

Tuulia Kusmin

# SUORAHAMPAISTEN HAMMASPYÖRÄ- PARIEN KOSKETUSPINTOJEN VÄLISET JÄNNITYKSET

Kandidaatintyö  
Teknisten tieteiden tiedekunta  
Jarmo Poutala  
Toukokuu 2021

# TIIVISTELMÄ

Tuulia Kusmin: Suorahampaisten hammaspyöräparien kosketuspintojen väliset jännitykset  
Stress between the contact surface of spur gears

Kandidaatintyö  
Tampereen yliopisto  
Konetekniikka  
Toukokuu 2021

---

Hammasrattaiden mitoituksessa täytyy ottaa huomioon eri seikkoja ja standardeja, jotta pyörät saadaan mitoitetua tarkoituksen mukaisesti ja yhteensopiviksi toisten pyörien kanssa. Suunniteltaessa pyöräparia, on olennaista tutkia myös kuinka suuria jännityksiä ne tuottavat tilanteessa, johon niitä suunnitellaan. Suurimmat jännitykset muodostuvat hampaisiin kosketuspintojen kohdalle, jolloin liian suurilla jännityksillä vaarana on hampaiden murtuminen tai väsyminen.

Tässä työssä on tarkasteltu sitä, kuinka hammaspyörä mitoitetaan, sekä myös minkälaisilla metodeilla saamme luotettavimman tuloksen hammaspyöräparien kosketuspintojen välisistä jännityksistä. Tätä on tarkasteltu arvioimalla pyöräparien välisiä jännityksiä sekä laskennallisin keinoin, että matemaattisten mallien avulla. Teoriaosion lähdekirjallisuutena on käytetty pääasiassa kotimaista kirjallisuutta ja standardeja, sillä vaikka esimerkiksi Yhdysvalloista on jonkin verran aiheeseen liittyvää kirjallisuutta, ovat siellä käytetyt mitoitukset, mittayksiköt ja standardit huomattavasti erilaisia kuin mitä Euroopassa.

Vertailtaessa jännityksen arvoja kosketuspinnalla huomataan, että käsin laskettu arvo ja harvalla verkolla mallinnettu arvo ovat hyvin lähellä toisiaan, jolloin niitä voidaan pitää yhtä luotettavina. Tiheällä verkolla mallinnettu kosketuspinta tuottaa selkeästi suuremman paineen arvon kuin käsin laskusta tai harvalla verkolla mallintamalla, jolloin voidaan todeta tämän olevan selkeästi tarkempi ja luotettavampi tulos, sillä laskennallinen teho on myös suurempi. Kriittisiä kohteita suunniteltaessa ja niiden sisältäessä hammaspyöräpareja, tulisi ehdottomasti käyttää suunnittelun pohjalla tarkkaa mallia, jonka varmuus varmistetaan tarpeeksi suuren varmuusluvun avulla.

Avainsanat: suorahampainen hammaspyörä, hammaspyörä, hammaspyöräpari, Hertsin pintapaine, mitoitus, mallinnus.

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck –ohjelmalla.

# ALKUSANAT

Kandin tekeminen oli pitkä ja työläs prosessi. Kuten kaikilla projekteilla, myös tällä on päätepisteensä ja olen iloinen, että olen vihdoinkin siellä.

Haluan kiittää Jarmo Poutalaa kaikesta kärsivällisyydestä, avusta ja tuesta, jota olen tämän prosessin aikana saanut. Kiitos myös Mikolle ja Ollille tuesta ja kannustuksesta, olitte korvaamaton apu!

Turussa 6.5.2021

Tuulia Kusmin

# SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO .....	1
2. HAMMASPYÖRÄT .....	2
2.1 Suorahampaiset hammaspyörät .....	3
2.2 Hammaspyöräparit.....	3
2.2.1 Yleinen hammaslaki.....	4
2.2.2 Evolventtiammastus.....	5
3. HAMMASPYÖRIEN MITOITUS .....	8
3.1 Moduulit .....	9
3.2 Akseliväli ja profiilinsiirto .....	9
3.3 Hampaiden geometria.....	11
4. HAMMASPYÖRIEN JÄNNITYKSET .....	12
4.1 Lujuuslaskut ja teoriaa .....	12
4.2 Jännitysarvojen laskeminen ja mallinnus.....	14
5. TULOKSET .....	16
6. YHTEENVETO.....	18
LÄHTEET .....	19

# 1. JOHDANTO

Pieniä koneenosia ei kovin usein tarkastella yksityiskohtaisesti, vaan yleensä osana suurempaa kokonaisuutta. Osana aiheen kiinnostavuutta oli juuri siinä, että pääsin tutustumaan tarkemmin aiheeseen, jota yleensä vain sivutaan koneenosia käsittelevillä kursseilla. Hammaspyörät ovat olennainen osa koneiden voimansiirtoa ja useissa koneissa hammaspyörien elinikä määrittää myös laitteen kestävyttä ja huollontarvetta. Kestävyyden kannalta tärkeimpiä tarkastelun kohteita ovat hampaiden jännityksiin ja väsymiseen liittyvät mittaukset.

Tässä kandidaatintyössä tutkitaan hammaspyörien teoriaa, mitoittamista, sekä laskennallisen ja kokeellisen jännityksen laskemista hammaspyöräparien kosketuspinnalla. Työssäni käsitelen aluksi yleisesti hammaspyöriä, niiden teoriaa ja laskennallisuutta, keskittyen kuitenkin pääasiallisesti suorahampaisiin evolventtiammastettuihin pyöriin. Käsitelen teoreettisesti jännityksiä hampaiden kosketuspinoilla, sekä tuon vertailukohdaksi Ansys-ohjelmistolla tehdyn mallin ja vertailen tuloksia keskenään ja kuinka ne poikkeavat tai muistuttavat toisistaan.

Olen käyttänyt lähteinäni pääasiassa kotimaista kirjallisuutta ja standardeja, sillä vaikka esimerkiksi Yhdysvalloista on jonkin verran aiheeseen liittyvää kirjallisuutta, ovat siellä käytetyt mitoitukset, mittayksiköt ja standardit huomattavasti erilaisia kuin mitä Euroopassa käytetään. Suurten erojen vuoksi päädyin keskittymään pääasiassa kotimaiseen kirjallisuuteen aiheesta. Hammaspyöristä on suhteellisen vähän kirjallisuutta olemassa ja pääasiassa ne ovat muutaman sivun mainintoja erilaisissa koneenosista tai koneenelimitystä kertovista kirjoista.

