

Olli Laaksonen

DC-MOOTTORIN KÄÄNTYMISKULMAN TILATAKAISINKYTKETTY SÄÄTÖ REDUSOIDULLA HAVAITSIJALLA

Kandidaatintyö
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta (ENS)
Tarkastaja: Veli-Pekka Pyrhönen
Toukokuu 2023

TIIVISTELMÄ

Olli Laaksonen: DC-moottorin kääntymiskulman takaisinkytketty säätö redusoidulla havaittajalla
Kandidaatintyö
Tampereen yliopisto
Automaatiotekniikan DI -tutkinto-ohjelma
Toukokuu 2023

DC-moottorit (Direct Current) ovat merkittävässä roolissa eri teollisuuden alojen säätösovelluksissa. Kyseisissä teollisuuden sovelluksissa hyödynnetään DC-moottoreiden vahvuuksia, kuten tasavirralla ominaista säädön yksinkertaisempaa toteuttamista vaihtovirtamoottoreihin verrattuna sekä moottorin nopeaa reagointikykyä kiihdyttämisessä, pysähtymisessä ja suunnan pyörimissuunnan vaihdossa. Tässä työssä tutkitaan tilatakaisinkytkettyä säätöä Quanser QUBE - Servo 2 DC-moottorisovellukselle estimoimalla kulmanopeus redusoidulla tilahavaittajalla ja hyödyntämällä tilasäädön ominaisuuksia servojärjestelmän takaisinkytketyn säädön suunnittelussa.

DC-moottorin säätö toteutetaan estimoimalla kulmanopeus kääntymiskulman laadukkaasta mittauksesta ja ohjausjännitteestä. DC-moottorille johdetaan siirtofunktio ja tilaesitys valmistajan antamien tietojen perusteella. Kyseessä on SISOLTI (Single Input – Single Output Linear Time Invariant) -järjestelmä.

Säätösuunnittelun tavoitteita olivat lyhyt asettumisaika, jolle asetettiin tavoitteeksi 0,25 sekuntia, 45 asteen vaihevara ja prosentuaalisen ylityksen jääminen alle 10 %. Säädön suorituskykyä rajoitti moottorin ± 15 V ohjausjännite. Tilatakaisinkytkennän ja redusoidun tilahavaittajan virittämiseen hyödynnettiin napojen asetelumenetelmää sekä varmistettiin järjestelmän ohjattavuus ja havaittavuus. Säättöpiirin suorituskykyä testattiin askelvastekokeilla simuloitussa ympäristössä käyttämällä MATLABin Simulink-ohjelmistoa. Säättöpiirin suhteellista stabiiliutta tutkittiin Nyquist- sekä Bode -diagrammien avulla.

Redusoidulla tilahavaittajalla varustettu järjestelmä kykeni hyvin vastustamaan ohjausjännitteeseen lisättyä virhettä, ja lisäämällä järjestelmään asetusarvosuodin voitiin vaimentaa askelvasteen ohjauspiikkejä halutulle tasolle. Lisäksi askelvasteen asettumisaikaa pystyttiin lyhentämään asetusarvon alipäästösuotimella. Lopulliseksi askelvasteen asettumisajaksi saatiin $T_s = 0,2$ s, viivevaraksi $d_m = 0,023$ s, vaihevaraksi $\phi_m = 45,7$ rad/s ja stabiiliusvaraksi $s_m = 0,7228$. Stabiiliusanalyysin ja askelvastekokeiden perusteella rakennettu säädin toteutti sille asetetut tavoitteet, ja tuloksena saatiin simulointiympäristössä hyvin toimiva säädin.

Avainsanat: DC-moottori, LTI, tilasäätö, tilaestimointi, tilahavaitsija, redusoitu tilahavaitsija

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck –ohjelmalla.

SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO	1
2. QUANSER 2 -SERVOKIEKKOJÄRJESTELMÄ.....	2
2.1 DC-moottoreiden yleispiirteet	2
2.2 Quanser 2 -järjestelmä	2
2.3 DC-moottorin mallinnus.....	3
2.4 Servomoottorin differentiaaliyhtälöt ja alkeislohkomalli.....	3
2.5 Siirtofunktio malli.....	5
2.6 DC-moottorin tilamalli, ohjattavuus ja havaittavuus	7
3. TILATAKAISINKYTKETTY SÄÄTÖ	10
3.1 Prosessimallin ominaisuudet.....	10
3.2 Tilatakaisinkytkentä.....	10
3.3 Estimaattorin matemaattinen luonne	12
3.4 Redusoitu tilahavaintaja	13
4. SIMULAATTORIN RAKENTAMINEN	15
4.1 Säättötavoitteet	15
4.2 Simulaattorin rakenne	15
4.3 Simulaattorin parametrisointi.....	16
5. SIMULOINTI- JA TESTAUSTULOKSET	18
5.1 Stabiiliusanalyysi.....	18
5.2 Simulaattorin askelvaste	20
6. YHTEENVETO.....	22
LÄHTEET	24

LYHENTEET JA MERKINNÄT

Lyhenteet

DC	(engl. Direct Current), tasavirta
LTI	(engl. Linear Time Invariant), Lineaarisesti aikariippumaton
SISO	(engl. Single Input – Single Output), yksi sisäänmeno, yksi ulostulo
SISOLTI	Yksi sisäänmeno, yksi ulostulo, lineaarisesti aikariippumaton

Merkinnät

A	Dynamiikkamatriisi
\hat{A}	Simulaattorin vastaava dynamiikkamatriisi
A_s	Tilatakaisinkytkennän dynamiikkamatriisi
B	Ohjausmatriisi
\hat{B}	Simulaattorin vastaava ohjausmatriisi
C	Mittausmatriisi
\hat{C}	Simulaattorin estimaatin skaalausmatriisi
C_m	Mitattujen tilojen matriisi
C_0	Ohjattavuuden testimatriisi
$C(s)$	Säätimen siirtofunktio
D	Suoravaikutusmatriisi
d	Häiriövektori
\hat{D}	Simulaattorin mittauksen skaalausmatriisi
e_b	Sähkömotorinen voima
\hat{F}	Simulaattorin ohjauksen myötäkytkennän vahvistuskerroin
$F_r(s)$	Asetusarvosuotimen siirtofunktio
$G(s)$	Prosessin siirtofunktio
I	Identiteettimatriisi
$i_m(t)$	Moottorin virta
J_m	Roottorin inertia
J_d	Inertiakiekon hitausmomentti
J_{eq}	Kokonaishitausmomentti
J_h	Latausaseman hitausmomentti
K	Tilatakaisinkytkennän vahvistusvektori
k_m	Sähkömotorisen voiman vakio
k_t	Vääntövakio
λ	Ominaisarvo
L_m	Roottorin induktanssi
m_h	Latausaseman massa
m_d	Inertiakiekon massa
M_p	Maksimaalinen prosentuaalinen ylitys
O_b	Havaittavuuden testimatriisi
$\omega_m(t)$	Moottorin kulmanopeus
ω_n	Luonnollinen kulmataajuus
p	Napa
$P(s)$	Prosessimalli
r_d	Inertiakiekon säde
r_h	Latausaseman säde
R_m	Sisäinen resistanssi
$\tau_m(t)$	Akselin vääntömomentti
θ	Kääntymiskulma

T_s	Asettumisaika
u	Ohjausvektori
$u_x(t)$	Takaisinkytkentähaaran ohjausvektori
$u_r(t)$	Asetusarvon (alku)ohjausvektori
$V(s)$	Jännitteen L-muunnos
$v_m(t)$	Moottorin sisääntulon jännite
$W(s)$	Kulmanopeuden L-muunnos
x	Tilavektori
\hat{x}	Tilaestimaattivektori
\tilde{x}	Tilan estimointivirheen vektori
y	Mitattujen ulostulojen vektori
ζ	Vaimennussuhde

1. JOHDANTO

Vielä 1980-luvulle saakka tasavirtajännitteiset (DC), harjalliset moottorit ovat olleet johtavassa asemassa eri teollisuuden aloilla ja ovat edelleen laajassa käytössä teollisuudessa. Käytännön esimerkkejä on useita, kuten liukuhihnat, hissit ja erilaiset nosturit. Näissä sovelluksissa hyödynnetään DC-moottoreiden vahvuuksia, kuten tasavirralla ominaista nopeuden säädön yksinkertaisempaa toteuttamista sekä sähkömoottoreille yleisesti nopeaa reagointikykyä kiihdyttämisessä, pysähtymisessä ja suunnan pyörimissuunnan vaihdossa. [1] DC-moottoreita käytetään tyypillisesti alhaisilla hevosvoimilla (hv), joka mahdollistaa pienemmän koon ja paremmat säätöominaisuudet. Tasavirtakäyttöisiä moottoreita on harjallisia ja harjattomia. Tässä työssä hyödynnetään halvempaa harjallista DC-moottoria, joka on yksinkertaisempi rakenteeltaan ja ei vaadi yhtä suurta mittaustarkkuutta kääntymiskulmalle onnistuneen säädön toteuttamiseksi. Harjattomista moottoreista mainittakoon, että niiden rattaaton rakenne mahdollistaa huomattavan alhaisen inertian. Molempien DC-moottoreiden kohdalla voidaan todeta niiden soveltuvan erittäin hyvin säätö- ja reguloititehtävän toteuttamiseen.

