

Robert Länsivuori

# SEKOITUSSÄILIÖREAKTORIN SÄÄDÖN SUUNNITTELU

Kandidaatintyö  
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta  
Tarkastaja: Veli-Pekka Pyrhönen  
Marraskuu 2021

# TIIVISTELMÄ

Robert Länsivuori: Sekoitussäiliöreaktorin säädön suunnittelu  
Kandidaatintyö  
Tampereen yliopisto  
Teknisten tieteiden TkK-tutkinto-ohjelma, Automaatiotekniikka  
Marraskuu 2021

---

Jatkuvatoiminen sekoitussäiliöreaktori eli CSTR (engl. continuous stirred-tank reactor) on hyvin yleisesti teollisuuden prosesseissa käytetty reaktorityyppi. Reaktorin takaisinkytketty säätö on haastavaa, koska reaktorissa etenevä eksoterminen eli lämpöä vapauttava kemiallinen reaktio voi muuttua epästabiiliksi.

Tässä työssä suunnitellaan jatkuvatoimiselle sekoitussäiliöreaktorille kaksi erilaista säätörakennetta, joilla reaktori saadaan stabiloitua ja joilla reaktorin syöttönesteen lämpötilavaihtelua saadaan kompensoitua. Säätöratkaisuiksi valittiin PI-säätö ja estimaattoripohjainen tilasäätö. PI-säädin suunniteltiin Routhin testin sekä herkkyyksifunktion avulla. Routhin testillä etsittiin PI-säätimen proportionaalivahvistuksen ja integrointivahvistuksen arvoille ehdot, joilla reaktori saatiin stabiloitua. Stabiiloivien parametrien joukosta valittiin arvot, joilla takaisinkytketyn järjestelmän maksimiherkkyys saatiin riittävän pieneksi.

Estimaattoripohjainen tilasäädin suunniteltiin napojen asettelumenetelmällä. Sekä tilatakasinkytken että tilaestimaattorin tavoitenavoiksi valittiin stabiilit tuplanavat. Deterministisen separaatioteoreeman mukaan tilatakasinkytken ja tilaestimaattorin vahvistusmatriisit voitiin suunnitella erikseen. Molempien säätimien suunnittelussa hyödynnettiin reaktorin lineaarisesta malliapproksimaatiota.

Suunniteltujen säätimien suorituskykyä testattiin simulointiympäristössä ensin reaktorin lineaarisella malliapproksimaatiolla ja sen jälkeen epälineaarisella reaktorimallilla. Molemmat säätimet toteuttivat vaatimukset lineaarisella mallilla simuloitaessa. Valittu PI-säätimen viritys osoittautui heti toimivaksi myös epälineaarisella reaktorimallilla simuloitaessa. Estimaattorin kyky muodostaa laskennallisia konsentraation arvoja osoittautui valitulla virityksellä kuitenkin riittämättömäksi. Uusien simulointien avulla estimaattorille löydettiin lopulta viritys, jolla sen suorituskyky saatiin riittäväksi.

Estimaattorin uuden virituksen jälkeen tavoitteisiin päästiin myös estimaattoripohjaisella tilasäätimellä. Koska tämän työn säätimet suunniteltiin toimimaan tarkasteltavan tasapainopisteen läheisyydessä, ei voida taata, että säätimien suorituskyky olisi riittävä laajemmalla toiminta-alueella. Simulointitulosten perusteella voidaan kuitenkin todeta suunniteltujen säätimien olevan toimivia ratkaisuja reaktorin hallintaan kyseisessä toimintapisteessä.

Avainsanat: PI-säätö, tilasäätö, tilaestimaattori, sekoitussäiliöreaktori, CSTR

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck –ohjelmalla.

# SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO .....	1
2. REAKTORIN MATEMAATTINEN MALLI.....	3
2.1 Epälineaarinen malli.....	3
2.2 Tasapainopisteet.....	5
2.3 Lineaarinen tilamalli ja siirtofunktio.....	7
2.4 Stabiilius .....	9
3. SÄÄTÖMENETELMÄT .....	10
3.1 PID-säätö.....	10
3.2 Ohjattavuus ja havaittavuus .....	12
3.3 Estimaattoripohjainen tilasäätö .....	12
4. SÄÄTIMIEN VIRITYS.....	15
4.1 Säättötavoitteet.....	15
4.2 PI-säädin.....	16
4.3 Estimaattoripohjainen tilasäädin.....	21
5. SIMULOINTITULOKSET .....	25
5.1 Ilman säädintä.....	25
5.2 PI-säädin.....	27
5.3 Estimaattoripohjainen tilasäädin.....	30
6. YHTEENVETO.....	36
LÄHTEET .....	37

# 1. JOHDANTO

Erityyppiset kemialliset reaktorit ovat hyvin tärkeitä monissa kemiallisissa, biokemiallisissa sekä öljynjalostuksen prosesseissa. Reaktoreissa tapahtuvissa kemiallisissa reaktioissa reaktion lähtöaineista muodostuu monenlaisia hyödyllisiä tuotteita, kuten esimerkiksi ajoneuvojen polttoaineita, vaatteiden materiaaleja sekä lääkkeitä. [4, xiii]

Yksi teollisuudessa paljon käytetyistä reaktorityypeistä on jatkuvatoiminen sekoitussäiliöreaktori, josta käytetään kirjallisuudessa lyhennettä CSTR (engl. continuous stirred-tank reactor). CSTR on avoin järjestelmä, johon syötetään jatkuvasti reaktion lähtöaineita sisään samalla kun lopputuotetta poistetaan. Reaktorityyppiä käytetään yleisimmin nestemäisessä olomuodossa tapahtuvissa reaktioissa, jotka vaativat jatkuvaa sekoittamista. [6]

Reaktoreiden hallinnan näkökulmasta hyvin merkittävä tekijä on reaktorin lämpötila. Lämpötila on reaktioissa hallitseva muuttuja, koska lämpötila yleensä vaikuttaa reaktionopeuteen. Tällöin reaktorin lämpötilaa pitää säädellä huolellisesti, jotta esimerkiksi lopputuotteen koostumus on tavoitteen mukainen [4, xv]. Reaktoreiden suunnittelulla ja reaktioiden hallinnalla on yleisesti suuri merkitys myös turvallisuuden kannalta. Luyben [4, xv] tuo turvallisuusesimerkkinä esiin The US Chemical Safety Boardin julkaiseman raportin, johon on listattu 167 vakavaa tapausta hallitsemattomista kemiallisista reaktioista vuosina 1980–2001.

Reaktoreiden hallinta ei kuitenkaan ole helppoa. Albertosin ja Pérez-Polon [1] mukaan monet reaktoriprosessit ovat luonnostaan epästabiileja. Tyypillisesti epästabiiliutta syntyy sekoitussäiliöreaktorissa, jossa etenee eksotermisen eli lämpöä vapauttava reaktio. Eksotermisellä reaktiolla on taipumus aiheuttaa suurta lämpötilan kasvua ja lämpötilan kasvaessa samanaikaisesti myös reaktionopeus kasvaa, mikä jälleen voimistaa lämpötilan kasvua entisestään. [1] On siis selvää, että tarvitaan hyvin suunniteltu säädin reaktorin stabiilin ja turvallisen käytön mahdollistamiseksi.

Tässä työssä sekoitussäiliöreaktorissa etenee yksivaiheinen irreversiibeli eksotermisen kemiallinen reaktio, jossa yksittäisestä lähtöaineesta A muodostuu lopputuotetta B. Koska reaktio luonnostaan aiheuttaa suurta lämpötilan kasvua, reaktion vapauttamaa lämpöenergiaa hillitään lämmönvaihtimella. Normaalisti oletetaan, että reaktorisäiliön seos on täydellisesti sekoitettu, jolloin esimerkiksi reaktorin lämpötila tai konsentraatio

tietyllä ajan hetkellä on sama kaikkialla säiliön sisällä ja sen ulosvirtauksessa [3]. Myös tässä työssä oletetaan täydellinen sekoitus.

Tämän työn tavoitteena on suunnitella reaktorille kaksi erilaista säätörakennetta, joilla reaktorin lämpötilaa kyetään hallitsemaan tarkoituksenmukaisesti. Ensimmäisessä vaiheessa suunnitellaan teollisuudessa hyvin yleisesti käytetty PI-säädin. Säätimen ohjauksena on lämmönvaihtimen lämpötila ja säädössä hyödynnetään reaktorin lämpötilan mitausta.

Toisena suunniteltavana säätimenä tässä työssä on tilasäädin. Koska reaktorin konsentraatiota ei saada suoraan mitattua, ei täyden tilan tilatakaisinkytkentää voida suoraan hyödyntää. Tämän takia suunnitellaan estimaattori, jolla seoksen konsentraatio ja lämpötila saadaan laskennallisesti konstruoitua. Estimaattorin laskennallisia lämpötilan ja konsentraation arvoja käytetään tilasäättäjän sisäänmenoina. Säätimet suunnitellaan reaktorista muodostetulla lineaarisella malliapproksimaatiolla, mutta säätimien toimivuutta testataan lopuksi epälineaarilla mallilla.

Työ muodostuu kuudesta luvusta. Toisessa luvussa esitellään reaktorin matemaattinen malli. Malli on epälineaarinen, joten siitä muodostetaan lineaarinen approksimaatio tasapainopisteen läheisyyteen ja tutkitaan kyseisen mallin stabiiliutta. Kolmannessa luvussa esitellään tarkemmin reaktorin hallintaan valitut säätömenetelmät.

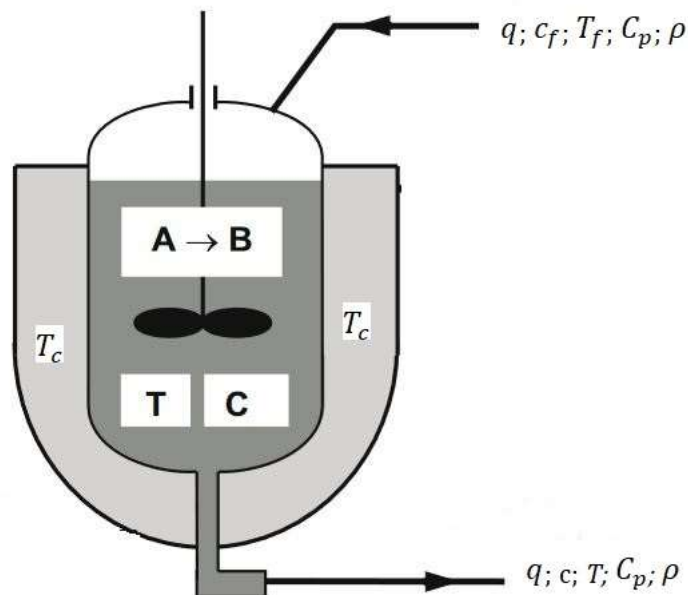
Neljännessä luvussa esitellään ensin tavoitteet, joihin takaisinkytketyllä säädöllä pyritään pääsemään. Sen jälkeen lineaarisen mallin perusteella suunnitellaan luvun 3 mukaiset säätörakenteet, joilla tavoitteisiin päästään. Lopulta luvussa 5 testataan suunniteltujen säätimien suorituskykyä reaktorin epälineaarilla mallilla simuloimalla. Säädön suunnittelu ja simuloinnit suoritetaan MATLABilla (versio 9.9) sekä MATLABin Simulink-ohjelmistolla (versio 10.2). Luvussa 6 on lyhyt yhteenveto työn sisällöstä ja sen tuloksista.

## 2. REAKTORIN MATEMAATTINEN MALLI

Tässä luvussa esitellään reaktorin dynamiikkaa kuvaava matemaattinen malli sekä esitellään reaktorin parametrien arvot. Reaktorin dynaaminen malli on epälineaarinen, joten säädön suunnittelua varten mallista muodostetaan lineaarinen approksimaatio tutkittavaan tasapainopisteeseen. Luvussa tutkitaan myös muodostetun lineaarisen mallin stabiiliutta.

### 2.1 Epälineaarinen malli

Sekoitussäiliöreaktorissa etenee siis yksivaiheinen reaktio, jossa lähtöaineesta A muodostuu lopputuotetta B. Reaktorin dynaaminen malli voidaan muodostaa hyödyntämällä tasapainoyhtälöitä, joita ovat kokonaismassan tasapainoyhtälö, komponentin A tasapainoyhtälö sekä reaktorin energian tasapainoyhtälö. [4, s. 108] Yhtälöt kuvaavat yleisiä massan ja energian säilymlakeja. Periaatekuva sekoitussäiliöreaktorista on esitetty kuvassa 1.



**Kuva 1.** Periaatekuva sekoitussäiliöreaktorista, jossa etenee yksivaiheinen reaktio  $A \rightarrow B$ . Kuvaa muokattu lähteestä [1, s. 5].

Kuvassa 1 merkintä  $q$  on syöttönesteen ja poistovirtauksen tilavuusvirta,  $c_f$  on syöttönesteen konsentraatio,  $T_f$  syöttönesteen lämpötila,  $C_p$  nesteen lämpökapasiteetti ja  $\rho$  nesteen tiheys.  $T$  kuvaa reaktorin lämpötilaa,  $c$  lähtöaineen A konsentraatiota reaktorin

sisällä sekä poistovirtauksessa ja  $T_c$  reaktorin lämmönvaihtimen lämpötilaa. Merkinnät esiintyvät seuraavaksi muodostettavissa differentiaaliyhtälöissä.

Kun tiheydet ja lämpökapasiteettien arvot oletetaan vakioiksi sekä reaktoriseoksen tilavuuden oletetaan pysyvän vakiona, saadaan komponentin A tasapainoyhtälöstä komponentin A konsentraatiota kuvaava differentiaaliyhtälö

$$\frac{d}{dt}c(t) = \frac{q}{V} \cdot (c_f(t) - c(t)) - k(T(t)) \cdot c(t), \quad (1)$$

jossa  $c(t)$  on lähtöaineen A konsentraatio reaktorissa ja sen poistovirtauksessa,  $c_f(t)$  lähtöaineen A konsentraatio syöttönesteessä,  $q$  syöttönesteen tilavuusvirtaus,  $V$  seoksen tilavuus ja  $k(T(t))$  on reaktion nopeusvakio. Nopeusvakio saadaan laskettua Arrheniuksen laista

$$k(T(t)) = k_0 \cdot e^{\frac{-E}{R \cdot T(t)}}, \quad (2)$$

jossa  $k_0$  on nopeuskerroin,  $E$  reaktion aktivoitumisenergia,  $R$  yleinen kaasuvakio ja  $T(t)$  reaktorin lämpötila. Kaavan (1) oikealla puolella esiintyvä termi  $k(T(t)) \cdot c(t)$  on reaktiionopeus, joka kuvaa lähtöaineen A kulumista reaktiossa. Ensimmäinen termi taas kuvaa konsentraation muutosta, joka aiheutuu syöttönesteen konsentraatiosta  $c_f(t)$ .

Reaktorin lämpötilan  $T(t)$  muutoksen kaava saadaan reaktorin energian tasapainoyhtälöä muokkaamalla muotoon

$$\frac{d}{dt}T(t) = \frac{q}{V} \cdot (T_f(t) - T(t)) + k(T(t)) \cdot \frac{-\Delta H}{\rho C_p} \cdot c(t) + \frac{UA}{\rho V C_p} \cdot (T_c(t) - T(t)), \quad (3)$$

jossa  $T_f(t)$  on syöttönesteen lämpötila,  $\Delta H$  on reaktion entalpia,  $\rho$  on tiheys,  $C_p$  on lämpökapasiteetti,  $U$  on kokonaislämmönsiirtokerroin,  $A$  on lämmönvaihtimen lämmönsiirtopinta-ala ja  $T_c(t)$  on lämmönvaihtimen lämpötila. Kaavat (1)–(3) pohjautuvat kirjallisuuslähteeseen [4, s. 107–109].

Yhtälön (3) oikean puolen ensimmäinen termi kuvaa reaktorin lämpötilan muutosta, joka aiheutuu syöttönesteen lämpötilasta  $T_f(t)$ . Toisen termin aikaansaama lämpötilan muutos johtuu reaktorissa tapahtuvasta kemiallisesta reaktiosta. Kolmas termi kuvaa lämpötilan muutosta, joka johtuu lämmönvaihtimen lämpötilasta  $T_c(t)$ , jonka avulla pyritään hillitsemään reaktiossa muodostuvaa lämpöä.