## 2. HAMMASPYÖRÄT

Hammaspyöriä on käytetty voimansiirrossa jo tuhansia vuosia. Ennen ajanlaskun alkua hammaspyörien peruseräaattetta on käytetty esimerkiksi kitkapyörissä, ja vasta renessanssiajalla hampaiden muotoa alettiin optimoimaan geometrinen periaatteiden mukaan. Nykyään hammaspyörien materiaalit voidaan valita käyttökohteen mukaan, mutta aikaisemmin, ennen 1800-luvun loppupuolta, työstömateriaalina hammasrattaissa käytettiin yksinomaan puuta. Teollisesta vallankumouksesta alkaen hammaspyörien tuotanto ja kehitys muodostivat pohjaa nykyisille valmistusmenetelmille. (Michalec 1966, s. 2)

Hammaspyörät ovat sylintereitä, joissa on ulkonevat hampaat. Suorahampaiset hammaspyörät ovat yksinkertaisin malli, jossa hampaat ovat samansuuntaiset pyörimissuunnan kanssa. (Atkins & Escudier 2013) Hammaspyörien tarkoituksena on siirtää voimaa eteenpäin pyörivän liikkeen avulla akselilta toiselle, ja tarvittaessa niillä pystyy muuttamaan akselien pyörimisnopeutta sekä vääntömomenttia (Pyy et al. 1995, s. 255).

Hammaspyörien aihiona on aina lieriö tai kartio, joka voi olla joko ulko- tai sisähampastettu. Hammastukset ovat tyypillisesti suora- tai vinohampaisia, ja yleisimmin pyörissä on samansuuntaiset akselit tai 90° kulmassa toisiinsa nähden olevat. (Björk et al. 2014, s. 329)

Hammaspyöriä on erilaisia, ja hammaspyörän valinta riippuu käyttökohteesta. Hammaspyöriä ovat mm. lieriöhammaspyörät, kartiohammaspyörät, ruuvivaihteet, hammastanko ja hihnapyörä. (Airila et al. 1987, s. 242) Materiaaleja on myös lähes rajaton määrä mitä pyörien valmistamiseen voi käyttää. Valurauta on ollut pitkään yksi perusvalmistusmateriaaleista, mutta myös seostettua alumiinia käytetään hyvin laajasti. (Michalec 1966, s. 3) 3D-tulostuksen tultua enemmän arkipäiväiseksi on tämä lisännyt osittain eri muovien käyttöä valmistusmateriaalina.

Hammaspyöriä käytetään monissa eri sovelluksissa, joista tutuimpana on esimerkiksi vaihdelaatikot. Hammaspyörät ovat varmasti myös tulleet tutuiksi muistakin arkielämän esineistä, esimerkiksi kellojen koneistosta, moottorisahoista ja muista kotitalouksien pienlaitteista.

## 2.1 Suorahampaiset hammaspyörät

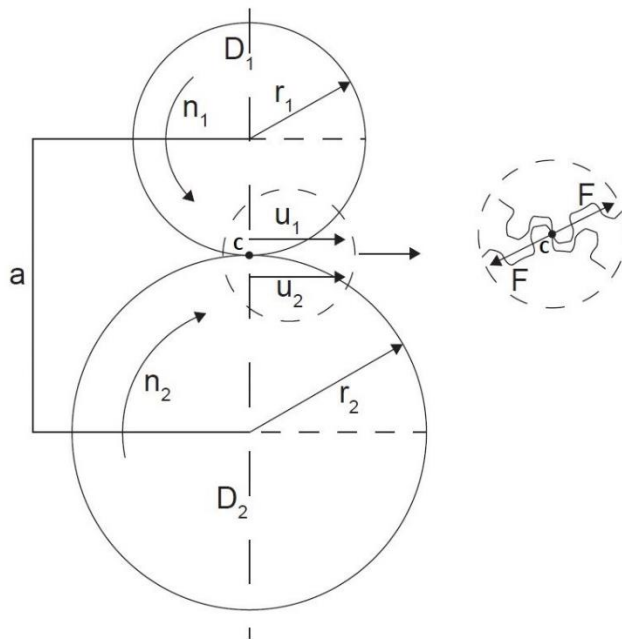
Suorahampaiset hammaspyörät ovat yleisimpiä ja helppoiten valmistettavia hammaspyöriä. Helppous johtuu siitä, että suorahampaisten pyörien hampaat ovat yksinkertaiset verrattuna muihin hammaspyörätyyppeihin. Eteenkin servomekanismeihin suorahampaiset hammaspyöräparit ovat oivallisia pienen kitkansa vuoksi. (Michalec 1966, s. 287)

Suorahampaisten hammaspyörien ryntökulma  $\alpha$  on vakiona  $20^\circ$  (Björk et al. 2014, s. 332). Jossain mielessä suorahampaiset hammaspyörät ovat vinohampaisten erikoistapauksia, sillä suorahampaisissa vinouskulma  $\beta$  on 0 (Airila et al. 1987, s. 244).

Suorahampaiset hammaspyörät ovat huomattavasti äänekkäämpiä kuin esimerkiksi vinohampaiset (Björk et al. 2014, s. 340). Vinohampaisten lieriöpyörien etu pienen meluhaitan lisäksi on siinä, että sillä voidaan siirtää suurempia tehoja (Airila et al. 1987, s. 252).

## 2.2 Hammaspyöräparit

Pareista pienempää pyörää nimetään käyttäväksi ja suurempaa käytettäväksi pyöräksi tai vaihtoehtoisesti vastapyöräksi (Airila et al. 1987, s. 244; Björk et al. 2014, s. 330). Parit muodostetaan yleensä niin, että toinen pyöristä on suurempi kuin toinen. Parit ovat lieriöitä, jotka vierivät ilman luistoa. Jotta luistoa ei tapahtuisi, tulee kehänopeuksien ( $v$ ) olla samat pisteessä C, joka on pyörien kosketuspiste.



**Kuva 1.** Hammaspyöräpari

## 2.2.1 Yleinen hammaslaki

Hammaspyöräparien välityssuhdetta merkitään kirjaimella  $i$ , ja se on jokaisessa tapauksessa vakio

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (1)$$

jossa  $\omega$  merkitsee kulmanopeutta ja  $n$  pyörimisnopeutta. Kaavassa käytetyt alaindeksit viittaavat hammaspyöräparin osapuoliin. (Björk et al. 2014, s. 330) Tässä työssä alaindeksi 1:llä merkitään pyöräparin pienempää pyörää ja 2:lla suurempaa pyörää.

Hetkelliseksi kosketuspisteeksi kutsutaan pistettä, jossa pisteessä A hampaiden kyljillä on sama normaali ja tangenti. Merkitään pisteen A nopeutta  $v_1$  ja  $v_2$ , jolloin voimme lausua nopeuden

$$v_1 = \omega_1 * R_1, \quad (2)$$

ja koska  $O_1A=R_1$  ja  $O_2A=R_2$ , pätee sama yhtälö myös nopeudelle  $v_2$ . Nopeus on kohtisuorassa  $R$  vastaan molemmissa tapauksissa. Normaalin suuntaisten komponenttien ( $c_1$  ja  $c_2$ ) on oltava yhtä suuret, jotta hampaat eivät painu toistensa sisään tai irtoaisi kosketuksesta. Toisaalta jaettaessa normaalin suuntaiset komponentit tangentin suuntaisiksi ( $e_1$  ja  $e_2$ ) nämä voivat olla arvoiltaan eri suuret.

