan osaamisen puutteet olisivat olleet erilliset pääteemat. Haastatteluaineistosta huomasimme, että oppilaiden osaamisen puutteet sekä opettajan kokemat opetuksen haasteet ovat kuitenkin osittain kytköksissä toisiinsa. Osa haastateltavista pohti, mikäli heillä olisi ollut enemmän kokemusta ja välineitä eli vähemmän opetuksen haasteita, olisivat he osanneet ehkä paremmin vastata työurallaan aiemmin ilmenneisiin osaamisen puutteisiin. Kun huomasimme, että aineistossa nämä kaksi näkökulmaa limittyvät osin toisiinsa, emme kokeneet niiden erottamista enää tarkoituksen mukaiseksi. Sitä vastoin aineiston pohjalta nousi ajatus ilmiön tarkastelusta kronologisessa aikajärjestyksessä. Osaamisen puutteiden rinnalle nousi myös matemaattisen osaamisen erot eli näkökulma laajeni aineiston perusteella.

Opettajien haastatteluista tuli ilmi monia asioita kuten oppilasaines, ohjaajaresurssit ja opettajan pedagoginen tietotaito, jotka vaikuttavat siihen, miten opettaja voi ja osaa vastata eriyttämisen tarpeeseen opetuksessaan. Eriyttämisen tarpeella tarkoitamme tässä yhteydessä sekä tasoerojen tunnistamista että ylös- ja alaspäin eriyttämisen mahdollisuuksia. Tämän perusteella ensimmäiseksi pääteemaksi muodostui matematiikan eriyttämiseen vaikuttavat tekijät. Vaikuttavista tekijöistä päästään kronologisesti siihen, miksi eriyttämistä tarvitaan. Toinen pääteema tarkasteleekin sitä, miten opettajat tunnistavat osaamisen puutteita ja millaisia ovat nämä osaamisen puutteet ja

matematiikan osaamisen erot. Kun eriyttämisen tarve on tunnistettu, on aika ratkaista se, miten eriytetään. Kolmas pääteema käsittelee sitä, miten opettajat ratkaisevat matematiikan osaamisen puutteita ja miten he huomioivat opetuksessa eritasoiset oppilaat. Tämä viimeinen pääteema pureutuu siis matematiikan eriyttämisen toteutumiseen käytännössä.

Nämä kolme pääteemaa muodostavat luvun alaluvut. Ne on vielä jaettu alateemoihin sen mukaan, millaisia eri osa-alueita aineistosta nousi niihin liittyen. Nämä alateemat muodostavat alalukujen alaluvut.

5.1 Alkuopetuksen matematiikan eriyttämiseen vaikuttavat tekijät

Aineistosta tulee ilmi, että eriyttämiseen ja sen onnistumiseen vaikuttavat moninaiset tekijät. Eräs haastateltava [H1] kuvailee osuvasti, miten opetustilanne voi olla päivittäin hyvin erilainen. Siihen vaikuttavat niin ympäröivät olosuhteet kuin kunkin oppilaan ja opettajan kyseisen hetken toimintakapasiteetti.

“Vähän riippuu aina tilanteesta, tällä hetkellä mulla on tosi haastava luokka niin aina vähän sen mukaan pitää mennä mikä on päivän ja hetken kunto.”
[H1]

5.1.1 Opettajan kokemus eriyttämisestä

Haastateltavat opettajat kokevat eriyttämisen erottamattomana osana matematiikan opetusta. Useampi haastateltavista myös erikseen mainitsee, miten he ajattelevat tärkeänä, että eriyttäminen on hyvin suunniteltua ja oppilaalle mielekästä. Onnistunut eriyttäminen nähdään motivaation ylläpitäjänä ja sopivan tasoisista tehtävistä saadut onnistumisen kokemukset ratkaisevana osana oppimista. Alaspäin eriyttämisen velvollisuus nousee aineistosta useammin esille, mutta muutama haastateltavista myös alleviivaa, ettei ylöspäin eriyttäminen saisi jäädä sen varjoon, vaikka niin monesti tilanteen pakosta tapahtuukin. Kaikilla haastateltavilla on kuitenkin yhtenevä ajatus siitä, että he haluaisivat panostaa eriyttämiseen kumpaankin suuntaan, ylös- ja alaspäin.

” -- mun mielestä se eriyttäminen on hirveän tärkeätä sen takia, että se motivaatio sillä lapsella säilyy. /... / ne matikan taidot pitäisi olla sellaisella

tasolla, että se lapsi oppii pärjäämään. Että en mä voi pistää niitä eteenpäin sillä tavalla, että jos ne perusasiat ei ole kunnossa. Mutta että molemmat, sekä ylöspäin että alaspäin eriyttäminen pitäisi olla lapselle mielekästä, että ei sillä lailla kumpaankaan suuntaan, että lykätään vaan pelkästään joku moniste, jossa on paljon numeroita ja paljon lukuja. Vaan että mun mielestä niihin pitää niinku tsempata molempiin -- ” [H6]

Osa haastateltavista kokee matematiikan opetuksen eriyttämisen toteuttamisen melko helppona. Eikä kukaan haastateltavista sano eriyttämiseen tarvittavien materiaalien keräämisen tai tekemisen olevan ainakaan suurin haaste. Syyt miksi osa haastateltavista kokee eriyttämisen vaikeana, liittyvät ennemminkin ympäröiviin tekijöihin tai resurssien puutteeseen eikä oman pedagogisen osaamisen vähyyteen. Muutama kylläkin toteaa, että aikaisemmin uralla eriyttämistä on myös haastanut oma osaamattomuus ja kokemuksen puute.

” -- että kyllä mä ajattelen, että [matematiikan opettaminen] on tällä hetkellä aika helppoa, että paljon on valmista hyvää materiaalia ja just kun se on niin kauhean monipuolista ja monisäikeistä ja sellaista, että tavallaan tää eriyttäminenkin on aika helppoa, koska sitten pystyy aika paljon joko helpottaa tehtäviä tai sitten vähän rakentaa haastavampia tehtäviä tai antaa lisätehtäviä -- ” [H4]

Haastateltavat kuvailevat, että opettajan koulutusta enemmän työ itsessään on opettanut tunnistamaan ja auttamaan oppilaita, joilla on matematiikassa haasteita. Useampi haastateltavista pohtii, että työkokemuksen myötä heillä on enemmän keinoja tukea oppilaita, joille matematiikka on vaikeaa.

”Ja sitten mulla on ollut semmoinen matematiikkavaikeuksinen oppilas ja siitäkin on sen verran aikaa, että nyt tällä tietämyksellä ehkä pystyisin häntä auttamaan vähän paremmin kuin silloin. /... / Niin siinä hoksasi sen, että vaikka yritti parhaansa mukaan pilkkoa tai auttaa, niin nyt jälkikäteen mä oon ajatellut, että se oli ehkä ihan väärä tapa, että mä vaan sotkin ja sekoitin ja vein hältä pohjaa pois siihen, että hei mitä tässä oikein tapahtuu.” [H3]

Työkokemuksen lisäksi haastateltavat mainitsevat oppineensa paljon kollegoiden pedagogisen osaamisen kautta. Useat haastateltavat jakavat kokemuksen siitä, että työskentely kokeneemman, kouluttautuneemman tai eri

vahvuudet omaavan työparin tai erityisopettajan kanssa on auttanut eriyttämisessä. Heidän kauttaan haastateltavat opettajat kokevat saaneensa lisää välineitä omaankin opetukseensa.

”Esimerkiksi just se erityisopettaja, joka valitettavasti meillä ei enää ole. Niin häneltä mä sain ihan hirveästi inspiraatiota siihen ja me tehtiin kaks vuotta tosi tiiviisti työtä yhdessä ja just näitä, mitä sä siinä ekana teet tavallaan sitten, kun sä huomaat, että joku oppilas vaikka ei ymmärrä jotakin laskua tai jotakin just opetettua aihetta.” [H1]

”Paljon myös laaja-alaisten erityisopettajien kanssa ollaan tässä vuosien varrella juteltu ja aina vähän eri laaja-alaisia erityisopettajia on ollut eri vuosina, niin kaikilta on sitten saanut tänne luokkaan tosi hyviä vinkkejä. Mutta tää on ehkä semmoinen kollegiaalinen tuki, mikä on ollut tosi tärkeitä sitten siinä, että on tuntenut, että pärjää niiden haasteiden kanssa mitä on.” [H4]

5.1.2 Oppilasaines

Haastatteluaineistosta tulee ilmi kaikkien opettajien vastauksissa, miten oppilasaines vaikuttaa eriyttämiseen. Lisäksi aineiston mukaan suuri luokkakoko ja vähäiset ohjaaja- tai erityisopettajaresurssit korostavat haastavan tai osaamisen kirjoitetaan laajan oppilasaineuksen vaikutuksia eriyttämiseen.

”Jos siellä luokassa ei ole toista aikuista tai siellä on paljon tuen tarpeisia, niitä, joille se matikka on vaikeata, niin se vie paljon sitä opettajan aikaa.” [H6]

Eräällä tutkimukseen osallistuneella opettajalla [H2] on paljon kokemusta luokista, joissa on ollut välillä jopa valtaosa S2-oppilaita eli sellaisia, jotka puhuvat äidinkielekseen jotain muuta kieltä kuin suomea. Näiden oppilaiden kanssa on ollut ajoittain vaikea tietää, johtuvatko vaikeudet matematiikassa siitä, ettei oppilas ole ymmärtänyt suomen kieltä vai siitä, ettei oppilas ole ymmärtänyt itse matematiikan sisältöä. Toisaalta koska luokalla on ollut paljon S2-oppilaita niin kyseiselle luokalle on laskettu valmiiksi jo eri tavalla resursseja pitää esimerkiksi tukiovetusta. Näiden tukiovetusten avulla haastateltava kokee myös toisinaan

mahdollistuvan paremmin matematiikan eriyttämisen. Tälle opettajalle on tullut myös vastaan tilanteita, joissa oppilaan matematiikan osaaminen on jo monta vuosiluokkaa edellä, mutta ylöspäin eriyttämistä on haastanut suomen kielen heikko osaaminen. Valmiuksissa oppia ja esimatemaattisissa taidoissa on haastateltavan mukaan erityisesti S2-oppilaiden kohdalla suurta hajontaa. Yhtenä syynä tähän haastateltava nimeää kulttuurieron, sillä osa vanhemmista, jotka ovat vasta muuttaneet Suomeen, eivät koe esiopetusta välttämättömänä.

” -- tossa matikassakin, kun niiden [S2-oppilaat] taitotaso on niin eri tavallaan ja sitten nää monet perheet, et meilläkin he ei pidä eskaria vielä sellasena niinku niin, et heidän se lähtötaso saattaa olla, kun he eivät oo välttämättä, kun he on käyny omassa maassaan, ottanut pitkän loman ja näin, niin he ei oo käyny eskarissa edes välttämättä ihan koko ajan. Niin heidän erot on niin valtavat. Et toiset laskee jo ihan valtavasti ja toisille pitää mennä tosi, tosi hitaalla.” [H2]

Useampi haastateltavista kokee myös huonoa omatuntoa siitä, etteivät ehdi eriyttää ylöspäin tarpeeksi, kun muut tekijät ja tukea tarvitsevat oppilaat vievät niin paljon aikaa. Muutenkin aineistosta tulee ilmi, että opettajat kokevat ajan riittämättömyyttä muun muassa siinä, että antaisivat kullekin oppilaalle tarpeeksi yksilöllistä ohjausta. Yksi haastateltava [H1] kertoo, miten häntä on rajoittanut luokan työrauhan ongelmat ja erinäiset käytöshaasteet. Hänellä on tavallinen yleisopetuksen luokka, mutta hän kuvailee, että siltä ei aina tunnu. Kyseinen opettaja kertoo, miten tahtois hyödyntää opetuksessaan esimerkiksi enemmän välineitä ja oppilaskohtaisesti vaihtelevia työskentelytapoja, mutta luokan arvaamattomuuden ja käytöshaasteiden vuoksi se on hyvin vaikeaa.