Kaavoissa (1)–(3) esiintyvien parametrien lukuarvot on esitelty taulukossa 1.

**Taulukko 1.** Sekoitussäiliöreaktorin parametrien arvot

Parametri	Kuvaus + yksikkö	Arvo
$q$	Syöttönesteen ja poistuvan nesteen tilavuusvirtaus ( $\frac{m^3}{s}$ )	0,002
$V$	Reaktorissa olevan nesteen tilavuus ( $m^3$ )	0,1
$\Delta H$	Reaktion entalpia ( $\frac{kJ}{kmol}$ )	$-5 \cdot 10^5$
$C_p$	Lämpökapasiteetti ( $\frac{kJ}{kg K}$ )	4
$T_f$	Syöttönesteen lämpötila ( $K$ )	300
$c_f$	Lähtöaineen A konsentraatio syöttönesteessä ( $\frac{kmol}{m^3}$ )	2
$\rho$	Tiheys ( $\frac{kg}{m^3}$ )	1000
$k_0$	Frekvenssitekijä ( $\frac{1}{s}$ )	$3 \cdot 10^8$
$E/R$	Aktivointienergia jaettuna kaasuvakiolla ( $K$ )	8750
$UA$	Kokonaislämmönsiirtokerroin kertaa lämmönsiirtopinta-ala ( $\frac{kW}{K}$ )	5

Samantyyppisten reaktoreiden dynamiikka määräytyy kaavojen (1)–(3) differentiaaliyhtälöiden mukaan mutta parametrien arvot ovat yksilöllisiä, koska reaktoreita on erikokoisia ja eri reaktoreissa voi edetä hyvinkin erilaisia kemiallisia reaktioita.

## 2.2 Tasapainopisteet

Alaluvussa 2.1 esitellyt epälineaariset differentiaaliyhtälöt kuvaavat reaktorin dynamiikkaa. Jos ollaan kiinnostuneita järjestelmän käyttäytymisestä tietyn tasapainopisteen läheisyydessä, on usein riittävää muodostaa järjestelmästä paikallinen linearisaatio kyseiseen tasapainopisteeseen. [9, s.132]

Tasapainotilassa kaavojen (1) ja (3) differentiaaliyhtälöt saavat arvon nolla, eli muutosta reaktorin lämpötilassa tai konsentraatiossa ei tapahdu. Tasapainotilan konsentraation arvo  $\bar{c}$  saadaan kaavalla

$$\bar{c} = \frac{1}{1 + V \cdot \frac{k(\bar{T})}{q}} \cdot \bar{c}_f, \quad (4)$$



jossa muuttujan yläpuolelle merkitty viiva tarkoittaa tasapainoarvoa, joka on siis arvotaan vakio. Kaava (4) saadaan asettamalla kaavan (1) vasen puoli arvoon nolla ja asettamalla muuttujien paikalle tasapainoarvot ja ratkaisemalla sitten tasapainokonsentraatio  $\bar{c}$ .

Tasapainotilojen lämpötilojen tarkastelua varten voidaan yhtälöiden (1), (2) ja (3) avulla muodostaa funktiot reaktorin tuottamalle lämpöteholle tilavuusyksikköä kohti sekä lämmönvaihtimen jäähdytysteholle tilavuusyksikköä kohti. Sijoittamalla konsentraation tasapainoarvo kaavasta (4) kaavaan (3) ja sijoittamalla muuttujien paikalle tasapainoarvot, muodostuu energian tasapainon lauseke kahdesta termistä, jotka ovat reaktorin tuottama lämpöteho tilavuusyksikköä kohti sekä jäähdytysteho tilavuusyksikköä kohti.

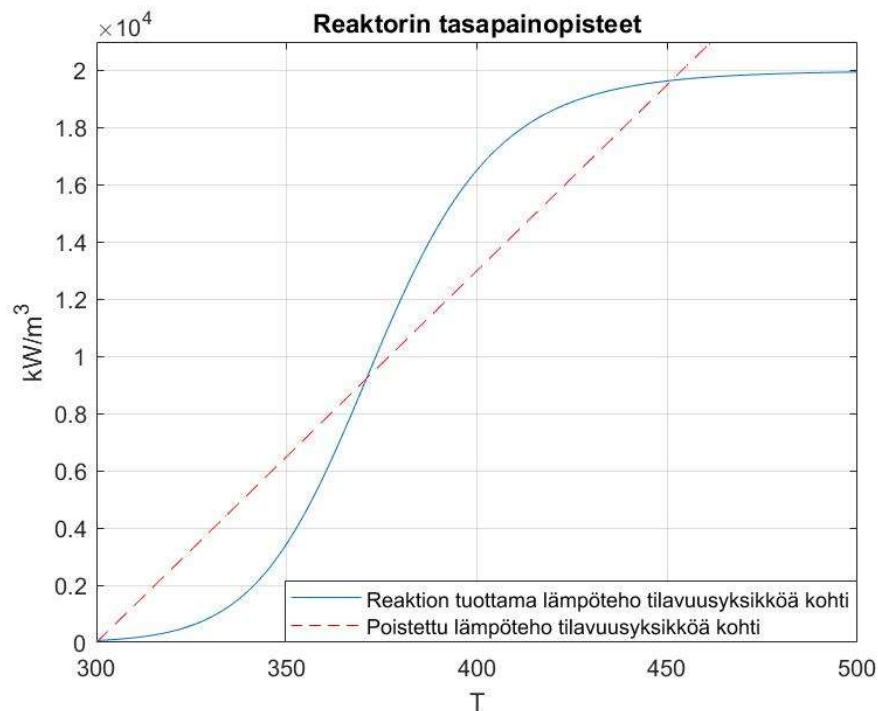
Tasapainotilassa reaktorin tuottama lämpöteho tilavuusyksikköä kohti saadaan siten kaavalla

$$P_g(\bar{T}) = \frac{1}{1 + V \cdot \frac{k(\bar{T})}{q}} \cdot (-\Delta H) \cdot \bar{c}_f \quad (5)$$

Toinen termi eli jäähdytysteho tilavuusyksikköä kohti saadaan kaavalla

$$P_r(\bar{T}) = -\frac{q \cdot \rho \cdot c_p \cdot (T_f - \bar{T})}{V} - \frac{UA}{V} (\bar{T}_c - \bar{T}). \quad (6)$$

Kuvassa 2 on esitetty funktiot (5) ja (6). Tarkastelussa on käytetty lämmönvaihtimen lämpötilan  $T_c$  arvoa 300 Kelviniä, joka on täten myös eri tasapainotilojen arvo.



**Kuva 2.** Reaktorin tasapainopisteet

Reaktorin tasapainolämpötilat löytyvät kuvan 2 käyrien leikkauspisteistä, joissa reaktorin tuottama lämpöteho tilavuusyksikköä kohti ja poistettu lämpöteho tilavuusyksikköä kohti ovat samat. Tässä työssä tarkasteltavana pisteenä on keskimäinen tasapainopiste, jossa lämpötila on kuvan perusteella noin 370 kelviniä.

Asettamalla funktiot (5) ja (6) yhtä suuriksi ja sijoittamalla yhtälöön parametrien arvot taulukosta 1 sekä lämmönvaihtimen lämpötilan tasapainoarvo  $\bar{T}_c = 300 \text{ K}$  saadaan ratkaistua tarkat arvot tasapainotilojen lämpötiloille. Kuvan 1 leikkauspisteiden lämpötiloiksi saadaan ratkaistua  $300.521 \text{ K}$ ,  $370.98 \text{ K}$  sekä  $451.18 \text{ K}$ . Sijoittamalla keskimäisen tasapainopisteen lämpötilan arvo  $370.98 \text{ K}$  kaavaan (4) saadaan konsentraation tasapainoarvoksi ratkaistua  $\bar{c} = 1.07726 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$ .

## 2.3 Lineaarinen tilamalli ja siirtofunktio

Järjestelmän lineaarinen tilamalli voidaan esittää muodossa

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}, \quad (7)$$

jossa  $A_{n \times n}$ ,  $B_{n \times p}$ ,  $C_{q \times n}$  ja  $D_{q \times p}$  ovat vakiomatriiseja [9, s. 34]. Dimensioissa  $p$  on inputien lukumäärä,  $q$  outputien lukumäärä ja  $n$  tilamuuttujien lukumäärä. Kaavassa  $\mathbf{x}_{n \times 1}$  on tilamuuttujista muodostuva tilavektori,  $\mathbf{y}_{q \times 1}$  ulostulomuuttujista koostuva vektori ja  $\mathbf{u}_{p \times 1}$  ohjausmuuttujista koostuva vektori. Fyysisen järjestelmän tilamuuttujat ovat muuttujia, joiden avulla voidaan kuvata massan, liikemäärän tai energian varastoitumista [9, s. 34].

Lineaarisen tilamallin muodostamista varten valitaan tilamuuttujiksi reaktorin lämpötila  $T(t)$  ja lähtöaineen A konsentraatio  $c(t)$  reaktoriseoksessa. Ohjausmuuttujana toimii lämmönvaihtimen lämpötila  $T_c(t)$  eli  $u(t) = T_c(t)$ . Tilavektoriksi saadaan täten  $\mathbf{x} = [x_1(t), x_2(t)]^T = [c(t), T(t)]^T$ . Aikamuuttuja  $t$  jätetään jatkossa pois merkintöjen lyhentämiseksi.

Kirjoitetaan reaktorin dynamiikkaa kuvaavat yhtälöt kaavoista (1) ja (3) tilamuuttujien ja ohjausmuuttujan avulla. Yhtälöt on esitetty alla olevissa kaavoissa (8) ja (9).

$$f_1(x_1, x_2, u) = \frac{d}{dt}x_1 = \frac{q}{V} \cdot (c_f - x_1) - k(x_2) \cdot x_1 \quad (8)$$

$$f_2(x_1, x_2, u) = \frac{d}{dt}x_2 = \frac{q}{V} \cdot (T_f - x_2) + k(x_2) \cdot \frac{-\Delta H}{\rho C_p} \cdot x_1 + \frac{UA}{\rho V C_p} \cdot (u - x_2). \quad (9)$$

Koska linearisaatio kuvaa järjestelmän käyttäytymistä tasapainopisteen läheisyydessä, otetaan käyttöön poikkeamamuuttujat  $\Delta x_1 = x_1 - \bar{x}_1$ ,  $\Delta x_2 = x_2 - \bar{x}_2$  ja  $\Delta u = u - \bar{u}$ , jotka

kuvaavat nimensä mukaisesti poikkeamaa tasapainotilan arvosta. Tasapainotilan arvoa on merkitty jälleen symbolin yläpuolisella viivalla.

Reaktorin dynamiikkaa kuvaavista epälineaarista tilayhtälöistä (8) ja (9) voidaan muodostaa lineaarinen tilamalli käyttäen poikkeamamuuttujia. Mukailien kirjallisuuslähdettä [9, s. 159–160] saadaan reaktorille Jacobin matriisin avulla lineaarinen tilamalli, joka on muotoa

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta x_1}{dt} \\ \frac{d\Delta x_2}{dt} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} + B\Delta u, \quad \Delta y = \Delta T = C \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} + D\Delta u, \quad (10)$$

jossa  $A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{u}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{u}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{u}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{u}) \end{bmatrix}$  ja  $B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{u}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial u}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{u}) \end{bmatrix}$ . Koska tilamuuttuja  $x_2$

edustaa lämpötilaa ja mitattavana suureena on juuri lämpötila, on matriisi  $C = [0, 1]$  ja  $D = 0$ .

Sijoittamalla parametrien lukuarvot sekä tasapainopisteen  $[\bar{T}, \bar{c}, \bar{T}_c] = [370.98, 1.07726, 300]$  arvot paikoilleen saadaan reaktorin lineaariseksi tilamalliksi tasapainopisteen läheisyyteen

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta x_1}{dt} \\ \frac{d\Delta x_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0371 & -0.0012 \\ 2.1413 & 0.1142 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0125 \end{bmatrix} \Delta u, \quad \Delta y = [0, 1] \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Joskus säädön suunnittelussa ja systeemien analyysissä on mielekkäämpää käyttää järjestelmän siirtofunktioesitystä. Tilamalli voidaan muuttaa siirtofunktioksi sen matriiseista  $A, B, C, D$  kaavalla [11]

$$G(s) = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D, \quad (12)$$

jossa  $s$  on Laplace-muuttuja. Kaavaan (12) sijoittamalla tilaesityksen (11) matriisit saadaan reaktorin siirtofunktioksi

$$G(s) = \frac{0.0125s + 0.0004641}{s^2 - 0.07703s - 0.001726}, \quad (13)$$

joka tulomuodossa ilmaistuna on

$$G(s) = \frac{0.0125(s + 0.03713)}{(s - 0.9517)(s + 0.01814)}. \quad (14)$$

Tuloksena saatiin siis toisen kertaluokan, yhden nollan sisältävä siirtofunktio.

## 2.4 Stabiilius

Takaisinkytketyn järjestelmän stabiilius on säätöjärjestelmien suunnittelun tärkeimpiä vaatimuksia. Dynaaminen järjestelmä on stabiili, jos rajoitettu input saa aikaan rajoitetun vasteen [2, s. 367]. Järjestelmän stabiilius voidaan määrittää sekä tilaesityksestä että siirtofunktioesityksestä. Järjestelmä on stabiili, jos kaikki siirtofunktion navat ovat kompleksitasossa imaginaariakselin vasemmalla puolella, tai tilaesityksen matriisin  $A$  kaikki ominaisarvot ovat imaginaariakselin vasemmalla puolella [2, s. 367].

Edellisessä luvussa saatiin muodostettua reaktorin lineaarinen tilamalli tasapainopisteen läheisyyteen. Tilaesityksen tilamatriisiksi saatiin  $A = \begin{bmatrix} -0.0371 & -0.0012 \\ 2.1413 & 0.1142 \end{bmatrix}$ . Reaktorin stabiiliuden tutkimiseksi ratkaistaan matriisin  $A$  ominaisarvot. Ominaisarvot saadaan selville ratkaisemalla yhtälöstä

$$\det(\lambda I - A) = 0 \quad (15)$$

vektori  $\lambda$ , joka vastaa ominaisarvoja. Kaavassa  $\det$  tarkoittaa matriisin determinanttia ja  $I$  on identiteettimatriisi, jonka dimensiot ovat samat kuin matriisilla  $A$ . Kaavalla (15) saadaan matriisin ominaisarvoiksi ratkaistua  $\lambda_1 = -0.0181$  ja  $\lambda_2 = 0.0952$ . Toinen ominaisarvoista on reaaliosaltaan positiivinen, eli reaktori on epästabiili. Epästabiilius paljastuu myös suoraan siirtofunktion (14) nimittäjäpolynomin juurista, jotka ovat suoraan nähtävillä kyseissä esitysmuodossa. Jotta reaktoria voidaan käyttää kyseisen tasapainopisteen läheisyydessä, täytyy reaktorille suunnitella stabiloiva säädin.

### 3. SÄÄTÖMENETELMÄT

Tässä luvussa käydään läpi säätömenetelmät, joiden avulla reaktorin lämpötilaa pyritään hallitsemaan. Hyvin suunniteltujen säätimien avulla pyritään täyttämään säätöpiirin tyyppisiä perusvaatimuksia. Tällaisia vaatimuksia ovat hyvä vaste asetusarvomutoksiin, hyvä kuormitushäiriöiden ja mittauskohinan vaimennus sekä epäherkkyys parametrimuutoksille [8, s. 87]. Tämän työn säätömenetelmiksi on valittu PI-säätö sekä estimaattoripohjainen tilatakaisinkytkentä. Tässä luvussa käsitellään myös järjestelmän ohjattavuutta ja havaittavuutta, jotka ovat ehtoja estimaattoripohjaisen tilatakaisinkytkennän hyödyntämiselle.

#### 3.1 PID-säätö

Vaikka uusia ja tehokkaita säätömenetelmiä jatkuvasti kehitetään, PID-tyyppiset säätimet ovat yhä kaikkein laajimmin käytettyjä säätimiä teollisuudessa. Vaikka PID-tyyppiset säätimet ovat melko helppoja käyttää, niiden avulla voidaan saada aikaan riittävä suorituskyky monissa prosessien säätötehtävissä. [5, xi] Ne ovat todella yleisiä, sillä Åströmin ja Hägglundin [8, s. 1] mukaan prosessien säädössä jopa yli 95 % säätimistä ovat PID-tyyppisiä säätimiä.