Liukunopeus  $v_L$  merkitsee hammaskylkien liukumista toistensa suhteen, ja se lasketaan tangentin suuntaisten komponenttien erotuksen avulla

$$v_L = e_1 - e_2. \quad (3)$$

Normaalin suuntaiset komponentit  $c_1$  ja  $c_2$  voidaan esittää muodossa

$$c = \omega * O * N, \quad (4)$$

ja koska tiedetään, että  $c_1=c_2$ , voidaan tämä esittää muodossa

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2N_2}{O_1N_1} = i, \quad (5)$$

jonka avulla hetkellisen kosketuksen muodostamista kolmioista  $O_1N_1A_1$  ja  $O_2N_2C_2$ , voidaan todeta

$$\frac{O_2N_2}{O_1N_1} = \frac{O_2C}{O_1C} = \frac{r_2}{r_1} = i. \quad (6)$$

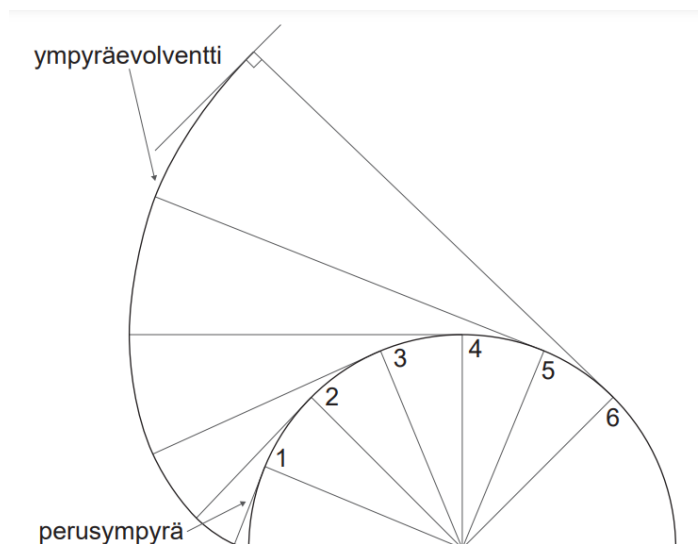


Kuten kaavoista (5) ja (6) voidaan nähdä, kulmanopeuksien suhde on sama kuin vierintäsaiteiden suhde ja molemmat säilyvät vakiona. Tarkasteltaessa nopeuskomponentteja vierintäpisteessä C, huomataan että tangentinsuuntaiset komponentit ovat nolla. Tällöin kyseessä on puhdas vierintä ilman liukumista. Yleinen hammaslaki on seuraava: ”Kaksi jatkuvassa liikkeessä olevaa hammaskylkeä siirtää pyörimisliikkeen vakiovälityssuhteella, jos kylkien yhteinen normaali  $N_1N_2$  kulkee aina vierintäpisteen C kautta, jossa akseliväli  $O_1O_2$  jakaantuu kulmanopeuksien käänteiseen suhteeseen”. (Björk et al. 2014. s. 331)

## 2.2.2 Evolventtihammastus

Tapoja tehdä hammastuksia on useita. On olemassa evolventti hammastus, Wildhaber-Novikov (WN)-hammastus, sekä sykloidi hammastus. WN-hammastusta käytetään ainoastaan vinohammastuksena ja sykloidissa hammastuksessa on oltava erittäin tarkkaan mitoitettu ja valmistettu akselinväli, jotta käynti on tasaista. (Pyy et al. 1995, s. 261) Evolventtia hammastusta käytetään yleisesti, koska se on helppo valmistaa, laadunvalvonnan kannalta tarkastettavuus on hyvä ja lisäksi, jos valmistettaessa on tapahtunut pieni virhe akselivälissä, se ei siltikään muuta välityssuhdetta. Välityssuhde pysyy myös samana, vaikka akseliväli halutaan muuttaa standardoituun mittaan.

Kuvassa 2 on esitetty, kuinka suora vierii liukumatta ympyrän kehällä ja liikkuessaan suoran pisteet piirtävät käyrää, jota nimitetään evolventtikäyräksi.



**Kuva 2.** Ympyräevolventti

Perusympyrästä, eli lieriön ns. vierintäympyrästä, käytetään merkintää  $d_b$ , jonka paikka määräytyy laskennallisesti

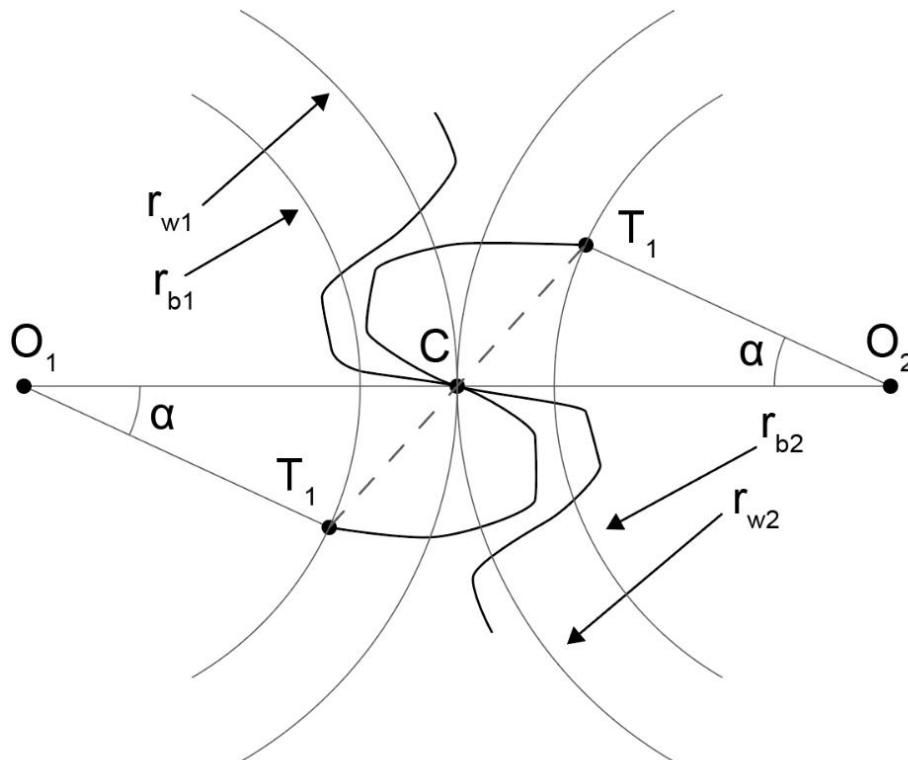
$$d_b = d * \cos\alpha . \quad (7)$$

Hammaspaksuutta tai profiilisiirrettyä akseliväliä laskiessa tarvitaan evolventtifunktiota

$$u = \operatorname{inv}\alpha = \tan\alpha - \alpha, \quad (8)$$

jossa  $\alpha$  on ryntökulma. (Pyy et al. 1995, s. 262) Ryntökulmalla tarkoitetaan vierintäpisteen C kautta kulkevan tangentin, sekä ryntösuoran (g) väliä, joka on havainnollistettu kuvassa 3 Ryntökulma ( $\alpha$ ) on evolventtihammastuksessa tavallisesti valmistettu  $20^\circ$  kulmalla. (Airila et al. 1987, s. 246; Björk et al. 2014, s. 332) Ryntösuora muodostuu siten, että pyöriä vieritetään toisiaan vasten akselivälillään ja näiden kosketuspisteiden ura piirretään näkyviin, joka muodostaa ryntösuoran. (Airila et al. 1987, s. 245)

