Tampereen yliopisto

Arttu Halminen

JOUSTAVARAKENTEISEN KÄSIPROTEESIN KIERTOLIIKKEEN TAKAISINKYTKETTY SÄÄTÖ

Kandidaatintyö
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta
Tarkastaja: Veli-Pekka Pyrhönen
Lokakuu 2021

TIIVISTELMÄ

Arttu Halminen: Materiaalin vaikutus käsiproteesin kiertoliikkeen takaisinkytkettyyn säätöön
Kandidaatintyö
Tampereen yliopisto
Teknisten tieteiden TkK-tutkinto-ohjelma, Automaatiotekniikka
Lokakuu 2021

Tilasäätö kuuluu moderniin säätöteoriaan ja sen avulla voidaan suunnitella säätimiä järjestelmille, joiden matemaattinen malli tunnetaan tai voidaan muodostaa. Tässä työssä tarkastellaan Karl J. Åströmin ja Richard M. Murrayn kirjassa Feedback Systems: An introduction for Scientists and Engineers 2nd edition esiteltävää joustavan rakenteen takaisinkytkettyä säätöä. Tutkittavan joustavan rakenteen malli koostuu moottorista, moottoriin kytketystä joustavasta akselista ja akselin päähän vaikuttavasta kuormasta. Mallia havainnollistavaksi rakenteeksi valitaan käsiproteesi, jonka kiertoliikettä on tarkoitus ohjata työssä suunniteltavalla säätimellä. Lisäksi työssä analysoidaan, kuinka materiaalivalinta vaikuttaa suunniteltavan järjestelmän käyttäytymiseen. Tässä työssä materiaalivalinnan on tarkoitus korostaa materiaalien tuomia eroja, minkä vuoksi ne ovat valittu jäykkyysasteikon ääripäistä ja näin ollen tutkittaviksi materiaaleiksi valikoitiin hiilikuitu ja silikoni.

Suunniteltavan säätimen tulee ohjata proteesin kiertoliikettä tarkasti ja nopeasti sekä sietää ja kumota mahdollisen häiriövääntömomentin aiheuttamat vaikutukset. Nämä vaatimukset täyttävä säädin tarvitsee tilaestimaattoripohjaisen integroivan tilatakaisinkytkennän, jonka onnistunut suunnittelu vaatii, että järjestelmä on sekä ohjattavissa että havaittavissa. Yllä mainittujen aihealueiden lisäksi työssä tarvitaan ja esitellään napojen asettelua sekä alipäästösuotimien käyttöä.

Lopuksi työssä simuloidaan järjestelmien vasteita MATLAB-ohjelmistosta löytyvällä Simulink-ohjelmalla. Simulaatioissa tutkitaan, kuinka tarkkoja ja nopeita järjestelmien tuottamat askel-, ohjaus- ja häiriövasteet ovat, sekä miten materiaalien tuomat erot näkyvät niissä. Lisäksi tarkastellaan, miten mittauskohina ja -epätarkkuus vaikuttavat simuloituihin vasteisiin.

Työn tuloksista nähdään, että hiilikuituproteesi pystytään virittämään huomattavasti nopeammaksi ja häiriönsietokyvyltään paremmaksi kuin silikoniproteesi, mutta se vaatii selkeästi suurempia ohjausarvoja. Hiilikuituversio on myös alttiimpi mittauskohinasta ja -epätarkkuudesta syntyville ohjausvasteen piikeille, minkä vuoksi mittausta pitää vielä suodattaa 1. kertaluokan alipäästösuotimella. Työn tavoitteissa onnistuttiin toivotulla tavalla, sillä proteeseille saatiin suunniteltua säätimet, jotka tuottivat nopeat ja tarkat vasteet sopivilla ohjausarvoilla kaikissa tutkittavissa osa-alueissa. Lisäksi työ osoittaa hyvin, miten materiaalivalinta vaikuttaa jokaiseen tutkittavaan vasteeseen ja kuinka se tulisi huomioida järjestelmän käyttökohteen valinnassa.

Avainsanat: tilasäätö, integroiva tilasäätö, LTI, käsiproteesi, materiaalin vaikutus

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck –ohjelmalla.

SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO 1
2. ONGELMANASETTELU 2
2.1 Joustavan rakenteen esittely ja matemaattinen malli 2
2.2 Valittu rakenne ja sen parametrisointi 3
3. KÄYTETTÄVÄT MENETELMÄT 7
3.1 LTI-systeemi ja -tilamalli 7
3.2 Järjestelmän ohjattavuus ja havaittavuus 8
3.3 Ominaisarvot ja napojen asettelu 10
3.4 Tilatakaisinkytkentä ja tilaestimointi 11
3.5 Integroiva tilasäätö 15
3.6 Alipäästösuotimen käyttö 17
4. TYÖN TULOKSET 19
4.1 Systeemin tilaesitys 19
4.2 Tilasäätäjän suunnittelu ja viritys 20
4.3 Järjestelmien askelvasteet 23
4.4 Järjestelmien häiriövasteet 26
4.5 Järjestelmien ohjausvasteet 28
4.6 Mittauskohinan ja -epätarkkuuden vaikutus 29
4.7 Simuloitujen vasteiden arviointi 31
5. YHTEENVETO 34
LÄHTEET 37

KUVALUETTELO

Kuva 2.1. Joustavan rakenteen periaatekuva. 2
Kuva 3.1. Tilamallin (3.1) yksinkertainen lohkokaavioesitys. 8
Kuva 3.2. Tilatakaisinkytkennän lohkokaaviomalli. 11
Kuva 3.3. Tilaestimaattorin lohkokaaviomalli. 13
Kuva 3.4. Tilaestimaattorilla ja integroivalla säädöllä varustettu tilatakaisinkytkentä. 16
Kuva 4.1. Järjestelmien askelvasteet ilman asetusarvosuodinta. 24
Kuva 4.2. Järjestelmien askelvasteet suodatuksella. 25
Kuva 4.3. Jatkuvan häiriön vaikutus järjestelmien vasteeseen. 26
Kuva 4.4. Impulssihäiriön vaikutus järjestelmien vasteeseen. 27
Kuva 4.5. Järjestelmien ohjausvasteet suotimella ja ilman suodinta. 28
Kuva 4.6. Häiriöiden vaikutus järjestelmien ohjausvasteisiin. 29
Kuva 4.7. Järjestelmien askel- ja ohjausvasteet mittauskohinalla ja -epätarkkuudella. 30
Kuva 4.8. Järjestelmien häiriövasteet mittauskohinalla ja -epätarkkuudella. 31

LYHENTEET JA MERKINNÄT

Lyhenteet:

DC-vahvistus	Järjestelmän vakaan ulostulon ja sisäänmenon suhde
LTI	engl. Linear Time-Invariant, lineaarinen aikainvariantti
MIMO	engl. Multi-Input Multi-Output, useita sisäänmenoja ja useita ulostuloja
SISO	engl. Single-Input Single-Output, yksi sisäänmeno ja yksi ulostulo

Merkinnät:

A	Tilamallin dynamiikkamatriisi
A_h	Hiilikuitujärjestelmän dynamiikkamatriisi
A_s	Silikonijärjestelmän dynamiikkamatriisi
A_{aug}	Laajennettu dynamiikkamatriisi
A_{aug_h}	Hiilikuitujärjestelmän laajennettu dynamiikkamatriisi
A_{aug_s}	Silikonijärjestelmän laajennettu dynamiikkamatriisi
B	Tilamallin ohjausmatriisi
B_h	Hiilikuitujärjestelmän ohjausmatriisi
B_s	Silikonijärjestelmän ohjausmatriisi
B_{aug}	Laajennettu ohjausmatriisi
B_{aug_h}	Hiilikuitujärjestelmän laajennettu ohjausmatriisi
B_{aug_s}	Silikonijärjestelmän laajennettu ohjausmatriisi
C	Tilamallin mittausmatriisi
c	Viskoosin vaimennuskerroin
D	Tilamallin suoravaikutusmatriisi
D_k	Koko sylinterin halkaisija
D_o	Sylinterin onton osan halkaisija
$F_1(s)$	1. kertaluokan alipäästösuotimen siirtofunktio
$F_2(s)$	2. kertaluokan alipäästösuotimen siirtofunktio
G	Liukumoduuli
h	Rakenteen osan pituus
I	Identiteettimatriisi
$I(t)$	Moottorin ohjausvirta
J	Hitausmomentti
K	Tilatakaisinkytkennän vahvistusmatriisi
K_{aug}	Laajennettu tilatakaisinkytkennän vahvistusmatriisi
K_h	Hiilikuitujärjestelmän tilatakaisinkytkennän vahvistusmatriisi

K_s	Silikonijärjestelmän tilatakaisinkytkennän vahvistusmatriisi
k	Torsiojäykkyys
k_f	Tilasäädön kalibrointiparametri
k_l	Moottorin vääntömomenttivakio
k_{Int}	Säätimen integrointivahvistus
L	Tilaestimaattorin vahvistusmatriisi
L_k	Käsiproteesin pituus
m	Massa
P	Sylinterin piiri
p_h	Hiilikuitujärjestelmän ominaisarvovektori
p_s	Silikonijärjestelmän ominaisarvovektori
Q_c	Ohjattavuusmatriisi
Q_{c_h}	Hiilikuitujärjestelmän ohjattavuusmatriisi
Q_{c_s}	Silikonijärjestelmän ohjattavuusmatriisi
Q_o	Havaittavuusmatriisi
Q_{o_h}	Hiilikuitujärjestelmän havaittavuusmatriisi
Q_{o_s}	Silikonijärjestelmän havaittavuusmatriisi
r	Sylinterin säde
r_k	Koko sylinterin säde
r_o	Sylinterin onton osan säde
$\boldsymbol{r}(t)$	Systeemin sisäänmenovektori
T_d	Häiriövääntömomentti
T_f	Alipäästösuotimen aikavakio
$\boldsymbol{u}(t)$	Systeemin sisäänmenovektori
V	Tilavuus
$\boldsymbol{x}(t)$	Systeemin tilavektori
$\hat{\boldsymbol{x}}(t)$	Systeemin tilaestimaattivektori
$\boldsymbol{x_0}$	Tilamuuttujien alkuarvovektori ajanhetkellä t_0
$\boldsymbol{y}(t)$	Systeemin ulostulovektori
$\boldsymbol{y}_m(t)$	Systeemin mitattu ulostulovektori
α	Pyörivän massan kulmakiihtyvyys
λ_i	Systeemin ominaisarvot
μ_i	Tavoitenavat
ρ	Tiheys
θ	Akselin kulma
ω	Pyörivän massan kulmanopeus
$\boldsymbol{\xi}(t)$	Erosuureen integraali

1. JOHDANTO

Teknologian kehittyessä tarkkuutta vaativa työ yleistyy koko ajan ja automaation sekä säätötekniikan osuus tehdystä työstä kasvavat jatkuvasti. Iso osa toistuvista ja mekaanisista töistä tehdään jo erilaisten robottien toimesta ja usein niiltä vaaditaan hyvin tarkkoja toimenpiteitä. Tämän kaltaisten toimenpiteiden onnistuminen vaatii toiminnan ja olosuhteiden erinomaista tuntemista ja esimerkiksi materiaali, josta robotti on valmistettu, voi vaikuttaa saataviin tuloksiin merkittävästi.

Tässä työssä tarkastellaan Karl J. Åströmin ja Richard M. Murrayn kirjassa Feedback Systems: An introduction for Scientists and Engineers 2nd edition esiteltävää joustavan rakenteen takaisinkytkettyä säätöä. Kirjassa esiteltävä rakenne muodostuu moottorista, joka ohjaa joustavaa vartta ja mahdollisesti sen päähän kytkettyä kuormaa. Rakenne kuvaa siis hyvin käsiproteesia tai robottikättä, jonka kiertoliikettä pyritään ohjaamaan mahdollisimman tarkasti ulkoisista häiriöistä huolimatta. Tässä työssä mallinnetaan ihmiselle mitoitettua käsiproteesia, jolle pyritään suunnittelemaan onnistunut säätöratkaisu. Tavoitteena on siis suunnitella kahdesta eri materiaalista valmistetuille proteeseille hyvin toimivat säätöratkaisut, jotka toteuttavat toivotun kiertoliikkeen tarkasti, mutta nopeasti. Lisäksi työssä tarkastellaan, kuinka materiaalivalinta vaikuttaa järjestelmän tarkkuuteen, nopeuteen sekä häiriönsietokykyyn.

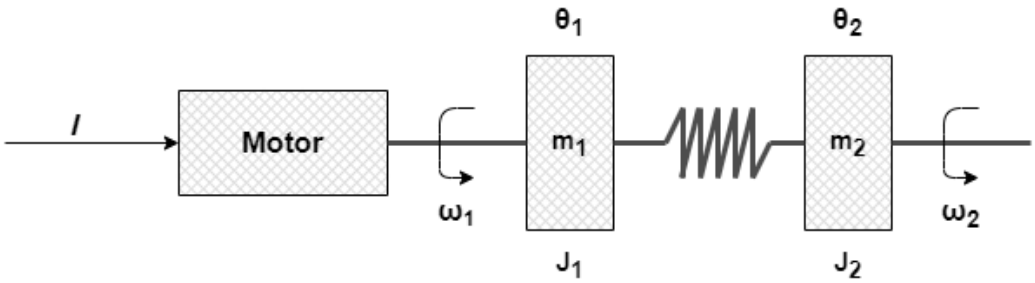
Työ alkaa joustavan rakenteen perusteellisesta esittelystä, jossa havainnollistetaan ensin järjestelmän periaate ja taustalla oleva matemaattinen malli. Tämän jälkeen perehdytään valitun rakenteen, eli käsiproteesin, parametrisointiin. Työn aiheen esittelyn ja pohjustuksen jälkeen siirrytään kolmanteen lukuun, jossa tutustutaan työssä käytettävien menetelmien teoriaan. Luku sisältää työlle oleellisimmat säätötekniikan perusteet onnistuneen säätöratkaisun suunnitteluvaiheista. Nämä vaiheet ovat LTI-systeemien ja -tilamallien muodostaminen, järjestelmän ohjattavuuden ja havaittavuuden tarkastelu, napojen asettelu, tilatakaisinkytkennän ja -estimoinnin luominen, alipäästösuotimen hyödyntäminen sekä integroivan säädön suunnittelu. Lopuksi työssä esitellään menetelmien tuottamat tulokset, järjestelmien simuloidut vasteet sekä arvioidaan ja vertaillaan eri materiaalien tuottamia vaikutuksia. Järjestelmän vasteet simuloidaan MATLAB / Simulink-ohjelmistolla, johon saatava säätörakenne mallinnetaan. Systeemiä kuvaava Simulink-malli esitetään liitteissä.

2. ONGELMANASETTELU

Työn tarkoituksena on suunnitella kahdesta eri materiaalista tehdyille käsiproteeseille onnistuneet säätöratkaisut sekä tutkia materiaalien tuomia vaikutuksia säädön suunnitteluun ja järjestelmien tuottamiin vasteisiin. Tässä luvussa esitellään työn teoreettinen tausta, jossa avataan joustavan rakenteen periaate ja sen esiintyminen käytännön järjestelmissä. Työn periaatteen esittelyn jälkeen tarkastellaan järjestelmän matemaattista mallia ja perehdytään sen sisältämiin muuttujiin. Lopuksi tarkastellaan tarkemmin työlle valittua rakennetta ja määritetään sille tarvittavat mitat.

2.1 Joustavan rakenteen esittely ja matemaattinen malli

Järjestelmää, joka koostuu kuvan 2.1 mukaisesti moottorista, moottoriin kytketystä joustavasta akselista ja akselin päähän kiinnitetystä kuormasta, voidaan kutsua joustavaksi rakenteeksi. Työssä on tarkoitus suunnitella tämän kaltaiselle joustavalle rakenteelle onnistunut säätöjärjestelmä käyttäen akselin kuorman puoleisen pään kulmamittausta. Kuvassa 2.1 kuorma sijoittuu akselin oikeanpuoleiseen päätyyn. Mittauksen avulla säädin saa tietoa akselin kulmasta, jota se käyttää ohjauksen muodostamiseen. Takaisinkytkentää hyväksi käyttäen säädin pystyy myös tarvittaessa tekemään korjauksia sekä muutoksia järjestelmän saavuttamaan tai haluttuun tilaan. Tästä muodostuu työn tausta eli joustavan rakenteen takaisinkytketty säätö.



Kuva 2.1. *Joustavan rakenteen periaatekuva.*

Kuvassa 2.1 m_i:t ovat akselin osien massat, J_i:t ovat massallisten osien hitausmomentit, ω_i:t ovat pyörivien massojen kulmanopeudet, θ_i:t ovat akselin päiden kulmat ja I on moottorin ohjausvirta.

