

Marko Peltomäki

# RATARAKENTEEN KUORMITUSKÄYTTÄYTYMISEN MALLINTAMINEN

Rakennetun ympäristön tiedekunta  
Diplomityö  
Huhtikuu 2020

# TIIVISTELMÄ

Marko Peltomäki: Ratarakenteen kuormituskäyttäytymisen mallintaminen  
Diplomityö  
Tampereen yliopisto  
Rakennustekniikka  
Huhtikuu 2020

---

Tämä diplomityö käsittelee ratarakenteen kuormituskäyttäytymisen numeerista mallintamista elementtimenetelmää käyttäen. Työ on osin kirjallisuusselvitys ja osin laskentatutkimus. Tehdyn kirjallisuusselvityksen tarkoituksena on ollut taustoittaa käytetyn laskentamallin toimintaa ja selvittää missä määrin se kykenee kuvaamaan todellisen ratarakenteen mekaanista kuormituskäyttäytymistä staattisen kuormituksen alaisuudessa. Tehdyissä laskelmissa on keskitytty penkereen ja sen eri osasten toimintaan akselipainojen noston näkökulmasta tarkasteltuna. Tarkoituksena on ollut tunnistaa ratarakenteen vaurioitumisen kannalta keskeisimmät tekijät ja määrittää näiden vaikutusmekanismit.

Ratapenkereen vaurioitumisherkkyys on ensisijaisesti riippuvainen sen muodonmuutostasosta. Kun materiaalia kuormitetaan, syntyy siihen muodonmuutoksia. Syntyvistä muodonmuutoksista osa on palautuvia ja osa palautumattomia. Maamateriaaleilla pysyvien muodonmuutosten suuruus on riippuvainen kokonaismuodonmuutostasosta: kun muodonmuutokset raerungossa ovat riittävän suuria, eivät yksittäiset rakeet kuormituksen poistuttua kykene enää palamaan alkupe räiseen asemaansa. Kuormituksen oltaessa toistuvaa, voi tämä johtaa pysyvän muodonmuutokertymän myötä rakenteen geometrian vaurioitumiseen.

Muodonmuutostaso on kuormitustason ohella riippuvainen materiaalin lujuus- ja jäykkyysominaisuuksista. Maamateriaalin lujuus ja jäykkyys ovat jännitystilariippuvaisia, jonka seurauksena sen kuormituskäyttäytyminen on tyypillisesti hyvin epälineaarista. Kuormituskäyttäytymisen monimutkaisuudesta johtuen ratarakenteen mekaanisen toiminnan kuvaaminen kontinuumimalleilla on haasteellista. Materiaalimallien parametrisointi ei myöskään ole nykyisellään yksiselitteistä. Useista laskentamallin toimintaan liittyvistä epätarkkuustekijöistä johtuen saadut tulokset ovat luonteeltaan suuntaa-antavia, eivät suinkaan absoluuttisia.

Tehdyissä laskelmissa huomattiin radan päällyys- ja alusrakenteen deviatorisen leikkausmuodonmuutostason olevan riippuvainen pohjamaan palautuvasta muodonmuutostasosta. Joustavilla pohjamailla muodonmuutokset ovat tyypillisesti suuria kautta rakenteen; kun alapuolinen pohjamaa taipuu, on yläpuolisen rakenteen seurattava perässä. Pohjajouston seurauksena syntyvän muodonmuutostason suuruus on ensisijaisesti riippuvainen materiaalilaadusta ollen huonolaatuilla, pienen lukkitumispotentiaalin omaavilla materiaaleilla hyvälaatuisia materiaaleja suurempi. Hyvälaatuinen materiaali kykenee luultavammin myös vastustamaan pysyvää muodonmuutokertymää huonolaatuista materiaalia paremmin, jolloin tukikerrosmateriaalin laatu ja alusrakenteen kosteustilaherkkyys lienevät rakenteen vaurioitumisen kannalta keskeisiä tekijöitä.

Heti tukikerroksen alle asennettu routalevy vaikuttaisi lisäävän huomattavasti tukikerroksen alaosan muodonmuutostasoa. Routalevy myös luo rakenteeseen epäjatkuuskohtan, jonka seurauksena sepelin hienoneminen oletettavasti kiihtyy. Välikerroksen alle asennetulla routalevyllä havaittiin sitä vastoin olevan hyvin pieni vaikutus rakenteen muodonmuutostasoon. Akselipainon vaikutus rakenteen jännitys- ja muodonmuutostasoon vaikuttaisi laskelmien mukaan olevan lineaarista. On kuitenkin huomioitava, ettei muodonmuutostason vaikutus rakenteen deformaatioherkkyyteen ole luonteeltaan lineaarista. Tästä johtuen akselipainojen noston vaikutukset täytyisi aina arvioida rakennekohtaisesti.

Avainsanat: Elementtimenetelmä, Plaxis, mallintaminen, ratarakenne, tukikerros, alusrakenne, routalevy, kuormituskäyttäytyminen, pysyvä muodonmuutos

# ABSTRACT

Marko Peltomäki: Modeling the loading behavior of railway structure  
Master's thesis  
Tampere University  
Civil Engineering  
April 2020

---

This master thesis deals with numerical modeling of the loading behavior of railway structure using finite element method. The work is partly literature survey and partly a calculation study. The main objective of the literature survey was to provide a background for the used calculation model and find out how well it can describe the mechanical behavior of a real railway structure under static loading. The calculations mainly focused on the loading behavior railway embankment and its components of examined regarding increasing axel loads. The goal of this work has been to recognize the main damaging factors of railway embankment and define the influence mechanisms behind them.

The damaging sensitivity of the railway embankment is primarily dependent of its strain levels. Material strain levels increase as the external loading level increase. Strains can be resilient (elastic) or permanent (plastic). On granular materials, the amount of the plastic strains is depending on the total deformation level of the grain structure: when strain levels are high enough, single grains cannot anymore return to their original position, when the external loading has been removed. If the load is repeating, this can lead to large permanent deformations and cause damage to embankment geometry.

The mobilized strain level size (which has caused by external loading) is depended on material strength and stiffness properties. On granular materials, the strength and stiffness are stress depended, which cause material loading behavior to be typically very nonlinear. Due to this complexity, granular material modeling is quite challenging when constitutive models are used. In addition, even the material parameters determining is not straightforward process at this state. Since there are many different imposing inaccuracy in the used model, obtained calculation results should be treated rather quiling values than absolute truths.

The calculation results showed that the deviatoric strain level of embankment is mostly depending on the vertical displacement of subgrade. On low stiffness subgrades, strain levels are typically high through the structure: when the subgrade soil under embankment deflects, the structure above has to follow. The amount of strains caused by subsoil deflection is primarily dependent on material quality; the weaker the material quality is, the higher strain levels are. Also the better the material quality is, the better it can resist the accumulation of permanent deformations. Due to this, the ballast layer quality and subballast drainage are probably two central factors regarding railway structure damages.

Based on calculations, a frost insulation board, which has been installed just ballast layer seems to have a significant effect on the strain levels of the lower part of the ballast layer. The frost insulation board also create discontinuity surface in to the embankment, which can accelerate the ballast degradation process. Whereas a frost insulation board which has installed under upper subballast layer seems to have minor effect of the strain levels in ballast layer. In addition, the influence of increasing axel load on strain and stress levels seems to be linear according to the used model. However, it has to be noticed, that the effect of increased strain levels are not linear to the embankment deformation risk. Due to this, the effects of increasing axel load should always evaluated in a structure specific manner.

Keywords: Finite element method, Plaxis, modeling, railway structure, ballast layer, subballast, frost insulation board, loading behavior, permanent deformation

# ALKUSANAT

Tämä diplomityö on toteutettu osana Väyläviraston rahoittamaa ETEVÄ-ratapenger tutkimusohjelmaa. Haluaisin erityisesti kiittää Panu Tollaa Väylävirastosta työn aktiivisesta kommentoinnista sekä ohjaajiani Pauli Kolisojaa ja Heikki Luomalaa hyvästä ohjauksesta. Iso kiitos myös Antti Kalliaiselle kaikesta mallinnukseen liittyvästä avusta ja mentoroinnista. Lisäksi haluan kiittää koko MPR-yksikön porukkaa mainiosta työilmapiiristä sekä perhettäni ja kavereita kaikesta kuluneiden vuosien aikana saamastani tuesta.

Heinävedeltä, 22.4.2020

Marko Peltomäki

# SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO .....	1
2. MATERIAALIN KONSTITUTIIVINEN KUVAUS .....	3
2.1 Jatkuvan aineen mekaniikka .....	3
2.2 Jännitystila .....	5
2.2.1 Jännitystilän käsite .....	5
2.2.2 Pääjännitykset ja jännitysinvariantit .....	7
2.2.3 Deviatorinen jännitystila .....	10
2.2.4 Oktaedrijännitykset .....	12
2.2.5 Pääleikkausjännitykset .....	14
2.3 Muodonmuutostila .....	15
2.3.1 Muodonmuutostilan käsite .....	15
2.3.2 Muodonmuutostensori .....	17
2.3.3 Päävenymät ja muodonmuutosinvariantit .....	19
2.4 Materiaalin myötöehdot .....	21
2.4.1 Jännitystilasta riippumattomat myötöehdot .....	21
2.4.2 Jännitystilariippuvaiset myötöehdot .....	24
3. KARKEARAKEISEN MATERIAALIN KUORMITUSKÄYTTÄYTYMINEN .....	27
3.1 Maamateriaalin testaus ja parametrisointi .....	27
3.2 Lujuusominaisuudet .....	31
3.2.1 Kitkakulma .....	31
3.2.2 Näennäinen koheesio .....	34
3.3 Materiaalin jäykkyysominaisuudet .....	35
3.3.1 Resilent-moduuli .....	36
3.3.2 Kokonaismuodonmuutospohjainen moduulikuvaus .....	39
3.3.3 Eräitä karkearakeisen materiaalin jäykkyyden osatekijöitä .....	43
3.4 Materiaalin muodonmuutuskäyttäytyminen .....	45
3.4.1 Karkearakeisen materiaalin muodonmuutosominaisuudet .....	45
3.4.2 Palautuva muodonmuutos .....	47
3.4.3 Pääjännityskiertymä .....	49
3.4.4 Palautumaton muodonmuutuskäyttäytyminen .....	51
3.4.5 Materiaalin murtovenymä .....	54
3.4.6 Palautumattoman muodonmuutuskertymän kuvaaminen .....	56
3.4.7 Muodonmuutuskertymän numeerinen mallintaminen .....	61
4. KOSTEUSTILAN VAIKUTUS MAAMATERIAALIN OMINAISUUKSIIN .....	65
4.1 Vesi ratarakenteessa .....	65
4.2 Materiaalin imupaine ja kapillaarisuus .....	67
4.2.1 Kapilaarinen nousukorkeus .....	68
4.2.2 Maaveden hystereesi .....	70
4.2.3 Maaveden ominaisimupainefunktio .....	71
4.3 Routa ja routiminen .....	74
4.4 Veden ja ilman virtaus maamateriaalissa .....	78
4.5 Kosteustilan vaikutus materiaalin kuormituskestävyyteen .....	82
4.5.1 Vaikutus lujuusominaisuuksiin .....	83

4.5.2	Vaikutus jäykkyyssominaisuuksiin .....	87
4.5.3	Huokospainekertymä sykklisessä kuormituksessa.....	91
4.6	Huokospaineen arviointimenettely.....	93
4.6.1	Huokospaineherkkyys suljetussa tilassa .....	93
4.6.2	Yksinkertaistettu menettely avoimeen tilaan.....	97
4.6.3	Laajennettu menettely avoimeen tilaan .....	100
5.	MAAN MEKAANISEN KÄYTTÄYTYMISEN MALLINTAMINEN .....	107
5.1	Konstitutiiviset materiaalmallit .....	107
5.1.1	Elastiset materiaalmallit.....	107
5.1.2	Epälineaarinen kimmoisuus .....	112
5.1.3	Plastiset materiaalmallit.....	114
5.1.4	Hardening Soil .....	117
5.2	Elementtimenetelmä .....	121
5.2.1	Geometrinen epälineaarisuus ja elementtiverkko .....	122
5.2.2	Fysikaalinen epälineaarisuus .....	125
6.	RATARAKENNE JA SEN MALLINTAMINEN .....	127
6.1	Radan komponentit ja niiden mallinnusparametrit .....	127
6.1.1	Ratakisko.....	128
6.1.2	Välilevy .....	131
6.1.3	Ratapölkky.....	132
6.1.4	Tukikerros.....	133
6.1.5	Routalevy.....	135
6.1.6	Alusrakenne ja pohjamaa.....	137
6.2	Rataan kohdistuvat kuormitukset .....	140
6.3	Tutkimuksen laskentaosion toteutus .....	141
6.4	Numerodatan käsittely .....	143
7.	LASKENTAOSION TULOKSET .....	148
7.1	Laskentamallin verifiointi ja alkulujitus .....	148
7.2	Tukikerroksen ja pohjamaan yhteiskäyttäytyminen .....	152
7.3	Routalevykohteet .....	159
7.4	Alusrakenteen ja pohjamaan yhteiskäyttäytyminen .....	163
7.5	Kosteustilan vaikutus .....	171
7.6	Kallioleikkaukset .....	173
7.7	Akselipainon vaikutus.....	176
7.8	Yksinkertainen sovitemalli muodonmuutostason arviointiin .....	180
8.	PÄÄTELMÄT .....	184
	LÄHTEET .....	187

# LYHENTEET JA MERKINNÄT

## Lyhenteet:

DEM	Discrete Element Method
HS-malli	Hardening Soil materiaalimalli
TTY	Tampereen teknillinen yliopisto (nykyinen Tampereen yliopisto)

## Pienet kreikkalaiset kirjaimet:

$\alpha$	Materiaalikohtainen soviteparametri, vedenpinnan kaarevuus, normaali-konsolidaatiokäyrä
$\alpha^f, \alpha^c$	Kalibrointiparametreja
$\beta$	Dilataatioparametri
$\gamma^f, \gamma^c$	Kalibrointiparametreja
$\gamma$	Leikkausmuodonmuutos
$\gamma_D$	Deviatorinen muodonmuutoskomponentti
$\gamma^{PS}$	Leikkauslujittumisparametri
$\varepsilon$	Venymä, muodonmuutos
$\varepsilon_{\perp}$	Kuormitussuuntaa kohtisuora venymä
$\varepsilon^e$	Muodonmuutoksen elastinen osa
$\varepsilon^p$	Muodonmuutoksen plastinen osa
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Muodonmuutosmatriisi
$\varepsilon_s$	Leikkausmuodonmuutos
$\varepsilon_v$	Tilavuudenmuutos
$\zeta$	Lokaali koordinaatti
$\eta$	Lokaali koordinaatti
$\eta^f, \eta^c$	Lujittumisparametreja
$\theta$	Pääjännitysten summa, vesimäärä
$\theta_0$	Referenssijännitys
$\theta_r$	Residuaalinen vesimäärä
$\theta_s$	Kyllästyneen tilan vesimäärä
$\kappa$	Materiaaliparametri, lujittumisparametri
$\lambda$	Materiaaliparametri
$\lambda_f$	Jäätynneen maan lämmönjohtavuus
$\mu_w$	Veden viskositeetti, virtausparametri
$\xi$	Lokaali koordinaatti
$\rho$	Tiheys
$\sigma$	Jännitys
$\boldsymbol{\sigma}$	Jännitystensori
$\sigma_{ref.}$	Referenssijännitys
$\tau$	Leikkausjännitys
$\tau_{max}$	Maksimi leikkausjännitys
$\tau_{okt}$	Oktaedrijännitys
$\varphi$	Kitkakulma
$\chi$	Materiaaliparametri (imupainekerroin)
$\psi$	Kokonaisimupaine, dilataatiokulma

**Isot kreikkalaiset kirjaimet:**

$\Delta$	Muutosta ilmaiseva etumerkki
$\Theta$	Normalisoitu vesimäärä

**Pienet latinalaiset kirjaimet:**

<i>a</i>	Materiaaliparametri
<i>b</i>	Materiaaliparametri, lämpötilojen suhde
<i>c</i>	Koheesio
<i>e</i>	Neperin luku
<b>e</b>	Euler-Almansi venymätensori
<i>f</i>	Soviteparametri
<i>g</i>	Putoamiskiikkyvyys
<i>h</i>	Ilmakuplien suhteellinen osuus huokosvedessä
<i>h<sub>0</sub></i>	Plastisen kuormituskäyttötymisen rajajännityssuhde
<i>h<sub>c</sub></i>	Kapilaarinen nousukorkeus
<i>h<sub>m</sub></i>	Jännityssuhteen raja-arvo
<i>h<sub>w</sub></i>	Hydraulinen gradientti
<i>k</i>	Materiaalikohtainen soviteparametri, kuormituseksponentti
<i>k<sub>w</sub></i>	Vedenläpäisevyyskerroin
<i>t</i>	Leikkausjännitysvektori, aika
<i>m</i>	Jännityseksponentti, materiaalivakio
<i>n</i>	Pintanormaali, huokoisuus, materiaalivakio
<i>p</i>	Keskimääräinen pääjännitys, paine
<i>p<sub>p</sub></i>	Volymetrinen lujittumisparametri
<i>q</i>	Deviatorinen jännitysresultantti
<i>q<sub>a</sub></i>	Deviatorinen rajajännitys
<i>q<sub>f</sub></i>	Maaperän jäätymislämpö, murtorajan deviatorinen jännitys
<i>s</i>	Suurimman ja pienimmän pääjännityksen keskiarvo
<b>s</b>	Deviatorinen jännitystensori
<i>u</i>	Huokospaine
<i>v</i>	Poissonin luku
<i>x</i>	Sijainti deformatiivisuudessa lopputilassa, x-koordinaatti
<i>y</i>	y-koordinaatti
<i>y<sub>i</sub></i>	Tavoitefunktion arvo
<i>z</i>	z-koordinaatti
<i>z<sub>f</sub></i>	Laskennallinen roudan syvyys

**Isot latinalaiset kirjaimet:**

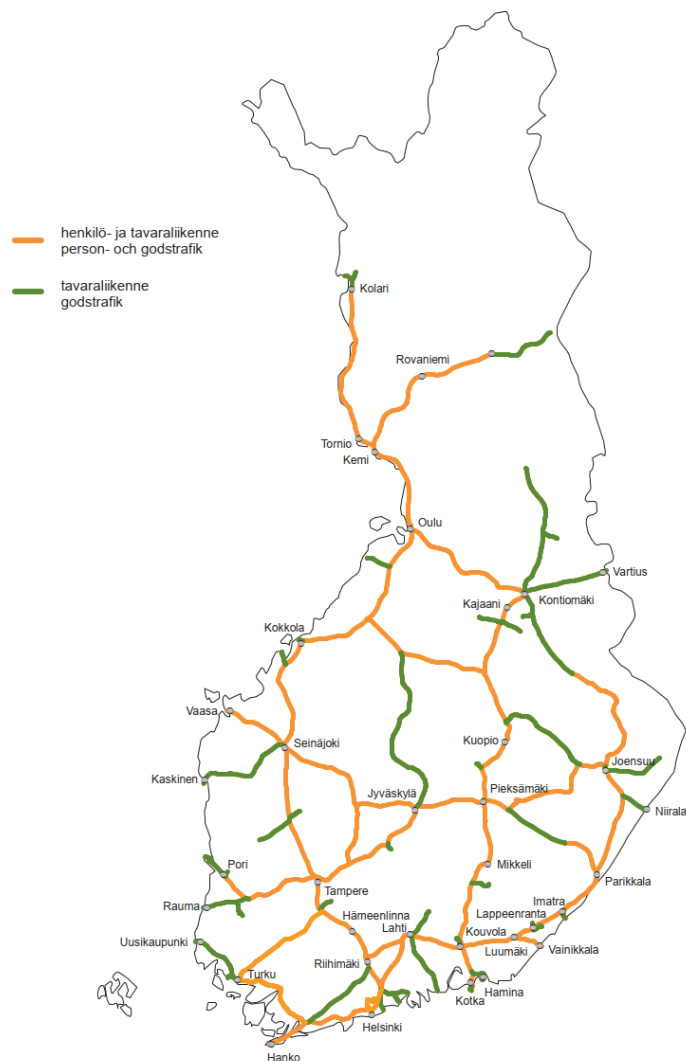
<b>A</b>	Pinta-ala, materiaaliparametri
<b>B</b>	Materiaaliparametri, huokospaineparametri
<b>C</b>	Materiaaliparametri, konsentraatio, kokoonpuristuvuus
<b>D</b>	Materiaaliparametri
<b>D</b>	Siirtymägradientti, jäykkyysmatriisi
<i>D<sub>r</sub></i>	Tiiveysaste
<i>D<sub>a</sub></i>	Ilmanläpäisevyyskerroin
<b>E</b>	Kimmomoduuli, materiaaliparametri
<i>E<sub>50</sub></i>	Sekanttmoduuli
<i>E<sub>50</sub><sup>ref.</sup></i>	Referenssimoduuli



$E_{oed}$	Odömetrimoduuli
$E_{oed}^{ref.}$	Referenssimoduuli
$E_{ur.}$	Palautus- ja uudelleenkuormitusvaiheen moduuliarvo
$E_{ur.}^{ref.}$	Referenssimoduuli
<b>E</b>	Green-Lagrangen venymätensori
<b>F</b>	Pakkasmäärä, myötöpinta
<b>F</b>	Deformaatiogradientti
<b>G</b>	Leikkausmoduuli
$I_1, I_2, I_3$	Jännitysinvariantit
<b>I</b>	Yksikkömatriisi, jäyhyysmomentti
$I_r$	Jännityspolun pituus
$J_1, J_2, J_3$	Deviatoriset jännitysinvariantit
<b>K</b>	Materiaaliparametri, kokoonpuristuvuusmoduuli
$K_0$	Maanpaine kerroin
$K_u$	Suhteellinen kokoonpuristuvuusmoduuli
<b>L</b>	Materiaalivakio, veden jäätymislämpö
<b>M</b>	Materiaaliparametri
$M_r$	Resilient-moduuli
<b>N</b>	Normaalivoima, kuormituskertojen lukumäärä
<b>Q</b>	Potentiaalipinta
<b>R</b>	Deviatorinen jännityssuhde, rotaatiomatriisi
$R_f$	Murtosuhde
<b>S</b>	Summa, kyllästysaste
<b>T</b>	Lämpötila
$T_s$	Veden ja materiaalin pinnan välinen jännitys
<b>U</b>	Kontinuumialkion siirtymä
<b>V</b>	Muodonmuutosmatriisi, tilavuus
$V_i$	Jään ominaistilavuus
$V_w$	Veden ominaistilavuus
<b>X</b>	Sijainti deformoitumattomassa alkutilassa

# 1. JOHDANTO

Rautaverkolla on yhteiskunnallisesti hyvin keskeinen rooli tavara- ja henkilöliikenteen mahdollistajana (kuva 1). Nykyisellään rautateillä kulkevalla tavaraliikenteellä on noin 25 prosentin ja henkilöliikenteellä noin 5 prosentin markkinaosuus Suomen kokonaisliikenteestä. Ilmastonmuutoksen kaltaiset globaalit megatrendit lisäävät painetta kestävien liikenne- ja kuljetusmuotojen etsimiseen, minkä myötä vähäpäästöisen junaliikenteen osuus kokonaisliikennemäärästä tulee todennäköisemmin kasvamaan. Myös kaupungistuminen ja poliittiset intressit tehokkaampien liikenneyhteyksien puolesta lisäävät rautatieverkon kehittämistarvetta. (Liikennevirasto 2018 a)



**Kuva 1** Suomen rataverkko (Liikennevirasto 2017)

Tavaraliikenteen kuljetusvolyymien kasvattamisen kannalta junien akselipainojen nosto on keskeistä. Suomen rataverkko on kuitenkin rakennettu pääosin vahoille ratapenkeille, josta johtuen sen laadullinen vaihtelu on paikoin suurta. Laadullisesti heikoimmilla rataosuuksilla akselipainojen nosto voi lisätä rakenteen vaurioitumisherkkyttä ja syntyvien geometriavirheiden myötä alentaa sen palvelutasoa merkittävästi. Henkilöjunien ajonopeuksien kasvaessa sallittavien geometriavirheiden suuruus pienenee, jolloin rataverkon kokonaisoptimoinnin kannalta erilaisten rakennekokonaisuuksien kuormituskäyttämisen tunteminen ja näiden vaurioitumisherkkyden kannalta kriittisten tekijöiden tunnistaminen on olennaista.

Ratarakenteen kuormituskäyttämisen mallintamisella tarkoitetaan todelliseen rakenteeseen junakuormituksen alaisuudessa syntyvän jännitys- ja muodonmuutostason laskennallista kuvausta. Tarkoituksena on arvioida todellisen rakenteen deformaatioherkkyttä ja ymmärtää eri tekijöiden rooli sen vaurioitumisessa. Teoreettinen lähestymistapa mahdollistaa mielivaltaisten rakennekokonaisuuksien tutkimisen, mutta vaatii laskentamallien kalibrointiin ja tulosten verifioimiseksi myös kokeellista mittausdataa.

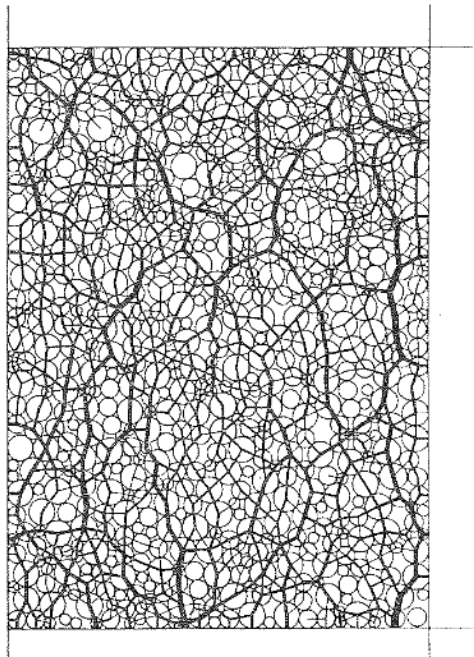
Rakenteeltaan käsillä oleva tutkimus on osin kirjallisuusselvitys ja osin laskentatutkimus. Tehdyn kirjallisuusselvityksen tarkoituksena on taustoittaa käytettävän laskentamallin toimintaa ja selvittää missä määrin se kykenee kuvaamaan todellisen rakenteen käyttäytymistä. Varsinaisissa simulaatioissa on keskitytty ratapenkereen ja sen eri osien yhteistoimintaan. Kappaleissa 2 ja 5 käsitellään lyhyesti materiaalin mekaanisen kuvauksen matemaattista taustaa, kappaleiden olematta kuitenkaan välttämättömiä työn muun asiasisällön ymmärtämiseksi. Kappaleet 3 ja 4 esittelevät karkearakeisen materiaalin kuormituskäyttämiseen vaikuttavia tekijöitä ja lopuksi kappaleessa 6 on esitelty tutkimuksessa käytetty laskentamalli. Saadut tulokset on esitetty kootusti kappaleessa 7.

## 2. MATERIAALIN KONSTITUTIIVINEN KUVAUS

### 2.1 Jatkuvan aineen mekaniikka

Maarakenteiden kuormituskäyttäytymistä mallinnettaessa ehdottomana edellytyksenä on pystyä kuvaamaan maa-aineksen mekaanista käyttäytymistä. Maamateriaali koostuu maapartikkeleista, joiden välistä tyhjätilaa kutsutaan huokostilaksi. Maarakeiden väliset huokokset ovat yleensä täyttyneet ilmalla ja vedellä, mutta voivat myös sisältää jäätä tai keinotekoisia sideaineita. Maamateriaali makroskooppinen käyttäytyminen on olennaisesti riippuvainen sen rakeiden ja huokosaineiden välisistä vuorovaikutuksista.

Partikkeliluonteisen materiaalin kuormituskäyttäytymistä voidaan karkeasti jaoteltuna kuvata joko partikkelimekaniikkaan tai jatkuvan aineen mekaniikkaan perustuvien mallien avulla. Partikkelimekaniikan mallit (Discrete Element Method, DEM) perustuvat yksittäisten rakeiden välisien vuorovaikutusten mallintamiseen, joten lähtökohtaisesti DEM-pohjaisissa malleissa partikkelirungon kuormituskäyttäminen on vastaavanlaista todellisen materiaalin kanssa (kuva 2).



**Kuva 2** Partikkeliluonteisesta materiaalista muodostettu DEM-malli ja raerunkoon välittyvä voimajakauma. Partikkelien väliset viivat kuvaavat voimavuorovaikutusta; mitä paksumpi viiva, sitä suurempi osa kuormasta tätä kautta välittyy. (Kolisoja 1997)

Täysimittakaavaisten DEM-mallien ongelma on kuitenkin suuri laskentatehon tarve. Maamateriaali koostuu lukemattomista erikokoisista ja erimuotoisista partikkeleista, joiden koko ja muoto voi muuttua kuormitustapahtuman aikana. Mikäli partikkelien määrä mallissa on suuri, on tällaisen kokonaisuuden kuormituskäyttäytymisen mallintaminen laskentateknisesti äärimmäisen raskasta. Myös yksittäisten partikkelien ja huokosaineen välisten vuorovaikutuksien mallintamisessa on omat haasteensa.

Tästä johtuen maamateriaali yleensä approksimoidaan kontinuumiksi, eli jatkuvaksi aineeksi. Tällöin sen partikkeliluonteisuutta ei huomioida, vaan mallissa materiaalin oletetaan käyttäytyvän eräänlaisen jäykän nesteen kaltaisesti, joka kuitenkin vastaa makroskooppiselta käyttäytymiseltään todellista materiaalia. Konstitutiivisten materiaalmallien toimivuus perustuu fysikaalisten reunaehtojen täyttymiseen, jolloin mallissa täytyy toteutua jokaisessa materiaalipisteessä seuraavat universaalit säilymlait (Holzapfel 2000):

1. Massan säilyminen (Conservation of Mass)
2. Liikemäärän säilyminen (Balance of Linear Momentum)
3. Pyörimismäärän säilyminen (Balance of Moment of Momentum)
4. Energian säilyminen, eli termodynamiikan ensimmäinen pääsääntö
5. Entropian taselaki

Lähtökohtaisesti voisi ajatella, että konstitutiivinen approksimaatio on maamateriaalien kohdalla sitä sopivampi, mitä pienempi materiaalin raekoko on. Näin ollen hyvin karkearakeisien materiaalien, kuten sepelien, käyttäytymisen yksiselitteinen kuvaaminen kontinuumimalleilla on haasteellista. Kuitenkin konstitutiiviset mallit ovat insinööritieteessä yleisesti käytettyjä, ja myös tämä tutkimus käsittelee ratarakenteen kuormituskäyttäytymisen mallintamista jatkuvan aineen mekaniikan pohjalta.

## 2.2 Jännitystila

### 2.2.1 Jännitystilän käsite

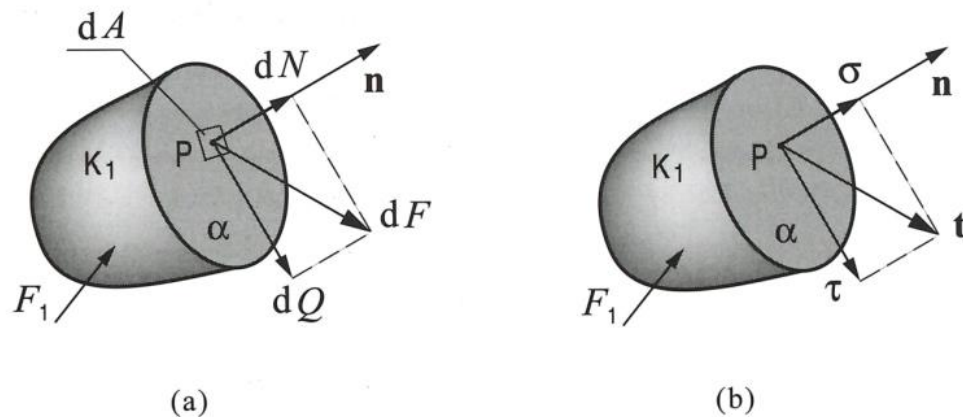
Jännityskäsite on pinta-alkiota kohtaan kohdistuvan voimaresultantin mitta. Kontinuumimallissa jännitys kuvaa atomien välisten voimavaikutusten makroskooppisesti mitattua keskiarvoa. Differentiaaliseen pieneen pinta-alkioon materiaalipisteessä P kohdistuva normaalisuuntainen jännitys voidaan esittää muodossa:

$$\sigma = \frac{dN}{dA} \quad (2.1)$$

jossa  $dN$  on pinta-alkioon kohdistuva normaalivoimaresultantti ja  $dA$  vastinpinta-alkion ala. Pinta-alkioon  $dA$  voi myös kohdistua ei-normaalisuuntaisia voimia, jolloin pisteen P jännitysvektori  $t$  muodostuu normaalijännitys- ja leikkausjännitysvektorin vektorisummana

$$\mathbf{t} = \frac{dF}{dA} = \frac{dN}{dA} + \frac{dQ}{dA} = \sigma + \tau \quad (2.2)$$

jossa  $\sigma$  on normaalijännitys- ja  $\tau$  leikkausjännityskomponentti. Kuvassa 3 on havainnollistettu jännityskäsitettä kappaleen  $K_1$  leikkauspinnalla. (Salmi & Virtanen 2008)

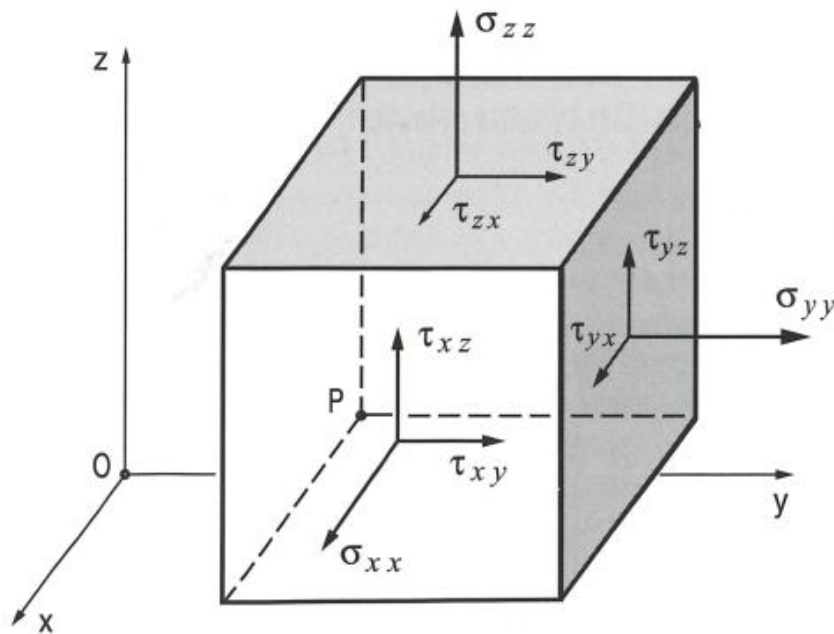


**Kuva 3** Materiaalialkioon kohdistuva jännitys ja sen osakomponentit (Salmi & Virtanen 2008)

Maa-aineksen partikkeliluonteisuuden vuoksi sen sisäinen voimajakauma on luonteeltaan diskreetistä, eli yksittäiset maapartikkelit vuorovaikuttavat toisiinsa kanssa kontaktipisteiden kautta, muodostaen näin ulkoisista tai sisäisistä voimista koostuvan voimajakauman koko partikkelisysteemiin. Todellisuudessa nämä kontaktipisteet ovat kuitenkin

äärellisen kokoisia kontaktipintoja, joilla vallitsevan jännitystila riippuu voimaresultanttien suuruudesta sekä rakeiden välisen kontaktipinnan alasta.

Tällaisen partikkelisysteemin kuvaaminen on kuitenkin hyvin haasteellista, joten yleensä diskreettinen materiaali approksimoidaan kontinuumiksi. Jatkuvan aineen mallissa materiaalin jännitystilaa mielivaltaisessa pisteessä suorakulmaisessa koordinaatistossa voidaan kuvata kuvan 4 mukaisella differentiaalisella jännityselementillä (Salmi & Virtanen 2008).



**Kuva 4** Differentiaalinen jännityselementti ja jännityskomponentit (Salmi & Virtanen 2008)

Materiaalipisteen jännitystila voidaan esittää myös matriisimuotoisena esityksenä. Jännityselementin voimatasapainosta seuraa, että vastakkaisten sivujen vastinkomponentit ovat keskenään yhtä suuria, jolloin 3-ulotteisessa tapauksessa materiaalin jännitystila kuvaukseen tarvitaan 9 etumerkillistä suuretta (Salmi 2010). Jännitystensori voidaan esittää muodossa:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Oikeanpuoleinen muoto tunnetaan von Karmanin esitystapana, missä  $\sigma$  kuvaa jännityksen normaalikomponentteja ja  $\tau$  leikkauskomponentteja. Insinöörikirjallisuudessa yleisesti käytetty tapa on tulkita jännitystensorin komponentin ensimmäinen indeksi pinnan normaalin suuntaan ja toinen indeksi jännityksen komponentin suuntaan. (Kouhia 2013)

Kun huomioidaan jännityselementin momenttitasapainoehto koordinaattiakselien suhteen, riittää jännitystila kuvaukseen 6 etumerkillistä suuretta (Nordal 2010). Tällöin jännitystensori on symmetrinen diagonaaliakselinsa suhteen, eli:

$$\sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{13} = \sigma_{31}, \sigma_{23} = \sigma_{32} \quad (2.4)$$

Jännitystila on materiaalipistekohtainen, mutta tason jännitysvektori  $\mathbf{t}$  riippuu tason normaalin  $\mathbf{n}$  suunnasta pistetulon mukaisesti:

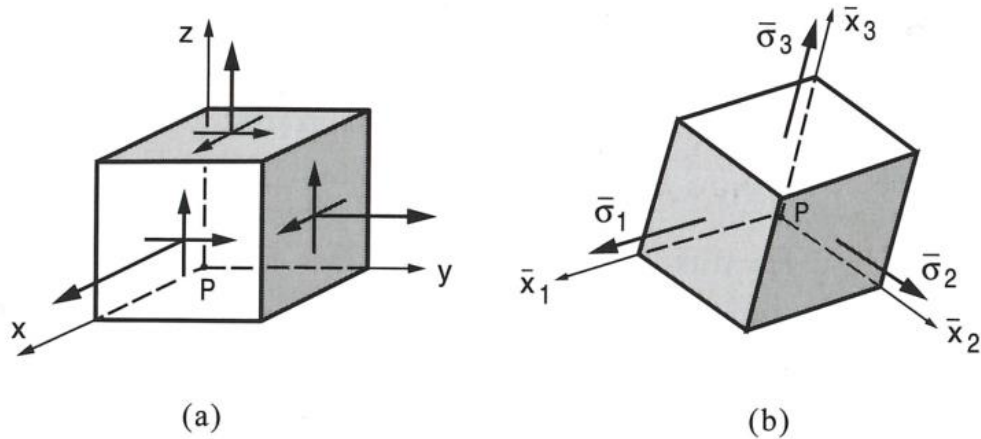
$$t_i(\mathbf{n}) = \sigma_{ij}n_j \Leftrightarrow \mathbf{t}(\mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n} \quad (2.5)$$

Tämä yhteys tunnetaan Cauchyn jännitysteoreemana (Tadmor 2012). Pisteeseen jännitystila on siis kaikkien pisteen kautta asetettujen pinta-alkioiden jännitysvektorien  $\mathbf{t}$  muodostama joukko (Salmi & Virtanen 2008).

### 2.2.2 Pääjännitykset ja jännitysinvariantit

Pääjännitysten käyttö yksinkertaistaa jännitystilan käsittelyä huomattavasti. Tarkastellaan kuvan 5 (a) mukaista differentiaalista jännityselementtiä. Jännityselementin sivuilla vallitsee niin normaalijännityksiä kuin myös leikkausjännityksiä. Kuitenkin kiertämällä tätä jännityselementtiä kuvan 5 (b) mukaiseen asentoon, häviävät jännityselementin sivuilla vaikuttavat leikkausjännitykset, jolloin jäljelle jääviä normaalijännityksiä kutsutaan pääjännityksiksi. Pääjännityksien avulla voidaan siis ilmaista materiaalipisteen jännitystila käyttäen ainoastaan 3 suuretta. (Salmi & Virtanen 2008)





**Kuva 5** a) Jännityselementti leikkausjännityksin b) Leikkausjännityskomponenttien häviäminen jännityselementtiä kierrettäessä (Salmi & Virtanen 2008)

Yleensä pääjännitykset numeroidaan suuruusjärjestyksessä, eli:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (2.6)$$

Jännitystilaa kutsutaan pallomaiseksi, kun kaikki pääjännitykset ovat yhtä suuria. Vastaavasti kun  $\sigma_2 = \sigma_3$ , kutsutaan jännitystilaa sylinterimäiseksi. Käyttäen pääjännityksiä, yksinkertaistuu jännitystensori muotoon:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Kun pisteen jännitystila tunnetaan, pääjännitykset saadaan ratkaisemalla ominisarvo-tehtävä

$$(\boldsymbol{\sigma} - \sigma * \mathbf{I}) * \mathbf{n} = 0 \quad (2.8)$$

jossa  $\sigma$  on jokin pääjännitys,  $\mathbf{I}$  yksikkömatriisi ja  $\mathbf{n}$  puolestaan pääjännityssuuntaan osoitava ykkösnormaali (Nordal, 2010). Jotta tällä homogeenisellä yhtälösystemillä olisi ratkaisu, on kerroinmatriisin determinantilla oltava nolla-arvo (Kouhia, 2013). Tällöin:

$$\det(\boldsymbol{\sigma} - \sigma * \mathbf{I}) = 0 \quad (2.9)$$

joka matriisimuotoisena esityksenä on muotoa:

$$\det \begin{bmatrix} \sigma_{11} - \sigma & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \sigma & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \sigma \end{bmatrix} = 0 \quad (2.10)$$

Ottamalla jännityselementin momenttitasapaino huomioon jännitystensorin symmetrisyytenä saadaan (Nordal, 2010):

$$\sigma^3 - (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})\sigma^2 + (\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2 - \sigma_{13}^2)\sigma - \det(\boldsymbol{\sigma}) = 0$$

$$\Rightarrow \sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (2.11)$$

jossa  $I_1$ ,  $I_2$  ja  $I_3$  ovat jännitysinvariantteja mitkä ovat muotoa:

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad (2.12)$$

$$I_2 = \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2 - \sigma_{13}^2 \quad (2.13)$$

$$I_3 = \det(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33} + 2\sigma_{12}\sigma_{23}\sigma_{13} - (\sigma_{11}\sigma_{23}^2 + \sigma_{22}\sigma_{13}^2 + \sigma_{33}\sigma_{12}^2) \quad (2.14)$$

Pääjännitykset voidaan nyt ratkaista yhtälöstä 2.11, joka on muodoltaan kolmannen asteen polynomi, eli sillä on enintään kolme ratkaisua. Käyttäen pääjännityksiä jännitysinvariantit yksinkertaistuvat muotoon:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (2.15)$$

$$I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3 \quad (2.16)$$

$$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (2.17)$$

Jännitysinvariantit kuvaavat materiaalipisteen jännitystilaa ja ovat pääjännityksien kaltaisesti koordinaatistosta riippumattomia, eli invariantteja. Jännitysinvarianteilla on keskeinen rooli materiaalimallien muodostamisessa. (Kouhia, 2013)

Keskimääräinen pääjännitys saadaan laskettua pääjännityksien keskiarvona yhtälön 2.18 mukaisesti:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}I_1 \quad (2.18)$$

Käyttäen keskimääräistä pääjännitystä, voidaan muodostaan jännitystilän hydrostaattista osaa kuvaava keskimääräinen pääjännitystensori:

$$\boldsymbol{\sigma}_P = \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

### 2.2.3 Deviatorinen jännitystila

Jännitystensori voidaan additiivisesti jakaa deviatoriseen (puhdasta leikkausta kuvaavaan) ja hydrostaattiseen (painetta kuvaavaan) osaan (Kouhia, 2013). Tällöin deviatorinen jännitystensori saadaan kokonaisjännitystensorin ja hydrostaattisen osan erotuksena:

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \sigma_p \mathbf{1} \quad (2.20)$$

joka matriisimuotoisena esityksenä on:

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} - p & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - p & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Deviatorisen jännitystensorin invariantit ja ominaisarvot  $s$  saadaan ratkaistua samoin periaattein kuin yleisen jännitystensorin tapauksessa, eli laskemalla ensin determinantti:

$$\det \begin{bmatrix} s_{11} - s & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} - s & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} - s \end{bmatrix} = 0 \quad (2.22)$$

joka tuottaa karakteristisen polynomin:

$$s^3 - J_1 s^2 + J_2 s - J_3 = 0 \quad (2.23)$$

jossa  $J_1$ ,  $J_2$  ja  $J_3$  ovat deviatorisia jännitysinvariantteja. Kun jännitystensori on symmetrinen, voidaan deviatoriset jännitysinvariantit kirjoittaa muotoon:

$$J_1 = s_{11} + s_{22} + s_{33} = 0 \quad (2.24)$$

$$J_2 = s_{11}s_{22} + s_{22}s_{33} + s_{11}s_{33} - s_{12}^2 - s_{23}^2 - s_{13}^2 \quad (2.25)$$

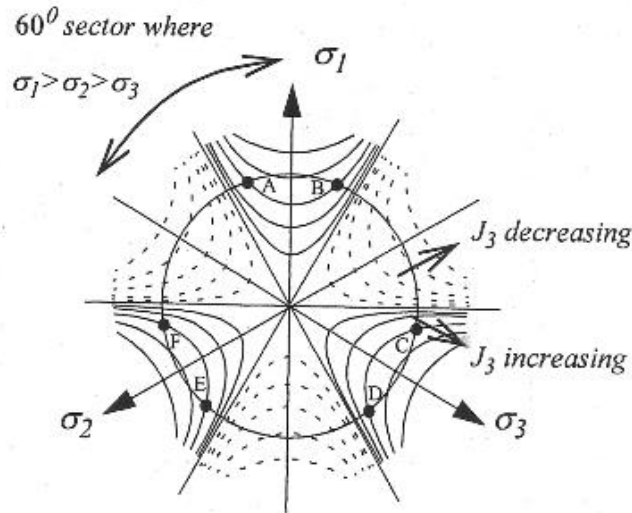
$$J_3 = \det(\mathbf{s}) = s_{11}s_{22}s_{33} + 2s_{12}s_{23}s_{13} - (s_{11}s_{23}^2 + s_{22}s_{13}^2 + s_{33}s_{12}^2) \quad (2.26)$$

Käyttäen deviatorisen jännitystensorin (kaava 2.21) vasemmanpuolista merkintätapaa, voidaan deviatoriset jännitysinvariantit kirjoittaa pääjännitysinvarianttien avulla muotoon (Nordal, 2010):

$$J_2 = I_2 + \frac{I_1^2}{3} = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.27)$$

$$J_3 = I_3 + \frac{1}{3} I_2 I_1 + \frac{2}{27} I_1^3 \quad (2.28)$$

Huomionarvoista on, että  $J_1 = 0$ , joka on seurausta jännitystensorin hydrostaattisen osan häviämisestä. Toinen deviatorinen jännitysinvartti muodostaa pääjännitysavarudessa painesuoran suuntaisen sylinteripinnan. Vastaavasti kolmas deviatorinen jännitysinvartti voidaan visualisoida kuvan 6 tapaan, jossa oleva ympyräkehä on toisen deviatorisen jännitysinvarttin muodostama sylinteripinnan reuna. Painesuora (suora, jolla  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) on kohtisuorassa kuvan tasoa vasten.



**Kuva 6** Kolmas deviatorinen jännitysinvartti ja sen muutos pääjännitysavarudessa esitettynä, painesuora kohtisuorassa kuvaa vasten (Nordal 2010)

Yleisessä kolmiulotteisessa tapauksessa deviatorinen jännityskomponentti saadaan laskettua yhtälön 2.29 avulla (Plaxis 2018):

$$q = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2)]} \quad (2.29)$$

ja joka pääjännityksiä käyttäen tulee muotoon:

$$q = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (2.30)$$

Verrattaessa yhtälöä 2.29 myöhemmin kappaleessa 2.4.1 esitettävään yhtälöön 2.87, huomataan näiden olevan identtisiä. Materiaalin deviatorinen jännityskomponentti on siis vastaava Von Misesin jännityksen kanssa. Von Misesin jännitys saadaan johdettua materiaalin muodonvääristymäenergian avulla, johon palataan tarkemmin kappaleessa 2.4.1.

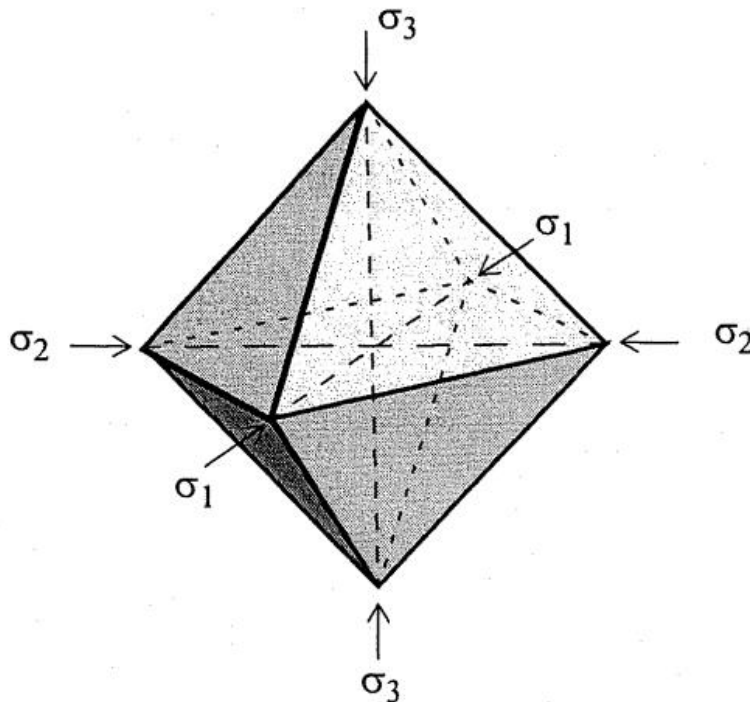
Sylinterimäisessä jännitystilassa yhtälö 2.30 supistuu yksinkertaiseen muotoon, ollen suurimman ja pienimmän pääjännityksen erotus:

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (2.31)$$

Yhtälö 2.31 on hyvin keskeinen maamekaniikassa, sillä se kuvaa jännityskomponenttia, joka kolmiaksaalikokeen tapauksessa on vastuussa materiaaliin syntyvästä aksiaalisesta muodonmuutoksesta.

## 2.2.4 Oktaedrijännitykset

Materiaalipisteen jännitystila voidaan myös kuvata kuvan 7 kaltaisella, oktaedrin muotoisella jännityselementillä. Oktaedrin muotoisen jännityselementin kaikki tahkot muodostavat yhtä suuret kulmat pääakselien kanssa, jolloin pääakselien ja jännityselementin tahkojen välinen kulma on 45 astetta. (Salmi & Virtanen 2008)



**Kuva 7** Oktaedrijännityselementti pääjännitysavaruudessa esitettynä (Nordal 2010)

Oktaedrin tahkot ovat tasasivuisia kolmioita. Koska oktaedrielementissä tahkot ovat 45 asteen kulmassa pääakseleita kohtaan, niin tulee tason normaalin lauseke muotoon:

$$\mathbf{n}_{okt} = [n_1, n_2, n_3]^T = \frac{1}{\sqrt{3}}[1, 1, 1]^T \quad (2.32)$$

Tason normaalin suuntainen jännitysvektori voidaan kirjoittaa Cauchyn jännitysteoreeman mukaisesti:

$$\mathbf{t}_{okt} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_{okt} = [\sigma_1 n_1, \sigma_2 n_2, \sigma_3 n_3]^T \quad (2.33)$$

Oktaedritason normaalijännitys eli oktaedrijännitys saadaan siis oktaedritasolla vaikuttavan jännitysvektorin ja tason normaalin pistetulona. (Nordal, 2010) Oktaedrijännitys on hydrostaattisen akselin suuntainen ja suuruudeltaan keskimääräinen pääjännitys:

$$\sigma_{okt} = \{\mathbf{t}_{okt}\}^T \{\mathbf{n}_{okt}\} = \sigma_1 n_1^2 + \sigma_2 n_2^2 + \sigma_3 n_3^2 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}I_1 = p \quad (2.34)$$

Mielivaltaisen, oktaedritasolla vaikuttavan jännitysvektori  $\mathbf{t}_{okt}$  keskenään kohtisuorat komponentit ovat tason suuntainen oktaedrileikkausjännitys ja tason normaalin suuntainen oktaedrijännitys. Tällöin oktaedritason leikkausjännitys voidaan ratkaista näiden nelien erotuksena (Nordal, 2010):

$$\begin{aligned} \tau_{okt}^2 &= \mathbf{t}_{okt}^2 - \sigma_{okt}^2 \\ \Rightarrow \tau_{okt} &= \sqrt{\mathbf{t}_{okt}^2 - \sigma_{okt}^2} \\ \Rightarrow \tau_{okt} &= \sqrt{(\sigma_1 n_1)^2 + (\sigma_2 n_2)^2 + (\sigma_3 n_3)^2 - (\sigma_1 n_1^2 + \sigma_2 n_2^2 + \sigma_3 n_3^2)^2} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Sijoittamalla tähän oktaedritason normaalin komponentit (kaava 2.32), saadaan

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{1}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{1}{9}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{9}[3\sigma_1^2 + 3\sigma_2^2 + 3\sigma_3^2 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_1\sigma_3]} \\ \Rightarrow \tau_{okt} &= \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Nyt nähdään, että oktaedrileikkausjännitys voidaan kaavan 2.27 yhteyttä käyttäen kirjoittaa muotoon

$$\tau_{okt} = \sqrt{\frac{2}{3}J_2} \quad (2.37)$$

Huomataan siis, että oktaedritason leikkausjännityksen ja toisen deviatorisen jännitysinvariantin välillä on yhteys. Sylinterimäisessä jännitystilassa yhtälö 2.36 supistuu muotoon:

$$\tau_{okt} = \frac{\sqrt{2}}{3}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\sqrt{2}}{3}q \quad (2.38)$$

## 2.2.5 Pääleikkausjännitykset

Kuten edellä jo oktaedritason tapauksessa esitettiin, mielivaltaisella tasolla vallitsevan leikkausjännityksen suuruus saadaan ratkaistua sen komponenttien avulla yhteyden 2.35 mukaisesti. Tällöin pääjännityskoordinaatistossa saadaan:

$$\tau^2 = \mathbf{t}^2 - \sigma_n^2 = (\sigma_1 n_1)^2 + (\sigma_2 n_2)^2 + (\sigma_3 n_3)^2 - (\sigma_1 n_1^2 + \sigma_2 n_2^2 + \sigma_3 n_3^2)^2 \quad (2.39)$$

Pääjännityskoordinaatistossa sijaitsevan tason suuntakosinit muodostavat yhteyden:

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1 \quad (2.40)$$

jossa  $n_1, n_2, n_3$  ovat pääakselien suuntakosineja. Yhtälöstä 2.40 saadaan esimerkiksi ratkaistua  $n_2^2$

$$n_2^2 = 1 - n_1^2 - n_3^2 \quad (2.41)$$

joka kun sijoitetaan yhtälöön 2.39, voidaan tämä johtaa muotoon:

$$\tau^2 = n_1^2(1 - n_1^2 - n_3^2)(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + n_3^2(1 - n_1^2 - n_3^2)(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + n_3^2 n_1^2(\sigma_3 - \sigma_1)^2 \quad (2.42)$$

Funktio saavuttaa ääriarvonsa sen derivaatan nollakohdissa tai määrittelyvälinsä reunoilla. Näin ollen avoimella määrittelyväliällä leikkausjännityksen lokaalien ääriarvojen suuntaisten tasojen suuntanormaalit saadaan derivoimalla yhtälö 2.42 muuttujiensa  $n_1, n_3$  suhteen:

$$\frac{\partial \tau^2}{\partial n_1} = n_1[(2 - 4n_1^2 - 2n_3^2)(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 2n_3^2(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 2n_3^2(\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 0 \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial \tau^2}{\partial n_3} = n_3[-2n_1^2(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (2 - 2n_1^2 - 4n_3^2)(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 2n_1^2(\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 0 \quad (2.44)$$

Eräs ratkaisu olisi  $n_1 = n_3 = 0, n_2 = 1$ . Tämä tuottaisi yhtälöön 2.42 sijoitettuna nolla-arvon, eli leikkausjännityksen lokaalin minimin. Toinen ratkaisu saadaan kun  $n_1 = 0, n_2 \neq 0$ , jolloin yhtälöstä 2.44 saadaan (Nordal 2010):

$$n_3(2 - 4n_3^2)(\sigma_2 - \sigma_3)^2 = 0 \quad (2.45)$$

Tällöin saadaan  $n_3 = n_2 = \pm 1/\sqrt{2}, n_1 = 0$ , joka sijoittamalla yhtälöön 2.42, päädytään tulokseen:

$$\tau = \pm \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) \quad (2.46)$$

Eräs ratkaisu saadaan myös kun  $n_3 = 0, n_2 \neq 0$  asetelma sijoitetaan yhtälöön 2.43. Vastaavalla tavalla muokkaamalla yhtälö 2.40 muuttujien  $n_1, n_2$  suhteen ja sijoittamalla yhtälöön 2.39 voidaan ratkaista loput pääleikkausjännitykset. Huomioimalla pääjännityksien suuruusjärjestys, tulevat pääleikkausjännitykset muotoon:

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad (2.47)$$

$$\tau_{local\ max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (2.48)$$

$$\tau_{local\ max} = \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) \quad (2.49)$$

jossa  $\tau_{max}$  on maksimileikkausjännitys. Kyseinen jännityssuure on merkittävässä roolissa karkearakeisen maamateriaalin murtumisen kuvauksessa. Tähän palataan tarkemmin kappaleessa 2.4.2.

