

Tenho Lehtola

HIHNAPYÖRÄJÄRJESTELMÄN TAKAI- SINKYTKETTY SÄÄTÖ

Kandidaatintyö
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta
Huhtikuu 2021

TIIVISTELMÄ

Tenho Lehtola: Hihnapyöräjärjestelmän takaisinkytketty säätö
Kandidaatintyö
Tampereen yliopisto
Teknisten tieteiden kandidaatin tutkinto-ohjelma
Huhtikuu 2021

Tämän kandidaatintyön tavoitteena oli luoda hihnapyöräjärjestelmälle takaisinkytketty säätö ja tutkia tapoja vaimentaa hihnapyöräjärjestelmän värähteleviä askelvasteita erilaisilla suotimilla.

Hihnapyöräjärjestelmälle luotiin malli ja järjestelmälle viritettiin 2DOF-rakennetta noudattava PD-säädin napojenasettelumenetelmää käyttäen. Tämän jälkeen säädetyin järjestelmän värähteleviä askelvasteita pyrittiin vaimentamaan alipäästösuotimien ja kaistanestosuotimien avulla. Tätä tarkoitusta varten hihnapyörästä luotiin malli.

Työn aikana huomattiin, että kaistanestosuotimet soveltuvat askelvasteiden värähtelyjen vaimentamiseen paremmin kuin alipäästösuotimet. Ne toimivat erittäin hyvin varsinkin silloin kun hihnapyörästä ominaiskulmataajuus tunnetaan tarkasti. Kuitenkin suotimien käyttö kasvattaa hihnapyöräjärjestelmän asettumisaikaa tilanteissa, joissa hihnapyöräjärjestelmän suotimeton vaste ei värähtele.

Avainsanat: 2DOF-säädinrakenne, Napojenasettelumenetelmä, Alipäästösuodin, Kaistanestosuodin

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck –ohjelmalla.

ABSTRACT

Tenho Lehtola: Feedback control of a belt-drive system
Bachelors thesis
Tampere University
Bachelors Programme in Engineering Sciences, BSc (Tech)
April 2021

In this thesis a research goal was to create negative feedback control for a belt-drive system and research ways to reduce oscillation of system's step responses with different filters.

A PD-controller with 2DOF-structure was tuned for the system using pole placement method. After this a low-pass filters and notch filters were used to reduce oscillations in the system's step responses. For this purpose, a model is also created for the belt-drive system.

During the thesis work it was found that the notch filters are more suitable for reducing oscillations in the system's step responses than low-pass filters. Notch filters work extremely well if belt-drive system's natural angular frequency is known accurately. However, one drawback of filters is that the system's settling time increases if system's non-filtered response does not have oscillation.

Keywords: 2DOF-Controller structure, Pole placement method, Low-pass filter, Notch filter

The originality of this thesis has been checked using the Turnitin OriginalityCheck service.

ALKUSANAT

Valitsin tämän aiheen, koska halusin tehdä käytännönläheisen kandidaatintyön säätötekniikan aihealueesta. Työ oli opettavainen, sillä en ole ennen tehnyt näin laajaa työtä. Erityisesti opin paljon enemmän siitä, kuinka asiat pitäisi tieteellisessä tekstissä ilmaista, jotta ne näyttäisivät hyvältä.

Haluan kiittää työni ohjaajaa Veli-Pekka Pyrhöstä arvokkaasta palautteesta ja kiinnostuksesta työtäni kohtaan. Myös haluan kiittää opponenttiani ja kielentarkastajia saamastani palautteesta. Ilman näitä henkilöitä työstäni ei olisi tullut yhtä hyvää.

Tampereella, 17.4.2021

Tenho Lehtola

SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO	1
2. MALLIN JOHTAMINEN	2
2.1 Moottorimalli	6
2.2 Suunnittelumallin luonti ja mallien siirtofunktioesitykset	9
3. SÄÄTIMEN VIRITYS	12
3.1 Säädetävän järjestelmän valinta	12
3.2 Säätimen rakenne	16
3.3 Säätimen virittäminen	17
4. SÄÄTIMEN VIRITYKSEN ARVIOINTI	19
4.1 Säätimen ja ideaalimallin stabiilisuusanalyysi	19
4.2 Säätimen ja ideaalimallin askelvaste	20
4.3 Säätimen ja totuusmallin $H1(s)$ stabiilisuusanalyysi	21
4.4 Säätimen ja totuusmallin $H1(s)$ askelvasteet	21
5. KÄYTETTÄVÄT SUODINTYYPIT	25
5.1 Alipäästösuodimet	25
5.2 Kaistanestosuodin	27
6. TULOKSET	29
7. YHTEENVETO	33
LÄHTEET	34
LIITE A: MALLIN SIIRTOFUNKTIOIDEN JOHTO	35
Suunnittelumallin siirtofunktio	35
Siirtofunktio lähdejännitteestä moottorin akselin kulmaan	35
Siirtofunktio lähdejännitteestä kuorman akselin kulmaan	36
LIITE B: NAPOJENASETTELUMENETELMÄ	38
LIITE C: SUODINRATKAISU 2	40

KUVALUETTELO

<i>Kuva 1. Hihnapyöräjärjestelmän rakenne</i>	2
<i>Kuva 2. Hihnapyörästäön vaikuttavat voimat moottorin nopeuden kasvaessa</i>	3
<i>Kuva 3. Yhteys kulman θ ja etäisyyden D välillä</i>	4
<i>Kuva 4. DC-moottorimalli</i>	6
<i>Kuva 5. Hihnapyörästäön vapaakappalekuva</i>	8
<i>Kuva 6. Suunnittelujärjestelmä</i>	12
<i>Kuva 7. Siirtofunktion $H_2(s)$ Nyquist-kuvaaja</i>	13
<i>Kuva 8. Siirtofunktion $H_2(s)$ Bode-kuvaaja</i>	14
<i>Kuva 9. Siirtofunktion $H_1(s)$ Nyquist-kuvaaja</i>	15
<i>Kuva 10. Siirtofunktion $H_1(s)$ Bode-kuvaaja</i>	16
<i>Kuva 11. Ideaalimallin ja säätimen Nyquist-kuvaaja</i>	20
<i>Kuva 12. Ideaalimallin ja säätimen askelvasteita</i>	20
<i>Kuva 13. Totuusmallin $H_1(s)$ ja säätimen Nyquist-käyriä eri Ω:n arvoilla</i>	21
<i>Kuva 14. Totuusmallin $H_1(s)$ ja säätimen askelvastekuvaajia asetusarvopainoilla</i>	22
<i>Kuva 15. Esimerkki työssä käytetystä säätöjärjestelmästä</i>	23
<i>Kuva 16. Taajuuksien vahvistuminen ominaiskulmataajuuden ympärillä</i>	23
<i>Kuva 17. Taajuuksien vahvistuminen aikatasossa</i>	24
<i>Kuva 18. 2DOF-säädinrakenne</i>	25
<i>Kuva 19. Alipäästösuotimien Bode-kuvaaja</i>	26
<i>Kuva 20. Kaistanestosuotimien Bode-kuvaaja</i>	27
<i>Kuva 21. Kuorman akselin kulma eri alipäästösuotimilla</i>	30
<i>Kuva 22. Kaistanestosuotimen toiminta vaihtuvilla Ω arvoilla</i>	31
<i>Kuva 23. Suodinratkaisujen toiminta, kun $\Omega = 3$ rad/s</i>	31
<i>Kuva 24. Suodinratkaisujen toiminta, kun $\Omega = 4$ rad/s</i>	32
<i>Kuva 25. Napojenasettelumenetelmässä käytetty säädinrakenne</i>	38
<i>Kuva 26. Suodinratkaisun 1 toiminta kun $\Omega = 1,5$ rad/s</i>	40
<i>Kuva 27. Suodinratkaisun 2 toiminta arvon $\Omega = 1,5$ rad/s ympäristössä</i>	40
<i>Kuva 28. Suodinratkaisujen vertailua, kun $\Omega = 4$ rad/s</i>	41

LYHENTEET JA MERKINNÄT

2DOF	(engl. Two Degrees of Freedom), kahden vapausasteen säädinrakenne
1DOF	(engl. One Degree of Freedom), yhden vapausasteen säädinrakenne
PID	(engl. Propotional Integral Derivative), säätimen vahvistus-, derivointi- ja integrointitermit kuvaavat säädinrakennetta
B, L	differentiaaliyhtälömallien kertoimia
B_m	moottorin viskoosinen kitkakerroin
b, d	hihnapyöräjärjestelmän mallin parametreja
b_s	säätimen P-haaran asetusarvopaino
c_s	säätimen D-haaran asetusarvopaino
D, D_1, D_2	hihnapyörien säteitä
e	erosuure
$F_{11}, F_{12}, F_{21}, F_{22}$	hihnan kohdistamia voimia hihnapyöriin
I	virta
J, J_1, J_2	hihnapyörien hitausmomentteja
K_{mt}	moottorin vääntömomenttivakio (engl. motor torque constant)
K_{me}	moottorin jännitevakio (engl. motor voltage constant)
K_p	säätimen P-haaran viritysparametri
M_1	hihnan kohdistama kokonaismomentti hihnapyörään 1
$M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}$	hihnan kohdistamia momentteja hihnapyöriin
Ω	hihnapyörästön ominaiskulmataajuus
P	paikkavektori hihnapyörän akselista voiman vaikutuskohtaan
K_d	säätimen D-haaran viritysparametri
k_h	hihnapyörien säteiden suhde
k_s	jousen jousivakio
k_t	torsiojousen jousivakio
k_{ts}	hihnan AB tai CD muodostaman torsiojousen jousivakio
ξ	kaistanestosuotimen parametri
ξ_n	toisen kertaluokan standardimallin vaimennusvakio
R	virtapiirin resistanssi
r	asetusarvo
r_{suod}	suodatettu asetusarvosignaali
s	Laplace-muuttuja
σ	kulma paikkavektorista voimavektoriin
T_f	alipäästösuotimen aikavakio
t	Moottorin tuottama vääntömomentti
θ	kulma
θ_1, θ_2	hihnapyörien 1 ja 2 kulmat
Θ	kulman Laplace-muunnos
u	ohjausjännite moottorille
V_{emf}	käämiin indusoituva lähdejännitteelle vastainen jännite
V_s	moottorin lähdejännite
V_{sl}	moottorin lähdejännitteen Laplace-muunnos
W_f	alipäästösuotimen nurkkataajuus
w	kaistanestosuotimen parametri
w_n	toisen kertaluokan standardimallin luonnollinen kulmataajuus
x	etäisyys
x_1, x_2, x_3, x_4	hihnan poikkeamia alkuasennosta
y	mittaus

1. JOHDANTO

Hihnapyörästöt ovat yleisiä moottoreiden ja muiden laitteiden voimansiirrossa käytettäviä komponentteja. Yksinkertainen hihnapyörästö muodostuu kahdesta hihnapyörästä ja niitä yhdistävästä elastisesta hihnasta. Niitä käytetään autojen moottoreissa, moottori-pyörissä ja teollisuusroboteissa siirtämään moottorin tuottama pyörimisliike toisille laitteiston komponenteille [1, s. 128–142]. Koska hihnapyörästö muuttaa hihnapyörän pyörimisliikkeen hihnan lineaariseksi liikkeeksi, niitä voidaan myös käyttää hihnan päällä leppävien tai hihnaan kiinnitettyjen kappaleiden paikkasäätöön [1, s. 183–191][2].

Elastisen hihnan ansiosta hihnapyörästöllä on muutamia etuja venymättömän ketjun avulla toteutettuun ketjuvälitykseen verrattuna. Hihnassa ei ole mekaanisia osia, kuten lenkkejä ja tappeja, joiden välillä voisi syntyä hankausta. Tämän takia hihnapyörästöt eivät tarvitse erillisiä voitelujärjestelmiä toimiakseen. Yhtenäisen rakenteen ansiosta hihnapyörästö on käydessään ketjuvälitystä hiljaisempi. [1, s. 7]

Suotuisissa olosuhteissa hihnapyörästö on luonnostaan vaimentava järjestelmä. Kuitenkin hihnan venyminen voi aiheuttaa säätöjärjestelmän askelvasteisiin värähtelyä, joka vaikuttaa haitallisesti säätöjärjestelmän suorituskykyyn. [1, s. 67–68] Tässä työssä tutkitaan tämän ilmiön vaikutusta hihnapyörän kulmasäätöön, ja esitetään asetusarvosuodintarkaisuja, joiden avulla värähtelyä voidaan vaimentaa.

Luvussa 2 hihnapyöräjärjestelmälle luodaan malli, jonka jälkeen luvussa 3 määritetään minkä osajärjestelmän ympärille takaisinkytketty säätö on mahdollista tehdä. Tässä yhteydessä päätetään myös säätimen tyyppi. Samassa luvussa esitetään myös säätimen viritys.

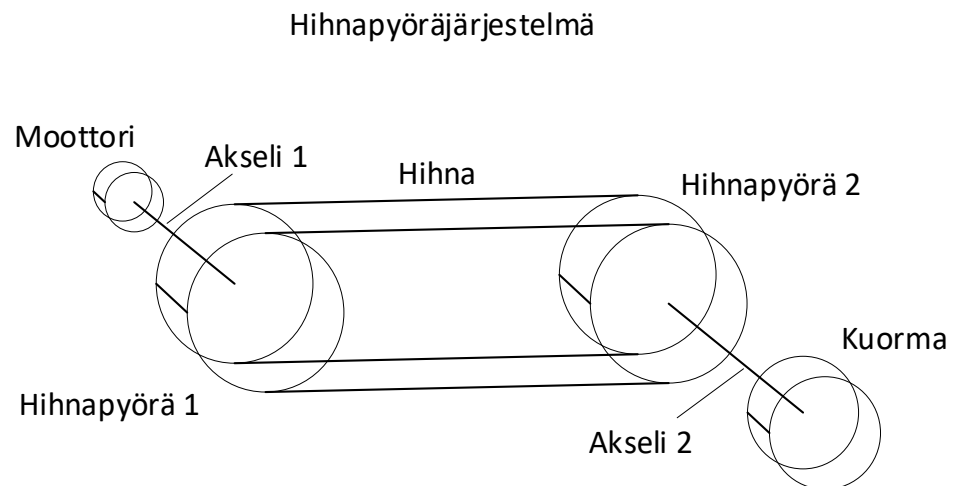
Luvussa 4 säätimen virityksen onnistuneisuus arvioidaan ideaalimallilla ja säätimen toiminta totuusmallien kanssa tutkitaan. Askelvasteissa havaitaan oskillaatiota. Luvussa 5 esitellään työssä käytetyt suodintyypit ja 2DOF-säädinrakenne. Luvussa 6 tutkitaan säätöjärjestelmän toimintaa suotimien kanssa.

2. MALLIN JOHTAMINEN

Hihnapyöräjärjestelmän malli muodostuu moottorimallista ja hihnapyörästön mallista. Tässä luvussa mallit johdetaan ensin erikseen ja sen jälkeen mallit yhdistetään kuvaamaan koko hihnapyöräjärjestelmää.

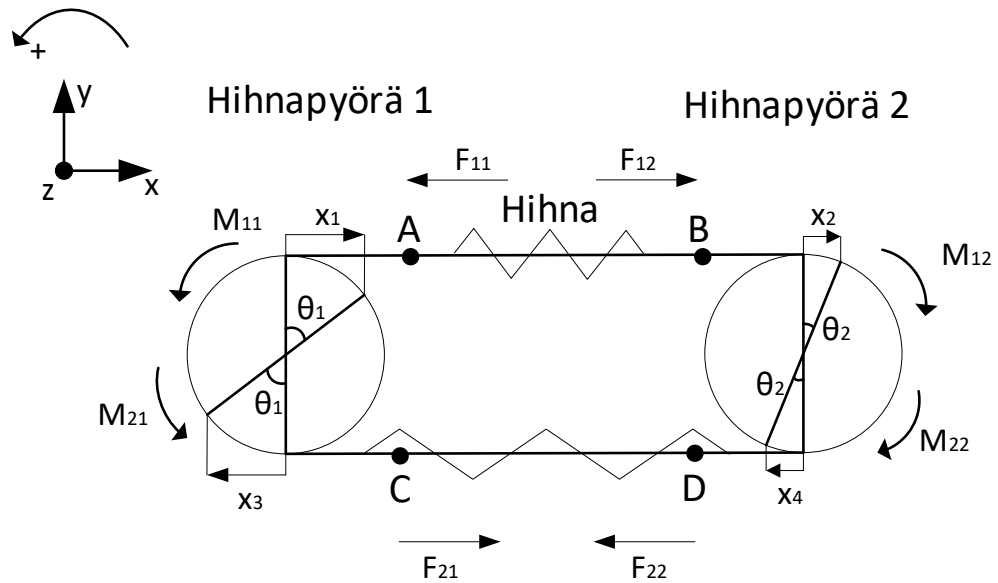
Työssä säätimen viritys ja hihnapyörämallin lopullinen rakenne vastaa Bernard Friedlandin kirjoittaman alan teoksen ”Advanced Control System Design” tuloksia, jossa yhtenä esimerkkinä käsitellään hihnapyöräjärjestelmien säätöä [3]. Työssä on numeroitu hihnapyöriä eri tavalla, joten mallin termien alaindekseissä on eroja.

