Tampereen yliopisto

Patrik Peijari

LUKIOLAISTEN KÄSITYKSET VALON KÄYTTÄYTYMISESTÄ JA KUVAN MUODOSTUKSESTA

Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta
Diplomityö
Huhtikuu 2022

TIIVISTELMÄ

Patrik Peijari: Lukiolaisten käsitykset valon käyttäytymisestä ja kuvan muodostuksesta
Diplomityö
Tampereen yliopisto
Matemaattisten aineiden opettaja- ja DI-koulutus
4/2022

Optiset ilmiöt ovat vahvasti sidoksissa jokapäiväiseen elämäämme. Siksi on perusteltua ymmärtää valoon ja kuvanmuodostukseen liittyvästä teoriasta jotain. Suomessa peruskoulut ja lukiot opettavatkin optisiin ilmiöihin liittyvää teoriaa. Tämän työn tavoitteena oli selvittää, mitä virhekäsityksiä lukiolaisilla on valon käyttäytymiseen ja kuvan muodostukseen liittyen. Aiempien tutkimusten ja analyysissä esille nousseiden virhekäsitysten avulla pyrittiin myös pohtimaan mahdollisia pedagogisia ratkaisuja, joilla virhekäsityksiä voisi ehkäistä.

Työ koostuu kuudesta kappaleesta. Aluksi työssä esitetään valon käyttäytymiseen ja kuvan muodostukseen liittyvää fysikaalista teoriaa. Seuraavaksi työssä käydään läpi vuosien 2003, 2015 ja 2019 lukion opetussuunnitelmien perusteet ja perehdytään siihen, mitä niissä sanotaan oppimisesta ja fysiikan opiskelusta. Työn kolmannessa ja neljännessä osassa käydään läpi aiempia tutkimustuloksia siitä, minkälaisia virhekäsityksiä opiskelijoilta on löydetty optiikan ilmiöihin liittyen. Lisäksi esitetään tutkimuskysymykset ja -menetelmät. Lopuksi työssä esitetään, minkälaisia virhekäsityksiä ylioppilaskokelailla oli keväiden 2015 ja 2019 fysiikan ylioppilaskokeissa valon käyttäytymiseen ja kuvan muodostukseen liittyen. Lisäksi pohdittiin, mistä nämä virhekäsitykset voivat johtua. Tämän jälkeen pohdittiin hieman pedagogisia ratkaisumenetelmiä, joilla voisi ehkäistä löydettyjä virhekäsityksiä.

Työssä analysoitiin kevään 2015 tehtävä 4:n ja kevään 2019 tehtävä 8:n ylioppilaskoevastauksia. Kevään 2015 kokeen vastaukset olivat paperisia ja kevään 2019 sähköisiä. Analysoidut vastaukset edustivat 2–3 % koko Suomen vastauksista. Vastauksia analysoitaessa kiinnitettiin huomiota siihen, että vastauksia luettaisiin neutraalisti, eikä oletuksia oppilaiden ajatuksista tehtäisi.

Saadut tulokset osoittavat, että kuvanmuodostukseen ja valon käyttäytymiseen liittyviä virhekäsityksiä on paljon ja ne ovat moninaisia. Vastauksista löytyi kuitenkin selvästi muita yleisempiä virhekäsityksiä, jotka analyysissä esitettiin. Näistä vastauksista voitiin päätellä, että arkielämän kokemukset ja ennakkokäsitykset ovat vaikuttaneet monen virhekäsityksen syntyyn. Myös puutteellisten oppikirjojen havaittiin olevan yksi mahdollinen virhekäsitysten lähde. Virhekäsitysten välttämiseksi ehdotettiin erilaisia pedagogisia ratkaisumenetelmiä. Todettiin, että esimerkiksi tietokonesimulaatioiden oppilaskeskeinen käyttö voisi vähentää virhekäsityksiä. Lisäksi pohdittiin, voisiko opiskelijat saattaa tilanteisiin, missä he joutuvat tiedostamaan omia ennakkokäsityksiään.

Avainsanat: fysiikka, optiset linssit, valekuva, todellinen kuva, taittuminen, optinen tiheys, taitekerroin, valonsäde, kuvanmuodostus, kokonaisheijastuminen, näkökyky

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck –ohjelmalla.

ABSTRACT

Patrik Peijari: High school students' perceptions about the behavior of light and imaging
Master's thesis
Tampere university
Teaching program for mathematic subjects and Master of Science in Technology
4/2022

Optical phenomena are strongly tied to our every-day-life. Therefore, it is reasonable to understand something about the theory of light and imaging. The primary schools and high schools in Finland both teach theory of optical phenomena. The goal of this thesis was to find out what kind of misunderstandings high school students have in Finland in terms of behavior of light and imaging. Previous research about misunderstandings of students in optics were studied and then used with the analysis results to come up with pedagogic solutions to prevent misunderstandings from happening.

The thesis consists of six parts. In the beginning of thesis, the theory behind the behavior of light and imaging is presented. Next the basis of the high school curriculums of years 2003, 2015 and 2019 are presented. The thesis focuses on what the curriculums say about learning and the contents of physics. In the third and fourth part of the thesis, the previous studies about students' misconceptions in optics are discussed. In addition, the research questions and methods are presented. Finally, the misconceptions that high school students had in springs 2015 and 2019 matriculation examinations were shown. In addition, the reasons behind the discovered misconceptions were discussed. Also, the pedagogic solutions that may prevent the found misconceptions, were discussed.

The answers students wrote to the exercise 4 of spring 2015 and to the exercise 8 of spring 2019 physics matriculation exams were analyzed. The answers from spring 2015 were paper-versions and the answers from spring 2019 were electronic. The analyzed answers represented 2–3 % of the answers given in whole Finland. The focus was to read answers in neutral state so that assumptions of students' thoughts weren't made.

The results show that there exists a lot of misconceptions about the behavior of light and imaging. They also are often different to one another. However, some general misconceptions were also found. From these general misconceptions it was possible to draw a conclusion that every-day-life experiences and preconceptions were affecting to the formation of misconceptions. Also, it was discovered that incomplete textbooks may have been a source of misconceptions. Different kinds of pedagogic solutions that could prevent misconceptions were promoted. It was suggested that student-centered computer simulation using could decrease the misconceptions. Also, it was discussed if the students could be put in situations that require them to face their own preconceptions.

Keywords: physics, optical lenses, false image, real image, refraction, reflection, optical density, refractive index, ray of light, imaging, total reflection, vision

The originality of this thesis has been checked using the Turnitin OriginalityCheck service.

ALKUSANAT

Optiikan ilmiöt ovat aina kiinnostaneet minua. Matemaattisten aineiden opettaja- ja DI-koulutuksessa opiskellessani oli luonnollista valita diplomityöksi pedagoginen valon käyttäytymiseen ja näkemiseen liittyvä aihe. Tämä diplomityö tehtiin lukuvuonna 2021–2022 Tampereen yliopistossa.

Haluan kiittää ohjaajaani Leena Partasta, joka antoi minulle mahdollisuuden suorittaa opinnäytetyöni kyseisestä aiheesta, ja suostui työni toiseksi tarkastajaksi. Hänen luotettava ja kannustava ohjaus koko lukuvuoden ajan auttoi työni etenemisessä suuresti. Lisäksi haluan kiittää Mikko Huttusta, joka suostui tarkastamaan työni.

Tampereella, 21.4.2022

Patrik Peijari

SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO 1
2. FYSIKAALINEN TAUSTA 2
2.1 Valon luonteen historiaa 2
2.2 Valon taittuminen ja heijastuminen tasaisesta pinnasta 3
2.3 Optinen tiheys ja kokonaisheijastuminen 7
2.4 Dispersio ja aineen taitekerroin 8
2.5 Kuvan muodostuminen peileissä 13
2.6 Valon taittuminen pallopinnasta 16
2.7 Optiset linssit 19
2.8 Ihmisen silmä ja näköaisti 23
2.8.1 Silmän rakenne ja toiminta 23
2.8.2 Silmän taittovirheet ja niiden korjaus 24
3. LUKION OPETUSSUUNNITELMA 27
3.1 Vuoden 2003 lukion opetussuunnitelman perusteet 27
3.1.1 Oppimiskäsitys 27
3.1.2 Fysiikan opetuksen tavoite ja sisältö 28
3.2 Vuoden 2015 opetussuunnitelman perusteet 29
3.2.1 Oppimiskäsitys 29
3.2.2 Fysiikan opetuksen tavoite ja sisältö 30
3.3 Vuoden 2019 lukion opetussuunnitelman perusteet 30
3.3.1 Oppimiskäsitys 31
3.3.2 Fysiikan opetuksen tavoite ja sisältö 31
4. AIEMMAT TUTKIMUKSET 32
4.1 Virhekäsityksien lähteet optiikassa 32
4.2 Virhekäsitysten erittely 33
4.2.1 Näköhavainto, valon kulku, varjon luonne ja kuvan muodostuminen 33
4.2.2 Veden pinnan alla olevan kappaleen havainnointi 34
4.2.3 Valon luonne 37
5. TUTKIMUSKYSYMYKSET JA -MENETELMÄT 38
5.1 Tutkimuskysymykset 38
5.2 Tutkimusmenetelmät 38
5.3 Tutkimuksen luotettavuus 40
6. TULOKSET 41
6.1 Kevään 2015 ylioppilastehtävä 41
6.2 Kokelaiden vastaukset ja virhekäsitykset kevään 2015 ylioppilastehtävässä 42
6.2.1 Tehtävän a) -kohta 43
6.2.2 Tehtävän b) -kohta 47

6.3 Kevään 2019 ylioppilastehtävä 51
6.4 Kokelaiden vastaukset ja virhekäsitykset kevään 2019 ylioppilastehtävässä 56
6.4.1 Kokeen 8.1-osa 57
6.4.2 Tehtävän 8.2-osa 59
7. PEDAGOGISET RATKAISUEHDOTUKSET 63
8. YHTEENVETO 69
LÄHTEET 70
LIITE 1: EXCEL-TAULUKKO KEVÄÄN 2015 KOKEESEEN LIITTYVISTÄ OPISKELIJOIDEN KÄSITYKSISTÄ. 73
LIITE 2: EXCEL-TAULUKKO KEVÄÄN 2019 KOKEESEEN LIITTYVISTÄ OPISKELIJOIDEN KÄSITYKSISTÄ. 76

LYHENTEET JA MERKINNÄT

LOPS	Lukion opetussuunnitelma.
FY2	Lukion fysiikan kurssi ’’Lämpö’’.
FY3	Lukion fysiikan kurssi ’’Aallot’’.
FY5	Lukion fysiikan kurssi ’’Jaksollinen liike ja aallot’’.
FY6	Lukion fysiikan kurssi ’’Sähkömagnetismi’’.
FY7	Lukion fysiikan kurssi ’’Aine ja säteily’’.

.

1. JOHDANTO

Ihminen saa valtaosan ympäristönsä informaatiosta näköaistin avulla. Siksi on tärkeää ymmärtää, mihin näkeminen ja valon käyttäytyminen perustuu. Näitä aiheita opetetaankin kouluissamme sekä peruskouluissa että lukioissa. Koska optiset ilmiöt ovat niin läsnä arkielämässämme, erilaisten virheellisten ennakkokäsityksien synty on mahdollista.

Tutkimustavoite oli selvittää, mitä virhekäsityksiä fysiikan ylioppilaskirjoituksiin osallistuneilla kokelailla oli valon käyttäytymiseen ja kuvanmuodostukseen liittyen. Aiempien tutkimuksien ja ylioppilaskokelaiden vastauksien perusteella tavoitteena oli myös pohtia erilaisia pedagogisia menetelmiä, joilla virhekäsityksiltä vältyttäisiin. Tutkimusmenetelmä oli sisällönanalyysi. Tutkimuksessa analysoitiin kahden eri tutkintokerran fysiikan ylioppilasvastauksia siten, että analysoidut vastaukset edustivat määrällisesti 2–3 % koko Suomen ylioppilaskokeiden vastauksista.

Työn alussa tutustutaan valon ja kuvanmuodostuksen fysikaaliseen taustaan. Tämän jälkeen esitellään lukion opetussuunnitelman sisältöä oppimiskäsitykseen ja fysikaaliseen sisältöön liittyen kolmen eri vuoden opetussuunnitelmien perusteiden mukaisesti. Seuraavaksi työssä esitellään aiempia tutkimuksia, joissa on selvitetty, mitä virhekäsitysten lähteitä optiikan aihealueissa on ja miten ne esiintyvät oppilailla. Tämän jälkeen työssä esitellään tutkimuskysymykset ja -menetelmät, analysoidaan ylioppilaskokelaiden vastauksia ja pohditaan erilaisia pedagogisia ratkaisuja, joilla voitaisiin ennaltaehkäistä ja korjata virhekäsityksiä.

2. FYSIKAALINEN TAUSTA

2.1 Valon luonteen historiaa

Valon luonne on askarruttanut fyysikoita vuosisatoja. Tietyssä tilanteessa valo käyttäytyy kuten hiukkaset, mutta toisessa tilanteessa se käyttäytyy kuten aallot. Toisaalta valo voi käyttäytyä myös tavalla, joka ei vastaa hiukkasten eikä aaltojen käyttäytymistä. Aina 1600–luvun puoliväliin asti valon ajateltiin koostuvan hiukkasista. Esimerkiksi Isaac Newton ajoi tätä ajatusta eteenpäin muun muassa sillä perusteella, että valon muodostamat varjot ovat teräväreunaisia. Ajatus siitä, että valo olisi hiukkanen, antoi aikanaan myös vastaukset siihen, miksi valo kulkee suorissa linjoissa, miksi valo heijastuu samassa kulmassa kuin sen saapumiskulma tai miksi valo taittuu eri aineiden rajapinnassa. Vuonna 1670 Christian Huygens osoitti, että valon heijastumis- ja taittumislait voidaan selittää aaltoteorian pohjalta. Lisäksi samoihin aikoihin löydetty kaksoistaittuminen voitiin selittää aaltoteorialla. Valon aaltoluonnetta ei kuitenkaan aluksi hyväksytty sillä perusteella, että ihminen ei voi nähdä minkään fyysisen esteen taakse. Aaltoluonteelle ominaista nimittäin on, että kohdatessaan terävän reunan tai raon, aalto taipuu kulman taakse. Nykyään kuitenkin tiedämme, että valon aallonpituus on niin pieni, että taipuminen jonkun esineen reunasta on liian pientä ihmissilmälle nähtäväksi. [1][2]

Huygensin ajatukset valon aaltoluonteesta jäivät kuitenkin elämään ja vuonna 1801 Thomas Young ilmoitti saaneensa aikaan valon interferenssin, joka on ominaista aalloille [1]. Myöhemmin vuonna 1827 Young pystyi määrittämään valolle aallonpituuden ja Augustin Fresnel osoitti, että valon havaittu taipuminen pystyttiin selittämään hyvin pienillä aallonpituuksilla. Myös valon nopeus onnistuttiin määrittämään Leon Foucaultin toimesta myöhemmin. Vaikka valo alettiin yleisesti hyväksyä aalloksi, sisältyi siihen vielä ongelmia. Tiedossa oli, että mekaaniset aallot tarvitsevat kulkeakseen väliaineen. Young ehdotti, että kaikki tyhjä tila universumissa olisi täynnä ’’eetteriä’’, jota pitkin valo kulkee. Valon suuri kulkunopeus kuitenkin vaati, että tämä eetteri olisi äärimmäisen jäykkää ja kiinteää. Toisaalta se ei saisi aiheuttaa minkäänlaisia vastusvoimia, sillä planeetat kulkevat kiertoradoillaan lähes vakionopeutta. [2]

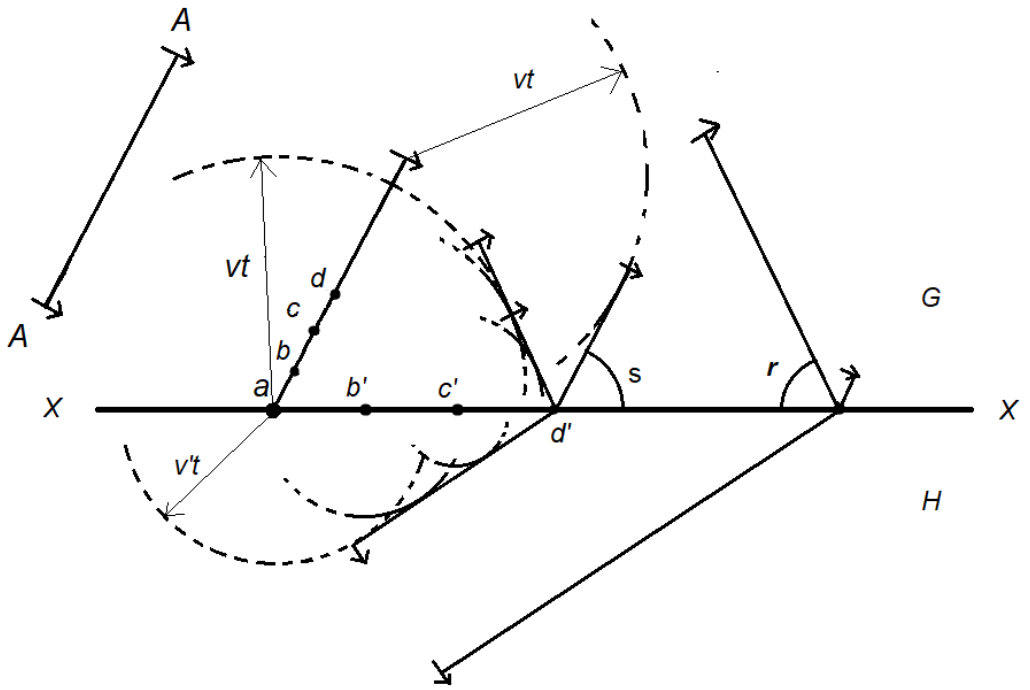
Seuraava valon teoriaa eteenpäin vienyt merkittävä fyysikko oli James Clark Maxwell, joka vuonna 1873 osoitti, että sähkömagneettisen säteilyn etenemisnopeus tulisi olla mittaustarkkuuden rajoissa sama kuin valonnopeus. Tämä antoi osviittaa siitä, että valo koostuu sähkömagneettisista aalloista, joilla on äärimmäisen lyhyt aallonpituus. Heinrich Hertz kykeni muodostamaan mikroaaltoja 15 vuotta Maxwellin löydön jälkeen. Hertz

osoitti, että synnytetyt mikroaallot sisältävät kaikki valon käyttäytymiseen liittyvät ominaisuudet, kuten taipumisen ja heijastumisen. Maxwellin ja Hertzin havaintojen jälkeen oltiin aina 1800–luvun lopulle asti sitä mieltä, että valon luonteeseen ei enää tulevaisuudessa voida keksiä juuri mitään lisättävää. Kuitenkin 1900-luku toi mukanaan ilmiöitä, jotka puhuivat valon hiukkasteorian puolesta. Heinrich Hertz havaitsi vuonna 1887 valosähköisen ilmiön, jota ei pystytty selittämään klassisella sähkömagneettisella teorialla. [2][3] Ilmiössä valo irrottaa elektroneja materian pinnasta. Erityistä ilmiön havainnoinnissa oli se, että valon intensiteetin lisääminen ei kasvattanut irronneiden elektronien liike-energiaa. Ainoastaan irronneiden elektronien määrä kasvoi. Lisäksi ilmiö esiintyy vain tietyn valon taajuuden yläpuolella riippumatta intensiteetin suuruudesta. [3] Albert Einstein esitti vuonna 1905, että valo ei olisikaan jatkuva sähkökentän ja magneettikentän virta vaan koostuisi pienistä energiapaketeista, fotoneista. [2] Tämä antoi selityksen valosähköisessä ilmiössä havaittuihin ilmiöihin. Myös Arthur Compton löysi vuonna 1921 valon hiukkasluonnetta puoltavan ilmiön, jota nykyään kutsutaan Comptonin ilmiöksi. Compton onnistui törmäyttämään fotonin elektroniin ja mittaamaan niiden liikkeet suhteessa toisiinsa ennen törmäystä ja jälkeen törmäyksen. Kävi ilmi, että törmäyksessä säilyi liike-energia ja liikemäärä. Tämä tarkoitti sitä, että fotonilla täytyi olla liikemäärä, kuten massallisilla hiukkasilla. Oltiin tilanteessa, jossa täytyi hyväksyä, että valolla on sekä aalto-, että hiukkasluonne, mitä nykyäänkin kutsutaan aaltohiukkasdualismiksi. [2]

2.2 Valon taittuminen ja heijastuminen tasaisesta pinnasta

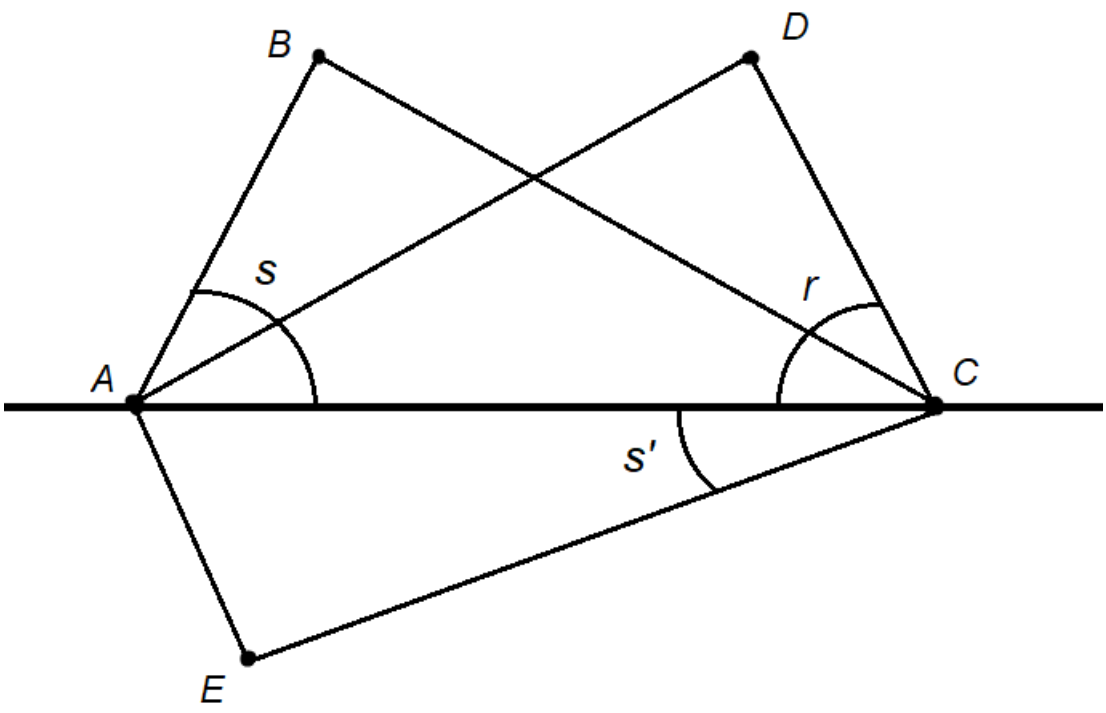
Jo antiikin kreikkalaiset tiesivät säännöt, joiden mukaan valo heijastuu heijastavasta pinnasta. Valon taittumisen säännöistä he sen sijaan eivät tienneet, vaan selitystä täytyi odottaa aina 1600–luvulle asti. [4] Valon taittumista ja heijastumista voidaan lähestyä aaltoteorian avulla. Tiedetään, että aallon etenemisnopeus riippuu väliaineesta. Otetaan

tarkasteluun pinta *X-X*, jota kohti aaltorintama *A-A* lähestyy kuvan 1 mukaisesti. Pinnan *X-X* alapuolella oleva aine *H* on eri ainetta, kuin pinnan *X-X* yläpuolella oleva aine *G*.



Kuva 1. Huygensin periaatteen mukainen aaltorintaman *A-A* käyttäytyminen pinnassa *X-X.* Jokainen aaltorintaman piste on uuden palloaallon lähde [2].

Huygensin periaatteen mukaan jokainen aaltorintaman piste on uuden palloaallon lähde [5]. Tarkastellaan alkuperäisen aaltorintaman pistettä *a*, joka sijaitsee tasolla *X-X.* Huygensin periaatteen mukaan kyseisestä pisteestä syntyy palloaalto kaikkiin suuntiin. Merkitään aineessa *H* etenevän aallon nopeutta symbolilla *v'*. Merkitään vastaavasti aaltorintaman etenemisnopeutta aineessa *G* symbolilla *v*. Oletetaan myös, että *v'* < *v*. Havaitaan, että pisteestä *a* edennyt palloaalto on edennyt pidemmälle aineessa *G*, kuin aineessa *H*, kun on kulunut aika *t*. Ajan kuluessa aallon pisteet *b, c ja d* osuvat pintaan, ja niiden osumakohtaa merkataan vastaavasti symboleilla *b', c'* ja *d'.* Myös kyseisistä pisteistä syntyy palloaallot Huygensin periaatteen mukaisesti ja havaitaan, että palloaaltoihin piirretyt tangentit muodostavat aineisiin *G* ja *H* uudet aaltorintamat. Kuvaan 1 merkattu *s* tarkoittaa alkuperäisen aaltorintaman ja pinnan *X-X* välistä kulmaa. Vastaavasti *r* kuvaa heijastuneen aallon ja pinnan välistä kulmaa. Kuvasta huomataan myös, että aaltojen välimatka aineessa *G* on *vt.* Havainnollistetaan kuvaa 1 piirtämällä pintaan saapuvasta, heijastuneesta ja taittuneesta aallosta versio, josta on karsittu palloaallot. Kuvassa 2 on esitetty karsittu versio kuvasta 1.



Kuva 2. Karsittu versio kuvasta 1. Kuvassa piste *A* vastaa kuvan 1 pistettä *a*. Janat *AB, DC* ja *EC* vastaavat etenevän aallon leveyttä.

Kuvassa 2 oleva piste *A* vastaa alkuperäisen kuvan pistettä *a*. Jana *AB* kuvaa tulevan aaltorintaman leveyttä, *DC* heijastuneen aaltorintaman leveyttä ja *EC* taittuneen aaltorintaman leveyttä. Kulma *s* on alkuperäisen aallon ja pinnan välinen kulma. Vastaavasti kulma *r* on heijastuneen aaltorintaman ja pinnan välinen kulma. Kulma *s'* on taittuneen aallon ja pinnan välinen kulma. Kuvan 1 oletuksilla voidaan kirjoittaa

$$BC = AD = vt \text{ ja } AE = v't. \tag{1}$$

Koska aallon etenemissuunta on kohtisuorassa aaltorintamaan nähden, ovat kolmiot *ABC, ADC* ja *AEC* suorakulmaisia kolmioita. Tällöin saadaan

$$AC = \frac{BC}{\sin s} = \frac{AD}{\sin r} = \frac{AE}{\sin s'}. \tag{2}$$

Kun yhdistetään yhtälön (1) tiedot yhtälöön (2), saadaan

$$\frac{vt}{\sin s} = \frac{vt}{\sin r} = \frac{v't}{\sin s'}$$

$$\frac{\sin s}{v} = \frac{\sin r}{v} = \frac{\sin s'}{v'}. \tag{3}$$

Havaitaan, että yhtälön (3) kahdesta ensimmäisestä termistä saadaan kulmien yhtäsuuruus $s = r$, joka tunnetaan myös heijastumislakina. Tämä tarkoittaa sitä, että tasaisesta pinnasta heijastuneen aallon ja pinnan välinen kulma on yhtä suuri kuin alkuperäisen

aallon ja pinnan välinen kulma. Yhtälön (3) ensimmäisestä ja kolmannesta termistä saadaan vastaavasti

$$\frac{\sin s}{\sin s'} = \frac{v}{v'}, \tag{4}$$

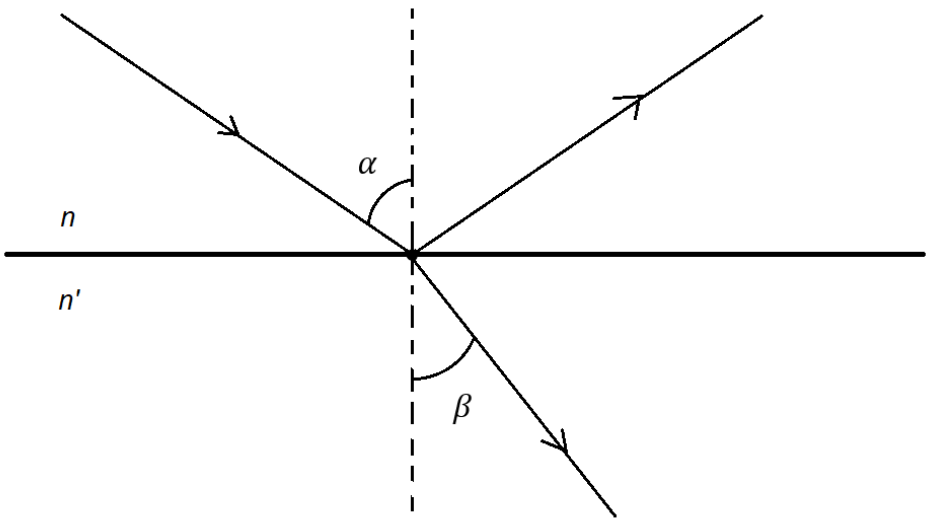
joka tunnetaan taittumislakina. Taittumislaki esitetään yleensä muodossa, jossa kulmat *s* ja *s'* on esitetty kreikkalaisilla aakkosilla α ja β. Lisäksi nopeudet esitetään eri muodossa. Ei ole mielekästä opetella kaikille aineille eri aallonnopeuksia. Sen sijaan puhutaan aineelle ominaisesta taitekertoimesta *n*, jonka mukaan

$$n = \frac{c}{v}, \tag{5}$$

missä *c* on valonnopeus tyhjiössä ja *v* on aallon etenemisnopeus väliaineessa, jonka taitekerroin on *n*. Yhtälöstä huomataan, että taitekerroin ei voi ikinä olla alle 1. Kirjoitetaan yhtälö (4) edellä mainituilla oletuksilla, jolloin saadaan

$$n \sin \alpha = n' \sin \beta, \tag{6}$$

missä n on taitekerroin aineelle, josta aalto tulee kohti taittavaa pintaa. Taitekerroin n' vastaavasti on aineelle, johon aalto taittuu. Kulma α on alkuperäisen aallon ja pinnan välinen kulma. Kulma β on taittuneen aallon ja pinnan välinen kulma. [2] Geometrisessa optiikassa valon kulku esitetään suorina viivoina aaltorintamien sijasta. Tällöin täytyy ottaa huomioon se, että valonsäteen kulkusuunta on kohtisuorassa kuvassa 1 esitettyihin aaltorintamiin nähden. Siksi yhtälöä (6) käytetään optiikassa siten, että kulmat α ja β ovat valonsäteen ja pinnan normaalin välinen kulma. Kuvassa 3 on esitettynä, miten kuvan 1 tilanne esitetään geometrisessa optiikassa valonsäteiden avulla. Lisäksi kuvaan on merkitty yhtälön (6) suureet ja pinnan normaali.



Kuva 3. Valon säteen heijastuminen ja taittuminen tasaisesta pinnasta.

Kuvasta 3 havaitaan, että α ja β ovat valon kulkusuunnan ja pinnan normaalin väliset kulmat.

Valon heijastumis- ja taittumislaki voidaan johtaa myös Fermat'n periaatteella. Periaatteen mukaan valon kulkusuunta kahden pisteen välillä on sellainen, että matkaan kuluu mahdollisimman vähän aikaa. [2]

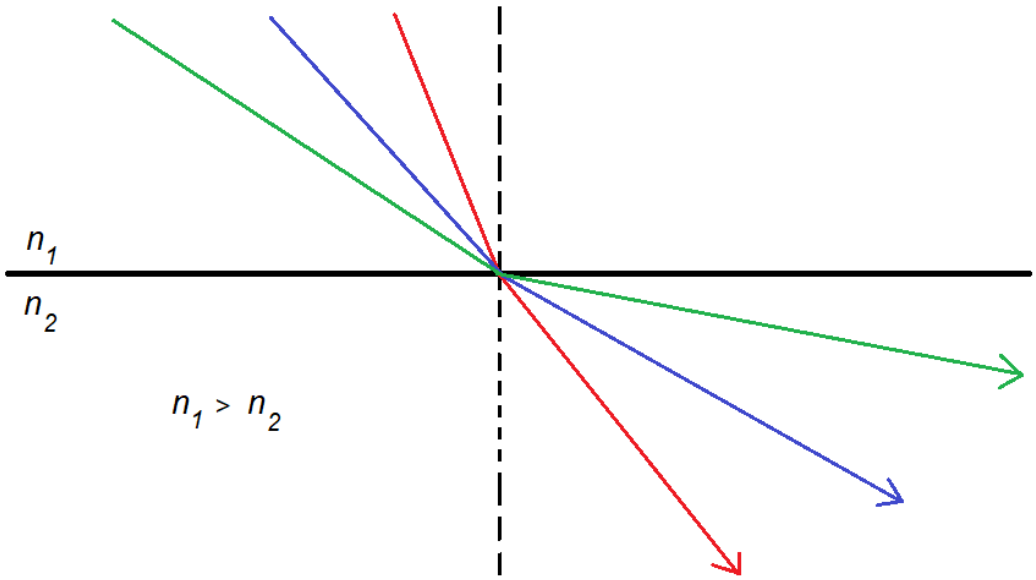
2.3 Optinen tiheys ja kokonaisheijastuminen

Kuvan 1 tilanteessa valon heijastumis- ja taittumislaki johdettiin tilanteelle, jossa aallon etenemisnopeus pieneni, kun aalto ylitti kahden aineen rajapinnan. Yhtälöstä (5) huomataan, että taitekerroin oli kyseisessä tilanteessa suurempi aineelle, johon aalto eteni. Voidaan siis todeta, että valon etenemisnopeus aineessa on sitä pienempi, mitä suurempi taitekerroin aineella on. Kun valon taittumista ja heijastumista käsitellään, puhutaan monesti aineen optisesta tiheydestä. Mitä suurempi optinen tiheys, sen suurempi taitekerroin aineella on [6]. Kun valo etenee aineesta 1 aineeseen 2, voidaan yhtälö (6) kirjoittaa muotoon

$$\frac{\boldsymbol{sin\,\alpha}}{\boldsymbol{sin\,\beta}} = \frac{\boldsymbol{n_2}}{\boldsymbol{n_1}}, \tag{7}$$

missä n_2 on aineen 2 taitekerroin ja n_1 on aineen 1 taitekerroin. Yhtälöstä (7) havaitaan, että mikäli aine 2 on optisesti tiheämpää, valo taittuu normaalia kohti. Huomattavaa on myös se, että mikäli kulma α ja n_1 kiinnitetään tiettyihin arvoihin ja aineen 2 taitekerrointa n_2 kasvatetaan, tulee termin $\sin\beta$ pienentyä. Koska $\sin\beta$ on kasvava funktio välillä $\beta \in [0°, 90°]$, tulee kulman β pienentyä kyseissä tilanteessa. Tämä tarkoittaa sitä, että valo taittuu sitä enemmän kohti pinnan normaalia, mitä suurempi optinen tiheys aineella 2 on.

