

Maria Vuin

PINTAEMITTOIVIEN LASERIEN OPTINEN MALLINTAMINEN

Optical modelling of Vertical Cavity

Surface Emitting Lasers

Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta

Kandidaatintyö

Marraskuu 2020

TIIVISTELMÄ

Maria Vuin: Pintaemittovien laserien optinen mallintaminen
Kandidaatintyö
Tampereen yliopisto
Teknis-luonnontieteellinen
Marraskuu 2020

Tämän työn tarkoituksena oli tutkia pintaemittovaa vertikaalikaviteetilaseria (VCSEL, Vertical Cavity Surface Emitting Laser) sekä mallintaa erästä VCSEL-rakennetta optisesti. VCSELien tarkastelun kannalta on tärkeää ymmärtää puolijohdelaserien toimintaperiaatetta sekä puolijohde-teoriaa, ja tässä työssä sivutaan molempia aihepiirejä. Lisäksi työssä selitetään, mistä osista VCSEL koostuu, sekä miten kyseisiä lasereita voidaan valmistaa. Kriittisessä osassa VCSELien kokoonpanossa ovat Braggin peilit, joita VCSELin rakenteessa on kaksi. Braggin peilit mahdollis-tavat rakenteessa tapahtuvan laseroinnin, ja myös niiden toimintaperiaate käydään tässä työssä läpi.

Työssä mallinnettiin sylinterinmallinen, oksidiaukollinen 850nm AlGaAs/GaAs -pohjainen sähköisesti pumpattava VCSEL, jossa on kolme kvanttikaivoa. Ohjelmakoodi/malli on kirjoitettu Pythonilla, käyttäen CAMFR:n (CAvity Modelling FRamework) rajapintaa. CAMFR:n rajapintaa käytetään optisten laitteiden mallinnukseen ja lisäksi sen avulla pystytään ratkaisemaan Maxwellin yhtälöt. Mallin avulla selvitettiin kyseisen laserrakenteen laseroiva moodi, sekä vaadittavat reunaehdot joilla malli päättyy luotettavaan tulokseen. CAMFR-rajapinnan avulla saadaan selville tuloksien tarkkuus ja sen avulla pystyttiin selvittämään annettujen raunaehtojen vaikutusta laseroivan tilan ominaisuuksiin.

Työssä luotiin toimiva CAMFR-pohjainen Python-koodi VCSELien mallinnukseen, sillä VCSELien kehittyessä jatkuvasti on oleellista testata ja selvittää kyseessä olevan laserin ominaisuuksia osana uusien rakenteiden kehitystä.

Avainsanat: VCSEL, DBR, CAMFR, puolijohdelaser, kvanttikaivo, galliumarsenidi

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -ohjelmalla.

SISÄLLYSLUETTELO

1	Johdanto	1
2	Puolijohdelaser	3
2.1	Puolijohdemateriaalit	3
2.2	Puolijohdelaserin toimintaperiaate	5
2.2.1	Laseroitokyky	6
2.3	Pintaemittioiva vertikaalikaviteettilaser	7
2.3.1	Aktiivialue	8
2.3.2	Braggin peili	8
2.3.3	Materiaalijärjestelmät ja VCSELin kehitys	10
3	Optinen malli	11
3.1	Mallin rakentaminen CAMFR-simulaattorilla	12
4	Simuloinnin tulokset	15
4.1	Ominaismoodien jakauma	16
5	Yhteenveto	19
	Lähdeluettelo	20

LYHENTEET

$A_{1-x}B_xC$	Kolmiyhdiste, jossa A:n mooliosuus on $1-x$ ja B:n x
AlAs	Alumiiniarsenidi; puolijohdeyhdiste
AlGaAs	Alumiinigalliumarsenidi; puolijohdeyhdiste
α_m	Peilien häviö
$\langle\alpha_i\rangle$	Resonaattorin keskimääräinen sisäinen häviö (sironta- ja absorptiohäviöt)
Be	Beryllium; alkuaine
C	Hiili; alkuaine
c	Valonnopeus
CAMFR	Simulaattori, jonka avulla pystytään ratkaisemaan sähkömagneettisia ongelmia. Pääpainona optisten laitteiden simulointi. (CAvity Modelling FRamework)
CW	Jatkuvatoiminen (Continuous Wave)
DBR	Braggin peili (Distributed Bragg Reflector)
E_c	Johtavuusvyö, alin miehittämätön energiavyö
EEL	Reunaemittöiva laser (Edge-Emitting Laser)
E_g	Energia-aukko, valenssivyön ja johtavuusvyön välinen kielletty alue
E_v	Valenssivyö, korkein täysin miehitetty energiavyö
F	Fotonivuo
GaAs	Galliumarsenidi; puolijohdeyhdiste
GaInAsP	Galliumindiumarseenifosfidi; puolijohdeyhdiste
Γ	Optisen kentän rajauskerroin
g_i	Energiatilan i degeneraatio
g_{th}	Vahvistuksen kynnysarvo

h	Planckin vakio
InP	Indiumfosfidi; puolijohdeyhdiste
k	Aaltovektori
k_B	Bolzmannin vakio
L	Kaviteetin pituus
LASER	Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
L_i	Materiaalin i paksuus
λ	Aallonpituus
m	Braggin peilien lukumäärä ts. heijastavien pintojen lukumäärä
N_i	Tilan i energiatilan miehitys
n_{eff}	Efektiiivinen taitekerroin
n_i	Kerroksen i taitekerroin
N_p	Fotonitiheys
ν	Taajuus
PML	Perfectly matched layer -reunaehto
QD	Kvanttipiste (Quantum Dot)
QW	Kvanttikaivo (Quantum Well)
R	Peilien heijastuskerroin
r	Braggin peilissä yhden kerroksen heijastus
R_{12}	Absorptio
R_{sp}	Spontaani emissio
R_{21}	Stimuloitu emissio
R_{nr}	Elektronien ja aukkojen rekombinoituminen säteilemättömästi
Si	Pii; alkuaine
σ_{12}	Absorption vaikutusala
σ_{21}	Stimuloidun emission vaikutusala
SiO ₂	Piidioksidi; puolijohdeyhdiste

TE	Kohtisuora polarisaatio (Transverse Electric)
Te	Telluuri; alkuainen
TM	Yhdensuuntainen polarisaatio (Transverse Magnetic)
V	Aktiivisen osuuden pumpattu tilavuus(?)
VCSEL	Pintaemittöiva vertikaalikaviteettilasert (Vertical Cavity Surface Emitting Laser)
V_p	Fotonien varaama kaviteettitilavuus
W_{12}	Absorptionopeus
W_{21}	Emissionopeus
Zn	Sinkki; alkuaine

1 JOHDANTO

Laserit ovat tunnetuimpia puolijohdesovelluksia. Sana LASER on akronyymi sanoista *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, joka tarkoittaa valon vahvistamista stimuloitujen emissioita avulla. [1, s. 5] Uudenlaisia lasereita kehitetään jatkuvasti, ja erityyppisten lasereiden välillä löytyy suuriakin rakenteellisia eroavaisuuksia.