DC-moottoreita, jotka keräävät tietoa omasta tilastaan, kutsutaan servomoottoreiksi. Tässä kandidaatintyössä tavoitteena on suunnitella ja toteuttaa Quanser QUBE - Servo 2 DC -moottorin ja sen akseliin kiinnitetyn kuorman kääntymiskulman tilatakaisinkytketty säätö, joka hyödyntää vain kääntymiskulman mittausta ja ohjausjännitettä. Puuttuva mittaustieto kulmanopeudesta voidaan korvata estimaatin avulla hyödyntämällä redusoitua tilahavaintajaa.

Luvussa 2 käydään läpi tilamallinnuksen peruseriaatteet ja DC-moottoreiden fysikaaliset ominaisuudet. DC-moottorille muodostetaan differentiaaliyhtälöt, joiden perusteella DC-moottorille luodaan siirtofunktio malli ja tilamalli. Suunniteltavan säätimen rakenne ja sen eri osat käsitellään luvussa kolme. Neljännessä luvussa käsitellään mallin simulaattorin kokoaminen ja sen parametointi. Viidennessä luvussa tutkitaan säätöpiirin suhteellista stabiiliutta sekä arvioidaan saadut simulointi- ja testitulokset. Luvussa 6 tehdään yhteenveto säädön onnistumisesta Quanser QUBE Servo 2 -järjestelmälle ja annetaan mahdolliset kehitysehdotukset.

2. QUANSER 2 -SERVOKIEKKOJÄRJESTELMÄ

2.1 DC-moottoreiden yleispiirteet

DC-moottoreita on erilaisia, kuten esimerkiksi kestopagneettisia tai sarjallisia tasavirtamoottoreita, mutta niiden toiminnan peruseriaate pysyy samana. Moottorin voimantuotto perustuu staattorin ja roottorin väliseen vuorovaikutukseen. Staattori viittaa DC-moottorin paikalla olevaan osaan, joka tuottaa moottorille magneettikentän kestopagneeteilla tai keloilla. Sen sijaan staattorin sisällä sijaitsevan roottorin läpi johdetaan sähkövirtaa, jolloin roottori alkaa pyörimään magneettikentän vaikutuksesta. Roottorin liikettä ylläpitää kommutaattori, joka on vastuussa virran tuottamisesta ja kääntämisestä jokaisella puolikierröksellä.

2.2 Quanser 2 -järjestelmä

Työssä käytetään Quanserin QUBE-Servo 2 servojärjestelmää, jota ajaa kuluttajakäyttöön suunniteltu harjallinen, pienen kokoluokan tasavirtamoottori. Harjalliset DC-moottorit soveltuvat hyvin alhaisia vääntömomenteja vaativiin ohjaustehtäviin, joissa voidaan tarvita isoja askelvastemuutoksia. Quanser 2 -järjestelmä on modulaarinen, ja sen moottoriakselille voi kiinnittää erilaisia komponentteja eri käyttötarkoituksia varten. Servomoottorin mukana tulevat mittausjärjestelmät ovat suunniteltu mittaamaan heilurin ja servokiekon kääntymiskulmaa.



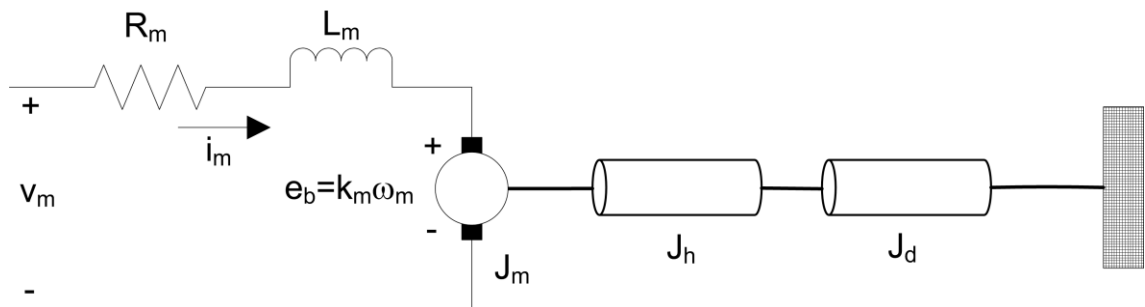
Kuva 1. QUBE-Servo 2 -järjestelmä, johon on kiinnitetty inertia kiekko

2.3 DC-moottorin mallinnus

Mallinnus ja mallit ovat erittäin tärkeitä haluttaessa ymmärtää ja hallita dynaamisia ilmiöitä. Mallinnuksen tavoitteena on arvioida todellisen järjestelmän toimintaa tarpeeksi tarkasti, jotta todellisesta järjestelmästä luotu malli kykenee toimimaan samalla tavalla. Toisin sanoen mallintaminen mahdollistaa todellisen järjestelmän simuloimisen, tutkimisen ja altistamisen erilaisille ärsykkeille. Jos luotu malli on tarpeeksi hyvä, sillä voidaan ennakoida ja hallita järjestelmän tilojen käyttäytymistä. Seuraavaksi johdetaan valmistajan dokumenttien perusteella DC-moottorin matemaattis-fysikaalinen malli.

2.4 Servomoottorin differentiaaliyhtälöt ja alkeislohkomalli

Moottorin piirikaavio on kuvassa 2 ja moottorin parametrit taulukossa 1 [2].



Kuva 2. QUBE-Servo 2 moottorimalli kuorman kanssa

Tasavirtamoottorin akselin hitausmomentti on J_m . Akseliin on kiinnitetty latausasema ja irtokiekko, joiden hitausmomentit ovat J_h ja J_d . R_m ja L_m kuvaavat vastaavasti moottorijärjestelmän resistanssia ja induktanssia. DC-moottorin liikettä vastustaa sähkömotorinen voima $e_b(t)$, joka on suoraan verrannollinen moottorin akselin pyörimisnopeuteen ω_m :

$$e_b(t) = k_m \omega_m(t), \quad (2.1)$$

Jossa k_m on moottorin sähkömotorisen voiman vakio.

Taulukko 1: QUBE-Servo 2 järjestelmäparametrit

Symboli	Kuvaus	Arvo
Tasavirtamoottori		
R_m	Sisäinen resistanssi	8,4Ω
k_t	Vääntömomenttivakio	0,042 Nm/A
k_m	Sähkömotorisen voiman vakio	0,042 V/(rad/s)
J_m	Roottorin inertia	$4,0 \times 10^{-6} \text{kg m}^2$
L_m	Roottorin induktanssi	1,16 mH
m_h	Latausaseman massa	0,0106 kg
r_h	Latausaseman säde	0,0111 m
J_h	Latausaseman inertia	$0,6 \times 10^{-6} \text{kg m}^2$
Inertiakiekkko		
m_d	Inertiakiekkon massa	0,053 kg
r_d	Inertiakiekkon säde	0,0248 m

Moottorin akselin kääntymiskulma on kulmanopeuden derivaatta, joten derivaatan differentiaaliyhtälö johdetaan säätösuunnittelua varten virtapiiriin mallista. Kirchoffin jännitelaisista voidaan johtaa järjestelmän virtapiirille jännitteiden summa:

$$v_m(t) - R_m i_m(t) - L_m \frac{di_m(t)}{dt} - k_m \omega_m(t) = 0. \quad (2.2)$$