Tarkastellaan vastaavaa tilannetta, jossa aineen 2 taitekerroin on pienempi kuin aineen 1 taitekerroin. Tällöin yhtälön (7) mukaan suhde $\frac{n_2}{n_1} < 1$, jonka vuoksi tulee olla $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} < 1$. Tämä on mahdollista, jos $\beta > \alpha$. Havaitaan, että valon kulkiessa optisesti tiheämmästä aineesta optisesti harvempaan aineeseen, valo taittuu pinnan normaalista poispäin. Kuvassa 4 on esitetty kolme eri valon sädettä, jotka etenevät optisesti tiheämmästä aineesta optisesti harvempaan aineeseen.



Kuva 4. Kolme eri valon sädettä etenemässä optisesti tiheämmästä aineesta optisesti harvempaan aineeseen.

Kuvasta 4 havaitaan, että mikäli aineessa 1 kulkevan valonsäteen kulmaa pinnan keskinormaalin suhteen kasvatetaan tarpeeksi, aineeseen 2 taittuneen valonsäteen etenemissuunta lähestyy aineiden rajapintaa. Tilanteessa, jossa taittunut valo on rajapinnan suunnassa, yhtälössä (7) oleva β eli taittuneen valonsäteen ja pinnankeskinormaalin välinen kulma saa arvon $90°$, josta seuraa $\sin\beta = 1$. Tässä tilanteessa valo ei enää taitu aineeseen 2 vaan tapahtuu ns. kokonaisheijastus, jossa valo heijastuu aineiden rajapinnasta kokonaisuudessaan. Tällöin yhtälö (7) saa muodon

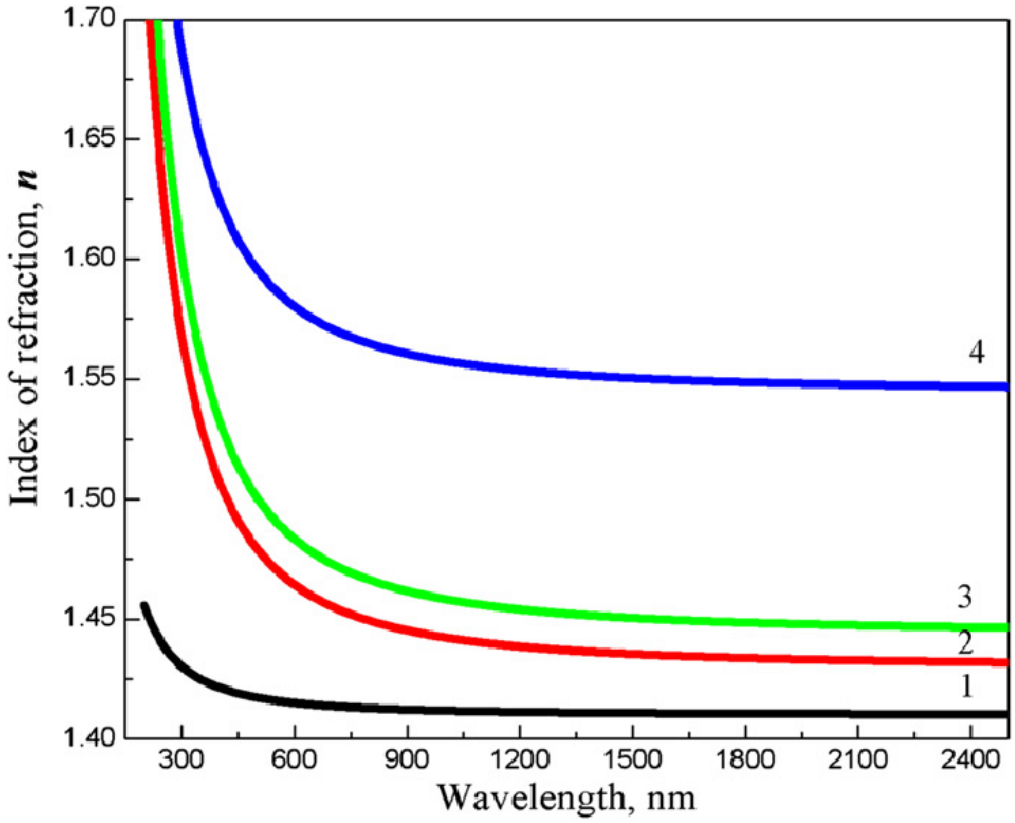
$$\boldsymbol{\sin \alpha_r = \frac{n_2}{n_1}}, \tag{8}$$

missä α_r on kokonaisheijastumisen rajakulma. Valon taittumista ei tapahdu millään kulmalle $\alpha > \alpha_r$, jos valo etenee optisesti tiheämmästä aineesta optisesti harvempaan aineeseen. [4]

2.4 Dispersio ja aineen taitekerroin

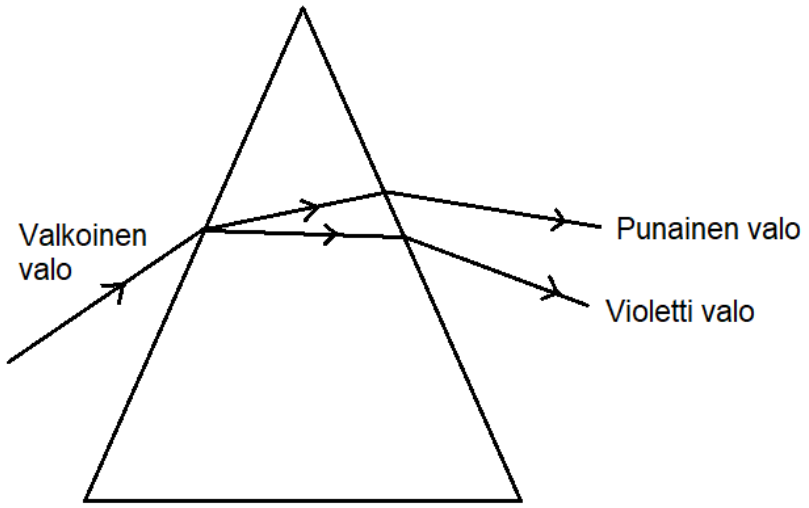
Vuonna 1672 Newton suoritti kuuluisan kokeensa, jossa hän päästi pienen aukon kautta valoa pimeään huoneeseen. Hän asetti valon säteiden tielle lasiprisman, jolloin taittunut valo lankesi valkoiselle varjostimelle värijuoviksi. Valkoinen valo oli hajaantunut eri värisiksi valonsäteiksi. Tätä ilmiötä kutsutaan dispersioksi. [4] Newtonin suorittama koe oli osoitus kahdesta asiasta. Valkoinen auringonvalo koostui eri värisistä valonsäteistä. Lisäksi eri väriset valonsäteet taittuivat samassa aineessa eri kulmiin. Tämä voidaan se-

littää sillä, että yhtälössä (5) esitetty aineen taitekerroin ei ole sama kaikille valon aallonpituuksille. Yleensä taitekerroin pienenee aallonpituuden kasvaessa [7]. Kuvassa 5 on esitetty erilaisten lasien taitekertoimen riippuvuutta aallonpituudesta.



Kuva 5. Erilaisten lasien taitekertoimen riippuvuus valon aallonpituudesta. [7]

Kuvasta 5 havaitaan, miten lasin taitekerroin laskee näkyvän valon aallonpituusalueella merkittävästi. Newton havaitsi tämän kokeessaan, kun prisman läpi kulkeneen valon punainen osuus (noin 630–740 nm) taittui vähiten ja violetti osuus (noin 390–420 nm) eniten. [4] Kuvassa 6 on esitetty havainnekuva Newtonin kokeen ilmiöstä.



Kuva 6. Valon värihajaantuminen eli dispersio prismassa.

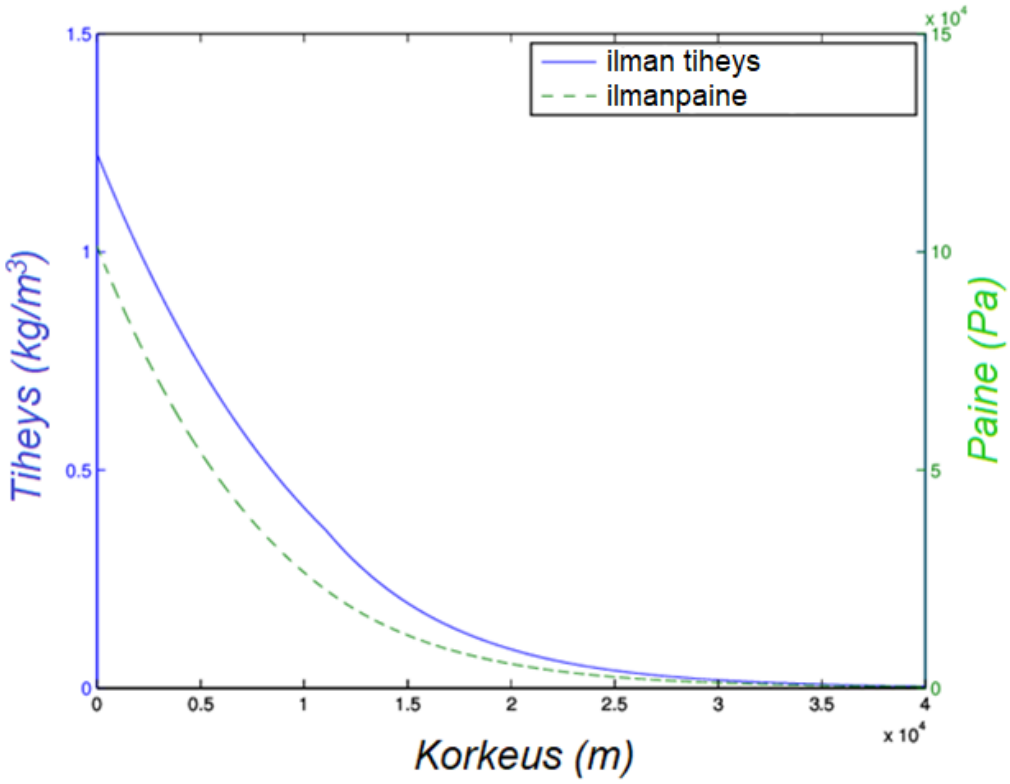
Kuvan 6 tilanteessa on tarkasteltu ainoastaan violetin ja punaisen valon taittumista. Todellisuudessa punaisen ja violetin valon välille sijoittuu koko näkyvän valon spektri.

Edellä havaittiin, että aineen taitekerroin ei ole sama kaikille aallonpituuksille. Aineen taitekerroin voi myös muuttua, mikäli aineen ominaisuudet muuttuvat. Esimerkiksi kaasujen taitekerroin on suoraan verrannollinen niiden tiheyteen [2]. Kaasujen yleisen tilanyhtälön mukaan

$$\frac{pV}{T} = \boldsymbol{vakio}, \tag{9}$$

missä p on kaasun paine, V on kaasun tilavuus ja T on kaasun lämpötila [8]. Tarkastellaan vapaata kaasua maanpinnan läheisyydessä. Jos kaasu lämpenee esimerkiksi lämpimän Maan säteilyn absorboituessa kaasuun, tulee yhtälön (9) mukaan tilavuuden kasvaa, kun paine pysyy vakiona. Kun kaasun tilavuus kasvaa, sen tiheys pienenee. Voidaan päätellä, että vapaan kaasun lämpeneminen pienentää sen taitekerrointa.

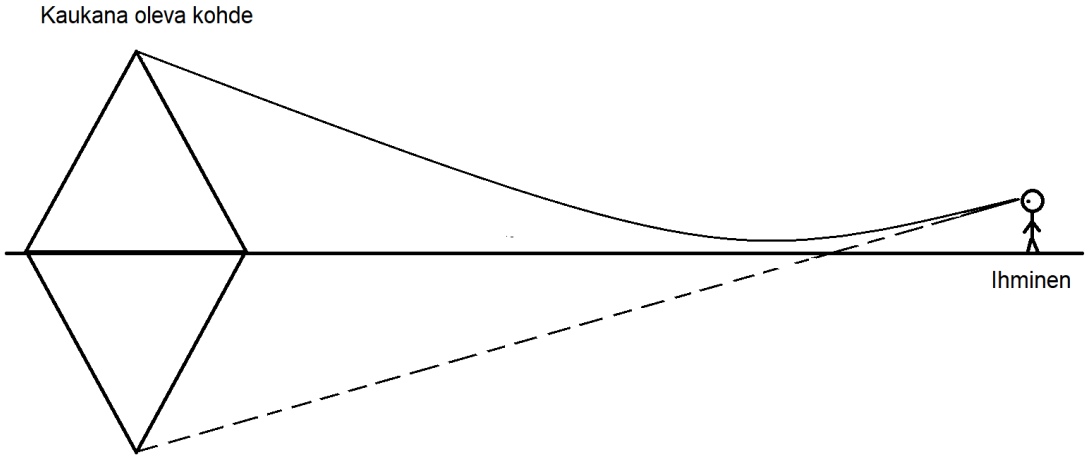
Ilmakehän ilman tiheys on suurimmillaan maanpinnan läheisyydessä ja pienenee korkeuden funktiona [10]. Tämä johtuu painovoimasta. Kuvassa 7 on esitetty kuvaaja ilman tiheydestä ja ilmanpaineesta korkeuden funktiona.



Kuva 7. Ilman tiheys ja paine korkeuden funktiona. [10]

Kuvasta 7 havaitaan, miten meren pinnan tasolla ilman tiheys on noin 1,20 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ ja se pienenee lähes lineaarisesti 5000 metriin. Tämän seurauksena ilmakehässä kulkeva valo taittuu jatkuvasti kulkiessaan. Esimerkiksi auringonnousun ensimmäiset valonsäteet nähdään maanpinnalla, vaikka aurinko ei geometrisesti olisikaan vielä näkyvissä. Toinen ilmiö, joka johtuu ilman taitekertoimen muuttumisesta tiheyden funktiona, on kangastus.

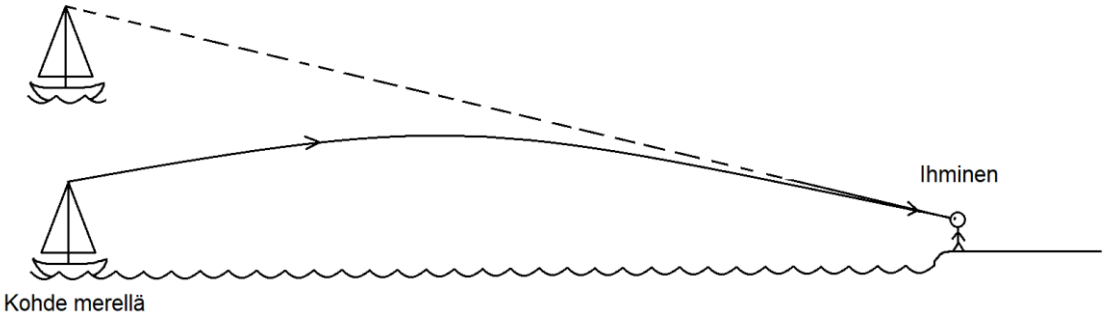
Alapuolisessa kangastuksessa ihminen näkee kaukana olevasta kohteesta ylösalaisin olevan kuvan varsinaisen kohteen alapuolella. Tämä on mahdollista, jos ihmisen ja kohteen välillä oleva maanpinta on kuumempi, kuin vallitseva ilmanlämpö. Tällöin maanpinta lämmittää sen läheisyydessä olevan ilmakerroksen kuumemmaksi, kuin ylempänä vallitseva ilmanlämpö. Tämä tarkoittaa sitä, että maanpinnan läheisyydessä olevassa ilmakerroksessa taitekerroin on pienempi kuin ylemmissä ilmakerroksissa. [2] Kohteesta lähtevät valonsäteet voivat siis kokonaisheijastua, mikäli niiden suunta kohti maanpintaa on sopivassa kulmassa. Kuvassa 8 on esitetty havainnekuva alapuolisesta kangastuksesta.



Kuva 8. Alapuolinen kangastus kaukana olevasta kohteesta.

Kuvassa 8 esitetty valon taittumisen jyrkkyys on liioiteltu. Todellisuudessa kuvan mittakaavassa kohteen ja ihmisen tulisi olla paljon kauempana toisistaan. Kuvasta kuitenkin havaitaan, miten kaukana olevasta kolmion muotoisesta kohteesta lähtevä valonsäde kulkee ihmisen silmään. Ihminen näkee valekuvan kohteen alapuolella, koska se on todellisen säteen tangentin suunnassa eli suunnassa, josta valon säde viimeiseksi silmään tulee. [2]

Yläpuolisessa kangastuksessa valekuva muodostuu nimensä mukaisesti kohteen yläpuolelle. Tämä ilmiö voi tapahtua esimerkiksi merellä, kun meren pinta viilentää lähimpiä ilmakerroksia. Tällöin ilma on tiheintä meren pinnan lähellä ja harvenee ylöspäin mentäessä. Kaukana olevasta kohteesta lähtevät valonsäteet taittuvat kohti merenpintaa, kun taitekerroin kasvaa. Siksi kohteesta ihmisen silmään saapuvien valonsäteiden on täytynyt aluksi suunnata hieman ylemmäs. Kuvassa 9 on esitetty havainnekuva yläpuolisesta kangastuksesta merellä. [2]

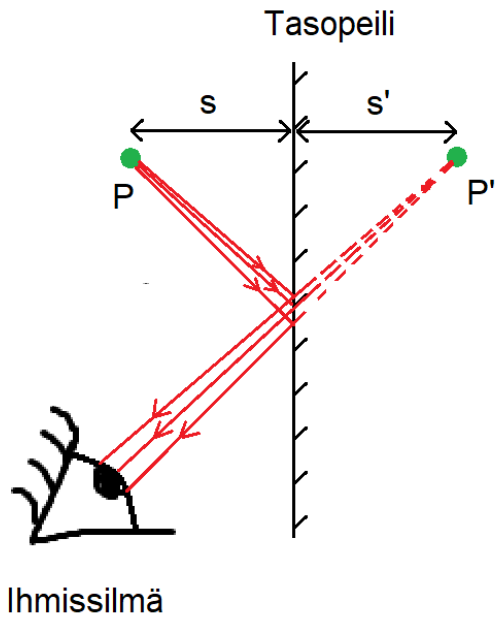


Kuva 9. Yläpuolinen kangastus laivasta merellä.

Kuvassa 9 esitettyä valon taittumisen jyrkkyyttä on jälleen liioiteltu kuvan mittakaavassa. Todellisuudessa kohteen ja ihmisen tulisi olla kauempana toisistaan. Havaitaan, että yläpuolisessa kangastuksessa valekuva syntyy todellisen kohteen yläpuolelle. Huomattavaa alapuolisen ja yläpuolisen kangastuksen erossa on se, että alapuolisessa kangastuksessa ihminen näkee valekuvan lisäksi todellisen kohteen kuvan. Yläpuolisessa kangastuksessa ihminen näkee pelkän valekuvan.

2.5 Kuvan muodostuminen peileissä

Edellisessä luvussa havaittiin, miten ihminen näki alapuolisen kangastuksen, kun kohteesta lähtevä valo heijastui kuumasta ilmasta maanpinnan lähellä. Valon säteiden heijastuminen pinnasta on myös syy sille, miksi näemme itsemme esimerkiksi peilistä. Tarkastellaan kohdetta, josta valo saapuu tasopeilin kautta ihmisen silmään. Kyseinen tilanne on esitettynä kuvassa 10.

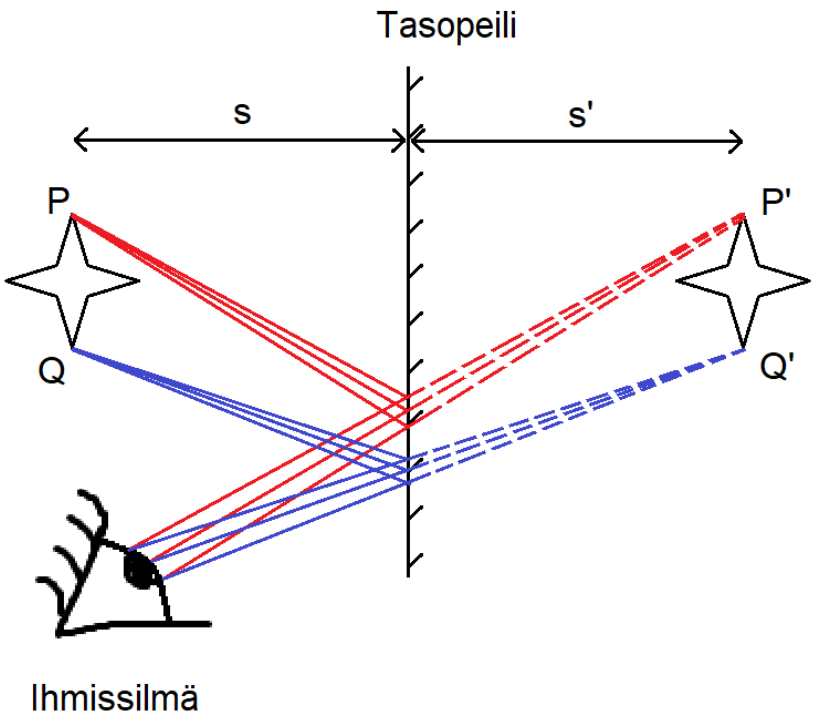


Kuva 10. Ihmisen näköhavainto kohteesta P tasopeilin kautta [1].

Kuvasta 10 havaitaan, että kohteesta P silmään saapuvien valonsäteiden jatkeet yhdistyvät peilin takana pisteessä P'. Tätä pistettä P' kutsutaan valekuvaksi, koska se ei muodostu aitojen valonsäteiden yhtymispisteestä. Koska peiliin saapuvan ja siitä heijastuneen valonsäteen kulma pinnan normaaliin nähden on sama, tulee olla $s = s'$. Toisin sanoen valekuva on yhtä kaukana peilistä kuin kohde P. Tämän takia esimerkiksi kuvassa 8 syntyvä alapuolinen kangastus on juuri alkuperäisen kohteen alapuolella.

Kuvissa 8 ja 9 piirretyt valekuvat on piirretty kokonaisiksi, vaikka vain kohteen kärjistä on piirretty valonsäteet ihmisen silmään. Todellisuudessa kohteen kaikista pisteistä lähtee

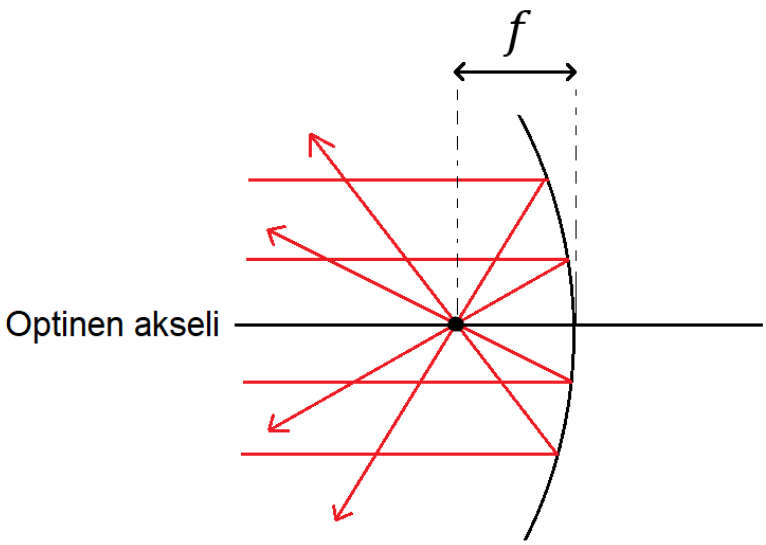
vastaavanlaiset valonsäteet, jolloin ihminen näkee kokonaisen kuvan kohteesta. [1] Kuvassa 11 on havainnollistettu tätä kuvan muodostumista.



Kuva 11. Monimutkaisemman kuvan näkeminen tasopeilistä [1].

Kuvassa 11 on havainnollistettu tähden kahden eri pisteen P ja Q valonsäteiden päätyminen silmään. Todellisuudessa jokaisesta tähden pisteestä tulee vastaavanlaiset säteet silmään. Jälleen valonsäteiden jatkeet leikkaavat etäisyydellä $s' = s$. [1]

Peilit voivat muodostaa myös todellisen kuvan valekuvan sijaan. Tarkastellaan peiliä, jonka pinta on kaareutunut pallomaiseksi siten, että peilin keskikohta on kauempana valon tulosuuntaan nähden, kuin reunat. Tällaista peiliä kutsutaan koveraksi peiliksi. Peilin keskipisteen läheisyyteen saapuvat, optisen akselin suuntaiset valonsäteet heijastuvat yhden optisen akselin pisteen kautta. Tätä pistettä kutsutaan peilin polttopisteeksi ja sen etäisyyttä peilistä polttoväliksi. Polttovälin merkki on f. Kuvassa 12 on esitetty kovera peili, johon saapuu optisen akselin suuntaisia valonsäteitä.

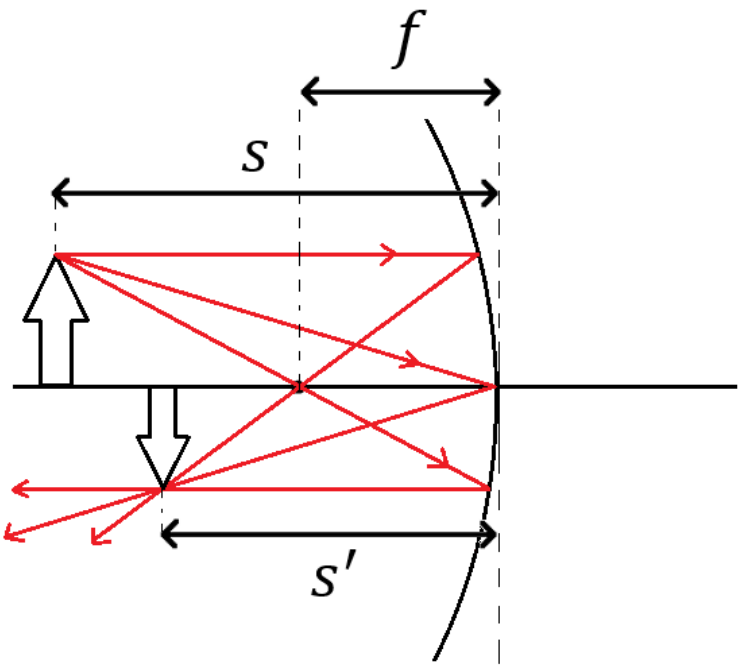


Kuva 12. Koveraan peiliin saapuvien valonsäteiden heijastuminen polttopisteen kautta. [1]

Kuvasta 12 nähdään, miten optisen akselin suuntaiset valonsäteet heijastuvat polttopisteen kautta. Tämä koveran peilin ominaisuus heijastaa valonsäteitä tiettyyn pisteeseen peilin eteen mahdollistaa todellisen kuvan syntymisen kohteesta. Kohteesta syntyvän kuvan sijainti voidaan määrittää kolmea siitä lähtevää valonsädettä käyttäen:

1. *Optisen akselin suuntainen valonsäde heijastuu polttopisteen kautta*
2. *Peilin keskipisteeseen osuva valonsäde heijastuu samassa kulmassa takaisin*
3. *Polttopisteen kautta peiliin osuva valonsäde heijastuu optisen akselin suuntaiseksi.*

Kuvassa 13 on havainnollistettu näitä kolmea valonsädettä, kun $s > f$.

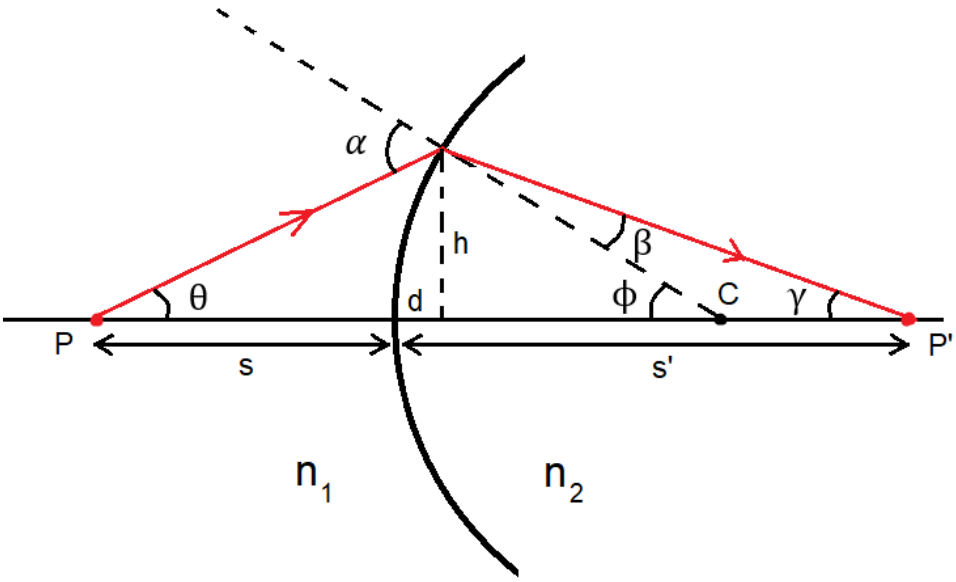


Kuva 13. Todellisen kuvan muodostuminen koverassa peilissä.

Kuvasta 13 havaitaan, että peilistä heijastuneet valonsäteet leikkaavat peilin edessä muodostaen pienennetyn, ylösalaisin olevan kuvan kohteesta. Kuvan sijainti, koko ja suunta riippuu siitä, missä kohtaa optista akselia kohde sijaitsee peilin suhteen. Tässä ei tarkastella kaikkia tilanteita yksityiskohtaisesti. Huomattavaa on kuitenkin se, että peileistä muodostuvat kuvat voivat olla joko valekuvia tai todellisia.

2.6 Valon taittuminen pallopinnasta

Luvussa 2.2 tarkasteltiin valon heijastumista ja taittumista tasaisesta pinnasta aaltorintaman ja Huygensin periaatteen avulla. Tässä luvussa tutustutaan, miten valo käyttäytyy, kun pinta on pallomainen. Pallomaisessa pinnassa aaltorintaman ja Huygensin periaatteen käyttäminen ei tuota yksinkertaisia malleja, joista voisi vetää johtopäätöksiä valon taittumiselle. Sen sijaan ongelmaa lähestytään jo johdetulla Snellin lailla ja valonsäteiden geometrian avulla. Kuvassa 14 on esitettynä pallopinta, jossa valon taittuminen tapahtuu.