Evolventtifunktio kertoo meille esimerkiksi sen, että kun evolventtikäyrältä tunnetaan jokin piste, esimerkiksi perusympyrän säde tai vierintäpiste, on mahdollista näiden avulla laskea käyrän lähtöpiste perusympyrältä kulman  $\operatorname{inv}(\alpha)$ :n avulla. Yleisesti kirjallisuudessa käytetään hammaspyörien laskemisessa ja esityksessä evolventtihammastusta, ellei toisin mainita. (Pyy et al. 1995, s. 262)

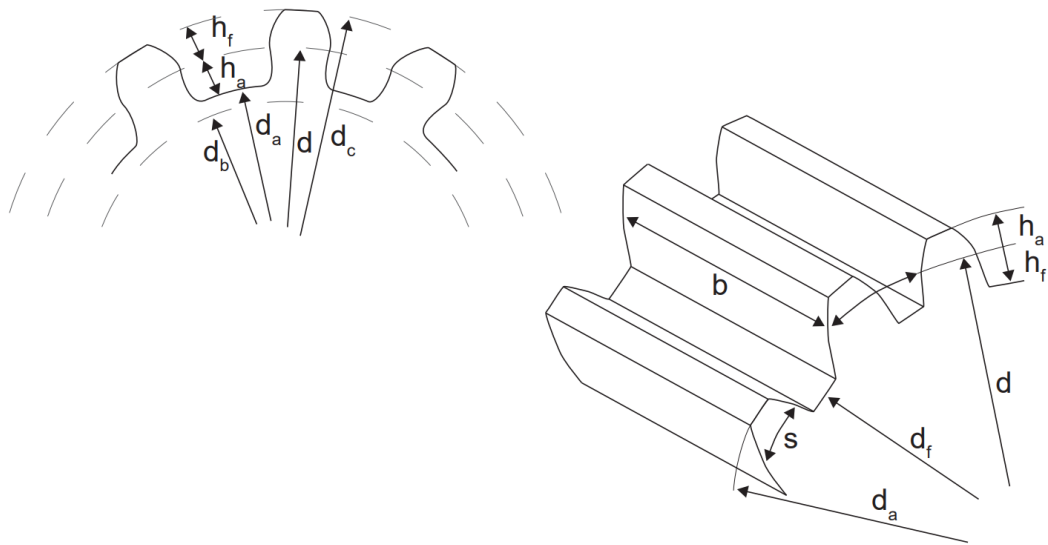


**Kuva 3.** Evolventtihammastettu pyöräpari

Vierintäpisteen C kautta kulkevan tangentin ja ryntösuoralla olevien pisteiden avulla ( $T_1$ ,  $T_2$ ) saadaan laskettua säde kaavalla

$$r_b = r \cos \alpha, \quad (9)$$

ja siten evolventti on vain perusympyrästä riippuvainen. Ryntökulma, akseliväli ja välityssuhde määräävät pyörän jako- ja perushalkaisijan. Ryntökulman ja jaon ollessa samat, kaksi evolventtipyörää toimii aina yhdessä ja evolventtinen hammasmuoto saadaan aina tehtyä. (Björk et al. 2014. s. 333)



**Kuva 4.** Hampaiden mittoja

### 3. HAMMASPYÖRIEN MITOITUS

Valmistuksen kannalta on tärkeää, että mitoitukset ja muut laatuun vaikuttavat tekijät ovat selkeästi kirjoitettu ja mallinnettu. Mitoitukset tehdään perusgeometrisiä kaavoja, sekä ISO-standardeja käyttäen. Standardointi on tärkeää, jotta pyörien perusmitoitukset eivät vaihtelee valmistajan mukaan ja ovat laajalti yhteensopivia. Geometrian määrittämisessä apuna on SFS 3389 ja lieriöhammaspyörien lujuuslaskuissa SFS 4970. Toleranssien määrittäminen on valmistuksen ja lopputuotteen kannalta olennainen osa, mutta tässä kandidaatintyössä jätän tämän osan huomiotta, sillä se ei ole olennaisin asia kosketuspintojen jännityksiä tarkasteltaessa.

Hammaspyörien mitoitus lähtee siitä, että akseliväli, ryntökulma ja välityssuhde määräävät jako- ja perushalkaisijan pyörässä. (Airila et al. 1987, s. 247)

Kehänopeudet ( $u$ ) ovat molemmilla pyörillä samansuuruiset, jotka pystytään laskemaan kulmanopeuden ( $\omega$ ) ja vierintäsäteen ( $r$ ) avulla, jolloin

$$u = \omega * r. \quad (10)$$

Vääntömomentti ( $T$ ) saadaan vierintäsäteen ja kehävoiman ( $F_u$ ) tulona

$$T = F_u * r. \quad (11)$$

Kehävoimat ovat molemmille pyörille samansuuruiset, mutta vastakkaismerkkiset. Tästä voidaan johtaa suhteet pyörien vääntömomenttien välille

$$F_u = \frac{T_1}{r_1} = \frac{T_2}{r_2}, \quad (12)$$

jolloin nämä suhteet saadaan esitettyä myös muodossa

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{d_2}{d_1}, \quad (13)$$

tässä muodossa saadaan selkeästi esitettyä suhde jakohalkaisijoiden ( $d$ ) ja vääntömomenttien ( $T$ ) välille. (Pyy et al. 1995, s. 257–258)

### 3.1 Moduulit

Moduulit ( $m$ ) ovat hammastuksien geometrialle perusta, apusuure, joka on standardoitu (SFS 3093). Sarjan 1 moduuleja suositellaan SFS 3093:n mukaan käytettäväksi ensisijaisesti moduulia valittaessa (Björk et al. 2014, s. 333). Moduulit ovat hammaskokoihin liittyvä vakiosuhdeluku, jota käytetään esimerkiksi jakohalkaisijaa ja hammasjakoa laskettaessa (Pyy et al. 1995, s. 259).