Ideaalisen PID-säätimen ohjaussignaali  $u(t)$  muodostuu algoritmin

$$u(t) = K \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (16)$$

mukaan, jossa  $K$  on proportionaalivahvistus,  $T_i$  on integrointiaika,  $T_d$  on derivointiaika ja  $e(t)$  on erosuure, joka on asetusarvon ja mittauksen erotus [8, s. 64–65]. PID-säätimen ohjaussignaali muodostuu siis P-osan, I-osan ja D-osan ohjausten summasta. Kaikki PID-säätimen osat eivät välttämättä ole aina käytössä vaan käytetään jotain algoritmin variaatiota kuten P-, PI- tai PD-säätöä.

Pelkkää P-säätöä käytettäessä järjestelmään jää kuitenkin usein säätövirhe, eli säädettävä suure ei saavuta haluttua asetusarvoa. Säätövirheen poistamiseen tarvitaan I-osan ohjausta. I-osan eli integrointitoiminnon sisältävän säätimen ohjauksella tasapainotilan säätövirhe saadaan aina poistettua. [10, s. 67]

D-osan eli derivointitoiminnon tehtävänä on pyrkiä parantamaan suljetun säätöpiirin stabiiliutta. Sen avulla pyritään ennustamaan erosuuretta derivointiajan  $T_d$  päähän ja täten

saada nopeammin aikaan tarvittava ohjaussignaali, jolla säädettävä suure saadaan suppenemaan haluttuun arvoon. [10, s. 69]

Laplace-muuntamalla kaavan (16) mukainen ideaalinen PID-algoritmi voidaan PID-säätimen esittää siirtofunktiolla

$$C(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right). \quad (17)$$

Tämä muoto on niin kutsuttu PID-säätimen sarjaankytkentämuoto. Toinen esitystapa PID-algoritmile saadaan siirtofunktiolla

$$C''(s) = k + \frac{k_i}{s} + sk_d, \quad (18)$$

jossa  $k = K$ ,  $k_i = \frac{K}{T_i}$  ja  $k_d = KT_d$ . [8, s. 70–72] Tämä esitystapa on taas niin kutsuttu rinnankytkentämuoto. Molemmat siirtofunktioesitykset kuvaavat kaavan (16) mukaista algoritmia, mutta esityksissä parametrien arvot ovat erilaisia.

Ideaalisen kaavan (16) mukainen PID-algoritmi ei kuitenkaan ole realisoitavissa, koska millään fyysisellä laitteella ei pystytä toteuttamaan täydellistä derivointitoimintoa [11]. Vaikka ideaalinen derivointitoiminto olisikin realisoitavissa, ei sen käyttö olisi järkevää, sillä derivointitoiminto vahvistaa korkeataajuisia signaaleita. Tämän takia esimerkiksi korkeataajuinen mittauskohina aiheuttaisi suurta vaihtelua ohjaussignaaliin, mikä saattaisi pilata koko ohjauksen sekä rikkoa toimilaitteita.

Derivointitoiminto voidaan toteuttaa derivointihaaran suotimen avulla, jolloin PID-säätimen siirtofunktio saa muodon

$$C(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + \frac{sT_d}{N}} \right), \quad (19)$$

joka voidaan tulkita siten, että ideaalista derivointia suodatetaan ensimmäisen kertaluokan suotimella, jonka aikavakio on  $T_d/N$ . Tyypillisesti parametrille  $N$  valitaan arvo väliltä 2–20. [8, s.73]

Pelkästään derivointihaaraan suotimen sijaan voidaan myös koko mittaussignaalia suodattaa ja syöttää suodatettu signaali ideaaliselle PID-säätimelle. Käyttämällä toisen kertaluokan alipäästösuodinta mittaussignaalin suodatukseen saadaan säätimen siirtofunktioksi

$$C(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \frac{1}{1 + sT_f + (sT_f)^2/2}. \quad (20)$$

Suotimen aikavakio  $T_f$  valitaan tyypillisesti arvoon  $T_i/N$  kun käytössä on PI-säätö ja arvoon  $T_d/N$  kun käytössä on PID-säätö. [8, s.73] PID-säädön esittelystä huolimatta tässä työssä reaktorille suunnitellaan siis PI-säädin eli derivointiosa ei ole käytössä.

### 3.2 Ohjattavuus ja havaittavuus

Tilatakaisinkytkennän ja tilaestimaattorin hyödyntämistä varten on syytä tutkia, onko järjestelmä ohjattava sekä havaittava. Järjestelmä on ohjattava, jos ja vain jos ohjattavuusmatriisin  $P_c = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$  aste on  $n$  [2, s. 786]. Tämä tarkoittaa, että ohjattavuusmatriisilla  $P_c$  tulee olla  $n$  kappaletta lineaarisesti riippumattomia rivejä tai sarakkeita. Jos ohjattavuusmatriisi on neliömatriisi, voidaan ohjattavuus tarkastaa determinantin avulla. Jos determinantti on nolasta poikkeava, on järjestelmä ohjattava [2, s. 786]. Matriisit  $A$  ja  $B$  ovat kaavan (7) mukaisen tilamallin matriiseja.

Järjestelmän ohjattavuus on välttämätön ja riittävä ehto sille, että tilatakaisinkytkentää hyödyntämällä saadaan suljetun järjestelmän ominaisarvot aseteltua mielivaltaisesti [7, s. 234]. Ominaisarvojen paikka määrää järjestelmän dynamiikan, joten tilatakaisinkytkennän avulla pyritään sijoittamaan järjestelmän ominaisarvot siten, että haluttu dynamiikka saadaan aikaan.

Havaittavuus liittyy tilaestimaattorin hyödyntämiseen. Tilaestimaattorin avulla kyetään laskennallisesti konstruoimaan järjestelmän tilat, joita ei suoraan kyetä mittaamaan. Jos järjestelmä on havaittava, on mahdollista laskennallisesti konstruoida järjestelmän tilojen arvot järjestelmän inputien ja outputien mittauksia hyödyntämällä [9, s. 201]. Järjestelmä on havaittava, jos ja vain jos havaittavuusmatriisilla  $P_o = [C \ CA \ CA^2 \ \dots \ CA^{n-1}]^T$  on tilojen lukumäärän  $n$  verran lineaarisesti riippumattomia rivejä tai sarakkeita [9, s. 203]. Jälleen neliömatriisin tapauksessa saadaan havaittavuus tarkastettua determinanttia tutkimalla. Matriisit  $A$  ja  $C$  ovat kaavan (7) mukaisen tilamallin matriiseja.

### 3.3 Estimaattoripohjainen tilasäätö

Kun järjestelmän ohjattavuus ja havaittavuus on varmistettu alaluvun 3.2 mukaisesti, on mahdollista hyödyntää järjestelmän ohjauksessa tilatakaisinkytkentää. Jos aluksi oletetaan, että kaavan (7) mukaisen järjestelmän tilavektorin  $x$  kaikki tilat voidaan sensorien avulla mitata, voidaan ohjauksessa suoraan hyödyntää tilatakaisinkytkentää. Tilatakaisinkytkentä perustuu säätölakiin

$$u = -Kx + Nr, \quad (21)$$

jossa  $K_{p \times n}$  on tilatakaisinkytkennän vahvistusmatriisi ja  $r$  asetusarvosignaali [2, s. 792]. Asetusarvon kerroin  $N$  on skalaarivahvistus, jolla varmistetaan, että säädettävä ulostulo suppenee haluttuun vakioasetusarvoon. Tilatakaisinkytkennän suunnittelun tavoitteena on valita vahvistusmatriisi  $K$  siten, että suljetulle järjestelmälle saadaan halutut ominaisarvot ja täten haluttu dynamiikka.

Kun hyödynnetään takaisinkytkennässä säätölakia (21) kaavan (7) mukaiselle järjestelmälle saadaan suljetun järjestelmän tilayhtälö

$$\frac{dx}{dt} = (A - BK)x + BNr. \quad (22)$$

Takaisinkytketyn järjestelmän dynamiikka määräytyy nyt tilamatriisin  $A - BK$  ominaisarvojen mukaan. Ominaisarvot saadaan laskettua karakteristisesta yhtälöstä

$$\det(\lambda I - A + BK) = 0, \quad (23)$$

jossa  $\lambda$  on takaisinkytketyn järjestelmän ominaisarvojen symboli ja  $I$  on identiteettimatriisi. Jos järjestelmä on ohjattava, voidaan kaikki takaisinkytketyn järjestelmän ominaisarvot asetella haluttuun paikkaan valitsemalla  $K$  sopivasti.

Säätölaissa (21) oletettiin, että kaikki tilat ovat mitattavissa sensoreilla kaikilla ajanhetkillä. Monissa tilanteissa on kuitenkin epärealistista, että näin on. Lisäksi säätöjärjestelmän hinta ja monimutkaisuus kasvaa, kun sensoreiden lukumäärä kasvaa, joten vaikka sensorit kaikkien tilojen mittaamiseen olisivat saatavilla, ei aina ole kustannustehokasta hyödyntää niitä [2, s. 797]. Tällaisissa tilanteissa voi olla järkevää hyödyntää tilaestimaattoria.

Kaavan (7) mukaiselle havaittavalle järjestelmälle voidaan suunnitella tilaestimaattori, jota kuvaa tilayhtälö

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}), \quad (24)$$

jossa  $\hat{x}$  kuvaa tilan  $x$  estimaattia [2, s. 797]. Yhtälössä  $y$  on mitattavissa oleva output ja  $L_{n \times q}$  on estimaattorin vahvistusmatriisi. Estimaattorin suunnittelussa on tavoitteena suunnitella  $L$  siten, että ensinnäkin estimaattori on stabiili ja että sen tuottama estimaatti  $\hat{x}$  suppenee riittävän nopeasti ja tarkasti todelliseen tilaan  $x$ . Säädön onnistumisen kannalta on tärkeää, että estimaattorilta saatava tilatieto on riittävän hyvä.

Määritellään lisäksi estimointivirhe

$$e = x - \hat{x}, \quad (25)$$



jossa  $e$  on estimointivirhe eli se kuvaa todellisen tilan ja estimaatin välistä erotusta. Ottamalla estimointivirheen kaavasta (25) derivaatat molemmin puolin saadaan kaava

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}}. \quad (26)$$

Sijoittamalla tilan derivaatan  $\dot{x}$  ja estimoidun tilan derivaatan  $\dot{\hat{x}}$  lausekkeet kaavoista (7) ja (24) kaavaan (26) saadaan estimointivirheen derivaatalle lauseke

$$\dot{e} = Ax + Bu - A\hat{x} - Bu - L(y - C\hat{x}). \quad (27)$$

Tiedetään, että alkuperäiselle järjestelmälle pätee yhtälö  $y = Cx$ . Sijoittamalla se kaavaan (27) ja sieventämällä saadaan lopulta yhtälö muotoon

$$\dot{e} = (A - LC)e. \quad (28)$$

Tavoitteena on siis saada estimaatti suppenemaan todellisen tilan arvoon, mikä tarkoittaa, että estimointivirheen tulee supeta nollaan. Estimointivirhe suppenee nollaan, jos yhtälön (28) tilamatriisin  $A - LC$  ominaisarvot ovat kompleksitasossa imaginaariakselin vasemmalla puolella [2, s. 798].

Varsinainen estimaattoripohjainen tilasäädin muodostuu, kun estimaattori kytketään tilasäätäjään eli matemaattisesti kaavan (21) säätölaissa tilavektori  $x$  korvataan estimaattorilta saatavalla tilaestimaatilla  $\hat{x}$ . Tällöin säätölaki saa muodon

$$u = -K\hat{x} + Nr. \quad (29)$$

Jos karakteristisen yhtälön (23) juuret ovat imaginaariakselin vasemmalla puolen ja jos estimaattorin karakteristisen yhtälön juuret, eli matriisin  $A - LC$  ominaisarvot, ovat myös vasemmalla puolella, koko takaisinkytketty järjestelmä on stabiili. Deterministisen separaatioteoreeman mukaan voidaan tilatakaisinkytkennän vahvistus  $K$  ja estimaattorin vahvistus  $L$  suunnitella erikseen. [2, s. 802] Tämä tarkoittaa sitä, että  $K$  voidaan ensin suunnitella ikään kuin kaikki tilat olisivat mitattavissa. Kun  $K$  on valittu, suunnitellaan erikseen tilaestimaattorin vahvistus  $L$  siten, että estimaattorin dynamiikka on haluttu. Tämän jälkeen estimaattori kytketään tilasäätäjään, jolloin säätimen ohjaus muodostuu kaavan (29) säätölain mukaisesti.

## 4. SÄÄTIMIEN VIRITYS

Tässä luvussa esitellään tavoitteet reaktorin säädölle, jonka jälkeen suunnitellaan edellisessä luvussa esitellyt säätimet. PI-säädin suunnitellaan Routhin testin ja herkkyysfunktion avulla, kun taas estimaattoripohjainen tilasäädin suunnitellaan napojen asettelumenetelmällä. Luvussa visualisoidaan aika- ja taajuustason kuvaajien avulla säätimien kykyä päästä asetettuihin tavoitteisiin. Tässä luvussa suunnittelussa käytetään perustana ainoastaan reaktorin lineaarista mallia, joten vastekuvaajien arvot ovat poikkeamia tasapainoarvosta. Vasta seuraavassa luvussa tutkitaan suunniteltujen säätimien toimivuutta epälineaarilla reaktorilla.

### 4.1 Sääötavoitteet

Kuten luvussa 2 todettiin, on reaktori tarkasteltavassa tasapainopisteessä epästabiili, joten ensisijaisena tavoitteena on suunnitella nimenomaan stabiloiva säädin. Ilman stabiloivaa säädintä ei reaktorin käyttö tasapainopisteen läheisyydessä ole mahdollista.

Luvussa 2 todettiin reaktorin matemaattisen mallin olevan epälineaarinen, ja siksi säädön suunnittelussa hyödynnetään luvussa 2 muodostettua lineaarista approksimaatiota. Matemaattisella mallilla ei koskaan täysin tarkkaan voida kuvata todellisen järjestelmän dynamiikkaa vaan mallintamisessa on aina epävarmuutta. Epätarkkuus mallin ja todellisen fyysisen järjestelmän välillä johtuu esimerkiksi parametrimuutoksista, mallintamattomasta dynamiikasta, mallintamattomasta viiveestä tai mittauskohinasta [2, s. 855].

Epätarkkuus todellisen reaktorin ja matemaattisen mallin välillä heikentää säädön toimivuutta ja aiheuttaa pahimmillaan jopa epästabiiliutta. Siksi on erittäin tärkeää suunnitella reaktorille robusti säädin, jolla epävarmuuksista huolimatta kyetään hallitsemaan todellista reaktoria ilman stabiiliuden menettämisen vaaraa. Robustiuden mittarina voidaan pitää esimerkiksi vaihe- ja vahvistusvaraa sekä maksimiherkkyttä [12].

Sekoitusäiliöreaktorin säädön suunnittelussa on useimmiten kyse niin sanotusta regulointitehtävästä, eli reaktorin lämpötilan ja konsentraation halutaan häiriöistä huolimatta pysyvän halutuissa arvoissa [4, xiv]. Huomio säädön suunnittelussa kiinnitetään siis vahvemmin häiriöiden kompensointiin, eikä ensisijaisena tavoitteena ole saada aikaan nopeaa asetusravastetta. Pää tavoitteina tässä työssä on siis suunnitella stabiloiva säädin, jolla kyetään kompensoimaan reaktorin syöttövirtauksessa ilmaantuvien häiriöiden vaikutusta reaktorin lämpötilaan.