Hihnapyöräjärjestelmän rakenne on esitetty kuvassa 1.



Kuva 1. Hihnapyöräjärjestelmän rakenne

Työssä hihnan ja hihnapyörien muodostamaa järjestelmää kutsutaan hihnapyörästöksi. Hihnapyörästön hihnaa voidaan mallintaa torsiojousena, joka kohdistaa momentin hihnapyöriin. Seuraavissa kappaleissa on esitetty tämän mallin johtamisen vaiheet.



Kuva 2. Hihnapyörästäön vaikuttavat voimat moottorin nopeuden kasvaessa

Kuva 2 esittää hihnapyörästäön vaikuttavat voimat, kun moottorin pyörimisnopeus on kasvanut äkillisesti. Kuvassa 2 θ_1 ja θ_2 ovat kulmia, jotka kuvaavat hihnapyörien poikkeamaa niiden alkuasunnoista. Etäisyydet x_1 , x_2 , x_3 ja x_4 kuvaavat hihnan asennon muutosta sen alkuasennosta. Voimat F_{11} , F_{12} , F_{21} ja F_{22} kuvaavat hihnan kohdistamia voimia hihnapyörien kehille. Nämä voimat kohdistavat hihnapyöriin momentit M_{11} , M_{12} , M_{21} ja M_{22} . Pisteiden A ja B välissä on hihnapyörien yläpuolella oleva hihnan osa AB. Vastaavasti pisteiden C ja D välissä on hihnapyörien alle jäävä hihnan osa CD. Kuvassa positiiviset suunnat ovat oikealle ja ylös x- ja y-akselien suuntaisesti. Positiivinen z-akselin suunta osoittaa kuvasta lukijaan, jolloin positiivinen momenttien suunta on vastapäivään.

Kuvassa 2 moottori on pyörittänyt hihnapyörää 1 kulman θ_1 verran myötäpäivään. Hihnapyörän 1 ja moottorin välissä on akseli, jossa ei oteta huomioon materiaalin taipumista, joten moottorin kulma välittyy hihnapyörään 1 sellaisenaan. Tämä kulman arvo ei kuitenkaan välity heti hihnapyörään 2, sillä hihnapyörien välissä on elastinen hihna, joka venyessään varastoi osan energiasta, joka olisi tarvittu hihnapyörän 2 kulman θ_2 muuttamiseen.

Kun kulmat θ_1 , θ_2 ovat samat hihna ei kohdistaa hihnapyöriin lainkaan momenttia. Kulmilla on yhteys vastaaviin etäisyyksiin x_1 , x_2 , x_3 ja x_4 , jotka kuvaavat hihnan poikkeamaa sen alkuasennosta. Etäisyyksien erotuksesta voidaan päätellä kuinka paljon hihna on puristunut tai venynyt.

Kuvassa hihna on jaettu kahteen osaan AB ja CD. Molempia osioita voidaan mallintaa ideaalisina jousina. Seuraavissa kappaleissa esitetään hihnapyörien yläpuolella olevan hihnan osion AB mallinnus.

Ideaali-jousen kohdistamia voimia kuvaa Hooken laki

$$F = -k_s x, \quad (1)$$

jossa k_s on jousivakio, joka kuvaa jousen jäykkyyttä. Muuttuja x on etäisyys, jolla jouta on poikkeutettu tasapainotilasta. Jousi on tasapainotilassa, kun sitä ei puristeta eikä vedetä. Hihnapyörästä tapauksessa hihnan AB poikkeama tasapainotilasta riippuu etäisyyksistä x_1 ja x_2 .

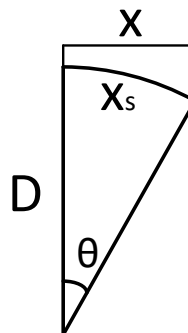
Jousi kohdistaa pisteessä A palauttavan voiman F_{11} , joka kohdistaa momentin hihnapyörään 1. Kuvan 2 tapauksessa voima on hihnapyörän pyörimissuunnalle vastainen. Pisteeseen B kohdistuu tälle voimalle vastainen, mutta yhtä suuri voima F_{12} Newtonin 3 lain perusteella. Tämä voima lopulta kohdistaa hihnapyörään 2 momentin, joka vaikuttaa hihnapyörän pyörimissuuntaan. Jousen tuottamat voimat F_{11} , F_{12} voidaan laskea kaavan (1) avulla,

$$F_{11} = -k_s(x_1 - x_2), \quad (2)$$

$$F_{12} = k_s(x_1 - x_2). \quad (3)$$

Kaavoista (2), (3) voidaan johtaa yhteys hihnapyörien alkuasentojen poikkeamien θ_1 , θ_2 ja hihnapyöriin aiheutuvien momenttien M_{11} , M_{12} välille.

Oletetaan, että hihna ei pääse liukumaan ollenkaan hihnapyörän päällä. Tällöin kaava (2) voidaan esittää hihnapyörän kulmien suhteen, sillä etäisyyksiä x_1 , x_2 voidaan approksimoida hihnapyörän kehän pituuksina x_{s1} , x_{s2} kun hihnapyörien kulmien arvot θ_1 , θ_2 ovat pieniä. Yleinen tapaus on esitetty kuvassa 3, jossa D on hihnapyörän säde, x on hihnan poikkeama sen alkuasennosta ja x_s on pituus hihnapyörän kehällä.



Kuva 3. Yhteys kulman θ ja etäisyyden D välillä

Yleisessä tapauksessa hinnan poikkeamaa alkuasennosta x voidaan approksimoida kehän pituudella x_s seuraavan yhtälön mukaan

$$x \approx x_s = \theta D, \quad (4)$$

jossa D on hihnapyörän säde ja θ hihnapyörän kulma.

Approksimaation (4) perusteella kaava (2) voidaan saattaa muotoon

$$F_{11} = -k_s(\theta_1 D_1 - \theta_2 D_2), \quad (5)$$

jossa D_1 on hihnapyörän 1 säde ja D_2 on hihnapyörän 2 säde.

Kyseinen malli toimii, vaikka hihnapyörät eivät olisi samankokoisia. Tällöin niiden välillä voidaan löytää seuraava yhteys

$$D_2 = k_h D_1, \quad (6)$$

jossa $k_h = \frac{D_2}{D_1}$ on hihnapyörien säteiden suhde. Tällöin kaava (5) voidaan saattaa muotoon

$$F_{11} = -k_s D_1 (\theta_1 - k_h \theta_2). \quad (7)$$

Oletetaan kuitenkin, että hihnapyörät ovat samankokoiset

$$D = D_1 = D_2, \quad (8)$$

$$k_h = 1, \quad (9)$$

$$F_{11} = -k_s D (\theta_1 - \theta_2). \quad (10)$$

Voima F_{11} aiheuttaa hihnapyörään 1 momentin. Voiman aiheuttama momentti voidaan laskea yhtälön (11) mukaan,

$$M = \|F\| \|P\| \sin(\sigma), \quad (11)$$

jossa $\|F\|$ on voimavektorin F itseisarvo, $\|P\|$ on paikkavektorin P itseisarvo. Paikkavektori P osoittaa hihnapyörän akselista voiman vaikutuskohtaan, joka on piste hihnapyörän kehällä. Tässä tapauksessa paikkavektorin itseisarvo on hihnapyörän säde D . Kulma σ on kulma paikkavektorista P voimavektoriin F . Pidetään vastapäivään osoittavia kulmia positiivisina.

Kaavaa 11 käyttämällä voima F_{11} kohdistaa hihnapyörään 1 seuraavan momentin

$$M_{11} = \|F_{11}\| \|P\| \sin(90^\circ) = k_s D (\theta_1 - \theta_2) D \sin(90^\circ) = k_s D^2 (\theta_1 - \theta_2) = k_{ts} (\theta_1 - \theta_2). \quad (12)$$

Termi $k_{ts} = k_s D^2$ on torsiojousen jousivakio, jonka yksikkö on $\left[\frac{Nm}{rad}\right] = \left[\frac{N}{m}\right] [m^2]$. Hihnan osaa AB voidaan siis mallintaa myös torsiojousena, joka kohdistaa momentin hihnapyöriin, kun niiden kulmat poikkeavat tasapainoasemasta.

Vastaavalla tavalla hihnapyörien alapuolelle jäävää hihnan osiota CD voidaan mallintaa torsiojousena. Hihnapyörien yläpuolelle olevan hihnan osion AB puristuessa alempi hihnan osio CD venyy samassa suhteessa. Tämän takia alapuolelle jäävä hihnan osio kohdistaa hihnapyöriin yhtä suuren ja samansuuntaisen momentin molempiin hihnapyöriin kuin hihnapyörien yläpuolella oleva hihnan osa. Tällöin hihnapyörään 1 vaikuttava kokonaismomentti on:

$$\sum M_1 = M_{11} + M_{21} = k_{ts}(\theta_1 - \theta_2) + k_{ts}(\theta_1 - \theta_2) = 2k_{ts}(\theta_1 - \theta_2). \quad (13)$$

Hihnaa voidaan mallintaa kokonaisuudessaan yhtenä torsiojousena tekemällä sijoitus,

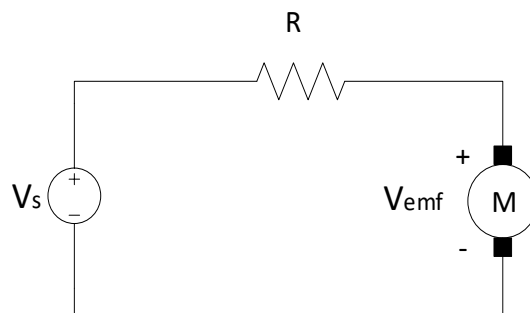
$$k_t = 2k_{ts}, \quad (14)$$

jolloin hihna kohdistaa hihnapyörään 1 seuraavan kokonaismomentin

$$M_1 = k_t(\theta_1 - \theta_2). \quad (15)$$

2.1 Moottorimalli

Työssä on käytetty yksinkertaista DC-moottorimallia, jonka sähkömagneettisia ominaisuuksia kuvaa piirikaavio, joka on esitetty kuvassa 4.



Kuva 4. DC-moottorimalli

Kuvassa 4 V_s kuvaa moottoriin syötettävää lähdejännitettä, R on virtapiirin resistanssi ja V_{emf} on moottorin käämiin indusoituva lähdejännitteelle vastainen jännite. Lähdejännite saa sähkövirran kulkemaan moottorin roottorissa. Roottorin käämeihin kohdistuu momentti, joka riippuu magneettikentän ja käämissä kulkevan virran suuruudesta ja käämin asennosta suhteessa magneettikenttään. Moottorin roottorissa on monta käämiä, koska

moottorin roottoriin halutaan kohdistuvan vakiomomentti τ , jonka suuruus riippuu moottorin läpi kulkevasta virrasta I seuraavasti:

$$\tau = K_{mt}I, \quad (16)$$

jossa K_{mt} on moottorin vääntömomenttivakio.

Liikettä vastustavat voimat ovat virtapiirin resistanssi R ja moottorin käämiin indusoitua lähdejännitteelle vastainen jännite V_{emf} . Jännite V_{emf} on verrannollinen käämin läpi kulkevan magneettivuon muutokseen. Koska moottorin roottorissa on monta käämiä, V_{emf} ei juuri muutu moottorin pyöriessä vakionopeudella. Tällöin jännite V_{emf} on verrannollinen moottorin roottorin pyörimisnopeuteen $\dot{\theta}$

$$V_{emf} = K_{me}\dot{\theta}, \quad (17)$$

jossa K_{me} on moottorin jännitevakio.

Kirchhoffin jännitelain mukaan virtapiirin potentiaalien summa on nolla, kun kuljetaan täysi silmukka virtapiirissä. Kiertämällä virtapiiri myötäpäivään saadaan

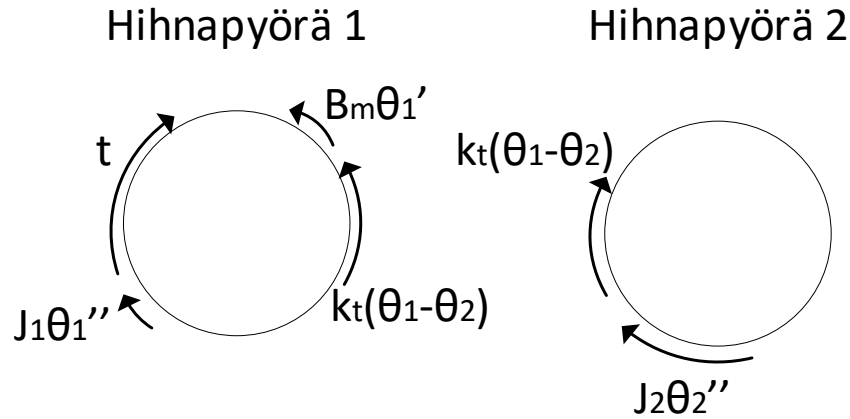
$$V_s - RI - V_{emf} = 0, \quad (18)$$

josta voidaan laskea virta käyttäen kaavan (17) tulosta

$$I = \frac{V_s - K_{me}\dot{\theta}}{R}. \quad (19)$$

Moottorimallissa on jätetty huomioimatta virtapiirin itseinduktanssi, joka on virtapiirin kyky vastustaa siinä kulkevan virran muutosta. Itseinduktanssin seurauksena virtapiirin ympärille muodostuu magneettikenttä, joka puolestaan indusoi lähdejännitteen suunnalle vastaisen jännitteen virtapiiriin.

Moottorimallin mekaaninen komponentti esitetään vapaakappalekuvassa 5, jossa kuvataan hihnapyöriin vaikuttavia voimia. Moottorin akseli on kiinnitetty hihnapyörään 1, joten moottorimallista johtuvat voimat on kuvattu sen yhteydessä. Kuorma on kiinnitetty hihnapyörään 2, mutta sen vaikutuksia ei oteta mallissa huomioon.



Kuva 5. Hihnapyörästäön vapaakappalekuva

Kuvassa 5 muuttujat θ_1 ja θ_2 ovat hihnapyörien 1 ja 2 kulmakihtyvyydet. Muuttuja $\dot{\theta}_1$ on hihnapyörän 1 kulmanopeus. Vakiot J_1, J_2 ovat hihnapyörien 1 ja 2 hitausmomentit. Momentti $B_m \dot{\theta}_1$ kuvaa roottorin pyörimistä vastustavien ilmiöiden, kuten moottorin harjoista aiheutuvan kitkan, vaikutusta järjestelmään. Kerroin B_m on viskoosinen kitkakerroin. Roottorin pyörimistä vastustaa myös hihnapyörästä, joka aiheuttaa momentin $k_t(\theta_1 - \theta_2)$ kumpaankin hihnapyörään. Kuvassa 5 momentti τ on moottorin aiheuttama momentti hihnapyörään 1.

Selvitetään hihnapyörän 1 malli. Pidetään myötäpäivään osoittavia momenteja positiivisina.

