Tampereen yliopisto

Inka Ruoste

”YMMÄRSIN VÄLIVAIHEIDEN JA PERUSTELUJEN TÄRKEYDEN”

Itse- ja vertaisarviointien vaikutus oppimiseen matematiikan yliopisto-opinnoissa

Diplomityö
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta
Tarkastajat: Yliopistonlehtori Terhi Kaarakka
Tutkija Vikke Vuorenpää
Maaliskuu 2023

TIIVISTELMÄ

Inka Ruoste: ”Ymmärsin välivaiheiden ja perustelujen tärkeyden”
Diplomityö
Tampereen yliopisto
Teknis-luonnontieteellinen DI-ohjelma
Maaliskuu 2023

Tutkimuksen aiheena oli itse- ja vertaisarviointien vaikutus oppimiseen matematiikan yliopisto-opinnoissa. Tutkimuksessa tutkittiin sekä itse- ja vertaisarvioinnin tekemisen laadun että opiskelijoiden kokemuksen itse- ja vertaisarvioinnin mielekkyydestä suhdetta oppimistuloksiin. Lisäksi tutkittiin, millaisia eroja mies- ja naisoletettujen välillä on havaittavissa edellä mainittuihin teemoihin liittyen.

Tutkimuksessa käytetty aineisto kerättiin Tampereen yliopistolla vuosina 2020 ja 2021 järjestetyiltä toisiaan vastaavilta opintojaksoilta, joilla käsiteltiin muun muassa sarjoja ja niiden suppenemista. Tutkimusaineistona käytettiin opiskelijoiden tekemiä itse- ja vertaisarviointeja, heidän kurssiarvosanojaan ja vuonna 2021 toteutetun kyselyn tuloksia. Aineistoa tutkittiin sekä kvantitatiivisesti että kvalitatiivisesti.

Tutkimuksen perusteella todettiin, että sekä itse- ja vertaisarviointien tekemisen laatu että mielekkyyden kokemus korreloivat oppimistuloksien kanssa. Mitä laadukkaammin arvioinnit oli tehty, sitä parempia arvosanoja oli keskimäärin saavutettu. Mielekkyyden osalta sekä tekemisen helppouden että hyödyllisyyden kokemisen todettiin olevan yhteydessä parempiin oppimistuloksiin.

Mies- ja naisoletettujen välillä havaittiin olevan eroja sekä itse- ja vertaisarviointien tekemisen laatuun että niihin suhtautumiseen liittyen. Naisoletettujen havaittiin tekevän arviointeja laadukkaammin ja pitävät niiden tekemistä miesoletettuja hyödyllisempänä. Naisoletetut kokivat myös saamansa vertaispalautteen hieman miesoletettuja hyödyllisemmäksi.

Avainsanat: itsearviointi, vertaisarviointi, sarjojen suppeneminen

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -ohjelmalla.

ABSTRACT

Inka Ruoste: ”I understood the importance of intermediate steps and justifications”
Master’s Thesis
Tampere University
Master’s Programme in Science and Engineering
March 2023

The topic of the study was the impact of self- and peer assessments on learning in university level mathematics studies. The study examined both the quality of self- and peer-assessment and students’ experiences of the meaningfulness of self- and peer-assessment in relation to learning outcomes. In addition, the study examined the differences between male- and female-assumed genders in relation to these themes.

The research material was collected from courses held at Tampere University in 2020 and 2021, which covered series and their convergence. The data consisted of students’ self- and peer assessments, their course grades, and the results of a survey conducted in 2021. The data was analysed quantitatively and qualitatively.

According to the study, it was found that both the quality of self- and peer-assessments and the experience of meaningfulness correlate with learning outcomes. The better the assessments were made, the higher grades were generally achieved. Regarding meaningfulness, both the ease of completing the assessments and the perceived usefulness were found to be related to better learning outcomes.

Gender differences were observed regarding both the quality of self- and peer-assessment and their experiences of the meaningfulness. Female-assumed were found to make better assessments and find them more useful than male-assumed. Female-assumed also found the peer feedback they received slightly more useful than male-assumed.

Keywords: self-assessment, peer-assessment, convergence of series

The originality of this thesis has been checked using the Turnitin OriginalityCheck service.

ALKUSANAT

Jo aloittaessani diplomityöprosessiani, minulle oli selvää, että haluaisin valita diplomityöni aiheen siten, että se yhdistäisi matematiikkaa ja pedagogiikkaa. Aiheeksi valikoitui lopulta itse- ja vertaisarviointien vaikutus oppimiseen matematiikan yliopisto-opinnoissa. Tutkimusaineisto kerättiin Tampereen yliopiston Tietotekniikan yksikön järjestämiltä matematiikan opintojaksoilta, ja haluaisinkin kiittää kaikkia niitä henkilökunnan jäseniä, jotka ovat mahdollistaneet diplomityöni toteuttamisen.

Suurimmat kiitokset kuuluvat ohjaajilleni yliopistonlehtori Terhi Kaarakalle, tutkija Vikke Vuorenpäälle ja lehtori Elina Virolle. Heitä haluan kiittää saamastani ohjauksesta, joka on ollut kaikin puolin erinomaista ja erityisen kärsivällistä. Diplomityöprosessini on ollut itselleni pitkä ja hetkittäin raskas, mutta ohjaajieni tarjoaman ohjauksen ja tuen ansiosta työ on nyt valmis.

Ohjaajieni lisäksi haluan kiittää ystäviäni ja perhettäni kaikesta tuesta, jota olen heiltä niin diplomityön kuin muunkin opiskelutaipaleeni ajan saanut. Erityisesti haluaisin kiittää opiskelukavereitani, joiden kanssa olemme yhdessä läpi koko yliopisto-opintojen opiskelleet ja tukeneet toinen toisiamme rentoutumista ja hauskanpitoa unohtamatta.

Tampereella, 29. maaliskuuta 2023

Inka Ruoste

SISÄLLYSLUETTELO

1. Johdanto 1
2. Itse- ja vertaisarviointi 2
2.1 Itsearviointi 2
2.1.1 Itsearvioinnin hyödyt 3
2.1.2 Opiskelijoiden suhtautuminen itsearviointiin 4
2.2 Vertaisarviointi 4
2.2.1 Vertaisarvioinnin hyödyt 4
2.2.2 Opiskelijoiden suhtautuminen vertaisarviointiin 5
2.3 Arviointiohjeet 5
3. Sarjojen suppeneminen 6
3.1 Lukujonot ja niiden raja-arvot 6
3.2 Sarjat ja niiden suppeneminen 11
3.3 Positiiviterminen sarja ja sen suppeneminen 13
4. Tutkimusmenetelmät 17
5. Tulokset 19
5.1 Itsearviointi 20
5.2 Vertaisarviointi 23
5.3 Mielekkyyden kokemus 26
5.3.1 Itse- ja vertaisarviointien tekeminen 26
5.3.2 Vertaisarviointien vastaanottaminen 31
5.3.3 Itse- ja vertaisarviointien kehittäminen 34
6. Yhteenveto ja johtopäätökset 36
Lähteet 40
A. Mielekkyyskyselyn tuloksia 42

1. JOHDANTO

Itse- ja vertaisarviointi ovat arviointimenetelmiä, joita hyödynnetään arvioinnissa opettajan antaman palautteen ohessa. Itsearvioinnin tavoitteena on opettaa opiskelijaa arvioimaan omaa toimintaansa ja antamaan itselleen palautetta. Vertaisarvioinnin tarkoituksena puolestaan on harjoitella palautteen antamista ja vastaanottamista. [9]

Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, millainen suhde itse- ja vertaisarvioinnin tekemisen laadulla ja kokemuksella näiden mielekkyydestä on oppimistuloksiin. Lisäksi tarkoituksena on tutkia, onko mies- ja naisoletettujen välillä havaittavissa eroja edellämainittujen asioiden suhteen.

Luvussa 2 esitellään itse- ja vertaisarviointia arviointimenetelminä. Lisäksi esitellään joitain aiempia tutkimustuloksia sekä näiden arviointimenetelmien hyötyyn että opiskelijoiden kokemuksiin liittyen.

Tutkimuksessa käytetty aineisto kerättiin Tampereen yliopistossa vuonna 2020 järjestetyltä Insinöörimatematiikka C 3 -opintojaksolta ja vuonna 2021 järjestetyltä Differentiaali- ja integraalilaskenta -opintojaksolta. Toisistaan poikkeavista nimistä huolimatta kyseessä ovat samansisältöiset ja opetusmenetelmiltään toisiaan vastaavat opintojaksot. Itse- ja vertaisarvioinnin laadun tutkimuksessa käytetty aineisto on kerätty molempien opintojaksojen osalta samalta aiheviikolta. Tutkimuksessa käsiteltävät itse- ja vertaisarvioinnit koskevat tehtäviä, joissa on käsitelty sarjoja ja niiden suppenemista, joita käsitellään tarkemmin luvussa 3. Opiskelijoiden suhtautumista koskeva aineisto on puolestaan kerätty vuoden 2021 opintojaksolle osallistuneilta kyseisen opintojakson päätteeksi järjestetyn kyselyn yhteydessä. Tutkimusmenetelmistä ja aineiston keräämisestä ja käsittelystä kerrotaan tarkemmin luvussa 4.

Tutkimuksen tulokset esitellään luvussa 5 ja niiden käsittelyä ja analysointia jatketaan luvussa 6. Lisäksi luvussa 6 pohditaan, mitä uusia kysymyksiä tuloksien perusteella heräsi ja millaisia jatkotutkimuksia aiheesta voisi tehdä.

2. ITSE- JA VERTAISARVIOINTI

Arviointia voi tehdä monin eri tavoin. Usein perinteiseksi arviointitavaksi mielletty summatiivinen arviointi tarkoittaa määrällistä ja kokoavaa arviointia, joka annetaan arvioitavan oppimisprosessin päätyttyä. Formatiivista arviointia puolestaan toteutetaan oppimisprosessin aikana. Formatiivisen arvioinnin tarkoituksena on tukea oppimista saadun palautteen ohjaamana. [11]

Tässä tutkimuksessa käsitellään *itsearviointia* ja *vertaisarviointia*, joita opiskelijat tekevät viikoittain kurssin edetessä. Etenkin itsearvioinnin tarkoituksena on oman työskentelyn sekä tiedollisen ja taidollisen osaamisen kehittymisen havainnointi ja näin ollen kyse on siis formatiivisesta arvioinnista. Myös vertaisarviointi on osa formatiivista arviointia, sillä tarkoituksena on osallistaa oppijoita omaan oppimiseensa ja sen tarkasteluun. [9]

2.1 Itsearviointi

Yksi tärkeimmistä taidoista, joita yliopisto-opiskelun aikana tulisi kehittää, on oman tekemisen laadun arviointi. Opiskelijan on tärkeä oppia ymmärtämään, mitä häneltä odotetaan oppimisen suhteen, jotta hän voi oppia ohjaamaan omaa oppimistaan. Itsearviointi on prosessi, jossa opiskelija itse arvioi omaa suoriutumistaan oppimisessa opettajan antamien kriteerien ja ohjeiden avulla. Kriteerit voivat olla monenlaisia ja eri tarkkuudella määritettyjä, mutta niiden tarkoitus on aina auttaa opiskelijaa hahmottamaan, mitä häneltä odotetaan oppimisensa suhteen. [4]

Itsearviointi on osa kolmivaiheista prosessia, jonka vaiheet ovat reflektio, itsearviointi ja metakognitio. Reflektiolla tarkoitetaan oman oppimisen ja ajatusten tarkastelua. Itsearviointi puolestaan tarkoittaa tässä yhteydessä oman toiminnan jäsentynyttä arviointia. Reflektiosta ja itsearvioinnista seuraavaa tietoisuutta omasta oppimisesta kutsutaan metakognitioksi. Vaikka tässä yhteydessä itsearviointia käsiteltiin osana tätä kolmiportaista mallia, usein itsearvioinnista puhuttaessa yleisemmin tarkoitetaan tätä koko prosessia reflektiosta metakognitioon. [11]

Itsearviointi voi olla joko strukturoitua, integroitua tai ohjaavaa [9]. Strukturoituun itsearviointiin kuuluu yleensä jokin lomake, johon oppilas täyttää tarkkojen ohjeiden mukaises-

ti arvion omasta oppimisestaan. Integroidussa itsearvioinnissa on usein samoja piirteitä strukturoidun itsearvioinnin kanssa, mutta se on liitetty osaksi toista suoritusta. Ohjaavalla itsearvioinnilla puolestaan tarkoitetaan luontevaa, usein keskustelumuotoista yleistä pohtimista omaan osaamiseen liittyen.

2.1.1 Itsearvioinnin hyödyt

Aiemmin tehtyjen tutkimusten perusteella itsearvioinnilla on todettu olevan positiivinen vaikutus opiskeluun usealla eri tavalla. Oikeanlaisella ohjeistuksella toteutetun itsearvioinnin on muun muassa todettu parantavan opiskelijan ymmärrystä oppimisensa tasosta ja tätä kautta lisäävän opiskelumotivaatiota. [1]

Itsearvioinnin tekemisellä on todettu myös olevan positiivinen vaikutus opiskelijan minäpystyvyyteen. Minäpystyvyydellä tarkoitetaan uskoa omaan kykyynsä suoriutua vaadituista tehtävästä. [13] Oman pystyvyyden realistisen arvioinnin on todettu olevan tärkeä osa muun muassa arviointitilanteissa suoriutumisen kannalta. Oman pystyvyyden liian vähäinen kokeminen voi aiheuttaa huonompaa suoriutumista arviointitilanteissa. Toisaalta myös epärealistisen vahva pystyvyyden tunne voi johtaa yhtä lailla omaan osaamistasoonsa nähden heikkoon lopputulokseen. [9] Tampereen yliopistolla aiemmin tehdyn tutkimuksen perusteella käänteisen opetuksen menetelmät, kuten tämänkin tutkimuksen opintojaksolla hyödynnetyt flipped classroom ja flipped learning -menetelmät tukevat opiskelijoiden minäpystyvyyden rakentamista perinteisiä opetusmenetelmiä paremmin. [17] Minäpystyvyyden kokemuksessa on myös havaittu olevan eroja nais- ja miesoletettujen välillä. Helsingin yliopistossa järjestetyssä tutkimuksessa todettiin, että miesoletetut kokivat vahvempaa minäpystyvyyden tunnetta kuin naisoletetut. [7] Kyseisessä tutkimuksessa tutkittiin yliopisto-opiskelijoita, jotka osallistuivat tämän tutkimuksen opintojaksoa opetusmenetelmiltään vastaavalle opintojaksolle, jossa järjestetään luentoja, harjoituksia ja pienryhmätyöskentelyä.

Myös itsearvioinnin vaikutusta suoraan oppimistuloksiin on tutkittu, ja saadut tulokset ovat olleet positiivisia. Esimerkiksi itsearviointimallilla, jossa opiskelija pystyy oppimisprosessin aikana tarkastelemaan omaa osaamistaan erilaisten vapaaehtoisten testitehtävien avulla, on todettu olevan positiivinen vaikutus oppimistuloksiin [5]. Tässä tutkimuksessa tutkitaan, miten itsearviointimalli, jossa opiskelija tarkastaa jälkeenpäin itse tekemiään tehtäviä annettujen arviointikriteerien avulla, vaikuttaa oppimistuloksiin.

