

Veikka Huuskonen

# KUINKA SAISIN RIKKI KOOKOSPÄHKINÄN?

3.–6.-luokkalaisten ongelmanratkaisustrategioita  
sanallisissa ongelmanratkaisutehtävissä



# TIIVISTELMÄ

Veikka Huuskonen: "KUINKA SAISIN RIKKI KOOKOSPÄHKINÄN? 3.–6.-luokkalaisten ongelmanratkaisustrategioita sanallisissa ongelmanratkaisutehtävissä"

Kandidaatin tutkielma

Tampereen yliopisto

Kasvatustieteiden kandidaatti

Helmikuu / 2021

---

Tässä tutkimuksessa selvitettiin sitä, minkälaisia ongelmanratkaisumenetelmiä peruskoulun 3.-6. luokkalaisten oppilaat hyödyntävät sanallisten ongelmanratkaisutehtävien ratkaisemisessa. Tavoitteena oli tehdä havaintoja erilaisista strategioista sekä niiden yleisen ilmenemisen suhteen että tehtäväkohtaisesti. Ongelmanratkaisu on jokaisen yksilön jokapäiväisen elämän ja toiminnan yksi pääasiallisista toimintamalleista. Kuitenkin koulun kontekstissa ongelmanratkaisun käsitteeseen ei suoranaisesti pureuduta eikä sen opettamiseen anneta suorasanaisesti ohjeistusta edes Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (OPH, 2014). Lisäksi on mahdollista, että ongelmanratkaisun opettaminen ja harjoittelu pelkistyvät vain yhteen oikeaan ratkaisuun pyrkiväksi toiminnaksi, jolloin jää täysin huomiotta ongelmien moniulotteisen lähestymisen mahdollisuus sekä luovan ongelmanratkaisun tapojen opettaminen ja oppiminen (Heikkilä, 1982).

Tämä laadullinen tutkimus toteutettiin valikoidun maaseutumaisen kunnan perusopetuksen 1-6 vuosiluokat sisältävässä koulussa ja tutkimuksessa tutkittiin neljän erilaisen sanallisen ongelmanratkaisutehtävän ratkaisemisessa käytettyjä strategioita. Tutkimuksen aineiston analysoinnissa hyödynnettiin sisällönanalyysia ja näin etsittiin tehtävien ratkaisujen ja niihin johtaneiden ajatuskehitysten kielentämistä. Kielentämisen avulla on mahdollista päästä kiinni tutkittavien ajatuksiin sen suhteen, miten he ratkaisivat tutkimuksessa hyödynnetyjä tehtäviä.

Tutkimukseen osallistui neljä 3.-6.-luokkalaista oppilasta ja aineistoa koostui neljästä tehtävästä, jotka jokainen osallistuja teki. Näin tutkimuksen aineistoksi tuli yhteensä 16 tehtyä tehtävää. Oppilaat kielensivät kutakin tehtävää koskien omaa ajatteluaan lähtökohdasta lopputulokseen, ja tutkimuksessa tavoitteena oli löytää erilaisia strategioita oppilaiden kielennetyistä tehtävistä. Tutkimuksen aikana oppilaiden kielentämät tehtävien ratkaisemisen tapojen äänitteiden litteroinnista sisällönanalyysin avulla löytyi 16 tehtävästä yhteensä 21 ratkaisua. Ratkaisujen määrät ja kielennettyjen vastausten kautta löydettyjä strategioita löytyi kuusi erilaista: päättely, ohjattu ratkaisu, luovuus, kirjoittaminen, matemaattinen ratkaisu sekä yhdessä tapauksessa tehtävän ratkaisun keskeytyminen, joka johtui tehtävien haastavuudesta ja vaikeudesta.

Tutkimuksen reliabiliteetti on heikko siinä suhteessa, että tutkimuksen otanta on pieni (mainittu 4 oppilasta) ja oppilaat valikoituivat tutkimukseen vapaaehtoisien osallistumisen periaatteella. Kuitenkin tutkimuksen havainnot useiden erilaisten ratkaisujen ja strategioiden ilmenemisen suhteen osoittavat sen, että tutkimuksessa käytetyt sanalliset ongelmanratkaisutehtävät toivat oppilaille kokemuksia ja onnistumisia esimerkiksi useamman ratkaisun mahdollistavista tehtävistä.

Avainsanat: ongelmanratkaisu, luova ongelmanratkaisu, kielentäminen

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -ohjelmalla.

# SISÄLLYS

<b>1</b>	<b>JOHDANTO</b> .....	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>ONGELMANRATKAISU</b> .....	<b>7</b>
2.1	Ongelmanratkaisun jaottelua .....	8
2.2	Ongelmanratkaisun kielentäminen.....	9
2.3	Ajattelu ja lähikehityksen vyöhyke .....	10
<b>3</b>	<b>MENETELMÄT</b> .....	<b>12</b>
3.1	Tutkimuskysymykset .....	12
3.2	Osallistujat ja aineiston keruu .....	13
3.3	Ongelmanratkaisutehtävät .....	14
3.3.1	<i>Tehtävä 1</i> .....	15
3.3.2	<i>Tehtävä 2</i> .....	16
3.3.3	<i>Tehtävä 3</i> .....	16
3.3.4	<i>Tehtävä 4</i> .....	17
3.4	Tutkimuksen huomioita .....	18
<b>4</b>	<b>TULOKSET</b> .....	<b>20</b>
4.1	Tehtävän 1 ratkaisustrategiat.....	21
4.2	Tehtävän 2 ratkaisustrategiat.....	22
4.3	Tehtävän 3 ratkaisustrategiat.....	23
4.4	Tehtävän 4 ratkaisustrategiat.....	24
<b>5</b>	<b>POHDINTA</b> .....	<b>27</b>
	<b>LÄHTEET</b> .....	<b>33</b>
	<b>LIITTEET</b> .....	<b>35</b>

# 1 JOHDANTO

”Kuinka saisin rikki kookospähkinän?  
Minä ryhdyin kuorta särkemään.  
Kirves murtui, tartuin puntariin.  
Puhelin hajos ja lattiaan vajos ja putos kellariin.”  
(M.A. Numminen, 1980)

Siinäpä oikeastaan on tämän tutkielman perusidea ja sisältö kiteytettynä yhden suomalaisen musiikin kuuluimman artistin, M. A. Nummisen (1980) suomentaman kappaleen kautta. Ongelmanratkaisu ja siihen liittyvä ongelmien tunnistaminen ovat ikuinen ja loppumaton ongelma: jääkaapista on maito loppu juuri, kun tekisi mieli kiehauttaa kupillinen kaakaota tai auton polttoainetankki alkaa huolestuttavasti näyttämään tyhjältä monta kilometriä ennen kotiin ennättämistä. Silloin yksilö kohtaa ongelman, joka on pakko jollakin tavalla ratkaista, joskin monella eri tavalla. Esimerkiksi maidon voi itse lähteä hakemaan kaupasta tai pyytää jotakuta toista tuomaan sitä.

Ongelmanratkaisu siis on erittäin olennainen osa yksilöiden ja yhteisöjen elämää ja arkea pohjaten edellä kertomaani esimerkkiin maidon loppumisesta ja siihen liittyvästä ongelmien kohtaamisesta ja ratkaisemisesta. Toki kaakaon voi tehdä veteenkin, mutta ainakaan allekirjoittaneen mielestä se ei maistu läheskään niin hyvältä kuin maidon kanssa kuumennettu. Monesta ”pienestä ja yksinkertaisesta” ongelmasta selvittäään hyvinkin nopeasti aiemmin opittujen toimintatapojen sekä ”maalaisjärjeksikin” kutsuttavien heuristiikkojen avulla. Näitä erilaisia ongelmien ratkaisemisen menetelmiä on mahdollista oppia kaikkialla kuten kotona, koulussa, harrastuksissa. Jopa itsensä kanssa päivittäin tehtävissä päätöksissä ja valinnoissa ollaan tekemisissä ongelmanratkaisun kanssa.

Opetushallituksen laatimassa Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (Opetushallitus [OPH], 2014) termi ”ongelmanratkaisu” esiintyy

yhteensä 32 kertaa ja näitä kirjauksia käsitellen tarkemmin omassa luvussaan. Kuitenkaan missään vaiheessa ei suoraan anneta esimerkkiä ongelmanratkaisun menetelmien opettamisesta toisin kuin esimerkiksi geometrian käsitteiden suhteen tapahtuu, sillä 3.-6. -luokilla matematiikan sisältöalue S4 sanallistaa opetuksen sisällöiksi muun muassa symmetrian, kolmiulotteiset kuviot sekä koordinaatiston (OPH 2014, s. 236). Vastaavaa sisältöä ei ongelmanratkaisun suhteen löydy, joten oppilaiden käyttämät strategiat ovat todennäköisemmin esim. matematiikan tai äidinkielen tehtävien kautta opittuja tai päättelyyn pohjaavia ja siten osaltaan luovuuden ilmentymiä (Heikkilä, 1982).

Tässä tutkimuksessa keskitytään siihen, miten 3.-6.-luokkalaiset oppilaat kielentävät koulussa eteen tulevista tehtävistä eroavissa, sanallisissa ongelmanratkaisutehtävissä käyttämiään ratkaisemismenetelmiä ja -strategioita. Tämän ajattelun avaamisen lisäksi tutkitaan, kuinka monipuolisia ja luovia ratkaisuja oppilaat tuottavat näiden tehtävien kautta. Tutkimus pohjautuu erityisesti Jorma Heikkilän ajatuksiin ja tutkimuksiin erityisesti luovan ongelmanratkaisun suhteen (Heikkilä, 1982; Heikkilä, 1975).