PI-säätimen tapauksessa robustiuden tutkimiseen käytetään herkkyyssfunktiota ja sen avulla laskettavaa maksimiherkkyttä. Maksimiherkkyys  $M_s$  saadaan määritettyä kaavalla [10, s 125]

$$M_s = \max_{0 \leq \omega \leq \infty} \left| \frac{1}{1 + P(i\omega) \cdot C(i\omega)} \right|, \quad (30)$$

jossa  $P(i\omega)$  on prosessin taajuusvaste ja  $C(i\omega)$  on säätimen taajuusvaste. Itseisarvojen sisällä oleva lauseke on edellä mainittu herkkyyssfunctio. Åströmin ja Hägglundin [10, s. 126] mukaan tyypillinen vaatimus maksimiherkkyden arvoksi on 1.3–2. Mitä pienempi maksimiherkkyden arvo on, sitä robustimpi säätöjärjestelmä on. Eksotermisen kemiallisen reaktion ja epälineaarisen dynamiikan takia on järkevää pyrkiä saamaan maksimiherkkyys lähelle arvoa 1.3, jotta säädin varmasti pystyy stabiloimaan myös todellisen reaktorin.

## 4.2 PI-säädin

Aloitetaan stabiloivan PI-säätimen suunnittelu etsimällä säätimen parametreille  $k$  ja  $k_i$  kriteerit, joilla takaisinkytketty järjestelmä on stabiili. Takaisinkytketyn järjestelmän stabiilius saadaan määritettyä sen karakteristisen yhtälön eli siirtofunktion nimittäjäpolynomin juurien arvoista. Stabiiliuden takaamiseksi juurien täytyy olla reaaliosaltaan negatiivisia, kuten luvussa 2 jo todettiin. Hyödynnetään kriteerien etsimisessä Routhin stabiiliustestiä, jonka avulla saadaan määritettyä, onko jokin polynomin juurista positiivinen eli epästabiili [11]. Routhin testin tekemisessä tarvitaan luvussa 2 muodostettua reaktorin siirtofunktiota sekä PI-säätimen siirtofunktiota, joiden avulla saadaan muodostettua takaisinkytketyn järjestelmän siirtofunctio.

Suorittamalla Routhin testi laskentaohjelmistoa apuna käyttäen saadaan PI-säätimen parametreille ehtoja, joilla reaktori saadaan stabiloitua. Ensimmäinen välttämätön ehto stabiiliudelle on  $k > 6.1624, k_i > 0$ .

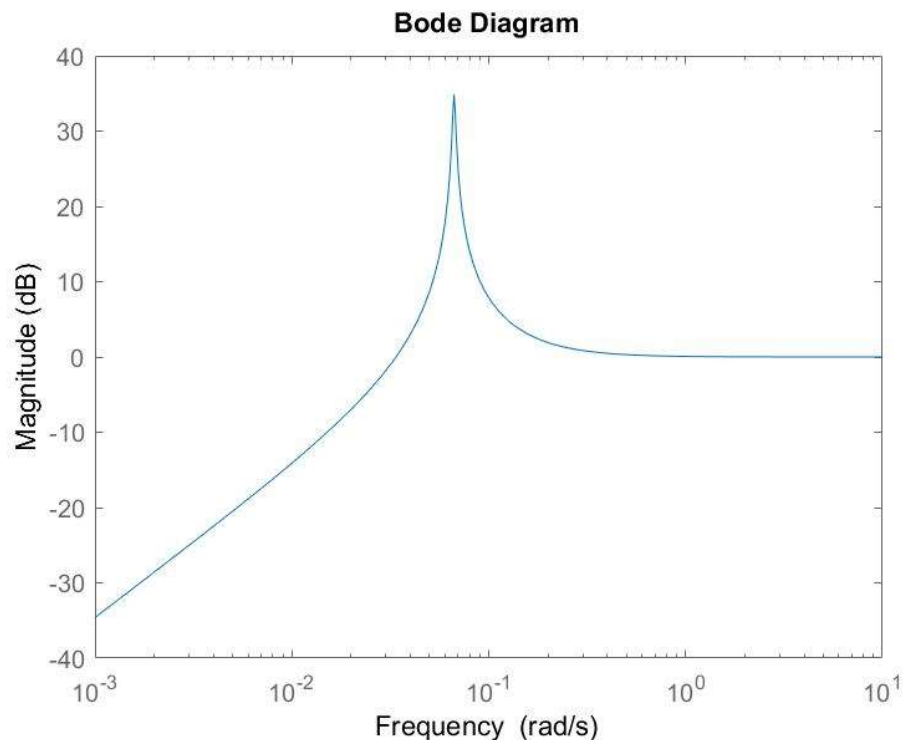
P-osan parametrin  $k$  vaihteluvälillä  $6.1624 < k < 9.13264$  integrointivahvistuksen täytyy toteuttaa ehto

$$0 < k_i < \frac{0.00004 \cdot (-5.80125 \cdot 10^6 \cdot k^2 + 5.73246 \cdot 10^7 \cdot k - 1.32954 \cdot 10^8)}{6250 \cdot k - 57079}.$$

Viimeisenä ehtona stabiloinnille saadaan ratkaistua  $k \geq 9.13264, k_i > 0$ , jonka mukaan riittävän suurta proportionaalivahvistusta käyttämällä voidaan teoriassa vapaasti valita nollaa suurempi integrointivahvistus ilman stabiiliuden menettämistä.

Tavoitteena olisi löytää yllä olevat kriteerit täyttävät PI-säätimen parametrit, joilla järjestelmän maksimiherkkyden arvo saataisiin lähelle edellisen alaluvun vaatimusta ja jolla reaktorin syöttönesteeseen lämpötilassa tapahtuvien häiriöiden vaikutusta saadaan kompensoitua tehokkaasti. Säätojärjestelmää testataan aluksi lineaarisella mallilla simuloimalla ja seuraavassa luvussa säätimen toimintaa testataan epälineaarilla reaktorimallilla.

PI-säädin suunnitellaan hyödyntämällä Matlabia ja sen sisältämiä valmiita työkaluja. Aloitetaan suunnittelu kokeilemalla joitain kriteerit täyttäviä parametrien  $k$  ja  $k_i$  arvoja ja tutkitaan Matlabilla kaavan (30) mukaista maksimiherkkyttä. Havaitaan, että kun käytetään toisena esitellyn ehdon mukaisia parametrien arvoja, saadaan reaktori stabiloitua, mutta maksimiherkkyys on aivan liian suuri. Esimerkkinä voidaan ottaa proportionaalivahvistus  $k = 8$  ja ehdon mukaan valittu integrointivahvistus  $k_i = 0.2$ . Tällä PI-säätimen virityksellä maksimiherkkydeksi tulee noin 55 (n. 35 dB) eli aivan liian suuri. Kuvassa 3 on vielä esitetty tällä virityksellä saatavan herkkyyshfunktion Bode-diagrammi.

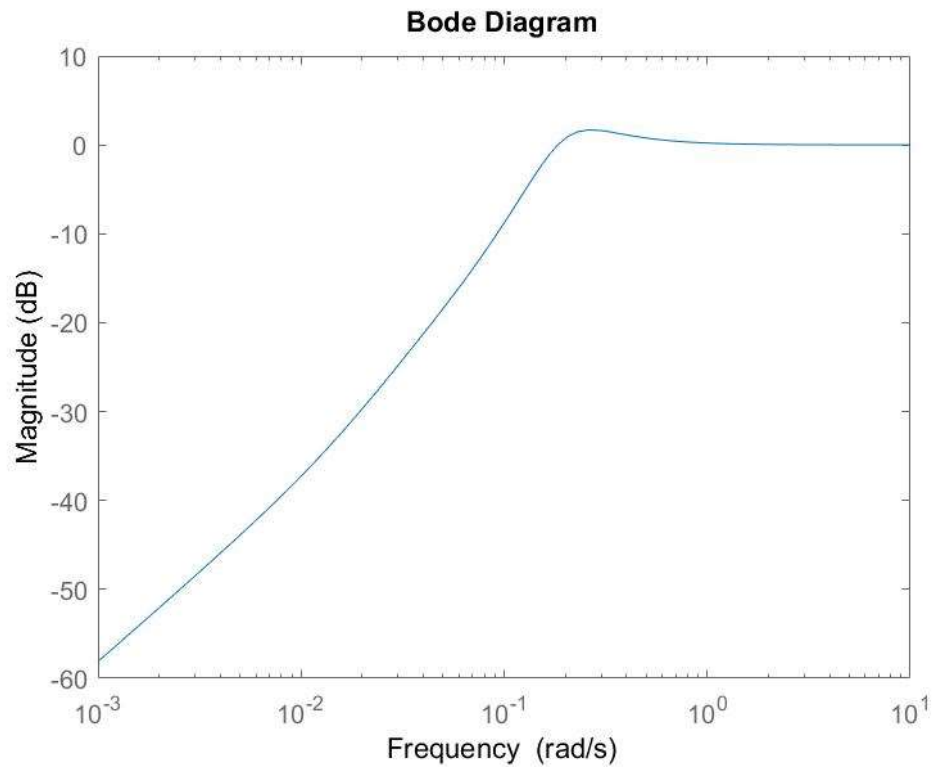


**Kuva 3.** Herkkyyshfunktion Bode-diagrammi säätimen virityksellä  $k = 8$  ja  $k_i = 0.2$

Tavoitteena olisi saada madallettua kuvan 3 Bode-diagrammissa näkyvää korkeaa piikkiä, joka vastaa maksimiherkkyttä.

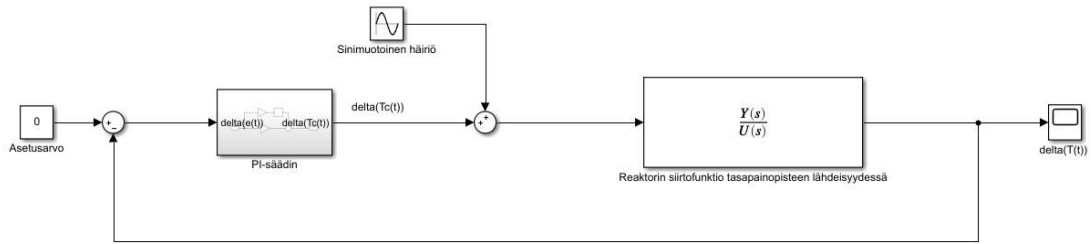
Jatketaan suunnittelua kokeilemalla parametrien arvoja ehdon  $k \geq 9.13264, k_i > 0$  mukaisesti. Huomataan, että proportionaalivahvistusta suurentamalla saadaan piikkiä nopeasti madallettua, kun integrointivahvistus pidetään samana. Integrointivahvistuksen

kasvattaminen taas suurentaa maksimiherkkyttä eli nostaa piikkiä. Melko helposti löydetään stabiloivia ja robustiusvaatimuksen täyttäviä parametrien arvoja. Virityksellä  $k = 25$  ja  $k_i = 3$  saadaan maksimiherkkydeksi 1.2153 (1.69 dB), joka on jopa parempi kuin edellisessä alaluvussa esitetty yleinen vaatimus maksimiherkkyydelle. Kuvassa 4 on esitetty uuden virityksen tuottaman herkkyyshfunktion Bode-diagrammi, josta selvästi nähdään, että kuvassa 3 ollut korkea piikkiä on saatu huomattavasti tasattua.



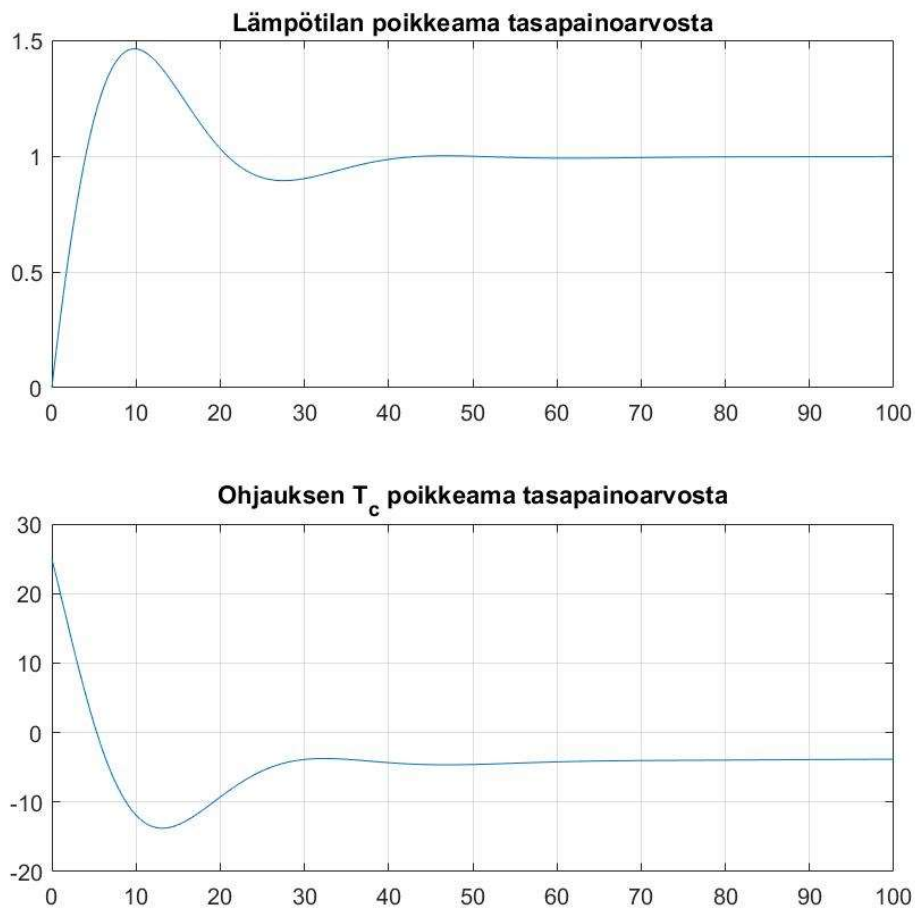
**Kuva 4.** Herkkyyshfunktion Bode-diagrammi säätimen virityksellä  $k = 25$  ja  $k_i = 3$

Ennen kuin edellä suunniteltua säädintä testataan reaktorin epälineaarilla mallilla, testataan säädintä reaktorin lineaarisesta approksimaatiota käyttämällä, sillä säädin pitää ensin saada toimimaan lineaarisella mallilla, ennen kuin sitä kannattaa kokeilla epälineaarilla mallilla. Koska reaktorin siirtofunktio on approksimaatio tasapainopisteen läheisyydessä, suureiden arvot ovat poikkeamia tasapainoarvoista eikä todellisia arvoja. Jos säädin on stabiloiva, pitäisi askelkokeella saada aikaan rajoitettu vaste. Lineaarinen simulointi suoritetaan kuvan 5 mukaisella simulaattorilla. Sanalla delta on korostettu, että kysymyksessä on poikkeama tasapainoarvosta.



**Kuva 5.** Simulink-malli säätimen testaamiseen reaktorin lineaarisella mallilla

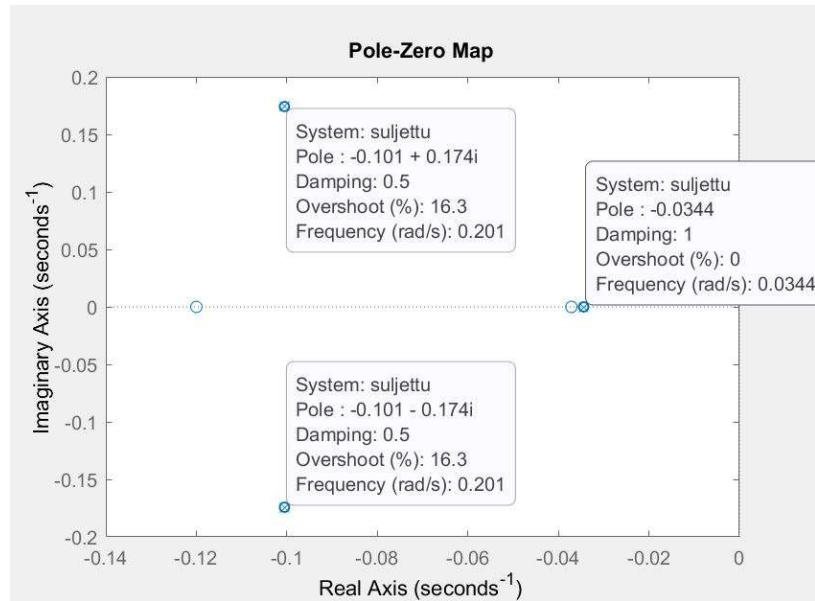
Kuvassa 6 on esitetty kuvan 5 mukaisella mallilla aikaansaatu askelvaste siten, että sinimuotoinen häiriö on kytketty irti ja asetusrvon 0 paikalle on laitettu askelsignaali.