Newtonin toista lakia vastaava yhtälö hihnapyörän pyörimisliikkeelle voidaan johtaa seuraavasti,

$$\sum M = J_1 \ddot{\theta}_1, \quad (20)$$

jossa momenttien summa on kuvan 5 perusteella

$$\tau - B_m \dot{\theta}_1 - k_t(\theta_1 - \theta_2) = J_1 \ddot{\theta}_1. \quad (21)$$

Edelliseen yhtälöön voidaan sijoittaa yhtälössä (16) esitetty moottorin tuottaman vääntömomentin arvo τ

$$K_{mt} I - B_m \dot{\theta}_1 - k_t(\theta_1 - \theta_2) = J_1 \ddot{\theta}_1. \quad (22)$$

Yhtälössä (19) esitetty virran arvo I voidaan sijoittaa yhtälöön (22)

$$K_{mt} \frac{V_s - K_{me} \dot{\theta}_1}{R} - B_m \dot{\theta}_1 - k_t(\theta_1 - \theta_2) = J_1 \ddot{\theta}_1. \quad (23)$$

Termejä ryhmittelemällä yhtälö saadaan muotoon

$$\frac{K_{mt}}{R} V_s - \left(\frac{K_{mt} K_{me}}{R} + B_m \right) \dot{\theta}_1 - k_t(\theta_1 - \theta_2) = J_1 \ddot{\theta}_1. \quad (24)$$

Yhtälön (24) kertoimia voidaan merkitä seuraavasti $B = \left(\frac{K_{mt}K_{me}}{R} + B_m\right)$ ja $L = \frac{K_{mt}}{R}$, jolloin yhtälö saadaan muotoon

$$J_1\ddot{\theta}_1 = -k_t(\theta_1 - \theta_2) - B\dot{\theta}_1 + LV_s. \quad (25)$$

Vastaavasti hihnapyörälle 2 voidaan johtaa seuraava yhtälö käyttäen Newtonin toista lakia pyörimisliikkeelle. Pidetään myötöpäivään osoittavia momenteja positiivisina,

$$J_2\ddot{\theta}_2 = k_t(\theta_1 - \theta_2). \quad (26)$$

Molempien yhtälöiden tulee olla yhtä aikaa voimassa. Tällöin mallia kuvaa seuraava yhtälöpari [3]

$$\begin{cases} J_1\ddot{\theta}_1 = -k_t(\theta_1 - \theta_2) - B\dot{\theta}_1 + LV_s \\ J_2\ddot{\theta}_2 = k_t(\theta_1 - \theta_2) \end{cases}. \quad (27)$$

2.2 Suunnittelumallin luonti ja mallien siirtofunktioesitykset

Kahdesta mallia kuvaavasta differentiaaliyhtälöstä (25) ja (26) voidaan luoda suunnittelumallin differentiaaliyhtälö olettamalla, että hihna ei veny missään tilanteessa. Näin tapahtuu, kun hihnan torsiojousivakio k_t lähestyy ääretöntä. Tämä raja-arvo voidaan ottaa yhtälöstä (26) seuraavasti

$$\lim_{k_t \rightarrow \infty} (J_2\ddot{\theta}_2 = k_t(\theta_1 - \theta_2)) = \lim_{k_t \rightarrow \infty} \left((\theta_1 - \theta_2) = \frac{J_2\ddot{\theta}_2}{k_t} \right) \quad (28)$$

$$(\theta_1 - \theta_2) = 0 \equiv \theta_1 = \theta_2. \quad (29)$$

Tällöin huomataan, että hihnapyörien kulmien välinen erotus on nolla. Kun hihna on jäykkä myös hihnapyörien kulmat ovat kaikissa tilanteissa samat. Yhtälöparin (27) seurauksena sama on totta myös yhtälölle (25).

Sijoittamalla kaava (26) kaavaan (25) yhtälöryhmä (27) voidaan johtaa muotoon

$$J_1\ddot{\theta}_1 = -J_2\ddot{\theta}_2 - B\dot{\theta}_1 + LV_s, \quad (30)$$

$$J_1\ddot{\theta}_1 + J_2\ddot{\theta}_2 = -B\dot{\theta}_1 + LV_s. \quad (31)$$

Olettamalla täysin jäykkä hihna, eli yhtälön (29) ollessa voimassa, yhtälö (31) voidaan johtaa muotoon

$$(J_1 + J_2)\ddot{\theta} = -B\dot{\theta} + LV_s. \quad (32)$$

Työssä merkitään moottorin akselin ja kuorman akselin kääntymäkulmaa symbolilla θ kun kyseessä on ideaalimallin tilanne, jolloin molemmat kulmat ovat samat.

Voidaan myös olettaa, että hihnapyörien hitausmomentit ovat samat

$$J = J_1 = J_2. \quad (33)$$

Jonka jälkeen yhtälö saadaan muotoon

$$2J\ddot{\theta} = -B\dot{\theta} + LV_s. \quad (34)$$

Siirtofunktioiden johtaminen on esitetty liitteessä A: Siirtofunktioesitysten johto. Liitteessä siirtofunktioille on tehty seuraavat sijoitukset: $\Omega^2 = \frac{k_t}{J}$, $b = \frac{L}{J}$, $d = \frac{B}{J}$.

Ideaalimallin differentiaaliyhtälöstä (34) voidaan johtaa siirtofunktio lähdejännitteestä V_s moottorin ja kuorman kääntymäkulmaan θ [3]

$$H(s) = \frac{\Theta}{V_{sl}} = \frac{\frac{b}{2}}{s^2 + \frac{d}{2}s}. \quad (35)$$

Siirtofunktion asteluku voidaan määrittää nimittäjässä olevan karakteristisen polynomin asteesta. Siirtofunktio $H(s)$ on varsin yksinkertainen, sillä sen karakterisen polynomin asteluku on kaksi, eikä sillä ole nollia. Monet säätimien viritysalgoritmit olettavat varsin yksinkertaisen tai tietyssä muodossa olevan järjestelmän mallin. Usein monimutkaista mallia voidaan kuitenkin yksinkertaistaa luomalla ideaalimalli ja virittää säädin käyttämällä sitä. Työssä käytetään tätä lähestymistapaa säätimen virityksessä. Kun työssä myöhemmin viitataan ideaalimalliin, sillä tarkoitetaan siirtofunktiota $H(s)$.

Differentiaaliyhtälöryhmästä (27) voidaan johtaa totuusmallien siirtofunktiot, jotka kuvaavat järjestelmän toimintaa paremmin. Näitä siirtofunktioita on kaksi, yksi lähdejännitteestä V_s moottorin akselin kääntymäkulmaan θ_1 ja toinen lähdejännitteestä V_s kuorman akselin kääntymäkulmaan θ_2 . Ensiksi mainittu on muotoa [3]:

$$H_1(s) = \frac{\Theta_1}{V_{sl}} = \frac{(s^2 + \Omega^2)b}{s^4 + ds^3 + 2\Omega^2s^2 + \Omega^2ds}. \quad (36)$$

Ja siirtofunktio lähdejännitteestä kuorman akselin kääntymäkulmaan on muotoa [3]:

$$H_2(s) = \frac{\Theta_2}{V_{sl}} = \frac{\Omega^2 b}{s^4 + ds^3 + 2\Omega^2s^2 + \Omega^2ds}. \quad (37)$$

Näitä siirtofunktioita käytetään työssä säätimen rakenteen päättämiseen ja säätimen virityksen arvioimiseen.

Termi Ω kuvaa hihnapyörästä ominaiskulmataajuutta, sillä termi $\Omega^2 = \frac{k_t}{J}$, riippuu tor-siojousen jousivakiosta k_t ja hihnapyörien hitausmomentista J . Termin Ω^2 yksikkö on

$$\left[\frac{\text{Nm}}{\frac{\text{rad}}{\text{kgm}^2}} \right] = \left[\frac{\text{N}}{\text{kgm}} \right] = \left[\frac{\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{\text{kgm}} \right] = \left[\frac{1}{\text{s}^2} \right], \quad (38)$$

joten termin Ω yksikkö on $\left[\frac{1}{\text{s}} \right] = \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$, joka on kulmataajuuden yksikkö.

Termi Ω on hihnapyörästön rakenteesta riippuva ominaisuus. Tässä työssä pyritään luomaan säätöjärjestelmä, joka tuottaa hyviä askelvasteita hihnapyörästöillä niiden Ω arvosta riippumatta. Tällöin säätöjärjestelmään voisi kytkeä erilaisia hihnapyörästöjä järjestelmän toimintaa huonontamatta.

Työssä mallin parametreille b ja d annetaan seuraavat arvot [3]:

$$b = 2, \quad (39)$$

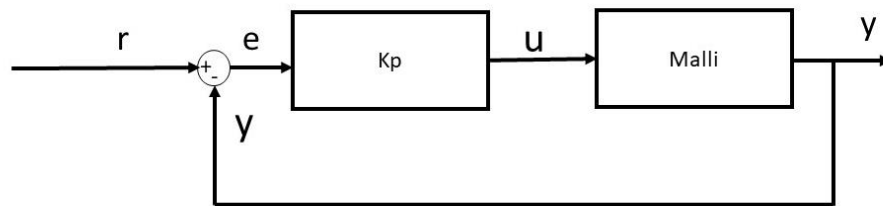
$$d = 0,2. \quad (40)$$

3. SÄÄTIMEN VIRITYS

Työssä luodaan suunnittelujärjestelmä, jonka taajuusvasteanalyysin avulla päätetään järjestelmälle sopiva säädintyyppi. Valinta tehdään P-, PI-, PD- ja PID-säädintyyppien väliltä. Myös tutkitaan, voidaanko säädettäväksi suureeksi ottaa kuorman akselin kääntymäkulma θ_2 , vai joudutaanko säätö tekemään moottorin kääntymäkulmalle θ_1 . Tästä valinnasta riippuu myös, tehdäänkö säätö totuusmallille $H_1(s)$ vai $H_2(s)$.

3.1 Säädettävän järjestelmän valinta

Oletetaan säätimen olevan P-säädin vahvistuksella $K_p = 1$. Tällöin mallin ympärille muodostuu pelkkä negatiivinen takaisinkytkentä. Tätä säätöjärjestelmää voidaan käyttää apuna säätimen tyyppin ja säädettävän järjestelmän valinnassa.



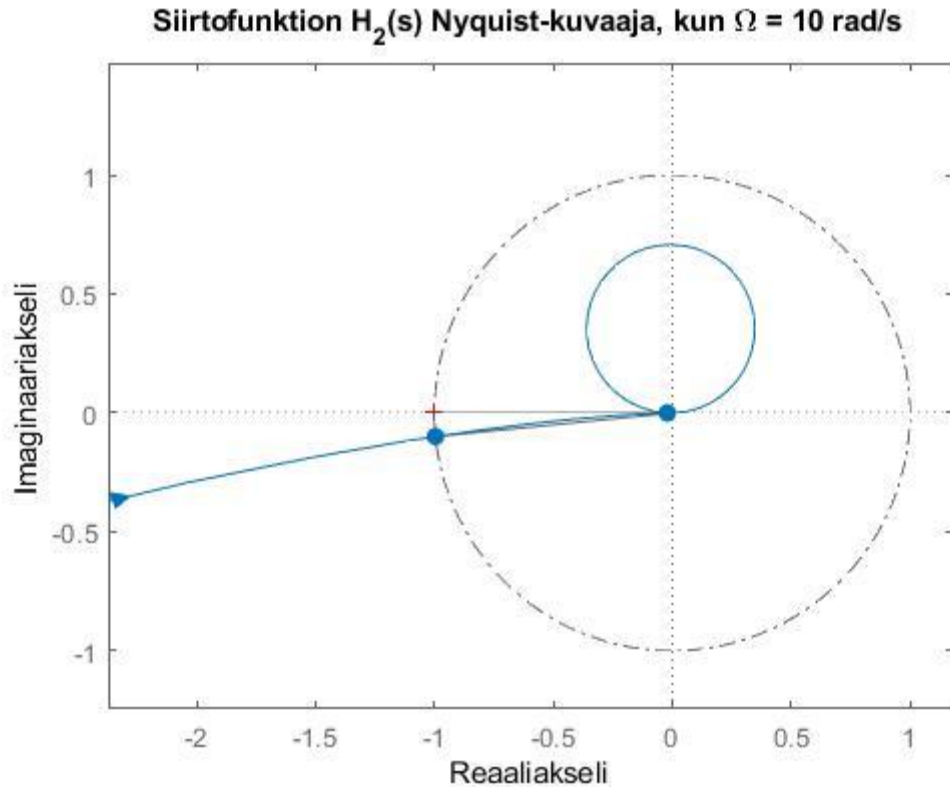
Kuva 6. Suunnittelujärjestelmä

Tälle säätöjärjestelmälle ominaisia varallisuusarvoja voidaan tutkia tekemällä säätimen ja mallin muodostamalle avoimelle järjestelmälle taajuusvasteanalyysi. Taajuusvasteanalyysin työkaluja ovat esimerkiksi MATLAB-ohjelman Nyquist- ja Bode-kuvaajat. Tässä tapauksessa avoin järjestelmä on vain malli, sillä sitä kertoo vakio K_p , jonka arvo valittiin yhdeksi.

Tyypillisiä varallisuusarvoja ovat vahvistus- vaihe- ja stabiilisuusvara. Vaaditut vähimmäisvarallisuusarvot riippuvat usein järjestelmästä, mihin säätöpiiri toteutetaan. Työssä on pyritty yli 6 dB:n vahvistusvaraan, 45 asteen vaihevaraan ja 0,5 stabiilisuusvaraan. Kuuden desibelin vahvistusvaralla vahvistus voi kaksinkertaistua ennen kuin säätöpiiri ajautuu epästabiiliksi.

Stabiilisuusvaran arvo voidaan määrittää Nyquist-kuvaajasta käyrän pienimpänä etäisyytenä NB-pisteeseen, joka on merkitty kuvaajaan punaisella rastilla. Vahvistusvaran ja vaihevaran arvot on merkitty Bode-kuvaajiin.

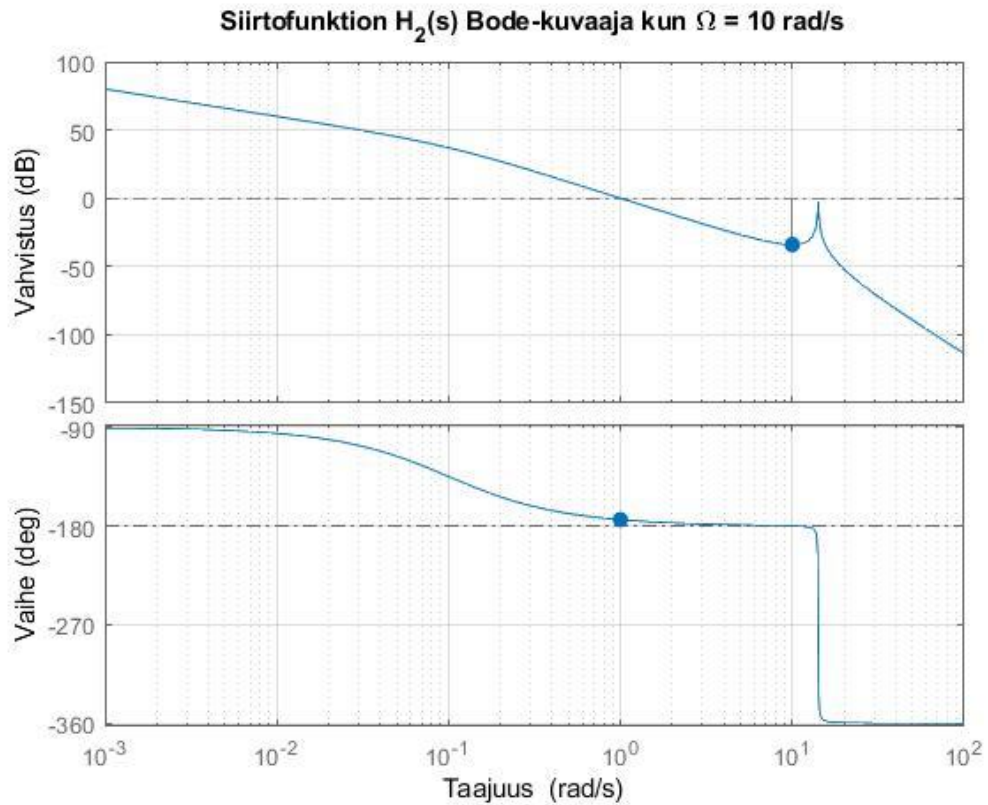
Alustavasti säädettäväksi suureeksi halutaan ottaa kuorman akselin kääntymäkulma θ_2 , koska sillä on suora yhteys kuormaan, joka on kiinni hihnapyörässä 2. Tällöin säädettäväksi järjestelmäksi valituu totuusmalli $H_2(s)$. Seuraavaksi esitetään yllä mainitusta säätöjärjestelmästä tehdyt Nyquist- ja Bode-kuvaajat, kun säädettävänä järjestelmänä on $H_2(s)$.



Kuva 7. Siirtofunktion $H_2(s)$ Nyquist-kuvaaja

Kuvasta 7 huomataan, että vaadittu stabiilisuusvara jää liian pieneksi. Tässä tapauksessa stabiilisuusvaran arvoa voidaan parantaa käyttämällä PD-säädintä, sillä sen derivoititermi johtaa vaihetta, joka saa Nyquist-käyrän kiertymään vastapäivään luoden lisää stabiilisuusvaraa järjestelmään.