Lopuksi siirrytään pohtimaan sitä, miten tämän tutkimuksen tuloksia voitaisiin hyödyntää esimerkiksi didaktisessa opetusten sisältöjen suunnittelussa tai oppiaineiden sisällöissä.

## 2 ONGELMANRATKAISU

Tässä luvussa pureudutaan siihen, miten ongelmanratkaisua käsitellään perusopeuksen opetussuunnitelman perusteissa (OPH, 2014) sekä miten tuota tämän tutkimuksen kannalta olennaista käsitettä avataan tieteellisessä kirjallisuudessa. Erityisen suureen rooliin nousee ongelmanratkaisukäsitteeseen liittyvä tarkastelu, joka myös vaikuttaa suuntaviivoja antavasti tämän tutkimuksen aineiston analyysiin myöhemmässä vaiheessa.

Koulussa tapahtuva ongelmanratkaisu joko ohjatusti tai itsenäisesti, tai erilaiset ongelmanratkaisutehtävät ovat yksi mahdollisuus päästä koulussa opettamisen ja oppimisen suhteen lähikehityksen vyöhykkeelle. Lähikehityksen vyöhyke tarkoittaa sitä, että yksilön taidot tai kehitykselliset ominaisuudet eivät riitä annetussa tehtävässä etenemiseen itsenäisesti vaan tarvitaan toisen yksilön (joka voi olla esimerkiksi opettaja) ohjausta ja neuvoja (Vygotsky, 1982). Toisin sanoen lähikehityksen vyöhyke muodostaa oppimisen alueen jo opitun ja uusien tietojen ja taitojen välille. Oppilaan osaamisen kehittyessä tämän lähikehityksen vyöhyke siirtyy kauemmas eli oppilas vähitellen kykenee selviytymään itsenäisesti vaativammistakin tehtävistä (Vygotsky, 1982; Hakkarainen 2010, s. 243). Lähikehityksen vyöhykkeestä ja sen yhteydestä ongelmanratkaisuun enemmän alaluvussa 2.3 ”Ajattelu ja lähikehityksen vyöhyke”.

”Ongelmanratkaisu”-termi siis löytyy opetussuunnitelman perusteista 32 kertaa, muun muassa yhdessä oppimisen kontekstissa (OPH, 2014, s. 17), Ajattelun ja oppimaan oppimisen laaja-alaisissa tavoitteissa L1 (OPH, 2014, s. 20, 155, 282) sekä matematiikan (OPH, 2014, s. 128, 130, 235, 237, 378) ja ympäristöopin (OPH, 2014, s. 131, 132, 240) tavoitteissa. Näidenkin yhteydessä termi yleensä esiintyy varsin yksinäisenä ja yleispäteväksikin tulkittavana tekijänä, jolla ei itsessään ole havaittavissa sen suurempaa itseisarvoa:

*”Ajattelun taitoja harjoitellaan ongelmanratkaisu- ja päättelytehtävin sekä uteliaisuutta, mielikuvitusta, kekseliäisyyttä ja toiminnallisuutta*

*hyödyntävin ja edistävin työskentelytavoin” (OPH, 2014, 155 [Laaja-alaisen osaamisen kohta L1 Ajattelu ja oppimaan oppiminen]).*

Luova ongelmanratkaisu mainitaan erikseen (OPH, 2014, s. 237), mutta kuitenkin tuolloinkin kontekstina on taitavien oppilaiden ylöspäin eriyttämisen mahdollisuudet. Muutoin samassa yhteydessä olevat matematiikan opetuksen keskeiset sisältöalueet (S1-S5) eivät edellä olevan lisäksi sisällä erikseen mainintaa ongelmanratkaisusta. Kuitenkin vastaavasti 6. vuosiluokan arviointikriteeristössä kohta T5 (ongelmanratkaisutaidot) (OPH, 2014, s. 238) edellyttää arvioinnin suhteen, että oppilas hyödyntää erilaisia ongelmanratkaisustrategioita.

Tässä tutkimuksessa huomio kiinnittyy opetussuunnitelman perusteiden sisältämästä ongelmanratkaisua käsittelevästä sisällöstä eniten laaja-alastavan osaamisen kohtaan L1 ”Ajattelun ja oppimaan oppiminen”, sillä tutkimuksessa tarkoituksena on ongelmanratkaisutehtävissä käytettävien strategioiden havaitsemisen edellytyksenä oman ajattelun tiedostaminen sekä sen kielentäminen.

## *2.1 Ongelmanratkaisun jaottelua*

Ongelmanratkaisu on perinteisesti tulkittavissa esimerkiksi erilaisten päättelytehtävien ja pulmien ratkomisen yhteydessä tapahtuvaksi toiminnaksi, mutta kuten tämän tutkielman johdannossakin jo totesin, on jo pelkästään ongelmanratkaisu- käsitteellä hyvinkin laajat merkitykset. Näin ollen, edellä mainitsemani seikka pakottaa tiivistämään tutkittavaa ilmiötä siten, että suurin mielenkiinto kohdistuu kahteen alueeseen: tehtävän ratkaisemisen kielentämiseen sekä ratkaisujen luovuuteen.

Jorma Heikkilä on teoksessaan *Luovuustutkimuksen lähtökohtia* (1982) jaotellut ongelmanratkaisutehtävissä ilmenevää toimintaa kahteen pääluokkaan: konvergoivaan ajatteluun sekä divergenttiin ajatteluun. Konvergoivan ajattelun Heikkilä katsoo tarkoittavan yhteen, todennäköisimmin oikeaan, ratkaisuun pyrkivää toimintaa, kun taas divergentti ajattelu keskittyy ratkaisun luovuuteen sekä mahdollisesti olemassa oleviin, useampiin erilaisiin ratkaisuvaihtoehtoihin (Heikkilä, 1982).



Konvergentti ajattelu on ollut erittäin yleinen ajattelun malli puhuttaessa koulussa tapahtuvasta tehtävien tekemisestä: esimerkiksi matematiikan laskutehtävissä erittäin harvoin annetaan mahdollisuutta useamman kuin yhden oikean ratkaisun esiintymiselle eikä juuri muissakaan oppiaineissa päästä oppikirjojen tehtävien kautta sellaisiin tilanteisiin, joissa haastettaisiin oppilaiden ajattelua. Toki huomioitava seikka kritisoitaessa konvergenttia ajattelua on se, että esimerkiksi mainitun matematiikan yhteydessä tulee toimia tarkasti määriteltyjen laskemisen sääntöjen mukaan. Tämä säännönmukaisuus voidaan pohjata käytännön elämään esimerkiksi siten, että erilaisten lukujen suhteisiin liittyvällä konvergentilla ajattelulla päästään ainoaan ja siksi tärkeään ratkaisuun: jos siltojen lujuuslaskelmissa ei toteuteta laadittuja sääntöjä, ollaan nopeasti tilanteessa, jossa ihmisten terveys on konkreettisesti uhattuna.

Toisin sanoen konvergentti ajattelu ei ole mikään huono asia, sillä sen avulla toisaalta voidaan tuoda ajattelun kehittymiselle sellaista pohjaa, mikä myöhemmin voi edesauttaa divergentin ajattelun kehittymistä yksilön ajattelun taitojen kehityksen antaessa siihen mahdollisuuden. Näin ollen konvergentilla ajattelulla voidaan päästä astumaan askeleita kohti "laatikon ulkopuolista" ajattelua, joka siis antaa eväitä divergentin ajattelun kehittymiselle (Heikkilä, 1982).

Heikkilän (1982) mukaan divergentti ajattelu on konvergentin ajattelun vastakohta siinä mielessä, että siinä ei tärkeintä ole selvittää vain yhtä oikeaa vastausta tai ratkaisua vaan ennemmin luoda useampia erilaisia ratkaisuja ja lopputuloksia. Tässä tutkimuksessa lisäksi annettiin oppilaille mahdollisuus useamman ratkaisun etsimisen kokemukseen sekä sellaisten tehtävien löytämiseen, joiden avulla olisi mahdollista esimerkiksi harjoittaa juuri divergentin ajattelun taitoja.

## *2.2 Ongelmanratkaisun kielentäminen*

Ongelmanratkaisun suhteen olennaiseksi muodostuu, kuten aiemmin mainitsin luvun 2 lopussa, ajattelun taidot. Mielessä tapahtuva pohdinta sekä tehtävän ratkaisemiseen johtavien vaihtoehtojen punninta jäävät varsin usein pelkäksi aivoissa tapahtuvaksi ilmiöksi, joten niihin suuntautuvassa tutkimuksessa tarvitaan ajattelun avaamista sanallisesti, eli kielentämistä.

Kielentäminen on ajattelun ja psykologisten prosessien toiminnan tutkimisessa hyvä ja toimiva menetelmä tehdä esimerkiksi vaikeasti tutkittavat ajatuskulut näkyviksi ja sitä kautta myös tutkittaviksi (Kulju & Rättyä 2018, s. 61-62; Joutsenlahti & Kulju 2015, s. 58). Puhumisesta muodostuu lapsen kehityksen aikana varhaisin muun yhteisön kanssa toimimisen väline sekä tapa merkitysten esittämiseen kielen, sanojen ja puheen kautta (Vygotsky, 1982). Tässä yhteydessä kielentämisellä tarkoitetaan tehtävän tekemisen ja ratkaistun tehtävän taustalla olevan ajatuskulun kuvailemista sanallisesti (Kulju & Rättyä 2018, s. 61).

Olennaista puhuttaessa ongelmien ratkaisemisesta on huomioida se, miten kohdatun tehtävän kautta päästään lopulta, joko konvergentin tai divergentin ajattelun avittamana, lopputulemaan ja jonkinlaiseen ratkaisuun (Heikkilä, 1982). Otettaessa kontekstiksi koulu ja opetus tämä ongelmien eli tehtävien ratkaiseminen ja tutkaileminen keskittyy lähinnä saatujen vastausten oikeellisuuteen suhteessa esimerkkiratkaisuihin.