Induktanssin vaikutus on merkityksetön suhteessa moottorin resistanssiin, joten se voidaan merkitä nolaksi. Tällöin saadaan:

$$v_m(t) - R_m i_m(t) - k_m \omega_m(t) = 0. \quad (2.3)$$

Ratkaistaan yhtälöstä moottorin virta $i_m(t)$:

$$i_m(t) = \frac{v_m(t) - k_m \omega_m(t)}{R_m}. \quad (2.4)$$

Moottorin akseliin kohdistuu roottorin, latausaseman ja inertiakiekkon yhteenlaskettu hitausmomentti:

$$J_{eq} = J_m + J_h + J_d. \quad (2.5)$$

Tällöin akseliin kohdistuva vääntömomentti voidaan lausua kokonaishitautsmomentin ja kulmanopeuden derivaatan, eli kulmakihtyvyyden avulla:

$$J_{eq}\dot{\omega}_m(t) = \tau_m(t). \quad (2.6)$$

Inertiakiekolle pätee yleinen ohuen sylinterin rajatapaus ja sen hitausmomentti on:

$$J_d = \frac{1}{2} m_d r_d^2. \quad (2.7)$$

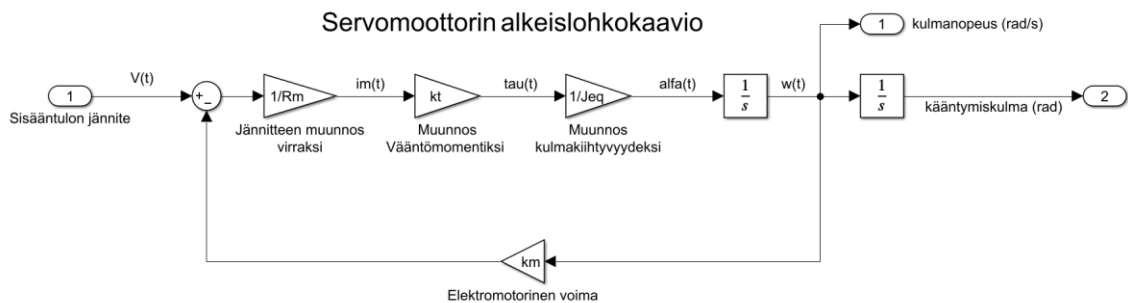
Virran moottorin akseliin tuottama vääntömomentti on:

$$\tau_m(t) = k_t i_m(t), \quad (2.8)$$

Jossa k_t on vääntömomenttivakio. Koska vääntömomentti tunnetaan kokonaishitautusmomentin ja virran suhteen, voidaan muodostaa differentiaaliyhtälö kulmanopeuden derivaatalle

$$\begin{aligned} \tau_m(t) &= J_{eq}\dot{\omega}_m(t) = k_t i_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) &= \frac{k_t v_m(t) - k_m \omega_m(t)}{J_{eq} R_m} \\ \dot{\omega}_m(t) &= \frac{k_t}{J_{eq} R_m} v_m(t) - \frac{k_t k_m}{J_{eq} R_m} \omega_m(t). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Differentiaaliyhtälöstä voidaan muodostaa alkeislohkokaavio, jonka Simulink-toteutus on kuvassa 3.



Kuva 3. Servomoottorin alkeislohkokaavio

Kuvan 3 alkeislohkokaavio kuvaa servomoottorin mallia ohjaukseen jännitteestä kääntymiskulmaan.

2.5 Siirtofunktio malli

Säätösuunnittelua voidaan helpottaa huomattavasti, jos järjestelmän epälineaarinen malli oletetaan ja approksimoidaan lineaarisella järjestelmällä paikallisessa toimintaympäristössä. Lineaarisuus harvoin toteutuu todellisilla järjestelmillä, mutta linearisointi on perusteltu silloin kun järjestelmän epälineaaristen osien vaikutus toimintaympäristössä on pieni [3, s.158]. Työn servomoottorijärjestelmästä tiedetään, että prosessin lineaariset osat dominoivat dynamiikkaa. Approksimoidaan että

järjestelmä on lineaarisesti aikainvariantti (eng. *Linear Time Invariant, LTI*), eli järjestelmän dynamiikka säilyy samana riippumatta ajanhetkestä sekä järjestelmä toteuttaa homogeenisuuden ja superpositioperiaatteen. Homogeenisuus vaatii järjestelmän sisääntulojen tuottavan niitä vastaavat ulostulojen vasteet. Superpositioperiaatteella sen sijaan viitataan skaalaustekijöiden säilymiseen sisään- ja ulostulon välillä. Sisään- ja ulostulojen välisen suhteen kuvaamisessa hyödynnetään siirtofunktiota, joka voidaan saada tälle järjestelmälle Laplace-muuntamalla edellä saatu aikatason differentiaaliyhtälö s -tason siirtofunktioksi. Lisäksi laitevalmistaja käyttää ainoana sisääntulona ohjausjännitettä ja ulostulona voidaan mitata ainoastaan kiekon kääntymiskulmaa, minkä seurauksena kyseessä on SISO-järjestelmä (eng. *Single Input – Single Output*). SISOLTI-järjestelmälle voidaan hyödyntää LTI-järjestelmille johdettuja Laplace-muunnoksia [3]:

$$sW(s) = \frac{k_t}{J_{eq}R_m}V(s) - \frac{k_t k_m}{J_{eq}R_m}W(s), \quad (2.10)$$

jossa $W(s)$ ja $V(s)$ ovat kulmanopeuden ja ohjausjännitteen L-muunnokset ja jossa s on Laplace-muuttuja. Ratkaistaan siirtofunktio ratkaisemalla kulmanopeuden ja jännitteen suhde.

$$\begin{aligned} \left(\frac{J_{eq}R_m}{k_t}s + k_m\right)W(s) &= V(s) \\ \equiv \frac{W(s)}{V(s)} = G(s) &= \frac{k_t}{J_{eq}R_ms + k_t k_m} \\ &= \frac{1}{\frac{J_{eq}R_m}{k_t k_m}s + 1}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Siirtofunktio vastaa 1. kertaluokan viiveetöntä ja nollatonta järjestelmää, jonka aikavakio $\tau = \frac{J_{eq}R_m}{k_t k_m}$ ja DC-vahvistus $K = \frac{1}{k_m}$. Kun muodostetaan malli ohjausjännitteestä kääntymiskulmaan, niin järjestelmässä on integraattori sarjaan kytkettynä, jonka avulla mittaus kääntymiskulmasta saadaan. Järjestelmän lopulliseksi siirtofunktioksi saadaan:

$$G(s) = \frac{1}{s \left(\frac{J_{eq}R_m}{k_t k_m}s + 1 \right)}. \quad (2.12)$$

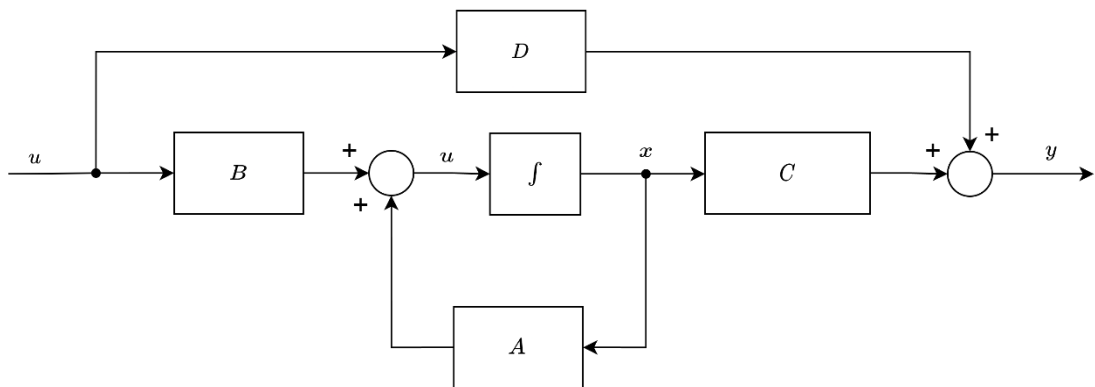
Integraattorin seurauksena kyseessä on viiveettömän aikavakiovahvistusmallin ja integraattorin sarjaan kytkentä.

2.6 DC-moottorin tilamalli, ohjattavuus ja havaittavuus

Aikajatkuvat SISOLTI-järjestelmät toteuttavat tiladifferentiaaliyhtälöryhmän:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (2.13)$$

Jossa $x \in \mathbb{R}^n$ on järjestelmän tiloista muodostettu tilavektori, $y \in \mathbb{R}$ on mitattujen ulostulojen vektori, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ on dynamiikkamatriisi, $B \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ on ohjausmatriisi, $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ on mittaamatriisi ja $D \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ on suoravaikutusmatriisi. Tilamallia (2.13) vastaava alkeislohkokaavio on kuvassa 4.



Kuva 4. SISOLTI-järjestelmän tilaesitys

Muodostetaan järjestelmän tilamalli kirjoittamalla saadut differentiaaliyhtälöt (2.9) tiladifferentiaaliyhtälön (2.13) mukaiseen muotoon. Valitaan järjestelmän tiloiksi integraattoreiden ulostulot, eli kääntymiskulma θ ja kulmanopeus $\omega = \dot{\theta}$:

$$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = \dot{\theta} \end{cases} \quad (2.14)$$

Sijoitetaan tilamuuttujat:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{k_t}{J_{eq}R_m} v_m(t) - \frac{k_t k_m}{J_{eq}R_m} \omega_m(t) = \frac{k_t}{J_{eq}R_m} u - \frac{k_t k_m}{J_{eq}R_m} x_2 \end{cases} \quad (2.15)$$

Muodostetaan tilojen derivaatoista ensin A ja B -matriisit:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_t k_m}{J_{eq}R_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_t}{J_{eq}R_m} \end{bmatrix} u \quad (2.16)$$

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_t k_m}{J_{eq} R_m} \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_t}{J_{eq} R_m} \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (2.17)$$

Ulostulona on vain kääntymiskulma. Haetaan C ja D -matriisit:

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0u \quad (2.18)$$

$$\begin{cases} C = [1 \quad 0] \\ D = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

Käytännön järjestelmissä suoravaikutusmatriisi on usein nolla. Sen sijaan säätimissä D on usein nolasta poikkeava. Ratkaistaan tilamallin ominaisarvot dynamiikkamatriisista A :

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - A) &= \det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_t k_m}{J_{eq} R_m} \end{bmatrix} \right) \\ &= \det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda + \frac{k_t k_m}{J_{eq} R_m} \end{bmatrix} \right) \\ &= \lambda^2 + \lambda \frac{k_t k_m}{J_{eq} R_m} = 0 \\ \lambda &= \frac{-\frac{k_t k_m}{J_{eq} R_m} \pm \sqrt{\left(\frac{k_t k_m}{J_{eq} R_m}\right)^2}}{2} = \frac{-10,0485 \pm \sqrt{(10,0485)^2}}{2} \\ \lambda_1 &= 0, \quad \lambda_2 = -10,0485 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Järjestelmällä on yksi napa origossa ja toinen negatiivisella reaaliakselilla, eli järjestelmä on marginaalisesti stabiili.