## 2.3 Muodonmuutostila

### 2.3.1 Muodonmuutostilan käsite

Kontinuumimekaniikassa materiaalin muodonmuutostila ja sen kuvaus on sen jännitystilän ohella hyvin keskeinen käsite. Kun kappaletta kuormitetaan, sen pisteet siirtyvät uusiin asemiin. Deformaatio kuvaa kappaleen pisteiden siirtymää ja se voi olla pelkän jäykän kappaleen siirtymää (englanniksi riding body displacement) tai siihen voi tämän lisäksi sisältyä kappaleen muodonmuutosta. (Salmi & Virtanen 2008) Kappaleen pisteen siirtymää ajanhetkellä  $t$ , voidaan kuvata siirtymävektorilla, ja kuvan 8 merkintöjä käyttäen tämä voidaan kirjoittaa muodossa

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X} \quad (2.50)$$

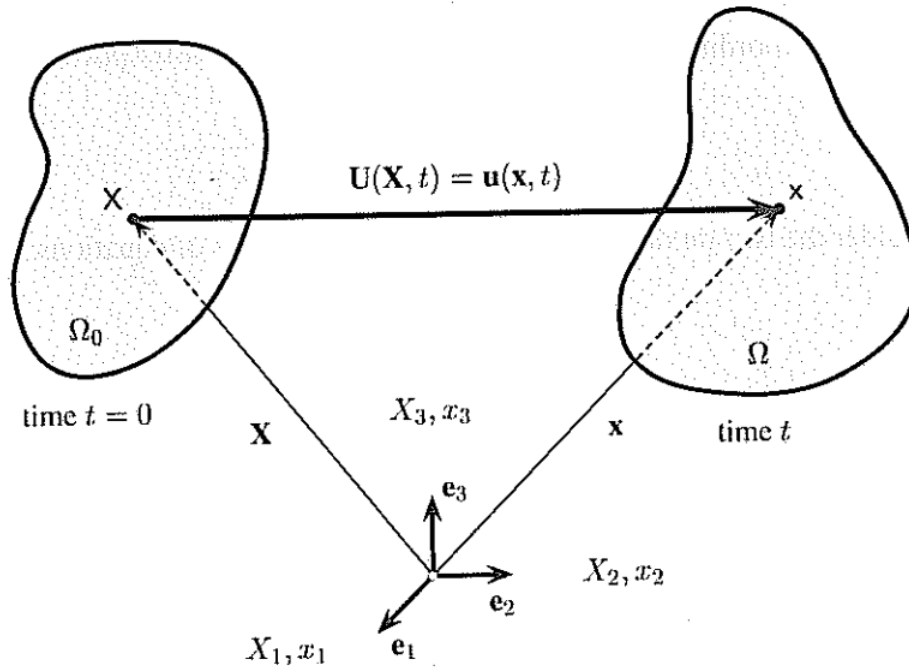
jossa  $\mathbf{x}$  on deformoituneen tilan paikkavektori ajanhetkellä  $t$  ja  $\mathbf{X}$  on deformoitumattoman alkutilan paikkavektori ajanhetkellä  $t = 0$ . (Holzapfel 2000) Pisteiden sijainti ajanhetkellä  $t$  sen alkutilan  $\mathbf{X}$  suhteen kuvataan siirtymätilan avulla:



$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\chi}(\mathbf{X}, t) \quad (2.51)$$

Yksittäisen pisteen siirtymä ei sinänsä kerro vielä mitään kappaleen muodonmuutostilasta. Kappaleen deformaatiota voidaan kuvata sen deformaatiogradientin avulla, joka on määritelty alkutilan suhteen:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, t) = \frac{\partial \boldsymbol{\chi}(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (2.52)$$



**Kuva 8** Kontinuumikappaleen deformaatio (Holzapfel 2000)

Yleisessä muodonmuutosteoriassa materiaalin muodonmuutosta kuvataan ns. venymätensoreiden avulla (englanniksi strain tensor). Ehkä tunnetuin Lagrangen esitystavan (alkutilan suhteen esitettynä) muodonmuutosmitta on Green-Lagrangen venymätensori  $\mathbf{E}(\mathbf{X}, t)$  (Hartikainen et al. 2016), joka on määritelty viiva-alkioiden pituuksien neliöiden erotuksen avulla seuraavasti:

$$d\mathbf{x}d\mathbf{x} - d\mathbf{X}d\mathbf{X} = 2d\mathbf{X}\mathbf{E}d\mathbf{X} \quad (2.53)$$

Tällöin Green-Lagrangen venymätensori on muotoa:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{1}) = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T\mathbf{F} - \mathbf{1}) \quad (2.54)$$

Vastaavasti venymätensori voidaan ilmoittaa myös deformoituneen lopputilan suhteen:

$$d\mathbf{x}d\mathbf{x} - d\mathbf{X}d\mathbf{X} = 2d\mathbf{x}\mathbf{e}d\mathbf{x} \quad (2.55)$$

jossa  $\mathbf{e}$  on Euler-Almansi venymätensori. (Holzapfel, 2000) Se on esitetty muodossa:

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\mathbf{1} - \mathbf{C}^{-1}) = \frac{1}{2}(\mathbf{1} - \mathbf{F}^{-T}\mathbf{F}^{-1}) \quad (2.56)$$

Merkitään nyt  $C = \lambda^2 = (1 + \varepsilon)^2$ , jossa  $\varepsilon$  on venymä. Tällöin  $C^{-1} = \lambda^{-2} = (1 + \varepsilon)^{-2}$ , joten Green- ja Almansi venymät voidaan kirjoittaa muodossa:

$$\mathbf{E} = \frac{l_0^2}{l^2} \mathbf{E} = \frac{l_0^2}{l_0^2} \frac{1}{2}(\lambda^2 - 1) = \frac{1}{2} \left( \frac{l^2}{l_0^2} - \frac{l_0^2}{l_0^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{l^2 - l_0^2}{l_0^2} = \varepsilon_g \quad (2.57)$$

$$\mathbf{e} = \frac{l^2}{l^2} \mathbf{e} = \frac{l^2}{l^2} \frac{1}{2}(1 - \lambda^{-2}) = \frac{1}{2} \left( \frac{l^2}{l^2} - \frac{l_0^2}{l^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{l^2 - l_0^2}{l^2} = \varepsilon_a \quad (2.58)$$

jossa  $\varepsilon_g$  ns. Greenin venymä (Green strain) ja  $\varepsilon_a$  Almanssin venymä (Almans strain),  $l_0$  on viivaelementin pituus deformatumattomassa alkutilassa ja  $l$  pituus deformatuneessa lopputilassa. Kun venymä on hyvin pieni, alku- ja lopputilan pituudet ovat hyvin lähellä toisiaan, eli  $l \approx l_0$ . (Nordal, 2010) Tällöin voidaan kirjoittaa:

$$\varepsilon_a \approx \varepsilon_g = \frac{1}{2} \frac{l^2 - l_0^2}{l_0^2} = \frac{1}{2} \frac{(l-l_0)(l+l_0)}{l_0^2} \approx \frac{1}{2} \frac{(l-l_0)2l_0}{l_0^2} = \frac{l-l_0}{l_0} = \varepsilon \quad (2.59)$$

Nyt huomataan, että yleiset muodonmuutosmitat vastaavat pienellä muodonmuutostasolla likimäärin perinteistä insinöörivenymää. Kuitenkin sovellettaessa pienten muodonmuutosten teoriaa suurien muodonmuutosten kuvaukseen, johtaa tämä virheellisiin tuloksiin.

Yleisten muodonmuutosmittojen käyttö on epälineaarisuudesta johtuen varsin kömpelöä, ja koska pienellä muodonmuutostasolla ne eivät juurikaan eroa perinteisestä insinöörivenymän käsitteestä, on pienten muodonmuutosten teorian soveltaminen konstitiivisessa laskennassa yleensä perusteltua (Salmi & Virtanen 2008). Varsinkin karkealla maa- ja kiviaineksella muodonmuutostasot voidaan otaksua niin pieniksi (reilusti alle prosentin suuruusluokkaa), että kyseinen lähestymistapa on validi. Myös tässä tutkimuksessa käytetty ohjelmisto soveltaa pienten muodonmuutosten teoriaa.

### 2.3.2 Muodonmuutostensori

Yleisessä muodonmuutostilassa deformatumattoman alkutilan suhteen esitettynä (käytetään tässä yhteydessä aikaisemmasta poiketen alkutilan siirtymän kuvaukseen pientä  $u$ :ta) materiaalin siirtymägradientti on muotoa:

$$\text{Grad}(\mathbf{u}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{I} = \mathbf{D} \quad (2.60)$$

eli matriisimuotoisena esityksenä:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Siirtymägradientti voidaan jakaa symmetriseen ja antimetriseen osaan, eli muodonmuutosta kuvaavaan muodonmuutosmatriisiin  $[\mathbf{V}]$  ja rotaatiota kuvaavaan rotaatiomatriisiin  $[\mathbf{R}]$ :

$$\mathbf{D} = [\mathbf{V}] + [\mathbf{R}] \quad (2.62)$$

Käsitellään tästä edespäin materiaalin muodonmuutoskäsitettä ainoastaan linearisoidun muodonmuutosteorian osalta. Pienten muodonmuutosten teoriassa muodonmuutos on muotoa:

$$\varepsilon_{ij} = \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (2.63)$$

jossa  $i, j = 1, 2, 3$ . Käyttäen tätä merkintätapaa siirtymägradientti voidaan kuvata muodonmuutosmatriisin ja rotaatiomatriisin summana:

$$\mathbf{D} = [\mathbf{V}] + [\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right) & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right) & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} +$$

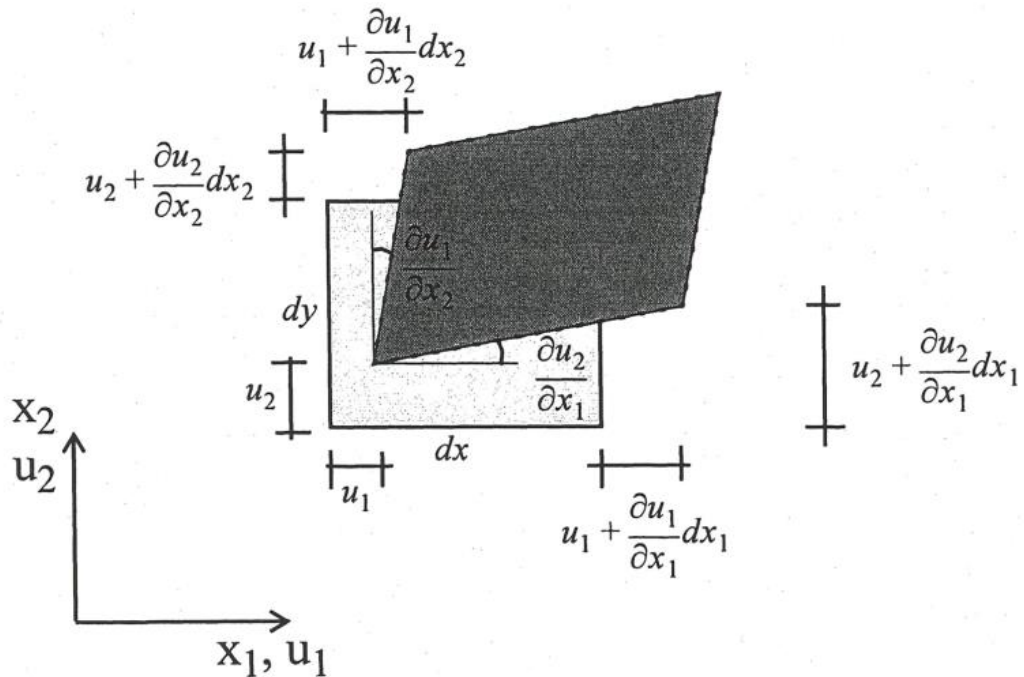
$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right) & 0 & -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Muodonmuutosmatriisiin alkioista käytetään yleensä lyhennettyjä merkintöjä, joita kutsutaan materiaalin venymiksi:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xz} & \frac{1}{2} \gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

jossa  $\gamma_{ij}$  on leikkausmuodonmuutos. Lisäksi on huomioitava, että maamekaniikassa puristusta merkitään positiivisena suureena. Kuvassa 9 on havainnollistettu materiaalin

muodonmuutostilaa kaksiulotteisessa tapauksessa käyttäen insinöörivenymän käsitettä (pienen muodonmuutosten teoria).



**Kuva 9** Materiaalialkion deformaatio lineaarisoitua muodonmuutosteoriaa käytettäessä (Nordal 2010)

### 2.3.3 Päävenymät ja muodonmuutosinvariantit

Kun muodonmuutostensori tunnetaan, saadaan päävenymät ratkaistua samalla periaatteella kuin kappaleessa 2.2.2 pääjännitysten tapauksessa, eli ratkaisemalla ominisarvottehtävä

$$(\boldsymbol{\varepsilon} - \varepsilon * \mathbf{I}) * \mathbf{n} = 0 \quad (2.66)$$

josta saadaan karakteristinen polynomi:

$$\varepsilon^3 - \bar{I}_1 \varepsilon^2 + \bar{I}_2 \varepsilon - \bar{I}_3 = 0 \quad (2.67)$$

$\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$  ovat muodonmuutosinvariantteja, jotka voidaan lausua muodossa:

$$\bar{I}_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = \varepsilon_v \quad (2.68)$$

$$\bar{I}_2 = \varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{11}\varepsilon_{33} - \varepsilon_{12}^2 - \varepsilon_{23}^2 - \varepsilon_{13}^2 \quad (2.69)$$

$$\bar{I}_3 = \det(\boldsymbol{\varepsilon}) = \varepsilon_{11}\varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + 2\varepsilon_{12}\varepsilon_{23}\varepsilon_{13} - (\varepsilon_{11}\varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{22}\varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{33}\varepsilon_{12}^2) \quad (2.70)$$

Ensimmäinen muodonmuutosinvariantti vastaa siis materiaalin tilavuudenmuutosta. Kuiten jännitystensorin tapauksessa, voidaan myös muodonmuutostensori jakaa additiivisesti deviatoriseen (puhdasta leikkausmuodonmuutosta kuvaavaan) ja isotrooppiseen (tilavuuden muutosta kuvaavaan) osaan:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{e} + \boldsymbol{\varepsilon}_v \quad (2.71)$$

jossa  $\boldsymbol{e}$  on deviatorinen muodonmuutostensori ja  $\boldsymbol{\varepsilon}_v$  on tilavuuden muutosta kuvaava osa. Matriisimuotoisena esityksenä deviatorinen muodonmuutostensori on muotoa:

$$\boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \varepsilon_{vm} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} - \varepsilon_{vm} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} - \varepsilon_{vm} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

jossa  $\varepsilon_{vm} = \frac{1}{3}\varepsilon_v$ . Vastaavasti päävenymien tapaan deviatorisen muodonmuutostensorin ominaisarvot  $e$  saadaan ratkaistua ominaisarvotehtävänä:

$$(\boldsymbol{e} - e * \boldsymbol{I}) * \boldsymbol{n} = 0 \quad (2.73)$$

Tästä saadaan karakteristinen polynomi:

$$e^3 - \bar{J}_1 e^2 + \bar{J}_2 e - \bar{J}_3 = 0 \quad (2.74)$$

jossa deviatoriset muodonmuutosinvariantit ovat muodossa:

$$\bar{J}_1 = e_{11} + e_{22} + e_{33} = 0 \quad (2.75)$$

$$\begin{aligned} \bar{J}_2 &= e_{11}e_{22} + e_{22}e_{33} + e_{11}e_{33} - e_{12}^2 - e_{23}^2 - e_{13}^2 \\ &= \frac{1}{6}[(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2] + \varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{13}^2 \end{aligned} \quad (2.76)$$

$$\bar{J}_3 = \det(\boldsymbol{e}) = e_{11}e_{22}e_{33} + 2e_{12}e_{23}e_{13} - (e_{11}e_{23}^2 + e_{22}e_{13}^2 + e_{33}e_{12}^2) \quad (2.77)$$

Deviatorinen muodonmuutos kuvaa materiaalin puhdasta muodonvääristymää. Deviatorisen jännitystilän tapaan deviatorinen kokonaisleikkausmuodonmuutos voidaan esittää toisen deviatorisen muodonmuutosinvariantin avulla:

$$\begin{aligned} \gamma_D &= \frac{2}{3}\sqrt{3\bar{J}_2} \\ &= \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{2}[(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2] + 3(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{13}^2)} \\ &= \sqrt{\frac{4}{9}\left[\frac{1}{2}[(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2] + \frac{3}{4}(\gamma_{12}^2 + \gamma_{23}^2 + \gamma_{13}^2)\right]} \end{aligned}$$

$$\gamma_D = \sqrt{\frac{2}{9}[(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2] + \frac{1}{3}(\gamma_{12}^2 + \gamma_{23}^2 + \gamma_{13}^2)} \quad (2.78)$$

Yhtälön 2.78 mukaisella suurella on hyvin keskeinen osa tässä tutkimuksessa, sillä kapaleessa 7 esitettävistä tuloksista valtaosa on esitetty tämän muodonmuutosmitan avulla. Pääjännityksiä käytettäessä yhtälö 2.78 supistuu sylinterimäisessä jännitystilassa mahdollisesti tutumpaan muotoon:

$$\gamma_D = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (2.79)$$

## 2.4 Materiaalin myötöehdot

Maa-aineksen mekaanisen kuvaamisen kannalta sen murtotilakäyttäytymisen tunteminen on olennaista. Materiaalin murtoehdoista puhutaan myös myötöehtoina. Useampiaksiaalisessa jännitystilassa tapahtuvaa materiaalin myötämistä kuvataan vertailujännityksen avulla. Tällöin materiaalin myötää, kun vertailujännitys ylitetään.

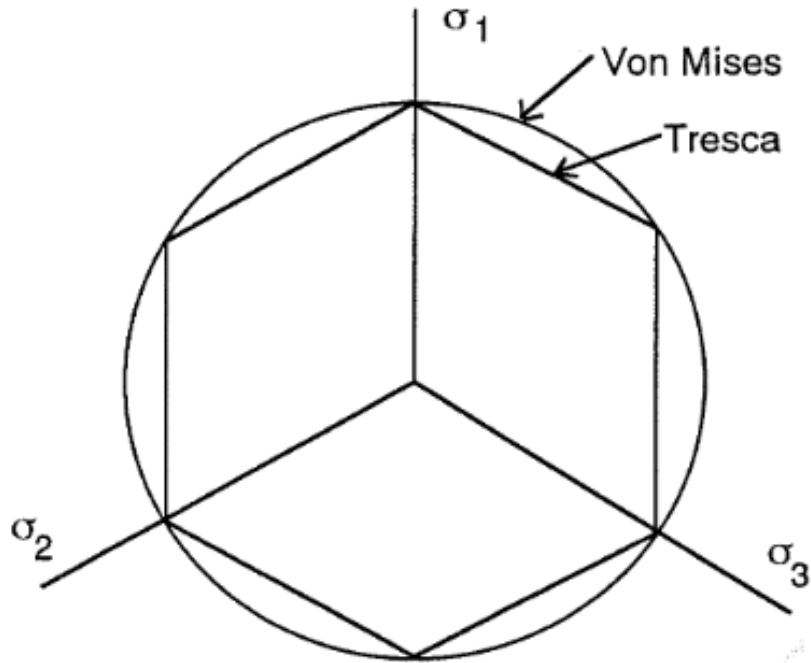
Materiaalin myötöehdot voidaan jakaa hydrostaattisesta jännitystilasta (tukipaineesta) riippumattomiin ja riippuviin. Maamaamateriaali on partikkeliluonteisuudestaan johtuen hyvin jännitystilariippuvainen, joten materiaalin kuvaukseen käytettävän myötömallin täytyisi pystyä huomioimaan ympäröivä tukipainetaso. Seuraavaksi käsitellään yleisimmät materiaalin myötöehdot sekä näiden jännitystilariippuvaiset yleistyksen.

### 2.4.1 Jännitystilasta riippumattomat myötöehdot

Ensimmäisen myötöehdon metallimateriaaleille esitti ranskalainen Charles Coulomb vuonna 1773, mutta vasta Henri-Edouard Tresca teki sen kirjoituksissaan tunnetuksi vuonna 1864 (Salmi & Virtanen 2008). Trescan myötöehdon mukaisesti materiaali myötää sellaisessa pisteessä jossa materiaalin suurin leikkausjännitys saavuttaa materiaalin leikkausmyötörajan. Eli pääjännitysten avulla esitettyä:

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \leq \frac{1}{2}R_e \quad (2.80)$$

jossa  $\sigma_1$  suurin pääjännitys,  $\sigma_3$  pienin pääjännitys ja  $R_e = |\sigma_1 - \sigma_3|_{max}$  suurin mahdollinen pääjännitysten erotus materiaalille (Salmi & Virtanen 2008). Kaksiulotteisessa pääjännitysavaroudessa Trescan myötöehto voidaan havainnollistaa kuvan 10 mukaisena kuu-sikulmikkaalla. Materiaali myötää, mikäli jännityspiste siirtyy myötöpinnalle.



**Kuva 10** Von Misesin ja Trescan myötöpinnat pääjännitystasolla (painesuora kohtisuorassa kuvaa vasten) (Länsivaara 1996)

Materiaalia kuormitettaessa siihen varastoituu kimmoenergiaa, josta osa liittyy tilavuuden muuttumiseen (volymetriseen osaan) ja osa materiaalin muodon vääristymiseen (deviatoriseen osaan). Von Misesin myötöehdon mukaisesti materiaali myötää sellaisessa pisteessä, jossa muodonvääristymisenergia saavuttaa kriittisen tason. Puolalainen M.T. Huber käytti ensimmäisen kerran vuonna 1904 vääristymisenergiatiheyttä materiaalin myötöehdon muodostamiseen, mutta vasta saksalainen R. von Mises teki sen tunnetuksi kirjoituksillaan vuonna 1913. (Salmi & Virtanen 2008)

Materiaalin puhtaasta leikkausjännityksestä (deviatorisesta jännityksestä) syntyvä vääristymisenergiatiheys saadaan kimmoteorian mukaisesti deviatorisen jännitys-muodonmuutossuoran integraalina, eli vektorimuotoisena esityksenä:

$$U_{0D} = \frac{1}{2} \{\sigma\}_D^T \{\varepsilon\}_D \quad (2.81)$$

Kun yhtälöön 2.81 sijoitetaan deviatorinen jännitys- ja muodonmuutosvektori, niin saadaan se johdettua muotoon:

$$U_{0D} = \frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})\varepsilon_{11} + (\sigma_{22} - \sigma_{33})\varepsilon_{22} + (\sigma_{33} - \sigma_{11})\varepsilon_{33} + \sigma_{12}\gamma_{12} + \sigma_{23}\gamma_{23} + \sigma_{13}\gamma_{13}] \quad (2.82)$$

Käyttäen Hooken lain muodonmuutoskomponenttien lausekkeita (kappale 5.1.1), saadaan yhtälö 2.82 lausuttua leikkausmoduulin ja jännitysten avulla muodossa:

$$U_{0D} = \frac{1}{12G} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2] + \frac{1}{2G} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2) \quad (2.83)$$

Pääjännityksiä käytettäessä yhtälö 2.83 tulee muotoon:

$$U_{0D} = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.84)$$

Toisaalta myötöehdon täytyy päteä myös yksiakiaalisessa jännitystilassa, jolloin  $\sigma_1 = \sigma_{vert}$  ja  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ . Tällöin vääristymisenergiatiheyden lauseke tulee muotoon (Nordal 2010):

$$U_{0D} = \frac{1}{12G} [\sigma_{vert}^2 + \sigma_{vert}^2] = \frac{1}{6G} \sigma_{vert}^2 \quad (2.85)$$

josta nähdään nyt, että vertailujännitys pääjännitysten avulla lausuttuna on muotoa:

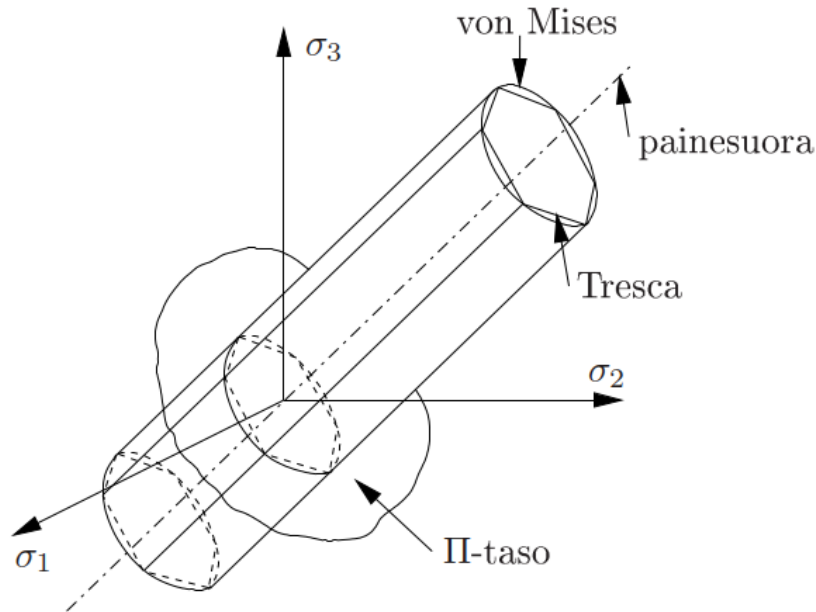
$$\sigma_{vert} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (2.86)$$

ja yleisessä muodossa:

$$\sigma_{vert} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2)]} \quad (2.87)$$

Kyseistä vertailujännitystä kutsutaan myös von Misesin jännitykseksi. Myötöehdon mukaisesti materiaali myötää siinä pisteessä, missä deviatorinen jännitys saavuttaa kriittisen arvon. Von Misesin myötöpinta muodostaa kolmiulotteisessa pääjännitysavaruuksessa kuvan 11 mukaisen hydrostaattisen akselin suuntaisen sylinterin. Samassa kuvassa on myös esitetty Trescan myötöehto kolmiulotteisessa jännitysavaruuksessa.





**Kuva 11** Von Misesin ja Trescan myötöpinnat pääjännitysavaruuudessa (Tuomala 2019)

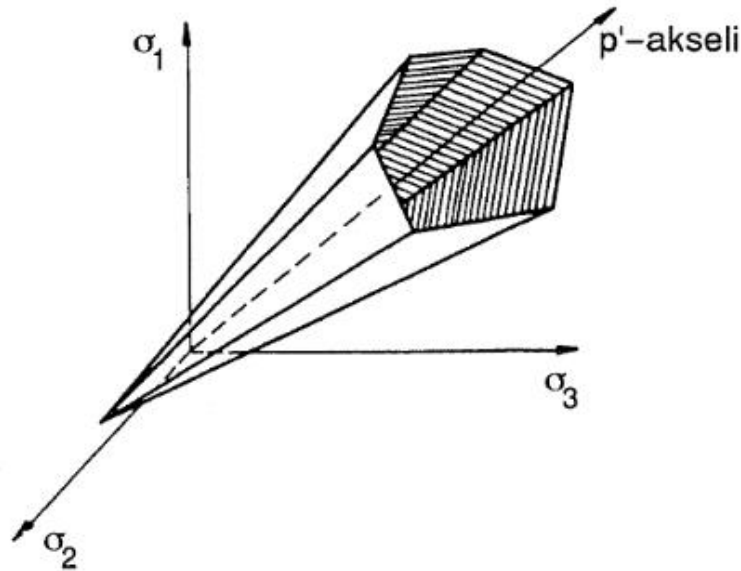
## 2.4.2 Jännitystilariippuvaiset myötöehdot

Kuten edellä todettiin, on maamateriaalin lujuus vallitsevasta tukipainetasosta riippuvainen, jolloin käytettävän myötöehdon täytyisi olla jännitystilariippuvainen. Mohr-Coulombin myötöehto on Trescan myötöehdon yleistys, jossa materiaalin lujuuden jännitystilariippuvuus on kuvattu kitkakulman  $\phi$  avulla. Vastaavasti materiaalilla voi olla jännitystilasta riippumatonta lujuutta, ns. sisäistä koheesiota, jota kuvataan koheesiotermillä  $c$ . Coulombin kriteerin mukaan maa murtuu, kun siihen kohdistuva leikkausjännitys  $\tau$  ylittää maan leikkauslujuuden eli (Länsivaara 1996):

$$\tau - \sigma \tan \varphi - c = 0 \quad (2.88)$$

Kaavassa 2.88  $\sigma$  kuvaa materiaaliin kohdistuvaa normaalijännitystä, joka yleensä on korvattu pienimmällä pääjännityksellä  $\sigma_3$ . Pääjännitysavaruuudessa Mohr-Coulomb myötöehto voidaan esittää kuvan 12 mukaisena kuusikulmaisena kartiona. Mohr-Coulomb myötöehto on varsin yksinkertainen sekä paljon käytetty. Lisäksi se on todettu hyvin sopivaksi karkearakeisille materiaaleille. Kuitenkin myötöpinnan kulmikas muoto saattaa aiheuttaa ongelmia numeerisessa laskennassa (Länsivaara 1996).

Drucker-Prager myötöehdossa Morh-Coulumb myötöehdon myötöpinnan kulmikasta muotoa on approksimoitu sileällä pinnalla. Tällöin myötöehto voidaan kirjoittaa ensimmäisen jännitysvariantin  $I_1$  (kuvaa hydrostaattista tukijännitystä) ja toisen deviatorisen jännitysvariantin  $J_2$  (kuvaa leikkausjännitystilaa) avulla muodossa:

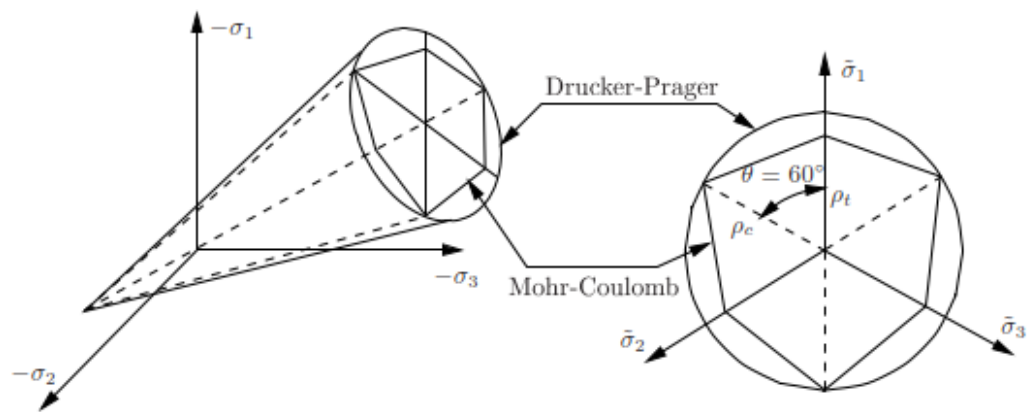


**Kuva 12** Mohr-Coulomb myötöpinta pääjännitysavaruuudessa. Koheesiotermistä johtuen suppilon kärki on origon negatiivisella puolella (Länsivaara 1996)

Drucker-Prager myötöehto on kehitetty Morh-Coulumb myötöehdon pohjalta ja tavallaan sitä voidaan pitää Von Misesin myötöehdon jännitystilariippuvaisena laajenuksena. Drucker-Prager myötöehdossa Morh-Coulumb myötöehdon myötöpinnan kulmikasta muotoa on approksimoitu sileällä pinnalla. Tällöin myötöehto voidaan kirjoittaa ensimmäisen jännitysvariantin  $I_1$  (kuvaa hydrostaattista tukijännitystä) ja toisen deviatorisen jännitysvariantin  $J_2$  (kuvaa leikkausjännitystilaa) avulla muodossa:

$$\alpha I_1 + \sqrt{J_2} = k \quad (2.89)$$

jossa  $\alpha$  ja  $k$  ovat kitkakulmasta ja koheesiosta riippuvia materiaaliparametreja. (Länsivaara 1996) Kuvassa 13 on esitetty Drucker-Prager myötöehdon myötöpinta pääjännitysavaruuudessa ja sen suhtautuminen Morh-Coulumb myötöehdon myötöpinnan kanssa. Hienorakeisilla maa-aineksilla Drucker-Prager myötöehdon on paljon käytetty, kun taas karkearakeisilla materiaaleilla Morh-Coulumb on hyväksi havaittu.



**Kuva 13** Drucker-Prager myötöehdon myötöpinta pääjännitysavaruuudessa ja sen suhtautuminen Mohr-Coulomb myötöehdon myötöpinnan kanssa (Tuomala 2019)

### **3. KARKEARAKEISEN MATERIAALIN KUORMITUSKÄYTTÄYTYMINEN**

Kuten jo edellä luvussa 2 todettiin, on maa-aineksen perusolemus luonteeltaan diskreetti, eli materiaali koostuu yksittäisistä partikkeleista. Ulkoinen kuormitus jakautuu partikkelisysteemiin partikkelien välisten kontaktipintojen kautta, jolloin yksittäisen partikkelin kyky vastustaa siihen kohdistuvia voimia on käytännössä täysin riippuvainen sitä ympäröivien partikkelien tuentakyvystä. Näin ollen maa-aineksen makroskooppisen käyttäytymisen kannalta sen olennaisimpia piirteitä on raekokojakauma, rakeiden muoto sekä yksittäisten rakeiden kontakti muihin ympäröiviin rakeisiin.

Käytännössä asia ei kuitenkaan ole näin yksinkertainen, sillä maa- ja kiviaineksien raepinnoilla ja rakeiden välisissä huokosissa on aina jossain määrin vettä, joka monimutkaistaa materiaalin käyttäytymistä entisestään. Vesi vaikuttaa rakeiden väliseen kontaktiin, ja näin myös raerungon muodonmuutoskäyttäytymiseen. Veden esiintyminen rakeiden välillä riippuu paitsi sen saatavuudesta ympäristöstä, niin myös itse materiaalin kyvystä sitoa sitä.

#### **3.1 Maamateriaalin testaus ja parametrisointi**

Staattinen kolmiaksaalikoe on yksinkertaisuutensa vuoksi paljon käytetty maamateriaalin mekaanisten ominaisuuksien testausmenetelmä. Koelaitteisto koostuu kuormituskehään kiinnitettävästä painesellistä, jonka sisälle tutkittava näyte rakennetaan (kuva 14). Näytettä kuormitetaan pystysuuntaisesti, jolloin vallitseva jännitystila on luonteeltaan sylinterimäinen. Koesellissä vallitseva paine toimii näytteen tukipaineena ja näytteeseen pystysuuntaisesti kohdistettu voimakomponentti on vastuussa siihen syntyvistä muodonmuutoksista. Koska jännitystila on sylinterimäinen, niin näytteeseen kohdistuva deviatorinen jännityskomponentti on suoraan aksiaalisen pystyjännityksen ja sellipaineen erotus.

Maamateriaalin muodonmuutoskäyttäytyminen on epälineaarista ja voimakkaasti jännitystasosta riippuvaa. Staattisella kolmiaksaalikokeella voidaan määrittää materiaalin leikkauslujuutta kuvaavat lujuusparametrit varsin luotettavasti. Koska maan leikkauslujuus on jännitystilasta riippuva, täytyy kuormituskoe tehdä eri sellipaineen arvoilla.

Koesarjan avulla voidaan esimerkiksi Morh-Coulumb murtoehtoa sovellettaessa määrittää materiaalin näennäinen koheesio sekä jännitystilariippuvaista lujuutta kuvaavan kitkakulman arvo.



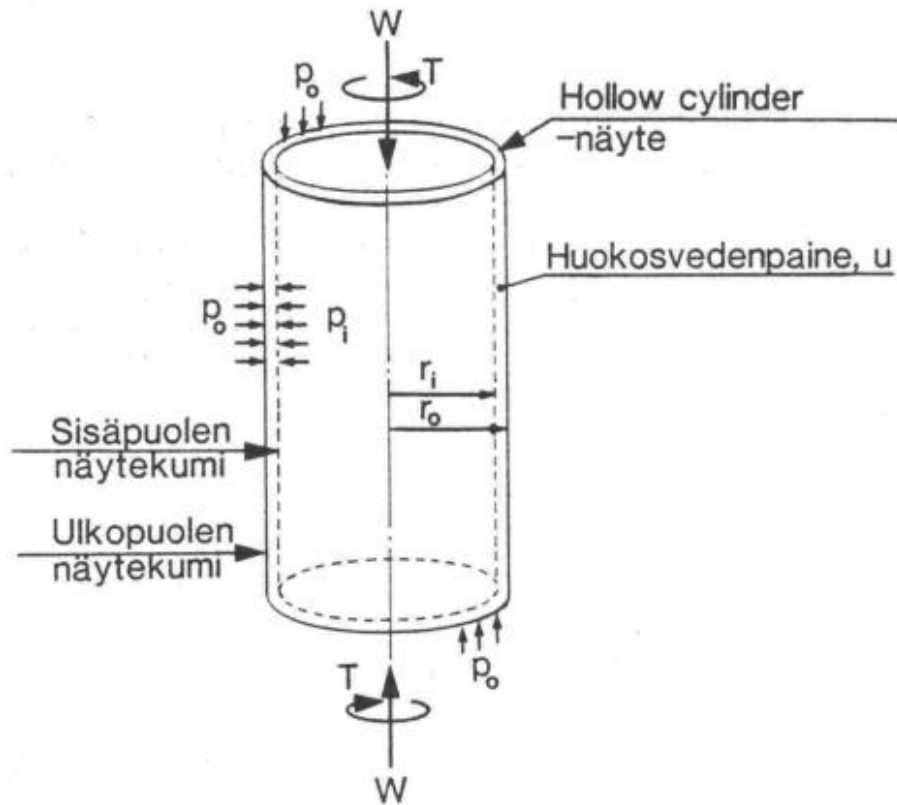
**Kuva 14** Staattinen kolmiakselilaitteisto

Väylärakenteissa käytettävien materiaalien palautuvien jäykkyysominaisuuksien määrittämiseen staattinen kolmiakselilaitteisto on näytteen kertakuormiteellisyydestä johtuen kuitenkin puutteellinen. Staattisessa kuormituskokeessa näyte kuormitetaan yhdellä kuormituskerralla murtoon asti, jolloin saadaan ainoastaan tietoa näytteen kyvystä vastustaa kokonaismuodonmuutoksia murtotilaa lähestyttäessä. Liikennekuormituksen alaisuudessa olevan maamateriaalin käyttäytyminen on suuren kuormituskertamäärän

myötä tyypillisesti vakiintunut lähes palautuvaksi, jolloin sen muodonmuutuskäyttäytymisen eroaa keskeisesti kertakuormitetun näytteen käyttäytymisestä. Staattinen koe ei myöskään anna tietoa materiaalin kyvystä vastustaa pysyviä muodonmuutoksia kuormituksen ollessa toistuvaa.

Tästä johtuen varsinaisista karkearakeisien materiaalien muodonmuutosominaisuuksien määrittämiseen käytettävistä menetelmistä syklinen kolmiaksaalikoe (toisinaan puhutaan myös dynaamisesta kolmiaksaalikokeesta) on keskeisin ja yleisimmin käytetty. Syklinen kolmiaksaalikoe eroaa staattisesta koelaitteistosta kyvyllään kohdistaa näytteeseen syklistä kuormitusta. Syklinen koelaitteisto koostuu staattisen kolmiaksaaliaalikokeen tapaan kuormituskehään kiinnitetystä painesellistä, jonka sisään näyte rakennetaan. Näytteeseen kohdistuva jännitystila on niin ikään sylinterimäinen, mutta dynaamisessa laitteistossa pystysuuntaisen jännitysimpulssin suuruus ja tiheys on kuormitusylikohtaisesti säädettävissä. Joissain koelaitteistoissa myös sellipaineen jatkuva säätö on mahdollista. Syklisen kolmiaksaalikokeen yhteydessä mitataan normaalisti näytteeseen kohdistuva sellipaine, näytteen aksiaalinen kuormitus ja muodonmuutos, näytteen vaakasuuntainen muodonmuutos ja kyllästyneiden näytteiden tapauksessa huokospaine sekä mahdollinen takapaine. Kokeesta saatavaa tietoa voidaan käyttää materiaalin kuormituskäyttäytymistä kuvaavien mallien parametrisoinnissa. (Kolisoja 1993)

Liikkuvasta kalustosta väylärakenteeseen kohdistuva kuormitus aiheuttaa pääjännityskiertymää varsinkin rakenteen yläosissa. Pääjännityskiertymällä on havaittu olevan hyvin keskeinen rooli karkearakeisen materiaalin muodonmuutuskäyttäytymisen kannalta. Jännityskiertymän tutkimukseen on kolmiaksaalikokeen pohjalta kehitetty hollow cylinder –laitteisto, joka mahdollistaa näytteen monipuolisen jännitystilän säätelyn. Nimensä mukaisesti hollow cylinder –näytteen sisäosa on ontto ja tutkittava materiaali on ohuena seinänä näytteen ulkokehällä, mikä mahdollistaa näytteen sisä- ja ulkopuolisen paineen säätelyn (kuva 15). Sellipaineen ja aksiaalisen kuormituksen lisäksi hollow cylinder –laitteistolla näytteeseen voi kohdistaa myös vääntöä, jolloin pystysuoran ja tangentialisen jännityskomponentin suuruuden ja suunnan säätely on mahdollista. Karkearakeisien materiaalien tutkimuksen kannalta hollow cylinder laitteiston suurimpana puutteena voidaan pitää näytteen suurinta raekokoa, joka yleisesti käytettävissä olevalla laitteistolla on 6 mm. (Kolisoja 1993)



**Kuva 15** *Hollow cylinder-laitteiston näytesylinterin periaatteellinen rakenne (Kolisoja 1993)*

On huomattava, että laboratoriossa tehty koejärjestely on aina pelkistys todellisen rakenteen materiaalin kokemasta kuormitusrasituksesta, jolloin myös laboratoriokokeiden pohjalta parametrisoidut materiaalimallit ovat perusluonteeltaan ja tarkkuudeltaan yleiskuvallisia, eivät suinkaan absoluuttisia. Mallit kykenevät kuvaamaan materiaalin käyttäytymistä ainoastaan siinä määrin kuin ne on tarkoitettu, jolloin todellista rakennetta mallinnettaessa materiaalimallien laaja-alainen soveltuvuus ja yksiselitteinen parametrisointi on ensiarvoisessa asemassa näiden käytettävyyden kannalta.

## 3.2 Lujuusominaisuudet

Maan leikkauslujuus muodostuu rakeiden välisestä koheesiosta ja kitkasta. Kappaleessa 2.4 esiteltiin yleisimpiä materiaalin murtoehtoja, joista Morh-Columb todettiin karkearakeisille maa-aineksille hyvin soveltuvaksi. Maamateriaalin lujuus on voimakkaasti jännityslariippuvainen, mikä on ymmärrettävää, kun tarkastellaan materiaalin partikkeliluonnetta. Yksittäisien rakeiden välillä vallitseva kitkavoima on riippuvainen niiden välisen normaalivoimakomponentin suuruudesta. (Jääskeläinen 2011)

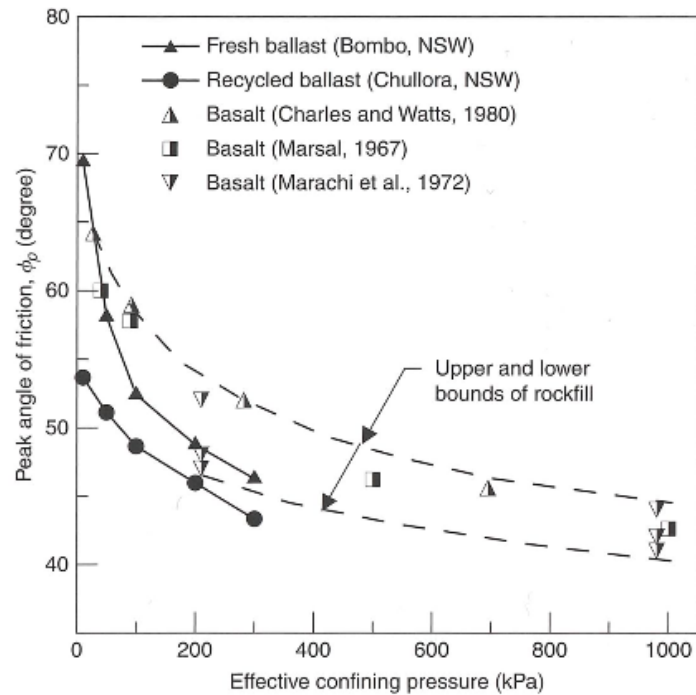
Ratarakenteen kuormituskestävyyden kannalta pengermateriaalin lujuudella on merkittävä rooli; mitä suurempi materiaalin lujuus on, niin sitä paremmin se kestää siihen kohdistuvan kuormituksen. Maamateriaalin lujuus on riippuvainen paitsi jännitystilasta, myös raerungon rakenteesta ja kosteustilasta. Tässä kappaleessa tarkastellaan raerungon ominaisuuksien vaikutusta materiaalin lujuuteen. Kosteustilan vaikutus maamateriaalin lujuus- ja jäykkyysominaisuuksiin on käsitelty tarkemmin kappaleessa 4.5.

### 3.2.1 Kitkakulma

Maamateriaalin kitkakulman arvo on ensisijaisesti riippuvainen sen rakeisuudesta. Karkearakeisilla materiaaleilla kitkakulman arvo on huomattavasti suurempi kuin hienorakeisilla materiaaleilla. Myös raekokojakauman muoto vaikuttaa; tasarakeisilla materiaaleilla kitkakulman arvo on pienempi kuin sekarakeisilla materiaaleilla. Kun raekokojakauma on sekarakeinen, suurempien rakeiden välit ovat täyttyneet pienemmillä rakeilla, jolloin yksittäisten rakeiden tuenta paranee. Myös materiaalin tiiveystila vaikuttaa keskeisesti kitkakulman arvoon. Mitä tiiviimmässä tilassa materiaali raerunko on, sitä suurempi sen kitkakulman arvo on. (Duncan et al 2014)

Karheapintaisista rakeista koostuvilla materiaaleilla kitkakulman arvo on tyypillisesti suuri. Tämä voidaan ajatella johtuvan rakeen pintaprofiilin epätasaisuudesta, jolloin partikkelien liukuminen toisiaan vasten on huomattavasti vaikeampaa kuin jos raepinnat olisivat sileämpiä. Kuitenkin hyvin kulmikasrakeisilla materiaaleilla, kuten sepeleillä, kitkakulman on voimakkaasti riippuvainen jännitystilasta. Tällaisilla materiaaleilla kitkakulman on tyypillisesti hyvin suuri pienellä jännitystasolla ja pienenee jännitystilan kasvaessa (kuva 16). Indraratnan (2011) mukaan tämä selittyy pääosin dilataatiolla, jolloin rakeiden täytyy kiivetä toistensa ylitse päästäkseen liikkumaan. Osaltaan tämä voidaan myös ajatella karheapintaisien rakeiden välillä tapahtuvaksi lukkiutumiseksi.





**Kuva 16** Raidesepelin kitkakulman muutos tukipaineen funktiona (Indraratnan 2011)

Kun materiaalin jännitystila kasvaa, kitkakulman arvo pienenee. Tällöin karheapintaisten rakeiden välillä vaikuttava lukkiutumisefekti häviää niiden särmien murtuessa tai rakeiden luistaessa toisiinsa suhteen. Käytännössä kitkakulman pieneminen havaitaan kolmiaksaalikokeista Mohr Coulumb-myötöehdon mukaisen murtosuoran kaareutumisena jännitystilan kasvaessa. Eräs tapa kuvata kitkakulman jännitystilarippuvuutta on käyttää yhtälön 3.1 mukaista logaritmista suhdetta (Duncan et al 2014):

$$\varphi' = \varphi_0 - \Delta\varphi \log_{10} \left( \frac{\sigma_3'}{p_a} \right) \quad (3.1)$$

jossa:

$\varphi'$  Tehokas kitkakulma

$\sigma_3'$  Tehokas pienin pääjännitys

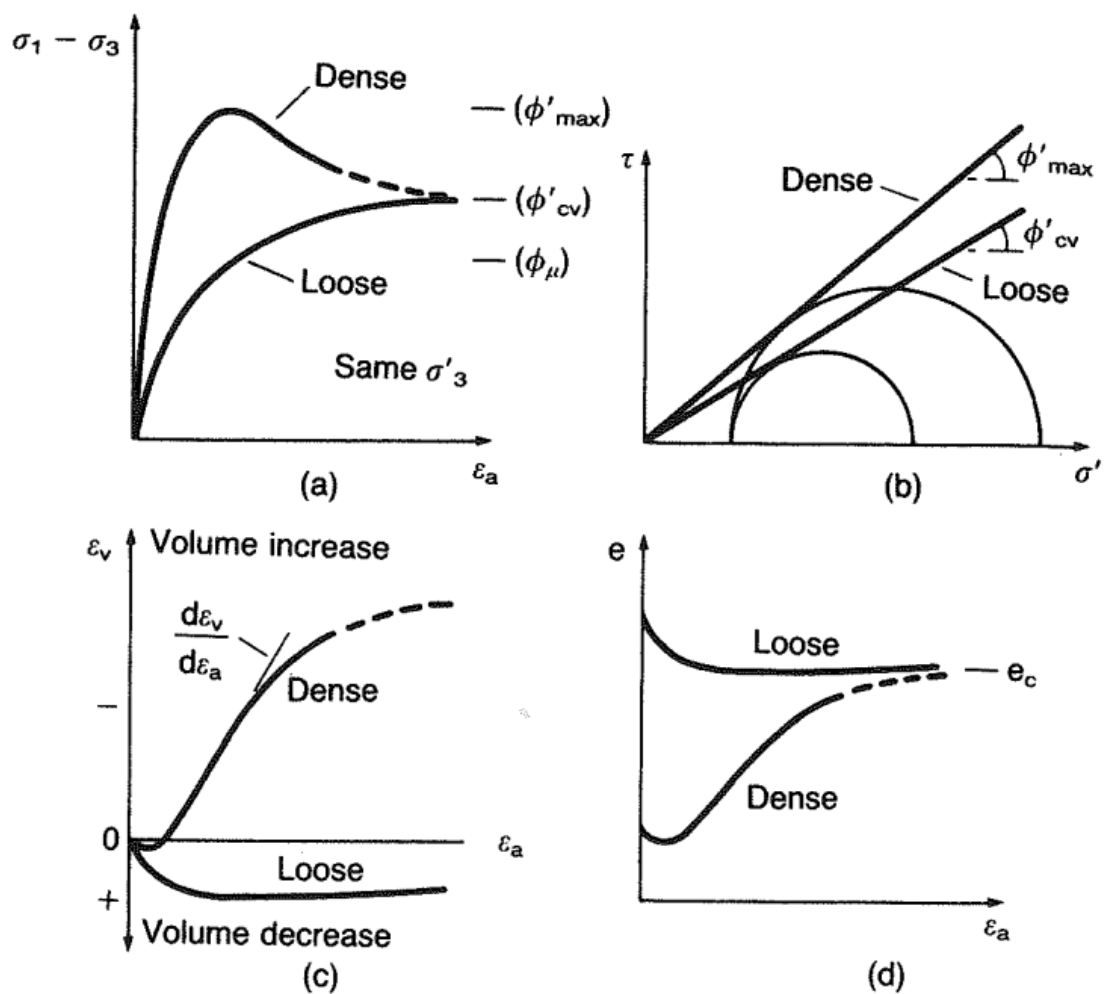
$p_a$  Ilmanpaine (101,3 kPa)

$\varphi_0$  Kitkakulman arvo kun  $\sigma_3' = p_a$

$\Delta\varphi$  Materiaalikohtainen kitkakulman jännitystilarippuvuutta kuvaava arvo

Yhtälön 3.1 mukaisesti kitkakulman arvo pienenee matalalla jännitystasolla voimakkaasti. Partikkelitasolla tämä voidaan ajatella johtuvaksi rakeiden pyöristymisestä ja luisuttamiseksi toistensa suhteen; kun jännitystilän kasvaa, rakeiden terävimmät särmit murtuvat ensimmäisenä. Mikäli rakeet ovat hyvin kulmikkaita, aiheuttaa tämä nopean kitkakulman laskun. Loivien kulmien murtumiseen tarvittava jännitys on huomattavasti teräviä kulmia suurempi, mistä johtuen kitkakulman muutosnopeus hidastuu jännitystilän kasvun myötä.

Karkearakeisilla materiaaleilla niiden lujuus on myös tiiveystilasta riippuva. Mitä tiiviimpi raerunko on, niin sitä tukevammin yksittäiset rakeet on tuettu. Kuvassa 17 a) on esitetty kolmiakiaalikokeen jännitys-muodonmuutoskuvaaja löyhälle ja tiiviille maalle. Löyhässä tilassa olevalla materiaalilla muodonmuutokset kasvavat tasaisesti lähestyttäessä murto-tilannetta, kun taas tiiviisti pakkaantunut materiaali jännittyy voimakkaasti ennen kuin äkkiä murtuu. (Craig 1974)



**Kuva 17** Staattisessa kolmiakiaalikoeksessa havaittava jännitysmuodonmuutoskuvaajat löyhällä ja tiiviillä hiekalla (Craig 1974)

Löyhässä tilassa oleva maa tiivistyy murtuessaan, sillä tällöin raerunko pääsee hakeutumaan tiiviimpään tilaan. Tiiviissä tilassa olevan materiaalin on puolestaan laajennuttava, jotta rakeet pääsevät kiipeämään toistensa ylitse. Tämä havaitaan leikkauslujuuden kasvuna.

Materiaalin kitkakulman arvoon vaikuttaa siis keskeisesti sen rakeisuus, tiiviyssaste ja jännitystila. Duncan et al (2014) ovat esittäneet yhtälön 3.2 mukaisen, Marachi et al. (1969) ja Becker et al. (1972) tekemien kokeiden koetuloksiin perustuvan yhteyden materiaalin kitkakulman arvon ja edellä mainittujen tekijöiden välille. Taulukossa 1 on esitetty yhtälössä 3.2 esiintyville parametreille A, B, C ja D tyypilliset arvot eri rakeisuuksilla.

$$\varphi' = A + B(D_r) - [C + D(D_r)] \log_{10} \left( \frac{\sigma'_N}{p_a} \right) \quad (3.2)$$

**Taulukko 1** Yhtälössä 3.2 käytettävät parametriarvot erälle materiaaleille (Duncan et al. 2014)

	Parameter Values in Degrees				Standard Deviation (deg)
	A	B	C	D	
Gravel and cobbles with $C_u > 4$	44	10	7	2	3.1
Sand with $C_u > 6$	39	10	3	2	3.2
Sand with $C_u < 6$	34	10	3	2	3.2

Yhtälö 3.2 on ensisijaisesti luotu stabiiliteettilaskentaan, joten kitkakulman jännitystilariippuvuus on lausuttu tehokkaan normaalijännityksen  $\sigma'_N$  avulla. Pienimmän tehokkaan pääjännityksen  $\sigma'_3$  ja tehokkaan normaalijännityksen  $\sigma'_N$  välille on otaksuttu yhtälön 3.3 mukainen riippuvuus (Duncan et al. 2014):

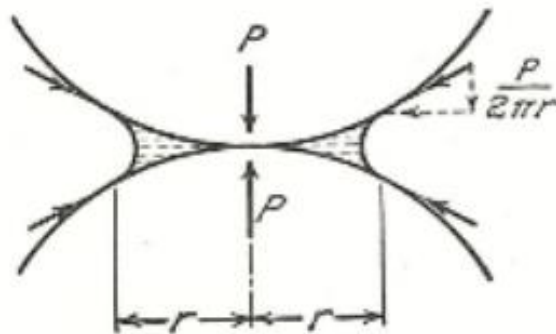
$$\frac{\sigma'_N}{\sigma'_3} = \frac{\cos^2 \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (3.3)$$

### 3.2.2 Näennäinen koheesio

Näennäisellä koheesiolla tarkoitetaan huokosveden aikaansaamaa imuvoimaa maara-keiden välillä. Käytännössä tämä havaitaan materiaalin lujuuden kasvuna. Materiaali kuivussa vesi poistuu ensisijaisesti suurista huokosista, mutta pyrkii jäämään rakeiden kulmakohtiin ns. huokoskulmavedeksi. Kiven ja veden välisestä adheesiosta johtuen

vesi pyrkii levittäytymään kivenpintaa pitkin, mutta samalla veden pintajännitys pyrkii oikaisemaan huokoskulmaveden pinnan (kuva 18). Tällöin veteen syntyy alipaine, joka pyrkii vetämään rakeita toisiaan vasten. (Jääskeläinen 2011) (Terzaghi & Peck 1956)

Ilmiö on sitä voimakkaampi, mitä hienorakeisemmasta materiaalista on kyse. Kuitenkin maan kuivaessa tai vettyessä liikaa, näennäinen koheesio häviää. Materiaalin kuivaessa huokoskulmavesi haihtuu pois, jolloin myös partikkelien välillä vaikuttava imuvoima häviää. Vastaavasti materiaalin vettyessään liialti, häviää veden pintajännitys ja samalla koheesion aikaansaama lujuus. (Jääskeläinen 2011)



**Kuva 18** Partikkelien välisellä kontaktipinnalla esiintyvä huokoskulmavesi ja sen aiheuttama imuvoima (Terzaghi & Peck 1956)

Vaikka koheesio lähtökohtaisesti lisää materiaalin leikkauslujuutta, on sen vaikutuksen suotuisuus riippuvainen materiaalin tiiveystilasta. Tiiviissä materiaalissa koheesio lisää entisestään raerungon lujuutta, mutta löyhän materiaalin tapauksessa rakeiden välillä vaikuttava imuvoima vaikeuttaa materiaalin tiivistymistä, jolloin raerungon on vaikeampi hakeutua kuormituskestävyyden kannalta optimaaliseen tilaan. Käytännössä tämä havaitaan materiaalin tiivistystyön ongelmallisuutena. (Jääskeläinen 2011) (Terzaghi & Peck 1956)

### 3.3 Materiaalin jäykkyysominaisuudet

Materiaalin jäykkyys kuvaa sen kykyä vastustaa muodonmuutoksia kuormitettaessa. Varsinkin tie- ja ratarakenteissa käytettävälle materiaalille tämä on tärkeä ominaisuus, sillä materiaalin pieni deformaatioherkkyys takaa rakenteen geometrian säilymisen, ja

tätä kautta sen toimivuuden. Konstitutiivisen materiaalin tapauksessa sen makroskooppisia jäykkyysominaisuuksia kuvataan moduuliluvulla, joka kuvaa materiaaliin kohdistuvan jännityksen ja sen synnyttämän muodonmuutoksen välistä yhteyttä. Esimerkiksi Hooken laissa materiaalin jäykkyyttä kuvaavan kimmomoduuli  $E$  on esitetty muodossa:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (3.4)$$

jossa  $\sigma$  kuvaa jännitystä ja  $\varepsilon$  muodonmuutosta. Hooken laki käsitellään tarkemmin kapaleessa 5.1.1 lineaarielastisen teorian yhteydessä. Konstitutiiviseen teoriaan perustuvan moduuliluku kuvaa ainoastaan maamateriaalin näennäistä kuormituskäyttäytymistä, muttei ota kantaa yksittäisten rakeiden deformaatioon. Kyseisen suureen käyttö on kuitenkin osoittautunut varsin hyväksi tavaksi maamateriaalin jäykkyyden kuvauksessa ja sitä käytetään yleisesti toimivuutensa ja yksinkertaisuutensa vuoksi.