Jos esimerkiksi matematiikan oppitunneilla oppilaat vain tekevät tehtäviä ja harjaantuvat samanaikaisesti mekaanisessa laskemisessa, ei opettaja pahimmillaan pääse millään tavalla kiinni oppilaan ajatteluun. Näin ollen voi mysteeriksi jäädä esimerkiksi se, minkälaista menetelmää oppilas tuli käyttäneeksi. Tässä tutkimuksessa kielentämisellä on erittäin iso rooli, sillä tutkimukseen osallistuvia pyydetään kertomaan ja selittämään omien ratkaisujensa taustalla olevat ajatukset ja sen, miten ratkaisuun he onnistuivat pääsemään. Kielentäminen onkin tämänkaltaisen ajatusten purun ja pohdinnan avaamisen kentällä olevan tutkimuksen kannalta erittäinkin olennainen käsite. Avainkohdaksi tällöin nousee myös se, kuinka laaja käsitteellinen ja tiedollinen varasto osallistujalle on muodostunut. Voi nimittäin käydä niinkin, että tutkittava ymmärtää mielessään tehtävän kulun ja saadun vastauksen perustelun, mutta ei kykene käsitteellistämään ajatustaan (Vygotsky, 1982), jolloin ratkaisuun pääsemiseen käytetyn strategian paljastaminen voi muodostua haastavaksi.

### *2.3 Ajattelu ja lähikehityksen vyöhyke*

Tutkittaessa haastavien ja vaikeiden sanallisten tehtävien ratkaisemista ja ratkaisuihin liittyviä prosesseja tutkitaan myös ajattelua. Ajattelun merkitys

ongelmanratkaisutehtävistä suoriutumisessa on huomattava lähtökohtaisesti kaikkien tehtävien kyseessä ollessa, sillä kaikessa ihmisen toiminnassa korostuu ajattelun merkitys sekä ajattelun ja kielen yhteyttä toisiinsa (Vygotsky, 1982).

Kun tehtävä on osoittautunut tekijän taitoihin suhteutettuna liian vaikeaksi ja joudutaan turvautumaan osaavamman henkilön apuun, esimerkiksi koulukontekstissa oppilas turvautuu kanssaoppilaaseen tai opettajaan. Näin päästään käsitteenä lähikehityksen vyöhykkeelle (Vygotsky, 1982, s. 184) eli tilaan, jossa yksilön omat taidot suhteessa suoritettavaan tehtävään eivät mahdollista suoriutumista itsenäisesti.

Oletusarvoisesti tämän tutkimuksen aineiston keruuksi valitut tehtävät ovat kohderyhmälle haastavia, jopa vaikeita. Kuitenkin juuri vaikeiden tehtävien kautta on mahdollista päästä haastamaan oppilaan ajattelua ja taitoja, ja löytää niiden suhteen oppilaiden taitojen rajoja. Noiden rajojen ylittäminen eli oppilaan osaamisen tukeminen suhteessa hänen taitoihinsa on kehityksen eräitä avainseikkoja (Vygotsky, 1982).

Tässä tutkimuksessa hyödynnettävien tehtävien valinnassa ja laatimisessa on pidetty yhtenä merkittävänä vaikuttimena sitä, että tehtävät eivät olisi liian helppoja. Kun tehtävä, joka on muodoltaan esimerkiksi matemaattinen yhteenlaskutehtävä, annetaan oppilaalle, jonka taitotaso ja osaaminen ylittävät tehtävän vaikeustason, ei tehtävä palvele oppilaan oppimista. Vaatimustasoltaan helpossa tehtävässä esimerkiksi matematiikan saralla saattaa oppilas turvautua ensimmäisenä mekaaniseen laskemiseen ilman tehtävän syvällisempää pohtimista tai ajattelua.

# 3 MENETELMÄT

Tässä laadullisessa tutkimuksessa selvitettiin miten 3.-6.- luokkalaiset oppilaat ratkaisevat sanallisia ongelmanratkaisutehtäviä ja minkälaisia strategioita he tehtäväkohtaisesti käyttävät. Tutkimus asettuu laadullisen tutkimuksen sektoreille ja ottaen huomioon tutkimuksen mahdolliset, opetusta kehittävät havainnot, on kyseessä näin ollen tarkemmin sanottuna opetuksen kehittämistutkimus, jonka pääpainona on esimerkiksi opetuksen tapoihin ja didaktisiin valintoihin liittyvä kehittäminen ja nähdyn tekeminen (Kulju & Rättyä, 2014; McKenney, S., & Reeves, T., 2012, s. 7,12).

Tutkimuksen aineisto kerättiin äänittämällä osallistujien ongelmanratkaisut, jotka litteroitiin. Tämän jälkeen vastaukset analysoitiin sisällönanalyysin avulla, jolloin oli mahdollista hahmottaa ja löytää oppilaiden kielennehtyjen vastausten taustalta niihin vaikuttaneita ongelmanratkaisustrategioita (Saaranen-Kauppinen & Puusniekka 2006). Analyysin vaiheessa litteroinnista eroteltiin toisistaan selkeästi eroavat vastaukset erillisiksi ryhmikseen: päättely, kirjoittamalla tehty ratkaisu, luova ratkaisu, matemaattinen ratkaisu. Näiden pääryhmien lisäksi muodostettiin ohjattu ratkaisu -ryhmä, johon määriteltyjen ehtojen mukaisesti sijoitettiin oppilaan suorittama ratkaisu siinä tapauksessa, jos oppilas oli tarvinnut neuvoja tehtävän ratkaisemisessa. Lisäksi tehtävien osoittautuessa liian vaikeiksi oli mahdollista määritellä ratkaisu tehtäväkohtaisesti keskeytyneeksi.

## 3.1 Tutkimuskysymykset

Tutkimuskysymykset, joihin pyrittiin saamaan näiden haastavien tehtävien kautta vastauksia, olivat (1) minkälainen ongelmanratkaisun strategia oppilaan ajattelun kielentämisen taustalta on havaittavissa ja (2) minkälaisissa tehtävissä ilmenee divergenttiä ajattelua?

Ensimmäisen tutkimuskysymyksen tarkoituksena oli selvittää se, kuinka monipuolisia ja erilaisia ratkaisuja oppilaat tuottaisivat annettuihin tehtäviin. Ratkaisujen ilmentäminen ja tutkiminen tapahtuisivat oppilaiden äänitettyjen, kielennettyjen vastausten pohjalta eli tavoitteena olisi saada oppilaat sekä ratkaisemaan tehtäviä, että kielentämään ratkaisun aikana läpi käymäänsä ajatteluaan suusanallisesti.

Toisen tutkimuskysymyksen suhteen tarkoituksena olisi saadusta aineistosta löytää divergenttiä ajattelua eli tehtävänantoon suhteutettuna luovaa ja jopa tavallisesta ja oletetusta poikkeavaa tehtävänratkaisua. Tämän kysymyksen kannalta olisi siis olennaista se, minkälainen tehtävä ruokkisi oppilaan luovuutta tai mahdollistaisi luovan ratkaisemisen.

### *3.2 Osallistujat ja aineiston keruu*

Tutkimus toteutettiin noin 5000 asukkaan kunnan oppilasmäärältään pienessä koulussa ja tutkimukseen tavoiteltiin osallistuvaksi 10 – 18 oppilasta alakoulun 3-6 luokkalaisten keskuudesta. Tutkimus perustui vahvasti osallistumisen vapaaehtoisuuteen ja osallistujia oli neljä oppilasta, joihin viitataan oppilaiden anonymiteetin vuoksi lyhenteillä Oppilas 1, Oppilas 2, Oppilas 3 ja Oppilas 4.

Koulun oppilasmäärä oli tutkimuksen toteuttamisen hetkellä alle 40 oppilasta ja 3-6 luokkalaisten opiskelevat yhden opettajan ohjauksessa. Oppilaita sekä näiden huoltajia tiedotettiin tutkimuksesta vahvasti korostaen tutkimukseen osallistumisen vapaaehtoisuutta, ja oppilaiden yksilönsuojan vahvistamiseksi vanhempien allekirjoittaman tutkimukseen osallistumisen lomakkeet jäivät luokan opettajalle eli koulun säilytettäväksi ja opettaja ohjasi tutkimukseen osallistujat tutkimusta varten saatuun tilaan koulun kirjastossa.

Tutkimus käsittelee oppilaiden ongelmanratkaisutehtävissä hyödyntämiä strategioita ja menetelmiä, joten tätä varten tutkimusta varten laadittiin neljä erilaista sanallista ongelmanratkaisutehtävää (Liite 1) joista osaan oli mahdollista kehittää useampiakin erilaisia ratkaisuvaihtoehtoja, kun taas yhdessä oli mahdollista ratkoa tehtävä vain yhdellä oikealla ratkaisulla. Tutkimukseen

osallistuvat neljä oppilasta tekivät jokainen kaikki neljä tehtävää, joten lopullinen aineisto koostui siis 16 tehdystä tehtävästä. Kaiken kaikkiaan mainituista tehtävistä löytyi oppilaiden kielentämien strategioiden litteroinnin jälkeen yhteensä 21 erillistä strategiaa.