Moduuleja käytetään siihen, että laskukaavat voidaan helposti ilmoittaa moduulien avulla ja moduulit on standardoitu, jotta pyörät olisivat yhteensopivia. Moduuli lasketaan

$$z * p = \pi * d, \quad (14)$$

jossa  $z$  merkitsee hampaiden lukumäärää ja  $p$  hammasjakoa ja  $d$  jakohalkaisijaa, jolloin moduuli saadaan laskemalla

$$\frac{p}{\pi} = \frac{d}{z} = m. \quad (15)$$

Moduulin käyttö yksinkertaistaa mitoituslaskujen tekemistä, sillä sen avulla pystyy välttämään kokonaan  $\pi$ :n käytön. (Pyy et al. 1995, s. 259)

Tyvivälitys ( $c$ ) on määritelty moduulien avulla olevan  $0,25 * m$  (Björk et al. 2014, s. 334). Määritelmä on olemassa, koska laskennallisesti on todettu tämän olevan sopiva toleranssi, jotta pyörän pääympyrä ei osu parinsa tyvihalkaisijaan (Airila et al. 1987, s. 247).

### 3.2 Akseliväli ja profiilinsiirto

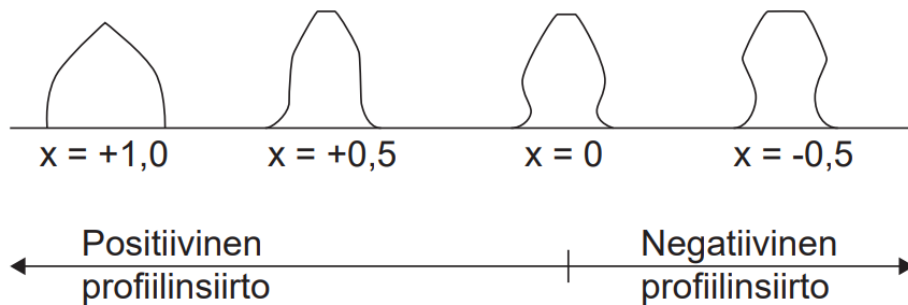
Akseliväli määräytyy hammaslukujen ja valitun moduulin mukaan. Profiilinsiirtoa käytetään, kun halutaan säätää akseliväliä. Lähestulkoon ikinä ei päästä standardoituun akseliväliin johtuen siitä, että moduulit ovat porrastettuja ja hammasluvut ovat kokonaislukuja. Useammat hammasluvut täyttävät vaaditun välityssuhteen, mutta tämä asettaa

haasteita tarkkaan akseliväliin pääsemisestä. Profiilinsiirto on tässä kohtaa tapa, jolla päästään tavoitteena olevaan standardoituun akseliväliin. (Björk et al. 2014. s. 335) Jos akseliväliä ei haluta säätää, jakohalkaisijat ( $d=m \cdot z$ ) määräävät mikä välin tulee olla. Tätä kutsutaan perusakseliväliksi ( $a$ ), joka muodostuu moduulien ja hampaiden suhteesta

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} . \quad (16)$$

Hammaslukua merkitään kirjaimella  $z$ . (Airila et al. 1987, s. 247)

Profiilinsiirtoa voi olla positiivista tai negatiivista. Negatiivisessa siirrossa hampaan kärki vahvenee ja tyvi ohenee. Positiivisessa siirrossa hampaan kärki ohenee ja tyvi vahvenee. Positiivisella siirrolla saadaan myös hampaaseen lisää lujuutta. Työstötapana, riippuen kumpaa siirtoa käytetään, siirretään terää kohti keskiötä (negatiivinen), tai siitä pois päin (positiivinen). (Björk et al. 2014. s. 335) Profiili voidaan valmistaa uuteen kohtaan perusympyrään nähden, jolloin käytetään hampaan kylkenä evolventin sisempää- tai ulompaa osaa (Airila et al. 1987, s. 248).



**Kuva 5.** Profiilinsiirto

Profiilinsiirrossa pyöräparityyppejä on neljää erilaista: nollapyöräpari, V-nolla-pyöräpari, V-plus-pyöräpari ja V-miinus-pyöräpari. Tyypit kertovat sen, onko parin profiilinsiirtokerroin ( $x$ ) nolla, positiivinen, vai negatiivinen. Lisäksi ilmoitetaan myös, mikä on profiilinsiirron akseliväli. (Airila et al. 1987, s. 248)

DIN 3992 kertoo profiilinsiirtokerroimen summan arvosta ja jakoperiaatteista (Björk et al. 2014. s. 336).

### 3.3 Hampaiden geometria

Pienelle pyörälle on suositeltavaa valita mahdollisimman vähän hampaita, jotta haluttu välityssuhde saadaan aikaiseksi mahdollisimman kompaktisti. Rajoitusta tuo myös ryntösuhde, joka kertoo kuinka tasaista pyöräparin käynti on. Ryntösuhde tulee olla yli yhden, kun ryntökulmana käytetään  $20^\circ$ , mikä tarkoittaa sitä, että pienemmän ja suuremman pyörän yhteinen hampaiden lukumäärä tulee olla  $\geq 17$ . Tapauksessa, jossa on käytetty profiilinsiirtoa, kummankin pyörän hampaiden lukumäärän tulee olla yli 14. (Björk et al. 2014. s. 336)

Jako ( $p$ ) hammaspyörissä tarkoittaa sitä, että hampaat jaetaan samansuuruisiin alueisiin, joissa on mitattu kaarimitta jakohalkaisijalla kahden perättäisen hampaan vasemmasta tai oikeasta kyljestä toiseen samannimiseen kylkeen (Airila et al. 1987, s. 247). Jakohalkaisijan saa laskettua yksinkertaisesti

$$p = m * z, \quad (17)$$

jossa moduuli kerrotaan hampaiden lukumäärällä (Hammaspyörät 1983, s. 65).

Hampaan korkeus on moduulin mukaan lausuttuna  $n. 2,25 * m$  (Airila et al. 1987, s. 247).

Hampaan pään leveysarvon minimi voidaan ilmoittaa moduulin avulla

$$S_a = 0,2 * m. \quad (18)$$

Hampaan leveys saadaan laskettua kaavalla

$$s = \frac{\pi * m}{2}, \quad (19)$$

joka on riippuvainen vain moduulin valinnasta.

## 4. HAMMASPYÖRIEN JÄNNITYKSET

### 4.1 Lujuuslaskut ja teoriaa

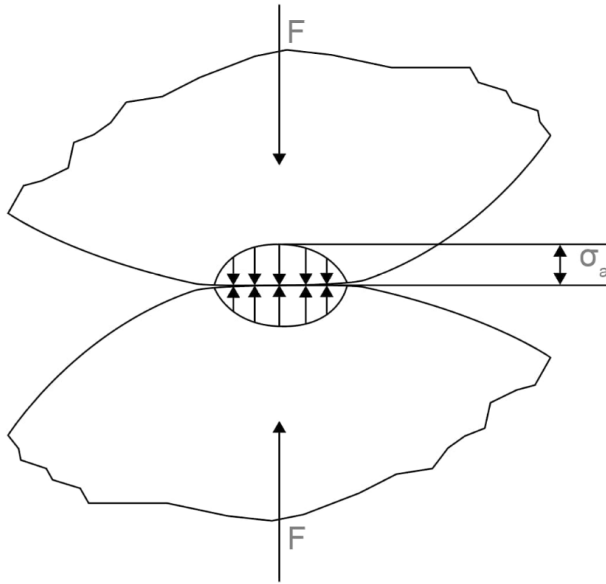
Tehonsiirtokykyä laskettaessa hammaspyöräparille, tulee ensin laskea molemmille pyörille hampaan tyven taivutusjännitys tai hammaskylkien pintapaine (Airila et al. 1987, s. 254). Aluksi tiedossa tulee olla, tai ainakin olla arvioitavissa, hammaspyörien perustiedot hammastuksesta, terästä, suunnittelusta ja valmistuksesta sekä kuormituksesta (Hammaspyörät 1983, s. 123). Varmuuskertoimet ovat hammasrattaita suunniteltaessa suuret, sillä vaurioituminen on tilastollisesti todennäköistä niiden rakenteen vuoksi (Pyy et al. 1995, s. 270).