Järjestelmän mallin on oltava ohjattava ja havaittava, jotta sille voidaan muodostaa tilatakaisinkytkentä ja vastaavasti tilahavaitsija. Ohjattavuudella tarkoitetaan järjestelmän sisääntulojen kykyä ohjata sen tilaa, kun taas havaittavuus määrittää, milloin järjestelmän tila on määritettävissä mittauksesta y ja ohjauksesta u . [5] Ohjattavuuden ja havaittavuuden selvittämiseen on olemassa eri tapoja. Ohjattavuudelle on olemassa seuraava testimatriisi [3, s. 169]:

$$C_0 = [B \quad AB \cdots A^{n-1}B]. \quad (2.20)$$

Jotta järjestelmä olisi ohjattava, täytyy C_0 :n determinantin olla nolasta poikkeava. Tässä työssä tutkittavan järjestelmän testimatriisi on:

$$C_o = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k_t}{J_{eq} R_m} \\ \frac{k_t}{J_{eq} R_m} & -\frac{k_t^2 k_m}{J_{eq}^2 R_m^2} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Lasketaan testimatriisin (2.21) determinantti:

$$\det(C_o) = -57421.$$

Matriisipari (A, B) on ohjattava. Tällöin mallille voidaan asettaa navat mielivaltaisesti kompleksitasoon säätösuunnittelua varten. Aström ja Murray [3, s. 203] antaa myös havaittavuudelle seuraavan testimatriisin, jossa tämän työn testimatriisille pätee $n = 2$:

$$O_b = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$O_b = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Havaittavuuden ehto täyttyy, jos testimatriisin determinantti on nolasta poikkeava:

$$\det(O_b) = 1.$$

Matriisipari (C, A) on havaittavissa. Havaittavuuden seurauksena järjestelmän kaikki tilat ovat saatavissa mittauksesta ja ohjauksesta ja sille on mahdollista suunnitella tilahavaintsija.

3. TILATAKAISINKYTKETTY SÄÄTÖ

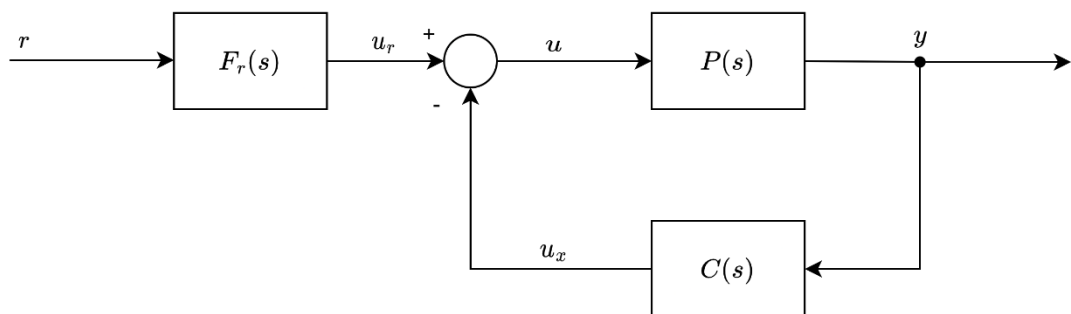
3.1 Prosessimallin ominaisuudet

Prosessimallin tietyt ominaisuudet tekevät tilatakaisinkytkennästä ja redusoidusta tilahavaintijasta hyviä säätimiä työn järjestelmälle. Järjestelmän dynamiikka tunnetaan hyvin ja koska mittaustiedon laatu ja resoluutio ovat hyvät, niin laadukkaan estimaatin muodostaminen redusoidulla havaintijalla on mahdollista. Lisäämällä järjestelmään vielä asetusarvosuodin voidaan mahdollistaa suurikokoisten askelsignaalien käyttö servotehtävässä ilman, että ohjaus on pitkän aikaa maksimiarvossaan.

3.2 Tilatakaisinkytkentä

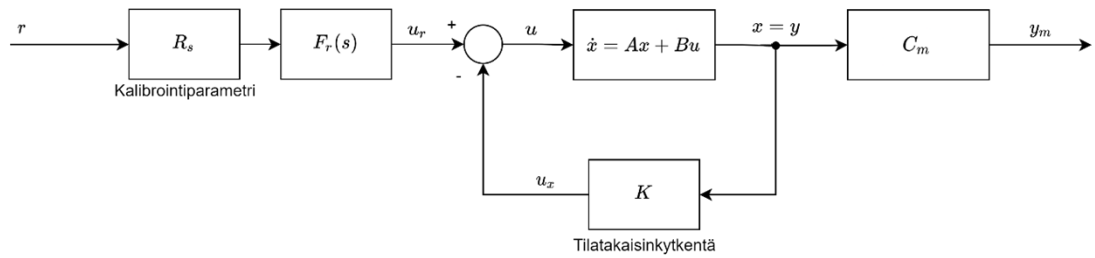
Muodostetaan järjestelmälle takaisinkytketty säätöpiiri, johon ensin suunnitellaan tilatakaisinkytkentä tässä aluvussa. Havaintijan lisääminen säätöpiiriin käydään aluvussa 3.4 ja koko säätöpiirin parametointia käydään läpi luvussa 4.

Tätä työtä vastaava yleinen takaisinkytketyn säätöpiirin 2DOF-malli voidaan muodostaa esimerkiksi seuraavalla tavalla:



Kuva 5. Takaisinkytketty järjestelmä asetusarvosuotimella.

jossa $P(s)$ on servomoottorin malli, $C(s)$ on säädin ja $F_r(s)$ on asetusarvosuodin. Säädin $C(s)$ voitaisiin sijoittaa myös lohko-kaavion menohaaraan. Kuvan 5 mukainen säätörakenne voidaan muodostaa tilamallille seuraavasti:



Kuva 6. Täyden tilan tilatakaisinkytkentä

Täyden tilan tilatakaisinkytkennässä kaikkia tiloja hyödynnetään takaisinkytkennän muodostamiseen riippumatta mitatuista tiloista C_m . Tilatakaisinkytkentävektorin K oikean valinnan avulla on järkevää toteuttaa järjestelmälle esitetyt vaatimukset stabiiliuden ja regulointitehtävän suhteen. Kalibrointiparametri R_s mitoitetaan sopivaksi siten, että ajan kuluessa mittaus y lähestyy asetuservoa r , jolloin asetuservon ja ulostulon välisen mallin DC-vahvistus on yksi. Kalibrointiparametri ei siis vaikuta järjestelmän stabiiliuteen [3, s. 176]. Kuvan 6 ohjaus on:

$$u(t) = u_x(t) + u_r(t) = -Kx(t) + R_s r, \quad (3.1)$$

jossa $u_x(t)$ on tilatakaisinkytkentähaaran tuottama ohjaus ja $u_r(t)$ on referenssihaaran antama ohjaus. Sijoittamalla ohjaus (3.1) tiladifferentiaaliyhtälöön (2.13) saadaan takaisinkytketyn järjestelmän differentiaaliyhtälö:

$$\dot{x} = (A - BK)x + BR_s r \quad (3.2)$$

$$\dot{x} = A_s x + BR_s r \quad (3.3)$$

jossa A_s on dynamiikkamatriisi:

$$A_s = A - BK. \quad (3.4)$$

Vaatimusmäärittelyt voidaan toteuttaa valitsemalla K siten, että A_s -matriisin ominaisarvot ovat haluttuja. Takaisinkytketyn järjestelmän karakteristisella yhtälöllä ja järjestelmän navoilla on yhteys [3, s. 181]:

$$\det(sI - A + BK) = (s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n), \quad (3.5)$$

jossa p_n ovat navat halutuissa paikoissa kompleksitasossa. Järjestelmä on toista kertaluokkaa, joten takaisinkytketylle järjestelmälle täytyy asettaa kaksi napaa. Järjestelmälle halutaan mahdollisimman lyhyt asettumisaika, jolloin kuorman kääntymiskulman vaste halutaan olevan nopea. Kun K on valittu, niin R_s mitoitetaan takaisinkytketyn järjestelmän inverssiksi kun $D = 0$, jolloin saadaan ulostulo taas vastaamaan asetuservoa:

$$R_s = (C_m A_s^{-1} B)^{-1} = -\frac{1}{C_m (A - BK)^{-1} B}. \quad (3.6)$$

K :n ja R_s :n mitoituksen myötä lopputuloksena on saatu täyden tilan tilatakaisinkytkentä. Signaalin tulohaaraan on kalibrointiparametrin lisäksi järkevä mitoittaa asetusarvosuodin, jotta asetusarvomutoksien aiheuttamia ohjauspiikkejä voidaan rauhoittaa. Suotimen aikavakion täytyisi olla tarpeeksi pieni, jotta piiri ei hidastu liikaa, mutta ei kuitenkaan liian pieni, ettei transienttivaiheen suorituskyky heikkene liikaa [6].