Eräs jatkuvasti yleistyneen ja kehittyneen laserteknologioihin lukeutuva rakenne on pintaeemittoiva vertikaalikaviteetilaser VCSEL (Vertical Cavity Surface Emitting Laser), jonka kehitystä ajaa rakenteen soveltavuus muun muassa optiseen tiedonsiirtoon ja viihdeteollisuuden sovellutuksiin, kuten 3D-havainnointiin, esimerkiksi kasvojen tunnistukseen. [2, s. 121, 128]. VCSELit esiteltiin ensimmäisen kerran 1970-luvun lopulla Japanissa K. Igan ja hänen kollegoidensa toimesta. [3, s. 1845–1855]

Eroten perinteisistä reunaemittivista puolijohdelasereista, joissa valo kulkee samansuuntaisesti rajapintatason kanssa emittoiden valoa sivusta (Edge-Emitting Laser (EEL)) [1, s. 423], VCSELissä laserointi tapahtuu puolijohdepinnoituksen suhteen kohtisuorassa suunnassa [4, s. 24]. VCSELien rakenteeseen kasvatetut pohja- ja pintapeli mahdollistavat testauksen suoraan kiekosta, toisin kuin reunaemittivien puolijohdelasereiden tapauksessa, joissa kiekkoa on pilkottava ja prosessoitava ennen testausta päätyypeilin valmistamiseksi [5, s. 14, 26]. Helpompi testattavuus nopeuttaa laserin valmistusprosessia samalla alentaen kustannuksia [4, s. 36]. Verrattuna reunaemittivien lasereiden elliptiseen valonsäteeseen, VCSEL-rakenteen suurimpiin etuihin lukeutuu tuotetun valonsäteen pyöreä muoto, joka mahdollistaa esimerkiksi helpon kytkennän optisiin kuituihin. [5, s. 14] VCSELin pyöreä valonsäde saadaan aikaiseksi prosessoimalla pyöreä aukko ulostulopeiliin. [6, s. 14]

Tämän työn tarkoituksena on tutustua VCSELien rakenteeseen ja valmistusprosessiin. Lisäksi työssä toteutetaan optinen malli erälle VCSEL-rakenteelle ja simuloidaan sen toimintaa. Rakennetta mallinnetaan CAMFR-simulaattorilla (CAvity Modelling FRamework) ja simulaattorin avulla mallista ratkaistaan kyseisen laserin tukema aallonpituus ja la-

serointiin tarvittava kynnysvahvistus. CAMFRin avulla pystytään ratkaisemaan Maxwellin yhtälöt tarkasti kahdessa ja kolmessa ulottuvuudessa semianalyttisesti, pääpainona kuitenkin optisten laitteiden mallinnus [7, s. 1]. Muodostetulle mallille asetetaan laserille reunaehdot ja tutkitaan näiden vaikutusta laseroivan tilan ominaisuuksiin. Simuloitu rakenne esitetään tässä työssä kokonaisuudessaan tuloksineen.

Luvussa 2 tutustutaan puolijohdelaserin teoriaan, VCSELien toimintaperiaatteeseen sekä VCSELin rakenteeseen. Työn tärkeimpänä osuutena on optisen mallin luominen ja sen simuloiminen, sekä saatujen tulosten analysointi, joihin perehdytään luvuissa 3 ja 4. Viimeisenä esitetään yhteenveto työstä luvussa 5.

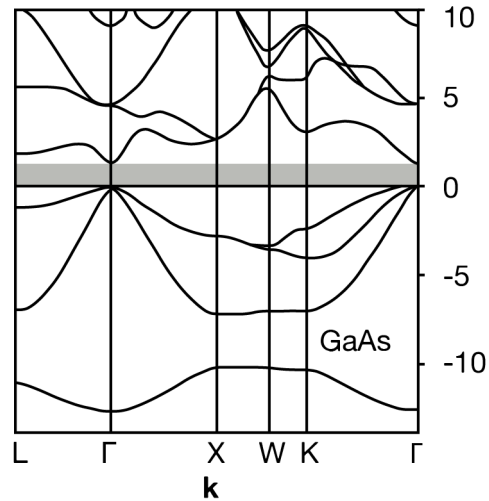
2 PUOLIJOHDELASER

Kiinteän olomuodon aineet voidaan jakaa eristeisiin, metalleihin ja puolijohdeisiin materiaalin sähkönjohtavuuden perusteella. Yleisesti puolijohdeet johtavat sähköä huonommin kuin metallit, mutta paremmin kuin eristeet. [8, s. 131] Elektroniset laitteet, joissa käytetään puolijohdemateriaaleja ovat nykyään tärkeimpiä kiinteän olomuodon sovellutuksia. Hyvänä esimerkkinä toimii pn-liitos, jota käytetään transistoreissa sekä optisissa laitteissa. [8, s. 145]

2.1 Puolijohdemateriaalit

Yleisimpiä puolijohdemateriaaleja ovat itseispuolijohde pii (Si) ja yhdistepuolijohde galliumarsenidi (GaAs) [8, s. 131], jonka energiavyödiagrammi on esitetty kuvassa 2.1. Puolijohdeiden keskitasoinen sähkönjohtavuus on peräisin suhteellisen pienestä energia-aukosta E_g (n. 1-3eV). Energia-aukko on valenssivyön E_v ja johtavuusvyön E_c välinen alue, jolla ei ole sallittuja energiatiloja. [8, s. 131] Valenssivyöllä tarkoitetaan korkeinta täysin miehittyä energiavyötä ja johtavuusvyöllä alhaisinta miehittämätöntä vyötä matalassa lämpötilassa. [8, s. 132] Tyypillisesti lämpötilan kasvaessa energia-aukon koko pienenee [9, s.117]. Lisäksi lämpötila vaikuttaa puolijohdeiden itseisjohtavuuteen, sillä lämpötilan noustessa elektronit voivat virittyä valenssivyöltä kielletyn alueen yli johtavuusvyölle, jättäen aukkoja valenssivyölle. Tämä elektronien virittyminen voidaan myös saada aikaiseksi fotonin energian avulla, jos se on riittävän suuri eli kun $h\nu \geq E_g$, missä h on Planckin vakio ja ν on fotonin taajuus. Tätä prosessia kutsutaan absorptioksi, ja se on esitetty kuvassa 2.2 (tapaus R_{12}). [4, s. 9]

Johtavuusvyöltä elektronit voivat spontaanisti liikkua takaisin valenssivyölle rekombinoituen valenssivyöllä olevien aukkojen kanssa, tuottaen fotonin. Tätä kutsutaan spontaaniksi emissioksi [4, s. 8–9], ja myös tämä tapaus on esitetty kuvassa 2.2 (tapaus R_{sp}). Emittoituneen fotonin aallonpituus voidaan arvioida puolijohdemateriaalin energia-aukon

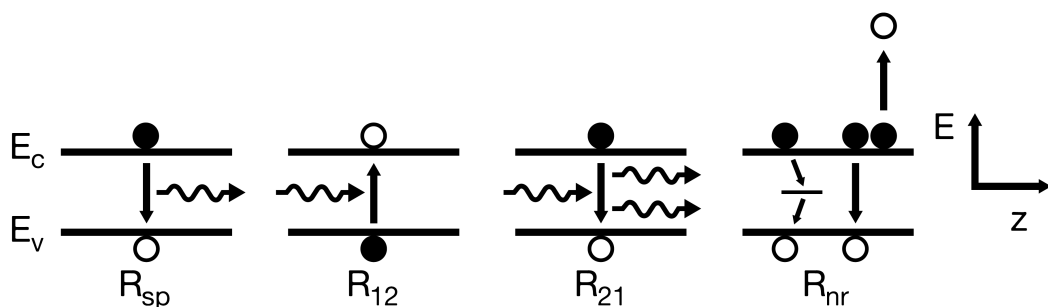


Kuva 2.1. Galliumarsenidin energiavyödiagrammi k -vektorin ja energian kuvaajana. Harmaan alueen alapuolella olevat vyöt ovat täysin miehittyjä ja yläpuolella olevat täysin tyhjiä, kun lämpötila on nolla. Harmaalla alueella kuvataan energia-aukkoa. (Mukautettu julkaisusta [8, s.118].)

avulla yhtälöstä

$$\lambda = \frac{hc}{E_g} \approx \frac{1.24 [\mu\text{m}]}{E_g [\text{eV}]}, \quad (2.1)$$

missä h on Planckin vakio ja c on valonnopeus [10, s. 144]. On kuitenkin mahdollista, että johtavuusvyöllä olevat elektronit rekombinoituvat valenssivyöllä olevien aukkojen kanssa säteilemättömästi, (kuvan 2.2 tapaus R_{nr}), jolloin vapautuva energia siirtyy esimerkiksi kiinteeseen lämmöksi. Rekombinaatioenergia voi myös siirtyä toiselle elektronille tai aukolle. Tätä kutsutaan Auger-rekombinaatioksi. [4, s. 9]



Kuva 2.2. Elektronin siirtymä johtavuus- ja valenssivyön välillä. Musta pallo kuvaa elektronia ja valkoinen aukkoa. (Mukautettu julkaisusta [4, s.8].)