Kuva 14. Valonsäteen taittuminen pallopinnasta. Punainen väri kuvaa valon säteen kulkua. [1]

Kuvassa 14 punainen väri osoittaa valon säteen kulun pisteestä P pisteeseen P'. Havaitaan, että pallopinnan kaarevuuskeskipisteestä C piirretty katkoviiva kuvaa pinnan keskinormaalia. Pinnan keskinormaalin molemmille puolille on piirrettynä yhtälöstä (7) tutut kulmat α ja β. Valon säteen taittumisen jyrkkyyttä on liioiteltu havainnollisuuden vuoksi. Kuvan 12 tilanteessa valon taittumiselle pallopinnassa pätee Snellin laki:

$$\boldsymbol{n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta} \tag{11}$$

Oletetaan, että pisteestä P lähtevä valonsäde kulkee hyvin pienessä kulmassa θ. Tätä approksimaatiota kutsutaan paraksiaaliseksi approksimaatioksi ja sitä käytetään geometrisessa optiikassa. Tällöin myös kulmat α ja β ovat hyvin pieniä. Tällöin yhtälö (10) voidaan kirjoittaa pienen kulman approksimaatiolla seuraavasti:

$$\boldsymbol{n_1 \alpha = n_2 \beta}, \tag{12}$$

missä $\sin \alpha \approx \alpha$ ja $\sin \beta \approx \beta$. Toisaalta kuvan 8 geometriasta huomataan, että

$$\boldsymbol{\alpha = \theta + \phi \quad ja \quad \beta = \phi - \gamma}. \tag{13}$$

Sijoitetaan nämä α ja β arvot yhtälöön (12) ja saadaan

$$\boldsymbol{n_1(\theta + \phi) = n_2(\phi - \gamma)}. \tag{14}$$

Kuvasta 14 voidaan muodostaa tangentit kolmelle eri suorakulmaiselle kolmiolle, jossa kaikissa yksi sivuista on h. Oletetaan myös tässä, että valon säde suuntautuu pallopintaan pienellä kulmalla θ, jolloin saadaan

$$\boldsymbol{tan\ \theta \approx \theta = \frac{h}{s+d}} \qquad \boldsymbol{tan\,\gamma \approx \gamma = \frac{h}{s'-d}} \qquad \boldsymbol{tan\,\phi \approx \phi = \frac{h}{R-d}}, \tag{15}$$

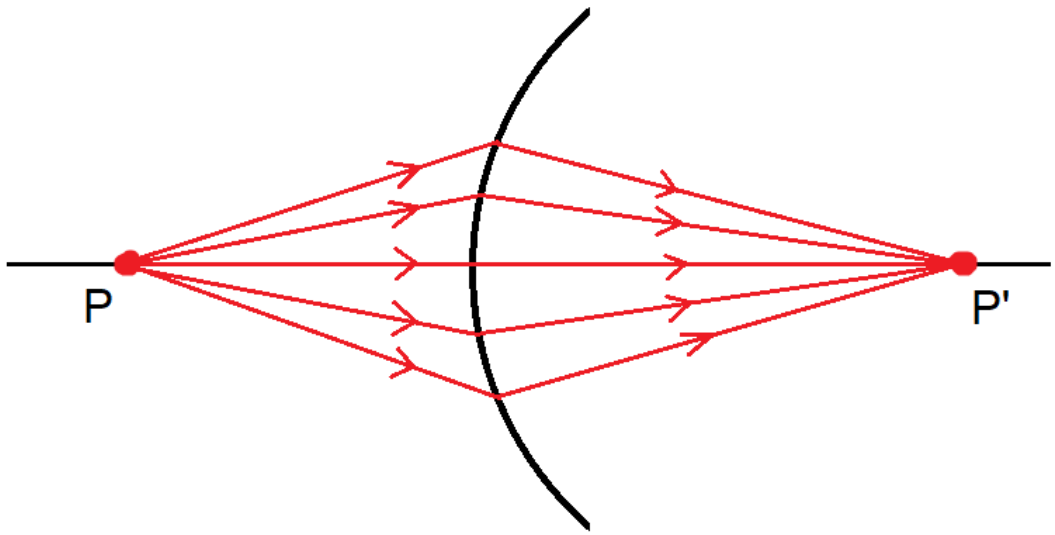
missä *R* on pallopinnan kaarevuussäde. Paraksiaalisessa approksimaatiossa $d \to 0$, jolloin saadaan

$$\boldsymbol{\theta = \frac{h}{s}} \qquad \boldsymbol{\gamma = \frac{h}{s'}} \qquad \boldsymbol{\phi = \frac{h}{R}}. \tag{16}$$

Sijoitetaan saadut kulman arvot yhtälöön (14), jolloin voidaan kirjoittaa Snellin laki muotoon

$$\boldsymbol{\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R}}. \tag{17}$$

Yhtälö (17) pätee myös tasomaiselle pinnalle, kun $R \to \infty$. Huomattava havainto yhtälössä on, että se ei riipu lainkaan kulmasta θ. [1] Yhtälössä (17) esiintyvien n_1, n_2 ja R ollessa vakioita valonsäde, joka lähtee pisteestä P päätyy pisteeseen P' riippumatta kulmasta θ. Kuvassa 15 on havainnollistettu kyseistä ilmiötä.



Kuva 15. Paraksiaalisen approksimaation seuraus valon taittumisessa pallopinnasta [2].

Kuvasta 15 huomataan, että jos pisteestä P lähtevän valonsäteen ja pinnan normaalin välinen kulma $\alpha = 0$, niin silloin $\sin\alpha = 0$. Jotta yhtälö (11) voisi pitää paikkansa, tulee olla myös $\beta = 0 \implies \sin\beta = 0$. Tämä tarkoittaa sitä, että valo, joka tulee pintaan pinnan normaalin suuntaisesti, jatkaa samassa suunnassa pinnan läpi muuttamatta suuntaa. Edellä johdettu pallopinnan taittaminen johdettiin pallopinnalle, joka on kaareutunut kohti pistettä *P'*. Yhtälöä (17) voidaan kuitenkin käyttää myös pallopinnalle, joka on kaareutunut kohti pistettä *P*, jos otetaan käyttöön taulukossa 1 esitetyt merkkisäännöt [1].

Taulukko 1. Merkkisäännöt pallopinnan säteelle R ja etäisyydelle s' [1].

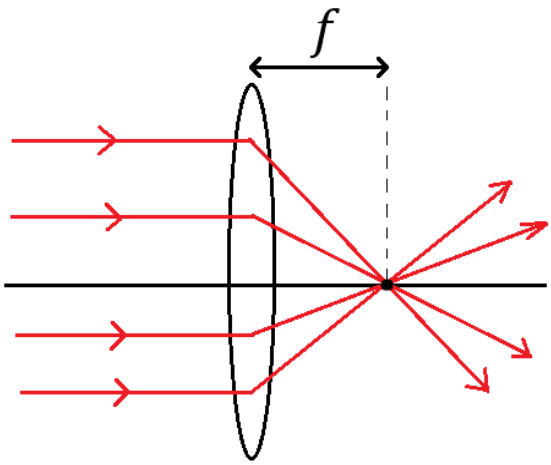
	Positiivinen (+)	Negatiivinen (-)
R	Peilin keskikohta kauempana, kuin reunat pisteestä P	Peilin keskikohta lähempänä, kuin reunat pistettä P
s'	Vastakkaisella puolella kuin piste P	Samalla puolella kuin piste P

Merkkisäännöt kaareville pinnoille ovat tärkeitä, kun käsitellään geometrista optiikkaa.

2.7 Optiset linssit

Edellisessä luvussa tutustuttiin, miten valo käyttäytyy kohdatessaan pallomaisen pinnan. Tässä luvussa tutustaan linsseihin, joiden toiminta perustuu valon taittumiseen kaarevasta pinnasta. Linssit ovat läpinäkyviä objekteja, jotka koostuvat kahdesta taittavasta pinnasta. Niiden avulla voidaan muodostaa kuvia valonsäteiden kulkua muuttamalla. Linssit voivat joko koota tai hajauttaa valonsäteitä. Kokoavia linssejä kutsutaan kuperiksi linsseiksi ja hajauttavia linssejä koveriksi linsseiksi. [1]

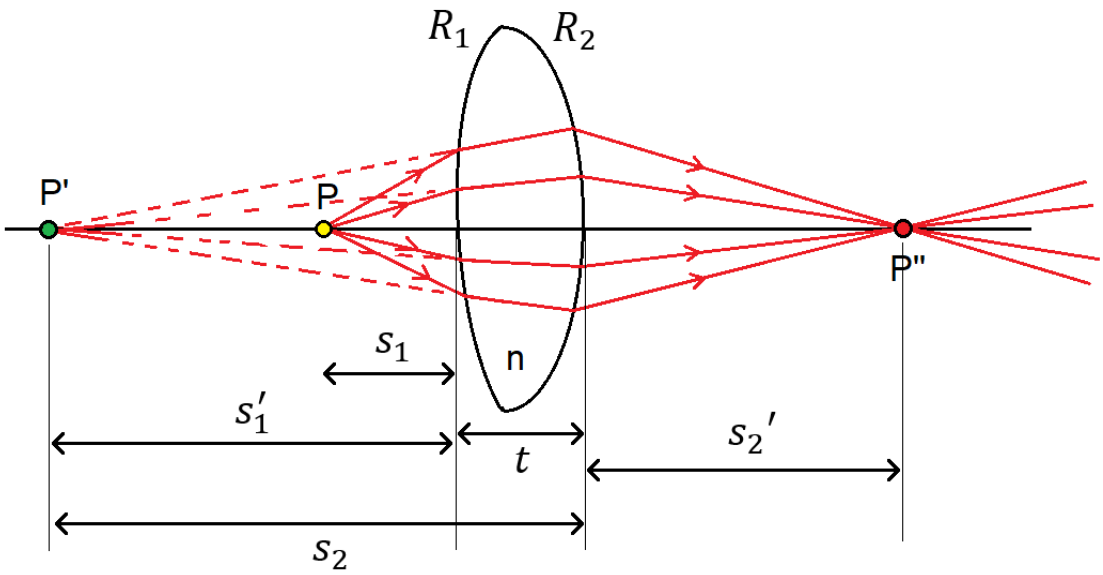
Luvussa 2.5 määriteltiin pallopeilille polttopiste, polttoväli f, kuvan etäisyys s_i ja kohteen etäisyys s. Havainnollistetaan kuperan linssin toimintaa käyttämällä näitä termejä. Kuperan linssin toiminta perustuu linssin kykyyn taittaa valoa kohti linssin optista akselia. Kuvassa 16 on esitetty kuperan linssin toimintaa.



Kuva 16. Kuperaan linssiin saapuvien valonsäteiden taittuminen polttopisteen kautta, kun valonsäteet saapuvat optisen akselin suuntaisesti. [1]

Kuvasta 16 havaitaan, että optisen akselin suuntaiset valonsäteet taittuvat linssissä polttopisteen suuntaan. Huomataan myös, että kuvaan piirretyt valonsäteet eivät taitu kummankaan linssin pinnan kohdalla vaan keskellä linssiä. Todellisuudessa taittuminen tapahtuu nimenomaan kaarevilla pinnoilla, kuten luvussa 2.6 huomattiin. Kuvaan piirretty linssi onkin approksimoitu olevan *ohut linssi* eli linssi, jonka paksuus on hyvin pieni verrattuna polttoväliin f. Tällöin voidaan olettaa, että linssin paksuus $d \approx 0$, jolloin kaikki linssissä tapahtuva taittuminen tapahtuu keskellä linssiä. Tässä *ohuen linssin approksimaatiossa* polttoväli f, kuvan etäisyys s_i ja kohteen etäisyys s mitataan linssin keskipisteestä. Ohuen linssin approksimaatio toimii melko hyvin suurimmassa osassa linssien sovelluksista. [1]

Jotta linssin toimintaa voitaisiin esittää matemaattisesti, tulee tarkastella paksua linssiä, jossa valon taittuminen tapahtuu keskipisteen sijasta molemmilla taittavista pinnoista. Hyödynnetään luvussa 2.6 johdettua yhtälöä (17). Oletetaan, että ensimmäisellä kuperan linssin pinnoista on kaarevuussäde R_1 ja toisella pinnalla kaarevuussäde R_2. Oletetaan myös, että linssin taitekerroin on n ja linssiä ympäröi ilma, jonka taidekertoimen approksimoidaan olevan 1. Kuvassa 17 on esitettynä paksun linssin toimintaa.



Kuva 17. Pisteestä P lähtevän valon taittuminen pisteeseen P'' paksun linssin läpi. [1]

Kuvasta 17 havaitaan, miten valonsäteet lähtevät kohteesta P muodostaen kuvan pisteeseen P''. Ensimmäiselle linssin pinnalle pätee yhtälö (17), jonka mukaan

$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s_1'} = \frac{n-1}{R_1}, \tag{18}$$

missä s_1 on kohteen etäisyys pinnasta, s_1' on kohteesta muodostuneen kuvan etäisyys pinnasta, n on linssin taitekerroin ja R_1 on ensimmäisen pinnan kaarevuussäde. Kuvasta

17 havaitaan, että pinnasta 1 muodostunut kuva kohteesta P on valekuva, joka on valonsäteiden jatkeiden suunnassa optisella akselilla pisteessä P'. Yhtälöä (17) käytetään myös linssin toiselle pinnalle, mutta nyt kuva P' toimii kohteena linssin seuraavalle pinnalle. Tällöin kohteen etäisyys taittavasta pinnasta on $s_2 = s_1' + t$. Linssin ensimmäisen pinnan muodostama valekuva P' on samalla puolella kuin alkuperäinen kohde P, jonka takia s_1' on negatiivinen. Tällöin saadaan $s_2 = |s_1'| + t = t - s_1'$ ja yhtälö (17) linssin toiselle pinnalle on

$$\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{t}-\boldsymbol{s_1'}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{s_2'}} = \frac{\boldsymbol{1}-\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{R_2}} \tag{19}$$

Ohuelle linssille $t \to 0$, jolloin saadaan

$$-\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{s_1'}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{s_2'}} = -\frac{\boldsymbol{n}-\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_2}}. \tag{20}$$

Tavoitteena on saada muodostettua yhtälö lopullisen kuvan P'' ja linssin etäisyydelle s_2'. Sijoitetaan yhtälö (18) yhtälöön (20) siten, että eliminoidaan valekuvan etäisyys s_1' ja saadaan yhtälö

$$\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{s_1}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{s_2'}} = \frac{\boldsymbol{n}-\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_1}} - \frac{\boldsymbol{n}-\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_2}} = (\boldsymbol{n}-\boldsymbol{1})\left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_1}} - \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_2}}\right), \tag{21}$$

missä on saatu yhteys alkuperäisen kohteen ja lopullisen kuvan välille. Tässä vaiheessa voidaan yksinkertaistaa yhtälöä (21) merkitsemällä $s_1 = s$ ja $s_2' = s'$, jolloin saadaan *ohuen linssin yhtälöksi*

$$\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{s}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{s'}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{f}}, \tag{22}$$

missä $\frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$, jota kutsutaan myös linssitekijän yhtälöksi. Yhtälö (22) selittää muun muassa miksi kuvassa 16 linssiin saapuvat, optisen akselin suuntaisesti valonsäteet taittuvat polttopisteen kautta. Kun valonsäteet saapuvat kaukaisesta kohteesta, pätee $s \to \infty$, jolloin $\frac{1}{s} \to 0$ ja saadaan

$$\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{s'}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{f}} \Leftrightarrow \boldsymbol{s'} = \boldsymbol{f}, \tag{23}$$

eli muodostuva kuva on polttopisteen kohdalla. Yhtälöt (21) ja (22) johdettiin kuperalle linssille. Linssit voivat olla myös hajottavia eli koveria linssejä. Edellä johdetut yhtälöt pätevät myös koveralle linssille, jos otetaan käyttöön merkkimuunnokset kuten tehtiin luvussa 2.6 pallopeiliä tarkasteltaessa. [1] Taulukossa 2 on esitetty merkkimuunnokset ohuille linsseille.

Taulukko 2. Merkkisäännöt ohuille linsseille. [1]

	Positiivinen (+)	Negatiivinen (-)
Kaarevuussäteet R_1, R_2	Kupera kohti kohdetta	Kovera kohti kohdetta
Polttoväli f	Kupera linssi	Kovera linssi
Kuvan etäisyys s'	Todellinen kuva eripuolella linssiä kuin kohde	Valekuva samalla puolella linssiä kuin kohde

Taulukosta 2 havaitaan miksi esimerkiksi yhtälössä (21) esiintyvä termi $\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$ ei mene nollaksi, jos kuperan linssin molempien pintojen kaarevuussäteet ovat yhtä suuret.

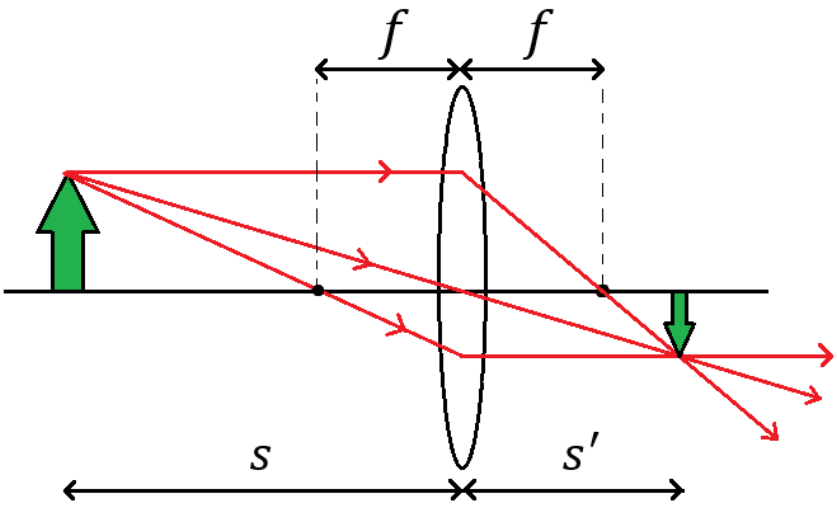
Luvussa 2.6 tarkasteltiin, miten kovera peili muodostaa todellisen kuvan kohteesta. Ohuiden linssien kuvan muodostusta tarkasteltaessa käytetään saman tapaista menetelmää, kuin tehtiin pallopeilinkin kanssa. Esimerkiksi kuperan linssin kuvan sijainnin ja koon voi löytää kolmella säteellä, jotka on piirretty kohteesta seuraavasti:

1. *Optisen akselin suuntaisesti linssiin saapuva valonsäde taittuu polttopisteen kautta.*

2. *Linssin keskeltä kulkevan valonsäteen suunta ei muutu.*

3. *Polttopisteen kautta kulkeva valonsäde taittuu optisen akselin suuntaiseksi.*

Havainnollistetaan ohuen kuperan linssin muodostamaa kuvaa käyttämällä edellä mainittuja valonsäteitä kuvassa 18.



Kuva 18. Ohuen kuperan linssin muodostama todellinen kuva.

Kuvasta 18 havaitaan, miten kupera linssi muodostaa ylösalaisin olevan pienennetyn todellisen kuvan, mikäli kohde sijaitsee polttopistettä kauempana. Jos linssin taakse etäisyydelle s' sijoitettaisiin jokin pinta, muodostuisi kohteesta tarkka kuva siihen.

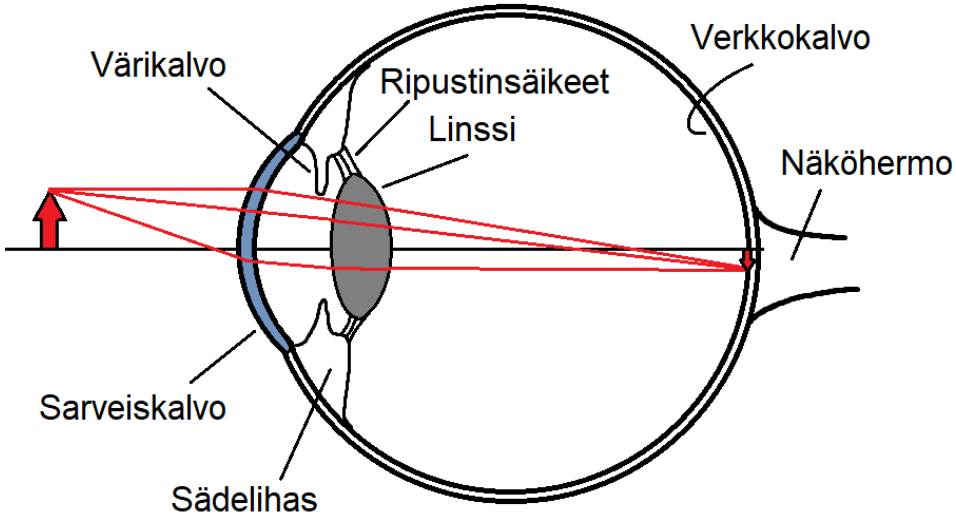
2.8 Ihmisen silmä ja näköaisti

Tässä osiossa käsitellään ihmisen silmää ja näköaistia. Näkemisen fysikaalinen käsittely tapahtuu graafisesti hyödyntäen edellisissä kappaleissa esitettyjä kuperan linssin lainalaisuuksia.

2.8.1 Silmän rakenne ja toiminta

Näköaistia pidetään yleisesti ihmisen tärkeimpänä aistina. Sen avulla ihminen saa suurimman osan ympäristönsä informaatiosta. [9] Näkeminen on monimutkainen prosessi ja se sisältää sekä biologisia että fysikaalisia tekijöitä. Ihmisen silmä on lähes pallomainen, ja sen halkaisija on noin 2,4 cm. Ympäristöstä saapuva valo tulee silmän sisälle läpinäkyvän sarveiskalvon läpi. Sarveiskalvo toimii kuin kuvassa 15 esitetty kaareva pinta eli se kokoaa valonsäteitä. Sarveiskalvon lisäksi silmän sisällä valon taittamiseen osallistuu linssi, joka on kupera. Suurin osa valon taittumisesta tapahtuu kuitenkin sarveiskalvon pinnassa. Valo etenee silmän sisällä hyytelömäisessä nesteessä, jonka taitekerroin on 1,34, eli se on hyvin lähellä veden taitekerrointa. Sarveiskalvossa ja linssissä taittuneet valonsäteet leikkaavat silmän takaosassa verkkokalvolla, jolloin näköhavainto muodostuu. [1]

Ihmisen silmä toimii kameran lailla. Se kykenee muuttamaan valon määrää, joka pääsee silmän sisälle. Lisäksi se pystyy hienosäätämään taittovoimakkuutta linssin avulla. [1] Kuvassa 19 on esitettynä poikkileikkaus silmästä, johon kohteesta lähtevä valo saapuu.



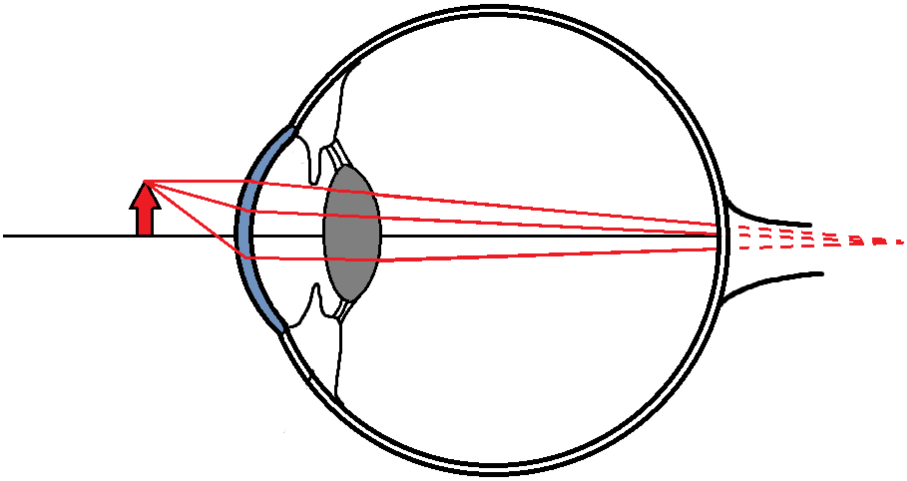
Kuva 19. Poikkileikkaus silmästä ja näköhavainnosta. [1][9]

Kuvasta 19 havaitaan, miten silmä muodostaa kohteesta ylösalaisin olevan pienennetyn kuvan verkkokalvolle, kuten kuvassa 18 esitetty kupera linssi. [1] Valohiukkasten sisältämä energia aktivoi verkkokalvon aistinsoluissa biologisia mekanismeja, joiden avulla tieto muodostuneesta kuvasta siirtyy näköhermoa pitkin aivoihin ja näköaistimus syntyy [9]. Silmä säätelee valon määrää värikalvon avulla. Värikalvo pystyy pienentämään tai suurentamaan mustuaista eli pupillia ja näin säätämään valon määrää silmässä. Ripustinsäikeiden avulla silmä kykenee muuttamaan linssin muotoa. Kun ihminen katsoo kauas, sädelihas rentoutuu ja ripustinsäikeet kiristyvät. Tällöin linssi litistyy ja se taittaa valoa vähemmän. Kun ihminen katsoo lähelle, täytyy valonsäteitä taittaa enemmän, jotta kuva muodostuisi verkkokalvolle. Tässä tapauksessa sädelihakset supistuvat, ripustinsäikeet löystyvät ja linssi on kuperampi. [1][9]

2.8.2 Silmän taittovirheet ja niiden korjaus

Ihmisen silmä on kehittynyt siten, että sillä pystyy normaalisti katsomaan tarkasti todella kauas. Kun valo saapuu äärettömän kaukaa, sädelihas on rento. Kun katsottavaa kohdetta tuodaan lähemmäs, sädelihas supistuu ja linssi pyöristyy. Lopulta saavutetaan *likipiste.* Likipiste on lähin mahdollinen kohta, jonka ihminen vielä näkee tarkasti. [9] Tätä pistettä lähempänä ihmisen silmän linssi ei enää pysty mukautumaan siten, että se voisi muodostaa tarkan kuvan verkkokalvolle. Likipiste on tavallisesti nuorella aikuisella 25 cm päässä silmästä. Mitä vanhemmaksi ihminen tulee, sitä enemmän linssin kimmoisuus pienenee. Tämä johtaa siihen, että esimerkiksi ikävuoteen 60 mennessä ihmisen likipiste voi olla jopa 200 cm. Tätä likipisteen kauemmaksi siirtymistä kutsutaan presbyopiaksi eli

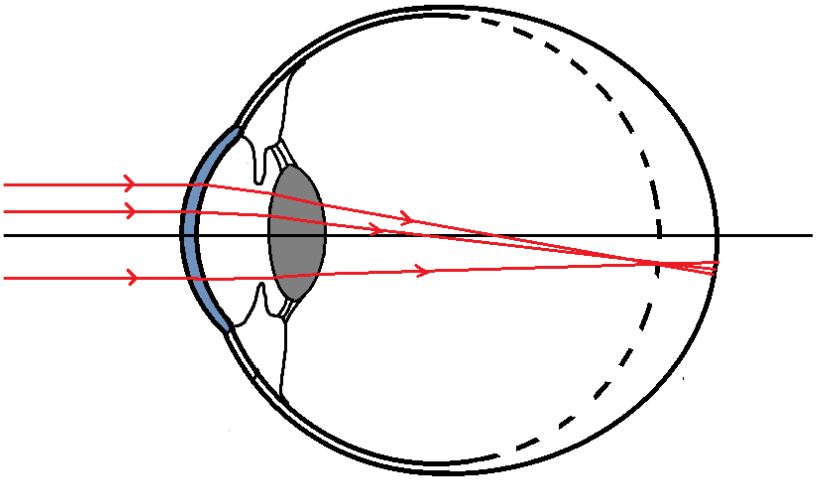
ikänääksi. Valon säteet eivät enää kykene taittumaan tarkan näen alueelle vaan kuvasta tulee sumea. [1] Kuvassa 20 on esitetty tilanne, jossa kohde on liian lähellä silmää.



Kuva 20. Silmän toimintaa, kun kohde on liian lähellä silmää. [1][9]

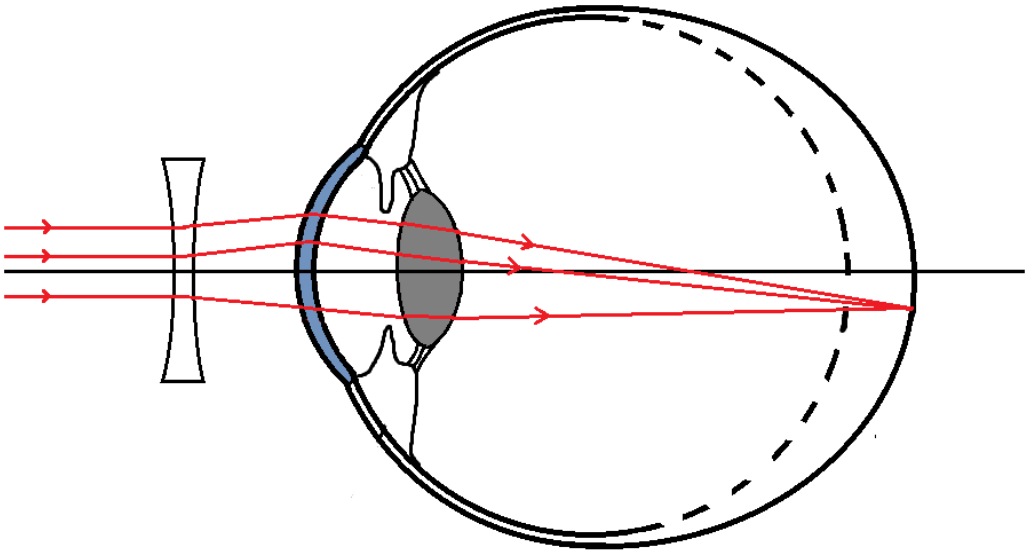
Kuvasta 20 havaitaan, miten valonsäteet eivät leikkaa verkkokalvolla, kun linssi ei kykene taittamaan valonsäteitä tarpeeksi. Sama ilmiö tapahtuu myös pitkänäköisyydessä eli hypermetropiassa. Tällöin ihmisen silmämuna on liian lyhyt, minkä vuoksi verkkokalvo on lähempänä linssiä kuin normaalisti. Hypermetropiassa valonsäteet osuvat verkkokalvolle kuvan 20 tavalla. Edellä mainitut taittovirheet pystytään korjaamaan silmälaseilla, joiden linssit ovat kuperat. Tällöin valonsäteet taittuvat kohti optista akselia ennen silmään saapumista, jolloin silmän linssin ei tarvitse taittaa säteitä niin paljon. [1]

Likinäköisyydessä eli myopiassa ihminen ei näe kauas tarkasti. Likinäköisyydessä silmämuna on liian pitkä, jolloin kaukaa kohteesta taittuneet valonsäteet leikkaavat jo ennen verkkokalvoa. Toisin sanoen sarveiskalvo ja linssi taittavat yhdessä valoa liikaa. Kuvassa 21 on havainnollistettu likinäköisyyttä.



Kuva 21. Likinäköisen silmän kuvan muodostus kaukana olevasta kohteesta. [1]

Kuvaan 21 merkitty katkoviiva kuvaa verkkokalvon normaalia rajapintaa. Havaitaan, miten valonsäteet leikkaavat jo ennen verkkokalvoa. Tällöin ihminen näkee kauas sumeasti. Koska valonsäteet taittuvat liikaa, likinäköisyys korjataan koverilla linsseillä, jotka hajottavat valonsäteitä. Kuvassa 22 on esitetty kyseinen korjaus.



Kuva 22. Likinäköisen silmän taittovirheen korjaus koverilla linsseillä. [1]

Kuvasta 22 havaitaan, miten koverien linssien hajottamat valonsäteet päätyvät liian pitkän silmämunan verkkokalvolle muodostaen tarkan kuvan.

3. LUKION OPETUSSUUNNITELMA

Lukion opetussuunnitelman perusteet on opetushallituksen laatima määräys lukiokoulutuksen järjestäjille ja lukioille. Perusteiden säännökset perustuvat lukiolakiin ja perusteita voidaan tarvittaessa päivittää. Koulutuksen järjestäjien tulee laatia ja hyväksyä opetusta varten lukion oma opetussuunnitelma noudattaen, mitä opetussuunnitelma perusteissa on määrätty. [11] Opetussuunnitelman laatimisesta vastaa yleensä kunta, jolloin jokaisella kunnalla on oma erityinen opetussuunnitelma. Tämä tarkoittaa sitä, että samassa kunnassa sijaitsevat kunnalliset koulut omaavat saman opetussuunnitelman ja se luodaan opetussuunnitelmien perusteiden mukaisesti.

Lukion opetussuunnitelman täytyy koostua tietyistä osista, jotka on määritetty opetussuunnitelman perusteissa. Näitä osia ovat muun muassa tuntijako, kieliohjelma, yhteistyö huoltajien kanssa, opiskelijahuolto, toiminta-ajatus, arvopainotukset, eheyttäminen ja aihekokonaisuudet. [11] Osien sisällöt saattavat muuttua, kun opetussuunnitelman perusteita päivitetään. Tutkimuksessa tarkastellaan vuosien 2003, 2015 ja 2019 opetussuunnitelmien perusteiden sisältöä. Tarkastelussa keskitytään oppimisen edellytyksiin, fysiikan sisältöön ja tavoitteisiin, jota fysiikassa annetaan.

Vuodet ovat määritetty analysoitavien ylioppilasvastauksien vuosien mukaan. Vuoden 2015 ylioppilasvastaukset perustuvat vuoden 2003 opetussuunnitelman perusteisiin ja vuoden 2019 ylioppilasvastaukset vastaavasti vuoden 2015 perusteisiin.

3.1 Vuoden 2003 lukion opetussuunnitelman perusteet

Vuonna 2003 uudistettiin lukion opetussuunnitelman perusteet. Edellisen kerran perusteita oli uudistettu vuonna 1994 eli aikaa uudistuksien välille kertyi noin 11 vuotta.