Joustavia rakenteita, jotka noudattavat kuvan 2.1 mukaista periaatetta ja, joita voidaan mallintaa kyseisellä systeemillä, ovat esimerkiksi optisten asemien lukupäät, robottikädet

ja käsiproteesit sekä yleisesti järjestelmät, joissa pyritään ohjaamaan moottorin kiertämän akselin pään paikkaa. Ilman tässä työssä tehtävää säätöä äsken mainituissa järjestelmissä esiintyy hyvin todennäköisesti mekaanista värähtelyä, joka riippuu suoraan käytettävästä materiaalista ja akselin päähän kiinnitetyn kuorman suuruudesta. [1, s. 3-46]

Joustavan rakenteen takaisinkytketyn säädön suunnittelemiseksi systeemiä täytyy kuvata matemaattisten mallien avulla. Työssä esiteltävät, järjestelmää kuvaavat, differentiaaliyhtälöt ovat peräisin lähteestä [1, s. 3-46], jossa esitellään järjestelmän periaate ja sen dynamiikkaa kuvaavat yhtälöt. Nämä järjestelmää kuvaavat differentiaaliyhtälöt esitellään kaavassa (2.1).

Jotta moottorista, akselista ja massoista muodostunutta systeemiä päästään mallintamaan, on rakennetta ajateltava kuvan 2.1 mukaisessa muodossa. Tällä tarkoitetaan sitä, että todellisuudessa järjestelmä ei todennäköisesti näytä kuvan mukaiselta systeemiltä, vaan sen massa voi olla oikeasti jakautunut akselille joko tasaisesti tai epätasaisesti. Järjestelmä vain pelkistetään kuvan mukaiseen muotoon, jolloin se jaetaan kahteen massalliseen osaan, joiden välillä oleva jousi kuvastaa järjestelmän joustavaa luonnetta. Nämä asiat huomioon ottaen on muodostettu differentiaaliyhtälöt

$$\begin{cases} J_1 \frac{d^2}{dt^2}\theta_1(t) + c * \left(\frac{d}{dt}\theta_1(t) - \frac{d}{dt}\theta_2(t)\right) + k * \left(\theta_1(t) - \theta_2(t)\right) = k_I * I(t) \\ J_2 \frac{d^2}{dt^2}\theta_2(t) + c * \left(\frac{d}{dt}\theta_2(t) - \frac{d}{dt}\theta_1(t)\right) + k * \left(\theta_2(t) - \theta_1(t)\right) = T_d(t) \end{cases} . \tag{2.1}$$

Kaavassa (2.1) $\frac{d^2}{dt^2}\theta_{\mathrm{i}}(t) = \alpha_i(t)$ ovat pyörivien massojen kulmakiihtyvyydet, c on viskoosin vaimennuksen kerroin, k kuvaa akselin jäykkyyttä, k_I on moottorin vääntömomenttivakio ja T_d kuvaa akselin päähän vaikuttavaa häiriövääntömomenttia. Häiriövääntömomenttia T_d ei ole merkitty kuvaan 2.1, mutta se vaikuttaa kuvassa esitellyn akselin oikeanpuoleiseen päähän. Lisäksi matemaattisessa mallissa oletetaan, että moottorin ohjausvirta $I(t)$ on suoraan verrannollinen moottorin tuottamaan vääntömomenttiin.

2.2 Valittu rakenne ja sen parametrisointi

Tutkittavaksi käytännön rakenteeksi valitaan käsiproteesi, jonka kiertoliikkeen toteuttava moottori sijoitetaan kyynärvarren yläpäähän eli lähelle kyynärpäätä. Näin järjestelmän akselina toimii kyynärvarsi, joka välittää moottorin tuottaman kiertoliikkeen kädelle tai kouralle ja joka joustaa torsio- eli kiertoliikkeessä materiaalikohtaisten parametrien mukaisesti. Työssä kämmenratkaisua ei kuitenkaan sisällytetä rakenteeseen, vaan työssä keskitytään vain käsivarren kiertoliikkeen suunnitteluun.

Proteesin tulee kuitenkin kestää pieniä häiriövääntömomentteja, mutta sitä ei suunnitella kääntämään suuria kuormia, vaan säätöön vaikuttavat kuormien ja häiriöiden tuomat vääntömomentit pyritään pitämään rakenteen omiin massoihin nähden sopivassa mittaluokassa. Tässä työssä kuormien ja häiriöiden tuomat vaikutukset käsitellään häiriövääntömomentin T_d kautta. Työtä ja tutkimusta yksinkertaistetaan myös siten, että työhön toteutettavan käsiproteesin runko suunnitellaan sylinterin muotoiseksi. Työn pääpaino on näin ollen järjestelmän säädön onnistuneella suunnittelulla, sen simuloinnilla ja materiaalin tuomien vaikutusten vertailulla.

Oleellisena osana työtä on siis käytettävät materiaalit ja materiaaleiksi valitaan tässä työssä hiilikuitu ja silikoni. Materiaalivalinnat eroavat jäykkyyksiensä puolesta suuresti, millä pyritään havainnollistamaan materiaalinvalinnan merkitystä säädön suunnittelussa ja järjestelmien tuottamissa vasteissa. Materiaaleista hiilikuitu on hyvin jäykkärakenteinen materiaali silikonin ollessa erittäin joustavaa.

Seuraavaksi johdetaan kaikki rakenteeseen liittyvät parametrit, jotka ovat myös taulukossa 2.1. Proteesin mitat määritetään ihmisen kyynärvarren pituuksien mukaan, jolloin kyynärvartta kuvaavan sylinterin piiriksi valitaan 0,27 m. Tällöin ympyrän piirin kaavalla (2.2) voidaan määrittää sylinterin säde

$$P = 2\pi r, \tag{2.2}$$

jossa *P* on sylinterin piiri ja *r* on ympyrän säde.

Koko sylinterin säteeksi saadaan 0,043 m. Jotta proteesin sisälle mahtuisivat kaikki tarvittavat johdot, on proteesin rakenteesta suunniteltava ontto.

Hiilikuitu on materiaalina todella kestävää ja jäykkää, joten siitä tehty rakenne voisi olla paksuudeltaan 10 % koko säteestä, jolloin onton osan säde olisi noin 0,039 m. Silikoni on puolestaan todella joustava ja rakenteeltaan pehmeä, joten siitä tehty materiaali voisi olla paksuudeltaan 60 % koko säteestä, jolloin sen onton osan säde olisi noin 0,017 m.

Periaatekuvassa järjestelmän massat olivat jaettu kahteen osaan, joten proteesi jaetaan laskuissa vastaavasti kahteen massalliseen osaan. Näiden osien pituuksiksi valitaan 0,1 m ja 0,18 m. Jotta proteesien massat saataisiin määritettyä, tulee saaduilla säteillä laskea proteesin rakenteen muodostamat tilavuudet kaavalla

$$V = \pi r_k^2 h - \pi r_o^2 h\,. \tag{2.3}$$

Kaavassa (2.3) *V* on sylinterin tilavuus, r_k on koko sylinterin säde, r_o on onton osan säde ja *h* on sylinterin pituus.

Tästä saadaan hiilikuidusta valmistetuille sylintereille tilavuuksiksi noin 1,1*10^{-4} m^3 ja 2,0*10^{-4} m^3. Vastaavasti silikonista valmistetuille sylintereille saadaan 4,9*10^{-4} m^3 ja 8,8*10^{-4} m^3.

Säteen ja tilavuuden määrittämisen jälkeen pystytään selvittämään materiaalikohtaiset kokonaismassat kaavalla

$$m = \rho V, \tag{2.4}$$

jossa *m* on massa ja ρ on tiheys. Kaava vaatii kuitenkin materiaaleille ominaiset tiheydet. Hiilikuidun tiheys riippuu sen tyypistä ja sen arvot voivat olla 1760–2120 $\frac{kg}{m^3}$ [2]. Tässä työssä hiilikuidun tiheytenä käytetään arvoa 1800 $\frac{kg}{m^3}$. Vastaavasti silikonin tiheys riippuu sen rakenteesta, mutta tässä työssä käytetään sille ilmoitettua keskimääräistä tiheyttä, joka on 1240 $\frac{kg}{m^3}$ [3]. Lisäksi oletetaan, että proteesin sisällä kulkevien johtojen massat ovat hyvin pieniä, joten käsitellään niitä tässä työssä massattomina.

Näin saadaan molemmista materiaaleista valmistettujen sylinterien massat ja hiilikuidulla ne ovat noin 0,20 kg ja 0,36 kg. Silikonilla vastaavien osien massat ovat noin 0,60 kg ja 1,09 kg. Saaduilla massoilla voidaan määrittää järjestelmän onttojen sylinterien hitausmomentit kaavalla

$$J = \frac{1}{2} m(r_k^2 + r_o^2), \tag{2.5}$$

jossa *J* on sylinterin hitausmomentti.

Tästä saadaan hiilikuidusta rakennetun proteesin osille hitausmomentit 3,32*10^{-4} kgm^2 ja 5,97*10^{-4} kgm^2. Vastaavasti silikonille saadaan hitausmomentit 6,47*10^{-4} kgm^2 ja 12*10^{-4} kgm^2.

Seuraavaksi tulee määrittää materiaalien jäykkyydet, jotka saadaan torsiojäykkyyden kaavasta (2.6) [4]. Kaava vaatii materiaaleille ominaiset liukumoduulit, jotka ovat yksi materiaalin jäykkyyttä kuvaavista suureista. Hiilikuidun liukumoduulin arvot ovat kirjallisuudessa 10–15 Gpa ja tässä työssä käytetään arvoa 12 Gpa [5]. Silikonin keskimääräiseksi liukumoduuliksi esitetään kirjallisuudessa 0,208 Gpa ja näin ollen sitä käytetään tässä työssä [3].

$$k = \frac{\pi G(D_k^4 - D_o^4)}{32 L_k}, \tag{2.6}$$

jossa *k* on materiaalien torsiojäykkyys, *G* on liukumoduuli, D_k on koko sylinterin halkaisija, D_o on onton osan halkaisija ja L_k on käsiproteesin koko pituus.

Näin saadaan hiilikuidusta rakennetulle proteesille jäykkyydeksi 78,94 $\frac{kgm^2}{rad}$ ja vastaavasti silikonille 3,88 $\frac{kgm^2}{rad}$. Lopuksi pitää vielä määrittää viskoosin vaimennuskerroin c ja moottorin vääntömomenttivakio k_I. Puutteellisen aineiston johdosta työn ohjaajan kanssa viskoosin vaimennuskertoimien arvoiksi valittiin hiilikuidulle 0,4 ja silikonille 0,1. Vastaavasti moottorien vääntömomenttivakioista löytyi hyvin niukasti tietoa, joten sen arvoksi valittiin 1. Nyt kaavan (2.1) kaikki muuttujat ovat pohjustettu ja ne löytyvät taulukosta 2.1.

Taulukko 2.1. *Rakenteen parametrit.*

Symboli	Kuvaus	Arvo	Yksikkö
P	Sylinterin piiri	0,27	m
r_k	Koko sylinterin säde	0,043	m
r_o_*H*	Onton osuuden säde, hiilikuitu	0,039	m
r_o_*S*	Onton osuuden säde, silikoni	0,017	m
h1	Käsiproteesin 1. osan pituus	0,1	m
h2	Käsiproteesin 2. osan pituus	0,18	m
V1_H	1. osan tilavuus, hiilikuitu	$1{,}1*10^{-4}$	m^3
V2_H	2. osan tilavuus, hiilikuitu	$2{,}0*10^{-4}$	m^3
V1_S	1. osan tilavuus, silikoni	$4{,}9*10^{-4}$	m^3
V2_S	2. osan tilavuus, silikoni	$8{,}8*10^{-4}$	m^3
ρ _H	Hiilikuidun tiheys	1800	kg/m^3
ρ _S	Silikonin tiheys	1240	kg/m^3
m1_H	1. osan massa, hiilikuitu	0,2	kg
m2_H	2. osan massa, hiilikuitu	0,36	kg
m1_S	1. osan massa, silikoni	0,6	kg
m2_S	2. osan massa, silikoni	1,09	kg
J1_H	1. osan hitausmomentti, hiilikuitu	$3{,}32*10^{-4}$	kgm^2
J2_H	2. osan hitausmomentti, hiilikuitu	$5{,}97*10^{-4}$	kgm^2
J1_S	1. osan hitausmomentti, silikoni	$6{,}47*10^{-4}$	kgm^2
J2_S	2. osan hitausmomentti, silikoni	$12*10^{-4}$	kgm^2
G_H	Hiilikuidun liukumoduuli	12	GPa
G_S	Silikonin liukumooduuli	0,208	GPa
k_H	Hiilikuidun torsiojäykkyys	78,94	kgm^2/rad
k_S	Silikonin torsiojäykkyys	3,88	kgm^2/rad
c_H	Viskoosin vaimennuskerroin, hiilikuitu	0,4	-
c_S	Viskoosin vaimennuskerroin, silikoni	0,1	-
kI	Moottorin vääntömomenttivakio	1	Nm/A

3. KÄYTETTÄVÄT MENETELMÄT

Tässä luvussa esitellään kaikki työssä käytettävät tilasäädön menetelmät ja niihin liittyvät teoriat, joilla tutkittava järjestelmä saadaan toimimaan halutulla tavalla. Työssä tutkittava järjestelmä on yhden sisääntulon ja yhden ulostulon aikainvariantti SISOLTI *(eng. Single-Input Single-Output Linear Time-Invariant)* -systeemi, jolle voitaisiin teoriassa käyttää myös klassista säätöteoriaa ja siihen kuuluvia menetelmiä, mutta ne eivät välttämättä toteuttaisi proteesin takaisinkytketylle säädölle asetettuja vaatimusmäärittelyjä. Tässä työssä sovelletaan tilasäätöä, joka kuuluu moderniin säätöteoriaan, ja keskitytään sille toimiviin menetelmiin. Työssä ei vertailla klassisen ja modernin säätöteorian tuottamia tuloksia, vaan työn huomio on puhtaasti aikaisemmin esitellyn järjestelmän säädön suunnittelussa ja materiaalien tuomien vaikutusten arvioinnissa.

3.1 LTI-systeemi ja -tilamalli

LTI *(eng. Linear Time-Invariant)* -systeemiksi eli lineaariseksi aikainvariantti systeemiksi kutsutaan järjestelmää, jonka sisäänmenot ja ulostulot noudattavat superpositioperiaatteeseen, homogeenisuuteen sekä aikainvarianssiin liittyviä sääntöjä. Superpositioperiaatteella tarkoitetaan sitä, että jos systeemin sisäänmeno koostuu usean sisäänmenosignaalin summasta, vastaavasti sen ulostulo koostuu jokaista sisäänmenosignaalia vastaavan ulostulosignaalin summasta. Homogeenisuudella puolestaan tarkoitetaan sitä, että jos systeemin sisäänmenosignaalia skaalataan tai kerrotaan jollakin suureella, vastaava skaalaus tai kertominen näkyy myös ulostulosignaalissa. Systeemi on aikainvariantti, jos systeemin vaste tietylle sisäänmenolle ei riipu siitä, milloin se systeemiin syötetään eli jos sisäänmeno $u(t)$ tuottaa ulostulon $y(t)$, niin sisäänmeno $u(t + a)$ tuottaa ulostulon $y(t + a)$, jossa $a > 0$. On siis huomioitavaa, että LTI-systeemit koostuvat vain lineaarisista aikariippuvista yhtälöistä. [1, s. 2-6][6, s. 3–22]

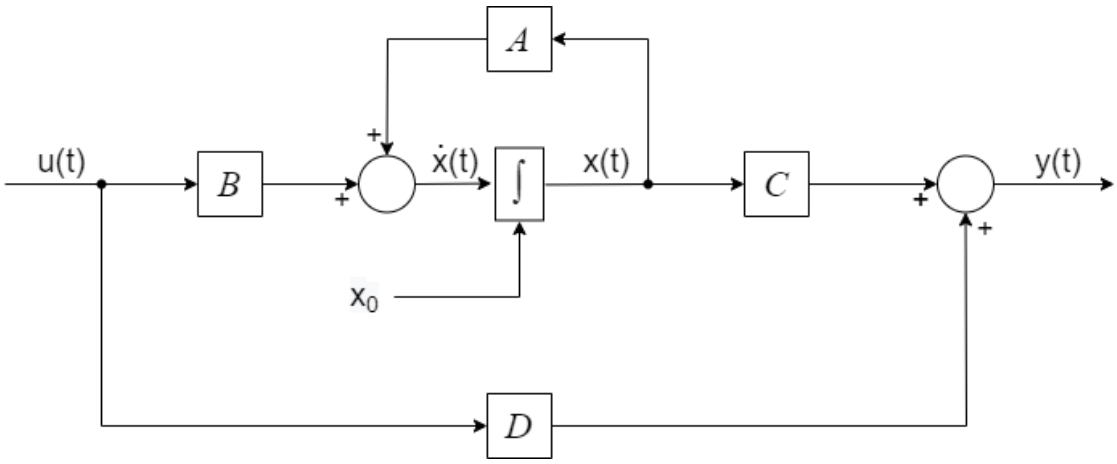
Käytännössä systeemit ovat usein epälineaarisia, jolloin niille ei voi suoraan soveltaa lineaaristen mallien menetelmiä, vaan ne tulee ensin linearisoida esimerkiksi Taylorin sarjakehitelmällä [7, s. 43]. Joustavan rakenteen matemaattinen malli on lineaarinen, joten linearisointia ei tarvitse tehdä ja näin ollen sitä ei tässä työssä käsitellä enempää.