**Kuva 6.** Lineaarisen mallin askelvaste PI-säätimellä

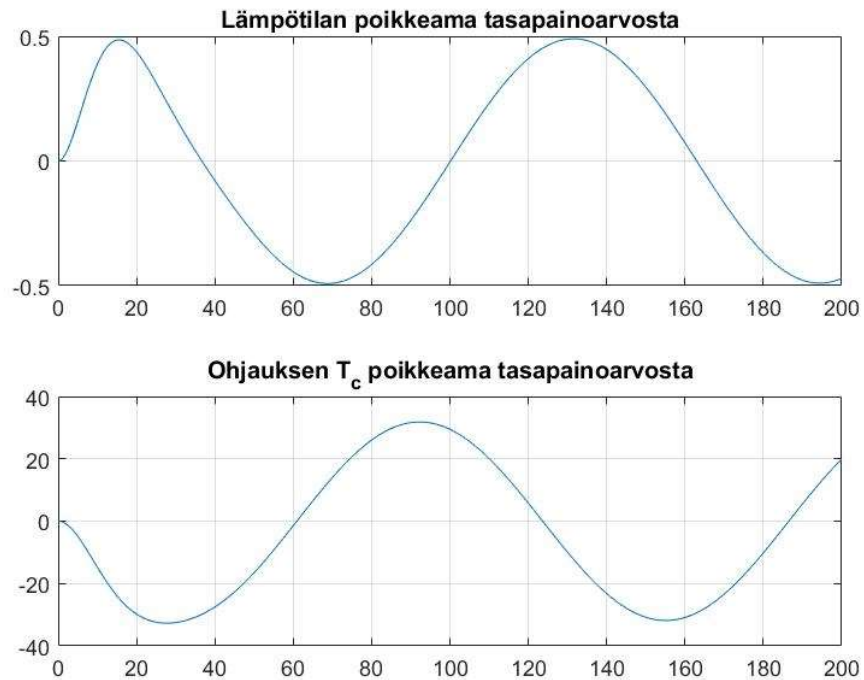
Kuvasta 6 nähdään selvästi, että rajoitettu input tuottaa rajoitetun outputin eli säädin kykenee stabiloimaan reaktorin tasapainopisteen läheisyyteen. Tässä työssä ei keskitytä askelvasteen tutkimiseen, mutta PI-säätimen kykyä stabiloida reaktori on havainnollistettu käyttämällä nollasta poikkeavaa inputsignaalia. Varmistetaan vielä takaisinkytketyn

järjestelmän stabiilius sen napoja tutkimalla. Kuvassa 7 on esitetty napa-nollakuvio, josta nähdään, että navat todella ovat vasemmalla puolella eli reaktori on nyt stabiili.



**Kuva 7.** PI-säädetyt reaktorin napa-nollakuvio

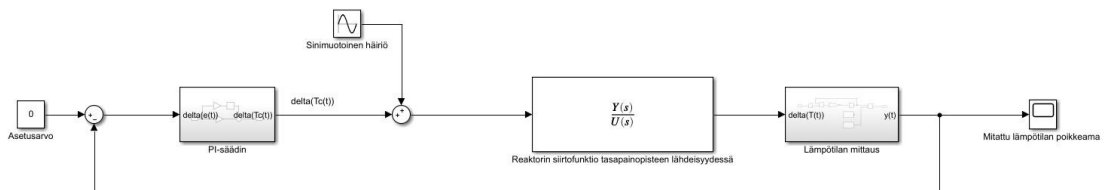
Tutkitaan seuraavaksi toista tavoitetta, eli säätimen kykyä kompensoida häiriön vaikutus. Syötetään testihäiriönä reaktorin sisäänmenoon sinimuotoista häiriötä ja tutkitaan lämpötilavastetta. Sinihäiriön kulmataajuutena käytetään arvoa 0.05 radiaania sekunnissa ja häiriön amplitudina arvoa 30. Kuvan 5 mallilla simuloitu lämpötilavaste on esitetty kuvassa 8.



**Kuva 8.** Häiriövaste lineaarisella reaktorimallilla

Kuvasta 8 huomataan, että reaktorin lämpötilan poikkeama tasapainoarvosta käyttäytyy häiriön tavoin sinimuotoisesti. Tärkeää on kuitenkin huomata värähtelyn amplitudi, joka on enää noin 0.5. Stabiloinnin lisäksi säätimen avulla saadaan suuriamplitudisen sinimuotoisen kuormitushäiriön vaikutus kompensoitua murto-osaan. Säädin siis toimii regulointitehtävän kannalta hyvin ainakin lineaarista mallia käytettäessä.

Todellisuudessa kuvan mukainen tilanne ei ole täysin mahdollinen sillä lämpötilan mitta-anturi ei ole täysin ideaalinen. Lisätään simulaattoriin epäideaalinen lämpötila-anturi, jonka siirtofunktiossa on viivettä 0.3 sekuntia ja jonka aikavakio 1.5. Kuvassa 9 on esitetty Simulink-malli, kun anturi on kytketty kiinni.



**Kuva 9.** Simulink-malli lämpötila-anturin kanssa

Simuloimalla huomataan, että viiveellisestä mittauksesta huolimatta suunnitellulla säätimellä saadaan järjestelmä stabiilita sekä saadaan tehokkaasti kompensoitua kuormitushäiriön vaikutus. Sinimuotoisen häiriön kompensointia saadaan tehostettua huomattavasti kasvattamalla integrointivahvistusta  $k_i$  mutta samalla robustius pienenee, joten tyydytään PI-säätimen viritykseen  $k = 25$  ja  $k_i = 3$ . Lineaarisen mallin perusteella PI-säädin näyttäisi olevan riittävän hyvä reaktorin stabilointiin ja häiriöiden kompensointiin.

### 4.3 Estimaattoripohjainen tilasäädin

Ennen kuin suunnitellaan estimaattoripohjainen tilasäädin, on varmistettava reaktorin ohjattavuus ja havaittavuus. Matlabia hyödyntämällä saadaan muodostettua alaluvun 3.2 mukainen ohjattavuusmatriisi. Matriisi on kuuden desimaalin tarkkuudella  $P_C = \begin{bmatrix} 0.000000 & -0.000015 \\ 0.125000 & 0.001427 \end{bmatrix}$ . Matriisista selvästi nähdään, että molemmat rivit ovat lineaarisesti riippumattomia, joten reaktori on ohjattava.

Muodostetaan vastaavasti alaluvun 3.2 mukainen havaittavuusmatriisi jälleen Matlabia hyödyntämällä. Havaittavuusmatriisi on kuuden desimaalin tarkkuudella  $P_O = \begin{bmatrix} 0.000000 & 1.000000 \\ 2.141335 & 0.114160 \end{bmatrix}$ , jolla on myös kaksi lineaarisesti riippumatonta rivivektoria. Täten reaktori on myös havaittava, eli estimaattoria voidaan hyödyntää tilatakaisinkytkennässä.



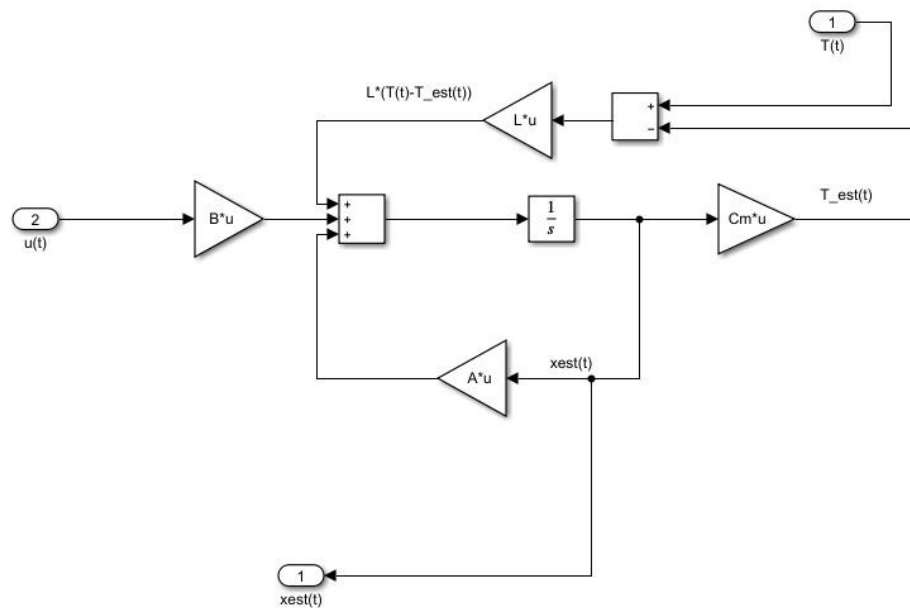
Tilasäätäjän vahvistusmatriisin  $K$  ja tilaestimaattorin vahvistusmatriisin  $L$  suunnittelu tehdään siis napojen asettelumenetelmällä. Toisin sanoen valitaan tilasäätäjälle sekä tilaestimaattorille suljetun järjestelmän tilamatriisin tavoiteominaisarvot, jotka vastaavat siirtofunktioesityksessä suljetun järjestelmän napoja. Kuten luvussa 3 todettiin, voidaan suunnittelu toteuttaa separaatioteoreeman mukaan toisistaan erillisinä operaatioina. Aloitetaan suunnittelu tilatakaisinkytkennän vahvistusmatriisista olettaen, että molemmat tilat ovat suoraan mitattavissa.

Tilatakaisinkytkennän suunnittelussa ensisijaisena tavoitteena on saada takaisinkytkennän avulla stabiloitua reaktori, aivan kuten PI-säätimen tapauksessa. Takaisinkytketyn järjestelmän tavoiteominaisarvot tulee valita reaaliosiltaan negatiivisiksi, jotta reaktori olisi stabiili.

Valitaan takaisinkytketyn järjestelmän tavoitenavoiksi reaaliset tuplanavat, jotka ovat kymmenen kertaa lähempänä origoa kuin käytettävän mitta-anturin napa  $-\frac{1}{1.5}$  eli tavoitenavat ovat kohdassa  $-\frac{1}{15}$ . Matlabin *place*-työkalua käyttämällä saadaan ratkaistua tilatakaisinkytkennän vahvistusmatriisiksi  $K = [111.8241 \quad 16.8290]$ . Muodostamalla takaisinkytketyn järjestelmän tilamatriisi  $A - BK$  ja tarkastamalla Matlabilla sen ominaisarvot nähdään, että ne todella ovat nyt kohdassa  $-\frac{1}{15}$ . Seuraavaksi täytyy vielä suunnitella estimaattorin vahvistusmatriisi  $L$ .

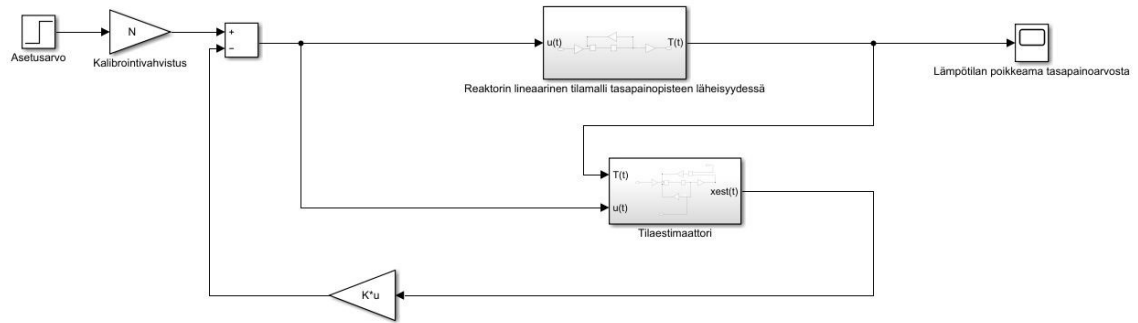
Estimaattorin navat tulisi valita riittävän nopeiksi, jotta estimointivirhe suppenee riittävän nopeasti nolnaan ja täten tilasäädin saa oikean tilatiedon ohjauksen muodostamista varten. Liian hidas tilaestimaattori ei tuota riittävän hyvää tilatietoa ja säätöpiirin suorituskyky voi olla todella huono. Franklinin et al. mukaan [13, s. 499] tilaestimaattorin napojen valinnassa nyrkkisääntönä on valita navat 2–6 kertaa nopeammiksi kuin tilasäätäjän navat. Jos kuitenkin mittaus on hyvin kohinainen, voidaan joutua valitsemaan estimaattorin navat pienemmiksi kuin 2 kertaa tilasäätäjän navat, sillä mitä nopeampi on estimaattorin dynamiikka, sitä suurempi on myös sen kaistanleveys. Suuren kaistanleveyden takia enemmän mittauskohinaa pääsee estimaattorin läpi tilasäätäjälle ja lopulta ohjaussignaaliin, mikä ei ole toivottavaa. Tilaestimaattorin napojen valinta onkin usein kompromissi nopean dynamiikan ja sopivan kaistanleveyden välillä. [13, s. 499]

Suunniteltaessa estimaattoria tämän työn reaktorille ei kuitenkaan voida varmuudella luottaa nyrkkisääntöjen toimivuuteen. Epälineaarisen dynamiikan ja dynaamisen lämpötilamittauksen takia nyrkkisäännöillä valitut estimaattorin navat eivät välttämättä takaa tilaestimaattien suppenemista todellisiin tilojen arvoihin. Siksi estimaattorin napojen valinnassa hyödynnetään epälineaarista simulaattoria, jolla pystytään tutkimaan, miten hyvin estimaatit suppenevat todellisiin tilojen arvoihin eri tavoitenapojen arvoja käytettäessä. Valitaan kuitenkin lineaarisella mallilla tehtävää simulointia varten estimaattorin tavoitenavoiksi kaksi kertaa tilasäätimen suunnittelussa valitut tavoitenavat, eli estimaattorin tavoitenavat ovat siis  $-\frac{2}{15}$ . Jälleen Matlabin *place*-työkalua käyttämällä saadaan ratkaistua estimaattorin vahvistusmatriisiksi  $L = \begin{bmatrix} 0.0031 \\ 0.3437 \end{bmatrix}$ . Tarkastamalla estimaattorin tilamatriisin  $A - LC$  ominaisarvot nähdään, että ne todella ovat kohdassa  $-\frac{2}{15}$ . Tilaestimaattorin Simulink-lohkokaavio on esitetty kuvassa 10.



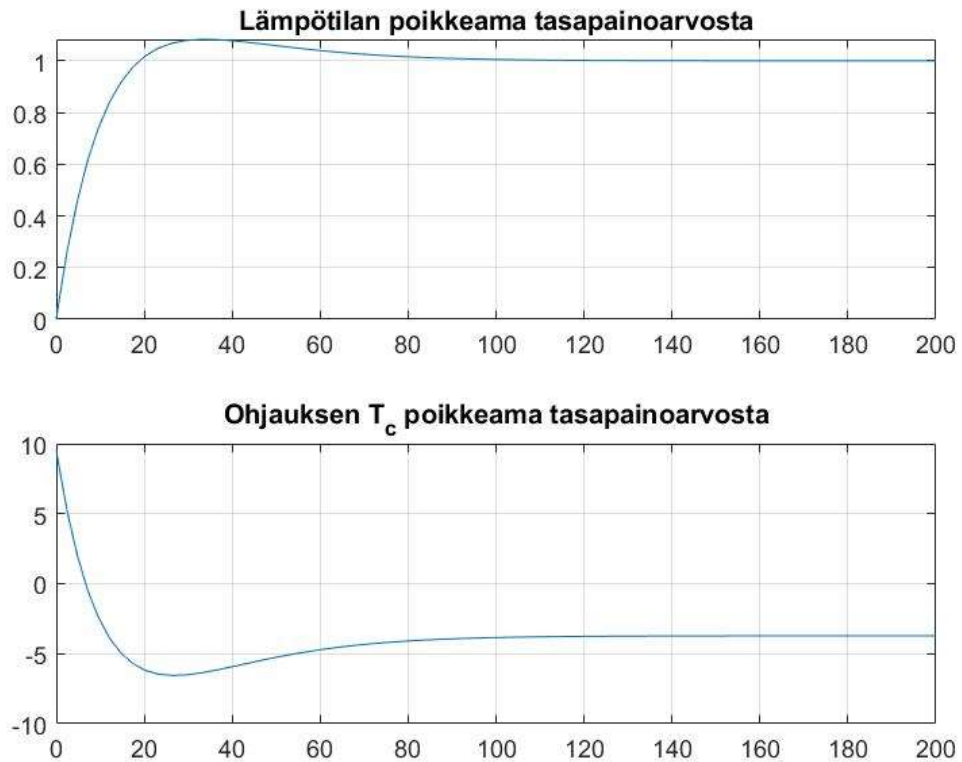
**Kuva 10.** Tilaestimaattorin Simulink-lohkokaavio

Ennen seuraavan luvun epälinearisella reaktorimallilla tehtävää simulointia tutkitaan säätimen toimivuutta reaktorin lineaarisella approksimaatiolla. Lineaarinen Simulink-malli on esitetty kuvassa 11.