3.1.1 Oppimiskäsitys

Vuoden 2003 opetussuunnitelman perusteet perustuvat oppimiskäsitykseen, jonka mukaan oppiminen on seurausta opiskelijan aktiivisesta ja tavoitteellisesta toiminnasta. Tässä toiminnassa opiskelija on vuorovaikutuksessa opiskelijoiden, opettajien ja ympäristön kanssa. Aiempien tietorakenteiden pohjalta opiskelija käsittelee ja tulkitsee vastaanottamaansa informaatiota. Opetuksessa täytyy opetussuunnitelman mukaan ottaa huomioon se, että oppiminen on yksilökeskeistä ja riippuu pitkälti siitä, mitkä ovat oppijan aikaisemmat tiedot opetettavaan asiaan nähden. Lisäksi suunnitelmassa mainitaan op-

pimisen riippuvan oppijan käyttämistä strategioista. [11] Huomataan, että opetussuunnitelman perusteet antavat kohtalaisen vapaat kädet opettajalle määrittää kuhunkin tilanteeseen sopivat opettamismetodit. Tämä on positiivista, sillä yhdessä tilanteessa opittu tieto tai taito ei automaattisesti toimi toisenlaisessa tilanteessa [11]. Opettajan täytyisi siis osata soveltaa omaa opettamista opiskelijoiden tarpeita vastaavaksi. Tämä luonnollisesti vaatii sen, että opettaja kykenee tunnistamaan mahdolliset esteet, joihin opetuksen soveltaminen tehoaisi.

Opiskelijan omaa tiedonrakentamisprosessia korostavasta oppimiskäsityksestä seuraa, että lukion täytyy luoda opiskeluympäristöjä, joissa opiskelijat voivat oppia työskentelemään itsenäisesti ja yhteistoiminnallisesti erilaisissa ryhmissä ja verkostoissa. Heille täytyy antaa tilaisuuksia kokeilla ja löytää omalle oppimistyylilleen sopivia työskentelytapoja. Opiskelijoiden opiskelu- tiedonhankinta-, tiedonhallinta- ja ongelmanratkaisutaitojaan sekä oma-aloitteisuuttaan tulee kehittää. [11] Edellä mainitut määräykset mahdollistavat lukemattomien opettamistapojen käytön.

3.1.2 Fysiikan opetuksen tavoite ja sisältö

Vuoden 2003 opetussuunnitelman perusteissa korostetaan luonnon ja fysiikan yhdistämistä. Perusteissa kirjoitetaan esimerkiksi fysiikan tavoitteeksi löytää luonnossa yleispäteviä lainalaisuuksia ja esittää ne matemaattisina malleina. Perusteissa todetaan myös, että fysikaalisen tiedon lähteenä on ensisijaisesti luonto. Luonnon lisäksi fysikaalisen tiedon lähteinä toimivat oppi- ja tietokirjat, digitaaliset tietovarannot ja alan asiantuntijat. [11]

Opiskelijan tulisi vuoden 2003 perusteiden mukaan oppia tarkastelemaan luonnon rakenteita ja ilmiöitä omien aikaisempien tietojensa ja käsitystensä valossa. Opiskelija oppii tiedostamaan ja kyseenalaistamaan omia käsityksiään ja tarkentamaan maailmankuvaansa hankkimansa tiedon perusteella. [11] Jotta opiskelija saisi mahdollisuuden korjata ennakkokäsityksiään luonnosta, tulee opettajan käyttää opetuksessa luontoa esimerkkinä mahdollisimman paljon.

Opettamisen tavoista mainitaan perusteissa hyvin lyhyesti. Esimerkiksi fysiikkaan sisältyvän kokeellisuuden on sanottu voivan sisältää opetuksen vaiheen ja välineiden mukaan opiskelijoiden omakohtaista työskentelyä, opettajan esittämiä demonstraatioita, vierailuja, videoita tai vain kerronnan kautta tapahtuvaa toimintaa [11]. Jälleen opettajalle annetaan paljon liikkumavaraa opetuksen suunnittelemisessa.

Vuoden 2015 kevään ylioppilasvastaukseen tarvittavat tiedot sisältyvät vuonna 2003 määritettyyn kurssiin ’’Aallot (FY3)’’. Tämän kurssin tavoitteena oli perehtyä värähdys- ja aaltoliikkeen perusteisiin tutkimalla mekaanista värähtelyä, ääntä tai sähkömagneettisia aaltoja. Ylioppilastehtävän ratkaisussa tarvittiin tietoa valon aaltoliikkeen ominaisuuksista kuten heijastumisesta, taittumisesta ja kokonaisheijastumisesta. Lisäksi täytyi tietää peileistä ja linsseistä. Nämä kaikki tarvittavat tiedot on määritetty opetussuunnitelman perusteissa keskeisiksi sisällöiksi. [11]

3.2 Vuoden 2015 opetussuunnitelman perusteet

Lukion opetussuunnitelman perusteet uudistettiin 27.10.2015. Niiden mukaisesti laaditut opetussuunnitelmat täytyi ottaa käyttöön lukion aloittavilla opiskelijoilla 1.8.2016 lukien. Ne korvasivat vuoden 2003 opetussuunnitelman perusteet.

3.2.1 Oppimiskäsitys

Vuoden 2015 opetussuunnitelman perusteet pohjautuvat oppimiskäsitykseen, jonka mukaan oppiminen on seurausta opiskelijan aktiivisesta, tavoitteellisesta ja itseohjautuvasta toiminnasta. Havaitaan, että ainoa ero oppimiskäsityksessä aiempaan on opiskelijan itseohjautuvan toiminnan rooli. Päivitetyissä opetussuunnitelman perusteissa onkin havaittavissa yksilöön liittyvien asioiden käsittely. Perusteissa sanotaan esimerkiksi, että ohjaus ja rakentava palaute vahvistavat itseluottamusta ja auttavat opiskelijaa kehittämään ajatteluaan ja työskentelemään tarkoituksenmukaisella tavalla. Lisäksi sanotaan, että opintoihin liittyvät onnistumiset ja muut myönteiset kokemukset edistävät oppimista ja innostavat osaamisen kehittämiseen. [12] Näitä asioita ei ollut mainittu vuoden 2003 perusteissa.

Vuoden 2015 perusteet mainitsevat myös elinikäisen oppimisen taitojen tärkeyden. Perusteissa sanotaan, että opiskelijoita tulisi ohjata havaitsemaan käsitteiden, tiedonalojen ja osaamisen välisiä yhteyksiä sekä soveltamaan aiemmin oppimaansa muuttuvissa tilanteissa. Tällöin oppimisprosesseistaan tietoiset opiskelijat osaavat arvioida ja kehittää opiskelu- ja ajattelutaitojaan, jotka ovat edellytyksiä elinikäiselle oppimiselle. [12] Yksilön itseohjautuvuutta korostavat perusteet mahdollistavat ja vaativat opetuksen olevan muutakin kuin opettajakeskeistä, jossa opettaja julistaa luokan edessä oppilaiden kuunnellessa hiljaa.

3.2.2 Fysiikan opetuksen tavoite ja sisältö

Vuoden 2015 perusteiden fysiikan sisältö mukailee vuoden 2003 perusteiden sisältöä. Fysiikan opetuksen lähtökohtana on jälleen ympäristöstä tehdyt havainnot. Kokeellisuuden merkitystä korostetaan käsitteiden omaksumisen ja ymmärtämisen tukijana. Opiskelijoiden aiemmat kokemukset ja uudet havainnot muokkautuvat johdonmukaisiksi kokonaisuuksiksi. Päivitetyissä tavoitteissa korostetaan myös fysiikan merkityksestä kestävän tulevaisuuden rakentamisessa: opetus myös ohjaa opiskelijoita ottamaan vastuuta omasta toiminnastaan sekä ympäristöstä. Vuoden 2003 perusteissa ei mainittu sanallakaan kestävän tulevaisuuden rakentamisesta. [12]

Vuoden 2019 kevään ylioppilasvastaukseen tarvittavat tiedot sisältyvät vuoden 2015 opetussuunnitelman perusteiden sisältämään kursseihin ’’Sähkömagnetismi (FY6)’’ ja ’’Lämpö (FY2)’’. Sähkömagnetismi-kurssin tavoitteena oli esimerkiksi se, että opiskelija osaa käyttää ja soveltaa sähkömagnetismiin ja valoon liittyviä käsitteitä jokapäiväisen elämän, ympäristön, yhteiskunnan ja teknologian ilmiöissä. Lämpö-kurssissa tavoitteena taas oli esimerkiksi se, että opiskelija osaisi tutkia aineen termodynaamisen tilaan ja olomuodon muutoksiin liittyviä ilmiöitä. Ylioppilastehtävän ratkaiseminen tarvitsi tietoa muun muassa näköhavainnon muodostumisesta, valon taittumisesta ja heijastumisesta sekä kaasun ominaisuuksien muutoksista lämpötilan funktiona. Nämä tiedot olivat keskeistä sisältöä kursseissa FY6 ja FY2. [12]

3.3 Vuoden 2019 lukion opetussuunnitelman perusteet

Lukiokoulutuksen laaja uudistushanke käynnistettiin vuonna 2017. Siinä missä vuosien 2003 ja 2015 lukion opetussuunnitelman perusteiden väliin mahtui 12 vuotta, päivitettiin jälkimmäistä jo neljän vuoden jälkeen vuonna 2019. Lukiolain mukaisesti vuoden 2019 perusteiden mukainen opetussuunnitelma tuli ottaa käyttöön lukion aloittavilla opiskelijoilla 1.8.2021 lukien, ja käyttöönotto eteni vuosiluokka kerrallaan. [13]

Lukiouudistuksen tavoitteena oli nostaa kansakunnan koulutustasoa, jotta Suomi menestyisi tulevina vuosikymmeninä mahdollisimman hyvin. Perusteissa sanotaan, että uudistuksella haluttiin lisätä lukiokoulutuksen vetovoimaa, sillä tulevaisuudessa tarvitaan nykyistä enemmän korkeakoulutettua työvoimaa.

3.3.1 Oppimiskäsitys

Vuoden 2019 opetussuunnitelman perusteiden mukainen oppimiskäsitys mukailee hyvin pitkälti vuoden 2015 opetussuunnitelman perusteita. Oppiminen tapahtuu perusteiden mukaan vuorovaikutuksessa muiden opiskelijoiden, opettajien, asiantuntijoiden ja yhteisöjen kanssa erilaisissa ympäristöissä. Lisäksi todetaan, että kieli, kehollisuus ja eri aistien käyttö ovat oppimisen kannalta olennaisia. Perusteiden mukaan jatkuvan oppimisen edellyttämiä taitoja täytyy opettaa, jotta elinikäinen oppiminen on mahdollista. Opintoihin liittyvät onnistumisen kokemukset ja rohkaiseva ohjaus vahvistavat uskoa omiin mahdollisuuksiin ja innostavat opiskeluun. [13]

3.3.2 Fysiikan opetuksen tavoite ja sisältö

Vuoden 2019 LOPS-perusteissa kerrotaan, että ’’fysiikan opetuksen yleiset tavoitteet liittyvät fysiikan merkitykseen, arvoihin ja asenteisiin, tutkimisen taitoihin sekä fysiikan tietoihin ja niiden käyttämiseen.’’ Merkityksiin, tavoitteisiin ja arvoihin liittyen tavoitteeksi asetettiin esimeriksi, että opiskelija osaa arvioida fysiikan merkitystä, perehtyy fysiikan soveltamiseen monipuolisissa tilanteissa kuten luonnossa, elinkeinoelämässä, tiedeyhteisöissä ja järjestöissä. Lisäksi opiskelijan tulisi esimerkiksi saada valmiuksia osallistua ympäristöä ja teknologiaa koskevaan keskusteluun ja päätöksentekoon. Fysiikan oppiaineen tehtävissä mainitaan, että opiskelijan aikaisemmat kokemukset, uudet havainnot ja näkökulmat muokkautuvat johdonmukaiseksi käsitykseksi ympäröivästä todellisuudesta. [13]

Moduulissa ’’FY7 Sähkömagnetismi ja valo’’ tarkastellaan sähkömagneettista säteilyä ja sen tutuinta muotoa, valoa. Valon käyttäytymiseen liittyvä keskeinen sisältö sisältää valon heijastumisen, taittumisen, kokonaisheijastumisen, interferenssin, diffraktion ja valon polarisoitumisen kvalitatiivisesti. Sisältö siis mukailee LOPS 2015 perusteiden fysiikan sisältöä. Havaitaan, että vuoden 2003 perusteissa olleet linssit ja peilit eivät ole osa vuoden 2019 LOPS-perusteita. Moduulin tavoite valoon liittyvässä teoriassa on, että opiskelija ymmärtää valon sähkömagneettisena ilmiönä. [13]

4. AIEMMAT TUTKIMUKSET

Oppilaiden virhekäsityksiä valon luonteeseen ja optiikkaan liittyen on tutkittu maailmalla valtavasti. Tässä kappaleessa keskitytään esittelemään tutkimuksissa ilmenneitä optiikkaan liittyviä virhekäsityksiä sekä niiden lähteitä.

4.1 Virhekäsityksien lähteet optiikassa

Monissa tutkimuksissa on pyritty selvittämään, mistä oppilaiden virhekäsitykset syntyvät. Widiyatmoko ym. [14] laatimassa kirjallisuuskatsauksessa esiteltiin kolmentoista eri tutkimuksen sisältämää tietoa oppilaiden virhekäsityksistä tieteellisessä oppimisessa. Katsauksesta selvisi, että suurimmat virhekäsitysten syntyyn johtavat tekijät ovat jokapäiväiset kokemukset elämässä, kielenkäyttö, opettajat ja oppikirjat.

Vaikka valo ja optiset instrumentit ovat jokapäiväinen kokemus elämässä, oppilailla on vaikeuksia omaksua teoriaa niiden takana. Lisäksi oppilailla on oma, omiin kokemuksiin perustuva, epätieteellinen käsitys siitä, miten valo ja optiset instrumentit käyttäytyvät [14]. Kaltakci ym. [15] laatimassa tutkimuksessa mainittiin, että monilla oppilailla on esimerkiksi käsitys, että mitä kauempaa pystysuorassa olevaa tasopeiliä katsotaan, sen suuremman osan kehostaan katsoja näkee. Todellisuudessa näkyvä kehon osuus ei riipu katsojan etäisyydestä peilistä vaan peilin koosta. Syyksi tälle virhekäsitykselle esitettiin sitä, että jokapäiväisessä elämässä käytämme pieniä peilejä kasvojemme katsomiseen ja isoja peilejä koko kehomme katsomiseen. Myös Kaewkhong ym. [16] laatimassa tutkimuksessa todettiin jokapäiväisten kokemusten vaikuttavan optiikan virhekäsitysten syntyyn. Tutkimuksessa todettiin oppilaiden tulevan optiikan kurssille omine ennakkokäsityksineen ja ideoineen, jotka perustuvat jokapäiväisiin kokemuksiin elämässä. Ohjeistuksen aikana nämä oppilaat sitten kehittelevät uusia ideoita, jotka perustuvat heidän aiempiin virhekäsityksiinsä.

Kielellä mitä käytetään, on suuri merkitys virhekäsitysten synnyssä. Oppilailla on vaikeuksia, kun tieteelliset sanat esiintyvät jokapäiväisessä elämässä. Yksi esimerkki tämänlaisista sanoista on ’’valo’’. Oppilaat monesti ajattelevat, että valo on jotain, joka tekee näkemisen mahdolliseksi. Todellisuudessa valo määritellään sähkömagneettiseksi aalloksi. [14] Oppilailla on myös virhekäsityksiä siitä, että väri olisi kohteen ominaisuus, eikä valon. Jokapäiväisessä kielenkäytössä sanotaankin esimerkiksi, että ’’tuo pöytä on punainen’’. Tieteellisin termein korrekti vastine lauseelle olisi, että ’’tuo pöytä heijastaa

valon punaista aallonpituutta''. [15] Optiikkaan ja valoon liittyvien termien määrä ja vaikeus aiheuttaa osaltaan virhekäsityksiä [14].

Opettajat ovat suuressa roolissa oppilaiden oppimisen kannalta. Siksi ei ole hämmästyttävää, että opettajat ovat yksi suurimmista virhekäsitysten lähteistä. Tutkimuksissa on selvinnyt, että opettajilla voi olla itsellään virhekäsityksiä opetettavasta aiheesta. Opettajien omien virhekäsitysten lisäksi he eivät välttämättä osaa kommunikoida tehokkaasti oppilaiden kanssa. [14] On myös havaittu, että opettajat eivät aina osaa tunnistaa oppilaittensa vaikeuksia, jolloin opettamisen muuttamistakaan ei tapahdu [15]. Toisaalta opettajat eivät välttämättä osaa mukauttaa opetusta tarpeiden vaatimaksi. [14]

Puutteelliset oppikirjat ovat yksi syy oppilaiden virhekäsitysten syntyyn optiikassa. Suurimmat puutteet, jotka virhekäsityksiä oppikirjoissa aiheuttavat ovat epäselvät kuvat, väärä tai puutteellinen tieto, outo kielenkäyttö, harhaanjohtava informaatio ja hankalien termien käyttö. Esimerkiksi Indonesian opiskelijoilla oli vaikeuksia selittää, miten ihmissilmä mukautuu lähellä tai kaukana olevien kohteiden katsomiseen. Nämä vaikeudet olivat selitettävissä oppikirjan epäselvillä kuvilla. [14] Myös Suomessa vuonna 2010 tehdyssä pro-gradu tutkielmassa selvisi, että oppikirjojen kuvat ovat toisinaan puutteellisia. Tutkielmassa tutkittiin seitsemää eri yläasteen fysiikan oppikirjaa. Tuloksena oli, että oppikirjat sisältävät oppilaiden virheellisiä ennakkokäsityksiä vahvistavia kuvia. Lisäksi todettiin, että oppikirjoista puuttuu kuvia oppilaille hankalista aiheista, kuten näkemisestä, vaikka tilaa kirjoissa olisi kuville ollut. Samassa tutkielmassa todettiin näkemisen ymmärtämisen olevan tärkeää muiden valoon liittyvien ilmiöiden ymmärtämiseen. [17]

4.2 Virhekäsitysten erittely

Optisia ilmiöitä on olemassa valtavasti ja lisäksi monet niistä ovat osa jokapäiväistä elämäämme. Siksi erilaisten virhekäsitysten syntyminen on todennäköistä. Monissa tutkimuksissa on konkreettisesti selvitetty, mitä nämä virhekäsitykset ovat.

4.2.1 Näköhavainto, valon kulku, varjon luonne ja kuvan muodostuminen

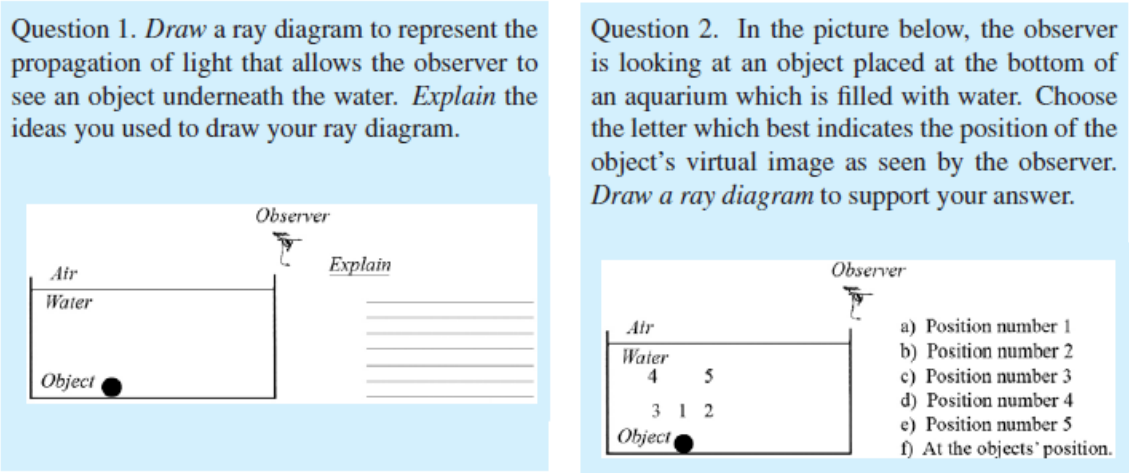
Blizak ym. [19] tekemässä tutkimuksessa selvitettiin 246:n algerialaisen yliopisto-opiskelijan käsityksiä optiikan ilmiöihin liittyen. Kaikki 246 oppilasta opiskelivat yliopiston ensimmäisellä vuosikurssilla, ja heille oli opetettu optiikkaa yläkoulussa. Opiskelijoita testattiin näköhavaintoon, valon kulkuun, varjon luonteeseen ja kuvan muodostumiseen liittyen. Vain 45 % opiskelijoista ymmärsi, että ihminen näkee kohteen siten, että valo heijastuu kohteesta silmään. Jopa 26 % opiskelijoista ajatteli, että valo kulkeutuu silmästä

kohteeseen. Valon kulkuun liittyen kysyttiin, miten kohteesta syntyvä kuva kameran sisällä muuttuisi, jos kameran sisällä olisi tyhjiö. Jopa 44 % vastanneista oli sitä mieltä, että kuva kameran sisällä katoaisi. Osa (21 %) ajatteli, että kuvan tilalle syntyisi valoläiskä. Vastaajista vain 27 % ymmärsi, että kuvalle ei tapahdu mitään. [19]

4.2.2 Veden pinnan alla olevan kappaleen havainnointi

Thaimaassa vuonna 2009 tehdyssä tutkimuksessa [17] tutkittiin 220:n oppilaan käsityksiä siitä, miten ihminen näkee veden pinnan alla olevan esineen. Tutkimus tehtiin kahdelle eri yläkoululle, jotka käyttivät samaa oppikirjaa ja opetussuunnitelmaa. Lisäksi molemmat koulut olivat hyvän opettamisen maineessa ja valitsivat vain lahjakkaita opiskelijoita oppilaikseen. Opiskelijat olivat iältään 15–16-vuotiaita, ja opiskelleet optiikan alkeita aiemmin. Alkeisiin sisältyi muun muassa valon eteneminen ja taittuminen, sekä kuvan muodostumisen analysointi valonsäteiden avulla. Oppilaat eivät aikaisemmin olleet tehneet kokeellisia töitä, joissa havainnoitaisiin valon taittumista tasaisen pinnan läpi.

Oppilaille tehty kysely koostui kahdesta kysymyksestä. Ensimmäisessä kysymyksessä oppilaiden täytyi piirtää valonsäteiden avulla, miten näköhavainto veden pinnan alapuolella olevasta esineestä syntyy. Lisäksi täytyi selittää ajatuksen kulkua piirroksen takana. Toisessa kysymyksessä täytyi valita viidestä eri vaihtoehdosta, missä kohteesta muodostuva valekuva sijaitsee. Tämä piti perustella piirroksen avulla. Kuvassa 23 on oppilaille esitetyt kysymykset. [17]

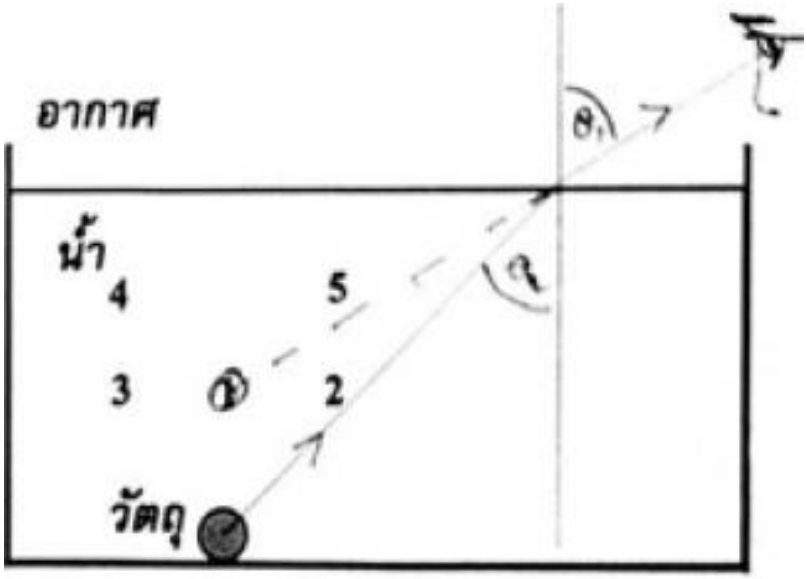


Kuva 23. Tutkimuksessa käytetyt kysymykset. [17]

Kuvasta 23 havaitaan, että oppilaat tarvitsivat oikeisiin vastauksiin tietoa valon taittumisesta tasaisesta pinnasta, valon kulkusuunnasta näköhavainnossa sekä valekuvan syn-

nystä. Ensimmäiseen kysymykseen vastanneista oppilaista 29,1 % piirsi valon kulkemaan silmästä kohteeseen ja 25,6 % silmästä valekuvaan. Nämä prosenttimäärät vaihtelivat koulujen välillä vain noin 2 %. Merkittävää eroa ei siis ollut kahden eri koulun välillä kyseisissä virhekäsityksissä. Erikoista on, miten optiikan alkeita aiemmin opiskelleista yli puolet ajattelevat näkemisen perustuvan siihen, että valo kulkee silmästä poispäin. Vastaavasti 8,5 % oppilaista piirsi valon etenevän valekuvasta ihmisen silmään ja 7 % piirsi reitin oikein kohteesta ihmisen silmään. Nämä prosenttimäärät vaihtelivat koulujen välillä merkittävästi. Toisessa koulussa oltiin selvästi enemmän sitä mieltä, että valo etenee valekuvasta silmään ja toisessa koulussa päinvastoin. Oppilaista, jotka piirsivät valon etenevän kuvasta silmään, oli noin 17 % koulussa A ja loput koulussa B. Tämä osoittaa, että vaikka käytetyt oppimateriaalit olivat kouluissa samat, oli koulussa B syntynyt merkittävä virhekäsitys. Heistä, jotka piirsivät valon etenevän kohteesta silmään, oli vastaavasti noin 86 % koulussa A ja loput 14 % koulussa B. [17]

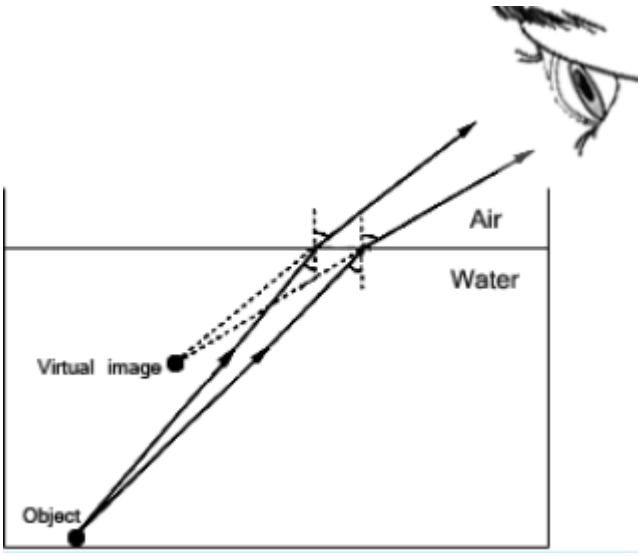
Mielenkiintoinen havainto tutkimuksessa liittyi siihen, miten oppilaat valitsivat kuvan sijainnin. Kuvasta 23 nähdään, miten mahdollisuuksia kuvan paikalle oli viisi. Näistä selvästi yleisin valinta (50,7 %) oli kohta 1 eli juuri kohteen yläpuolella. Kuvassa 24 on havainnollistettu tutkimuksessa esitettyä ratkaisutyyppiä, jonka mukaan moni oppilas päätyi valitsemaan kuvan sijainniksi kohdan 1. [17]



Kuva 24. Tutkimuksessa esitetty ratkaisumalli erään oppilaan vastauksesta, joka päätyi määrittämään kuvan olevan kohdassa 1. [17]

Kuvasta 24 havaitaan, että tehtävään vastannut oppilas on ymmärtänyt valon kulkusuunnan oikein ja lisäksi ymmärtänyt, että valekuva sijaitsee viimeisten silmiin tulevien valonsäteiden suunnassa. Tehtävässä oikea ratkaisu oli kuitenkin kohta 5, sillä tilanteessa

olisi täytynyt tarkastella vähintään kahta kohteesta lähtevää valonsädettä. Kuvassa 25 on havainnollistettu oikeaan vastaukseen päätynyt vastaustyyppi. [17]



Kuva 25. Tutkimuksessa esitetty tapa löytää valekuvan oikea sijainti. [17]

Kuvasta 25 havaitaan, miten valonsäteet erkanevat toisistaan, kun ne saapuvat silmään. Jotta oikeaan vastaukseen olisi voinut päätyä, olisi opiskelijan täytynyt tietää silmän kokoavan valonsäteitä siten, että näköaistimus syntyy. Vain yksi oppilas 199:tä oppilaasta piirsi tilanteen kuten kuvassa 25 näytetään. Loput 198 oppilasta käytti kuvan määrittämiseen vain yhtä valonsädettä. [17]

Tutkimuksessa todettiin, että oppilailla oli molemmissa kouluissa suuria vaikeuksia optiikan ilmiöiden ymmärtämisessä ja siten kysymyksiin vastaamisessa. Tulokset osoittivat myös, että tiettyyn optiikan ilmiöön liittyvien virhekäsitysten luonne ei poikennut merkittävästi kahden koulun välillä. Virhekäsitykset eivät yleisesti siis olleet kiinni tietyistä opettajista tai oppiympäristöstä. Tutkimuksessa kehotettiin harkitsemaan oppilaskeskeisen opettamisen käyttöönottoa, mikä kehittää syvää ymmärrystä. Oppilaat pitäisi tutkimuksen mukaan saada osallistutettua aktiivisen oppimiseen, jossa käytetään ’’ennusta–tarkkaile–selitä–syntetisoi’’ menetelmää. Tämän syklin avulla oppilaat voisivat kohdata ja korjata omia virhekäsityksiään. [17]

4.2.3 Valon luonne

Yalcin ym. [18] tekemässä tutkimuksessa selvitettiin, millaisia virhekäsityksiä 16–18-vuotiailla turkkilaisilla yliopisto-opiskelijoilla on valon luonteeseen liittyen. Tutkimuksessa esitettiin neljä kysymystä sadalle opiskelijalle. Ensimmäisellä kysymyksellä selvitettiin oppilaiden käsityksiä siitä, onko kaikki näkemämme asiat valonlähteitä. Toisella kysymyksellä selvitettiin, onko opiskelijoiden mielestä eri valonlähteistä lähtevällä valolla eri nopeudet. Kolmannella kysymyksellä haluttiin paljastaa opiskelijoiden käsityksiä siitä, miksi pimeässä näemmä hyvin vähän kohteita ja miksi päivänvalossa ei näe hehkulampun säteilyä. Neljäs ja viimeinen kysymys oli muotoiltu siten, että saatiin selville, onko opiskelijoiden mielestä olemassa erilaisia valon muotoja.

Tutkimuksessa selvisi erilaisia virhekäsityksiä. Opiskelijoista 31 % vastasi ensimmäiseen kysymykseen, että kaikki mitä näemme, on valon lähteitä. Vain 36 % ymmärsi asian todellisen luonteen ja loput eivät antaneet perusteltuja vastauksia. Toiseen kysymykseen liittyen opiskelijoista 58 % ajatteli, että valon kulkumatka riippuu valonlähteen ominaisuuksista kuten tehosta, taajuudesta tai fotonien määrästä. Kolmannessa kysymyksessä kävi ilmi, että 10 % opiskelijoista ajatteli pimeän aineen kuluttavan valon energiaa, jolloin näkeminen on vaikeaa. Opiskelijoista 17 % ajatteli, että yöllä tarvitaan valoa tietyn kynnysarvon verran, jotta kohteita voi nähdä. Tämän lisäksi 13 % opiskelijoista oli sitä mieltä, että pimeässä näkemisen vaikeus johtuu vaikeudesta vastaanottaa valoa silmiin. Viimeisessä kysymyksessä havaittiin, että 31 % opiskelijoista ajatteli, että eri valonlähteet eivät voi emittoida samankaltaista valoa. [18] Havaitaan, että sadasta yliopisto-opiskelijasta varsin monella oli erinäisiä virhekäsityksiä valon luonteeseen liittyen.

Tutkimuksessa todettiin, että löydetyistä virhekäsityksistä suurin osa oli linjassa virhekäsitysten kanssa, joita on löydetty muissa tutkimuksissa. Erityisesti toiseen ja neljänteen kysymykseen annettuja vastauksia on löydetty muissakin tutkimuksissa. Tutkimuksessa todetaan, että optiikan ilmiöihin liittyvät virhekäsitykset ovat todennäköisesti peräisin jokapäiväisistä elämänkokemuksista. Väite perustettiin siihen, että virhekäsitykset ovat hyvin samankaltaisia riippumatta kulttuurista ja kansoista. [18]

5. TUTKIMUSKYSYMYKSET JA -MENETELMÄT

Tässä osiossa käydään läpi työn tutkimuskysymykset, tavoite sekä tutkimusmenetelmät. Lisäksi pohditaan hieman tutkimuksen luotettavuutta.

5.1 Tutkimuskysymykset

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli selvittää fysiikan ylioppilaskirjoituksiin osallistuvien opiskelijoiden virhekäsityksiä valon luonteeseen ja kuvan muodostukseen liittyen. Aiempien tutkimusten avulla voitiin pohtia, mitä koulussa voisi tehdä toisin, jotta virhekäsityksiltä vältyttäisiin. Tutkimuskysymykset olivat tutkimuksessa seuraavat:

1. Mitä virhekäsityksiä ylioppilaskirjoituksiin osallistuvilla kokelailla on valon luonteeseen ja kuvan muodostukseen liittyen?
2. Mitä pedagogisia ratkaisuehdotuksia voitaisiin käyttää, jotta tutkimuksessa selvinneiden virhekäsitysten syntyminen voitaisiin estää?