Työssä käytetään modernista säätöteoriasta tunnettua tilasäätöä, joka perustuu tilamalleihin. Tilamallit ovat yksi tapa kuvata systeemien dynamiikkaa ja eroten klassisen säätöteorian menetelmistä, sillä voidaan suunnitella säätörakenteita myös MIMO- *(eng.*

Multi-Input Multi-Output) eli monimuuttujajärjestelmille [7, s. 2]. Yleisin tapa esittää LTI-tilamalleja on differentiaaliyhtälöryhmä

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = C\boldsymbol{x}(t) + D\boldsymbol{u}(t) \end{cases}, \tag{3.1}$$

jossa vektoria $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ kutsutaan tilavektoriksi, joka sisältää *n* kappaletta systeemin tilamuuttujia, joiden ei tarvitse olla mitattuja ulostuloja tai ylipäätään edes mitattavissa, mutta niiden täytyy pystyä kuvaamaan systeemin dynamiikka. Vektori $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^{\mathrm{r}\times 1}$ on systeemin sisäänmenovektori, joka sisältää *r* kappaletta systeemin ohjauksia. Vektori $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^{\mathrm{k}\times 1}$ on systeemin ulostulovektori, ja se sisältää *k* kappaletta mitattuja ulostuloja. Differentiaaliyhtälöryhmä (3.1) sisältää myös dynamiikkamatriisin $A \in \mathbb{R}^{n\times \mathrm{n}}$, ohjausmatriisin $B \in \mathbb{R}^{\mathrm{n}\times \mathrm{r}}$, mittausmatriisin $C \in \mathbb{R}^{\mathrm{k}\times \mathrm{n}}$ ja suoravaikutusmatriisin $D \in \mathbb{R}^{\mathrm{k}\times \mathrm{r}}$. Käytännössä D- eli suoravaikutusmatriisi on hyvin usein nollamatriisi, joka ei tässäkään työssä vaikuta säätimen suunnitteluprosessiin. Kuvassa 3.1 on mallin (3.1) alkeislohkokaavio, johon on merkitty alkuarvot sisältävä vektori $\boldsymbol{x}_0$ ajanhetkellä t_0. [8, s. 3–10]



Kuva 3.1. *Tilamallin (3.1) yksinkertainen lohkokaavioesitys.*

3.2 Järjestelmän ohjattavuus ja havaittavuus

Suunniteltaessa tutkittavalle järjestelmälle tilasäätäjää on tarkasteltava järjestelmän ohjattavuus ja havaittavuus niihin tarkoitetuilla testeillä. Ohjattavuustestillä selvitetään, voidaanko systeemin tilaa ohjata se sisäänmenoilla mistä tahansa alkutilasta mihin tahansa lopputilaan äärellisellä aikavälillä. Havaittavuustestillä puolestaan selvitetään, pystytäänkö koko systeemin käyttäytymistä tarkkailemaan pelkästään ohjauksesta ja ulostulosta, eli fyysisistä mittauksista, saatavilla tiedoilla. [9, s. 143–144]

Tarkastellaan ensin ohjattavuustestiä, joka voidaan tehdä muutamalla tavalla, kuten esimerkiksi Gilbert- tai Kalman-testillä. Tässä työssä kuitenkin käytetään ja esitellään vain

jälkimmäinen, joka on saanut nimensä sen kehittäjän Rudolf E. Kálmánin mukaan. Ohjattavuustestissä tarvitaan vain mallin (3.1) tiladifferentiaaliyhtälön matriisit, koska systeemin ulostulo ei vaikuta sen ohjattavuuteen. Näin ollen riittää, että tarkastellaan vain yhtälöryhmän ylintä osaa

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}(t). \tag{3.2}$$

Esitellään seuraavaksi ohjattavuuden ja havaittavuuden määritelmät.

Ohjattavuuden määritelmä: Tilayhtälön (3.2) tai matriisiparin (*A*, *B*) sanotaan olevan ohjattavissa, jos mille tahansa alkutilalle $\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0$ ja mille tahansa lopputilalle $\boldsymbol{x}_1$ on olemassa sisäänmeno, joka siirtää systeemin tilasta $\boldsymbol{x}_0$ tilaan $\boldsymbol{x}_1$ äärellisessä ajassa. Jos näin ei ole, kaavan (3.2) tai matriisiparin (*A*, *B*) sanotaan olevan ei-ohjattavissa. [9, s. 144]

Nyt ohjattavuustesti voidaan tehdä Kalman-menetelmällä, jossa systeemin ohjattavuutta tutkitaan ohjattavuusmatriisilla, jonka komponentit saadaan kaavasta (3.2). Ohjattavuusmatriisi muodostetaan kaavalla

$$Q_c = [B\ AB\ A^2B \cdots A^{n-1}B]_{n\times n}. \tag{3.3}$$

Systeemi on ohjattavissa, jos ohjattavuusmatriisi Q_c on täysrankinen eli $rank(Q_c) = n$. [10, s. 82–83]

Havaittavuuden määritelmä: Tilayhtälön (3.1) sanotaan olevan havaittavissa, jos mikä tahansa tuntematon alkutila $\boldsymbol{x}(0)$ voidaan selvittää äärellisestä hetkellä 0 alkavasta aikavälistä ohjausarvojen $\boldsymbol{u}$ ja ulostulon arvojen $\boldsymbol{y}$ avulla [9, s. 153].

Havaittavuustesti voidaan tehdä vastaavasti ainakin kahdella tavalla eli Gilbert- tai Kalman-testillä, mutta työssä käytetään ja esitellään vain jälkimmäinen vaihtoehto. Havaittavuudessa tarvitaan yhtälöryhmän (3.1) molempia yhtälöitä toisin kuin ohjattavuudessa, koska testissä tarvitaan tietoa systeemin ulostulosta. Testissä käytetään hyväksi yhtälöryhmästä löytyvää dynamiikkamatriisia *A* ja mittausmatriisia *C*, joiden avulla muodostetaan havaittavuusmatriisi

$$Q_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}_{n\times n}. \tag{3.4}$$

Samalla tavalla kuin ohjattavuuden kanssa, systeemi on havaittavissa vain ja ainoastaan, jos kaavasta (3.4) saatava havaittavuusmatriisi on täysrankinen eli $rank(Q_o) = n$. Mikäli testimatriisit Q_c ja Q_o ovat neliömatriiseja, niin niiden ranki on täysi, jos ja vain jos

matriisit ovat ei-singulaarisia. Tämän tyyppisten matriisien determinantti on nollasta poikkeava, mikä tarkoittaa sitä, että tässäkin työssä muodostettavien ohjattavuus- ja havaittavuusmatriisien determinanttien tulee olla nollasta poikkeavia. [10, s. 82–91]

3.3 Ominaisarvot ja napojen asettelu

Systeemin stabiiliutta tutkittaessa tulee tarkastella sen dynamiikkamatriisin *A* ominaisarvoja. Jos systeemin stabiiliutta tarkasteltaisiin siirtofunktioiden avulla, niin tutkittaisiin nimittäjän nollakohtia. Ominaisarvot, jotka ovat usein samoja kuin järjestelmän navat, kuvaavat systeemin dynaamista käyttäytymistä. Ominaisarvot voivat olla puhtaasti reaalisia, puhtaasti imaginäärisiä tai reaalisesta ja imaginäärisestä osasta koostuvia arvoja. Mikäli jonkin ominaisarvon reaaliosa on nolla tai positiivinen luku, luokitellaan systeemi epästabiiliksi. [11, s. 469–480]

Järjestelmän ominaisarvoihin pystytään vaikuttamaan seuraavassa alaluvussa 3.4 esiteltävällä tilatakaisinkytkennällä. Tällä pyritään tuottamaan järjestelmästä tarvittaessa stabiili ja vaikuttamaan sen dynaamiseen käyttäytymiseen, kuten systeemin asettumisaikaan, nousuaikaan sekä värähtelyyn. [8, s. 254–255]. Tässä työssä tilatakaisinkytkennän vahvistus suunnitellaan napojen asettelumenetelmällä niin, että takaisinkytketty säätöjärjestelmä toteuttaa sille asetetut vaatimusmäärittelyt. Mikäli järjestelmä on ohjattava, voidaan teoriassa sen ominaisarvot sijoittaa mihin tahansa kompleksitasoon [1, s. 7-33]. On kuitenkin tärkeää huomioida, että ominaisarvojen paikkaa päätettäessä on järjestelmälle asetettujen stabiilius ja dynamiikkatavoitteiden lisäksi tarkasteltava niiden vaikutus systeemin ohjausarvoihin, jotka puolestaan asettavat omat rajoitteensa.

Systeemin ominaisarvot λ_i voidaan ratkaista yhtälöstä

$$|\lambda_i I - A| = 0, \tag{3.5}$$

jossa *I* on identiteettimatriisi. [12, s. 382]

Yhtälö (3.5) antaa siis tietoa järjestelmän käyttäytymisestä, mutta se ei suoraan kerro mitkä navat ovat supistumattomia, ellei systeemi ole minimirealisaatio. Minimirealisaatiolla tarkoitetaan, että systeemillä on pienin mahdollinen määrä tiloja [8, s. 185–186]. Tässä teoriaosuudessa oletetaan systeemin olevan minimirealisaatio. Nyt takaisinkytketyn järjestelmän dynamiikka pyritään määräämään asettelemalla sen navat sopivasti kompleksitasoon. Tavoitenavoista voidaan muodostaa polynomifunktio

$$\begin{aligned} \alpha(s) &= (s-\mu_1)(s-\mu_2)\cdots(s-\mu_n) \\ &= s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \cdots + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0, \end{aligned} \tag{3.6}$$

jossa μ_i ovat tavoitenapoja.

Tilatakaisinkytkennän vahvistus *K* lasketaan asettamalla tavoitenapojen muodostama funktio (3.6) yhtä suureksi suljetun systeemin ominaisarvojen yhtälön (3.7) kanssa.

$$|sI - (A - BK)| = 0 \tag{3.7}$$

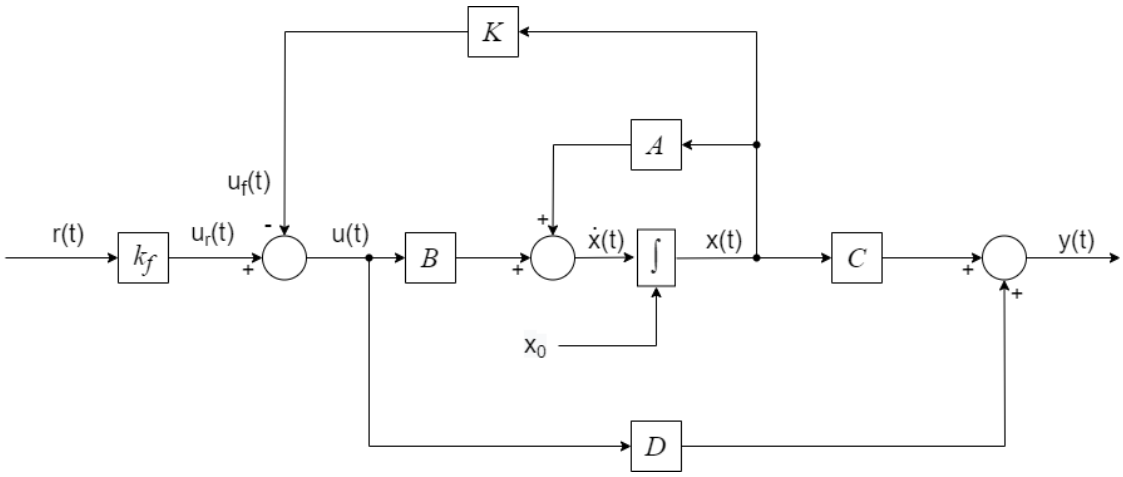
Tällöin muodostuu yhtälö

$$|sI - A + BK| = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \cdots + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0, \tag{3.8}$$

josta saadaan ratkaistua tilatakaisinkytkentävahvistuksen arvot. Yhtälöstä huomataan, että *K*:n arvot riippuvat siis avoimen piirin matriisiparista (*A*, *B*) sekä tavoitelluista suljetun piirin karakteristisesta polynomista. [8, s. 255–256]

3.4 Tilatakaisinkytkentä ja tilaestimointi

Tilatakaisinkytkentä muodostetaan tekemällä suljettu säätöpiiri, jolle asetetaan tavoitteeseen sopivat navat ja määritetään tilatakaisinkytkentävahvistus $K \in \mathbb{R}^{n \times r}$, jossa *n* on systeemin tilamuuttujien määrä ja r on systeemin ohjauksien määrä. Hyvin suunnitellun tilatakaisinkytkennän etuna on, että sillä saadaan redusoitua järjestelmää kuvaavan matemaattisen mallin sisältämän epätarkkuuden sekä mahdollisen kohinan ja häiriöiden aiheuttamat vaikutukset. Tilatakaisinkytkennän yksinkertainen lohkokaaviomalli on esitelty kuvassa 3.2 [8, s. 235]. [9, s. 231–232]



Kuva 3.2. *Tilatakaisinkytkennän lohkokaaviomalli.*

Tilatakaisinkytkentä ei kuitenkaan aina pysty pääsemään haluttuun asetusarvoon, kuten esimerkiksi tilanteessa, jossa järjestelmään syötetään jatkuva häiriö tai järjestelmää kuvaava malli ei ole kuitenkaan tarpeeksi tarkka. Tällöin järjestelmän erosuure ei suppene nollaan ja haluttuun ulostuloon jää virhettä. Tähän asiaan palataan alaluvussa 3.5, jossa esitellään säätömenetelmä, jolla saadaan järjestelmän erosuure suppenemaan nollaan, mikä tarkoittaa, että myös ulostulo vastaa toivottua asetusarvoa. [1, s. 1-19, 7-24–7-25]

Aikaisemmin alaluvussa 3.1 todettiin, että monessa käytännön järjestelmässä, kuten myös tässä, suoravaikutusmatriisi *D* on nollamatriisi ja näin ollen tilatakaisinkytkentään käytetään tilamallin muotoa

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = C\boldsymbol{x}(t) \end{cases} . \tag{3.9}$$

Kaava (3.9) esittää avointa säätöpiiriä, jolle ohjausta suunnitellaan. Tavoitteena on nyt suunnitella säätölaki

$$u(t) = u_r(t) + u_f(t) = -K\boldsymbol{x}(t) + k_f r(t) , \tag{3.10}$$

jossa tilatakaisinkytkentävahvistus *K* pyritään muodostamaan siten, että järjestelmälle asetetut tavoitevaatimukset täyttyvät [1, s. 7-10]. Nyt pystytään muodostamaan suljetun säätöpiirin tilamalli yhdistämällä kaavat (3.9) ja (3.10) [8, s. 235], jolloin se on muotoa

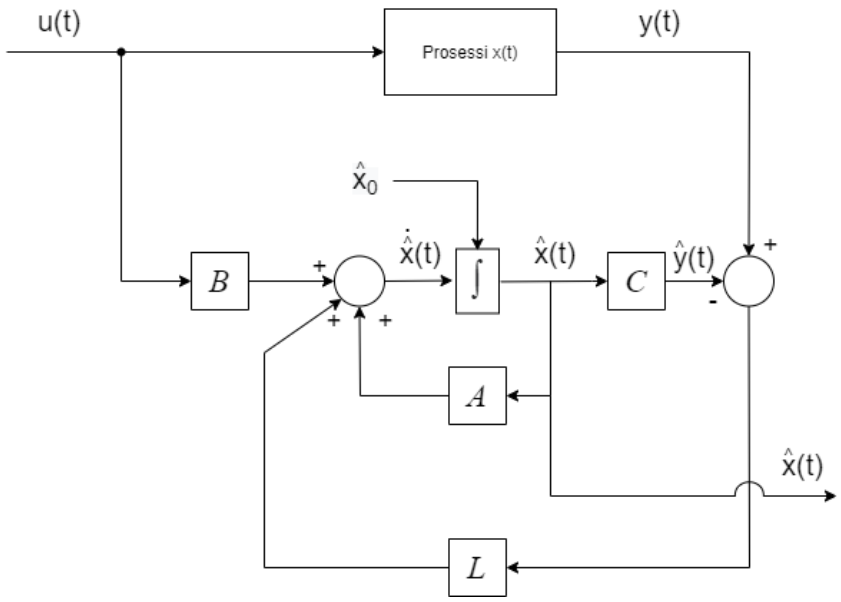
$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = (A - BK)\boldsymbol{x}(t) + Bk_f\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = C\boldsymbol{x}(t) \end{cases} . \tag{3.11}$$