Puolijohteiden sähkönjohtavuutta voidaan parantaa seostamalla niitä epäpuhtaus- tai seostusatomilla, jotka muodostavat varauksenkuljettajille tiloja lähelle valenssi- tai joh-

tavuusvyötä. Puolijohteita voidaan seostaa kahdenlaisiksi: n- sekä p-tyyppin puolijohteiksi. [8, s. 139] Tyypillisesti III-V puolijohteiden, kuten galliumarsenidin, n-tyyppin seostusatomina käytetään piitä, tai esimerkiksi telluuria (Te), jotka toimivat elektronien donoreina. Tällöin varauksenkuljettajat ovat enimmäkseen elektroneja, kun taas p-tyyppin puolijoh-teissa seostusatomit toimivat elektronien akseptoreina, jolloin varauksenkuljettajina ma-teriaalissa toimivat enimmäkseen positiiviset aukot. P-tyyppin seostusatomeja III-V puoli-johteille ovat esimerkiksi beryllium (Be) ja sinkki (Zn). [10, s. 75–78]

2.2 Puolijohdelaserin toimintaperiaate

Puolijohdelaserin toiminta perustuu stimuloituun emissioon (kuva 2.2, tapaus R_{21}), jos- sa rakenteen aktiivinen osuus toimii optisena vahvistimena. Stimuloidulla emissiolla tar-koitetaan elektronin siirtymistä johtavuusvyöltä takaisin valenssivyölle saapuvan fotonin vuorovaikutuksesta, jolloin emittoituvan fotonin vaihe ja etenemissuunta ovat samat, kuin stimuloivan fotonin [1, s. 2]. Jotta stimuloitu emissio on mahdollinen, täytyy rakenteeseen saada aikaan populaatioinversio.

Tutkitaan populaatioinversiota kahden energiatason E_1 ja E_2 avulla, ($E_1 < E_2$) jollakin materiaalilla. Tilojen vastaavat energiatilojen miehitykset ovat N_1 ja N_2 . Jos tasoaalto etenee fotonivuon F mukaan aineessa z -suuntaan, missä fotonivuon muutos on dF ja kuljettu matka on dz , tapahtuu stimuloitua emissiota ja absorptiota [1, s. 4]. Stimuloitu emissionopeus W_{21} saadaan emission vaikutusalan σ_{21} ja fotonivuon tulona. Absorp-tionopeus W_{12} saadaan vastaavalla tavalla absorptiovaikutusalan σ_{12} ja fotonivuon tu-lona. Jos tasot ovat degeneroituneet niin, että energialla E_i on g_i energiatasoa, pätee $g_2\sigma_{21} = g_1\sigma_{12}$. [1, s. 3] Fotonivuon muutos saadaan yhtälöstä

$$dF = \sigma_{21}F \left(N_2 - \frac{g_2 N_1}{g_1} \right) dz. \quad (2.2)$$

Yhtälö 2.2 osoittaa, että materiaali toimii vahvistimena, kun ehto $N_2 > g_2 N_1 / g_1$ toteutuu. Termisessä tasapainossa energiatilojen E_1 ja E_2 miehitysten suhde lämpötilassa T on

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}}, \quad (2.3)$$

missä k_B on Boltzmannin vakio. Termisessä tasapainossa absorptio hallitsee, sillä

$N_2 < g_2 N_1 / g_1$. Tilanne, jossa materiaali toimii vahvistimena, eli tilanne jossa ylemmän tilan miehitys on suurempi kuin alemman, kutsutaan populaatioinversioksi. Laserrakenteen aluetta, jossa populaatioinversio tapahtuu kutsutaan aktiiviseksi alueeksi. [1, s. 4-5] Populaatioinversio saavutetaan ja ylläpidetään puolijohdelasereissa pumpaamalla elektroneja valenssivyöltä johtavuusvyölle optisesti esimerkiksi toisen laserin avulla tai sähköisesti. [1, s. 205]

2.2.1 Laserointikynnys

Jotta laserointi saadaan aikaiseksi, tarvitaan optinen resonattori, jossa fotonit oskilloidessaan vahvistuvat. Optisen kaviteetin eli optisen resonattorin avulla muodostetaan positiivinen eli vahvistava takaisinkytkentä, jotta säteily saadaan vahvistumaan niin, että sen avulla saavutetaan ja ylläpidetään haluttu laserointioskillaatio pumpaustasojen yläpuolella [4, s. 1]. Resonaattori muodostetaan asettamalla kaksi peiliä vastakkain aktiivisen väliaineen ympärille. Peilien muodostamaa komponenttia kutsutaan Fabry-Perot resonattoriksi, joka ei sisällä vahvistusosaa. Laservalo oskilloi resonattorin sisällä peilien välissä. [1, s. 143–144]

Resonaattorissa olevat seisovat aallot, eli fotonimuodot heijastuvat peileistä takaisin aktiiviseen alueeseen ja jokaisella läpikululla signaali vahvistuu. Laserointikynnys saavutetaan, kun vahvistus aktiivialueella on kasvatettu siihen pisteeseen, jossa kaikki sisäiset häviöt sekä peilien häviöt ovat kompensoituneet. Toisin sanoen kynnysehto toteutuu, kun vahvistus on yhtä suuri kuin häviöt kaviteetissa ja heijastushäviöt peileissä. Materiaalin vahvistuksen kynnysehto g_{th} stimuloitussa emissiossa voidaan laskea modaalisen vahvistuksen $\langle g_{th} \rangle$ yhtälöstä

$$\langle g_{th} \rangle = \Gamma g_{th} = \langle \alpha_i \rangle + \frac{1}{L} \ln \left(\frac{1}{R} \right), \quad (2.4)$$

missä Γ on optisen kentän rajauskerroin, L on kaviteetin pituus, R on peilin heijastuskerroin ja $\langle \alpha_i \rangle$ on resonattorin keskimääräinen sisäinen häviö (sironta- ja absorptiohäviöt). [4, s. 56–57] Kentän rajauskerroin voidaan ilmoittaa aktiivisen osuuden pumpatun tilavuuden ja fotonien varaaman kaviteettitilavuuden suhteena V/V_p [4, s. 53]. Yhtälön 2.4 toinen termi kuvaa peilien häviötä ja se lyhennetään usein α_m [4, s. 57].

Suurin osa laserointimoodiin osallistuvasta valosta syntyy stimuloitusta emissiosta ja pie-

ni osa spontaanisti tuotetusta valosta. Kaikki varauksenkuljettajat, jotka ovat stimuloituja rekombinoitumaan tietyllä laseroitimoodilla kasvattavat kyseisen moodin fotonipopulaatiota. Tätä varaustenkuljettajien stimuloitua yhdistymistä eli fotonien syntymistä kutsutaan vahvistusprosessiksi. [4, s. 45–46] Laseroitinkynnyksen saavuttamiseen vaadittua vahvistusvirtaa kutsutaan kynnysvirraksi (threshold current). Se kertoo pienimmän virran, jolla riittävä rekombinaatiomäärä voidaan synnyttää. Kynnyksen yläpuolella suurin osa injektoiduista varauksenkuljettajista rekombinoituu stimuloitusti aktiivisessa kerroksessa ottaen osaa fotonien tuottoon tietyllä laseroitimoodilla. Pieni osa fotoneista karkaa peilien läpi ja osa absorboituu kaviteetin sisällä synnyttäen optisia häviöitä. [4, s. 46]

2.3 Pintaemittoiva vertikaalikaviteetilaser

Pintaemittoiva vertikaalikaviteetilaser (VCSEL) on puolijohdelaser, joka koostuu sekä n-että p-tyypin puolijohdeista ja aktiivialueesta, esimerkiksi kvanttikaivosta [1, s. 423]. VCSELit siis koostuvat useista eri kerroksista, minkä vuoksi on tärkeää ymmärtää eri kerrosten merkitys laitteen toimintaan. VCSELit voidaan pumpata sähköisesti tai optisesti. Näistä sähköisesti pumpaaminen on VCSELille tyypillisempää. [11, s. 7] Lisäksi VCSELien optinen pumpaaminen ei joissain sovellutuksissa ole mahdollista, kuten esimerkiksi älypuhelimien kasvotunnistuksessa [2, s. 128].