3.3 Estimaattorin matemaattinen luonne

Koska todellisessa järjestelmässä ei useinkaan voida mitata kaikkia tiloja, niin puuttuvat tilat voidaan estimoida redusoidun havaitsijan avulla. Tilaestimoinnissa muodostetaan estimaatille tilamalli samalla tavalla kuin alkuperäinen prosessin tilamalli ja lisätään tilamalliin estimointivirheen korjaustermi:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y_m - C_m\hat{x}), \\ y_m = C_mx \end{cases}, \quad (3.7)$$

Jossa \hat{x} on estimoitu tila ja L on estimaattorin, eli suunnitellun havaitsijan vahvistuskerroin. Johdetaan estimointivirheen kaava:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} &= (A - LC_m)x - (A - LC_m)\hat{x} \\ &= (A - LC_m)\tilde{x}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Estimointivirheen kaava on duaalinen tilatakaisinkytkennän dynamiikkamatriisin yhtälön (3.4) kanssa [4, s. 764]. Tällöin estimaattorin vahvistuskerroin voidaan ratkaista samalla napojenasettelumenetelmällä (3.5) kuin tilatakaisinkytkennän tapauksessa. Duaalisuuden kautta voidaan hakea yhteys tilatakaisinkytkentävahvistuksen K ja vahvistuskertoimen L laskennan välille ottamalla vastaavat tekijät (3.8), joilla havaitsija muodostetaan ja transponoimalla ne

$$A \leftrightarrow A^T \quad B \leftrightarrow C_m^T \quad K \leftrightarrow L^T. \quad (3.9)$$

Duaalisuudesta seuraa, että dynamiikkamatriisin (3.4) tavoin matriisin $(A - LC_m)$ täytyy olla reaali-osiltaan negatiivinen, jotta estimaattori lähestyy todellisia tilan arvoja ja jotta estimaattori on varmasti stabiili. Estimaattorin ominaisuudet voidaan määrätä vahvistuskertoimen L valinnalla samalla tavalla kuin tilatakaisinkytkennässä.

Vahvistus vaikuttaa estimointivirheeseen ja siten vahvistuskertoimen suunnitteluun. Jos vahvistuskerroin valitaan lähemmäksi origoa suhteessa tilatakaisinkytkentävahvistukseen K , estimaattorin dynamiikka alkaa dominoimaan järjestelmää ja estimointivirheen vaikutus näkyy järjestelmän vasteessa. Vastavuoroisesti vahvistuskertoimen napojen valitseminen suhteessa kauemmaksi origosta saa estimointivirheen suppenemaan nopeasti, mutta samalla mittauskohinan suodattaminen vähenee. Kirjallisuudessa tarjotaan erilaisia yleissääntöjä

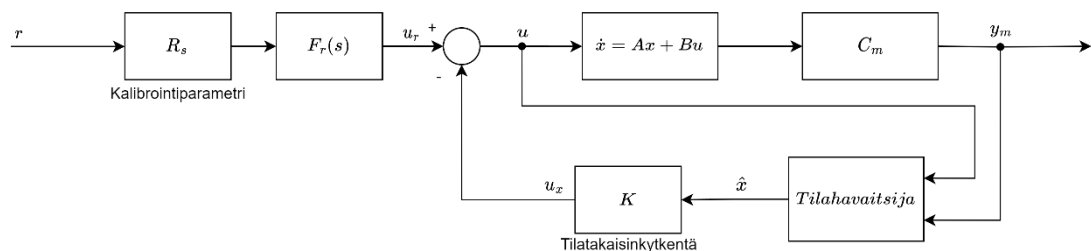
tilavahvistuksen L napojen valitsemiselle, mikä on tyypillisesti 2–5 kertaa kauempana tilatakaisinkytkennän ominaisarvoista. [5] Tässä työssä voidaan kuitenkin virittää konvergoitumisnopeus vielä nopeammaksi, koska saatavan mittaustiedon laatu on hyvä.

3.4 Redusoitu tilahavaintsija

Redusoidussa tilahavaintsijassa muodostetaan tulevien ohjausten ja mitattujen ulostulojen perusteella uusi tilavektori, jossa on yhdessä mitattu kääntymiskulma ja kulmanopeudesta muodostettu estimaatti:

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ \hat{\dot{\theta}} \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Lisäämällä redusoitu tilahavaintsija tilatakaisinkytkentään voidaan muodostaa kuvan 7 säädinrakenne:



Kuva 7. Redusoitu tilahavaintsija yhdistettynä tilatakaisinkytkentään

Redusoidun havaintsijan kertaluokka on tässä yhtä pienempi kuin prosessimalli, jolloin havaintsija on ensimmäistä kertaluokkaa ja sen avulla voidaan sijoittaa yksi napa. Tällöin tilatakaisinkytkennän ja havaintsijan muodostama säädin on 2. kertaluokkaa.

Täyden tilan tiladifferentiaaliyhtälö voidaan edelleen muokata vastaamaan redusoitua tilahavaintsijaa. Jaetaan ensin täyden tilan tiladifferentiaaliyhtälö (2.19) tunnettuihin ja tuntemattomiin osiin [4, s. 778]:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ B_b \end{bmatrix} u \\ y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \end{cases}, \quad (3.11)$$

Jossa kummankin tilan rivistä voidaan uudelleen johtaa perusmuotoinen tiladifferentiaaliyhtälö (2.13). Koska A on neliömatriisi ja A :n matriisidimensiot ovat kaikille osatekijöille $(2 - 1) = 1$, niin kaikki käsiteltävät osatekijät ovat skalaareita ja jako voidaan toteuttaa. Kulmanopeuden muodostama estimoitava tila sekä kääntymiskulman tila ovat:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = A_{aa}\theta + A_{ab}\dot{\theta} + B_a u \\ \ddot{\theta} = A_{ba}\theta + A_{bb}\dot{\theta} + B_b \dot{u} \end{cases} \quad (3.12)$$

Näistä voidaan johtaa täyden tilan havaitsijaa vastaavat matriisit A , B ja C sekä niistä edelleen estimointivirheen yhtälön mukainen muoto. Redusoidun tilahavaitsijan määrittämistä varten on tehty seuraavat sijoitukset [4, s. 779]:

Taulukko 2: Sijoitukset redusoidun havaitsijan tilaesitystä varten

Täyden tilan tilahavaitsija	Redusoitu tilahavaitsija
\tilde{x}	$\dot{\theta}$
$A (n \times n)$ matriisi	$A_{bb} (n-1) \times (n-1)$ matriisi
Bu	$A_{ba}\theta + B_b u$
y	$\dot{\theta} - A_{aa}\theta - B_a u$
C_m	A_{ab}
$L(n \times 1)$ matriisi	$L((n-1) \times 1)$ matriisi

Nyt $A_{ab} \neq 0$ ja skalaari, jolloin havaittavuuden ehto prosessille täyttyy (2.22) redusoidun tilahavaitsijan tapauksessa. Johdetaan redusoidun havaitsijan estimointivirheen yhtälö, jotta voidaan hyödyntää edellä todettua duaalisuutta (3.9):

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \hat{\theta} = (A_{bb} - LA_{ab})\dot{\theta} - (A_{bb} - LA_{ab})\hat{\theta} = (A_{bb} - LA_{ab})\tilde{\theta} \quad (3.13)$$

Tästä voidaan edelleen johtaa samalainen yhteys havaitsijan navoille, kuin mitä johdettiin tilatakaisinkytkennälle (3.5):

$$\det(sI - A_{bb} + LA_{ab}) = (s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n). \quad (3.14)$$

Kuten pätee myös täyden tilan tilahavaitsijalle, Ogata [4, s. 783] esittää myös suoraan redusoidun havaitsijan ja tilatakaisinkytkennän muodostaman järjestelmän karakterisen yhtälön

$$|sI - A + BK||sI - A_{bb} + LA_{ab}| = 0, \quad (3.15)$$

Josta seuraa, että tilatakaisinkytkentä ja estimaattori eivät vaikuta toistensa stabiiliusominaisuuksiin. Koska molemmat osat on suunniteltu edellä mainittujen ehtojen mukaisesti, tilatakaisinkytkentä ja redusoitu tilahavaitsija ovat erikseen varmasti stabiileita.