Valon luonteeseen ja kuvanmuodostukseen liittyviä virhekäsityksiä on tutkittu maailmalla paljon ja tutkimusaineistoa aiheesta löytyy riippumatta koulutuksen asteesta. Tässä tutkimuksessa selvitettiin ylioppilaskokelaiden virhekäsityksiä. Tavallisesti ylioppilaskirjoituksiin osallistuvalla opiskelijalla on takana kolmen vuoden lukio-opinnot, ja heidän ikänsä vaihtelee 18–19 välillä.

5.2 Tutkimusmenetelmät

Tutkimuksessa käytetty menetelmä oli laadullinen sisällönanalyysi. Siinä keskitytään siihen, mistä asioista, aiheista tai teemoista aineisto kertoo. Aineiston kielellistä muotoa ei oteta kyseisessä menetelmässä analyysin kohteeksi. Sisällönanalyysiä voidaan käyttää niin kirjoitetun tekstin kuin tekstiä, ääntä ja kuvaa sisältävien aineistojen analyysiin. [20]

Analysoitavana tutkimuksessa oli keväiden 2015 ja 2019 fysiikan ylioppilaskoevastauksia. Tavoitteena oli tutkia valon luonnetta ja kuvanmuodostusta koskevan tehtävän vastauksia molemmilta vuosilta. Vastauksista pyrittiin löytämään kaikki väärin- ja oikeinymmärrykset, ja ne kirjattiin ylös. Aineiston analyysivaiheessa keskityttiin väärinymmärryksiin, jotka toistuivat selvästi muita useammin. Vuosina 2015 ja 2019 ylioppilaskokeisiin osallistuneet olivat opiskelleet lukio-opinnot siten, että ne perustuivat eri lukion opetussuunnitelman perusteisiin. Erityisesti optiikkaan liittyvät opinnot muuttuivat selvästi, kun

peilien ja linssien toiminnan läpikäyminen jätettiin pois tuoreemmassa opetussuunnitelmassa. Tämän takia analyysivaiheessa pohdittiin hieman myös opetussuunnitelman muutoksen vaikutuksia opiskelijoiden käsityksiin optiikan ilmiöistä.

Kevään 2015 koevastaukset olivat paperisia. Ylioppilaslautakunta toimitti pyynnöstä koevastaukset luettavaksi. Vastaukset olivat kouluittain järjestetty, eli analysoitavaksi tuli lopulta 15 eri koulun vastauksia. Vastaukset olivat alkuperäiset, eli niissä näkyi sekä koulun että opiskelijan nimi. Kokelaiden henkilötietoja tai koulutietoja ei merkitty Excel-tiedostoon, johon erilaisia virhekäsityksiä koottiin ylös. Sen sijaan jokaiselle kokelaalle ja koululle laadittiin uudet tunnistenumerot. Toimitetuista koevastauksista eroteltiin sellaiset, joissa oli vastattu tarkasteltavaan valon luonnetta ja kuvan muodostumista koskevaan tehtävään. Analysoitavaksi keväältä 2015 valikoitui 86 koevastausta. Koko Suomessa kyseiseen tehtävään vastanneita oli yhteensä 3664, jolloin analysoitava aineisto vastasi noin 2 prosenttia koko aineistosta. Vastaukset käytiin huolella läpi ja kaikista pyrittiin löytämään virhe- ja oikeinymmärrykset. Nämä kirjattiin ylös Excel-taulukkoon. Analysoinnissa pyrittiin välttämään omia johtopäätöksiä siitä, mitä oppilas on mahdollisesti ajatellut. Sen sijaan keskityttiin siihen, mitä vastaukseen on konkreettisesti kirjoitettu tai piirretty.

Kevään 2019 koevastaukset olivat sähköisiä. Ne toimitettiin sähköisesti luettavaksi siten, että koko Suomessa annetut vastaukset olivat täysin satunnaisessa järjestyksessä. Kaikki vastaukset olivat anonyymejä, eli niistä ei voinut tietää, mistä koulusta ne olivat peräisin tai kuka vastauksen on kirjoittanut. Vastauksista analysoitiin 50 valoa ja kuvan muodostusta käsittelevää vastausta, joissa jokaisessa oli vastattu sekä piirtämis- että kirjoitustehtävään. Nämä 50 vastausta valittiin analysoitavaksi suuresta määrästä vastauksia siten, että niissä oli oltava perusteluja vastausten tukena ja vastauskielen tuli olla suomi. Lisäksi vastauksia pyrittiin valitsemaan siten, että niistä saadut pistemäärät vaihtelivat mahdollisimman paljon koko pisteskaalan asteikolla. Kokonaisuudessaan Suomessa vastasi tehtävään 1659 oppilasta. Tällöin analysoitava aineisto oli noin 3 prosenttia koko aineistosta. Kevään 2019 kokeen vastaukset analysoitiin vastaavalla tavalla kuin kevään 2015 vastaukset.

Tutkimuksessa tutustuttiin myös aiempiin tutkimuksiin, joissa oli selvitetty oppilaiden väärinymmärryksiä optiikan aiheisiin liittyen. Tällöin voitiin verrata, onko tässä tutkimuksessa havaituilla väärinymmärryksillä yhtymäkohtia aiemmin havaittuihin. Aiemmista tutkimuksista pyrittiin myös löytämään tekijöitä, joiden on todettu aiheuttavan virhekäsityksiä optiikassa. Näiden perusteella voitiin pohtia mahdollisia pedagogisia ratkaisuehdotuksia, jotka estäisivät virhekäsitysten synnyn.

5.3 Tutkimuksen luotettavuus

Tutkimuksen luotettavuuteen vaikuttaa moni asia. Tässä tutkimuksessa erityisesti kevään 2015 fysiikan ylioppilaskokeiden vastaukset olivat vain viidestätoista eri lukiosta. Tämä lukioiden osuus koko sen hetken Suomen 397 lukiosta oli vain 3,7 % [21]. Ideaalitilanteessa analysoitavat vastaukset edustaisivat Suomen kouluja satunnaisesti. Riskinä pienten koulumäärien analysoinnissa on se, että valikoituneet kokelaat ovat käyttäneet samaa kirjasarjaa. Yksittäisen opettajan merkitys oppimistuloksiin voi myös korostua liikaa. Tämä tarkoittaa sitä, että jossakin koulussa voi esiintyä enemmän tietynlaisia virhekäsityksiä kuin toisessa koulussa. Oppikirjat ja opettajat ovat merkittäviä virhekäsityksien lähteitä optiikan ilmiöissä, joten olisi suotavaa saada aineistoa mahdollisimman kattavasti edustetuista kirjoista ja opettajista. Kevään 2019 aineistossa tätä ongelmaa ei ollut, vaan analysoitavat vastaukset olivat koko Suomen vastauksista poimittu satunnainen otos.

Aineiston pienuus on yksi tutkimuksen luotettavuutta vähentävä tekijä. Kevään 2015 ylioppilasvastauksia oli analysoitavana noin 2 % kaikista Suomen vastauksista. Vastaava lukema kevään 2019 ylioppilasvastauksille oli noin 3 %. Mitä enemmän vastauksia analysoidaan, sen yleistettävämmäksi tietynlaiset vastaukset sopivat. Tässä tutkimuksessa suosiolla jätettiin esittelemättä vastaustyypit, joita esiintyi tutkimusaineistoissa vain 1–2 kertaa.

Tutkijan päätelmät vastauksista ovat myös yksi luotettavuuteen vaikuttava tekijä. Tässä tutkimuksessa pyrittiin analysoimaan vastaukset mahdollisimman neutraalisti siten, että oletuksia oppilaiden ajatuksista ei tehtäisi. Vastauksista poimittiin olettamukset lähes sanatarkasti Excel-tiedostoon.

6. TULOKSET

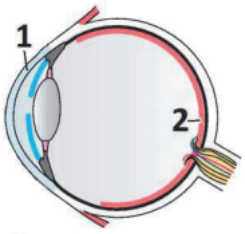
Tässä osiossa esitellään vuosien 2015 ja 2019 fysiikan ylioppilaskokeiden valon luonteeseen ja kuvanmuodostukseen liittyvät tehtävät. Lisäksi esitetään tehtäviin annettuja vastauksia ja analysoidaan niitä.

6.1 Kevään 2015 ylioppilastehtävä

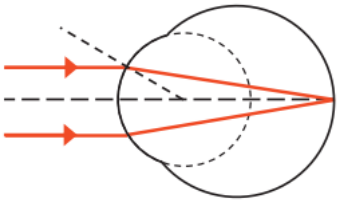
Kevään 2015 fysiikan ylioppilaskokeen tehtävässä 4 käsiteltiin ihmisen näkökykyä. Tehtävässä esitettiin ihmisen silmän rakennetta sekä kuvallisesti että tekstin avulla. Lisäksi havainnollistettiin, miten valonsäteet käyttäytyvät silmässä, kun ihminen katsoo kaukana olevaa kohdetta. [22] Kuvassa 26 on esitettynä kyseinen ylioppilastehtävä.

4. a) Kuvassa A on esitetty ihmisen silmän rakenne. Uloimpana silmässä on sarveiskalvo (numero 1), jonka taitekerroin on 1,38. Se toimii tarkan näkemisen kannalta tärkeimpänä taittavana pintana. Sarveiskalvon pinta on pallopinta. Ihminen katselee kaukana olevaa esinettä. Esineestä tulevat valonsäteet taittuvat sarveiskalvon pinnassa kuvan B mukaisesti, kun esine ja silmänpinta ovat ilmassa. Tarkka kuva muodostuu, kun säteet leikkaavat tarkan näkemisen alueella (numero 2). Miksi ihminen ei pysty veden pinnan alla näkemään kaukaisia esineitä tarkasti? Miksi se on mahdollista uimalasien avulla (kuva C)? Piirrä kuva molemmista tapauksista. (4 p.)

   b) Henkilön sanotaan olevan likinäköinen, jos hän ei näe kauas tarkasti. Tämä taittovirhe saadaan korjattua käyttämällä silmälaseja, joissa on kovera linssi. Eräällä uudenaikaisella leikkausmenetelmällä voidaan korjata silmän taittovirheitä siten, että sarveiskalvon kaarevuutta muutetaan laserilla. Tuleeko sarveiskalvon kaarevuussädettä kasvattaa vai pienentää, jos likinäköiselle henkilölle tehdään sarveiskalvoa muokkaava leikkaus? (2 p.)



Kuva A.
Silmän rakenne
<https://peda.net/id/Ndm2RN>.
Luettu 20.1.2014. (muokattu)



Kuva B.
Valonsäteet taittuvat sarveiskalvon ja ilman rajapinnalla, kun ihminen katsoo kaukaista esinettä.

Kuva C.
<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/22/Tauchen1.jpg>.
Luettu 20.1.2014.

Kuva 26. Kevään 2015 fysiikan ylioppilaskokeen tehtävä 4. [22]

Kuvasta 26 havaitaan, että tehtävänannossa on annettu jo paljon tietoa, mitä oppilas voi tehtävässä hyödyntää. Tehtävässä annetaan piirroksella tieto siitä, miten kaukana olevasta kohteesta saapuvat valonsäteet päätyvät ihmisen verkkokalvolle. Lisäksi kerrotaan, että sarveiskalvo on pallopinta ja se toimii ihmisen silmän tärkeimpänä taittavana

pintana. Tehtävän b) -kohdassa kerrotaan, minkälaisilla silmälaseilla likinäköisyys voidaan korjata.

Tehtävänantona a) -kohdassa oli piirtää kuva ihmisen silmän toiminnasta veden alla ilman uimalaseja ja uimalasien kanssa, kun ihminen katsoo kaukana olevaa kohdetta. Lisäksi täytyi selittää, miksi ihminen ei pysty veden pinnan alla näkemään kaukana olevia kohteita tarkasti. Tehtävän B kohdassa täytyi kertoa, tuleeko likinäköisen ihmisen sarveiskalvon kaarevuussädettä pienentää vai kasvattaa. [22]

Hyvän vastauksen piirteet julkaistaan Ylioppilaslautakunnan toimesta ylioppilaskokeen jälkeen. Niissä kerrotaan oikeat vastaukset sekä sen, mitä vastauksen olisi pitänyt sisältää. Edellä käsitellyn tehtävän a) -kohdan hyvän vastauksen piirteiksi määriteltiin muun muassa se, että oppilas olisi osannut tutkia taittumista sarveiskalvon pinnalla taittumislain avulla. Oli ymmärrettävä, että kun valo saapuu ilmasta sarveiskalvoon, se taittuu kohti sarveiskalvon pinnan normaalia. Kuvassa 26 havaitaan, että tehtävänannossa oli näytetty, miten sarveiskalvon pinnalle tulee piirtää pinnan normaali. Tehtävässä tuli myös osata verrata ilmassa tapahtuvaa taittumista veden alla tapahtuvaan taittumiseen taittumislain avulla. Näin voitiin todeta, että veden alla silmä taittaa valoa vähemmän, jolloin kohteesta saapuvat valonsäteet eivät leikkaa tarkan näkemisen alueella, kuten kuvassa 20 on esitetty. Hyvä vastaus edellytti molempien tilanteiden kuvan piirtämistä oikein. Lisäksi tuli todeta, että uimalasien sisään jäävä ilmakerros takaa sen, että valo taittuu tarkan näkemisen alueelle kuten ilmassakin. Tehtävän b) -kohdan hyvän vastauksen piirteissä mainittiin muun muassa, että kovera linssi hajottaa kaukaisesta esineestä tulevia valonsäteitä, jolloin kuva muodostuu silmässä kauemmas kuin ilman silmälaseja. Tästä piti päätellä, että likinäköisellä ihmisellä silmä taittaa valoa liikaa, jolloin kaukana olevasta kohteesta syntyy kuva verkkokalvon eteen. Lisäksi tuli todeta, että leikkauksessa täytyy kasvattaa silmän kaarevuussädettä eli vähentää silmän kuperuutta. [23]

6.2 Kokelaiden vastaukset ja virhekäsitykset kevään 2015 ylioppilastehtävässä

Kokelaiden kirjoittamissa vastauksissa esiintyi sekä yhtäläisyyksiä että eroavaisuuksia. Täysin oikeita vastauksia esiintyi aineiston seassa, eli kokeen tehtävän voi olettaa olevan ratkaistavissa vuoden 2003 lukion opetussuunnitelman sisältämien fysiikan pakollisten ja valinnaisten kurssien avulla. Erilaisia virhekäsityksiä valon luonteesta ja kuvanmuodostuksesta oli paljon, mutta yleistämisen kannalta oleellista on nostaa esiin sellaiset virhekäsitykset, jotka esiintyvät useasti.

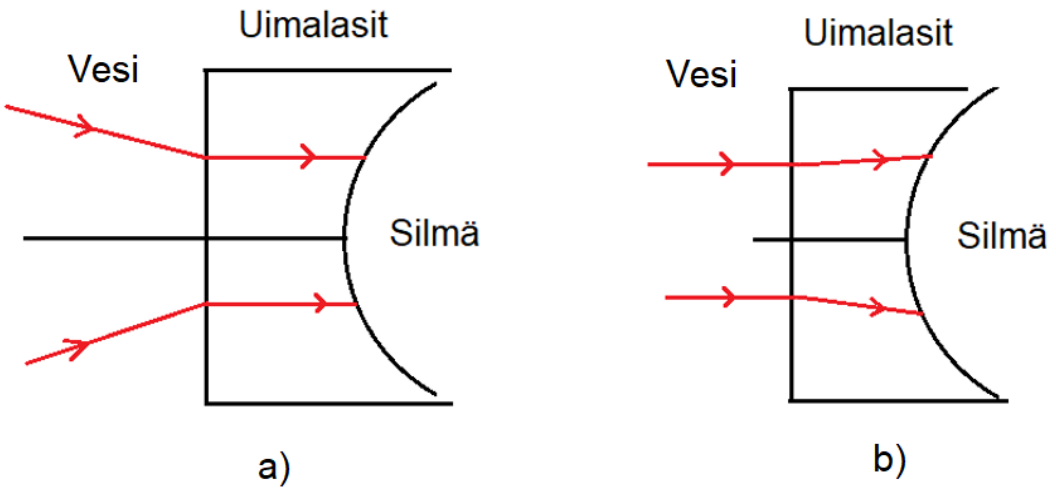
Kevään 2015 fysiikan ylioppilaskokeeseen ilmoittautui 5718 kokelasta [24]. Näistä ilmoittautuneista 3664 kokelasta eli 64 % vastasi analysoitavaan tehtävään. Tehtävä siis selvästi houkutteli kokelaita. Tehtävään vastattiin kaikista 13:ta tehtävästä kuudenneksi eniten. Kokeessa joutui vastaamaan enintään kahdeksaan tehtävään. Analysoitava tehtävä oli tilastojen mukaan kohtalaisen haastava, sillä pistemäärien keskiarvo tehtävästä oli 2,8 kun kokonaispistemäärä oli 6. Analysoiduista 86:ta vastauksesta pystyi huomaamaan tehtävän haasteellisuuden kokelaille.

6.2.1 Tehtävän a) -kohta

Tehtävän a) -kohdan ratkaisun kannalta oleellista oli tarkastella valon taittumista sarveiskalvon pinnalla taittumislain avulla. Kuitenkin vain noin 22 % kokelaista kirjoitti taittumislain näkyviin ja noin 15 % tarkasteli valon taittumista taitesuhteen avulla. Kokonaisuudessaan valon taittumista tarkasteli joko taittumislain tai taitesuhteen avulla noin 29 %. Taittumislaki on lukion oppimäärässä keskeinen asia. Voisi varovaisesti olettaa, että useampi kokelaista olisi lähtenyt tarkastelemaan valon taittumista taittumislain avulla. Tehtävänannon epämääräisyydestä prosenttimäärän ei luulisi olevan kiinni, kun tekstissä kerrotaan suoraan: ***''Esineestä tulevat valonsäteet taittuvat sarveiskalvon pinnassa kuvan B mukaisesti – –***''. Herää kysymys, oliko oppilaiden luetunymmärtämisessä haasteita ylioppilaskokeen paineiden alla vai oliko valmistautuminen optiikkaan liittyviin tehtäviin ollut puutteellista olettaen, että analysoitavat vastaukset edustavat koko Suomen aineistoa. Suurin osa heistä, jotka eivät tarkastelleet taittumista taittumislain tai taitesuhteen avulla, perustelivat taittumista vain sillä, että veden ja ilman taitekerroin on eri suuruinen.

Tehtävän a) -kohdassa täytyi myös piirtää havainnekuva silmästä ja siitä, miksi ihminen ei näe veden alla tarkasti kauas. Lisäksi täytyi piirtää havainnekuva siitä, miksi ihminen näkee uimalasien avulla tarkasti kaukana olevia kohteita. Tehtävän ratkaisun kannalta oleellista oli ymmärtää lukemaansa. Tehtävänannossa kerrottiin ja näytettiin, miten ihmisen näköhavainto syntyy kaukana olevasta kohteesta. Kuvassa 26 nähdään, miten tehtävänannon havainnekuvaan on piirretty kaukana olevasta kohteesta lähtevät valonsäteet samansuuntaisiksi. Tämä tieto kaukaa tulevien valonsäteiden yhdensuuntaisuudesta sisältyy myös lukion fysiikan oppimäärään [6]. Tehtävänanto oli kohteesta lähtevien valonsäteiden suhteen ymmärretty hyvin, sillä kokelaista 89,5 % oli piirtänyt kaukana olevasta kohteesta saapuvat valonsäteet yhdensuuntaisiksi, kun ihminen katsoo veden alla kaukana olevaa kohdetta. Noin 3 % vastanneista ei piirtänyt tilanteesta kuvaa. Kun veden alla laitettiin uimalasit päähän, kokelaista enää 79 % piirsi kaukaa tulevat

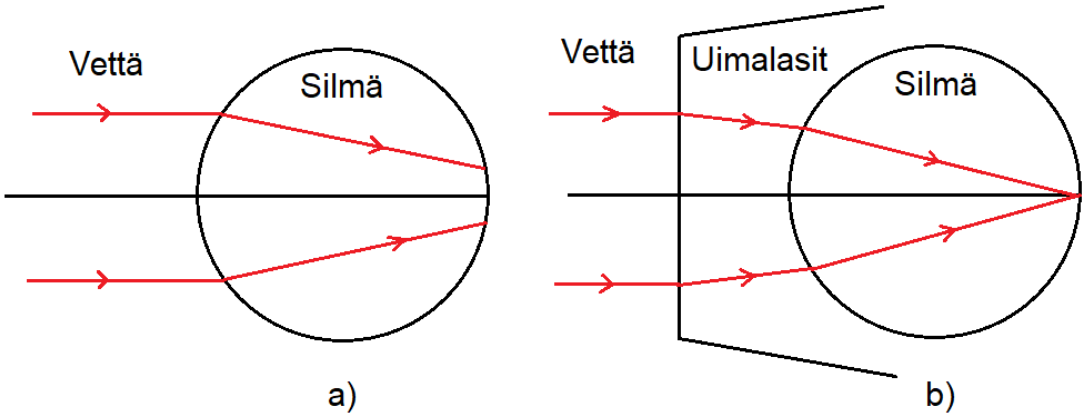
valonsäteet yhdensuuntaisiksi. Kokelaista 8 % ei piirtänyt tilanteesta kuvaa. Jopa 7 % kokelaista piirsi kohteesta lähtevät valonsäteet yhdensuuntaisiksi, kun ihminen katsoo veden alla kohdetta ilman uimalaseja, mutta uimalasi-tilanteessa he piirsivät valonsäteet saapuvaksi eri suunnista. Tämä saattoi johtua väärinymmärryksestä, että lasi taittaisi valoa kahden aineen rajapinnalla, vaikka tulokulma olisi nolla. Kyseinen väärinymmärrys pakottaisi valon taittumaan uimalasien pinnasta johonkin suuntaan valon saapuessa laseihin optisen akselin suuntaisesti. Tällöin kokelaan olisi päätettävä, onko kohteesta saapuvien valonsäteiden vai silmään saapuvien valonsäteiden yhdensuuntaisuus olennaista kuvan muodostuksen kannalta. Tätä uimalaseihin kohdistuvan virhekäsityksen hypoteesia tukee se, että edellä mainituista 7 % kokelaiden joukosta puolet piirsivät uimalasien taittavan vinosti saapuvat valonsäteet optisen akselin suuntaiseksi. Lisäksi kaikista kokelaista jopa 36 % piirsi optisen akselin suuntaisesti uimalaseihin saapuvat valonsäteet siten, että ne taittuvat johonkin suuntaan lasin pinnasta. Kuvassa 27 on havainnollistettu kaksi esimerkkivastausta, joita kokelaat kokeessa antoivat.



Kuva 27. Kaksi esimerkkiä kokelaiden vastauksissa esiintyvistä väärinymmärryksistä.

Kuvasta 27 havaitaan, että tehtävänannosta oli joko poimittu tieto, että valonsäteet saapuvat silmään optisen akselin suuntaisesti tai että kaukana olevasta kohteesta saapuvat valonsäteet ovat yhdensuuntaiset. Kuvan 27 b) -kohdan virhekäsitys sisälsi muutamalla kokelaalla mielenkiintoisen olettamuksen. He totesivat muun muassa, että ***''Kun valo tulee lasista ilmaan, se taittuu lasin pinnan normaalista poispäin, sillä valo kulkee ilmassa nopeampaa***.'' (10, kokelas 63) ja ''***– – veden ja ilman rajapinnalla***: $\boldsymbol{n_{12} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1{,}00}{1{,}33} = 0{,}75 < 1}$***, joten valonsäde taittuu pinnan normaalista poispäin.***'' (8, kokelas

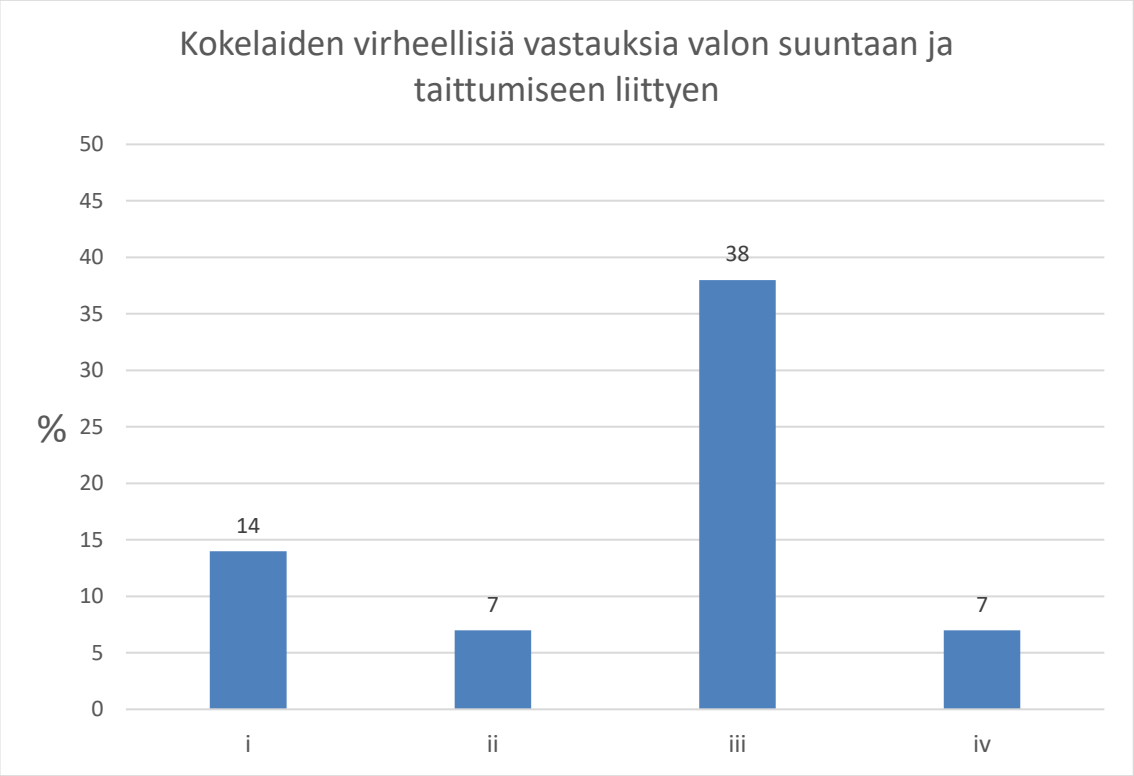
50) Havaitaan, että edellä mainitut kokelaat ymmärsivät, että valon tullessa optisesti tiheämmästä aineesta harvempaan aineeseen, valo taittuu poispäin pinnan normaalista. Tämä ei kuitenkaan pidä paikkaansa, jos valon tulokulma kahden aineen rajapinnalle on 0°. Oppikirjoissa ei mainita, eikä käydä läpi tätä poikkeusta, vaan asia esitetään monesti lauseilla ''valon tullessa optisesti tiheämmästä aineesta harvempaan aineeseen, valo taittuu poispäin pinnan normaalista'' ja vastaavasti ''valon tullessa optisesti harvemmasta aineesta tiheämpään, valo taittuu pinnan normaalia kohti.'' [6][25][26]. Edellä mainittu virhekäsitys on hyvä esimerkki aiemmista tutkimuksista, joissa kerrotaan oppikirjojen olevan yksi virhekäsitysten lähteistä [11][14]. Kokelaista osa ajatteli kuvan 27 b) -kohdan siten, että piirretyt valonsäteet taittuvatkin toisiaan kohti. Jopa 28 % kaikista kokelaista, jotka piirsivät silmän taittavan liian vähän valoa ilman uimalaseja, ratkaisivat ongelman piirtämällä uimalasien taittavan valonsäteitä lähemmäs toisiaan, jolloin silmän ei tarvitse taittaa valoa niin paljon. Kuvassa 28 on havainnollistettu edellä mainittujen kokelaiden piirrokset.



Kuva 28. Kokelailla esiintyvä virhekäsitys uimalasien toiminnasta. Kuvan a) kohdassa kokelas esittää piirroksella oikein, miten valo taittuu veden ja sarveiskalvon pinnassa. Kuvan b) kohdassa kokelas ratkaisee asian virheellisesti siten, että uimalasit taittavat valoa ennen silmään saapumista.

Kuvasta 28 havaitaan, miten kokelaat piirsivät valonsäteiden taittuvan toisiaan lähemmäksi uimalasien pinnasta. Kokelaat perustelivat piirrostansa lauseilla, kuten ''***Uimalaseilla sukellettaessa valonsäteet taittuvat veden ja linssin (yleensä muovi) rajapinnassa, linssin ja ilman rajapinnassa ja lopulta ilman ja sarveiskalvon rajapinnassa, jolloin valonsäteiden taitekulma on sopiva ja ne leikkaavat tarkan näkemisen alueella.***'' (6, kokelas 34), ''***Tällöin vedessä toisistaan kauempana olevat valonsäteet ovat sarveiskalvolle tultaessa tarpeeksi lähellä toisiaan tarkan kuvan muodostu-***

miseksi" (2, kokelas 9) ja "***Uimalasit muuttavat valonsäteen tulokulmaa sarveiskalvolle – –***" (3, kokelas 64). Myös tässä virhekäsityksessä valo taittuu uimalasien normaalista poispäin. Vain yksi kokelas kuitenkin mainitsi tämän asian. Voi olla, että kokelaiden mielestä lause "poispäin pinnan normaalista" kuvastaa paremmin tilannetta, missä valonsäteet erkanevat poispäin toisistaan. Kuvassa 29 on vielä esitetty edellä mainittuja virhekäsityksiä, sekä kokelaiden määrä prosentteina, joilla virhekäsitys on ollut.



Kuva 29. Kokelaiden virheellisiä vastauksia fysiikan ylioppilaskokeessa. Palkkien selitykset: i = Piirretty valonsäteiden saapuvan satunnaisista suunnista, kun ihminen katsoo veden alla kaukana olevaa kohdetta uimalasit päässä, ii = Piirretty valonsäteiden saapuvan satunnaisista suunnista, kun ihminen katsoo veden alla kaukana olevaa kohdetta ilman uimalaseja, iii = Piirretty uimalasien taittavan valoa tulokulman ollessa nolla ja iv = Piirretty uimalasien taittavan vinosti saapuvat valonsäteet optisen akselin suuntaiseksi.

Kuvasta 29 havaitaan, että uimalasit ovat aiheuttaneet kokelaille paljon haasteita. Erityisen haastavaa on ollut ymmärtää, että valo ei taitu uimalasien pinnasta, jos tulokulma on nolla. Syy tähän voi olla siinä, että oppikirjoissa ei välttämättä sanallisesti todeta asian olevan näin, eikä asiasta esitetä kuvaa. Oppikirjoissa keskitytään havainnollistamaan tilanteita, joissa tulokulma poikkeaa nollasta. [1][2][4][6][25][26][27] Kokelaiden olisi ollut osattava tarkastella taittumislain kaavaa 7 ja havaita, että tulokulman ollessa $0°$ myös taittumiskulma on $0°$. Oppikirjat ovat varmasti monelle opettajalle punainen lanka oman

opetuksen ympärillä. Mikäli oppikirja on puutteellinen, saattaa opettaja huomaamattaan välittää puutteellista tietoa oppilaille. Vaikka uimalasit aiheuttivatkin haasteita kokelaille, osasi 30 % kokelaista piirtää valon käyttäytymisen oikein uimalasi-tilanteessa. Myös muunlaisia virhekäsityksiä löytyi piirroksista. Osa kokelaista piirsi valon saapuvan sekä uimalaseihin, että silmiin satunnaisista suunnista.