### 3.3.1 Resilent-moduuli

Karkearakeisien materiaalien käyttäytymisen kuvauksessa kimmomoduuli on monesti korvattu niin kutsutulla resilient-moduulilla (suomeksi jäykkyysmoduuli). Resilent-moduuli  $M_r$  on määritelty deviatorisen jännityksen muutoksen ja kuormituksen suuntaisen palautuvan venymän välisenä suhteena yhtälön 3.5 mukaisesti (Kolisjoja 1997):

$$M_r = \frac{\Delta q}{\Delta \varepsilon^e_a} \quad (3.5)$$

Partikkeliluonteisuudesta johtuen karkearakeisen materiaalin jäykkyyden ja lujuuden välillä on yhteys. Yksittäisten rakeiden liikkuminen viereisien rakeiden suhteen on riippuvainen niiden välillä vaikuttavien kitka- ja koheesivoimien suuruudesta. Rakeiden väliset kontaktivoimat kasvavat jännitystilän myötä, jolloin raerungon kyky vastustaa muodonmuutoksia myös paranee. Tämä taas havaitaan jäykkyyden kasvuna.

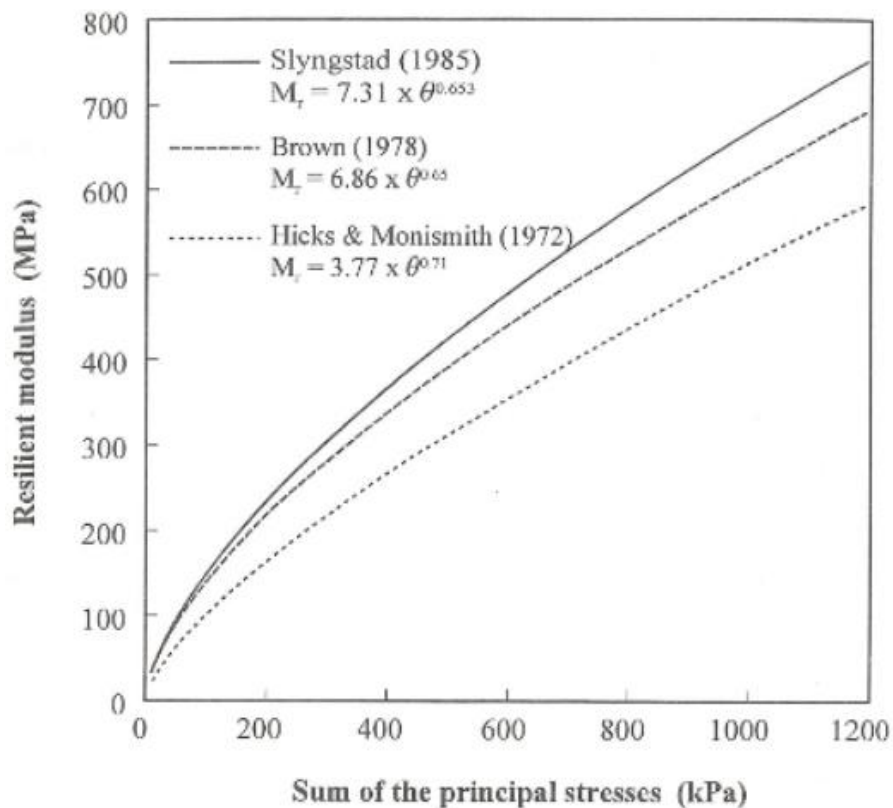
Brown ja Pell esittivät vuonna 1967 koetuloksiin perustuvan mallin resilient-moduulin jännitystilariippuvuudelle:

$$M_r = k_1 \theta^{k_2} \quad (3.6)$$

jossa  $M_r$  on resilient-moduuli,  $\theta$  pääjännitysten summa (vastaa jännitysinvarianttia  $I_1$ ), kun deviatorinen jännitys saavuttaa maksimiarvonsa ja  $k_1, k_2$  kokeellisesti määritettäviä materiaaliparametreja. Käyttäen referenssijännitystä  $\theta_0$  (100 kPa) yhtälö 3.6 voidaan esittää dimensiollisesti korrektissa muodossa:

$$M_r = k_1 \theta_0 \left( \frac{\theta}{\theta_0} \right)^{k_2} \quad (3.7)$$

Kuvassa 19 on esitetty resilient-moduulille tyypillistä jännitystilariippuvuutta. Jännitystilan kasvaessa materiaalin jäykkyys ei kasva lineaarisesti, vaan jäykkyyden muutosnopeus pienenee jännitystilan kasvun myötä. Mitä ilmeisimmin tämä johtuu suuressa jännitystilassa tapahtuvasta rakeiden kulmien murtumisesta sekä rakeiden luistamisesta toistensa suhteen. Tällöin niiden välinen kitkapotentiaali pienenee, minkä seurauksena tukipaineen vaikutus materiaalin jäykkyyteen vähenee.



**Kuva 19** Väylämateriaaleille tyypillisiä resilient-moduulin jännitystilariippuvuuksia (Ehrola 1996)

Yhtälön 3.7 mukaisessa mallissa materiaalin jäykkyys otaksutaan ainoastaan pääjännitysten summasta riippuvaiseksi, mutta deviatorisen ja hydrostaattisen komponentin välistä suhdetta ei millään tavalla huomioida. Tarkastellessa karkearakeisen materiaalin käyttäytymistä partikkelitasolla on hyvin ilmeistä, että suhteessa suurempi deviatorinen

jännitys lisää raerungon deformaatioherkkyyttä; kun rakeiden välillä vaikuttava kitkavoima pienenee suhteessa deviatoriseen voimakomponenttiin, on yksittäisten rakeiden siirryttävä enemmän saavuttaakseen riittävä tuenta ulkoisia voimia vastaan.

Kyseinen ilmiö on havaittu myös kokeellisesti ja usein käytetty malli tämän kuvaukseen on Uzanin vuonna 1985 esittämä, jossa resilient-moduuli lausutaan sylinterimäisessä jännitystilassa (Uzan 1985):

$$M_r = k_1 \theta_0 \left( \frac{\theta}{\theta_0} \right)^{k_2} \left( \frac{q}{\theta_0} \right)^{k_3} \quad (3.8)$$

jossa  $\theta$  pääjännitysten summa (vastaa jännitysinvarianttia  $I_1$ ),  $q$  deviatorinen jännitys (kolmiaksaalikokeen tapauksessa  $\sigma_1 - \sigma_3$ ) ja  $k_1, k_2, k_3$  ovat kokeellisesti määritettäviä materiaaliparametreja. Yleisessä kolmiulotteisessa jännitystilassa resilient-moduulin jännityssuhderiippuvuus voidaan ilmaista oktaedrijännityksen avulla:

$$M_r = k_1 \theta_0 \left( \frac{\theta}{\theta_0} \right)^{k_2} \left( \frac{\tau_{okt}}{\theta_0} \right)^{k_3} \quad (3.9)$$

Karkearakeisen materiaalin jäykkyys on jännitystilan ohella hyvin riippuvainen raerungon tiivyydestä. Eräs tapa kuvata materiaalin tiiveystilaa on sen huokoisuus. Huokoisuus määritellään materiaalin huokostilavuuden ja kokonaistilavuuden välisenä suhteena:

$$n = \frac{V_{huokoset}}{V_{materiaali}} \quad (3.10)$$

jossa  $V_{huokoset}$  on huokoisten tilavuus ja  $V_{materiaali}$  materiaalin kokonaistilavuus (Terzaghi & Peck 1956). Kun materiaalin tiiveystila kasvaa, sen huokoisuus pienenee. Tiiveystila vaikuttaa olennaisesti raerungon pakkautuneisuuteen ja tätä kautta yksittäisten rakeiden tuentaan.

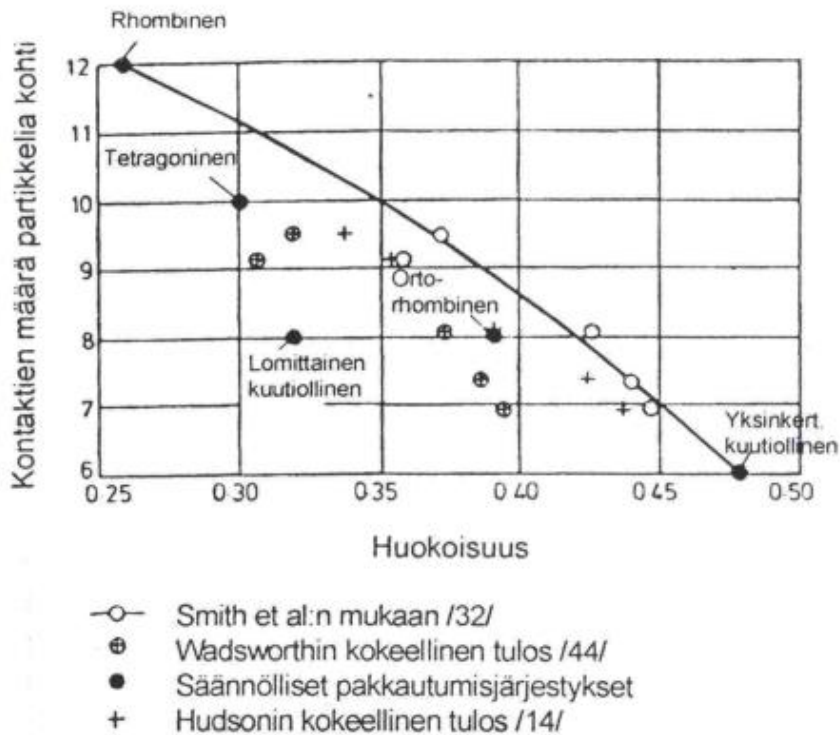
Huokoisuuden ja rakeiden kontaktipisteiden määrän välillä onkin havaittu kuvan 20 mukainen yhteys. Materiaalin tiiveystilan kasvaessa rakeiden välisten kontaktipisteiden määrä kasvaa. Tällöin yksittäisten rakeiden tuenta paranee, minkä seurauksena materiaalin jäykkyys kasvaa. (Kolisoja 1996)

Kolisoja (1997) on esittänyt murskemateriaaleilla tehtyjen dynaamisten kolmiaksaalikokeiden perusteella kaavojen 3.11 ja 3.12 mukaisesti lineaarisen riippuvuuden materiaalin huokoisuuden ja resilient-moduulin välille:

$$M_r = a_1 (n_{max} - n) \theta_0 \left( \frac{\theta}{\theta_0} \right)^{0,5} \quad (3.11)$$

$$M_r = b_1 (n_{max} - n) \theta_0 \left( \frac{\theta}{\theta_0} \right)^{0,7} \left( \frac{q}{\theta_0} \right)^{-0,2} \quad (3.12)$$

joissa  $n_{max}$  materiaalin maksimi huokoisuus ja  $a_1$  sekä  $b_1$  ovat kokeellisesti määritettäviä materiaaliparametreja. Tiiviystilan vaikutus materiaalin jäykkyyteen on siis hyvin keskeinen.



**Kuva 20** Partikkelikohtaisten kontaktipisteiden määrä eri muotoisilla raakeilla eri tiiviystiloissa (Kolisoja 1996)

### 3.3.2 Kokonaismuodonmuutospohjainen moduulikuvaus

Resilient-moduuli määritetään dynaamisten kolmiaksaalikokeiden perusteella ja se kuvaa ainoastaan materiaalin palautuvaa muodonmuutuskäyttäytymistä. Mikäli muodonmuutos ei ole täysin kimmoista, ei resilient-moduuli kuvaa materiaalin kuormituskäyttäytymistä realistisesti. Resilient-moduuliin pohjautuvilla laskentamaleilla on myös havaittu konvergointiongelmia numeerisessa laskennassa (Skoglund 2002).

Toinen tapa kuvata materiaalin jännitystilarippuvaista jäykkyysskäyttäytymistä on käyttää sekanttimoduulia  $E_{50}$ . Tällöin jännitystilarippuvuus voidaan kuvata käyttäen staattisen kolmiaksaalikokeen avulla määritettävää referenssimoduulia  $E_{50}^{ref.}$ , tukipaineena toimivaa pienintä pääjännitystä  $\sigma_3$  ja jännityseksponenttia  $m$ :

$$E_{50} = E_{50}^{ref.} \left( \frac{\sigma_3 + c \cdot \cot(\varphi)}{\sigma_{ref.} + c \cdot \cot(\varphi)} \right)^m \quad (3.13)$$



jossa  $\sigma_{ref}$ . referenssipaine (100 kPa),  $c$  näennäinen koheesio,  $m$  jännityseksponentti ja  $\varphi$  kitkakulma. (Obrzud 2018) Referenssimoduuli  $E_{50}^{ref}$ . määritetään staattisesta kolmiaksaalikokeen jännitys-muodonmuutoskuvaajasta sekanttiarvona kohdasta, jossa deviatorinen jännitys  $q$  on puolet murtorajan deviatorisesta jännityksestä  $q_f$ . Tämän tutkimuksen laskentaosiossa on käytetty pengermateriaaleille Hardenig Soil-materiaalimalia (kappale 5.1.4), joka myös soveltaa yhtälön 3.13 mukaista moduulikuvasta.

Huomioitavaa on, että tässä esitystavassa moduulin jännitystilariippuvuus on kuvattu pienimmän pääjännityksen avulla, kun taas perinteisessä resilient-moduulimenettelyssä tämä kuvataan pääjännitysten summan avulla. Aikaisemmista moduulikuvauksista poiketen yhtälössä 3.13 huomioidaan jännitystilan lisäksi myös näennäisen koheesio vaikutus materiaalin jäykkyyteen.

Sekanttimoduuli kuvaa materiaalin kokonaismuodonmuutosta, eli se sisältää palautuvan ja palautumattoman muodonmuutoksen, joten se ei ole suoraan verrannollinen resilient-moduulin kanssa. Mikäli kuitenkin halutaan mallintaa materiaali täysin kimmoisena käyttäen jännitystilariippuvuuden kuvaukseen pienintä pääjännitystä, tulee yhtälö 3.13 muotoon:

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \cdot \left( \frac{\sigma_3 + c \cdot \cot(\varphi)}{\sigma_{ref} + c \cdot \cot(\varphi)} \right)^m \quad (3.14)$$

jossa  $E_{ur}$  on täysin kimmoista muodonmuutosta kuvaava moduuliarvo ja  $E_{ur}^{ref}$  on materiaalikohtainen vakio. Näin ollen  $E_{ur}$  on periaatteessa vastaava resilient-moduulin kanssa, mutta koska  $E_{ur}$  ja  $M_r$  määritelmät eroavat yhtälötasolla huomattavasti toisistaan, niiden välille ei voida johtaa suoraa yhteyttä;  $E_{ur}$  kuvaa materiaalin tangentialista jäykkyyttä jossain jännitystilassa  $\sigma_3$ , kun taas  $M_r$  määrittää suoraan toteutuneen jännityslisäyksen ja syntyneen muodonmuutostason välisen suhteen. Yhtälöille voidaan kuitenkin määrittää sellaiset parametrit, että ne vastaavat käyttäytymiseltään mahdollisimman hyvin toisiaan, kun tukipaine  $\sigma_3$  pidetään vakioarvossa.

Käytetään tässä yhteydessä resilient-moduulin jännitystilariippuvuuden kuvaukseen Uzanin mallia ja sen eksponenttiparametreille Kolisojan 1997 raportoimien kokeiden mukaisesti arvoja  $k_2 = 0,7$  ja  $k_3 = -0,2$ . Pienimmän neliösumman menetelmää käyttäen yhtälön 3.14 parametrit  $E_{ur}^{ref}$  ja  $m$  voidaan optimoida kuvaavamaan mahdollisimman hyvin yhtälön 3.15 käyttäytymistä.

$$M_r = k_1 \theta_0 \left( \frac{\theta}{\theta_0} \right)^{0,7} \left( \frac{q}{\theta_0} \right)^{-0,2} \quad (3.15)$$

Pienimmän neliösumman menetelmä on määritelty tavoitefunktion ja optimointifunktion erotusten nelijöiden summana:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2 \quad (3.16)$$

jossa  $y_i$  on tavoitefunktion arvo ja  $f(x_i)$  on optimointifunktion arvo. Tässä tapauksessa etsitään summalle S pienin mahdollinen arvo käyttäen seuraavaa summalauseketta:

$$S = \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\theta_i}{\theta_0} \right)^{0,7} \left( \frac{q_i}{\theta_0} \right)^{-0,2} - E'_{ur} \left( \frac{\sigma_{3(i)} + c * \cot(\varphi)}{\sigma_{ref.} + c * \cot(\varphi)} \right)^m \right]^2 \quad (3.17)$$

jossa:

$$\theta_i = (k + 2)\sigma_{3(i)} = \text{pääjännitysten summa (sylinterimäisessä jännitystilassa)}$$

$$k = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \text{pääjännitysten suhde}$$

$$q_i = (k - 1)\sigma_{3(i)} = \sigma_{1(i)} - \sigma_{3(i)} = \text{deviatorinen leikkausjännitys (sylinterimäisessä jännitystilassa)}$$

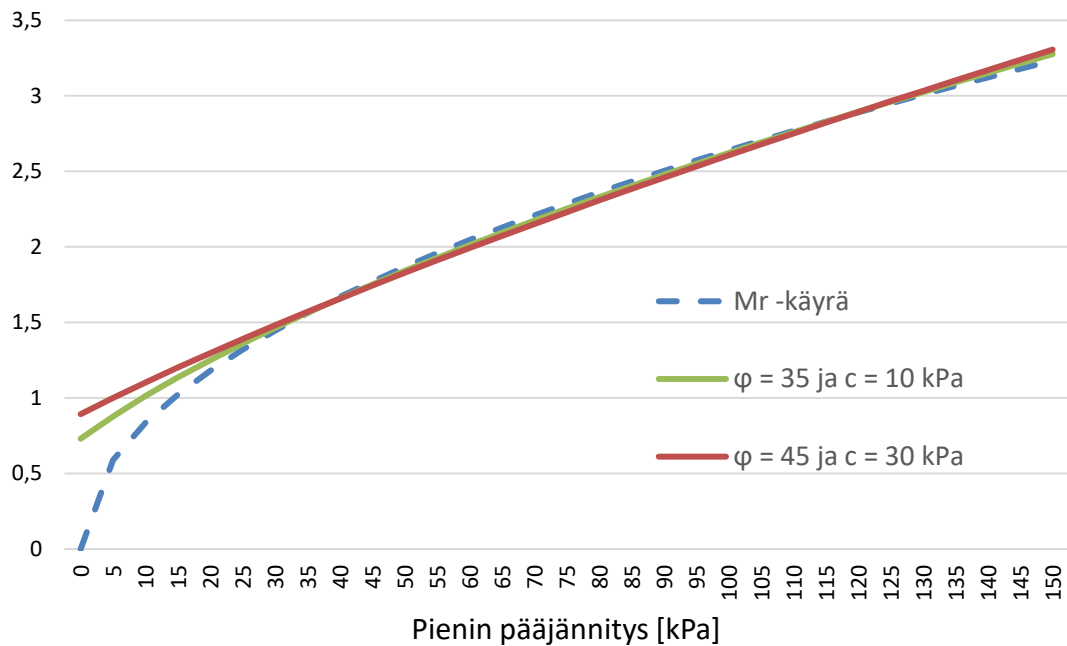
$$E'_{ur} = \frac{E_{ur}^{ref.}}{k_1 \theta_0} = \text{referenssimoduulin suhde resilient-moduulin lausekkeen kertoimeen}$$

Dimensiottomille parametreille  $E'_{ur}$  ja  $m$  määritettiin lausetta 3.17 käyttäen optimaaliset arvot eri pääjännityssuhteilla varioiden kitkakulmaa ja koheesiota. Käyräsovitteet etsittiin jännitysvälille  $\sigma_3 = 15 - 150$  kPa käyttäen 28 optimointipistettä ja optimointi tehtiin hyödyntäen Excel taulukkolaskentaohjelmiston evoluutiollista optimointialgoritmia. Saadut tulokset on esitetty taulukossa 2.

**Taulukko 2** Parametrioptimoinnin tulokset eri kitkakulman ja koheesion arvoilla sekä eri pääjännityssuhteilla

		Kitkakulma 35				Kitkakulma 45				
		Koheesio	0	5	10	15	0	10	20	30
Pääjännityssuhde	1,5	E ur	2,76	2,75	2,74	2,73	2,76	2,75	2,74	2,73
		m	0,50	0,56	0,61	0,67	0,50	0,58	0,66	0,73
	2	E ur	2,64	2,63	2,62	2,61	2,64	2,63	2,62	2,61
		m	0,50	0,56	0,61	0,67	0,50	0,58	0,66	0,73
	2,5	E ur	2,64	2,63	2,62	2,62	2,64	2,63	2,62	2,61
		m	0,50	0,56	0,61	0,67	0,50	0,58	0,66	0,73
	3	E ur	2,69	2,68	2,67	2,66	2,69	2,67	2,66	2,65
		m	0,50	0,56	0,61	0,67	0,50	0,58	0,66	0,73

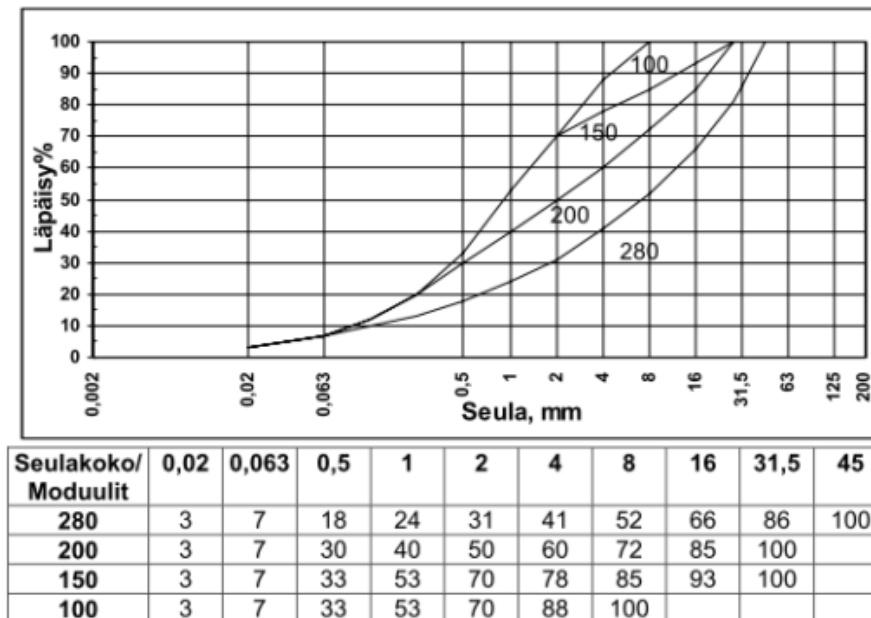
Nyt nähdään, että kerroinparametrien  $E_{ur}^{ref}$  ja  $k_1\theta_0$  välinen suhde on tyypillisesti noin 2,60 – 2,75. Vastaavasti jännityksponentin  $m$  arvo riippuu keskeisesti koheesion suuruudesta. Koheesion oltaessa välillä 0 – 30 kPa, vaihtelee jännityksponentin arvo välillä 0,5 – 0,7. Jännityssuhteella ei sitä vastoin ole mainittavaa vaikutusta. Kuvassa 21 on esitetty eräiden optimointikäyrien yhteensopivuus resilent-moduulikäyrän kanssa. Pienimmän pääjännityksen moduulilausekkeen sisäisestä koheesiosta johtuen joitain optimointikäyriä on mahdotonta saada sivuamaan  $M_r$ -käyrää pienillä sellipaineen arvoilla.



**Kuva 21** Eräiden optimointikäyrien yhteensopivuus resilent-moduulikäyrän kanssa

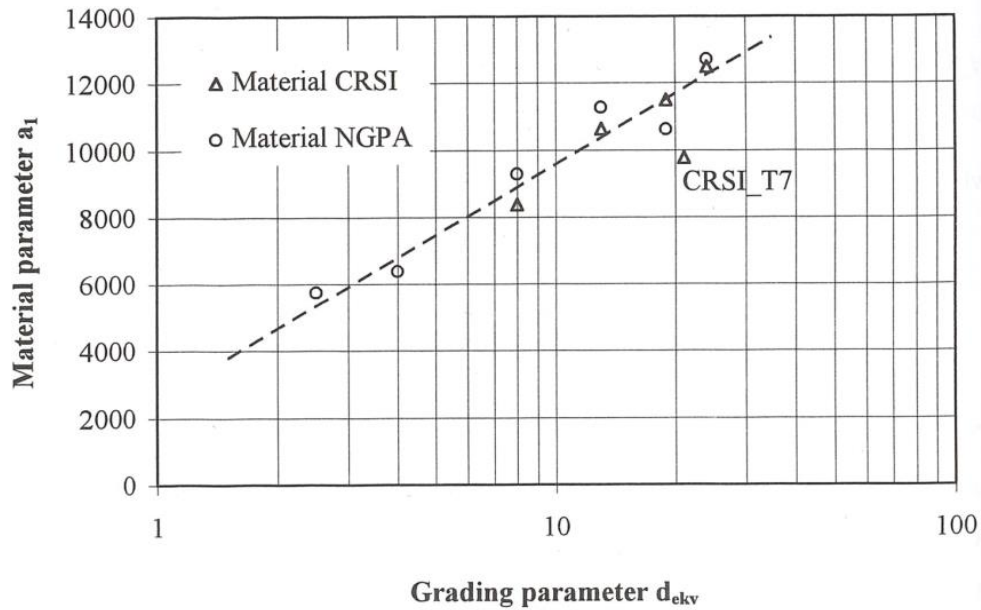
### 3.3.3 Eräitä karkearakeisen materiaalin jäykkyyden osatekijöitä

Karkearakeisen materiaalin jäykkyys on jännitys- ja tiiveystilan lisäksi riippuvainen sen rakeisuudesta sekä kosteustilasta. Materiaalin tiivistymiseen vaikuttaa olennaisesti sen rakeisuusjakauman muoto; mitä lajittuneempaa ja tasarakeisempaa materiaali on, niin sitä heikommin se tiivistyy. Suhteutunut materiaali saavuttaa lajittunutta suuremman tiiviyden, jolloin yksittäisten rakeiden tuenta paranee. Tämä havaitaan jäykkyyden kasvuna. Kuvassa 22 on esitetty suuruusluokaltaan tyypillisiä moduuliarvoja murskeella sen rakeisuuden mukaan. Kyseiset moduuliarvot perustuvat levykuormituskokeisiin ja ovat luonteeltaan suuntaa-antavia.



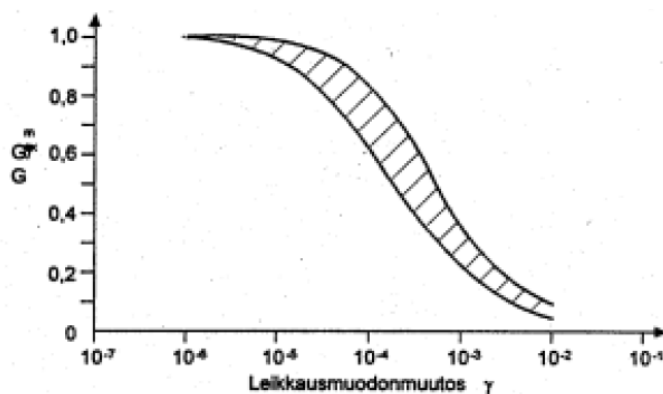
**Kuva 22** Tyypillisiä moduuliarvoja väylärakenteissa käytettävälle murskeelle rakeisuuden mukaan (Tiehallinto 2005)

Suurempi raekoko vaikuttaa karkean raemuodon ohella kasvattavasti materiaalin lujuuteen. Maksimirae-kooltaan karkeammassa materiaalissa kuorma välittyy harvempien raekontaktien kautta, ja koska kuormitettuun raerunkoon kehittyvät muodonmuutokset mitä ilmeisimmin keskittyvät juuri raekontakteihin sekä niiden välittämään läheisyyteen, niin karkearakeisen materiaalin voidaan otaksua omaavan hienorakeisempaa suuremman jäykkyyden. Raepintojen karheus puolestaan edesauttaa rakeiden välistä lukkiutumista, mikä taas osaltaan lisää raerungon jäykkyyttä. (Kolisoja 1996)



**Kuva 23** Resilent-moduulin suuruusluokan riippuvuus materiaalin keskimääräisestä raakoosta (Kolisoja 1997)

Esimerkiksi Kolisoja (1997) havaitsi tekemiensä dynaamisten kolmiaksaalikokeiden perusteella materiaalin keskimääräisen raakoon ja resilent-moduulilausekkeen kertoimen  $a_1$  (yhtälö 3.11) välillä vallitsevan kuvan 23 mukainen puolilogaritminen suhde. Kuvassa käytetty rakeisuusparametri  $d_{ekv}$  on määritetty 10, 50 ja 90 prosentin läpäisyn omaavien seulojen keskiarvona. Raakoon ohella maamateriaaleilla jäykkyysvaste on myös tyypillisesti muodonmuutostasosta riippuvainen, jolloin pienellä muodonmuutostasolla materiaali käyttäytyy huomattavasti jäykemmin kuin suurella muodonmuutostasolla. Kuvassa 24 on esitetty karkearakeisille materiaaleille tyypillistä leikkausmoduulin vaihtelua muodonmuutostason mukaan.



**Kuva 24** Maamateriaalin leikkausmoduulin periaatteellinen vaihtelu muodonmuutostason mukaan (Liikennevirasto 2012)

Lisäksi karkearakeisen kiviaineksen sisältämällä hienoaineksella on riittävän suurina määrinä esiintyessään yleisesti arvioitu olevan materiaalin jäykkyyttä alentava vaikutus. Partikkelitasolla tarkasteltuna tämän ilmiön vaikutusmekanismi lienee karkearakeisempien rakeiden välillä heikentynyt kontaktivoima. Kun hienoainesta on runsaasti, kaikki hienorakeisempi aines ei mahdu karkeiden rakeiden väleihin, jolloin karkeat rakeet menettävät suoran kontaktin toisiinsa. (Kolisoja 1996)

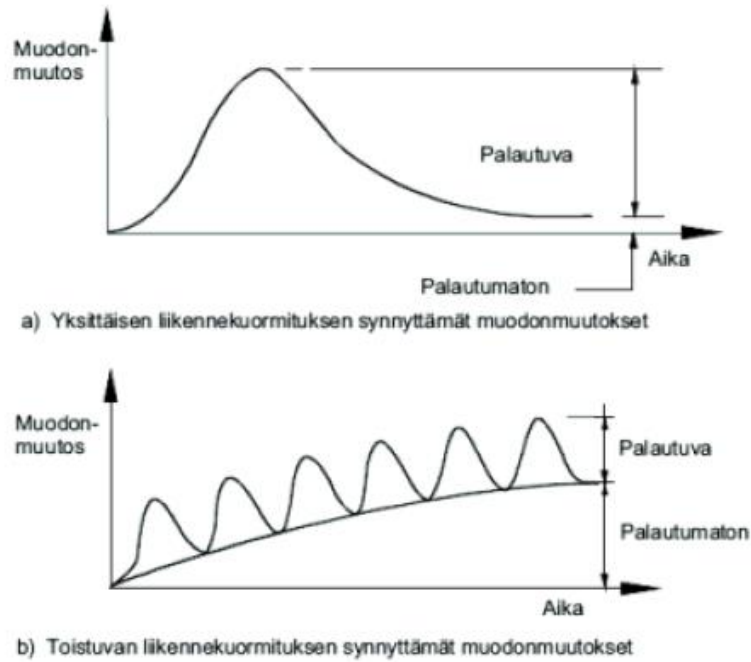
Hienoaineksen lisääntyessä karkeiden rakeiden väliset kontaktit heikkenevät entisestään, jolloin hienorakeisen lajitteen ominaisuudet alkavat olla määrääviä materiaalin makroskooppisen käyttäytymisen kannalta. Hienoaineksen määrän lisäksi myös sen laadulla on vaikutusta materiaalin muodonmuutoskäyttäytymiseen. Aktiivisesti vettä sitovat hienoainekset nostavat materiaalin kosteustilaa tehokkaasti, joka taas ilmenee näennäisen koheesion alenemana ja huokospaineen kasvuna materiaalin kuormitusolosuhteiden ollessa epäedulliset. (Kolisoja 1996) Karkearakeisen materiaalin kosteustilan vaikutusta jäykkyys- ja muodonmuutosominaisuuksiin käsitellään tarkemmin kappaleessa 4.5

### **3.4 Materiaalin muodonmuutoskäyttäytyminen**

#### **3.4.1 Karkearakeisen materiaalin muodonmuutosominaisuudet**

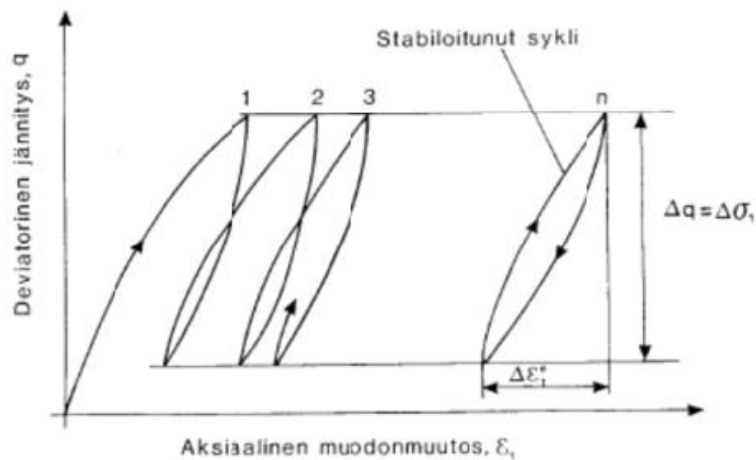
Materiaalin muodonmuutokset voidaan jakaa elastisiin ja plastisiin, eli palautuviin ja palautumattomiin. Yleensä muodonmuutokset ovat pääosin palautuvia, mutta kuormitustilanteen ollessa materiaalin jäykkyydvasteen kannalta epäsuotuisa, voi pysyvien muodonmuutosten kertymä olla nopeaa. Lisäksi materiaalin muodonmuutoskäyttäytyminen voi olla ajasta ja kuormitusnopeudesta riippuvaa. Maamateriaaleilla muodonmuutoskäyttäytyminen on tyypillisesti epälineaarista. (Brecciaroli & Kolisoja 2006)

Kuvassa 25 on esitetty väylämateriaaleille tyypillistä kuormituskäyttäytymistä. Materiaalin muodonmuutokset kasvavat kuormituksen lisäyksen myötä, muodonmuutuskertymä ollessa yleensä nopeinta suurella jännitystasolla. Muodonmuutokset eivät palaudu välittömästi kuormituksen poistamisen jälkeen, vaan materiaalin raerunko vapautuu hiljalleen uutta jännitystilaa vastaavaksi. Lisäksi pieni osa muodonmuutoksista jää käytännössä aina pysyviksi. (Ehrola 1996)



**Kuva 25** Väylämateriaaleille tyypillistä kuormituskäyttäytymistä a) yksittäisellä kuormitusyhdellä b) toistuvan kuormituksen alaisuudessa (Ehrola 1996)

Väylärakenteissa kuormitus on luonteeltaan toistuvaa ja varsinkin rakenteen yläosissa ajoneuvoylitys voi aiheuttaa merkittävää pääjännityskiertymää. Suotuisissa kuormitusolosuhteissa karkearakeisien materiaalien deformaatioherkkyys yleensä pienenee kuormituskertamäärän kasvaessa. Käytännössä tämä havaitaan kuvan 26 mukaisena kuormitusyhdin stabilisoitumisena. (Brecciaroli & Kolisoja 2006) (Ehrola 1996)



**Kuva 26** Kuormitusyhdin stabiloituminen kuormituskertamäärän kasvaessa (Ehrola 1996)

### 3.4.2 Palautuva muodonmuutos

Materiaalin muodonmuutokset jakautuvat volymetriseen ja deviatoriseen osaan, kuten jo kappaleessa 2.3.3 deviatorisen muodonmuutostensorin esittelyn yhteydessä todettiin. Vaihtoehtoisesti perinteisen moduulimenettelyn sijasta materiaalin muodonmuutuskäyttäytymistä voidaan kuvata suoraan volymetriseen muodonmuutoksen ja leikkausmuodonmuutoksen avulla.

Yksi vanhimmista ja tunnetuimmista tämänkaltaista muodonmuutuskäyttäytymistä kuvaavista materiaalmalleista on niin kutsuttu Boycen malli, jossa volumetrinen muodonmuutos ja leikkausmuodonmuutos ovat muotoa: (Boyce 1980)

$$\varepsilon_v = \frac{1}{K_1} p^n \left( 1 - \beta \frac{q^2}{p^2} \right) \quad (3.18)$$

$$\varepsilon_s = \frac{1}{3G_1} p^n \frac{q}{p} \quad (3.19)$$

jossa:

$$\beta = \frac{(1-n)K_1}{6G_1}$$

q     Deviatorinen leikkausjännitys

p     Keskimääräinen pääjännitys

$K_1, G_1, n$  ovat kokeellisesti määritettäviä parametreja

Boycen mallissa materiaalin muodonmuutuskäyttäytyminen on kuvattu kolmen parametrin avulla. Mallin pohjalla on oletus, että materiaali käyttäytyisi täysin kimmoisesti, mitä karkearakeiset materiaalit eivät kuitenkaan tee. Boycen mallin on todettu kuvaavan näytteeseen syntyviä leikkausmuodonmuutoksia varsin hyvin, mutta tilavuudenmuutosta huomattavasti huonommin. (Kolisaja, 1993)

Erään Boycen mallista edelleen kehitetyn muunnoksen ovat esittäneet Sweere ja Pening (1987). Tässä mallissa tilavuudenmuutosta ja leikkausmuodonmuutosta kuvaavien lausekkeiden parametrit ovat toisistaan riippumattomia, eli materiaalin ei oleteta käyttäytyvän kimmoisesti:

$$\varepsilon_v = \frac{1}{K_1} p^n \left( 1 - \beta \frac{q^2}{p^2} \right) \quad (3.20)$$

$$\varepsilon_s = \frac{1}{3G_1} p^m \frac{q}{p} \quad (3.21)$$



Erona Boycen malliin tässä mallissa on yhteensä viisi kokeellisesti määritettävää parametria, eikä  $\beta$  ole enää riippuvainen muista parametreista. Myös hydrostaattisen jännitystilän vaikutusta kuvaavat parametrin  $n$  ja  $m$  ovat tilavuudenmuutoksen ja leikkausmuodonmuutoksen osalta toisistaan riippumattomia. Sweeren ja Penningin mallin on todettu kuvaavan todellisten materiaalien käyttäytymistä huomattavasti Boycen mallia paremmin, varsinkin tilavuudenmuutoksen osalta. (Kolisoja, 1993)

Myös Pappin ja Brown (1980) ovat esittäneet oman muunnoksensa. Tässä mallissa palautuva leikkausmuodonmuutos on tulkittu riippuvaiseksi jännityspolun pituudesta, kun taas tilavuudenmuutoskomponentti on muodoltaan Sweeren ja Penningin mallia vastaava:

$$\varepsilon_v = Ap^B \left(1 - C \frac{q^2}{p^2}\right) \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_s = D \frac{q}{p} \left(\frac{\sqrt{p_r^2 + q_r^2}}{p_m}\right)^E \quad (3.23)$$

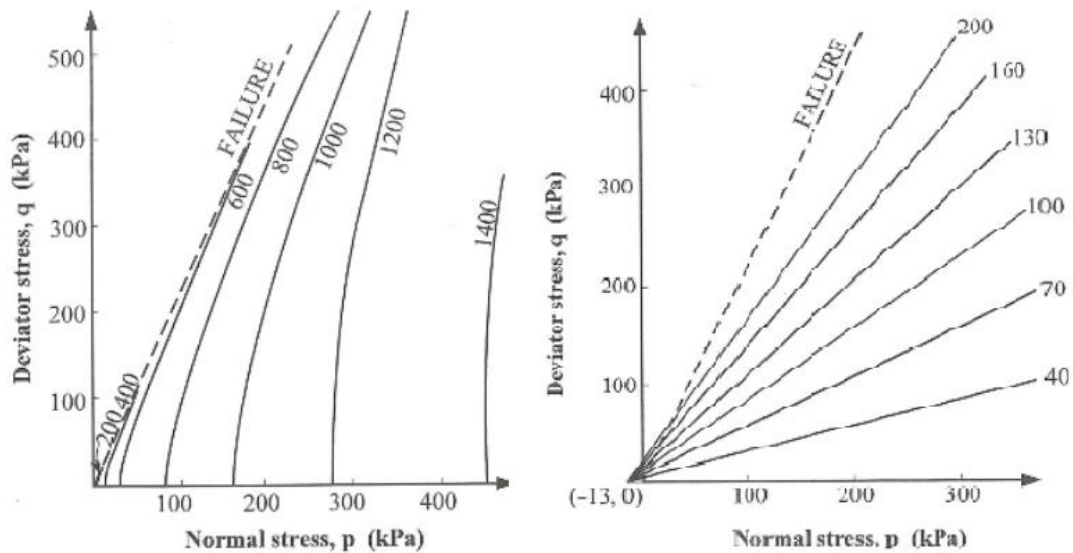
joissa:

A, B, C, D, E ovat materiaaliikohtaisia vakiota

r alaindeksi, joka ilmaisee maksimi- ja minimiarvon erotusta

m alaindeksi, joka ilmaisee keskimääräistä arvoa

Pappin ja Brown käyttivät yhtälöiden 3.22 ja 3.23 mukaisten tilavuuden- ja leikkausmuodonmuutosten kuvaamiseen kuvan 27 mukaisia  $p$ - $q$ -jännitystasoon piirrettyjä tasa-arvokäyriä. Näiden mukaisesti mallia kutsutaan myös Pappinin tasa-arvokäyrä –malliksi. Mainittavin eroavaisuus Pappinin mallissa alkuperäiseen Boycen malliin on deviatorisen muodonmuutoskomponentin riippuvuus jännityspolun pituudesta.



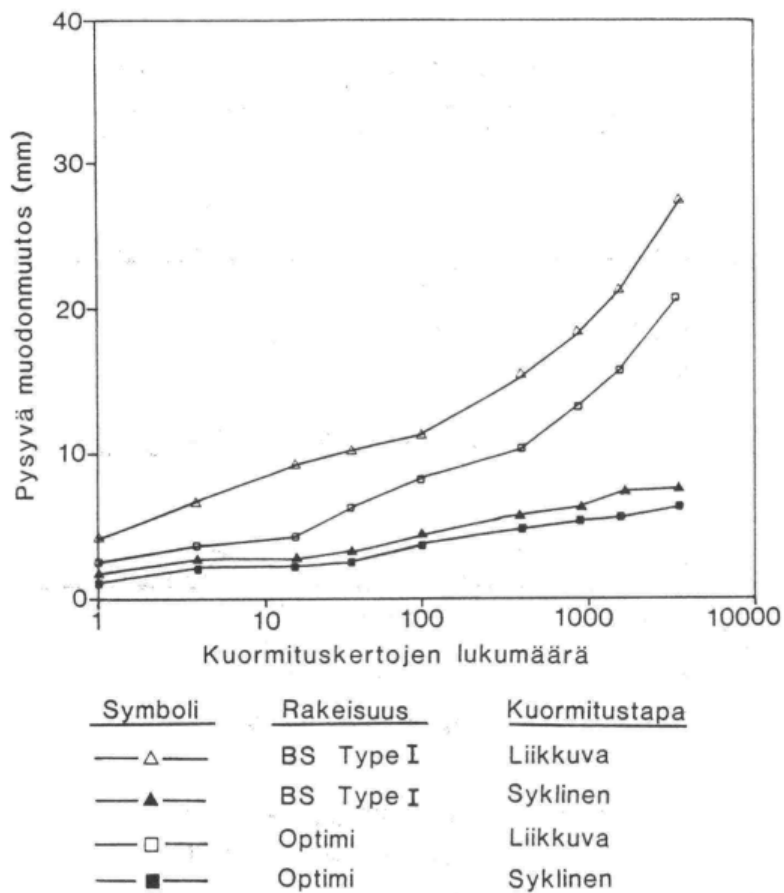
**Kuva 27** Pappin-Brow muodonmuutosmallin tasa-arvokuvaajat tilavuudenmuutoksen (vasemmalla) ja leikkausmuodonmuutoksen (oikealla) osalta (Kolisoja 1997)

### 3.4.3 Pääjännityskiertymä

Pääjännityskiertymällä tarkoitetaan materiaaliolkioon kohdistuvien pääjännitysten ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) muodostaman pääjännityskoordinaatiston kiertymää kuormitustapahtuman aikana. Pääjännityskiertymän aikana kuormituksen suunta muuttuu, jolloin materiaalin raerungon on vaikeampi hakeutua muodonmuutosherkkyyden kannalta stabiiliin tilaan. Tyypillisesti liikkuva ajoneuvokuormitus aiheuttaa pääjännityskiertymää väylärakenteiden yläosassa.

Pääjännityskiertymän on havaittu lisäävän voimakkaasti karkearakeisen materiaalin deformaatioherkkyyttä (Brecciaroli & Kolisoja 2006). Esimerkiksi Chan (1990) havaitsi Hollow Cylinder-laitteistolla tekemissään kokeissaan jännityskiertymän aiheuttavan huomattavasti suuremman aksiaalisen muodonmuutoksen verrattuna tilanteeseen, jossa kuormitussuunta ei kuormitustapahtuman aikana muutu. Vastaavasti Youd (1972) havaitsi hiekalla tehdyissä kokeissaan pääjännityskiertymän lisäävän voimakkaasti materiaalin tiivistymistä.

Kuvassa 28 on esitetty Chan (1990) rengaskuormituskokeissa saamia tuloksia kahdella erilaisella rakeisuudella omaavalla materiaalilla liikkuvalla ja paikallaan olevalla toistokuormituksella. Liikkuva rengaskuorma aiheuttaa koemateriaaliin pääjännityskiertymän josta johtuen näytteeseen syntyvä pysyvä muodonmuutos on huomattavasti suurempaa verrattuna tilanteeseen, jossa kuorma ei horisontaalisesti liiku. Syklisessä kuormitustapauksessa materiaalin muodonmuutoskertymä myös hidastuu kuormituskertamäärän myötä, kun taas liikkuvalla kuormalla pysyvä muodonmuutos materiaalissa kasvaa tasaisesti.



**Kuva 28** Pääjännityskiertymän vaikutus palautumattoman muodonmuutoskertymän suuruuteen eri rakeisuuksilla (Kolisoja 1993, johon muokannut lähteestä Chan 1990)

Jännityskiertymän aiheuttama deformaatiomekanismi ei ole yksiselitteinen, mutta ilmiön voisi ajatella johtuvan materiaalin raerungon alentuneesta tukeutumiskyvystä muuttuvaa kuormitussuuntaa vasten. Kun pääjännityskiertymää ei esiinny, eikä kuormitussyklillä vallitseva jännityssuhde ole raerungon stabiliteetin kannalta epäsuotuisa, on yksittäisillä rakeilla mahdollisuus hakeutua vallitsevan kuormitustilanteen kannalta optimaaliseen

asemaan. Tällöin materiaalin muodonmuutosnopeus hidastuu kuormituskertamäärän kasvaessa. Kuitenkin mitä suurempaa pääjännityskiertymä on, niin sitä vaikeampi rakeiden on löytää optimaalinen tuentatilanne kaikkia kuormitustapahtuman aikana toteutuvia pääjännityssuuntia vastaan.

Kun pääjännityskiertymä on runsasta, on todennäköistä, että raerungossa on rakeita, jotka ovat jotain kuormitustapahtuman aikana toteutuvaa kuormitussuuntaa vastaan heikosti tuettuja. Tällöin nämä rakeet pääsevät herkemmin luistamaan ympäröivien rakeiden ohi, minkä seurauksena raerungon tuenta muuttuu. Kun raerungon tuenta muuttuu, ne rakeet joilla ennen oli hyvän tuennan kaikkiin kuormitussuuntiin, ovat nyt voineet menettää tietyn suuntaisen tuentakapasiteettinsa. Tästä johtuen nämä rakeet pääsevät liikkumaan seuraavien kuormitussykliä aikana, kunnes löytävät uuden stabiilin tilan raerungon deformaation myötä.

Kuormituskertamäärän kasvaessa edellä esitetty deformaatiomekanismi toistuu, eli käytännössä raerungon rakeet liikkuvat vuorotellen toistensa ohitse vallitsevasta tuentatilanteesta ja kuormitussuunnasta riippuen. Tästä johtuen, kun pääjännityskiertymää esiintyy, materiaalin muodonmuutoskertymä vaikuttaisi pysyvän kohtalaisen vakiona kuormituskertamäärän kasvaessa. Parantunut tiivistymiskyky voinee selittyä raerungon suuremmalla deformaatiolla, jolloin on myös todennäköisempää, että suurempi osa materiaalin rakeista pääsee hakeutumaan raerungon tiiveyden kannalta optimaaliseen tilaan.

### **3.4.4 Palautumaton muodonmuutoskäyttäytyminen**

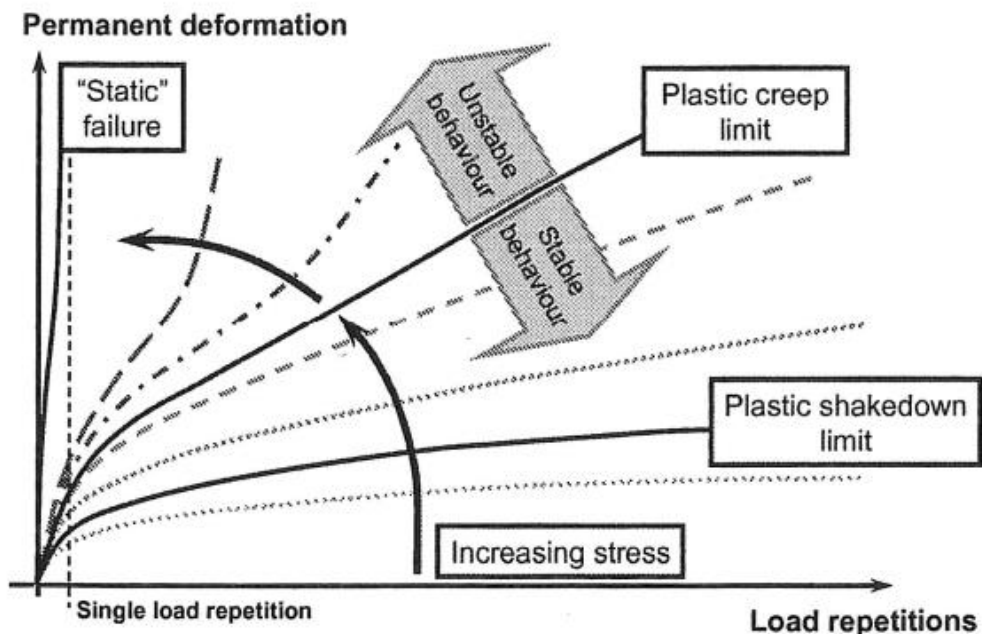
Maa-aineksen kuormituskäyttäytyminen ei koskaan ole täysin kimmoista, vaan materiaaliin syntyy kuormitettaessa myös palautumattomia muodonmuutoksia. Pysyvien muodonmuutosten kertymänopeus riippuu edellä esitetysti materiaalin lujuus- ja jäykkyysominaisuuksista, mutta myös kuormitustaso, jännityssuhde sekä kuormituskertamäärä ovat hyvin keskeisessä osassa. Lisäksi on huomioitava, että karkearakeisen materiaalin muodonmuutosherkkyys on riippuvainen sen kuormitushistoriasta.

Maamateriaaleilla pysyvien muodonmuutosten kertymä perustuu materiaalin raerungossa tapahtuvaan deformaatioon. Raerungon rakenteen lisäksi muodonmuutosten kertymisnopeuteen vaikuttavat: (Korkiala-Tanttu 2008)

- Kuormituskertamäärä
- Materiaalin tuenta, eli käytännössä ympäröivän rakenteen geometria
- Materiaalin kosteus- ja lämpötilaolosuhteet
- Kuormituksen tyyppi, suuruus, suunta sekä materiaalin aikaisemmin kokema kuormitushistoria

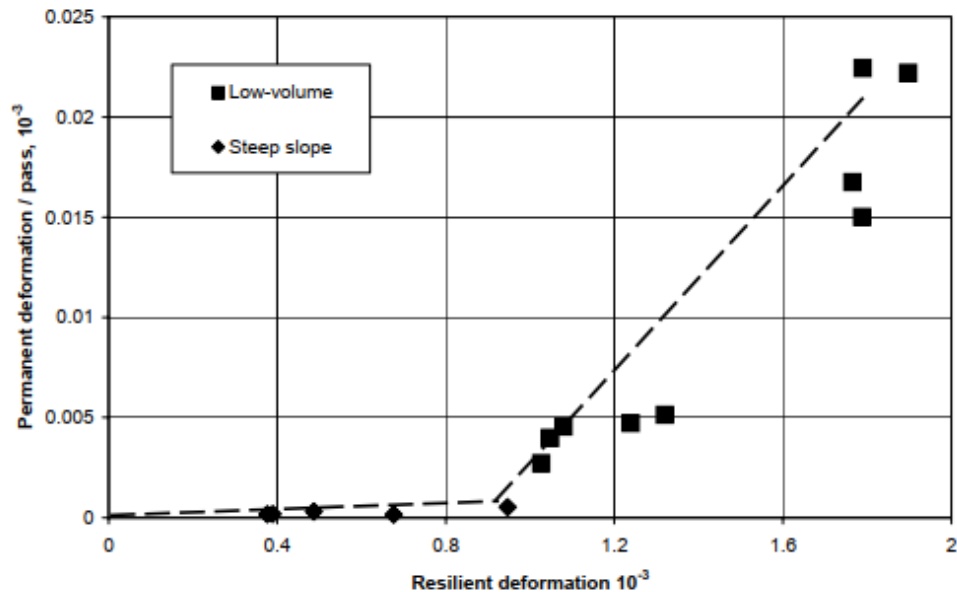
Materiaalin raerungon kuormituskertamääräistä muodonmuutosta voidaan kuvata ns. Shakedown-teorian avulla. Tällöin muodonmuutosnopeus voidaan jakaa kolmeen luokkaan. Pienellä jännitystasolla materiaalin deformaationopeus on alkukuormituksen jälkeen vähäistä ja hidastuu nopeasti kuormituskertamäärän kasvaessa. Mikäli jännitystaso ylittää materiaalille ominaisen kynnyksarvon (Plastic shakedown limit, kuva 29), asettuu deformaationopeus kuormituskertamäärän kasvaessa vakioarvon.

Kriittisenä rajana voidaan pitää ns. Plastic creep limit-arvo. Kun materiaalin jännitys-suhte muuttuu epäedulliseksi, alkaa raerunko kuormituskertamäärän kasvaessa menettää stabiiliuttaan, jolloin deformaatio on nopeaa. (Korkiala-Tanttu 2008)



**Kuva 29** Jännityssuhteen vaikutus karkearakeisen materiaalin muodonmuutosker-  
tymän suuruuteen kuormituskertamäärän kasvaessa (Korkiala-Tanttu  
2008)

Karkearakeisilla materiaaleilla on kuvan 30 mukaisesti havaittu yhteys muodonmuutostason ja palautumattomien muodonmuutosten kertymänopeuden välillä. Kun yksittäisen kuormitusyklin aiheuttama muodonmuutos ylittää materiaalille ominaisen raja-arvon, voi pysyvien muodonmuutosten kertymä olla nopeaa. Tällöin raerungossa tapahtuu uudelleenjärjestäytymistä, jolloin rakeet eivät enää kuormituksen poistumisen jälkeen kykene palaamaan alkuperäiseen asemaansa.



**Kuva 30** Yksittäisellä kuormitusykillä syntyvän muodonmuutostason vaikutus muodonmuutostason kertymän nopeuteen murskatulla kiviaineksella (Korkiala-Tanttu & Laaksonen 2003)

Taulukossa 3 on listattu karkearakeisien materiaalien jäykkyysoasteeseen ja pysyvien muodonmuutosten kertymisherkyyteen vaikuttavia tekijöitä. TTY:llä aikaisemmin tehdyissä tutkimuksissa yhden promillen kokonaismuodonmuutostasoa on pidetty eräänlaisena suuntaa-antavana reuna-arvona pysyvien muodonmuutosten kertymänopeuden kiihtymiselle.

Rakeisuudeltaan keskimääräisillä maa-aineksilla kyseinen oletus lienee kohtalaisen paikkansapitävä, mutta esimerkiksi sepeleillä kriittisen muodonmuutostason voisi taulukon 3 mukaisesti olettaa tätä suuremmaksi. Kuitenkin selkeän raja-arvon asettaminen on vaikeaa, ja yleisesti muodonmuutostason kasvu kuvaa enemmänkin materiaalin raerungon lisääntyntä deformaatio- ja muodonmuutusriskiä kuin niinkään pysyvien muodonmuutosten absoluuttista kertymänopeutta.