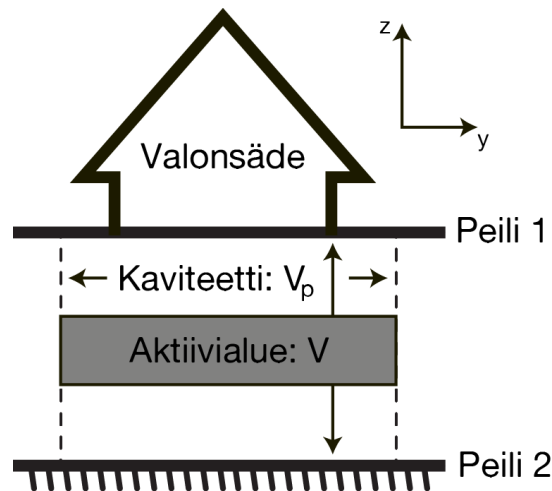
VCSELien tärkeimmät edut verrattuna tavanomaisiin pintaemittoiviin lasereihin ovat emittoitun säteen pyöreä symmetrinen profiili sekä säteen pieni divergenssi. [12, s. 47] Symmetrisen profiilin ansiosta kytkentätehokkuutta optiseen kuituun ja muihin optisiin komponentteihin voidaan reunaemittoiviin rakenteisiin verrattuna parantaa huomattavasti. Myös pieni divergenssi helpottaa kytkentäoptiikan suunnittelua ja toteutusta. [13, s. 1810, 1816]

VCSELitä voidaan valmistaa ja karakterisoida suuressa mittakaavassa helposti, sillä rakenne mahdollistaa testauksen suoraan kiekosta, ja yhdestä kiekosta voidaan prosessoida suuria määriä laitteita. Tämän takia tuotanto- ja laadunvalvontakustannuksia voidaan vähentää huomattavasti. [12, s. 47]

Tässä osiossa tutustutaan tarkemmin VCSELien kehitykseen, rakenteeseen ja siihen, miten kyseisiä lasereita valmistetaan. Vaikka VCSELien rakenteen peruseräosa onkin pysynyt kymmeniä vuosia samana, on niiden yksityiskohdissa suuriakin eroavaisuuksia.

2.3.1 Aktiivialue

VCSELissä aktiivialue sijoittuu kahden optisen resonanssikaviteetin muodostavan puoli-johdepeilin väliin, kuten kuvassa 2.3 on havainnollistettu. Aktiivialueena käytetään usein kvanttikaivoja (QW, Quantum Well), jotka vähentävät laserin kynnysvirtaa ja parantavat niiden tehokkuutta ja lämpöominaisuuksia [4, s. 12]. Lisäksi aktiivialueena voidaan käyttää esimerkiksi kvanttipisteitä (QD, Quantum Dot), jotka soveltuvat esimerkiksi pidemmän aallonpituuden GaAs-pohjaisille VCSELeille [4, s. 38]. Aktiivialueella rekombinoituvat elektroni-aukkoparit osallistuvat vahvistukseen ja fotonien emissioon [4, s. 47]. VCSELissä olevia peilejä kutsutaan Braggin peileiksi (DBR, Distributed Bragg Reflector). [14, s. 7] Peilien rakennetta käsitellään luvussa 2.3.2.

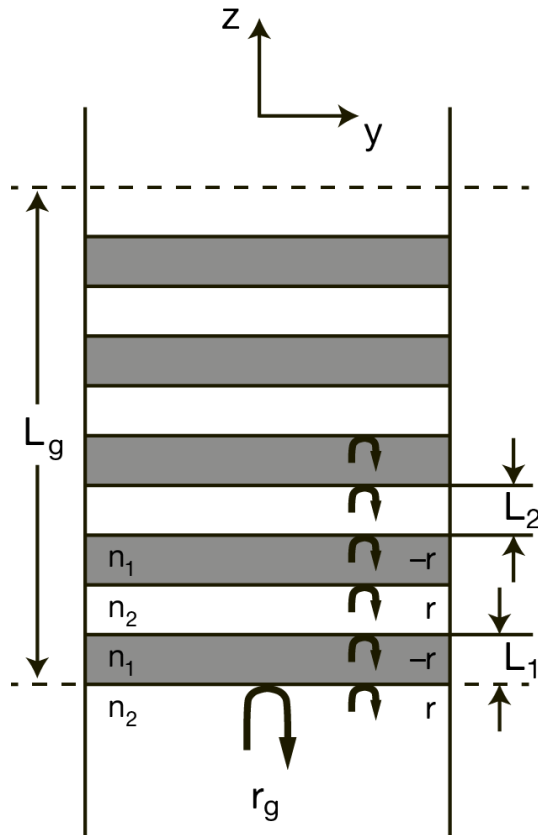


Kuva 2.3. Yksinkertaistettu rakenne VCSEListä. (Mukautettu julkaisusta [4, s. 52].)

2.3.2 Braggin peili

Braggin peilit ovat kriittinen osa VCSELien kokoonpanossa, sillä ne mahdollistavat laserissa tapahtuvan vahvistuksen. VCSEL-rakenteen peilit ovat monikerroksisia Braggin peilejä, joiden heijastavuus voi olla jopa yli 99,9 % [14, s. 7]. Toiminnan kannalta peilien heijastavuuden tulee olla näin suuri, sillä vahvistus yhtä oskillaatiokierrosta kohti fotonikentässä on vain 1% aktiivialueen kapeudesta johtuen [15, s. 1333]. VCSELin rakenteessa on kaksi tällaista peiliä, joista toinen on p-tyypin ja toinen n-tyypin peili. Alemman peilin heijastavuus lähenee 100 %:a, kun taas ylemmän peilin heijastavuus on hieman vähemmän, jotta se kykenee päästämään laservalon läpi. Kun ylemmän peilin heijastavuutta

kasvatetaan, laservaloa pääsee vähemmän ulos ja laserin ulostuloteho pienenee. [4, s. 128–130]



Kuva 2.4. Yksinkertainen DBR-rakenne, jossa toistuvasti kahta eri puolijohdemateriaalia. (Mukautettu julkaisusta [4, s.113].)

Yksinkertaisimmissa peileissä on kahta erilaista puolijohdemateriaalikerrosta (taitekertoimet n_1 ja n_2), paksuudeltaan L_1 ja L_2 , toistuvasti. Jokaisen kerroksen heijastus on r :n suuruinen, kuten kuvassa 2.4 on esitetty. Tällöin peilin kokonaisheijastus saadaan lasketta heijastavien pintojen lukumäärän m avulla, kaavalla $r_g \sim 2mr$. [4, s. 113] Monimutkaisempia rakenteita, joissa kerroksissa on vaihtelevasti eri taitekertoimia tai paksuuksia, voidaan kuitenkin laatia, jotta saataisiin mahdollisimman monta osittain heijastavaa rajapintaa. Lisäksi johtavuuden parantamiseksi rajapinnoille voidaan kasvattaa kerroksia, joissa kerrosmateriaalin kompositio ja siten taitekerroin muuttuu vaiheittain tai liukuen. [4, s. 128] Heijastavuus perustuu eri puolijohdeiden taitekerroineroihin. VCSELissä DBR-peilien kerrosparit ovat käytettävän aallonpituuden neljäsosan paksuisia, jolloin rajapintojen heijastukset interferoivat keskenään konstruktivisesti mahdollistaen yli 99 % efektiivisen heijastuksen. [4, s. 113] [14, s. 33]

Braggin peilien ja aktiivialueen lisäksi rakenteessa voi olla myös oksidikerros, jonka avulla pystytään rajaamaan laservalon oskillointialuetta poikittaissuunnassa, sekä edistämään

fotonien syntymistä [4, s. 36]. Tällaisen kerroksen taitekerroin on paljon pienempi, kuin tyypillisen puolijohdekerroksen taitekerroin [12, s. 26]. Oksidikerros toimii eräänlaisena eristekerroksena pakottaessaan injektiovirran apertuuriin lisäten samalla tehokkuutta ja siten minimoiden esimerkiksi laserin tuottamia lämpöhäviöitä [12, s. 26]. Tämän lisäksi VCSELeissä on metallisia kontaktikerroksia ulkopinnoilla. [14, s. 10]