”Haluaisin eriyttää paljon enemmän ylöspäin. Tän luokan kanssa se on mahdotonta, tai no ei mahdotonta, mutta mulla on oikeasti semmoinen erityisluokka tällä hetkellä, että siellä sattuu ja tapahtuu niin ei pysty oikein tekemään.” [H1]

5.1.3 Aikaresurssi

Tutkimuksiin osallistuvien opettajien puheissa tuli ilmi, että aika aiheuttaa omat haasteensa ja rajoituksensa matematiikan opettamiseen. Ensimmäisellä luokalla

on nykyisessä opetussuunnitelmassa kolme viikkotuntia matematiikkaa, mutta paikallisella tasolla sitä on voitu lisätä. Yksi tutkimukseemme osallistunut opettaja [H4] on koulussa, jossa matematiikkaa on ensimmäisellä luokalla neljä tuntia viikossa. Muiden haastateltavien kouluissa matematiikkaa on viikossa vain tavalliset kolme tuntia ensimmäisellä luokalla. Haastateltavat olivat yhtä mieltä siitä, että toivoisivat matematiikkaa olevan ensimmäisellä luokalla enemmän kuin kolme tuntia viikossa. Vaikka viimeisimmässä opetussuunnitelman uudistuksessa ensimmäisen luokan matematiikan sisällöt hieman suppenivat, kokivat haastatellut opettajat silti kolme viikkotuntia riittämättömäksi asioiden monipuoliseen läpikäyntiin.

”Nythän tietenkkin, kun tää uudempi opetussuunnitelma, viimeisin opetussuunnitelma tuli, siinäähän selvästi sisällöt vähän pieneni, mikä mun mielestä on tosi hyvä, että näin tapahtuu. Että se toi kyllä joo pikkasen mun mielestä sitä väljyyttä siihen tekemiseen, että pystyy keskittymään, opettelemaan oikeasti niitä asioita. Mutta edelleenkin jotenkin tuntuu, että jos se neljäs tunti olisi niin sitä tulisi ehkä niinku oppilaiden näkökulmasta vähän tasaisemmin ja että se kolme tuntuu vähän, että siellä, täällä ja tuolla, että siinä ei ole semmoista jatkumon tuntoa välttämättä.” [H3]

Kaikki opettajat pohtivat, että ensimmäisellä luokalla kuitenkin rakennetaan tärkeä pohja myöhempien matematiikan sisältöjen ymmärtämiseen eikä tämän pohjan luomisessa pitäisi hosua. Muutamalla haastateltavalla oli [H5] kokemusta saman luokan opettamisesta ensimmäisestä kolmanteen. He kertoivat, miten kolmannelle luokalle ja haastavampiin matematiikan aihealueisiin edetessä näkyy väistämättä, mikäli aikaisemmin opetettuja asioita ei ole sisäistetty kunnolla. Lisäksi useampi haastateltavista puhui runsauden pulasta ja rajaamisen vaikeudesta siinä, mitä oppimateriaaleja käyttää ja miten paljon aikaa mihinkin aihealueeseen antaa. Yksi haastateltavista [H5] kuvaili, miten työuransa alussa hänellä oli kova aikapaine, että ehtisi käydä koko kirjan aina lukuvuoden aikana läpi ja jokainen oppilas ehtisi tehdä jokaisen tehtävän. Ajan myötä hän on oppinut armollisuutta ja toisaalta eriyttämisestä sen, että ei ole välttämättä tarkoituksen mukaistakaan, että kaikki tekisivät kaikki tehtävät.

”Ja ennen mä jotenkin yritin, että kaikki ehtisi niitä soveltavia tehdä, mutta sitten on ollut pakko hyväksyä se, että välillä osa kerkeää vaan ne perustehtävät. Mutta ehkä sen takia mulla monesti ei meinaa riittääkään aika, kun mä ehkä liikaa teen sitä, että mä haluan, että kaikki ehtii myös niitä soveltavia tehtäviä tehdä.” [H5]

”Niin kyllä sen sitten huomaa, että kolmosella rupeaa sillä lailla vaikeutumaan aika paljon ja muuttumaan, että jos se pohja jää huteraksi sieltä, niin kyllä sen huomaa siinä ajattelussa myöhemminkin, että se [alkuopetuksen matematiikka] on kaiken pohja ja tosi paljon pitää tulla sitä ymmärtämistä ja vahvistamista sitten siinä alkuopetuksen kohdassa.” [H4]

” -- meinaa tulla kiire, että nyt vaan jo eteenpäin, niin sitten se kuitenkin maksaa itsensä takaisen myöhemmin, että siihen pohjaan, matemaattisen ajattelun hyvään pohjaan, käytetään riittävästi aikaa.” [H5]

Eräs haastateltava [H5] pohtii, että erityisesti isossa luokassa on vaikea auttaa sellaista oppilasta, joka ei pääse tehtävissä eteenpäin, mutta ei osaa kysyä apua. Tällainen oppilas jää herkästi huomaamatta, kun muut tukea tarvitsevat vievät kaiken ajan. Haastateltavilla opettajilla oli myös erilaisia keinoja, jotta he ehtivät yhden tunnin aikana tehdä enemmän. Eräs opettaja [H3] kertoi, että hän käyttää ylöspäin eriyttämiseen pulmatehtäviä, joita taitavammat oppilaat ratkaisevat keskenänsä luokan ulkopuolella samalla kun hän käy muiden kanssa päivän aiheen hitaammin läpi. Pulmatehtävissä on ratkaisuvaihtoehdot, jotta tarkastus onnistuu kätevästi opettamisen sivussa niin, että oppilaat tulevat vain sanomaan mielestään oikean vastausvaihtoehdon kirjaimen ja opettaja kertoo, menikö oikein vai ei. Yksi opettaja [H6] kuvaili, miten valmistele kaikki huolellisesti ennen tunnin alkua, jotta välineet ovat lähellä ja suunnitelma mielessä niin, ettei ylimääräiseen säätämiseen kulu tunnilla aikaa. Pari haastateltavaa [H2 & H4] kertoi myös kollegiaalisesta yhteistyöstä materiaalien keräyksessä, mikä vapauttaa aikaa muuhun tärkeään.

” -- meillä on semmoinen matikkasalkku, missä on niinku matikkatarvotteita /... / siis semmoisia helposti saatavilla olevia pikkuisia välineitä /.../ sä pystyt sieltä aina jotain käyttämään siihen toiminnalliseen tuntiin, että sun ei tarvitse

joka kerta itse keksiä ja hakee jostain, että mitä. Vaan sä voit sieltä selata, että ai niin tota me ei olla vielä pelattu.” [H2]

Lisäksi aineistosta tuli esille, että matematiikan osaamisen puutteiden ennaltaehkäisemistä vaikeuttaa ajan puute. Jos on aavistus, että joku asia tulee olemaan vaikea, opettajat kokivat tärkeäksi, että siihen pyrkiä etukäteen jo antamaan tukea. Ennakoiva tuki nähtiin vaikuttavampana kuin se, mitä pystytään antamaan ongelman tultua jo ilmi.

”Niin ehkä se ennaltaehkäiseminen on vaikea, koska sulla ei ole aikaa antaa ennakoivaa tukiopetusta /... / Mutta se olisi hyvä, että ehtisi ennakoimaan sen, että sä voisit antaa jonkun semmoisen esimerkiksi näille kieliongelmaisille [viittaa S2-oppilaisiin], kun niillekin siinä matikassa tulee. Jos sulla olisikin ennakoiva tukiopetus, että kävisittekin jo ennen kuin sitä asiaa alat opettaa, niin vaikka ne käsitteet suurempi kuin, pienempi kuin ja tää tarkoittaa vähemmän, tää tarkoittaa nyt tätä. Ehkä se saisi siitä sun tunnista paljon enemmän irti ja ehkä se ei tippuisi sitten sinne kuoppaan, mutta aika, resurssit...” [H2]

5.1.4 Oppikirja

Yleisesti haastateltavat kokevat, että oppikirjat eriyttävät itsessään melko hyvin. Sieltä löytyy tehtäviä sekä alas- että ylöspäin eriyttämiseen. Aineistossa tulee kuitenkin ilmi, että suurimman osan haastateltavista mielestä ylöspäin eriyttämiseen tarvitaan kuitenkin lähes aina jotain lisämateriaalia oppikirjan lisäksi. Ylöspäin eriyttämiseen kaivataan erillistä pulmavihkoa tai muuta opettajalle helppoa lisämateriaalia. Sama ajatus nousee aineistosta yksittäisiä kertoja myös alaspäin eriyttämiseen liittyen. Haastaviin aiheisiin, kuten kymmenlitykseen, kaivataan valmista lisävihkoa tai vastaavaa, jonka avulla oppilaat, joille asia on vaikea, voisivat harjoitella asiaa vielä lisää. Toisaalta osalla haastateltavista on joidenkin kirjojen osalta kokemus, että tehtävät käyvät oppilaille puuduttaviksi, koska samaa harjoitusta on liian paljon. Siihen, kaivataanko alaspäin eriyttämiseen sopivia tehtäviä lisää, riippunee siis paitsi oppikirjasta myös opettajan opetustyylistä sekä oppilaiden haasteiden suuruudesta. Ylöspäin eriyttämiseen on osa haastateltavista kuitenkin löytänyt hyvää lisämateriaalia. Useammalla haastateltavista oli käytössään erilaisia

pulmakortteja ja yksi haastateltava [H1] kertoi, oppikirjan digimateriaalin vastaavan tähän haasteeseen hyvin.

” -- se [Milli-kirja] eriyttää alas- ja ylöspäin hyvin ja sitten, kun siellä on se digimilli lisäksi, sinne pääsee puhelimella, ja siellä tulee niitä samoja niinku tehtäviä, pelillisiä tehtäviä, että siinä riittää kyllä nopeimmille ja lahjakkaillekin niinku sitä tekemistä, monen laatusta tekemistä.” [H1]

Yksi haastateltavista [H6] on myös tehnyt havainnon, että vanhoissa matematiikan kirjoissa, joita hän on säästänyt, on haastavampia ylöspäin eriyttäviä tehtäviä. Mielenkiintoinen kysymys on, mistäköhän tämä johtuu. Haastateltava pohti, kertooko tämä siitä, että aiemmin matematiikassa on oltu yleisesti taitavampia, mutta nykyään tasoerojen skaala on kasvanut.

”Siellä on hyvä olla jonkun verran vaihtelua, mutta että jos se [tehtävätyyppi] vaihtuu kokoajan niin silloin ne heikot kyselee ihan, ja varsinkin ekaluokkalaiset, niin ne kyselee kokoajan, että mitä mä teen, mitä mä teen, mitä mä teen. Ja silloin sitä pitää edetä kauhean opettajajohtoisesti. Että sitten se, että se tehtävätyyppi pysyis suurin piirtein, että sitten kun ollaan menty tyyliin 4 tai 5 kappaletta, niin sitten lapset tietää, että tää on tämmöinen tehtävätyyppi, niin ne on jotenkin sellasia selkeitä --” [H6]

5.2 Matemaattisen osaamisen erot ja puutteiden tunnistaminen

Aineistosta tulee ilmi, että matemaattisen osaamisen muodot ovat moninaiset. Eräs haastateltava [H6] nostaa esille huolen siitä, että nykyään matematiikassa osaamisen ääripäät ovat korostuneet ja kuilu niiden välillä kasvanut. Matemaattisen osaamisen puutteet voivat jäädä myös huomaamatta, ellei opettaja ole tarpeeksi tarkka ja kartoita oppilaan osaamista kokonaisvaltaisesti. Haastateltavien opettajien vastauksissa tulee esille monia kokemuksen kautta opittuja tapoja tunnistaa matemaattisen osaamisen puutteita.