**Kuva 11.** Lineaarinen Simulink-malli estimaattoripohjaisen tilasäätimen testaamiseen

Kuvan 11 Simulink-mallissa on myös kalibroitinvahvistus  $N$ , koska säätimen kykyä stabiloida reaktori tasapainopisteen läheisyyteen todennetaan askelsignaalin avulla. Simuloimalla saadaan lämpötilan poikkeaman kuvaaja, joka on esitetty kuvassa 12.



**Kuva 12.** Lineaarisen reaktorimallin askelvaste estimaattoripohjaisella tilasäätimellä

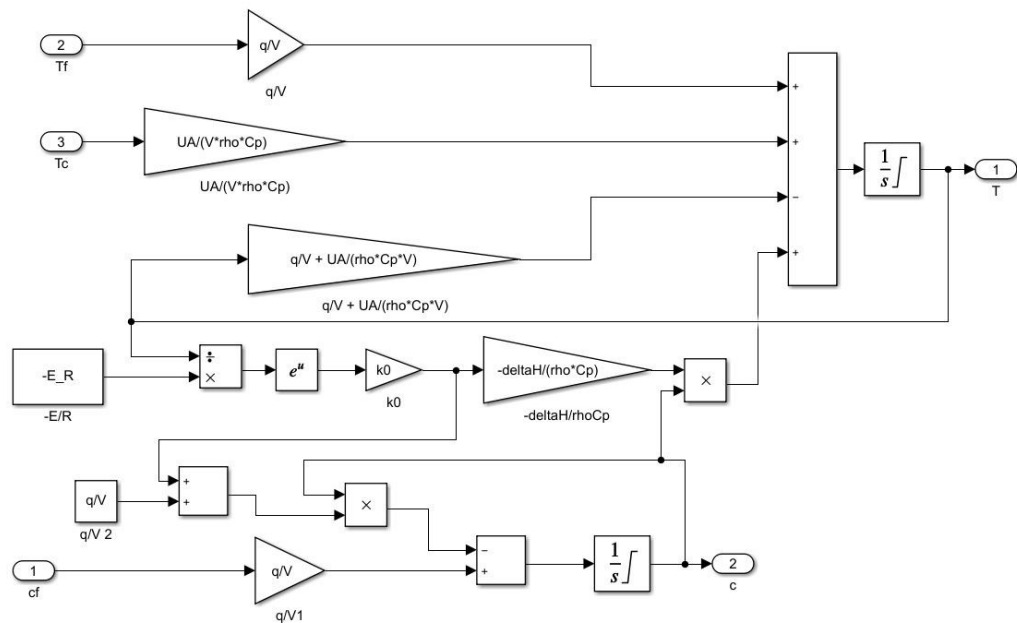
Kuten kuvasta 12 huomataan, saatiin estimaattoripohjaisella tilasäätimellä stabiilitua reaktori tasapainopisteen läheisyyteen. Näin pitikin olla, sillä tilatakaisinkytkentä ja estimaattori suunniteltiin molemmat stabiileiksi, joten koko järjestelmäkin on stabiili. Jätetään häiriövasteiden tutkimiset väliin ja tutkitaan niitä tarkemmin seuraavassa luvussa epälineaarilla reaktorimallilla tehtävillä simulaatioilla.

## 5. SIMULOINTITULOKSET

Luvussa 4 viritettiin PI-säädin sekä estimaattoripohjainen tilasäädin ja tutkittiin niillä aikaansaattavia aika- ja taajuustason vasteita. Säätimet viritettiin hyödyntäen reaktorista muodostettua lineaarista approksimaatiota, mutta todellisuudessa reaktorin dynamiikka on epälineaarinen, kuten luvussa 2 todettiin. Tässä luvussa testataan suunniteltujen säätimien suorituskykyä reaktorin epälineaarisella mallilla, joka kuvaa approksimaatiota tarkemmin todellisen, fyysisen reaktorin dynamiikkaa. Testauksessa hyödynnetään jälleen MATLABin Simulink-ohjelmistoa, jonka avulla on muodostettu reaktorin epälineaarista dynamiikkaa kuvaava lohkokkaavio, johon säätimet voidaan kytkeä kiinni.

### 5.1 Ilman säädintä

Differentiaaliyhtälöiden (1)–(3) pohjalta muodostettu reaktorin Simulink-lohkokkaavio on esitetty kuvassa 13.

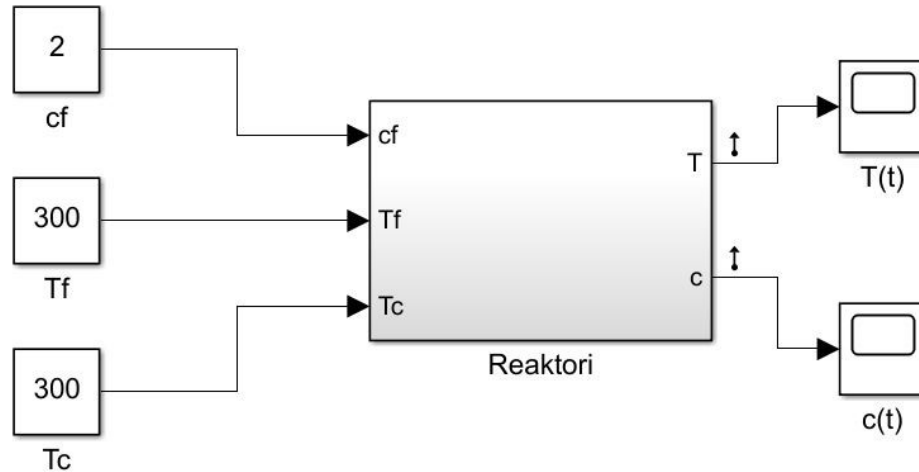


Kuva 13. Reaktorin Simulink-lohkokkaavio

Kuten lohkokkaaviosta huomataan, on reaktorilla kolme sisäänmenoa, jotka ovat syöttönesteen lämpötila  $T_f$ , lähtöaineen A konsentraatio syöttönesteessä  $c_f$  sekä ohjaussuurena käytetty lämmönvaihtimen lämpötila  $T_c$ . Reaktorin ulostulot ovat lähtöaineen A konsentraatio reaktorissa  $c$  sekä reaktorin lämpötila  $T$ .

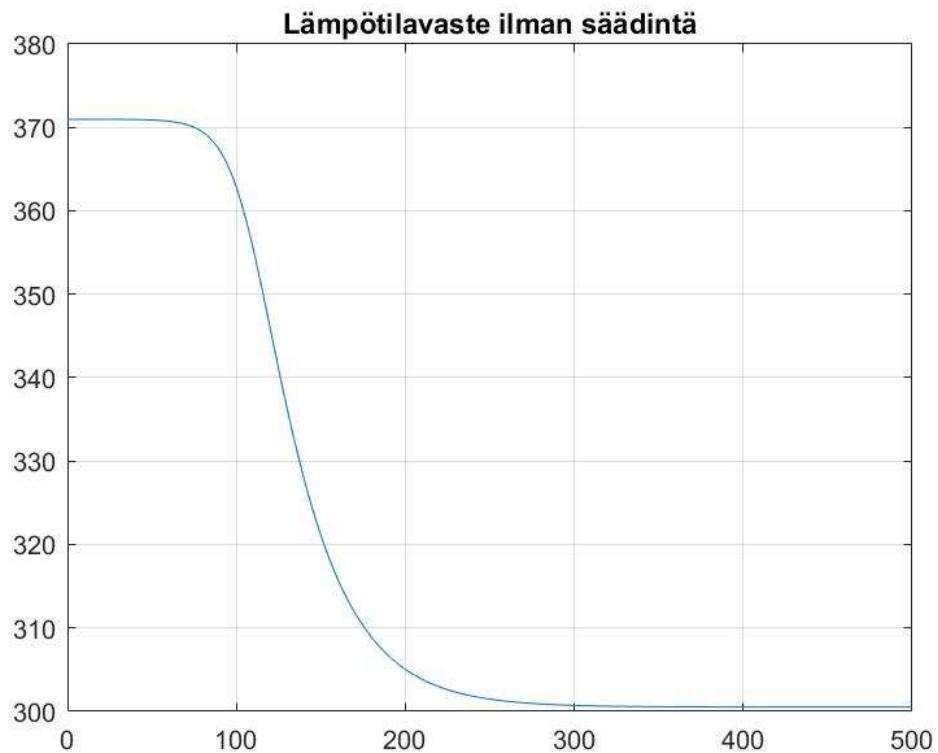
Simuloidaan seuraavaksi reaktorin lämpötilan ja konsentraation käyttäytymistä, kun reaktorin tila on alussa tarkastelussa olevassa tasapainopisteessä  $[\bar{T}, \bar{c}, \bar{T}_c] =$

[370.98, 1.07726, 300]. Syöttönesteen lämpötilan ja konsentraation arvot sekä muut parametrien arvot ovat simuloinnissa taulukon 1 mukaiset. Simulaattoriin ei siis ole kytketty vielä säädintä vaan käytössä on vakio-ohjaus  $T_c = 300$ . Simulointi suoritetaan kuvan 14 mukaisella Simulink-mallilla.



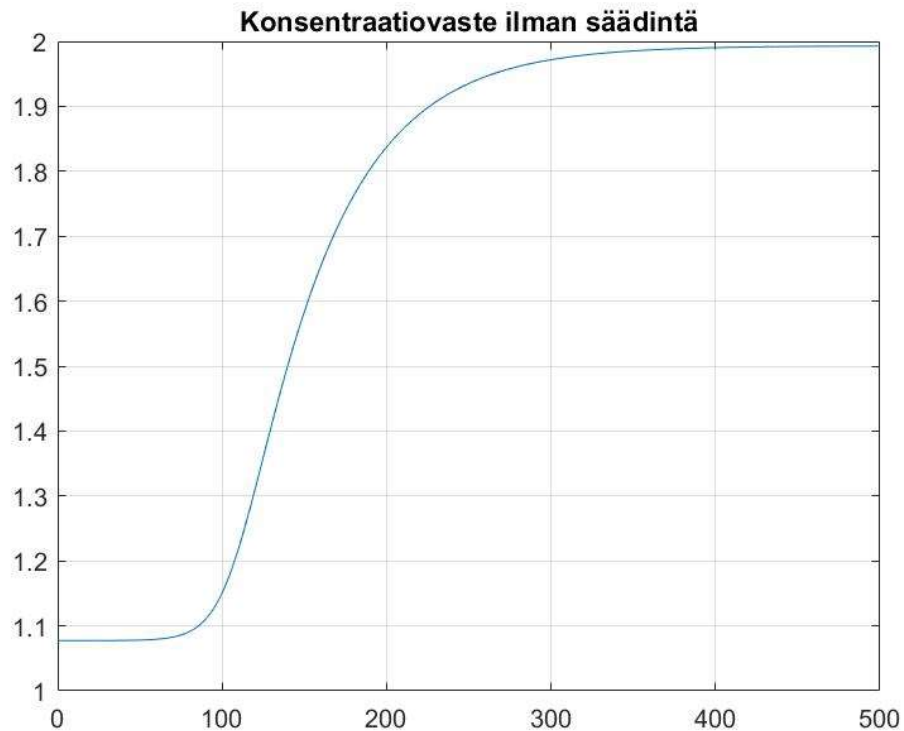
**Kuva 14.** Reaktori ilman säädintä

Kuvan 14 Simulink-mallissa reaktoriksi nimetyin lohkon sisällä on kuvan 13 mukainen reaktorin alkeislohkokaavio. Kuvassa 15 on esitetty simuloinnin tuloksena saatu reaktorin lämpötilan  $T(t)$  kuvaaja.



**Kuva 15.** Reaktorin lämpötilavaste ilman säädintä

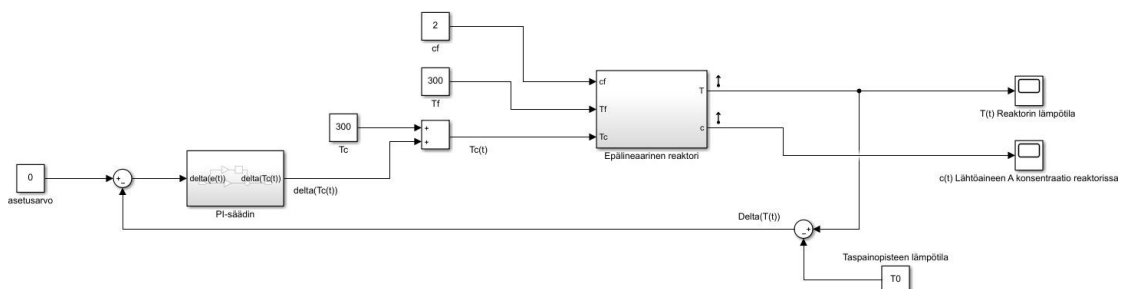
Kuvasta 15 nähdään, että reaktorin lämpötila hakeutuu epästabiilin tasapainopisteen arvosta melko nopeasti kuvassa 1 näkyvään vasemmanpuoleiseen tasapainopisteeseen, jossa lämpötila on hieman yli 300 kelviniä. Vastaavasti myös konsentraatio hakeutuu stabiilia tasapainopistettä vastaavaan arvoon, mikä nähdään kuvasta 16. Reaktorin lämpötilan halutaan pysyvän epästabiilin tasapainopisteen läheisyydessä, joten säätöä selvästi tarvitaan.



**Kuva 16.** Konsentraatiovaste ilman säädintä

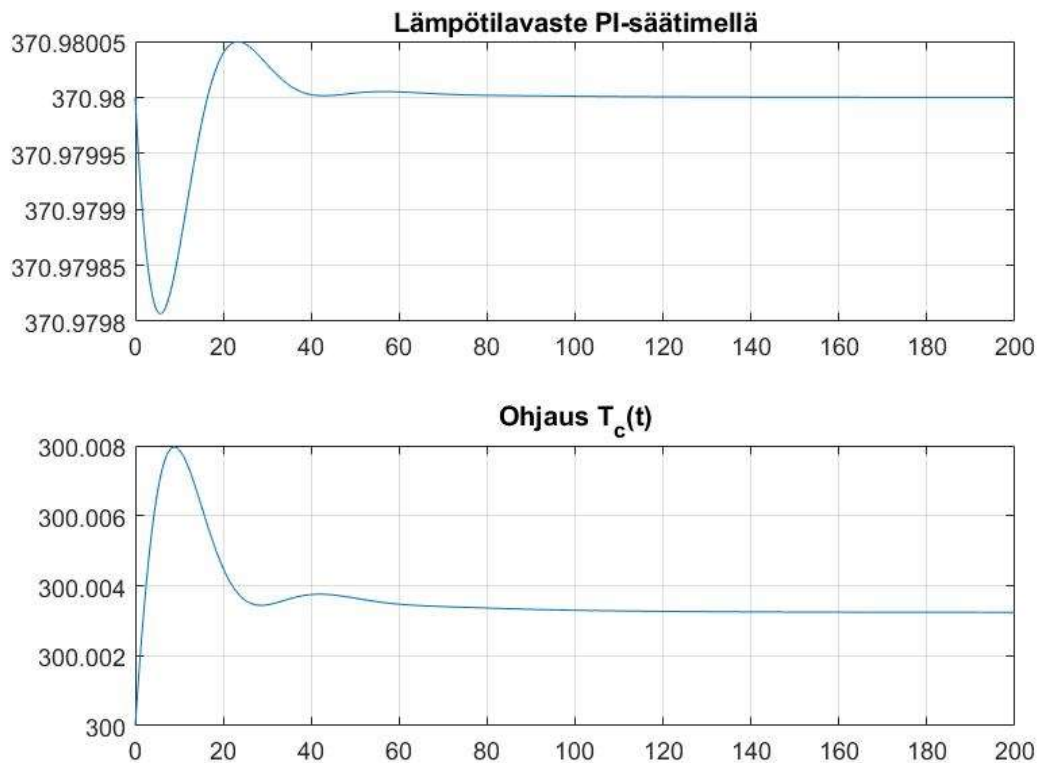
## 5.2 PI-säädin

Testataan seuraavaksi edellisessä luvussa suunniteltua PI-säädintä reaktorin epälineaarilla mallilla. Oletuksena ensimmäisessä simuloinnissa on lämpötilan ideaalinen mitaus. Kuvassa 17 on esitetty testauksessa käytettävä Simulink-malli, jossa reaktoriin on kytketty aiemmin suunniteltu PI-säädin.