Jokainen oppilas teki rauhallisessa luokkahuoneessa tutkimukseen valitut tehtävät, jotka oli tulostettu paperille niiden tekemisen helpottamiseksi. Tehtävät annettiin oppilaille yksi kerrallaan ja päästyään ratkaisuun, oppilaita pyydettiin sanoittamaan eli kielentämään tehtävän tekemisen aikana tapahtunutta ajatteluaan ja siten perustelemaan ratkaisunsa. Tehtävien tekeminen ja ratkaisujen kielentäminen äänitettiin ja nuo äänitteet litteroitiin analysointia varten. Tutkimuksen analysoitava materiaali siis koostui äänitetyistä ja litteroiduista kielenneyistä ratkaisuksista sekä paperille kirjatusta vastauksista, joita käytettiin litteroinnin tukena. Tässä tutkimuksessa oppilaisiin viitataan termeillä ”Oppilas 1”, ”Oppilas 2”, ”Oppilas 3” ja ”Oppilas 4”. Tehtävien aikana osa oppilaista kirjoitti vastauksia annetuille papereille, joten litterointi- ja myöhemmin analyysivaiheessa tämä huomioitiin ”kirjallisena vastauksena.”

Tehtävien tekemisen suhteen olosuhteet pyrittiin luomaan mahdollisimman rennoiksi eikä siis koetta vastaaviksi, henkisen paineen tilanteiksi. Oppilailla oli mahdollisuus tehtävien välillä keskustella myös tehtävään liittymättömistä asioista, kuten esimerkiksi kouluruuasta. Tämä keskustelun salliminen ja koetilannetta rennomman ilmapiirin luominen tutkimustilanteeseen nähdäkseni vähensi oppilaiden stressiä heille uudenlaista tilannetta kohtaan ja mahdollisti näin ollen paremmin todenmukaisemman osaamisen ilmenemisen mahdollisuuden.

### *3.3 Ongelmanratkaisutehtävät*

Tutkimuksessa hyödynnetyt, oppilaiden ratkaisemat tehtävät (Liite 1) olivat muodoltaan sanallisia, eli ne muistuttivat enemmän esimerkiksi äidinkielen tai ympäristöopin yhteydessä olevia oppikirja -tehtäviä kuin matematiikan. Tutkimuksessa osallistujille annettiin mahdollisuus halutessaan ottaa kaikki neljä tehtävää kerralla eteensä, mutta jokainen osallistujista (4/4) halusi tehtävät yksi kerrallaan ratkaistavakseen.

Seuraavaksi käsittelen hieman jokaista tehtävää, kerron niiden lähteet ja perustelen ratkaisuni sille, että juuri kyseinen tehtävä tuli osaksi tätä tutkimusta. Tehtävät löytyvät vielä erikseen liitteestä 1. Huomionarvoista on lisäksi se, että tehtävistä 1 ja 2 tulivat tietoon Tampereen yliopiston didaktisen matematiikan perusopinnojen kurssilla *matemaattinen ja pedagoginen ongelmanratkaisu* (Tampereen yliopisto, 2020), tehtävän 3 mallina olen käyttänyt Sanomapron Kuutio- sarjan päättelytehtävää (Sanomapro 2020) ja tehtävän 4 laadin omien havaintojeni pohjalta laatiessani harjoittelun aikana geometrian tehtäviä.

### 3.3.1 Tehtävä 1

Ensimmäisenä tehtävänä tutkittaville annettiin tehtävä, joka oli muodoltaan tarinallinen:

*”Jaakolla on lammas, susi ja kaali. Hän on viemässä niitä omasta kylästä naapurikylään tarkoituksenaan kenties käydä niistä kauppaa. Matkalla on ylitettävä joki, jonka yli pääsee vain pienellä veneellä. Päästyään joen rantaan Jaakko huomaa, että veneeseen mahtuukin samalla kerralla hänen lisäkseen vain joko lammas tai susi tai kaali.*

*Mikäli Jaakko ottaa kaalin ensimmäisenä mukaansa, syö susi lampaan. Mikäli taas hän kuljettaa suden ensimmäisenä joen yli, lammas hotkaisee kaalin. Miten Jaakon pitäisi toimia, jotta hän saa lampaan, suden sekä kaalin vietyä joen yli?” (Liite 1).*

Tämän tehtävän tarkoituksena oli tehdä havaintoja siitä, kuinka tutkittavat lähtevät ratkaisemaan tarinallisessa muodossa olevaa ja melko pitkän johdannon omaavaa tehtävää. Tehtävässä oli mahdollista löytää yksi varmasti toimiva ratkaisu, joka kuitenkin vaati omanlaisensa loogisen etenemisen löytämisen rivien välistä. Tehtävä valikoitui tutkimuksen osaksi siitä syystä, että se oli tehtävänannoltaan hyvin pitkä, mikä aiheuttaa sen, että pelkkä silmäily ei riitä tehtävän ymmärtämiseen. Pitkä tehtävänanto haastoi tutkittavan ajattelua siten, että pystyisikö tämä pitämään mielessään annetut ohjeet ja samanaikaisesti luomaan erilaisia ratkaisuja, jopa divergentin eli luovan ajattelun kautta.

### 3.3.2 Tehtävä 2

Toisena vuorossa ollut tehtävä oli ensimmäiseen verrattuna huomattavasti erilainen sekä tehtävänannon pituudelta että sisällöltä:

*”Pentillä on kaksi ämpäriä, kolmen litran ämpäri ja viiden litran ämpäri. Kuinka on näiden kanssa mahdollista mitata tasan 4 litraa vettä?” (Liite 1)*

Tämä tehtävä on siis hyvinkin niukka sen suhteen, minkälaisia vaatimuksia tai rajoitteita tehtävän ratkaisijalle annetaan. Tämä tehtävä muodoltaan voi ohjata oppilaita ajattelemaan ratkaisun hakemista matemaattisten ajatuskehysten kautta, mikä osaltaan vaikutti tämän tehtävän valintaan. Kuitenkin tuon matemaattisen vaihtoehdon lisäksi tehtävä oli mahdollista ratkaista monella tavalla: kuvataiteen, kirjoittamisen tai, tämän tutkimuksen kannalta hedelmällisimmän vaihtoehdon, divergentin eli luovan ajattelun kautta.

### 3.3.3 Tehtävä 3

Kolmannen tehtävän ajatuksena oli muodostaa annettuja ehtoja noudattaen jonojärjestys. Muodoltaan tehtävä oli siis huomattavan samanlainen verrattuna esimerkiksi peruskoulun vaativimmat matematiikan tai äidinkielen tehtäviin.

*”Neljä tyttöä ja kaksi poikaa jonottaa festivaalialueen lippuluukulla.*

*Juha: Edessäni on vain tyttöjä.*

*Ronja: Kaikki pojat ovat minun takanani*

*Minna: Poikaystäväni Juha on heti minun edessäni*

*Merja: Muut tytöt ovat jonossa ennen minua.*

*Anni: Minun ja Minnan välissä on kaksi henkilöä.*

*Pekka: Olen kahden tytön välissä”.*

*Laadi jono, jossa kaikki annetut ehdot toteutuvat. (Liite 1)*



Tämä tehtävä valikoitui mukaan siitä syystä, että siinä ei lähtökohtaisesti ollut mahdollisuutta divergentille ajattelulle ja luovalle ongelman kohtaamiselle ilman, että jokin tehtävän säännöistä rikkoutuisi. Tämänkaltainen tehtävän tyyllinen muutos kahteen edeltäneeseen verrattuna myös pyrki suuntaamaan erilaisen strategian hyödyntämiseen: johdonmukainen ja tehtävän ”sääntöjä” hyväksikäyttävä ratkaiseminen voi tämän tehtävän tapauksessa olla hyvinkin ajattelun kannalta helpoin strategia. Kuitenkin odotettavissa oli, että tässä tehtävässä tavoitteena tutkittavilla oli saavuttaa tehtävän ratkaisun oikeellisuus ennemmin kuin useampi ratkaisu.

#### 3.3.4 Tehtävä 4

Neljäs tehtävä oli sisällöltään hyvin erilainen suhteessa aiempiin tehtäviin, sillä sen tarkoituksena oli ohjata oppilas perustelemaan omaa näkemystään suhteessa väitteeseen. Väitteen ymmärtäminen puolestaan vaatisi matemaattisten käsitteiden *suorakulmio*, *neliö*, *pinta-ala*, *piiri*, *yhteenlaskettu pituus* ja *yhtäsuuruus*, joita peruskoulussa käsitellään ennen yläastetta.

*” Eikö olekin niin, että suorakulmio ja neliö ovat pinta-alaltaan yhtä suuret, jos niiden kaikkien sivujen yhteenlaskettu pituus on yhtä paljon? Piirrä ja kerro perustelusi joko väitteen puolesta tai sitä vastaan.” (Liite 1)*

Tässä tehtävässä oli olennaista se, miten oppilas suhtautuu formaalista poikkeavaan tehtävän asetteluun esimerkiksi juuri aiempiin verrattuna, ja jossa ennen kaikkea on mahdollisuus päästä ratkaisuun lähtökohtaisesti minkälaisella keinolla tahansa. Tehtävän muotoilu oli tarkoituksella sellainen, että sen ratkaisija joutuu pohtimaan hetken sitä, mitä siinä oikeastaan tarkalleen kysytään.

Tämän tehtävän analysoinnin suhteen ei tämän tutkimuksen kannalta olisi relevanttia keskittää huomiota tehtävän vastauksen matemaattiseen totuudellisuuteen vaan ennemmin tarkastella sitä, miten oppilas kielentää ja perustelee oman näkemyksensä. Ennakkoon arvioituna tämä tehtävä olisi valituista vaikein oppilaille, mutta sen kautta olisi myös mahdollista saada ensinnäkin oppilaille kokemus erilaisen tehtävän tekemisestä ja toisekseen tehdä

havaintoja oppilaiden omien päätelmien ja ratkaisujen perusteluista. Jälkimmäisen tutkaileminen ei ole tämän tutkimuksen ensisijaisena tavoitteena, mutta mikäli tulosten määrä ja laatu sen mahdollistavat, voidaan tätä tutkailla hieman lisää.