Kaavoissa (3.10) ja (3.11) esiintyvä muuttuja k_f on skalaarivahvistus, jonka tehtävänä on kalibroida järjestelmän DC-vahvistus täsmälleen 1:ksi. Tämä skalaarivahvistus on toiselta nimeltään kalibrointiparametri ja suoravaikutusmatriisin D ollessa nollamatriisi, se saadaan laskettua kaavasta

$$k_f = -\frac{1}{C(A - BK)^{-1}B} . \tag{3.12}$$

[1, s. 7-11]

Esitelty tilatakaisinkytkentä pitää sisällään oletuksen, että kaikki systeemin tilat ovat mitattavissa. Tämän kaltaiset järjestelmät ovat kuitenkin käytännössä harvinaisia, koska usein kaikkia järjestelmän tiloja ei vain yksinkertaisesti pystytä mittaamaan tai ne ovat tietoisesti jätetty mittaamatta, esimerkiksi taloudellisista syistä. Tässä työssä esiteltävä järjestelmä pitää myös sisällään tiloja, joita ei mitata, mutta ne tarvitaan järjestelmän säätöä varten. Nämä puuttuvat tilat pystytään kuitenkin usein estimoimaan käytettävissä olevien mittausten $\boldsymbol{y}_m$ ja ohjausten $\boldsymbol{u}$ avulla, jos ja vain jos järjestelmä on havaittavissa alaluvun 3.2 mukaisesti. Tällaista järjestelmää nimitetään tilaestimaattoriksi tai tilahavaitsijaksi ja sen lohkokaaviomalli on esitelty kuvassa 3.3. [8, s. 300–302] [9, s. 247–248]



Kuva 3.3. *Tilaestimaattorin lohkokaaviomalli.*

Palataan tarkastelemaan tilamallia (3.1). Tilamallissa huomioidaan nyt, että mittaukset toteutetaan käytännön antureilla, jolloin mittausmatriisi on C_m ja kaikkia tiloja ei pystytä mittaamaan, joten $C_m \neq I$. Tässä vaiheessa oletetaan lisäksi, että systeemi on havaittavissa ja että sen suoravaikutusmatriisi *D* on nollamatriisi. Järjestelmän todetaan täyttävän nämä ominaisuudet luvussa 4. Näillä muokkauksilla saadaan tilamallin muodoksi

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}_m(t) = \boldsymbol{C}_m\boldsymbol{x}(t) \end{cases}, \qquad x(0) = x_0, \tag{3.13}$$

jossa $\boldsymbol{y}_m$ kuvaa mitattuja tiloja. [8, s. 300–301]

Muodostetaan seuraavaksi täyden tilan tilaestimaattori, joka estimoi kaikki systeemin tilat, mukaan lukien mittaukset $\boldsymbol{y}_m$. Tilaestimaattoria varten muokataan kaavaa (3.13) ja määritetään siihen sopiva muuttuja $\hat{\boldsymbol{x}}$, joka on tilan $\boldsymbol{x}$ estimaatti. Tämä ei vielä riitä, sillä saatavien tuloksien virheellisyyden arvioimiseen tarvitaan estimointivirhettä kuvaava muuttuja $\tilde{\boldsymbol{x}}$. Mikäli systeemi on stabiili eli dynamiikkamatriisin *A* kaikkien ominaisarvojen reaaliosat ovat negatiivisia, ja tällöin kompleksitason vasemmassa puoliskossa, niin ajan kuluessa estimaattivirhe $\tilde{\boldsymbol{x}}$ suppenee nollaan. Tämä tarkoittaa myös sitä, että tilaestimaattorin tuottamat arvot alkavat vastaamaan järjestelmän tilojen arvoja. [1, s. 8-6–8-7]

Tähän mennessä tuotettu tilaestimaattori ei kuitenkaan ole vielä käytännön kannalta hyödyllinen, sillä siinä esiintyvän estimointivirheen dynamiikkaan ei pystytä vaikuttamaan mitenkään, koska se riippuu suoraan dynamiikkamatriisista *A*. Tämä tarkoittaa sitä, että estimaattorilla voi mennä todella kauan ennen kuin sen tuottamat estimaatit vastaavat todellisia arvoja. Tämän lisäksi estimaattorin tuottama estimaatti $\hat{\boldsymbol{x}}$ ei vastaa

todellisia tiloja $\boldsymbol{x}$ milloinkaan, jos systeemiä kuvaavan mallin dynamiikkamatriisi A on epätarkka. [1, s. 8-7]

Ongelma saadaan kuitenkin ratkaistua lisäämällä estimaattorin rakenteeseen korjaustermi, joka sisältää tilaestimaattorin vahvistusmatriisin $L \in \mathbb{R}^{n \times k}$. Tällöin estimaattivirheen suppenemisnopeuteen ja yleisesti estimaattorin dynamiikkaan voidaan vaikuttaa. Lisätään seuraavaksi tilaestimaattorin kaavaan vahvistus L, mittausmatriisi C_m ja ulostulon mittaus $\boldsymbol{y}_m$, jolloin saadaan yhtälö

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}(t) = A\hat{\boldsymbol{x}}(t) + B\boldsymbol{u}(t) + L\big(\boldsymbol{y}_m(t) - C_m\hat{\boldsymbol{x}}(t)\big), \qquad \hat{\boldsymbol{x}}(0) = \hat{\boldsymbol{x}}_0\,, \tag{3.14}$$

jossa $\hat{\boldsymbol{x}}_0$ on tilaestimaattorin estimaatin alkutila.

Aikaisemmin mainittu korjaustermi on oikeastaan kaavan (3.14) osa $L\big(\boldsymbol{y}_m(t) - C_m\hat{\boldsymbol{x}}(t)\big)$. Kaava (3.14) voidaan myös esittää muodossa

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}(t) = (A - LC_m)\hat{\boldsymbol{x}}(t) + B\boldsymbol{u}(t) + L\boldsymbol{y}_m(t), \qquad \hat{\boldsymbol{x}}(0) = \hat{\boldsymbol{x}}_0\,, \tag{3.15}$$

josta nähdään, että matriisi $(A - LC_m)$ vastaa tilamallin (3.1) dynamiikkamatriisia A ja näin ollen pitää sisällään samoja ominaisuuksia. Nyt yhdistämällä kaavat (3.2) ja (3.14) sekä lisäämällä siihen estimointivirheen vaikutus saadaan yhtälö

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}(t) = (A - LC_m)\tilde{\boldsymbol{x}}(t)\,. \tag{3.16}$$

[8, s. 301–302]

Systeemin ollessa havaittava alaluvun 3.2 mukaisesti, voidaan vahvistus L muodostaa siten, että estimaattorista tulee stabiili, kun matriisin $(A - LC_m)$ ominaisarvot ovat reaaliosaltaan negatiiviset. Näin estimointivirhe saadaan ajan kuluessa suppenemaan kohti nollaa ja estimaattorin tuottamat arvot saadaan vastaamaan tilojen oikeita arvoja, vaikka dynamiikkamatriisi A ei olisikaan täysin tarkka. Lisäksi estimaattorin nopeuteen pystytään nyt vaikuttamaan vahvistuksen L valinnalla. [1, s. 8-7]

Tilaestimaattoria suunniteltaessa on kuitenkin huomioitava, että estimaattori tulee virittää tarpeeksi nopeaksi, jotta se voi tuottaa riittävän laadukasta tietoa systeemin tiloista tilatakaisinkytkennälle. Nyrkkisääntönä on, että estimaattorin navat tulee valita 2–6 kertaa nopeammaksi, eli reaaliosaltaan negatiivisemmaksi, kuin tilatakaisinkytkennässä. Estimaattorin virityksessä tulee kuitenkin huomioida sen kohinaherkkyys. Estimaattorista tulee sitä herkempi kohinalle mitä kauempana origosta estimaattorin navat ovat imaginääriakselin vasemmalla puolella. Tämä tarkoittaa sitä, että estimaattoria suunniteltaessa tulee tehdä kompromisseja suppenemisnopeuden ja kohinaherkkyyden välillä. [11, s. 522–253]

Estimaattorin vahvistuksen *L* navat voidaan asetella samalla periaatteella kuin tilatakaisinkytkentävahvistuksen *K* navat, mikä esiteltiin alaluvussa 3.3. Tässä kohtaa on tärkeä ymmärtää, että matriisin $(A - LC)$ ja $(A - LC)^T$ ominaisarvot ovat identtiset ja näin ollen niitä voidaan verrata kaavaan (3.7), josta saadaan yhtäläisyydet

$$A \leftrightarrow A^T \quad B \leftrightarrow C^T \quad K \leftrightarrow L^T \ . \tag{3.17}$$

Näillä ehdoilla voidaan siis muodostaa tilaestimaattorin vahvistus *L* vastaavasti kuin vahvistusmatriisi *K* eli kaavalla (3.8), jolloin saadaan yhtälö

$$|sI - A + LC_m| = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \cdots + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0 \ . \tag{3.18}$$

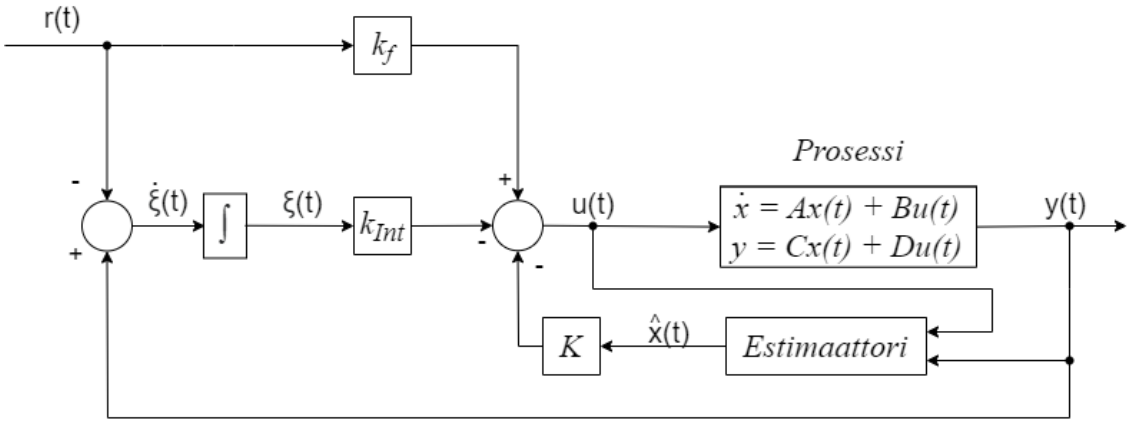
[1, s. 8-7–8-10]

On myös hyvä todeta, että koko järjestelmän stabiilius ei kärsi esitellystä säätöratkaisusta, sillä tilatakaisinkytkentä ja tilaestimaattori ovat molemmat suunniteltavissa erikseen stabiileiksi ja tällöin ne tuottavat myös yhdessä käytettyinä kokonaisuudessaan stabiilin systeemin [12, s. 802].

3.5 Integroiva tilasäätö

Alaluvussa 3.4 esitellyllä tilatakaisinkytkennällä ja siihen huolellisesti suunnitellulla kalibrointiparametrillä k_f servotehtävistä saadaan hyviä ja tarkkoja tuloksia. Tämä kuitenkin vaatii, että järjestelmää kuvaava malli on todella tarkka, mikä on epärealistista, jolloin tulokset eivät käytännössä ole niin hyviä, mitä simulaatiot saattavat ennustaa [1, s. 7-24]. Takaisinkytkennän tehtävänä on tuottaa hyviä tuloksia, vaikka järjestelmän matemaattinen kuvaus pitäisi sisällään epätarkkuutta, parametrien vaihtelua tai tarkoituksen mukaista approksimointia. Näihin toivottuihin ominaisuuksiin päästään muodostamalla systeemiin integroiva säädin, joka ehkäisee myös ulkoisten häiriöiden vaikutuksia säädettäviin suureisiin. [8, s. 271]

Integroivan säätimen toiminta perustuu siihen, että se pyrkii saamaan erosuureen automaattisesti ajan kuluessa nollaan. Mikäli erosuure saa nollasta poikkeavia arvoja, alkaa säätimen integroiva osuus vaikuttamaan systeemin ohjaukseen, jonka kautta se pyrkii palauttamaan erosuureen arvon takaisin nollaksi. Kuvassa 3.4 esitelty lohkokaaviomalli kuvaa tilaestimaattorilla ja integroivalla säätimellä varustettua tilatakaisinkytkentää. [1, s. 7-26] [8, s. 272–273]



Kuva 3.4. *Tilaestimaattorilla ja integroivalla säädöllä varustettu tilatakaisinkytkentä.*

Integroivan säätimen implementoimisen jälkeen tilatakaisinkytkennän yhteydessä esitelty kalibrointiparametri k_f ei ole enää välttämätön järjestelmän tarkkuuden kannalta, sillä hyvin suunniteltu integraattori riittää tarkan vasteen aikaansaamiseksi. Näin ollen kalibrointiparametrin voi jopa ottaa kokonaan pois tai antaa sille arvoksi nolla. Kalibrointiparametri auttaa kuitenkin systeemin vasteen transienttivaiheessa ja yleisesti vasteen käyttäytymissä, joten sen säilyttäminen osana järjestelmää on toisinaan tarpeellista. [1, s. 7-26]

Integroivan säätimen suunnittelu aloitetaan esittelemällä uusi tila $\boldsymbol{\xi}$(t), joka on järjestelmän erosuureen integraali. Tämä lisätään kaavaan (3.2), jolloin saadaan laajennettu malli

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\boldsymbol{x}(t) - B\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{r}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\boldsymbol{x}(t) - B\boldsymbol{u}(t) \\ C\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{r}(t) \end{bmatrix}. \tag{3.19}$$

Laajennetun mallin (3.19) myötä myös säätimen tuottama ohjaus muuttuu ja sille saadaan vastaavasti laajennettu malli

$$\boldsymbol{u}(t) = -K\boldsymbol{x}(t) - k_{Int}\boldsymbol{\xi}(t) + k_f\boldsymbol{r}(t)\,, \tag{3.20}$$

jossa k_{Int} on integrointivahvistus.

Tällöin järjestelmän tasapainotila on:

$$\boldsymbol{x}_e = -(A - BK)^{-1}B(k_f\boldsymbol{r} - k_{Int}\boldsymbol{\xi}_e)\,, \qquad C\boldsymbol{x}_e = \boldsymbol{r}\,, \tag{3.21}$$

joka saadaan yhdistämällä kaavat (3.19) ja (3.20). Muodostuneen yhtälön $\boldsymbol{x}_e$ kuvaa tilojen saavuttamaa tasapainopistettä ja $\boldsymbol{\xi}_e$ arvo muuttuu siten, että systeemi saavuttaa tasapainotilan, jossa $\dot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{r} = 0$. Tähän tilanteeseen päästään vain, kun systeemi on stabiili, joka saavutetaan vahvistusmatriisin K ja integrointivahvistuksen k_{Int} oikeanlaisilla valinnoilla. Lopullinen säätölaki on määritelty kaavalla

$$\boldsymbol{u}(t) = -K\boldsymbol{x}(t) - k_{Int}\boldsymbol{\xi}(t) + k_f\boldsymbol{r}(t)\,, \qquad \dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = \boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{r}(t) \tag{3.22}$$

Käytännössä vahvistuksien *K* sekä k_{Int} suunnittelun kannalta johdetut kaavat tarkoittavat sitä, että järjestelmän dynamiikkamatriisi *A* ja ohjausmatriisi *B* laajennetaan vastaamaan kaavaa (3.19), jolloin muodostuvat laajennetut matriisit

$$A_{aug} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \qquad B_{aug} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{3.23}$$

Tämän lisäksi tavoiteominaisarvoihin pitää lisätä yksi napa, jolla voidaan vaikuttaa muodostuvan säätimen integroivaan osaan. Nyt kaavan (3.23) sisältämät matriisit ja täydennetty ominaisarvojoukko voidaan sijoittaa kaavaan (3.8), jolloin saadaan vahvistusmatriisi

$$K_{aug} = [K \quad k_{Int}]\,, \tag{3.24}$$

josta puolestaan saadaan tarvittavat vahvistukset *K* ja k_{Int}. Huomioitavaa on, että laajennetut matriisit A_{aug} ja B_{aug} sekä integrointia varten lisätty napa ovat vain vahvistusten suunnittelua varten eikä niitä käytetä muuten järjestelmän mallinnuksessa. [1, s. 7-24–7-26] [8, s. 273–274]