2.1.2 Opiskelijoiden suhtautuminen itsearviointiin

Aiemmat tutkimustulokset opiskelijoiden suhtautumisesta oman osaamisensa arvioimiseen ovat olleet pääosin positiivisia. Opiskelijat ovat kokeneet, että he osaavat suunnata opiskelunsa paremmin, kun he oppivat itsearvioinnin kautta ymmärtämään, mitä heiltä odotetaan. Opiskelijat kokevat itsearvioinnin tehokkaimmaksi silloin, kun heillä on mahdollisimman selkeä kuva siitä, mitä opettaja heiltä odottaa. Tämän takia selkeät arviointikriteerit ovat oleellisia opiskelijoiden suhtautumisen kannalta. [1]

Aiemman tutkimuksen perusteella suhtautumiseen itsearvioinnin hyödyllisyydestä oppimisen suhteen vaikuttaa huomattavasti oppijan mielenkiinto ja innostus opeteltavaa asiaa ja ylipäänsä oppimista kohtaan. Aiheesta ja oppimisesta innostuneet opiskelijat ovat kokeneet myös itseisarvioinnin hyödyllisemmäksi kuin ne opiskelijat, jotka eivät koe itseään erityisen innostuneiksi opetettavaa asiaa tai opiskelua kohtaan ylipäänsä. [9]

Myös opiskelijoiden aiemmalla kokemuksella itsearvioinnista on todettu olevan vaikutusta suhtautumiseen. Opiskelijat, joilla ei ole aiempaa kokemusta itsearviointiprosessista, kokevat usein etukäteen itsearvioinnin turhaksi ja aikaavieväksi. Opiskelijoiden asenteen itsearviointia kohtaan on kuitenkin huomattu parantuvan prosessin aikana. [1]

2.2 Vertaisarviointi

Vertaisarvioinnilla tarkoitetaan arviointimenetelmää, jossa samassa asemassa olevat opiskelijat arvioivat toistensa oppimista [15]. Tässä tutkimuksessa samassa asemassa olevilla opiskelijoilla tarkoitetaan samalle, yliopisto-opintojen ensimmäiselle vuodelle suunnitellulle kurssille osallistuneita opiskelijoita. Vertaisarviointi prosessina voidaan jakaa kahteen osaan, palautteen antamiseen ja saamiseen. Molemmat näistä voidaan jakaa vielä pienempiin osiin [9]. Palautteen antamiseen kuuluu annettujen arviointikriteerien tulkitseminen ja soveltaminen, työn laadun arviointi näihin kriteereihin peilaten sekä varsinaisen arvioinnin tuottaminen. Palautteen vastaanottaminen puolestaan sisältää saadun palautteen kriittisen arvioinnin ja tätä kautta palautteen laadukkuuden arvioimisen, jonka jälkeen on vielä pohdittava, kuinka palautetta aiotaan hyödyntää.

2.2.1 Vertaisarvioinnin hyödyt

Palautteen antaminen vertaiselle

Palautteen antamisen hyötyjä oppimisen kannalta on tutkittu suhteellisen vähän. Kuitenkin on osoitettu vertaisarvioiden laatimisen parantavan kykyä tuottaa laadukasta tekstiä

opiskeltavasta asiasta [2]. Lisäksi on todettu, että vertaisarviointi osana opetusta kehittää myös ongelmanratkaisukykyä, motivaatiota sekä oppimistuloksia [3]. Tässä tutkimuksessa tutkitaan nimenomaan vertaispalautteen antamisen vaikutusta omaan oppimiseen.

Palautteen saaminen vertaiselta

Palautteen saamiseen toisilta opiskelijoilta on yhdistetty paljon etuja. Verrattuna opettajalta saatavaan palautteeseen kanssaopiskelijalta saatu palaute on usein helpompaa ymmärtää. Palaute on myös monipuolisempaa, kun sitä on antamassa useita eri ihmisiä. [15]

2.2.2 Opiskelijoiden suhtautuminen vertaisarviointiin

Opiskelijoiden asenteesta vertaisarviointia kohtaan on saatu monenlaisia tuloksia. Mikäli vertaisarvioinnin tekemiselle annetut kriteerit ovat olleet selkeät, on vertaisarviointi kokonaisuutena koettu mielekkääksi. Etenkin vertaispalautteen saaminen on koettu hyvinkin hyödylliseksi. [10]

Vertaisarviointiin on myös yhdistetty tiettyjä ongelmia. Opetusta antavien tahojen lisäksi myös opiskelijat itse ovat kyseenalaistaneet vertaispalautteen luotettavuuden. On koettu, että opiskelijoilla ei välttämättä ole opetettavasta aiheesta tarpeeksi syvällistä ymmärrystä pätevän arvioinnin antamiseen. Lisäksi opiskelijoiden keskinäisten suhteiden on koettu mahdollisesti vaikuttavan arviointeihin. [8] Tämä voidaan kuitenkin pyrkiä minimoimaan antamalla vertaisarvioitavat tehtävät arvioijilleen nimettöminä, kuten esimerkiksi tämän tutkimuksen opintojaksoilla on tehty.

2.3 Arviointiohjeet

Etenkin strukturoidun itse- ja vertaisarvioinnin pohjana toimivat usein jotkin selkeät kriteerit tai ohjeet, jotka opettaja on määrittänyt. Ohjeiden tarkoituksena on auttaa opiskelijaa ymmärtämään, mitä oppimisprosessilta halutaan. Tarkat arviointiohjeet ja -perusteet auttavat varmistamaan, että opettaja ja opiskelija ovat yhteisymmärryksessä opetuksen ja oppimisen tavoitteesta [12].

Ohjeet voivat olla tarkkuudeltaan monenlaisia ja ne voidaan antaa erilaisissa muodoissa. Kun esimerkiksi arvioidaan monipuolista toimintaa ja tuotoksia, ovat arviointikriteerit usein kokonaisvaltaisia ja kuvailevia. Matematiikassa käytössä ovat usein tiukemmat analyyttisemmat arviointikriteerit, joissa määritellään tarkemmin, mistä pisteitä jaetaan. [9]

3. SARJOJEN SUPPENEMINEN

Tässä luvussa käsitellään matematiikkaa, jota tutkimuksen aikaisena aiheviikkona on opintojaksoilla käsitelty. Aiheina ovat olleet lukujonot ja sarjat sekä niiden suppeneminen. Tässä luvussa määritellään ensin lukujono ja sen raja-arvo. Tämän jälkeen määritellään sarja ja erityisesti positiiviterminen sarja ja käsitellään niiden suppenemiseen liittyviä ehtoja. Luvun lopussa esitellään suppenemistestejä. Luvussa käsiteltävä matemaattinen teoria pohjautuu Trenchin Introduction to Real Analysis -teokseen [16].

3.1 Lukujonot ja niiden raja-arvot

Tässä alaluvussa käsitellään lukujonoja ja niiden suppenemista. Ensin määritellään lukujonon käsite.

Määritelmä 3.1. *Päättymätön reaalilukujen lukujono* (tästä eteenpäin *lukujono*) on funktio, jonka määrittelyjoukko on joukko kokonaislukuja $\{n|n \geq k\}$ ja arvojoukko reaaliluvut. Funktion arvoja kutsutaan lukujonon *termeiksi*. Lukujonoa ja sen termejä merkitään

$$\{s_n\}_k^\infty = \{s_k, s_{k+1}, ...\}.$$

Erityisen kiinnostavaa on tutkia lukujonojen käyttäytymistä, kun termin indeksiä n kasvatetaan suureksi.

Määritelmä 3.2. Lukujono $\{s_n\}_k^\infty$ *suppenee* kohti raja-arvoa s, jos jokaiselle positiiviselle reaaliluvulle $\epsilon > 0$ löydetään sellainen kokonaisluku N, että

$$|s_n - s| < \epsilon, \tag{3.1}$$

kaikilla reaaliluvuilla $n \geq N$. Tällöin merkitään

$$\lim_{n\to\infty} s_n = s.$$

Jos lukujono ei suppene, sanotaan, että se *hajaantuu*.

Vaikka lukujono ei suppenisi, voidaan sen käyttäytymistä kuitenkin tutkia, kun n lähestyy ääretöntä.

Määritelmä 3.3. Jos jokaiselle reaaliluvulle a löydetään sellainen kokonaisluku N, että $s_n > a$, kaikille $n \geq N$, merkitään

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \infty.$$

Vastaavasti jos jokaiselle reaaliluvulle a löydetään sellainen kokonaisluku N, että $s_n < a$, kaikille $n \geq N$, merkitään

$$\lim_{n\to\infty} s_n = -\infty.$$

Tällöin sanotaan, että lukujono $\{s_n\}_k^\infty$ kasvaa tai vähenee rajatta.

Osalle lukujonoista voidaan lisäksi löytää ylhäältä tai alhaalta rajoitettu arvojoukko.

Määritelmä 3.4. Lukujono $\{s_n\}_k^\infty$ on *ylhäältä rajoitettu*, jos on olemassa sellainen reaaliluku b, että

$$s_n \leq b$$

kaikilla n. Lukua b kutsutaan lukujonon *ylärajaksi*. Ylärajojen muodostaman joukon pienintä alkiota β kutsutaan *pienimmäksi ylärajaksi (supremum)* ja merkitään

$$\beta = \sup\{s_n\}_k^\infty.$$

Vastaavasti lukujono $\{s_n\}_k^\infty$ on *alhaalta rajoitettu*, jos on olemassa sellainen reaaliluku a, että

$$s_n \geq a$$

kaikilla n. Lukua a kutsutaan lukujonon *alarajaksi*. Alarajojen muodostaman joukon suurinta alkiota α kutsutaan *suurimmaksi alarajaksi (infimum)* ja merkitään

$$\alpha = \inf\{s_n\}_k^\infty.$$

Jos lukujono on sekä ylhäältä että alhaalta rajoitettu, sanotaan, että se on *rajoitettu*.

Rajoitetun arvojoukon lisäksi myös funktion kehittymistä voidaan tutkia.

Määritelmä 3.5. Lukujono $\{s_n\}_k^\infty$ on *kasvava*, jos $s_n \geq s_{n-1}$ kaikilla n ja *vähenevä* jos $s_n \leq s_{n-1}$ kaikilla n. Jos lukujono on joko kasvava tai vähenevä, sanotaan, että se on *monotoninen*.

Monotonisille lukujonoille voidaan myös määrittää joko pienin yläraja tai suurin alaraja.

Lause 3.1. *(a) Jos lukujono* $\{s_n\}_k^\infty$ *on kasvava, niin* $\lim_{n\to\infty} s_n = \sup\{s_n\}_k^\infty$.
(b) Jos lukujono $\{s_n\}_k^\infty$ *on vähenevä, niin* $\lim_{n\to\infty} s_n = \inf\{s_n\}_k^\infty$.

Todistus Lauseelle 3.1 löytyy Trenchin kirjasta [16, s. 182]

Lukujonoille voidaan määritellä seuraavat viisi peruslaskutoimitusta.

Lause 3.2. *Olkoon*

$$\lim_{n\to\infty} s_n = s \quad \textit{ja} \quad \lim_{n\to\infty} t_n = t,$$

joissa raja-arvot s *ja* t *ovat äärellisiä. Tällöin*

$$\lim_{n\to\infty} (cs_n) = cs,$$

kun c *on vakio. Lisäksi*

$$\lim_{n\to\infty} (s_n + t_n) = s + t,$$

$$\lim_{n\to\infty} (s_n t_n) = st \quad \textit{ja}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{s_n}{t_n} = \frac{s}{t},$$

jos $t_n \neq 0$ *kaikilla* n *ja* $t \neq 0$.

Todistus Lauseelle 3.2 löytyy Trenchin kirjasta [16, s. 184-185].

Mikäli lukujono saadaan rajattua kahden muun sellaisen lukujonon väliin, joiden raja-arvojen tiedetään olevan keskenään yhtä suuret, voidaan väliin jäävän lukujonon raja-arvo päätellä näiden avulla.

Lause 3.3. *(Kuristusperiaate) Jos* $a_n \leq b_n \leq c_n$ *ja*

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} c_n = L,$$

niin

$$\lim_{n\to\infty} b_n = L.$$

Todistus. Olkoon $\epsilon > 0$. Koska $\lim_{n\to\infty} a_n = L$, on olemassa sellainen kokonaisluku N_1, että

$$|a_n - L| < \epsilon \text{ kaikilla } n \geq N_1.$$

Vastaavasti koska $\lim_{n\to\infty} c_n = L$, on olemassa sellainen kokonaisluku N_2, että

$$|c_n - L| < \epsilon \text{ kaikilla } n \geq N_2.$$

Olkoon $N = \max\{N_1, N_2\}$. Koska $b_n < c_n$,

$$b_n - L < c_n - L < \epsilon, \tag{3.2}$$

kun $n \geq N$. Vastaavasti koska $b_n > a_n$,

$$b_n - L > a_n - L > -\epsilon, \tag{3.3}$$

kun $n \geq N$. Epäyhtälöiden 3.2 ja 3.3 perusteella $|b_n - L| < \epsilon$, kun $n \geq N$. Koska ϵ oli valittu mielivaltaisesti, $\lim_{n\to\infty} b_n = L$. □

Vaikka lukujono ei suppenisi kohti raja-arvoa, on sille olemassa *yläraja-arvo* tai *alaraja-arvo*, mikäli se on jommastakummasta suunnasta rajoitettu eikä kasva tai vähene rajatta.

Lause 3.4. *(a) Jos $\{s_n\}_k^\infty$ on ylhäältä rajoitettu ja se ei vähene rajatta, on olemassa sellainen yksikäsitteinen reaaliluku $\overline{s}$, että jokaiselle positiiviselle reaaliluvulle $\epsilon > 0$ löydetään sellainen kokonaisluku N, että*

$$s_n < \overline{s} + \epsilon \tag{3.4}$$

kaikilla $n \geq N$ ja

$$s_n > \overline{s} - \epsilon \tag{3.5}$$

äärettömän monella n.
(b) Jos $\{s_n\}_k^\infty$ on alhaalta rajoitettu ja se ei kasva rajatta, on olemassa sellainen yksikäsitteinen reaaliluku $\underline{s}$, että jokaiselle positiiviselle reaaliluvulle $\epsilon > 0$ löydetään sellainen kokonaisluku N, että

$$s_n > \underline{s} - \epsilon \tag{3.6}$$

kaikilla $n \geq N$ ja

$$s_n < \underline{s} + \epsilon \tag{3.7}$$

äärettömän monella n.

Todistus. (a) Määritellään lukujono $\{M_l\}_k^\infty$ seuraavasti

$$M_l = \sup\{s_l, s_{l+1}, ..., s_{l+r}, ...\}.$$

Koska $\{s_n\}_k^\infty$ on ylhäältä rajoitettu lukujono, voidaan löytää sellainen reaaliluku β, että $s_n < \beta$ kaikilla n. Tästä seuraa, että $M_l \leq \beta$. Lisäksi koska lukujono s_n ei vähene rajatta,

voidaan löytää sellainen reaaliluku α, että $s_n > \alpha$ äärettömän monella n. Tästä seuraa, että $M_l > \alpha$. Koska $\alpha < M_l \leq \beta$, $\{M_l\}_k^\infty$ on rajoitettu.

Koska

$$\sup\{s_l, s_{l+1}, ..., s_{l+r}, ...\} \geq \sup\{s_{l+1}, ..., s_{l+r}, ...\},$$

eli $M_l \geq M_{l+1}$, lukujono $\{M_l\}_k^\infty$ on vähenevä ja Lauseen 3.1 perusteella se suppenee.

Olkoon $\epsilon > 0$ ja

$$\overline{s} = \lim_{l \to \infty} M_l. \tag{3.8}$$

Määritelmän 3.2 mukaisesti $M_l < \overline{s} + \epsilon$ suurilla indeksin l arvoilla ja lukujonon $\{M_l\}_k^\infty$ määritelmän mukaan $s_n \leq M_l$, kun $n \geq l$, jolloin $\overline{s}$ toteuttaa yhtälön (3.4).

Oletetaan, että on olemassa sellainen $\epsilon > 0$, että $s_n > \overline{s} - \epsilon$ vain äärellisen monella n. Tällöin on olemassa sellainen kokonaisluku L, että

$$s_n \leq \overline{s} - \epsilon,$$

kun $n \geq L$. Tästä kuitenkin seuraa, että

$$M_l \leq \overline{s} - \epsilon,$$

kun $l \geq L$, mikä on ristiriidassa yhtälön (3.8) kanssa. Näin ollen $\overline{s}$ toteuttaa yhtälön (3.5).