” -- ne ääripäät on eli nyt helposti käy matikan kokeessa niin, että siellä on niitä ihan huippuja ja sitten on niitä, jotka osaa tosi vähän, eli tavallaan se kasi on hävinnyt sieltä.” [H6]

” -- jotkut sitten tekee kirjaa ja he osaa ne tehtävät, kun he oppii ne tehtävätyypit. He oppii niinku miten tää tehtävä tehdään, että mä osaan toimia tässä tehtävässä. Mutta silti saattaa olla, että käytännön tehtävissä tai sitten jossain soveltavissa tehtävissä siitä ajattelusta paljastuu, että siellä on paljon semmoista puutetta siinä osaamisessa. Ehkä on oppinut sitten vähän tavallaan kokemuksen myötä vähän muullakin lailla tarkkailemaan sen lapsen toimintaa, kun vaan katsoo, että nää tehtävät sujuu ihan kivasti täällä kirjassa ja kirjatehtävät menee hyvin. Sitten vähän laajemmin [katsoo] sitä kokonaisuutta, onko kyse siitä, että on oppinut vaan tietyn tehtävätyypin, että näin tässä toimitaan vai onko oikeasti se ajatus siellä mukana taustalla.” [H4]

5.2.1 Tuen tarpeen tunnistaminen

Useampi haastateltavista nimeää pitkään jatkuneen sormilla laskemisen tekijäksi, joka herättää huolen matemaattisen osaamisen puutteista. Eräs haastateltavista [H3] kuvailee, miten he yhdessä tunnilla opettelevat sormilla laskemista ja käyttävät niitä paljon apuna, mutta niin, että kaikki sormet luvun sormet tulevat kerralla näkyviin. Esimerkiksi jos mietitään lukua viisi niin yhden käden sormet nousevat ylös yhtä aikaa. Hänen mukaansa huolta herättävän sormilla laskemisen erottaa siitä, että sormet nousevat ylös yksitellen ja tällä tavalla laskiessa virheen mahdollisuus on paljon suurempi.

”Että ne lapset monesti, jotka pistää sen peukun nenään, kun ne laskee, tai ne sormet nenään, niin sitten voi vähän jo ennakoida, että voi olla, että tulee haastetta.” [H6]

”Että on ollut lapsia, jotka, kun menee yli kymppin, niin mulla on yksi poika ottanut kerran sukan jalasta pois ja sitten se laskee niitä varpaita sieltä, näinkin voi tehdä. Tai sitten että nyökyttelee olemattomille sormille tonne eteenpäin, kun sormet loppuu. Niin nää on kaikki semmoisia, että okei, nyt tarvitaan jotakin muita keinoja, että tää on epävarma keino.” [H3]

Muutenkin haastateltavat kuvailevat, että matematiikan osaamisen haasteet näkyvät usein seuraamalla oppilaan laskemista. Joko laskemisen hitautena, kehon kielessä tai esimerkiksi siinä, että oppilas kysyy jatkuvasti apua.

” -- yleensä se on niin, että ne ei pääse eteenpäin tai sitten se lapsi näyttää siltä, että se tuskastuu. Tai sitten se, että kyllähän sen näkee sitten siinä, että jos ne numerot on vähän niinku minkä tahansa näköisiä tai peleissä /... / se, että jos se lapsi tekee niitä tehtäviä väärin. Mutta kyllä sen monesti siitä ilmeestä ja olemisesta huomaa, että jos se matikka on vaikeeta.” [H6]

Aineistosta tulee myös esille, että matematiikan kielentämisen avulla voi huomata osaamisen puutteen. Erilaisten kartoitusten ja testien avulla tuen tarpeen koetaan jäävän viimeistään kiinni, vaikkakin osa haastateltavista pohtii kirjallisten kokeiden arvoa alkuopetuksessa. Jos opettajalla herää kysymys, saattaisiko jollakin oppilaalla olla jotain matemaattista pulmaa, niin aineiston mukaan asian vahvistamisessa auttaa myös erityisopettajan konsultointi. Joko erityisopettaja tai luokanopettaja itse voi kyselemällä erityisesti tietyistä aihealueista huomata, mikäli suurempaa osaamisen puutetta on.

” -- kun pyytää heitä kertomaan, katsomaan tai lukumäärää tunnistamaan, niin pääsee nopeasti kiinni. Tai sitten kyllähän se ennustaa aika hyvin se lukujonotaitojen, että pystyykö jatkamaan vitosesta eteenpäin vai pitääkö lähteä sieltä [alusta].” [H3]

Pitkällä aikavälillä matemaattisen osaamisen puutteen tunnistaa aineiston mukaan esimerkiksi siitä, että pitkään harjoitellut asiat kuten yksinkertaiset laskutoimitukset, eivät millään automatisoidu. Haastateltavilla opettajilla on myös kokemuksia siitä, että joskus oppimisen esteenä on jonkinlainen lukko, kuten minäpystyvyyden puute. Kun tämän lukon on tunnistanut ja osannut puuttua siihen, oppiminen onkin saattanut lähteä ihan uudella tavalla lentoon.

” -- kakkosellakaan ei muista sitä, että paljonko on $2+3$ tai jos on 5 ja 3 niin, mikä on sitten yksi puuttuva osa laskuperheestä. Että kyllä ne, että ne jotkut tietyt asiat ei automatisoidu vaikka niitä on nyt kaksi vuotta jankattu. /... / Että eikö siinä oo ymmärrystä, puuttuuko se vai, onko siinä se lukko, että ajattelee olevansa huono ja siksi ne ei mene. Siihen mä en ehkä kuitenkaan näiden lasten kohdalla usko. On semmoisiakin, joiden kohdalla se on ollut ihan selkeästi se lukko se este siihen, että sitten kun sen on saanut karsittua pois, niin sittenhän ne on ruvennut niinku [oppimaan].” [H1]

5.2.2 Äidinkielen ja matematiikan yhteys

Monet haastateltavista mainitsevat äidinkielen merkityksen matematiikan oppimisessa. Matematiikka nähdään numeroiden ja lukujen lisäksi myös käsitteinä, tehtävänantoina ja sanallisina ongelmanratkaisutehtävinä. Näihin jälkimmäisiin mainittuihin, haastateltavat kokevat erityisesti lukemisen ja suomen kielen ymmärtämisen taidolla olevan paljonkin vaikutusta.

” -- mutta kyllä se tuo matikkaankin, siis tää kielitaito haasteen, että sitten tämmöset sanalliset ja käsitteet, että se tuo vähän lisää sitten siihen sitä.”
[H2]

Kysyimme haastateltavilta ovatko he jättäneet oppilaita luokalle tai siirtäneet tehostettuun tai erityiseen tukeen matemaattisen osaamisen puutteiden vuoksi. Kukaan haastateltavista ei muista, että olisi tehnyt näin tilanteessa, jossa matematiikan oppiminen on ainut asia, joka aiheuttaa haasteita. Haastateltavat pohtivat, että kyllä silloin on ollut haasteita myös jossain muussa asiassa, esimerkkinä mainitaan äidinkieli. Haastateltavat luonnehtivat äidinkielen ja matematiikan usein kulkevan alkuopetuksessa monellakin tapaa sellaisena kaksikkona. Eräs haastateltavista [H3] pohtii, että mikäli äidinkielen osaamisessa ei ole mitään haastetta, niin silloin hän ei ole matematiikankaan haasteista niin huolissaan. Mutta jos oppimisen pulmaa on sekä äidinkielessä että matematiikassa, niin sitten siihen on tärkeää puuttua heti ja harkita vakavampiakin toimia kuten tuen asteen korottamista.

” -- aika usein se [matematiikka] kulkee äidinkielen kanssa käsi kädessä. Ja sehän se on, se on yksi semmoinen, mitä mä mietin, että jos on heikko matikassa, mutta äidinkieli sujuu tosi hyvin, niin mä en ole ihan niin huolestunut. Mutta jos on heikko matikassa ja heikko äidinkielessä, niin sitten mä ajattelen, että okei, että siellä on varmaan, saattaa olla jotakin oppimisen vaikeutta. Että se on mun mielestä kanssa yksi semmoinen merkki” [H3]

5.2.3 Eriyttävät sisältöalueet

Haastateltavat opettajat ovat yhtä mieltä siitä, että isompien lukujen hajotelmat ja kymmenylitys ovat ensimmäisen luokan matematiikan sisältöalueista sellaisia,

missä tasoerot erityisesti näkyvät. Näissä vähennyslaskut kuvataan vielä yhteenlaskuja vaikeammiksi. Isompiin lukuihin siirtyminen nähdään myös haastavana sisältöalueena. Useampi haastateltavista kuitenkin pohtii, että isommissa luvuissa toistuvat vain samat haasteet kuin kymmenylityksessä pienemmillä luvuilla. Tästä syystä nähdään tärkeänä käyttää kymmenylityksen harjoitteluun pienillä luvuilla tarpeeksi aikaa ja varmistaa, että se on ymmärretty, ennen kuin siirrytään isompiin lukuihin. Vaikeiksi nimetyt kymmenylitys ja muut hajotelmat ovat keskeisenä osana kymmenjärjestelmässä. Näin ollen aineistosta voidaan päätellä, että kymmenjärjestelmän puutteellinen ymmärtäminen lienee haasteiden taustalla.

” -- kaikista eniten se näkyy näissä hajotelmissa ja kymmenylityksissä, että miten se voi olla joillekin niin vaikeaa. /... / Kellonajan opettaminen on kyllä todella haastavaa. Mutta se on ehkä semmoinen tavallaan kausittainen teema, mikä toistuu. Mutta nää hajotelmat ja kymmenylitykset niin nehan toistuu, ne on niinku kokoajan läsnä. Koska ne menee periaatteessa mukana myös sadoissa ja tuhansissa. ” [H1]

Eräs haastateltava [H3] pohtii, että neljää isommat lukumäärät vaativat myös erilaista hahmottamista. Tämä vaikuttaa siihen, miksi hajotelmissa osaamisen erot alkavat näkyä.

”Kyllä niinku seiska, kasi, ysi hajotelmat, että kyllä siinä on se, että kun ollaan sen verran isommissa luvuissa, niin se lukujen, lukumäärän havainnollistaminen, se kasaaminen palasista, niin se ei ole niin helppoa. Koska kun ihminen kuitenkin sitten, kun on jo enemmän kuin 4 lukumääränä niin me ei enää nähdäkään sitä kokonaisuena, vaan me nähdäänkin seiska nelosena ja kolmosena, niin että me osataan yhdistää, niin se ei olekaan ihan semmoinen helppo juttu sitten.” [H3]

Kellonajat mainitaan myös osalle haasteita aiheuttavana alueena. Myös yksikön muunnokset, peilaus geometrian osa-alueena ja sanalliset tehtävät nousevat yksittäisiä kertoja haastatteluissa esiin eriyttävinä sisältöalueina. Kertotaulun toimintaperiaatteen ymmärtäminen sen sijaan mainitaan kymmenylityksen, hajotelmien ja lukumäärän laajentumisen tavoin lähes jokaisessa haastattelussa aiheena, jossa ilmenee haasteita. Toisaalta osa haastateltavista pohtii

kertotaulujen olevan helppoja sen näkökulmasta, että ne voi vain opetella ulkoa. Mutta aineistosta tulee ilmi, että haaste ei niinkään ole ulkoa opettelu vaan sen ymmärtäminen, mitä kertotauluja laskiessa tapahtuu.

”No kyllä mun mielestä kertolaskut on kuitenkin semmoinen, että vaikka se jotenkin tuntuu itsestäkin siellä, että okei, nyt me ymmärretään kaikki, missä tässä on kysymys ja sitten vähän harjoitellaan ja tehdään kaikkea niitä. Niin sitten huomataan, vaikka kuukauden päästä, kun ehkä on jäänyt vähän vähemmälle niiden, on menty johonkin muuhun aihealueeseen ja palataan siihen ja vaikka kysyy, että hei kertokäsitteeseen liittyen, hei piirrä mulle, miten sä piirtäisit kuvan 2 kertaa 3. Ja sitten sä saat sieltä sen semmoisen noppakuvan missä on kakkosnoppa ja kolmosnoppa...” [H3]

Lisäksi haastateltavat kertovat uralla tapaamistaan erityistapauksista, joissa jokin matematiikan osa-alue, kuten hahmottaminen, on ollut erityisen hyvä tai matemaattisen osaamisen puute on ilmennyt jo hyvinkin yksinkertaisissa asioissa, kuten numeromerkin ja lukumäärän vastaavuudessa.

5.3 Tasoeroihin ja matemaattisen osaamisen puutteisiin vastaaminen

Aineistosta selviää, että tasoeroihin vastaaminen vaatii opettajilta opetuksen eriyttämistä ja myös kollegiaalista yhteistyötä. Haastateltavilla opettajilla on erilaisia keinoja vastata osaamisen puutteisiin ja vahvistaa matemaattista ymmärrystä tukien jokaisen oppilaan yksilöllistä oppimispolkua.