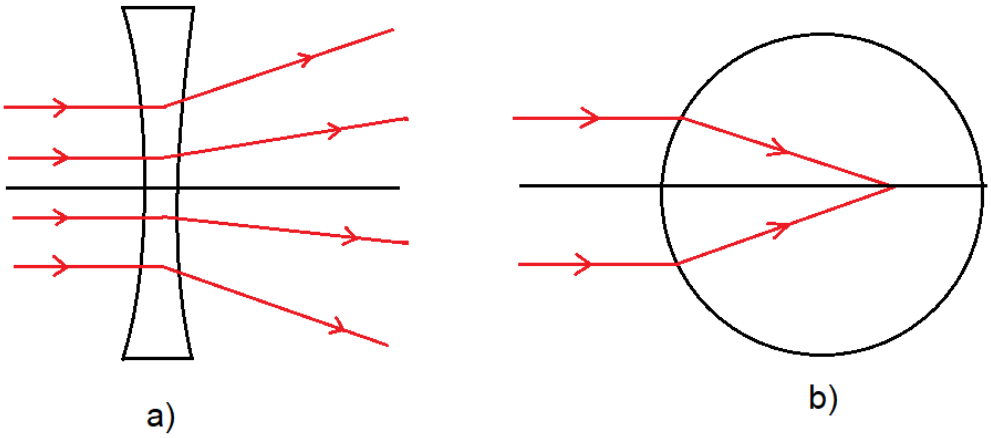
Tehtävässä täytyi myös sanallisesti perustella, miksi ihminen ei voi nähdä tarkasti veden alla. Tämä vaati taittumislain tarkastelemista veden ja sarveiskalvon välisellä pinnalla. Tuli huomata, että veden ja sarveiskalvon taitekertoimet olivat lähellä toisiaan, ja että veden taitekerroin (1,33) on pienempi kuin tehtävässä annettu sarveiskalvon taitekerroin (1,38). Tällöin valo taittuu silmään mennessään kohti sarveiskalvon pinnan normaalia. Valo ei taitu kuitenkaan yhtä paljon kuin ilman ja sarveiskalvon välisellä rajapinnalla, jolloin kohteesta syntyvä kuva muodostuukin silmän taakse, kuten kuvassa 18. Kuvassa 26 esitetyssä tehtävänannossa näytettiin, miten sarveiskalvolle tulee piirtää pinnan normaali. Kokelaista 45 % piirsikin sarveiskalvolle pinnan normaalin. Saadakseen täydet pisteet ei pinnan normaalin piirtämistä kuitenkaan edellytetty. Kokelaista noin 57 % piirsi tai sanallisesti totesi, että kaukana olevasta kohteesta syntyy kuva silmän taakse, kun kaukana olevaa kohdetta katsotaan veden alla ilman uimalaseja. Vastaavasti noin 32 % kokelaista totesi tai piirsi väärin, että kuva muodostuu silmän keskiosaan tarkannäkemisen alueen eteen. Merkittävää on se, että näistä kokelaista 85 % ei tarkastellut valon taittumista silmän pinnassa taittumislailla eikä taittumissuhteella. Vaikuttaisi siis siltä, että taittumislain tarkasteleminen on ollut avainasemassa siinä, että on ymmärretty mihin suuntaan valo taittuu veden alla olevassa silmässä. Toisaalta 65 % kaikista kokelaista, jotka tarkastelivat valon taittumista taitesuhteen tai taittumislain avulla, totesivat sanallisesti tai piirsivät valon taittumisen silmässä oikein. 12 % kaikkien kokelaiden vastauksista olivat väärin erinäisillä tavoilla, joihin voi tutustua liitteeseen 1 kootuista virhekäsityksistä.

6.2.2 Tehtävän b) -kohta

Tehtävän b) -kohdassa täytyi perustella, tuleeko likinäköisen henkilön silmien kaarevuussädettä pienentää vai suurentaa, jotta kaukaa katsotusta kohteesta syntyisi tarkka kuva ilman koveria silmälaseja. Tehtävänannossa selvennettiin jälleen, että kyseessä on nimenomaan kaukana oleva kohde, jolloin kokelaan olisi täytynyt ymmärtää valonsäteiden saapuvan yhdensuuntaisesti silmään. Kokelaista 9 % ei vastannut tehtävän b) -kohtaan ja jopa 20 % vastasi kysymykseen lyhyesti ilman perusteluita. Ilman perusteluita vastanneista kokelaista 53 % oli sitä mieltä, että kaarevuussädettä tulisi pienentää ja 47

% oli vastaavasti sitä mieltä, että sädettä tulisi suurentaa. Prosentit ovat siis hyvin lähellä kolikon heiton todennäköisyyttä. Tehtävän b) -osioon vastasi perustelujen avulla vain noin 69 % koko tehtävään vastanneista. Perustelujen avulla vastanneista 60 % vastasi oikein, että sarveiskalvon kaarevuussädettä tulee kasvattaa leikkauksessa. Loput 40 % vastasi, että sarveiskalvon kaarevuussädettä tulee pienentää. Tehtävän b) -kohta osoittautui siis suhteellisen haastavaksi kokelaille. Analyysissä keskitytään kokelaisiin (69 %), jotka vastasivat tehtävän b) -osaan perustelujen kanssa. Tehtävän b) -osan analyysiin liittyvät prosenttiluvut vertautuvat tähän joukkoon.

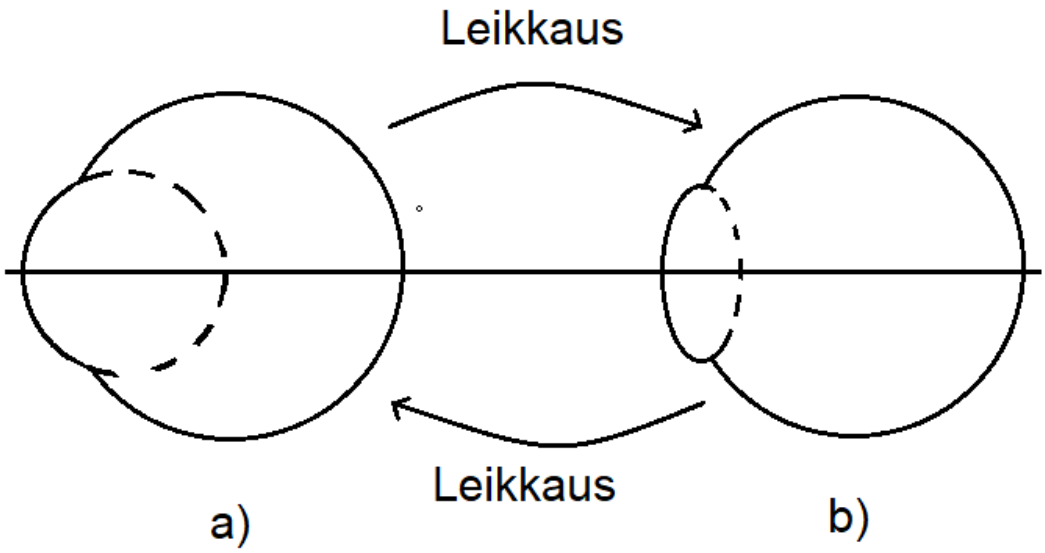
Tehtävän b) -osaa pyrittiin ratkaisemaan monella tavalla. Osa (25 %) lähestyi tehtävää koveran linssin piirtämisen avulla. Koveran linssin piirtäminen oli tilastojen valossa kohtalaisen hyvä tapa ratkoa tehtävää, sillä linssin piirtäneistä 67 % sai lopullisen vastauksen oikein. Jotta lopullisen vastauksen saisi oikein, tuli kokelaan ensinnäkin ymmärtää hajottaako vai kokoaako kovera linssi valonsäteitä. Toiseksi kokelaan täytyi ymmärtää, mitä sarveiskalvon kaarevuussäteen muuttaminen aiheuttaa valonsäteiden taittumiselle. Nämä kaksi asiaa olivat monille epäselviä ja siksi vääränlaisiin päätelmiin päädyttiin useasti. Koveran linssin piirtäneistä kokelaista esimerkiksi kolmasosalla (33 %) oli virhekäsitys, että kovera linssi kokoaa valonsäteitä. Tämän virhekäsityksen omaavista 60 % vastasi kaarevuussädettä koskevaan kysymykseen väärin. Tämä osoittaa sen, että kokelaan täytyi myös ymmärtää, miten kaarevuussäteen muuttaminen aiheuttaa valon taittumiselle silmässä. Vaikka koveran linssin toimintaperiaatteen ymmärtäminen ei välttämättä taannut oikeaan lopulliseen vastaukseen päätymistä, se kuitenkin auttoi kokelaita ymmärtämään, että likinäköisen ihmisen silmä taittaa valoa liikaa. Kaikista koveran linssin toimintaperiaatteen ymmärtäneistä kokelaista 100 % piirsi tai mainitsi sanallisesti, että valo taittuu liikaa likinäköisen ihmisen silmässä. Kuvassa 30 on esitetty edellä mainittu oikeinymmärrys.



Kuva 30. Kokelaiden oikeinymmärryksiä. Kohdassa a) kokelas ymmärtää tehtävänannossa mainitun koveran peilin toimintaperiaatteen ja vetää johtopäätöksen, että likinäköisen silmä taittaa valoa liikaa, kuten b) kohdassa havainnollistetaan.

Kuvasta 30 havaitaan, miten likinäköisen ihmisen silmä taittaa valoa liikaa. Tämän pystyi päättelemään kuvassa esitetyn koveran linssin toimintaperiaatteen kautta. Jos tulevia valonsäteitä ensin hajautetaan koveralla linssillä, taittuvat ne sarveiskalvolta kauemmaksi, kuin ilman linssiä. Kokelaat osasivat päätellä kuvan 30 b) kohdassa esitetyn tilanteen myös ilman mainintaa koverista linsseistä. Jopa 59 % kaikista perusteluiden avulla vastanneista piirsi tai sanallisesti selitti, että likinäköisen ihmisen silmä taittaa valoa liikaa. Haasteeksi kuitenkin osoittautui kaarevuussäteen muuttaminen, sillä 31 % kokelaista, jotka tajusivat likinäköisen ihmisen silmän taittavan valoa liikaa, vastasivat virheellisesti, että kaarevuussädettä täytyisi pienentää.

Kysymys kaarevuussäteen muuttamisesta oli haastava kokelaille. Monelle oli epäselvää, mitä kaarevuussäteen muuttaminen käytännössä tarkoittaa. Esimerkiksi 13 % kokelaista piirsi kaarevuussäteen muuttumisen päinvastoin, kuin he sanallisesti sen kertoivat. Virhekäsitys esiintyi 40 % kaikista kokelaista, jotka piirsivät silmän ennen leikkausta ja leikkauksen jälkeen. Kokelas saattoi esimerkiksi sanoa, että kaarevuussädettä täytyy kasvattaa, mutta päätyi piirtämään havainnekuvaan sarveiskalvon, jossa kaarevuussädettä oli pienennetty. Kuvassa 31 on havainnollistettu tätä virhekäsitystä.

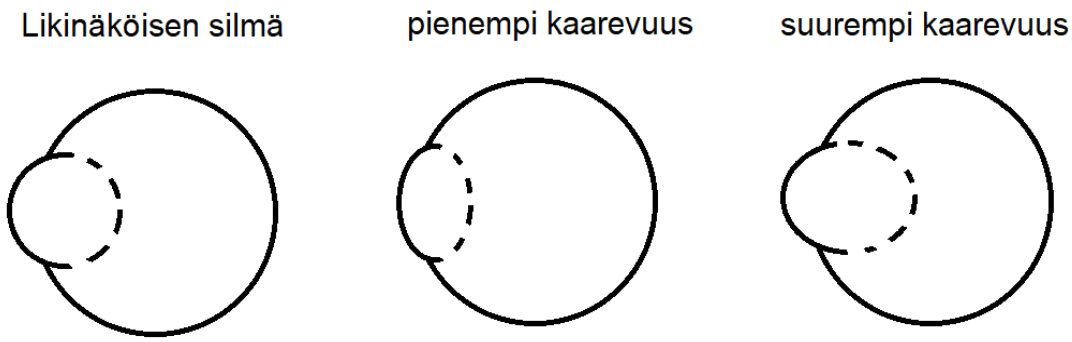


Kuva 31. Kokelaiden vastauksissa esiintyvä piirrospari.

Kuvasta 31 havaitaan, miten kokelas on piirtänyt a) kohtaan silmän, jossa sarveiskalvon kaarevuussäde on pienempi. Vastaavasti b) kohdassa on piirrettynä isomman kaarevuussäteen omaava sarveiskalvo. Kokelailla esiintyvä virhekäsitys ilmeni siten, että kokelas saattoi piirtää leikkauksessa tapahtuvan muutoksen jompaankumpaan suuntaan kuvan 31 mukaisesti, mutta todeta sanallisesti asian päinvastaiseksi. Esimerkkivastauksia suuntaan $a \rightarrow b$ liittyen oli ”***Sarveiskalvon kaarevuussädettä tulee pienentää, sillä silloin kuva pääsee muodostumaan tarkan näkemisen alueelle. Jos sarveiskalvon kaarevuussäde on liian suuri valon säteet kohtaavat liian aikaisin – –***” (2, kokelas 6) ja ”***Sarveiskalvon kaarevuussädettä tulisi pienentää, jotta esineiden lähettämien valon säteiden polttopiste osuisi oikeaan kohtaan***” (6, kokelas 37). Suuntaan $b \rightarrow a$ oli annettu vastauksia, kuten ”***Koska taittokykyä tulee heikentää, tulee sarveiskalvon kaarevuussädettä kasvattaa***” (2, kokelas 8) ja ”***Jos likinäköiselle henkilölle tehdään sarveiskalvoa muokkaava leikkaus, tulee sarveiskalvon kaarevuussädettä kasvattaa, sillä tällöin sarveiskalvo taittaa voimakkaammin – –***” (3, kokelas 18).

Osan virhekäsityksistä kaarevuussäteeseen liittyen saattaa selittää se, että oppikirjoissa ei linssien yhteydessä yleensä puhuta kaarevuussäteestä. Yleensä kaarevuussäteen suhde polttopisteeseen mainitaan pallopeilien yhteydessä, jolloin kaarevuussäteelle pätee $r = 2f$, missä f on pallopeilin polttopiste. Kun oppikirja siirtyy pallopeilien käsittelemisestä linsseihin, ei linssin kaarevuussäteestä mainita enää mitään, vaan keskitytään linssien kuvausyhtälöön (yhtälö 22) ja viivasuurennokseen. [6][27] Jos kokelas olisi ymmärtänyt matemaattisen yhtälön avulla, että kaarevuussäteen kasvaessa polttopisteen etäisyys kasvaa, olisi hän saattanut paremmin tajuta, mitä leikkauksessa täytyy tehdä.

Perustelut esittäneistä kokelaista vain 10 % mainitsi oikein, miten polttopiste muuttuu, kun kaarevuussädettä muutetaan. Lisäksi perustelujen kanssa vastanneista kokelaista 25 % piirsi tai selitti virheellisesti, että kaarevuussäteen suurentamisen jälkeen sarveiskalvo taittaa valoa enemmän, vaikka asia on päinvastoin. Osan virhekäsityksistä saattaa selittää erään kokelaan antama vastaus, joka on esitetty kuvassa 32.



Kuva 32. Kokelaan vastauksessa oleva piirros teksteineen. (9, Kokelas 55)

Kuvasta 32 havaitaan, miten kokelas käyttää oikein termiä ''kaarevuus'' suhteessa siihen, mitä hän on piirtänyt. Ympyräkaaren kaarevuus $\kappa = \frac{1}{R}$, missä R on ympyräkaaren kaarevuussäde [28]. Tämä tarkoittaa sitä, että suurempi kaarevuus vastaa pienempää kaarevuussädettä. Jos tehtävässä ei ole ymmärtänyt mitä kaarevuussäde tarkoittaa, on mahdollista, että väärinkäsitys on syntynyt kuvan 32 mukaisesti.

6.3 Kevään 2019 ylioppilastehtävä

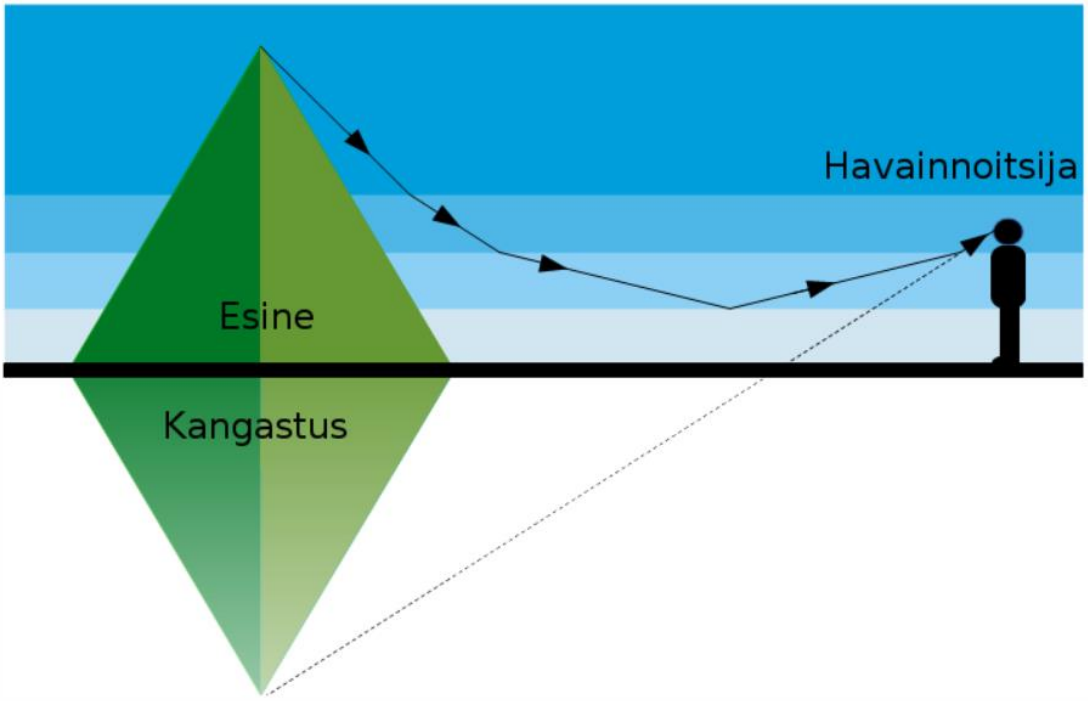
Kevään 2019 fysiikan ylioppilaskokeen valoa ja kuvanmuodostusta koskevassa tehtävässä 8 käsiteltiin kangastuksia. Tehtävänannossa kerrottiin, että *''Kangastuksen voi nähdä horisontissa, kun ilmaan syntyy eri lämpötilassa olevia ilmakerroksia. Tutustu aineistoihin 8.A–8.D ja tee niiden pohjalta tehtävät 8.1.–8.2.''* [29]. Tehtävän aineistossa 8.A oli video kuumasta asfaltista, josta näytti heijastuvan asfaltilla kävelevät ihmiset, sekä yläpuolella oleva taivas. [29] Kuvassa 33 on esitetty kuvakaappaus kyseisestä videosta.

Kuva 33. Kuvakaappaus ylioppilaskokeen aineiston videosta, joka näyttää alapuolisen kangastuksen syntymisen kuumana päivänä. [29]

Kuvasta 33 havaitaan, että kuuman asfaltin pinnasta näyttää heijastuvan sekä taivasta, että ihmisten hahmoja. Videon lisäksi aineistossa 8.B annettiin havainnekuva siitä, miten alapuolinen kangastus syntyy. Tämä havainnekuva on esitetty kuvassa 34.

8.B Kuva: Mallikuva alapuolisen kangastuksen näkymisestä

Valon kulku on piirretty nuolilla.



Kuva 34. Kokeessa annettu mallikuva alapuolisen kangastuksen syntymisestä. [29]

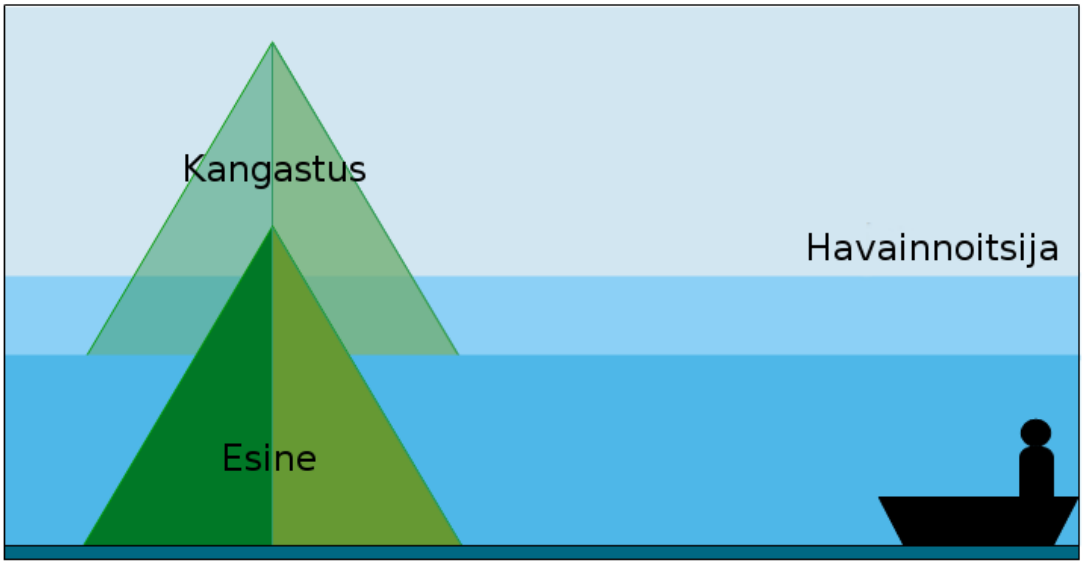
Videon, edellä esitetyn mallikuvan ja valon aaltoluonteen avulla kokelaan täytyi vastata 8.1-kohtaan, jonka tehtävänannossa kerrottiin, että *"Kuumana kesäpäivänä voi näyttää siltä kuin asfalttitien vieressä oleva maisema heijastuisi tien pinnasta. Tällaista kangastusta sanotaan alapuoliseksi kangastukseksi, ja sellainen nähdään videolla 8.A. Selitä mallikuvan 8.B ja valon aaltoluonteen avulla, miten alapuolinen kangastus syntyy. (7 p.)*" [29]. Kuvasta 34 havaitaan, että tehtävänannossa annettiin paljon neuvoja siihen, miten kangastus syntyy. Ensinnäkin havainnekuvassa näytetään, että valon kulkusuunta näköaistimuksessa on kohteesta ihmisen silmään. Lisäksi näytetään, että kangastuksen tietty piste on viimeisen silmään tulevan valonsäteen suunnassa. Kuvassa näkyy myös, miten kohteesta saapuva valo taittuu ilmakerrosten rajapinnassa saavuttaen lopulta kokonaisheijastumisen rajakulman. Tehtävänannon tekstin perusteella kokelaan olisi tullut tajuta, että kuvan 34 eri väriset alueet ovat eri lämpöisiä ilmakerroksia. [29]

Tehtävän 8.2-osaan liittyi aineisto 8.C ja 8.D. Aineistossa 8.C oli video yläpuolisesta kangastuksesta merellä. Videolla nähtiin, miten kaukana merellä oleva laiva näyttää leijuvan ilmassa. Kuvassa 35 on esitetty kuvakaappaus edellä mainitusta videosta.

Kuva 35. Kuvakaappaus ylioppilaskokeen aineiston 8.C videosta, joka näyttää yläpuolisen kangastuksen merellä liikkuvasta laivasta. [29]

Videon lisäksi aineistossa 8.D oli mallikuva, johon kokelaan tuli täydentää piirtämällä valon kulku pyramidin huipusta veneessä olevalle havaitsijalle. Tehtävänannossa sanottiin, että *”Merellä kangastus näkyy joskus meren pinnan yläpuolella, ja sellaista kutsutaan yläpuoliseksi kangastukseksi. Videolla 8.C on esitetty esimerkki yläpuolisesta kangastuksesta. Kerro lyhyesti, miten yläpuolinen kangastus syntyy. Täydennä mallikuvaa 8.D siten, että piirrät nuolilla valon kulun pyramidin huipusta veneessä olevalle havaitsijalle, kun havaitsija näkee pyramidin yläpuolisena kangastuksena. Liitä muokkaamasi kuva kuvakaappauksella vastaukseen. (8 p.)”* [29]. Kuvassa 36 on esitetty aineiston 8.D mallikuva.

8.D Kuva: Mallikuva yläpuolisen kangastuksen näkymisestä



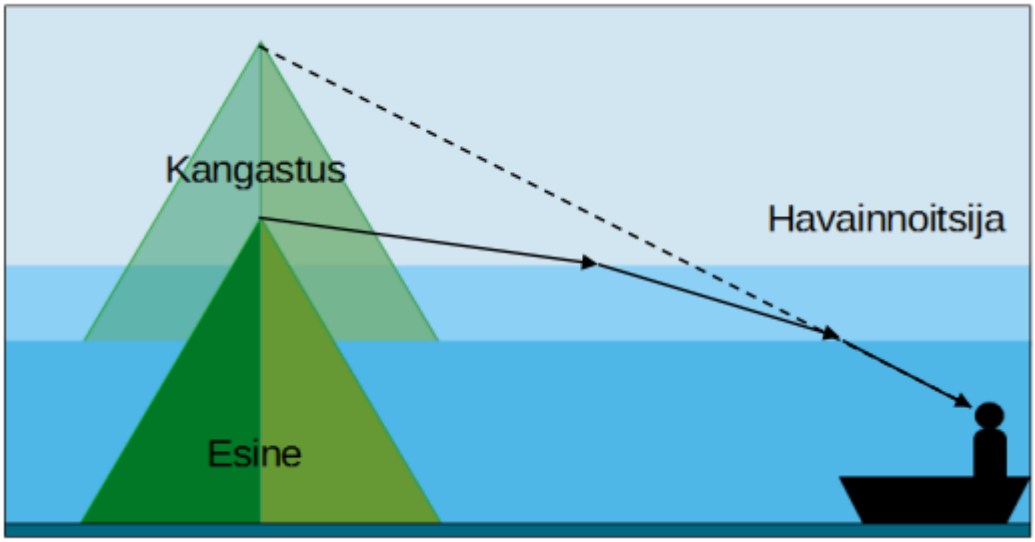
Kuva 36. Mallikuva, johon kokelaan tuli täydentää valon kulku yläpuolisessa kangastuksessa. [29]

Havaitaan, että mallikuvassa näytetään kangastuksen olevan ylempänä kuin varsinainen esine. Huomattavaa on myös se, että tehtävänannossa kirjaimellisesti käsketään piirtämään valon kulku esineen huipusta ihmisen silmään. Tehtävän haasteellisuus ei varmasti voi johtua puutteellisesta tehtävänannosta, vaan neuvoja tehtävän suorittamiseen näyttäisi olevan paljon.

Hyvän vastauksien piirteiden mukaan kangastustehtävän 8.1-osassa täytyi mainita kuuman maanpinnan lämmittävän ilmaa pinnan yläpuolelta, jolloin lämpötila laskee mitä korkeammalle maanpinnasta noustaan. Lisäksi täytyi todeta, että eri lämpötilan omaavat ilmamassat muodostavat eri tiheyden omaavia ilmakerroksia siten, että maanpinnalla ilman tiheys on pienin. Hyvän vastauksen piirteiden mukaan vastauksessa tuli myös olla mainittuna aineen taitekertoimen riippuvuus ilman lämpötilasta siten, että viileä ilma on optisesti tiheämpää kuin lämmin ilma. Valon aaltoluonteen avulla täytyi selvittää, että pyramidin huipusta lähtevä valonsäde taittuu ilmakerrosten rajapinnoissa poispäin pinnan normaalista, kunnes tulokulma kahden ilmakerroksen välillä ylittää kokonaisheijastuksen rajakulman. Tällöin tapahtuu kokonaisheijastuminen. Lisäksi tuli todeta, että esineen kuva on silmiin tulevien valonsäteiden jatkeen suunnassa. [30]

Tehtävän 8.2-osassa tuli kertoa, että merenpinnan läheisyydessä ilmamassa on viileämpää kuin ylempänä oleva ilmamassa. Tällöin ilma on tiheämpää pinnan lähellä ja taitekerroin suurempi kuin ylempänä olevan ilman vastaava. Vastauksessa tuli kertoa, että valo kulkee ilmakerrosten rajapintojen läpi siten, että valo taittuu kohti pinnan normaalia

jokaisella rajapinnalla. Tällöin havaitsija näkee kangastuksen silmiin tulevien valonsäteiden jatkeiden suunnassa kohteen yläpuolella. [30] Kuvassa 37 on esitettynä hyvän vastauksen piirteissä esitetty mallikuva oikeasta vastauksesta.



Kuva 37. Ylioppilaslautakunnan esittämä oikea vastaus mallikuvan täydennykseen. [30]

Havaitaan, että yläpuolinen kangastus syntyy täysin eri tavalla kuin kuvassa 34 esitetty alapuolinen kangastus.

6.4 Kokelaiden vastaukset ja virhekäsitykset kevään 2019 ylioppilastehtävässä

Kokelaiden kirjoittamat vastaukset poikkesivat toisistaan monella eri tavalla. Täysin oikeita vastauksia esiintyi aineiston seassa, eli kokeen tehtävän voi olettaa olevan ratkaistavissa vuoden 2016 lukion opetussuunnitelman sisältämien fysiikan pakollisten ja valinnaisten kurssien avulla. Erilaisia virhekäsityksiä valon luonteesta ja kuvanmuodostuksesta oli jälleen paljon, mutta yleistämisen kannalta oleellista on nostaa esiin sellaiset virhekäsitykset, jotka esiintyvät useasti.

Kevään 2019 fysiikan ylioppilaskokeeseen ilmoittautui 6809 kokelasta [24]. Näistä ilmoittautuneista 1659 kokelasta eli 24 % vastasi analysoitavaan tehtävään. Tehtävä ei siis juurikaan houkutellut kokelaita. Kokeen II-osion seitsemästä mahdollisesta tehtävästä ’’Kangastuksia’’-tehtävään vastattiin kaikkein vähiten. Kokeen II-osiossa tuli vastata enintään neljään tehtävään. Analysoitava tehtävä oli tilastojen mukaan kohtalaisen haastava, sillä pistemäärien keskiarvo tehtävästä oli 4,8 kun kokonaispistemäärä oli 15. Analysoiduista 50:tä vastauksesta pystyi huomaamaan tehtävän olevan monipuolisesti haasteellinen kokelaille.

6.4.1 Kokeen 8.1-osa

Tehtävän 8.1-kohdassa kokelaiden täytyi selittää valon aaltoluonteen avulla, miten kuvassa 34 esitetty alapuolinen kangastus syntyy. Oleellista tehtävän ratkaisun kannalta oli ymmärtää, että tehtävänannossa mainittu kuuma asfaltti lämmittää yllä olevaa ilmaa. Tämän olikin maininnut 42 % kokelaista. Asfaltin lämmittämään ilmaan liittyi muutamien kokelaiden vastauksissa arkielämään liittyvä väärinymmärrys. Kokelaista 10 % kirjoitti, että asfaltin läheisyydessä oleva ilma on kylmempää, kuin ylempänä oleva ilma. Vastauksia perusteltiin lauseilla kuten: ’’***Lämmin kevyempi ilma nousee ylöspäin ja alemmas jäävät tiheämmät ja kylmemmät ilmamassat.’’*** (Kokelas 104) ja ’’***Ilman lämmetessä se kohoaa ylös, ja siten maan päälle muodostuu ilmakerroksia, joilla on eri lämpötila ja siten erilaiset tiheydet.’’*** (Kokelas 108) Havaitaan, että edellä mainitut kokelaat ajattelivat lämpimän ilman nousevan ylöspäin. Toteamus on itsessään oikein, mutta johtaa väärään tulkintaan kyseisessä tehtävässä. Tehtävän tilanteessa asfaltti lämmittää sen yläpuolella olevaa ilmaa jatkuvasti siten, että asfaltin välittömässä läheisyydessä lämpötila pysyy lähes vakiona ja on hyvin lähellä asfaltin lämpötilaa. Ylöspäin noustessaan lämpimän ilman lämpötila laskee korkeuden funktiona, kun ilma sekoittuu kylmempien ilmakerrosten kanssa. Kappaleessa 3.1 käsitellyissä tutkimuksissa todettiin arkielämän kokemuksien olevan yksi merkittävä virhekäsityksien lähde optiikassa. Ilman käyttäytyminen ei itsessään liity optiikkaan, mutta nähtävästi arkielämän kokemukset aiheuttavat virhekäsityksiä myös muissa aihepiireissä. Analysoiduissa oppikirjoissa ei itsessään mainita lämpimän ilman kohoavan ylöspäin. [31][32][33]

Edellä mainittu virhekäsitys lämmön kohoamisesta ylöspäin aiheutti esimerkiksi kokelaalla 104 mielenkiintoisen ajatuksenkulun. Kokelas ymmärsi oikein, että kylmä ilma on tiheämpää kuin lämmin ilma ja siksi valo etenee tiheämmässä aineessa hitaammin. Tämä havainto todistaa sen, että kokelaalla oli jotain tietoa valon taittumiseen liittyen. Kokelas myös esitti taittumislain kaavan. Kokelas kuitenkin virheellisesti totesi, että valo taittuu poispäin pinnan normaalista, kun valo etenee harvemmasta aineesta tiheämpään. Hänellä ei ollut muuta mahdollisuutta, koska tehtävänannossa suoraan näytettiin (kuva 34) valonsäteen taittuvan poispäin pinnan normaalista. Voi olla, että kokelaalla oli alun perin tieto siitä, että valo taittuu poispäin pinnan normaalista valon edetessä optisesti tiheämmästä aineesta harvempaan. Virhekäsityksestä seurannut johtopäätös ei kuitenkaan tällöin olisi antanut sijaa tälle ajatukselle, vaan hänen olisi ollut todettava alkuperäinen tietonsa vääräksi. Kappaleessa 3.1 esitetyn tutkimuksen mukaan oppilaat kehittelevät uusia vääriä ideoita ja olettamuksia perustuen arkipäiväisiin kokemuksiin elämässä. Edellä mainitulla kokelaalla on saattanut käydä juuri näin.