Käytännön tilanteissa integroivan säätimen yhteydessä on aina tarkasteltava ja arvioitava niin kutsutun windup-ilmiön mahdollisuutta. Windup-ilmiö tarkoittaa tilannetta, jossa säätimen integraattori jatkaa erosuureen integroimista ja säätimen ohjausarvon muuttamista, vaikka toimilaite ei pystyisi toteuttamaan ohjauksen antamaa käskyä esimerkiksi sen fyysisistä rajoitteista johtuen. Tästä seuraa, että integraattorin tuottama arvo kasvaa itseisarvoltaan liian suureksi ja asetusarvoa muuttaessa järjestelmässä esiintyy viivettä, sillä integraattorin kerääntyneen arvon purkautuminen voi viedä aikaa. Näin syntynyt viive ei purkaudu järjestelmästä itsestään, vaan systeemi tarvitsee resetoida. Windup-ilmiölle on olemassa omat ratkaisunsa, mutta niitä ei tässä työssä tarkastella, koska työ toteutetaan simulaattorin tuottamien vasteiden avulla, joissa toimilaitteiden tuomia rajoitteita ei ole. Ratkaisun tuottaminen esiteltyyn ongelmaan voisi olla tulevaisuudessa hyvä jatkotutkimuksen kohde. [11, s. 679]

3.6 Alipäästösuotimen käyttö

Alipäästösuotimet ovat järjestelmiä, joilla voidaan suodattaa sen sisäänmenosignaalista korkeita taajuuskomponentteja. Tällöin suotimen ulostuloon päästetään vain sisäänmenosignaalin matalia taajuuksia. Alipäästösuotimelle asetetaan siis rajataajuus, jonka alit-

tavat taajuuskomponentit pääsevät koskemattomina läpi, kun taas sen ylittävät taajuuskomponentit suodatetaan rajataajuuden suuruisiksi. Tällä tavoin esimerkiksi mittaussignaalit pysyvät suhteellisen tarkkoina, jolloin niillä voidaan luoda huomattavasti luotettavampia ja tarkempia vasteita. Mittauskohinan suodatus on tärkeää, jotta kohina ei pääse häiritsemään säätimen ohjausta ja koko säätöpiirin toimintaa. [1, s. 11-19, s. 13-17] [13, s. 145, s.336]

Tyypillisimpiä säätötekniikassa käytettäviä alipäästösuotimia ovat 1. ja 2. kertaluokan suotimet, joista 2. kertaluokan versio suodattaa rajataajuuden ylittäviä komponentteja tehokkaammin, mutta samalla se voi myös hidastaa järjestelmän dynamiikkaa ei-toivotulla tavalla. Molemmat suotimet tekevät systeemistä kuitenkin tarkemman, joten valinta suotimien välillä tulee tehdä tarpeen ja tilanteen mukaan. Alipäästösuotimien siirtofunktiot ovat

$$F_1(s) = \frac{1}{T_f s + 1} \qquad F_2(s) = \frac{1}{\frac{T_f^2 s^2}{2} + T_f s + 1}, \tag{3.25}$$

joissa T_f on suotimille määritettävä aikavakio. Tässä työssä alipäästösuodattimia hyödynnetään asetusarvon ja mittaussignaalin suodattamiseen. [1, s. 11-19] [13, s. 369]

4. TYÖN TULOKSET

Tässä luvussa esitellään kaikki työssä saadut tulokset. Alaluvussa 4.1 esitellään systeemin tilaesityksen muodostaminen, jonka jälkeen alaluvussa 4.2 esitellään työssä käytettävien menetelmien tuottamat tulokset. Näistä simuloidut vasteet ovat kerätty alalukuihin 4.3, 4.4 ja 4.5. Lopuksi luvuissa 4.6 ja 4.7 tarkastellaan vielä mittauskohinan ja -epätarkkuuden vaikutuksia aikaisemmissa alaluvuissa esiteltyihin vasteisiin sekä arvioidaan saatuja tuloksia ja pohditaan materiaalien sekä häiriöiden tuomien vaikutuksien suuruutta sekä luonnetta.

4.1 Systeemin tilaesitys

Tilaesitys tehdään järjestelmälle muodostettujen differentiaaliyhtälöiden eli kaavan (2.1) pohjalta. Tämän työn sovelluksella on neljä tilamuuttujaa ja ne ovat valittu seuraavasti: $x_1 = \theta_1$, $x_2 = \theta_2$, $x_3 = \dot{\theta}_1$ ja $x_4 = \dot{\theta}_2$. Tämän jälkeen differentiaaliyhtälö muokataan siihen muotoon, että tilamuuttujien derivaatat löytyvät yhtälön vasemmalta puolella ja loput termit oikealta puolelta, jonka jälkeen valitut tilamuuttujat sijoitetaan yhtälöön. Tällöin LTI-tilaesitykseksi saadaan

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = -\frac{k}{J_1}x_1 + \frac{k}{J_1}x_2 - \frac{c}{J_1}x_3 + \frac{c}{J_1}x_4 + \frac{k_I}{J_1}I \\ \dot{x}_4 = \frac{k}{J_2}x_1 - \frac{k}{J_2}x_2 + \frac{c}{J_2}x_3 - \frac{c}{J_2}x_4 + \frac{1}{J_2}T_d \end{cases} . \tag{4.1}$$

Mallista (4.1) saadaan tilamallin dynamiikkamatriisi *A* ja ohjausmatriisi *B*, jotka ovat

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k}{J_1} & \frac{k}{J_1} & -\frac{c}{J_1} & \frac{c}{J_1} \\ \frac{k}{J_2} & -\frac{k}{J_2} & \frac{c}{J_2} & -\frac{c}{J_2} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_I}{J_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_2} \end{bmatrix} . \tag{4.2}$$

Seuraavaksi muodostetaan mittausmatriisi *C* eli ulostulovektori. Järjestelmässä halutaan säätää käsiproteesin pään paikkaa eli sen kulmaa θ_2, jolloin saadaan

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \tag{4.3}$$

Kyseisessä järjestelmässä ohjaukset eivät suoraan vaikuta systeemin ulostuloon, joten sen suoravaikutusmatriisi *D* on nollamatriisi.

Nyt kaavan (4.2) *A* ja *B* matriiseihin voidaan sijoittaa alaluvussa 2.2 muodostetut parametrit, jolloin hiilikuidun matriisit ovat noin

$$A_h = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}0000 \\ -2{,}3810 & 2{,}3810 & -0{,}0121 & 0{,}0121 \\ 1{,}3228 & -1{,}3228 & 0{,}0067 & -0{,}0067 \end{bmatrix} * 10^5$$
$$B_h = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 3{,}0161 & 0 \\ 0 & 1{,}6756 \end{bmatrix} * 10^3 \quad . \tag{4.4}$$

Silikonille vastaavat matriisit ovat noin

$$A_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}0010 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}0010 \\ -5{,}9908 & 5{,}9908 & -0{,}1545 & 0{,}1545 \\ 3{,}3282 & -3{,}3282 & 0{,}0858 & -0{,}0858 \end{bmatrix} * 10^3$$
$$B_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1{,}5452 & 0 \\ 0 & 0{,}8584 \end{bmatrix} * 10^3 \quad . \tag{4.5}$$

4.2 Tilasäätäjän suunnittelu ja viritys

Kun järjestelmälle halutaan suunnitella estimaattoripohjainen tilasäätäjä, pitää ensin tutkia, onko järjestelmä ohjattava ja havaittava. Järjestelmän ohjattavuusmatriisit ovat:

$$Q_{c_h} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}0000 & -0{,}0000 & 0{,}0006 \\ 0 & 0 & 0{,}0000 & -0{,}0003 \\ 0{,}0000 & -0{,}0000 & 0{,}0006 & -1{,}0119 \\ 0 & 0{,}0000 & -0{,}0003 & 0{,}5622 \end{bmatrix} * 10^{13}$$
$$Q_{c_s} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}0000 & -0{,}0002 & 0{,}0481 \\ 0 & 0 & 0{,}0001 & -0{,}0267 \\ 0{,}0000 & -0{,}0002 & 0{,}0481 & -9{,}3446 \\ 0 & 0{,}0001 & -0{,}0267 & 5{,}1915 \end{bmatrix} * 10^9 \quad , \tag{4.6}$$

jossa Q_{c_h} on hiilikuituproteesin ja Q_{c_s} on silikoniproteesin ohjattavuusmatriisi.

Ohjattavuusmatriisin determinantti on hiilikuituproteesilla noin $-1{,}4*10^{24}$ ja silikonilla noin $-6{,}3*10^{19}$, jotka ovat nollasta poikkeavia ja tarkoittavat, että järjestelmät ovat ohjattavissa.

Kaavalla (3.4) saadaan puolestaan havaittavuusmatriisi, jolloin järjestelmien havaittavuusmatriiseiksi saadaan

$$Q_{o_h} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}0000 \\ 0{,}0013 & -0{,}0013 & 0{,}0000 & -0{,}0000 \\ -2{,}4824 & 2{,}4824 & -0{,}0113 & 0{,}0113 \end{bmatrix} * 10^8$$
$$Q_{o_s} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}0000 \\ 0{,}0333 & -0{,}0333 & 0{,}0009 & -0{,}0009 \\ -7{,}9999 & 7{,}9999 & -0{,}1731 & 0{,}1731 \end{bmatrix} * 10^5 \quad , \tag{4.7}$$

jossa Q_{o_h} on hiilikuituproteesin ja Q_{o_s} on silikoniproteesin havaittavuusmatriisi.

Havaittavuusmatriisin determinantti on hiilikuituversiolla noin $-1{,}7*10^{10}$ ja silikoniversiolla noin $-1{,}1*10^{7}$, jotka ovat myös nollasta poikkeavia ja tarkoittavat, että järjestelmät ovat havaittavissa. Näin ollen systeemeille voidaan suunnitella säätöratkaisut.

Seuraavaksi tutkitaan järjestelmien stabiiliutta ratkaisemalla dynamiikkamatriisien A ominaisarvot. Dynamiikkamatriisin ominaisarvot hiilikuidulla ovat [−1652,5 −224,1 0 0], kun taas silikonilla ne ovat [−191,8 −48,6 0 0]. Molempien järjestelmien ominaisarvot sisältävät tuplanavan origossa ja näin ollen systeemit ovat epästabiileja.

Seuraavaksi suunnitellaan tilasäätäjä, jolla takaisinkytketyn järjestelmän ominaisarvot saadaan haluttuihin paikkoihin kompleksitasossa. Aluksi ominaisarvoiksi annetaan jotkut stabiilit arvot, joiden avulla säädön suunnittelu viedään loppuun ja simuloidaan ensimmäiset vasteet, joista nähdään mihin suuntaan ominaisarvoja tulee muuttaa. Tässä työssä järjestelmien lopullisiksi ominaisarvoiksi valittiin vektorit

$$\begin{aligned} p_h &= [-2{,}70 \quad -2{,}25 \quad -1{,}80 + 1{,}80j \quad -1{,}80 - 1{,}80j] * 10^2 \\ p_s &= [-90 \quad -60 \quad -30 + 30j \quad -30 - 30j] \end{aligned} \quad . \tag{4.8}$$

Ominaisarvojen määrityksen jälkeen voidaan suunnitella systeemille tilatakaisinkytkennän vahvistusmatriisi K, joka saadaan kaavalla (3.8). On kuitenkin huomioitava, että tarvittava ohjausmatriisi ei ole tämän työn tapauksessa koko B matriisi, vaan sen ensimmäinen sarake. Matriisin toinen sarake kuvaa systeemiin syötettävää häiriötä, jota käytännössä harvoin voidaan ohjata.

Jotta järjestelmälle voidaan suunnitella integroiva säädin ja integrointivahvistus k_{Int}, on vahvistusmatriisi K suunniteltava kaavan (3.23) laajennettujen matriisien A_{aug} ja B_{aug} sekä laajennetun ominaisarvovektorin p_{aug} avulla. Hiilikuidusta tehdyn järjestelmän laajennetuiksi matriiseiksi saadaan tällöin

$$A_{aug_h} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}0000 & 0 \\ -2{,}3810 & 2{,}3810 & -0{,}0121 & 0{,}0121 & 0 \\ 1{,}3228 & -1{,}3228 & 0{,}0067 & -0{,}0067 & 0 \\ 0 & 0{,}0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * 10^5 \quad , \qquad (4.9)$$

$$B_{aug_h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3{,}0161 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} * 10^3$$

Vastaavat silikonista rakennetulle järjestelmälle laajennetut matriisit ovat

$$A_{aug_s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}0010 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}0010 & 0 \\ -5{,}9908 & 5{,}9908 & -0{,}1545 & 0{,}1545 & 0 \\ 3{,}3282 & -3{,}3282 & 0{,}0858 & -0{,}0858 & 0 \\ 0 & 0{,}0010 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * 10^3 \quad . \qquad (4.10)$$

$$B_{aug_s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1{,}5452 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} * 10^3$$

Ominaisarvovektoriin lisätty napa, joka vaikuttaa säätimen integroivaan osaan, on puolestaan määritetty iteroimalla. Hiilikuituversioon lisätyn navan lopulliseksi arvoksi muodostui −10 ja silikoniversiolla −6. Nyt sijoittamalla laajennetut matriisit ja ominaisarvovektori kaavaan (3.8) saadaan laajennettu vahvistusmatriisi K_{aug}, josta saadaan vahvistusmatriisit

$$\begin{aligned} K_h &= [-78{,}58 \quad 89{,}30 \quad -0{,}34 \quad 0{,}424] \\ K_s &= [-1{,}277 \quad 3{,}167 \quad -0{,}020 \quad 0{,}086] \end{aligned} \qquad (4.11)$$

ja integrointivahvistus k_{Int}, joka hiilikuituversiolla noin 98,67 ja silikoniversiolla noin 11,34. Saatujen vahvistusmatriisien avulla voidaan nyt määrittää skalaarivahvistukset k_f kaavasta (3.12). Tällöin skalaarivahvistus hiilikuituversiolle on 10,72 ja silikoniversiolle 2,29.

Seuraavaksi on vuorossa alipäästösuotimien viritys. Alipäästösuotimiksi soveltui tässä työssä 1. kertaluokan suotimet ja niiden viritys toteutettiin yksinkertaisesti iteroimalla, jolloin hiilikuituversion asetusarvosuotimen aikavakioksi T_f muodostui 0,05 s ja silikoniversion 0,06 s. Vastaavalla tavalla hiilikuituproteesiin määritettiin mittauskohinan vaikutusten minimoimiseen lisätyn alipäästösuotimen aikavakio, joka sai arvokseen 0,001 s.

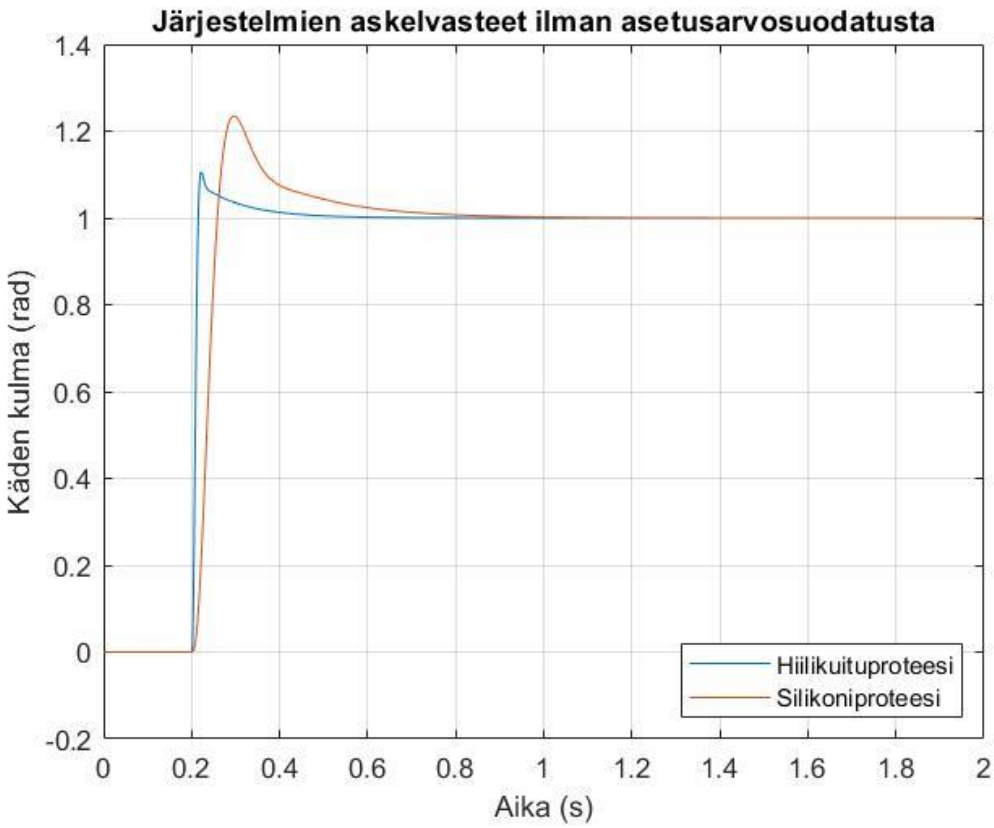
Lopuksi suunnitellaan järjestelmälle tilaestimaattori. Alaluvun 3.4 mukaisesti tilaestimaattorin ominaisarvot tulee valita 2–6 kertaa tilatakaisinkytkennän ominaisarvoja nopeammiksi. Molemmista materiaaleista tehtyjen järjestelmien tilaestimaattorit toimivat hy-

vin, kun niiden ominaisarvot olivat 4 kertaa tilatakaisinkytkennän ominaisarvoja nopeammat. Nyt kaavan (3.18) avulla saadaan muodostettua tilaestimaattorin vahvistusmatriisi *L*. Näin saadaan molempien järjestelmien vahvistusmatriisit

$$\begin{aligned} L_h &= \begin{bmatrix} -0{,}0153 \\ 0{,}0015 \\ 4{,}7608 \\ 1{,}5933 \end{bmatrix} * 10^6 \\ L_s &= \begin{bmatrix} -0{,}0894 \\ 0{,}0060 \\ 5{,}5729 \\ 1{,}0575 \end{bmatrix} * 10^5 \end{aligned} \quad . \tag{4.12}$$