”Meillä on tässä ohjaajaa ja laaja-alaista erityisopettajaa tosi hyvin käytössä matematiikan tunneilla, niin pystyy ottaa välillä sillain, että ihan niinku erikseen jakaakin porukkaa ja ottaa vähän samaa aihetta erilailla sitten kaikille sen oman, niin kun lasten tavallaan osaamisen mukaan, että sitä mitä kukakin tarvitsee milloinkin.” [H4]

5.3.1 Matematiikan oppimista tukevat käytännöt

Useampi haastateltavista kokee tärkeänä ja oppimista tukevana käytäntönä liittää uusi opetettava matematiikan aihe oppilaiden omaan elämään ja arkeen. Esimerkiksi nostettiin muun muassa rahalaskut tai laskeminen nallekarkeilla, jolloin siitä tulee lapsille usein ihan eri tavalla konkreettista ja myös motivoivampaa. Eräs haastateltava [H3] kertoo myös esimerkkinä matematiikan liittämistä oppilaiden omaan elämään tehtävän, jossa pyytää oppilaita muistelemaan koulumatkaansa ja miettimään esimerkiksi mitä numeroita siellä näki.

” -- jos lapsi pistetään vaan laskemaan eikä sillä ole mitään kosketuspintaa sen lapsen arkeen niin silloin sillä ei ole niin hyvä motivaatio kuin se, että sillä oikeasti on merkitystä sille lapselle.” [H6]

” -- liittää se [uusi asia] siihen heidän arkeen ja nimenomaan yritän vielä pienten oppilaiden arkeen sitä liittää. Että kun monesti sitten jotenkin tulee semmoinen, että mihin tätä tarvitaan kysymys myöhemmin. /... / mä jollain tavalla perustelen sitä, että mitä me tehdään, missä se täällä näkyy, että mä koen sen aika tärkeäksi.” [H3]

Eräs haastateltava [H6] kuvailee, miten viivoitin huomaamattaan tukee montaa oppilasta. Sen avulla voi esimerkiksi tarkastaa numeroiden oikean kirjoitusasun ja sen, että ne menevät oikein päin. Samaan tarkoitukseen osalla haastateltavista oli luokassaan esillä lukusuora tai erilaisia numero- ja lukumääräkuvia.

” -- viivotin on kaikilla lapsilla heti alusta, koska viivotin on mun mielestä, kahdenkymmenen sentin viivotin, on pieni, se mahtuu kaikennäköisiin penaaleihin ja muihin ja siinä on aika näppärästi se lukusuora. Ja sitten se, että kun osalla lapsilla, pienistä vielä, menee helposti se väärinpäin, niin jokaiselle on kirjoitettu viivoittimeen nimi ja laita se viivotin niin päin, että sun nimi on oikein päin, niin silloin se lukusuora on kaikilla oikein.” [H6]

Haastateltavat opettajat nostavat esille, miten tarkkaavuuden pulmat näkyvät myös matematiikan opetuksessa. Yksi haastateltava [H1] kuvaa, miten ne luovat haastetta konkreettisten välineiden käyttöön, koska joillain tavarat lähtevät silloin herkästi lentoon ja leikin puolelle. Ja se taas, ettei konkreettisia välineitä pysty

niin hyvin käyttämään, vaikeuttaa esimerkiksi matemaattisen ymmärryksen vahvistamista ja näin ollen myös matemaattisen osaamisen puutteisiin vastaamista. Ratkaisuina tällaisiin tarkkaavuuden pulmiin haastateltavat nimeävät hyvin opettajajohtoisen välineiden käytön, strukturoidun, pitkälti oppikirjapainotteisen työskentelyn sekä sen, ettei erilaisia vihkoja ja kirjoja ole liikaa.

” -- mitä vähemmän niin sen parempi niinku jotenkin noita erilaisia vihkoja ja kirjoja – varsinkin niille, joilla on tarkkaavuuden pulmaa.” [H5]

Oppitunnilla yksilöllisen tuen antaminen on haastateltavien opettajien ensitoimi, mikäli jollakin oppilaalla ilmenee haasteita. Tässä mahdollisuuksien mukaan hyödynnetään myös erityisopettajaa tai koulunkäynnin ohjaajaa. Eräs haastateltava [H5] nimeää myös matematiikan läksyjen eriyttämisen olennaisena tuen keinona.

” -- ensimmäisenä yksilöllinen ohjaus siinä tunnilla ja sitten eriyttämisestä tähän tulee mieleen, että sitten tietysti se, että ei kaikille aina välttämättä samaa läksyä vaan eriyttäminen läksyissä.” [H5]

Haastateltavat näkevät tärkeänä positiivisen oppimisympäristön luomisen kaiken tasoille oppijoille. Tähän sisältyy ajatus siitä, että myös ylöspäin eriyttäminen on oppilaille mielekästä ja motivoivaa eikä vain lisää samoja laskuja. Tämän toteutumiseksi haastateltavat opettajat ovat luoneet erilaisia käytäntöjä. Yhdellä haastateltavalla [H3] on tapa, että ensin matematiikan uusi asia käydään koko luokan kanssa läpi yhdessä. Sitten taitavammat oppilaat menevät ratkaisemaan käytävään pulmatehtäviä, jotka on sinne valmiiksi laitettu. Tällä aikaa opettaja käy luokassa uuden asian läpi vielä yksityiskohtaisemmin esimerkiksi jonkin välineen avulla. Joskus luokassa voidaan myös alkaa laskea jo laskuja, jolloin opettaja pystyy tässäkin tukemaan enemmän, kun oppilaita on vähemmän. Ratkaistuaan pulmatehtävän, taitavammatkin oppilaat tulevat luokkaan laskemaan. Muita haastateltavien opettajien käytäntöjä ylöspäin eriyttämiseen olivat esimerkiksi digitehtävät tai pareittain pelattavat pelit, joihin nopeammin kirjan tehtävistä edenneet pääsivät tunnin loppuun siirtymään.

5.3.2 Moniammatillinen yhteistyö

Haastateltavat nostavat erityisopettajan avun tärkeänä osana matemaattisen osaamisen puutteeseen vastaamista. Mikäli luokanopettajalla herää oppilaasta huoli, aineiston mukaan erityisopettajan kanssa voidaan pohtia yhdessä tilannetta, tai erityisopettajaa voidaan pyytää kartoittamaan oppilaan matemaattista osaamista. Haastateltavat opettajat hyödyntävät myös erityisopettajan yksilöllistä tukea mahdollisimman paljon oppilaan kanssa, sillä matematiikassa on haasteita. Eräällä haastateltavalla [H2] oli myös kokemus tilanteesta, jossa hänellä oli toisena opettajana luokassa erityisopettaja kokoaikaisesti. Kyseisessä luokassa oli muutama oppilas, joilla ilmeni melko suuria haasteita kymmenlityksessä. Muiden edetessä tämän luokanopettajan johdolla tavalliseen tahtiin geometrian aihealueisiin, luokan erityisopettaja kävi näiden muutamien oppilaiden kanssa geometrian jakson nopeutetusti ja sitten palasi käymään kymmenlitystä hitaasti, askel kerrallaan. Tällainen intensiivikurssi tuotti tulosta.

”Ne meni geometriajakson köykäsenä ja joka tunti jatkoi tätä kymppiylitystä, mikä oli niinku vaikea asia. Ja siellä kävi niin onnellisesti, että toinen näistä tytöistä, jolle se oli tosi vaikea asia, niin sille tuli joku ahaa, koska hän sai kokoajan siinä tukea ja apua ja hän niinku oppi tosi hyvin siinä. Tää toinen vielä jäi vähän heikolle, mutta hän pääsi sen sitten kuitenkin läpi, mutta tätäkään ei varmaan olisi pystynyt tekemään yksin jos sä olisit ollut niinku itseksesi vaan, koska tukitunti ei riitä.” [H2]

Erityisopettajan lisäksi haastateltavat mainitsevat koulunkäynnin ohjaajan, luokanopettajakollegat ja koulupsykologin tahoina, kenestä on ollut apua eriyttämisen toteuttamisessa ja matemaattisen osaamisen puutteisiin ratkaisemisessa. Koulunkäynnin ohjaajat ovat antaneet oppilaille yksilöllistä tukea oppitunnilla, kollegojen vinkit ja vertaistuki on auttanut eteenpäin ja koulupsykologin tutkimukset ovat seuraava askel, jos matematiikan haasteet osoittautuvat laajemmiksi. Myös tehostettu tuki voi tulla ajankohtaiseksi, jos osaamisen puutteet ovat kovin suuria.

”Ja tarvittaessa sitten ihan koulupsykologille, että jos huomataan, että on isompia haasteita niin koulupsykologille sitten. Ollaan vanhempiin tietenkin

ensin yhteydessä ja sitten he ottaa yhteyttä koulupsykologiin sen meidän keskustelun perusteella ja yleensä lähdetään sitten tekemään tutkimukset siinä kohtaa ja siirretään lasta sitten tehostettuun tukeen tarvittaessa tai yleensä siinä kohtaa jos psykologia konsultoidaan tai tehdään tutkimuksia, niin ollaan sitten jo tehostetussa tuessa kyllä.” [H4]

5.3.3 Kodin tuki

Haastateltavien kokemusten mukaan huoltajat voivat vaikuttaa lapsen matematiikan oppimiseen sekä positiivisesti että negatiivisesti. Jos kotona lasta on jo pienestä pitäen ohjattu tarkkailemaan lukuja ja esimerkiksi tutkittu yhdessä kellonaikoja, heijastuu se oppimiseen positiivisesti myös koulussa. Eräs haastateltava [H2] kertoo, että hänellä on tapana laittaa koteihin listaa esimerkiksi hyvistä nettisovelluksista, joiden avulla voi vaikka hajotelmia tai kertotauluja helposti opetella ulkoa. Lisäksi hän saattaa vinkata vanhemmille suoraan, että ohimennen vaikka automatkoilla, lapselta voisi kysellä matematiikan laskuja ja näin tukea oppimista.

” -- niin kodit on niin erilaisia, että kuinka jossain kodeissa osataan jo vähän ottaa mukaan vaikka kellonaikoja jo eka- ja tokaluokkalaisten kanssa tai kolmosellakin vielä ja näin ja jossain taas ei osata, ajatellaan, että kyllä ne koulussa oppii, niin sitten se on kyllä sellainen, joka heti näkyy, että jos kotonakin sitä asiaa on vähän harjoiteltu.” [H5]

Lisäksi aineistosta tulee ilmi, että oppilaan matemaattiseen osaamiseen vaikuttaa oppilaan usko omaan kykyihinsä. Eräs haastateltava [H1] nostaa esimerkin tilanteesta, kun oppilas, kertoi hänelle, että ei hän voi oppia matematiikkaa, koska kotona on sanottu, että heidän suvussa ei ole ”matikkapäätä”. Tämän kaltaisissa tilanteissa haastateltava opettaja painottaa heti ottavansa yhteyttä kotiin.

Aineiston mukaan kotoa voi kantautua myös sellaista tietoa lapsen matematiikan taidoista, mitä ei kotona välttämättä huomaa. Haastateltavien mukaan aktiivinen kuulumisten vaihto kodin kanssa onkin tärkeää, mikäli oppilaalla ilmenee haasteita matematiikassa. He kuvailevat, että kodin kanssa

yhdessä mietitään tilannetta ja siihen ratkaisuja ja koti on tärkeää pitää myös ajan tasalla tuen toimista.