Osoitetaan vielä, että $\overline{s}$ on yksikäsitteinen. Oletetaan, että on olemassa reaaliluku t, joka toteuttaa yhtälöt (3.4) ja (3.5). Jos $t < \overline{s}$ ja $\epsilon = (\overline{s} - t)/2$, yhtälön (3.4) mukaan

$$s_n < t + \frac{\overline{s} - t}{2} = \frac{t + \overline{s}}{2} = \overline{s} - \frac{\overline{s} - t}{2}$$

suurilla indeksin n arvoilla, mikä on ristiriidassa yhtälön (3.5) kanssa. Vastaavasti jos $t > \overline{s}$ ja $\epsilon = (t - \overline{s})/2$, yhtälön (3.5) mukaan

$$s_n > t - \frac{t - \overline{s}}{2} = \frac{t + \overline{s}}{2} = \overline{s} + \frac{t - \overline{s}}{2}$$

äärettömän monella n, mikä on ristiriidassa yhtälön (3.4) kanssa. Näin ollen $t = \overline{s}$, joten $\overline{s}$ on yksikäsitteinen.

Kohdan (b) todistus on samankaltainen. □

Määritelmä 3.6. Lauseessa 3.4 määritettyä yksikäsitteistä lukua $\overline{s}$ kutsutaan *yläraja-*

arvoksi, lukua $\underline{s}$ kutsutaan *alaraja-arvoksi* ja näitä merkitään

$$\overline{s} = \overline{\lim_{n\to\infty}}\, s_n \quad \text{ja} \quad \underline{s} = \underline{\lim_{n\to\infty}}\, s_n.$$

Lisäksi

$$\begin{aligned}
&\overline{\lim_{n\to\infty}}\, s_n = \infty, \quad \text{jos } \{s_n\}_k^\infty \text{ ei ole ylhäältä rajoitettu,}\\
&\overline{\lim_{n\to\infty}}\, s_n = -\infty, \quad \text{jos } \lim_{n\to\infty} s_n = -\infty,\\
&\underline{\lim_{n\to\infty}}\, s_n = -\infty, \quad \text{jos } \{s_n\}_k^\infty \text{ ei ole alhaalta rajoitettu ja}\\
&\underline{\lim_{n\to\infty}}\, s_n = \infty, \quad \text{jos } \lim_{n\to\infty} s_n = \infty.
\end{aligned}$$

3.2 Sarjat ja niiden suppeneminen

Tämä alaluku käsittelee sarjoja ja niiden suppenemista.

Määritelmä 3.7. Olkoon $\{a_n\}_k^\infty$ lukujono. Lukujonon $\{a_n\}_k^\infty$ termien summaa merkitään

$$\sum_{n=k}^{\infty} a_n$$

ja sitä kutsutaan *päättymättömäksi sarjaksi* (tästä eteenpäin *sarja*), jonka *n:s termi* on a_n.

Jotta sarjojen käyttäytymistä n:n lähestyessä ääretöntä voidaan tutkia, on määriteltävä sarjan lisäksi myös äärellisen *osasumman* käsite.

Määritelmä 3.8. Olkoon $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ sarja. Sarjan termien summa indeksiin $k+n-1$ saakka on sarjan *n:s osasumma* ja merkitään

$$A_n = a_k + a_{k+1} + ... + a_{k+n-1}, \quad \text{kaikilla } n \geq 1.$$

Nyt osasummien muodostaman lukujonon käyttäytymisen avulla voidaan päätellä myös sitä vastaavan sarjan käyttäytymistä äärettömyydessä.

Määritelmä 3.9. Olkoon $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ sarja ja $\{A_n\}_k^\infty$ sen osasummien lukujono. Jos lukujono

$\{A_n\}_k^\infty$ suppenee kohti raja-arvoa A, *suppenee* myös sarja $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ kohti raja-arvoa A ja merkitään

$$\sum_{n=k}^{\infty} a_n = A.$$

Jos sarja suppenee, tiedetään, että

$$\sum_{n=k}^{\infty} a_n < \infty.$$

Vastaavasti jos lukujono $\{A_n\}_k^\infty$ hajaantuu, niin myös sarja $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ *hajaantuu*. Jos $\lim_{n\to\infty} A_n = \infty$ tai $-\infty$, niin sarja kasvaa tai vähenee rajatta ja merkitään

$$\sum_{n=k}^{\infty} a_n = \infty \quad \text{tai} \quad \sum_{n=k}^{\infty} a_n = -\infty.$$

Hajaantuvaa sarjaa, joka ei kasva tai vähene rajatta, kutsutaan *oskilloivaksi sarjaksi*.

Lukujonon tavoin myös sarjalle voidaan määritellä peruslaskutoimituksia.

Lause 3.5. *Olkoon*

$$\sum_{n=k}^{\infty} a_n = A \quad \textit{ja} \quad \sum_{n=k}^{\infty} b_n = B,$$

joissa A ja B ovat äärellisiä. Tällöin

$$\sum_{n=k}^{\infty} (ca_n) = cA,$$

kun c on vakio. Lisäksi

$$\sum_{n=k}^{\infty} (a_n + b_n) = A + B \quad \textit{ja}$$

$$\sum_{n=k}^{\infty} (a_n - b_n) = A - B.$$

Todistus Lauseelle 3.5 löytyy Stewartin kirjasta [14, s. 755].

3.3 Positiiviterminen sarja ja sen suppeneminen

Tässä alaluvussa esitellään suppenemistestejä. Esiteltävät suppenemistestit eivät välttämättä ole määriteltyjä, jos sarjoissa esiintyy negatiivisia termejä. Tästä syystä tämä alaluku käsittelee vain sarjoja, jotka sisältävät ainoastaan positiivisia termejä.

Määritelmä 3.10. Jos $a_n \geq 0$ kaikilla $n \geq k$, sarjaa $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ kutsutaan *positiivitermiseksi sarjaksi.*

Lause 3.6. *Positiiviterminen sarja* $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ *suppenee, jos sen osasummien jono on rajoitettu. Jos se ei ole, sarja kasvaa rajatta. Molemmissa tapauksissa*

$$\sum_{n=k}^{\infty} a_n = \sup\{A_n | n \geq k\},$$

jossa

$$A_n = a_k + a_{k+1} + ... + a_n, \quad \textit{kaikilla } n \geq k.$$

Todistus Lauseelle 3.6 löytyy Trenchin kirjasta [16, s. 206].

Ensimmäinen suppenemistesteistä on nimeltään *vertailutesti*, ja nimensä mukaisesti siinä on tarkoituksena verrata tutkittavaa sarjaa johonkin ennestään tunnettuun sarjaan ja sen käyttäytymiseen äärettömyydessä.

Lause 3.7. *(Vertailutesti) Olkoon*

$$0 \leq a_n \leq b_n, \quad \textit{kaikilla } n \geq k. \tag{3.9}$$

Tällöin
(a) jos sarja $\sum_{n=k}^{\infty} b_n$ *suppenee, niin sarja* $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ *suppenee.*
(b) jos sarja $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ *kasvaa rajatta, niin sarja* $\sum_{n=k}^{\infty} b_n$ *kasvaa rajatta.*
Kohtaa (a) kutsutaan majoranttiperiaatteeksi ja kohtaa (b) minoranttiperiaatteeksi.

Todistus. Jos

$$A_n = a_k + a_{k+1} + ... + a_n \text{ ja } B_n = b_k + b_{k+1} + ... + b_n, \quad n \geq k,$$

yhtälöstä (3.9) seuraa, että

$$A_n \leq B_n. \tag{3.10}$$

(a) Jos positiiviterminen sarja $\sum_{n=k}^{\infty} b_n$ suppenee, niin Lauseen 3.6 perusteella sen osasummien muodostama lukujono $\{B_n\}_k^\infty$ on ylhäältä rajoitettu. Tällöin yhtälön (3.10) perusteella myös osasummien muodostama lukujono $\{A_n\}_k^\infty$ on ylhäältä rajoitettu. Edelleen Lauseen 3.6 perusteella $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ suppenee.

(b) Jos positiiviterminen sarja $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ kasvaa rajatta, niin Lauseen 3.6 perusteella sen osasummien muodostama lukujono $\{A_n\}_k^\infty$ ei ole ylhäältä rajoitettu. Tällöin yhtälön (3.10) perusteella myöskään osasummien muodostama lukujono $\{B_n\}_k^\infty$ ei ole ylhäältä rajoitettu. Edelleen Lauseen 3.6 perusteella $\sum_{n=k}^{\infty} b_n$ kasvaa rajatta. □

Toisena testinä esitellään *integraalitesti*, jossa sarjaa verrataan vastaavaan funktioon ja sen integraaliin.

Lause 3.8. *(Integraalitesti) Olkoon*

$$c_n = f(n), \quad n \geq k,$$

jossa f on positiivinen, vähenevä ja integroituva funktio välillä $[k, \infty)$. Tällöin positiiviterminen sarja $\sum_{k=1}^{\infty} c_n$ suppenee, jos ja vain jos sitä vastaava integraali $\int_k^\infty f(x)dx$ suppenee.

Todistus Lauseelle 3.8 löytyy Trenchin kirjasta [16, s. 207].

Kolmatta ja viimeistä esiteltävää suppenemistestiä varten tarvitaan seuraava aputulos, jossa tutkittavan sarjan peräkkäisten termien suhdetta verrataan sellaisen sarjan peräkkäisten termien suhteeseen, jonka tiedetään suppenevan tai hajaantuvan.

Lause 3.9. *Olkoon $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ ja $\sum_{n=k}^{\infty} b_n$ positiivitermisiä sarjoja ja*

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \frac{b_{n+1}}{b_n}, \quad n \geq k.$$

Tällöin

(a) jos sarja $\sum_{n=k}^{\infty} b_n$ suppenee, niin sarja $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ suppenee.

(b) jos sarja $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ *kasvaa rajatta, niin* $\sum_{n=k}^{\infty} b_n$ *kasvaa rajatta.*

Todistus Lauseelle 3.9 löytyy Trenchin kirjasta [16, s. 210].

Kolmantena testinä esitellään *suhdetesti*, jossa positiivitermisen sarjan peräkkäisten termien suhteen yläraja- tai alaraja-arvon perusteella voidaan tutkia sarjan suppenemista.

Lause 3.10. *(Suhdetesti) Olkoon* $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ *positiiviterminen sarja. Tällöin*

(a) jos $\overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$*, niin sarja* $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ *suppenee.*

(b) jos $\underline{\lim_{n\to\infty}} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$*, niin sarja* $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ *kasvaa rajatta.*

Jos

$$\underline{\lim_{n\to\infty}} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1 \leq \overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{a_{n+1}}{a_n},$$

sarja $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ *voi supeta tai kasvaa rajatta.*

Todistus. (a) Jos

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$$

on olemassa sellainen reaaliluku r ja sellainen kokonaisluku N, että

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} < r < 1,$$

kun $n \geq N$. Laventamalla termi r termillä r^n voidaan kirjoittaa

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} < \frac{r^{n+1}}{r^n}.$$

Koska $\sum_{n=k}^{\infty} r^n < \infty$ [1], Lauseen 3.9(a) perusteella $\sum_{n=k}^{\infty} a_n < \infty$.

(b) Jos

$$\underline{\lim_{n\to\infty}} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$$

on olemassa sellainen reaaliluku r ja sellainen kokonaisluku N, että

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} > r > 1,$$

[1] Kyseessä on geometrinen sarja, joka suppenee, jos ja vain jos $|r| < 1$.

kun $n \geq N$. Laventamalla termi r termillä r^n voidaan kirjoittaa

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} > \frac{r^{n+1}}{r^n}.$$

Koska $\sum_{n=k}^{\infty} r^n = \infty$ [1], Lauseen 3.9(b) perusteella $\sum_{n=k}^{\infty} a_n = \infty$. □

4. TUTKIMUSMENETELMÄT

Tutkimusmateriaali kerättiin Tampereen yliopistossa vuonna 2020 järjestetyltä Insinöörimatematiikka C 3 -opintojaksolta ja vuonna 2021 järjestetyltä, sisällöltään vastaavalta Differentiaali- ja integraalilaskenta -opintojaksolta. Opintojakson vuoden 2020 toteutuksella oli 228 osallistujaa ja vuoden 2021 toteutuksella 248 osallistujaa. Opintojaksot olivat osa laajempaa opetuskokeilua, jossa yhdistettiin flipped classroom ja flipped learning -menetelmiä. Koska opintojaksot olivat muutenkin sisällöltään ja opetusjärjestelyiltään toisiaan vastaavat, niihin viitataan jatkossa molempiin, mikäli puhutaan yleisesti opintojaksosta tai sen järjestelyistä.

Kerätyn materiaalin perusteella tarkoituksena on selvittää
1. millainen suhde itse- ja vertaisarvioinnin tekemisen laadulla on oppimistuloksiin?
2. millainen suhde opiskelijoiden kokemuksella itse- ja vertaisarvioinnin mielekkyydestä on oppimistuloksiin?
3. millaisia eroja on havaittavissa itse- ja vertaisarviointien tekemisen laatuun tai mielekkyyden kokemiseen liittyen mies- ja naisoletettujen välillä?

Itse- ja vertaisarviointien tekemisen laadun suhdetta oppimistuloksiin tutkittiin valitsemalla molemmilta opintojakson toteutuksilta toisiaan vastaava aiheviikko, jonka tehtävien itse- ja vertaisarviointia tarkasteltiin. Osana opintojakson arvosanaa määrittäviä suorituksia oli joka viikko 2-3 moodleen palautettavaa tehtävää, joiden osalta itse- ja vertaisarviointia suoritettiin. Opiskelija sai joka viikko arvioitavakseen itse palauttamiensa tehtävien ratkaisut sekä yhden toisen opiskelijan tekemät vastaavat tehtävät. Arvioinnin pohjana toimivat arvioitavien tehtävien malliratkaisut, joita oli täydennetty painottamaan tiettyjä ratkaisun vaiheita. Ohjeissa oli myös määritetty melko yksiselitteisesti, mistä saa pisteitä ja mistä niitä vastaavasti otetaan pois. Pisteiden antamisen lisäksi opiskelijoita kehotettiin antamaan sanallista palautetta. Ohjeistus oli julkaistu vuoden 2020 toteutuksella videoilla, joiden lisäksi malliratkaisut julkaistiin myös kirjallisina. Vuoden 2021 toteutuksella ohjeet annettiin vain videoilla.

Arviointien tekeminen oli molemmilla toteutuksilla määrätty pakolliseksi, mikäli harjoituksista halusi saada pisteitä. Pakollinen osuus oli kuitenkin vain pisteiden antaminen, vaikka pisteytysohjeissa kehotettiinkin kommentoimaan ratkaisuja myös sanallisesti. Tässä tut-

kimuksessa arviointien tekemisen laatua käsiteltiin sanallisen palautteen avulla. Tehdyt itse- ja vertaisarvioinnit jaettiin kolmeen ryhmään. Yhteen ryhmään kuuluivat palautteet, joissa ei ollut lainkaan kommentteja tai kommentointi oli hyvin suppeaa. Toiseen ryhmään puolestaan luokiteltiin ne arvioinnit, joissa kommentointia oli tehty, mutta lähinnä pisteytysohjeissa mainittujen yksittäisten kohtien osalta. Kolmannen ryhmän arvioinneissa kommentointi oli kattavaa ja käsitteli koko ratkaisua pohdiskelevalla tavalla. Lisäksi neljäntenä ryhmänä olivat kokonaan tekemättömät arvioinnit. Luokittelu suoritettiin ensin karkeasti kommenttien merkkimääräistä pituutta hyödyntäen, minkä jälkeen ne käytiin vielä läpi ja korjattiin tarvittaessa luokitusta siten, että se vastasi edellä mainittuja kriteereitä.

Opiskelijoiden kokemuksen vaikutusta oppimistuloksiin tutkittiin puolestaan opintojakson jälkimmäisellä toteutuksella opiskelijoille toteutetun kyselyn avulla. Kyselyssä selvitettiin opiskelijoiden suhtautumista itse- ja vertaisarviointiin sekä avointen että vastausvaihtoehdot sisältävien kysymyksien avulla. Kysely toteutettiin opintojakson loppuvaiheilla, jolloin opiskelijat olivat tehneet arviointeja jo useamman kuukauden ajan sekä tämän kyseisen opintojakson että tätä edeltäneiden kahden opintojakson puitteissa.