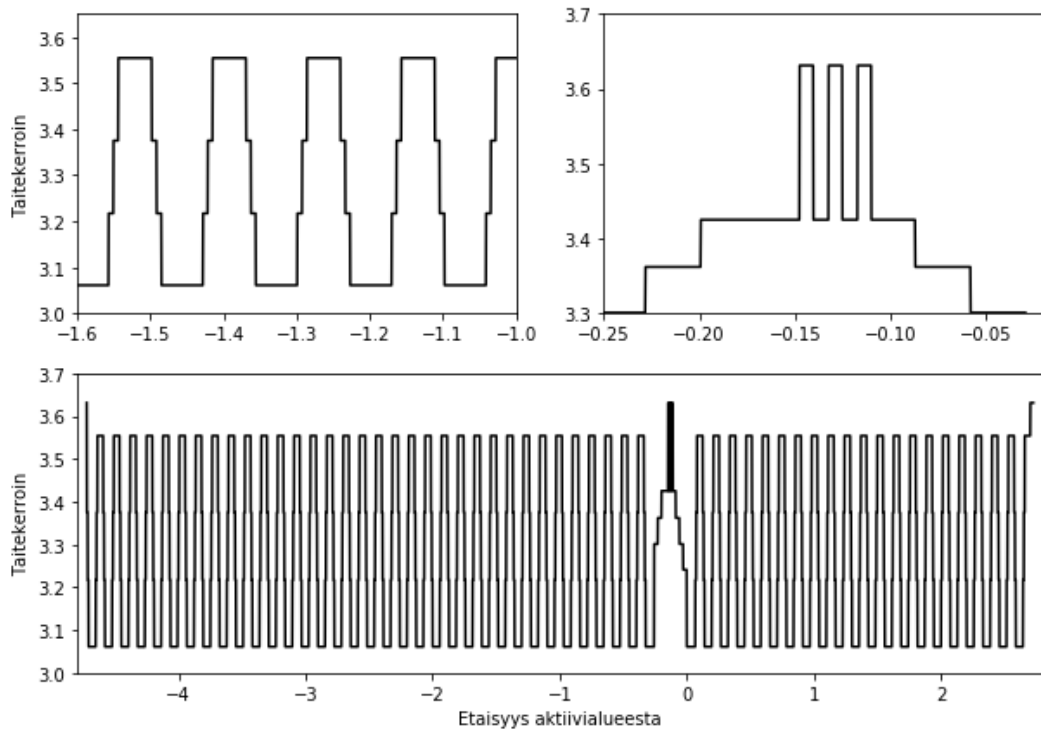
2.3.3 Materiaalijärjestelmät ja VCSELin kehitys

Tavallisimpia VCSELeissä käytettäviä puolijohdemateriaaleja ovat galliumarsenidi (GaAs) ja indiumfosfidi (InP), jotka toimivat rakenteen substraatteina. Näiden puolijohdemateriaalien yhdisteitä käytetään substraatin päälle kasvatettavissa epitaksiaalisissa kerroksissa. Tavallisesti GaAs-yhdisteitä käytettäessä laser saadaan emittoimaan valoa aallonpituuksilla 750-980nm, ja jos halutaan pidempiä aallonpituuksia käytetään mm. InP-yhdisteitä [16]. Tyypillisesti aallonpituuksilla 840-850nm Braggin peilit koostuvat AlGaAs-AIAs peilikerroksista, joihin tässä työssä keskitytään. [4, s. 128–130] [14, s. 261] Lisäksi matalan kynnysvirran GaInAsP/InP -pohjaisten VCSELiden kehittämistä hankaloitti muun muassa Auger-rekombinaatio ja valenssivyöllä tapahtuva absorptio, joten VCSELien kehitys keskittyi matalan kynnysvirran GaAs-pohjaisiin lasereihin. Vuonna 1987 julkaistiin ensimmäinen GaAs-pohjainen VCSEL, jonka kynnysvirta oli 6mA lämpötilassa 20.5°C, CW- (continuous wave) eli jatkuvatoimisesti operoituna. Tästä kaksi vuotta myöhemmin julkaistiin ensimmäinen huoneenlämpötilassa toimiva 850nm GaAs-pohjaisen VCSEL. [12, s. 2] [14, s. 1–2]

GaAs-pohjaisten VCSELiden nopea kehitys voidaan selittää optisten materiaalien lupaavilla ominaisuuksilla ja monoliittisen rakenteen mahdollisuuksilla, kuten Braggin peilien epitaksiaalisella kasvatuksella. Tämän vuoksi alkuperäiset metallipohjaiset peilit korvattiin nopeasti puolijohdepeileillä, joiden toiminta todistettiin toimivaksi GaAs/AlGaAs Fabry-Perot mikrokaviteetissa. Tällaisten peilien hyötynä on suuri taitekerroinero kahden eri materiaalin välillä, minkä vuoksi tarvitaan vähemmän kerroksia korkean heijastavuuden saavuttamiseksi. Lisäksi sopivalla seostuksella pystytään saavuttamaan alhainen sähköinen resistanssi. [12, s. 2–3] InP-yhdisteistä kasvatetut VCSELit tarjoavat myös mahdollisuuksia monoliittiseen rakenteeseen, mutta näillä materiaaleilla siirrytään korkeamman emissio-aallonpituuden sovellutuksiin [4, s. 18].

3 OPTINEN MALLI

Tässä kappaleessa käydään läpi työssä toteutettu sylinterimäinen oksidiaukollinen VCSEL-malli ja sen rakentuminen. Malli on luotu Python 2.7 ohjelmakielellä, käyttäen CAMFR-rajapintaa. Mallipohjana käytettiin CAMFR-manuaalin esimerkkiä 2.2 Locating laser modes [7, s. 24–26], jonka avulla löydettiin laseroiva tila. Luodun mallin tulokset käydään läpi luvussa 4.



Kuva 3.1. Luodun mallin oksidiaukon taitekerroinprofiili kokonaisuudessa, sekä osia siitä. Vasemmalla ylhäällä on esitetty peilien taitekerroinprofiili, jossa on käytetty kahta eri puolijohdemateriaalia, joiden välissä kerrosmateriaali muuttuu vaihteittain. Oikealla ylhäällä on esitetty aktiivisen osuuden taitekerroinprofiili, jossa kolme kvanttikaivoa.

Mallinnetun VCSELin oksidiaukon taitekerroinprofiili on esitetty kuvassa 3.1. Aktiivisen osuuden vasemmalla puolella on alempi n-tyyppin peili ja oikealla ylempi p-tyyppin peili. Kyseessä on aallonpituudeltaan 850nm $Al_{x-1}Ga_xAs/GaAs$ -pohjainen sähköisesti pumpattava VCSEL, jossa on kolme kvanttikaivoa sekä alumiinioksidikerros ohjaamassa laserva-

loa ja pumppausvirtaa. Peileissä on käytetty kahta eri puolijohdemateriaalia ($\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$ ja $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$), joiden välissä kerrosmateriaali ja sen taitekerroin muuttuu vaihteittain. Kvanttikaivomateriaalina toimii GaAs.