”Ollaan myös aika pian kotiin yhteydessä sitten siitä, että jos huomataan, että on siinä matematiikassa haasteita ja mietitään kodin kanssa sitten yhdessä vähän, että millä lailla voitaisiin eriyttää vaikka kotitehtäviä tai että millä lailla kotona voitaisiin sitten auttaa sitä lasta laskemaan niitä tehtäviä.” [H4]

”No tietenkin kodin kanssa täytyy olla yhteydessä, koska kyllähän sitten mä esimerkiksi, mä käytän eriyttäviä kokeita, että meillä ei kaikki tee samaa koetta. Niin, että koti on tietoinen siitä, että tämmöistä tehdään --” [H3]

5.3.4 Matemaattisen ymmärryksen tukeminen

Jotta matemaattinen ymmärrys vahvistuu, haastateltavien mukaan asioiden havainnollistaminen konkreettisilla välineillä on oleellista. Haastateltavat painottavat, että perusasioissa ei saa kiirehtiä eikä liian nopeasti siirtyä abstraktille tasolle matematiikan merkkikieleen. Jotta matemaattinen ymmärrys vahvistuu, pohjatyö pitää tehdä kunnolla. Lisäksi haastateltavat näkevät merkittävänä matemaattisen ymmärryksen syntymisessä sen, että matematiikan sisällöt liitetään oppilaiden omaan elämään ja ympäröivään maailmaan. Myös matematiikan yhteydessä käyty keskustelu koetaan tärkeänä.

”Mun mielestä se [matemaattisen ymmärryksen vahvistaminen] näkyy siinä, että tehdään se pohjatyö tosi hyvin ja mun mielestä se vaatii jonkun näköisen konkreettisen välineen, mistä lähdetään liikkeelle, että se vahvistaa sitä mielikuvaa, jonka sä pystyt vaikka silmät kiinni [muodostamaan]. Että se on mun mielestä tosi tärkeätä, että ei mennä liian nopeasti siihen matematiikan merkkikieleen.” [H3]

” -- että oikeasti käytetään aikaa alkuun siihen – no ylipäätään luku ja sitten konkreettinen lukumäärä ois niinku tosi selkeät ykkösellä jo, että mitä tarkoittaa 3 oikeasti eri konkreettisilla välineillä. Ja sitten käsitteet, puolet ja yhtä paljon, että sellaiseen käyttäis riittävästi aikaa olisi tosi tärkeätä. /... / Koska mulla on edelleenkin kolmannellakin sitten muutama oppilas, kun vielä jotain vähän niinku sormin laskee niin, että se ei ole kehittynyt

semmoiselle abstraktille tasolle vielä. Kyllä siinä huomaa just, että on puutetta siinä matikan pohjassa.” [H5]

” -- semmoista toiminnallisuutta kun tehdään paljon, niin sillä vahvistetaan sitä ymmärtämistä, että tässä matematiikassa sitä, että puhutaan sitä matematiikkaa muulloinkin kuin matematiikan tunneilla esimerkiksi kulkiessa tuolla ympäristössä, niin voidaan havainnoida asioita. /... / se ehkä vahvistaa sitä ymmärrystäkin aika paljon, kun se kytkeytyy siihen normaaliin elämään kuitenkin se matematiikka.” [H4]

Erityisesti kertolaskujen osalta oli kokemus, että siinä usein mennään aika nopeasti matematiikan symbolikieleen. Silloin matemaattinen ymmärrys kertolaskun käsitteestä ja sen soveltamisesta saattaa jäädä vajavaiseksi, vaikka oppilaat kertotaulut ulkoa oppisivatkin. Tämä aukko ymmärryksessä tulee todennäköisesti ilmi myöhemmin. Se saattaa synnyttää sellaisen matemaattisen osaamisen puutteen, joka olisi voitu välttää paremmalla pohjatyöllä siirryttäessä kertolaskun käsitteeseen.

”Erityisesti musta tuntuu, että kertolaskujen osalta niinku pamautetaan aika, että käydään kyllä kertokäsite ja että okei, että se on näin ja näin ja näin, ja sitten ruvetaankin harjoittelemaan niitä. Kun sen sijaan, että mun mielestä on aika herkullista pohtia sitä, että miten sä voit, että ne osaa kertoa, että mä en tiedä mitä kuusi kertaa viisi on, mutta mä tiedän mitä viisi kertaa viisi on ja miten sä voisit sitä neuvoa tai sen avulla selittää, että miten sä pääset ratkaisuun. /... / Kaikki tämmönen mun mielestä vahvistaa sitä matemaattista ajattelua” [H3]

Matematiikan neljä eri kieltä kulkevat haastateltavien puheissa mukana keskusteltaessa matemaattisen ymmärryksen vahvistamisesta ja alkuopetuksessa toimivista opetustavoista. Konkretia ja erilaiset toimintavälineet nousevat moneen kertaan esille paitsi alaspäin eriyttämisen muotona myös yleisesti tärkeänä matematiikan opetuksen osana. Toimintavälineinä käytetään esimerkiksi hajotelmakoneita, laskuhelmiä, lukumääräpaloja ja erilaisia kuvia. Haastateltavat kuitenkin mainitsevat myös sen, että liika erilaisten toimintavälineiden käyttö yhden aiheen käsittelyssä voi myös sekoittaa oppilasta eli välineitä tulisi käyttää aina tarkoituksenmukaisesti.

”Sitten mä uskon siihen, että kenellekään ei ole konkretiasta haittaa.” [H3]

”Meillä oli kumieläimiä, esimerkiksi mitä lasketaan näin, mutta ehkä silloin, kun mentiin aina uuteen numeroon niin sitten niissä oli kyllä selkeä sama rutiini ja jotenkin se. Numeromuoto nyt sitä harjoiteltiin ja sitten muutenkin kynätyöskennellen ja sitten eri konkreettisilla välineillä, multilinkeillä tai noilla kymppihelmillä tai...” [H5]

Myös matematiikkapuhe, matematiikan sanallistaminen ääneen luokkakaverille tai opettajalle ja omien vastauksien perusteleminen tulevat aineistosta esille oleellisena osana matemaattisen osaamisen tukemisessa. Useampi haastateltavista opettajista pyrkii myös tietoisesti lisäämään matematiikan oppitunnille sellaisia tehtäviä, jotka vaativat oman ajattelun kielentämistä ääneen.

” -- mä yritän tarjota heille sitä, että heillä on jotakin puhuttavaa. On se sitten kuva, on se sitten joku väline tai muu /... / tarjota heille sitä näkemystä ja sitä kuvan tutkintaa tai välineen ja sitten keskustella parin kanssa siitä, että se on ehkä semmoinen rutiini, mitä yritän pitää mahdollisimman paljon yllä matikan tunneilla.” [H3]

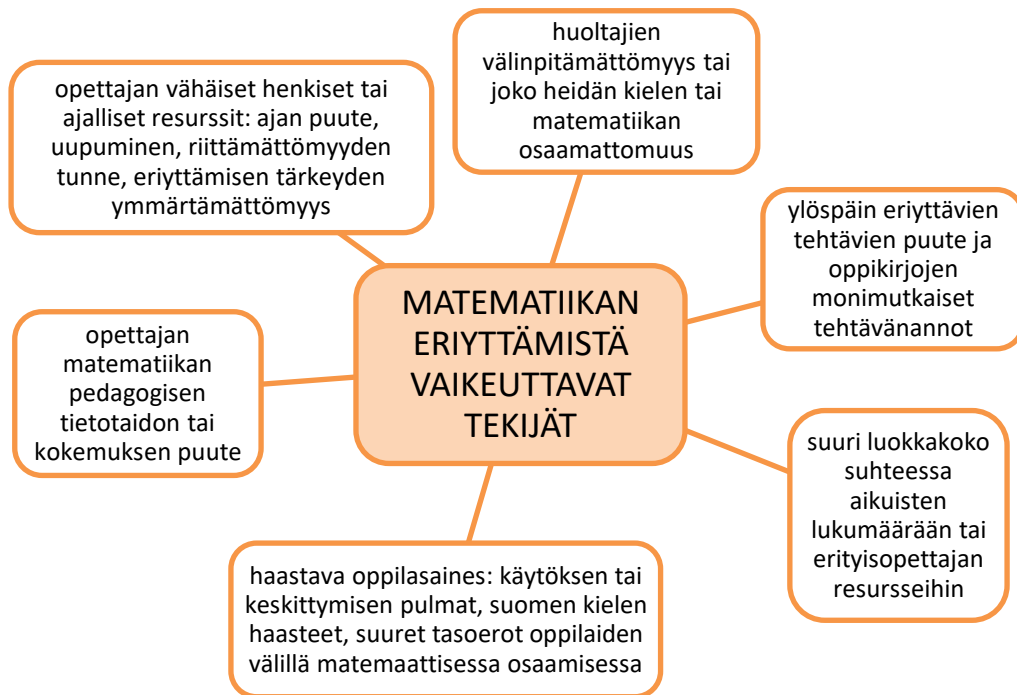
”Mä tykkään matikassa sellaisista tehtävistä, ettei välttämättä ole yhtä oikeata vastausta. /... / Niin ne on mun mielestä tosi, tosi hyviä, että niitä saisi olla siellä joukossa ja myöskin opitaan se, että hei tähän tarvitsee, että mikä mun perustelu on siinä. Että semmoiset, missä pitää vähän perustella, niin ne on mun mielestä hyviä tehtäviä.” [H3]

Lisäksi aineistossa mainitaan kuviokielen merkitys matematiikan opiskelussa. Eräs haastateltava [H3] kertoo, miten hän erikseen opettaa oppilaita piirtämään matematiikan kuvia ja hyödyntämään niitä laskuissa.

”Sillä tavalla just puhuttu oppilaiden kanssa, että matikan tunnilla me ei piirretä silmäripsiä tarkasti ja tämmöisiä. Me opetellaan tekemään matematiikan kuvia ja ne kuvat, mitä me opetellaan tekemään, niin ne tehdään huolella, niin että ne ei ole suhruja vaan, että ne on semmoisia, että oikeasti siitä pystyy hahmottamaan itse.” [H3]

6 TULOKSET

Tässä luvussa kokoamme analysoinnin avulla löytämämme vastaukset tutkimuskysymyksiimme. Tiivistämme tutkimustulokset luomiemme kuvioiden ja taulukoiden avulla. Kuvioissa käsittelemme alkuopetuksen matematiikan eriyttämistä, matemaattisen osaamisen eroja ja osaamisen puutteiden tunnistamista sekä eriyttämisen keinoja ja ratkaisuja tuen toteuttamiseen.



KUVIO 3. Analyysimme osoittaa useiden tekijöiden haastavan alkuopetuksen matematiikan eriyttämistä.

Mitä jos aikaisemmat toimet eivät riitä?

- lisätään mahdollisimman paljon erityisopettajan ohjausta
- karsitaan muusta ja panostetaan oleelliseen, esim. intensiivikurssi keskeisestä aiheesta, jossa osaamisen puute ilmenee
- tuen portaan korottaminen erityisesti jos haasteita myös äidinkielessä
- tarvittaessa psykologiset tutkimukset ja henkilökohtainen opetussuunnitelma

Mitä tehdä, kun matemaattisen osaamisen puute on tunnistettu?

- tukiopetus, läksyjen eriyttäminen ja sen poissulkeminen, ettei synnä ole vain se, ettei oppilas luota omiin taitoihinsa
- yksilöllinen tuki oppitunnilla, mahdollisuuksien mukaan myös ohjaajan apu
- yhteydenotto kotiin, aktiivinen tiedonsiirto molempiin suuntiin ja yhdessä sen pohtiminen, miten myös kotona voitaisiin tukea oppilaan matematiikan oppimista
- luokanopettajan tai erityisopettajan toteuttama kartoitus, missä matemaattisen osaamisen puute tarkalleen on

Miten tunnistaa matemaattisen osaamisen puute?

- oppilas laskee yksitellen sormilla eikä pysty aloittamaan lukujonoa keskeltä
- oppilaalla on laskiessa tuskastunut ilme tai muuten elekieli viestii turhautumisesta tai vaikeuksista
- oppilas laskee hyvin hitaasti
- oppilas kyselee paljon eikä pääse eteenpäin ilman apua
- jos oppilaalla haasteita lukujonotaidoissa tai lukumäärän ja numeromerkin vastaavuudessa
- pyytää oppilasta kielentämään matematiikkaa, sanallistamaan laskemaansa ja perustelemaan vastauksiaan
- erilaiset kokeet ja kartoitukset, joissa matemaattisen osaamisen puute tulee usein viimeistään ilmi

Miten ennaltaehkäistä matemaattisen osaamisen puutteita?