4. SIMULAATTORIN RAKENTAMINEN

4.1 Säättöavoitteet

Takaisinkytketylle järjestelmälle on asetettu seuraavat vaatimusmäärittelyt:

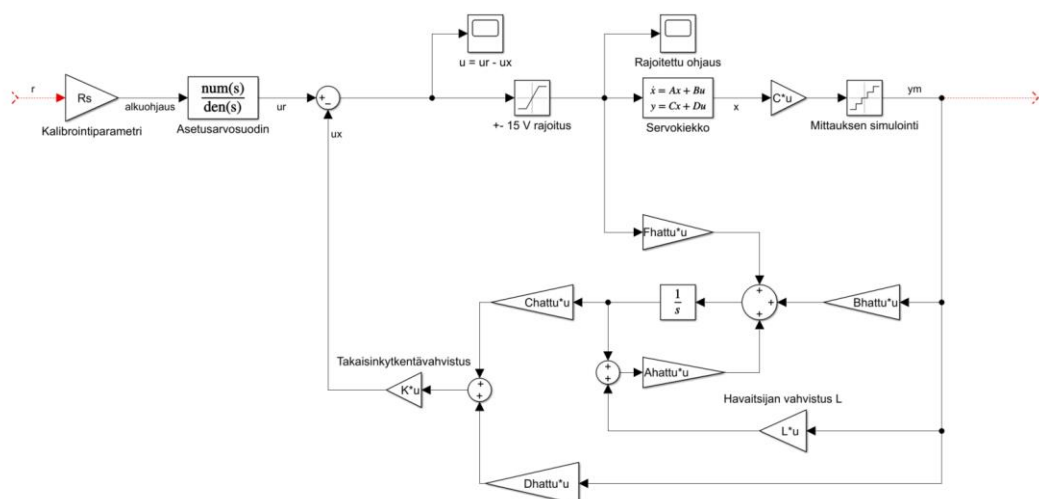
- Vasteen asettumisajan on oltava mahdollisimman lyhyt.
- Vaihevara on vähintään 45 astetta.
- Järjestelmän askelvasteen prosentuaalinen ylitys on $\leq 10\%$.
- Ohjausjännitteen pitää pysyä $\pm 15\text{ V}$ kaikilla ajanhetkillä.

Järjestelmän mittayksikkönä toimivat radiaanit ja kiekkoa voidaan siirtää niin monta kierrosta kuin halutaan haluttuun kulmaan. Pyritään virittämään järjestelmä niin, että maksimiohjausjännite tavoitetaan n . kierroksen kohdalla, jonka jälkeen kiekkoa ohjataan maksimijännitteellä, kunnes kiekko saavuttaa halutun kulman. Tällöin askelvasteella 2π radiaania saavutetaan maksimijännite.

Otetaan virityksessä huomioon $\pm 10\%$ vaihtelu ohjausjännitteessä ja pieni mittausvirhe. Hyvä mittausresoluutio mahdollistaa järjestelmän virittämisen nopeaksi ja suotimen aikavakion valinnan varsin pieneksi.

4.2 Simulaattorin rakenne

Simulaattorin lohkokaavio on annettu kuvassa 8:



Kuva 8. Simulaattori

Simulaattoria varten on johdettu lisää osatekijöitä alkuperäisten tiladifferentiaaliyhtälöiden pohjalta lähteen [4] mukaan:

$$\begin{aligned}
\hat{A} &= A_{bb} - LA_{ab} \\
\hat{B} &= \hat{A}L + A_{ba} - LA_{aa} \\
\hat{C} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
\hat{D} &= \begin{bmatrix} 1 \\ L \end{bmatrix} \\
\hat{F} &= B_b - LB_a
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Simulaattorin estimoivan osan tulos ja valmis mittaus pinotaan oikeankokoisiksi vektoreiksi \hat{C} ja \hat{D} matriiseiden avulla. Vasta \hat{C} ja \hat{D} matriisien summaus antaa kysytyn kulmanopeuden estimaatin ja samalla läpi päästetty kääntymiskulman arvo on mukana saadussa vektorissa (3.10).

4.3 Simulaattorin parametrisointi

Koska servomoottorin malli todettiin muodoltaan 2. kertaluokan nollattomaksi yhtälöksi, voidaan parametroida tilatakaisinkytkennän vahvistus K valitsemalla haluttu vaimennussuhde ζ ja luonnollinen kulmataajuus ω_n . Suunnitellaan tilatakaisinkytkentä toteuttamaan annetut stabiiliusvaatimukset ja viritetään järjestelmä samalla nopeaksi. 2. asteen karakteristisesta yhtälöstä saadaan ratkaistua K :n navat:

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}. \tag{4.2}$$

Åstrom ja Murray [3 s.184] esittävät analyyttisen ratkaisun 2. asteen järjestelmille, jossa ζ voidaan laskea suoraan halutulle maksimiylitykselle:

$$M_p = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{4.3}$$

Valitaan vaihevaraksi hieman tavoitetta suurempi 50 astetta, mikä antaa arviolta 18% ylityksen. Vaimennussuhteeksi saadaan:

$$\zeta = 0,4791.$$

Luonnollinen kulmataajuus voidaan taas mitoittaa siten, että järjestelmän vasteesta saadaan nopea. Valitaan asettumisajaksi esimerkiksi

$$T_s = 0,25 \text{ s},$$

Jolloin 2% kriteerillä saadaan kulmataajuuden arvoksi

$$T_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

$$\omega_n = 33,396.$$

Tällöin napojen paikoiksi saadaan:

$$p_{1,2} = -16 \pm 29,3136i.$$

Matlabissa takaisinkytkentävahvistus K voidaan ratkaista Ackermannin kaavalla ja edelleen vahvistusta vastaava kalibrointiparametri:

$$K = acker(A, B, p_{1,2})$$

$$K = [4,6616 \quad 0,0918]$$

$$R_s = 4,6616.$$

Kuten aiemmin todettu, tilahavaintsijan täytyy olla dynamiikaltaan tilatakaisinkytkentää nopeampi. Estimoinnin konvergointinopeutta voidaan kasvattaa asettamalla havaintsijan napa kauas origosta. Valitaan napa n . 10 kertaa kauemmaksi tilatakaisinkytkennän napojen reaaliin nähden:

$$p_h = -150.$$

Haetaan tarvittavien matriisien arvot:

$$A_{bb} = -\frac{k_t k_m}{J_{eq} R_m} = -10,0485$$

$$A_{ab} = 1.$$

Samalla napojenasettelumenetelmällä havaintsijan vahvistukseksi saadaan:

$$L = acker(A_{bb}^T, A_{ab}^T, p_h)^T = 139,9515.$$

Nyt voidaan laskea simulaattorin matriisien arvot:

$$\hat{A} = -150$$

$$\hat{B} = -20993$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} 1 \\ 139,9515 \end{bmatrix}$$

$$\hat{F} = 239,2509$$

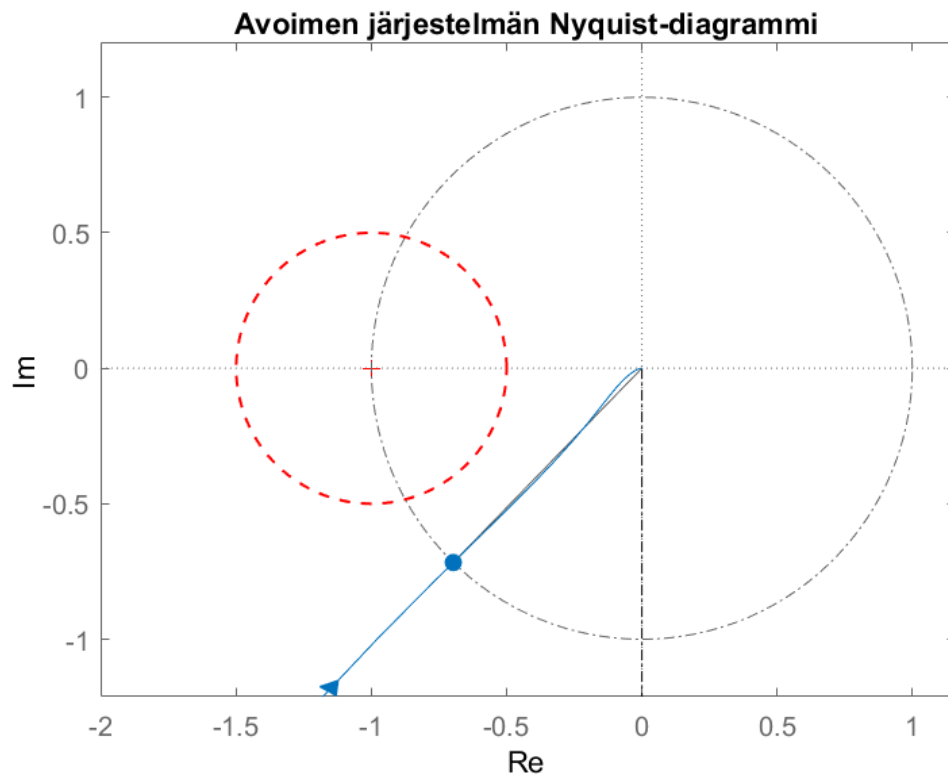
Seuraava asetusarvosuodin saatiin viritettyä hillitsemään isoja ohjauspiikkejä:

$$F_r = \frac{1}{0,035s + 1}$$

5. SIMULOINTI- JA TESTAUSTULOKSET

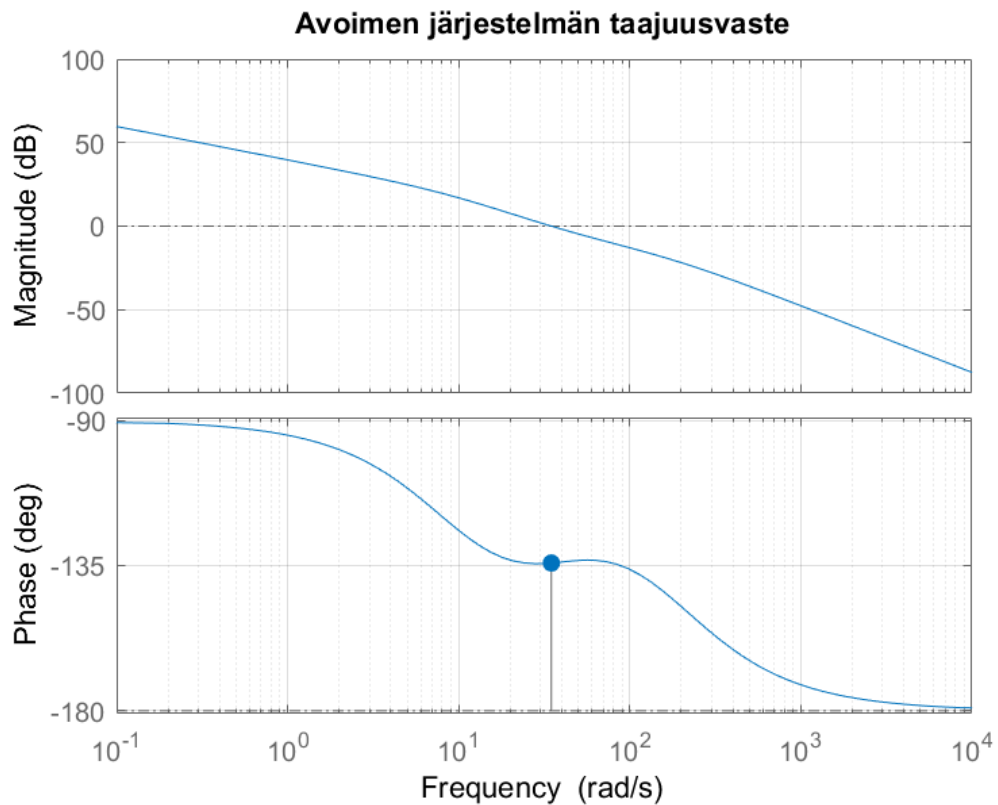
5.1 Stabiiliusanalyysi

Säätösuunnittelusta tiedetään, että suunniteltu tilatakaisinkytkentä ja havaintaja ovat stabiileja. Koko toteutetun säätöpiirin suhteellista stabiiliutta voidaan tutkia tarkastelemalla avoimen järjestelmän taajuusvastetta ja Nyquist kuvaajaa.



Kuva 9. Avoimen järjestelmän Nyquist kuvaaja

Kuvassa 9 punaisella on merkattu stabiiliusvaraympyrä, jolla $s_m = 0,5$. Herkkyysfunktioista saadaan laskettua stabiiliusvara, jolloin stabiiliusvaran arvoksi tulee $s_m = 0,7228$. Tällöin piirin maksimiherkkyys pysyy myös toivotusti alle kahdessa, koska maksimiherkkyys on stabiiliusvaran inverssi [3]. Suuri stabiiliusvara ja kuvat 9 ja 10 viittaavat myös äärettömään ylävahvistusvaraan. Lisäksi ohjausjännite on aina rajoitettu $\pm 15 V$ välille.



Kuva 10. Avoimen järjestelmän taajuusvaste

Takaisinkytketyn järjestelmän vaihevaraksi saatiin suunniteltua pienempi, mutta silti tavoitteiden mukainen $\phi_m = 45,7 \text{ rad/s}$. Viivevara on näennäisen pieni $d_m = 0,023$, mutta se vastaa kuutta näytteenottoväliä tarkoittaen, että mittausresoluutio riittää hyvin järjestelmälle. Suljetun järjestelmän taajuusvasteesta ilmenee, että järjestelmän kaista on varsin suuri $\sim 44,2 \text{ rad/s}$. Syy hieman laskeneeseen vaihevaraan selittyy sillä, että prosessin ja säätimen muodostama järjestelmä on nyt 3. kertaluokkaa, joka eroaa mitoituksesta estimoitavan tilan takia. Mitoitus olisi identtinen, mikäli kaikki tilat olisivat mitattavissa. Tarkistettaessa takaisinkytketyn piirin navat voidaan havaita toteutetun järjestelmän olevan 3. kertaluokkaa:

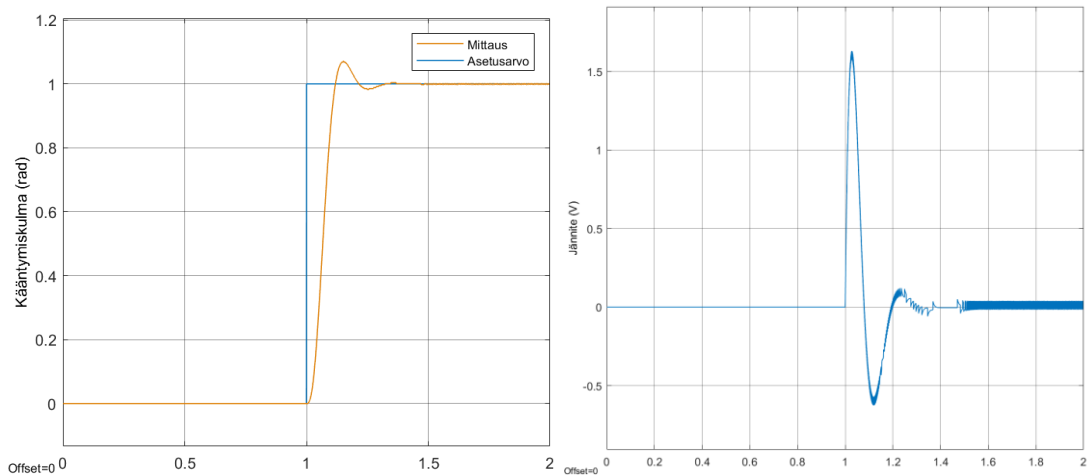
$$p_{1,2} = -16 \pm 29,31i$$

$$p_3 = -150$$

Suunniteltu säätöpiiri saavuttaa asetetut stabiiliusvaatimukset.

5.2 Simulaattorin askelvaste

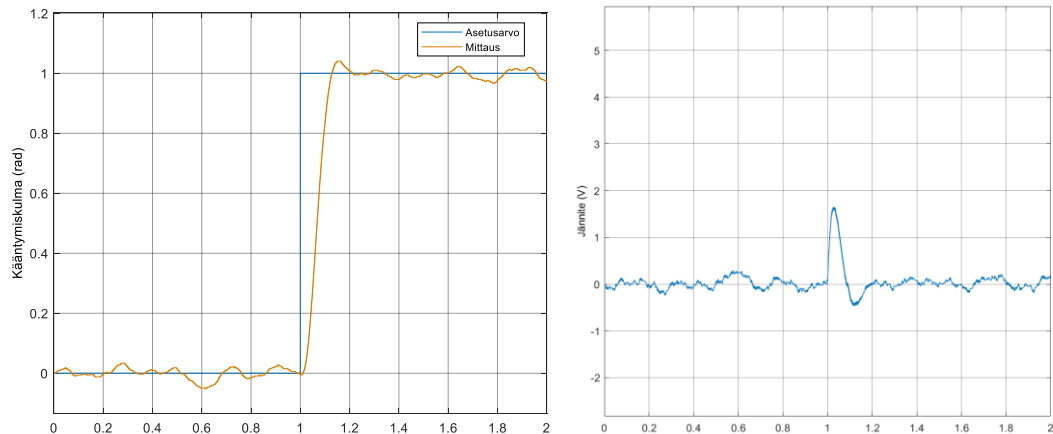
Simulaattorissa otettiin huomioon mittausresoluutio MATLABin Quantizer-lohkon avulla. Samoin asettamalla ohjaus Saturation -lohkon läpi pystyttiin pysäyttämään ohjaus $\pm 15V$ välille, kun asetusarvon muutos on suurempi kuin n. 7 rad . Alustamalla simulaattori edellisen kappaleen parametreilla saatiin seuraavanlainen askelvaste,