**Taulukko 3** Karkearakeisien materiaalien jäykkyysvasteeseen ja pysyvien muodonmuutosten kertymisherkyyteen vaikuttavia tekijöitä (+ = lisäävä vaikutus, - = vähentävä vaikutus) (Korkiala-Tanttu 2008)

Factor		Resilient modulus	Permanent deformations
Grain size distribution	Smooth (Fuller curve)	++	++
	Discontinuous	+	
Maximum grain size	Big (> 90 mm)	++	++
	Normal (30–90 mm)	near to lower limit – no effect/ + (near to upper limit)	+
	Small (< 30 mm)	-	-
Content of fines	Large	-	-
	Small	+	+
Degree of compaction	Dense	+	+++
	Loose	-	---
Shape of the grains	Rounded	+	-
	Flaked	-	-?
Mineralogy	Hard	+	++
	Soft	-	-

### 3.4.5 Materiaalin murtovenymä

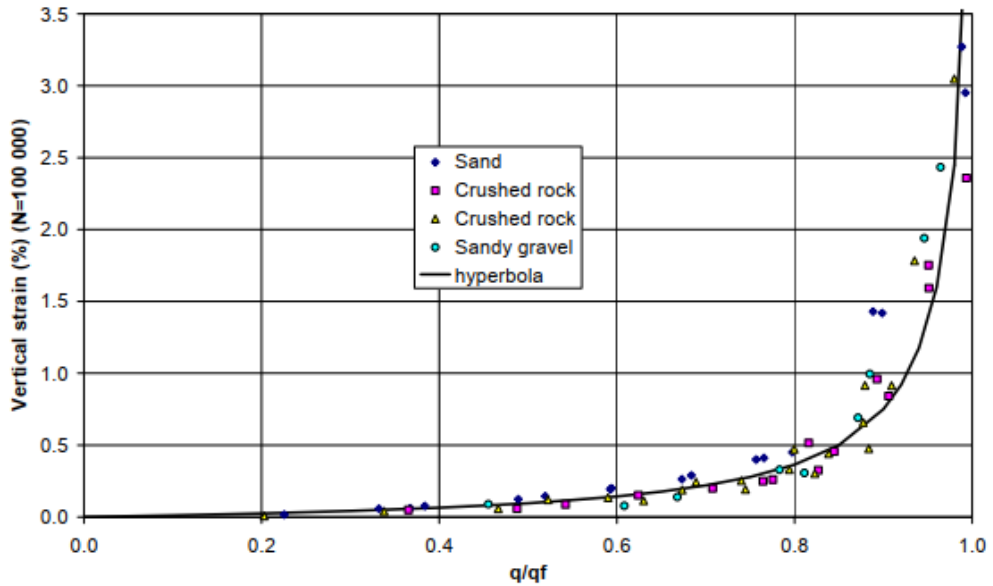
Maamateriaaleilla deformaationopeuden on havaittu kasvavan voimakkaasti jännitys-suhteen lähestyessä materiaalin murtotilaa kuvan 30 mukaisesti. Pysyvien muodonmuutosten kertymänopeus on siis riippuvainen materiaalin murtosuhteesta, joka on määritetty vallitsevan deviatorisen jännityksen suhtena murtotilan deviatoriseen jännitykseen:

$$R = \frac{q}{q_f} \quad (3.24)$$

jossa R = materiaalin murtosuhte, q = vallitseva deviatorinen leikkausjännitys ja  $q_f$  murtotilan deviatorinen leikkausjännitys, joka saadaan laskettua Morh-Columbin murtoehdosta yhtälön 3.25 mukaisesti:

$$q_f = \frac{2\sin\varphi}{1-\sin\varphi} (\sigma'_3 + c * \cot\varphi) \quad (3.25)$$

jossa  $\varphi$  on materiaalin kitkakulma, c näennäinen koheesio ja  $\sigma'_3$  tehokas pienin pääjännitys (tehokkaiden jännitysten periaate käydään tarkemmin kappaleessa 4.5.2).



**Kuva 31** Deformaationopeuden kasvu murtotilaa lähestyttäessä (Korkiala-Tanttu 2005)

Kuvassa 31 havaittava nopea muodonmuutoskertymä murtotilan läheisyydessä voidaan tulkita eräänlaiseksi murtovenymäksi, joka on seurausta materiaalin raerungon alentu-  
neesta kyvystä vastustaa muodonmuutoksia murtotilan läheisyydessä. Duncan ja Chang  
esittivät vuonna 1970 murtovenymän kuvaukseen Kodnerin 1963 vuonna esittämään  
ideaan perustuvan mallin, jossa muodonmuutoksen ja jännityksen välisen suhteen on  
tulkittu olevan lineaarisesti riippuvainen vallitsevasta muodonmuutostasosta (Duncan &  
Chang 1970) (Länsivaara 1996):

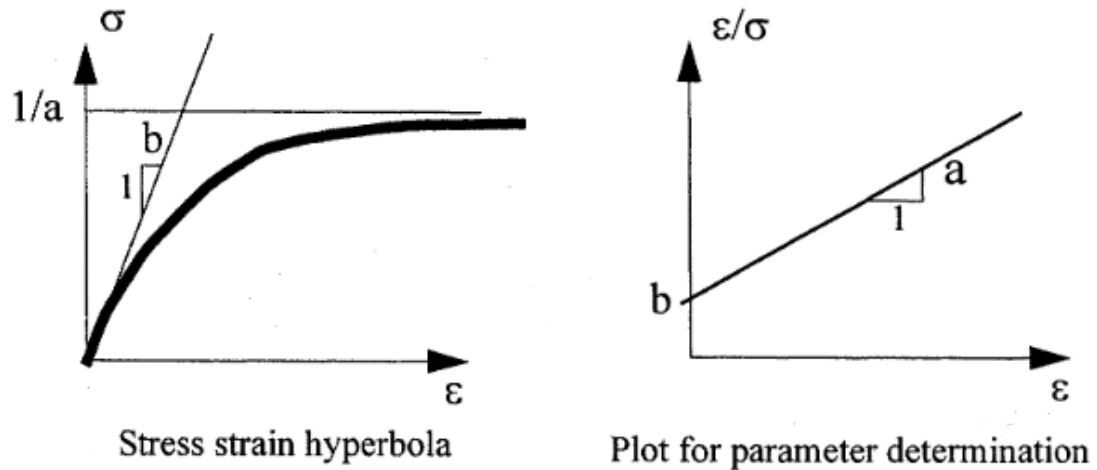
$$\frac{\varepsilon}{\sigma} = b + a\varepsilon \quad (3.26)$$

Jännitystilän kasvaessa materiaalin muodonmuutoksen on kasvettava kiihtyvällä tah-  
dilla, jotta yhtälön 3.26 mukainen ehto toteutuu. Tästä saadaan ratkaistua venymän lau-  
sekkeeksi hyperbolinen funktio:

$$\varepsilon = \frac{\sigma b}{1 - a\sigma} \quad (3.27)$$

jossa  $b$  on venymän ja jännityksen suhde kun  $\varepsilon = 0$  (vastaa kimmomoduulia alkutilassa),  
ja  $a$  on murtojännityksen käänteisluku, eli  $a = 1/\sigma_f$ . Nyt yhtälöstä 3.27 nähdään, että  
muodonmuutos lähestyy ääretöntä, kun jännitys saavuttaa murtojännityksen arvon.  
Tämä ilmenee myös kuvasta 32, jossa on esitetty Duncan ja Chang murtovenymämallin  
yleinen periaatteen.





**Kuva 32** Duncan-Chang murtovenymämallin periaatteellinen jännitys-muodonmuutoskuvaaja (vasemmalla) ja lineaarinen sovitesuora (oikealla) (Nordal 2010)

Kuvan 32 oikeanpuoleista esitystapaa käytetään mallin parametrisoinnissa. Duncan Chang murtovenymämalli on varsin yksinkertainen ja sen on havaittu kuvaavan hyvin erityisesti hiekoilla ja tätä hienorakeisimmilla materiaaleilla toteutuvaa murtovenymää. Karkearakeisemmilla materiaaleilla murtovenymä on vähäisempää, eli materiaali murtuu hauraammin.

Partikkelitasolla murtovenymä voitaneen ajatella rajatilajännityksen ylittäneiden partikkeleiden määrälliseksi lisääntymiseksi. Pienellä jännitystasolla suurimman tuentakykyä saavuttaneiden rakeiden määrä on vähäinen, mutta jännitystason kasvaessa yhä useampi rae saavuttaa suurimman tuentakapasiteettinsa, jolloin kasvava jännitys välittyy tuentaan kykeneville partikkeleille. Tuentaan kykenevien rakeiden määrän ollessa vähäinen on niiden siirryttävä yhä enemmän saavuttaakseen riittävän tuennan ulkoisia voimia vastaan. Tämä johtaa suuren muodonmuutuskertymän murtotilan läheisyydessä.

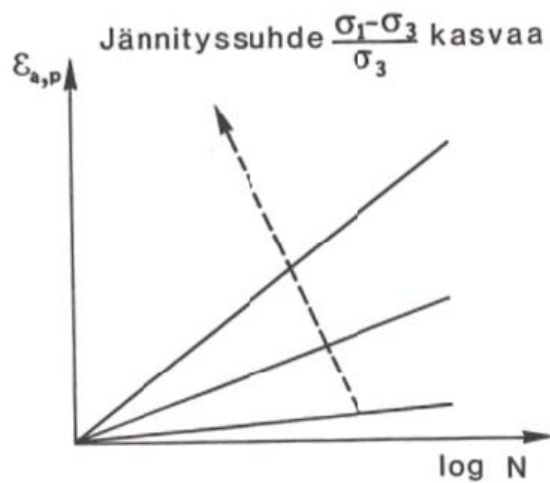
### 3.4.6 Palautumattoman muodonmuutuskertymän kuvaaminen

Palautumattomien muodonmuutosten kertymisen kuvaaminen on olennaista rakenteen elinkaarikäyttäytymisen ymmärtämisen kannalta. Pysyvien muodonmuutosten kuvaamiseen on kehitetty useita erilaisia malleja, joista valtaosa on kalibroitu dynaamisia kolmiakσιαalikokeita hyödyntäen. Ensiksi esitettävät mallit ovat analyyttisiä ja kuormitusker-tämäärään perustuvia.

Eräs varhaisimmista malleista karkearakeisien materiaalien pysyvien muodonmuutosten arviointiin on Barksdalen vuonna 1972 esittämä. Malli perustuu kuormituskokeissa havaittuihin koetuloksiin ja siinä pysyvän muodonmuutoksen ja kuormituskertamäärän välille on esitetty puolilogaritminen suhde:

$$\varepsilon_{a,p} = K \ln(N) + K' \quad (3.38)$$

jossa  $\varepsilon_{a,p}$  on pysyvä aksiaalinen muodonmuutos, N kuormituskertojen määrä, K ja K' jännitystasosta ja kuormituspulssin koosta riippuvia vakioita. Mallin mukaisesti muodonmuutuskertymä hidastuu kuormituskertamäärän kasvaessa. Yhtälön 3.38 muodonmuutoskuvaajat voidaan logaritmisella asteikolla esittää kuvan 33 mukaisesti suorina.



**Kuva 33** Muodonmuutuskertymäkuvaajien esittäminen suorina logaritmisella asteikolla käytettäessä (Kolisoja1993)

Sweere totesi vuonna 1990 tekemiensä dynaamisten kolmiakiaalikoekiden perusteella Barksdalen esittämän puolilogaritmisen mallin kuvaavan heikosti koetuloksia, kun kuormituspulssimääränä käytettiin miljoonaa Barksdalen käyttämän 100 000 kuormituskerran sijasta. Näin ollen Sweere (1990) ehdotti puolilogaritmisen kuormitussykliriippuvuuden sijasta pysyvien muodonmuutosten kuvauksessa käytettäväksi eksponenttimuotoista yhtälöä:

$$\varepsilon_{1,p} = aN^b \quad (3.39)$$

jossa  $\varepsilon_{1,p}$  on pysyvä aksiaalinen muodonmuutos, N kuormituskertojen määrä ja a sekä b ovat materiaalivakioita. Sweeren esittämä malli on yksinkertaisuutensa vuoksi yleisesti käytetty (Korkiala-Tanttu, 2008), mutta se ei kuitenkaan kuvaa yksiselitteisesti materiaa-

lin jännitystilariippuvuutta (Kalliainen, 2014). Esimerkiksi Korkiala-Tanttu (2008) on väitöskirjassaan esittänyt Sweeren yhtälön muunnoksen joka huomioi jännitystilariippuvuuden deviatorisen jännityssuhteen avulla:

$$\varepsilon_{1,p} = C * N^b \frac{R}{1-R} \quad (3.40)$$

jossa  $\varepsilon_{1,p}$  on pysyvä aksiaalinen muodonmuutos, N kuormituskertojen lukumäärä, C ja b ovat materiaaliparametreja ja R on deviatorinen jännityssuhde ( $R = q/q_f$ ). Hieman toisenlainen lähestymistapa on Veverkan vuonna 1979 esittämä. Tässä mallissa pysyvä aksiaalinen muodonmuutos on otaksuttu riippuvaiseksi palautuvasta muodonmuutoksesta:

$$\varepsilon_{1,p} = \varepsilon_r * aN^b \quad (3.41)$$

missä  $\varepsilon_r$  on palautuva muodonmuutos. Kyseinen malli siis huomioi jännitystilan vaikutuksen epäsuorasti palautuvan muodonmuutoksen avulla. Sweere on kuitenkin omien kolmiakksiaalikoheidensa perusteella tullut siihen lopputulokseen, ettei yhtälön 3.41 kaltaista yksinkertaisen lineaarista yhteyttä palautuvien ja palautumattomien muodonmuutosten välillä ole olemassa.

Myös Nottinghamin yliopistossa tehdyllä tutkimuksella on ollut mainittava osa kuormituskertamäärään perustuvien deformaatiomallien kehittämisessä. Pappin esitti vuonna 1979 väitöskirjassaan yhtälön 3.42 mukaisen mallin, jossa kuormituskertamäärän vaikutus palautumattomiin leikkausmuodonmuutoksiin on otaksuttu riippuvaiseksi jännityspolun pituudesta sekä suurimmasta jännityssuhteesta:

$$\varepsilon_{s,p} = f_n(N) * I_r \left( \frac{q}{p} \right)_{max}^{2,8} \quad (3.42)$$

Tässä  $I_r$  on kuormitusyksiä vastaavan jännityspolun pituus pq-tasossa ja N kuormituskertojen lukumäärä. Mallissa korostuu ajatus jännityssuhteen suuresta merkityksestä palautumattomien muodonmuutosten kertymiseen. Palautumattoman leikkausmuodonmuutoksen kertymisen kannalta myös jännityspolun pituus on havaittu merkittäväksi tekijäksi; jännityspolun pidentyessä myös raerunkoon syntyvän deformaation on suurempaa, jolloin riski pysyvien muodonmuutosten kertymiseen kasvaa.

Pappinin malli ei kuitenkaan ole täysin kiistaton, sillä se ei kykene kuvaamaan näytteen murtumista suuren kuormituskertamäärän jälkeen. Malli ei myöskään huomioi käytettyä kuormitusnopeutta ja ennustaa äärellistä muodonmuutosarvoa materiaalin lähestyessä murtotilannetta. Thom pyrki korjaamaan kyseiset puutteet vuonna 1988 esittämässään

mallissa, jossa palautumaton muodonmuutos on jaettu leikkausmuodonmuutos- ja tilavuudenmuutoskomponenttiin:

$$\varepsilon_s = -\frac{1}{L} \ln \left[ \frac{\sigma_f - \sigma_{max}}{\sigma_f} - \frac{1}{M_1} \left( \delta t + \frac{1}{3} \delta s \right) \ln(N) \right] \quad (3.43)$$

$$\varepsilon_v = \frac{1}{M_2} (\Sigma \delta \sigma + 2 \Sigma \delta t) \ln(N) - \frac{1}{2} \varepsilon_s \quad (3.44)$$

joissa

$\varepsilon_s$  pysyvä leikkausmuodonmuutos

$\varepsilon_v$  pysyvä tilavuudenmuutos

$\sigma_f$  jännitys staattisessa murtotilanteessa

$\sigma_{max}$  jännityksen suurin arvo kuormitusyklin aikana

$t = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$  (sylinterimäisessä jännitystilassa)

$s = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$  (sylinterimäisessä jännitystilassa)

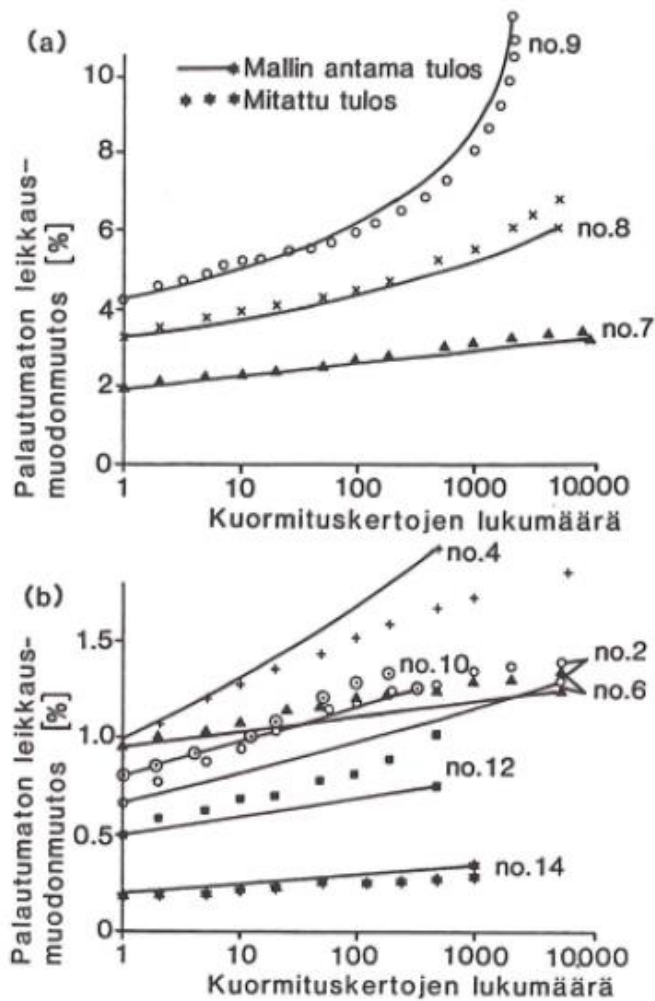
$\delta$  ilmaisee suureen arvossa tapahtuvaa muutosta

$M_1, M_2, L$  ovat vakioita, joista  $L$  määritetään staattisen kuormituskokeen muodonmuutoskuvaajasta

$\Sigma \delta \sigma = \delta \sigma_x + \delta \sigma_y + \delta \sigma_z$  (yleisessä 3D jännitystilassa)

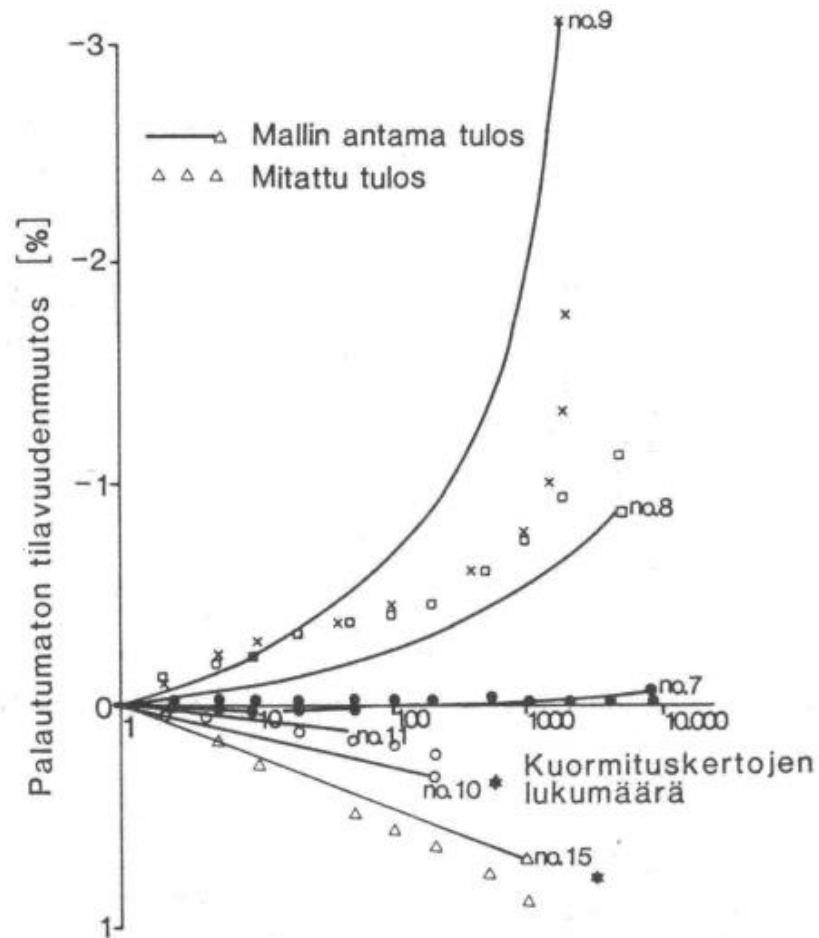
$\Sigma \delta t = \delta t_{xy} + \delta t_{zx} + \delta t_{yz}$  (yleisessä 3D jännitystilassa)

Thomin mallissa palautumaton leikkausmuodonmuutosnopeus on pyritty sitomaan staattisen kuormituskokeen muodonmuutoskuvaajaa vastaavaksi tietyllä muodonmuutostasolla, sillä mm. Brown havaitsi jo vuonna 1974, että samoilla karkearakeisilla materiaaleilla tehtyjen staattisen ja dynaamisen kuormituskokeiden murtotilaa vastaavat muodonmuutostasot olivat samaa suuruusluokkaa. Materiaalin raerungolla vaikuttaisi siis olevan sille ominainen muodonmuutostaso, jonka ylitettyään se menettää nopeasti stabiiliutensa.



**Kuva 34** Thomin mallin yhteensopivuus koetuloksien kanssa leikkausmuodonmuutoskertymän osalta (Kolisoja 1993, muokannut lähteestä Thom 1988)

Kuvissa 34 ja 35 on esitetty Thomin mallin antamia tuloksia suhteessa koetuloksiin. Tekemissään vertailuissa Thom osoitti mallinsa vastaavan hyvin dynaamisen kolmiakselilukokeen ja hollow cylinder-laitteen avulla saatuja koetuloksia. Näissä vertailukokeissa käytetty kiviaines on ollut 0-4 mm murskattua graniittia. Kuitenkaan muilla materiaaleilla saadut tulokset eivät aina olleet yhtä hyviä. (Kolisoja 1993)



**Kuva 35** Thomin mallin yhteensopivuus koetulosten kanssa tilavuudenmuutuskertymän osalta (Kolisoja 1993, muokannut lähteestä Thom 1988)

### 3.4.7 Muodonmuutuskertymän numeerinen mallintaminen

Edellä esitetyt pysyvien muodonmuutosten kertymistä kuvaavat mallit ovat olleet analyttisiä, eli palautumaton muodonmuutos jollain kuormitusmäärällä voidaan ratkaista suoraan approksimaatiofunktioista. Mallit kuvaavat yksittäisen materiaaliolkion kuormituskäyttäytymistä, eivätkä näin ollen anna kokokuvaa todellisen rakenteen deformaatiosta.

Todellisen rakenteen kokonaiskäyttäytymiseen vaikuttavat sen materiaaliomimaisuuksien lisäksi siihen kohdistuvien kuormitusten suuruus, sijainti sekä rakenteen geometria. Tällaisen kokonaisuuden käyttäytymisen kuvaaminen yksittäisellä mallifunktiolla on hyvin vaikeaa, jolloin parempi tapa on mallintaa rakenteen käyttäytymistä numeerisesti.

Suiker ja de Borst esittivät vuonna 2003 kontinuumimallin pysyvien muodonmuutosten kertymisen kuvaukseen ratarakenteessa. Malli perustuu yksittäisellä kuormitusyhdellä syntyvien pysyvien muodonmuutosten kertymään ja huomioi materiaalin lujittumisen kuormituskertamäärän kasvaessa.

Tässä mallissa muodonmuutoskomponentit on jaettu deviatoriseen sekä volymetriseen osaan. Materiaalin muodonmuutoksista osan on otaksuttu olevan pysyviä, kun sen jännitystaso ylittää tietyn kynnyksarvon. Pysyvien muodonmuutosten kertymä yksittäistä kuormitusyhdellä kohden on oletettu riippuvaiseksi materiaalin muodonmuutoshistoriasta ja se voi näin ollen muuttua kuormituskertamäärän kasvaessa.

Pysyvä deviatorinen muodonmuutos yhtä kuormitusyhdellä kohden on määritelty yhtälön 3.45 mukaisesti:

$$\frac{\partial \kappa^p}{\partial N} = \alpha^f \left\langle (-q/p)_{cyc} - h_{sh}^f(\kappa^p) \right\rangle^{\gamma^f} \quad (3.45)$$

ja vastaavasti tilavuudenmuutoskomponentille:

$$\frac{\partial \varepsilon_{vol,c}^p}{\partial N} = \alpha^c \left\langle (p/p_0)_{cyc} - h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) \right\rangle^{\gamma^c} \quad (3.46)$$

Yllä olevissa yhtälöissä 3.45 ja 3.46  $h_{sh}^f$  ja  $h_{sh}^c$  ovat ns. shakedown evoluutiofunktioita, jotka on määritelty:

$$h_{sh}^f(\kappa^p) = h_0 + (h_m - h_0) \left( 1 - e^{-\eta^f(\kappa^p - \kappa_0^p)} \right) \quad (3.47)$$

$$h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) = 1 + \eta^c (\varepsilon_{vol,c}^p - \varepsilon_{vol,c,0}^p) \quad (3.48)$$

Edellä esitetyissä yhtälöissä:

$\kappa_0^p$  ja  $\varepsilon_{vol,c,0}^p$  ovat deviatorinen muodonmuutoskomponentti ja tilavuudenmuutoskomponentti alkutilassa

$\alpha^f, \alpha^c, \gamma^f$  ja  $\gamma^c$  ovat kalibrointiparametrejä

$h_0$  on elastisen ja plastisen kuormituskäyttämisen rajasuhte. Kun  $(-q/p)_{cyc} < h_0$ , materiaali käyttäytyy kimmoisesti

$h_m$  on jännityssuhteen raja-arvo, jonka ylitettäessä materiaalin muodonmuutuskertymä ei hidastu kuormituskertamäärän myötä

$(-q/p)_{cyc}$  on yksittäisellä kuormitusyhdellä syntyvä jännityssuhde

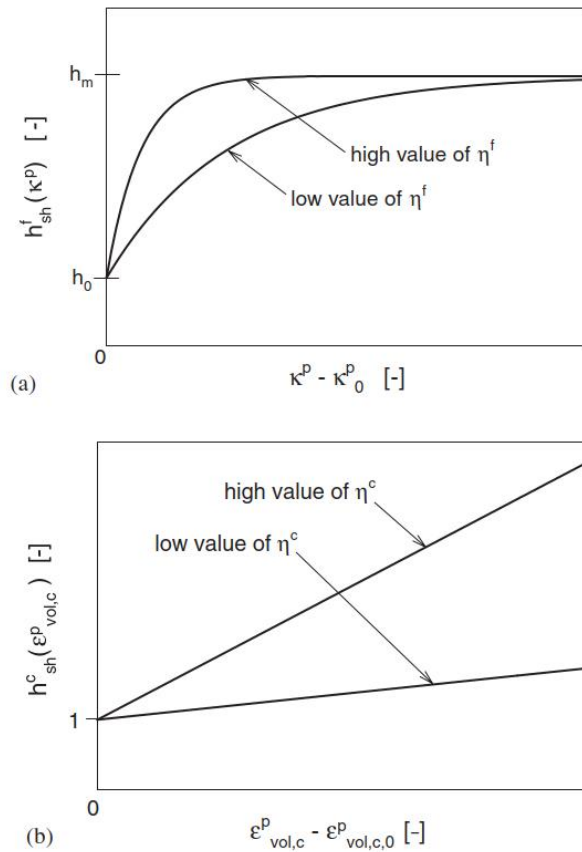
$(p/p_0)_{cyc}$  on yksittäisellä sykliä syntyvän keskimääräisen pääjännityksen suhde alkutilan jännitykseen

$\eta^f$  ja  $\eta^c$  ovat ns. lujittumisparametreja, jotka kuvaavat materiaalin deformaatioherkkyyden muutosnopeutta. Kuvassa 36 on havainnollistettu, kuinka lujittumisparametrien arvo vaikuttaa shakedown-funktioiden käyttäytymiseen muodonmuutostason kasvun myötä.

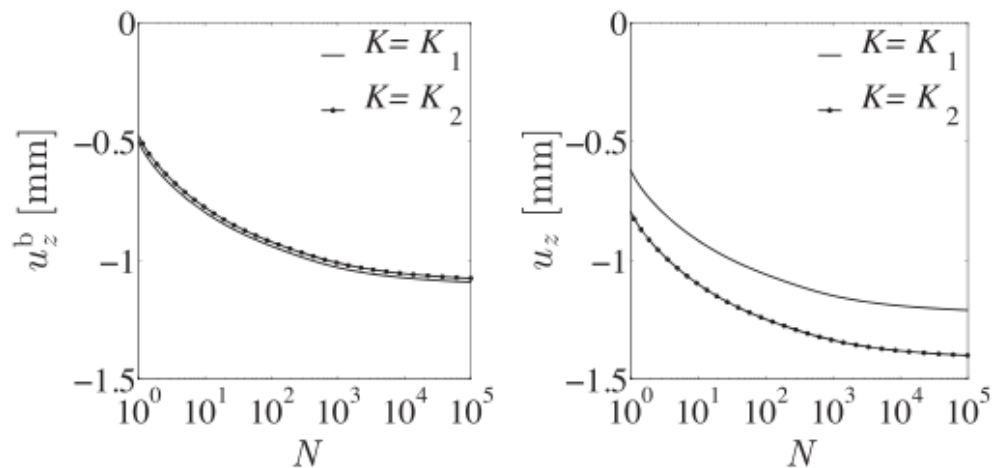
Esimerkiksi Li et al. ovat soveltaneet vuonna 2016 tehdyssä tutkimuksessaan Suiker-Borst deformaatiomallia. Tässä tutkimuksessa mallia käytettiin sepelitukikerroksisen vaihtealueen muodonmuutuskertymän kuvaukseen kolmiulotteisessa kuormitustapauksessa elementtimenetelmää hyödyntäen. Kuvassa 37 on esitetty laskennallinen muodonmuutuskertymä sepelitukikerroksen osalta eri alusrakennejäykkyyksillä. Odotettavasti muodonmuutuskertymä hidastuu kuormituskertamäärän kasvaessa ollen riippuvainen materiaalin ominaisuuksista, kuin myös sitä ympäröivästä tuennasta.

Yksi numeerisen mallinnuksen eduista verrattaessa analyyttisiin menetelmiin on mahdollisuus monimutkaisten kuormitustapausten simulointiin. Mallinuksissaan Li et al. (2016) havaitsivat muodonmuutuskertymän olevan huomattavasti nopeampaa vaihteen ulkokaarteessa kuin sisäkaarteessa. Analyyttisiä menetelmiä käyttäen tällaisten ilmiöiden kuvaaminen olisi äärimmäisen haasteellista. Numeeriset laskentamallit ovatkin oiva työkalu epäsymmetrisien kuormitustapausten mallinnuksessa, ja tietokoneiden laskentatehon kehittyessä ne tarjoavat varteenotettavan vaihtoehdon perinteisten analyyttisten menetelmien rinnalle.





**Kuva 36** Lujittumisparametrien vaikutus materiaalin kuormituskertymäkäyttäytymiseen a) leikkausmuodonmuutoksen b) tilavuudenmuutoksen osalta (Suiker & de Borst 2003)



**Kuva 37** Laskennallinen pystysuuntainen painuma kuormituskertamäärän funktiona sepelitukikerroksessa (vasemmalla) ja tukikerroksen alapuolisessa rakenteessa kahdella eri pohjamaajäykkyydellä  $K_1=285$  MPa ja  $K_2=110$  MPa (Li et al. 2016)

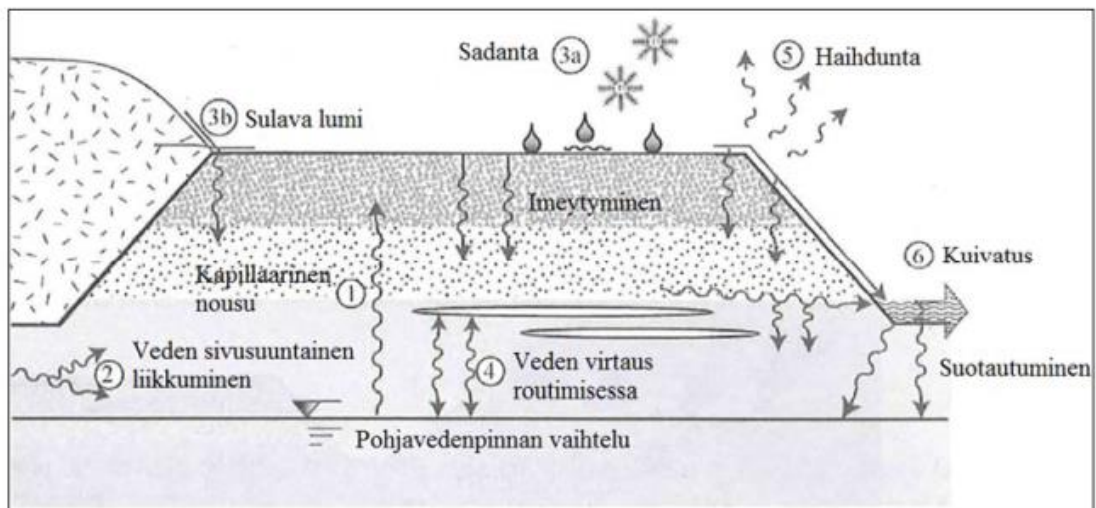
## 4. KOSTEUSTILAN VAIKUTUS MAAMATERIAALIN OMINAISUUKSIIN

### 4.1 Vesi ratarakenteessa

Maarakenteisiin kulkeutuvan veden määrä ja alkuperä on pääosin riippuvainen rakenteen tyypistä ja ympäröivistä olosuhteista. Tässä yhteydessä on rajoitettu käsittelemään maarakenteen kosteusteknistä käyttäytymistä nimenomaisesti ratapenkereen näkökulmasta.

Ratarakenteeseen vettä kulkeutuu monella tavalla, mutta yleensä vesi on peräisin joko sateesta tai pohjavedestä. Myös pintavettä voi kulkeutua penkereeseen esimerkiksi kallioleikkauskohteissa tai tulvatilanteissa. Ratarakenne on myös päällystettyä tierakennetta suojaamattomampi, sillä radan tukikerros on karkeaa, hyvin vettä läpäisevää kiviainesta. (Latvala, 2018)

Kuvassa 38 on jaoteltu veden kulkeutumistavat väylärakenteessa. Vettä voi nousta rakenteeseen pohjavedestä kapillaarisen nousun tai routimisen aiheuttaman virtauksen seurauksena. Rakenteeseen ylhäältä päin virtaava vesi on yleensä peräisin sadannasta tai sulavista lumimassoista. Joissain tapauksissa myös sivusuuntainen veden virtaama rakenteeseen voi olla merkittävää.

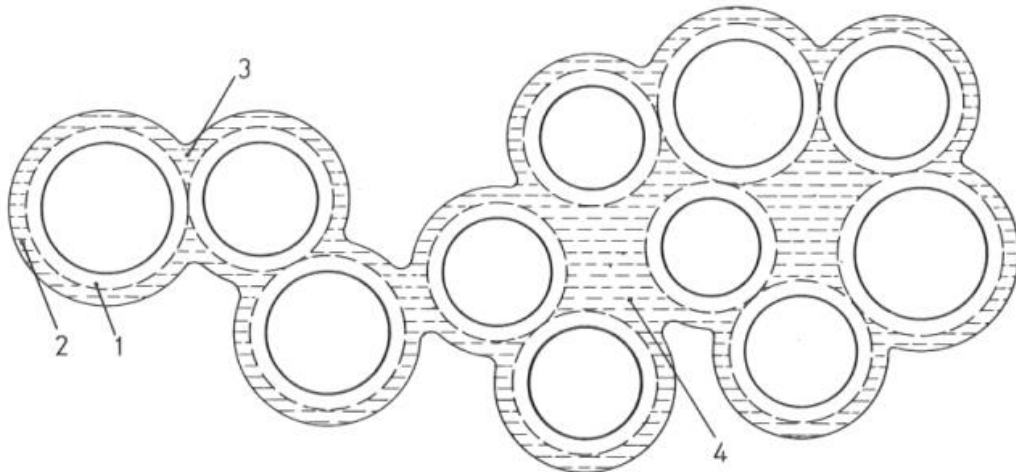


**Kuva 38** Veden kulkeutumistavat väylärakenteessa (Isohaka 2014, muokannut lähteestä Doré & Zubeck 2009)

Veden ja maapartikkelien välillä vaikuttaa useita erilaisia voimia, jotka vaikuttavat veden sitoutumiseen maapartikkelien ympärille. Pohjaveden pinnan yläpuolella maapartikkelien välisissä huokosissa oleva vesi voidaan karkeasti jakaa sitoutuneeseen ja vapaaseen huokosveteen (Réthátin 1983).

Sitoutunut vesi voidaan jakaa absorptioveteen sekä viskoosiseen eli kapilaariveteen. Absorptiovesi on rakeiden pinnalla esiintyvää ohut vesikalvo, jonka paksuus on tyypillisesti 0,004-0,008  $\mu\text{m}$ . Absorptiovesi jakautuu tiukasti sitoutuneeseen sisempää kerrokseen (paksuus noin 0,002  $\mu\text{m}$ ) ja löyhemmin sitoutuneeseen ulompaan kerrokseen (paksuus 0,002-0,006  $\mu\text{m}$ ). Kapilaarivesi voidaan myös jakaa sisempään ja ulompaan kerrokseen (kuva 39). Tiivistettäessä materiaalia optimivesipitoisuudessa sisempi kapilaarivesi muuttuu ulommaksi kapilaarivedeksi. (Roadex 2019)

Sisempää kapilaarivettä kutsutaan myös vaippavedeksi ja siihen vaikuttaa sekä absorptio- että kapilaarivoimia. Ulompaan kapilaariveteen vaikuttaa lähinnä kapilaarivoimia ja se voidaan luokitella vapaaksi vedeksi. (Réthátin 1983) (Latvala 2018)



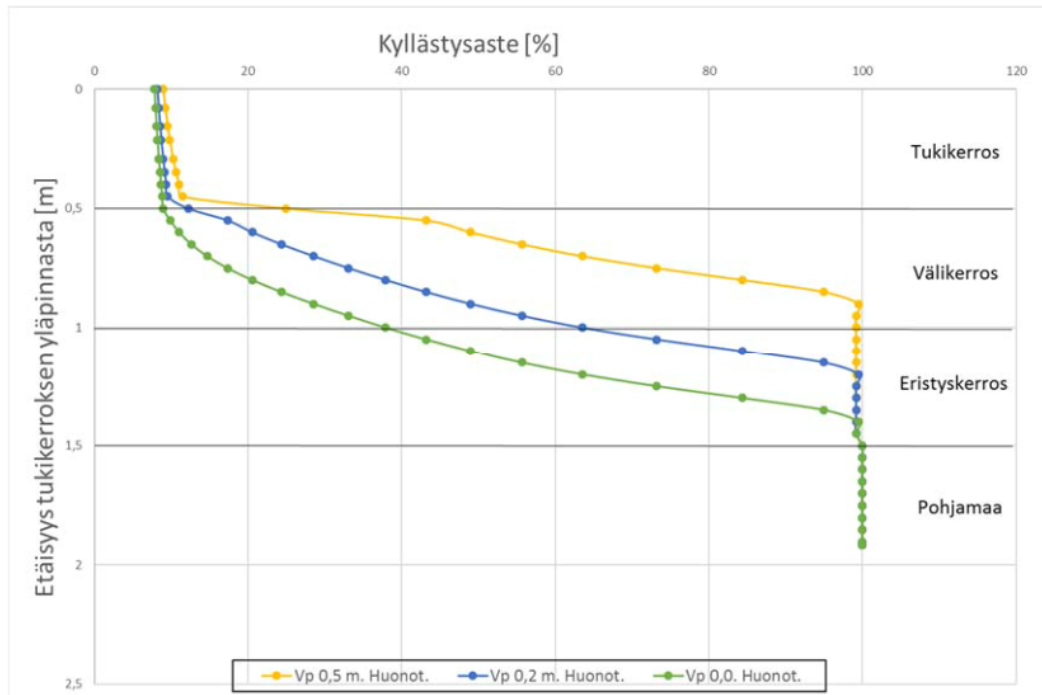
**Kuva 39** Maarakeiden ympärille sitoutunut ja niiden välinen huokosvesi. Kuvassa kerrokset 1 ja 2 edustavat absorptiovettä ja kerrokset 3 ja 4 kapilaarivettä (Réthátin 1983)

Eräs tapa kuvata materiaalin kosteustilaa on käyttää kyllästysastetta. Kyllästysaste kuvaa materiaalissa olevan vesimäärän tilavuutta suhteessa huokostilavuuteen:

$$S = \frac{V_w}{V_s} (100 \%) \quad (4.1)$$

jossa  $V_w$  on veden tilavuus ja  $V_s$  on huokostilavuus. Materiaalin kyllästysaste ilmoitetaan prosentteina ja materiaalin on määritelty olevan täysin vedellä kyllästynyt, kun kyllästysaste on 100 %. Pohjaveden pinnan yläpuolella materiaalin kyllästysaste on käytännössä

aina alle tämän. Materiaalin kyllästysaste riippuu paitsi sen imupaineominaisuuksista, niin myös veden saatavuudesta ympäristöstä. Kuvassa 40 on esitetty Latvalan vuonna 2018 SEEP/W-ohjelmistolla tehdyistä mallinnoista huonolaatuisilla materiaaleilla ilmenneitä tyypillisiä kyllästysasteita 1,45 metrin paksuisessa ratapenkereessä, kun pohjavedenpinnan taso vaihtelee. Ylemmissä kerroksissa kyllästyneisyys on vähäistä,



**Kuva 40** Ratapenkereen laskennallisia kyllästysasteita eri vedenpinnan tasoilla (Latvala 2018)

## 4.2 Materiaalin imupaine ja kapilaarisuus

Maamateriaalit voidaan jakaa kyllästysasteen mukaan kyllästyneeseen ja osittain kyllästyneeseen tilaan. Fredlund ja Rahardio (1993) ovat määritelleet materiaalin olevan osittain kyllästyneessä tilassa, kun siinä vallitsee negatiivinen imupaine (matric suction). Täysin kyllästynyt tila voidaan tulkita osittain kyllästyneen tilan erikoistapaukseksi.

Materiaalin imupaine koostuu kapilaarisesta ja osmoottisesta osasta. Veden ja maara-keiden välisestä molekyylitasen vuorovaikutuksista johtuen huokosvedellä voi olla huokosilmasta eroava paine, joka havaitaan kapilaarisena imuvoimana. Kapilaarinen imuvoima on seurausta veden pintajännityksestä ja osmoottinen imuvoima puolestaan huokosveden pyrkimyksestä tasata siinä vallitsevia konsentraatioeroja.

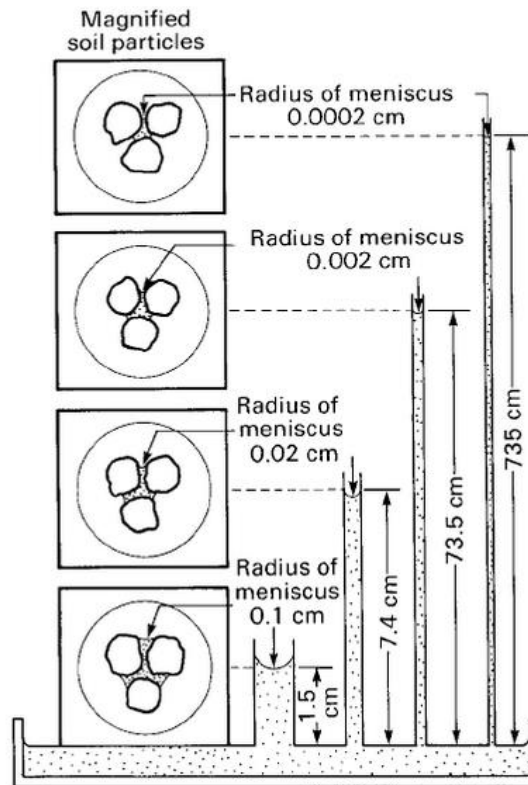
Materiaalin imupainelauseke voidaan lausua huokosilman ja huokosveden välisen paine-eron sekä osmoottisen imuvoiman summana:

$$\psi = (u_a - u_w) + \pi \quad (4.2)$$

jossa  $\psi$  on materiaalin kokonaisimupaine (total suction),  $u_a$  on huokosilman paine,  $u_w$  on huokosveden paine ja  $\pi$  on osmoottinen imupaine. Hienorakeisimmilla materiaaleilla kapilaarinen imupaine on karkearakeisia materiaaleja suurempaa, sillä tällöin materiaaleissa on paljon kapeita huokoskäytäviä, joita pitkin vesi pääsee nousemaan. Osmoottinen imupaine taas pääosin riippuu kiviaineksen mineralogiasta sekä huokosveteen liuenneista suoloista. (Fredlund & Rahardjo 1993)

### 4.2.1 Kapilaarinen nousukorkeus

Kapilaarinen nousukorkeus on riippuvainen huokoskäytävään tai virtausputkeen muodostuvan meniskuksen (vedenpinnan) kaarevuudesta (kuva 41). Vedenpinnan kaareutuminen on seurausta vesimolekyylien ja putken pinnan välillä vaikuttavista voimista. Seinämien lähettyvillä olevat vesimolekyylit omaavat suuremman vetovoiman putken sisäpinnan molekyyliä kohtaan kuin toisia vesimolekyyliä kohtaan. Tällöin vedenpinta pyrkii nousemaan virtauskäytävän seinämille. Kaareutuminen on sitä voimakkaampaa, mitä pienempi putken halkaisija on. (Kirkham & Powers 1972)



**Kuva 41** Kapilaarinen nousu eri levyisissä huokoskanavissa (Janssen & Dempsey 1980)

Kapilaarinen nousukorkeus voidaan ratkaista putken seinämiin kohdistuvan vetovoiman ja painovoimasta aiheutuneen voimakomponentin voimatasapainosta. (Fredlund & Rahardjo 1993) Vesi saavuttaa suurimman nousukorkeutensa, kun siihen kohdistuva painovoima on vastaava kapilaarivoiman kanssa:

$$2\pi r T_s \cos \alpha = \pi r^2 h_c \rho_w g \quad (4.3)$$

missä  $r$  putken säde,  $T_s$  veden ja putken sisäpinnan välinen jännitys,  $\alpha$  vedenpinnan kaarevuus,  $h_c$  vedenpinnan nousukorkeus,  $\rho_w$  veden tiheys ja  $g$  putoamiskiihtyvyys. Nyt kapilaarinen nousukorkeus voidaan ratkaista yhtälöstä 4.3:

$$h_c = \frac{2T_s}{\rho_w g R_s} \quad (4.4)$$

jossa  $R_s = r / \cos \alpha$  on vedenpinnan meniskuksen kaareutumän säde. (Fredlund & Rahardjo 1993) Kun yhtälö 4.4 kerrotaan puolittain  $\rho_w g$ :lla, niin saadaan kapilaarisen imupaineen lausekkeeksi:

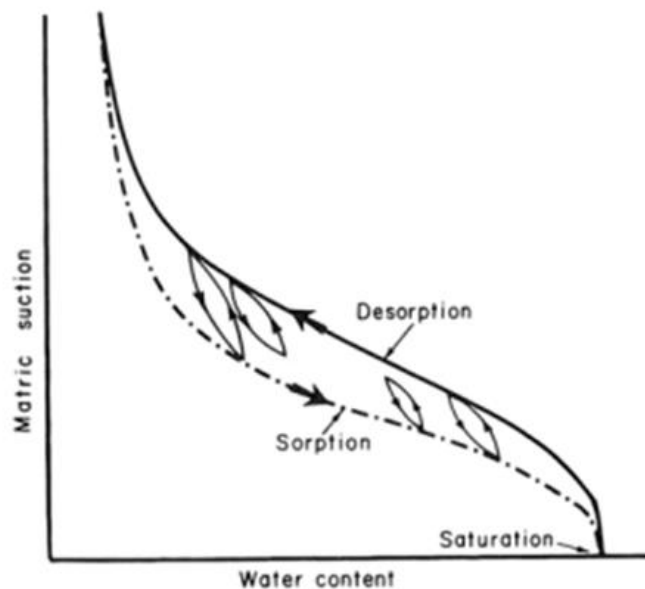
$$(u_a - u_w) = \frac{2T_s}{R_s} \quad (4.5)$$

## 4.2.2 Maaveden hystereesi

Materiaalin imupaine muuttuu kyllästysasteen mukaan. Mitä pienempi kyllästysaste on, niin sitä suuremmaksi imupaine kasvaa. Imupaineen kasvu materiaalin kuivumisen myötä selittyy veden ja partikkelien välisillä kontaktivoimilla. Vesimäärän pienentyessä jäljellä oleva vesi painautuu entistä tiukemmin partikkeleja vasten, muodostaen näiden pinnalle kalvon jota pitkin se pyrkii imemään huokostilaan vettä.

Imupaineen muutos kyllästysasteen funktiona on tyypillisesti epälineaarinen. Korkeilla kyllästysasteilla vesimäärän muutos ei juurikaan vaikuta imupaineeseen, kun taas matalilla kyllästysasteilla vaikutus voi olla hyvinkin voimakas. Materiaali voidaankin ajatella hakeutuvan sille ominaiseen kosteustilaan.

Kyllästysasteen muutoksen vaikutus imupaineen muutokseen on havaittu kuvan 42 mukaisesti olevan riippuvainen siitä, onko materiaali kuivumassa vai vettymässä. Materiaalin luovuttaessa vettä sen imupaine samalla kyllästysasteella on suurempi kuin imiessä vettä. Tätä ilmiötä kutsutaan maaveden hystereesiksi. (Hillel 1971)



**Kuva 42** Maaveden hystereesikäyttäytymistä ja periaatteellinen eroavaisuus kuivumis-vettymiskäyttäytymisessä imupaineen osalta (Hillel 1971)

Hystereesi-ilmiön fysikaalinen tausta ei ole täysin yksiselitteinen (Latvala 2018), mutta eräs mainittava syy ilmiölle voi olla vesipisaroiden kontaktikulman muutos sen mukaisesti ovatko ne virtaamassa vai poistumassa materiaalista. Kuivattaessa vesipisarot pai-

nautuvat tiukemmin alustaansa vasten, jolloin niiden molekyyli rakenne on paremmin tukeutunut verrattuna tilanteeseen jossa vettyvään materiaaliin saapuvat vesimolekyylit rikkovat rakeisiin kiinnittyneiden vesimolekyylien molekyyli rakenteen. (Roadex 2019), (Hillel 1971)

Toinen mahdollinen syy ilmiölle on huokosten geometrinen monimuotoisuus, joka voi aiheuttaa ns. mustepulloefektin. Huokosissa vallitseva kapilaarinen imuvoima on materiaalin kuivaessa suurempi, koska vesi virtaa tällöin kapeista huokoskäytävistä pois suurempisäteisten huokosten tyhjentyessä. Puolestaan kun materiaalin vettyy, vesi pääsee vapaasti virtaamaan takaisin suurempisäteisiin huokosiin, jolloin kapilaarinen imupaine on huomattavasti pienempi. (Hillel 1971)

### 4.2.3 Maaveden ominaisimupainefunktio

Materiaalin imupainekäyttäytymisen tunteminen on olennaista osittain kyllästyneen tilan virtausongelmien mallintamisen kannalta. Maaveden ominaisimupainefunktio (soil-water characteristic curve) kuvaa materiaalin imupaineen ja kyllästysasteen välistä yhteyttä. Brooks ja Corey esittivät vuonna 1964 yhden varhaisimmista ominaisimupainemalleista, jossa normalisoidun vesimäärän  $\theta$  ja materiaalin imupaineen  $\psi$  välille on otaksuttu eksponenttimuotoinen yhteys:

$$\theta = \left(\frac{\psi_b}{\psi}\right)^\lambda \quad (4.6)$$

Yhtälössä 4.6  $\theta$  on normalisoitu, dimensioton vesimäärä (määritetään valitsevan volymetrinen vesimäärän  $\theta$  ja residuaalisen vesimäärän  $\theta_r$  (kuva 43 b) erotuksen suhteena kyllästyneessä tilassa vallitsevan vesimäärän  $\theta_s$  ja residuaalisen vesimäärän erotukseen, eli  $\theta = (\theta - \theta_r)/(\theta_s - \theta_r)$ ),  $\psi_b$  on ns. ilman sisääntuloarvo (air-entry value, kuva 43 b) ja  $\lambda$  materiaalin huokoskokojakaumasta riippuva parametri. Maaveden imupainekäyttäytymistä ja materiaalin kyllästystilan välistä yhteyttä kuvaavia malleja on 1970- ja 1980-luvuilla esitetty useita, mutta koska esitetyt mallit ovat perusluonteeltaan olleet empiirisiä sovitefunktioita, ovat ne olleet soveltuvia vain tietyille maalajeille (Fredlund & Xing 1994)

Fredlund ja Xing esittelivät artikkelissaan vuonna 1994 puolianalyttisen sovitefunktion maaveden ominaisimupainekäyttäytymisen kuvaukseen. Kyseisen mallin on havaittu kuvaavan hyvin maamateriaalin imupainekäyttäytymistä, josta johtuen se on vakiintunut



yhdeksi yleisemmin käytetyimmistä maaveden ominaisimupainemalleista (Ba et al. 2012).

Fredlund-Xing imupainemalli perustuu materiaalin huokoskokojakaumaan. Mallin perustana on oletus, että materiaalin imupaine on seurausta huokoskäytävissä vallitsevasta kapilaarisesta imuvoimasta. Materiaalin kuivuessa vesi poistuu ensimmäisenä suurimista huokoskäytävistä. Mikäli suurisäteisiä huokoskäytäviä on vähän, kasvaa materiaalin imupaine nopeasti kuivuessa. Pienisäteisien huokoskäytävien osuuden oltaessa suuri on materiaalissa matalilla vesipitoisuuksilla vallitsevan imupaineen oltava myös suuri. Fredlund-Xing imupainemallin mukaisesti materiaalin huokoskokojakauman kertymäfunktio ja ominaisimupainefunktio ovat muodoltaan identtisiä.

Fredlund ja Xing käyttivät mallissaan yhtälön 4.7 mukaista huokoskokojakaumafunktiota:

$$f(\psi) = \frac{mn(\psi/a)^{n-1}}{a[e+(\psi/a)^n]\{\log[e+(\psi/a)^n]\}^{m+1}} \quad (4.7)$$

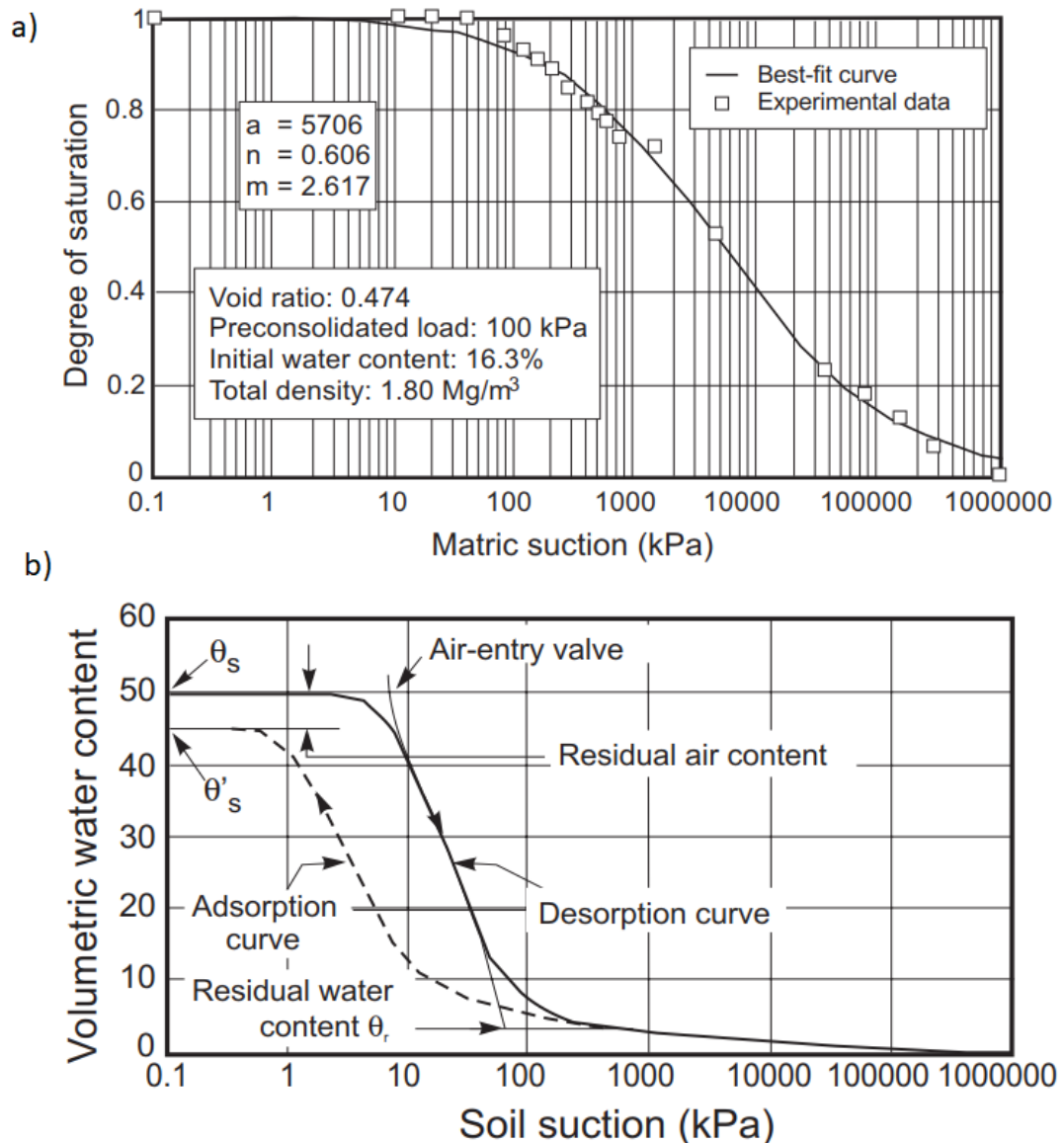
jossa  $m$ ,  $n$  ja  $a$  ovat materiaalikohtaisia vakioita ja  $e$  on Neperin-luku. Periaatteessa huokoskokojakauman kuvaukseen voi käyttää mitä tahansa jakaumafunktiota, mutta yhtälön 4.7 mukaisen jakaumafunktion etuna on sen kertymäfunktion yksinkertaisuus. Jakauman kertymäfunktio saadaan integroimalla jakaumafunktio muuttujansa suhteen. Tällöin Fredlund-Xing imupainemallin mukaisesti materiaalin volumetrinen vesipitoisuus jollain imupaineen arvolla on muotoa:

$$\theta(\psi) = \theta_s \int_{\psi}^{\infty} f(h) dh \quad (4.8)$$

jossa  $f(h)$  on jakaumafunktio lausuttuna jonkin muuttujan  $h$  suhteen. Kun yhtälö 4.7 si-  
joitetaan yhtälöön 4.8, saadaan ominaisimupainefunktio muotoon:

$$\theta(\psi) = \theta_s \left[ \frac{1}{\ln[e+(\psi/a)^n]} \right]^m \quad (4.9)$$

jossa  $\theta_s$  on kyllästyneen tilan volumetrinen vesipitoisuus. Kuvassa 43 (a) on esitetty yhtälön 4.9 jakauma- ja kertymäfunktion muoto eräillä parametreilla. Vastaavasti kuvassa 43 (b) on esitetty silttiselle materiaalille ominainen imupainefunktio. Imupainetta, jolla kertymäfunktio kulmakerroin laskee voimakkaasti, kutsutaan vapaasti suomennettuna ns. ilman sisääntuloarvoksi (air-entry value) (Fredlund & Xing 1994). Tällöin määrällisesti iso osa huokosista alkaa yhtäaikaisesti tyhjentyä, mikä havaitaan nopeana kyllästysasteen muutoksena.