Oppimistulosten mittarina tutkimuksessa käytettiin opintojakson kokonaisarvosanaa, joka perustuu koko opintojakson aikana mitattuun osaamiseen. Arvosanaa määrittävästä opintojakson kokonaispistesaldosta 70 % oli saatavilla opintojakson aikana tehtäviä suorittamalla ja oppimistilaisuuksiin osallistumalla ja 30 % pisteistä oli saatavilla kokonaisuuden hallitsemista mittaavista tenteistä tai harjoitustöistä.

Tutkimuksessa tutkittiin myös, miten sukupuoli vaikuttaa itse- ja vertaisarviointien tekemisen laatuun sekä kokemukseen tällaisten arviointien mielekkyydestä. Tätä varten opiskelijat jaettiin nais- ja miesoletettuihin etunimen perusteella.

Saatujen tulosten tilastollista tarkastelua varten tuloksille suoritettiin yksisuuntainen varianssianalyysi, jolla selvitettiin, eroavatko tutkittavien ryhmien arvot toisistaan tilastollisesti merkittävästi. Varianssianalyysien nollahypoteesina oli, että tutkittavat ryhmät olisivat keskenään samanlaiset. Näin saatuja p-arvoja tulkittiin siten, että jos $p < 0,001$ puhutaan tilastollisesti erittäin merkitsevästä, jos $p < 0,01$ puhutaan tilastollisesti merkitsevästä ja jos $p < 0,05$ puhutaan tilastollisesti melkein merkitsevästä tuloksesta.

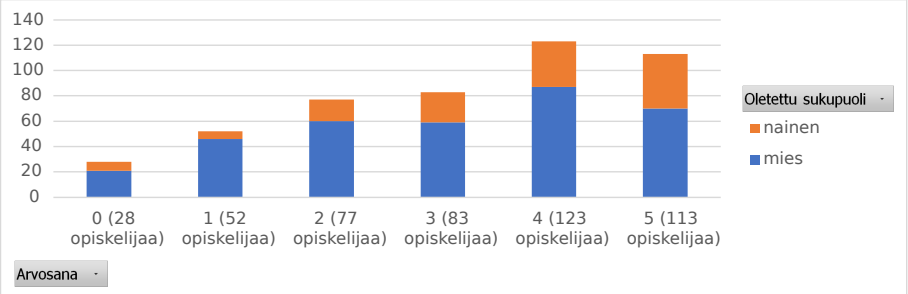
5. TULOKSET

Tutkimukseen osallistui yhteensä 476 opiskelijaa, joista 228 osallistui vuoden 2020 toteutukselle ja 248 vuoden 2021 toteutukselle. Osallistujista 343 oli miesoletettuja ja 133 naisoletettuja. Tutkimuksessa oppimistuloksien mittarina käytettyjen kurssiarvosanojen jakauma on esitetty taulukossa 5.1.

Arvosana	Opiskelijoiden lukumäärä
0 (hylätty)	28
1 (välttävä)	52
2 (tyydyttävä)	77
3 (hyvä)	83
4 (kiitettävä)	123
5 (erinomainen)	113

Taulukko 5.1. *Oppimistuloksien mittarina käytetty arvosanajakauma*

Kuvassa 5.1 on esitetty kyseinen jakauma eriteltynä oletetun sukupuolen mukaan.



Kuva 5.1. *Arvosanajakauma eriteltynä oletetun sukupuolen mukaan*

Kuten kuvasta 5.1 voidaan huomata, arvosanoista tyypillisimpiä ovat kiitettävä (4) ja erinomainen (5). Arvosanojen painottuminen korkeampiin arvosanoihin korostuu naisoletettujen opiskelijoiden parissa hieman miesoletettuja opiskelijoita selkeämmin.

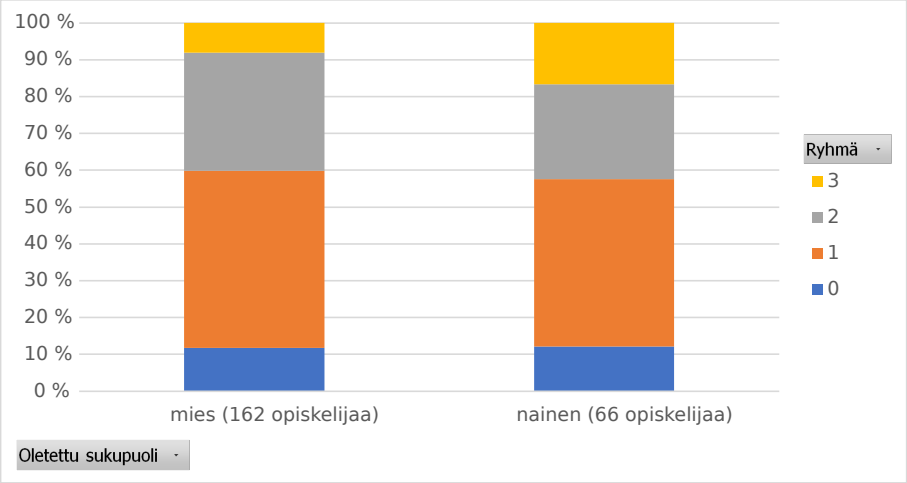
5.1 Itsearviointi

Itsearvioinnin tekemisen laadun ja oppimistuloksien yhteyttä tutkittiin jakamalla opiskelijat ryhmiin sen mukaan, kuinka kattavasti he olivat kommentoineet itse tekemiään tehtäviä. Ryhmässä 0 ovat opiskelijat, jotka jättivät itsearvioinnin tekemättä kokonaan. Ryhmässä 1 puolestaan itsearvioinnin kommentointi puuttui kokonaan tai se oli hyvin suppeaa. Ryhmän 2 opiskelijat olivat kommentoineet ratkaisujaan jo hieman kattavammin ja ryhmässä 3 kommentointi oli kattavaa ja pohdiskelevaa. Ryhmäjako oletetun sukupuolen perusteella eriteltynä on esitetty taulukossa 5.2.

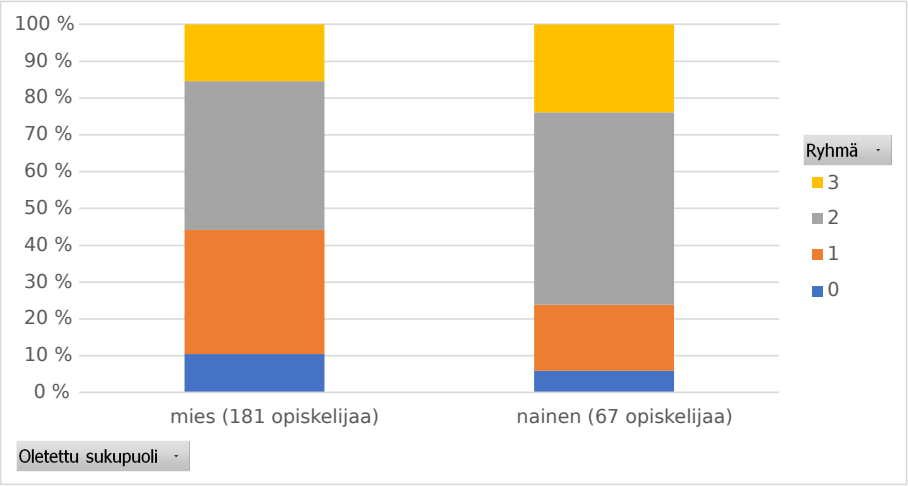
Itsearviointiryhmä	0	1	2	3
Miesoletettujen lukumäärä (2020)	19 (12 %)	78 (48 %)	52 (32 %)	13 (8 %)
Naisoletettujen lukumäärä (2020)	8 (12 %)	30 (45 %)	17 (26 %)	11 (17 %)
Yhteensä (2020)	27 (12 %)	108 (47 %)	69 (30 %)	24 (11 %)
Miesoletettujen lukumäärä (2021)	19 (11 %)	61 (34 %)	73 (40 %)	28 (15 %)
Naisoletettujen lukumäärä (2021)	4 (6 %)	12 (18 %)	35 (52 %)	16 (24 %)
Yhteensä (2021)	23 (9 %)	73 (29 %)	108 (44 %)	44 (18 %)
Yhteensä	50 (11 %)	181 (38 %)	177 (37 %)	68 (14 %)

Taulukko 5.2. *Opiskelijoiden luokittelu ryhmiin itsearvioinnin tekemisen laadun perusteella*

Taulukossa 5.2 esitetty mies- ja naisoletettujen opiskelijoiden sijoittuminen itsearviointiryhmiin on kuvattu vuoden 2020 osalta kuvassa 5.2 ja vuoden 2021 osalta kuvassa 5.3.



Kuva 5.2. *Itsearviointiryhmäjakauma mies- ja naisoletettujen osalta (2020)*

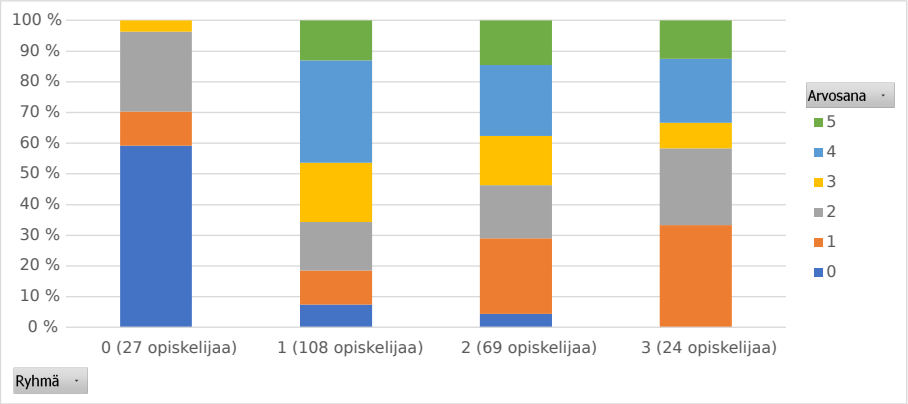


Kuva 5.3. *Itsearviointiryhmäjakauma mies- ja naisoletettujen osalta (2021)*

Kuvan 5.2 ja taulukon 5.2 perusteella huomataan, että naisoletettujen opiskelijoiden parissa ryhmään 3 kuuluneiden opiskelijoiden osuus (17 %) on yli kaksinkertainen miesoletettujen vastaavaan osuuteen (8 %) nähden. Kokonaisuudessaan vuoden 2020 toteutukselle osallistuneiden mies- ja naisoletettujen opiskelijoiden välillä ei kuitenkaan ole merkitsevää $(p = 0,534)$ eroa itsearvioinnin tekemisen laadussa.

Kuvan 5.3 ja taulukon 5.2 perusteella voidaan todeta, että vuoden 2021 toteutuksella nais- ja miesoletettujen ryhmien välillä on havaittavissa tilastollisesti merkitsevä $(p = 0,007)$ ero. Naisoletetuista opiskelijoista 76 % kuuluu joko ryhmään 2 tai 3, kun taas miesoletettujen opiskelijoiden osalta vastaava luku on 55 %.

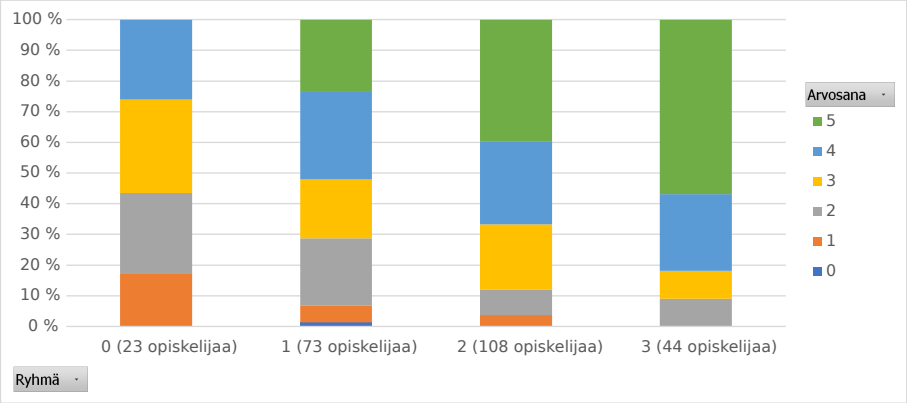
Itsearvioinnin tekemisen laadun yhteyttä oppimistuloksien kanssa on mallinnettu tutkimalla arvosanajakaumaa kunkin itsearviointiryhmän sisällä. Vuoden 2020 toteutuksen osalta tulokset on esitetty kuvassa 5.4.



Kuva 5.4. *Arvosanajakauma itsearviointiryhmien sisällä (2020)*

Kuten kuvasta 5.4 voidaan nähdä, itsearviointiryhmät poikkeavat tilastollisesti erittäin merkitsevästi $(p < 0,001)$ toisistaan. Ryhmässä 0 eli itsearvioinnin kokonaan tekemättä jättäneiden opiskelijoiden joukossa hylätty (0) arvosana on tavallisin, eikä erinomaisen (5) arvosanan saaneita opiskelijoita ole lainkaan. Muiden itsearviointiryhmien osalta voidaan todeta, että hylättyjen (0) arvosanojen osuus pienenee itsearvioinnin tekemisen laadun parantuessa ja puolestaan erinomaisten (5) arvosanojen osuus pysyy jotakuinkin samana. Muiden arvosanojen osalta näyttäisi siltä, että korkeampien arvosanojen osuus on vähäisemmän kommentoinnin itsearviointiryhmässä 1 suurempi kuin kattavavamman kommentoinnin ryhmissä 2 ja 3. Erot ovat kuitenkin näiden suhteen melko pieniä.

Vastaava jakauma vuoden 2021 toteutukselle on esitetty kuvassa 5.5.



Kuva 5.5. *Arvosanajakauma itsearviointiryhmien sisällä (2021)*

Suurin ero vuoden 2020 tuloksiin on hylättyjen (0) arvosanojen osuudessa. Kuten kuvasta 5.5 voidaan havaita, on vuoden 2021 toteutuksella hylättyjen (0) arvosanojen määrä kokonaisuudessaan hyvin paljon edellisen vuoden toteutusta pienempi. Tälle voi olla useita syitä, joista varmasti yksi suurimmista on COVID19:n aiheuttamat muutokset opetusjärjestelyissä. Vuoden 2021 toteutuksella opiskelijat ovat todennäköisesti jo aiemmassa vaiheessa jättäytyneet pois opintojaksolta, mikäli he ovat todenneet suorittavansa opintojakson myöhemmin. Ennen aiheviikkoa, jolla tutkimus tehtiin, kurssin keskeyttäneet opiskelijat eivät näy tämän tutkimuksen tilastoissa. Itsearvioinnin tekemättä jättäneiden opiskelijoiden ryhmästä 0 voidaan kuitenkin jälleen huomata, että erinomaiset (5) arvosanat puuttuvat kokonaan. Muiden itsearviointiryhmien osalta nähtävissä on huomattavasti selkeämpi trendi kuin edellisen vuoden toteutuksella. Mitä kattavampaa kommentointi on itsearviointia tehtäessä ollut, sitä korkeampia arvosanoja on keskimäärin saavutettu. Kokonaisuudessaan itsearviointiryhmien arvosanajakaumat poikkeavat myös vuoden 2021 osalta tilastollisesti erittäin merkitsevästi $(p < 0,001)$ toisistaan.