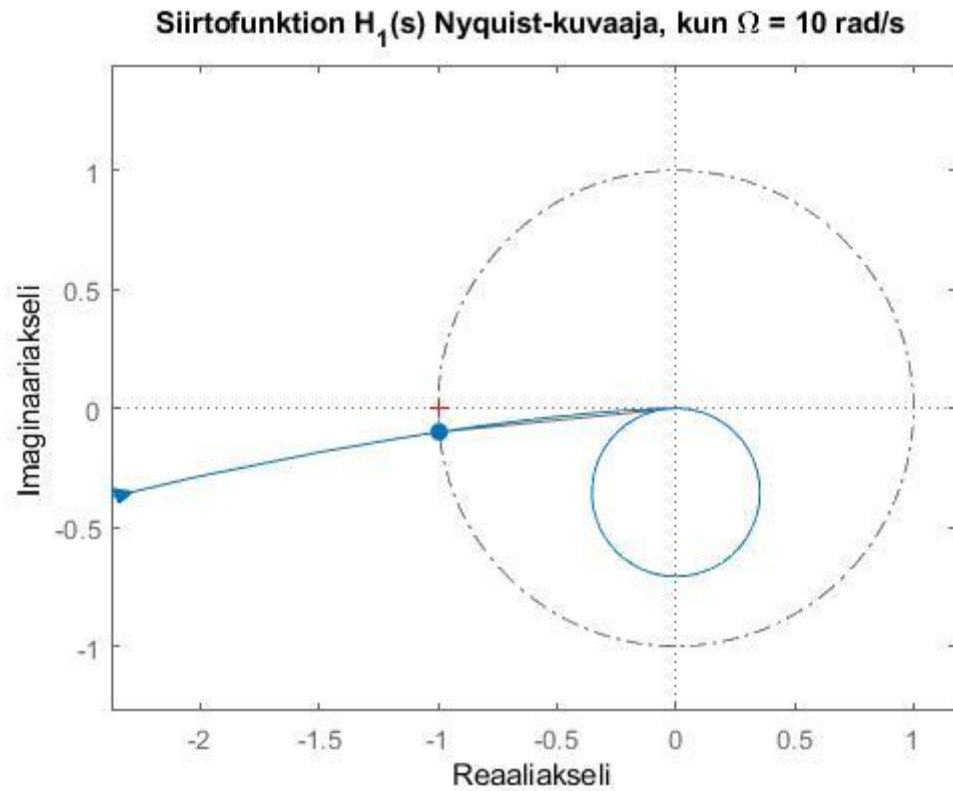
Nyquist-kuvaajasta voidaan myös nähdä systeemin toiminta säätimen vahvistuksen K_p kasvaessa. Tällöin käyrä laajenee radiaalisesti origosta poispäin saman verran jokaisessa käyrän pisteessä. Huomataan, että systeemi menee väistämättä epästabiiliksi vahvistuksen kasvaessa, koska imaginaariakselin välille $[-0,1, 0,1]$ jää lovi, jonka väliin NB-piste jää, kun vahvistus kasvaa.



Kuva 8. Siirtofunktion $H_2(s)$ Bode-kuvaaja

Kuitenkin saman siirtofunktion Bode-kuvaajasta (kuva 8) huomataan, että myös vaihevaran arvo jää liian pieneksi. Järjestelmä ei kestä ylimääräistä vahvistusta, sillä tämä nostaisi vahvistuskäyrää, jolloin vahvistuskäyrällä näkyvä piikki leikkaisi 0 dB:n rajan, joka saisi vaihevaran arvon putoamaan -180 asteen alapuolelle tehden säätöjärjestelmästä epästabiliin. Myös järjestelmän vaihevaran nostaminen nollan ja navan muodostamalla suotimella johtaa ongelmiin, sillä tällöin vaihekäyrän ylimenokulmataajuus siirtyy kohdalle 14 rad/s, jossa vaihekäyrä laskee -360 asteeseen. Tällöin järjestelmän vahvistusvaran arvo katsotaan tuolta taajuudelta ja jos järjestelmää vahvistetaan ollenkaan, sen vahvistusvarat loppuvat. Ainoa keino luoda suotuisat varallisuusarvot säätöjärjestelmälle on vahvistuksen K_p merkittävä lasku, mutta tällöin säätöjärjestelmän aikataason ominaisuudet jäisivät huonoiksi.

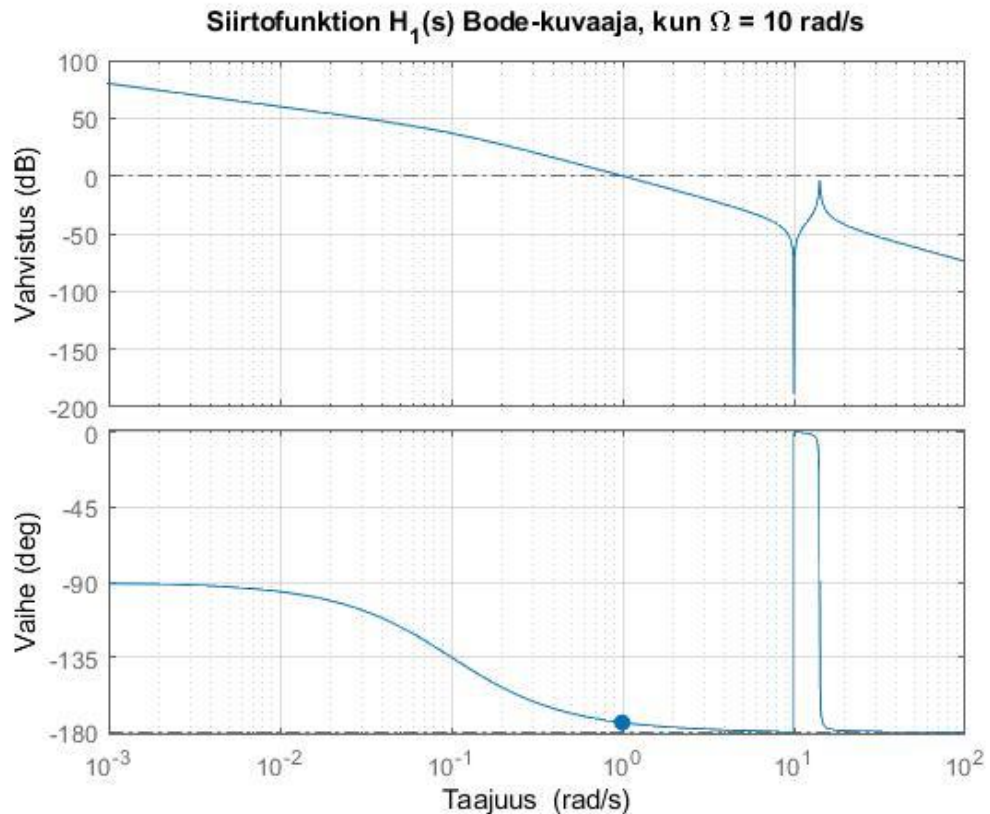
Mittaus joudutaan ottamaan moottorin kääntymäkulmasta θ_1 . Tällöin säädettäväksi järjestelmäksi valitaan totuusmalli $H_1(s)$. Seuraavissa Nyquist- ja Bode-kuvaajissa on tutkittu kuvassa esitetyn säätöjärjestelmän toimintaa, kun malliksi on valittu $H_1(s)$.



Kuva 9. Siirtofunktion $H_1(s)$ Nyquist-kuvaaja

Siirtofunktion $H_1(s)$ Nyquist-kuvaajasta huomataan, että käyrä ei koskaan ylitä NB-pistettä, kun säätimen vahvistusta K_p kasvatetaan. Tästä syystä systeemi ei mene koskaan epästabiiliksi vahvistuksen K_p kasvaessa. Kuitenkin stabiilisuusvaran arvo jää pelkällä P-säätimellä liian pieneksi. Kuvaajasta arvioituna myös vaihevaran näyttää liian vähäiseltä.

Nämä ilmiöt voidaan huomata myös siirtofunktion $H_1(s)$ Bode-käyrästä.



Kuva 10. Siirtofunktion $H_1(s)$ Bode-kuvaaja

Bode-kuvaajan (kuva 10) vaihekäyrä ei koskaan ylitä -180 asteen rajaa. Tällöin myöskään vahvistuskäyrältä ei voida määrittää vahvistusvaran arvoa, joten vahvistusvaraa on äärettömästi. Vahvistuskäyrän nurkkataajuus on kohdassa 1 rad/s, vaihevara katsotaan vaihekäyrältä tältä taajuudelta. Vaihevaran arvo on tällä taajuudella vain $5,71$ astetta.

Kuitenkin, koska vahvistusvara ei tarvitse kiinnittää huomiota, PD-säätimestä tulee toimiva ratkaisu. PD-säädin pystyy tuottamaan järjestelmään 90 astetta lisää vaihevara. Koska vaihevaran kasvu kiertää Nyquist-käyrää vastapäivään, myös järjestelmän stabiilisuusvaran arvo kasvaa.

3.2 Säätimen rakenne

Työssä säätimeksi valittiin PD-säädin. PD-säädin voidaan toteuttaa käyttäen 2DOF-säädinrakennetta. 2DOF-säädinrakenne voidaan mallintaa monella eri tavalla [4, s. 403]. Työssä 2DOF-säädin on mallinnettu asetusarvosuodin-muodossa.

Perinteistä 1DOF-säädinrakennetta käyttäessä säätöjärjestelmän vasteet joudutaan optimoimaan askelvastemuutoksien tai häiriövasteiden suhteen. Molempia ei voida saavuttaa yhdellä virityksellä. 2DOF-rakenteen avulla voidaan saavuttaa optimaalinen viritys niin askelvasteenmuutoksien kuin häiriömuutoksien suhteen. [4, s. 404-405]

Työssä käytetään PD-säätimen kanssa asetusarvopainoja [5, s. 995-996]. Tällöin työssä säädinrakenne on muotoa:

$$U(t) = K_p(b_s r - y) + K_d \frac{d}{dt}(c_s r - y). \quad (41)$$

Säädinrakenteesta huomataan, että P- ja D-haaraan ei syötetä erosuuretta $e = r - y$, vaan asetusarvoa r voidaan skaalata riippuen siitä, kumpaan haaraan asetusarvo syötetään. Työssä on valittu P-haaran termin b_s arvoksi 1. Tällöin P-haara reagoi normaalisti erosuureeseen $e = r - y$. D-haaran termiksi c_s työssä on valittu arvo 0. Tällöin D-haara ei reagoi asetusarvoon ollenkaan, vaan se ottaa arvonsa vain mittauksesta. Näillä asetusarvopainoilla työssä käytetty säädinrakenne on saa muodon

$$U(t) = K_p e + K_d \frac{d}{dt}(-y). \quad (42)$$

Mittauksen syöttäminen D-haaraan on hyödyllistä, sillä se rauhoittaa säätöjärjestelmän vastetta, kun asetusarvoon tehdään yhtäkkinen muutos [5, s. 996]. Suurten askelmaisten muutosten derivoiminen tuottaa tarpeettoman suuren ohjauksen toimilaitteelle, joka voi ajaa toimilaitteen toimialueensa rajalle. Erosuureeseen verrattuna pelkän mittaussignaalin derivoiminen ei aiheuta niin suuria ohjausmuutoksia, sillä systeemin dynamiikan takia mittaus reagoi asetusarvomutokseen usein hitaammin ja on käyrämuodoltaan loivempi.

Kuva työssä käytetyn säätimen rakenteesta on esitetty liitteessä B: Napojenasettelumenetelmä.

3.3 Säätimen virittäminen

Säätimen virittämistä varten käytetään yksinkertaisempaa ideaalimallia $H(s)$. PD-säädin viritetään käyttämällä napojenasettelumenetelmää. Viritys on tehty asetusarvoja käyttävälle PD-säätimelle, joka on esitelty kaavassa (42). Säätöjärjestelmä kuvataan tarkemmin liitteen B: Napojenasettelumenetelmä kuvassa 25. Napojenasettelumenetelmää käyttämällä ideaalimallin $H(s)$ ja PD-säätimen muodostaman säätöjärjestelmän navat voidaan sijoittaa minne tahansa kompleksitasoa. On huomioitavaa, että viritystapa toimii PD-säätimen tapauksessa vain toisen kertaluokan malleille.

Virittäminen voidaan toteuttaa vertaamalla PD-säätimen ja suunnittelumallin muodostaman suljetun systeemin siirtofunktiota toisen kertaluokan nollattomaan ja viiveettömän standardimalliin

$$G(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi_n w_n s + w_n^2}, \xi_n \geq 0, w_n \geq 0, \quad (43)$$

jossa ξ_n on vaimennusvakio ja w_n ominaiskulmataajuus. [6]

Työssä valittiin navat kompleksitason kohtiin $-2 \pm j$ [3]. Juuria vastaava karakteristinen polynomi on muotoa:

$$(s - (-2 + j))(s - (-2 - j)) = s^2 + (-(-2 + j) - (-2 - j))s + (-2 + j)(-2 - j) \quad (44)$$

$$= s^2 + 4s + (4 + 2j - 2j - j^2) = s^2 + 4s + (4 + 1) = s^2 + 4s + 5 \quad (45)$$

Jota voidaan verrata standardimallin karakteristiseen polynomiin:

$$\begin{cases} 2\xi_n w_n = 4 \\ w_n^2 = 5 \end{cases} \quad (46)$$

Ratkaisemalla yhtälöryhmä saadaan tulokseksi

$$w_n = \sqrt{5}, \quad (47)$$

$$2\xi_n \sqrt{5} = -4 \equiv \xi_n = \frac{2}{\sqrt{5}}. \quad (48)$$

Näillä arvoilla järjestelmään saavutetaan vaihevaraa kaavan (49) mukaisesti [6]:

$$\text{PM} = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi_n}{\sqrt{\sqrt{4\xi_n^4 + 1} - 2\xi_n^2}} \right) \approx 73,3. \quad (49)$$

Tällä ξ_n :n arvolla saadaan hieman värähtelevä askelvaste, koska kun $\xi_n < 1$ järjestelmä on alivaimennettu. Asettumisaikaa voidaan approksimoida kaavalla (50) [6]:

$$T_s \approx \frac{4}{\xi_n w_n} = 2. \quad (50)$$

Liitteessä B lasketut napojen arvoja vastaavat säätimen vahvistuksen ja derivointitermin parametrit ovat:

$$K_p = 5 \quad (51)$$

$$K_d = 3,9 \quad (52)$$

4. SÄÄTIMEN VIRITYKSEN ARVIOINTI

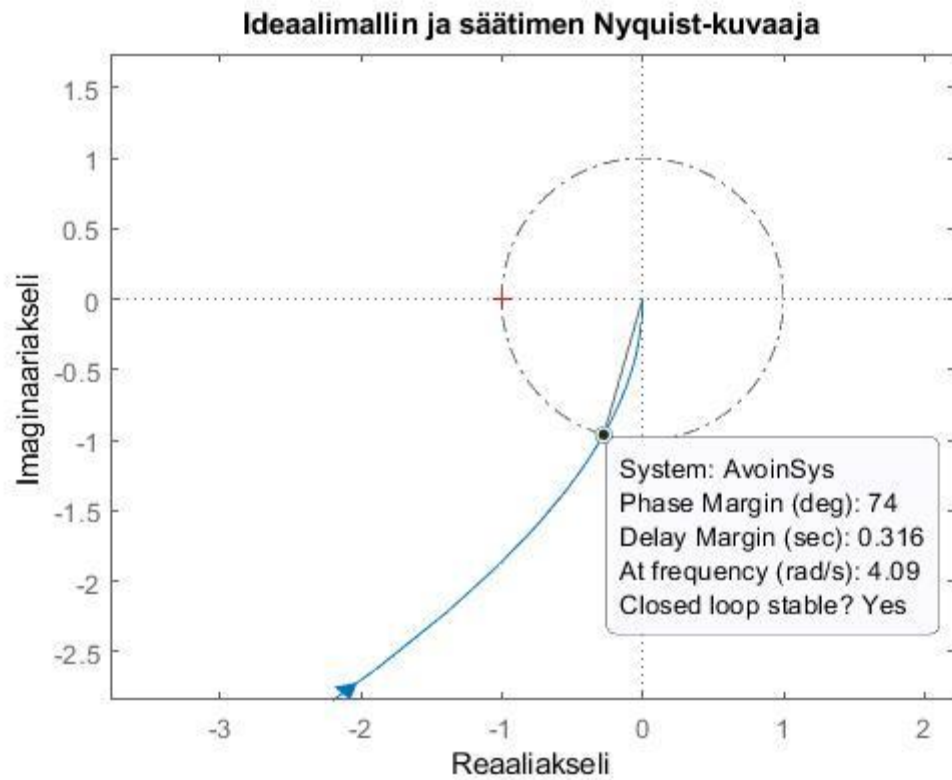
Säädin viritettiin käyttämällä alaluvussa 2 johdettua suunnittelumallia, jossa ei ole hihnan aiheuttamia ominaisvärähtelyilmiöitä. Varmistetaan, että säätöjärjestelmä täyttää alaluvussa 3.1 esitetyt vaatimusmäärittelyt. Tarkastellaan tilannetta ensin ideaalimallin ja säätimen muodostamalle säätöjärjestelmälle.