**Kuva 43** a) Fredlund-Xing imupainemallin yhteensopivuus mittausdatan kanssa ja b) silttiselle materiaalille ominainen imupaineyhtälö sekä imupaineen voimakas kasvu ilman sisääntuloarvoa vastaavan kyllästysasteen läheisyydessä (Fredlund & Xing 1994)

Yhtälön 4.9 mukaista ominaisimupainefunktiota käytettäessä materiaalin vesipitoisuus menee nolnaan, kun imupaine lähestyy ääretöntä. Kokeellisesti on kuitenkin osoitettu, että suurin mahdollinen imupaineen arvo mitä maamateriaali voi täysin kuivana saada, on noin 1 000 000 kPa (Croney & Coleman 1961). Tämä voidaan ottaa huomioon kertomalla yhtälö 4.8 eräänlaisella korjauskertoimella, jolloin Fredlund-Xing ominaisimupainemalli tulee lopulliseen muotoonsa:

$$\theta(\psi) = \theta_s \left[ 1 - \frac{\ln(1+\psi/\psi_r)}{\ln[1+(1\,000\,000/\psi_r)]} \right] \left[ \frac{1}{\ln[e+(\psi/a)^n]} \right]^m \quad (4.10)$$

jossa  $\psi_r$  on imupaine joka vastaa residuaalista vesipitoisuutta (residual water content, kuva 43 b). Parametrit  $a$ ,  $n$  ja  $m$  ovat materiaalikohtaisia vakioita, mutta niillä jokaisella on oma fysikaalinen merkityksensä. Parametri  $a$  on yhteydessä ilman sisääntulopaineeseen, joten se vaikuttaa ominaisimupainefunktion suuruusluokkaan. Parametri  $n$  on riippuvainen huokoskokojakauman leveydestä; mitä pienemmän arvon  $n$  saa, sitä homogeenisempi huokoskokojakauma on, jolloin imupainefunktio laskee nopeasti ylitettäessä tietty imupainetaso. Parametri  $m$  on puolestaan yhteydessä residuaaliseen vesipitoisuuteen, eli se saa sitä pienemmän arvon, mitä vähemmän materiaali suostuu vesimäärästään luovuttamaan; mitä suurempi residuaalinen vesipitoisuus, sitä pienempi arvo parametrilla  $m$  on.

### 4.3 Routa ja routiminen

Koska maamateriaalissa on käytännössä aina jossain määrin vettä, lämpötilan laskiessa riittävän alas materiaalissa oleva huokosvesi jäätyy. Jäätyminen itsessään vaikuttaa kasvattavasti maan lujuus- ja jäykkyysominaisuuksiin, mutta mikäli materiaali on routivaa, voivat routimisen aiheuttama routalöyhtymä ja tätä seuraava sulamispehmeneminen alentaa huomattavasti sen kuormituskestävyyttä.

Maa routaantuu, kun sen sisältämä huokosvesi jäätyy. On huomattava, että maan routaantuminen ja routiminen ovat toisistaan eroavia ilmiöitä. Kaikki maalajit routaantuvat, mutta vain osa routii. Maalajin sanotaan olevan routiva, mikäli se jäätyessään on taipuvainen imemään vettä syvemmistä maakerroksista aiheuttaen näin jäälinssien muodostumista routarajalle. Jäälinssien muodostumisen myötä maahan syntyy routaturpoamaa, joka voi aiheuttaa huomattavaa epätasaisuutta yllä oleviin rakenteisiin. Jäälinssien sulassa niitä ympäröivä maa löyhtyy, jolloin sen jäykkyys vähenee. (Pylkkänen & Nurmikolu 2015)

Ratarakenteen routamitoitus perustuu nykyisellään roudan tunkeutumissyvyyden arviointiin. Mitoituksen lähtökohtana on varmistaa rakenteiden riittävä paksuus, jotta routaraja ei pakkaskauden aikana yltäisi routiviin maakerrokseen. Suomessa ratarakenteiden routamitoituksessa käytetty laskentamenetelmä pohjautuu Stefanin yhtälöön, joka on alun perin kehitetty vesistöjen jään paksuuden arviointiin:

$$z_f = \sqrt{\frac{2\lambda_f F}{q_f}} \quad (4.11)$$

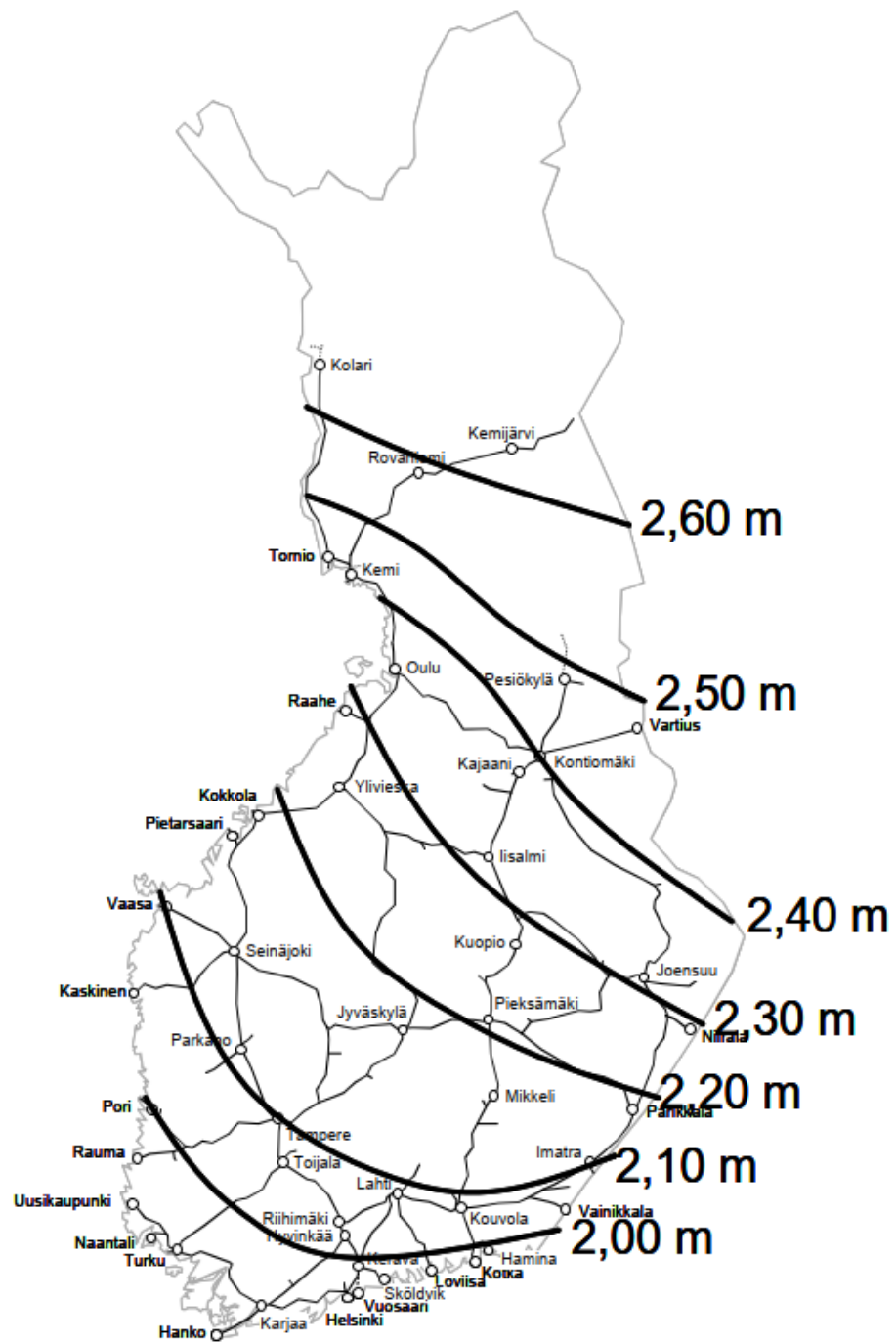
jossa  $z_f$  suurin toteutunut roudan syvyys,  $\lambda_f$  jäätyneen maan lämmönjohtavuus,  $F$  pakasmäärä ja  $q_f$  maaperän jäätyislämpö. Koska maaperän jäätyiskäyttäytyminen eroaa vesistöjen jäätymisestä, on Stefanin yhtälö tarkkuus routamitoitukseen jossain tapauksissa riittämätön. Tästä johtuen ratarakenteiden routamitoitukseen käytetään ns. yhdistettyä Watzinger – Beskow menetelmää, joka perustuu maan lämpötaseyhtälön ja redusoidun pakkasmäärän käyttöön. Kyseistä menetelmää ei tässä yhteydessä käsitellä tarkemmin, mutta sen johtamien ja käyttö on esitelty esimerkiksi lähteessä Nurmikolu & Koilisoja (2002). Suomessa nykyisellään käytettävät ratarakenteen routamitoituspaksuudet on esitetty kuvassa 44.

Maan jäätyessä sulan ja jäätyneen vyöhykkeen rajalle muodostuu imupaine, joka pyrkii imemään vettä syvemmältä maakerroksista. Imupaineen synty perustuu osittain jäätyneen vyöhykkeen vapaan energian muutokseen lämpötilan laskiessa. Jotta energiatase säilyisi, huokosvesi kompensoi lämpötilan laskua madaltamalla painetta. Imupaineen muodostumista voidaan kuvata ns. Clausius-Clapeyronin yhtälöllä, joka on johdettu huokosvedessä olevan Gipsin vapaan energian avulla. Clausius-Clapeyronin yhtälö on muotoa:

$$V_w dp_w - V_i p_i = L \frac{dT}{T} \quad (4.12)$$

jossa  $V_w$  on veden ominaistilavuus (tiheyden avulla esitettyinä muotoa  $V_w = 1/\rho_w$ ),  $V_i$  jään ominaistilavuus,  $p_w$  huokosveden paine,  $p_i$  jään paine,  $L$  veden jäätyislämpö ( $3,336 * 10^5 \text{ J/kg}$ ) ja  $T$  absoluuttinen lämpötila kelvineinä. Clausius-Clapeyronin yhtälön paikansa pidettävyys on todistettu useissa eri kokeissa. (Pylkkänen & Nurmikolu 2015)

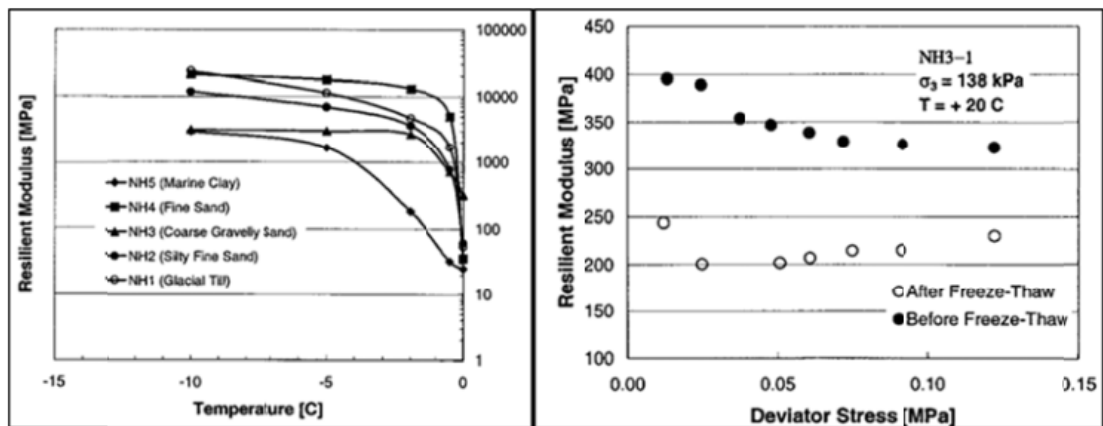
Osittain jäätyneellä vyöhykkeellä oleva huokosvesi jäätyy ensimmäisenä huokosten keskeltä ja viimeisenä rakeiden pinnalta veden ja rakeiden välisen adheesion vuoksi. Tällöin huokosveden alkaessa jäätyä materiaali kykenee imemään rakeiden pinnalla olevien sulien vesikalvojen kautta syvemmistä maakerroksista vettä jäätyvälle vyöhykkeelle, joka mahdollistaa routalinssin muodostumisen. Kuitenkin materiaalin jäätyessä sen vedenläpäisevyys heikkenee nopeasti, joten routalinssin muodostuminen on sitä runsaampaa, mitä hitaammin jäätymisraja etenee. Tästä johtuen paksuimmat routalinssit sijaitsevat yleensä syvimällä maaperässä, jossa jäätymisrintaman etenemisnopeus hidastuu yllä olevan jäätyneen vyöhykkeen paksuuntumisesta seuraavan lämpögradientin pienentämisen myötä. (Pylkkänen & Nurmikolu 2015)



**Kuva 44** Suomessa käytettävä ratarakenteent routamitoituspaksuudet (Liikennevi-rasto 2018 b)

Jäälinsien muodostumiseen vaikuttaa myös materiaalin vedenläpäisevyys ja veden saatavuus. Pienen vedenläpäisevyyden omaavilla savilla veden kulkeutuminen jäälinsiiin on liian hidasta ja puolestaan karkeilla hiekoilla suuri huokostila johtaa huonosti vettä ylöspäin. Täten keskimääräisen huokoskoon omaavat siltit pystyvät parhaiten takaamaan tasaisen vedensaannin jäälinsiiin ja ovat kaikkein alttiimpia routimiselle. (Pylkkänen & Nurmikolu 2015)

Jäälinsien sulaminen on materiaalin kuormituskestävyyden kannalta kriittisin vaihe. Tällöin materiaalin kosteuspitoisuus nousee voimakkaasti siihen sitoutuneen jään muuttuessa vedeksi. Sulaminen alkaa pääasiassa ylhäältäpäin, jolloin sulamisrintaman alapuolinen maa voi olla vielä jäässä. Tällöin sulamisrintaman yläpuolisten jäälinsien sulamisvesi herkästi kertyy sulan ja jäätyneen materiaakerroksen rajalle. Tämä puolestaan heikentää näennäisen koheesion poistumisen myötä materiaalin jäykkyys- ja lujuusominaisuuksia (kuva 45) ja lisää voimakkaasti huokosylipaineen kertymisriskiä, mikäli materiaalin vedenläpäisevyys on liian heikko suhteessa sen kuormitusnopeuteen.



**Kuva 45** Jäätyneen materiaalin jäykkyyden lasku sulamispehmenemisen seurauksena (Simonsen et al. 2002)

#### 4.4 Veden ja ilman virtaus maamateriaalissa

Kyllästyneessä materiaalissa tapahtuvaa veden virtausta voidaan kuvata Darcyn lain avulla. Darcy esitti vuonna 1856 yhtälön 4.13 mukaisen yhteyden, jossa veden virtausnopeus suuntaan  $y$  on oletettu riippuvaiseksi niin sanotusta hydraulisesta gradientista  $\frac{\partial h_w}{\partial y}$  sekä vedenjohtavuuskertoimesta  $k_w$  (Darcy 1856) (Fredlund & Rahardjo 1993):

$$v_w = -k_w \frac{\partial h_w}{\partial y} \quad (4.13)$$

Hydraulinen gradientti kuvaa vesipatsaan korkeuden muutosta siirryttäessä  $y$ -suuntaan. Yhtälön 4.13 mukaisesti veden virtausnopeus on positiivinen siihen suuntaan, jonne vedenpinta laskee. Vesi siis virtaa Darcyn lain mukaisesti suuremmasta potentiaalista pienempään. Vastaavasti hydraulinen gradientti voidaan lausua huokospaineen  $u_w$  avulla: (Fredlund & Rahardjo 1993)

$$\frac{\partial h_w}{\partial y} = \frac{1}{p_w g} \frac{\partial u_w}{\partial y} \quad (4.14)$$

jossa  $p_w$  on veden tiheys ( $997 \text{ kg/m}^3$  lämpötilassa  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ) ja  $g$  putoamiskiiktyvyys ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ). Hydraulinen gradientti yleisessä kolmiulotteisessa tilanteessa huokospaineen avulla esitettyinä on muotoa:

$$\nabla h_w = \frac{1}{p_w g} \left( \frac{\partial u_w}{\partial x} + \frac{\partial u_w}{\partial y} + \frac{\partial u_w}{\partial z} \right) \quad (4.15)$$

Vedenläpäisevyyskerroin on määritelty materiaaliominaisuuksien lisäksi riippuvaseksi veden tilavuuspainosta sekä viskositeetistä:

$$k_w = \frac{p_w g}{\mu_w} K \quad (4.16)$$

jossa  $\mu_w$  on veden viskositeetti ja  $K$  materiaalista riippuva kerroin. Veden viskositeetti on riippuvainen paitsi vallitsevasta lämpötilasta, niin myös veteen liuenneista aineista, kuten suoloista.

Vastaavalla tavalla ilmanjohtuvuutta maamateriaalissa voidaan kuvata Fickin lain avulla (Fick 1855). Tällöin ilmamäärän massan virtaus on riippuvainen konsentraation muutoksesta:

$$J_a = -D_a \frac{\partial C}{\partial y} = -D_a \frac{\partial [\rho_a(1-s)n]}{\partial u_a} \frac{\partial u_a}{\partial y} = -D_a^* \frac{\partial u_a}{\partial y} \quad (4.17)$$

jossa  $u_a$  on ilmanpaine,  $\rho_a$  on ilman tiheys,  $S$  kyllästysaste,  $n$  huokoisuus ja  $D_a$  on materiaalikohtainen ilmanläpäisevyyserroin.  $D_a^*$  on yhdistelmäkerroin, joka kuvaa ilmanpaineen ja massamäärän virtauksen välistä suhdetta. On huomioitava, että ilma ja vesi ovat erillisinä faaseina huokosissa ja näin ollen niillä voi olla toisistaan eroava huokospaine. Veden virtaus on riippuvainen huokosvedenpaineesta, kun taas ilman virtaus on yksimaan riippuvainen huokosilmanpaineesta. (Fredlund & Rahardjo 1993)

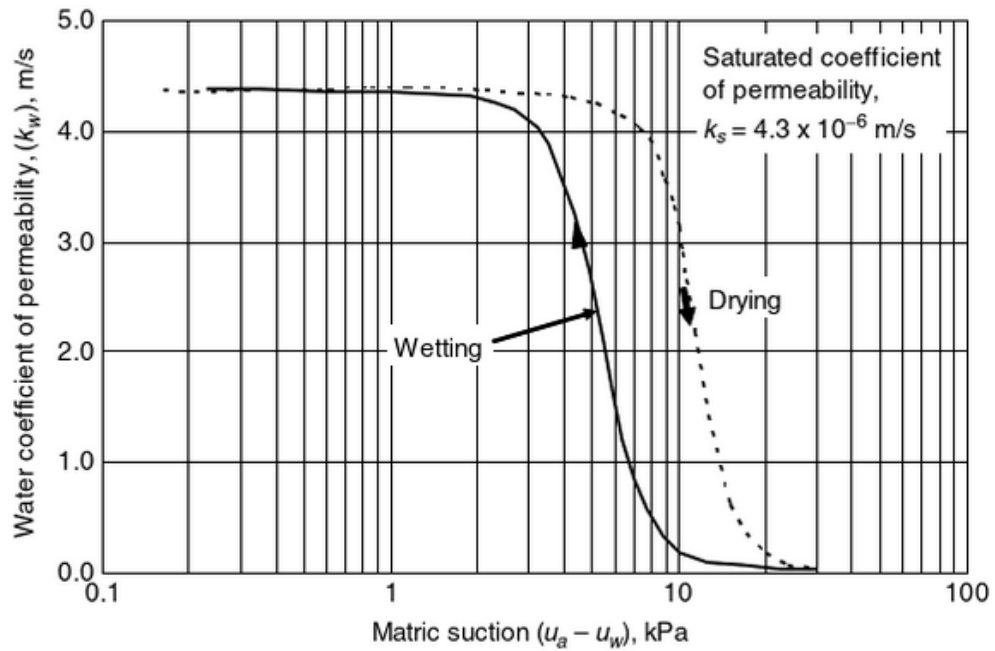
Maamateriaaleilla vedenjohtavuuden on havaittu olevan hyvin riippuvainen materiaalin imupaineesta ja tätä kautta kyllästysasteesta. Kun materiaalin imupaine kasvaa, jäljellä olevan veden sisäinen kitka (eli viskositeetti) huokoskäytävissä kasvaa. Tämä havaitaan heikompina virtausominaisuuksina. Ilmanjohtavuus puolestaan paranee materiaalin kyllästysasteen pienentyessä, sillä tällöin huokoskäytäviin vapautuu enemmän tilaa ilman virtaukselle.

**Taulukko 4** Tyypillisiä vedenläpäisevyyksiä ja kokonaishuokoisuuksia eri materiaaleille (muokattu lähteestä Latvala 2018)

Maalaji	Veden läpäisevyyserroin $k$ [m/s]	Kokonaisuuhuokoisuus [%]
Sora	$10^{-1} \dots 10^{-4}$	25...50
Karkea sora	$>1$	24...36
Keskikarkea sora	$1 \dots 10^{-2}$	
Hieno sora	$1 \dots 10^{-3}$	25...38
Hiekkainen sora	$10^{-2} \dots 10^{-6}$	
Hiekka	$10^{-2} \dots 10^{-6}$	25...50
Karkea hiekka	$10^{-1} \dots 10^{-4}$	30...46
Keskikarkea hiekka	$10^{-2} \dots 10^{-5}$	30...40
Hieno hiekka	$10^{-3} \dots 10^{-6}$	26...53
Siltti	$10^{-5} \dots 10^{-9}$	35...61
Karkea siltti	$10^{-4} \dots 10^{-6}$	30...35
Hieno siltti	$10^{-5} \dots 10^{-8}$	40...50
Savi	$<10^{-8} \dots 10^{-10}$	34...70
Laiha savi		40...60
Lihava savi		60...75
Moreeni		20...55
Soramoreeni	$10^{-4} \dots 10^{-7}$	
Hiekkamoreeni	$10^{-6} \dots 10^{-8}$	
Silttimoreeni	$10^{-7} \dots 10^{-10}$	



Koska materiaalin vedenjohtavuus on riippuvainen sen imupaineesta, voi vedenläpäisevyys olla kuivuvalla ja vettyvällä materiaalilla toisistaan eroava samassa kyllästysasteessa. Kuvassa 46 on esitetty hienon hiekan vedenläpäisevyyden vaihtelua imupaineen funktiona. Hystereesisilmukka on nyt päinvastainen kuin esitettäessä kyllästysastetta imupaineen funktiona; kuivuessaan materiaalilla täytyy olla tietyllä imupaineen arvolla vettyvää materiaalia suurempi kyllästysaste, jolloin sen vedenläpäisevyys on myös suurempi.

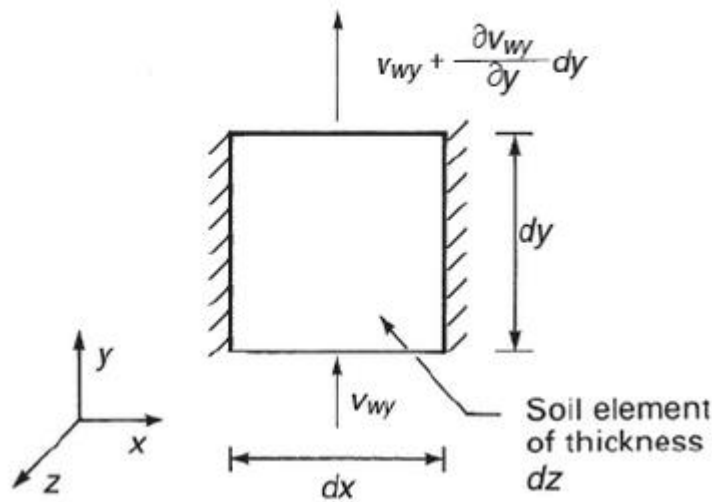


**Kuva 46** Vedenläpäisevyys imupaineen funktiona kuivuvalla ja vettyvällä materiaalilla (Fredlund & Rahardjo 1993)

Mikäli vesimäärä tilavuusalkiota kohden ei muutu, kontinuumin peruslakien mukaisesti tasaaisessa virtauksessa differentiaaliseen virtausalkion saapuvan vesimäärän täytyy olla yhtä suuri, kuin siitä poistuvan vesimäärän (Klausner 1991). Tällöin kyllästysasteeltaan homogeenisessä ja ominaisuuksiltaan isotrooppisessa maa-aineksessa toteutuu ehto:

$$k_w \left( \frac{\partial^2 h_w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h_w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h_w}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (4.18)$$

Mikäli yhtälön 4.18 arvo olisi nolasta eroava, tarkoittaisi tämä suhteellisen vesimäärän muuttumista virtausalkion sisällä (Kirkham & Powers 1972). Mikä maa-aines on kyllästysasteeltaan heterogeenista, eli kyllästysaste voi muuttua, niin tulee virtausyhtälö hiekan erilaiseen muotoon.



**Kuva 47** Differentiaalinen virtauselementti yksiakselialisen virtauksen tapauksessa (Fredlund & Rahardjo 1993)

Tarkastellaan kuvan 47 mukaista yksiakselialista tasaista virtausta y-suuntaan materiaalissa, jossa vedenläpäisevyys ja hydraulinen gradientti voivat vaihdella, jolloin on mahdollista että  $\frac{\partial^2 h_w}{\partial y^2} \neq 0$ . (Fredlund & Rahardjo 1993) Myös tällöin differentiaaliseen virtausalkioon saapuvan, ja siitä lähtevän vesimäärä erotuksen on oltava nolla, eli:

$$\left(v_{wy} + \frac{\partial v_{wy}}{\partial y} dy\right) dx dz - v_{wy} dx dz = 0 \quad (4.19)$$

joka supistuu muotoon:

$$\frac{\partial v_{wy}}{\partial y} dy dx dz = 0 \quad (4.20)$$

missä  $dx dz$  on y-virtaussuuntaa kohtisuorassa olevan differentiaalisen pinnan pinta-ala ja  $v_{wy}$  on y-suuntaan oleva vedenvirtaus.  $\frac{\partial v_{wy}}{\partial y} dy$  puolestaan on differentiaalisen lyhyen matkan  $dy$  aikana tapahtuva virtauksen muutos. Kun yhtälöön 4.20 sijoitetaan Darcyn lain mukainen yhteys (yhtälö 4.13) ja jaetaan puolittain  $dx dy dz$ :lla (joka on myös virtausalkion tilavuus), tulee yhtälö 4.20 muotoon:

$$\frac{\partial \left(-k_{wy} \frac{\partial h_w}{\partial y}\right)}{\partial y} = 0 \quad (4.21)$$

joka derivoinnin ketjusäännön mukaisesti voidaan kirjoittaa muotoon:

$$k_{wy} \frac{\partial^2 h_w}{\partial y^2} + \frac{\partial k_{wy}}{\partial y} \frac{\partial h_w}{\partial y} = 0 \quad (4.22)$$

Kyseinen yhtälö huomio myös vedenläpäisevyyden muutoksen ja soveltuu näin ollen käytettäväksi myös osittain kyllästyneiden maa-aineksien virtausongelmien ratkaisussa. Yleisessä kolmiulotteisessa isotrooppisessa tapauksessa yhtälö 4.22 tulee muotoon:

$$k_w \left( \frac{\partial^2 h_w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h_w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h_w}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial k_w}{\partial x} \frac{\partial h_w}{\partial x} + \frac{\partial k_w}{\partial y} \frac{\partial h_w}{\partial y} + \frac{\partial k_w}{\partial z} \frac{\partial h_w}{\partial z} = 0 \quad (4.23)$$

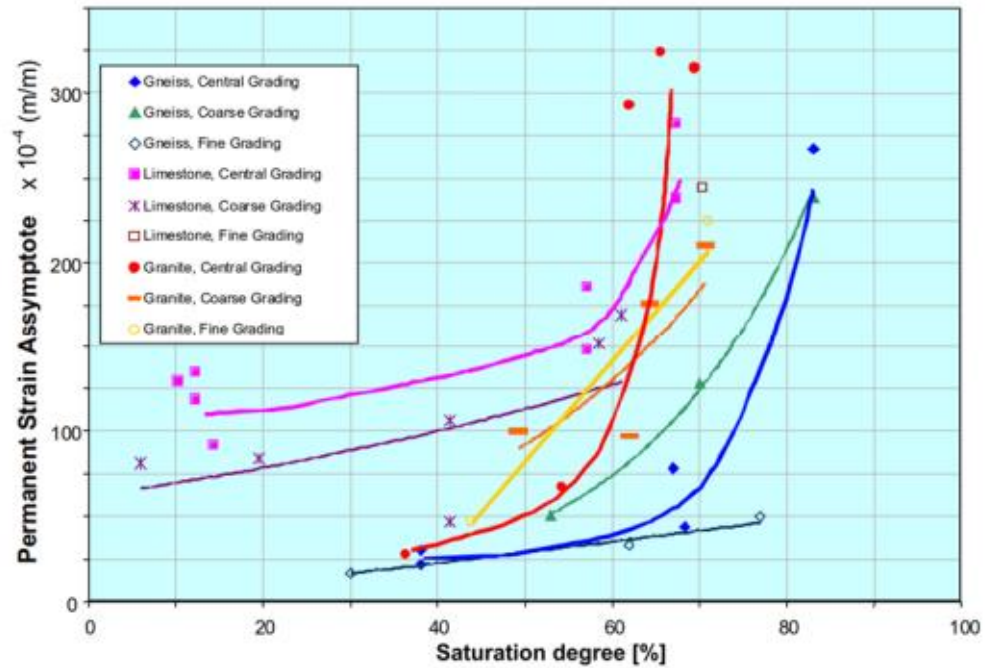
Vastaavalla tavalla voidaan myös johtaa virtausyhtälö tasaiselle ilman virtaukselle heterogeenisesti kyllästyneessä maa-aineksessa. Käyttäen huokosilmanpainetta  $u_a$  tulee virtausyhtälö kolmiulotteisessa tapauksessa muotoon:

$$D_a^* \left[ \frac{\partial^2 u_a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_a}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_a}{\partial z^2} \right] + \frac{\partial D_a^*}{\partial x} \frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial D_a^*}{\partial y} \frac{\partial u_a}{\partial y} + \frac{\partial D_a^*}{\partial z} \frac{\partial u_a}{\partial z} = 0 \quad (4.24)$$

Maamateriaalin virtauskäyttäytymisen tunteminen on olennaista huokospaineherkkyyden arvioimisen kannalta. Huokospaineen syntymekanismia ja vaikutusta materiaalin kuormitusikäytymiseen on tarkasteltu kappaleessa 4.5.3.

## 4.5 Kosteustilan vaikutus materiaalin kuormituskestävyyteen

Maamateriaaleilla kosteustilalla on useissa tutkimuksissa havaittu olevan selkeä vaikutus niiden lujuus- ja jäykkyyssominaisuuksiin sekä tätä kautta deformatumisherkkyyteen. Kuvassa 48 on esitetty tierakennusmateriaalien käyttäytymistä eri kyllästysasteilla. Tästä nähdään kuinka materiaalien muodonmuutosherkkyys kasvaa voimakkaasti kyllästysasteen myötä. Deformaatioherkkyyden kannalta kriittinen kyllästysaste on hyvin materiaalikohtainen, ollen kuitenkin tyypillisesti luokkaa 60-80 %.

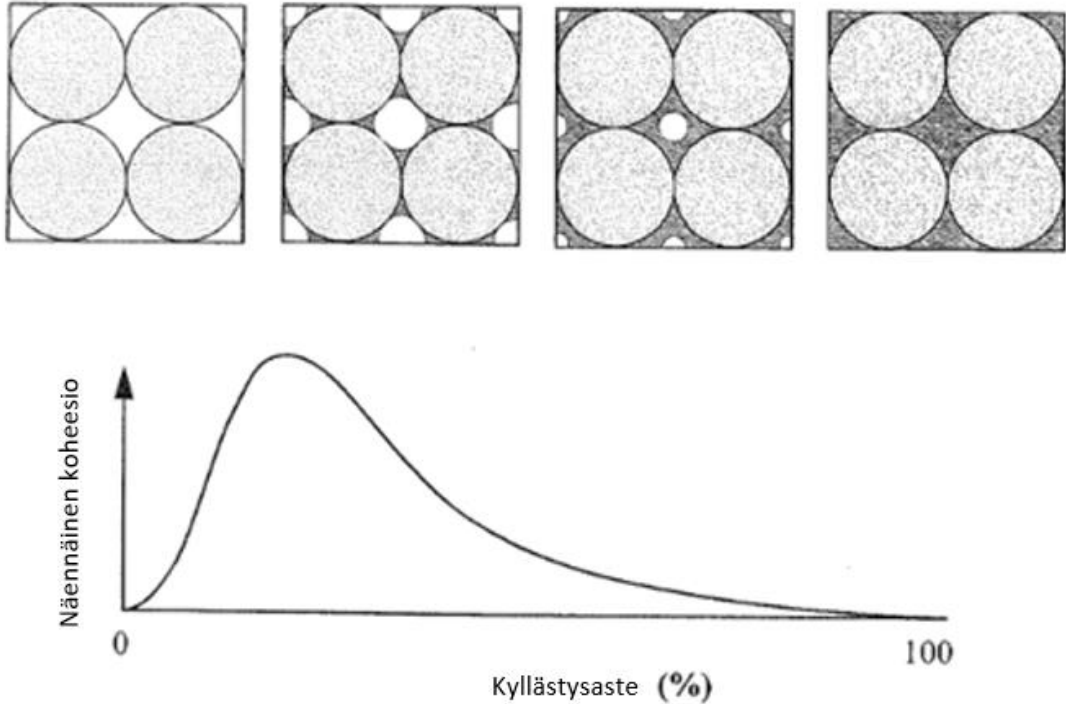


**Kuva 48** Materiaalin muodonmuutosnopeuden voimakas riippuvuus kyllästysasteesta (Lähteestä Latvala 2018, joka muokannut lähteestä Dawson & Kolisoja 2005)

#### 4.5.1 Vaikutus lujuusominaisuuksiin

Materiaalin vettyessä sen imupaine laskee. Tällöin partikkeleiden välillä vaikuttava kontaktivoima pienenee, mikä käytännössä havaitaan näennäisen koheesio poistumisena. Koheesio ei kuitenkaan aina kasva materiaalin kuivuessa, sillä esimerkiksi hiekoilla tietyn optimipisteen alitettuaan imupaineen kasvu ei enää kasvata rakeiden välisiä kontaktivoimia, vaan vaikutus on päinvastainen (kuva 49).

Näennäinen koheesio on seurausta rakeiden välisen huokoskuilmaveden aiheuttamasta alipaineesta. Kun materiaalin vesimäärä laskee riittävän alas, rakeiden pinnalla oleva vesikalvo alkaa rikkoutua ja huokoskuilmaveden kontaktiala pienenee. Tällöin huokosvesi ei enää kasvavasta imupaineestaan huolimatta kykene vetämään partikkeleja toisiinsa vasten yhtä suurella voimalla kuin aikaisemmin. (Kolisoja 1997)



**Kuva 49** Näennäisen koheesion periaatteellinen vaihtelu kyllästysasteen funktiona (muokattu lähteestä Kolisoja 1997, varmistettu tekijältä)

Imupaine vaikuttaa siis kasvattavasti näennäisen koheesion suuruuteen, kunhan materiaalin kyllästysaste on riittävä suhteessa sen rakeisuuteen. Paisti stabiliteettiongelmien ratkaisemisen kannalta, niin myös ratarakenteen deformaatioherkkyyden arvioimiseksi maamateriaalin lujuusominaisuuksien kosteustilariippuvuuden tunteminen on olennaista. Käytettäessä Mohr-Coulumb-murtoehtoa, materiaalin leikkauslujuuden lauseke on muotoa:

$$\tau = c' + (\sigma_n - u_w) \tan \varphi' \quad (4.25)$$

jossa  $c'$  on tehokas koheesio,  $\sigma_n$  leikkaustasoa kohtisuoraan vaikuttava normaalivoima,  $\varphi'$  tehokas kitkakulma ja  $u_w$  ja huokosveden ylipaine. Yhtälö 4.25 soveltaa tehokkaiden jännitysten periaatetta, eli materiaaliin kohdistuva tukipaine on ulkoisen jännitystilän ja huokosissa vallitsevan paineen erotus. Tällainen leikkauslujuuden lauseke on kuitenkin käypä ainoastaan kyllästyneessä tilassa olevilla materiaaleilla. Osittain kyllästyneessä tilassa olevilla materiaaleilla huokosissa vallitsee imupaine joka tyypillisesti lisää materiaalin leikkauslujuutta.

Fredlund et al. esittivät vuonna 1978 yhtälön 4.26 mukaisen lausekkeen, joka huomioi osittain kyllästyneillä materiaaleilla ilmenevän imupaineen vaikutuksen materiaalin leikkauslujuuteen:

$$\tau = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b \quad (4.26)$$

jossa  $u_a - u_w = \psi$  on materiaalin imupaine ja  $\varphi^b$  materiaalikohtainen imupainekulma, joka määrittää imupaineesta aiheutuvan lujuuslisän. Kuitenkin kuten jo edellä todettiin, imupaineen kasvu ei aina tarkoita lujuuden kasvua, vaan vaikutus riippuu materiaalissa olevan veden määrästä. Näin ollen yhtälön 4.26 muotoinen esitys on validi ainoastaan tietyllä imupainetasolla. Tästä johtuen, Fredlund et al. esittivät myöhemmin, vuonna 1996 yhtälön 4.27 muotoisen lausekkeen, joka pyrkii korjaamaan yhtälön 4.26 puutteet:

$$\tau = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) [\Theta(u_a - u_w)]^\kappa \tan \varphi' \quad (4.27)$$

jossa  $\Theta(u_a - u_w)$  on imupaineen funktiona esitetty normalisoitu vesipitoisuus ja  $\kappa$  materiaalikohtainen soviteparametri. Yhtälön 4.27 muotoisessa esityksenä perusideana on, että materiaalissa vallitsevan imupaineen aikaansaama lujuuslisäys on riippuvainen materiaalissa olevan veden kontaktialasta. Eli, vaikka materiaalissa vallitsisi suuri imupaine, mutta rakeiden pinnalla oleva vesiala on vähäinen, ei lujuuden kasvua juurikaan tapahdu. Vastaavasti jos materiaalin vesipitoisuus on suuri, myös veden kontaktiala on suuri. Kuitenkin tällöin materiaalissa vallitseva imupaine on tyypillisesti pieni, josta johtuen myös lujuuslisä on vähäinen. Yhtälön 4.27 mukaisesti materiaalilla on jokin tietty imupainetaso, jolla se saavuttaa maksimilujuutensa.

Kuten edellä kappaleessa 4.2.3 todettiin, normalisoitu vesimäärä kuvaa poistettavissa olevan vesimäärän suhteellista osuutta, ja se on määritelty vallitsevan vesimäärän  $\theta$  ja residuaalisen vesimäärän  $\theta_r$  erotuksen suhteena kyllästyneen tilan vesimäärän  $\theta_s$  ja residuaalisen vesimäärän erotukseen:

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (4.28)$$

Kirjallisuudessa on esitetty useita erilaisia empiirisiä yhtälösovitteita materiaalin imupaineen ja normalisoidun vesimäärän välille. Esimerkiksi McKee & Bumb esittivät vuonna 1984 yhtälön 4.29 mukaisen lausekkeen, jossa imupaineen vaikutus vesimäärään on lausuttu eksponenttimuotoisen yhtälön avulla:

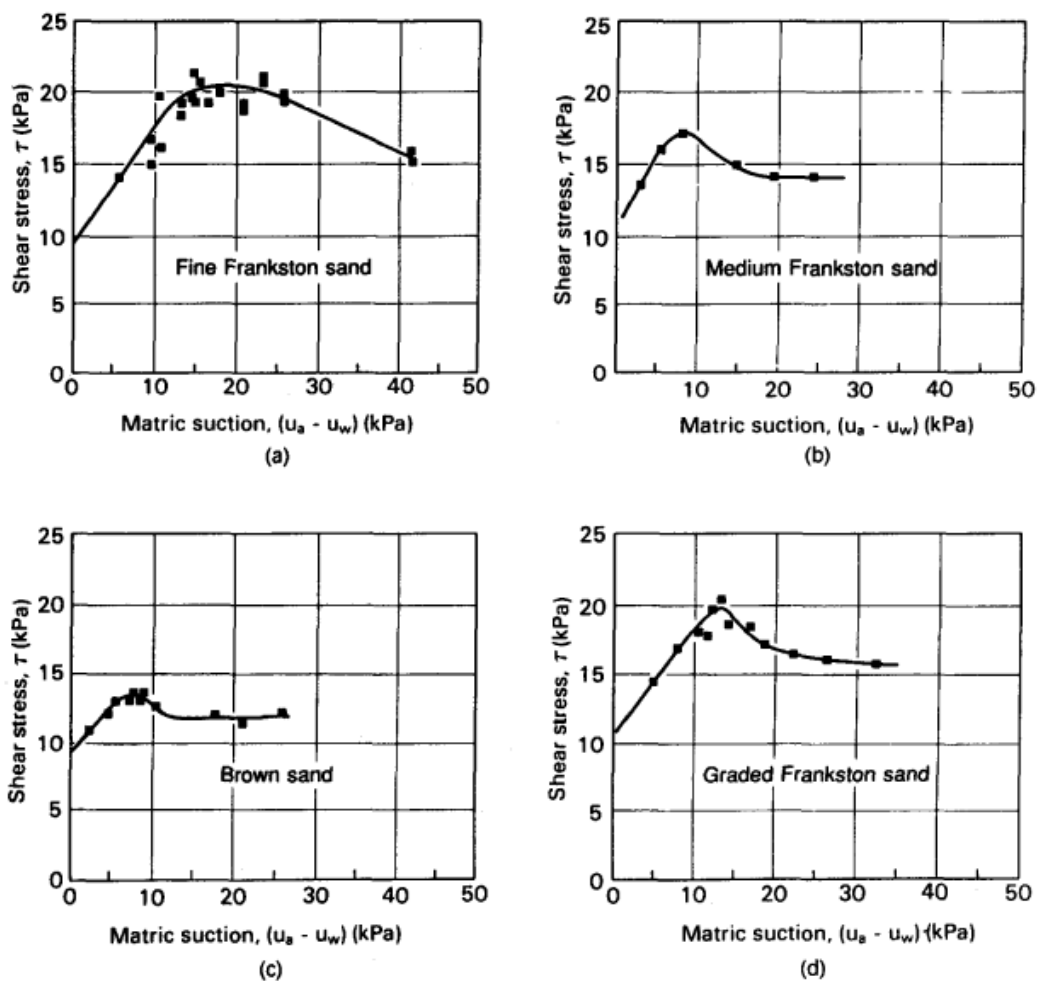
$$e^{-[(u_a - u_w) - (u_a - u_w)_b]/f} \quad (4.29)$$

jossa  $(u_a - u_w)_b$  ilman sisääntuloarvoa vastaava imupaine (kts. kappale 4.2.3) ja  $f$  materiaalikohtainen soviteparametri. Hieman vastaavanlaisen yhtälösovitteen ovat esittäneet Brook ja Corey vuonna 1964 (vastaava yhtälön 4.6 kanssa):

$$\Theta = \left[ \frac{(u_a - u_w)_{AEV}}{(u_a - u_w)} \right]^{f'} \quad (4.30)$$

jossa  $(u_a - u_w)_{AEV}$  on ilman sisääntuloarvoa vastaava imupaine ja  $f'$  materiaalikohtainen vakio. Normalisoitu vesimäärä voidaan myös esittää imupaineen funktiona käyttäen kappaleessa 4.2.3 esitettyä Fredlund-Xing imupainemallia (yhtälö 4.10). Kaikkiaan yhtälön 4.27 on havaittu kuvaavan kohtalaisen hyvin materiaalin lujuuden ja imupaineen välistä suhdetta, ollen kuitenkin riippuvainen käytetystä ominaisimupainefunktiosta (Fredlund et al. 1996).

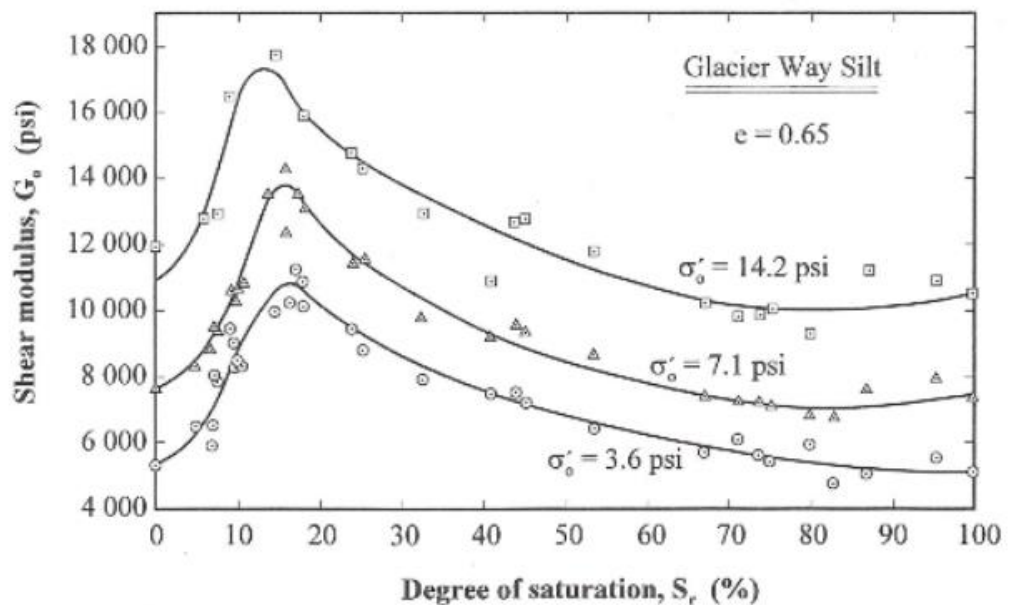
Kuvassa 50 on esitetty erilaisilla hiekoilla saatuja tuloksia, joissa ilmenee materiaalin leikkauslujuuden muutos imupaineen funktiona (Fredlund et al. 1996, muokattu lähteestä Donald 1956). Tästä nähdään imupaineen kasvavattaan materiaalin koheesiota tiettyyn pisteeseen, jonka jälkeen vaikutus on päinvastainen materiaalin vesipitoisuuden pienentyessä optimitason alapuolelle. Hienolla hiekalla imupaineen vaikutus lujuuteen on suurempi kuin karkeammalla hiekalla. Näin ollen myös ratapenkereen deformaatioherkkyyden kosteustilariippuvuus on olennaisesti kytköksissä pengermateriaalin rakeisuuteen.



**Kuva 50** Leikkauslujuuden vaihtelua imupaineen funktiona eri materiaaleilla sekä lähteessä Fredlund et al. (1996) esitetyn mallin yhteensopivuus koetulosten kanssa (Fredlund et al. 1996, muokattu lähteestä Donald 1956)

## 4.5.2 Vaikutus jäykkyysominaisuuksiin

Kuten jo edellä kappaleessa 3.3.1 todettiin, on karkearakeisilla materiaaleilla lujuuden ja jäykkyyden välillä yhteys. Kun rakeiden väliset kontaktivoimat kasvavat, niiden liukuminen toistensa suhteen vaikeutuu. Tämä havaitaan jäykkyyden kasvuna. Materiaalin veteydessä rakeiden välillä vallitseva näennäinen koheesio pienenee, jolloin niiden kyky vastustaa deformaatiota heikkenee ja materiaalin jäykkyys laskee (Kolisoja 1997). Kuvassa 51 on esitetty eri tukipainetasoilla tyypillistä jäykkyydvaihtelua silttiselle materiaalille kylästysasteen mukaan.



**Kuva 51** Leikkausmoduulin riippuvuus kyllästysasteesta ja tukipainetasosta silttisellä materiaalilla (Wu et al. 1985)

Partikkelien väliseen kontaktivoimaan vaikuttaa olennaisesti myös huokosissa vallitseva ylipaine. Voimatasapainon mukaisesti materiaalissa vallitsevan nettojännitystilän on oltava ulkoisen jännitystilän ja sitä vastustavan huokospainetilän erotus. Tämän kuvaukseen käytetään ns. tehokasta jännitystä  $\sigma'$ , joka kyllästyneen materiaalin tapauksessa on muotoa:

$$\sigma' = \sigma - u_w \quad (4.31)$$

missä  $\sigma$  on ulkoinen jännitys ja  $u_w$  on huokosvedenpaine (Fredlund & Rahardjo 1993). Tällöin tehokas jännitystensori tulee muotoon:



$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{bmatrix} \sigma_{11} - u_w & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - u_w & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - u_w \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Hydrostaattinen jännityskomponentti (tässä tapauksessa huokospaine) vaikuttaa kappaaleessa 2.2.1 esitetyn mukaisesti ainoastaan pinnan normaalin suuntaisiin jännityskomponentteihin, eikä näin ollen vaikuta deviatorisen jännityskomponentin arvoon.

Osittain kyllästyneen materiaalin tapauksessa huokosvedenpaine on negatiivinen, joten tällöin yhtälön 4.31 mukaista yhteyttä ei suoraan voida soveltaa. Bishop esitti vuonna 1959 yhtälön 4.33 mukaisen lausekkeen, jossa osittain kyllästyneen materiaalin tapauksessa tehokas jännitys on otaksuttu riippuvaiseksi huokosilmanpaineesta  $u_a$ , sekä materiaalin imupaineesta ( $u_a - u_w$ ):

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (4.33)$$

Tässä  $\chi$  on materiaalikohertainen kerroin. Materiaalin leikkauskestävyys ei kuitenkaan kasva lineaarisesti imupaineen mukaan, ja itse asiassa vaikutus voi olla jopa päinvastainen, kuten jo edellä kuivuvan hiekan tapauksessa todettiin. Matalammilla kyllästysasteilla huokosilmanpaineen kasvu heikentää rakeiden välisiä kontaktivoimia vastaavalla tavalla kuin huokosvedenpaineen kasvu kyllästyneessä tilassa. Tällöin tehokas jännitystensori tulee muotoon (Fredlund & Rahardjo 1993):

$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{bmatrix} \sigma_{11} - u_a & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - u_a & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - u_a \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Huokospaineen kasvaessa partikkelien väliset kontaktivoimat pienenevät. Käytännössä huokospaineen kasvun vaikutus on vastaava kuin tukipaineen lasku ilman, että deviatorinen jännitys muuttuu. Huokospaineen kasvaessa materiaalin jäykkyys alenee tehokaiden jännitysten pienentyessä, jolloin käytettäessä esimerkiksi yhtälön 3.7 mukaista moduulikuvausta, kohdistuu huokospaineen vaikutus suoraan tukipaineeseen:

$$M_r = k_1 \theta_0 \left( \frac{\theta - 3u}{\theta_0} \right)^{k_2} \quad (4.35)$$

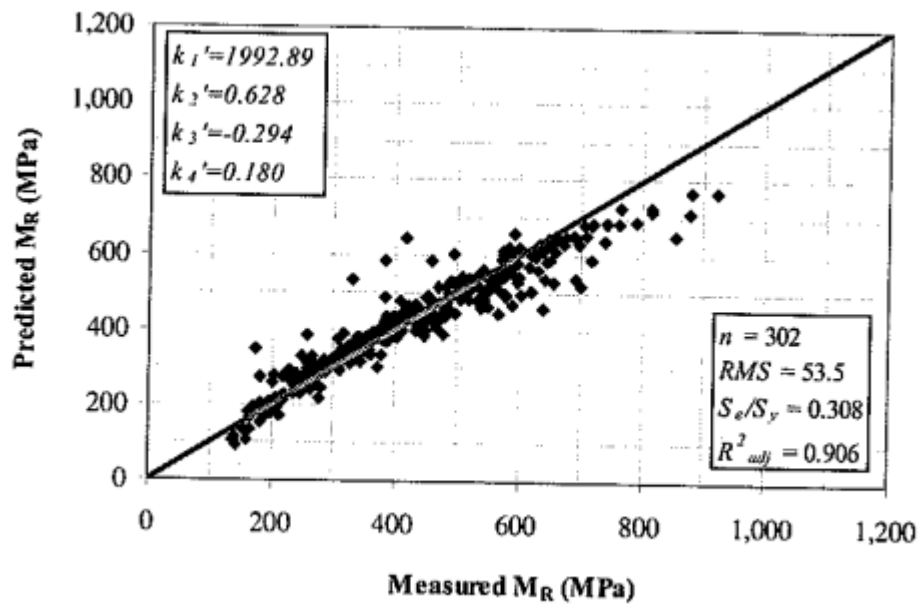
jossa  $M_r$  on resilient-moduuli,  $\theta_0$  referenssipaine (100 kPa),  $\theta$  pääjännitysten summa,  $u$  huokospaineen ylipaine ja  $k_1, k_2$  materiaalivakioita. Tällainen esitys ei kuitenkaan huomio millään tavalla imupaineen vaikutusta materiaalin jäykkyyteen. Tähän liittyen Cary ja Zapata ovat esittäneet yhtälön 4.36 mukaisen lausekkeen, joka pyrkii huomioimaan

imupaineen ja huokosveden ylipaineen vaikutuksen materiaalin jäykkyysominaisuuksiin (Cary & Zapata 2011):

$$M_r = k_1 p_a \left( \frac{\theta_{net} - 3\Delta u_{w-sat}}{p_a} \right)^{k_2} \left( \frac{\tau_{oct}}{p_a} + 1 \right)^{k_3} \left( \frac{(\psi_{m0} - \Delta\psi_m)}{p_a} + 1 \right)^{k_4} \quad (4.36)$$

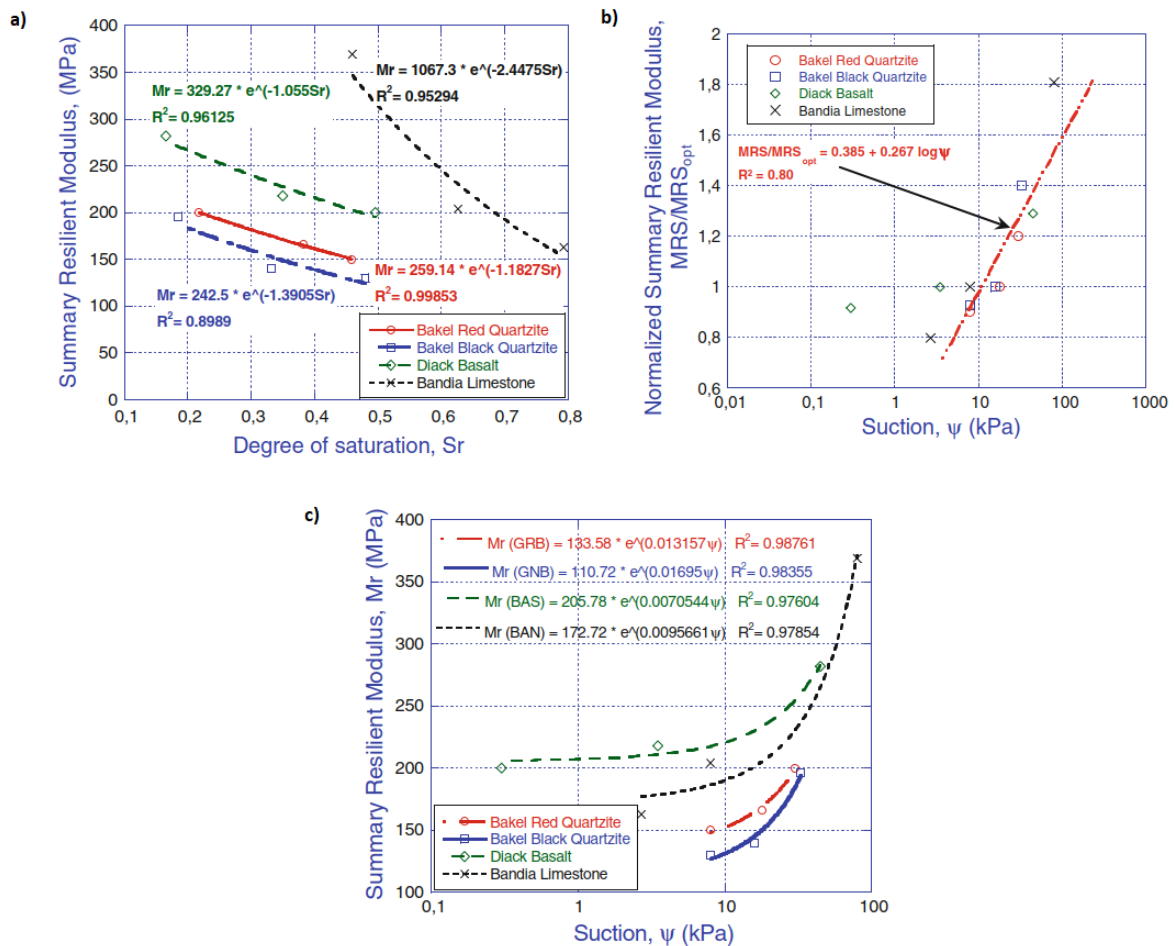
missä  $p_a$  on vertailujännitys (mallin kalibroinnissa käytetty ilmanpainetta 101,3 kPa),  $k_1, k_2, k_3$  ja  $k_4$  ovat materiaalivakioita,  $\theta_{net} = \theta - u_a$  on pääjännitysten nettosumma,  $\tau_{oct}$  oktaedrijännitys,  $\Delta u_{w-sat}$  toistokuormituksessa syntynyt huokosveden ylipaine (kun  $\Delta\psi_m = 0$ ),  $\psi_{m0}$  materiaalin imupaine kuormitustapahtuman alussa ja  $\Delta\psi_m$  toistokuormituksen myötä osittain kyllästyneessä tilassa tapahtunut imupaineen muutos (eli kun  $\Delta u_{w-sat} = 0$ ). Lähtökohtaisesti kyseinen malli on tarkoitettu väylärakenteiden jäykkyysominaisuuksien arviointiin.