4.3 Järjestelmien askelvasteet

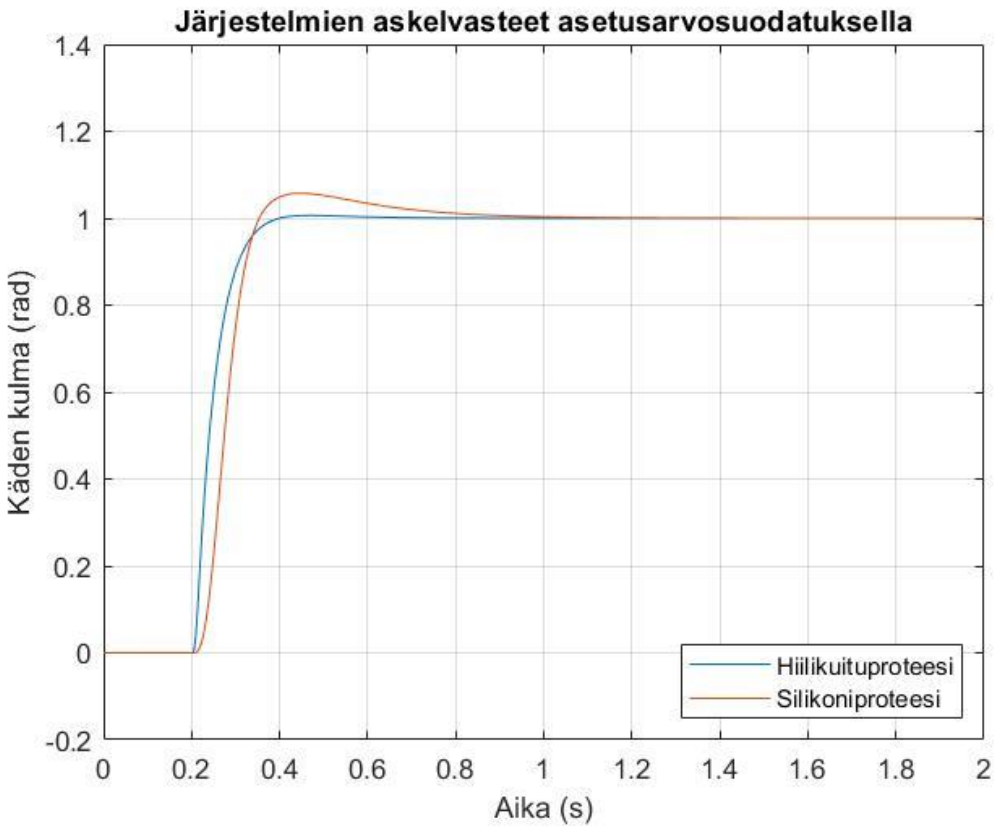
Seuraavaksi esitellään ja vertaillaan, millaisia tuloksia aikaisemmin määritetyt suunnitteluparametrit ja kahdesta eri materiaalista valmistetut käsiproteesit tuottavat. Tuloksien simuloimiseen on muodostettu MATLAB-ohjelmistolla koko järjestelmää kuvaava Simulink-malli, joka löytyy liitteistä. Tässä osiossa tarkastellaan, millaisia vasteita hiilikuidusta ja silikonista valmistetut järjestelmät tuottavat, kun niihin syötetään yksikköaskelsignaali. Tässä työssä syötettävä signaali kuvastaa kulman muutosta radiaaneina ja yksikköaskel vastaa yhden radiaanin eli noin 57 asteen suuruista kiertoliikettä. Seuraavassa kuvassa on esitetty järjestelmien tuottamat yksikköaskelvasteet ilman asetusarvosuodinta.



Kuva 4.1. *Järjestelmien askelvasteet ilman asetusarvosuodinta.*

Kuvasta 4.1 nähdään, että molemmat järjestelmät reagoivat nopeasti ajanhetkellä 0,2 s syötettävään yksikköaskeleeseen, mutta tuottavat prosentuaalisesti merkittävän ylityksen. Hiilikuituversiolla vasteen tekemä prosentuaalinen ylitys on noin 10,6 % ja silikoniversiolla noin 23,4 %. Silikonin huomattavasti joustavampi luonne ilmenee jo tässä, sillä sen prosentuaalinen ylitys on hieman yli kaksinkertainen hiilikuituun nähden. Sama on myös havaittavissa, kun tarkastellaan vasteiden nousu- ja asettumisaikoja. Nousuaika on askelvasteen reagointinopeuden mittari, ja se kuvaa, kuinka nopeasti järjestelmä reagoi siihen syötettyyn askelherätteeseen. Nousuajaksi katsotaan aika, joka vasteelta kuluu siirtyä kohdasta 10 % asettumisarvosta kohtaan 90 % asettumisarvosta. Hiilikuituversion nousuajaksi muodostui noin 0,008 s ja silikoniversiolle noin 0,046 s, joka on moninkertaisesti hitaampi hiilikuituversioon nähden. Asettumisaika puolestaan kuvaa aikaa, joka järjestelmän vasteelta kuluu siihen, että se jää tietyn prosenttisosuuden, kuten 2 %, sisälle järjestelmän erosuureen amplitudista. Tässä työssä käytetään 2 % arvoa ja tällöin asettumisajaksi muodostui hiilikuituversiolle noin 0,348 s ja silikoniversiolle noin 0,601 s. Vasteet kuitenkin muuttuvat melkoisesti, kun järjestelmään lisätään asetusarvosuodin.

Kuten aiemmin alaluvussa 3.6 todettiin, niin sen tarkoitus on rajoittaa järjestelmään syötettävien korkeiden signaalien vaikutusta. Seuraavassa kuvassa on esitelty järjestelmien tuottamat askelvasteet, kun asetusarvosuodin on kytketty päälle. [14]

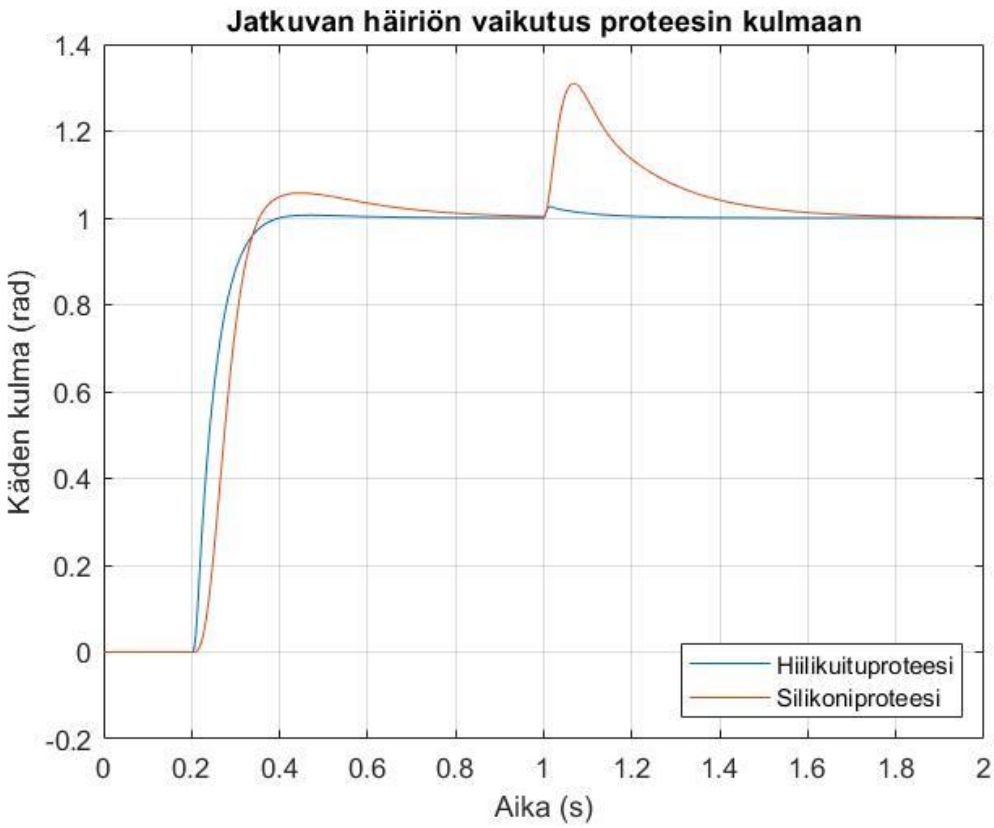


Kuva 4.2. *Järjestelmien askelvasteet suodatuksella.*

Kuvasta 4.2 huomataan, että vasteista tulee suodatuksella hieman hitaampia, mutta ne eivät reagoi niin voimakkaasti yhtäkkiseen asetusarvon muutokseen. Tällöin kuvassa 4.1 nähty servotehtävä toimii maltillisemmin ja tuottaa järjestelmille suotuisammat vasteet. Suodatuksen kanssa prosentuaalinen ylitys on hiilikuituversiolla 0,6 %, mikä tarkoittaa, että se ylittää asetusarvopisteen hetkellisesti noin 0,34 asteella ja näin ollen on käytännön kannalta tarkka. Silikoniversion prosentuaalinen ylitys on 5,7 %, joka tarkoittaa noin 3,27 asteen ylitystä, mikä on materiaalin joustavuus huomioiden hyvä tulos. Uusi nousuaika on hiilikuituversiolla noin 0,101 s ja silikoniversiolla noin 0,083 s. Vastaavasti uusi asettumisaika on hiilikuituversiolla noin 0,394 s ja silikoniversiolla noin 0,689 s. Näiden tuloksien arvioimiseen palataan alaluvussa 4.7.

4.4 Järjestelmien häiriövasteet

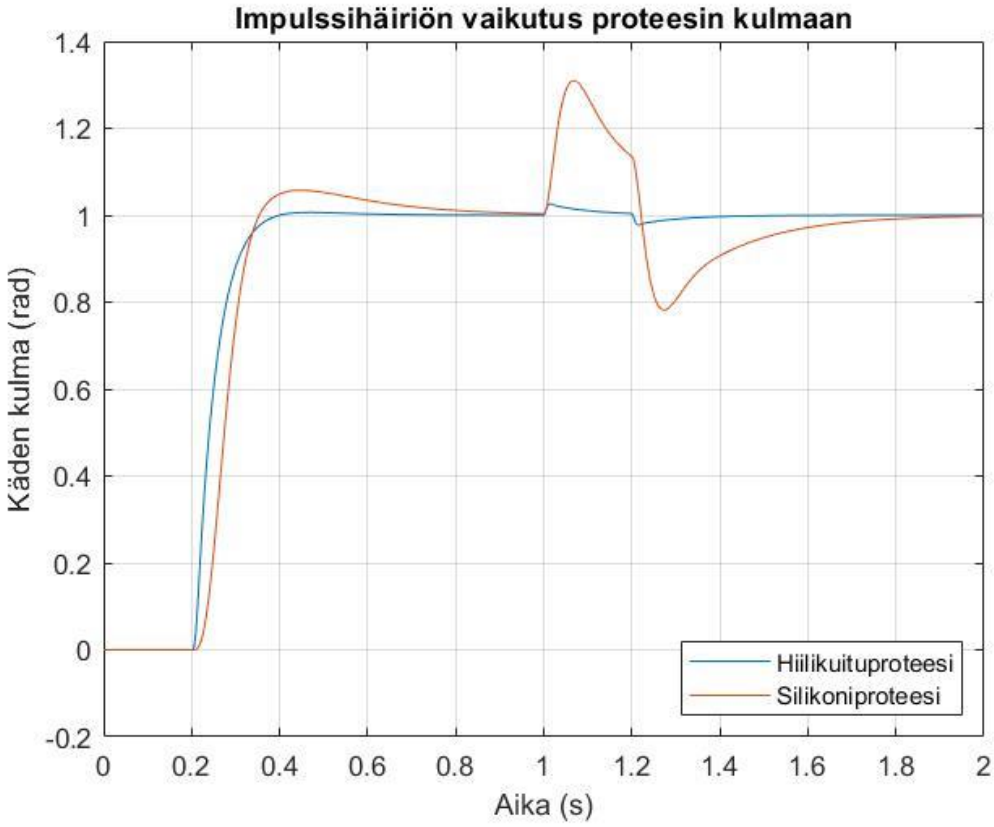
Aikaisemmin esiteltiin millaisia vasteita järjestelmät tuottavat, kun niihin syötettään vain yksikköaskelsignaalia, mutta todellisuudessa järjestelmiin vaikuttaa myös ulkoiset häiriöt, joihin ei välttämättä voida vaikuttaa. Näin ollen järjestelmän tulee myös sietää ulkoisia häiriöitä ja kumota niiden aiheuttamat ei-toivotut vaikutukset. Tässä osiossa esitellään kaksi erilaista järjestelmiin kohdistuvaa häiriötilannetta ja niiden tuottamat vasteet. Ensimmäisessä tilanteessa järjestelmään syötetään aikaisemmassa alaluvussa esitelty yksikköaskelsignaali, jonka jälkeen järjestelmään simuloidaan ulkoinen häiriö tuottamalla siihen jatkuva 1 Nm suuruinen häiriövääntömomenttisignaali ajanhetkellä 1 s. Näin muodostettiin kuvassa 4.3 esiintyvät vasteet.



Kuva 4.3. *Jatkuvan häiriön vaikutus järjestelmien vasteeseen.*

Kuvasta 4.3 havaitaan, että häiriön tuottaman piikin maksimi on hiilikuituversiolla noin 1,026 rad ja vaste palautuu asettumisajan tavoin mitattuna (2 % erosuureen amplitudista) noin 0,039 sekunnissa. Vastaavasti silikoniversiolla piikin maksimi on noin 1,309 rad ja sen vaste palautuu noin 0,478 sekunnissa.

Toisessa tarkasteltavassa tilanteessa järjestelmään syötetään vastaavalla tavalla aluksi yksikköaskelsignaali, jonka jälkeen järjestelmään syötetään 1 Nm suuruinen impulssihäiriö. Häiriö syötetään ajanhetkellä 1 s ja se on kestoltaan 0,2 s. Tällöin puhutaan todella lyhyt kestoisesta häiriöstä ja tarkoituksena on tutkia, miten järjestelmät reagoivat nopeasti muuttuvaan tilanteeseen. Impulssihäiriön tuottamat vasteet ovat esitelty kuvassa 4.4.

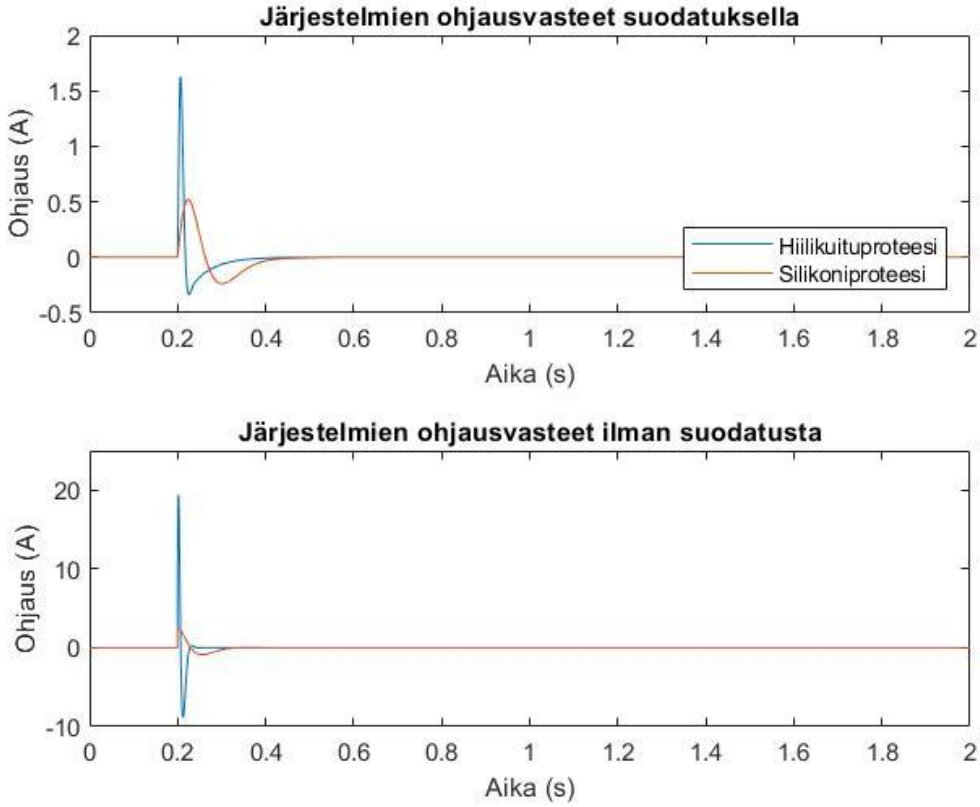


Kuva 4.4. *Impulssihäiriön vaikutus järjestelmien vasteeseen.*

Järjestelmään syötettävän impulssihäiriön suuruus on sama kuin jatkuvalla häiriöllä ja näin ollen myös impulssihäiriön tuottama ensimmäinen piikki on samankokoinen kuin jatkuvan häiriön tapauksessa. Kuvasta 4.4 nähdään, että impulssihäiriön muodostavat toiset piikit vastaavat lähestulkoon ensimmäisiä piikkejä, mutta ovat häiriön vaikutuksen poistumisen takia vastakkaissuuntaisia. Impulssihäiriön loppumisesta kuluu hiilikuituversiolla noin 0,025 s palautua asettumisajan tavoin asetusarvoon. Silikoniversiolla vastaava aika oli noin 0,506 s.