Hammaspyörien elinikä on hyvin pitkälle riippuvainen niiden kyvystä kestää jännityksiä ja kuormituksia, mikä tekeekin hampaiden eliniästä yhden suunnittelijoiden haasteista (Shaker et al. 2015).

Hammaspyörien vaurioitumista arvioidaan esimerkiksi kosketuspintojen hitsautumisen suhteen, joka tapahtuu suurilla nopeuksilla, tai pinnan uurtumisen suhteen, joka taas tapahtuu pienillä nopeuksilla. Hampaassa tyven taivutuslujuuden tutkiminen on olennaista kylkipinnassa tapahtuvan väsymisen suhteen. Erilaiset voiteluun liittyvät ongelmat voivat myös aiheuttaa ongelmia ja lyhentää pyörien elinikää. Muita vaikuttavia tekijöitä voidaan laskea mukaan huomioimalla kitka, sekä käyntilämpötilaan liittyvät tekijät. Luonnollisesti pyörien kestämiseen ja elinikään vaikuttaa myös pyörien materiaali, sekä miten sitä on mahdollisesti käsitelty. Teräs on yleisin hammaspyörien raaka-aine teollisuudessa, mutta pyörien valmistusmateriaali on mahdollista valita sovelluskohteeseen sopivaksi esimerkiksi muoviyhdisteistä tai alumiinista. (Pyy et al. 1995, s. 272 ja s. 280) Materiaalien lämpökäsittelyillä, pinnoituksella tai seosyhdisteillä on mahdollista saada pyörälle haluttuja ominaisuuksia materiaalin kautta. Esimerkiksi seostamalla saadaan sitkeyttä ja karkaisemalla lisää kovuutta materiaaliin.

Kosketuspisteiden kuormitusta yleisesti lasketaan Hertsin kosketuspaineen avulla. Hertsin teoria olettaa kuormituksen jakautuvan elliptisesti, jolloin maksimikuormitus on kosketuspintojen keskellä kun kyseessä on kaksi sylinterimaista pintaa. (Hassan 2009)





**Kuva 6.** Sylinterit kosketuksissa, Hertsin pintapaineen jakautuminen

Kuva 6 osoittaa kuinka paine jakautuu sylintereissä ja miten maksimikohta löytyy keskeltä. Tätä painetta voidaan kuvata Hertsin kaavalla

$$\sigma_o = \sqrt{\frac{F * \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}{L * \pi * \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}\right]}} \quad (20)$$

Jännitystä hampaissa voidaan kuvata yhtälöllä, joka on johdettu yhtälöstä kahdelle sylinterille (kaava 18):

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{F * \left(1 + \frac{r_{p1}}{r_{p2}}\right)}{r_{p1} * L * \pi * \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}\right] * \sin\phi}} \quad (21)$$

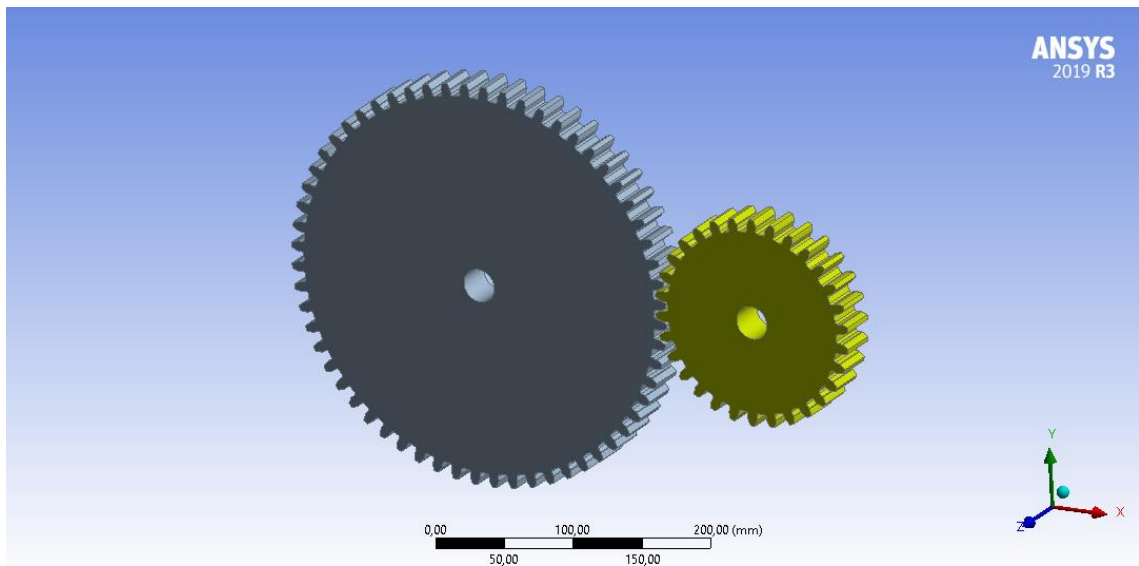
Kaavassa F:llä kuvataan kuormitusta,  $\nu_1$  ja  $\nu_2$  ovat Poissonin luvut,  $E_1$  ja  $E_2$  ovat pyörien materiaalien kimmokertoimet, L on pienemmän pyörän pinnanleveys.  $r_{p1}$  ja  $r_{p2}$  ovat pyörien jakoympyröiden säde ja  $\phi$  on ryntökulma. (Hassan 2009)

Kosketuspintoihin kulutuksessa muodostuvat pistekorroosiot ovat yhteyksissä Hertsin kosketuspaineeseen. Kuormituksen lisääminen kappaleeseen vaikuttaa siten, että pin-

nat deformoituvat elastisesti kontaktipisteiden lähistöllä, jolloin pieni kosketuspinta muodostuu. Pistekorrosio johtuu jatkuvasta kuormituksesta, joka nostaa kontaktipaineen kriittisten tasojen yli. (Hassan 2009)

## 4.2 Jännitysarvojen laskeminen ja mallinnus

Tässä työssä laskennallinen osuus on tehty vain yhdessä kosketuskohdassa, jossa hampaat ovat vaaka-asennossa. Laskenta on tehty sekä käsin, että Ansys-ohjelmalla. Tuloksia vertaillaan toisiinsa kohdassa 5. Jännitykset on laskettu edellisessä kohdassa esitetyllä Hertsin kosketuspaineen yhtälöllä.