Kuvassa 52 on esitetty yhtälön 4.36 mukaisen mallin antamien moduuliarvojen vastaus suhteessa materiaalin todelliseen jäykkyyteen. Testatuilla materiaaleilla mallin korrelaatio suhteessa laboratoriokokeissa saatuihin arvoihin oli 0,906, joten kyseisen moduulilausekkeen sovitettavuus on varsin hyvä.



**Kuva 52** Yhtälön 4.35 muotoisen moduulilausekkeen korrelaatio koetulosten kanssa eräällä materiaalilla (Cary & Zapata 2011)

Myös Ba et al. (2012) ovat tutkineet imupaineen vaikutusta karkearakeisen materiaalin jäykkysominaisuuksiin. Tekemissään dynaamisissa kolmiaksaalikokeissa (kaikki koeket suoritettu vakiojännitystilassa  $\theta = 208$  kPa) he havaitsivat testattujen materiaalien omaavan kuvan 53 (c) mukaiset eksponentiaaliset yhteyden resilient-moduulin ja imupaineen välillä. Ba et al. määrittivät myös kuvan 53 (b) logaritmisen riippuvuuden vallitsevan imupaineen ja normalisoidun moduuliin välille (vallitsevalla imupaineella mitatun resilient-moduulin suhde optimivesipitoisuudessa mitattuun). Todellisessa rakenteessa materiaalin imupaine on käytännössä riippuvainen sen korkeusasemasta suhteessa alapuolisen maaveden potentiaalipintaan, jolloin paksummilla penkereillä rakenteen yläosan materiaalien jäykkysvasteen voisi jo lähtökohtaisesti ajatella olevan ohuita rakenteita suurempi.



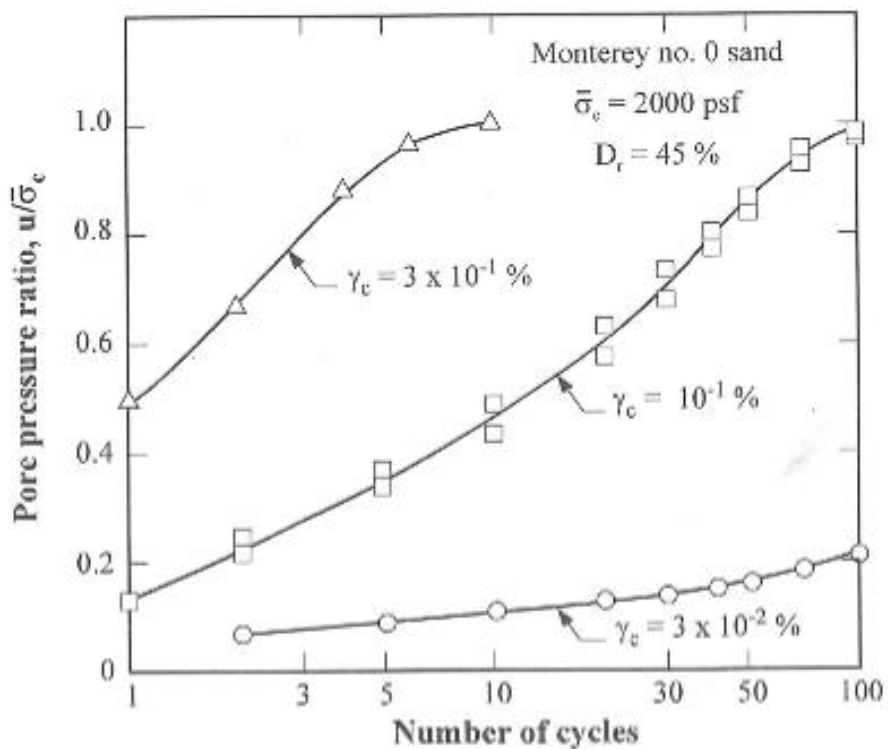
**Kuva 53** Karkearakeisilla materiaaleilla havaittu a) Resilent-moduulin riippuvuus kyllästysasteesta b) Normalisoidun moduuliin ja imupaineen välinen yhteys c) Resilent-moduulin riippuvuus imupainetasosta (Koottu lähteestä Ba et al. 2012)

### 4.5.3 Huokospainekertymä syklisessä kuormituksessa

Tiheällä toistokuormituksella on havaittu olevan huomattava vaikutus huokospaineen muodostumiseen. Kuormitustahdin oltaessa nopea huokospaine ei kokonaisuudessa ehdi purkautumaan kuormitusyhtälön välillä. Tällöin kasvava huokospaine alentaa materiaalin jäykkyyttä, mikä puolestaan lisää sen huokospaineherkkyyttä entisestään. Kun kuormitusyhtälöä tulee tiheällä tahdilla useita peräkkäin, riski huokospaineen kertymiseen kasvaa. (Kolisoja 1997)

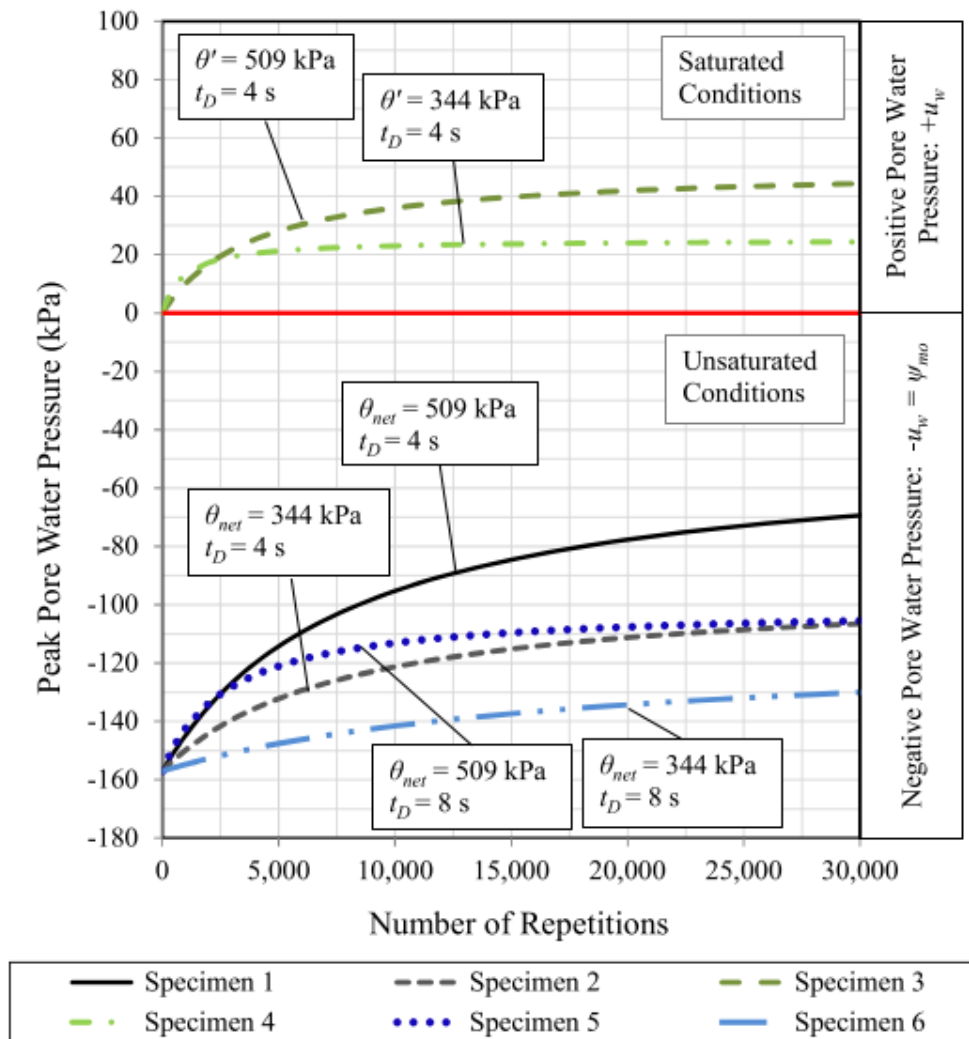
Varsinkin väylärakenteissa tällainen skenaario on hyvinkin mahdollinen, sillä esimerkiksi junakuormitus on luonteeltaan tiheäsyklisiä. Huokospaineen muodostumiseen vaikuttaa paitsi materiaalin kyllästysaste, myös sen kokoonpuristuvuus ja paineenpidätyskyky. Hienorakeisilla materiaaleilla riski huokospainekertymään on huomattavasti suurempi kuin karkearakeisilla materiaaleilla.

Kuvassa 54 on esitetty huokospaineen muodostumista kuormituskertamäärän kasvaessa kyllästyneen hiekan tapauksessa. Vedenjohtavuuden oltaessa heikko huokospaine kasvaa kuormituskertamäärän mukaan, mikä johtaa pahimmillaan materiaalin murtumiseen. Varsinkin suurilla leikkausmuodonmuutostasoilla on havaittu olevan suora yhteys huokospaineen kertymänopeuteen.



**Kuva 54** Huokospainekertymä eri leikkausmuodonmuutostasoilla kuormituskertamäärän funktiona (Dorby et al. 1982)

Huokospainekertymää ei kuitenkaan esiinny yksinomaan vain kyllästyneessä tilassa olevilla materiaaleilla, vaan se on mahdollista myös matalimmilla kyllästysasteilla. Cary ja Zapata havaitsivat vuonna 2016 tehdyissä syklisissä kolmiaksaalikokeissaan, että osittain kyllästyneessä tilassa olevilla materiaaleilla imupaineen muutos voi olla jopa suurempaa kuin täysin kyllästyneillä materiaaleilla ilmenevä huokospainekertymä (kuva 55).



**Kuva 55** Huokospainekertymä kyllästyneellä ja osittainkyllästyneillä materiaaleilla eri kuormitustasoilla ja kuormitustiheyksillä. Kuvassa  $\theta'$  on tehokas jännitustaso ja  $t_D$  on kuormitussykliä väli. (Cary & Zapata 2016)

Cary ja Zapata esittivät yhdeksi mahdolliseksi syyksi huokosilman kokoonpuristumisesta seuraavan paineen nousun, joka taas alentaa materiaalin imupainetta. Kun materiaalin huokostilavuus pienenee näytteeseen syntyvän pysyvän tilavuudenmuutoksen seurauksena, myös huokosissa olevan ilman paineherkkyys kasvaa. Lisäksi imupaineesta aiheutunut heikentynyt vedenläpäisevyys lisää materiaalin paineenpidätyskykyä.

Eli, vaikka huokosylipainetta esiintyykin yleensä vain korkeilla kyllästysasteilla, myös matalammilla kyllästysasteilla tiheäsyklinen kuormitus voi alentaa merkittävästi materiaalin kuormituskestävyyttä. Huokospainekertymän myötä materiaalin imupaine laskee, jolloin rakeiden välillä vaikuttava koheesio pienenee. Tämä taas vaikuttaa raerungon jäykkyyteen ja lujuuteen alentavasti.

## 4.6 Huokospaineen arviointimenettely

Aikaisemmassa kappaleessa esiteltiin joitain huokospaineen syntyyn vaikuttavia tekijöitä, joita tässä kappaleessa konkretisoidaan laskentaesimerkein. Kuormituksen dynaamista osaa ei seuraavissa laskennoissa ole huomioitu, vaan huokospaineen syntymekanismi on kuvattu kuormitusnopeuden kautta.

Ratapenger on junakuormituksen alaisuudessa avoimessa tilassa, jolloin huokosissa oleva vesi ja ilma pääsevät pakenemaan huokostilavuuden pienentyessä. Kuitenkin kuormituksen oltaessa riittävän tiheäsyklistä, on mahdollisuus huokospaineen kertymiselle.

Kappaleessa 4.6.1 esitetään kirjallisuudesta löydettyjä tapoja arvioida materiaalin huokospaineherkkyyttä suljetussa tilassa. Näiden pohjalta kappaleissa 4.6.2 ja 4.6.3 johdetaan avoimeen tilaan soveltuvat laajennukset. Esitettävät laskentamallit ja käytetyt laskentaparametrit ovat luonteeltaan vain luonnosmaisia, joten ilmiön tarkempi kuvaus vaatii lisätutkimuksia.

### 4.6.1 Huokospaineherkkyys suljetussa tilassa

Mikäli materiaalin ilman- ja vedenläpäisevyys tarkasteluhetkellä on nolla, niin sen huokospaineherkkyyttä voidaan kuvata huokosaineen kokoonpuristuvuuden avulla (Fredlund & Rahardjo 1993):

$$C = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial u} \quad (4.37)$$

jossa C kokoonpuristuvuus (kokoonpuristuvuusmoduulin käänteisluku), V tarkasteltavan alkion tilavuus ja  $\frac{\partial V}{\partial u}$  on tilavuudenmuutos huokospaineen muutosta kohden. Huokospaineparametri B kuvaa huokosylipaineen ja jännitystilän välistä yhteyttä:

$$\Delta u = B\Delta\sigma_3 \quad (4.38)$$

Kun materiaalin raerungon rakeet tulkitaan käytännössä kokoonpuristumattomiksi, ja huokosaineen poisvirtaus on täysin estynyt, voidaan materiaalin makroskooppisen raerungon kokoonpuristuvuuden ja huokosaineen kokoonpuristuvuuden tasapainovaatimuksesta (yhtälö 4.39) johtaa ulkoisen jännitysmuutoksen ja huokospaineen muutoksen välinen yhteys:

$$C_s V(\Delta\sigma_3 - \Delta u) = C_v n V \Delta u \quad (4.39)$$

josta saadaan:

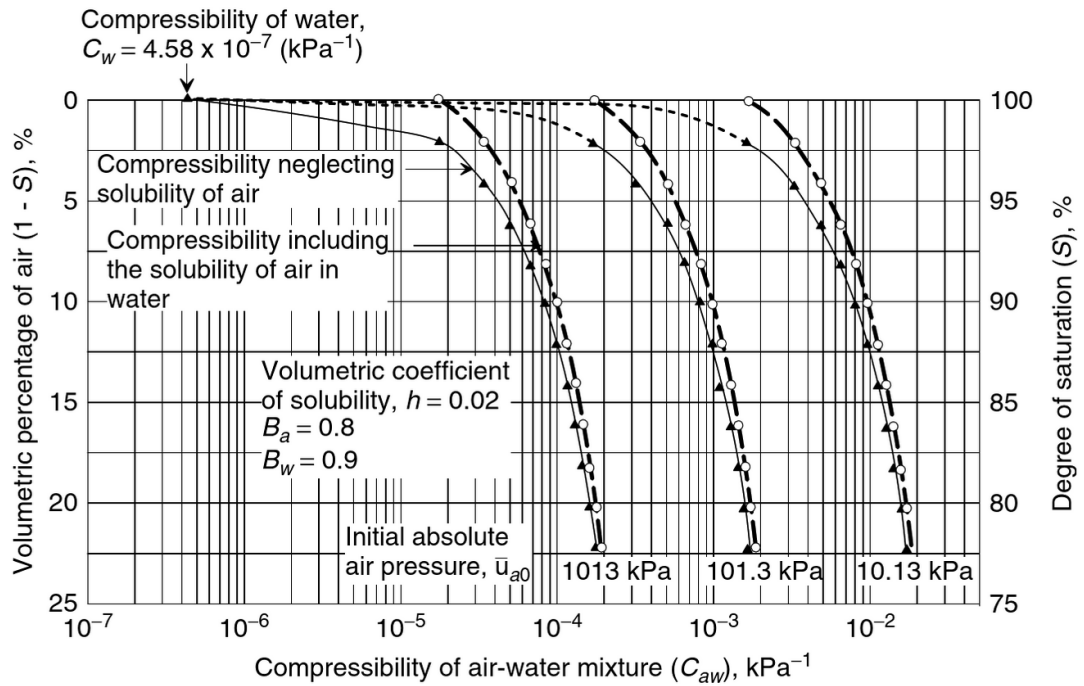
$$\Delta u = \Delta\sigma_3 \left( \frac{1}{1+n(C_v/C_s)} \right) \quad (4.40)$$

jolloin huokosparametri B on yhtälön 4.38 mukaisesti muotoa:

$$B = \frac{1}{1+n(C_v/C_s)} \quad (4.41)$$

Yhtälöissä 4.38-4.41  $C_s$  on raerungon kokoonpuristuvuus,  $C_v$  huokosaineen kokoonpuristuvuus,  $V$  materiaaliolkion tilavuus,  $n$  materiaalin huokoisuus ja  $\Delta\sigma_3$  ulkoinen jännityslisäys pallomaisessa jännitystilassa. (Craig 1974)

Luonnollisestikaan materiaalin raerungon makroskooppinen kokoonpuristuvuus ei voi olla arvoltaan pienempi kuin huokosaineen kokoonpuristuvuus. Tällöin huokospaineparametri B saa suurimmillaan arvon 1. Suljetussa tilassa huokospaineherkkyys on siis yksinomaan riippuvainen huokosaineen ja materiaalin raerungon kokoonpuristuvuudesta. Kuvassa 56 on esitetty kokoonpuristuvuuden arvoja ilma-vesiseoksille eri ilmanpaineissa.



**Kuva 56** Vesi-ilma-seoksen kokoonpuristuvuus eri kyllästysasteilla ja ilmanpaineilla (Fredlund & Rahardjo 1993)

Odömetrimäisessä kuormitustilanteessa, eli tilanteessa jossa materiaali ei pääse laajenemaan horisontaalisesti, voidaan huokospaineen muutokseen suuruuden arvioinnissa käyttää ns. Hilfin analyysiä. Hilf esitti vuonna 1948 yhtälön 4.42 mukaisen lausekkeen, jossa huokospaineen muutos on otaksuttu riippuvaiseksi vertikaalisen jännityksen muutoksesta.

Kyseisessä teoriassa huokosilmanpaineen muutos on oletettu yhtä suureksi huokosvedenpaineen muutoksen kanssa. Hilfin lauseke saadaan johdettua ideaalikaasulain (Boulen laki) avulla.

$$\Delta u_a = \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-S_0 + hS_0)n_0}{(u_{a0} + \Delta u_a)^{m_v}}} \right] \Delta \sigma_y \quad (4.42)$$

missä:

$\Delta u_a$  Huokosilmanpaineen muutos

$S_0$  Alkutilan kyllästysaste

$h$  Ilmakuplien suhteellinen osuus huokosvedessä

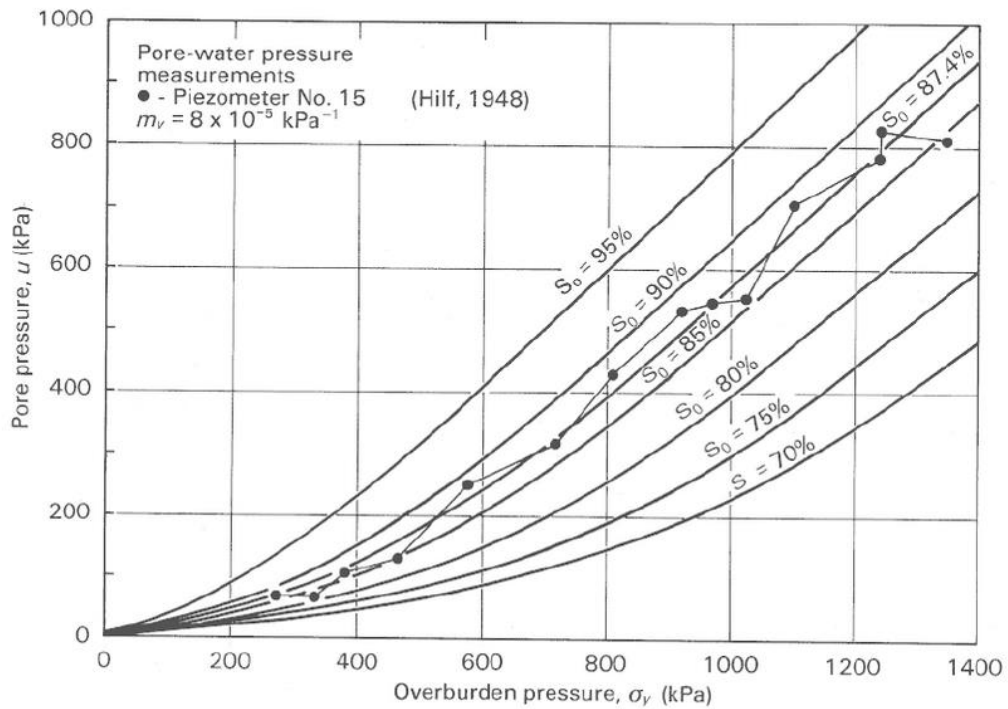
$n_0$  Alkutilan huokoisuus



$m_v$  Odömetrikokeesta määritettävä kokoonpuristuvuutta kuvaava vakio

$\Delta\sigma_y$  Vertikaalisen jännityksen muutos

Yhtälö 4.42 on luonteeltaan epälineaarinen, joten se täytyy ratkaista iteratiivisesti. Kuvassa 57 on esitetty Hilfin analyysillä saatavia tuloksia eri kyllästysasteilla, sekä näiden suhtautuminen koetulosten kanssa.



**Kuva 57** Hilfin analyysin antamia huokospaineita eri kyllästysasteilla ja näiden vertailu koetuloksiin (Fredlund & Rahardjo 1993)

Analyysin perusoletus on, ettei huokosilma- tai huokosvesi pääse poistumaan kuormitustapahtuman aikana. Tällainen oletus voi olla kohtalaisen paikkansapitävä luonnontilaisille saviille, mutta karkeampirakeisille väylämateriaaleille se ei sovi. Kyseinen teoria ei myöskään huomioi materiaalin imupaineen vaikutusta sen huokospaineominaisuuksiin (Fredlund & Rahardjo 1993).

## 4.6.2 Yksinkertaistettu menettely avoimeen tilaan

Kuten edellä kappaleessa 4.6.1 todettiin, kuvaa huokospaineparametri jännityksen muutoksen ja huokospaineen muutoksen välistä suhdetta. Tässä yhteydessä huokosparametri  $B$  on määritetty seuraavasti:

$$B = \frac{\partial u}{\partial p} \quad (4.43)$$

jossa  $u$  on huokospaine ja  $p$  on keskimääräinen pääjännitys. Jos vesi tulkitaan käytännössä kokoonpuristumattomaksi aineeksi, täytyy täysin vedellä kyllästyneen materiaalin huokospaineen muutosnopeuden olla yhtä suuri kuin materiaalia puristamaan pyrkivän jännityksen muutosnopeuden. Tällöin täysin kyllästyneessä tilassa huokospaineparametri saa arvon 1.

Huokosveden poisvirtaamasta aiheutunutta huokospaineen muutosta kuvataan nyt suhteellisella kokoonpuristuvuusmoduulilla:

$$K_u = \frac{\partial u}{\partial \varepsilon_v} \quad (4.44)$$

Materiaalin oltaessa täysin vedellä kyllästynyt, on suhteellinen kokoonpuristuvuusmoduuli vastaava materiaalin kokoonpuristuvuusmoduulin kanssa. Tällöin huokospaineparametri voidaan myös kirjoittaa muodossa:

$$B = \frac{\partial u}{\partial \varepsilon_v} \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial p} = \frac{K_u}{K} \quad (4.45)$$

Veden virtaama rakenteessa riippuu sen materiaaliominaisuuksien lisäksi ympäröivästä painetasosta, rakenteen geometriasta sekä materiaalin kyllästysasteesta. Kyseessä on siis hyvin monimutkainen ilmiö jonka todenmukainen mallintaminen täytyisi käytännössä suorittaa tietokonepohjaisilla malleilla. Tämän tutkimuksen puitteissa tällainen ei ole ollut mahdollista, joten huokospaineen aiheuttama suhteellinen vesimäärän muutosnopeus on kuvattu ns. virtausparametrilla  $\mu_w$ , joka yleisessä tapauksessa tulee muotoon:

$$\mu_w = \frac{-1}{(u_w - u_{w0})} \frac{1}{\rho_w g} \left( \frac{\partial^2 u_w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} + \frac{\partial k_w}{\partial x} \frac{\partial u_w}{\partial x} + \frac{\partial k_w}{\partial y} \frac{\partial u_w}{\partial y} + \frac{\partial k_w}{\partial z} \frac{\partial u_w}{\partial z} + \frac{\partial k_w}{\partial z} \right) \quad (4.46)$$

ja jota käyttäen suhteellinen vesimäärän muutosnopeus on muotoa:

$$\frac{\partial \varepsilon_w}{\partial t} = k_w * \mu_w * (u_w - u_{w0}) \quad (4.47)$$

jossa  $k_w$  on materiaalin vedenläpäisevyyskerroin,  $u_w$  vallitseva huokosvedenpaine ja  $u_{w0}$  huokosvedenpaine kuormituksesta vapaalla alkuhetkellä, jolloin rakenteessa ei ta-

pahdu vedenvirtaamaa. Lähtöoletuksena virtausparametrin käytölle on, ettei huokospainejakauman profiiliin muoto rakenteessa muutu kuormituksen myötä, vaan se ainoastaan skaalautuu vallitsevan painetason mukaisesti.

Seuraavissa laskennoissa erilaisen vedenläpäisevyyden vaikutusta on havainnollistettu varioimalla  $k_w * \mu_w$  arvoa. Todellisessa kuormitustilanteessa materiaalin virtausominaisuudet voivat tietenkin muuttua, mutta tässä yhteydessä virtausparametria on käsitelty skalaarisuureena.

Nyt huokospaineen muutos ajan suhteen voidaan esittää differentiaaliyhtälönä:

$$\frac{\partial u(t)}{\partial t} = B \frac{\partial p}{\partial t} - u(t) * k_w \mu_w * K_u \quad (4.48)$$

Mikäli materiaalin kuormitusnopeus on ajan suhteen vakio ja suhteellinen kokoonpuristumismoduuli sekä huokospaineparametri oletetaan jännitystilasta riippumattomaksi, voidaan yhtälö 4.48 esittää muodossa:

$$\frac{\partial u(t)}{\partial t} = B \Delta p - u(t) * k_w \mu_w * K_u \quad (4.49)$$

Kuormitusnopeus  $\Delta p$  on määritelty suurimpana kuormitushetkellä vallitsevan keskimääräisen pääjännityksen ja alkutilan jännityksen erotuksen sekä kuormitustapahtuman keston suhteena:

$$\Delta p = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{t} \quad (4.50)$$

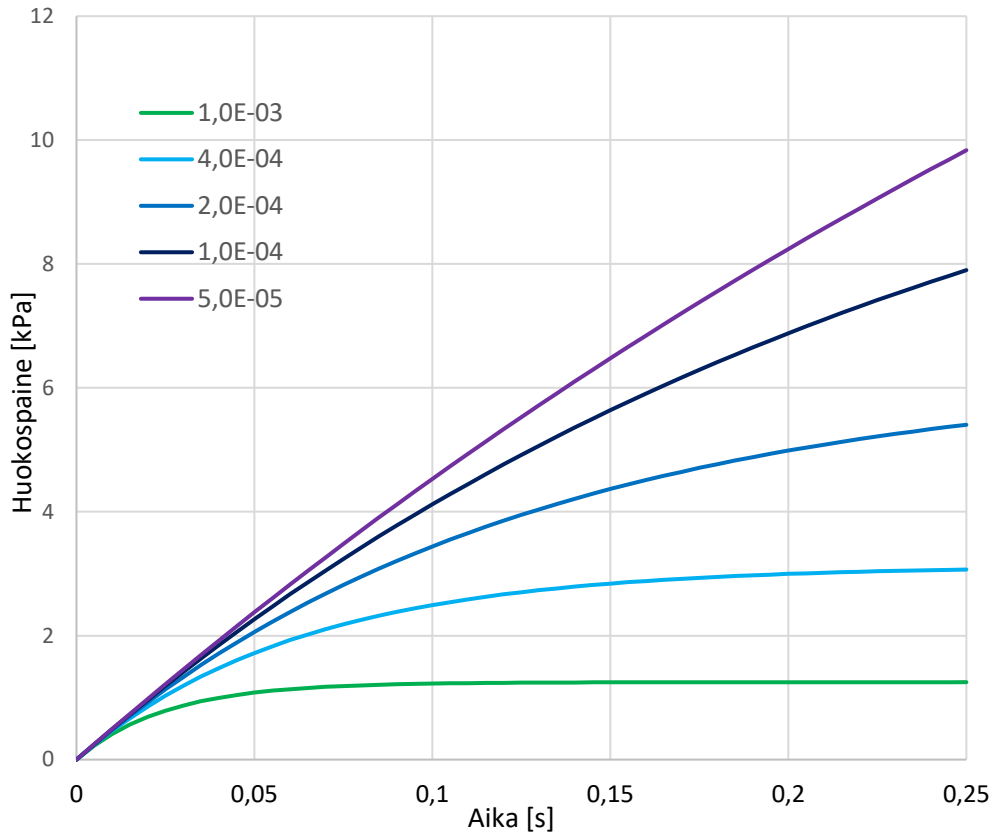
Yhtälö 4.49 on ensimmäisen kertaluvun lineaarinen differentiaaliyhtälö, joten se voidaan varsin helposti ratkaista analyttisesti. Tällöin ratkaisu on muotoa:

$$u(t) = c_1 e^{-k_w \mu_w * K_u * t} + B \frac{\Delta p}{k_w \mu_w * K_u} \quad (4.51)$$

jossa  $c_1$  on vakio. Jos huokospaine ajanhetkellä  $t = 0$  on  $u_0$ , tulee yhtälö 4.51 tällöin muotoon:

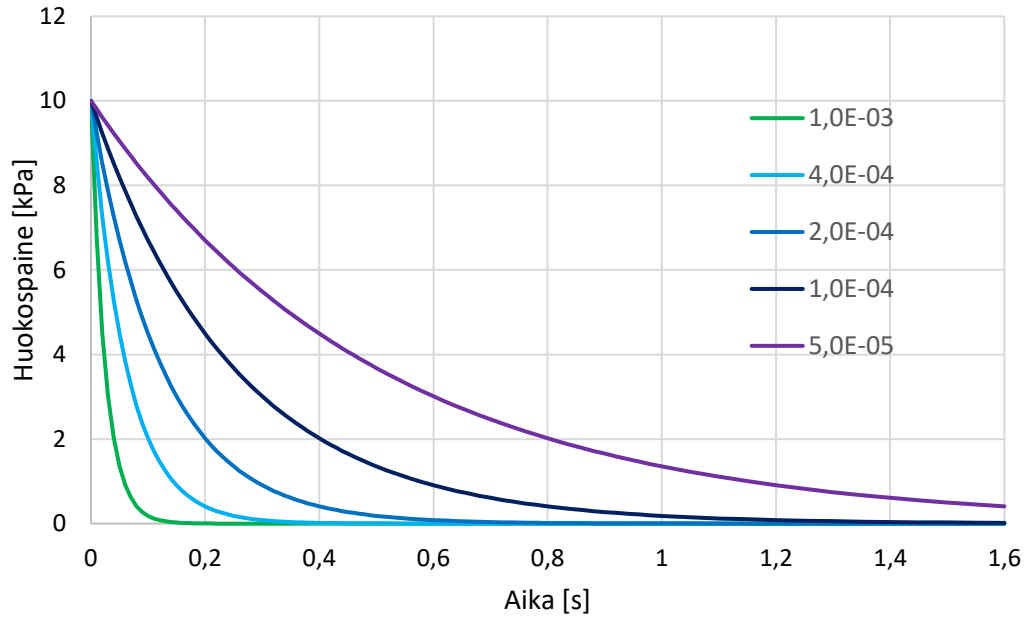
$$u(t) = B \frac{\Delta p}{k_w \mu_w * K_u} (1 - e^{-k_w \mu_w * K_u * t}) + u_0 e^{-k_w \mu_w * K_u * t} \quad (4.52)$$

Yhtälössä 4.52 huokospaine  $u$  on määritelty huokosylipaineena ylipaineettoman alkutilan suhteen, eli  $u = u_w - u_{w0}$ . Kuvassa 58 on esitetty yhtälön 4.52 esimerkkiratkaisu eri  $k_w \mu_w$  arvoilla. Laskennassa materiaalin on otaksuttu olevan täysin kyllästynyt, jolloin huokospaineparametri  $B$  saa arvon 1 ja  $K_u = K$ . Käytetty kuormitusnopeus on 50 kPa/s ja materiaalin makroskooppinen kokoonpuristuvuusmoduuli 40 000 kPa.



**Kuva 58** Yhtälön 4.52 antamia huokospainetasoja eri  $k_w \mu_w$  arvoilla

Kuvassa 59 on puolestaan esitetty yhtälön 4.51 mukainen huokospaineen purkauma ajan suhteen eri  $k_w \mu_w$  arvoilla. Käytetyt parametrit ovat samoja kuin kuvan 58 tapauksessa, lukuun ottamatta kuormitusnopeutta, joka nyt on nolla. Alkuhetken ylipaineena  $u_0$  on käytetty 10 kPa.



**Kuva 59** Yhtälön 4.52 mukaisia huokospainepurkauksia ajan suhteen eri  $k_w \mu_w$  arvoilla

### 4.6.3 Laajennettu menettely avoimeen tilaan

Edellä esitetyssä yksinkertaistetussa lähestymistavassa on kuitenkin useita puutteita. Maamateriaaleilla kokoonpuristuvuus ei ole lineaarisesti riippuvainen jännityksen kasvusta, eikä osittain kyllästyneillä materiaaleilla esiintyvän imupaineen vaikutusta kuormitus- ja huokospainekäyttäytymiseen ole huomioitu. Tällainen malli ei myöskään huomioi syklisen toistokuormituksen aikaansaamaa huokospaineen kasvua ja myös materiaalin kyllästysaste voi kuormituksen myötä muuttua.

Korkeillakin kyllästysasteilla huokosissa esiintyy ilmaa ainakin huokosvedessä olevien ilmakuplien muodossa. Tällöin huokospaineen muutos voidaan oletettavasti approksimoida huokosilman tilavuudenmuutoksen avulla. Jos huokosvesi ja materiaalin rakeet tulkitaan täysin kokoonpuristumattomiksi eikä huokosilman poisvirtaamaa huomioida (potentiaalisinta huokospainekertymä on korkeilla kyllästysasteilla, jolloin myös materiaalin ilmanläpäisevyys on hyvin pieni), täytyy materiaaliin syntyneen tilavuudenmuutoksen olla seurausta huokosilman kokoonpuristumisesta tai huokosveden poisvirtaamasta.

Alkutilan vapaa huokostilavuus voidaan lausua alkutilan huokoisuuden ja kyllästysasteen avulla muodossa:

$$dV_{\text{huokos}(0)} = dV_o(n_o(1 - S_o)) \quad (4.53)$$

jossa  $n_0$  on alkutilan huokoisuus,  $S_0$  on alkutilan kyllästysaste ja  $dV_0$  differentiaalisen materiaaliolkion kokonaistilavuus alkutilassa. Vapaan huokostilavuuden muutos on yhtälön 4.54 mukaisesti muotoa:

$$\Delta dV_{huokos} = -dV_0 \Sigma \varepsilon = -dV_0 (\varepsilon_v + \varepsilon_w) \quad (4.54)$$

jossa  $\varepsilon_v$  on suhteellinen tilavuudenmuutos ja  $\varepsilon_w$  on suhteellinen huokosveden poisvirtaama. Vesimäärän muutos on tässä yhteydessä määritelty positiiviseksi, mikäli sen määrä huokosissa kasvaa. Mikäli huokosilman oletetaan käyttäytyvän ideaalikaasulain mukaisesti, niin voidaan huokosilman suhteellisen tilavuudenmuutoksen ja paineenmuutoksen välille johtaa yhtälöitä 4.53 ja 4.54 käyttäen yhteys:

$$dV_{huokos(0)} u_{a0} = n_0 R T_0 = n_0 R \frac{1}{b} T = \frac{1}{b} dV_{huokos} u_a \quad (4.55)$$

$$dV_{huokos(0)} u_{a0} = \frac{1}{b} (dV_{huokos(0)} + \Delta dV_{huokos}) (u_{a(0)} + \Delta u_a) \quad (4.56)$$

$$dV_0 (n_0 (1 - S_0)) u_{a0} = \frac{dV_0}{b} (n_0 (1 - S_0) - \Sigma \varepsilon) (u_{a0} + \Delta u_a) \quad (4.57)$$

$$\Delta u_a = b \frac{n_0 (1 - S_0) u_{a0}}{n_0 (1 - S_0) - \Sigma \varepsilon} - u_{a0} \quad (4.58)$$

$$\Delta u_a = u_{a0} \left[ \frac{b}{1 - \frac{\varepsilon_v + \varepsilon_w}{n_0 (1 - S_0)}} - 1 \right] \quad (4.59)$$

$$\Delta u_a = u_{a0} \left[ \frac{T}{T_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_v + \varepsilon_w}{n_0 (1 - S_0)} \right)^{-1} - 1 \right] \quad (4.60)$$

missä:

$u_{a0}$  Alkutilan ilman huokospaine

$n_0$  Alkutilan huokoisuus

$S_0$  Alkutilan kyllästysaste

$b$  Loppu- ja alkutilan lämpötilojen suhde

$T$  Lämpötila hetkellä  $t$

$T_0$  Alkulämpötila

Vesimäärän muutos on riippuvainen ympäröivästä painetasosta, joka taas voi muuttua kuormitustapahtuman myötä. Myös materiaalin vedenläpäisevyys voi muuttua kuormituksen myötä. Tällöin  $\varepsilon_w$  määräytyy suhteellisen vesimäärän muutosnopeuden lausekkeen integraalina kuormitustapahtuman yli:

$$\varepsilon_w(t) = \int_0^t \frac{\partial \varepsilon_w}{\partial t} dt \quad (4.61)$$

Huokosilmanpaineen muutosnopeus ajanhetkellä  $t$  saadaan nyt derivoimalla yhtälö 4.60 kaikkien aikariippuvaisten muuttujensa suhteen. Derivoinnin ketjusäännön mukaisesti voidaan kirjoittaa:

$$\frac{\partial u_a}{\partial t} = \frac{\partial u_a}{\partial \varepsilon_v} \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{\partial u_a}{\partial \varepsilon_w} \frac{\partial \varepsilon_w}{\partial t} + \frac{\partial u_a}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.62)$$

Jos materiaalin tilavuudenmuutos otaksutaan riippuvaiseksi tehokkaan keskimääräisen pääjännityksen aiheuttamasta kokoonpuristumisesta ja deviatorisen jännityskomponentin aiheuttamasta dilaatiosta, voidaan yhtälö 4.62 kirjoittaa edelleen:

$$\frac{\partial u_a}{\partial t} = \frac{\partial u_a}{\partial \varepsilon_v} \left[ \frac{1}{K_S(\psi)} \left( \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial u_a}{\partial t} \right) - \beta \frac{\partial q}{\partial t} \right] + \frac{\partial u_a}{\partial \varepsilon_w} \frac{\partial \varepsilon_w}{\partial t} + \frac{\partial u_a}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.63)$$

jossa  $K_S(\psi)$  on raerungon kokoonpuristumismoduuli jollain imupaineen arvolla ja  $\beta$  dilaatiovakio. Kertoimet  $\frac{\partial u_a}{\partial \varepsilon_v}$ ,  $\frac{\partial u_a}{\partial \varepsilon_w}$ , ja  $\frac{\partial u_a}{\partial T}$  ajanhetkellä  $t$  saadaan derivoimalla yhtälö 4.60 muuttujensa suhteen:

$$\frac{\partial u_a}{\partial \varepsilon_v} = \frac{\partial u_a}{\partial \varepsilon_w} = \frac{u_{a0}}{n_0(1-S_0)} \left[ \frac{T(t)}{T_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_v(t) + \varepsilon_w(t)}{n_0(1-S_0)} \right)^{-2} \right] \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial T} = u_{a0} \left[ \frac{1}{T_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon_v(t) + \varepsilon_w(t)}{n_0(1-S_0)} \right)^{-1} \right] \quad (4.65)$$

Huokosveden suhteellinen muutos voidaan laskea Darcyn lakia käyttäen (Fredlund & Rahardjo 1993):

$$\frac{\partial \varepsilon_w}{\partial t} = \frac{1}{\rho_w g} \left( \frac{\partial^2 u_w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} + \frac{\partial k_w}{\partial x} \frac{\partial u_w}{\partial x} + \frac{\partial k_w}{\partial y} \frac{\partial u_w}{\partial y} + \frac{\partial k_w}{\partial z} \frac{\partial u_w}{\partial z} + \frac{\partial k_w}{\partial z} \right) \quad (4.66)$$

Yhtälö 4.63 on yhtälön 4.60 lineaarisointi ajanhetkellä  $t$ , ja soveltuu näin ollen käytettäväksi yhdessä konstitiivisten säilymlakien kanssa numeerisessa laskennassa. Jos materiaalin vedenjohtavuus oletetaan nolaksi, eikä dilataatiota tai lämpötilan muutosta huomioida, saadaan yhtälöstä 4.63 ratkaistua huokosparametrille  $B_\alpha$  seuraava lauseke:

$$B_a = \frac{\partial u_a}{\partial p} = \frac{\frac{\partial u_a}{\partial \varepsilon_V} \frac{1}{K_S(\psi)}}{\frac{\partial u_a}{\partial \varepsilon_V} \frac{1}{K_S(\psi)} + 1} \quad (4.67)$$

Nyt nähdään, että kun kyllästysaste lähenee ykköstä, niin huokosparametri saa likipitään arvon 1. Tällöin huokosilman paineherkkyyden kautta johdettu menettely soveltuu myös kyllästyneen tilan kuvaukseen. Kyllästysaste hetkellä  $t$  voidaan laskea seuraavasti:

$$S(t) = \frac{V_w(t)}{V(t)} = \frac{n_0 S_0 + \varepsilon_w(t)}{n_0 - \varepsilon_v(t)} \quad (4.68)$$

Mikäli materiaalilla on imupainetta, saadaan vedenpaine ratkaistua käyttäen yhtälöä 4.69 ja kyllästysasteen avulla määritettävää maan imupaineen ominaisfunktioita:

$$u_w(t) = u_a(t) - \psi(S(t)) \quad (4.69)$$

### Esimerkkiratkaisu

Suoritetaan ratkaisu pistemäisesti käyttäen kappaleessa 4.6.2 esitettyä virtausparametrin käsitettä. Imupaineen vaikutusta materiaalin ominaisuuksiin ei tässä esimerkissä ole huomioitu. Lämpötilan on oletettu pysyvän muuttumattomana ja käytetyt parametrit ovat vain esimerkinomaisia. On huomioitava, että nyt esitettävä laskenta ei pyri kuvaamaan ratarakenteeseen todellisuudessa syntyvää huokospainetta, vaan ainoastaan havainnollistamaan edellä esitetyn huokospainemallin toimintaa yksinkertaistetussa tapauksessa.

Jotta ongelma voidaan ratkaista numeerisesti, täytyy muodostaa askellusfunktio. Käytetään tässä tapauksessa yhtälön 4.70 kaltaista yksinkertaistettua muotoa, josta saadaan ratkaistua suoraan huokospaineen arvo jollain ajanhetkellä  $n+1$  käyttäen aikaisemman aika-askeleen  $n$  suhteellista vesimäärää  $\varepsilon_w(n)$ :

$$u_{a(n+1)} \approx u_{a0} \left[ \frac{1}{1 - \frac{\Delta \varepsilon_V + \varepsilon_V(n) + \varepsilon_w(n)}{n_0(1-S_0)}} - 1 \right] \quad (4.70)$$

Koska ongelma ratkaistaan pistemäisesti, voidaan huokospaine askeleella  $n+1$  ratkaista suoraan ylläolevasta yhtälöstä. Yhtälö 4.70 ei likimääräisyydestään johtuen ole matemaattisesti täysin validi, mutta käytettäessä laskennassa riittävän lyhyttä aika-askelta on tarkkuus luultavammin riittävä nyt esitettävän lähestymistavan konkretisointiin. Yleisessä tapauksessa täytyisi käyttää yhtälön 4.63 kaltaista lineaarisoitua muotoa, ja ratkaista huokospaine koko mallin kattavasta yhtälöryhmästä.

Käytetään nyt tilavuudenmuutoksen kuvaukseen hieman Boycen mallin (yhtälö 3.18) kaltaista yhteyttä:



$$\frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t} = \frac{dp'}{K_N \left(\frac{p'}{\theta_0}\right)^m} \left(1 - \beta \left(\frac{q}{p'}\right)^2\right) \quad (4.71)$$

jossa  $dp'$  on tehokkaan keskimääräisen jännityksen differentiaalinen muutosnopeus,  $q$  deviatorinen jännitys,  $\beta$  dilataatioparametri,  $m$  on jännitysekspONENTTI ja  $K_N$  kokoonpuristuvuusmoduuli. Vastaavasti suhteellisen vesimäärän muutoksen lauseke on yhtälön 4.72 mukaisesti muotoa:

$$\frac{\partial \varepsilon_w}{\partial t} = -u * k_w \mu_w \quad (4.72)$$

jonka avulla saadaan ratkaistua jokaisella aika-askeleella poistuva vesimäärä:

$$\Delta \varepsilon_{w(n)} = -u_{(n-1)} * k_w \mu_w * t \quad (4.73)$$

Nyt esitettävässä laskennassa kokoonpuristumismoduuli on erikseen määritelty sekä kuormitus- että palautusvaiheelle. Palautusvaiheen kokoonpuristumismoduuli on määritelty arvoltaan kuormitusvaiheen moduulia suuremmaksi. Materiaali ei siis mallin mukaisesti käyttäydy täysin kimmoisesti, vaan osa muodonmuutoksista jää jokaisella syklillä pysyviksi. Tämänkaltaisella lähestymistavalla pyritään mallintamaan huokosvedenpaineen kertymää kuormituskertamäärän kasvaessa. Kokoonpuristuvuusmoduuli  $K_N$  on määritelty:

$$K_N = \begin{cases} K_1, \text{ kun } \frac{\partial p}{\partial t} \geq 0 \\ K_2, \text{ kun } \frac{\partial p}{\partial t} < 0 \end{cases}, \text{ jossa } K_1 < K_2 \quad (4.74)$$

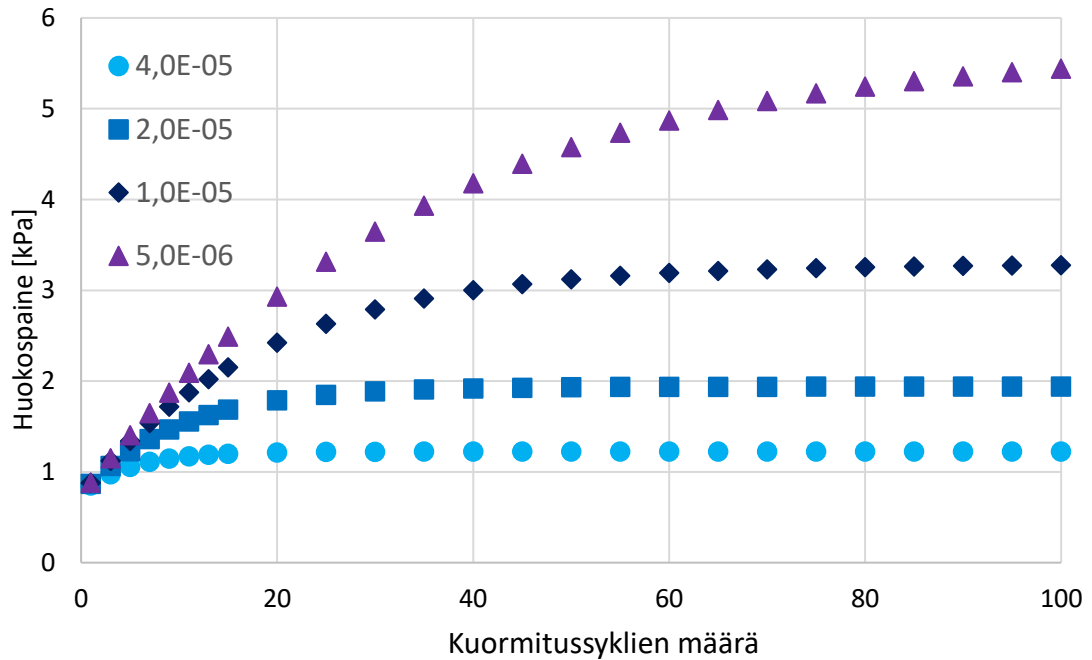
Todellisessa materiaalissa tilavuudenmuutuskertymä ei välttämättä ole yhtä suurta kuin nyt esitettävissä laskennoissa. Käytetyillä parametreilla on nimittäin myös pyritty huomiomaan materiaalin palautumisen aikariippuvuutta, eli oletettavasti osa muodonmuutoksista palautuu vasta ajan myötä kuormituksen poistumisen jälkeen.

Esitettävissä laskennoissa materiaalin jännitystila on sylinterimäinen. Suurin ja pienin pääjännitys ovat aikariippuvaisia muuttujia, jotka määräytyvät syklisesti sinimuotoisen kuormitusfunktion mukaan:

$$\sigma(t) = \sigma_{min} + \left| \sin\left(\pi \frac{t}{t_{ref}}\right) \right|^k * (\sigma_{max} - \sigma_{min}) \quad (4.75)$$

jossa  $k$  on ns. kuormitusekspONENTTI (määrittää kuormitussyklin terävyyden). Kuvassa 60 on esitetty mallin antama huokospainekertymä eri  $k_w \mu_w$  arvoilla 100 kuormitussyklin ajalta. Yhden kuormitussyklin kokonaispituus on yksi sekunti, jolloin käytettäessä 0,01 s

aika-askelta laskenta koostuu 10 000 askeleesta. Laskennassa käytetyt parametrit on listattu taulukossa 5. Käytetty kuormitustaajuus (ajonopeus noin 85 km/h 12 m vaunupi-tuudella) ja jännitystaso on pyritty arvioimaan raskasta tavarajunaa vastaavaksi (keski-määräinen pääjännitys vaihtelee välillä 20-40 kPa).



**Kuva 60** Huokospainemallin antamia huokospainekertymiä eri  $k_w \mu_w$  arvoilla

**Taulukko 5** Laskennassa käytetyt parametrit

Parametri		Yksikkö	Arvo
Pienin pystyjännitys	$\sigma_1$ min.	kPa	30
Suurin pystyjännitys	$\sigma_1$ max.	kPa	60
Huokosilman alkupaine	$u_a(0)$	kPa	101,3
Referenssijännitys	$\sigma$ ref.	kPa	100
Maanpaine kerroin	K		0,5
Poissonin luku	$\nu$		0,2
Jännityseksponeetti	m		0,5
Huokoisuus alkutilassa	$n_0$		0,4
Kuormitusvaiheen moduuli	E	kPa	95 000
Palautusvaiheen moduuli	E ur.	kPa	115 000
Dilataatioparametri	$\beta$		0,2
Kyllästysaste	S		0,95
Kuormitus syklin pituus	$2 \cdot t$	s	1,0
Kuormituseksponeetti	k		3

Kokoonpuristuvuusmoduulit  $K_1$  ja  $K_2$  kuormitus- ja palautusvaiheelle saadaan laskettua taulukon 5 mukaisilla moduularvoilla klassista lineaarisoitua kimmoteoriaa käyttäen:

$$K_1 = \frac{E}{3(1-2\nu)} \approx 52\,778 \text{ kPa} \quad (4.76)$$

$$K_2 = \frac{E_{ur.}}{3(1-2\nu)} \approx 63\,889 \text{ kPa} \quad (4.77)$$

Käytetyillä laskentaparametreilla 100 kuormitusyökin aikana syntyvä suhteellinen tilavuudenmuutos on noin 0,2 prosenttia. Esimerkiksi Thom tekemien dynaamisten kolmiak-siaalikoekiden mukaan tällainen tilavuudenmuutosnopeus vaikuttaisi karkearakeiselle materiaalille suuruusluokaltaan varsin realistiselta (kuva 35). Tehdyissä laskennoissa materiaalin kyllästysaste on 0,95.

Kuvan 58 mukaisesti mallin antama huokospainekertymä vaikuttaa olevan ensisijaisesti riippuvainen materiaalin paineenpidätyskyvystä; kuormituskertamäärän kasvaessa huokospaine vaikuttaisi lähenevän asymptoottisesti materiaalin ominaisuuksista ja kuormitustilanteesta riippuvaa tasoa kohden, ja oletettavasti vastaavanlaista huokospainekäyt-täytymissä esiintyy myös todellisen materiaalin tapauksessa. On kuitenkin huomioitava, että nyt esitetty esimerkkiratkaisu on hyvin pelkistetty yksinkertaistus todellisesta kuormitustilanteesta. Myös materiaalin paineenpidätyskyvyn arviointi on ongelmallista.

Raskaiden ajoneuvoylitysten on havaittu aiheuttavan lievää huokospainekertymää tierakenteen alaosissa. Esimerkiksi 9-akselisen yli 76 tonnin HCT-yhdistelmien on havaittu ylityksellään aiheuttavan noin 2 kPa huokospaineen kasvun noin 1,4 metrin syvyydellä jossa materiaali on lähes kyllästyneessä tilassa (Vuorimies et al. 2018). Vastaavalla tavalla ratarakenteen tapauksessa huokosylipaineen muodostumisen voisi epäsuotuisissa olosuhteissa ajatella olevan mahdollista, erityisesti roudan sulamisvaiheessa, kun rakenne on lähes kokonaan vedellä kyllästynyt. Kuitenkin mahdollisen huokospainekertymän riski tai sen merkitys todellisen ratapenkereen deformaatioherkkyyteen ovat asioita, jotka vaativat lisätutkimusta.

## 5. MAAN MEKAANISEN KÄYTTÄYTYMISEN MAL- LINTAMINEN

### 5.1 Konstitutiiviset materiaalmallit

Materiaalmallit ovat keskeisessä osassa materiaalien mekaanisen käyttäytymisen kuvauksessa. Materiaalmallit kuvaavat jännityksen ja venymän välistä suhdetta. Materiaalin jännitys-muodonmuutoskäyttäytyminen voi olla elastista eli täysin kimmoista, plastista (muodonmuutokset palautumattomia) tai viskoosia, eli ajasta riippuvaa. Koska maan-aineksen makroskooppinen käyttäytyminen on pääosin ajasta riippumatonta, rajoitutaan tässä yhteydessä käsittelemään ainoastaan elastisia ja plastisia materiaalmalleja.

#### 5.1.1 Elastiset materiaalmallit

Materiaalmalleista yksinkertaisimpia lienevät lineaarielastiset materiaalmallit. Näissä jännitysten ja muodonmuutosten välinen yhteys on täysin lineaarinen sekä syntyvien muodonmuutokset on oletettu olevan täysin kimmoisia. Lineaarielastinen materiaalmalli noudattaa Hooken lakia, jossa jännityksen ja venymän välinen suhde on kuvattu kimmomoduulin avulla:

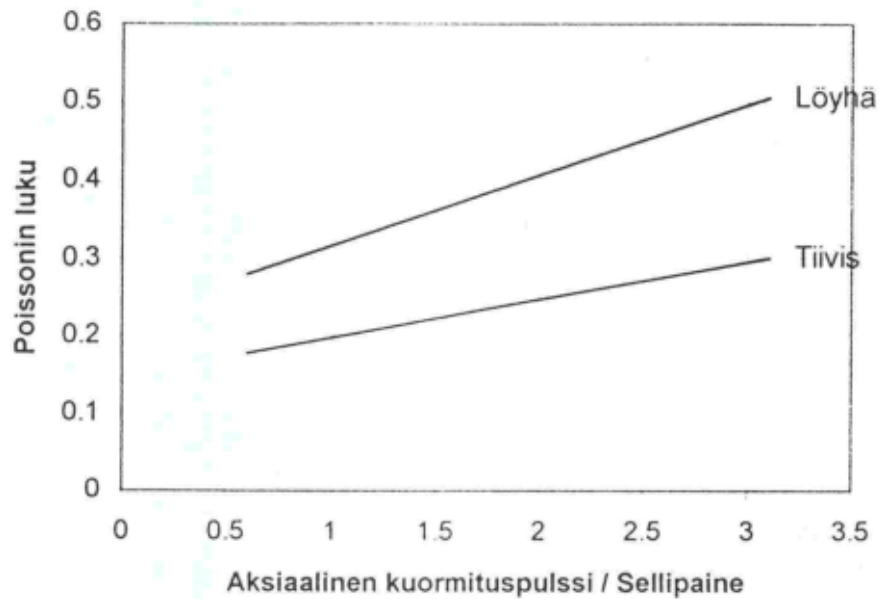
$$\sigma = E\varepsilon \quad (5.1)$$

jossa  $\sigma$  on jännitys,  $E$  kimmomoduuli ja  $\varepsilon$  venymä. Yhtälön 5.1 mukainen esitys pätee kuitenkin ainoastaan yksiaksisiaalisessa kuormituksessa. Mikäli materiaali on täysin isotrooppista, eli sillä on samat ominaisuudet kaikissa pisteissä kaikkiin suuntiin, kaksi- ja kolmiulotteisissa tapauksissa tarvitaan myös yhteys kuormituksen suuntaisen venymän ja kuormitusta kohtisuorassa olevan venymän välille. Tätä yhteyttä kuvataan Poissoninluvun avulla:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon} \quad (5.2)$$

jossa  $\varepsilon$  on kuormituksen suuntainen venymä ja  $\varepsilon_{\perp}$  on kuormitussuuntaa kohtisuorassa oleva venymä. (Salmi 2010) Poikkisuuntainen venymä on tyypillisesti vastakkaismerkinen kuormitussuuntaiseen venymään nähden, josta johtuen jakolausekkeen edessä on miinusmerkki. Mikäli materiaali pyrkii puristettaessa säilyttämään tilavuutensa, on sen laajennuttava poikkisuunnassa. Jos materiaali on täysin kokoonpuristumatonta, saa

Poissonin luku arvon 0,5, ja vastaavasti arvon 0 jos materiaali ei puristettaessa laajene poikkisuunnassa ollenkaan. Maa-aineksille Poissonin luku määritetään kokeellisesti ja karkearakeisilla materiaaleilla se on tyypillisesti luokkaa 0,2-0,4 ollen riippuvainen paitsi materiaalin tiiveysasteesta sekä jännityssuhteesta. Yleisesti ottaen karkearakeisilla materiaaleilla Poissonin luku kasvaa jännityssuhteen kasvaessa, johtuen pääosin materiaalin dilataatiosta.