### *3.4 Tutkimuksen huomioita*

Tutkimuksessa hyödynnettävät tehtävät ovat, kuten aiemminkin on todettu, melko haastavia, joten oppilaiden suoriutumisesta niiden parissa ei ole oletusta. Kuitenkin ne ovat muodoltaan sellaisia, että uskoin 3-6-luokkalaisten suoriutuvan niistä, kunhan heille annetaan heidän niin halutessaan neuvoja eteenpäin menemiseksi.

Neuvot eivät olisi tehtävän ratkaisuun suoraan ohjaavia vaan muodoltaan kyselemisen kautta eteneviä ja tehtävänannosta muistuttavaa. Mikäli oppilaat tehtävää ratkaistessaan päätyisivät pyytämään jonkinlaista ohjeistusta tai lisävinkkiä tehtävässä etenemisen suhteen, tehtävän analyysivaiheessa tämä huomioidaan ilmoittamalla ratkaisu ohjatusti tehdyksi eli tuolloin ratkaisustrategiaksi kirjataan ohjatun ratkaisemisen hyödyntäminen. Oppilaalle annettu vinkki voi olla muodoltaan jokin seuraavista: (1) tehtävänannosta ja sen sisällöstä muistuttaminen useammin kuin yhden kerran, (2) saavutetun ratkaisun senhetkiseen tilaan liittyvine kysymysten kysyminen, (3) johdattelevat kysymykset silloin, kun oppilas jää hetkellisesti jumiin tehtävän ratkaisemisessa (hetkellinen jumi tarkoittaa sitä, että oppilaan ratkaisuprosessi on keskeytynyt, mutta hän ei ole tehtävän suhteen luovuttanut. Luovuttamisen oppilas osoittaa sanallisesti tai kehollisesti).

Olennaista on, että neuvot eivät olisi mitenkään automaatio tehtävän suhteen vaikeuksissa olevalle oppilaalle vaan niitä saadakseen oppilaan olisi sananmukaisesti pyydettävä apua. Ottaen huomioon tehtävien vaativuuden tämänkaltaisen tuen mahdollisuus nähdäkseni ole tutkimukseen vaikuttava tekijä, sillä kyseessä ei ole oppilaan toiminnan ohjaaminen vaan tehtävän sisällön selkiyttäminen.

Lisäksi tutkimuksen lopuksi kerättiin tutkittavilta palautetta tutkimukseen sekä tehtäviin liittyen tiedustelemalla tunnelmia tehtävistä ja niissä onnistumisesta. Palaute on sikäli tärkeä osa tutkimusta, että sen avulla

tutkittavien on mahdollista nostaa esimerkiksi heitä itseään askarruttaneita seikkoja esiin. Palautteella on myös iso merkitys tutkimuksen kehittymiseen ja esimerkiksi jatkotutkimuksen kehittämisen suhteen.

## 4 TULOKSET

Tutkimuksessa havaittiin, että tehtävät olivat peruskoulun 3-6 vuosiluokkaa suorittaville oppilaille vaikeita. Tämä johtui siitä, että tehtävien muotoilu ja käytetyt sanamuodot olivat erilaisia suhteessa siihen, mitä oppilaat tavallisesti oppiaineiden tehtävien suhteen kohtaavat. Tutkimukseen tavoiteltiin osallistumaan 16-18 oppilasta vuosiluokilta 3-6, mutta lopullinen osallistujien joukko koostui neljästä oppilaasta. Tämä vaikuttaa tutkimuksen reliabiliteettiin.

Vain yhdessä tapauksessa (1/16) tehtävä osoittautui liian vaikeaksi suhteessa tutkittavan osaamisen tasoon. Ajallisesti, huolimatta siitä, että yhdessä tehtävässä ei päästy loppuratkaisuun lainkaan, tutkimuksessa olleet suoriutuivat käyttäen minuutin tarkkuudella saman verran (45 minuuttia) aikaa.

Tutkimuksen jälkeen oppilailta kysely palaute osoittautui lisäksi hedelmälliseksi suhteessa asettamiini tutkimuskysymyksiin ((1) minkälainen ongelmanratkaisun strategia oppilaan ajattelun kielentämisen taustalta on havaittavissa ja (2) minkälaisissa tehtävissä ilmenee divergenttiä ajattelua?), sillä jokainen osallistuja ilmaisi tehtävien olleen haastavia ja vaikeita, mutta myös onnistumisen kokemuksia antavia.

*”Kaks ekaa oli niinku sellasia mitä oikeesti jäi miettimään.”  
(Oppilas 1)*

*”Joissain kohtii tuli silleen, että kun jotkut rupes kaikki vaihtoehdot avautuu, et miten se pystyis tapahtuu niinku oikeessa elämässä, niin ne oli helppoja, mut noi kaks vikaa oli sellasta et oli sillee sopivan vaikeita. Ja sit se silleen pikkuhiljaa rupee avautuu.” (Oppilas 2)*

*”Kivaa, kun vihdoinkin onnistui jossakin!” (Oppilas 3)*

Oppilaan 2 näkemys tehtävistä sopii hyvin kuvaamaan myös tutkimuksen tavoitetta divergentin ajattelun (toinen tutkimuskysymys) mahdollistavien tehtävien suhteen. Ensimmäiset kaksi tehtävää (tehtävät 1 ja 2) olivat helposti

arkielämään siirrettävissä ja kuviteltavissa, kun puolestaan muut tehtävät (tehtävät 3 ja 4) vaativat enemmän pohtimista ja ajattelua. Lisäksi mielenkiintoinen ja huomioimisen arvoinen on Oppilas 3:n sanavalinta, jonka perusteella voisi olettaa tämän kokevan harvemmin onnistumisen tunteita koulussa tehtäviä tehdessään.

#### 4.1 Tehtävän 1 ratkaisustrategiat

Ensimmäisestä tehtävästä oppilaat suoriutuivat hyvin. Kahdessa tapauksessa oppilas suoriutui yhden tai useamman ratkaisun kehittämisestä ohjatusti, eli tarvittiin neuvo tai muunlainen vinkki tehtävässä alkuun pääsemiseen. Molemmista tapauksista neuvona oli kehoitus visualisoida tehtävässä annettu tilanne, minkä jälkeen oppilaat kykenivät suoriutumaan tehtävästä itsenäisesti ja kehittämään ainakin yhden ratkaisun. Yhdessä tapauksessa oppilas ratkaisi tehtävän päättämällä yhden ratkaisun ja yhdessä tapauksessa ilmeni divergenttiä eli luovaa ratkaisemista, joka näyttäytyi kahdeksana erillisenä kehiteltynä kirjallisena vastauksena.

Päätelyn ja luovan ratkaisun olisi voinut sijoittaa samaan kategoriaan, mutta tämän tehtävän kohdalla luova ratkaisu sisälsi huomattavasti enemmän kekseliäitä ratkaisuja, kun taas päätelyä hyödyntäneet ratkaisut olivat enemmän tehtävänantoa ja siinä määriteltyjä seikkoja huomioivia. Luovan ratkaisun tapauksessa useamman ratkaisuvaihtoehdon etsiminen kuitenkin aikaansai tehtävänannon unohtumisen, mitä voidaan divergentin ajattelun esiintymisen rinnalla pitää hyväksyttävänä.

*” Mä aattelin sen silleen reaalisesti että kun tossa niinku luki että se saa... että se kenties menee niinku tai niinku menee käymään tekeen sitä kauppaa nii mä aattelin et se Jaakko vie ensin niinku lampaan- tai se Jaakko vie lampaan ensin jo.. mulla tuli tohon vahingossa ja (lukee siis vastaustaan paperista) joen toiselle puolelle. (lukee kirjoittamaansa) aa nyt mä tajusin mitä mä oon ajatellu! Jaakko vie lampaan ensin ja joen toisella puolella myy sen. Sitten Jaakko hakee kaalin, myy sen ja tulee takaisin hakemaan suden.” (Oppilas 2)*

Edellä oleva esimerkki luovasta ratkaisusta, jossa oli havaittu mahdollisuus siihen, että tehtävänannossa ei ollut esimerkiksi määritelty lainkaan sitä, että

omaisuuden kuljettamisen tulisi tapahtua siten, että joen ylityksen jälkeen voisi käydä tekemässä kaupat ennen jäljellä olevien hakemista.

Seuraavassa esimerkissä näkyy oppilaan kielentämä ajattelu. Päättely tapahtui selkeästi havaittavasti, ja kielentäminen tapahtui tämän vastauksen osalta sitä mukaa, kun oppilas eteni tehtävässä. Tehtävän suorittaminen tapahtui kielentämisen perusteella erilaisten vaihtoehtojen kokeilemisella toimivimman löytämiseksi.

*Ja jos se veis lampaan niin kuitenkin se söis se susi. Se on oikeesti paha. Jos se taas, koska se rupee viemään ehkä vähän liikaa aikaa ruveta laittaa köydellä sekä sutta että lammasta. Sen takii se haittais jos se veis kaalin eka. Jos se veis lampaan eka ja veis sitte... ei... vaikee... Eli jos se veis lampaan ensin, sinne jäis vain susi ja kaali. Niin sitte jos se veis niinku ton su-suden ja ottais lampaan takasin ja veis sitte sen kaalin ja sitte sen lampaan.” (Oppilas 1)*

## 4.2 Tehtävän 2 ratkaisustrategiat

Toinen tehtävä vaikutti oppilaiden suoritusten perusteella tämän tehtäväsarjan helpoimmalta, mikä on havaittavissa myös tehtävässä käytettyjen strategioiden määrässä. Erilaisten ilmenneiden strategioiden lukumäärä sekä ilmeneminen ovat huomattavasti suurempia muihin tehtäviin verrattuna. Tämä johtuu siitä, että useampien vaihtoehtoisten ratkaisujen ilmetessä myös erilaiset strategiat tulivat näkyviin.