- havainnollistavien välineiden käyttö opetuksen tukena
- matematiikan aihealueiden liittäminen oppilaiden omaan elämään ja arkeen
- matematiikkapuhe, joka vaatii oppilasta perustelemaan ja kielentämään omaa ajatteluaan sekä mahdollistaa vertaisoppimisen
- sen varmistaminen, että keskeiset käsitteet kuten kymmenjärjestelmä ja kertotaulu on sisäistetty kunnolla
- vahvan pohjan luominen perusasioissa ennen kuin siirrytään haastavampiin, esimerkiksi varmistetaan osaaminen hajotelmassa ja kymmenylityksessä lukuvälillä 0-20, ennen lukualueen laajentamista

KUVIO 4. Analyysin pohjalta syntynyt porraskuvio havainnollistaa matemaattisen osaamisen puutetta ilmiönä.

Alin porraskuvio kuvaa sitä, miten tärkeää alkuopetuksessa on luoda vahva matemaattisen osaamisen pohja ja käyttää siihen riittävästi aikaa. Parhaimmillaan näin onnistutaan estämään matemaattisen osaamisen puutteiden kehittymistä. Toisella portaalla käydään läpi, miten opettaja voi alkuopetuksessa tunnistaa oppilaan matemaattisen osaamisen puutteen. Kolmas porraskuvio kuvaa mitä opettaja voi tehdä vastatakseen matemaattisen

osaamisen puutteeseen ja neljäs porras kuvaa ratkaisuvaihtoehtoja sen jälkeen, kun kolmannen portaalan keinot on jo kokeiltu. Ideaalitulanteessa ensimmäiseltä portaalta ei tarvitse kavauta korkeammalle, kun matemaattisen osaamisen puutteen syntyminen on onnistuttu välttämään.

7 JOHTOPÄÄTÖKSET

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää millaisia ovat matemaattisen osaamisen erot alkuopetuksessa ja miten alkuopettajat tunnistavat osaamisen puutteita. Tutkimuksessa selvitettiin, millaisia keinoja opettajilla on vastata näihin alkuopetuksen matematiikan osaamisen puutteisiin, esimerkiksi eriyttävän opetuksen kautta. Tarkastelemme puolistrukturoidun teemahaastattelun tuloksia ja peilaamme tuloksiamme teoriaan ja aiempiin tuloksiin.

Tutkimuksemme tulokset ovat linjassa aikaisempien tutkimustulosten kanssa. Matemaattisen osaamisen puutteet näyttäytyivät tutkimuksemme samankaltaisena ilmiönä kuin se käsitetään Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin narunpääteoriassa (2001). Tutkimuksemme mukaan puutteet ovat luonteeltaan usein monisäikeisiä ja sen taustatekijät punoutuvat yhteen. Tuloksissamme tulee ilmi, että yksi matemaattisen puutteen luoja voi olla oppilaan kokemus heikosta minäpystyvyydestään suhteessa matematiikkaan. Haastateltavan opettajan esimerkissä tässä taustatekijänä oli kotoa omaksuttu käsitys omasta kykenemättömyydestä oppia matematiikkaa yhtä hyvin kuin muut. Lisäksi haastateltavat nostivat esille, miten tärkeää on oppilaalle mielekäs eriyttäminen, positiivisen oppimisympäristön luominen (Roiha & Polso, 2018) ja kaiken tasoille oppilaille onnistumisen kokemusten luominen. Nämä kaikki viittaavat narunpääteorian yritteliäisyyteen. Proseduraalinen sujuvuus (Killpatrick ym., 2001) tuli esimerkiksi ilmi siinä, kun haastateltavat opettajat kertoivat, miten oppimista auttaa se, kun oppilaat oppivat kirjan tehtävätyypit. Narunpääteorian mukautuva päättely sisältyy haastateltavien opettajien pyrkimykseen, että oppilaat osaisivat perustella omia vastauksiaan ja tekemiään päätelmiä.

Joutsenlahti ja Tossavainen (2018) nostavat esille matematiikan oppiaineen tehtävän oppilaan matemaattisen ymmärtämisen luojana, mikä nousee esille myös tutkimuksemme tuloksissa. Tällöin matematiikan tehtävänä on luoda oppilaalle matematiikan sisällöistä sellainen tietorakenne, jota hän osaa soveltaa uusissa tilanteissa tietoisena siitä, mitä tekee (Joutsenlahti & Tossavainen,

2018). Sama ajatus näkyy narunpääteorian strategisen kompetenssin osa-alueessa (Kilpatrick ym., 2001). Tutkimuksemme tulokset nostavat tällaisen matemaattisen ymmärryksen syntyminen myös keskeiseksi tekijäksi, joka ehkäisee matemaattisen osaamisen puutteiden kehittymistä.

Lisäksi tutkimuksemme tuki Joutsenlahden ja Rättyän (2015) luomaa neljän kielen mallia. Ne tulivat haastattelemiemme opettajien vastauksissa esille erilaisten käytännön esimerkkien kautta hyvin vahvasti. Neljän kielen mallista etenkin taktiilinen toiminnan kieli korostui, kuten Joutsenlahti ja Rättyäkin (2015) ovat todenneet täydentäessään Joutsenlahden ja Kuljun (2011) aikaisemmin luomaa kolmen kielen mallia. Tulostemme mukaan taktiilinen toiminnan kieli nähdään tärkeänä osana itse opetusta sekä luonnollisen kielen rinnalla tapana tuoda esille oppilaan osaamista. Erilaiset toimintamateriaalit tulevat tuloksissa esille lähes välttämättömänä osana alkuopetuksen matematiikan opetusta.

Tutkimuksemme tuloksissa ymmärrystä tukevana tekijänä nähtiin myös olennaisena se, että matematiikan sisällöt liitetään merkityksiä luoden oppilaiden arkeen ja kokemusmaailmaan. Joutsenlahti ja Tossavainen (2018) tuovat esille samaa ajatusta siitä, miten tärkeää on liittää matematiikka oppilaiden omaan elämään. Neljän kielen malli nousi aineistosta esille etenkin osana matemaattisen ymmärryksen tukemista. Tässä matemaattisen ymmärryksen tukemisessa luonnollisen kielen merkitys on jo aiemmissa tutkimuksissa havaittu keskeisenä opettajan, oppimateriaalin ja opiskelijoiden välisessä vuorovaikutuksessa (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Haastateltavat puhuivat äidinkielen ja matematiikan vaikeuksien yhteen kietoutuneisuudesta ja siitä, että eniten huolta oppimisvaikeuksista herättää, jos pulmia on molemmissa. Äidinkielen ja matematiikan limittyminen alkuopetuksessa nousee esille myös Joutsenlahden ja Tossavaisen (2018) tutkimuksessa. Sanalliset tehtävät ovat hyvä, tutkimuksessammekin nousut matematiikan osa-alue, missä äidinkielen ja matematiikan osaaminen nivoutuvat tiivistä yhteen.

Aunolan ja Nurmen (2018) mukaan varhaiset lukujonotaidot ovat tärkein matematiikan taitojen ennusmerkki. Tutkimuksessamme ilmenee tämän kanssa yhtenevä ajatus siitä, että heikot lukujonotaidot paljastavat usein matemaattisen osaamisen puutteen. Lisäksi tutkimuksessamme nousee lukumäärän ja numeromerkin vastaavuuden haasteet osaamisen puutteiden taustalla. Tätä ilmiötä tukee myös Monosen ja muiden (2017) havainto varhaislapsuuden

heikosta lukumääräisyyden tajusta ja prosessoinnista yhtenä selittävänä tekijänä ensimmäisten luokkien haasteiden kanssa ja matemaattisten oppimisvaikeuksien osoittajana. Aunola ja Nurmi (2018) tuovat lisäksi esille, että matematiikan taidot kumuloituvat ja vahva pohja luo valmiudet nopeampaan oppimiseen. Tämä sama ajatus alkuopetuksessa luodun vahvan pohjan merkityksestä myöhemmälle oppimiselle toistuu useasti haastatteluissamme.

Tiaisen ja kumppaneiden tutkimus (2021) tukee tutkimuksemme tuloksissa esille nousutta ilmiötä eriyttämisestä. Eriyttävä opetus ja sen suunnittelu vaatii opettajalta tavallista enemmän ja näin ollen kuluttaa huomattavasti opettajan aikaresurssia. Samalla opetuksen eriyttämistä saattaa olla haastamassa erinäisten resurssien vähäisyys (Tiainen ym., 2021). Tutkimuksessamme ylöspäin eriyttämisestä todettiin, että lisätehtävien antaminen toimii eräänlaisena ratkaisuna, muttei kuitenkaan sellaisena, joka olisi nähty tavoiteltavana toimintana. Kuten Laine (2010) toteaa ylöspäin eriyttämisestä, on sen tyypillisin ilmenemismuoto tehtävämäärän kasvattaminen. Ylöspäin eriyttämistä haastaa tutkimuksemme mukaan myös aikaresurssin puute, kun opettajan aika herkästi kuluu heikompien oppilaiden tukemiseen. Edellä mainitut kuuluvat tuloksissamme ilmenneisiin eriyttämistä vaikeuttaviin tekijöihin.

8 POHDINTA

8.1 Tutkimuksen eettisyys ja luotettavuus

Eettinen pohdinta on läsnä tutkimuksen joka vaiheessa. Läpi tutkimuksen tehdyt ratkaisut, valinnat usean vaihtoehdon välillä sekä tutkimuksen tekoa ohjanneet päätökset ovat moraalisia ja näin ollen osa tutkimuksen etiikkaa. Pohja tutkimuksen luotettavuudelle ja vakuuttavuudelle on hyvien tieteellisten käytänteiden noudattamisessa. Näihin sisältyy muun muassa huolellisuus tutkimusta tehdessä sekä lähteiden asianmukainen käyttö (Kuula, 2006). Tutkimusta tehdessä pyrimme pitämään mielessä, ettei mikään tutkimuksen osa ole irrallinen eettisestä tarkastelusta. Tässä luvussa nostamme esille keskeisiä näkökulmia oman tutkimuksemme luotettavuuden arvioinnissa ja näin ollen teemme näkyväksi eettisen arvioinnin olemassaoloa.

On käyty paljon keskustelua luonnontieteiden ja ihmistieteiden eroista ja erään näkemyksen mukaan erityisesti ihmisten tutkiminen vaatii tutkittavan ymmärtämistä, kun on otettava huomioon toiminnan tarkoituksperät, tutkittavan kohteen oma näkökulma ja ylipäätään kaikki yksittäiset tekijät, jotka vaikuttavat tutkittavan henkilön tai yhteisön näkemykseen tai kokemukseen tutkittavasta aiheesta (Raatikainen, 2005). On kyseessä sitten luonnontiede tai ihmistiede, kaikki tiede vaatii tulkintaa, mutta ihmistieteille tyypillistä on, että tulkinnan alla on usein myös tutkittavien omat tulkinnat (Raatikainen, 2005). Tällainen tutkittavan ymmärtäminen ja tulkinta tuo yhden näkökulman tutkimuksen eettiseen pohdintaan. Tutkimuksemme kohteenahan oli kuusi alkuopettajaa ja ennen kaikkea heidän kokemuksensa ja tulkintansa alkuopetuksen matematiikasta, oppilaiden matemaattisesta osaamisesta ja eriyttämisestä. Jo se, että ymmärrämme, mitä haastateltava on sanoillaan tarkoittanut, vaatii itsessään tulkintaa. Lisäksi asiat, joista keskustelimme tutkimuksessa, olivat hyvin monitahoisia ja samoista aiheista voidaan käyttää eri nimityksiä, joten sekin lisää asioiden tulkinnan varaisuutta (Juhila, 2021). Pyrimme kuitenkin haastatteluissa

aina esittämään tarkentavia kysymyksiä, mikäli vaikutti, että saatamme puhua hieman eri asiasta. Tällä tavalla yritimme välttää väärin tulkinnan riskiä.