3.1 Mallin rakentaminen CAMFR-simulaattorilla

Mallia luodessa asetetaan laserille ehdot: aallonpituus λ , moodien määrä N , Besselin funktion järjestysluku sekä PML-arvo. Aallonpituudeksi annetaan laserointiaalloinpitouden alkuarvaus ($\lambda = 850\text{nm}$), ja moodien määrä kertoo montako ominaisarvoa käytetään kentän jokaisessa kerroksessa [7, s. 4]. CAMFR-kirjasto saadaan käyttöön Pythonissa komennolla **from camfr import ***, ja muut parametrit asetetaan seuraavasti, edellä mainitussa järjestyksessä:

```
from camfr import *

set_lambda ( Real )
set_N ( int )
set_circ_order ( int )
set_circ_PML ( p ).
```

Besselin arvon avulla ilmoitetaan, minkä suuntaista ominaispolarisaatiota rakenteessa tapahtuu. Mikäli funktiolle annetaan nolasta poikkeava arvo tapahtuu rakenteessa koh-tisuuraa (TE eli Transverse Electric), sekä yhdensuuntaista polarisaatiota (TM eli Transverse Magnetic). Tässä työssä Besselin arvoksi on annettu yksi. Besselin arvon ollessa nolla, täytyy erikseen ilmoittaa tapahtuuko TE- vai TM-polarisaatiota komennolla

```
set_polarization ( Pol ) ,
```

missä Pol on TE (oletusarvo) tai TM. [7, s. 12]

PML-arvo (perfectly matched layer) antaa imaginäärisen paksuuden $\mathbf{p*1j}$, missä \mathbf{p} on negatiivinen [7, s. 58]. PML voi absorboida seiniin kulkevaa säteilyä riippumatta aallonpi-tuudesta, tulokulmasta tai tulevan valon polarisaatiosta. Mitä suurempi paksuuden ima-ginääriosaa on itseisarvoltaan, sitä voimakkaampaa imeytyminen seinissä on. Ilman PML-arvoa seiniin kohdistuva säteily heijastuu kokonaan takaisin rakenteeseen, mahdollisesti häiriten simulaatiotuloksia. [7, s. 10, 12]

Materiaali määritellään ensin taitekertoimensa avulla, jonka jälkeen **Circ()**- komennolla

luodaan rakenteesta ympyrän mallinen, antamalla sille sisä- ja ulkosäde (oksidiaukon ja verhouksen säde):

```
GaAs_m = Material(refractive index)
GaAs = Circ(GaAs_m(r_stack+d_cladding)).
```

Tämä toistetaan jokaiselle materiaalille erikseen. Vahvistusmateriaali ja oksidikerroksen materiaali määritellään samaan tapaan kuin bulkkimateriaalit, lisäksi häviömateriaaliin lisätään pieni imaginääriosia aiheuttamaan häviötä. Lisäksi, komento **set_gain_material()** asettaa vahvistusmateriaalin:

```
gain_m = Material(refractive index)
loss_m = Material(refractive index - 0.01j)

set_gain_material(gain_m)
```

Rakenteen oksidikerroksen ja kvanttikaivojen määrittely tehdään erikseen seuraavasti:

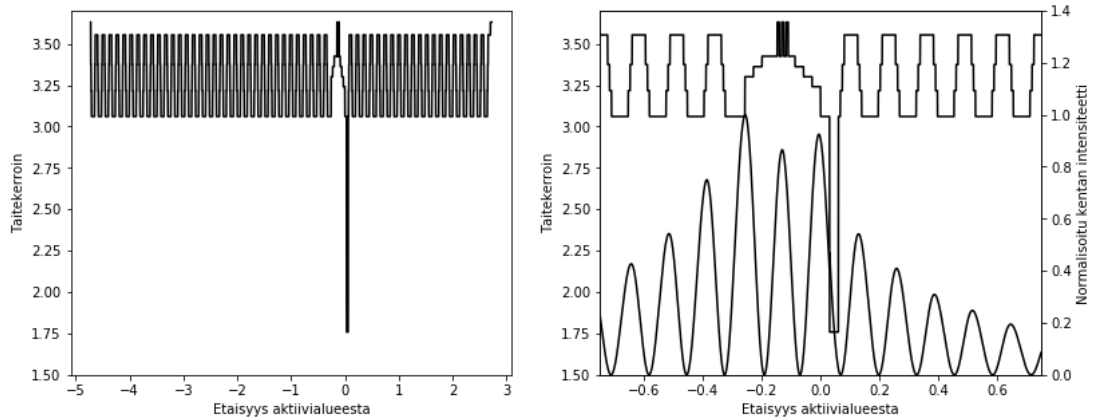
```
ox = Circ(m(r_stack) + Ox_m(d_cladding))
QW = Circ(gain_m(r_stack) + loss_m(d_cladding)).
```

Kvanttikaivo määritellään tuottamaan vahvistusta aktiivisen alueen keskiosassa ja pientä häviötä oksidiapertuurin ulkopuolella. Oksidikerroksen taitekerroin on huomattavasti pienempi verrattuna tavallisten puolijohdekerrosten taitekertoimiin, kuten kuvassa 3.2 on havainnollistettu. Kuvassa 3.2 on esitetty luodun mallin verhouksen taitekerroinprofiili, sekä normalisoitu kentän intensiteetti. Verhousella tarkoitetaan oksidiaukon ympäröivää aluetta.

Liukuvalla taitekerroinprofiililla kasvatetut kerrokset approksimoitiin moneksi eri osakerrokseksi ja lopuksi yhdistettiin vaiheittain kasvavaksi yhdeksi kerrokseksi. Tästä aiheutuva ero sulavaan kompositiomuutokseen voidaan havaita kuvien 3.1 ja 3.2 peiliparien rajapintojen taitekertoimen porrapproksimaatiosta.

Kaviteetin ylä- sekä alapuolella olevat erikseen luodut osakerrokset yhdistetään toisiinsa komennolla **Stack()**:

```
top = Stack(Expression)
bottom = Stack(Expression)
```



Kuva 3.2. Luodun mallin verhouksen taitekerroinprofiili. Vasemmalla koko kaviteetti ja oikealla suurennettu kuva aktiivialueesta, sekä normalisoitu kentän E1-komponentin itseisarvon neliö (normalisoitu intensiteetti). Suurennetusta kuvasta nähdään, kuinka intensiteetti osuu oksidiapertuuriin sekä kvanttikaivoihin.

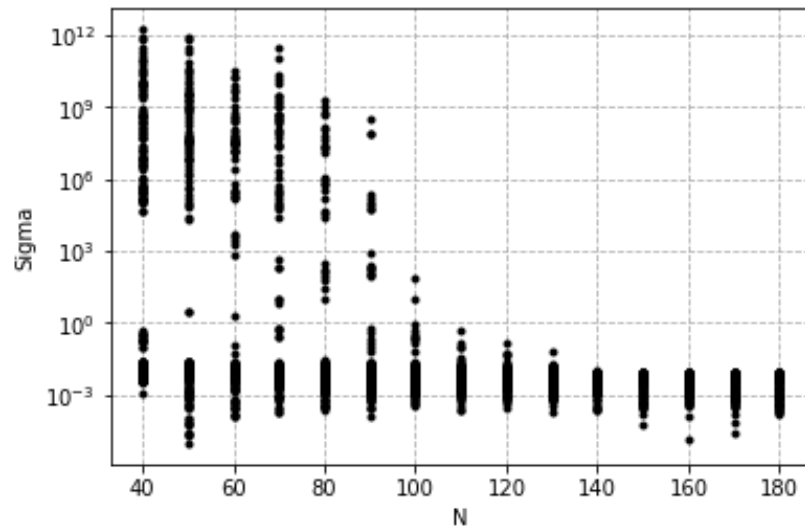
Samalla annetaan jokaiselle osakerrokselle haluttu paksuus. Lopuksi yhdistetään kaviteetin ylä- ja alapuoli niin, että kaviteetti asettuu näiden kerrosten väliin, ja etsitään laseroiva moodi:

```
cavity = Cavity(bottom, top)
cavity.find_mode(Real lambda1, Real lambda2)
```

Komento **find_modes()** ratkaisee mallinnetun rakenteen ensin muuttamalla aallonpituutta määrättyllä aallonpituusvälillä etsien arvoa, joka minimoi resonanssiehdon. Tämän jälkeen rakenteen vahvistusta muutetaan annetulla välillä, kunnes resonanssiehdolle on löydetty uusi minimi. Näitä aallonpituus- ja vahvistusiteraatioita toistetaan kunnes päästään haluttuun tarkkuuteen. Lopuksi komento tulostaa löydetyn aallonpituuden ja rakenteen vaatiman materiaalivahvistuksen kynnsarvon. [7, s. 26] [17, s. 117]

4 SIMULOINNIN TULOKSET

Rakennetun mallin avulla oli tarkoitus selvittää tarvittavat reunaehdot, jolla luotu malli päätyy luotettavaan tulokseen. Muutettavia parametreja olivat oksidiaukon ja verhouksen säde, PML-arvo, sekä käytettävien moodien määrä.