Huomionarvoista on se, että tehtävän vahva matemaattinen muoto suuntasi oppilaita ensimmäisenä suorittamaan tehtävän matematiikan laskusääntöjen mukaan, kuten seuraavista esimerkeistä voidaan havaita. Niissä oppilaiden kielentämisen kautta on nähtävissä tehtävän matemaattinen olemus ja sitä kautta matemaattisen ratkaisemisen mahdollisuus.

*” Pistäis toiseen ämpäriin 1,5 litraa ja toiseen 2,5 litraa” (Oppilas 4)*

*” Jos menee matikkaan, niin laskee kauan menee vedellä mennä siihen viiden litran ämpäriin, että se on täynnä ja jakaa sen (ajan) viidellä. Ja sit laskee sen neljään litraan.” (Oppilas 1)*

*” Tähän on useampi vaihtoehto. Että jos sil on nää kaks ämpäriä, kolmen litran ja viiden litran nii eihän sen tartte molempia täyttää täyteen, se tarttee vaan neljä litraa. Sehän voi ottaa toiseen vaan yhden litran ja toiseen kolme litraa tai sitte kaks ja kaks.” (Oppilas 1)*

Matemaattisen ratkaisemisen avaimena oli tämän tehtävän suhteen se, että oppilas päätteli tehtävän ratkaisemisen mahdollisuuden matematiikan laskusääntöjen mukaisesti (esimerkiksi siten, että ymmärtää luonnollisten lukujen hajotelmia). Kuitenkin tehtävän aikana ilmeni myös kekseliäisyyttä ja luovuutta ratkaisemisessa, kuten seuraavasta esimerkistä havaitaan.

*”Mä sanoisin, että kaikki tarvii kaverin, joten Pentilläkin on kaveri, joka voi auttaa...Pentti pyytää naapuriltaan 4 litran astian ja ottaa vettä sillä” (Oppilas 2)*

Tehtävä oli kuitenkin luonteeltaan sellainen, että siinä jokainen tehtävän tekijä ajautui tekemään sitä matemaattisena tehtävänä. Lisäksi oppilaiden kehitellessä useampia erilaisia ratkaisuja, suuri osa niistä pohjautui ensimmäisenä mieleen tulleeseen ratkaisuun.

*” Periaatteessa se on mahdollista, että jos se täyttää sen 5 litran ämpäriin tuo sen takasin (ilmeisesti kotiinsa) ja siellä laittaa sen johonkin astiaan, josta sen näkee (tarvittavan vesimäärän) ja sitten ottaa pois sen yhden litran.” (Oppilas 2)*

*”Mul tuli toinenkin mieleen.... Tai sitten molempiin laittas 2 litraa.” (Oppilas 3)*

*” Ehkä silleen et se ottaa sen 3 litran ämpäriin täyteen ja sit laittaa siihen 5 litran ämpäriin yhden litran.” (Oppilas 4)*

### 4.3 Tehtävän 3 ratkaisustrategiat

Kolmas tehtävä osoittautui hyvin polarisoivaksi tutkailtaessa erilaisten strategioiden ilmenemistä: kaksi ratkaisua tapahtui ohjatusti ja kaksi ratkaisua päättelyn kautta. Ohjattu ratkaisu tässä tehtävässä tarkoitti sitä, että tehtävässä oppilaille annettiin tarkentavana tehtävänannon ohjeena tarjolla olevien eläinfiguurien hyödyntämisen suositus.

Ohjattu ratkaisu ei strategioiden suhteen ollut tulokseen vaikuttava tekijä. Ohjaavan neuvon ja lisäohjeen antaminen edellytti sitä, että oppilas jää pohdinnassaan tai ratkaisussaan ratkaisuprosessin alettua sellaiseen jumiin,

ettei etenemistä lopputulokseen tapahtunut. Oppilailla oli siis mahdollisuus tehtävän ratkaisun totaalisesti pysähtyessä ja umpikujaan ajaututtuaan, pyytää tutkijalta apua ja vinkkiä.

Tässä tehtävässä molemmat päättely- strategian avulla tehdyt suoritukset näyttäytyivät erilaisin hahmottamisen keinoin: toisessa tapauksessa päättely tapahtui paperille visualisoimalla ja sitä kautta asian pohtivalla ja päättelevällä ajattelun tavalla lähestymisenä, kun taas toisessa tapauksessa hahmottaminen tapahtui kokonaisuudessaan ajatustyönä, jolloin paperille kirjattiin suoraan oikea järjestys. Molemmat tavat kuitenkin näyttäytyivät päättelyn muodossa tutkimuksen aikana, mikä myös näkyi saaduissa vastauksissa, jotka kaikki olivat lopputulokseltaan ja pohdinnaltaan hyvin samanlaisia. Erotuksena oli ainoastaan tehtävän tekemisen tapa: päättelyn kautta etenevä ratkaiseminen sekä ohjattu ratkaiseminen.

*” Kun sen ja Minnan välissä on 2 henkilöä ja Minna tulis neljänneks. Sen eteen voi tulla viel Juha ja se sanoo et sen edes on pelkkii tyttöjä niin Ronja ja Minna.. eiku Ronja ja Anni nii ne menis. Sitte Pekka nii jos se on Minnan ja Mervin välissä ja jos Merja sanoo, että kaikki muut tytöt on sen edessä” (Oppilas 2).*

#### 4.4 Tehtävän 4 ratkaisustrategiat

Neljännessä tehtävässä edeltävistä tehtävistä eroten tarkoitus oli saada oppilaat laatimaan ensinnäkin oman näkemyksensä perustelu, jolle ei kuitenkaan tehtävänannossa ollut annettu minkäänlaista kehystä. Tällä tavoiteltiin sitä, että oppilaat kehittelisivät omat uniikit ratkaisunsa ja perustelunsa tehtävään.

Tehtävä osoittautui tutkimuksen tehtävistä vaikeimmaksi: puolet suorituksista tapahtui itsenäisesti, yksi suoritus ohjatusti ja yksi suoritus päättyi tehtävän keskeyttämiseen. Kaikkien suoritusten suhteen tarkistin vielä ennen tehtävän aloittamista oppilailta tehtävänantoon liittyvien yksityiskohtien suhteen käsitteiden ymmärtämisen tason. Erityisesti tehtävän kannalta olennaisimpien, pinta-alan ja piirin käsitteiden ymmärtämisen suhteen tutkija halusi varmistua siitä, että oppilaat ymmärsivät tehtävän sisällön.

*” Kun mä katoin silleen et jos nää niinku.... tai tossa kattelin että niinku näitä kaikki yhteensä, kun tos on neljä, kuus ja sen 3D kattelin niin tulee yhteensä 32 ja näitä niinku reunoja tuli 56 ja tässä niinku lähinnä*



*näitä sisäjuttuja tuli 24, niin mä aattelin että ei ne vaan yksinkertasesesti voi olla yhtä paljon” (Oppilas 2)*

*” Kun mun mielestä toi on niin että jos on suorakulmio ja neliö nii jos ne on pinta-alaltaan yhtä suuret nii niiden piirit ovat pituuksiltaan yhtä suuret nii mun mielestä se on täysin väärin ja epäloogista, koska suorakulmiossa nii... tai no mun mielestä se voi olla väärin ja oikein. Et niinku jos mä rupeen mieltii nii mul tulee ensimmäisenä mieleen et se olis väärin. Koska suorakulmiossa tulee ne pitemmät sivut ja kapeammat noi päät. Mutta kuitenkin jos niiden piirit on yhtä pitkät nii se tarkoittais että jos sitä pikkasen rupeais palottelemaan sitä suorakulmiotakin nii siitä tulis sitten saman kokonen kun se neliö. Eli koska jos neliö on siinä näin nii siinä on, jos kattoo nii jos laittaa vaikka näin nii siin on yhtä monta ruutua. Nii se tarkoittais että siinä on yhtä iso pinta-ala” (Oppilas 1).*

Nämä kaksi esimerkkiä tehtävästä 4 kuvaavat tehtävän muotoa sekä sen haastavuutta sekä eroavaisuutta formaaleihin tehtäviin verrattuna. Molemmissa vastauksissa näkyy matemaattisten käsitteiden hallitseminen, mutta toisaalta oman vastauksen perusteleminen puolestaan osoittautui hyvinkin haastavaksi. Matematiikan laskusääntöjen kautta edenneet strategiat pohjautuivat vahvasti neliön ja suorakulmion piirtämiseen ja sitä kautta niiden eroavaisuuksien havainnoimiseen, ja oman perustelun laatimiseen. Päättelyn kautta edenneen ratkaisun kielennetty ajattelu puolestaan antaa kuvan siitä, että oppilas on mielessään hahmotellut tehtävässä mainittuja tasokuvioita.

Yhteensä tutkimuksen aikana oppilaiden kielennetyistä vastauksista havaittiin 21 erilaista ratkaisuun johtanutta strategiaa, jotka on vielä eriteltä taulukkoon 1. Näistä yksi oli tehtävän keskeytyminen, mikä kuitenkin on listattava strategiaksi siitä syystä, että silloin tehtävä on osoittautunut liian vaikeaksi suhteessa oppilaan taitoihin.

**Taulukko 1** tutkimuksen aikana ilmenneet ongelmanratkaisustrategiat

Päättely	6
Ohjattu ratkaisu	6
Luova ratkaisu	2
Kirjoittaminen	2

Matemaattinen ratkaisu	4
Tehtävän keskeytyminen	1
Yhteensä	21

Tutkimukseen valitut sanalliset tehtävät siis osoittautuivat hyviksi useiden erilaisten ratkaisujen etsimiseen (tutkimuskysymys 1; minkälainen ongelmanratkaisun strategia oppilaan ajattelun kielentämisen taustalta on havaittavissa) ja osoittautui, että tarinallinen tai arkipäivään liitettävissä oleva tehtävänanto mahdollistavat divergentin ajattelun ilmaisemista (tutkimuskysymys 2; minkälaisissa tehtävissä ilmenee divergenttiä ajattelua?) paremmin kuin tiukasti yhteen ratkaisuun tähtäävä tehtävänanto.