**Kuva 61** Poissonin luvun riippuvuus jännityssuhteesta maamateriaaleilla (Kolisoja 1996)

Kolmiulotteisessa tapauksessa materiaalin jännitys-muodonmuutos-suhdetta kuvataan jäykkyyismatriisin  $\mathbf{D}$  avulla:

$$\{\sigma\} = \mathbf{D}\{\varepsilon\} \quad (5.3)$$

jossa  $\{\sigma\}$  on jännitysvektori ja  $\{\varepsilon\}$  muodonmuutosvektori. Linearisoitua muodonmuutos-teoriaa käyttäen yhtälö tulee auki kirjoitettuna muotoon:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

missä jäykkyyismatriisi  $\mathbf{D}$  tulee isotrooppisen ja täysin kimmoisen materiaalin tapauksessa muotoon (Nordal 2010):

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Jännitys-muodonmuutossuhde voidaan esittää mahdollisesti havainnollisemmassa muodossa käyttäen jäykkyysmatriisin käänteismatriisia  $\mathbf{D}^{-1}$ , jolloin venymän lauseke tulee muotoon:

$$\{\varepsilon\} = \mathbf{D}^{-1}\{\sigma\} \quad (5.6)$$

ja jossa jäykkyysmatriisin käänteismatriisi on muotoa:

$$\mathbf{D}^{-1} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Tällöin venymäkomponentit tulevat muotoon (Salmi & Virtanen 2008):

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E} [\sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})] \quad (5.8)$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E} [\sigma_{22} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{33})] \quad (5.9)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{E} [\sigma_{33} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})] \quad (5.10)$$

$$\gamma_{12} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{12} = \frac{1}{G} \tau_{12} \quad (5.11)$$

$$\gamma_{23} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{23} = \frac{1}{G} \tau_{23} \quad (5.12)$$

$$\gamma_{13} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{13} = \frac{1}{G} \tau_{13} \quad (5.13)$$

Nyt nähdään, että leikkausmuodonmuutoksen ja leikkausjännityksen välistä yhteyttä kuvaava leikkausmoduuli  $G$  voidaan esittää kimmomodulin ja Poissonin luvun avulla muodossa:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5.14)$$

Vastaavasti myös kokoonpuristumismoduuli  $K$  voidaan lausua kimmomoduulin ja Poissonin-luvun avulla:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (5.15)$$

Kokoonpuristumismoduuli  $K$  kuvaa materiaalin tilavuudenmuutoksen  $\varepsilon_v$  ja keskimääräisen pääjännityksen  $p$  välistä suhdetta:

$$K = \frac{p}{\varepsilon_v} \quad (5.16)$$

Kuten todettu, maamateriaaleilla Poissonin luku on jännitystilasta riippuvainen ja voi näin ollen muuttua kuormituksen aikana. Käytännössä tämä johtuu materiaalin dilataatiosta, eli leikkauslaajenemisesta. Maamateriaaleille ominaisen dilataation huomioimiseksi Hoff et al. (1998) ovat esittäneet hyperelastisen materiaalimallin karkearakeisen materiaalin palautuvan muodonmuutoksen kuvaukseen, jonka mukaisesti materiaalin muodonmuutosenergian lauseke on muotoa:

$$U = \frac{1}{2}K(I_1^\varepsilon)^2 + DI_1^\varepsilon J_2^\varepsilon + 2GJ_2^\varepsilon \quad (5.17)$$

jossa  $I_1^\varepsilon$  on ensimmäinen muodonmuutosinvariantti (kuvaa tilavuudenmuutosta),  $D$  materiaalin dilataatiota kuvaava parametri,  $K$  kokoonpuristumismoduuli,  $G$  leikkausmoduuli ja  $J_2^\varepsilon$  toinen deviatorinen muodonmuutosinvariantti (kuvaa leikkausmuodonmuutostilaa). Muodonmuutosenergian lausekkeen avulla saadaan johdettua jäykkyyismatriisi, joka kuvaa pääjännitysten ja päävenymien välistä suhdetta: (Skoglund 2002)

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3}G + D\varepsilon_1 & K - \frac{2}{3}G - \frac{1}{2}D\varepsilon_3 & K - \frac{2}{3}G - \frac{1}{2}D\varepsilon_2 \\ K - \frac{2}{3}G - \frac{1}{2}D\varepsilon_3 & K + \frac{4}{3}G + D\varepsilon_2 & K - \frac{2}{3}G - \frac{1}{2}D\varepsilon_1 \\ K - \frac{2}{3}G - \frac{1}{2}D\varepsilon_2 & K - \frac{2}{3}G - \frac{1}{2}D\varepsilon_1 & K + \frac{4}{3}G + D\varepsilon_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Kyseinen materiaalimalli on täysin kimmoinen, jolloin se toteuttaa termodynamiikan ensimmäisen pääsäännön kaikissa kuormitustilanteissa.

Isotrooppisen lineaarikimmoisen materiaalin tapauksessa jäykkyyismatriisin muodostamiseen tarvitaan kaksi toisistaan riippumatonta parametria. Mikäli materiaalilla on erilaiset ominaisuudet pysty- ja vaakasuunnassa, niin tarvittavien parametrien määrä kasvaa viiteen (Länsivaara 1996). Tällöin jäykkyyismatriisi käänteismatriisi tulee muotoon (Nordal 2010):

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_H} & -\frac{\nu_{HH}}{E_H} & -\frac{\nu_{VH}}{E_H} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{HH}}{E_H} & \frac{1}{E_H} & -\frac{\nu_{VH}}{E_H} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{HV}}{E_V} & -\frac{\nu_{HV}}{E_V} & \frac{1}{E_V} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{HH})}{E_H} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{VH}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{VH}} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

jossa numeroltaan kolmas, eli z-akseli on vertikaaliseen suuntaan. Matriisissa esiintyvät parametrit ovat:

$E_H$  kimmomoduuli horisontaaliseen suuntaan

$E_V$  kimmomoduuli vertikaaliseen suuntaan

$\nu_{HH}$  Poissonin luku, joka kuvaa horisontaalisen puristuksen aiheuttamaa laajenemista horisontaaliseen suuntaan

$\nu_{VH}$  Poissonin luku, joka kuvaa vertikaalisen puristuksen aiheuttamaa laajenemista horisontaaliseen suuntaan

$\nu_{HV}$  Poissonin luku, joka kuvaa horisontaalisen puristuksen aiheuttamaa laajenemista vertikaaliseen suuntaan

$G_{VH}$  leikkausmoduuli vertikaalisella tasolla tapahtuvalle leikkausjännitykselle

Lisäksi parametrien välillä on yhteys:

$$\frac{\nu_{VH}}{E_H} = \frac{\nu_{HV}}{E_V} \quad (5.20)$$

jolloin ominaisuuksiltaan pysty- ja vaakasuunnassa eroavan materiaalin käyttäytymistä voidaan kuvata viiden toisistaan riippumattoman muuttujan avulla. Tällaista materiaalia kutsutaan poikittaisesti isotoppiseksi (transversely isotropic) materiaaliksi (Salmi, 2008), ja esimerkiksi puu, virtaamattoman veden päälle muodostunut jää ja jotkut luonnontilaiset maat ovat sellaisia.

Mikäli materiaali käyttäytyminen on symmetristä tason suhteen, eli materiaalin kääntäminen  $180^\circ$  ei vaikuta sen ominaisuuksiin, materiaalia kutsutaan monokliiniseksi. Tällöin jäykkyyismatriisin muodostamiseen tarvitaan 13 toisistaan riippumatonta parametria (Länsivaara 1996). Tällaisen materiaalin ominaisuuksiin ei tässä yhteydessä mennä tarkemmin.



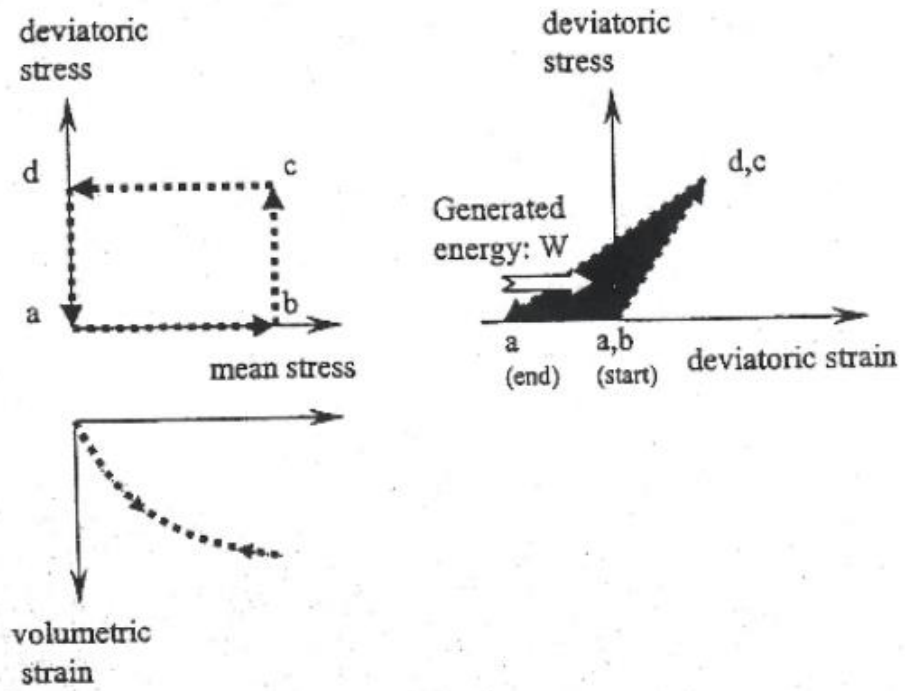
### 5.1.2 Epälineaarinen kimmoisuus

Epälineaarinen elastisuus tarkoittaa materiaalin muodonmuutosominaisuuksien muuttamista, kuormitustason kasvun myötä. Esimerkiksi monilla kumimaisilla materiaaleilla jännitys-muodonmuutoskäyttäytyminen on epälineaarista jolloin materiaalin jäykkyys kasvaa muodonmuutostason myötä. Myös maa-aines on tyypillisesti hyvin epälineaarinen materiaali.

Linearielastisesta materiaalimallista tulee epälineaarinen, kun materiaalin muodonmuutosmoduuli otaksutaan jännitystilasta riippuvaiseksi. Maa-aineksien kuvaukseen käytettävät mallit ovat tyypillisesti tällaisia. Kyseisessä lähestymistavassa on kuitenkin omat ongelmansa. Tarkastellaan asiaa esimerkin kautta. Oletetaan, että käytettävässä materiaalimallissa jäykkyysmoduulin jännitystilariippuvaisuus on kuvattu keskimääräisen pääjännityksen avulla. Deviatorinen jännityskomponentti on nyt vastuussa materiaaliin syntyvästä muodonmuutoksesta. Materiaalimalli käyttäytyy täysin kimmoisesti.

Kuvassa 62 on esitetty käytetty kuormituspolku. Alussa hydrostaattinen jännitys on suurempaa, jolloin materiaali käyttäytyy jäykemmin. Tällöin vakiosuuruinen deviatorinen jännityslisäys aiheuttaa materiaaliin muodonmuutoksen. Pidetään nyt deviatorinen jännityskomponentti vakioarvossa, mutta pienennetään keskimääräistä pääjännitystä. Tällöin materiaalin muodonmuutostaso ei materiaalimallin mukaisesti muutu, mutta sen jäykkyys puolestaan alenee. Kun keskimääräinen pääjännitys pysyy vakiona, deviatorisen jännityskomponentin poistuessa materiaaliin syntyvä muodonmuutospalautuma on suurempaa kuin kuormitettaessa syntynyt muodonmuutos. Tällaisessa tilanteessa materiaali siis generoi energiaa, joka on termodynamiikan ensimmäistä pääsääntöä vastaan.

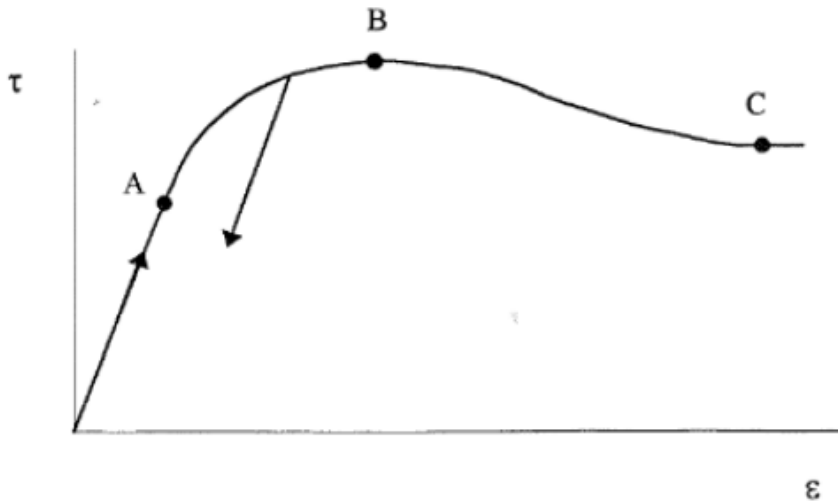
Todellinen materiaali ei tietenkään käyttäydy näin, mutta maa-aineksen todenmukaisen käyttäytymisen kuvaaminen kimmoisella materiaalimallilla on haasteellista. Jännitystilarippuvaisien materiaalimalit lienevät staattisten kuormitustilanteiden kuvaukseen kohtalaisen realistinen lähestymistapa, mutta mikäli materiaalin kuormitus on luonteeltaan syklistä, riski energian generoitumiseen on olemassa.



**Kuva 62** Esimerkki energian generoitumisesta epälineaarisen kimmoisesti käyttäytyvän materiaalin tapauksessa (Nordal 2010)

### 5.1.3 Plastiset materiaalmallit

Materiaalin sanotaan käyttäytyvän kimmoplastisesti kun osa siihen syntyneistä muodonmuutoksista on palautuvia ja loput palautumattomia. Vastaavasti materiaali käyttäytyy täysin plastisesti, kun kaikki siihen syntyvät muodonmuutokset ovat palautumattomia. (Salmi & Virtanen 2008) Kuvassa 63 on esitetty esimerkki plastisella materiaalilla havaittavasta jännitys-muodonmuutoskäyttäytymisestä.



**Kuva 63** *Plastisen maamateriaalin kuormituskäyttäytymisen osa-alueet A) kimmoisen muodonmuutosalue B) myötölujittuminen C) myötöpehmeneminen (Länsivaara 1996)*

Pienellä jännitystasolla materiaali käyttäytyy varsin kimmoisesti, jolloin jännityksen ja venymän välinen suhde on tyypillisesti lineaarinen. Jännitystilän kasvaessa materiaali alkaa myötää, jolloin osa syntyvistä muodonmuutoksista on pysyviä. Pysyvien muodonmuutosten kertymänopeus kasvaa voimakkaasti jännitystilän lähestyessä materiaalin murtorajaa. Murtorajan saavutettuaan maamateriaaleilla havaitaan tyypillisesti myötöpehmenemistä. Tällöin materiaalin jäykkyysoaste pienenee voimakkaasti alkutilan vastaavasta.

Kun jännitystilän ylittää suurimman materiaalin aikaisemmin kokeman jännityksen ilman että murtoraja saavutetaan, havaitaan maamateriaaleilla yleensä ns. myötölujittumista. Tällöin materiaalin raerunko hakeutuu uuden jännitystilän kannalta optimaaliseen rakenteeseen, jolloin sen lujuus kasvaa. Maamateriaaleilla myötölujittuminen voi olla seurausta leikkauslujittumisesta (strain hardening), hydrostaattisesta lujuuttumisesta (volumetric hardening) tai näiden yhdistelmästä.

Plastisuusteorian mukaisesti kokonaismuodonmuutokset voidaan jakaa palautuviin (elastisiin) ja pysyviin (plastisiin) muodonmuutoksiin:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (5.21)$$

jossa  $\varepsilon^e$  on muodonmuutoksen elastinen osa ja  $\varepsilon^p$  plastinen osa. Muodonmuutoksen elastinen osa voidaan kappaleen 5.1 mukaisesti määrittää käyttäen kimmoteoriaa. Plastisen muodonmuutoskomponentin kuvaamisen kannalta on välttämätöntä määrittellä: (Skoglud 2002) (Länsivaara 1996)

- Materiaalin myötöehto (a yield criterion)
- Myötösääntö (a flow rule)
- Myötölujittumissääntö (a hardening rule)

Kappaleessa 2.4 käsiteltiin tyypillisimpiä myötöehtoja. Kimmoplastisissa materiaalimalleissa materiaalin otaksutaan käyttäytyvän kimmoisesti, kun jännitystila on myötörajan alapuolella. Kun jännitystila saavuttaa myötörajan alkaa materiaalin myötäminen. Myötösääntö määrittää plastisen muodonmuutoksen suuruuden materiaalin myötäessä. On myös huomattava, että materiaalin myötöraja ja murtoraja voivat olla toisistaan eroavia. Esimerkiksi monilla maa-aineksen kuvaukseen käytettävillä kontinuumimalleilla myötöraja on riippuvainen materiaalipisteen aikaisemmasta jännityshistoriasta, kun murtoraja taas riippuu vallitsevasta tukipainetasosta sekä materiaaliominaisuuksista.

Myötöpinta laajenee jännitystilan ylittäessä aikaisemman myötörajan. Matemaattisesti myötöpinnan sijainti jännitysavaruudessa voidaan yleisessä muodossa määrittellä:

$$F(\sigma, \kappa) = 0 \quad (5.22)$$

eli myötöpinta sijainti voidaan lausua jännitystilan  $\sigma$  ja lujittumisparametrin  $\kappa$  avulla. Materiaalin myötöpintafunktiolla  $F$  on aina nolla arvo, jolloin sen derivaatalla saa myös materiaalin myötäessä arvon nolla. Tällöin:

$$dF = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma + \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa = 0 \quad (5.23)$$

jossa  $T$  kuvaa transpoosia, ei potenssia. Yhtälössä 5.23  $\{\partial F / \partial \sigma\}^T$  on myötöpinnan normaali jännitysavaruudessa, eli se määrittää miten myötöpinta laajenee jännitystilan kasvaessa. Kun  $\{\partial F / \partial \sigma\}^T d\sigma < 0$  ei materiaalin myötöpinta liiku, vaan sen muodonmuutokset ovat täysin kimmoista. Kun  $\{\partial F / \partial \sigma\}^T d\sigma = 0$ , jännitystila on vastaava myötöjännityksen kanssa ja kun  $\{\partial F / \partial \sigma\}^T d\sigma > 0$ , materiaali myötää. Kun jännitystila ylittää aikaisemman myötörajan, myötöpinnan sijaintia kuvaava lujittumisparametrin  $\kappa$  arvo päivittyy toteuttaakseen yhtälön 5.23. Tavallaan voidaan siis ajatella, että kasvava jännitystila vetää myötöpintaa mukanaan. (Skoglud 2002)

Yhtälön 5.23 mukaista yhteyttä käytettäessä materiaalin lujittuminen on otaksuttu isotrooppiseksi, eli myötöpinta laajenee materiaalin myötäessä kaikkiin suuntiin jännitysavaruuksessa. Myötöpinnan laajeneminen voi kuitenkin olla myös anisotrooppista. Kineemaattisessa lujittumisessa materiaalin myötöpinta leviää kasvavan jännitystilän suuntaan ilman, että sen koko muuttuu. Mikäli myötöpinnan koko ja muoto voivat muuttua, niin puhutaan seoslujittumisesta (mixed hardening). (Skoglund 2002)

Myötösääntö määrittää plastisen muodonmuutoksen ja materiaalin jännitystilän välisen yhteyden. Mikäli plastinen muodonmuutos on suoraan riippuvainen myötöpinnan muutoksesta, voidaan myötösääntö kirjoittaa muodossa: (Länsivaara 1996)

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (5.24)$$

jossa  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  on plastinen muodonmuutostensori,  $\boldsymbol{\sigma}$  jännitystensori ja  $d\lambda$  on plastista muodonmuutuskertymää kuvaava vakio. Yhtälön 5.24 mukaisessa esityksessä oletuksena on, että materiaaliin plastinen muodonmuutuskertymä on riippuvainen myötöpinnan sijainnista, jolloin puhutaan assosiativisesta myödöstä. Mikäli plastinen muodonmuutuskertymä ei ole assosioitu myötöpintaan kytkeytyneeksi, niin puhutaan ei assosiativisesta myödöstä. Tällöin plastinen muodonmuutuskertymä voidaan lausua myötöpinnasta  $F$  eroavan potentiaalipinnan  $Q$  avulla:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (5.25)$$

Myötölujittumisääntö määrittää plastisen vastineen suuruuden materiaalin myötäessä, eli käytännössä skalaarin  $d\lambda$  arvon (Länsivaara 1996). Yhtälö 5.23 voidaan kirjoittaa  $d\lambda$  avulla muodossa:

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T d\boldsymbol{\sigma} + \left( \frac{\partial F}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{d\bar{\varepsilon}^p} \frac{d\bar{\varepsilon}^p}{d\lambda} \right) d\lambda = 0 \quad (5.26)$$

jossa  $\bar{\varepsilon}^p$  on kumulatiivinen plastinen muodonmuutos. Vastaavalla tavalla työlujuille materiaaleille yhtälö 5.23 voidaan kirjoittaa lujittumista kuvaavan työmäärän avulla:

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T d\boldsymbol{\sigma} + \left( \frac{\partial F}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{dW^p} \frac{dW^p}{d\lambda} \right) d\lambda = 0 \quad (5.27)$$

jossa  $W^p$  on materiaaliin plastisen myödon aikana varastoituvan energian mitta, joka on määritelty:

$$W^p = \sum \boldsymbol{\sigma}^T d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \sum d\lambda \boldsymbol{\sigma}^T \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \quad (5.28)$$

Yhtälöt 5.26 ja 5.27 voidaan myös kirjoittaa lyhennetyssä muodossa:

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T d\boldsymbol{\sigma} - Ad\lambda = 0 \quad (5.29)$$

jolloin A on muotoa:

$$A = -\frac{\partial F}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{d\bar{\varepsilon}^p} \frac{d\bar{\varepsilon}^p}{d\lambda} = -\frac{\partial F}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{dW^p} \frac{dW^p}{d\lambda} \quad (5.30)$$

Parametri A voidaan määrittää laboratorionkokeiden avulla. Yhtälöstä 5.30 saadaan johdettua lopullinen myötölujittumissääntö, joka määrittää  $d\lambda$ :n: (Skoglund 2002)

$$d\lambda = \frac{1}{A} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma \quad (5.31)$$

Kun  $d\lambda$  on arvoltaan suuri, on plastinen muodonmuutoskertymä suurta materiaalin potentiaalipinnan liikkuaessa. Kun materiaalin myötölujittumissääntö tunnetaan, voidaan laskea materiaalin kokonaismuodonmuutostensorin inkrementti, joka on suoraan elastisen- ja plastisen muodonmuutostensorien inkrementtien summa: (Skoglund 2002)

$$d\varepsilon = \mathbf{D}^{-1} d\sigma + \frac{1}{A} \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma \quad (5.32)$$

#### 5.1.4 Hardening Soil

Hardening Soil (HS-malli) on elastoplastinen, isotrooppisesti myötölujittuva materiaalmalli, jossa materiaalin jäykkyys on otaksuttu jännitystilasta riippuvaiseksi. Ensimmäisen kerran malli esiteltiin Schanz et al. (1999) julkaisuissa. Hardening Soil materiaalimallin ominaispiirteitä ovat mm. jännitystilariippuvainen jäykkyys, mahdollisuus murtovenymän kuvaukseen, myötölujittuma sekä dilaatiokäyttäytymisen kuvaus (Obrzud & Truty 2018). Tässä tutkimuksessa Hardening Soil –materiaalimallia on käytetty radan pengermateriaalien ja tukikerroksen mekaanisen käyttäytymisen mallintamiseen.

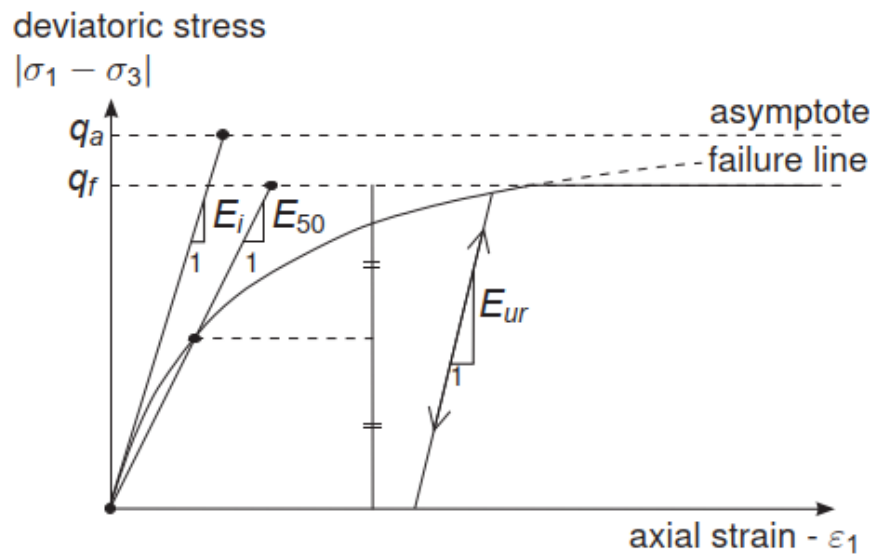
Malli on ainoastaan myötölujittuva, eli se ei kykene huomioimaan esimerkiksi tiiviisti pakautuneilla hiekoilla ilmenevää myötöpehmenemistä (dilataatiolujuuden poisleikkaantuminen) muodonmuutostason kasvaessa. Normaali Hardening Soil –malli ei myöskään huomioi pienen muodonmuutostason vaikutusta materiaalin jäykkyyteen (small-strain stiffness), josta johtuen alkuperäisestä mallista on kehitetty myös pienelle muodonmuutostasolle soveltuva HS-small. Tämän tutkimuksen puitteissa on kuitenkin päädytty käyttämään alkuperäistä HS-mallia sen yksiselitteisemmän parametrisonnin vuoksi. Oletettavasti edistykseellisemmän mallin käyttö ei olisi tuonut erityistä lisäarvoa nyt tehtyihin mallinnoiksi, kun huomioidaan muut, merkitykseltään todennäköisesti paljon suuremmat epätarkkuustekijät.

Hardening Soil –mallissa materiaalin jäykkyyden jännitystilariippuvuus on kuvattu pienimmän pääjännityksen avulla. Malli kykenee yksinkertaistetusti kuvaamaan materiaalin

palautuvaa ja palautumatonta kuormituskäyttäytymistä; kuormitusvaiheelle ja palautusvaiheelle on määritelty toisistaan eroavat moduulit  $E$  ja  $E_{ur}$ . Kuormitusvaiheen sekanttimoduuli on määritelty:

$$E_{50} = E_{50}^{ref.} \left( \frac{\sigma_3 + c * \cot(\varphi)}{\sigma_{ref.} + c * \cot(\varphi)} \right)^m \quad (5.33)$$

jossa  $E_{50}^{ref.}$  on staattisen kolmiakσιαalikokeen jännitys-muodonmuutoskuvaajasta määritettävä referenssimoduuli,  $c$  koheesio,  $\varphi$  kitkakulma ja  $m$  jännitysekspONENTTI. Sekanttimoduulin käyttö HS-mallissa perustuu materiaalin murtovenymän kuvaukseen. Referenssimoduuli  $E_{50}^{ref.}$  määritetään kuvan 64 mukaisesti staattisen kolmiakσιαalikokeen jännitys-muodonmuutoskuvaajasta sekanttiarvona kohdasta, jossa deviatorinen jännitys  $q$  on puolet murtorajan deviatorisesta jännityksestä  $q_f$ .



**Kuva 64** Hardening Soil-mallin mukainen murtovenymäkäyttäytyminen murtorajati-  
laa lähestyttäessä (Plaxis 2018)

HS-malli käyttää materiaalin murtotilan kuvaukseen Mohr-Coulomb murtoehto. Tällöin murtorajan deviatorisen jännityksen  $q_f$  lauseke on muotoa:

$$q_f = \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} (\sigma'_3 + c * \cot \varphi) \quad (5.34)$$

Murtovenymän kuvaukseen HS-mallissa käytetään Duncan-Chang murtovenymämallia. Perinteisessä Duncan-Chang murtovenymämallissa materiaalin muodonmuutos kasvaa asympotoottisesti murtotilaa lähestyessä. HS-mallissa murtojännitys  $q_f$  on kuitenkin korvattu rajajännityksellä  $q_a$ :

$$q_a = \frac{q_f}{R_f}, \text{ jossa } R_f \in [0,1] \quad (5.35)$$

jossa  $R_f$  on ns. murtosuhte, joka määrittää murtojännityksen  $q_f$  ja rajajännityksen  $q_a$  välisen suhteen. Hiekoilla  $R_f$  on tyypillisesti arvoltaan 0,9. Materiaali myötää siinä pisteessä, jossa myötöjännitys ylitetään, jolloin osa syntyvistä muodonmuutoksista on pysyviä. Tällöin materiaalin jäykkyys määräytyy sekanttimoduulilausekkeen mukaan (kaava 5.33). Kuormitustilanteessa, joissa materiaalin käyttäytyminen on plastista, malli käyttää aksiaalisen muodonmuutoksen määrittämiseen yhtälön 5.37 mukaista odömetrimoduulilauseketta:

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left( \frac{c \cdot \cos \varphi + \frac{\sigma'_3}{K_0^{nc}} \cdot \sin \varphi}{c \cdot \cos \varphi + \frac{\sigma_{ref}}{K_0^{nc}} \cdot \sin \varphi} \right)^m \quad (5.37)$$

jossa  $E_{oed}^{ref}$  on käyttäjän määrittämä odömetrimoduuli,  $m$  jännityseksponentti ja  $K_0^{nc}$  maanpainekerroin, jolloin  $\frac{\sigma'_3}{K_0^{nc}} = \sigma'_1$ .

HS-malli on luotu esisijaisesti geoteknisten ongelmien mallinnukseen, josta johtuen se ei ole täysin ideaali väylärakennemallinnukseen. Tästä johtuen käytetyssä laskentamallissa materiaali on esilujitettu, jotta se saataisiin käyttäytymään lähes kimmoisesti todellisen ratapenkereen tapaan. Tällöin palautus- ja uudelleenkuormituksen moduuliarvo määräytyy  $E_{ur}$ -lausekkeen mukaisesti (määrittää kuvassa 64 olevan suoran  $E_{ur}$  kulmakertoimen kun tukipaine on vakio):

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \cdot \left( \frac{\sigma_3 + c \cdot \cot(\varphi)}{\sigma_{ref} + c \cdot \cot(\varphi)} \right)^m \quad (5.36)$$

jossa  $E_{ur}^{ref}$  on täysin palautuvaa muodonmuutuskäyttäytymistä kuvaava referenssimoduuli. Jännitystilan ollessa myötöpinnan sisäpuolella, muodonmuutokset ovat palautuvia ja malli soveltaa yhtälön 5.36 mukaista moduulikuvausta.

HS-malli soveltaa klassista plastisuusteoriaa. Tällöin myötöjännitystason alapuolella (kuva 65) materiaalin käyttäytyminen on elastista ja materiaalin myötäessä myötöpinta siirtyy uutta jännitystilaa vastaavaksi. Materiaaliin syntyvä kokonaismuodonmuutos on plastisuusteorian mukaisesti elastisen ja plastisen muodonmuutoskomponentin summa. Sylinterimäisessä jännitystilassa materiaaliin syntyvä aksiaalinen kokonaismuodonmuutos HS-mallin mukaisesti muotoa:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^e + \varepsilon_1^p = \frac{q}{E_{ur}} + \frac{1}{2} \left( \frac{q_a}{E_{50}} \frac{q}{q_a - q} - \frac{2q}{E_{ur}} \right) = \frac{q_a}{2E_{50}} \frac{q}{q_a - q} \quad (5.38)$$



Yllä olevasta yhtälöstä nähdään, että elastisen aksiaalisen muodonmuutoskomponentin lause on muotoa  $\varepsilon_1^e = q/E_{ur}$ . Kimmoteorian mukaisesti kuormitussuuntaa vastaan kohtisuorat muodonmuutoskomponentit  $\varepsilon_2^e$  ja  $\varepsilon_3^e$  saadaan laskettua Poissonin luvun  $\nu_{ur}$  avulla:

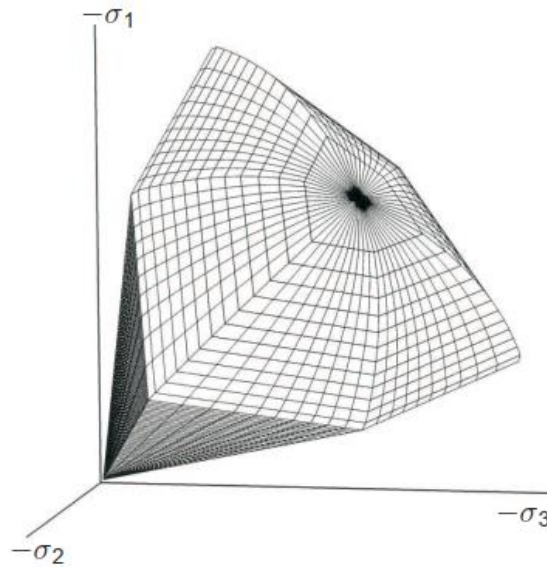
$$\varepsilon_2^e = \varepsilon_3^e = \nu_{ur} \frac{q}{E_{ur}} \quad (5.39)$$

Yleisessä jännitystilassa deviatorinen jännityskomponentti  $q$  voidaan lausua tehokkaiden pääjännityksien avulla:

$$q = \sigma'_1 + (\alpha - 1)\sigma'_2 + \alpha\sigma'_3 \quad (5.40)$$

jossa  $\alpha$  on kitkakulman  $\varphi$  avulla lausuttuna on muotoa:

$$\alpha = \frac{3+\sin\varphi}{3-\sin\varphi} \quad (5.41)$$



**Kuva 65** HS-mallin mukainen myötöpinta pääjännitysavaruuudessa (Plaxis 2018 a)

Kun käytetään linearisoitua muodonmuutosteoriaa, voidaan plastinen leikkausmuodonmuutoskertymä kirjoittaa päävenymien plastisia muodonmuutoskomponentteja käyttäen muodossa:

$$\gamma^{PS} = \varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p \quad (5.42)$$

Vastaavasti plastinen tilavuudenmuutoskomponentti on muotoa:

$$\varepsilon_v^p = \varepsilon_1^p + \varepsilon_2^p + \varepsilon_3^p \quad (5.43)$$

Kun pysyvän tilavuudenmuutoksen oletetaan olevan hyvin pientä, eli  $\varepsilon_v^p \approx 0$ , saadaan yhtälöt 5.42 ja 5.43 yhdistämällä plastinen leikkausmuodonmuutoskertymän lauseke muotoon:

$$\gamma^{PS} \cong 2\varepsilon_1^p \quad (5.44)$$

Käyttäen tätä, voidaan kirjoittaa myötöpintafunktion muutoslaki leikkauslujittumisen osalta:

$$f^s = \frac{q_a}{E_{50}} \frac{q}{q_a - q} - \frac{2q}{E_{ur}} - \gamma^{PS} \quad (5.45)$$

Parametri  $\gamma^{PS}$  siis "muistaa" myötöpinnan hetkellisen sijainnin. HS-mallissa myötölujittuminen on jaettu leikkauslujittumiseen (shear hardening) ja volumetriseen lujittumiseen (volumetric hardening). Vastaavalla tavalla volumetrisen lujittumisen osalta voidaan muodostaa myötöpintafunktion muutoslaki käyttäen keskimääräistä pääjännitystä:

$$f^c = \frac{q^2}{\alpha^2} + p'^2 - p_p^2 \quad (5.46)$$

jossa  $p_p$  on lujittumisparametri, joka muistaa volymetrisen myötöpinnan sijainnin.

Plastisesta leikkausmuodonmuutoksesta aiheutuva leikkauslaajeneminen (dilataatio) määritetään mobilisoituneen dilataatiokulman  $\psi_m$  avulla:

$$d\varepsilon_v^p = d\gamma^p * \sin\psi_m \quad (5.47)$$

Mallissa käytetään Rowen vuonna 1962 esittämää dilataatioteorian laajennusta, jonka Schanz & Vermeer esittivät vuonna 1996. Tämän mukaisesti materiaalin mobilisoitunut dilataatiokulma on kytköksissä mobilisoituneeseen kitkakulmaan. Leikkauslaajenemista kuvaava  $\sin\psi_m$  kertoimen arvo ei siis ole vakio, vaan kasvaa murtotilaa lähestyttäessä. Mallissa käytetyn dilataatioteorian tarkempi kuvaus löytyy esimerkiksi lähteistä Plaxis (2018) ja Schanz & Vermeer (1996).

## 5.2 Elementtimenetelmä

Elementtimenetelmä on fysikaalisten ongelmien numeeriseen likimääräisratkaisuun perustuva menetelmä, jota käytetään laajalti monilla eri fysiikan ja insinööritieteen aloilla. Elementtimenetelmän juuret ovat 1950-luvun lentokoneollisuudessa, mutta menetelmä alkoi yleistyä vasta 1960-luvulla tietokoneiden laskentatehon kasvaessa. Samaan

aikaan ymmärrettiin elementtimenetelmän ja klassisen Ritzin likimääräismenetelmän samankaltaisuus, joka loi modernin elementtimenetelmän matemaattisen pohjan. (Hakala 1982)

Ongelman epälineaarisuuden ollessa suuri, on monesti järkevämpää hakea likimääräinen ratkaisu tarkan ratkaisun sijasta, ja käytännössä fysikaalisten ongelmien analyttinen ratkaisu on yleensä mahdollista vain yksinkertaisimmissa tapauksissa. Ongelman epälineaarisuus voi olla seurausta sen taustalla olevan ilmiön epälineaarisuudesta, ja/tai mallinnettavan ongelman geometrisesta epälineaarisuudesta. Ensisijaisesti elementtimenetelmä on kehitetty suurta geometristä epälineaarisuutta sisältävien ongelmien ratkaisuun, mutta myös fysikaalista epälineaarisuutta voi ongelmissa esiintyä, esimerkiksi käytettyjen materiaalimallien muodossa. (Wriggers 2008)

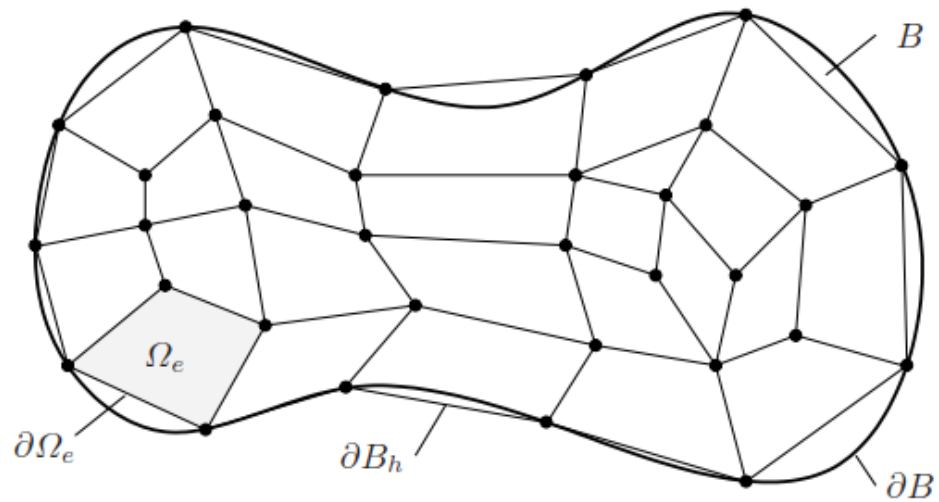
### 5.2.1 Geometrinen epälineaarisuus ja elementtiverkko

Elementtimenetelmä perustuu geometrisen epälineaarisuuden lineaarisointiin ns. elementtikäsittelyn avulla. Tällöin mallinnettavan ongelman geometria approksimoidaan useita pienempiä elementtejä käyttäen (kuva 66). Elementit kiinnittyvät toisiinsa solmupisteiden kautta, jolloin yksittäisten elementtien käyttäytyminen on riippuvainen niitä ympäröivien elementtien käyttäytymisestä. Toisiinsa kiinnittyneet elementit muodostavat yhdessä elementtiverkon, joka pyrkii kuvaamaan mallinnetun ongelman todellista käyttäytymistä.

Jotta mallinnettavan ongelman jatkuvuus saataisiin huomioitua, on yksittäiset materiaali-pisteet jotenkin sidottava toisiinsa. Elementtimenetelmässä tämä tehdään määrittelemällä elementtien välisten solmupisteiden käyttäytyminen riippuvaiseksi niihin liittyneiden elementtien käyttäytymisestä. Käytännössä yksi solmupiste liittyy aina useampaan sitä ympäröivään elementtiin, jolloin näiden eri elementtien käyttäytymisen täytyy olla identtistä tässä kyseisessä solmupisteessä. Esimerkiksi koko mallin mekaanista kuormituskäyttäytymistä kuvaava globaali jäykkyyismatriisi koostuu elementtikohtaisten lokaalien jäykkyyismatriisien yhteenliittymänä yhteisten solmupisteiden kautta.

Elementtien välisten tasapainovaatimuksen kautta muodostettu yhtälöryhmä voidaan ratkaista mallin reunaehdoja käyttäen: reunaehdot määräävät kuinka joidenkin solmupisteiden on käyttäydyttävä ja ilman reunaehdoja ongelmaan ei voitaisi löytää yksiselitteistä ratkaisua. Mekaniikan ongelmissa reunaehdot yleensä määrittävät kuinka suuri voima

tai siirtymä johonkin solmuun kohdistuu. Tällöin muun mallin käyttäytyminen määräytyy niin, että kyseiset alkuehdot täyttyvät ja konstitutiiviset säilymislaite toteutuvat.

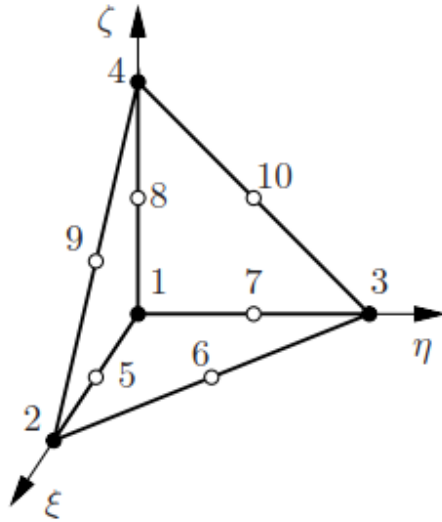


**Kuva 66** Geometrisen epälineaarisuuden lineaarisointi elementtikäsittelyllä ja menetelmän likimääräinen perusluonne (Wriggers 2008)

Yksittäinen solmupiste saadaan mukailemaan siihen liittyneiden elementtien käyttäytymistä kirjoittamalla sen muuttujat riippuvaiseksi siihen liittyneiden elementtien muiden solmupisteiden muuttujista. Käytännössä tämä tapahtuu käyttäen elementtityyppikohtaisia approksimaatiofunktioita, ns. muotofunktioita, jotka määrittelevät kuinka jonkin muuttujan arvo muuttuu tunnettujen solmupisteiden välillä. Pohjimmiltaan kyse on siis interpoloinnista, joten toisinaan muotofunktioita kutsutaan myös interpolointifunktioiksi.

Elementin muotofunktiot määrittävät halutun suureen arvon jossain elementin pisteessä käyttäen elementin lokaalia koordinaatistoa. Elementtikohtaiset muotofunktiot eivät siis suoraan ole sidottuja mallin globaaliin koordinaatistoon, mutta jokainen lokaalissa koordinaatistossa sijaitseva piste voidaan muotofunktioiden avulla lausua myös globaalissa koordinaatistossa, kun elementin solmupisteiden sijainti tunnetaan. Käytännössä jonkin muuttujan arvo jossain elementin pisteessä saadaan lausuttua elementin tunnettujen solmupistearvojen painotettuna summana. Tällöin muotofunktiot määrittävät kuinka suuri painoarvo milläkin solmupisteiden arvolla niiden painotetussa kokonaissummassa on. (Wriggers 2008)

Eräs esimerkki 3-ulotteisesta elementtityypistä toisen asteen muotofunktioilla on 10-solmuinen tetraedrielementti (kuva 67). Kyseinen elementtityyppi on maamekaanisten ongelmien mallinnuksessa usein käytetty, ja myös tämän tutkimuksen laskentamalli käyttää kyseistä elementtityyppiä.



$$\begin{aligned}
 N_1 &= \lambda(2\lambda - 1), & N_6 &= 4\xi\eta, \\
 N_2 &= \xi(2\xi - 1), & N_7 &= 4\eta\lambda, \\
 N_3 &= \eta(2\eta - 1), & N_8 &= 4\zeta\lambda, \\
 N_4 &= \zeta(2\zeta - 1), & N_9 &= 4\xi\zeta, \\
 N_5 &= 4\xi\lambda, & N_{10} &= 4\eta\zeta,
 \end{aligned}$$

with  $\lambda = 1 - \xi - \eta - \zeta$ .

**Kuva 67** 10-solmuinen tetraedrielementti ja sen muotofunktiot (Wriggers 2008)

Konstitutiiviset materiaalmallit määrittelevät materiaalin käyttäytymisen muuttujien differentiaalisia muutossuhteita käyttäen, kun taas elementtikohtaiset muotofunktiot määrittävät muuttujan absoluuttisen arvon jossain mallin pisteessä. Tällöin materiaalmallit saadaan sidottua kuvaamaan elementtimallin käyttäytymistä, kun niiden differentiaaliset alkiot lausutaan kyseisien muuttujien muotofunktioapproksimaatioiden osittaisderivaattoina. Eli esimerkiksi venymäkomponentti  $\varepsilon$  suuntaan  $X_1$  jossain elementin lokaalissa pisteessä  $\xi, \eta, \zeta$  voidaan lausua tunnettujen solmupistesiiirtymien (vektori  $\mathbf{u}_I$ ) ja elementin muotofunktioiden muodostaman osittaisderivaattojen kokonaissumman avulla:

$$\varepsilon = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial X_1} = \sum_{I=1}^n \frac{\partial N_I(\xi, \eta, \zeta)}{\partial X_1} \mathbf{u}_I \quad (5.48)$$

jossa 3-ulotteisen elementin tapauksessa:

$$\frac{\partial N_I(\xi, \eta, \zeta)}{\partial X_1} = \frac{\partial N_I}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial X_1} + \frac{\partial N_I}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial X_1} + \frac{\partial N_I}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial X_1} \quad (5.49)$$

Vastaavasti pistemäiset solmusuureet saadaan sidottua kuvaamaan niihin liittyneiden dimensiollisten elementtien käyttäytymistä, kun elementin solmupisteyhtälöiden muuttujat lausutaan näiden muotofunktioaprosimaatioiden integraalina kyseisen elementin yli. Elementtimenetelmässä integrointi suoritetaan numeerisesti, tyypillisesti Gaussin integrointiteoriaa soveltaen. (Wriggers 2008)

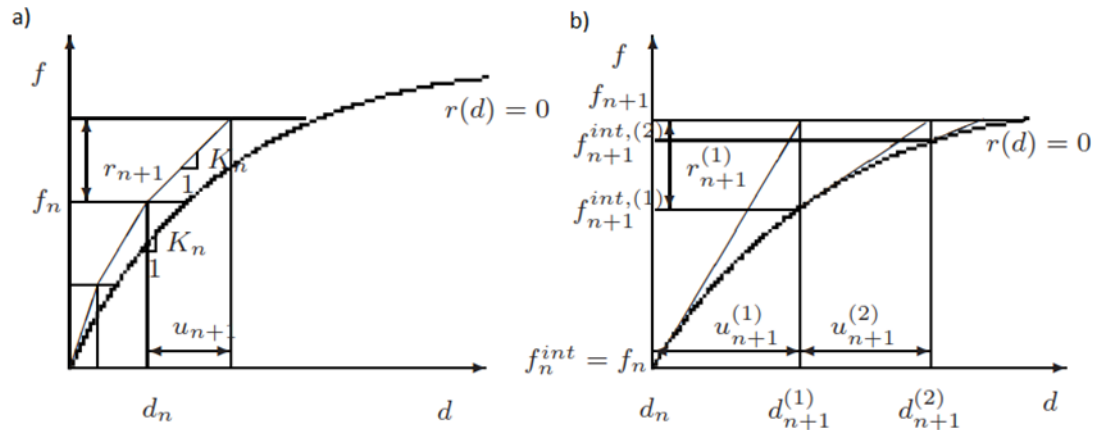
## 5.2.2 Fysikaalinen epälineaarisuus

Elementtimenetelmässä fysikaalisen epälineaarisuuden lineaarisointi käytännössä tarkoittaa mallin kuormituskäyttäytymistä kuvaavan epälineaarisen yhtälöryhmän lineaarisointia. Epälineaarisen yhtälön lineaarisointi jonkin muuttujan suhteen tapahtuu ottamalla sen osittaisderivaatta tämän kyseisen muuttujan suhteen jossain funktion pisteessä. Käytännössä jonkin muuttujan suhteen lineaarisoidun yhtälön käyttäytymistä voidaan tällöin kuvata skalaariarvoisen kulmakertoimen avulla.

Yhtälön lineaarisoitu muoto edustaa alkuperäisen funktion käyttäytymistä ainoastaan lineaarisointipisteen välittömässä läheisyydessä; mitä kauemmaksi lineaarisointipisteestä mennään, sitä suuremmaksi virhe kasvaa lineaarisoitua muotoa käytettäessä. Tästä johtuen on oleellista päivittää lineaarisoinnista seuraavan kulmakertoimen arvoa laskennan edetessä, eli tavallaan ratkaisu ”askeltaa” vaiheittain haluttuun lopputulokseen (kuva 68 a). Askellusta jatketaan, kunnes saavutetaan haluttu kuormitus / muodonmuutostaso.

Ratkaisun tarkkuus on sitä parempi mitä lyhyempää kuormitusaskelta käytetään. Käytettäessä differentiaalisen lyhyttä askelpituutta, on lineaarisoidun muodon käyttäytyminen vastaava alkuperäisen funktion kanssa. Kuitenkin laskentamallin koon ollessa suuri, lyhyen askelpituuden käyttäminen on laskentateknisesti raskasta ja aikaa vievää. Tämän vuoksi elementtimenetelmässä hyödynnetään monesti iteratiivista ratkaisuprotokollaa, joka mahdollistaa suuremman askelpituuden.

Tällöin jokaisen kuormitusaskeleen jälkeen ratkaisua tarkennetaan iteratiivisesti, kunnes lineaarisoidusta yhtälöryhmästä ratkaistu muodonmuutosinkrementin ja tätä edeltävän muodonmuutuskertymän summa tuottaa alkuperäiseen ei-lineaarisoituu yhtälöön sijoitettuna laskennassa käytettyä kuormitusta likipitään vastaavan kuormitustason (kuva 68 b). Eli käytännössä ratkaisua tarkennetaan joka kuormitusaskeleella alkuperäistä ei-lineaarisoitua yhtälöä vastaksi. Elementtimenetelmässä iterointi suoritetaan tyypillisesti Newton-Raphson menetelmällä.



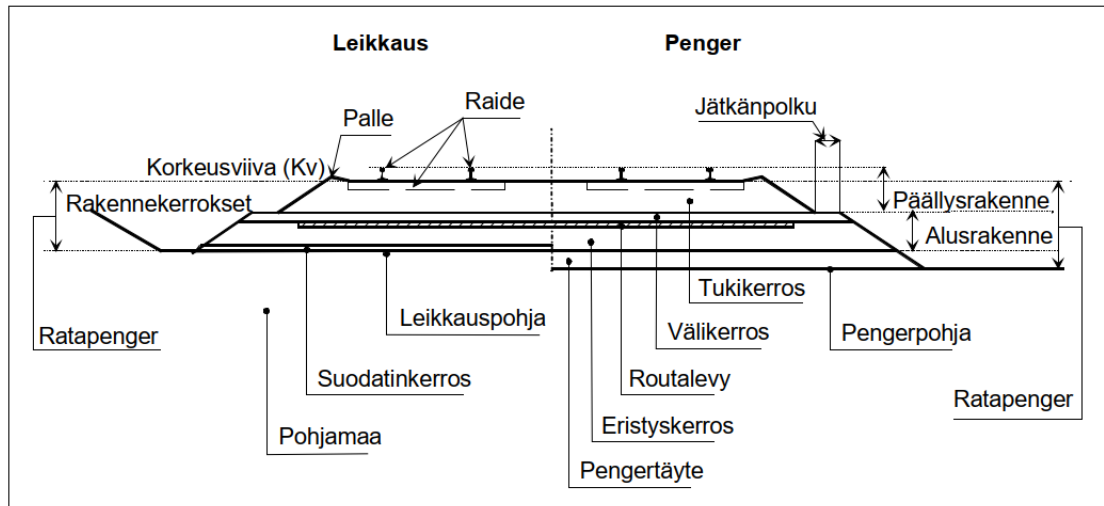
**Kuva 68** Linearisoidun ratkaisun suhtautuminen analyttisen ratkaisun kanssa käytettäessä askellusta (a) ja iteratiivista ratkaisuprotokollaa (b). Kuvassa vaaka-akselilla on siirtymä ja pystyakselilla voima. (Ibrahimbegovic 2009)

Edellä esitetystä eroten monet maamateriaaleille luodut materiaalmallit perustuvat jännitystilariippaiseen tangenttijäykkyyteen (kuten myös Hardening Soil). Tällöin mallin lineaarisointia ei suoriteta, vaan laskennan eteneminen perustuu askellukseen, jossa jokaisen askeleen aluksi päivitetään jäykkyydsmatriisi edellisen, jo tunnetun askeleen jännitystilaa vastaavaksi. Tällaisen materiaalmallin tangenttijäykkyys ei siis perustu ennalta määritellyn konstitutiiviseen yhteyden lineaarisointiin, vaan päivittyy ennalta määräämättömästi laskennan edetessä. Tangenttijäykkyyteen perustuvat materiaalmallit ovat matemaattisesti varsin joustavia ja mahdollisesti yksinkertaisempia mieltää, mutta eivät välttämättä toteuta termodynamiikan ensimmäistä pääsääntöä kaikissa kuormitustilanteissa.

## 6. RATARAKENNE JA SEN MALLINTAMINEN

### 6.1 Radan komponentit ja niiden mallinnusparametrit

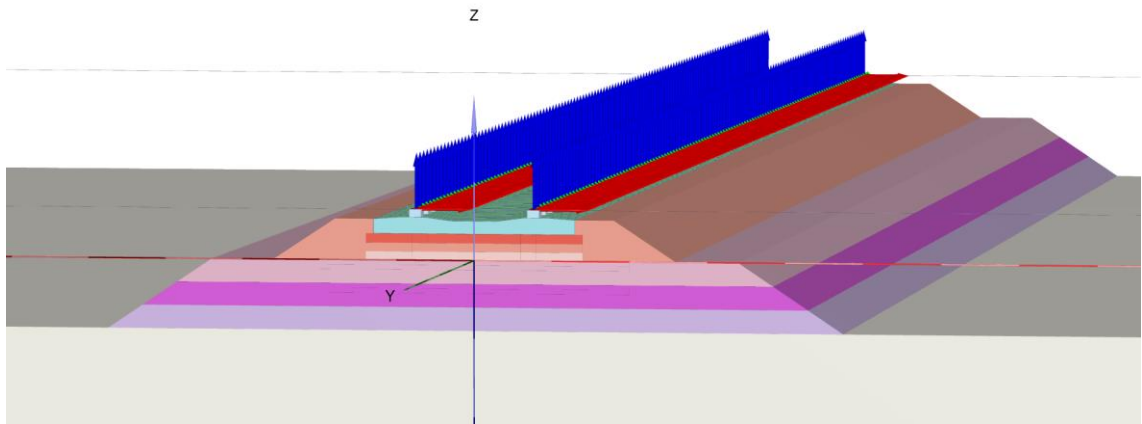
Ratarakenne voidaan jakaa päällysrakenteeseen ja alusrakenteeseen. Päällysrakenne on radan rakenneosana, johon kuuluu tukikerros ja raide. Päällysrakenteen tehtävä on vastaanottaa liikennekuormituksesta aiheutuvat kuormat ja välittää ne alusrakenteelle. Alusrakenne puolestaan koostuu välikerroksesta, eristyskerroksesta sekä mahdollisesta suodatinkerroksesta ja routalevyistä. Sen tehtävä on suojata ratarakennetta routimiselta, jakaa jännitykset pohjamaalle sekä toimia kapilaarikatkona. (Liikennevirasto 2018 b) Ratarakenteen osat on esitetty kuvassa 69.



**Kuva 69** Radan osat ja niiden nimitykset (Liikennevirasto 2018 b)

Tässä tutkimuksessa käytetty radan rakennemallin geometria ja sen parametrit perustuvat aikaisemmassa ”Radan 3D-rakennemalli ja ratarakenteen kuormituskestävyys” (Kalliainen, 2014) tutkimuksessa käytettyyn malliin. Nyt käytetty malli on pituudeltaan 36,8 m, leveydeltään 30 m ja käytetty pohjamaan paksuus on 5 m. Ratapenkereen luiskakaltevuutena on käytetty 1:1,5 ja tukikerroksen luiskakaltevuutena 1:1,5. Mallin ja sen geometria on esitetty kuvassa 70.