**Kuva 8.** Hammaspyöräpari Ansys-ympäristössä

Hammaspyöräparit ovat terästä, jonka kimmomoduuli on 200 GPa ja Poissonin vakio 0,3. Hammaspyörien paksuus on 30 mm. Isompi on jäykästi kiinnitetty, pienempi aiheuttaa vastaavalla kohdalla momentin 400 Nm. Momentista saamme laskettua kosketuspisteessä vaikuttavan voiman peruskaavalla

$$F = \frac{M}{d}, \quad (22)$$

jossa momentti jaetaan vipuvarrella, eli tässä tapauksessa säteellä. Jakoympyröiden säde saadaan kaavalla

$$r_p = \frac{R}{\sin(\phi)}. \quad (23)$$

Alla Taulukossa 1. esitetään pintapaineen laskemiseen tarvittavat alkuarvot.

**Taulukko 1.** Lähtöarvot

Suure	Lyhenne	Arvo	Yksikkö
Voima	F	2666,667	N
Halkaisija, pienempi pyörä	R <sub>1</sub>	30	mm
Halkaisija, suurempi pyörä	R <sub>2</sub>	150	mm
Jakohalkaisija, isompi	r <sub>p2</sub>	438,57	mm
Jakohalkaisija, pienempi	r <sub>p1</sub>	219,28	mm
Hampaan leveys	L	30	mm
Poissonin vakio	v	0,3	
Kimmokerroin	E	200 000	MPa
Ryntökulma	φ	20	°

Pyörien ollessa samasta materiaalista valmistettu, Poissonin vakio ja kimmokerroin ovat molemmilla samat, eikä näitä ole alaindekseihin eroteltu taulukossa.

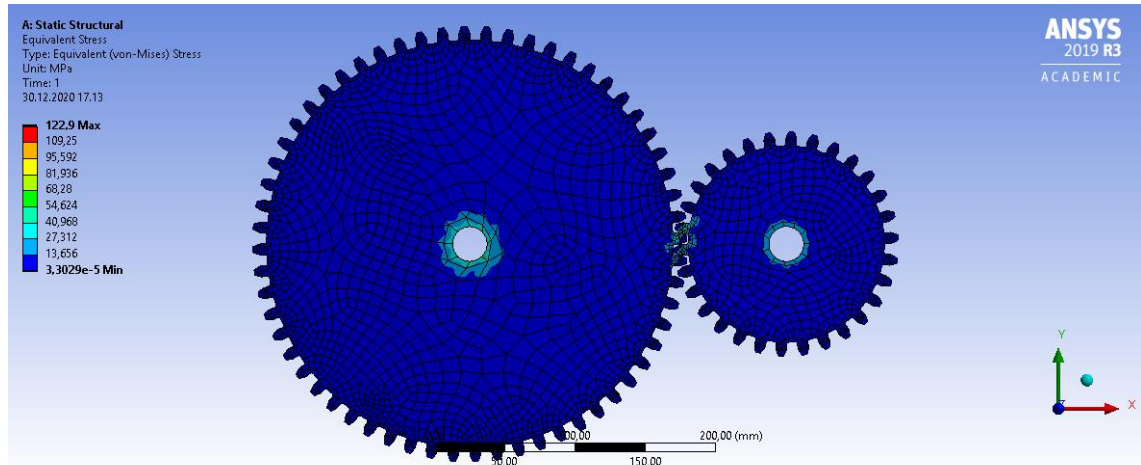
Taulukon 1 arvot sijoitetaan kaavaan (18)

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{5333,33 \text{ N} \cdot \left(1 + \frac{219,28 \text{ mm}}{438,57 \text{ mm}}\right)}{219,28 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm} \cdot \pi \cdot \left[\frac{1-0,3^2}{200\,000 \text{ MPa}} + \frac{1-0,3^2}{200\,000 \text{ MPa}}\right] \cdot \sin(20^\circ)}}.$$

Tulokseksi saamme, että Hertsin pintapaineen tarkka arvo on 120,647 MPa.

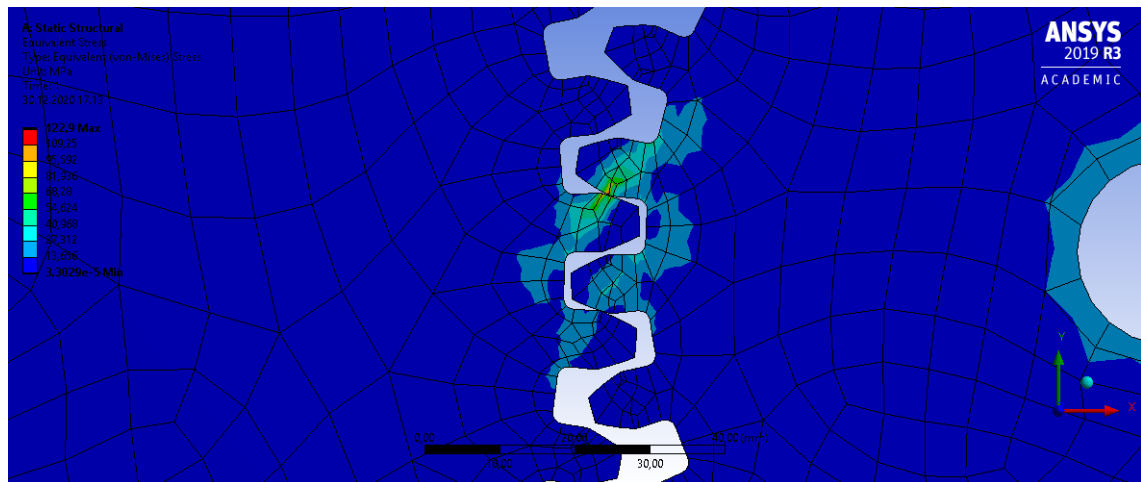
## 5. TULOKSET

Kuvissa 9. ja 10. on esitetty mallinnetut hammaspyöräparin jännitykset Ansys-ohjelmistossa.