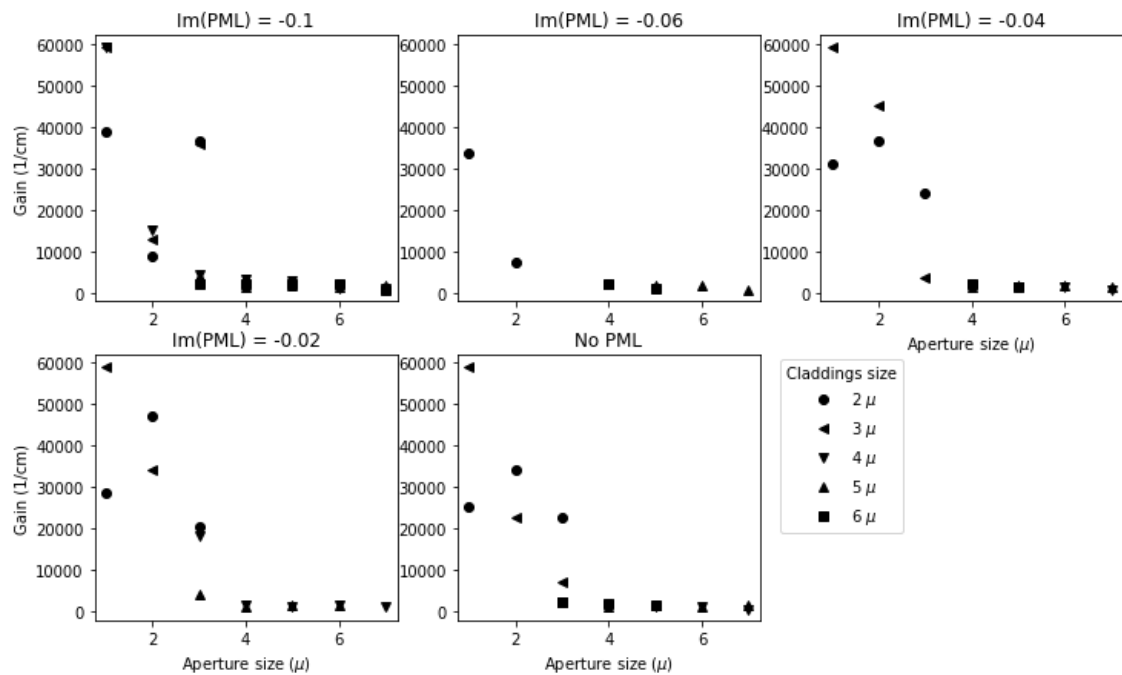


Kuva 4.1. Sigma ominaismoodien lukumäärän funktiona, sigma kuvaa kuinka lähelle resonanssiehtoa päästään. Sigman arvo riippuu vahvistus-aallonpituus parista, joten samalla N :n arvolla voi olla suurtakin hajontaa, koska rakenteesta riippuen sama määrä ominaisarvoja ei välttämättä riitä kuvaamaan rakennetta riittävällä tarkkuudella. Hajontaan vaikuttaa rakenteen lisäksi käytettävä PML-arvo.

CAMFR-simulaattorin avulla pystytään muuttamaan aallonpituutta ja kynnysvahvistusta iteratiivisesti, jotta kaviteetin resonanssiehto toteutuisi. Aallonpituuden ja rakenteen kynnysvahvistuksen lisäksi komento `find_modes()` tulostaa sigman, joka kertoo kuinka lähelle resonanssiehtoa päästiin kyseisellä vahvistus-aallonpituusparilla. Kuvasta 4.1 nähdään, että kun ominaismoodien lukumäärää (N) kasvatetaan, tarkkuus paranee sigman stabiloituessa ja lähestyessä nollaa. Kuvan 4.1 perusteella simuloinnissa kannattaa käyttää arvoa $N = 140$ tai sitä suurempia arvoja.

Tutkitaan seuraavaksi miten rakenteen geometria vaikuttaa kynnysvahvistukseen, kun valitaan $N = 180$ aiemmin havaitun perusteella. Oksidiaukon koon (rakenteen sisäsäteen)

kasvaessa kynnysvahvistus laskee eksponentiaalisesti riippumatta PML-arvosta, kuten kuvassa 4.2 on esitetty. Kun oksidiaukon säde on suuri ($> 3\mu m$) kynnysvahvistus ei muutu merkittävästi, mikä on esitetty kuvassa 4.2. Kun oksidiaukko on pienempi ($< 3\mu m$) täytyy kynnysvahvistuksen suurentua merkittävästi, jotta saavutetaan laserin kynnysarvo. Tämä johtuu siitä, että pienillä rakenteilla moodi on voimakkaammin rajattu, joka johtaa monesti suurempaan diffraktioon ja siitä johtuviin häviöihin. [18, s. 364] Lisäksi näin suuret kynnysvahvistuksen arvot voidaan selittää kuvan 3.2 perusteella, mistä nähdään, että kentän antinode ei osu oksidiapertuuriin.



Kuva 4.2. Oksidiaukon säde kynnysvahvistuksen funktiona eri PML-arvoilla, kun $N = 180$.

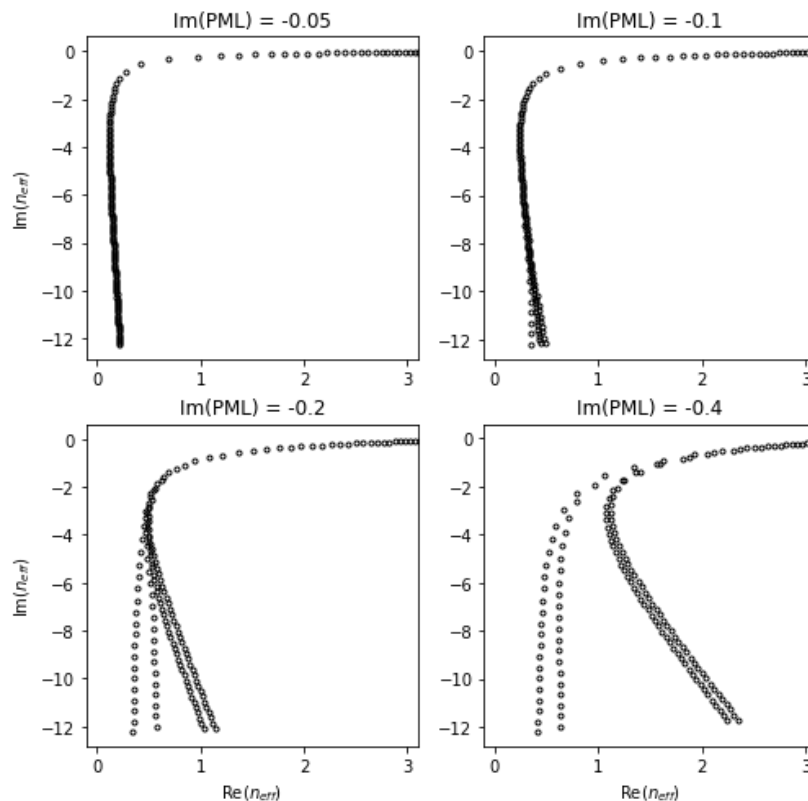
4.1 Oinaismoodien jakauma

Rakenteessa tapahtuva seisovan aaltoliikkeen ominaisvärähtely voidaan esittää yksittäisten kerrosten ominaismoodien avulla, joilla saadaan ratkaistua ominaisvärähtelyn vaatima vahvistus, sekä sen tukema aallonpituus [17, s. 117]. Oinaismoodit voidaan jakaa neljään ryhmään riippuen siitä, miten efektiivinen taitekerroin jakautuu Re , Im -koordinaatistossa. Ohjatut moodit (Guided modes) ovat sijoittuneet reaaliakselille. Ne muodostavat erillisen joukon, jonka efektiivisen indeksin arvo sijoittuu sisäosäteen taitekertoimen ja ulkosäteen taitekertoimen väliin. Kenttä on sijoittunut pääasiassa sisäosäteen alueelle, ja heikkenee verhouksessa eksponentiaalisesti. [17, s. 23]

Säteilevät moodit (Radiation modes) muodostavat jatkumon Re- ja Im-, eli reaali- ja kompleksiakseleille. Säteilevät moodit voivat kuljettaa energiaa pois ytimestä poikittais-suunnassa. Lisäksi kenttä oskilloi verhouksessa ja ulottuu äärettömiin. [17, s. 23]

Vuotavat moodit (Leaky modes) sijaitsevat kompleksitasossa, ja niitä pidetään ohjattujen moodien jatkona. Kenttä kasvaa eksponentiaalisesti verhouksessa, mikä ei ole fysikaalisesti mahdollista. Vuotavia moodeja kuitenkin hyödynnetään kuvaamaan kenttien toimintaa eri olosuhteissa. [17, s. 23] Vuotavia moodeja ei esiinny suljetuissa rakenteissa [17, s. 26].