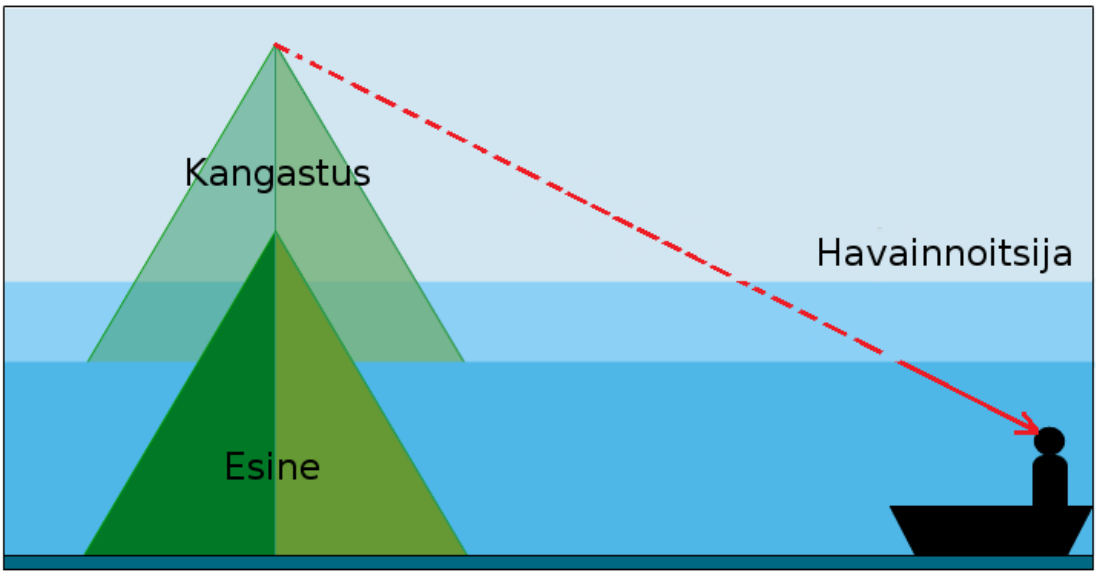
Myös kokelaan 108 vastauksissa oli havaittavissa mielenkiintoisia toteamuksia. Hän esimerkiksi tiesi, että kylmä ilma on sekä tiheämpää, että optisesti tiheämpää kuin lämmin ilma. Hän myös ymmärsi, että valo taittuu kohti pinnan normaalia, kun valo etenee optisesti harvemmasta aineesta optisesti tiheämpään: ***''Mitä lähemmäs maanpintaa tullaan, sitä viileämpää ilma on, sillä viileä ilma on painautunut lämmintä ilmaa alemmas. Tiheä ilma on optisesti tiheämpää kuin harva, lämmin ilma, joten se taittaa valoa ilmakerroksen rajapinnan normaalia päin. – – Kun ilmassa on tarpeeksi tällaisia kerrostumia ja ilman tiheyden erot eri kerroksissa ovat tarpeeksi suuret, valo taittuu merkittävästi normaalia päin useaan kertaan.''*** Havaitaan, että kokelaalla oli täydellinen ymmärrys siitä, miten valo käyttäytyy optiseen tiheyteen liittyen. Hänen sanansa ovat kuitenkin täysin ristiriidassa kuvan 34 kanssa, jossa selvästi näytetään valon taittuvan poispäin pinnan normaalista ennen kokonaisheijastumisen rajapinnan saavuttamisesta. Vaikuttaa siltä, että kokelas on syrjäyttänyt tehtävänannon kokonaan, koska se on ristiriidassa hänen oman käsityksensä kanssa. Hän vielä mainitsee, että ''***Jos valo saavuttaa viileän ja tiheän ilmakerroksen maanpäällä tarpeeksi suuressa kulmassa, tapahtuu kokonaisheijastuminen. Tämä voi tapahtua vain, jos valo tulee lämpimämmästä, aalto-opillisesti harvemmasta ilmasta viileään, aalto-opillisesti tiheämpään ilmakerrokseen maanpäällä.''*** Havaitaan, että myös kokonaisheijastumisen periaate on ymmärretty väärin.

Optiseen tiheyteen liittyvä valon taittuminen oli osattu pääsääntöisesti hyvin. Kokelaista 40 % mainitsi valon taittuvan oikein optiseen tiheyden muutokseen liittyen. Vain 6 % mainitsi taittumisen optiseen tiheyteen liittyen väärin kahden aineen rajapinnassa. Loput 54 % eivät maininneet optiseen tiheyteen liittyvää taittumista sanallakaan, mikä on erikoista ottaen huomioon sen, että tehtävänannossa näytetään taittuminen niin selvästi. Valon kokonaisheijastumisen mainitsi kuitenkin 56 % kokelaista.

Näkemiseen perustuva havainto ymmärrettiin kohtalaisesti. Kokelaista 26 % mainitsi, että alapuolinen kangastus on siinä suunnassa, josta kohteesta lähtevä valo viimeiseksi silmään saapuu. Tämä oli myös pääteltävissä kuvasta 34, jossa näytetään katkoviivalla valekuvan olevan siinä suunnassa, josta valo viimeiseksi silmään saapuu. Tehtävässä oli valtavasti erinäisiä virhekäsityksiä, joita esiintyi satunnaisesti eri kokelailla. Näitä olivat muun muassa tien pinnan vesihöyryn aiheuttama taittuminen, asfaltin lähettämien lämpöaaltojen aiheuttama taittuminen ja asfaltin pinnalla olevan veden heijastaminen. Näihin satunnaisiin virhekäsityksiin voi tutustua liitteessä 2.

6.4.2 Tehtävän 8.2-osa

Tehtävän 8.2-osassa oli selvästi enemmän erilaisia virhekäsityksiä kuin 8.1-osassa. Tämä on ymmärrettävää, sillä 8.1-osassa visuaalinen tehtävänanto ei juuri jättänyt arvailuille sijaa. Tehtävän 8.2-osassa kokelaan täytyi piirtää itse, miten yläpuolinen kangastus syntyy. Lisäksi täytyi sanallisesti kertoa lyhyesti, miten se syntyy. Kokelas sai näkemiseen liittyvän vihjeen jo tehtävän 8.1-osassa. Tehtävänannossa nimittäin näytettiin, miten kangastus on siinä suunnassa, mistä valonsäteet viimeiseksi silmään saapuvat. Kuvassa 38 on havainnollistettu tilannetta, jonka kokelas olisi pelkästään tehtävänantoon perehtymällä pystynyt ratkaisemaan.

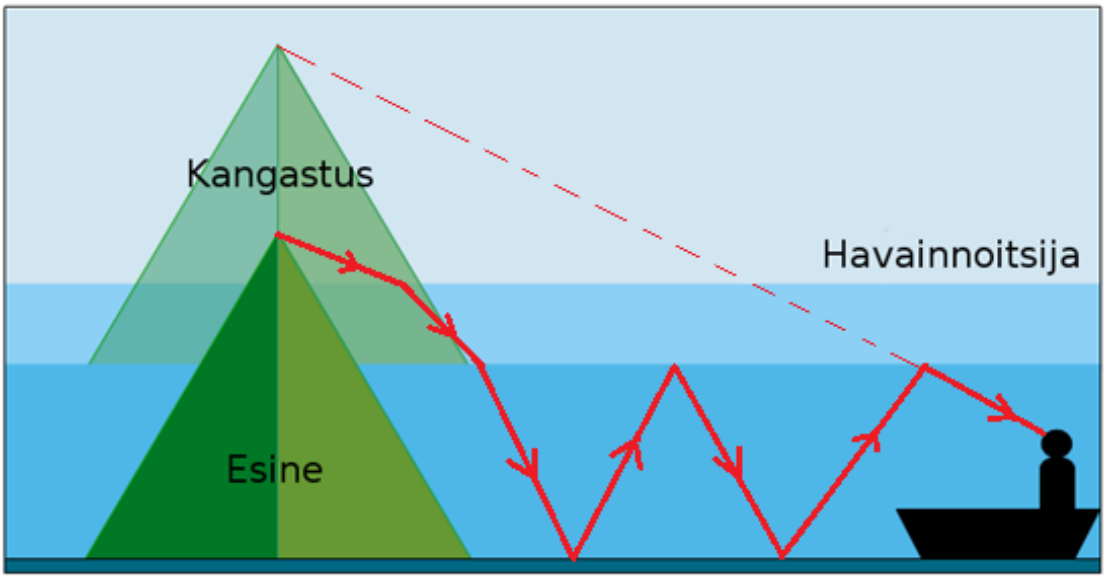


Kuva 38. Tilanne, jonka kokelas olisi pelkän tehtävänannossa näytetyn kuvan 34 avulla pystynyt ratkaisemaan.

Havaitaan, että kangastuksen huippu on siinä suunnassa, mistä valo viimeiseksi silmään saapuu. Tämä sama voidaan havaita kuvasta 34. Kokelaista kuitenkin jopa 54 % piirsi kangastuksen eri suuntaan kuin viimeisten silmään saapuvien valonsäteiden suunta. Mielenkiintoista on se, että edellä mainituista kokelaista 51 % kuitenkin piirsi kangastuksesta suoran viivan havainnoitsijan silmään joko katkoviivallisena tai ilman katkoviivoja. Lisäksi 72 % kaikista kokelaista piirsi vastaavan viivan. Tehtävänannosta oli siis osattu poimia kuvan 38 mukainen tilanne. Merkittävä osa kokelaista ei tästä huolimatta osannut asettaa viimeistä silmään saapuvaa valonsädettä katkoviivan suuntaiseksi. Tämä saattaa olla selitettävissä kuvaa 34 tarkemmin tarkastelemalla. Havaitaan, että kuva näyttää, miten kangastus on viimeistä valonsädettä kuvaavan nuolen suunnassa. Muista nuolista

poiketen, viimeisen nuolen varsi on katkoviivalla piirretty. Voi olla, että osa kokelaista on ajatellut nuolen vain kuvaavan kangastuksesta saapuvan katkoviivan suuntaa, eikä niinkään viimeistä valonsädettä. Jos tilanne olisi esitetty kuten kuva 38, kokelaiden virheelliset johtopäätökset olisivat voineet vähentyä. Kuvassa 38 viimeinen valonsäde on selvästi havainnollistettu ilman katkoviivaa ja vasta kahden aineen rajapinnalla viiva muuttuu katkoviivaksi. Tällöin kokelas olisi voinut ymmärtää paremmin, että katkoviiva kuvaa viimeisen valonsäteen suuntaa. Voi olla, että kokeen laatija on tarkoituksellisesti jättänyt tulkinnalle hieman varaa, jotta osaajat erottuisivat joukosta. Loppujen lopuksi 44 % kokelaista kuitenkin osasi piirtää viimeisen valonsäteen oikeaan suuntaan. Mahdollisesti hieman epäselvän tehtävänannon lisäksi virhekäsitykseen on saattanut vaikuttaa LOPS 2015:n mukainen oppimateriaali. Niissä ei aina ole esitetty minkäänlaista visuaalista kuvaa siitä, miten näköhavainto syntyy esimerkiksi valekuvasta. [25][34]

Tehtävän 8.1-osassa vallitsi myös toinen mielenkiintoinen virhekäsitys. Kokelaista 22 % piirsi kuvaan tilanteen, jossa kohteesta lähtenyt valonsäde heijastuu ensin meren pinnasta takaisin ylöspäin ja saapuu vasta sitten erilaisten reittien kautta havainnoitsijan silmään. Tämän virhekäsityksen voi selittää kokelaiden arkikokemukset siitä, miten he ovat nähneet veden heijastavan erinäisiä kohteita. Fysiikan lait eivät teoriassa olleet ristiriidassa virhekäsityksestä seuranneeseen tehtävän ratkaisuun, jonka moni kokelaista oli esittänyt. Kuvassa 39 on havainnollistettu kyseiseen virhekäsitykseen liittyvä tehtävän ratkaisu kokelaalta 69.



Kuva 39. Havainnekuva kokelaan 69 esittämästä vastauksesta.

Havaitaan, miten kokelas ymmärsi, että kangastuksen huippu on samassa suunnassa, kuin viimeiset silmään saapuvat valonsäteet. Hän kuitenkin virheellisesti oletti valon heijastuvan meren pinnasta ennen silmiin saapumista. Huomattavaa kuvassa 39 on se, että

kaikki kuvassa tapahtuva voidaan selittää fysikaalisesti korrektisti. Esineestä lähtevä valonsäde taittuu kohti pinnan normaalia ilmakerrosten rajapinnassa, kuten pitääkin. Valonsäde heijastuu merenpinnasta ylöspäin. Tämän jälkeen valonsäteelle tapahtuu kokonaisheijastuminen, koska valo saapuu tiheämmästä aineesta harvempaan aineeseen sopivassa kulmassa. Kuvio toistuu, kunnes valo saapuu havainnoitsijan silmään. Kuvassa 38 esitetty ratkaisutyyppi toistui 20 % kaikista kokelaista ja 91 % heistä, jotka ajattelivat valonsäteiden heijastuvan meren pinnasta. Virhekäsitys siitä, että tehtävän tilanteessa valonsäde heijastuu meren pinnasta, oli varsin yleinen. Huomionarvoista on se, että fysikaalinen ymmärrys valon käyttäytymisestä aineiden rajapinnoissa oli enimmäkseen kohdallaan. He ymmärsivät, että valo taittuu kohti pinnan normaalia, kun valo saapuu optisesti harvemmasta aineesta tiheämpään. Lisäksi he ymmärsivät, että valo voi kokonaisheijastua, kun valo saapuu tiheämmästä aineesta harvempaan aineeseen. Siksi oletus valon kokonaisheijastumisesta meren pinnasta on erikoinen. Moni kyseisistä oppilaista olisi todennäköisesti osannut sanoa veden olevan optisesti tiheämpää kuin ilma. Vaikuttaa siltä, että arkinen kokemus on dominoinut heidän ajatteluaan niin paljon, että fysikaalinen kyseenalaistus on kyseisessä tilanteessa jäänyt jalkoihin. Kuvan 39 kaltaisia ratkaisuja perusteltiin seuraavasti: ”***Kohteesta heijastuva valo kokonaisheijastuu ensin merenpinnasta ja sen jälkeen kylmän ja kuuman ilman rajapinnassa, eli valo kokonaisheijastuu kaksi kertaa”*** (Kokelas 113), ”***Valonsäde lähtee pyramidin huipulta kohti meren pintaa. Meren pinnasta se kuitenkin heijastuu takaisin ilmaan ainakin osittain, kunhan tulokulma on riittävän suuri. Koska meren pinnalla ilma on viileämpää ja näin ollen harvempaa, voi kokonaisheijastuminen tapahtua ylempien ilmakerrosten välillä.”*** (Kokelas 91) ja ”***Valo taittuu koko ajan pinnan normaalia päin kun se etenee merenpintaa kohti. Kunnes osa valosta kokonaisheijastuu meren pinnasta. Tällöin valo lähtee etenemään kohti optisesti harvempaa ilmaa, joka muutaman kerroksen jälkeen kokonaisheijastaa valon, joka lähtee taas takaisin päin kohti tiheämpää ilmaa taittuen normaaliin päin, kunnes se osuu havainnoitsijan silmään, joka näkee yläpuolisen kangastuksen.”*** (Kokelas 6) Havaitaan, että kokelaat joko ajattelivat valon heijastuvan meren pinnasta kokonaan tai osittain. LOPS 2015:n mukaiset oppimateriaalit toteavat sekä visuaalisesti että sanallisesti valon heijastuvan osittain pois kahden aineen rajapinnalla, vaikka osa valosta taittuukin toiseen aineeseen. Heijastuvan ja taittuvan osuuden suhteesta ei mainita mitään. [25][34]

Kokelaista 26 % piirsi kuvan siten, että ilmassa liikkuva valo ei taitu ilmakerrosten rajapinnoilla ollenkaan. Sen sijaan he saattoivat piirtää valon säteen taittuvan satunnaisissa osissa kuvan ilmakerroksia. Osa edellä mainituista kokelaista taas piirsi valonsäteet va-

paalla kädellä. Kokelailla, jotka eivät piirtäneet valon taittuvan ilmakerrosten rajapinnassa, ei ollut yhteisiä piirteitä vastauksen luonteessa muuten, joten niiden tarkempi analysointi jätetään tekemättä.

7. PEDAGOGISET RATKAISUEHDOTUKSET

Tutkimuksessa löydettiin sekä satunnaisia että yleisiä virhekäsityksiä valon käyttäytymiseen ja kuvan muodostukseen liittyen. Lisäksi löydetyissä virhekäsityksissä oli sekä yhtäläisyyksiä että eroavaisuuksia aiemmissa tutkimuksissa löydettyihin virhekäsityksiin. Taulukkoon 3 on eritelty yleistettävimmät virhekäsitykset, joita kevään 2015 kokeen vastauksissa esiintyi.

Taulukko 3. Oppilaiden yleisimmät virhekäsitykset kevään 2015 YO-kokeessa.

Osuus vastanneista (%)	**Kevään 2015 fysiikan YO-kokeen virhekäsitykset**
36	Oletettu valon taittuvan sen saapuessa kohtisuoraan kahden aineen väliselle rajapinnalle.
32	Kahden aineen välisen taitesuhteen pienentyessä piirretty tai todettu sanallisesti, että valo taittuu enemmän.
15	Piirretty kohteesta lähtevät valonsäteet satunnaisista suunnista saapuviksi.
14*	Ei ole ymmärretty kuperan linssin kaarevuussäteen muuttamisesta seuraavaa valon taittumisen muuttumista oikein.
40*	Silmän kaarevuussäteen muuntamisen graafinen tulkinta väärin.

** = Kokelaista, jotka piirsivät silmän ennen korjausleikkausta ja sen jälkeen.*

Taulukosta 3 havaitaan, että yleisin virhekäsitys kevään 2015 fysiikan ylioppilaskokeessa oli se, että valon oletettiin taittuvan sen saapuessa kohtisuoraan kahden aineen väliselle rajapinnalle. Tämä virhekäsitys oli todennäköisesti seurausta puutteellisista oppikirjoista. Niissä kerrotaan sanallisesti, miten valo taittuu tiettyyn suuntaan riippuen siitä, tuleeko se optisesti tiheämmästä aineesta harvempaan vai päinvastoin. Oppikirjoissa ei oteta kantaa erityistapaukseen, jossa valo ei taitu mihinkään suuntaan, jos se tulee kahden eri aineen rajapinnalle kohtisuorasti. Opettajat käyttävät oppikirjaa opetuksensa lähtökohtana. Tällöin myös opettajat ovat saattaneet olla mainitsematta kyseisestä erityistapauksesta. Oppikirjat mainitaan yhdeksi suurimmista virhekäsitysten lähteistä, joten niiden laatimisessa tulisi olla erityisen tarkka [14]. Yksittäinen opettaja ei kuitenkaan juuri

voi vaikuttaa siihen, kuinka tarkasti oppikirjoja tehdään. Edellä mainittu virhekäsitys olisi ollut vältettävissä esimerkiksi Snellin lain tutkimisella, kuten kappaleessa 2.6 osoitettiin. Yksi ratkaisuehdotus virhekäsityksen välttämiseksi voisikin olla saattaa oppilaat enemmän tilanteisiin, joissa he joutuvat pelkästään tutkimaan tiettyjä fysikaalisia lakeja ja ilmiöitä ilman kysymystä tietystä numeerisesta vastauksesta. Tällöin opiskelijat voisivat harjaantua lähestymään tehtäviä tutkimuksellisista lähtökohdista sen sijaan, että he muistaisivat tiettyjä fraaseja ja kaavoja ulkoa. LOPS 2015 ja 2019 perusteet molemmat korostavat, että tutkimiseen, kokeilemiseen ja ongelmanratkaisuun perustuvat opiskelumenetelmät kehittävät kriittistä ja luovaa ajattelua. LOPS 2015 mukaisessa sähköisessä materiaalissa onkin paljon tehtävätyyppejä, joissa ei kysytä tiettyä numeerista arvoa tehtävän vastaukseksi. Sen sijaan kyseisissä tehtävissä täytyy pohtia, kokeilla ja kirjoittaa asioita. Taulukossa 4 on esitettynä tiettyjen 2003 ja 2015 LOPS materiaalien tehtävämääriä, joissa ei kysytä numeerista arvoa tehtävän vastaukseksi. Tarkasteluun otettiin kappaleet, joissa keskitytään valon käyttäytymiseen kahden aineen rajapinnassa.

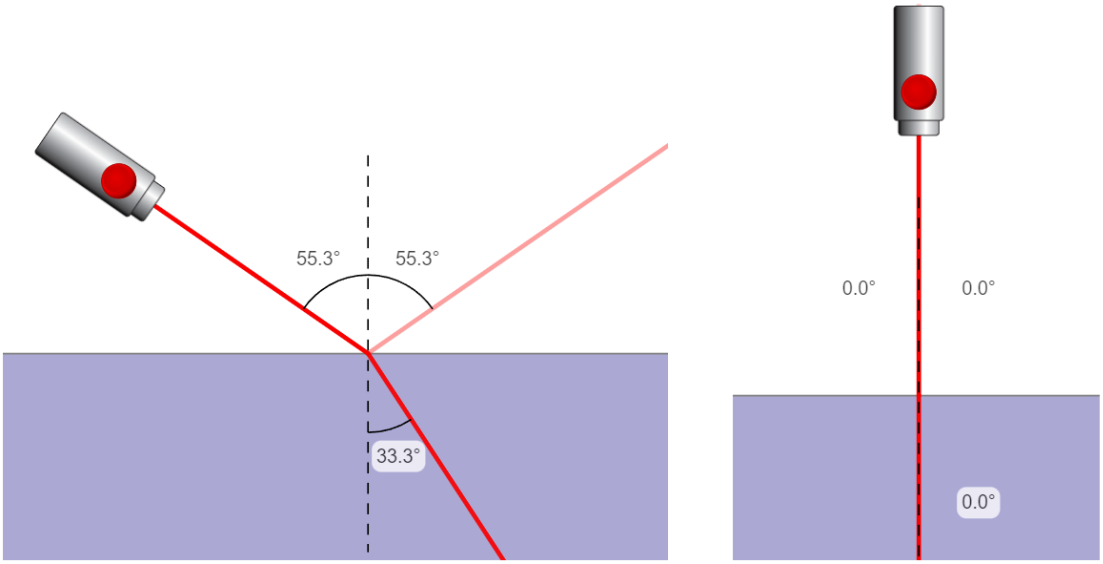
Taulukko 4. Eri oppimateriaalien tehtävien osuus, joissa ei kysytä numeerista arvoa vastaukseksi tehtäviin, joissa käsitellään valon käyttäytymistä kahden aineen rajapinnassa. [6][25][26][27]

	Kappaleen tehtävien osuus, joissa ei pyydetä numeerista arvoa vastaukseksi.
LOPS 2003 paperinen materiaali A	6 %
LOPS 2003 paperinen materiaali B	33 %
LOPS 2015 paperinen materiaali C	17 %
LOPS 2015 sähköinen materiaali D	76 %

Taulukosta 4 huomataan, että LOPS 2015 mukaisessa sähköisessä materiaalissa oli ylivoimaisesti eniten tehtävätyyppejä, joissa ei kysytty numeerista arvoa tehtävän vastaukseksi. Sen sijaan tehtäviä lähestyttiin kokeellisista ja tutkimuksellisista lähtökohdista. Paperisten materiaalien välillä ei ollut suurta eroa. Mielenkiintoista olisikin tietää, miten täysin sähköisen materiaalin omaavien koulujen oppilaat pärjäisivät valon käyttäytymiseen ja kuvan muodostukseen liittyvissä tehtävissä verrattuna paperisten materiaalien

omaavien koulujen oppilaisiin. Mikäli sähköisen materiaalin omaavat opiskelijat pärjäisivät selvästi paremmin, tulisi paperisten oppimateriaalien käyttäjien pyrkiä lähestymään aiheita tutkimuksellisista näkökulmista. Yksi tapa voisi olla kappaleessa 4.2.2 esitetty lähestymistapa, jossa kehotetaan käyttämään ''ennusta–tarkkaile–selitä–syntetisoi'' menetelmää optiikan opetuksessa. Täysin uusien tehtävien keksiminen kokeellisempaan suuntaan voi olla liikaa vaadittu lukion opettajalta, mutta uuden opetettavan aiheen voisi ainakin alustaa siten, että opiskelijat ennustaisivat jonkin arkisen luontoon liittyvän ilmiön fysikaalisen taustan. Tämän jälkeen siirryttäisiin tarkkailemaan, mihin ilmiö oikeasti perustuu. LOPS 2003, 2015 ja 2019 perusteet painottavat fysiikan opetuksen lähtökohdan olevan luonto.

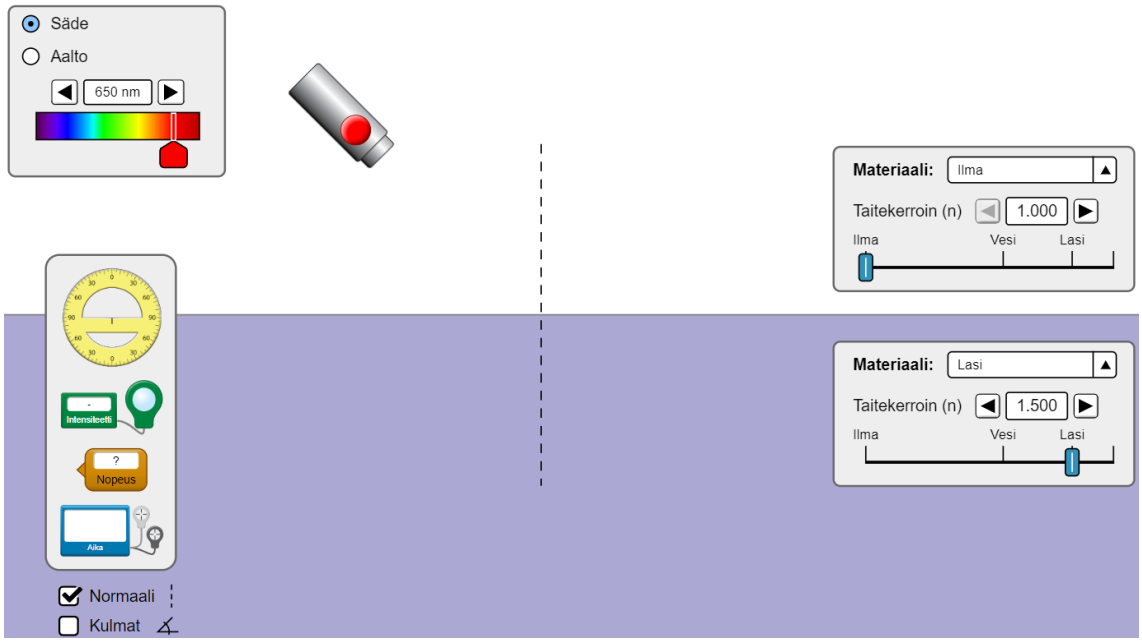
Oppimateriaalien sähköistymisen myötä mahdollisuus käyttää tietokonesimulaatioita on kasvanut. Ylioppilaskokeiden ollessa sähköisiä on suotavaa, että opiskelijoilla on lukion aikana käytettävissään kannettavat tietokoneet. Tämä mahdollistaisi sen, että opiskelija voisi itse omalla tietokoneellaan käyttää tietokonesimulaatioita. Tietokonesimulaatioiden käytöstä opetuksessa on tehty monenlaisia tutkimuksia. Oppimistulokset esimerkiksi geometrisessä optiikassa ovat parantuneet tietokonesimulaatioiden käytön avulla [35][36]. LOPS 2015 mukaisten materiaalien valon käyttäytymistä koskevien kappaleiden yhtenä tehtävänantona on käyttää phET-tietokonesimulaatiota [37] ''Taittuva valo'' ja vastata annettuihin kysymyksiin [25][34]. Kyseisen simulaation käyttö olisi ollut erittäin hyvä väline ehkäisemään taulukon 3 yleisintä virhekäsitystä. Simulaatiossa pääsee liikuttamaan laservalon lähdettä siten, että valo etenee taittavan pinnan läpi eri kulmissa. Kuvassa 40 on havainnollistettu kuvapari kyseisestä simulaatiosta.



Kuva 40. PhET-simulaatio ''Taittuva valo''. Kuvassa on simulaation kaksi erillistä tilannetta, joissa on vaihdettu laser valon ja pinnan normaalin välistä kulmaa. [37]

Kuvasta 40 on havaittavissa, miten phET-simulaatiolla voi havaita, miten valo jatkaa kahden aineen välisen rajapinnan läpi taittumatta, kun saapumiskulma on 0°. Mikäli LOPS 2003 aikana olisi ollut käytettävissä yllä esitetty simulaatio, olisi tehtävä voitu ymmärtää paremmin. Jos oppilailla on lukiossa käytettävissä kannettava tietokone, voisi phET-simulaatioita käyttää mahdollisimman paljon opetuksessa. Suotavaa olisi, että simulaatioita kokeilisivat oppilaat sen sijaan, että he seuraisivat opettajan käyttävän simulaatioita. Kappaleessa 4.2.2 esitetyssä tutkimuksessa suositellaan käyttämään oppilaskeskeistä opettamista.

Toiseksi yleisin virhekäsitys kevään 2015 kokeessa oli se, että valo taittuu sitä jyrkemmin mitä lähempänä kahden aineen taitekertoimet toisiaan ovat. Tämä osoitettiin joko piirtämällä tai sanallisesti toteamalla. Virhekäsityksen taustalla oli vahvasti se, että taittumista ei tarkasteltu taittumislain tai taitesuhteen avulla. Myös tähän virhekäsitykseen olisi ollut apua edellä mainitusta phET-simulaatiosta. Simulaatiossa pystyy itse määrittämään kaikkien aineiden taitekertoimet ja seuraamaan mitä muutoksia se laser-valossa saa aikaan. Kuvassa 41 on esitetty kokonaisnäkymä simulaatiosta ''Taittuva valo''.



Kuva 41. phET-simulaatio ''Taittuva valo'' valikkoineen. [37]

Kuvasta 41 havaitaan, että simulaation valikot mahdollistavat määrittämään sekä yläpuolella että alapuolella olevien materiaalien taitekertoimet. Tämä simulaatio oppilaskeskeisenä tutustumisena voisi olla hyvä pedagoginen ratkaisu virhekäsityksen välttämisessä.

Taulukosta 3 nähdään, että 15 % kokelaista ajatteli valon saapuvan kohteesta silmään satunnaisista suunnista. Tämä oli mielenkiintoista, sillä tehtävänannossa näytettiin miten

valonsäteet saapuvat silmään yhdensuuntaisina kaukana olevasta kohteesta. Näkemisen ymmärtäminen vaikuttaa olevan avain monien muiden valoon liittyvien ilmiöiden ymmärtämiseen [18]. LOPS 2003 mukaisissa paperisissa oppimateriaaleissa käsitellään näkemistä vasta näiden muiden valoon liittyvien ilmiöiden läpikäymisen jälkeen, kun aiheena ovat optiset linssit [6][27]. LOPS 2015 jätti fysiikan opetuksesta kokonaan pois optisten peilien ja linssien käsittelyn. Tämä on johtanut siihen, että valoon liittyvissä materiaaleissa ei välttämättä käydä näkemistä ollenkaan läpi [25][34]. Näkemisen käsittelyä voisi olla hyvä kuitenkin lisätä osaksi jotakin valon käyttäytymiseen liittyvistä aiheista. Yksi hyvä esimerkki voisi olla kevään 2019 fysiikan kokeessa esitettyjen ylä- ja alapuolisten kangastusten läpi käyminen. Ne ovat luonnon ilmiöitä, sisältävät valon taittumiseen ja kokonaisheijastumiseen liittyvää teoriaa sekä havainnollistavat näkemisen periaatetta. Aikataulu lukiossa on tiukka ja kurssin sisältö on jaettu tasaisesti tietylle määrälle oppitunteja. Siksi esimerkiksi kokonaisen oppitunnin pyhittäminen näkemisen käsittelyyn ylimääräisenä työnä on mahdotonta.

Taulukosta 3 nähdään vielä, että linssin kaarevuussäteen suhde valon käyttäytymiseen linssissä on ollut monella kokelaalla hakusessa. Nykyään optiset linssit eivät sisälly opetussuunnitelmaan, joten pedagogisia ratkaisuja ei ole tarkoituksenmukaista keksiä. Toki edellä jo mainitut ratkaisuehdotukset voisivat auttaa myös tässä.

Kevään 2019 ylioppilaskokeen vastauksissa oli myös löydettävissä yleistettäviä virhekäsityksiä. Taulukossa 5 on esitetty kyseiset virhekäsitykset.

Taulukko 5. Oppilaiden yleisimmät virhekäsitykset kevään 2019 YO-kokeessa.

Osuus vastanneista (%)	**Kevään 2019 fysiikan YO-kokeen virhekäsitykset**
54	Valekuvan sijainti eri suunnassa, kuin viimeisten silmiin saapuvien valonsäteiden suunta.
10	Kuuman asfaltin läheisyydessä on kylmempää ilmaa, kuin ylempänä.
22	Piirretty yläpuolinen kangastus merellä siten, että valo heijastuu merenpinnasta ennen ihmisen silmiin saapumista.