Hyvien tieteellisten käytäntöjen mukaan tutkimuksen on pyrittävä objektiivisuuteen, joten sen tulee olla myös tulkinnan määränpää (Raatikainen, 2005). On kuitenkin huomioitava, että esimerkiksi omaan tulkintamme opettajien kertomuksista alkuopetuksen matematiikasta vaikuttaa väistämättä jollain tavalla oma suhtautumisemme matematiikkaan sekä omat ennakkokäsityksemme ja -tietomme aiheesta. Haastatteluissa ei myöskään välttämättä tullut ilmi kaikki taustatekijät, jotka vaikuttivat haastateltavan näkemyksiin aiheesta. Ihmiset selittävät asioita eri tavoin ja usein on helpompi ymmärtää sellaisten ihmisten selitystä, joiden ajatus kulkee samantapaisia polkuja kuin itsellä. Tämä voi myös helpottaa tarkentavien lisäkysymysten esittämistä, sillä haastattelijana hahmottaa kokonaisuutta paremmin, mikäli haastateltavan ajatus kohtaa oman ajattelutavan kanssa. Silloin on usein helpompi tarttua ohimenevään lauseeseen ja tarkentaa sitä, kun on koko ajan kartalla missä keskustelu kulkee. Lisäksi haastateltavan luonne voi vaikuttaa esimerkiksi siihen, kuinka avoimesti, runsassanaanaisesti, tunnesävytteisesti tai rehellisesti hän vastaa kysymyksiin ja kertoo asioista. Jotta tutkimuksessa tekemämme tulkinta olisi mahdollisimman objektiivista ja totuudenmukaista, pyrimme tiedostamaan ja huomioimaan nämä edellä mainitut näkökulmat.

Koska keräämme tutkimuksen aineiston haastattelemalla ihmisiä, on syytä kiinnittää erityistä huomioita vielä siihen, millaisia eettisiä kysymyksiä liittyy nimenomaan haastatteluun metodina. Seuraavaksi pohdimme tätä haastattelun eettisyyttä Research Methods in Education -teoksen (Cohen ym. 2018) antamien suuntaviivojen valossa. Laajan ja poukkoilevan haastatteluaineiston analyysissä pitää meidän tutkijoina päättää, mihin asioihin aineiston analyysissä keskitymme ja minkä näkökannan valitsemme analysoinnin lähtökohdaksi. Täten meillä on tutkijoina vastuu siitä, ettemme poimi aineistosta vain tietynlaisia vastauksia omien päämääriemme mukaan, vaan välitämme haastateltavien vastauksista mahdollisimman totuudenmukaisen kokonaiskuvan. Lisäksi kirjallisuudessa mainitaan eettisen pohdinnan yhteydessä jo aiemmin pohtimamme tutkijan ennakkokäsitysten ja muun muassa haastattelijan ja haastateltavan keskinäisen ymmärryksen vaikutuksen tiedostamisen tärkeys.

Aineiston säilytys, suojaaminen ja käyttötarkoituksen määrittäminen ovat eettisesti tärkeitä näkökulmia (Kuula, 2006). Siksi kerromme tutkimukseen osallistuville jo etukäteen, mihin haastatteluaineistoa käytetään ja miten sitä tullaan säilyttämään tietoturvasääntöjen mukaisesti. Tähän sisältyy tutkimukseen osallistuvien anonymiteetin säilyttäminen. Myös aineiston hävittämisestä informoidaan tutkimukseen osallistuvia. Esimerkiksi jos haastateltavien vastauksista käy liian spesifisti ilmi asuinpaikka, työtehtävä tai muu tunnistettava tieto, häivytetään näitä yksityiskohtia niin, ettei niistä voi päätellä, kuka henkilö on kyseessä. Tutkittaville tiedotetaan avoimesti, että tutkimukseen osallistuminen on täysin vapaaehtoista ja heillä on oikeus vetäytyä tutkimuksesta pois milloin tahansa.

Eettisten kysymysten pohdinta siis kulki siis läpi tutkimuksen mukana. Pyrimme tutkijoina tiedostamaan eettisesti hyväksyttävän sekä luotettavan ja uskottavan tutkimuksen edellytykset ja noudattamaan niitä oman tutkimuksemme teossa. Tiedostamme tutkimuksemme haastateltavien olevan tuttaviamme ja verkostoitumisemme kautta valikoitunut porukka, joka ei edusta koko Suomen alkuopettajien mielipiteitä. Siksi tutkimuksemme tulokset eivät olekaan suoraan sovellettavissa koskemaan jokaista alkuopettajaa tai ensimmäisen tai toisen luokan oppilasta. On huomioitava, että tutkimuksemme perustuu rajatun opettajajoukon näkemyksiin ja kokemuksiin ja tulokset voisivat olla erilaisia, mikäli haastateltavana olisi olleet eri alkuopettajat. Tutkimuksemme luotettavuutta kuitenkin lisää haastattelemiemme opettajien vastausten yhtäläisyydet sekä niiden samankaltaisuus verrattuna aiempaan teoriataustaan.

Kuten jo todettua, tutkimukselle muodostuu sitä tehtäessä erinäisiä rajoitteita, jotka vaikuttavat esimerkiksi tutkimuksen toistettavuuteen ja yleistettävyyteen. Yhdeksi yleistettävyyden kriteeriksi on esitetty tarkoituksenmukaisen aineiston kokoaminen (Eskola & Suoranta, 2014). Tällä Eskola ja Suoranta (2014) viittaavat sellaisien haastateltavien valintaan, jossa osallistujilla olisi suhteellisesti kokemusta ja ensikäden tietoa tutkimuksen aihepiiristä, ja he suhtautuisivat tutkimuksen tekemiseen myönteisesti. Hakiessamme tutkimuksemme haastateltavia, valinnalle asetui tiettyjä rajoituksia, kuten alkuopetuksen parissa tehtyjen työvuosien määrän ja haun tapahtumisen omissa opettajaverkostoissamme. Nämä rajoitukset osaltaan sulkevat tutkimuksen ulkopuolelle alkuopettajia, joiden kokemusmaailma tutkimuksemme aihealueesta, voisi mahdollisesti olla hyvinkin erilainen.

Laadullisen tutkimuksemme perustuessa pieneen otantaan, on tutkimuksen tuloksia siis tarkasteltava sen valossa, että ne eivät välttämättä edusta laajempaa perusjoukkoa. Näin ollen tutkimuksen yleistettävyydestä voitaisiin puhua rajallisena.

Tutkimuksemme luonne on fenomenologinen, jolloin tavoitteenamme on tutkia määrittämäämme ilmiötä haastateltaviemme kokemusmaailmasta käsin. Tällöin tutkimuksen toistettavuutta luotettavuuden määrittäjänä on syytä pohtia (Saaranen-Kauppinen & Puusniekka, 2006). Tutkimuksen tuloksia arvioidessa, ei fenomenologiassa pyritä absoluuttisen totuuden löytämiseen, vaan aiheen syvällisempää ymmärrystä. Tutkimuksessa olemme käyttäneet puolistrukturoitua teemahaastattelua, jolloin jo lähtökohtana on jokaisen haastattelun muotoutuminen omanlaisekseen tilanteeksi. Näitä yksittäisiä haastattelutilanteita sellaisenaan on mahdotonta toisintaa, mutta kerätyn aineiston pohjalta on mahdollista löytää ilmiölle mainitsemamme tulokset. Kyse on ennemminkin aiheen löytämisestä kuin sen puolustamisesta.

8.2 Jatkotutkimusehdotukset

Seuraavaksi esittelemme jatkotutkimusehdotuksia, joita nousi mieleen tutkimusta tehdessämme. Yhdellä tutkimuksemme haastateltavista opettajista oli paljon kokemusta S2-oppilaista. Tämän haastattelun pohjalta heräsi ajatus, että olisi mielenkiintoista paneutua vielä tarkemmin nimenomaan S2-oppilaiden matematiikan osaamisen eroihin alkuopetuksessa ja siihen, millaisia haasteita se, ettei suomi ole äidinkielenä, tuo alkuopetuksessa matematiikan oppimiseen ja opettamiseen. Aineistosta nousi esille myös se, miten alkuopetuksen matematiikassa luodaan tärkeä pohja tulevalle koulupolulle ja haastavampien matematiikan sisältöjen oppimiseen. Jatkotutkimuksena voisi ollakin se, millaisilla matematiikan taidoilla kolmannelle luokalle tullaan ja millaisia seurauksia sillä on matematiikan oppimiselle kolmannesta luokasta ylöspäin. Tällainen tutkimus voisi entisestään avata alkuopetuksen matematiikan merkitystä ja sitä, miten kauaskantoinen se mahdollisesti on.

Lisää näkökulmia voisi tuoda se, että toteutettaisiin laadullinen tutkimus menemällä alkuopetuksen luokkaan seuraamaan tuntityöskentelyä ja tekemällä

paikan päällä huomioita eriyttämisestä. Hyvä idea voisi olla myös suunnitella matematiikan testi ja toteuttaa se ensimmäisen tai toisen luokan oppilailla ja lisäksi seurata, miten testin tulokset vaikuttavat mahdollisesti opetukseen. Karvin (2022) aloittamassa pitkittäistutkimuksessa seurataan kyllä testituloksia, mutta siinä ei ole näkökulmaa testitulosten vaikutuksesta opetukseen. Lisäksi alkuopettajan arviointiprosessin voisi ottaa tarkempaan tutkimukseen ja erityisesti, mitä johtopäätöksiä siinä tehdään eriyttämisen suhteen.

Kodin rooli nousi esille paitsi eriyttämiseen vaikuttavana tekijänä myös tärkeänä yhteistyötahona eriyttämisen toteuttamisessa. Avartavaa voisi ollakin tutkia lisää tätä kodin roolia alkuopetuksen matematiikan oppimisessa. Myös muu moniammatillinen yhteistyö ja kollegiaalinen tuki vaikuttivat olevan tärkeässä asemassa matemaattisen osaamisen puutteisiin vastaamisessa. Mielenkiintoista olisi toteuttaa tutkimus, jossa haastatellaan eri koulussa toimivia ammattiryhmien edustajia matematiikan osaamisen puutteista ja pyritään muodostamaan siitä näin kokonaiskuva. Myös määrällinen tutkimus matemaattisen osaamisen puutteiden ominaisuuksista voisi olla varteenotettava tutkimusvaihtoehto. Alkuopetuksen matematiikan ympäriltä löytyy muutenkin monia tärkeitä tutkimuskohteita, joihin ei ole tutkimuksen kentällä vielä tarpeeksi paneuduttu. Tutkimuksemme aihepiiristä voi löytää siis monia mielekkäitä jatkotutkimusideoita.

8.3 Lopuksi

Tutkimuksemme teko oli lopulta lähes kahden vuoden mittainen prosessi. Jos yhteisen viestiryhmän perustamista voidaan pitää tutkimuksen alkupisteenä. Tutkimusaihe joka tapauksessa hautui mielessäimme sieltä asti, vaikka prosessin edetessä osin muutti muotoaan ja hioutui pikkuhiljaa lopullisen kaltaiseksi. Tutkimus muotoutui mielessäimme niin sijaistaessamme eri kouluissa kuin tavatessamme opettajakollegoita yleisössä odottamiemme artistien keikoilla. Pitkällisen työn tuloksena tutkimus koki monta karsinnan ja rajauksen vaihetta, mutta eri tutkimuksen osa-alueet täydentyivät myös loppuun asti. Koko ajan oli tunne, että jotain voisi vielä parannella. Tämä lienee kuuluvan tutkimuksen teon luonteeseen. Matemaattisen osaamisen erot ja erityisesti osaamisen puutteet alkuopetuksessa näyttäytyivät tutkimuksen myötä meille erittäin tärkeänä

aiheena ja tutkimuksen teon kautta myös oman osaamisemme kehittäjinä. Toivomme, että aiheen parissa tehdään vielä lisää tutkimusta, sillä paljon jäi vielä tutkimatta ja yksityiskohtia löytämättä. Uskomme, että jokaisella koulun aloittavalla oppilaalla on oikeus saada parasta mahdollista matematiikan opetusta ja kestävä pohja matematiikalle. Tämän toteutumiseksi aihe täytyy pitää pinnalla myös jatkossa tutkimuksen kentällä.