4.5 Järjestelmien ohjausvasteet

Tähän mennessä on esitelty, miten käsiproteesin kulma on muuttunut servotehtävässä ja regulointitehtävässä. On kuitenkin oleellista tarkastella, millaisia ohjausarvoja järjestelmien säätimet tuottavat. Tässä työssä oletetaan, että säätimen ohjaaman moottorin tuottama vääntömomentti on verrannollinen saatavaan sähkövirtaan, mikä tarkoittaa, että käytettävissä oleva virta rajoittaa säätimen toimintaa. Seuraavaksi esiteltävässä kuvassa on järjestelmien ohjausvasteet askelvastekokeessa asetusarvosuotimen kanssa ja ilman.

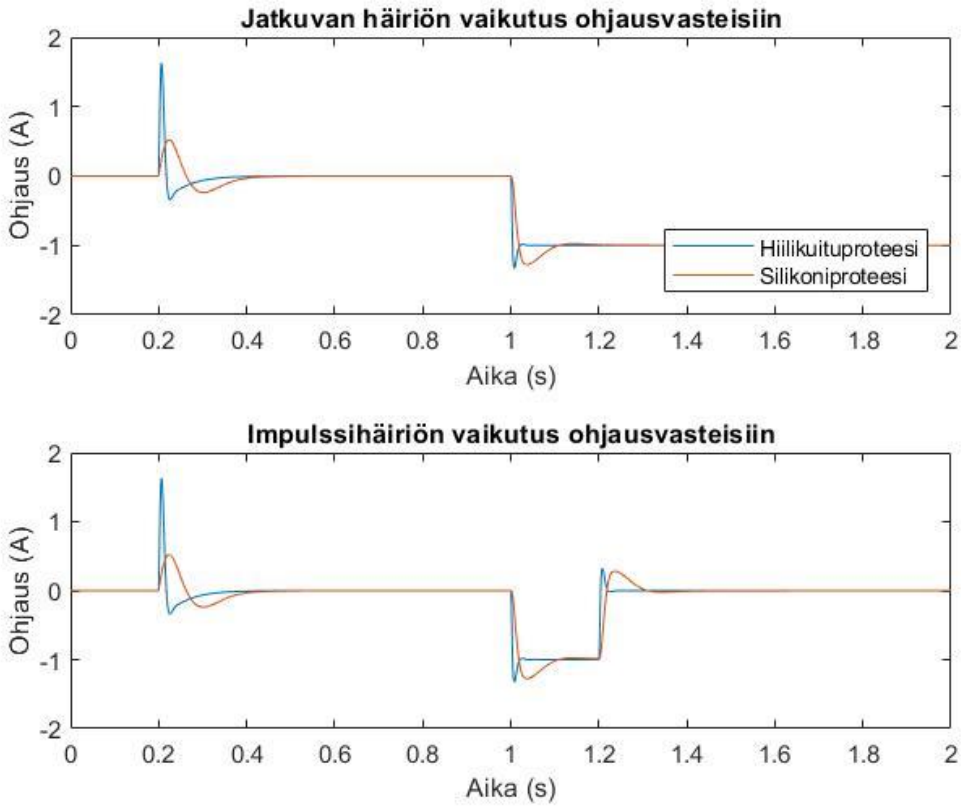


Kuva 4.5. *Järjestelmien ohjausvasteet suotimella ja ilman suodinta.*

Kuvasta 4.5 nähdään, että järjestelmien vaativa ohjausvirta pienenee moninkertaisesti varsinkin hiilikuituproteesin kohdalla. Hiilikuituversion ohjausarvo peittää silikoniversion vastetta alemmassa kuvassa, mutta myös silikonin tapauksessa ohjausarvot pienenevät moninkertaisesti suodatetussa versiossa. Tässä askelkokeessa ohjausarvojen maksimit hiilikuituproteesilla ovat noin 1,629 A ja 19,31 A, kun taas silikoniproteesilla ne ovat noin 0,522 A ja 2,373 A.

On myös tärkeää tietää, miten ohjausvasteet reagoivat, kun järjestelmiin syötetään aikaisemmin esitellyt jatkuvat häiriöt ja impulssihäiriöt. Nämä häiriövasteet ovat esitelty

kootusti kuvassa 4.6 ja siitä havaitaan, että ohjausvasteet reagoivat esimerkillisesti ensin järjestelmälle annettuun servotehtävään ja sen jälkeen annettuihin reguloinititehtäviin. Häiriöiden tuottamien ohjausarvojen huiput olivat sekä jatkuvan häiriön että impulssihäiriön tapauksessa hiilikuituversiolla −1,323 A ja silikoniversiolla −1,277 A.



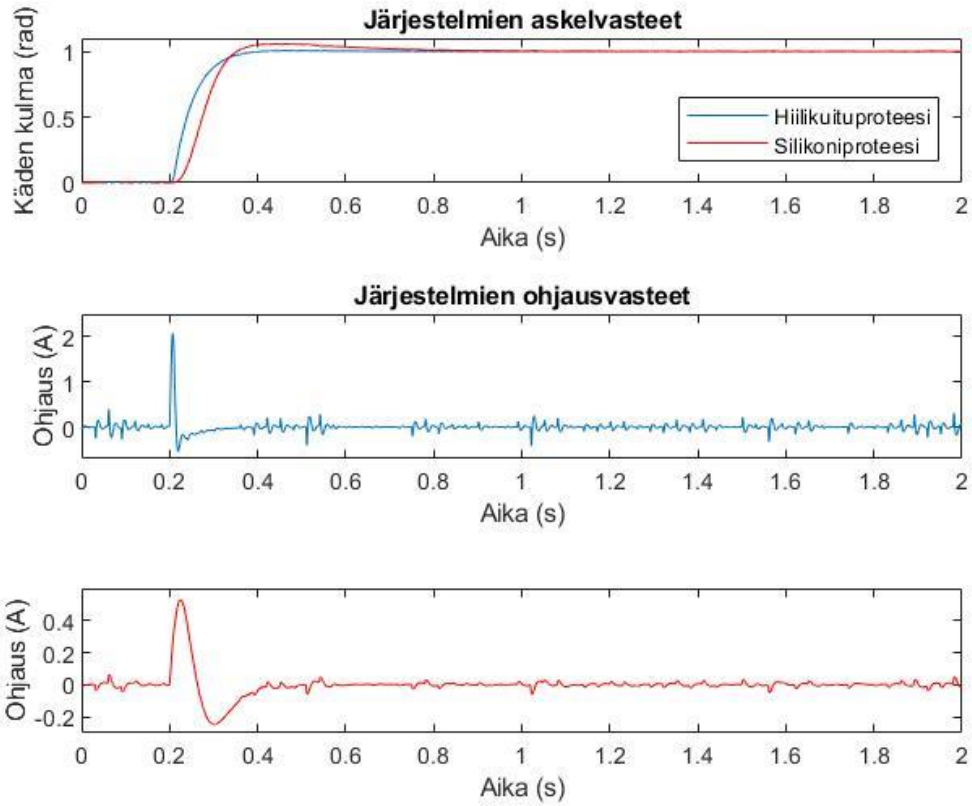
Kuva 4.6. *Häiriöiden vaikutus järjestelmien ohjausvasteisiin.*

4.6 Mittauskohinan ja -epätarkkuuden vaikutus

Todellisuudessa kaikissa mittalaitteiden tuottamissa mittauksissa esiintyy mittauskohinaa ja -epätarkkuutta. Aikaisemmin esitetyissä vasteissa niiden vaikutusta ei huomioitu, sillä vaikutusten jakaminen eri osioihin tekee tulosten arvioinnista ja tarkastelusta helpompaa. Tässä alaluvussa tarkastellaan, miten järjestelmään simuloitu mittauskohina ja -epätarkkuus vaikuttavat suunnitellun systeemin askelvasteeseen, häiriönsietokykyyn jatkuvalla häiriöllä sekä niistä syntyviin ohjausvasteisiin.

Järjestelmään simuloitu mittauskohina on mallinnettu muistuttamaan valkoista kohinaa ja se on pyritty säätämään siten, että se vastaisi todellista, kulman mittausanturiin syntyvää, kohinahäiriötä. Vastaavasti mittausepätarkkuus on luotu vastaamaan todellisia arvoja ja se on lisätty mittaukseen DC-vahvistuksena, jonka arvo 0,985. Molemmat mittauselementit ovat mallinnettu liitteistä löytyvän Simulink-mallin Kulman mittaus -laatikon sisälle.

Ensimmäisenä tutkitaan kohinan ja epätarkkuuden vaikutusta tavalliseen askelvasteeseen ja sen ohjausarvoihin, jotka toteutettiin samalla tavalla kuin alaluvussa 4.3. Hiilikuituproteesin säätimen tilaestimaattoriin muodostetut ominaisarvot ovat todella pieniä, joten kohina tekee sen ohjausvasteesta hyvin piikikkään. Tähän pystytään vaikuttamaan lisäämällä tilaestimaattorille tulevaan mittaustietoon 1. kertaluokan alipäästösuodin, jonka aikavakioksi iteroitiin arvo 0,001 s. Silikoniversiolle ei synny vastaavaa ongelmaa, sillä sen materiaalin tuoman hitaamman luonteen ja suurempien ominaisarvojen ansiosta kohina ei pääse sekoittamaan sen ohjausvasteita. Järjestelmien tuottamat askel- ja ohjausvasteet ovat esitelty kuvassa 4.7.

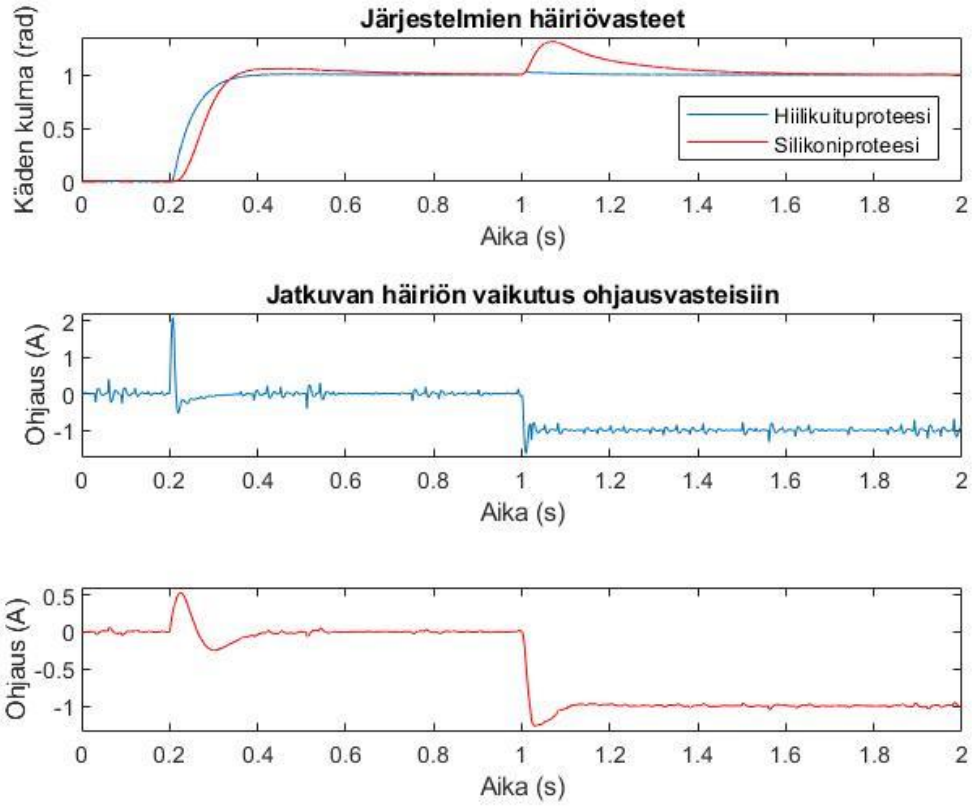


Kuva 4.7. *Järjestelmien askel- ja ohjausvasteet mittauskohinalla ja -epätarkkuudella.*

Kuvasta 4.7 nähdään, että kohinan ja epätarkkuuden vaikutus on vaikea erottaa kulman vasteessa, mikä tarkoittaa, että systeemien säätimet kumoavat hyvin ei-toivotut vaikutukset. Hiilikuituversion prosentuaalinen ylitys on tässä kokeessa noin 0,6 %, nousuaika noin 0,09 s ja asettumisaika noin 0,362 s. Silikoniversiolla vastaavat tulokset ovat noin 5,7 %, 0,086 s ja 0,691 s. Ohjausvasteet ovat puolestaan esitelty erillisinä kuvina, koska silikoniversion tuottamat arvot olisivat jääneet hiilikuituversion arvojen alle piiloon. Mo-

lempien proteesien ohjausvasteissa kohinan ja epätarkkuuden vaikutus on selkeästi havaittavissa. Hiilikuituversiolla transienttivaiheen ohjausarvon huippu on noin 2,083 A ja silikoniversiolla puolestaan noin 0,530 A.

Toisessa kokeessa järjestelmiin simuloitiin alaluvun 4.4 mukaisesti jatkuva 1 Nm suuruinen häiriövääntömomentti. Mittauskohinan ja -epätarkkuuden sekä häiriövääntömomentin yhteisvaikutukset järjestelmän askel- ja ohjausvasteisiin ovat nähtävissä kuvassa 4.8.



Kuva 4.8. *Järjestelmien häiriövasteet mittauskohinalla ja -epätarkkuudella.*

Kuvasta 4.8 havaitaan, että jatkuva häiriö tuottaa samankaltaiset kulman vasteet ja ohjausvasteet kuin alaluvussa 4.4. Hiilikuituproteesiin kohdistetun häiriön piikin maksimi oli noin 1,029 rad ja vaste palautuu siitä alaluvussa 4.4 esitetyllä tavalla noin 0,039 sekunnissa. Silikoniversiolla piikin maksimi on puolestaan noin 1,309 rad ja vaste palautuu noin 0,480 sekunnissa. Häiriöiden ohjausarvoihin muodostamien piikkien huiput olivat tässä kokeessa hiilikuituversiolla −1,628 A ja silikoniversiolla −1,267 A.

4.7 Simuloitujen vasteiden arviointi

Hiilikuidusta ja silikonista valmistetuttujen käsiproteesien simuloidut askelvasteet ilman asetusarvosuodinta tekivät selkeän prosentuaalisen ylityksen toivotusta asetusarvosta,

kuten nähdään kuvassa 4.1. Molemmat proteesit kuitenkin palasivat asetusarvoon suhteellisen nopeasti. Askelvasteiden muotoon pystyttiin vaikuttamaan paljon lisäämällä järjestelmiin asetusarvosuotimet, jolloin askelvasteessa nähty piikki saatiin hiilikuituversion tapauksessa poistettua kokonaan ja silikoniversion tapauksessa loivennettua järkeviin mittasuhteisiin, kuten on nähtävissä kuvassa 4.2. Asetusarvosuotimen lisäys kuitenkin hidasti molempia järjestelmiä, joka oli huomattavissa niiden nousu- ja asettumisajoista. Silikoniversion nousuaika oli jopa hiilikuituversiota hieman nopeampi, mutta sen joustavan luonteen takia asetusarvon huomattavalta ylitykseltä ei voitu välttyä. Järjestelmien todellinen nopeuden mittari on ennemminkin asettumisaika, joka hiilikuidulla oli melkein puolet nopeampi. Kuten materiaalien luonteesta voikin päätellä, niin hiilikuituproteesin servotehtävä oli siis huomattavasti parempi.