Säätimen toiminta on hyvä varmentaa myös totuusmalleilla, sillä ne kuvaavat oikeata hihnapyöräjärjestelmää paremmin. Niissä on otettu huomioon hihnan ominaisvärähtelyn taajuus Ω , joka on mallissa terminä $\Omega^2 = \frac{k_t}{J}$.

Säädettävänä järjestelmänä käytetään totuusmallia $H_1(s)$. Totuusmallilla $H_2(s)$ järjestelmää ei ole tarpeen tarkastella, sillä kyseinen järjestelmä on epästabiili. Seuraavissa alaluvuissa säätöjärjestelmän aikataason ja taajuustason ominaisuuksia on tarkasteltu eri Ω :n arvoilla.

4.1 Säätimen ja ideaalimallin stabiilisuusanalyysi

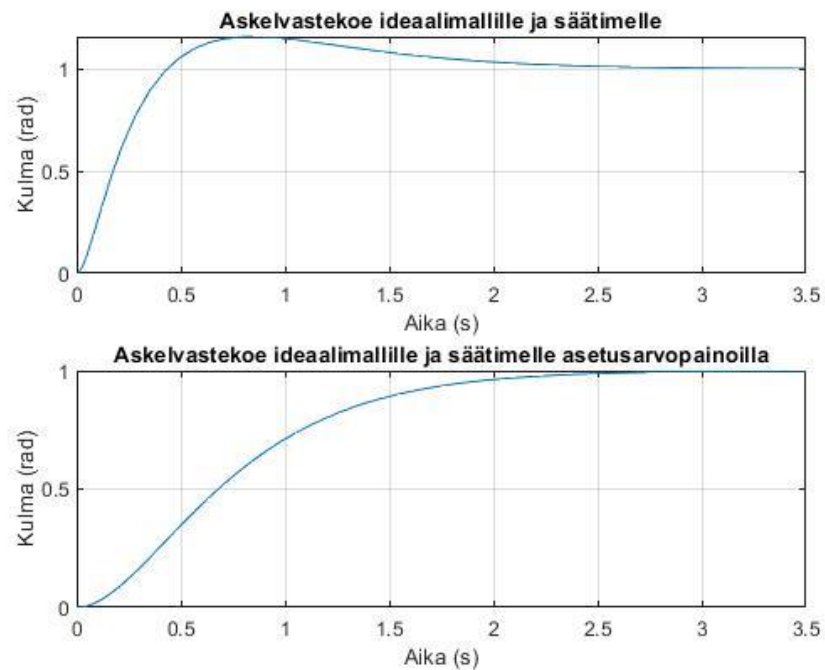
Alle on esitetty säätimen ja suunnittelumallin muodostaman avoimen systeemin taajuusvaste kuvaajat. Nyquist kuvaajasta voidaan tulkita, järjestelmällä saadaan haluttu vaihevara. Stabiilisuusvaran arvo on yli 0,5 ja vaihevaraa on 180 astetta. Vahvistusvara on edelleen ääretön.



Kuva 11. Ideaalimallin ja säätimen Nyquist-kuvaaja

4.2 Säätimen ja ideaalimallin askelvaste

Alla on suoritettu askelvastekokeita yksikköaskeleella hetkellä 0 s.

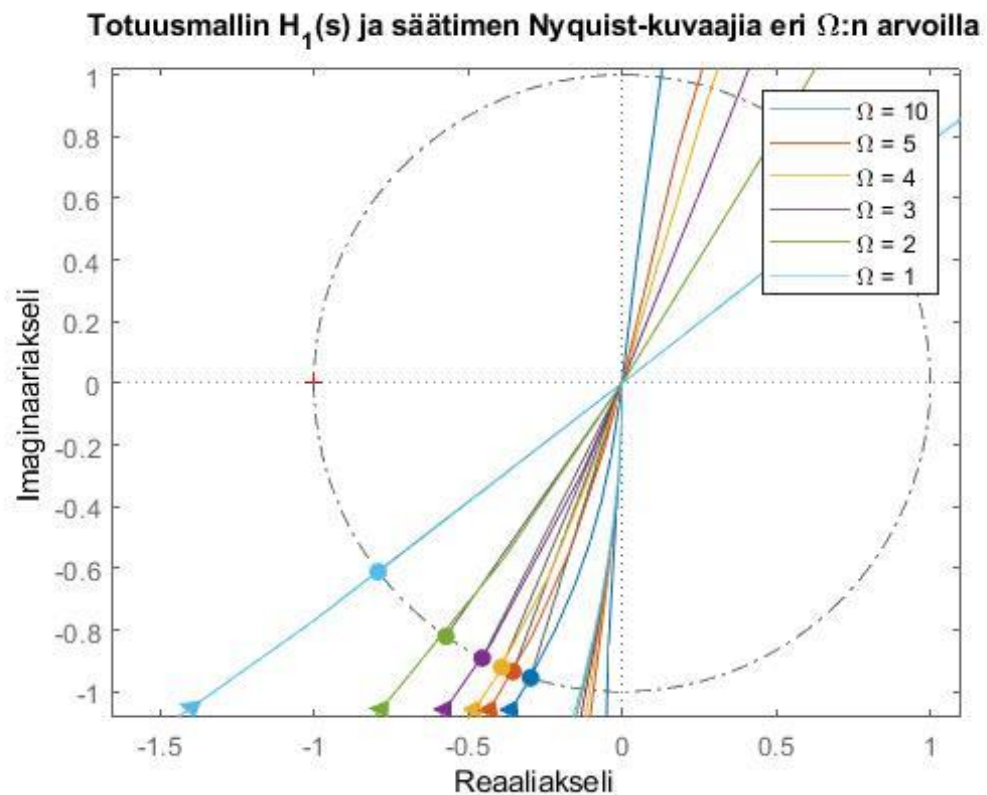


Kuva 12. Ideaalimallin ja säätimen askelvasteita

Kuvaajasta voidaan tulkita, että kahden sekunnin asettumisaikaan päästään. Järjestelmän vasteessa on ylitystä, koska ξ_n on pienempi kuin yksi, eli järjestelmä on alivaimennettu. Käyttämällä asetusarvopainoja ylitystä ei enää tapahdu.

4.3 Säätimen ja totuusmallin $H_1(s)$ stabiilisuusanalyysi

Alla olevassa Nyquist-diagrammissa esitetään eri ominaisvärähtelytaajuuden arvoilla piirrettyjen moottorin siirtokfunktion taajuusvasteita.



Kuva 13. Totuusmallin $H_1(s)$ ja säätimen Nyquist-käyriä eri Ω :n arvoilla

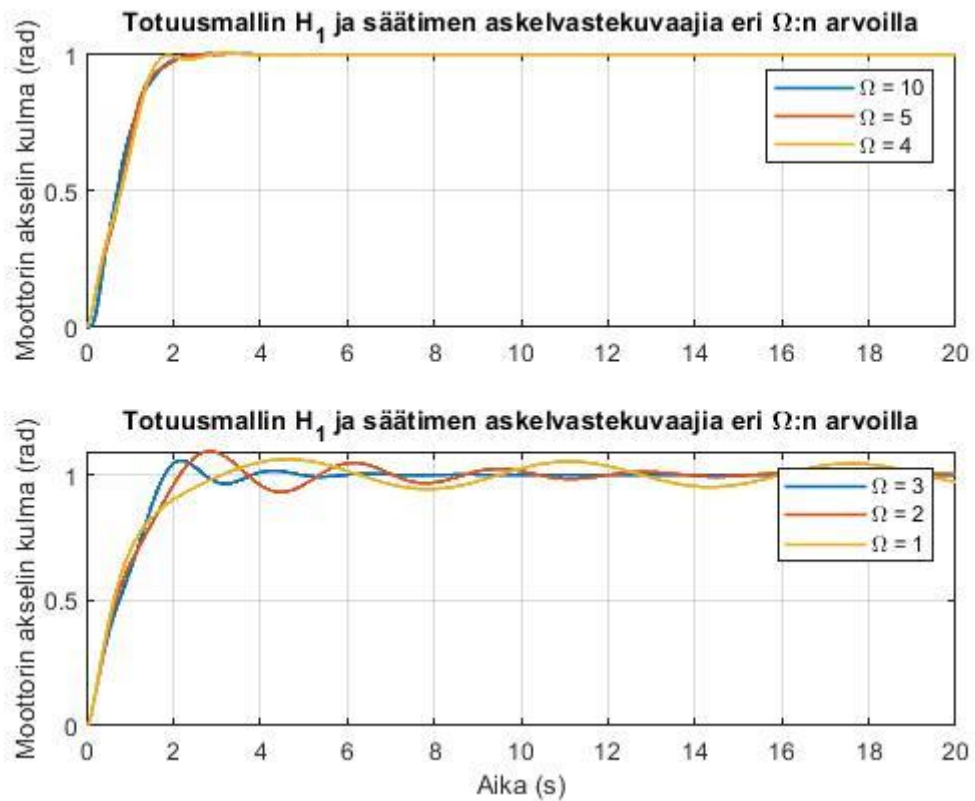
Nyquist-kuvaajasta huomataan, että moottorin siirtokfunktion taajuusvasteen vahvistusarot ovat äärettömät kaikilla ominaisvärähtelytaajuuden arvoilla. Vaihevaran arvo vastaa järjestelmän ideaalimallin vaihevaraa kun $\Omega = 10$ rad/s, mutta vaihevaran arvo kuitenkin pienenee Ω lähestyessä nollaa. Vaihevaran pieneneminen nopeutuu arvosta $\Omega = 3$ rad/s eteenpäin.

4.4 Säätimen ja totuusmallin $H_1(s)$ askelvasteet

Stabiilisuusvarojen pieneneminen näkyy aikatasossa oskillaation kasvamisena asetusarvon ympärillä, jonka seurauksena myös asettumisaika pitenee.

Ominaisvärähtelytaajuuden arvoilla $\Omega = [4, 10]$ rad/s askelvasteet näyttävät varsin samoilta kuin ideaalimallin askelvaste.

Kuitenkin ominaisvärähtelytaajuuden arvoilla $\Omega = [1, 3]$ rad/s. askelvaste alkaa näyttämään varsin huonolta. Oskillaation seurauksena askelvasteiden asettumisaika kasvaa moninkertaiseksi ideaalimallin ja säätimen askelvasteen asettumisajasta, joka oli noin 2 sekuntia.



Kuva 14. Totuusmallin $H_1(s)$ ja säätimen askelvastekuvauja asetusravopainoilla

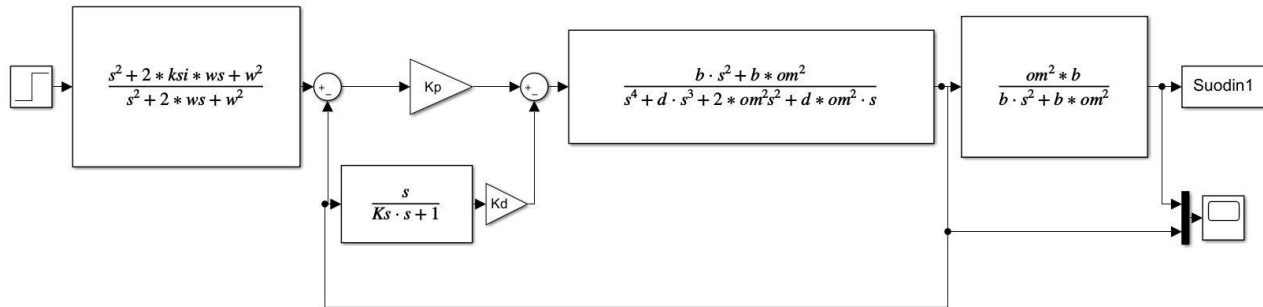
Moottorin siirtofunktion askelvasteen tulisi värähdellä mahdollisimman vähän, sillä se etenee hihnan ja kuorman hihnapyörän muodostamaan prosessiin, koska koko järjestelmän ympärille ei saatu luotua negatiivista takaisinkytkentää. Siirtofunktio, joka muuntaa moottorin akselin kulman kuorman akselin kulmaksi on muotoa:

$$G_k(s) = \frac{b\Omega^2}{bs^2 + b\Omega^2}. \quad (53)$$

Siirtofunktio $G_k(s)$ supistaa siirtofunktiosta $H_1(s)$ nollia ja lisää tilalle termin $b\Omega^2$.

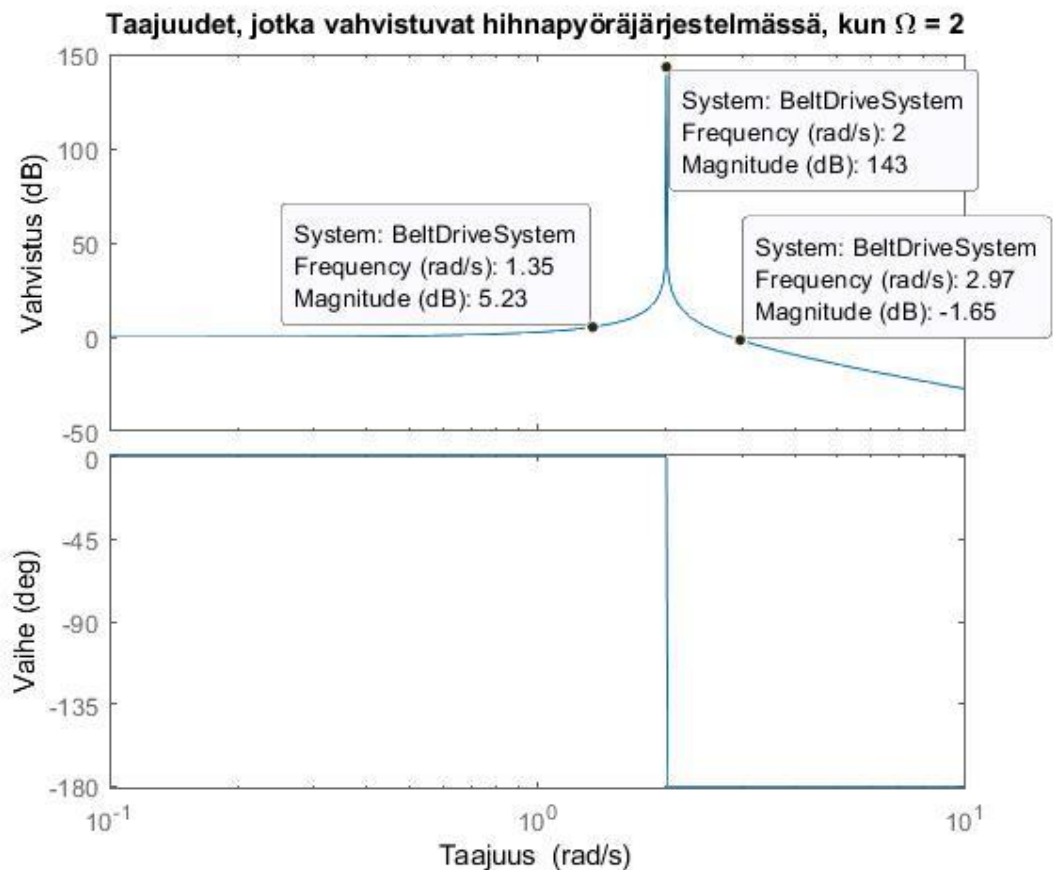
Seuraavassa kuvassa on esitetty työssä käytetty säätöjärjestelmä. Asetusravosuotimena kuvassa on kaistanestosuodin, mutta työssä on käytetty tässä positiossa myös

alipäästösuodinta. Derivointihaarassa on alipäästösuodin derivointitermin realisoimiseksi, mutta se on viritetty niin, ettei se vaikuta säätöjärjestelmän toimintaan.