Taulukosta 5 nähdään, että jopa 54 % kokelaista oli piirtänyt kangastuksen kuvan eri suuntaan, kuin viimeisten silmiin saapuvien valonsäteiden suunta. Tämä voisi olla verrattavissa taulukon 3 kohtaan ’’Piirretty kohteesta lähtevät valonsäteet satunnaisista

suunnista saapuviksi''. Huomattavaa on, että kyseisessä kokeessa kokelaista vain 10 % ajatteli asian näin. Virhekäsitykset eivät suoraan ole verrattavissa, sillä kangastuksissa täytyi käsitellä valekuvien näkemistä ja kevään 2015 kokeessa todellisen kuvan näkemistä. Siitä huolimatta voi varovaisesti olettaa, että optisten linssien ja näin myös silmän toiminnan poisjättäminen LOPS 2015:ssa on vaikuttanut kokelaiden ymmärrykseen näkemisestä. Molempien kokeiden tehtävissä havainnollistettiin tehtävänannossa, miten näköhavainto syntyy. Mikäli silmän toiminnan poisjättäminen on vaikuttanut näin dramaattisesti edellä esitettyyn virhekäsitykseen, olisi toimiva pedagoginen ratkaisu käydä näkökykyä läpi osana opetusta.

Taulukon 5 kaksi viimeistä virhekäsitystä voivat olla hyvin selitettävissä arkielämään liittyvillä virhekäsityksillä. Moni on varmasti kuullut sanonnan ''lämmin ilma nousee ylöspäin'' tai nähnyt järven tai meren heijastavan erinäisiä kohteita. Analysoiduissa vastauksissa oli havaittavissa, että osa virhekäsityksen omaavista kokelaista ymmärsi paljon fysikaalista teoriaa ilmiön taustalla. Kappaleessa 4.1 oli esillä, että opiskelijat kehittelevät omien virheellisten ennakkokäsitysten avulla uusia vääriä ideoita ohjeistuksesta riippumatta [16]. Siksi olisikin syytä pohtia, minkälainen pedagoginen ratkaisu edesauttaisi opiskelijoita olemaan valmiimpia kyseenalaistamaan omat tietonsa ja käsityksensä. Näkemiseen liittyvissä tehtävissä virhekäsityksiä oli paljon, vaikka tehtävänannossa näytettiin tarkasti, miten näköhavainto syntyy. Onko näissäkin virhekäsityksissä ollut taustalla opiskelijan kyvyttömyys tai haluttomuus korjata omia ennakkokäsityksiään tehtävänannon avulla? LOPS 2003, 2015 ja 2019 korostavat, että opiskelija oppii korjaamaan ennakkokäsityksiään johdonmukaisiksi kokonaisuuksiksi. Yksi pedagoginen ratkaisu tähän voisi olla, että kurssin aluksi annettaisiin jokaisen opiskelijan tehtäväksi keksiä kurssiin liittyviä arkielämän ilmiöitä ja ennustaa teoria niiden takana. Löydetyt luontoon liittyvät ilmiöt otettaisiin ylös ja kurssin aikana käytäisiin teoriaa niiden takana sopivissa kohdissa. Tällöin opiskelijat tulisivat välttämättä sen eteen, että heidän ennakkokäsityksensä voivat olla vääriä, ja niitä voi ja täytyy korjata.

Vaikka pedagogisia menetelmiä virhekäsityksien välttämiseksi ei pystyisi keksimään tai järjestämään, on tärkeää myös tiedostaa minkä tyyppisiä virhekäsityksiä opiskelijoilla on. Tämänkaltainen tieto opettajan käytössä on jo itsessään arvokasta, ja se saattaisi vaikuttaa opetukseen ja esitettyihin esimerkkeihin.

8. YHTEENVETO

Lukiolaisten virhekäsitykset valon käyttäytymiseen ja kuvan muodostukseen liittyen ovat moninaisia. Tutkimuksessa löydettiin sekä satunnaisia että yleisempiä virhekäsityksiä. Yleisimmistä virhekäsityksistä moni vaikutti olevan kytköksissä opiskelijoiden aikaisempiin, arkielämään liittyviin kokemuksiin. Myös puutteelliset oppikirjat saattoivat vaikuttaa virhekäsitysten syntyyn. Huomattavaa arkielämään liittyvissä virhekäsityksissä oli, että monella opiskelijalla oli paljon fysikaalista tietoa.

Lukion opetussuunnitelman perusteet vuosilta 2003, 2015 ja 2019 korostavat fysiikan opiskelussa sitä, että opiskelijoiden ennakkokäsityksien tulisi muovautua opiskeltavan teorian avulla uusiksi kokonaisuuksiksi. Tätä tavoitetta voisi vahvistaa opetuksessa siten, että opiskelijat saatettaisiin tilanteisiin, jossa he joutuvat pohtimaan omia ennakkokäsityksiään fysikaalisista ilmiöistä. Opiskelun aikana näihin käsityksiin palattaisiin ja niitä korjattaisiin tarvittaessa. Tällöin opiskelijat tiedostaisivat, että heillä voi olla virheellisiä ennakkokäsityksiä, joita voi ja täytyy muuttaa. Aiempien tutkimuksien perusteella opiskelijat monesti kehittelevät uusia vääriä ideoita, jotka pohjautuvat heidän virheellisiin ennakkokäsityksiinsä.

Tietokonesimulaatiot ovat aiempien tutkimusten mukaan hyvä väline optiikan opetuksessa. Ylioppilaskokeiden sähköistymisen myötä yhä useammalla opiskelijalla on oma kannettava tietokone käytössään koulussa. Oppilaskeskeinen tietokonesimulaatioiden käyttö optiikan ilmiöistä voisi olla hyvä pedagoginen ratkaisu. Tutkimuksessa havaittiin, että kevään 2015 kokeen yleisin virhekäsitys olisi voinut olla vältettävissä simulaatioon huolellisesti perehtymällä.

Saadut tulokset antavat motivaatiota pohtia, miten opiskelijoiden virhekäsityksien syntymistä voisi estää. Tärkeää on myös tiedostaa, minkä tyyppisiä virhekäsityksiä opiskelijoilla yleensä on.

LÄHTEET

[1] Knight, R. (2017). *Physics for Scientists and Engineers: A Strategic Approach with Modern Physics.* Pearson.

[2] Sears, F. (1958). *Optics.* Addison-Wesley.

[3] Lehto, H., Maalampi, J., Havukainen, R. & Leskinen, J. (2018) *FY7 – Aine ja säteily.* Sanoma pro.

[4] Lunelund, H. (1950). *Valo-oppi.* Otava

[5] David A. B. Miller, "Huygens's wave propagation principle corrected," Opt. Lett. 16, 1370-1372 (1991)

[6] Lehto, H., Maalampi, J., Havukainen, R. & Leskinen, J. (2018) *Fysiikka 3 – Aallot.* Tammi.

[7] Abdel-Baki, Manal. (2011). Role of oxygen on the optical properties of borate glass doped with ZnO. Journal of Solid State Chemistry - J SOLID STATE CHEM. 184. 2762-2769. 10.1016/j.jssc.2011.08.015.q [Viitattu 28.2.2022] Saatavissa: https://www.researchgate.net/publication/251480318_Role_of_oxygenon_the_optical_properties_of_borate_glass_doped_with_ZnO

[8] Kattainen, P. (1967). *Fysiikan oppikirja lukiolukiolle.* Otava.

[9] Hiltunen, E., Holmberg, P., Jyväsjärvi, E., Kaikkonen, M., Lindblom-Ylänne, S., Nienstedt & W., Wähälä, K. (2010). *Galenos: Johdanto lääketieteen opintoihin.* WSOYpro.

[10] Pharpatara, P., Hérissé, B., Pepy, R. & Bestaoui, Y. Sampling-based path planning: a new tool for missile guidance. 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, Sep 2013, Würzburg, Germany. (to appear). ffhal-00859829v1f. [Viitattu: 28.2.2022] Saatavissa: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00859829v1/file/Sampling-based_path_planning_a_new_tool_for_missile_guidance.pdf

[11] Opetushallitus. (2003). *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2003.* Vammalan Kirjapaino Oy. [Viitattu 26.1.2022] Saatavissa: https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/47345_lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2003.pdf

[12] Opetushallitus. (2015). *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2015.* Next Print Oy, Helsinki. [Viitattu 26.1.2022] Saatavissa: https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/172124_lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2015.pdf

[13] Opetushallitus. (2019). *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2019*. PunaMusta Oy, Helsinki 2019. [Viitattu 26.1.2022] Saatavissa: https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2019.pdf

[14] Widiyatmoko, A. & Shimizu, K. (2018). Literature Review of Factors Contributing to Students' Misconceptions in Light and Optical Instruments. *International Journal of Environmental and Science Education, 13*(10), 853-863.

[Viitattu: 15.2.2022] Saatavissa: https://www.researchgate.net/publication/330102664_Literature_Review_of_Factors_Contributing_to_Students'_Misconceptions_in_Light_and_Optical_Instruments

[15] Kaltacki, D. & Eryilmaz, A. (2010). Sources of optics misconceptions. In G. Cakmakci & M.F. Taşar (Eds.), Contemporary science education research: learning and assessment (pp. 13). Ankara, Turkey: Pegem Akademi. [Viitattu: 15.2.2022]. Saatavissa: https://purehost.bath.ac.uk/ws/portalfiles/portal/198553844/Book4.pdf

[16] Kaewkhong, Kreetha & Mazzolini, Alexander & Emarat, Narumon & Arayathanitkul, Kwan. (2009). Thai high-school students' misconceptions about and models of light refraction through a planar surface. Physics Education. 45. 97. 10.1088/0031-9120/45/1/012. [Viitattu 17.2.2022]. Saatavissa: https://www.researchgate.net/publication/230948294_Thai_high-school_students'_misconceptions_about_and_models_of_light_refraction_through_a_planar_surface

[17] Yalcin, Mehmet & Altun Yalçin, Sema & Turgut, Umit & Aggül, Fatma. (2008). First Year Turkish Science Undergraduates' Understandings and Misconceptions of Light. Science & Education. 18. 1083-1093. 10.1007/s11191-008-9157-3. [Viitattu 12.4.2022] Saatavissa: https://www.researchgate.net/publication/227294525_First_Year_Turkish_Science_Undergraduates'_Understandings_and_Misconceptions_of_Light

[18] Peruskoulun yläluokkien oppiokirjojen kuvat oppilaiden virheellisten ennakkokäsitysten vahvistajina: valo ja siihen liittyvät ilmiöt. [Viitattu 14.2.2022]. Saatavissa: https://jyx.jyu.fi/bitstream/handle/123456789/24445/1/URN%3ANBN%3Afi%3Ajyu-201006172092.pdf

[19] Djanette, Blizak & Chafiqi, F & Kendil, D.. (2009). Students Misconceptions about Light in Algeria. Optics InfoBase Conference Papers. 10.1364/ETOP.2009.EMA5. [Viitattu 15.2.2022].
Saatavissa: https://www.researchgate.net/publication/263828901_Students_Misconceptions_about_Light_in_Algeria

[20] Kallinen, Timo & Kinnunen, Taina. Etnografia. Teoksessa Jaana Vuori (toim.) *Laadullisen tutkimuksen verkkokäsikirja*. Tampere: Yhteiskuntatieteellinen tietoarkisto [ylläpitäjä ja tuottaja]. <https://www.fsd.tuni.fi/fi/palvelut/menetelmaopetus/>. [Viitattu 19.1.2022]

[21] Suomen virallinen tilasto (SVT): Lukiokoulutus [verkkojulkaisu]. ISSN=1799-1633. 2015. Helsinki: Tilastokeskus [viitattu: 19.2.2022]. Saantitapa: http://www.stat.fi/til/lop/2015/lop_2015_2016-06-09_tie_001_fi.html

[22] YLE. (15.12.2015). Fysiikan ylioppilaskoe, kevät 2015. [Viitattu: 22.1.2022]. Saatavissa: https://yle.fi/progressive/fynd/oppiminen/oppiminen.yle.fi/yo-kokeet/fysiikka-k15.pdf

[23] YLE. (15.12.2015). YTL:n hyvän vvastauksen piirteet, fysiikka, kevät 2015. [Viitattu 22.1.2022]. Saatavissa: https://yle.fi/progressive/fynd/oppiminen/oppiminen.yle.fi/attachments/2015_k_fy.pdf

[24] Ylioppilaslautakunta. (20.1.2022). *Ilmoittautuneet eri kokeisiin tutkintokerroittain 2013 – 2022.* [Viitattu 21.2.2022].
Saatavissa: https://www.ylioppilastutkinto.fi/ext/stat/FS2022A2013T2010.pdf

[25] Linna, L. & Tynkkynen, T. *FY6 Sähkömagnetismi (LOPS 2016).* Studeo.

[26] Lehto, H., Maalampi, J., Havukainen, R. & Leskinen, J. (2017). *FY5 – Jaksollinen liike ja aallot.* Sanoma pro.

[27] Hatakka, J., Saari, H., Sirviö, H., Viiri, J. & Yrjänäinen, S. (2009). *Physica 3 – Aallot*. WSOY.

[28] Weisstein, Eric W. "Curvature." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. [Viitattu: 16.4.2022]. Saatavissa: https://mathworld.wolfram.com/Curvature.html

[29] YLE. (13.2.2019). Fysiikan ylioppilaskoe, kevät 2019 (katseluversio). [Viitattu: 29.1.2022].
Saatavissa: https://yle.fi/plus/abitreenit/2019/kevat/FY-fi/index.html

[30] YLE. (13.2.2019). Hyvän vastauksen piirteet, fysiikka, kevät 2019 (päivitetty 15.5.) [Viitattu 29.1.2022]. Saatavissa: https://drive.google.com/file/d/1JoZUqBzyzFFYMKKn4Ht9E43-P_dmgK4U/view

[31] Lehto, H., Maalampi, J., Havukainen, R. & Leskinen, J. (2018). *FY2 – Lämpö.* Sanomapro

[32] Turunen. H,. & Tynkkynen, T. *FY2 Lämpö (LOPS 2016).* Studeo.

[33] Havonen, T., Hiltunen, J. Mäntysaari, A. & Savonen, T. *Fysiikka 8*. Studeo.

[34] Lehto, H., Maalampi, J., Havukainen, R. & Leskinen, J. (2018). *FY6 – Sähkömagnetismi.* Sanomapro.

[35] Bayrak, C. (2008). Effects of Computer Simulations Programs On University Students' Achievments In Physics . Turkish Online Journal of Distance Education, 9 (4), 53-62. [Viitattu: 17.4.2022]. Saatavissa: https://dergipark.org.tr/en/pub/tojde/issue/16918/176534

[36] Erdoğan, Şükran, & Bozkurt, E. (2022). The effect of virtual laboratory applicatio ns prepared for Geometrical Optics Lesson on students' achievement levels and attitudes towards Physics. *Pegem Journal of Education and Instruction*, *12*(2), 22 6–234. [Viitattu 17.4.2022]. Saatavissa: https://doi.org/10.47750/pegegog.12.02. 22

[37] phET. *Taittuva valo.* University of Colorado Boulder. [Viitattu 17.4.2022]. Saatavissa: https://phet.colorado.edu/fi/simulations/bending-light/about

LIITE 1: EXCEL-TAULUKKO KEVÄÄN 2015 KOKEESEEN LIITTYVISTÄ OPISKELIJOIDEN KÄSITYKSISTÄ.

	Yht.
Koevastausmäärä	**86**
a) -kohta	
Ei vastattu	1
Lähtökohta	
Taittumislain kaava kirjoitettu.	**19**
Tarkasteltu taittumista pinnan taitesuhteen avulla	**13**
Tarkasteltu taittumista joko taittumislailla tai taitesuhteella	**23**
Mainittu valon taittumisen johtuvan valon nopeuden muutoksesta aineissa *(oikein)*	**2**
Havainnekuva	
Piirretty lasiin kohtisuoraan tulevan säteen taittuminen. *(väärin)*	**31**
Piirretty sarveiskalvolle pinnan normaali	**39**
Perustelu	
Sanallisesti todettu, että optisesti tiheämmästä harvempaan aineeseen saapuva säde taittuu poispäin pinnan normaalista. *(oikein)*	**5**
Piirretty tai sanallisesti todetaan säteen taittuvan tarkan näkemisen alueen taakse vesi/silmä rajapinnassa *(oikein)*	**49**
Tarkasteltu taittumista joko taittumislailla tai taitesuhteella	**23**
Piirretty valon taittuminen oikein vesi/silmä rajapinnassa	**47**
Oletettu valon taittuvan tarkan näkemisen alueelle vesi/silmä rajapinnan jälkeen	**1**
Sanallisesti toteaa, että valonsäteet eivät leikkaa tarkan näkemisen alueella vesi/silmä rajapinnan jälkeen. Havainnekuva voi olla oikein/väärin/ei kuvaa.	**20**
Piirretty tai sanallisesti todetaan säteen taittuvan tarkan näkemisen alueen eteen vesi/silmä rajapinnassa *(väärin)*	**27**
Silmän toimintaa ei ole tarkasteltu taittumislain eikä taitesuhteen avulla.	**23**
Mainittu veden taitekertoimen olevan suurempi kuin ilman	**31**
Tarkasteltu uimalasien toimintaa vesi/lasi + lasi/ilma + ilma/sarveiskalvo taittumisilla. Johtaa väärään tulkintaan.	**11**
Esineen paikka havainnekuvassa on väärin. Piirretty kuvan muodostuvan satunnaisista suunnista saapuvista valonsäteistä.	**9**
Piirretty uimalasien taittavan vinosti saapuvan valonsäteen/säteet optisen akselin suuntaiseksi	**6**
Oletettu uimalasien pinnan olevan kupera	**4**
Ei ole piirretty kuvaa vesi/silmä tilanteesta	**3**
Piirretty valon saapuvan yhdensuuntaisina säteinä kaukana olevasta kohteesta vesi/silmä tilanteessa	**77**
Piirretty valon saapuvan eri suunnista kaukana olevasta kohteesta vesi/silmä tilanteessa	**6**

Ei ole piirretty kuvaa uimalasien tilanteesta	**7**
Piirretty valon saapuvan yhdensuuntaisina säteinä kaukana olevasta kohteesta uimalasien kanssa	**68**
Piirretty valon saapuvan eri suunnista kaukana olevasta kohteesta uimalasien kanssa	**12**
Johtopäätöset	
Tulkittu taittumislain taittumisen suuntaa päinvastoin. (Taittumiskulma vedestä on suurempi kuin taittumiskulma ilmasta tultaessa.)(väärin)	**3**
Piirretty valon taittuminen oikein uimalasien kanssa	**26**
Muita	
Ajateltu, että ainoastaan kaukana olevat kohteet nähdään uimalasien kanssa selvästi	**1**
Oletettu, että uimalasien taitekerroin on niin pieni, että se ei vaikuta kuvan muodostumiseen	**1**
Ajateltu, että vedessä valonsäteet osuvat sarveiskalvon pintaan kauempana toisistaan	**1**
Taitekerroin ja taitesuhde sekoitettu toisiinsa käsitteinä.	**2**
Vesi/silmä rajapintaan tuleva säde hajoaa useiksi osasäteiksi, jotka etenevät eri suuntiin	**1**
Kirjoitettu, että vesi muodostaa kuperan linssin silmän eteen	**1**
Kirjoitettu, että vesi taittaa valoa ennen sarveiskalvoa.	**2**
Sanottu, että uimalasien taitekerroin ja veden taitekertoimine tulee olla sama.	**2**
Ajateltu, että vesi/silmä rajapinnan jälkeen valonsäteet eivät leikkaa missään.	**4**
Mainittu veden taitekertoimen vaikuttavan kulmaan, jossa valo saapuu silmään	**1**
Oletettu, että vesi/ilma rajapinnan jälkeen ei lainkaan taittumista	**1**
Ajateltu uimalasien keräävän valoa enemmän -> tarkka näkeminen	**1**
Ajateltu silmän heijastavan valoa veden alla	**2**
Ajateltu veden paineen muuttavan sarveiskalvon muotoa	**1**
Käsitteet ''taittua'' ja ''heijastua'' sekoitettu keskenään	**1**
Oletettu vesi/silmä rajapinnan jälkeen tapahtuvan diffraktio	**1**

b) -kohta	
Lopputulos:	
Vastattu perustelujen kanssa	**61**
Ei vastattu	**8**
Vastattu ilman perusteluja oikein	**8**
Vastattu ilman perusteluja väärin	**9**
Oletettu, että sarveiskalvon kaarevuussädettä tulee suurentaa (oikein)	**45**
Oletettu, että sarveiskalvon kaarevuussädettä tulee pienentää (väärin)	**34**
Piirretty leikkauksen jälkeinen tilanne, jossa suurempi sarveiskalvon kaarevuussäde taittaa valon oikein.	**10**

Piirretty suurempi kaarevuussäde leikkauksen jälkeen, mutta sanallisesti todettu, että sädettä tulisi pienentää.	**5**
Piirretty pienempi kaarevuussäde leikkauksen jälkeen, mutta sanallisesti todettu, että sädettä tulisi kasvattaa.	**3**
Piirretty silmän sarveiskalvon ennen leikkausta ja leikkauksen jälkeen	**20**
Lähtökohta	
Tutkittu likinäköisyyttä Snellin lailla	**2**
Tarkasteltu likinäköisyyttä piirtämällä kovera linssi	**15**
Mainittu kaarevuussäteen suhde polttopisteeseen oikein	**6**
Havainnekuva	
Piirretty likinäköisen silmän taittaminen oikein	**25**
Sanallisesti tai piirtämällä todetaan, että likinäköisen ihmisen silmä taittaa valoa liian vähän.	**12**
Sanallisesti tai piirtämällä todetaa, että likinäköisen ihmisen silmä taittaa valoa liikaa. (oikein)	**36**
Perustelu	
Sanallisesti mainittu, että likinäköisen silmä taittaa valoa liikaa (oikein)	**26**
Piirretty koveran linssin kokoavan valonsäteitä	**5**
Selitetty tai piirretty oikein, miten kaarevuussäteen muuttaminen vaikuttaa taittumiseen.	**36**
Selitetty tai piirtämällä todetaan, että kaarevuussäteen suurentamisen jälkeen sarveiskalvo taittaa valoa enemmän. (väärin)	**15**
Muita	
Ajateltu kaarevuussäteen kasvattamisen lisäävän valon määrää silmässä	**1**

LIITE 2: EXCEL-TAULUKKO KEVÄÄN 2019 KOKEESEEN LIITTYVISTÄ OPISKELIJOIDEN KÄSITYKSISTÄ.

Koevastauksien lukumäärä	**50**
8.1: Alapuolinen kangastus	**Yhteensä**
Lähtökohta	
Mainittu kuuman ilman olevan **optisesti harvempaa** kuin kylmä ilma (oikein)	**8**
Mainittu kuuman ilman olevan **optisesti tiheämpää** kuin kylmä ilma (väärin)	**4**
Sanallisesti kerrottu, että **taitekerroin** kasvaa kun ilman lämpötila kasvaa (väärin)	**2**
Sanallisesti kerrottu, että **taitekerroin** pienenee kun ilman lämpötila kasvaa (oikein)	**3**
Taittumislaki esitetty	**8**
Mainittu kuuman asfaltin lämmittävän yllä olevaa ilmaa (oikein)	**21**
Mainittu auringon lämmittävän maanpintaa (oikein)	**17**
Sanallisesti kerrottu ilman tiheyden kasvavan kun korkeus maanpinnasta kasvaa. (oikein)	**6**
Sanallisesti kerrottu **valon nopeuden** kaasussa riippuvan sen lämpötilasta (oikein)	**3**
Sanallisesti kerrottu **valon nopeus** on lämpimässä ilmassa suurempi kuin kylmemmässä. (oikein)	**7**
Sanallisesti kerrottu, että **valon nopeus** pienenee optisesti harvemmassa aineessa. (väärin)	**1**
Sanallisesti kerrottu, että **valon nopeus** pienenee optisesti tiheämmässä aineessa. (oikein)	**2**
Mainittu valolla olevan aaltoluonne	**14**
Kerrottu kuuman ilman olevan ohuempaa kuin kylmän	**2**
Kerrottu sanallisesti, että alempana on kylmempää ilmaa (väärin)	**5**
Kerrottu sanallisesti, että alempana on kuumempaa ilmaa kuin ylempänä. (oikein)	**3**
Kerrottu lämpimällä ilmalla olevan pienempi tiheys kuin kylmällä (oikein)	**2**
Kerrottu lämpimällä ilmalla olevan suurempi tiheys kuin kylmällä (väärin)	**4**
Sanallisesti todettu, että asfaltin lähellä on tiheintä ilmaa (väärin)	**4**
Havainnekuva	
Perustelu	
Kerrottu aallon taittuvan **poispäin** pinnan normaalista, jos aalto etenee **optisesti tiheämmästä harvempaan** aineeseen (oikein)	**15**
Kerrottu aallon taittuvan **kohti** pinnan normaalia, jos aalto etenee **optisesti tiheämmästä harvempaan** aineeseen (väärin)	**0**
Kerrottu aallon taittuvan **poispäin** pinnan normaalista, jos aalto etenee **optisesti harvemmasta tiheämpään** aineeseen (väärin)	**3**
Kerrottu aallon taittuvan **kohti** pinnan normaalia, jos aalto etenee **optisesti harvemmasta tiheämpään** aineeseen (oikein)	**5**
Kerrottu valon taittuvan kohti pinnan normaalia, kun valo saapuu kylmemmästä ilmasta lämpimämpään. (oikein)	**2**
Sanallisesti kerrottu valon taittuvan ilmakerrosten rajapinnassa	**12**

Mainittu valon kokonaisheijastuvan	**28**
Sanallisesti kerrottu, että heijastukulma on yhtä suuri kuin tulokulma	**4**
Taitesuhteen avulla selitetty taittuminen oikein	**1**
Sekoitettu heijastuminen ja taittuminen terminä	**1**
Todettu sanallisesti, että tapahtuu kokonaisheijastuminen mikäli taittumiskulma > 90 astetta. (oikein)	**1**
Todettu sanallisesti kokonaisheijastumisen tapahtuvan, mikäli tulokulma ylittää kokonais heijastumisen rajakulman. (oikein)	**7**
Kerrottu lämpimällä ilmalla olevan pienempi taittokyky kuin kylmällä ilmalla (oikein)	**1**
Kerrottu kokonaisheijastuksen olevan mahdollinen ainoastaan, kun valo tulee optisesti harvemmasta tiheämpään aineeseen (väärin)	**2**
Johtopäätökset	
Sanallisesti selitetty, että kangastus näkyy kulmassa josta valo viimeiseksi silmään saapuu (oikein)	**13**
Kerrottu kangastuksen olevan valekuva	**1**
Kerrottu alapuolisen kangastuksen olevan mahdollinen ainoastaan, kun maanpinnan tasolla ilma on lämpimämpää	**1**
Kerrottu alapuolisen kangastuksen olevan mahdollinen ainoastaan optisesti harvemman aineen rajapinnalla	**1**
Muita	
Sekoitettu refraktio ja heijastuminen termeinä	**1**
Kerrottu valon taittuvan poispäin maanpinnasta. (väärin)	**1**
Todettu sanallisesti kokonaisheijastumisen tapahtuvan, jos kokonaisheijastumisen rajakulma on alle 90 astetta. (väärin)	**1**
Kerrottu valon jäävän jumiin asvaltin läheisyyteen	**1**
Kerrottu kokonaisheijstaumisen tapahtuvan kun tulokulma on yli 90 astetta. (väärin)	**1**
Kerrottu asfaltin pinnalla olevan vettä, joka heijastaa valonsäteet. (väärin)	**1**
Kerrottu, että asfaltista lähtevät lämpöaallot taittavat valoa. (väärin)	**2**
Sanallisesti kerrottu, että valon tulokulman pienuus mahdollistaa kokonaisheijastumisen (väärin)	**1**
Sanallisesti todettu, että tien pinnan vesihöyry taittaa valoa (väärin)	**2**
Sekoitettu termit adsorptio ja absorptio	**1**
Oletettu, että alapuolista kangastusta ei voi nähdä missään muualla kuin tehtävässä esitetyssä paikassa (väärin)	**1**
Sanallisesti kerrottu, että valon aallonpituus on liian suuri läpäisemään kuuman ilman (väärin)	**1**
Kerrottu, että muodostunut kuva on lähempänä kuin alkuperäinen kappale (väärin)	**1**
Sekoitettu valon taipuminen ja taittuminen termeinä	**2**
Oletettu sanallisesti kokonaisheijastumisen olevan taittumista	**1**
Muistettu kokonaisheijastumiseen vaadittavat optiset tiheydet oikein, mutta silti todettu kokonaisheijastuvan tapahtuvan päinvastoin	**1**
8.2: Yläpuolinen kangastus	
Lähtökohta	
Kerrottu, että kylmä meri säteilee kylmää ilmaa (väärin)	**1**
Kerrottu, että kylmä ilma on optisesti tiheämpää kuin lämmin (oikein)	**4**
Kerrottu, että lämmin ilma on optisesti tiheämpää kuin kylmä (väärin)	**1**
Kerrottu sanallisesti, että meren pinnan lähellä ilma on viileämpää kuin ylempänä (oikein)	**21**
Taittumislaki esitetty	**1**
Kerrottu ilman olevan raskaampaa meren läheisyydessä	**1**
Kerrottu ilman olevan optisesti harvempaa meren pinnan lähellä kuin ylempänä (väärin)	**1**
Kerrottu ilman olevan optisesti tiheämpää meren pinnan lähellä kuin ylempänä (oikein)	**5**
Sanallisesti kerrottu, että meren pinnan läheisyydessä olevan ilman ja korkealla olevan ilman väliin jää optisesti harvin ilmakerros	**1**

Havainnekuva	
Piirretty valonsäteen kokonaisheijastuvan sen saapuessa ilmasta meren pintaan (väärin)	**11**
Piirretty vinoja valonsäteitä	**6**
Piirretty kangastus eri suuntaan, kuin suunta josta valo ihmisen silmään saapuu viimeiseksi (väärin)	**27**
Piirretty kangastuksen suunta ihmisen silmään saapuvan valonsäteen suuntaiseksi (oikein)	**22**
Piirretty valonsäteen kokonaisheijastuvan ilmakerrosten välisellä pinnalla valon tullessa ylöspäin. (väärin)	**16**
Piirretty valonsäteen taittuminen oikein ilmakerrosten optiseen tiheyteen nähden	**31**
Piirretty valonsäteen taittumisen suunta esineestä silmään oikein	**11**
Piirretty valonsäteen kokonaisheijastuvan useita kertoja yhdessä ilmakerroksessa ennen silmään saapumista (väärin)	**3**
Ei ole piirretty taittumista lainkaan ilmakerrosten rajapinnassa	**13**
Piirretty valon taittuvan muualla kuin ilmakerrosten rajapinnoissa (väärin)	**11**
Piirretty valon säteiden etenevän ihmisen silmästä kangastukseen.	**1**
Ei ole osoitettu viivalla kangastuksen suuntaa suhteessa viimeisen valonsäteen suuntaan	**8**
Esineen tietystä pisteestä lähtevä valonsäde vastaa kangastuksen eri pistettä. (väärin)	**1**
Piirretty valonsäteen saapuvan kangastuksesta ihmisen silmään	**1**
Perustelu	
Sanallisesti todettu valon kokonaisheijastuvan sen saapuessa ilmasta meren pintaan (väärin)	**6**
Kerrottu valon taittuvan kohti pinnan normaalia ilmakerrosten rajapinnoilla	**7**
Sanallisesti kerrottu, että ilma lämmintä korkealla ja meren pinnan lähellä -> keskelle jää kylmempi alue.	**1**
Sanallisesti kerrottu, että ilma on tiheintä keskimmäisessä ilmakerroksessa (väärin)	**2**
Kerrottu valon taittuvan kohti pinnan normaalia, kun valo etenee optisesti tiheämmästä harvempaan aineeseen (väärin)	**1**
Kerrottu valon taittuvan kohti pinnan normaalia kun valo etenee optisesti harvemmasta tiheämpään aineeseen (oikein)	**4**
Kerrottu kokonaisheijastumisen tapahtuvan kun valo etenee optisesti harvemmasta tiheämpään aineeseen.	**1**
Sanallisesti mainittu veden heijastavan kappaleen lähettämää valoa	**2**
Sanallisesti kerrottu, että kangastuksen syntymiseen vaaditaan tarpeeksi välimatkaa	**1**
Johtopäätökset	
Kerrottu sanallisesti, että kangastus syntyy yläpuolella, koska valonsäteet tulevat yläsuunnasta. (oikein)	**15**
Kerrottu kangastuksen olevan valekuva	**1**
Kerrottu, että muodostunut kuva on lähempänä kuin alkuperäinen kappale (väärin)	**1**
Muita	
Kerrottu meren absorboivan lämpöä, mikä johtaa ilman viilenemiseen (väärin)	**1**
Mainittu kangastuksen olevan hieman läpinäkyvä, koska osa heijastuvasta valosta siroaa tai absorboituu veteen. (väärin)	**1**
Oletettu katsojan olevan veden alla	**3**
Mainittu, että meren on oltava lämpimämpää kuin ilman	**1**
Oletettu kangastuksen johtuvan vesipisaroista heijastuneista valonsäteistä	**1**
Sanottu, että kohteen täytyy olla katsojaa korkeammalla, jotta kangastus voi syntyä (väärin)	**1**
Piirretty suorat viivat ihmisen silmään sekä objektista, että kangastuksesta	**1**
Oletettu veden haihtumisen vaikuttavan kangastuksen syntyyn (väärin)	**5**
Sanallisesti kerrottu, että vesihöyryn takia valo ensin etenee ylös ja sitten alas kohti katsojaa.	**1**
Sanallisesti kerrottu, että merestä haihtuva vesihöyry toimii valkokankaana kangastukselle	**1**