5.2 Vertaisarviointi

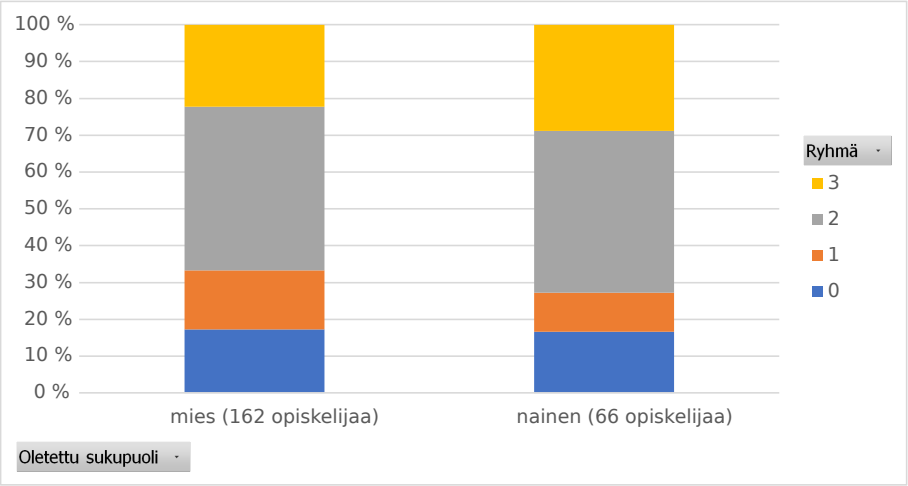
Vertaisarvioinnin tekemisen laadun ja oppimistuloksien yhteyden tutkimista varten opiskelijat jaettiin uudelleen ryhmiin sen mukaan, kuinka kattavasti he olivat kommentoineet vertaisensa tekemiä tehtäviä. Ryhmäjaon kriteerit olivat samat kuin itsearviointiryhmiin jaettaessa. Vertaisarvioinnin perusteella tehty ryhmäjako oletetun sukupuolen perusteella eriteltynä on esitetty taulukossa 5.3.

Vertaisarviointiryhmä	0	1	2	3
Miesoletettujen lukumäärä (2020)	28 (17 %)	26 (16 %)	72 (45 %)	36 (22 %)
Naisoletettujen lukumäärä (2020)	11 (17 %)	7 (11 %)	29 (44 %)	19 (29 %)
Yhteensä (2020)	39 (17 %)	33 (14 %)	101 (44 %)	55 (24 %)
Miesoletettujen lukumäärä (2021)	19 (10 %)	30 (17 %)	82 (45 %)	50 (28 %)
Naisoletettujen lukumäärä (2021)	4 (6 %)	3 (5 %)	29 (43 %)	31 (46 %)
Yhteensä (2021)	23 (9 %)	33 (13 %)	111 (45 %)	81 (33 %)
Yhteensä	62 (13 %)	66 (14 %)	212 (44 %)	136 (29 %)

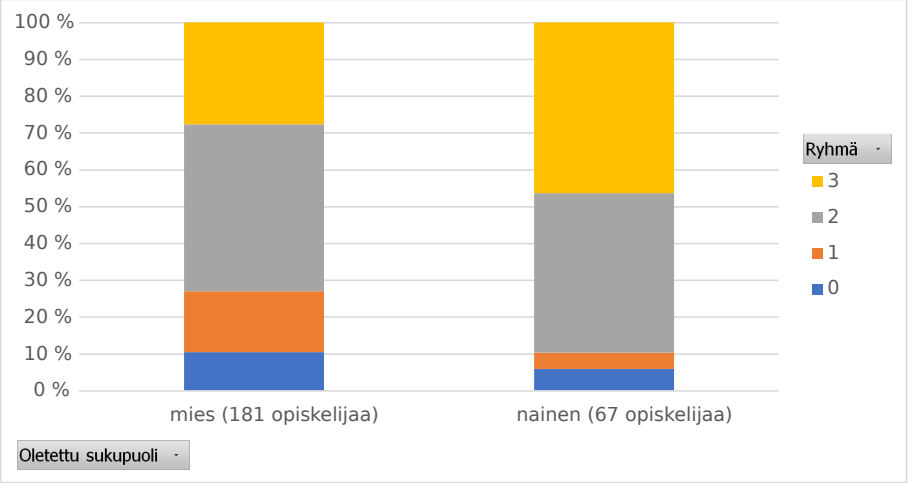
Taulukko 5.3. *Opiskelijoiden luokittelu ryhmiin vertaisarvioinnin tekemisen laadun perusteella*

Verrattaessa taulukkoa 5.3 taulukkoon 5.2 käy ilmi, että opiskelijat panostavat vertaisarvioinnin tekemiseen ja sanallistamiseen keskimäärin enemmän kuin itsearviointien tekemiseen. Erityisesti ryhmään 3 vertaisarvioinnin laadun mukaan luokiteltujen opiskelijoiden osuus (29 %) oli huomattavasti suurempi kuin itsesarvioinnin laadun mukaisesti ryhmään 3 luokiteltujen opiskelijoiden osuus (14 %).

Taulukon 5.3 mukaiset vuosittaiset ryhmäjaottelut oletetun sukupuolen mukaan on esitetty kuvissa 5.6 ja 5.7.



Kuva 5.6. *Vertaisarviointiryhmäjakauma mies- ja naisoletettujen osalta (2020)*



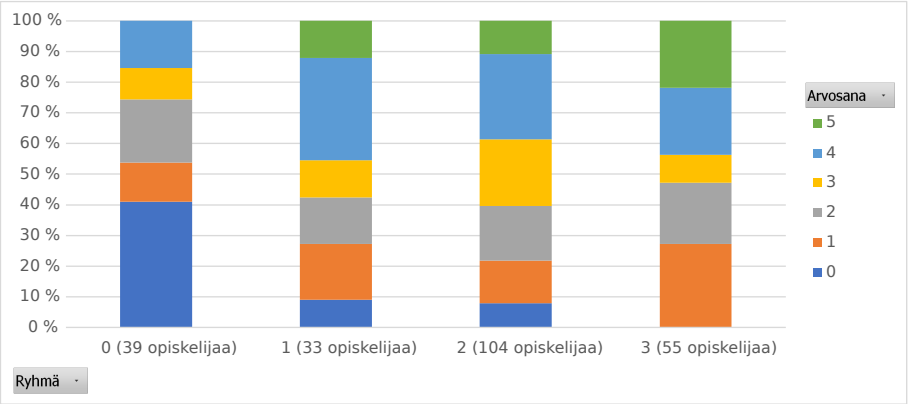
Kuva 5.7. *Vertaisarviointiryhmäjakauma mies- ja naisoletettujen osalta (2021)*

Kuten kuvasta 5.6 voidaan nähdä, itsearviointien tapaan vertaisarviointien kohdalla vuoden 2020 toteutuksen osalta erot mies- ja naisoletettujen välillä eivät ole tilastollisesti merkitseviä $(p = 0,369)$.

Vuoden 2021 toteutuksen osalta nais- ja miesoletettujen ryhmät poikkeavat tilastollisesti merkitsevästi $(p = 0,002)$ toisistaan. Kuvasta 5.7 ja taulukosta 5.3 voidaan huomata, että vuoden 2021 toteutuksella korostuu itsearviointiryhmäjaon tapaan naisoletettujen opiskelijoiden kattavampi kommentointi. Ryhmään 2 ja 3 kuuluneiden opiskelijoiden osuus naisoletettujen opiskelijoiden keskuudessa oli 89 %, kun miesoletetuilla opiskelijoilla vastaava luku oli 73 %.

Vertaisarvioinnin laadun ja oppimistuloksien yhteyden tutkimista varten tutkittiin kunkin

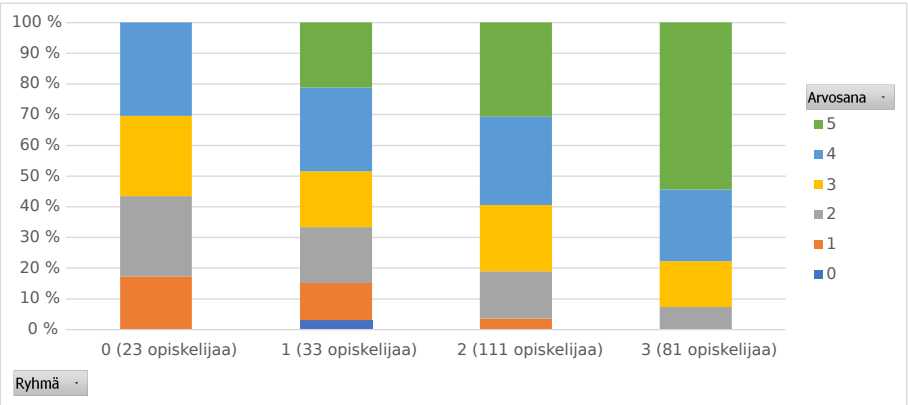
vertaisarviointiryhmän arvosanajakaumaa. Vuoden 2020 osalta tulokset on esitetty kuvassa 5.8.



Kuva 5.8. *Arvosanajakauma vertaisarviointiryhmien sisällä (2020)*

Kuten kuvasta 5.8 havaitaan, on vertaisarvioinnin tekemättä jättäneiden opiskelijoiden parissa hylätty (0) jälleen tavallisin arvosana eikä erinomaisia (5) arvosanoja näiden opiskelijoiden osalta ole saavutettu yhtäkään. Kattavaa vertaisarviointia tehneiden opiskelijoiden eli ryhmän 3 sisällä puolestaan hylättyjä (0) arvosanoja ei ole lainkaan ja erinomaisten (5) arvosanojen osuus on tässä ryhmässä suurempi kuin muissa ryhmissä. Muiden arvosanojen suhteen jakauma vertaisarvioinnin tehneiden opiskelijoiden ryhmissä 1, 2 ja 3 on kohtalaisen samankaltainen. Ryhmät kuitenkin eroavat toisistaan kokonaisuudessaan tilastollisesti erittäin merkitsevästi $(p < 0,001)$.

Vastaava jakauma vuoden 2021 tuloksista on esitetty kuvassa 5.9.



Kuva 5.9. *Arvosanajakauma vertaisarviointiryhmien sisällä (2021)*

Kuten itsearviointien myös vertaisarviointien kohdalla on vuoden 2021 tuloksissa nähtävillä selkeämpi trendi. Kattavaa kommentointia sisältäviä vertaisarvioita tehneiden opiskelijoiden joukosta yli puolet ovat saaneet erinomaisen (5) arvosanan, kun taas vertaisar-

vioinnin tekemättä jättäneiden joukossa näitä arvosanoja ei ole lainkaan. Erot ovat jälleen tilastollisesti erittäin merkitseviä $(p < 0,001)$.

5.3 Mielekkyyden kokemus

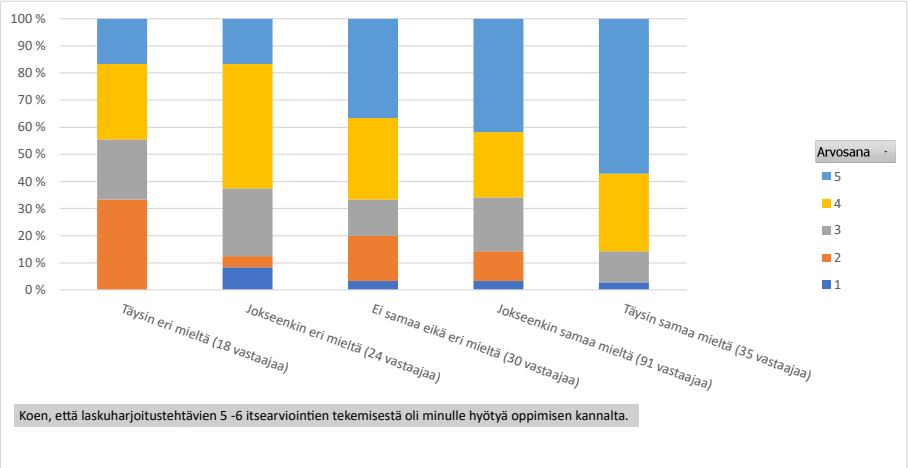
Itse- ja vertaisarvioinnin tekemisen laadun lisäksi tutkittiin myös opiskelijoiden kokemuksen itse- ja vertaisarvioinnin mielekkyydestä vaikutusta oppimistuloksiin. Tätä tutkimuskysymystä varten tutkimusmateriaali kerättiin opintojakson jälkimmäisellä toteutuksella. Mielekkyyden kokemusta tutkittiin vuoden 2021 toteutuksen loppuvaiheilla toteutetulla kyselyllä, jossa opiskelijat vastasivat sekä avoimiin että vastausvaihtoehdot sisältäviin kysymyksiin. Kyselyyn vastasi 198 opiskelijaa eli noin 80 % tutkimusluvan antaneista toteutukselle osallistuneista opiskelijoista. Kaikki kyselyyn vastanneista opiskelijoista olivat saaneet hyväksytyn arvosanan kurssista. Tämän takia aiemmista kuvista poiketen tämän alaluvun kuvissa ei ole hylättyä (0) arvosanaa lainkaan.

Kyselyssä oli yhteensä yhdeksän kysymystä, joista kuusi sisälsi väittämän ja perinteiset Likert-asteikon [6] vastausvaihtoehdot: ”Täysin eri mieltä”, ”Jokseenkin eri mieltä”, ”Ei samaa eikä eri mieltä”, ”Jokseenkin samaa mieltä” ja ”Täysin samaa mieltä”. Lisäksi yhdessä kysymyksessä vastausvaihtoehdot olivat: ”En koskaan”, ”Silloin tällöin”, ”Lähes aina” ja ”Aina”. Kaksi kysymystä oli avoimia.

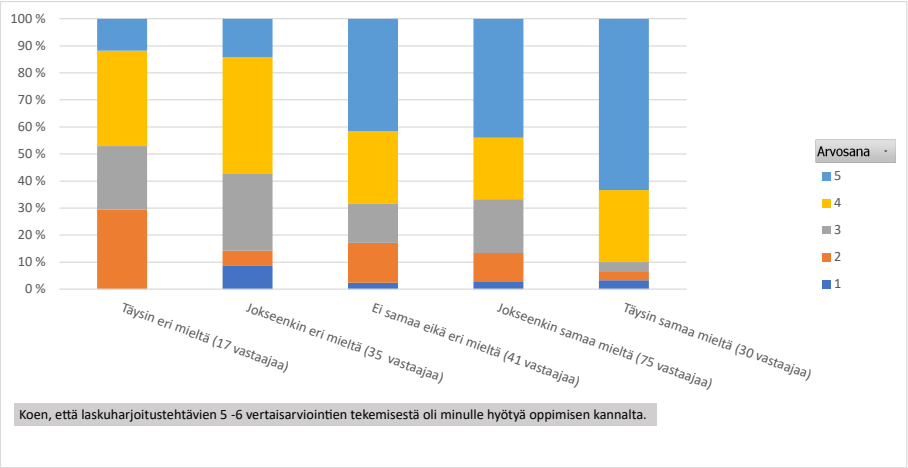
5.3.1 Itse- ja vertaisarviointien tekeminen

Kyselyn ensimmäinen väittämä oli "Koen, että viikoittaisesta osaamistavoitteiden saavuttamisen itsearvioinnista oli minulle hyötyä."Väitteellä viitattiin itsearviointiin, jossa arvioitiin omaa oppimista yleisemmällä tasolla. Koska tässä tutkimuksessa keskityttiin laskuharjoitustehtävien itse- ja vertaisarviointiin, ei näitä tuloksia käsitellä tässä enempää. Tulokset löytyvät liitteestä A sekä kunkin vastausvaihtoehdon arvosanajakaumien muodossa (kuva A.1) että oletetun sukupuolen mukaan jaoteltuna (kuva A.2).

Toisena ja kolmantena väittämä olivat ”Koen, että laskuharjoitustehtävien 5-6 itsearviointien tekemisestä oli minulle hyötyä oppimisen kannalta” ja ”Koen, että laskuharjoitustehtävien 5-6 vertaisarviointien tekemisestä oli minulle hyötyä oppimisen kannalta.” Kuvissa 5.10 ja 5.11 on esitetty kyseisten väittämien vastausvaihtoehtojen arvosanajakaumat.