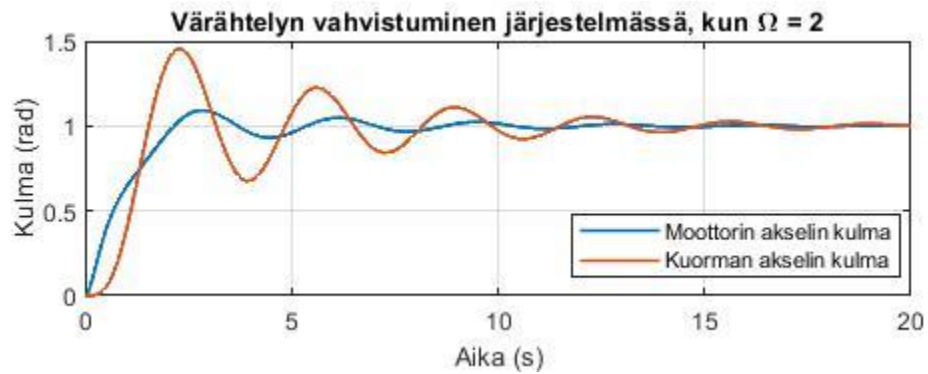
Kuva 15. Esimerkki työssä käytetystä säätöjärjestelmästä

Siirtofunktion $G_k(s)$ Bode-kuvaajasta voidaan tulkita, että taajuudet ominaisvärähtelytaajuuden Ω ympärillä vahvistuvat voimakkaasti.



Kuva 16. Taajuuksien vahvistuminen ominaiskulmataajuuden ympärillä

Aikatasossa taajuudet vahvistuvat seuraavasti, kun $\Omega = 2$ rad/s.

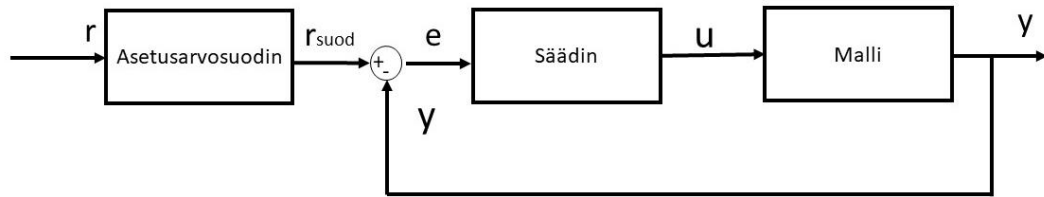


Kuva 17. Taajuuksien vahvistuminen aikatasossa

Kuorman akselin kulman askelvastekuvaajan oskillaatio selvästi vahvistuu ja se jättää vaihetta. Säätojärjestelmä ei ole käyttökelpoinen, sillä kuorman akselin kulman oskillaatio ja 20 sekunnin asettumisaika ovat epätoivottavia ilmiöitä, kun puhutaan kulmaa säättävistä servosysteemeistä. Servosysteemeille on ominaista, että asetusarvoa muutetaan useasti.

5. KÄYTETTÄVÄT SUODINTYYPIT

Hihnapyöräjärjestelmän toiminta-alueita mallin ominaiskulmataajuuden Ω suhteen voidaan laajentaa käyttämällä 2DOF-säädinrakennetta, johon viitattiin aiemmin aliluvussa 3.2. Alla olevassa kuvassa esitetään järjestelmän rakenne.



Kuva 18. 2DOF-säädinrakenne

2DOF-säädinrakenne antaa vapauden suodattaa säätöjärjestelmään menevää asetusarvosignaalia asetusarvosuotimen avulla. Aliluvussa 3.2 mainittujen asioiden lisäksi asetusarvosuotimella voidaan suodattaa asetusarvosignaalista pois säätöjärjestelmää häiritseviä taajuuksia laittamalla asetusarvosuotimeksi kaistanestosuodin. [6, s. 996] Tässä työssä asetusarvosuodinta käytetään myös tähän tarkoitukseen. Muita asetusarvosuotimien käyttötarkoituksia ovat askelvasteen muuttaminen muotoon, jossa se nousee vähemmän jyrkästi. Tähän tarkoitukseen voidaan käyttää alipäästösuotimia. Näin voidaan vähentää askelvasteesta johtuvan ylityksen määrää erittäin nopeiksi viritetyissä säätöjärjestelmissä.

Asetusarvosuotimen tyyppi tai viritys ei vaikuta säätöjärjestelmän stabiilisuus-, vahvistus- tai vaihevarojen arvoihin lainkaan, koska suodin on säätöpiirin ulkopuolella. Tämä helpottaa suunnittelutyötä huomattavasti.

5.1 Alipäästösuotimet

Alipäästösuotimet ovat yleisiä komponentteja säätörakenteissa. Ne vaimentavat signaaleissa esiintyviä taajuuksia nurkkataajuudesta lähtien. Alipäästösuotimia voidaan esimerkiksi käyttää suodattamaan suuritaajuisia mittauskohinaa anturimittauksista.

Ensimmäisen kertaluokan alipäästösuotimen siirtöfunktio on muotoa:

$$F_{ap1}(s) = \frac{1}{1 + sT_f}, \quad (54)$$

jossa T_f on alipäästösuotimen aikavakio. Aikavakio on alipäästösuotimen nurkkataajuuden käänteisarvo. Nurkkataajuus W_f on kulmataajuus, jolla alipäästösuodin alkaa merkittävästi suodattamaan signaaleja

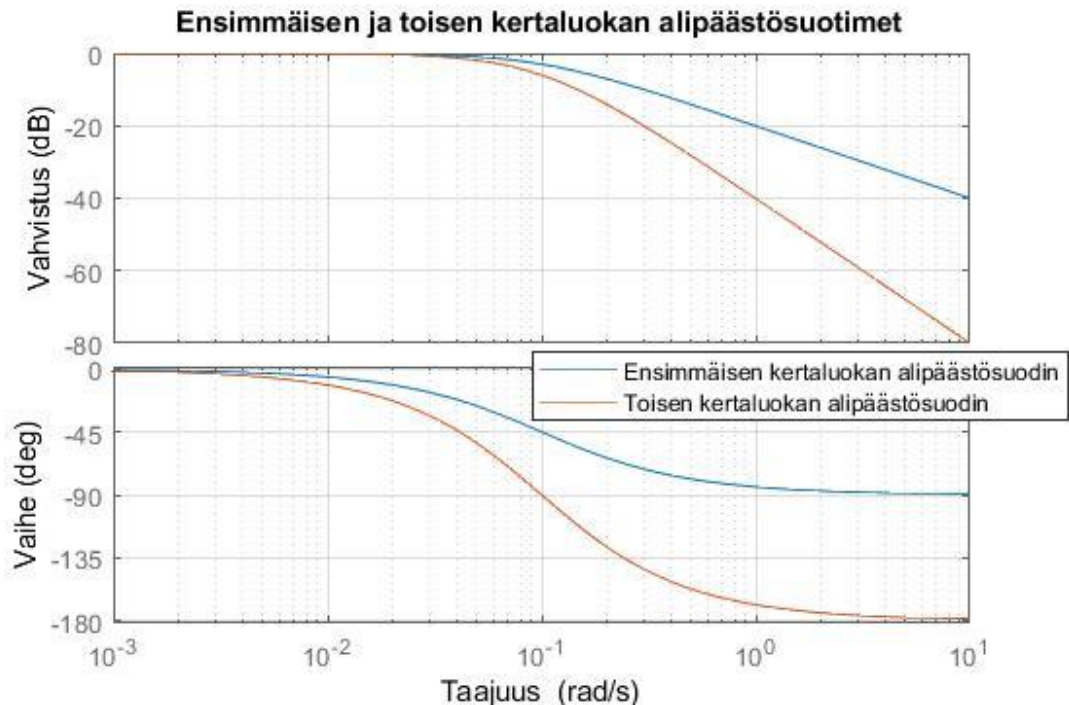
$$W_f = \frac{1}{T_f}. \quad (55)$$

Esimerkiksi arvolla $T_f = 10$ s ensimmäisen kertaluokan alipäästösuodin suodattaa taajuuksia nurkkataajuuden arvosta $W_f = 0,1$ rad/s lähtien suodin vaimentaa signaaleja 20 dB/dec.

Toisen kertaluokan alipäästösuodin on muotoa

$$F_{ap2}(s) = \frac{1}{(1 + sT_f)^2}. \quad (56)$$

Toisen kertaluokan alipäästösuodin suodattaa taajuuksia nurkkataajuudesta lähtien 40 dB/dec. Tämä on oletettavaa, sillä toisen kertaluokan alipäästösuodin muodostuu kahden ensimmäisen kertaluokan alipäästösuotimen tulosta. Molempien alipäästösuotimien Bode-kuvaajat on esitetty kuvassa 19.



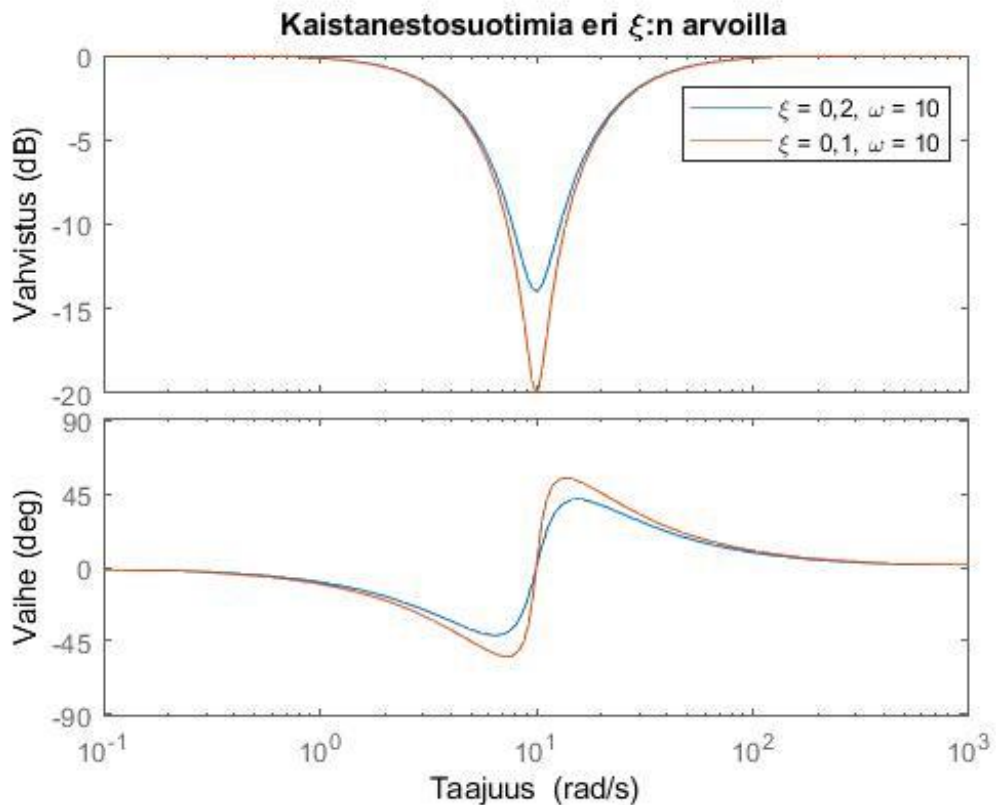
Kuva 19. Alipäästösuotimien Bode-kuvaaja

5.2 Kaistanestosuodin

Kaistanestosuotimia voidaan käyttää suodattamaan tiettyjä taajuuksia pois signaalista. Ne ovat erityisen tehokkaita, jos häiriön taajuus tiedetään tarkasti, eikä se juuri muutu ulkoisten olosuhteiden muuttuessa. Kaistanestosuotimen rakenne on muotoa

$$F_k(s) = \frac{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2}{(s + \omega)^2}, \quad \xi < 1, \quad (57)$$

jossa ω on suodatettavan taajuuskaistan keskitaajuus ja ξ on termi, jolla voidaan hallita kuinka tehokkaasti kaistanestosuodin suodattaa taajuuksia keskitaajuuden ympäriltä. Alle on piirretty kaistanestosuotimen Bode-kuvaajat ξ arvoilla 0,2 ja 0,1, kun keskitaajuus valittu molemmissa tapauksissa arvoon $\omega = 10$ rad/s.



Kuva 20. Kaistanestosuotimien Bode-kuvaaja

Huomataan, että ξ arvolla 0,1 taajuudella 10 rad/s saadaan 20 dB vaimennusta, kun taas ξ arvolla 0,2 saadaan vain 15 dB vaimennusta. Kaistanestosuodin on tehokkaimmillaan vain keskitaajuuden lähistössä. Vain muutaman yksikön päässä keskitaajuudesta ξ arvolla 0,1 viritetyn suotimen vaimennus on pudonnut puoleen. Dekadin ylempänä tai alempana olevia signaaleita kaistanestosuodin ei suodata ollenkaan.

Eniten vaihesiirtoa esiintyy keskitaajuuden läheisyydessä. Myös vaihesiirto vaimenee hyvin tehokkaasti, eikä se juuri vaikuta dekadin ylempänä tai alempana keskitaajuutta.

6. TULOKSET

Työssä on vertailtu alipäästösuotimien ja kaistanestosuotimen soveltuvuutta vaimentamaan hihnapyöräjärjestelmän voimakkaasti värähteleviä vasteita, kun hihnan ominaisvärähtelytaajuus Ω pienenee. Tavoitteena on, että säätöjärjestelmään voisi kytkeä hihnapyörästä millaisella hihnan ominaisvärähtelytaajuudella tahansa, ja säätöjärjestelmä tuottaisi silti tarpeeksi hyviä vasteita niillä kaikilla. Tämän takia työssä on lähdetty oletuksesta, että hihnapyörän ominaisvärähtelytaajuutta ei tunneta.

Systeemin toimintaa testattiin eri ominaisvärähtelytaajuuden arvoilla rajoittuen välille $[1, 4]$, sillä kun $\Omega > 4$ rad/s, systeemin toiminta ei juuri muutu ominaisvärähtelytaajuuden kasvaessa ja sen vasteet alkavat muistuttamaan ideaalimallin tuottamaa vastetta. Myös alin ominaisvärähtelytaajuuden arvo, jolle systeemin vasteita koitetaan parantaa, on $\Omega = 1$ rad/s, sillä säätöjärjestelmän vaihevarat vähenevät huomattavasti tätä pienemmillä arvoilla. Sen lisäksi tällä ominaisvärähtelytaajuuden arvolla askelvaste värähtelee varsin rajusti.

Suotimia suunniteltaessa on jouduttu tekemään muutamia valintoja, sillä mitä lähempänä ominaisvärähtelytaajuuden arvoa 1 rad/s askelvaste koitetaan saada kelvolliseksi, sitä hitaammaksi säätöjärjestelmän toiminta muuttuu, kun ominaisuusvärähtelytaajuuden arvo kasvaa.

Työssä löydettiin kaksi kaistanestosuotimilla toteutettua suodinratkaisua. Ensimmäinen kaistanestosuodinratkaisu on työn pääratkaisu ja se esitetään tässä alaluvussa. Toisella kaistanestosuodinratkaisulla saadaan hieman parempia askelvasteita, kun ominaisvärähtelytaajuus on arvon 1 rad/s läheisyydessä, mutta ei tarjoa niin hyviä vasteita, kun ominaisvärähtelytaajuus kasvaa. Tämä on esitetty liitteessä C: Suodinratkaisu 2.

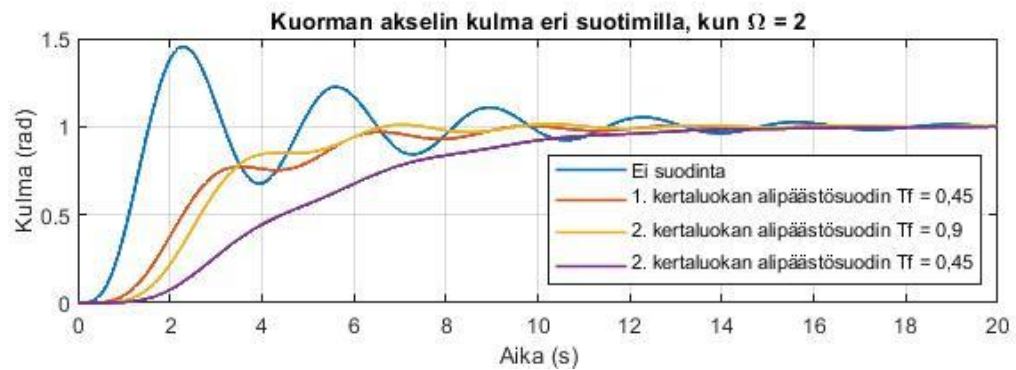
Ensimmäisellä kaistanestosuodinratkaisulla saadaan tyydyttäviä askelvasteita ominaisvärähtelytaajuuden arvoon 2 rad/s asti ilman, että ylempien taajuuksien askelvasteet huononevat liikaa. Kaistanestosuotimen parametreiksi on valittu $\xi = 0,1$ ja $w = 2$.