Kompleksiset moodit (Complex modes) sijoittuvat koordinaatiston neljäsosiin. Ne ovat harvinaisia ja esiintyvät vain kun kenttä vaihtelee TE- ja TM-polarisaation välimaastossa. Lisäksi kompleksiset moodit esiintyvät ainoastaan pareittain. [17, s. 23] Yksin esiintyvä kompleksinen moodi ei ole fysikaalinen, koska se rikkoo energian säilymistä häviöttömässä väliaineessa. Säteilevät tai vuotavat moodit eivät myöskään ole fysikaalisia, koska niiden kentät ulottuvat äärettömiin. [17, s. 24]



Kuva 4.3. Ominaismoodien jakauma n_{eff} -tasossa eri PML-arvoille.

PML-arvo vaikuttaa säteileviin moodeihin, ja jos se on itseisarvoltaan liian suuri, ne saattavat alkaa voimistua. Kuvassa 4.3 on havainnollistettu rakenteen yhden aktiivikerroksen moodien efektiivisen taitekertoimen jakaumaa eri PML-arvoilla. Sisäsäteenä eli oksidiau-

kon säteenä on käytetty $1\mu m$ ja ulkosäteenä eli verhouksen säteenä $2\mu m$, aallonpituutena $\lambda = 0.850\mu m$ ja moodien määränä $N = 180$. Kun PML on riittävän suuri, moodit alkavat selvästi ryhmittyä kahteen ryhmään: ensimmäiseen ryhmään, jossa reaaliosa kasvaa lisäämällä PML-absorptiota, sekä toiseen ryhmään, jossa moodit liikkuvat pidemmälle kompleksitasoon, kun absorptio kasvaa. [17, s. 56] Jos moodien niin sanottu häntä alkaa siirtyä suurille reaali-osille kun imaginääriosaa on hyvin negatiivinen, viittaa se voimistuviin moodeihin. Muuttamalla PML-arvoa itseisarvoltaan pienemmäksi voidaan päästä eroon vuotavista moodeista, kuten kuvasta 4.3 nähdään. Tällöin moodien efektiivinen taitekerroinjakauma muuttuu jyrkemmäksi. Vuotavista moodeista voidaan myös päästä eroon kasvattamalla ulkokerroksen eli verhouksen sädettä tai moodien N määrää.

5 YHTEENVETO

Pintaemittovaa vertikaalikaviteetilaseria voidaan pitää yhtenä jatkuvasti kehittyvänä laserserteknologian rakenteena. VCSEL on puolijohdelaser, jota hyödynnetään optisessa tiedonsiirrossa sekä viihdeteollisuudessa. VCSEL koostuu n- ja p-tyypin Braggin peileistä sekä aktiivialueesta.

Tässä työssä luotiin optinen malli 850nm aallonpituudella toimivalle VCSELille hyödyntäen CAMFR-simulaattoria. Mallin avulla selvitettiin reunaehdot, joilla kyseinen simulaatio johtaa luotettavaan tulokseen. Selvitettäviä suureita olivat ominaismoodien määrä, PML-arvo sekä rakenteen geometria. Vaadittava ominaismoodien määrä ($N \geq 140$) saatiin selville tarkkuustarkastelun avulla. Ominaismoodit jakautuvat efektiivisen taitekertoimen mukaan, minkä avulla pystyttiin selvittämään PML-arvo. PML-arvoksi kannattaa tämän tutkimuksen mukaan valita -0.1 tai itseisarvoltaan pienempiä arvoja. Itseisarvolta nollaa suuremman PML-arvon käyttö on kuitenkin suotavaa, sillä ilman sitä seiniin kohdistuva säteily heijastuu kokonaan takaisin rakenteeseen, häiriten simulaatiotuloksia. Rakenteen oksidiakon kasvattaminen vaikuttaa kynnysvahvistukseen, laskien sitä eksponentiaalisti. Toisin sanoen pienet rakenteet vaativat huomattavasti suuremman kynnysvahvistuksen saavuttaakseen laseroinnin vaatimat kynnysarvot. Verhouksen kokoa kasvattamalla puolestaan päästään eroon vuotavista moodeista.

LÄHDELUETTELO

- [1] O. Svelto. *Principles of Lasers*. 5th ed. Springer US, 2010.
- [2] A. Liu, P. Wolf, J. Lott ja D. Bimberg. Vertical-cavity surface-emitting lasers for data communication and sensing. *Photonics Research* 7.2 (2019), 121–136. ISSN: 2327-9125.
- [3] K. Iga, F. Koyama ja S. Kinoshita. Surface emitting semiconductor lasers. 24.9 (1988), 1845–1855.
- [4] L. A. Coldren, S. W. Corzine ja M. L. Masanovic. *Diode Lasers and Photonic Integrated Circuits*. John Wiley Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2012.
- [5] S. Suomalainen. *Lähi-infrapunan pintaemittöiva vertikaalikaviteettilaser hapen ilmaisimeen : diplomityö*. fin. Tampere.
- [6] H. Sun. *Laser diode beam basics, manipulations and characterizations*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [7] P. Bienstman. *CAMFR manual*. Versio 1.3. Ghent University. 2007. URL: <http://camfr.sourceforge.net/docs/camfr.pdf>.
- [8] P. Hofmann. *Solid State Physics An Introduction*. 2nd ed. Wiley, 2015.
- [9] B. Streetman ja S. Banerjee. *Solid state electronic devices*. Pearson Education., 2015.
- [10] B. G. Streetman ja S. Banerjee. *Solid state electronic devices*. Vol. 5. Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 2000.
- [11] B. E. Jones. ZnCdMgSe and AlGaInP multi-quantum well films for colour conversion and optically-pumped visible lasers. Tohtorinväitöskirja. University of Strathclyde, 2015.
- [12] S. F. Yu. *Analysis and Design of Vertical Cavity Surface Emitting Lasers*. John Wiley Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2003.
- [13] W. W. Chow, K. D. Choquette, M. H. Crawford, K. L. Lear ja G. R. Hadley. Design, fabrication, and performance of infrared and visible vertical-cavity surface-emitting lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics* 33.10 (1997), 1810–1824.
- [14] H. Li ja K. Iga. *Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser Devices*. Springer, 2003.

- [15] J. Jewell, Y. Lee, J. Harbison, A. Scherer ja L. Florez. Vertical-cavity surface-emitting lasers - Design, growth, fabrication, characterization. *IEEE Journal of Quantum Electronics* 27.6 (1991), 1332–1346.
- [16] *RP Photonics Encyclopedia. Vertical Cavity Surface-emitting Lasers*. URL: https://www.rp-photonics.com/vertical_cavity_surface_emitting_lasers.html (viitattu 26.06.2020).
- [17] P. Bienstman. Rigorous and efficient modelling of wavelength scale photonic components. Tohtorinväitöskirja. Universiteit Gent Vakgroep Informatietechnologie, 2001.
- [18] B. Demeulenaere, P. Bienstman, B. Dhoedt ja R. Baets. Detailed study of AlAs-oxidized apertures in VCSEL cavities for optimized modal performance. 35.3 (1999), 358–367. ISSN: 0018-9197.