Kuva 5.10. *Arvosanajakauma laskuharjoitustehtävien itsearviointien tekemisen hyödyllisyyden kokemuksen mukaan jaoteltuna*



Kuva 5.11. *Arvosanajakauma laskuharjoitustehtävien vertaisarviointien tekemisen hyödyllisyyden kokemuksen mukaan jaoteltuna*

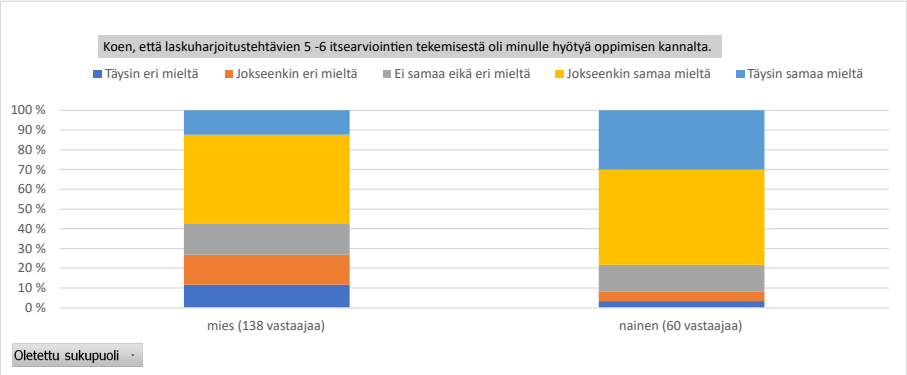
Kuvasta 5.10 nähdään, että kokonaisuudessaan opiskelijoista yhteensä 126 eli 64% koki itsearviointien tekemisen joko täysin tai jokseenkin hyödylliseksi ja 42 eli 21 % oli hyödyllisyydestä joko täysin tai jokseenkin eri mieltä. Loput 30 eli 15 % eivät olleet samaa eikä eri mieltä väittämän kanssa. Kuvan 5.11 perusteella vertaisarviointien tekemisen täysin tai jokseenkin hyödylliseksi koki 105 eli 53 % ja eri mieltä joko täysin tai osittain oli 52 eli 26 %. Vertaisarvioinnin hyödyllisyydestä neutraalin vastauksen vastasi 41 eli 21 % vastaajista. Tuloksien perusteella itsearviointien tekeminen koetaan siis useammin hyödylliseksi kuin vertaisarviointi. Tämä on erityisen mielenkiintoinen tulos verrattaessa siihen, kuinka paljon opiskelijat panostavat näiden arviointien tekemiseen. Kuten aiemmin todettiin, opiskelijat panostavat vertaisarviointien tekemiseen enemmän kuin itsearviointien tekemiseen. Vaikka opiskelijat siis kokevat itsearvioinnin tekemisen hieman useammin vertaisarvioinnin tekemistä hyödyllisemmäksi, se ei kuitenkaan näy suoraan panostuksessa

arviointien tekemiseen. Tässä tutkimuksessa arviointeihin panostamista mitattiin kirjoitettujen kommenttien perusteella. Tämän takia on kuitenkin myös mahdollista, että opiskelijat ovat käyttäneet itsearviointien tekemiseen esimerkiksi enemmän aikaa ja vaivaa, vaikka eivät sitten olekaan kirjoittaneet ajatuksiaan auki yhtä perinpohjaisesti itselleen kuin vertaispalautteen saajalle.

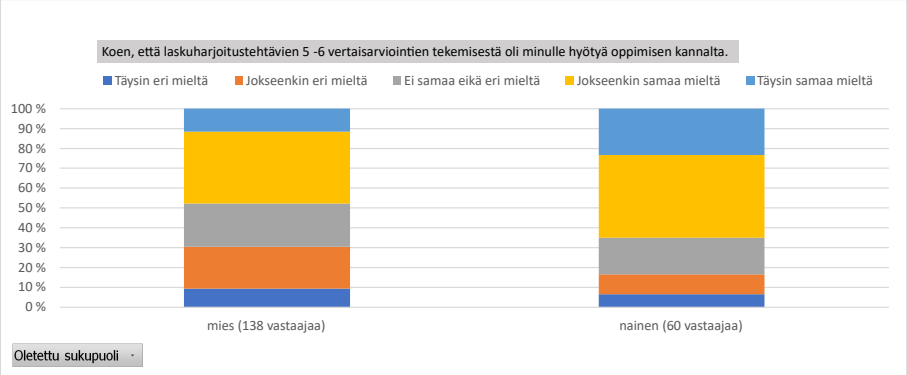
Kuvien 5.10 ja 5.11 perusteella voidaan tutkia myös itse- ja vertaisarviointien tekemisen hyödyllisyyden kokemuksen ja saavutettujen arvosanojen välistä suhdetta. Sekä itse- että vertaisarvioinnin tekemisen hyödylliseksi kokeneiden opiskelijoiden joukossa ehdottomasti tavallisin saavutettu arvosana on erinomainen (5). Täysin samaa mieltä itsearviointiin kohdistuvan väittämän kanssa olleista opiskelijoista jopa 57 % opiskelijoista on saanut erinomaisen (5) arvosanan ja jokseenkin samaa mieltä olevista opiskelijoistakin erinomaisen (5) arvosanan saavuttaneita on 41 %. Vertaisarvioinnin tekemisen hyödyllisyyteen liittyvän väitteen osalta osuudet ovat jopa vielä hieman suurempia, sillä täysin samaa mieltä olevista opiskelijoista 63 % on saavuttanut erinomaisen (5) arvosanan ja jokseenkin samaa mieltä olevista opiskelijoista vastaava osuus on 44 %. Molempien väittämien osalta vastausvaihtoehtojen arvosanajakaumat poikkeavat toisistaan kokonaisuudessaan tilastollisesti merkitsevästi $(p = 0,010, \quad p = 0,003)$.

Selkein trendi vaihtoehtojakaumassa on nähtävillä juuri erinomaisten (5) arvosanojen osuuksissa. Mitä vähemmän hyödylliseksi itse- tai vertaisarviointien tekeminen koettiin, sitä pienempi oli erinomaisten (5) arvosanan saavuttaneiden osuus vastaajista. Sekä täysin eri mieltä että jokseenkin eri mieltä itsearvioinnin tekemisen hyödyllisyydestä olevien joukoista vain 16 % oli saavuttanut tämän arvosanan. Vertaisarvioinnin osalta vastaavat osuudet olivat täysin eri mieltä olevista 12 % ja jokseenkin eri mieltä olevista 14 %.

Arvosanajakaumien lisäksi tuloksia tarkasteltiin myös oletettuun sukupuoleen perustuvan jaottelun pohjalta. Mies- ja naisoletettujen vastausjakaumat edellä mainittuihin väitteisiin on esitetty kuvissa 5.12 ja 5.13.



Kuva 5.12. *Laskuharjoitustehtävien itsearviointien tekemisen hyödyllisyyden kokemus oletetun sukupuolen mukaan jaoteltuna*



Kuva 5.13. *Laskuharjoitustehtävien vertaisarviointien tekemisen hyödyllisyyden kokemus oletetun sukupuolen mukaan jaoteltuna*

Kuvista 5.12 ja 5.13 huomataan, että naisoletetuista suurempi osuus kokee sekä itse- että vertaisarvioinnin tekemisen hyödylliseksi kuin miesoletetuista. Täysin tai jokseenkin samaa mieltä itsearviointia koskevan väittämän kanssa on naisoletetuista yhteensä 78% ja miesoletettujen osalta sama osuus on 57 %. Vertaisarvioinnin osalta vastaavat osuudet ovat 65 % naisoletetuista ja 48% miesoletetuista. Kokonaisuudessaan erot nais- ja miesoletettujen välillä ovat itsearvioinnin hyödyllisyyden kokemuksen osalta tilastollisesti erittäin merkitseviä $(p < 0,001)$ ja vertaisarvioinnin hyödyllisyyden kokemuksen osalta tilastollisesti melkein merkitseviä $(p = 0,012)$.

Itse- ja vertaisarvioinnin tekemisestä kysyttiin opiskelijoilta myös avoimella kysymyksellä, joka kuului seuraavasti: ”Mitä hyötyä minulle on itse- ja vertaisarviointien tekemisestä tällä opintojaksolla?” Vastauksista nousi selkeästi esille muutamia toistuvia teemoja, joista eniten mainittiin kertauksen hyödyllisyys ja tätä kautta oppimisen syventäminen. Useissa vastauksissa mainittiin, että arviointien tekeminen sai opiskelijan palaamaan edellisen viikon aiheisiin. Lisäksi kerrottiin, että asioihin uudestaan palatessa ymmärrys aihetta kohtaan syveni.

> ”Arviointeja tehdessä tehtäviin palaa uudelleen ja näin tehtävät tulee kerrattua perusteellisesti ja oppimista voi tapahtua.” (opiskelija 1, miesoletettu)

Useat opiskelijat olivat myös korostaneet omista virheistään oppimista.

> ”Hyödyllisintä itsearvioinnissa oli se, että konkreettisesti palasi omiin tehtäviinsä ja korjasi ne ratkaisujen mukaisesti. Virheet ja niiden oikeat ratkaisut jäivät mieleen paremmin.” (opiskelija 2, naisoletettu)

> ”Tehtäviin tuli perehdyttyä paljon tarkemmin kuin ilman itse- ja vertaisarviointia, minkä takia vaikeat tai väärin menneet asiat jäivät paremmin mieleen.” (opiskelija 3, n)

Toisena merkittävänä teemana opiskelijat olivat nostaneet esille erityisesti vertaisarviointien tekemiseen liittyen ratkaisujen selkeyden ja sitä kautta esimerkiksi välivaiheiden ja perustelujen tärkeyden hahmottamisen.

> ”Ymmärsin välivaiheiden ja perustelujen tärkeyden.” (opiskelija 4, m)

> ”Kun yrittää arvioida epäselviä tai pirstaleisia ratkaisuja, ryhtyy alitajuntaisesti parantelemaan myös omia vastauksiaan helpommin luettavaan muotoon.” (opiskelija 5, n)

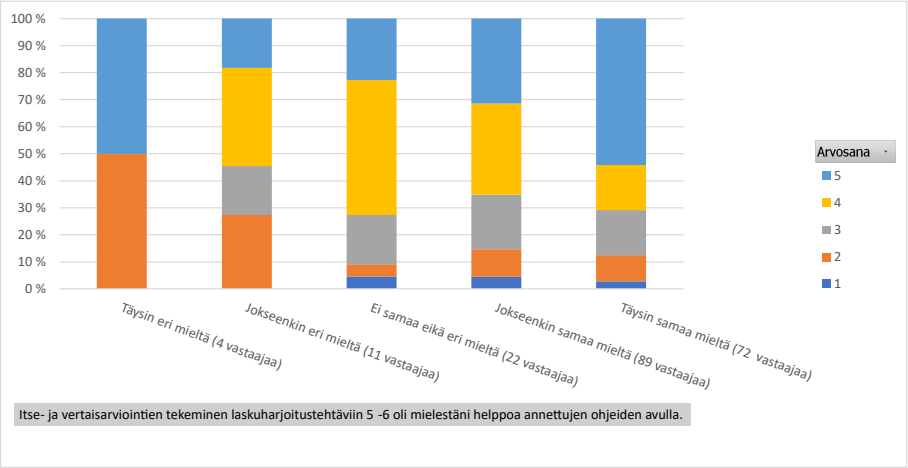
Kolmas esille noussut teema oli palautteen antamisen harjoittelu.

> ”Opin antamaan palautetta sekä analysoimaan ratkaisuja ja menetelmiä. Samalla huomasin viimeistään, miten tärkeä on perustella valintoja ja ratkaisun vaiheita jos toisen täytyy arvioida ratkaisua.” (opiskelija 6, m)

> ”Kehityin palautteen antajana. Sain vinkkejä tehtävien ratkaisuun ja sain nähdä erilaisia ratkaisutapoja.” (opiskelija 7, m)

Kuten esimerkiksi opiskelijoiden 6 ja 7 kommenteista käy ilmi, yhtenä hyötynä mainittiin myös erilaisten ratkaisujen tutkiminen ja tulkitseminen.

Hyödyllisyyden kokemuksen lisäksi opiskelijoilta kysyttiin myös itse- ja vertaisarviointien tekemisen helppoudesta väittämällä ”Itse- ja vertaisarviointien tekeminen laskuharjoitustehtäviin 5-6 oli mielestäni helppoa annettujen ohjeiden avulla.” Kuvassa 5.14 on esitetty kyseisen väittämän vastausvaihtoehtojen arvosanajakaumat.



Kuva 5.14. *Arvosanajakauma laskuharjoitustehtävien itse- ja vertaisarvioinnin tekemisen helppouden kokemuksen mukaan jaoteltuna*

Kokonaisuudessaan itse- ja vertaisarviointien tekeminen on koettu kyseisellä opintojakson toteutuksella helpoksi. Kuvan 5.14 mukaisesti täysin samaa mieltä tekemisen helppoudesta on ollut 72 eli 36 % vastaajista ja jokseenkin samaa mieltä 89 eli 45 % vastaajista. Yhteensä siis 81 % on kokenut arviointien tekemisen ainakin jokseenkin helpoksi.

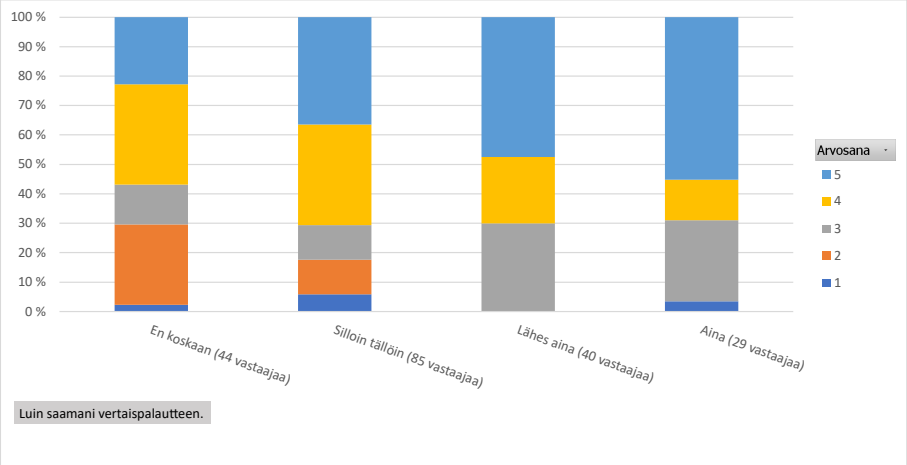
Kuten kuvasta 5.14 nähdään, on erinomaisen (5) arvosanan saavuttaneiden osuus kummassakin ääripäässä erityisen suuri. Täysin eri mieltä arviointien tekemisen helppoudesta olevia on kuitenkin yhteensä vain 4 opiskelijaa, minkä takia arvosanajakauma tässä joukossa ei ole merkitsevä. Mikäli täysin eri mieltä vastanneita ei oteta huomioon, vastausvaihtoehtojen osalta on nähtävissä trendi, jonka mukaan mitä helpommaksi arviointien tekeminen on koettu, sitä useammin saavutettu arvosana on ollut erinomainen (5). Muiden arvosanojen osalta yhtä selkeää trendiä ei ole nähtävissä. Eri vastausvaihtoehdon valinneiden opiskelijoiden ryhmät eivät kuitenkaan kokonaisuudessaan poikkea toisistaan tilastollisesti merkitsevästi $(p = 0,257)$.

Myös tämän väittämän osalta tutkittiin oletettujen sukupuolien eroja. Tutkimuksen perusteella naisoletetuista hieman suurempi osuus kokee arviointien tekemisen helpoksi kuin miesoletetuista. Tulos on tilastollisesti melkein merkitsevä $(p = 0,012)$. Kyseinen vastausvaihtoehtojakauma oletettujen sukupuolien mukaan jaettuna löytyy liittestä A kuvasta A.3.