Tutkimuksen perusteella siis tehtävät 1 ja 2 sopivat hyvin divergentin eli luovan ajattelun harjoitteluun ja tavoittelemiseen. Tehtävä 3 puolestaan oli vain yhden mahdollisen oikean ratkaisun sisältävä tehtävä eikä näin ollen sovi divergenttiä ajattelua tavoittelevaan tehtävään. Tehtävä 4 oli tutkimukseen osallistujille vaikea ja toimisi paremmin vanhemmille oppilaille.

## 5 POHDINTA

Tässä tutkimuksessa olen selvittänyt, minkälaisia ongelmanratkaisustrategioita oppilaat hyödyntävän sanallisten ongelmanratkaisutehtävien ratkaisemisessa. Tutkimuksen mukaan eniten korostuneita strategioita olivat päättely sekä ohjattu ratkaisu, mikä siis tarkoitti, että oppilas pyysi neuvoa tehtävää tehdessään ennen ensimmäiseen ratkaisuun pääsemistä. Tutkimuksen tulosten suhteen on kuitenkin oltava kriittisiä, sillä pienen otannan takia ei ole mahdollista tehdä yleistyksiä tutkimuksen tulosten suhteen. Vaikka tavoitteena oli tavoittaa tutkimukseen osallistujiksi 16–20 erillistä tutkittavaa ja lopulta tutkittavia tavoitettiin yhteensä neljä, voidaan tuloksista tehdä suuntaa antavia päätelmiä, joilla ei kuitenkaan ole suurta reliabiliteetti- arvoa.

Tutkimukseen saavutettujen määrä oli pieni, joten tutkimuksessa päädyttiin toteuttamaan jokaiselle tutkittavalle kaikkien laadittujen tehtävien tekeminen. Mikäli ennakkoon oletettu 16-18 tutkittavan oppilaan laajuinen joukko olisi löytynyt, olisi jokaiselle tutkittavalla toteutettu kolme tehtävää tähän tutkimukseen laadittujen tehtävien joukosta.

Oletuksen mukaan suuri kato oletettujen osallistujien määrässä aiheutui siitä, että tutkimukseen valikoituneessa koulu- yksikössä ei ole tietojeni mukaan aiemmin tehty vastaavaa tutkimusta eikä näin ollen ole muodostunut samanlaista organisaation ja oppilaiden sekä näiden perheiden keskuuteen tutkimukseen mielenkiinnolla suhtautuvaa ilmapiiriä. Aineiston laajuus olisi voinut olla isompi, jos tutkimus olisi toteutettu esimerkiksi Tampereen normaalikoululla.

Kuitenkin tämän tutkimuksen havaintojen, joissa jokaisessa tehtävässä löytyi oppilaiden toiminnan ja strategioiden suhteen eroavaisuuksia ja kuten taulukosta 5 havaitaan: erilaisia strategioita ilmeni kaiken kaikkiaan tutkimuksen aikana 21 kappaletta. Vaikka tutkimuksessa saatu aineisto on pieni, löydetyt ratkaisustrategiat ja niiden määrä puoltavat jatkotutkimusta. Tietääkseni tämänkaltaista tutkimusta ei alakoululaisten osaamisesta ole tehty, joten

jatkotutkimus ja sen laajentaminen voisivat tuoda ilmi enemmän ja erilaisia sanallisten ongelmanratkaisutehtävien ratkaisustrategioita.

Miten ongelmanratkaisutehtävissä hyödynnettäviä strategioita tulisi koulussa hyödyntää? Miten opettaja voisi työssään huomioida erilaisten ratkaisujen olemassaolon ja ohjaamaan oppilaatkin kohti monipuolisempaa ongelmanratkaisua?

Ensinnäkin tulisi tarkemmin määritellä se, minkälaisista ongelmanratkaisutehtävistä kulloinkin puhutaan: matemaattisesta, kinesteettisestä, päättelytehtävistä vaiko avoimista tai suljetuista ongelmista. Kuitenkin jo perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa mainitaan tutkiva ja ongelmalähtöinen työskentely muun muassa työtapojen ja oppimisympäristöjen yhteydessä (OPH, 2014, s. 30). Näin ollen ongelmien etsiminen, tunnistaminen, kohtaaminen, ratkaiseminen sekä analysointi ovat hyvinkin merkittäviä sekä ongelmanratkaisun suhteen että yleensäkin edellä mainitsemani työskentelytapojen suhteen.

Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä tässä tutkimuksessa oli ”minkälainen ongelmanratkaisun strategia oppilaan ajattelun kielentämisen taustalta on havaittavissa?” Tutkimuksen aikana oli havaittavissa, että korostetusti useampaan ratkaisuun kehottava tehtävä mahdollisti useamman erilaisen ratkaisun ilmenemisen. Lisäksi tulisi välttää liian haastavia ja vaikeita tehtäviä, jollaiseksi tehtävä 4 tässä tutkimuksessa osoittautui, mikäli halutaan oppilaiden tuottavan helposti useampia ratkaisuja. Taulukon 1 perusteella tutkimuksessa korostui erityisesti 2 erilaista ratkaisustrategiaa: päättely (6) ja ohjattu ratkaisu (6), joista jälkimmäinen siis tarkoitti tehtävässä annettua ohjetta tai vinkkiä eteenpäin pääsemiseksi.

Toisena tutkimuskysymyksenä tässä tutkimuksessa oli: ”minkälaisissa tehtävissä ilmenee divergenttiä ajattelua?” Divergentti ajattelu tarkoittaa luovaa ja useampaan vaihtoehtoiseen ratkaisuun pyrkivää ajattelua ja tehtävänratkaisua. Tutkimuksen tulosten perusteella tehtävät 1 ja 2 (Liite 1) aikaansaivat oppilaissa aikaan luovaa ja divergenttiä ajattelua, joka johti laajuudeltaan moninaiseen erilaisten ratkaisujen tulvaan. Tehtävät olivat luonteiltaan sellaisia, että niiden muita vahvempi tarinallinen johdanto saattoi olla ponttimena oppilaiden luovien ratkaisujen suurelle määrälle, kun taas tehtävien 3

ja 4 tehtävänannot olivat hyvin tavallisen oloisia ja lähtökohtaisesti vain yhteen, tarkkaan ratkaisuun tähtääviä.

Divergentin ajattelun ja sitä kautta luovan ongelmanratkaisun ilmeneminen oppilaiden toiminnassa ja suoriutumisessa erilaisista tehtävistä monipuolisin suorituksin edellyttää kuitenkin myös oppimisympäristön mukauttamista esimerkiksi poikkeuksellisen tehtävänasettelun kautta (Heikkilä, 1975). Ongelmanratkaisu, kuten muutkin kognitiiviset tehtävät, vaatii kehittyäkseen toistoa ja toistoa, aivan niin kuin urheilijankin tulee tehdä tuntitolkulla harjoitteita, jotta haluttu ominaisuus kehittyisi. Ongelmanratkaisumenetelmät sekä erityisesti luova ongelmanratkaisu ovat jokseenkin vielä olleet paitsio -asemassa (Heikkilä, 1975, s. 136), mutta todennäköisesti tutkiva ja ongelmalähtöinen oppiminen tämän vuosikymmenen (2020) puoleen väliin mennessä ovat sulautuneet itsestään selväksi ja oleelliseksi osaksi peruskoulua.

Tärkeimmäksi ongelmanratkaisun menetelmien oppimisen sekä niiden opettamisen suhteen nostaisin todellisuuteen pohjaavien ja konkreettisten tehtävien muodostamisen ja hyödyntämisen. Siinä missä esimerkiksi matematiikan kirjan tehtävässä kolme omenaa jakautuu kahdelle henkilölle hyvinkin kliinisesti, voi reaali maailmassa lähtökohdiltaan samanlainen tehtävä olla jopa erittäin kompleksinen syy-seuraus-vaikutteiden ollessa kyseessä. Jaettavat omenat voivat esimerkiksi olla kooltaan erilaisia tai yhteen niistä voi olla mato tehnyt kolon. Nuo pari vaihtoehtoa ovat jo itsessään sellaisia, jotka tekevät matemaattisessa kontekstissa helposta tehtävästä vaikean (Heikkilä, 1981, s. 38).

Vaikka tutkimuksen tulosten reliabiliteetti todettiin heikoksi saavutetun osallistujien määrän takia, on tuloksista vedettävissä seuraavanlainen johtopäätös: sanallisten ongelmanratkaisutehtävien yhteydessä käytettävissä strategioissa ilmenee useampia erilaisia strategioita. Tarkoituksena tutkimuksessa oli kuitenkin tuoda näkyviin sanallisissa ongelmanratkaisutehtävissä ilmeneviä ratkaisustrategioita, joita etenkin useamman vaihtoehtoisen ratkaisun sisältävien tehtävien kautta voidaan löytää. Eniten käytetyksi itsenäiseksi ratkaisustrategiaksi nousee päättely, jota esiintyi kaikkien eri tehtävien suhteen. Lisäksi matemaattinen ratkaiseminen nousi matematiikkaan yhdistettävissä tehtävissä (tehtävät 2 ja 4) keskeiseksi strategiaksi. Ohjattu eli neuvojen kautta ratkaisuun eteneminen tapahtui yhtä

usein kuin päättely, mikä kertoo tehtävien haastavuudesta suhteessa oppilaiden osaamisen tasoon.