LÄHTEET

- Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2018). Matemaattisten taitojen kehitys kouluikässä. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (toim.) Matematiikan opetus ja oppiminen. (Sivut 54-69). Niilo Mäki-Instituutti.
- Aunola, K., Leksinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96 (4), 699-713.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2017). *Research Methods in Education*. Eight edition. London: Routledge, Taylor & Francis Group.
- Eronen, L., & Toikka, S. (2021). Alkuopetusikäisen valmius reflektoida matemaattisessa ongelmanratkaisutilanteessa. *FMSEJA Journal*, 4(1), 1–15. <https://journal.fi/fmsera/article/view/95475>
- Eskola, J., & Suoranta, J. (2014). Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Vastapaino.
- Gibbs, G. 2012. Doing a transcription for qualitative research. Youtube-video. Julkaisija Graham R Gibbs 5.4.2012. Viitattu 30.12.2022. <https://www.youtube.com/watch?v=KfdrtpQDtBk>
- Hirsjärvi, S., & Hurme, H. (2022). *Tutkimushaastattelu : teemahaastattelun teoria ja käytäntö* ([2. painos].). Gaudeamus.
- Hyvärinen, M., Suoninen, E. & Vuori, J. 2022. Haastattelut. Teoksessa Jaana Vuori (toim.) *Laadullisen tutkimuksen verkkokäsikirja*. Tampere: Yhteiskuntatieteellinen tietoarkisto [ylläpitäjä ja tuottaja]. Viitattu 13.12.2022. <https://www.fsd.tuni.fi/fi/palvelut/menetelmaopetus/kvali/laadullisen-tutkimuksen-aineistot/haastattelut/>
- Joutsenlahti, J. (2003). *Kielentäminen matematiikan opiskelussa*. Teoksessa Virta, A. & Marttila, O. (toim.) (toim.) *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta Ainedidaktinen symposium 7.2.2003*. Turku: Turun

opettajankoulutuslaitos. (Sivut 188–196). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:72.

Joutsenlahti, J. (2005). Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä: 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. *Acta Universitatis Tamperensis* 1061.

Joutsenlahti, J. (2009). *Matematiikan kielentäminen kirjallisessa työssä*. Teoksessa Kaasila, R. (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.8.11.2008. Rovaniemi: Lapin yliopisto, (sivut 71–86). Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9

Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2010) *Kieliteoreettinen lähestymistapa koulumatematiikan sanallisiin tehtäviin ja niiden kielennettyihin ratkaisuihin*. Teoksessa Ropo, E., Silfverberg, H. & Soini, T. (Eds.), Toisensa kohtaavat ainedidaktiikat. Ainedidaktiikan symposiumi Tampereella 13.2.2009 (sivut 77–89). Tampere: Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja. A; No. 31. Tampereen yliopisto.

Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2015) *Kielentäminen matematiikan ja äidinkielen opetuksen kehittämisessä*. Teoksessa Kaartinen, T. (Eds.) Monilukutaito kaikki kaikessa, (sivut 57–76). Tampereen yliopiston normaalikoulu

Joutsenlahti, J. & Perkkilä, P. (2021). Murtoluku vai suhde? *FMSERA Journal*, 4(1), 61–74.

Joutsenlahti, J. & Perkkilä, P. (2022). Matemaattisen ajattelun kielentäminen ymmärtämisen oppimisen perustana. *Dimensio*. Noudettu 14.12.2023 osoitteesta <https://dimensiolehti.fi/matemaattisen-ajattelun-kielentaminen-ymmärtävän-oppimisen-perustana/>

Joutsenlahti, J. & Rättyä, K. (2011). Matematiikan kielentämisen tutkimuksen lähtökohtia kielen näkökulmasta Sanan lasku -projektissa. Teoksessa Silfverberg, H. & Joutsenlahti, J. (Eds.), *Tutkimus suuntaamassa 2010-luvun matemaattisten aineiden opetusta: Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät Tampereella 14.-15.10.2010* (sivut 171–187).

Joutsenlahti, J. & Rättyä, K. (2015). Kielentämisen käsite ainedidaktisissa tutkimuksissa. Teoksessa Kauppinen, M., Rautiainen, M. & Tarnanen, M. (toim.), *Rajaton tulevaisuus. Kohti kokonaisvaltaista oppimista* (sivut 45–

62). Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja 8. Jyväskylä:
Suomen ainedidaktinen tutkimusseura ry.

- Joutsenlahti, J. & Tossavainen, T. (2018). Matemaattisen ajattelun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (toim.) Matematiikan opetus ja oppiminen. (Sivut 410-431). Niilo Mäki-Instituutti.
- Juhila, K. (2021). Laadullisen tutkimuksen ominaispiirteet. Teoksessa Jaana Vuori (toim.) Laadullisen tutkimuksen verkkokäsikirja. Yhteiskuntatieteellinen tietoaarkisto [ylläpitäjä ja tuottaja]. Noudettu 28.3.2022 osoitteesta <https://www.fsd.tuni.fi/fi/palvelut/menetelmaopetus/>
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). Adding it up. Washington DC: National Academy Press.
- Kuula, A. (2006). Tutkimusetiikka. Aineistojen hankinta, käyttö ja säilytys. Vastapaino.
- Laine, S. (2010). Lahjakkuuden ja erityisvahvuuksien tukeminen. Teoksessa Lahjakkuutta ja erityisvahvuuksia tukevan opetuksen kehittämishanke 2009–2010: Tietoa lahjakkuudesta. Opetushallitus.
- Lukimat. Monikulttuurinen matematiikan opetus. Tietoverkkovälitteinen peruslukutaidon sekä matematiikan oppimisvalmiuksien oppimis- ja arviointiympäristö. Noudettu 6.2.2022 osoitteesta <http://www.lukimat.fi/matematiikka/monimat/monikulttuurinen-matematiikan-opetus>
- MeanThat & Authentic Data Science. 2016. 3.7 Reserch Strategy: Case Study. Julkaisija MeanThat & Authentic Data Science. Julkaistu 17.3.2016. Viitattu 19.11.2022. <https://www.youtube.com/watch?v=ectS1ote8uA>
- Mononen, R., Aunio, P., Hotulainen, R. & Ketonen, R. (2013). Matematiikan osaaminen ensimmäisen luokan alussa. NMI-Bullerin 23(4), 12–25. Noudettu 20.12.2024 osoitteesta https://bulletin.nmi.fi/wp-content/uploads/2015/11/Bulletin-4_2013_Mononen-ym.pdf
- Mäkelä, S. (2009). Lahjakkuuden ja erityisvahvuuksien tunnistaminen. Opetushallitus. Noudettu 18.1.2023 osoitteesta https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/181728_1a_lahjakkuuden_ja_erytyisvahvuuksien_tunnistaminen-1_0.pdf

- Polso, J. & Roiha, A. (2018). Onnistu eriyttämisessä – toimivan opetuksen opas. PS-kustannus.
- POPS. (2014). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet.
- Raatikainen, P. (2005). ”Ihmistieteet – tiedettä vai tulkintaa?” Teoksessa Meurman-Solin & Pyysiäinen (toim.) Ihmistieteet tänään. Gaudeamus. 2005.
- Roiha, A. & Polso, J. (2020). Eriyttämiseen tarvitaan laajempaa näkökulmaa. Oppimisen ja oppimisvaikeuksien erityislehti. Vol. 30 (4). Niilo Mäki -säätö
- Saaranen-Kauppinen, A. & Puusniekka, A. 2006. KvaliMOTV - Menetelmäopetuksen tietovaranto. Tampere: Yhteiskuntatieteellinen tietoarkisto. Viitattu 22.12.2022 <https://www.fsd.tuni.fi/menetelmaopetus/>
- Tiainen, J., Asikainen, M., & Viholainen, A. (2021). Luokanopettajien kokemuksia matemaattisen lahjakkuuden huomioimisesta opetuksessa. FMSEJA Journal, 4(1), 44–60.
- Tomlinson, C. A. (2014). The differentiated classroom. Responding to the needs of all learners. (2. painos). Alexandria, V.A.: ASCD.
- Tomlinson, C. A., Brighton, C., Hertberg, H., Callahan, C. M., Moon, K. B., Conover, L. A. & Reynolds, T. (2003). Differentiating instruction in response to student readiness, interest, and learning profile in academically diverse classrooms: A review of literature. Journal for the Education of the Gifted, 27(2– 3), 119–145.
- Tuomi & Sarajärvi, A. (2018). Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi (Uudistettu laitos). Tammi.
- Ukkola, A. & Metsämuuronen, J. (2019). Alkumittaus – matematiikan ja äidinkielen ja kirjallisuuden osaaminen ensimmäisen luokan alussa. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 17:2019. https://www.karvi.fi/sites/default/files/sites/default/files/documents/KARVI_1719.pdf
- Väisänen, E. & Aunio, P. (2014). Matematiikkainterventio heikkojen ensiluokkalaisten oppimisen tukena. Varhaiskasvatuksen Tiedelehti, 3(2), 48–75. Noudettu 13.1.2024 osoitteesta https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/232678/Vaisanen_Aunio_is_sue3_2.pdf?sequence=1

LIITTEET

Liite 1: Haastattelun runko

TAUSTAKYSYMYKSET	
MILLAISIA VALMIUKSIA ALKUOPETTAJILLA ON TUNNISTAA JA REAGOIDA MATEMAATTISEN AJATTELUN KEHITYKSEN HAASTEISIIN?	
MILLAISIA OVAT ALKUOPETUKSESSA ILMENEVÄT MATEMAATTISEN AJATTELUN HAASTEET?	
MITEN ALKUOPETTAJAT ENNAKOIVAT HAASTEITA JA TOIMIVAT NIIDEN ILMETESSÄ?	
	Kauanko olet työskennellyt opettajana, entä alkuopettajana? Onko lisäkoulutusta matematiikasta? Millainen on suhteesi matematiikkaan yleisesti?
	Millaisena koet matematiikan opetuksen itse?
	Miten aloitat uuden aihealueen opettamisen?
	Onko luokallasi jotain toimintatapoja tai rutiineja liittyen matematiikkaan?
	Millaisia materiaaleja tai havainnointivälineitä käytät opetuksessasi ja miten?
	Millä eri tavoin käyt aiheita läpi? Minkälaisia erilaisia lähestymistapoja sinulla on matematiikkaan? Vaihtelee ko opetustapasi aiheesta riippuen?
	Minkälaiset tehtävät ovat matematiikassa mielestäsi toimivia? (Matematiikan neljä kieltä)
	Miten matemaattinen ymmärryksen vahvistaminen (matemaattinen ajattelu) näkyy alkuopetuksessa?
	Mitä oppikirjaa käytät ja mitä ajattelet siitä?
	Onko jokin matematiikan oppikirja mielestäsi erityisen hyvä?
	Onko oppimateriaaleissa jotakin mitä haluaisit muuttaa ja miksi? Miten muutoksesta hyötyisi oppilas/opettaja? Mitä rajoitteita/puutteita on oppimateriaaleissa esim. Oppikirjasarjassa ja miksi se on ongelma/rajoite?)
	Millaisia materiaaleja, havainnointivälineitä tms. hyödynnät opetuksessasi ja miksi? (Manipulatiivit)
	Miten huomioit erilaiset oppijat? Mitä ajatuksia eriyttämisestä ylös- ja alaspäin?
	Onko jokin tietty matematiikan aiheuttanut oppilaille haasteita tai tuonut esiin suuria tasoeroja? Esimerkiksi tarkastellessa mennyttä lukukautta?
	Minkälaisia matematiikan oppimisen haasteita on jäänyt erityisesti mieleesi? Entä onko tullut "ahaa-elämyksiä" ongelmiin? Onko tullut tenkkapootilanteita
	Mistä tunnistat, että jollakin oppilaalla on matematiikassa haasteita?
	Onko joitain tekijöitä, jotka herättävät huolen matemaattisen kehityksen haasteista?
	Mitä menetelmiä hyödynnät matematiikan haasteiden tunnistamisessa?

	Mikäli huomaat haasteita, millaisia toimia teet?
	Millaisia valmiuksia koet itselläsi olevan näiden haasteiden havaitsemiseen, ennaltaehkäisemiseen ja ratkaisemiseen?
	Onko opettajan koulutus tai käymäsi lisäkoulutus antanut siihen välineitä?
	Onko merkitykset koulumaailmassa syventynyt, saiko koulutuksesta tarpeeksi tietoa?