5.3.2 Vertaisarviointien vastaanottaminen

Kyselyn loput vastausvaihtoehdot sisältävät väittämät koskivat itse- ja vertaisarvointien tekemisen sijaan vertaisarvioinnin vastaanottamista. Ensin opiskelijoilta kysyttiin, kuinka

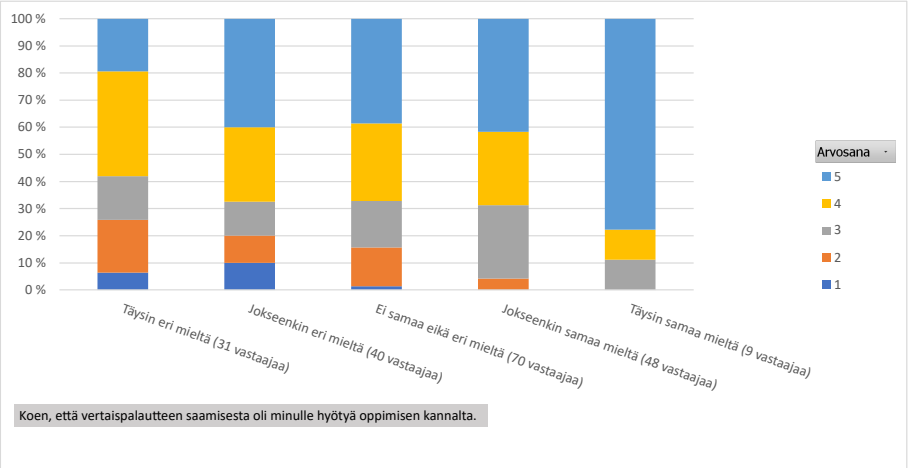
usein he lukevat saamansa vertaispalautteen. Vastausvaihtoehdot arvosanajakaumineen on esitetty kuvassa 5.15.



Kuva 5.15. *Arvosanajakauma saatuun vertaispalautteeseen perehtymisen säännöllisyyden mukaan jaoteltuna*

Kuten kuvasta 5.15 on luettavissa, on opiskelijoiden tavallisin vastaus ”Silloin tällöin”, jonka on vastannut 85 eli 43 % vastaajista. Aina vertaispalautteen vastasi lukevansa vain 29 eli 15 %. Arvosanajakaumia tutkittaessa huomataan, että mitä säännöllisemmin vertaispalaute luetaan, sitä enemmän erinomaisia (5) arvosanoja keskimäärin saavutetaan. Opiskelijoiden, jotka ovat saavuttaneet erinomaisen (5) arvosanan, osuus aina vertaispalautteeseen perehtyneistä on 55 %, lähes aina perehtyneistä 48%, silloin tällöin perehtyneistä 36% ja ei koskaan perehtyneistä 23 %. Arvosanajakaumat ryhmien sisällä poikkeavat tilastollisesti melkein merkittävästi $(p = 0,017)$ toisistaan.

Seuraavana opiskelijoilta kysyttiin, kokivatko he hyötyvänsä heille annetusta vertaispalautteesta. Nämä tulokset arvosanajakaumineen on esitetty kuvassa 5.16.



Kuva 5.16. *Arvosanajakauma saadun vertaispalautteen hyödyn kokemuksen mukaan jaoteltuna*

Kuten kuvasta 5.16 huomataan, on neutraalien ”En samaa enkä eri mieltä” -vastausten määrä tämän kysymyksen osalta erityisen suuri. Tämä kuitenkin johtuu ainakin osittain siitä, että tutkimuksessa käytetyssä kysymyslomakkeessa kaikki vastausvaihtoehdot sisältävät kysymykset oli määritelty pakolliseksi. Tämä tarkoittaa sitä, että myös kuvan 5.15 mukaiset 44 opiskelijaa, jotka eivät olleet vastauksien perusteella lukeneet saamaansa palautetta kertaakaan, ovat vastanneet tähän kysymykseen. Arvosanajakaumien osalta selkeimmät poikkeavuudet löytyvät ääripäävaihtoehdoista eli täysin samaa mieltä ja täysin eri mieltä olevien ryhmistä. Täysin samaa mieltä olevista jopa 78% on saavuttanut erinomaisen (5) arvosanan. Tässä ryhmässä otoskoko on kuitenkin melko pieni. Toisessa ääripäässä eli täysin eri mieltä vertaispalautteiden saamisen hyödyllisyydestä olevista opiskelijoista puolestaan vain 19 % on suorittanut opintojakson erinomaisella (5) arvosanalla. Eri vastauksen vastanneiden opiskelijoiden joukot poikkeavat tilastollisesti melkein merkitsevästi $(p = 0,015)$ toisistaan.

Arvosanajakaumien lisäksi tutkittiin myös, onko mies- ja naisoletettujen välillä eroa vertaispalautteeseen perehtymisen säännöllisyydessä tai vertauspalautteen saamisen hyödyllisyyden kokemuksessa. Tutkimuksen perusteella säännöllisyydessä ei ollut havaittavissa tilastollisesti merkitsevää $(p = 0,090)$ eroa. Hyödyllisyyden kokemuksen osalta naisoletettujen joukossa palautteen saaminen koettiin hieman useammin hyödylliseksi kuin miesoletettujen joukossa. Ero on tilastollisesti melkein merkitsevä $(p = 0,037)$. Kyseiset tulokset löytyvät liitteestä A kuvista A.4 ja A.5.

Viimeisenä väitteenä esitettiin ”Uskon, että antamastani vertaispalautteesta oli hyötyä sen vastaanottajalle.” Tämän kysymyksen tuloksia ei käsitellä tässä työssä, mutta ne on esitetty kuvissa A.6 ja A.7, jotka löytyvät liitteestä A.

5.3.3 Itse- ja vertaisarviointien kehittäminen

Opiskelijoilta kysyttiin myös kehitysehdotuksia itse- ja vertaisarviointiin liittyen. Yksi keskeisimmistä toiveista liittyi saatujen vertaisarviointien laatuun. Useampi opiskelija oli kirjoittanut, että heitä oli turhauttanut, kun he eivät olleet saaneet kommentteja joko lainkaan tai hyvin suppeasti. Varsinaisena kehitysideana esitettiin jonkinlaista valvontaa vertaisarviointien laadulle.

> ”Arviointeja on varmasti haastavaa valvoa, mutta itse käytin vertaisarviointeihin paljon aikaa ja useimmiten itse saamani palaute oli todella suppea tai en saanut palautetta ollenkaan, mikä harmitti.” (opiskelija 8, n)

> ”Vertaisarviointeja voisi tutkia tarkemmin, itse saamani vertaisarviot ovat täyttä roskaa.” (opiskelija 9, m)

Lisäksi arviointien tekeminen oli koettu usein hieman vaikeaksi ja yksinäiseksi hommaksi. Useampi opiskelija toivoi jonkinlaista alustaa, jossa arvioinneista voisi keskustella. Lisäksi ehdotettiin myös monivalintakohtia sisällytettäväksi arviointeihin sekä helpottamaan niiden tekemistä että takaamaan arviointien laatua.

> ”Voisi ehkä olla oma keskustelupalsta tai vastaava, josta saisi helpommin apua arvioinnin tekemiseen.” (opiskelija 10, n)

> ”Esimerkiksi tehtävän selkeydestä voisi olla monivalintakohta, jossa vaihtoehtoina olisi tyyliin erittäin selkeä, melko selkeä jne. Olisi helpompi arvioida siten kuin yrittää sanallisesti kertoa.” (opiskelija 11, n)

> ”Jonkinlainen monivalinta voisi olla hyvä lisä, siten ettei voi vain antaa palautteeksi ”Hyvä!”.” (opiskelija 12, m)

Kehitysehdotuksien joukossa oli myös paljon mielipiteitä arviointiohjeiden formaatista. Tällä opintojaksolla arviointiohjeet olivat videon muodossa, mistä suurin osa oli pitänyt. Videoiden ohelle kuitenkin toivottiin myös kirjallista dokumenttia.

> ”Pisteytysohjeet olivat tällä kurssilla todella hyvät ja selkeät ja toivon että niitä ei muuteta takaisin pdf-muotoon, jolla ne ovat viime kursseilla olleet.” (opiskelija 13, m)

> ”Videot oli hyvä lisä arviointeihin, mutta myös jokin pdf-vaihtoehto voisi olla

hyvä.” (opiskelija 14, n)

”Voisi ehkä olla vähän selvempi, vaikka pdf-tiedostona jossa näkyisi pisteytys ohjeet, koska videosta tiettyjen kohtien metsästäminen on hieman aikaa vievää, koska täytyy etsiä se kohta videosta, missä näkyy kuinka paljon pisteitä annetaan.” (opiskelija 15, m)

Toinen vastakkaisia mielipiteitä herättävä aihe oli itse- ja vertaisarvioinnin hyödyllisyys. Osa opiskelijoista piti vertaisarviointien tekemistä hyödyllisenä, mutta ei kokenut saavansa hyötyä itsearviointien tekemisestä. Toisaalta osa opiskelijoista koki nimenomaan itsearvoinnin hyödylliseksi, mutta koki vertaisarvioinnin olevan turhaa.

”En pidä itsearviota kovin tarpeellisena oman oppimisen kannalta. Vertaisarvio tosin on hyvä tapa saada kritiikkiä omasta vastauksesta.” (opiskelija 16, m)

”Rehellisesti sanoen en koe vertaisarviointia kovin hyödylliseksi ajankäytöksi matematiikan oppismisen [SIC] kannalta. Tuntuu, että vertaisarvioita tehdessä tulee usein vaikeuksia esimerkiksi käsialan tai epäselvien merkintöjen tulkinnassa ja suuri osa ajasta ja vaivasta menee tällaisten toissijaisten asioiden selvittämiseen ja ihmettelyyn. Yleensä kaikki matematiikkaan liittyvät oivallukset tapahtuvat mielestäni jo omia ratkaisujansa tarkastaessa. Siten oma kehitysehdotukseni olisi luopua vertaisarvioinneista. Itseisarvioinnit kuitenkin voisi jatkua samaan tapaan.” (opiskelija 17, m)

6. YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTÖKSET

Tutkimuksessa tarkoituksena oli selvittää sekä itse- ja vertaisarvioinnin tekemisen laadun että mielekkyyden kokemuksen suhdetta oppimistuloksiin. Lisäksi tarkasteltiin mies- ja naisoletettujen eroja näiden suhteen.

Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä tutkittiin, millainen suhde itse- ja vertaisarviointien tekemisen laadulla on oppimistuloksiin. Itse- ja vertaisarviointien laatua arvioitiin jakamalla opiskelijat neljään ryhmään sen mukaan, kuinka kattavaa heidän tekemiensä arviointien kommentointi oli. Oppimistuloksien laatua tässä tutkimuksessa puolestaan mitattiin saavutettujen arvosanojen avulla. Vuoden 2020 tulosten perustella todettiin, että mitä laadukkaammin itse- tai vertaisarvioinnit oli tehty, sitä vähemmän hylättyjä (0) arvosanoja oli saatu. Muiden arvosanojen osalta jakaumat olivat tasaisempia, mutta vertaisarviointien osalta havaittiin, että erinomaisten (5) arvosanojen määrä oli suurin laadukkaimpia arviointeja tehneiden opiskelijoiden parissa.

Vuoden 2021 tulokset puolestaan muodostivat vielä selkeämmän trendin. Sekä itse- että vertaisarviointien laatua arvosanoihin verrattaessa todettiin, että mitä kattavampaa kommentointia arvioinnit sisälsivät, sitä parempia arvosanoja oli saavutettu. Kokonaisuudessaan siis voidaan todeta, että itse- ja vertaisarviointien tekemisen laadukkuus korreloi parempien oppimistuloksien kanssa.

Toisena tutkimuskysymyksenä tutkittiin, millainen suhde opiskelijoiden kokemuksella itse- ja vertaisarvioinnin mielekkyydestä on oppimistuloksiin. Opiskelijoiden suhtautumista tutkittiin sekä siitä näkökulmasta, millaisena he kokevat arviointien tekemisen että siitä näkökulmasta, millaisena he kokevat saamansa vertaispalautteen. Opiskelijoiden suhtautumista mitattiin kyselyllä, jossa esitettiin väittämiä Likert-asteikon vastausvaihtoehdoilla.

Opiskelijoilta kysyttiin, kuinka hyödylliseksi he kokivat itse- ja vertaisarviointien tekemisen. Sekä itse- että vertaisarvioiden osalta oli nähtävissä selkeä trendi, jonka mukaan mitä hyödyllisemmäksi arviointien tekeminen oli koettu, sitä parempia arvosanoja oli keskimäärin saatu. Hyödyllisyyden lisäksi opiskelijoilta kysyttiin myös, kuinka helpoksi he kokivat arviointien tekemisen. Myös helppouden kokemus korreloi arvosanojen kanssa si-

ten, että mitä helpommaksi arviointien tekeminen oli koettu, sitä parempia arvosanoja oli saavutettu. Ylipäänsä arviointien tekemisen oli kokenut ainakin jokseenkin helpoksi noin 81 % opiskelijoista.

Opiskelijoiden suhtautumista saamiinsa vertaisarviointeihin tutkittiin niiden tuoman hyödyn näkökulmasta. Eniten erinomaisia (5) arvosanoja saavutettiin niiden opiskelijoiden parissa, jotka olivat kokeneet saamansa palautteen hyödylliseksi, ja puolestaan vähiten niiden opiskelijoiden parissa, jotka eivät olleet kokeneet hyötyä palautteista. Noin 65 % opiskelijoista kuitenkin kertoi lukevansa palautteen korkeintaan silloin tällöin, minkä takia hyödyllisyyden arviointikin on saattanut hieman vääristyä. Toisaalta mitä säännöllisemmin saadut vertaispalautteet oli käyty lukemassa, sitä enemmän erinomaisia (5) arvosanoja oli saavutettu. Kokonaisuudessaan voidaan kuitenkin todeta, että itse- ja vertaisarvioinnin mielekkyyden kokemus korreloi parempien oppimistuloksien kanssa.

Tässä tutkimuksessa käytetyn aineiston ja tutkimusmenetelmien perusteella ei voida määrittää kausaliteettia näiden edellä mainittujen asioiden välille. Ei siis voida tietää aiheuttaako esimerkiksi arviointeihin panostaminen parempia arvosanoja vai onko kyse siitä, että parempia arvosanoja saavuttavat opiskelijat tekevät myös arvioinnit huolellisemmin. Todennäköisesti vaikutus ilmenee molempiin suuntiin, mutta tämä voisi olla mielenkiintoinen jatkotutkimusaihe.

Kolmantena tutkimuskysymyksenä tutkittiin, millaisia eroja on havaittavissa itse- ja vertaisarviointien tekemisen laatuun tai mielekkyyden kokemiseen liittyen mies- ja naisoletettujen välillä. Tekemisen laatua tutkittaessa etenkin vuoden 2021 tulosten perusteella kävi ilmi, että naisoletetut tekivät sekä itse- että vertaisarviointeja laadukkaammin kuin miesoletut. Myös vuoden 2020 tuloksissa oli nähtävillä sama trendi, mutta ero ei ollut tilastollisesti yhtä merkittävä.

Naisoletetut pitivät arviointien tekemistä myös miesoletettuja hyödyllisempänä ja helpompana. Vertaispalautteiden lukemisen säännöllisyydessä ei puolestaan ollut tilastollisesti merkittävää eroa oletettujen sukupuolien välillä. Naisoletetut kuitenkin kokivat saamansa palautteen hieman miesoletettuja hyödyllisemmäksi.

Tutkimuksessa käytetyn aineiston ja tutkimusmenetelmien avulla saatiin vastattua asetettuihin tutkimuskysymyksiin. Tutkimuksen kohderyhmä on ollut myös kohtalaisen laaja, jonka takia saatuja tuloksia voidaan pitää merkittävinä. Itse- ja vertaisarviointien laadun luokittelussa lähtökohtana toimi kirjoitettujen kommenttien pituus, joka ei välttämättä korreloi laadukkuuden kanssa. Tämäkin kuitenkin otettiin huomioon ja luokitusta korjattiin muutamien arviointien osalta. Luokituksia korjattaessa on pyritty mahdollisimman objektiiviseen tarkasteluun. Näin ollen voidaan todeta, että tutkimusta voidaan pitää pätevänä

ja luotettavana.

Alkuperäisten tutkimuskysymysten lisäksi tutkimuksen aikana nousi esille myös muita mielenkiintoisia asioita. Yksi näistä oli ero opiskelijoiden suhtautumisessa itse- ja vertaisarviointien tekoon. Itsearviointien tekemisen vähintään jokseenkin hyödylliseksi oli kokenut 64 % ja vertaisarviointien osalta sama luku oli hieman pienempi, 53 %. Tästä huolimatta vertaisarvioinnit oli kuitenkin keskimäärin kirjoitettu laadukkaammin. Opiskelijoiden antamien avointen vastausten perusteella yksi mahdollinen selitys tälle on se, että opiskelijat kokevat omien ratkaisuidensa tarkistamisen hyödyllisemmäksi kuin toisten, mutta eivät koe tarvetta kirjoittaa itselleen yhtä kattavasti palautetta. Avoimien vastauksien perusteella tehty toinen mielenkiintoinen huomio on se, että suhteellisen iso osa opiskelijoista koki toisen arviointimenetelmän huomattavasti toista mielekkäämmäksi. Erot opiskelijoiden suhtautumisessa näihin kahteen arvioitimenetelmään voisivatkin olla toinen erityisen mielenkiintoinen jatkotutkimuskohde.