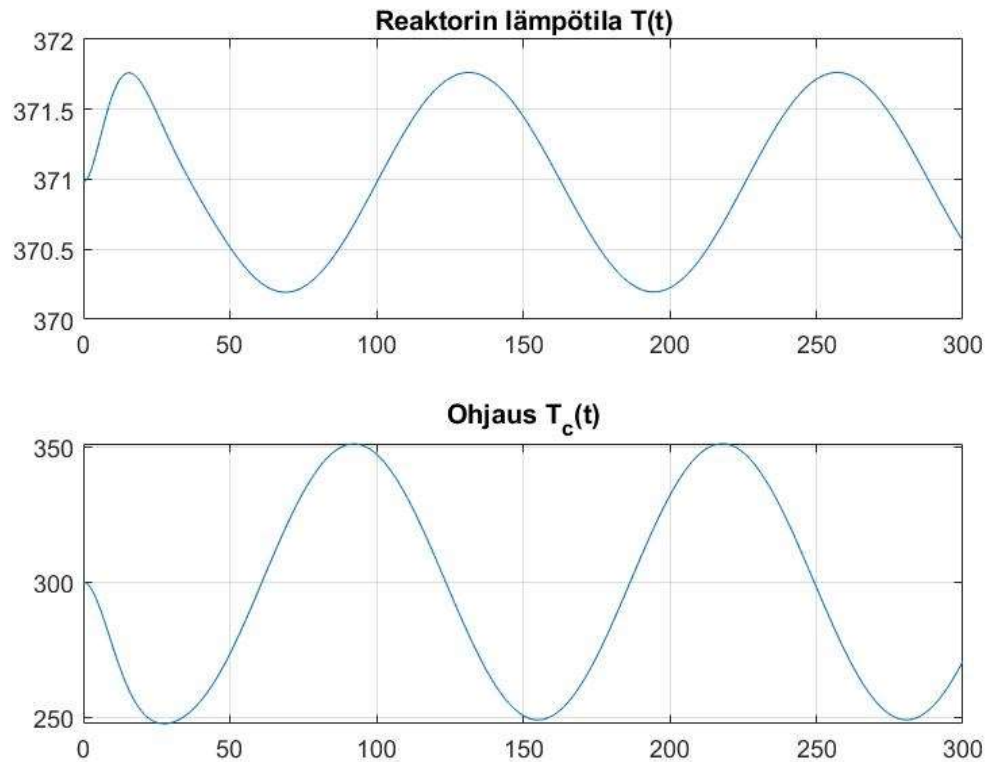
**Kuva 17.** Simulink-malli PI-säätimen testaukseen epälineaarilla reaktorilla

Kuten kuvasta 17 huomataan, täytyy lämpötilan mittauksesta vähentää tasapainopisteen lämpötila poikkeamamuuttujan aikaansaamiseksi. Säädin tuottaa poikkeaman tasapainotilan ohjauksesta, joten siihen lisätään tasapainotilan ohjaus todellisen ohjauksen aikaansaamiseksi. Jos suunniteltu säädin kykenee stabiloimaan reaktorin, pitäisi reaktorin lämpötilan pysyä tasapainopisteen lämpötilassa 370.98 Kelviniä eikä hakeutua kuvan 15 mukaisesti stabiiliin tasapainopisteen lämpötilaan. Kuvassa 18 on esitetty reaktorin lämpötilavaste, kun PI-säädin on kytketty kiinni.



**Kuva 18.** Lämpötilavaste PI-säätimellä

Kuvasta 18 huomataan, että hyvin pienen lämpötilapoikkeaman jälkeen reaktorin lämpötila asettuu tarkasti tasapainopisteen lämpötilaan. Suunniteltu säädin on siis riittävä myös epälineaarisen reaktorin stabilointiin. Tutkitaan sitten säätimen kykyä kompensoida syöttönesteen lämpötilassa tapahtuvaa sinimuotoista häiriötä. Käytetään saman taajuisia ja saman amplitudista häiriötä kuin lineaarisella mallilla simuloitaessa. Kuvassa 19 on esitetty reaktorin lämpötilavaste, kun syöttönesteen lämpötila muuttuu sinimuotoisesti 300 kelviniin ympärillä.

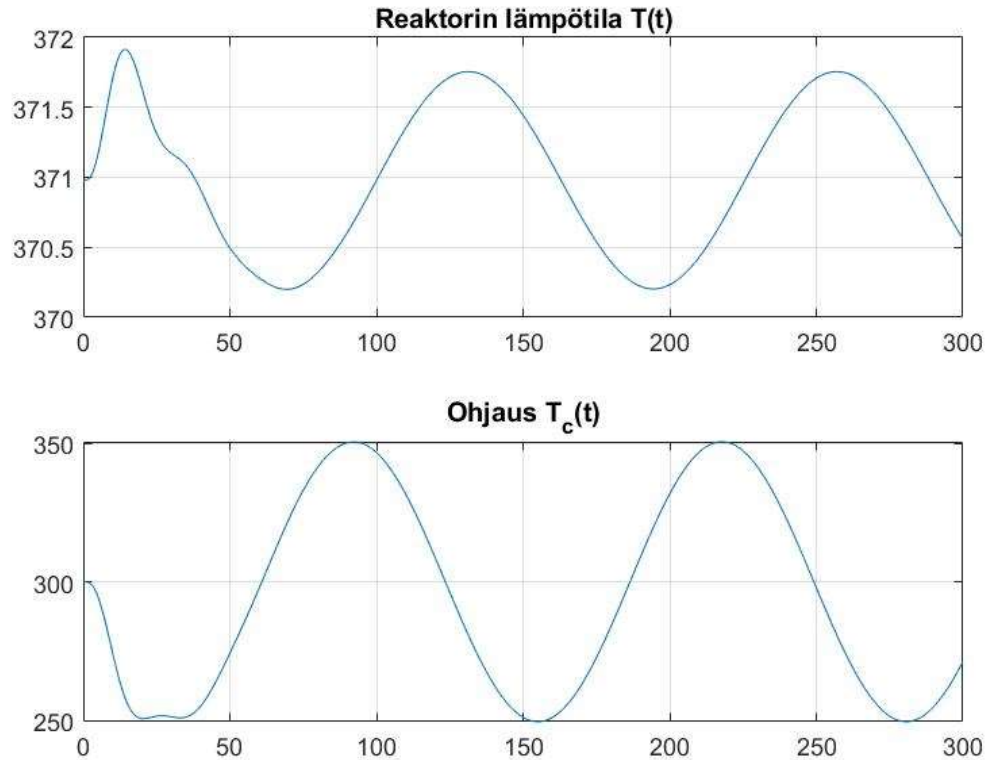


**Kuva 19.** Epälineaarisen reaktorin lämpötilavaste sinimuotoiselle inpuhäiriölle

Kuten kuvasta nähdään, PI-säätimellä saadaan myös epälineaarisen reaktorin tapauksessa kompensoitua tehokkaasti häiriön vaikutusta. Amplitudiltaan 30 astetta olevan häiriön vaikutus näkyy reaktorin lämpötilassa ainoastaan hieman alle 0.8 asteen poikkeamana tasapainoarvosta, mikä on hyvin pieni verrattuna häiriön amplitudiin.

Luodaan jälleen todellisuutta lähempänä oleva tilanne kytkemällä kuvassa 9 esitetty epäideaalinen lämpötila-anturi kiinni kuvan 17 Simulink-malliin ja varmistetaan, että suunniteltu säädin kykenee yhä stabiloimaan reaktorin ja kompensoimaan tehokkaasti häiriön vaikutusta. Vaste on esitetty kuvassa 20.



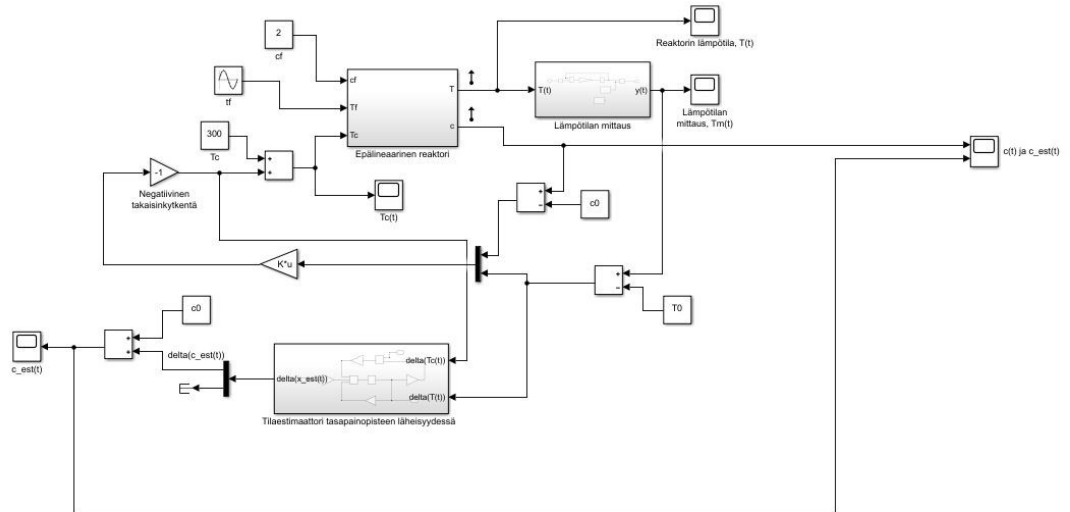


**Kuva 20.** Lämpötilavaste sinimuotoiselle inpuhäiriölle epäideaalisella mittauksella

Kuvasta 20 nähdään, että epäideaalisesta mittauksesta huolimatta suunnitellulla PI-säätimellä saadaan epälineaarinen reaktori stabiloitua. Myös häiriön vaikutus saadaan alkuvaiheessa tapahtuvaa hieman suurempaa poikkeamaa lukuun ottamatta kompensoitua yhtä tehokkaasti kuin ideaalisen mittauksen tapauksessa. Simulointien perusteella suunniteltu PI-säädin näyttäisi olevan toimiva ratkaisu reaktorin hallintaan.

### 5.3 Estimaattoripohjainen tilasäädin

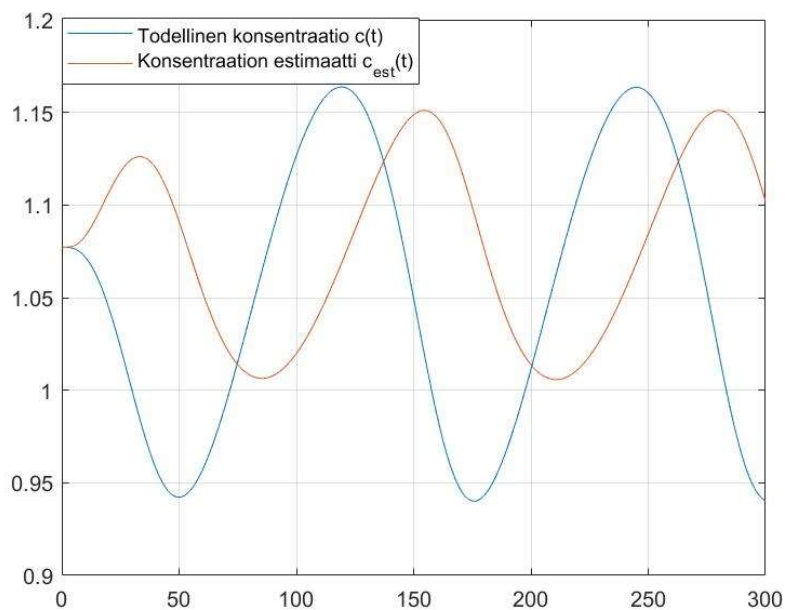
Tutkitaan ensin pelkästään estimaattorin toimivuutta kytkemällä tilasäätäjälle suoraan lämpötilan mittaus sekä konsentraation arvo. Todellisuudessa konsentraatiota ei kyetä suoraan mittaamaan mutta simulaattorissa näin voidaan tehdä. Vasta kun on varmistuttu siitä, että estimaattori tuottaa riittävän hyvän konsentraation estimaatin, kytketään estimaatti tilasäätäjän inputiin. Toimivuutta testataan kuvassa 21 esitetyllä simulaattorilla.



**Kuva 21.** Tilaestimaattorin toimivuuden testaamiseen käytettävä Simulink-malli

Kuvan 21 mallista nähdään, että tilaestimaattorin ulostuloa ei siis ole kytketty tilatakasinkytöntään vaan konsentraation tilatieto on otettu suoraan reaktorin ulostulosta. Tilaestimaattoria ei vielä hyödynnetä säädössä vaan ainoastaan tutkitaan sen tuottaman estimaatin suppenemista todelliseen arvoon.

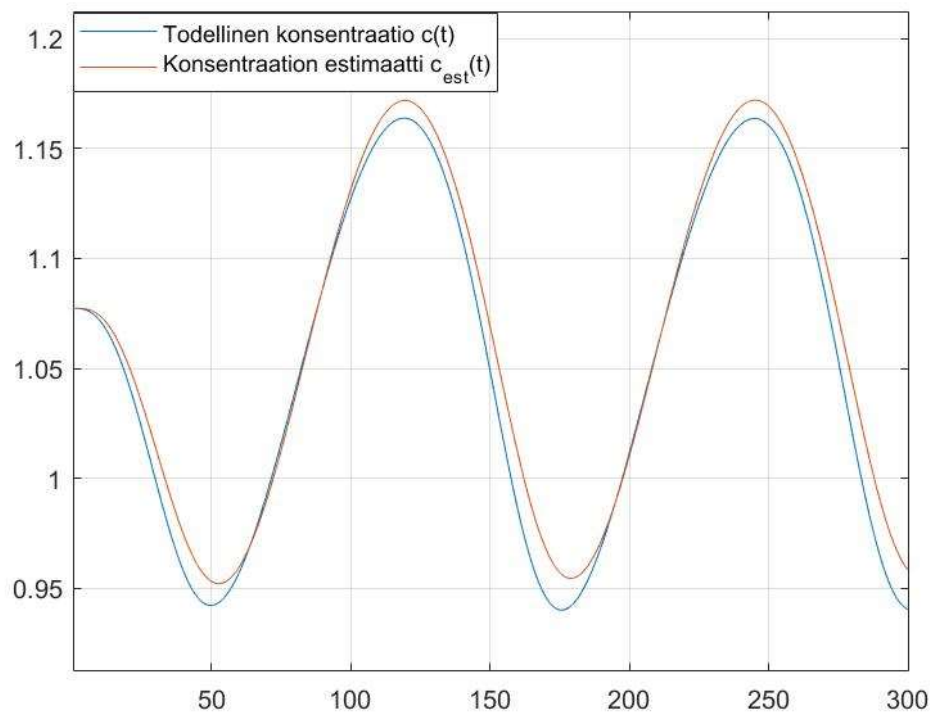
Aloitetaan testaus edellisessä luvussa suunnitellulla estimaattorilla, jonka navat siis ovat kaksi kertaa nopeammat kuin tilasäätimen navat. Syötetään jo tässä vaiheessa reaktoriin syöttönestettä, jonka lämpötila vaihtelee sinimuotoisesti kuten aiemmissakin simulaatioissa. Kuvan 21 mallilla simuloidut todellisen konsentraation ja estimoidun konsentraation kuvaajat on esitetty kuvassa 22.