Kaistanestosuotimen toimintaa on verrattu 1. ja 2. kertaluokan alipäästösuotimilla toteutettaviin ratkaisuihin. Varsin nopeasti paljastui, että kaistanestosuotimet soveltuvat tämän prosessin askelvasteiden parantamiseen paljon paremmin.

Ensimmäisessä suodinratkaisussa kaikki suotimet viritettiin niin, että ne tuottaisivat mahdollisimman hyviä askelvasteita, kun hihnapyörästä ominaisvärähtelytaajuus on 2

rad/s. Valinta tehtiin siksi, koska arvolla $\Omega = 2$ rad/s systeemin askelvaste heikkenee huomattavasti verrattuna tilanteeseen, jossa $\Omega = 3$ rad/s.

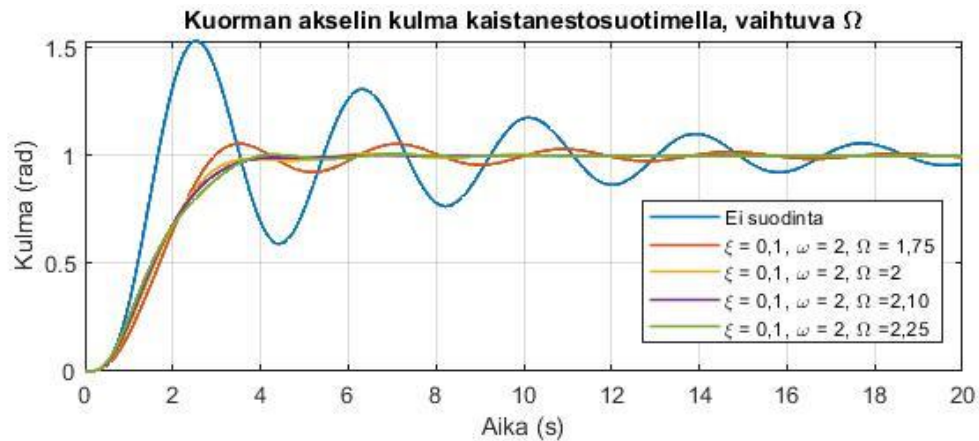
Seuraavassa kuvaajassa tarkastellaan alipäästösuotimien toimintaa, kun $\Omega = 2$ rad/s. Toisen kertaluokan alipäästösuodinta voidaan käyttää saavuttamaan enemmän vaimennusta, kun se viritetään samalle nurkkataajuudelle kuin ensimmäisen kertaluokan alipäästösuodin. Kuitenkin asettumisaika jää erittäin pitkäksi. Toinen tapa virittää toisen kertaluokan alipäästösuodin on käyttää hyödyksi sen nopeampaa 40 dB/dec vaimennuskykyä. Valitsemalla suurempi nurkkataajuus kuin 1. kertaluokan alipäästösuotimella säätöjärjestelmä kykenee toteuttamaan paremmin nopeita askelmuutoksia. Kuitenkin nopeampi 40 dB/dec vaimennus kykenee suodattamaan värähtelyä varsin tehokkaasti myös nurkkataajuuden läheisyydessä. Tuloksena saadaan nopeammin lähelle asetusarvoa nouseva vaste. Kuvaajassa on mainittu alipäästösuotimien nurkkataajuuksien arvot.



Kuva 21. Kuorman akselin kulma eri alipäästösuotimilla

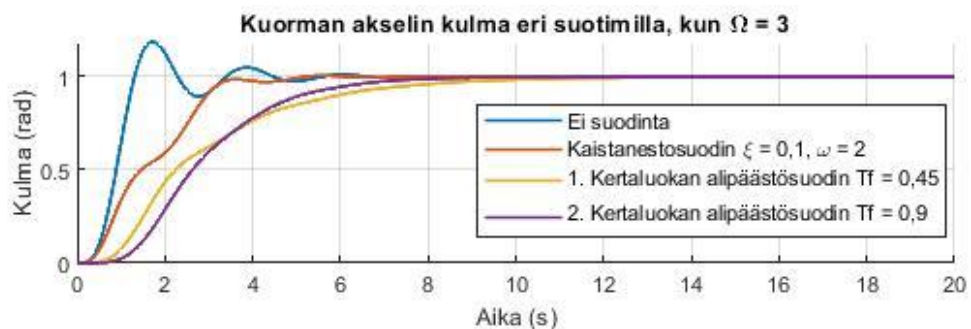
Toisen kertaluokan alipäästösuotimella, jolla $T_f = 0,45$ s asettumisaika on 13,3 sekuntia. Ensimmäisen kertaluokan alipäästösuotimen asettumisaika arvolla $T_f = 0,45$ s on 11,8 sekuntia. Toisen kertaluokan alipäästösuotimella, jonka nurkkataajuus on $T_f = 0,9$ rad/s, saadaan hieman nopeampi 9,1 sekunnin asettumisaika. Vasteen asettumisaika ilman suodinta on 16 sekuntia.

Seuraavassa kuvaajassa on esitetty systeemin askelvaste, kun suodinratkaisuna on käytetty kaistanestosuodinta kuvaajassa mainituilla ξ :n ja w :n arvoilla. Myös vaihtuva Ω :n arvo on merkitty kuvaajaan.



Kuva 22. Kaistanestosuotimen toiminta vaihtuvilla Ω arvoilla

Vasteet ovat varsin hyviä verrattuna alipäästösuotimilla toteutettuihin ratkaisuihin lukuun ottamatta arvolla $\Omega = 1,75$ rad/s tehtyä koetta, jonka asettumisaika on 15 sekuntia. Arvolla $\Omega = 2$ rad/s asettumisaika on 5 sekuntia, joka on taajuus, jolle kaistanestosuodin on optimoitu. Kauempana keskitajuudesta kaistanestosuodin lakkaa vaimentamasta nopeasti, mutta systeemin vaste muuttuu myös paremmaksi samaan aikaan. Arvolla $\Omega = 2,1$ rad/s asettumisaika on 3,7 sekuntia ja arvolla $\Omega = 2,25$ rad/s asettumisaika on 3,6 sekuntia.

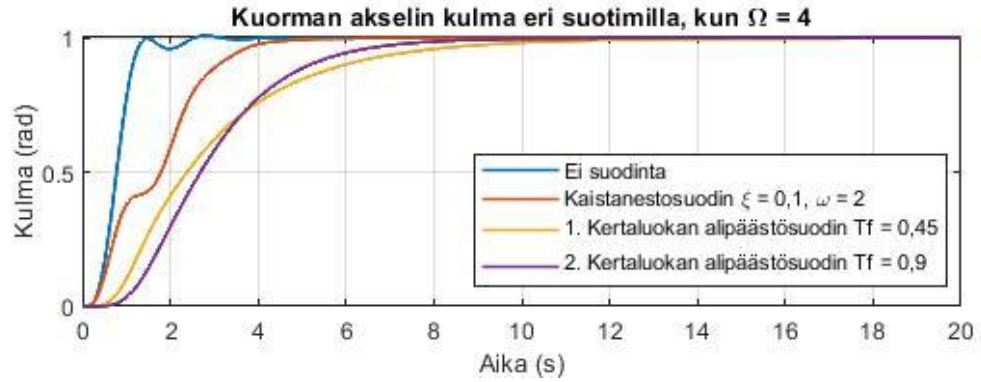


Kuva 23. Suodinratkaisujen toiminta, kun $\Omega = 3$ rad/s

Ominaisvärähtelytaajuuden arvolla $\Omega = 3$ rad/s myös alipäästösuodinratkaisu tuottaa tuloksia, jotka eivät värähtele. Kuitenkin asettumisaika on hitaampi kuin kaistanestosuodinratkaisussa ja vaste saapuu lähelle asetusarvoa kovin hitaasti. Näihin asioihin perustuen voidaan päätellä, että kaistanestosuodinratkaisu on tässä järjestelmässä parempi. Kuvaajassa kaistanestosuotimen asettumisaika on 4,7 sekuntia kun taas ensimmäisen kertaluokan alipäästösuotimen asettumisaika on 9,5 sekuntia ja toisen kertaluokan alipäästösuotimen asettumisaika on 7,3 sekuntia.

Ominaisvärähtelytaajuuden arvolla 4 järjestelmän toimintaa ei ole mielekäästä tutkia, sillä suodinratkaisujenvasteet ovat hyvin samanlaisia ja järjestelmän suotimeton vaste kelpaisi jo sellaisenaan. Kuvaajasta kuitenkin käy hyvin ilmi suodinratkaisujen huono puoli,

sillä tehtäessä järjestelmiä, jotka toimivat hyvin alhaisillakin hinnan ominaisvärähtelyn arvoilla, heikennetään systeemin toimintaa, jos hinnan ominaisvärähtely onkin suurempi.



Kuva 24. Suodinratkaisujen toiminta, kun $\Omega = 4$ rad/s

Kuvaajassa systeemin suotimeton asettumisaika on 2,3 sekuntia, joka vastaa ideaalimallin asettumisaikaa samalla säätimellä. Kaistanestosuotimen asettumisaika on 4 sekuntia, 1. kertaluokan alipäästösuotimen asettumisaika on 9,5 sekuntia ja 2. kertaluokan alipäästösuotimen asettumisaika on 7,3 sekuntia.

7. YHTEENVETO

Työn tuloksista voidaan tulkita, että säätöjärjestelmän toiminta-alueita saadaan laajennettua hihnapyörästön ominaiskulmataajuuden Ω suhteen kaistanestosuotimien avulla. Toiminta-alueen laajentaminen kuitenkin heikentää järjestelmän toimintaa, jos hihnapyörästön ominaiskulmataajuus on yli $\Omega \geq 4$ rad/s. Säätöjärjestelmää, joka parantaisi tai pitäisi ennallaan säätötuloksia kaikilla hihnapyörästön ominaiskulmataajuuden arvoilla ei työssä pystytty toteuttamaan.

Työssä kuitenkin havaittiin, että värähtelevien askelvasteiden asettumisaikaa saadaan parannettua huomattavasti, jos kaistanestosuodin voidaan mitoittaa oikealle taajuusalueelle. Tästä syystä käytetyn hihnapyörästön ominaiskulmataajuus on tärkeää tietää ennalta, jotta kyseiselle järjestelmälle saataisiin luotua mahdollisimman hyvä säädin. Kaistanestosuotimia on kuitenkin kannattavaa käyttää vain, jos säätöjärjestelmän askelvasteissa esiintyy oskillaatiota. Työn tuloksissa havaittiin, että jos järjestelmän askelvasteet ovat tarpeeksi hyviä ilman kaistanestosuodinta, kaistanestosuotimien kytkeminen säätöjärjestelmään ei todennäköisesti tuota parempia askelvasteita. Pahimmassa tapauksessa väärälle taajuusalueelle viritetty kaistanestosuodin voi pidentää säätöjärjestelmän askelvasteiden asettumisaikaa merkittävästi.

Työssä havaittiin, että kaistanestosuotimet vaimentavat värähtelyä varsin tehokkaasti myös vielä alhaisemmillä kulmataajuuden arvoilla kuin $\Omega = 2$ rad/s. Tällöin säätöjärjestelmän askelvasteiden asettumisaika kasvaa vielä enemmän suurilla ominaiskulmataajuuden arvoilla kuin mitä työn päätöksissä on esitetty.

LÄHTEET

- [1] R. Perneder, I. Osborne, Handbook Timing Belts: Principles, Calculations, Applications. Springer Berlin / Heidelberg, 2012.
- [2] AH. Slocum, ML. Culpepper, Design of a low-cost, precision belt-drive machine for high-throughput nanomanufacturing, Precision Engineering, vol. 36, no. 1, Elsevier Inc, 2012, s. 55–69.
- [3] B. Friedland, Advanced Control System Design, Prentice Hall 1996, s. 210–217.
- [4] M. Araki, H. Taguchi, Two-Degree-of-Freedom PID Controllers, International journal of control, automation, and systems, vol. 1, no. 4, 2003, s. 401–411.
- [5] T. Hägglund, A unified discussion on signal filtering in PID control, Control Engineering Practice, vol. 21, no. 8, Elsevier Ltd, 2013, s. 994–1006.
- [6] W. S. Levine, Control system fundamentals (2nd ed.), CRC Press, 2010, luku 9, s. 3-11.

LIITE A: MALLIN SIIRTOFUNKTIOIDEN JOHTO

Suunnittelumallin siirtofunktio

Suunnittelumallin siirtofunktio voidaan johtaa suunnittelumallin differentiaaliyhtälöstä.

Laplace-muunnetaan yhtälö (34) puolittain. Työssä merkitään Laplace-muunnettuja kulmia symbolilla Θ ja Laplace-muunnettua moottorin lähdejännitettä symbolilla V_{sl} ja Laplace-muuttujana käytetään symbolia s

$$2Js^2\Theta = -Bs\Theta + LV_{sl} \quad (A.1)$$

$$(2Js^2 + Bs)\Theta = LV_{sl} \quad (A.2)$$

$$\frac{\Theta}{V_{sl}} = \frac{L}{2Js^2 + Bs}. \quad (A.3)$$

Tekemällä sijoitukset $b = \frac{L}{J}$, $d = \frac{B}{J}$, yhtälö (A.3) voidaan saattaa muotoon:

$$H(s) = \frac{\Theta}{V_{sl}} = \frac{\frac{b}{2}}{s^2 + \frac{d}{2}s}. \quad (A.4)$$

Siirtofunktio lähdejännitteestä moottorin akselin kulmaan

Mallin siirtofunktioiden johtamiseksi Laplace-muunnetaan yhtälöryhmä (27):

$$\begin{cases} J_1s^2\Theta_1 = -k_t(\Theta_1 - \Theta_2) - Bs\Theta_1 + LV_{sl} \\ J_2s^2\Theta_2 = k_t(\Theta_1 - \Theta_2) \end{cases}. \quad (A.5)$$

Yhtälöryhmän (A.5) alemmasta yhtälöstä voidaan ratkaista kulma Θ_2

$$(J_2s^2 + k_t)\Theta_2 = k_t\Theta_1 \quad (A.6)$$

$$\Theta_2 = \frac{k_t}{J_2s^2 + k_t}\Theta_1. \quad (A.7)$$

Sijoittamalla yhtälöryhmän (A.5) ylempään yhtälöön saadaan yhtälö:

$$J_1s^2\Theta_1 = -k_t\left(\Theta_1 - \frac{k_t}{J_2s^2 + k_t}\Theta_1\right) - Bs\Theta_1 + LV_{sl} \quad (A.8)$$

$$J_1s^2\Theta_1 = -k_t\Theta_1 + \frac{k_t^2}{J_2s^2 + k_t}\Theta_1 - Bs\Theta_1 + LV_{sl} \quad (A.9)$$

$$(J_1s^2 + k_t - \frac{k_t^2}{J_2s^2 + k_t} + Bs)\Theta_1 = LV_{sl} \quad (A.10)$$

$$\frac{\Theta_1}{V_{sl}} = \frac{L}{J_1s^2 + k_t - \frac{k_t^2}{J_2s^2 + k_t} + Bs} \quad (A.11)$$

$$\frac{\Theta_1}{V_{sl}} = \frac{(J_2s^2 + k_t)L}{(J_2s^2 + k_t)J_1s^2 + (J_2s^2 + k_t)k_t - k_t^2 + (J_2s^2 + k_t)Bs} \quad (A.12)$$

$$\frac{\Theta_1}{V_{sl}} = \frac{J_2Ls^2 + Lk_t}{J_1J_2s^4 + J_1k_t s^2 + J_2k_t s^2 + k_t^2 - k_t^2 + J_2Bs^3 + k_tBs} \quad (A.13)$$

$$\frac{\Theta_1}{V_{sl}} = \frac{J_2Ls^2 + Lk_t}{J_1J_2s^4 + J_2Bs^3 + J_1k_t s^2 + J_2k_t s^2 + k_tBs + k_t^2 - k_t^2} \quad (A.14)$$

$$\frac{\Theta_1}{V_{sl}} = \frac{J_2Ls^2 + Lk_t}{J_1J_2s^4 + J_2Bs^3 + (J_1 + J_2)k_t s^2 + k_tBs}. \quad (A.15)$$

Tässä kohtaa voidaan tehdä oletus, että hihnapyörien hitausmomentit ovat samat.