Tulosten varjolla voidaan myös nostaa pohdinnan aiheeksi se, minkälaisia tehtäviä yleensäkin kouluissa oppilaille teetetään ja miksi esimerkiksi matematiikassa tehtävät, joita oppitunneilla tehdään, ovat vaikeusasteeltaan helpoimmasta päästä. Toki on niinkin, että ensimmäisenä on hyvä ottaa uuteen, vasta opetettuun aiheeseen vieviä helppoja tehtäviä, mutta todennäköistä on kuitenkin, että silloin vaativimmat sanalliset tehtävät voivat jäädä tekemättä.

Pohdittavaksi lisäksi voidaan nostaa se, kuinka tarkasti oppilaat ovat kysyneet kielentämään omaa ajatteluaan. L. S. Vygotsky ilmaisi teoksessaan *Ajattelu ja kieli* (1982 [suomennettu teos]) puheen ja ajatuksen välisen suhteen sellaiseksi, että puheeksi muututtuaan ajatus ei ole enää sama kuin se oli alun perin. Eli se ajatus, mikä oppilaalla tehtävän aikana on mielessään ollut ei ole välttämättä lainkaan samanlainen kuin hänen kielentämänsä tehtävän ratkaiseminen (Vygotsky, 1982, s. 215). Tämän mahdollisuutta ei tutkimuksen yhteydessä voida sulkea pois, joskin on mahdollista myös, että tutkittavat ilmaisivat alkuperäisen ajatuksensa sellaisena kuin se heillä tehtävän aikana oli.

Viimeisten vuosien aikana myös lähikehityksen vyöhykkeiden merkitys opetuksen suunnittelussa on korostunut niiden vahvan, omalla tavallaan epäformaaliuteen pohjaavan lähtöajatuksen takia. Opetusta, kuten myös kasvatusta, ei enää tapahdu erillään koulussa tai kotona, vaan limittäin sekä näiden välillä että niistä erillään. Myös ongelmanratkaisutehtävien monipuolinen hyödyntäminen opetuksen olennaisena ja säännöllisenä osana voisi edesauttaa myös divergentin ajattelun ja luovan ongelmanratkaisun taitojen löytämisessä ja omaksumisessa (Hakkarainen, 2010; Vygotsky, 1982).

Tuo lähikehityksen vyöhykkeen hyödyntäminen voisi tapahtua esimerkiksi juuri tehtävien, ja niiden monimutkaisuuden kautta: kun oppilas jää tehtävään jumiin eikä pääse itsenäisesti etenemään ratkaisemisessa, on päästy lähikehityksen vyöhykkeelle (Hakkarainen, 2010, s. 243, Vygotsky 1982). Tutkimuksessa hyödynnetyt tehtävät olivat toimivia lähikehityksen vyöhykkeen saavuttamisen näkökulmasta, sillä kuudessa tapauksessa oppilaat turvautuivat ohjattuun ratkaisuun eli avun pyytämiseen. Avun saaminen oli siis porras seuraavalle lähikehityksen vyöhykkeen askelmalle, jolta käsin tehtävän loppuun saaminen onnistui omatoimisesti.

Ajatus siitä, että oppilas ei omin neuvoin pääse tehtävässä etenemään esiin tulleen tiedollisen tai taidollisen esteen takia voi olla tänä päivänä oppiaineesta riippumatta haaste sekä opettajille että oppilaille itselleen. Tässä tutkimuksessa tutkitut oppilaat opiskelivat alle 20 oppilaan yhdysluokassa, joten heille opettajan avun saaminen on oletettavasti ollut helpompaa kuin suuremman oppilasmäärän luokassa opiskelevilla oppilailla. Jatkotutkimuksen suhteen olisi siis kiinnostavaa tarkastella sitä, miten suuremmissa ja vain yhden ikäluokan sisältävissä luokissa tehtäviin suhtauduttaisiin ja minkälaista aineistoa saataisiin. Tutkimuksen laajentamisen jälkeen olisi mahdollista tehdä tarkempia ja reliabiliteetiltaan parempia oletuksia esimerkiksi erilaisten tehtävien esiintuomien ratkaisujen ja niihin käytettyjen strategioiden suhteen.

Tutkimukseen osallistuneiden antamien palautteiden perusteella voidaan havaita, että tutkimukseen valikoituneet tehtävät eivät tutkittavien itsensä mielestä olleet mahdollisia. Vaikka joissakin tehtävissä tutkittavien jouduttua umpikujaan ja tutkijan annettua vinkkejä ratkaisuun pääsemiseksi, voidaan oppilaiden havaita tiedostaneen heidän itsensä onnistumisen vaativissa tehtävissä.

Jatkotutkimusta tämän aiheen ympärillä puoltaa ehdottomasti se, että tämänkaltaisten tutkimusten avulla voidaan päästä kiinni esimerkiksi oppilaiden ajattelumalleihin ja niiden toimintaan. Lisätiedon saaminen antaisi mahdollisuuden esimerkiksi syvälliseen oppimateriaalien ja pedagogisten menetelmien analysointiin niiden luovuutta tukevien ja mahdollistavien rakenteiden olemusten suhteen. Lisäksi on mahdollista löytää, tätä tutkimusta laajennettaessa kattamaan esimerkiksi kaupunkien tai suurten taajamien kouluja ja oppilaita, toistuvuuksia sekä erilaisuuksia ongelmanratkaisustrategioiden suhteen.

Loppujen lopuksi kaikki tehtävät ovat syvimmältä olemukseltaan ongelmanratkaisua, kuten johdannossa antamani arkipäivään liittyvät, jokaisen ihmisen subjektiiviset kokemukset osoittavat. Toki POPS astui koulun arkeen vasta 2016 (peruskoulun 1-6 luokat) ja senkin jälkeen se eteni siirtymäajalla siten, että 1.8.2019 koko peruskoulu toimi Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2014 mukaisesti (OPH, 2014 104/011/2014). Tämä porrastaminen

on mahdollisesti aikaansaanut sen, että tutkiva ja ongelmalähtöinen oppiminen eivät ole vielä täysin integroituneet koulun arkeen.



# LÄHTEET

Hakkarainen, P. (2010). LÄHIKEHITYKSEN VYÖHYKE – PEDAGOGIIKAN KULMAKIVI?

Kasvatus 41 (3), 240–251

Heikkilä, J. (1975). *Divergoiva ongelmanratkaisu ja sen opettaminen*. Turku: Turun yliopisto.

Heikkilä, J. (1981). *Luovan ongelmanratkaisun didaktikka*. Hki: WSOY.

Heikkilä, J. (1982). *Luovuustutkimuksen lähtökohtia*. Turku: Turun yliopisto.

Joutsenlahti Jorma, J., & Kulju, P. (2015). *Kielentäminen matematiikan ja äidinkielen opetuksen kehittämässä* Tampereen yliopiston normaalikoulu.

McKenney, S., & Reeves, T. (2012). *Conducting educational design research* (1st edition). Routledge.

Numminen, M.-A. (1980). *Kuinka saisin rikki kookospähkinän*. [alkuperäinen Box, H. E., Cox, D., Ilda, L. (1949) *I've Got a Lovely Bunch of Coconuts*]

Opetushallitus [OPH] (2014). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet*

Saaranen-Kauppinen, A. & Puusniekka, A., 2006. *KvaliMOTV - Menetelmäopetuksen tietovaranto* [verkkajulkaisu]. Tampere: Yhteiskuntatieteellinen tietoarkisto [ylläpitäjä ja tuottaja]. <<https://www.fsd.tuni.fi/menetelmaopetus/>>. (Viitattu 24.02.2021.)

Sanomapro (2020). *Kuutio-sarjan päättelytehtäviä* (<https://www.sanomapro.fi/kuutio-sarjan-paattelytehtavat/>) [Luettu 9.10.2020]

Tampereen yliopisto (2020) *Matemaattinen ja pedagoginen ongelmanratkaisu-* kurssi (KASMAT 3) [Kurssi ollut keväällä 2020].

Vygotski, L. (1982). Ajattelu ja kieli. Weilin+Göös.

# LIITTEET

## Liite 1 – tutkimuksessa käytetyt ongelmanratkaisutehtävät

1. Jaakolla on lammas, susi ja kaali. Hän on viemässä niitä omasta kylästään naapurikylään tarkoituksenaan kenties käydä niistä kauppaa. Matkalla on ylitettävä joki, jonka yli pääsee vain pienellä veneellä. Päästyään joen rantaan Jaakko huomaa, että veneeseen mahtuukin samalla kerralla hänen lisäksi vain joko lammas tai susi tai kaali. Mikäli Jaakko ottaa kaalin ensimmäisenä mukaansa, syö susi lampaan. Mikäli taas hän kuljettaa suden ensimmäisenä joen yli, lammas hotkaisee kaalin. Miten Jaakon pitäisi toimia, jotta hän saa lampaan, suden sekä kaalin vietyä joen yli?
2. Pentillä on kaksi ämpäriä, kolmen litran ämpäri ja viiden litran ämpäri. Kuinka on näiden kanssa mahdollista mitata tasan 4 litraa vettä?
3. Neljä tyttöä ja kaksi poikaa jonottaa festivaalialueen lippuluukulla.

Juha: Edessäni on vain tyttöjä.

Ronja: Kaikki pojat ovat minun takanani

Minna: Poikaystäväni Juha on heti minun edessäni

Merja: Muut tytöt ovat jonossa ennen minua.

Anni: Minun ja Minnan välissä on kaksi henkilöä.

Pekka: Olen kahden tytön välissä.

Laadi jono, jossa kaikki annetut ehdot toteutuvat.

4. Eikö olekin niin, että suorakulmio ja neliö ovat pinta-alaltaan yhtä suuret, jos niiden kaikkien sivujen yhteenlaskettu pituus on yhtä paljon? Piirrä ja kerro perustelusi joko väitteen puolesta tai sitä vastaan.