**Kuva 22.** Vasteet todelliselle konsentraatiolle ja estimoidulle konsentraatiolle

Kuvasta 22 huomataan, että nyrkkisääntöjen avulla suunniteltu tilaestimaattori ei tuota kovin tarkkaa konsentraation estimaattia, sillä käyrät ovat selkeästi eri vaiheessa ja myös amplitudeissa on selkeää eroa. Täten joudutaan etsimään estimaattorille uudet tavoiteominaisarvot, joilla estimaatti suppenee paremmin todelliseen konsentraation arvoon.

Suunnittelemalla uudelleen tilaestimaattorin vahvistusmatriisi uusilla tavoitenapojen arvoilla havaitaan, että estimaattorin dynamiikan nopeuttaminen ei paranna estimointitulosta, vaan jopa huonontaa. Sen sijaan estimaattorin dynamiikan hidastaminen, eli napojen siirtäminen lähemmäs origoa näyttäisi parantavan huomattavasti estimaattia. Simulaatioiden avulla havaitaan että 0.5 kertaa tilasäätäjän navat eli kaksikymmentä kertaa mitta-anturin napaa hitaammat tavoitenavat omaava tilaestimaattori tuottaa paljon tarkemman konsentraation estimaatin verrattuna kuvan 22 tapaukseen. Edellä mainittuja tavoitenapojen arvoja käyttämällä suunnittelu tuottaa estimaattorin vahvistusmatriisiksi  $L = \begin{bmatrix} -0.0012 \\ 0.1437 \end{bmatrix}$ . Kuvaa 22 vastaavat kuvaajat uudelleen suunnitellulla estimaattorilla on esitetty kuvassa 23.

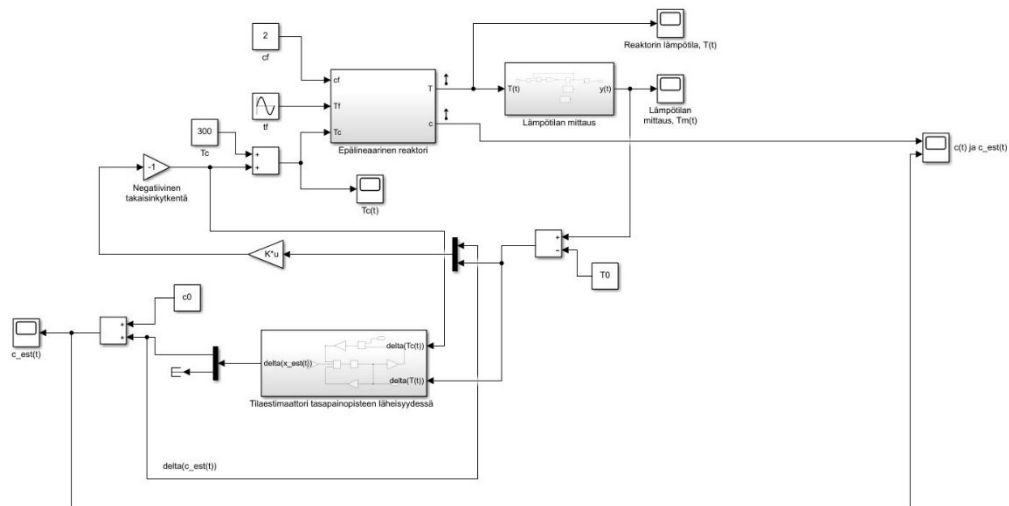


**Kuva 23.** Todellinen konsentraatio ja estimoitu konsentraatio hitaammilla tavoitenoilla

Kuten kuvasta 23 huomataan, on estimaatti nyt tarkka verrattuna aiempaan tapaukseen. Tyydytään tähän tulokseen ja kytketään estimoitu konsentraatio tilasäätäjän inputiin eli aloitetaan varsinaisen estimaattoripohjaisen tilasäätimen testaaminen. Koska sekä tilatakaisinkytkentä että estimaattori on suunniteltu tasapainopisteen läheisyydessä olevan

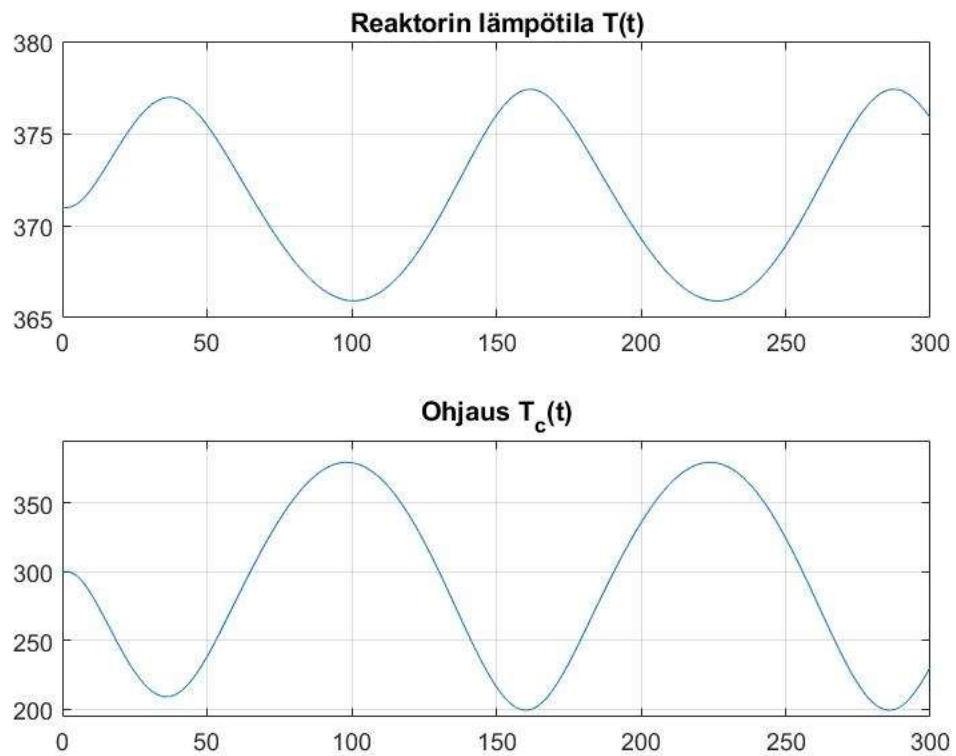
lineaarisen mallin perusteella, on simulaattorissa näiden lohkojen input- ja outputmuuttujina poikkeamamuuttujat.

Pääsääntösuurena myös estimaattoripohjaisen tilasäätimen tapauksessa on reaktorin lämpötila, joten tutkitaan tarkemmin lämpötilavastetta, kun syöttönesteen lämpötila vaihtelee samalla tavalla sinimuotoisesti. Testataan säädintä heti siten, että tilaestimaattorin ja tilasäätäjän inputina on epäideaalinen lämpötilamittaus, eli mitta-anturi on kytketty kiinni. Testaamisessa käytetty Simulink-malli on esitetty kuvassa 24.



**Kuva 24.** Simulink-malli estimaattoripohjaisen tilasäätimen testaamiseen

Kuvan 24 Simulink-mallista nähdään, että nyt estimaattorilta saatavaa konsentraation estimaattia hyödynnetään itse säädössä, toisin kuin aiemmassa vaiheessa. Käytettävä tilaestimaattori on sama täyden tilan estimaattori kuin edellisen luvun lineaarisessa simulaatiossa, eli estimaattori tuottaa myös reaktorin lämpötilan estimaatin. Lämpötila kytetään kuitenkin anturilla suoraan mittaamaan, joten tässä säätörakenteessa se on kytketty suoraan tilasäätimen inputiin. Estimoidusta tilavektorista on siksi poistettu lämpötilan estimaatti, kuten kuvasta 24 nähdään. Simuloinnin tuloksena saatu reaktorin todellisen lämpötilan  $T(t)$  kuvaaja on esitetty kuvassa 25.



**Kuva 25.** Reaktorin lämpötilavaste estimaattoripohjaisella tilasäätimellä sinimuotoiselle inpuhäiriölle

Kuten kuvasta 25 nähdään, niin myös estimaattoripohjaisella tilasäätimellä saadaan epälineaarinen reaktori stabiiloiua tasapainopisteen läheisyyteen, sillä lämpötila saadaan hallintaan, eikä se hakeudu stabiilien tasapainopisteiden läheisyyteen kuten ilman säädintä. Säätimellä saadaan myös tehokkaasti kompensoitua häiriön vaikutusta, sillä syöttönesteessä tapahtuva 30 asteen poikkeama tasapainopisteen lämpötilasta näkyy reaktorin lämpötilassa 5–6 asteen poikkeamana tasapainopisteen lämpötilasta, joka on hyvin pieni verrattuna häiriön suuruuteen.

Häiriön vaikutus reaktorin lämpötilassa on kuitenkin selkeästi suurempi kuin PI-säädintä käytettäessä, joten näillä vurityksillä PI-säätimellä saadaan tehokkaammin kompensoitua syöttönesteessä tapahtuvaa häiriötä. Estimaattoripohjainen tilasäädin ei myöskään sisällä integraattoria kuten PI-säädin, joten esimerkiksi syöttönesteen lämpötilassa tapahtuvaa askelmaista häiriötä ei kyetä täällä säätörakenteella poistamaan, kun taas PI-säätimellä kyetään.

Lisäämällä simulointiin mittauskohinaa huomataan kuitenkin, että estimaattoripohjainen tilasäädin onnistuu paremmin mittauskohinan suodatuksessa. Suuritaajuisen mittauskohinan aiheuttama vaihtelu reaktorin todellisessa lämpötilassa on lähes näkymätön estimaattoripohjaista tilasäädintä käytettäessä, kun taas PI-säätimen tapauksessa sen voi

selkeästi huomata. Korkeataajuinen mittauskohina näkyy myös ohjauksessa  $T_c(t)$  selvemmin PI-säätimen tapauksessa, mikä ei ole toivottavaa. Mittaussignaalin suodatus alipäästösuotimella todennäköisesti parantaisi tilannetta.

## 6. YHTEENVETO

Työn tavoitteena oli suunnitella teollisuudessa yleisesti käytettävälle sekoitussäiliöreaktorille kaksi erilaista säätörakennetta, joilla reaktorin lämpötilaa saadaan hallittua. Suunnittelun tavoitteena oli ennen kaikkea saada reaktori stabiloitua tasapainopisteen läheisyyteen sekä saada tehokkaasti kompensoitua syöttönesteessä tapahtuvaa lämpötilan vaihtelua. Koska lämpötilan säätö on tyypillisesti regulointitehtävä, ei tässä työssä keskitytty askelvasteen tutkimiseen.

Suunniteltaviksi säätörakenteiksi valittiin PI-säätö sekä estimaattoripohjainen tilasäätö. Suunnittelussa hyödynnettiin reaktorista muodostettua lineaarista approksimaatiota. PI-säädin suunniteltiin Routhin testin sekä herkkyysfunktion avulla. Säädin pyrittiin suunnittelemaan riittävän robustiksi, jotta sillä voitaisiin hallita myös todellista, dynamiikaltaan epälineaarista reaktoria. Estimaattoripohjainen tilasäädin puolestaan suunniteltiin napojen asettelumenetelmällä. Separaatioteoreeman mukaan tilatakaisinkytkennän vahvistusmatriisi ja tilaestimaattorin vahvistusmatriisi voitiin suunnitella erikseen.

Säätimien kykyä stabiloida reaktori ja kompensoida häiriötä todennettiin aluksi useilla lineaarisella reaktorimallilla tehdyillä simulaatioilla ja sen jälkeen epälineaarisella reaktorimallilla tehdyillä simulaatioilla. Simulaatioiden avulla havaittiin, että nyrkkisääntöjen perusteella suunniteltu estimaattori ei toiminut hyvin epälineaarisella reaktorilla, joten suunnittelua jouduttiin jatkamaan, kunnes riittävän hyvä viritys löytyi. Lopulta molemmat säätörakenteet todettiin toimiviksi ratkaisuiksi epälineaarisen reaktorin lämpötilan hallintaan tarkasteltavassa tasapainopisteessä. Kyseisillä virityksillä PI-säädin onnistui tehokkaammin kompensoimaan syöttönesteessä tapahtuvan häiriön vaikutusta.

Tämän työn säätimet suunniteltiin stabiloimaan reaktori ainoastaan tietyn tasapainopisteen läheisyyteen. Reaktori on kuitenkin dynamiikaltaan epälineaarinen, joten tämän työn säätimillä ei kyetä tehokkaasti hallitsemaan reaktorin lämpötilaa koko toiminta-alueellaan. Esimerkiksi adaptiivinen säätö voisi olla toimiva ratkaisu reaktorin säätämiseen laajemmalla toiminta-alueella.

# LÄHTEET

- [1] P. Albertos, M. Pérez-Polo, Nonisothermal Stirred-Tank Reactor with Irreversible Exothermic Reaction  $A \rightarrow B$ : 1. Modeling and Local Control, In H. Oscar Méndez-Acosta, R. Femat, V. González-Álvarez (ed.), Selected Topics in Dynamics and Control of Chemical and Biological Processes, Springer, 2007, pp. 3–32. Saatavissa (viitattu 24.3.2021): [https://doi-org.libproxy.tuni.fi/10.1007/978-3-540-73188-7\\_1](https://doi-org.libproxy.tuni.fi/10.1007/978-3-540-73188-7_1)
- [2] R.C. Dorf, R.H. Bishop, Modern control systems, 13<sup>th</sup> edition, Pearson, 2017, 1106 p.
- [3] H. Fogler, Elements of Chemical Reaction Engineering, 5th Edition, Pearson, 2016, 992 p. Saatavissa (viitattu 24.3.2021): <https://learning.oreilly.com/library/view/elements-of-chemical/9780133887822/>
- [4] W.L. Luyben, Chemical Reactor Design and Control, John Wiley & Sons, 2007, 437 p. Saatavissa (viitattu 29.3.2021): [https://app-knovel-com.libproxy.tuni.fi/web/toc.v/cid:kpCRDC0006/viewerType:toc//root\\_slug:viewrType%3Atoc/url\\_slug:root\\_slug%3Achemical-reactor-design?kpromoter=federation](https://app-knovel-com.libproxy.tuni.fi/web/toc.v/cid:kpCRDC0006/viewerType:toc//root_slug:viewrType%3Atoc/url_slug:root_slug%3Achemical-reactor-design?kpromoter=federation)
- [5] A. Visioli, M. Johnson, Practical PID Control, London: Springer London, 2006, 326 p. Saatavissa (viitattu 29.3.2021): <https://link-springer-com.libproxy.tuni.fi/book/10.1007%2F1-84628-586-0>
- [6] Visual Encyclopedia of Chemical Engineering: Continuous Stirred Tank Reactors, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 18.3.2021): <https://encyclopedia.che.engin.umich.edu/Pages/Reactors/CSTR/CSTR.html>
- [7] R.L. Williams, D.A. Lawrence, Linear State-Space Control Systems, John Wiley & Sons, 2007, 464 p.
- [8] K.J. Åström, T. Hägglund, Advanced PID Control, Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006, 460 p.
- [9] K.J. Åström, R.M. Murray, Feedback Systems: An Introduction for scientists and Engineers, Princeton University Press, 2008, 396 p. Saatavissa (viitattu 5.4.2021): [https://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM05/pdf/am08-complete\\_22Feb09.pdf](https://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM05/pdf/am08-complete_22Feb09.pdf)
- [10] K.J. Åström, T. Hägglund, PID-controllers: Theory, Design, and Tuning, Instrument Society of America, 1995, 343 p.
- [11] B. W. Bequette, Process control: modeling, design and simulation, Pearson, 2002. Saatavissa (viitattu 11.4.2021): [https://learning.oreilly.com/library/view/process-control-modeling/0133536408/?sso\\_link=yes&sso\\_link\\_from=tampere-university](https://learning.oreilly.com/library/view/process-control-modeling/0133536408/?sso_link=yes&sso_link_from=tampere-university)
- [12] R. Vilanova, V.M Alfaro, O. Arrieta, Robustness in PID control, In R. Vilanova, A. Visioli (ed.), PID Control in the Third Millennium, London: Springer London,



2012, pp. 113-145. Saatavissa (viitattu 14.6.2021): [https://doi-org.libproxy.tuni.fi/10.1007/978-1-4471-2425-2\\_4](https://doi-org.libproxy.tuni.fi/10.1007/978-1-4471-2425-2_4)

- [13] G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini, Feedback control of dynamic systems, seventh edition, Pearson, 2015, 864 p.