$$\frac{\Theta_1}{V_{sl}} = \frac{JLs^2 + Lk_t}{J^2s^4 + JB s^3 + 2Jk_t s^2 + k_tBs} \quad (A.16)$$

$$\frac{\Theta_1}{V_{sl}} = \frac{\frac{L}{J}s^2 + \frac{Lk_t}{J}}{s^4 + \frac{B}{J}s^3 + 2\frac{k_t}{J}s^2 + \frac{k_tB}{J}s}. \quad (A.17)$$

Tekemällä sijoitukset $\Omega^2 = \frac{k_t}{J}$, $b = \frac{L}{J}$, $d = \frac{B}{J}$, yhtälö voidaan saattaa muotoon:

$$H_1(s) = \frac{\Theta_1}{V_{sl}} = \frac{(s^2 + \Omega^2)b}{s^4 + ds^3 + 2\Omega^2s^2 + \Omega^2ds}. \quad (A.18)$$

Siirtofunktio lähdejännitteestä kuorman akselin kulmaan

Yhtälöryhmän (A.5) ylemmästä yhtälöstä voidaan ratkaista kulma Θ_1

$$J_1s^2\Theta_1 = -k_t\Theta_1 + k_t\Theta_2 - Bs\Theta_1 + LV_{sl} \quad (A.19)$$

$$(J_1s^2 + Bs + k_t)\Theta_1 = k_t\Theta_2 + LV_{sl} \quad (A.20)$$

$$\Theta_1 = \frac{k_t}{J_1s^2 + Bs + k_t}\Theta_2 + \frac{L}{J_1s^2 + Bs + k_t}V_{sl}. \quad (A.21)$$

Sijoittamalla yhtälöryhmän (A.5) alempaan yhtälöön saadaan yhtälö:

$$J_2 s^2 \Theta_2 = k_t \left(\frac{k_t}{J_1 s^2 + Bs + k_t} \Theta_2 + \frac{L}{J_1 s^2 + Bs + k_t} V_{sl} - \Theta_2 \right) \quad (A.22)$$

$$J_2 s^2 \Theta_2 = \frac{k_t^2}{J_1 s^2 + Bs + k_t} \Theta_2 + \frac{L k_t}{J_1 s^2 + Bs + k_t} V_{sl} - k_t \Theta_2 \quad (A.23)$$

$$\left(J_2 s^2 - \frac{k_t^2}{J_1 s^2 + Bs + k_t} + k_t \right) \Theta_2 = \frac{L k_t}{J_1 s^2 + Bs + k_t} V_{sl} \quad (A.24)$$

$$\frac{\Theta_2}{V_{sl}} = \frac{\frac{L k_t}{J_1 s^2 + Bs + k_t}}{J_2 s^2 - \frac{k_t^2}{J_1 s^2 + Bs + k_t} + k_t} \quad (A.25)$$

$$\frac{\Theta_2}{V_{sl}} = \frac{L k_t}{(J_1 s^2 + Bs + k_t) J_2 s^2 - k_t^2 + (J_1 s^2 + Bs + k_t) k_t} \quad (A.26)$$

$$\frac{\Theta_2}{V_{sl}} = \frac{L k_t}{J_1 J_2 s^4 + J_2 B s^3 + J_2 k_t s^2 - k_t^2 + J_1 k_t s^2 + k_t B s + k_t^2} \quad (A.27)$$

$$\frac{\Theta_2}{V_{sl}} = \frac{L k_t}{J_1 J_2 s^4 + J_2 B s^3 + J_1 k_t s^2 + J_2 k_t s^2 + k_t B s + k_t^2 - k_t^2}. \quad (A.28)$$

Voidaan tehdä oletus, että hihnapyörien hitausmomentit ovat samat

$$\frac{\Theta_2}{V_{sl}} = \frac{L k_t}{J^2 s^4 + J B s^3 + 2 J k_t s^2 + k_t B s}. \quad (A.29)$$

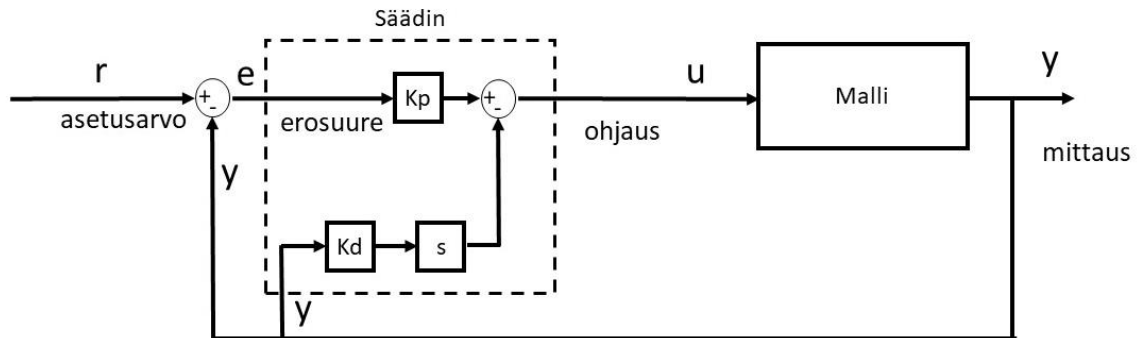
Tekemällä sijoitukset $\Omega^2 = \frac{k_t}{J}$, $b = \frac{L}{J}$, $d = \frac{B}{J}$, yhtälö voidaan saattaa muotoon:

$$\frac{\Theta_2}{V_{sl}} = \frac{\frac{L k_t}{J J}}{s^4 + \frac{B}{J} s^3 + 2 \frac{k_t}{J} s^2 + \frac{k_t B}{J J} s} \quad (A.30)$$

$$H_2(s) = \frac{\Theta_2}{V_{sl}} = \frac{\Omega^2 b}{s^4 + d s^3 + 2 \Omega^2 s^2 + \Omega^2 d s}. \quad (A.31)$$

LIITE B: NAPOJENASETTELUMENETELMÄ

Napojenasettelumenetelmää varten on laskettu säätöpiirin siirtofunktio lohkokaaivioalgebraa käyttäen. Säädin viritetään käyttäen rakenteeltaan yksinkertaista ideaalimallia. Seuraavaan kuvaan on merkitty käytetty säätimen rakenne. Säädin noudattaa 2DOF-rakennetta, sillä derivointihaaran sisäänmeno otetaan mittauksesta, eikä erosuureesta.



Kuva 25. Napojenasettelumenetelmässä käytetty säädinrakenne

Kuvassa 25 esitetään säätöjärjestelmän rakenne. Kuvassa vakiot K_p , K_d ovat säätimen viritysparametreja ja s on Laplace-muuttuja. Muut arvot ovat merkitty kuvaan. Kuvan mukainen säädinrakenne ei ole realisoitavissa, sillä säätimen derivointihaaran siirtofunktion $K_d s$ osoittajan asteluku on suurempi kuin nimittäjän. Sitä voidaan kuitenkin käyttää säätimen viritykseen. Myöhemmin työssä derivointihaaraan kytketään alipäästösuodin, jolla säädinrakenne saadaan realisoitua. Kuvassa malli on hihnapyörästön ideaalimalli (35), joka on muotoa

$$H(s) = \frac{\frac{b}{2}}{s^2 + \frac{d}{2}s}. \quad (B.1)$$

Kierretään säätöpiiri vastapäivään mittauksesta lähtien:

$$\begin{aligned} y = H(s)u &= H(s) \left(K_p e + (-K_d s y) \right) = H(s)K_p(r - y) - H(s)K_d s y \\ &= H(s)K_p r - H(s)K_p y - H(s)K_d s y \end{aligned} \quad (B.2)$$

$$\equiv y = H(s)K_p r - (H(s)K_p + H(s)K_d s)y \equiv y + (H(s)K_p + H(s)K_d s)y = H(s)K_p r \quad (B.3)$$

$$\equiv (1 + H(s)K_p + H(s)K_d s)y = H(s)K_p r \quad (B.4)$$

$$\equiv y = \frac{H(s)K_p}{1 + H(s)K_p + H(s)K_d s} r \quad (B.5)$$

$$\equiv y = \frac{\frac{b}{2} K_p}{s^2 + \frac{d}{2} s} r \quad (B.6)$$

$$1 + \frac{\frac{b}{2} K_p}{s^2 + \frac{d}{2} s} + \frac{\frac{b}{2} K_d s}{s^2 + \frac{d}{2} s}$$

$$\equiv y = \frac{\frac{b}{2} K_p}{s^2 + \frac{d}{2} s + \frac{b}{2} K_p + \frac{b}{2} K_d s} r \quad (B.7)$$

$$y = \frac{\frac{b}{2} K_p}{s^2 + \left(\frac{b}{2} K_d + \frac{d}{2}\right) s + \frac{b}{2} K_p} r. \quad (B.8)$$

Näin muodostettua suljetun järjestelmän siirtofunktiota (B.8) voidaan verrata toisen asteen yhtälön standardimalliin:

$$\frac{\frac{b}{2} K_p}{s^2 + \left(\frac{b}{2} K_d + \frac{d}{2}\right) s + \frac{b}{2} K_p} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi_n w_n s + w_n^2}. \quad (B.9)$$

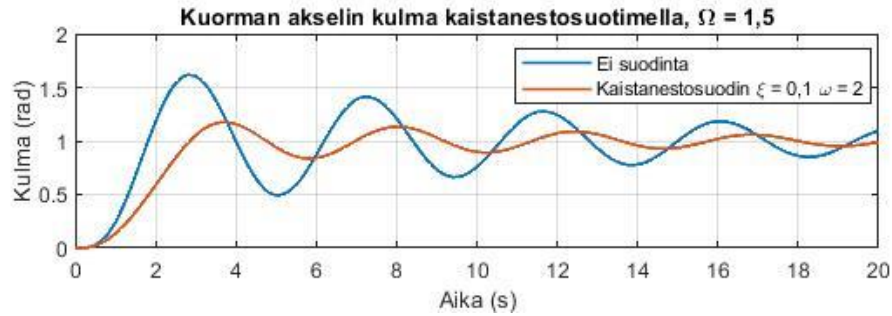
Huomataan, että yhtälöt ovat samaa muotoa. Vertailemalla nimittäjien termejä keskenään voidaan kirjoittaa virityskaavat säätimen parametreille:

$$\begin{cases} \frac{b}{2} K_d + \frac{d}{2} = 2\xi_n w_n \\ \frac{b}{2} K_p = w_n^2 \end{cases} \quad (B.10)$$

$$\begin{cases} K_d = \frac{4}{b} \xi_n w_n - \frac{d}{b} \\ K_p = \frac{2}{b} w_n^2 \end{cases}. \quad (B.11)$$

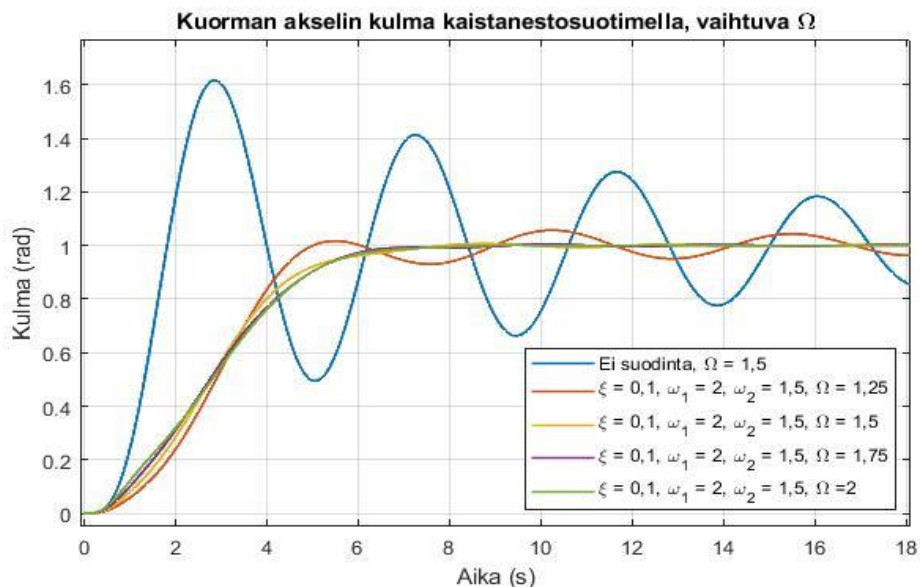
LIITE C: SUODINRATKAISU 2

Suodinnratkaisu 1 ei kuitenkaan toimi halutulla tavalla alemmilla ominaisvärähtelytaajuu-
den arvoilla. Kuvassa 26 on esitetty työn pääratkaisussa käytettyä kaistanestosuotimen
toimintaa ominaisvärähtelytaajuuden arvolla $\Omega = 1,5$ rad/s.



Kuva 26. Suodinnratkaisun 1 toiminta kun $\Omega = 1,5$ rad/s

Jos järjestelmän toiminta-alueen halutaan olevan Ω arvojen suhteen laajempi, voidaan
siihen lisätä toinen asetusarvosuodin. Suodinnratkaisussa 2 on kytketty suodinnratkai-
sussa 1 käytetyn kaistanestosuotimen kanssa sarjaan toinen kaistanestosuodin. Tämän
suotimen parametrit ovat $\xi_2 = 0,1$ ja $\omega_2 = 1,5$, joten suodin vaimentaa taajuuksia yhtä
tehokkaasti kuin suodinnratkaisussa 1 käytetty kaistanestosuodin, mutta se vaikuttaa eri
taajuusalueella. Tämän suodinnratkaisun toimintaa on esitetty kuvassa 27.

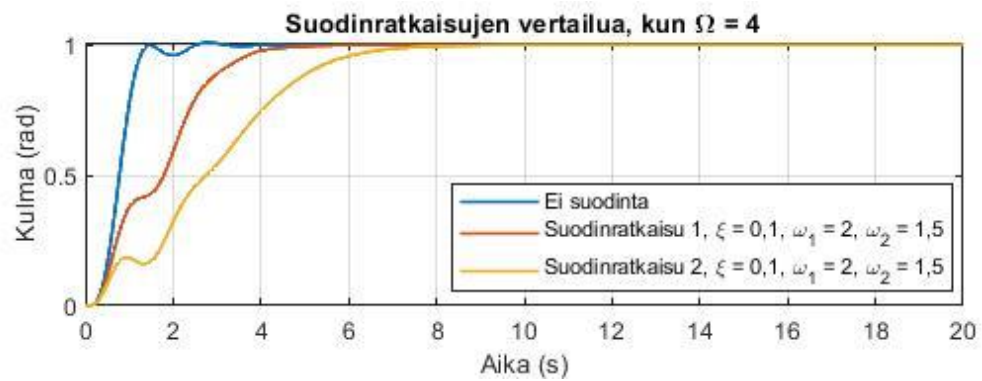


Kuva 27. Suodinnratkaisun 2 toiminta arvon $\Omega = 1,5$ rad/s ympäristössä

Kaksi kaistanestosuodinta tuottaa hyviä vasteita kun $\Omega > 1,5$ rad/s. Järjestelmä toimii
hyvin myös, jos ominaistajuus on kahden kaistanestosuotimen nurkkataajuuden

välissä, kuten kuvassa 27 esitetään. Arvolla $\Omega = 2$ rad/s asettumisaika on 6,5 sekuntia, joka on noin 1,5 sekuntia enemmän kuin suodintarkaisussa 1. Kuitenkin arvolla $\Omega = 1,75$ rad/s asettumisaika on 6,2 sekuntia. Parannus on merkittävä suodintarkaisun 1 asettumisaikaan arvolla $\Omega = 1,75$ rad/s, joka oli 15 sekuntia. Arvolla $\Omega = 1,5$ rad/s asettumisaika on 6,9 sekuntia ja arvolla $\Omega = 1,25$ rad/s asettumisaika on yli 20 sekuntia.

Kuitenkin säätöjärjestelmän askelvasteiden asettumisaika kasvaa entisestään ylemmillä ominaiskulmataajuuden arvoilla. Alla esitetystä kuvaajasta tarkastellaan tilannetta, kun $\Omega = 4$, jossa järjestelmän askelvaste on hyvä ilman asetusarvosuotimia.



Kuva 28. Suodintarkaisujen vertailua, kun $\Omega = 4$ rad/s

Kuvaajasta huomataan, että suodintarkaisun 2 asettumisaika on monta sekuntia pidempi kuin suodintarkaisulla 1. Kuvaaja osoittaa kuinka järjestelmän toiminta-aluetta Ω suhteen laajennettaessa, sen toiminnallisuus heikkenee ylemmillä Ω arvoilla.