Kuva 11. Simulaattorin askelvaste

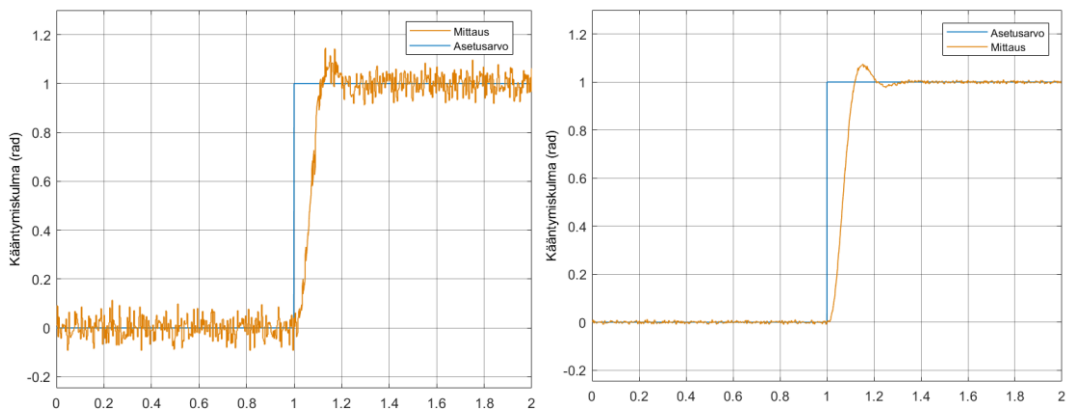
jossa vasemmalla on asetusarvon muutos ja oikealla käytetty ohjausjännite. Signaalin hyppiminen johtuu mitatusta vaihekulman arvosta, koska mitattu arvo otetaan sellaisenaan tilavektoriin ja mittaus jää diskreetiksi. Lopullinen arvo konvergoituu annettuun asetusarvoon. Simulaattoria testattiin eri askelvasteilla ja maksimiylitys jäi 6 – 8% alueelle ja asettumisaika parani tavoitellusta $T_s = 0,25 \text{ s}$ noin 0,2 sekuntiin. Nopeutunut asettumisaika selittyy alipäästösuotimen lisäämisellä, minkä seurauksena alivaimennettu signaali myös vaimeni nopeammin. Vastaavasti suotimen lisääminen järjestelmään hidasti sen nousuaikaa n. 40 millisekunnista 70 millisekuntiin ja siirsi maksimiampplitudin paikkaa eteenpäin.

Järjestelmän sietokykyä ohjausvirheelle testattiin lisäämällä prosessin ohjaukseen kohinaa ± 1 voltin alueella:



Kuva 12. Askelvaste kohinaisella ohjauksella (± 1 voltia)

Kuvasta 12 nähdään että piiri kestää hyvin ohjausvirhettä myös pienemmällä askelvasteella. Lisätyn kohinan määrä on liioiteltu todelliseen järjestelmään verrattuna, jolloin voidaan todeta järjestelmän kyky sietää ohjausjännitteen vaihtelua tarpeeksi hyväksi. Piirin kykyä sietää mittausvirhettä testattiin lisäämällä kohinaa suoraan mittaukseen kuvan 13 mukaisesti:



Kuva 13. Lisätty $\pm 0,1$ rad ja $\pm 0,01$ rad virhe mittaukseen

Vasemmanpuoleinen kuvaaja näyttää hyvin, että piiri on riippuvainen hyvänlaatuisesta mittauksesta, koska suoraan mittaukseen lisättyä virhettä piiri ei kykene suodattamaan. Oikeanpuoleinen kuvaaja vastaa paremmin kokoluokaltaan oikeassa järjestelmässä esiintyvää mahdollista mittausvirhettä ja voidaan todeta piirin soveltuvan hyvin asetetun servo- ja regulointitehtävän suorittamiseen.

6. YHTEENVETO

DC-moottorit ovat tyypillisiä teollisuuden laitteita, joilla on hyvät ominaisuudet säädön toteuttamiseen. Kuitenkin monessa tapauksessa mittaustietoja kaikista järjestelmän tiloista ei ole mahdollista saada. Työssä käytetyssä Quanser 2 -servomoottorissa ainoastaan kiekon kääntymiskulman mittaustieto oli saatavilla, joten säädön suunnittelussa haluttiin hyödyntää kulmanopeuden estimoimiseen redusoitua tilahavaintajaa.

Säätösuunnittelun tavoitteita olivat piirin stabiiliuden lisäksi kyky toteuttaa servotehtävä mahdollisimman nopeasti isoilla askelmuutoksilla. Mekatroniikkasovelluksille ominaisesti vaihevaran tavoitetta voitiin laskea $\dot{\theta}_m = 60 \text{ rad/s}$ pienempään arvoon $\dot{\theta}_m = 45 \text{ rad/s}$ ja maksimiylitykseksi vastaavasti $M_s \leq 10\%$. Quanser 2 -servomoottori rajoittaa ohjausjännitteen $\pm 15V$ alueelle. Lisäksi järjestelmän mittausrésoluutio oli $h = 0,00307 \text{ rad/count}$.

Redusoidun tilahavaintajan analyttiseen ratkaisuun ja simulaattorin rakentamiseen hyödynnettiin Ogatan esittämää menetelmää kirjassa Modern Control Engineering sivuilla 764–783. Tilatakaisinkytkennän muodostamiseen käytettiin napojenasettelumenetelmää ja napojen valintakriteerinä käytettiin asettumisaikaa, jonka tavoitteeksi asetettiin $T_s = 0,25 \text{ s}$. Redusoidun havaintajan muodostamista varten ohjattavan prosessin ohjattavuus ja havaittavuus tarkistettiin ja estimoitavaa tilaa varten muodostettiin vastaava tiladifferentiaaliyhtälö, jolle voitiin hyödyntää napojenasettelumenetelmää uudestaan. Napa valittiin estimaattorille siten, että estimaatin konvergoitumisnopeus on mahdollisimman nopea. Viritetyn ensimmäisen kertaluokan asetusarvosuotimen avulla pystyttiin laskemaan prosentuaalinen ylitys alle 10 prosenttiin ja asettumisajan arvo parani 0,2 sekuntiin.

Simulaation toteuttamiseen käytettiin Mathworks:n MATLAB ja Simulink -ohjelmistojen versiota R2021a. Simulointitulokset eri askelvasteilla ja saadut stabiiliusvarat ovat taulukossa 3:

Taulukko 3: Järjestelmän stabiiliusvarat ja simulointitulokset

Vaihevara ϕ_m	45,7°
Ylävahvistusvara	∞
Viivevara d_m	0,023 s
Stabiiliusvara s_m	0,7228
Asettumisaika T_s	~0,2 s
Nousuaika T_r	~70 ms
Prosentuaalinen ylitys M_p	~6 – 8 %

Säätöpiirin kaikki suunnitteluvaatimukset pystyttiin saavuttamaan. Kandidaatintyön tekemisen aikana kohdattujen aika- ja paikkarajoitteiden takia luotua säätöpiiriä ei pystytty testaamaan oikean järjestelmän kanssa. Toisaalta järjestelmän dynamiikka tunnetaan hyvin ja tiedetään, että kyseessä on LTI järjestelmä lukuun ottamatta toimilaitesaturaatiota. Jatkokehityksenä olisi säädön testaaminen oikean järjestelmän kanssa, jotta voitaisiin todentaa piirin toimivuus oikeiden häiriötekijöiden kanssa.

LÄHTEET

- [1] A. Hughes ja B. Drury. "Chapter Three - Conventional D.C. Motors", s. 73–111, teoksessa *Electric Motors and Drives (Fourth Edition)*, Boston: Newnes; 2013.
- [2] "Courseware & Resources - Quanser". <https://www.quanser.com/courseware-resources/> (viitattu 24. lokakuuta 2022).
- [3] K. J. Aström, R. M. Murray. *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. Princeton, NJ: Princeton University Press; 2010.
- [4] K. Ogata. *Modern control engineering*, 5th ed., International ed. Upper Saddle River (NJ): Pearson; 2010.
- [5] Xiangjie Liu. *Systems Control Theory*. Berlin: De Gruyter; 2018.
- [6] T. Hägglund. "A unified discussion on signal filtering in PID control", *Control Eng. Pract.*, vsk. 21, nro 8, s. 994–1006; elo 2013.