**Kuva 9.** Mallinnettu pyöräpari.

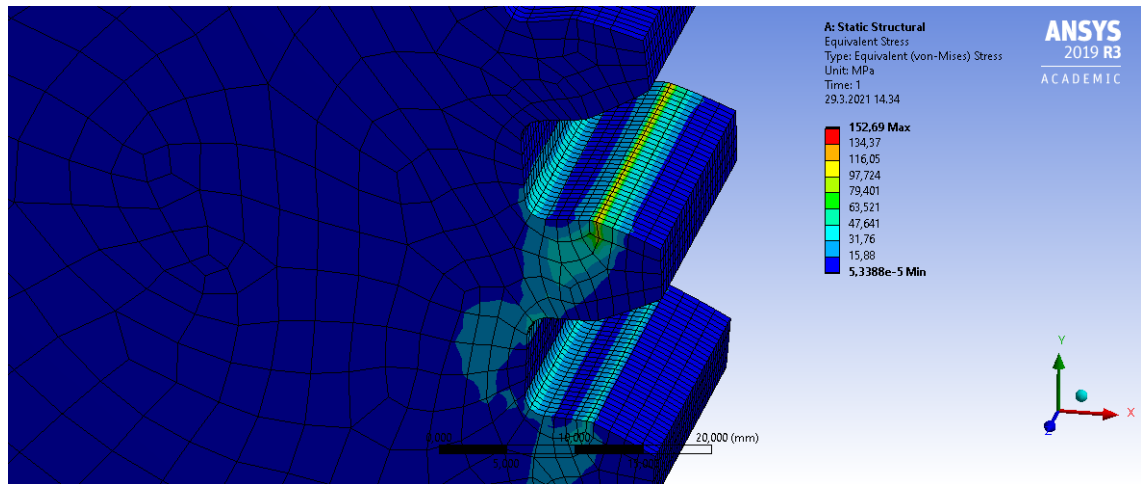
Suuressa mittakaavassa jännitykset eivät vaikuta pyöriin kuin hyvin paikallisella tasolla. Kuvassa 10 on esitetty lähikuva hampaista, joissa kosketuksen vaikutus näkyy selvemmin kosketuskohdassa.



**Kuva 10.** Kosketuspintojen jännitykset kosketuskohdissa.

Malli antaa maksimijännitykseksi kosketuspinnalla 122,9 MPa, kun taas aikaisemmassa luvussa käsin lasketuksi arvoksi jännitykselle saatiin 120,6 MPa. Ero noin 2 %, joten sitä voidaan pitää lähes merkityksettömänä. Voidaankin siis todeta tulosten olevan niin lähellä toisiaan, että molempia voidaan pitää luotettavina tuloksina suhteessa toisiinsa.

Esimerkiksi kuvasta 10 voidaan nähdä, että tässä työssä tarkastelluilla mitoilla jännitykset sinänsä eivät tulisi olemaan ongelma rakenteelle ja sen kestävyydelle.



**Kuva 11.** Tiheämmällä verkolla mallinnettu pyörä

Tiheämmällä verkotuksella tulos muuttuu huomattavasti. Harvemmillä verkolla jännityksen maksimiarvo oli 122,9 MPa, kun taas kuvasta 11 voimme havaita tiheämmän verkotuksen antavan tulokseksi 152,69 MPa. Tulos eroaa selkeästi käsin lasketusta, että harvalla verkolla mallinnetusta kappaleesta. Tiheällä verkolla mallinnettua voidaan pitää hyvinkin tarkkana arvona ja harvemmillä verkolla / käsin lasketut arvot ovat enemmänkin suuntaa antavia jännityksiä mallinnettaessa.

## 6. YHTEENVETO

Hammaspyöräparien mitoitus on monimutkainen kokonaisuus, jossa yksi tärkein yksittäinen osa on moduuli ja sen määrittäminen yhtenäiseksi. Mitoitusta ohjaa hyvin paljon standardit, jotta valmistettaessa osat ovat lähes universaalisti yhteensopivia.

Hammaspyöräparien kosketuspisteiden jännitykset ovat tärkeitä osia suunniteltaessa toimivaa ja pitkäikäistä pyöräparia. Moni asia vaikuttaa pyörien elinkaareen, mutta tässä työssä tarkasteltu pintapaineen tarkastelu vaikuttaa hampaiden kestävyYTEEN ja siten pyörien elinikään. Työssä vertaillaan laskennallisia tuloksia pintapaineelle käsin lasketuna, sekä Ansys-ohjelmalla mallinnettuna. Tulokset olivat hyvin lähellä toisiaan ja 2 % eroa voidaan selittää esimerkiksi mallin liian harvalla verkotuksella, tai käsin laskussa tapahtuneilla pyörityksillä. Kolmanneksi vertailukohteeksi tuotiin selkeästi tiheimmin verkotettu versio hampaasta, jolloin paineen arvo kasvoi n. 30 MPa, joka voidaan katsoa olevan jo huomattava kasvu tuloksessa. Haluttaessa tarkkaa arvoa laskentaohjelmisto antaa parhaan tuloksen tiheimmällä verkotuksella, kun taas suuntaa antava arvo riittää, ovat käsin lasku ja harvalla verkolla mallintaminen lähes yhtä tarkat.

Laskenta on tehty vain yhdestä kosketuspisteestä, jolloin työtä olisi haluttaessa voitu laajentaa tarkastelemaan ryntötapahduman kosketuspisteitä esimerkiksi viiden asteen välein. Tällöin olisi saatu kartoitettua kuormittavimmat pisteet hampaiden pyöriessä toisiaan vasten. Toinen vaihtoehto aiheen jatkamiseksi ja laajentamiseksi olisi selvittää kuinka jännitykset vaikuttavat ajan suhteen ja millaisen ajan sisällä väsyminen alkaa vaikuttaa hampaiden kestävyYTEEN.

# LÄHTEET

Airila, M., Jantunen, E., Kivioja, S., Laihotie, E., Nurmi, L., Pora, M. & Ranta, A. (1987). Koneenosat. 1. painos. WSOY, Suomi, ISBN: 951-0-14338-3.

Atkins, T. & Escudier, M. (2013). A Dictionary of Mechanical Engineering. Oxford University Press.

Björk, T., Hautala, P., Huhtala, K., Kivioja, S., Kleimola, M., Lavi, M., Martikka, H., Miettinen, J., Ranta, A., Rinkinen, J. & Salonen, P. (2014). Koneenosien suunnittelu. 6. painos. Sanoma Pro Oy, Suomi, ISBN: 978-952-63-0798-5.

Hammaspyörät, 2. painos. Suomen standardisoimisliitto, SFS- Käsikirja 24, Helsinki, 1983.

Hassan A. R. (2009). Contact Stress Analysis of Spur Gear Teeth Pair. WASET, Vol. 58. pp. 611-616.

Michalec, G. W. (1966). Precision Gearing: Theory and Practice. 1. edition. John Wiley & Sons, Inc., USA.

Pyy, S., Blom, S., Rautiainen, H., Lahtinen, P., Sampo, A., Nuutio, E., Seppänen, P., Pekkola, K. & Suosara, E. (1995). Koneenelimet ja mekanismit. 2. painos. Opetushallitus, Suomi, ISBN: 951-719-157-x.

Shaker, M., Zou, T., Angeles, J. & Morozov, A. (2015). Optimization of tooth-root profile for maximum load-carrying capacity: Spur and bevel gears. CCToMM Mechanisms, Machines, and Mechatronics (M3) Symposium, Ottawa, Ontario, Kanada, pp. 1-13.