Ohjausvasteissa, jotka esitettiin kuvassa 4.5, asetusarvosuotimen lisäys näkyi myös selkeästi ja ilman suodinta järjestelmän vaatima ampeerimäärä olisi ollut hiilikuituversiolla liian suuri järkevän toteutuksen kannalta. Näin ollen voi todeta, että asetusarvosuodin oli ohjauksen kannalta kriittinen. Ohjausarvoista nähdään myös, että hiilikuituversio vaatii ampeerimäärällisesti suurempaa virtalähdettä kuin silikoniversio. Tämä johtuu siitä, että hiilikuituversiolla oli enemmän virittämisvaraa ja se pystyttiin virittämään nopeammaksi ja tarkemmaksi. Silikoniversio on luonteeltaan paljon hitaampi, eikä sitä pysty virittämään enää näillä menetelmillä merkittävästi nähtyä paremmaksi.

Regulointitehtävien, jotka ovat nähtävissä kuvissa 4.3 ja 4.4, kohdalla materiaalien erot jälleen korostuvat, sillä 1 Nm suuruinen häiriövääntömomentti proteesin päässä aiheuttaa huomattavasti suuremman reaktion silikoniversiossa. Järjestelmään syötetty häiriövääntömomentti ei ole itsessään kovin suuri, mutta se riittää havainnollistamaan hyvin materiaalien tuomia eroja. Jatkuvan häiriön aiheuttama regulointitehtävä on silikoniproteesilla noin 12 kertaa hitaampi kuin hiilikuituversiolla, mikä kuvaan parhaiten vasteeseen syntyneen heilahduksen kanssa materiaalin merkitystä säätöä ja järjestelmää suunniteltaessa. Vastaava ilmiö on havaittavissa impulssihäiriön kanssa. Impulssihäiriön vastetta ja asetusarvoon palautumisaikoja tarkasteltaessa on hyvä huomioida, että vasteet eivät ole häiriön loppumisen kohdalla saavuttaneet vielä toivottua asetusarvoa, minkä vuoksi niiden palautumisajat eroavat jatkuvan häiriön tuottamista ajoista.

Häiriöiden tuottamat ohjausvasteet, jotka esiteltiin kuvassa 4.6, eivät itsessään anna uutta tietoa materiaalien luonteen tuomasta vaikutuksesta, mutta näyttävät hyvin sen, että ohjausarvot pysyvät järkevien rajojen sisällä. Ihmisen käsi kiertyy enimmillään noin 180 astetta, joka on noin 3,14 radiaania ja sen tuottaman ohjausvasteen maksimi arvo

on hiilikuituproteesilla noin 5,1 A. Näin ollen tässä työssä käytetyillä parametreilla proteesien tarvitsema ampeerimäärä ja virrankulutus pystyttäisiin kattamaan järkevän kokoisilla akuilla, jotka voisivat olla esimerkiksi noin 7000mAh suuruisia.

Mittauskohinan ja -epätarkkuuksien vaikutuksia tarkasteltiin lopuksi kuvissa 4.7 ja 4.8. Kohinan ja epätarkkuuden takia hiilikuituproteesin säätimelle tuli vielä lisätä 1. kertaluokan alipäästösuodin suodattamaan tilahavaitsijalle menevää mittaustietoa, jotta kohinan aiheuttamat piikit ohjausvasteessa pysyisivät järkevissä mittasuhteissa. Silikoniversioon mittauskohina ja -epätarkkuus eivät vaikuttaneet kovinkaan voimakkaasti ja tämä johtuu jälleen materiaalin tuomasta joustavasta luonteesta ja sille rakennetun säätimen hitaudesta. Kohina ja epätarkkuus eivät itsessään aiheuttaneet järjestelmien vasteissa huomattavia vaikutuksia, mutta hiilikuituversioon lisätty alipäästösuodin pienensi hieman sen nousu- ja asettumisaikoja, jotka esiteltiin alaluvussa 4.6 vaikutus. Alipäästösuotimen lisäys oli myös havaittavissa hiilikuituproteesin ohjausvasteissa, joissa transienttivaiheen tuottama piikki kasvoi noin 0,454 A ja regulointitehtävän tuottama piikki kasvoi noin 0.305 A. Vaikka muutos hiilikuidun ohjausarvoissa on selvä, niin mittauskohinan ja -epätarkkuuden sekä lisätyn alipäästösuotimen vaikutus ei tuota ongelmia eikä näin muuttaisi yllä esitetyn akun kokoluokkaa.

5. YHTEENVETO

Työn tarkoituksena oli suunnitella Karl J. Åströmin ja Richard M. Murrayn kirjassa Feedback Systems: An introduction for Scientists and Engineers 2nd edition esiteltävälle joustavan rakenteen matemaattiselle mallille käytännön kohde, jolle puolestaan oli tavoite suunnitella onnistunut ja tarkka säätöratkaisu. Lisäksi työssä tarkasteltiin materiaalin vaikutusta säädettävään järjestelmään ja tutkittaviksi materiaaleiksi valittiin hiilikuitu ja silikoni. Materiaalien tehtävänä oli edustaa kierto- eli torsiojäykkyyksien ääripäitä.

Rakenteeksi valittiin käsiproteesi, jonka mitat otettiin karkeasti ihmisen kädestä. Käsiproteesin muoto valittiin yksinkertaisesti sylinteriksi, koska työn huomio oli säädön suunnittelussa ja materiaalien vaikutusten tarkastelussa. Kirjassa esitelty joustava rakenne muodostui moottorista, moottoriin liitetystä joustavasta akselista ja akselin päähän kiinnitetystä kuormasta ja näin ollen proteesin kiertoliikkeestä vastaava moottori on sijoitettu kyynärpäähän. Akselin toiseen päähän kiinnitetty kuorma on käsitelty työssä häiriövääntömomentin muodossa ja yksinkertaistuksen vuoksi kouraratkaisua ei tässä työssä tehty.

Rakenteen ja sen parametrien määrittämisen jälkeen esiteltiin työssä käytettävät menetelmät. Järjestelmän kiertoliikettä ohjaavan säätimen rakenteeksi muodostui tilaestimaattoripohjainen integroiva tilatakaisinkytkentä, jonka suunnitteluun tarvittiin tietoa järjestelmän ohjattavuudesta, havaittavuudesta, napojen asettelusta, tilatakaisinkytkennästä ja -estimoinnista, integroivasta säädöstä sekä alipäästösuotimien toiminnasta. Menetelmien työhön vaikuttaneeseen teoriaan ja taustaan tutustuttiin tarkasti ja oleelliset asiat esiteltiin perusteellisesti ennen niiden käyttöä tuloksien esittelyssä.

Menetelmistä tehdyn kirjallisuuskatsauksen jälkeen työssä siirryttiin tarkastelemaan tuloksia, jotka aloitettiin systeemin tilaesityksen esittelyllä. Osiossa johdettiin järjestelmälle yleinen tilamalli, johon rakenteen parametrisoinnissa saadut materiaalikohtaiset tulokset sijoitettiin. Näin saatiin hiilikuitu- ja silikoniproteeseja mallintavat tilaesitykset. Tämän jälkeen työssä tarkasteltiin järjestelmien ohjattavuuden ja havaittavuuden tuottamia tuloksia, jotka osoittivat, että systeemeille pystytään suunnittelemaan onnistuneet säätöratkaisut. Säätimien suunnittelu aloitettiin järjestelmän tavoitenapojen asettelusta, jolla varmistettiin systeemien stabiilius. Tavoitenapojen määrittelyn jälkeen järjestelmille muodostettiin integroivan säätimen suunnittelua varten laajennetut dynamiikka- ja ohjattavuusmatriisit sekä laajennettu tavoitenapajoukko. Tuloksena syntyi laajennettu matriisi, josta saatiin integrointivahvistukset ja tilatakaisinkytkentöjen vahvistusmatriisit. Lopuksi

määritettiin vielä järjestelmille skalaarivahvistukset ja tilaestimaattoreille vahvistusmatriisit.

Työn loppuosassa tarkasteltiin MATLAB-ohjelmistolla luodun Simulink-mallin tuottamia simulointituloksia. Simulaatioissa vertailtiin aluksi proteesien askelvasteiden ja materiaalien tuottamia tuloksia suotimella ja ilman suodinta, mistä nähtiin kuinka merkittävä vaikutus asetusarvosuotimella oli sekä askel- että ohjausvasteisiin. Tämän jälkeen asetusarvosuodin jätettiin osaksi järjestelmiä ja tutkittiin, millainen häiriönsietokyky järjestelmillä on. Häiriövasteissa materiaalien vaikutus korostui regulointitehtävissä servotehtäviä paremmin. Häiriövasteet muodostettiin sekä jatkuvalla että impulssihäiriöllä, joista molemmat proteesit palautuivat takaisin asetusarvoon tavoitteiden mukaisesti. Lopuksi tarkasteltiin vielä mittauskohinan ja -epätarkkuuden vaikutusta järjestelmien tuottamiin askel-, ohjaus- ja häiriövasteisiin. Silikoniproteesiin kohina ja epätarkkuus eivät vaikuttaneet huomioitavasti, mutta hiilikuituproteesille tuli lisätä tilaestimaattorille menevään mittaustietoon 1. kertaluokan alipäästösuodin. Tällä tavoin epätoivotut vaikutukset saatiin minimoitua hiilikuituversion ohjausvasteista. Työn simulaatioissa tutkitut tulokset ovat kerätty yhteenvedon lopusta löytyvään taulukkoon 5.1.

Syntyneistä tuloksista voidaan todeta, että suunnitellut säätöratkaisut toimivat odotetulla tavalla ja tuottavat haluttuja, eli tarkkoja ja nopeita, tuloksia. Proteesit kuitenkin eroavat ominaisuuksiltaan ja näin ollen palvelevat erilaisia käyttökohteita. Hiilikuituproteesi sopii tilanteeseen, jossa vaaditaan erinomaista tarkkuutta, nopeutta sekä häiriönsietokykyä, kun taas silikoniversio palvelee esimerkiksi tilanteissa, joissa saatava virta on rajoittava tekijä. Työssä suunniteltu säätöratkaisu ei ole rajoittunut vain esiteltyihin kahteen materiaaliin, vaan menetelmät ovat sovellettavissa kaikkiin materiaaleihin, joista ovat tiedossa tai saatavissa tarvittavat suunnitteluparametrit, kuten torsiojäykkyys ja tiheys. Yllä mainittujen rajoitteiden lisäksi materiaalin valintaan voivat myös vaikuttaa esimerkiksi materiaalien paino, kovuus, joustavuus ja hinta.

Työtä olisi voinut jatkaa vielä suunnittelemalla käsiproteesille kouramallin ja huomioida sen vaikutus säätöratkaisuissa. Lisäksi jatkotutkimukseen olisi voinut soveltua alaluvussa 3.5 esitellyn windup-ilmiön huomioiminen sekä sen tuottamien ongelmien ratkaiseminen.

Taulukko 5.1. *Järjestelmien simuloitujen vasteiden tulokset.*

	Askelvaste ilman suodinta		**Askelvaste suotimella**		**Mittauskohina ja -epätarkkuus askelvasteessa**	
Materiaali	Hiilikuitu	Silikoni	Hiilikuitu	Silikoni	Hiilikuitu	Silikoni
Prosentuaalinen ylitys (%)	10,6	23,4	0,6	5,7	0,6	5,7
Nousuaika (s)	0,008	0,046	0,101	0,083	0,09	0,086
Asettumisaika (s)	0,348	0,601	0,394	0,689	0,362	0,691
Ohjauksen maksimiarvo (A)	19,31	2,373	1,629	0,522	2,083	0,53
	Jatkuvan häiriön vaste		**Impulssihäiriön vaste**		**Mittauskohina ja -epätarkkuus häiriövasteessa**	
Materiaali	Hiilikuitu	Silikoni	Hiilikuitu	Silikoni	Hiilikuitu	Silikoni
Häiriön maksimikulma (rad)	1,026	1,309	1,026	1,309	1,029	1,309
Häiriöstä palautumisaika (s)	0,039	0,478	0,025	0,506	0,039	0,48
Häiriön tuottama maksimiohjausarvo (A)	−1,323	−1,277	−1,323	−1,277	−1,628	−1,267
Häiriön suuruus (Nm)	1	1	1	1	1	1

LÄHTEET

[1] K. J. Åström, R. M. Murray, Feedback Systems: An Introduction to Scientists and Engineers, Princeton University Press, 2020.

[2] P. Morgan, Carbon Fibers and their Composites, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2005.

[3] MatWeb, Overview of materials for Silicone Rubber [internet]. [Viitattu 23.5.2021], saatavissa: http://www.mat-web.com/search/datasheettext.aspx?mat-guid=cbe7a469897a47eda563816c86a73520

[4] A. G. Piersol, T. L. Paez, Harris' Shock and Vibration Handbook, The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010.

[5] M. MInus, S. Kumar, The processing, properties, and structure of carbon fibers, Springer Link [Internet]. Päivitetty 2.2005 [viitattu 23.5.2021], saatavissa: https://doi.org/10.1007/s11837-005-0217-8

[6] J. C. Olivier. Linear Systems and Signals: A Primer, ArtechHouse, 2019.

[7] K. Ogata, Modern Control Engineering, 5th edition, Prentice Hall, 2010.

[8] R. L. Williams, D. A. Lawrence, Linear State-Space Control Systems, John Wiley & Sons, inc., 2007.

[9] C. -T. Chen, Linear system theory and design, 3rd ed., New York: Oxford University Press, 1999.

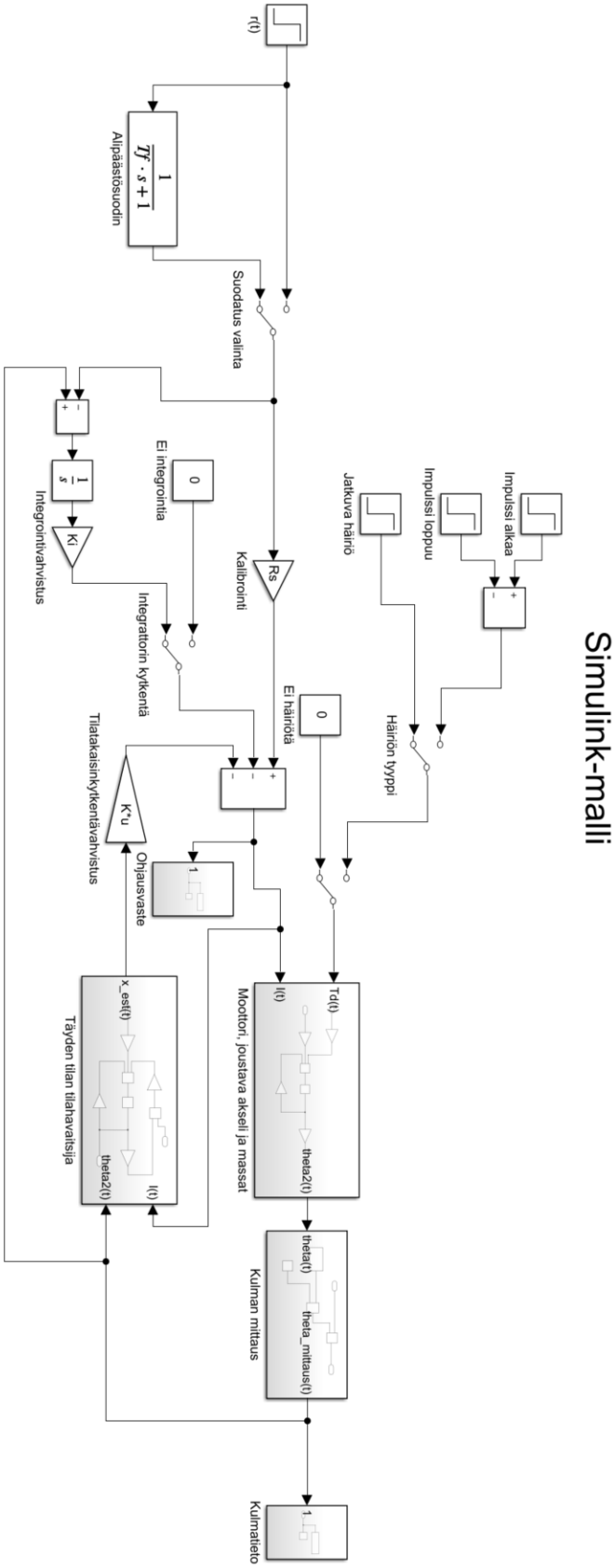
[10] S. Tripathi, Modern control systems, 1st ed., Infinity Science Press, 2008.

[11] G. F. Franklin, J. D. Powell, A. Emami-Naeini, Feedback control of dynamic systems, 8th ed., Pearson, 2018.

[12] R. C. Dorf, R. H. Bishop, Modern control systems, 13th ed., Pearson, 2017.

[13] K. J Åström, T. Hägglund, Advanced PID control, ISA Instrumentation, Systems and Automation Society, 2006.

[14] MathWorks, MATLAB stepinfo [Internet]. Päivitetty 2021 [viitattu 8.9.2021], saatavissa: https://se.mathworks.com/help/control/ref/lti.stepinfo.html

LIITTEET

Liite: Järjestelmää kuvaava Simulink-malli