Opiskelijoiden antamien avoimien vastausten perusteella saatiin lisäksi käsitys siitä, minkälaista hyötyä he tällä hetkellä kokevat itse- ja vertaisarviointien tekemisellä olevan ja toisaalta millaisia ongelmia he siinä näkevät. Kysyttäessä opiskelijoilta arviointien tekemisen hyödyistä esille nousi kolme tärkeää teemaa, joista osa liittyi enemmän itsearviointiin ja osa taas vertaisarviointiin. Itsearvioinnin tärkeimpänä hyötynä mainittiin opiskeltavan asian kertaamisen tärkeys ja siihen liittyen oppimisen syventäminen ja toisaalta omista virheistä oppiminen. Vertaisarvioinnin puolella esiin nousi ratkaisujen selkeyden ja erityisesti matematiikassa välivaiheiden tärkeyden hahmottaminen. Kolmantena hyötynä mainittiin ylipäänsä palautteen antamisen opettelu.

Opiskelijoille teetetyn kyselyn viimeisenä kohtana kysyttiin kehitysideoita itse- ja vertaisarviointien toteuttamiseen tulevaisuudessa. Esille nousi kaksi selkeää ongelmakohtaa, joille esitettiin myös osassa vastauksista ratkaisumalleja. Ensimmäinen näistä ongelmista oli saatujen vertaispalautteiden laatu, johon osa opiskelijoista kertoi turhautuneensa. Osassa palautteista oli annettu vain pisteet, eikä kommentteja ollut lainkaan. Opiskelijoiden vastauksista kävi ilmi, että erityisesti silloin, jos heidän oma ratkaisunsa on ollut puutteellinen, he olisivat kaivanneet sanallista palautetta osaamisestaan. Tähän ratkaisuksi toivottiin jonkinlaista vertaisarviointien laadunvalvontaa tai esimerkiksi sanallisen palautteen pakollisuutta.

Toisena merkittävänä ongelmana opiskelijat nostivat esiin arviointien tekemisen ja erityisesti esimerkiksi pisteyttämisen haastavuuden ja etenkin tunteen siitä, etteivät he tiedä, mistä apua saisi tarvittaessa. Tähän ratkaisuksi opiskelijat ideoivat muun muassa jonkinlaista keskustelualustaa, jossa voisi kysellä apua. Toinen useampaan kertaan esitetty ratkaisuehtotus oli lisätä arviointeihin monivalintakysymyksiä, jotka ohjaisivat arvioimaan

oikeita asioita. Jatkotutkimuksena voisikin esimerkiksi tutkia sitä, miten itse- ja vertaisarvioita pitäisi kehittää, jotta yhä useampi opiskelija kokisi ne mielekkäiksi.

LÄHTEET

[1] Andrade, H. ja Du, Y. Student responses to criteria-referenced self-assessment. *Assessment and evaluation in higher education* 32.2 (2007), s. 159–181. ISSN: 0260-2938.

[2] Cho, K. ja MacArthur, C. Learning by Reviewing. *Journal of educational psychology* 103.1 (2011), s. 73–84. ISSN: 0022-0663.

[3] Hwang, G.-J., Hung, C.-M. ja Chen, N.-S. Improving learning achievements, motivations and problem-solving skills through a peer assessment-based game development approach. *Educational technology research and development* 62.2 (2014), s. 129–145. ISSN: 1042-1629.

[4] Häsä, J., Rämö, J. ja Virtanen, V. Evaluating students' self-assessment in large classes. *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University, helmikuu 2019, s. 4083–4090. ISBN: 978-90-73346-75-8.

[5] Ibabe, I. ja Jauregizar, J. Online self-assessment with feedback and metacognitive knowledge. *Higher education* 59.2 (2010), s. 243–258. ISSN: 0018-1560.

[6] Kalliopuska, M. *Psykologian sanasto*. Otava, 2005. ISBN: 951-1-20094-1.

[7] Lahdenperä, J. *Supporting quality of learning in university mathematics : Contrasting students' approaches to learning, self-efficacy, and regulation of learning in two student-centred learning environments*. Helsinki, 2022.

[8] Liu, N.-F. ja Carless, D. Peer feedback: the learning element of peer assessment. *Teaching in higher education* 11.3 (2006), s. 279–290. ISSN: 1356-2517.

[9] Luostarinen, A., Nieminen, J. H., White, E. H., Nilivaara, P., Peltomaa, I.-M., Ouakrim-Soivio, N. ja Tuohilampi, L. *Arvioinnin käsikirja*. PS-kustannus, 2019. ISBN: 978-952-451-970-0.

[10] Nicol, D., Thomson, A. ja Breslin, C. Rethinking feedback practices in higher education: a peer review perspective. *Assessment and evaluation in higher education* 39.1 (2014), s. 102–122. ISSN: 0260-2938.

[11] Opetushallitus. *Arviointisanastoa opettajille*. URL: https://www.oph.fi/fi/koulutus-ja-tutkinnot/arviointisanasto-opettajille (viitattu 05. 04. 2021).

[12] Orsmond, P., Merry, S. ja Reiling, K. The Use of Student Derived Marking Criteria in Peer and Self-assessment. *Assessment and evaluation in higher education* 25.1 (2000), s. 23–38. ISSN: 0260-2938. DOI: 10.1080/02602930050025006.

[13] Panadero, E., Jonsson, A. ja Botella, J. Effects of self-assessment on self-regulated learning and self-efficacy: Four meta-analyses. *Educational research review* 22 (2017), s. 74–98. ISSN: 1747-938X.

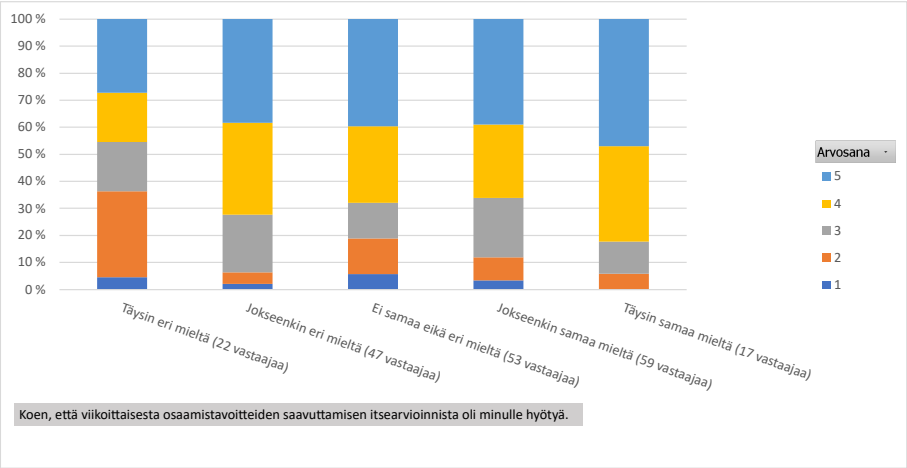
[14] Stewart, J. *Calculus*. McMaster University, 2003. ISBN: 053439339X.

[15] Topping, K. Peer Assessment between Students in Colleges and Universities. *Review of educational research* 68.3 (1998), s. 249–276. ISSN: 0034-6543.

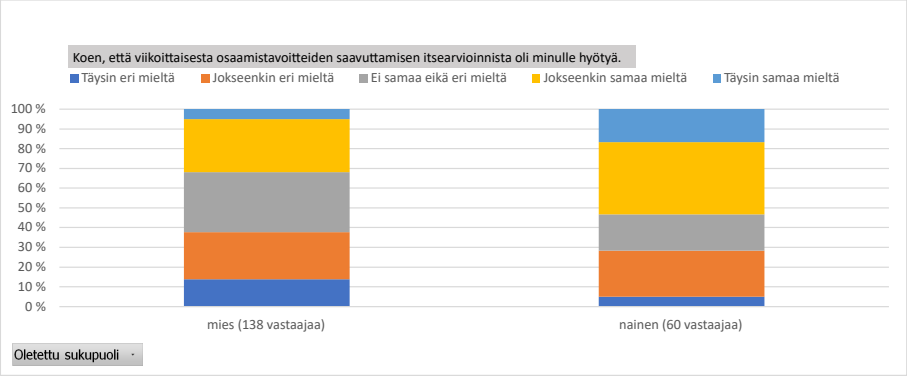
[16] Trench, W. F. *Introduction to Real Analysis*. A.T. Still University, 2013. ISBN: 0130457868.

[17] Vuorenpää, V., Viro, E. ja Kaarakka, T. Higher education students' competence satisfactionin two different pedagogical approaches. *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (2022).

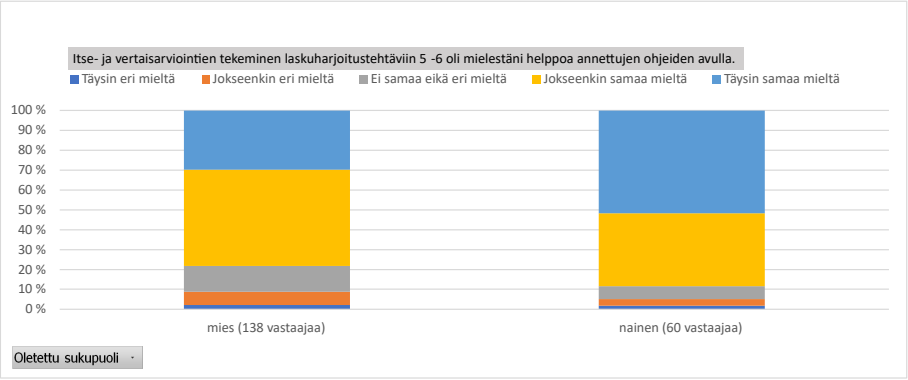
A. MIELEKKYYSKYSELYN TULOKSIA



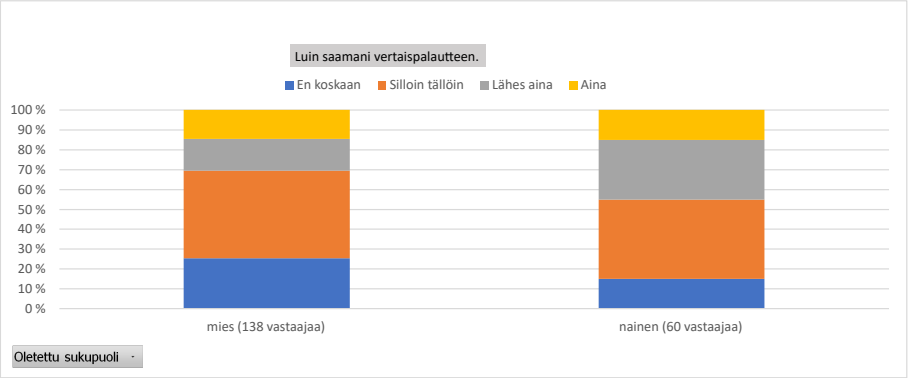
Kuva A.1. *Arvosanajakauma osaamistavotteiden saavuttamisen itsearvioinnin hyödyllisyyden kokemuksen mukaan jaoteltuna*



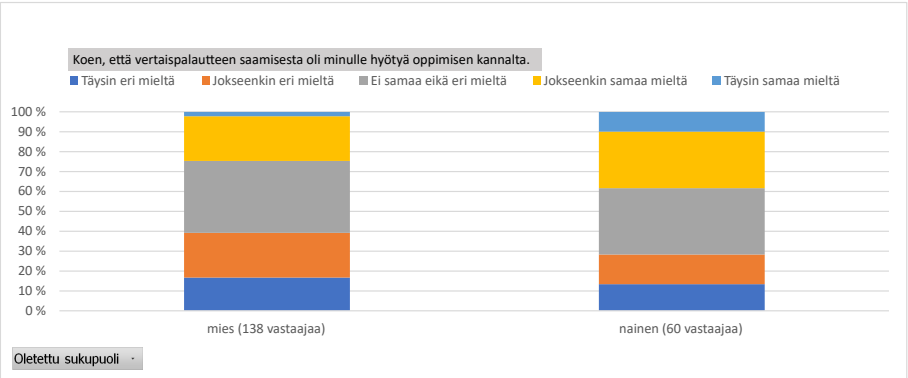
Kuva A.2. *Osaamistavotteiden saavuttamisen itsearvioinnin hyödyllisyyden kokemus oletetun sukupuolen mukaan jaoteltuna*



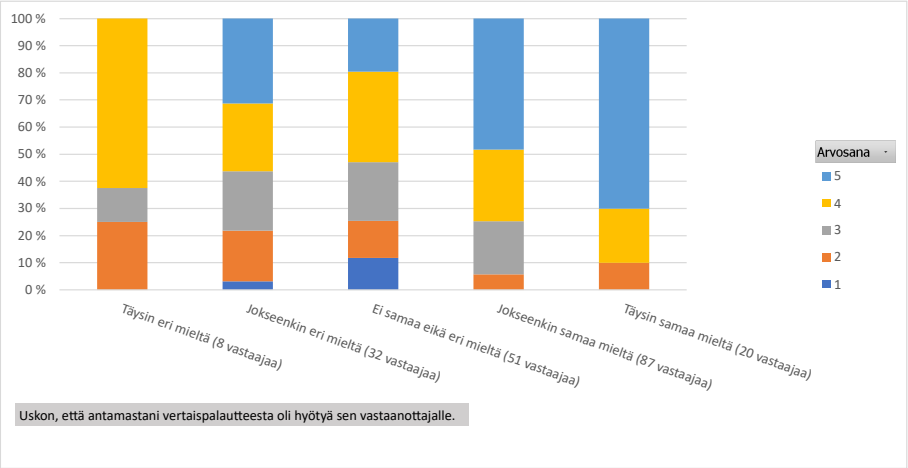
Kuva A.3. *Laskuharjoitustehtävien itse- ja vertaisarvioinnin tekemisen helppouden kokemus oletetun sukupuolen mukaan jaoteltuna*



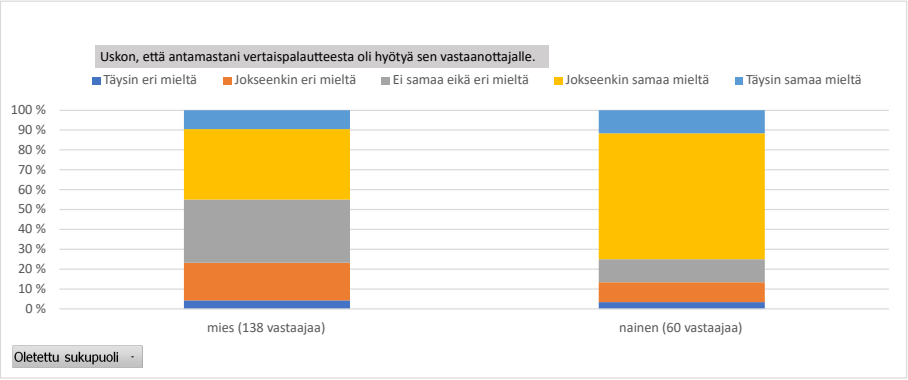
Kuva A.4. *Saatuun vertaispalautteeseen perehtymisen säännöllisyys oletetun sukupuolen mukaan jaoteltuna*



Kuva A.5. *Kokemus saadun vertaispalautteen hyödystä oletetun sukupuolen mukaan jaoteltuna*



Kuva A.6. *Arvosanajakauma kokemuksen annetun vertaispalautteen hyödystä sen vastaanottajalle mukaan jaoteltuna*



Kuva A.7. *Kokemus annetun vertaispalautteen hyödystä sen vastaanottajalle oletetun sukupuolen mukaan jaoteltuna*