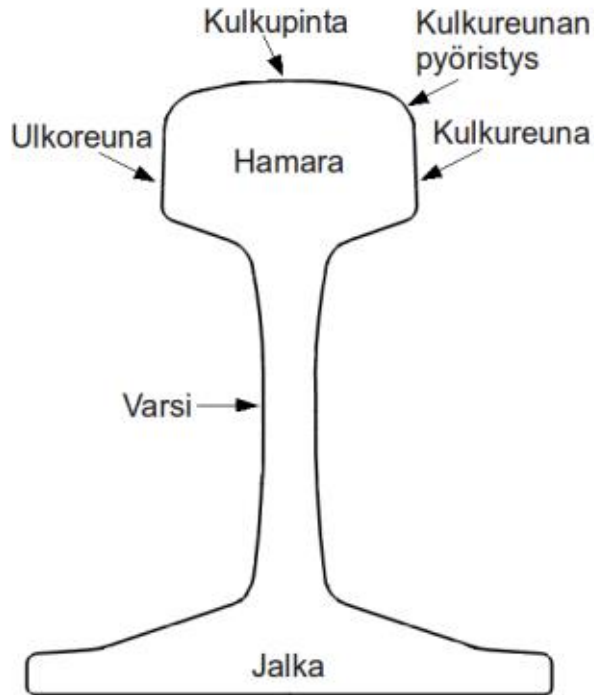


**Kuva 70** Tutkimuksen laskentaosiossa käytetty rakennemalli

### 6.1.1 Ratakisko

Kisko on peräkkäisistä teräsprofiileista muodostuva kokonaisuus, jonka ensisijainen tehtävä on mahdollistaa junakaluston tasainen ja turvallinen kulku ratarakenteen päällä. Kisko on suorassa kontaktissa sen alla sijaitsevaan välilevyyn, jota kautta se jakaa siihen kohdistuvan junakuorman ratapölkyille. Kisko kiinnittyy ratapölkyyn kiskokiinnityksen avulla. (Kalliainen et. al 2014)

Kisko koostuu kolmesta osasta: hamarasta, varresta ja jalasta. Hamara on kiskon ylin osa, joka on kontaktissa junapyörien kanssa. Se on muodoltaan sellainen, että kiskon ja pyörän välinen kontakti säilyy hyvänä kaikissa tilanteissa, mahdollistaen näin junan hyvän ohjautuvuuden. Varsi on kiskon keskimäinen osa, jonka täytyy olla riittävän paksu ja leveä, jotta kiskon taivutusjäykkyys sekä varmuus kiepahdusta vastaan ovat riittäviä korroosiovaran huomioiden. Jalka on kiskon alin osa, ja sen tehtävä on varmistaa kiskon pystyssä pysyminen. (Esveld 2001) Ratakiskon tyypillinen geometria ja sen osien nimetykset on esitetty kuvassa 71.



**Kuva 71** Kiskon osien nimitykset (Kauppinen 2011)

Käytetyssä rakennemallissa kisko kokeiltiin mallintaa niin palkkielementeillä (beam-elementti) kuin levyelementeillä (plate-elementti). Beam-elementtien etuna on parametrisoinnin yksinkertaisuus, jolloin laskennalliselle kiskoprofiilille voitaisiin käyttää suoran kiskovalmistajan antamia arvoja. Kuitenkin vertailulaskennassa beam-elementeistä koostuvan kiskon havaittiin käyttäytyvän ylijäykästi, vaikka käytetyt laskentaparametrit olivat todellista kiskoprofiilia vastaavia. Mahdollinen selitys tälle on välilevyrakenteen puuttuminen; beam-elementin viivamaisuudesta johtuen kiskon alla ei voi käyttää erillistä välilevyrakennetta, jolloin kiskoelementti on suorassa kontaktissa ratapölkyn kanssa. Elementit kytkeytyvät toisiinsa yhteisten solmupisteiden kautta, jolloin suuren jäykkyyden omaava ratapölkky mahdollisesti rajoittaa liialti kiskon muodonmuutuskäyttäytymistä, joka taas ilmenee näennäisenä taivutusjäykkyyden kasvuna.

Käytettäessä plate-elementtiä voidaan välilevyrakennetta käyttää, jolloin beam-elementin tapauksessa ilmennyttä ylijäykistymää ei pääse tapahtumaan. Plate-elementtejä ei lähtökohtaisesti ole tarkoitettu kapeiden, palkkimaisten objektien mallinnukseen, josta johtuen elementti täytyy parametrisoida vastaamaan taivutus- ja vetokäyttäytymiseltään todellista kiskoprofiilia. Käytännössä tämä onnistuu parametrimanipulaation avulla. Laskennassa käytetyt plate-elementit soveltavat Mindlinin laattateoriaa, jolloin elementin laskennallinen veto- ja taivutusjäykkyys saadaan määritettyä yhtälöiden 6.1 ja 6.2 avulla:

$$EA = E_1 d \quad (6.1)$$

$$EI = \frac{E_1 d^3}{12} \quad (6.2)$$

jossa  $E_1$  on materiaalin laskennallinen jäykkyys ja  $d$  laatan laskennallinen paksuus. Käyttäen tätä yhtälöparia, voidaan ratkaista mallissa käytettävän kiskoelementin laskennallinen jäykkyys ja paksuus:

$$d = \sqrt{\frac{12EI}{EA}} \quad (6.3)$$

$$E_1 = EA \sqrt{\frac{EA}{12EI}} \quad (6.4)$$

jossa  $EI$  on kisko valmistajan määrittelemä taivutusjäykkyys ja  $EA$  vetojäykkyys. Tällainen muunnosmenettely on alun perin tarkoitettu tukiseiniille ja taustalla on oletus, että materiaalin Poissonin luku on hyvin pieni. (Plaxis 2018) Tällöin laskennassa käytettävälle leikkausjäykkyydelle saadaan arvo:

$$G_{12} = \frac{E_1}{2(1+\nu)} \cong \frac{E_1}{2}, \text{ kun } \nu \approx 0 \quad (6.5)$$

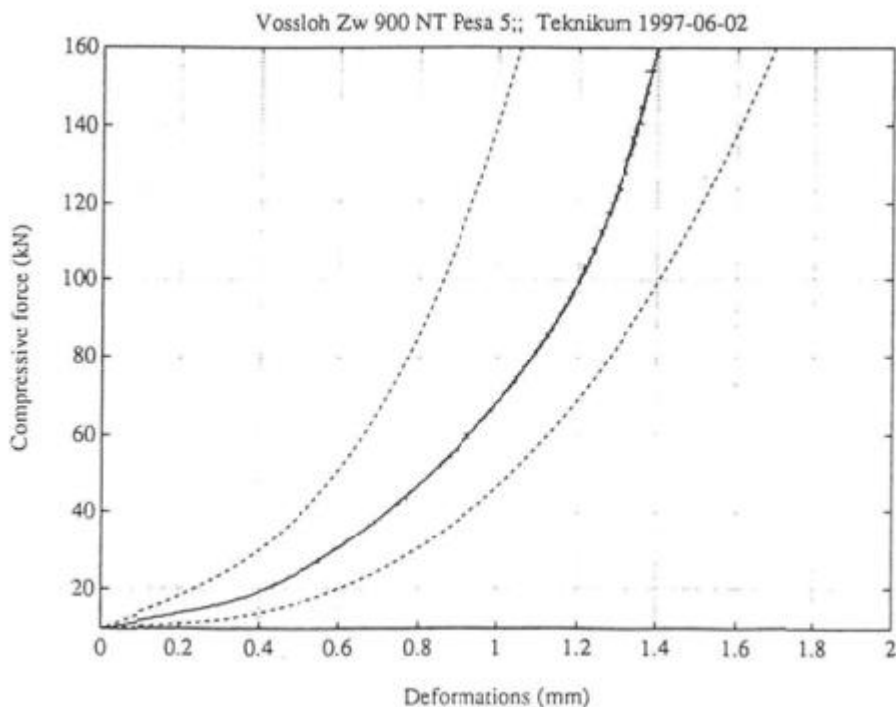
On huomattava, että plate-elementti käyttää laskennassa yhden metrin levyiselle laatan osalle määritettyjä veto- ja taivutusjäykkyyttä. Kisko puolestaan on palkkimainen elementti, jolloin kisko valmistajan antamat veto- ja taivutusjäykkyys eivät dimensiollisesti sovi edellä esitettyihin yhtälöihin. Käyttäen kuitenkin yhtälöitä 6.3, 6.4 ja 6.5 sekä kisko valmistajan määrittämiä arvoja, voidaan plate-elementti parametrisoida ”näennäisesti” käyttäytymään todellisen kiskoprofiilin kaltaisesti. Tällaisen parametrin manipuloinnin avulla tehty muunnos ei tietenkään ole täysin analyyttinen menettelytapa, mutta koska parametrin myötä plate-elementti vaikuttaisi jakavan jännityksen todellisen kiskon kaltaisesti, lienee käytetty kiskomalli riittävän tarkka pengermateriaalin kuormituskäyttäytymisen tarkasteluun.

Käyttäen yllä olevia kaavoja 6.3 ja 6.4 sekä kisko valmistajan kiskoprofiilille 60E1 määrittämiä  $EI$ :n ja  $EA$ :n arvoja, saadaan mallissa käytetylle plate-elementille laskennalliseksi korkeudeksi  $d = 0,2184 \text{ m}$ , laskennalliseksi materiaalimoduuliksi  $E_1 = 7,285 \text{ GPa}$  ja kiskon laskennalliseksi tiheydeksi  $\gamma = 18,4 \text{ kN/m}^3$ , jolloin pölkyille jakautuva metripaino on vastaava todellisen kiskoprofiilin kanssa.

## 6.1.2 Välilevy

Välilevy on kiskon ja pölkyn väliin tuleva, tyypillisesti 10 mm paksuinen vaimennin, joka voi olla materiaaliltaan esimerkiksi luonnonkumia. Välilevyn tehtävä ratarakenteessa on välittää kiskoihin kohdistuvat voimat pölkylle sekä vaimentaa korkeataajuisia dynaamisia voimia. Välilevy myös ehkäisee ratapölkyn ja kiskon välisen kontaktipinnan kulumaa, vähentää ratarakenteeseen kohdistuvaa värähtelyä ja lisää radan sähköneristävyyttä. Joustavana komponenttina välilevy myös sallii suuremman kiskon taipuman, joka taas pienentää pyöräkuorman alaisuudessa olevaan pölkkyyn kohdistuvaa painetta kuorman jakaantuessa laajemmalle. (Esveld 2001) (Selig & Waters 1994)

Kumimaisena materiaalina välilevyn muodonmuutuskäyttäytyminen kuormitettaessa on epälineaarista, sillä tyypillisesti sen jäykkyys kasvaa voimakkaasti muodonmuutostason myötä. Kuvassa 72 on esitetty Vosslohin Zw 900 NT-välilevyllä tehdyissä staattisissa kuormituskokeissa ilmennyttä kuormituskäyttäytymistä. Tästä nähdään, että pienellä kuormitustasolla välilevyn jäykkyys on vähäinen ja muodonmuutuskäyttäytyminen varsin lineaarista. Kuitenkin kuormitustason kasvaessa materiaalin kokoonpuristuvuuskyky pienenee ja välilevyn jäykkyys alkaa kasvaa.



**Kuva 72** Vosslohin Zw 900 NT-välilevyn staattinen kokoonpuristuvuuskuvaaja (Teknikum Oy 1997)

Käytetyssä laskentamallissa välilevyrakente on mallinnettu lineaarielastisena materiaalina, vaikka todellisuudessa sen käyttäytyminen on epälineaarista. Laskentaohjelmisto ei myöskään kykene mallintamaan välilevyrakennetta sen todellisella paksuudella, josta johtuen mallissa on jouduttu käyttämään todellista kymmenen kertaa paksumpaa välilevyä. Jotta kiskolta välittyvä voima tuottaisi realistisen painuman, on välilevyn jäykkyys myös kymmenkertainen todelliseen nähden. Tehdyissä laskennoissa välilevyn jäykkyys on 1000 MPa, mikä todellisen materiaalin tapauksessa tarkoittaa 100 MPa moduulia.

### 6.1.3 Ratapölkky

Ratapölkyn tehtävä on tarjota tasalaatuinen ja kestävä alusta kiskon kiinnityksille ja kiskon jalalle sekä varmistaa kiskon riittävä sivujäykkyys radan poikittaissuunnassa. Ratapölkyn pohjan pinta-ala vaikuttaa tukikerrokseen kohdistuvan jännityksen suuruuteen ja on näin keskeisessä roolissa sepelin jauhaantumisessa. Lisäksi ratapölkyltä edellytetään riittävää kestävyyttä liikennekuormituksesta aiheutuvaa rasitusta vastaan ja sen on annettava edellytykset riittävään sähköneristykselle kiskoja ja tukikerroksen ja kiskoja välillä. (Ratahallintokeskus 2002)



**Kuva 73** Betoniratapölkkyt B97 ja BP99 (lähimpänä B97) (Rantala 2013)

Käytetyssä rakennemallissa ratapölkky on mallinnettu betonisena B97 pölkkyinä. Rakennemallissa käytetyn pölkyn geometriaa on jouduttu yksinkertaistamaan todellisesta, jotta elementtiverkon luominen onnistuisi. Laskentamallissa käytetyn pölkyn pituus on pidetty todellista vastaavana (2600 mm) ja sen pohja on mallinnettu suorakaiteen muotoiseksi. Geometrian yksinkertaistamisesta johtuen pölkyn radan suuntaiseksi leveydeksi määritettiin 260 mm, jolloin laskentamallissa käytetyn pölkyn pohjan pinta-ala on vastaava todellisen pölkyn kanssa. Käytetyssä laskentamallissa ratapölkky on mallinnettu lineaarilastisena materiaalina ja sen moduulina on käytetty 45 GPa. Pölkyn geometria ja käytetty moduuliarvo pohjautuvat TTY:llä aikaisemmissa tutkimuksissa tehtyihin määrityksiin. Pölkyn parametrisoinnin tarkempi kuvaus löytyy lähteestä Kalliainen et.al (2014).

#### 6.1.4 Tukikerros

Tukikerroksen tehtävä on pitää raide geometrisesti oikeassa asennossa, jakaa kuormia alusrakenteelle ja muodostaa raiteelle tasainen ja kantava alusta. Valtaosalla päärataverkkoa tukikerrosmateriaalina käytetään raidesepeä, joka on rakeisuudeltaan 31,5/63 mm. Tukikerroksen paksuus on jatkuvakiskoisella betonipölkkyraiteella tyypillisesti 550 mm mitattuna pölkkyjen välistä. (Liikennevirasto 2018 b)

Radan kuormituskestävyyden kannalta tukikerros on keskeisessä roolissa, jolloin siihen syntyvä pysyvä muodonmuutoskertymä voi heikentää raidegeometriaa nopeasti. Suuresta jännitystasosta johtuen tukikerrosmateriaalissa tapahtuu jauhaantumista kuormituskertamäärän myötä, mikä taas vaikuttaa sen jäykkyys- ja lujuusominaisuuksiin, ja näin ollen myös kykyyn vastustaa pysyviä muodonmuutoksia.

Suuresta raekoosta johtuen raidesepe eroaa käyttäytymiseltään huomattavasti hiekkamaisista materiaaleista. Kuitenkin käytetyssä laskentamallissa tukikerrosmateriaali on mallinnettu ensisijaisesti hiekoille kalibroidulla Hardening Soil-materiaalimallilla paremmin soveltuvien mallien puutteen vuoksi. Erialaisten tukikerrosmateriaalin parametrisoinnissa on jäykkyysominaisuuksien osalta käytetty Nurmikolun ja Kolisojan vuonna 2010 raportoimien dynaamisten kolmiaksaalikokeiden tuloksia, joiden tarkoitus oli tutkia sepelin hienonemisen vaikutusta sen jäykkyys- ja muodonmuutosominaisuuksiin (Nurmikolu & Kolisoja 2010). Lujuusparametrien määrityksessä on käytetty mm. Skoglundin (2002), Indraratna et.al. (2011) ja Suiker et.al. (2005) tekemiä tutkimuksia.



**Kuva 74** Hienoaineksesta pestyä raidesepeliä

Käytetyssä laskentamallissa tukikerros on jaettu kolmeen kerrokseen pyrkien huomioidaan jännitystason vaikutus sepelin lujuus- ja jäykkyysominaisuuksiin. Sepelirakeiden välillä ei todellisuudessa ole koheesiota, mutta käytetyssä laskentamallissa rakeiden välinen "lukkiutuma" on huomioitu koheesiotermin avulla. Nyt käytetyt laskentaparametrit perustuvat lähteeseen Kalliainen et.al. (2014) esitettyihin ja ne on listattu taulukossa 6.

**Taulukko 6** Laskennassa käytetyt tukikerrosparametrit (Kalliainen 2014)

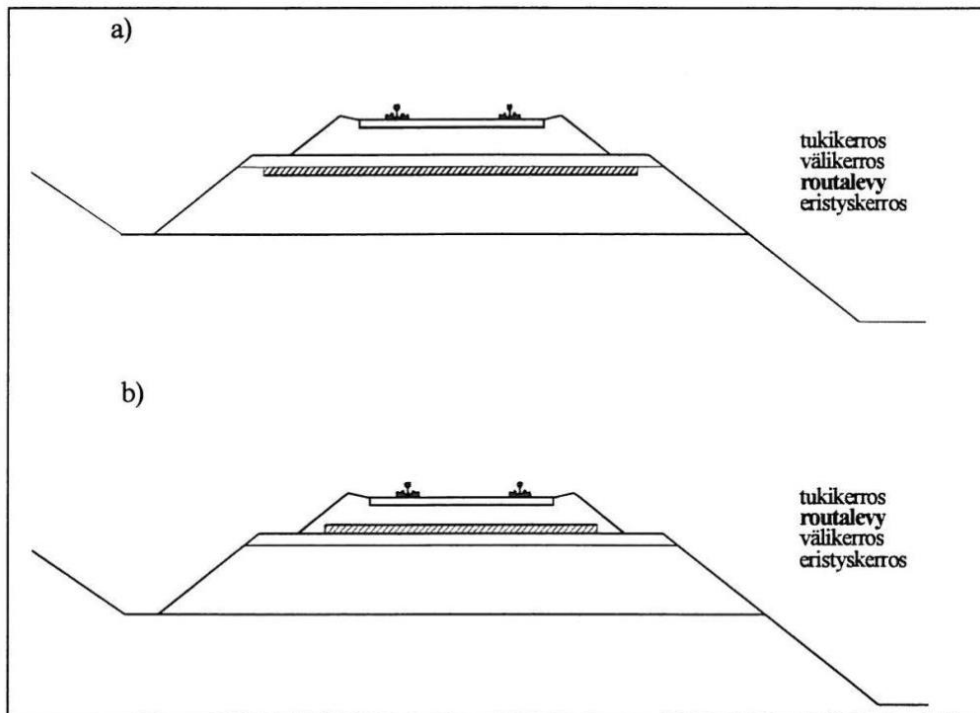
Parametri	$c'$	$\varphi'$	$\psi$	$E_{50}^{ref}$	$E_{oed}^{ref}$	$E_{ur}^{ref}$	$m$	$v_{ur}$	$p^{ref}$	$K_o^{nc}$	$R_f$
Yksikkö	kPa	°	°	kN/m <sup>2</sup>	kN/m <sup>2</sup>	kN/m <sup>2</sup>	-	-	kPa	-	-
<b>Tukikerroksen yläosa</b>											
Hyvä	40	50	10	325000	270000	650000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
Keskimaaräinen	20	45	10	275000	230000	550000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
Huono	10	45	5	225000	190000	450000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
<b>Tukikerroksen keskiosa</b>											
Hyvä	35	50	10	300000	270000	600000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
Keskimaaräinen	20	45	10	250000	210000	500000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
Huono	10	45	5	200000	170000	400000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
<b>Tukikerroksen alaosa</b>											
Hyvä	30	50	10	275000	265000	550000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
Keskimaaräinen	20	45	10	225000	190000	450000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
Huono	10	45	5	175000	145000	350000	0,5	0,2	100	0,300	0,9

### 6.1.5 Routalevy

Routalevyn käyttö ratarakenteessa perustuu roudan tunkeutumissyvyyden rajoittamiseen. Periaatteena ratarakenteen routimisen estämisessä on varmistaa, että rakennekerrokset ovat routimattomia mitoituspakkasmäärän mukaiseen tunkeutumissyvyyteen. Kuitenkin maamateriaaleista rakennetussa radassa tämä johtaa varsin suuriin eristyskerrospaksuuksiin. Maamateriaalia huomattavasti pienemmän lämmönjohtuvuuden omaavia routaeristeitä käytettäessä ohuimmat rakennepaksuudet ovat mahdollista. (Nurmikolu & Kolisoja 2001)

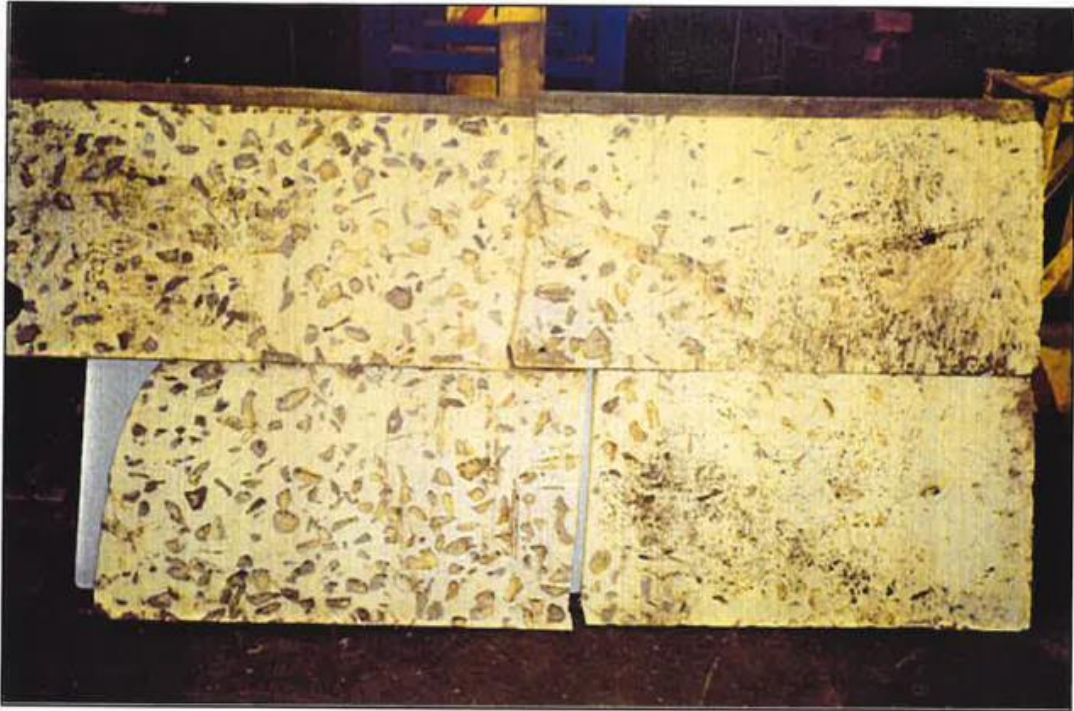
Routalevyjen tavoitteellinen asennustapa on välikerroksen alapuolelle, jolloin sepelitukikerroksen särmikkäät rakeet eivät ole suorassa kontaktissa levyyn. Lisäksi levyn roudaneristävyys on tällöin parempi kuin välikerroksen päälle asennettaessa. Kyseinen asennustapa on kuitenkin mahdollinen ainoastaan uusien ratojen tapauksessa sekä silloin, kun yläpuolinen raide-elementti on väliaikaisesti poistettu. Tästä johtuen routalevyt yleensä asennetaan raideseppelin seulonnan yhteydessä välittömästi tukikerroksen alle (kuva 75). Näin asennettujen levyjen suojaamiseksi on kokeiltu erilaisia suojalevyjä, mutta yleisesti levyt ovat suorassa kontaktissa sepelirakeiden kanssa (kuva 76). (Nurmikolu & Kolisoja 2001)





**Kuva 75** Routalevyn periaatteellinen sijoittaminen ratarakenteessa a) välikerroksen alle b) tukikerroksen alle (Nurmikolu & Kolisoja 2001)

Ratarakenteessa routaeristeeseen kohdistuva kuormitus on erittäin suuri verrattuna muihin käyttökohteisiin, mistä johtuen vaatimukset levyjen kuormituskestävyydelle ovat normaalia tiukemmat. Nykyisin Suomessa käytetäänkin radan routaeristeinä ainoastaan suuren puristuslujuuden (>450 kPa) omaavia suulakepuristettuja polystyreenilevyjä, eli lyhyemmin XPS-levyjä (eXtruded PolyStyrene). XPS-levyjen tyypillinen kimmomoduuli on 40 MPa. (Nurmikolu & Kolisoja 2001) Osassa tehdyissä routalevysimulaatioissa levyt on sijoitettu suoraan tukikerroksen alle ja levyjen moduulina on käytetty 15 MPa, jolloin sepelirakeiden ja routalevyn välisen tehokkaan kontaktialan on otaksuttu olevan noin 37,5 %. Laskennoissa routalevyjen paksuutena on käytetty 120 mm.



**Kuva 76** Sepelirakeiden synnyttämiä painaumajälkiä tukikerroksen alta kaivetuissa XPS-routalevyissä (Nurmikolu & Kolisoja 2001)

### 6.1.6 Alusrakenne ja pohjamaa

Radan alusrakenne koostuu välikerroksesta, eristyskerroksesta ja mahdollisesta suodatinkerroksesta. Osassa rakenteista on myös routalevy. Välikerros on tyypillisesti 300 mm paksuinen, karkearakeisesta materiaalista koostuva rakennekerros. Välikerroksen tehtävä on muodostaa tasainen ja kantava alusta, joka estää tukikerrosmateriaalin sekoittumisen muihin rakennekerroksiin. (Liikennevirasto 2018)

Eristyskerros on välikerroksen alapuolinen rakennekerros, joka vanhoilla ratapenkereillä on tyypillisesti hiekkaa (kuva 77). Routasuojauksen näkökulmasta eristyskerroksen tehtävä on ensisijaisesti vähentää alapuolisten rakennekerrosten routimista, pysäyttää kapilaarinen veden nousu kerroksen alaosaan ja toimia suodatinkerroksena. Lisäksi eristyskerroksen tehtävä on tarjota välikerrokselle tasainen ja kantava alusta sekä jakaa yläpuolisilta rakenteilta välittyvät kuormat pohjamaalle. (Liikennevirasto 2018 b) Eristyskerroksen paksuus vaihtelee radan sijainnista ja routamitoituksesta riippuen muutamasta sadasta millimetristä aina kahteen metriin saakka (Kalliainen et. al 2014).



**Kuva 77** Vasemmalla karkearakeista eristyskerroshiekkaa ja oikealla hienoa eristyskerroshiekkaa

Käytetyssä rakennemallissa välikerroksen paksuus on 300 mm ja eristyskerros useimmissa laskennoissa 900 mm. Alusrakennekerrosten mallintamiseen on käytetty jännitystilariippuvaista Hardening Soil-materiaalimallia ja käytetyt materiaaliparametrit on listattu taulukossa 7. Käytetyt alusrakenneparametrit ovat suoraan lähteestä Kalliainen et al. (2014) ja perustuvat TTY:llä laajalti viimeisien vuosikymmenien aikana tehtyihin tutkimuksiin. Todellisessa ratarakenteessa materiaalin jäykkyys- ja lujuusominaisuudet ovat jännitystilan ohella riippuvaisia rakennekerroksen sijainnista (mm. kosteus- ja tiiveysvaihtelut). Tästä johtuen käytetyssä rakennemallissa erityskerros on jaettu 300 mm paksuisiin osiin, joiden parametrit ovat toisistaan eroavia. (Kalliainen et al. 2014)

**Taulukko 7** Laskennassa käytetyt alusrakenneparametrit (Kalliainen 2014)

Parametri	$c'$	$\varphi'$	$\psi$	$E_{50}^{ref}$	$E_{oed}^{ref}$	$E_{ur}^{ref}$	$m$	$\nu_{ur}$	$p^{ref}$	$K_o^{nc}$	$R_f$
Yksikkö	kPa	°	°	kN/m <sup>2</sup>	kN/m <sup>2</sup>	kN/m <sup>2</sup>	-	-	kN/m <sup>2</sup>	-	-
<b>Välikerrosmateriaalit</b>											
Sora	10	42	5	200000	190000	400000	0,5	0,2	100	0,347	0,9
Kalliomurske	10	45	5	250000	210000	500000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
<b>Eristyskerrokset karkeasta hiekasta</b>											
Kerros 1	10	38	5	140000	137000	280000	0,5	0,2	100	0,384	0,9
Kerros 2	5	36	5	120000	120000	240000	0,5	0,2	100	0,412	0,9
Kerros 3	5	36	5	100000	100000	200000	0,5	0,2	100	0,412	0,9
Kerros 4	5	36	5	80000	80000	160000	0,5	0,2	100	0,412	0,9
<b>Eristyskerrokset hienosta hiekasta</b>											
Kerros 1	10	35	5	95000	95000	190000	0,5	0,2	100	0,426	0,9
Kerros 2	5	33	3	80000	80000	160000	0,5	0,2	100	0,455	0,9
Kerros 3	5	33	3	65000	65000	130000	0,5	0,2	100	0,455	0,9
Kerros 4	5	33	3	50000	50000	100000	0,5	0,2	100	0,455	0,9
<b>Eristyskerrokset kalliomurskeesta</b>											
Kerros 1	10	45	5	180000	150000	360000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
Kerros 2	10	45	5	170000	145000	340000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
Kerros 3	10	45	5	160000	135000	320000	0,5	0,2	100	0,300	0,9
Kerros 4	10	45	5	150000	150000	300000	0,5	0,2	100	0,300	0,9

Pohjamaalla tarkoitetaan ratapenkereen alapuolista maata. Pohjamaan jäykkyydellä on useissa aikaisemmissa laskentapainotteisissa tutkimuksissa havaittu olevan merkittävä rooli yläpuolisen ratapenkereen deformaatioherkkyyden kannalta. Myös käytännössä pohjamaan jäykkyydellä on havaittu olevan hyvin suuri vaikutus radan kokonaisjäykkyyteen (Selig & Li 1994).

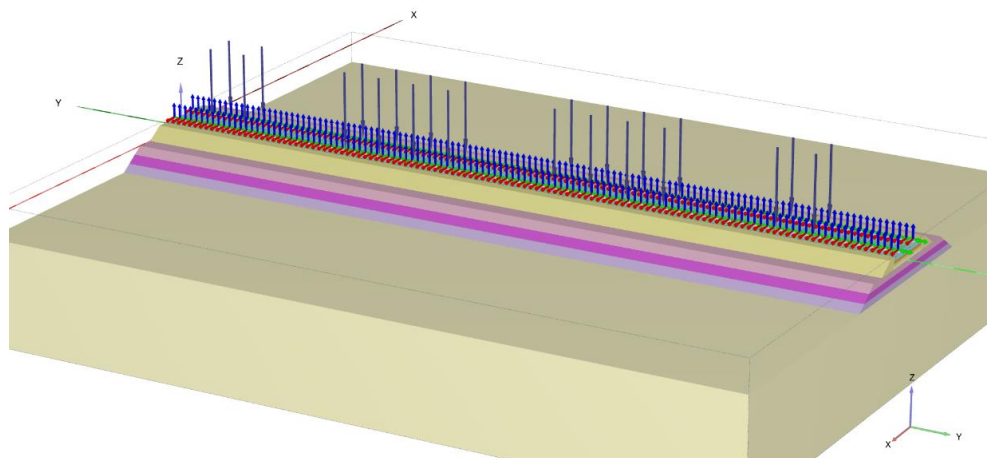
Oletettavasti vanhalla rataverkolla pohjamaa on lujittunut liikennekuormituksen ja rakenteen omapainon myötä, jolloin yksittäinen akselinylitys ei aiheuta pohjamaahan pysyviä muodonmuutoksia. Näin ollen käytetyssä rakennemallissa pohjamaa on mallinnettu kauttaaltaan homogeenisena, lineaarielastisena materiaalina, jolloin sen jäykkyys on jännitystilasta riippumaton vakio. Vaikka tällainen lähestymistapa on varsin karkea yksinkertaistus todellisesta tilanteesta, on sen oletettu olevan yksinkertaisuudessaan riittävän tarkka ratarakenteen ja pohjamaajäykkyyden yhteiskäyttäytymisen kuvaukseen yleiskuvallisella tasolla.

## 6.2 Rataan kohdistuvat kuormitukset

Ratarakenteeseen kohdistuu liikkuvasta kalustosta johtuen hyvin monipuolista rasiitusta. Rakenteen kuormituskestävyyden kannalta olennaisinta on käytetty akselipaino, liikenteen aiheuttama kokonaisrasitus ja käytetty ajonopeus suhteessa radan kuntoon. Rataan kohdistuu vertikaalisien, horisontaalisien ja radan suuntaisten staattisten voimien lisäksi myös dynaamista- ja iskumaista rasiitusta. Kuitenkin rakenteen vaurioitumisen kannalta kaikkein merkittävämpinä voidaan pitää staattisesta- ja dynaamisesta voimakomponenteista koostuvaa vertikaalista rasiitusta. (Indraratna et al. 2011)

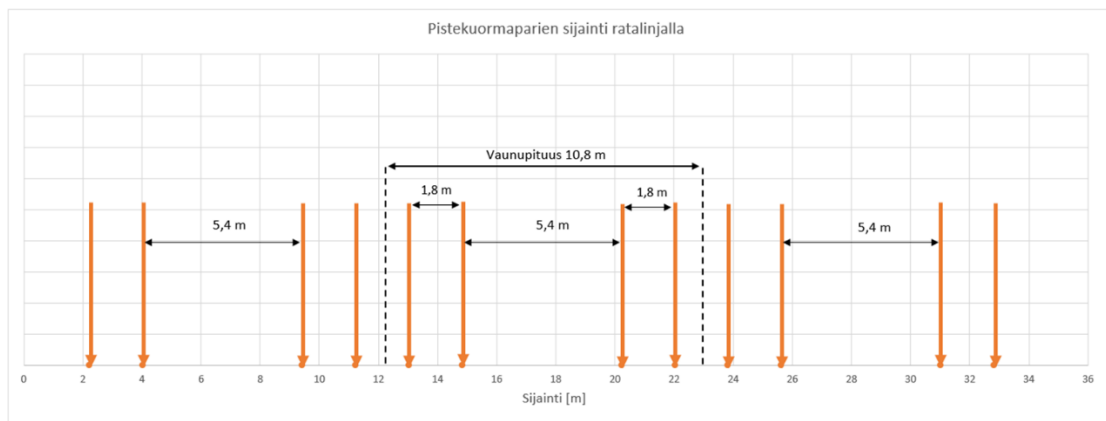
Rataan vertikaalisesti kohdistuvan staattisen voimakomponentin voidaan katsoa olevan suoraan seurausta kaluston painosta. Dynaamisen komponentin suuruus on puolestaan riippuvainen käytetyn akselipainon ja ajonopeuden suuruudesta suhteessa radan kuntoon. Epätasaisella alustalla liikkuva kalusto rasittaa rataa huomattavasti enemmän kuin tasaisella radalla liikkuva ja dynaaminen kuormitus on sitä voimakkaampaa, mitä suurempi käytetty akselipaino ja/tai ajonopeus on. Käytännössä dynaamisen voimakomponentin määrittäminen on vaikeaa, sillä kuormitusilmiön monimutkaisuudesta johtuen sen suuruusluokan arviointiin liittyy paljon epävarmuutta. (Indraratna et al. 2011)

Pystysuorien voimakomponenttien lisäksi rataan kohdistuu myös radan suuntaista sekä sivusuuntaisia voimia. Sivusuuntaiset voimakomponentit voidaan käytännössä jakaa kahteen kategoriaan: kalustosta rataan kohdistuviin ja jatkuvakiskoraiteilla kiskojen voimakkaasta lämpölaajenemisesta johtuviin. Vastaavalla tavalla radan pituussuuntaiset voimat voivat olla seurausta kiskojen lämpökäyttäytymisestä tai kaluston ja raiteen välisestä kitkakomponentista. Erityisesti jarruttava juna voi lisätä huomattavasti radan pituussuuntaista rasiitusta. (Indraratna et al. 2011)



**Kuva 78** Pistekuormien sijoittuminen laskentamallissa

Käytetyssä laskentamallissa ollaan rajoitettu käsittelemään ratarakenteen kuormituskäyttäytymistä ainoastaan staattisen pystysuoran kuormituksen näkökulmasta (kuva 78). Yksittäiset akselit on mallinnettu vertikaalisina pistekuormapareina. Telin akselivälinä on käytetty 1,8 metriä ja teliryhmävälinä puolestaan kolminkertaista akseliväliä, eli 5,4 metriä. Yhden junavaunun pituus laskentamallissa on 10,8 metriä, jolloin peräkkäisten vaunujen telien etäisyys on 1,8 metriä. Radan poikkisuunnassa pistekuormien välinen etäisyys on vastaava suomalaisen raidelevyden kanssa, eli 1,524 m. Käytetty kuormakaavio on esitetty kuvassa 79. Tällainen kuormitusasetelma ei suoranaisesti ole minkään kuormakaavion mukainen, mutta aiheuttanee laskentaepätarkkuuksien puitteissa likipitään todellista junakuormaa vastaavan rasituksen ratapenkereeseen. Toisaalta pistekuormaparien tasavälinen sijoittelu on mahdollistanut kuorman juoksutuksen osassa laskentoja.



**Kuva 79** Käytetty kuormakaavio ja pistekuormaparien sijainti ratalinjalla

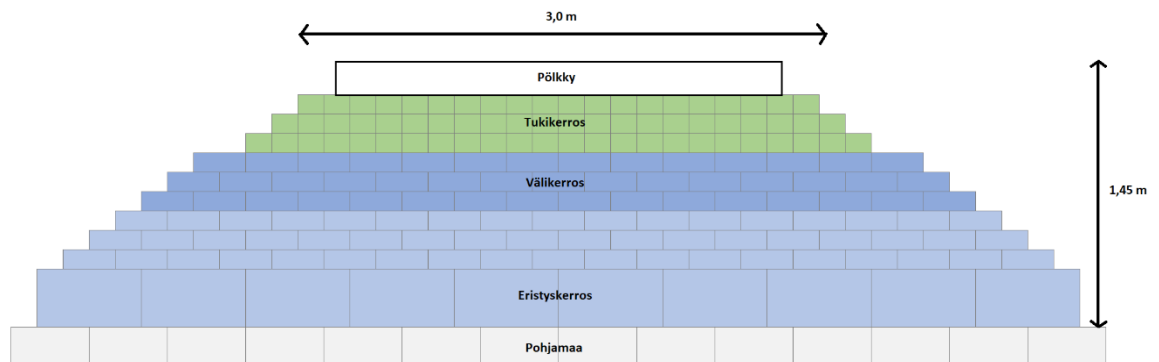
### 6.3 Tutkimuksen laskentaosion toteutus

Tutkimuksen laskentaosion toteutuksessa on käytetty Plaxis 3D 2017-ohjelmistoa. Kyseessä on elementtimenetelmäpohjainen laskentaohjelmisto, jonka kehitystyö on käynnistynyt kaksikulotteisesta ohjelmistosta vuonna 1986 Delftin teknillisessä yliopistossa Hollannissa. Ensisijaisesti ohjelma on kehitetty geoteknisten ongelmien mallinnukseen. (Mansikkamäki 2009)

Laskentatulosten tarkempaa analyysia varten laskentojen numerodata on muunnettu tekstitiedostoiksi, jotka on edelleen käsitelty Microsoft Excel-ohjelmistolla. Ohjelman laskentatulosteesta saatava solmu- / jännityspistekohtainen numerodatan on esitetty las-

kentapistekohtaisten koordinaattien avulla. Laskentapisteidien koordinaatistosidonnaisuutta käyttäen voidaan määrittää halutun laskentasuureen keskiarvoinen lukuarvo jollain laskentamallin alueella. Syy alueellisten keskiarvojen käyttöön perustuu lopullisen numerodatan laadulliseen tasoitukseen; elementtimenetelmässä yksittäisissä laskentapisteissä voi olla arvollista hajontaa. Pistekohtaiset vaihtelut tasaantuvat, kun lopullinen numeroarvo lasketaan useamman laskentapisteen keskiarvona.

Kaikki kappaleessa 7 esitettävät tulokset on määritetty samasta koosta mallia (poikkileikkaus kohdalta 21,96-22,22 m radan pituussuunnassa). Kyseinen tarkastelupoikkileikkaus sijaitsee lähes mallin keskellä olevan kuormitetun pölkyn kohdalla. Tarkastelupoikkileikkauksesta lopullinen numerodata on määritetty 189 laskenta-alueelta. Muodoltaan nämä laskenta-alueet ovat kolmiulotteisia suorakulmioita, joiden koko vaihtelee. Tukikerroksen alueella laskenta-alueiden leveys mallin pituussuunnassa on pölkyn leveyttä vastaava, eli 26 cm. Laskenta-alueiden koko kasvaa syvemmälle mentäessä, johtuen elementtiverkon harvenemisesta. Tarkastelupoikkileikkauksen laskenta-alueet ja niiden sijoittuminen rakennemallissa on esitetty kuvassa 80.



**Kuva 80** Käytetyt laskenta-alueet ja niiden periaatteellinen sijainti

Kappaleessa 7 esitettävissä kuvaajissa käytetty data edustaa aina jonkin laskenta-aluejoukon painotettua huippuarvoa (keskiarvoja lukuun ottamatta). Eli käytännössä käytetty algoritmi poimii määrätystä laskenta-alueiden joukosta (esimerkiksi tukikerroksen alaosasta) 2-4 suurinta lukuarvoa ja laskee näistä keskiarvon.

Kaikkiaan tämän tutkimuksen aikana on tehty yli 100 erilaista laskentaa. Kuitenkin runsaasta laskentamallin kehitys- ja taustatutkimuksesta johtuen tähän raporttiin sisällytettävien laskentojen lopullinen kokonaismäärä on noin 60-70 kappaletta määrittelytavasta riippuen. Työhön sisällytetyt laskennat ovat:

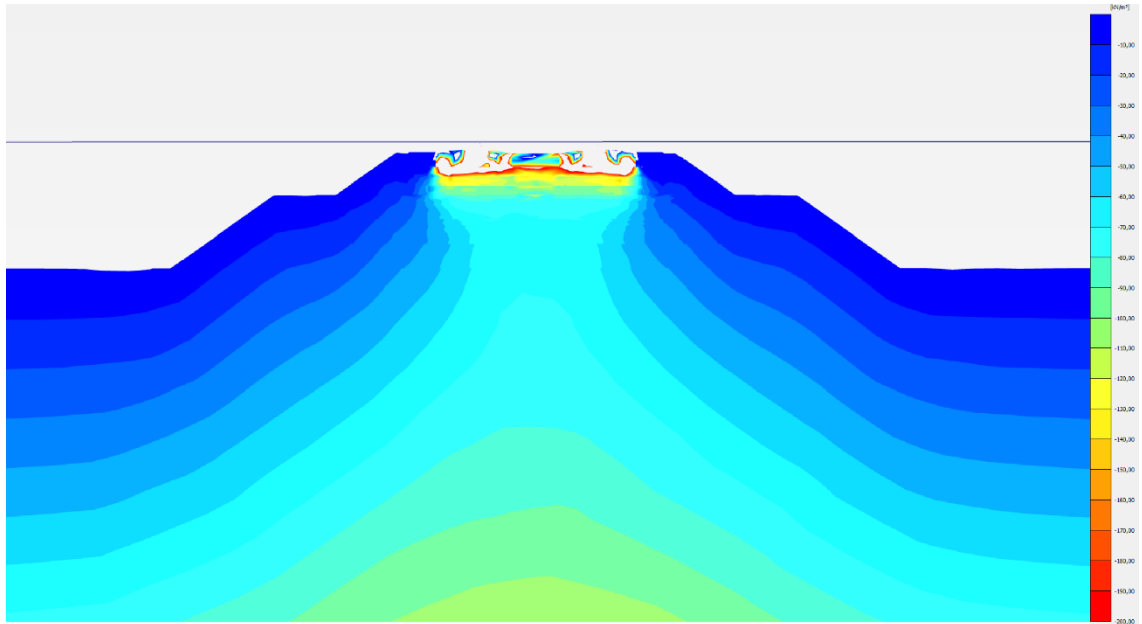
- Tukikerroslaskennat eri sepelilaaduilla 10 kpl
- Erillisiä alusrakennelaskentoja 12 kpl
- Kosteustilasimulaatiot 12 kpl
- Routalevylaskennat 5 kpl
- Kallioleikkauslaskennat 6 kpl
- Akselipainovariaatiot 15 kpl
- Erilaisia verifiointilaskentoja 5-10 kpl

Tehdyt laskennat on pyritty valikoimaan mahdollisimman hyvin käytännön tarpeita vastaavaksi: mallinnusten ensisijaisena tarkoituksena on ollut muodostaa yleiskuva ratarakenteen kuormituskäyttäytymisestä sekä siihen vaikuttavien tekijöiden keskinäisistä vaikutussuhteista. Saadut tulokset on esitetty kootusti kappaleessa 7.

## **6.4 Numerodatan käsittely**

Tässä kappaleessa esitetään esimerkinluonteisesti, kuinka tulokappaleessa esitettävä numerodata on jalostettu laskentatulosten pohjalta. Käytetyssä laskentaohjelmistossa tuloksia pystyy tarkastelemaan mm. kuvan 81 mukaisina väritulosteina. Tällaisista kuvista on kuitenkin hyvin vaikea arvioida muutosta jännitys- tai muodonmuutostasoissa eri laskentojen välillä. Tästä johtuen ohjelmistossa saa tulostettua solmupistekohtaisen numerodatan taulukkomuodossa (kuva 82).





**Kuva 81** Laskentaohjelmistosta saatava väritulostekuva rakenteen pystyjännitysja-kaumasta

Soil element ▲	Stress point ▲	Local number ▲	X ▲ [m]	Y ▲ [m]	Z ▲ [m]	$\sigma'_{xx}$ ▲ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma'_{yy}$ ▲ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma'_{zz}$ ▲ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{xy}$ ▲ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{yz}$ ▲ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{zx}$ ▲ [kN/m <sup>2</sup> ]	Status ▲
Clus. 1 - El. 1 Vällevy Sol_125_1	1	1	-0,827	0,036	0,591	-53,453	-51,149	-43,007	0,516	2,993	-6,760	Elastic
	2	2	-0,827	0,152	0,636	31,524	42,340	24,155	-0,403	10,540	-1,836	Elastic
	3	3	-0,827	0,036	0,636	-26,288	-17,126	-33,565	0,446	2,951	-1,824	Elastic
	4	4	-0,793	0,036	0,636	208,448	220,086	209,745	0,427	3,000	1,075	Elastic
Clus. 1 - El. 2 Vällevy Sol_125_1	5	1	-0,752	0,036	0,609	-5,020	1,715	3,012	1,298	0,377	1,013	Elastic
	6	2	-0,718	0,036	0,564	28,064	32,116	33,838	0,249	0,319	-3,695	Elastic
	7	3	-0,785	0,036	0,564	23,475	27,317	28,774	0,249	0,315	-2,801	Elastic
	8	4	-0,718	0,152	0,564	31,869	35,687	37,954	0,379	0,701	-0,961	Elastic
Clus. 1 - El. 3 Vällevy Sol_125_1	9	1	-0,697	0,036	0,622	-12,717	-8,730	-7,599	1,243	0,284	4,820	Elastic
	10	2	-0,697	0,036	0,578	-19,676	-12,787	-9,076	0,111	0,032	-1,569	Elastic
	11	3	-0,731	0,036	0,622	50,136	56,054	57,691	1,160	0,090	3,410	Elastic
	12	4	-0,697	0,152	0,578	62,934	69,009	74,267	-1,341	-0,773	2,050	Elastic
Clus. 1 - El. 4 Vällevy Sol_125_1	13	1	-0,697	0,072	0,636	129,981	146,126	121,165	1,116	11,829	3,638	Elastic
	14	2	-0,731	0,072	0,636	212,971	229,956	208,090	0,803	10,504	1,631	Elastic
	15	3	-0,697	0,188	0,636	-194,718	-177,645	-217,570	-0,064	0,138	-5,627	Elastic
	16	4	-0,697	0,188	0,591	-101,100	-75,167	-117,597	1,482	18,109	8,540	Elastic
Clus. 1 - El. 5 Vällevy Sol_125_1	17	1	-0,772	0,108	0,636	162,657	176,620	150,570	0,919	10,367	-1,800	Elastic
	18	2	-0,806	0,224	0,636	-42,568	-28,906	-63,814	0,619	2,203	0,491	Elastic
	19	3	-0,739	0,224	0,636	-111,705	-96,822	-135,988	1,043	-3,765	-3,958	Elastic
	20	4	-0,806	0,224	0,591	-38,959	-27,679	-76,913	4,517	5,768	-6,365	Elastic
Clus. 1 - El. 6 Vällevy Sol_125_1	21	1	-0,793	0,072	0,622	60,767	59,018	50,686	-11,509	11,452	3,105	Elastic
	22	2	-0,827	0,072	0,578	93,363	102,050	101,090	8,872	-4,813	-2,749	Elastic
	23	3	-0,827	0,188	0,622	-95,089	-74,357	-103,546	7,432	3,108	4,773	Elastic
	24	4	-0,827	0,188	0,578	-50,061	-64,292	-91,767	-14,086	10,056	9,643	Elastic

**Kuva 82** Laskentaohjelmistosta saatava solmu- ja jännityspistekohtainen numerodata koordinaattien mukaan

Kyseinen raakadata voidaan jalostaa lopulliseksi numerodataksi käyttäen esimerkiksi edellä esitettyä tarkastelupeikkileikkausta, jossa pengeri on pilkottu 189 eri alueeseen, joista jokaiselle määritetään oma lukuarvonsa kaikkien haluttujen suureiden osalta. Tässä tutkimuksessa tämä on toteutettu käyttäen automatisoituja Excel-pohjia. Tällöin

käyttäjä syöttää laskentaohjelmistosta saatavat solmupistekoordinaatit ja haluttujen laskentasuureiden laskentadatan numerodatan jalostuksesta vastaavaan työkirjaan (kuvat 83 ja 84). Kyseinen työkirja on kykeneväinen käsittelemään 6 eri laskentatapauksen numerodatan 6 eri laskentasuureen osalta, joka käytetyn rakennemallin tapauksessa tarkoittaa noin 18 miljoonan solun edestä alkuperäistä laskentadataa. Käytännössä työkirja laskee koordinaatein määrittäytyjen laskenta-alueiden sisältä lopullista numerodataa edustavan keskiarvon ja indeksoi sen jatkokäyttöä varten (kuva 85).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1				Py_s		o'zz [kN/m²]				q [kN/m²]		p' [kN/m²]		448V01
2				4,8883E-05		-164,2864608				68,59542894		-196,1036971		0,349791615
3				5,42676E-05		106,2054169				54,72141393		122,0056379		0,448315453
4				3,02331E-05		-128,6392891				28,43151244		-115,0665754		0,2476875
5				2,67306E-05		832,722609				30,85067437		826,3728553		0,037324033
6				2,45242E-05		27,91299933				40,98431974		1,182359554		0,135334883
7				2,10879E-05		147,0564819				34,7393552		136,7608287		0,258014658
8				1,75192E-05		86,26348392				26,37198253		77,0289752		0,342366126
9				1,89385E-05		164,3610309				34,15246127		153,5386979		0,222435528
10				3,23335E-05		-21,40795568				55,03976101		-48,47099327		1,155315061
11				2,31708E-05		-31,24156236				43,99463089		-56,25151747		0,782050066
12				3,09229E-05		246,1381717				53,12585177		216,3048626		0,246807254
13				3,22454E-05		315,3059538				61,22128466		288,7479873		0,213022044
14				7,07569E-05		553,7447173				90,23302497		580,453131		0,155452732
15				6,58095E-05		824,417707				78,62510728		844,0839454		0,091148445
16				0,00010521		-1029,670258				137,1625409		-959,1588506		0,143002948
17				0,000152086		-467,2895189				192,9665227		-383,8219709		0,50225007
18				7,02179E-05		579,6602564				82,73801209		617,9218053		0,11389772
19				6,54659E-05		-297,7020382				114,8244475		-234,3379985		0,483994037
20				0,000113677		-676,6073967				161,043627		-602,6253683		0,262726378
21				0,000153742		-299,6943198				214,1013752		-164,6584542		1,30027563
22				9,29293E-05		261,3778681				124,5090558		277,1513518		0,443245746
23				6,48148E-05		472,5673096				90,40095994		468,1061667		0,193120635
24				9,94734E-05		-482,2495085				131,9740651		-440,4929722		0,299605382
25				0,000173509		-486,6823487				242,6249196		-375,3644803		0,648343846
26				0,000126714		-126,185268				168,3546845		-27,43918131		6,135552816
27				0,000174524		-452,6465916				221,1424466		-344,9163642		0,641148028
28				8,72835E-05		362,9040862				105,7013068		403,6265625		0,261878966
29				0,000176223		-645,61777				230,4537133		-524,6255647		0,43927282
30				4,2308E-05		-261,8432265				67,3311422		-292,4373577		0,239925155
31				7,0993E-05		140,5261364				33,59787884		129,0754037		0,246296523
32				4,62116E-05		373,9489456				76,1322823		358,8069224		0,212154234
33				2,99434E-05		103,8858994				51,27948211		92,43689764		0,554760408
34				3,86734E-05		-156,293809				65,3244574		-186,0587865		0,351084802
35				4,46644E-05		74,44341907				49,93250281		89,97246855		0,554975358
36				2,69096E-05		-122,0134032				26,42630955		-109,2884709		0,241803269
37				2,36537E-05		810,5987689				29,39027103		804,4912173		0,036332743
38				2,48028E-05		21,7255826				40,6641558		-2,9525087		13,77036348
39				2,799E-05		162,3176889				35,80667295		152,1758584		0,233983717
40				2,05277E-05		56,0396209				26,54462504		46,8670594		0,5663813
41				1,67706E-05		209,7265071				32,52388433		198,6760296		0,163703112
42				3,97312E-05		-24,02405271				56,8388228		-52,16894181		1,089514081
43				3,84302E-05		-33,90418134				47,76471917		-61,26339977		0,779681582
44				3,63289E-05		275,8811134				54,54933277		244,5209706		0,22272181
45				4,7019E-05		229,7322738				64,91927262		300,378458		0,236124828
46				7,6433E-05		564,0028858				90,2025399		589,227399		0,131764991
47				6,33799E-05		837,8436045				76,23408106		855,2451629		0,089137109
48				9,81556E-05		-972,8125074				130,8046032		-904,6804565		0,144888514
49				0,00013869		-488,3869436				185,6083626		-410,0957977		0,452597573
50				7,22743E-05		557,6839466				81,47620148		595,9578305		0,134714705
51				6,91049E-05		-300,6743729				113,5440435		-236,402585		0,478270188

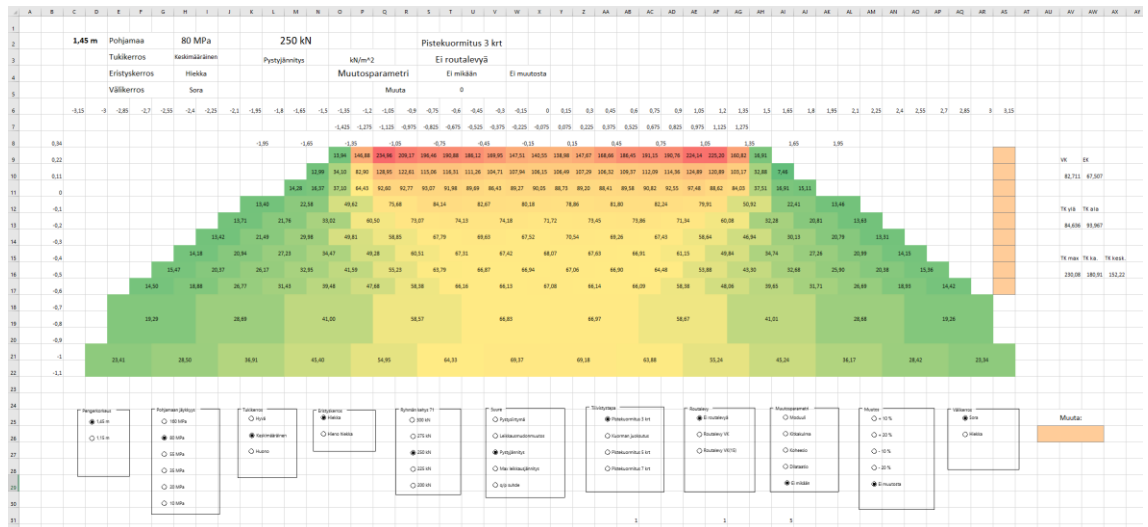
Kuva 83 Laskentadatan jatkojalostuksesta vastaavan Excel-työkirjan syötealueet

J	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	
1																							
2																							
3																							
4																							
5																							
6																							
7																							
8																							
9																							
10																							
11																							
12																							
13																							
14																							
15																							
16																							
17																							
18																							
19																							
20																							
21																							
22																							
23																							
24																							
25																							
26																							
27																							
28																							
29																							
30																							
31																							
32																							
33																							
34																							
35																							
36																							
37																							
38																							
39																							
40																							
41																							
42																							
43																							
44																							
45																							
46																							
47																							

Kuva 84 Valmiin numerodatan indeksointi laskentadatan jatkojalostuksesta vastavassa työkirjassa

J	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
5853	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=100	0	0,45	21,782	22,398	-1,1	-0,9	RIAKO/01	0,00118	-61,8389	RIAKO/01	1,251693	
5854	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=100	0,45	0,9	21,782	22,398	-1,1	-0,9	RIAKO/01	0,00199	-57,3018	RIAKO/01	1,339488	
5855	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=100	0,9	1,35	21,782	22,398	-1,1	-0,9	RIAKO/01	0,001046	-49,6411	RIAKO/01	1,437062	
5856	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=100	1,35	1,8	21,782	22,398	-1,1	-0,9	RIAKO/01	0,000511	-41,775	RIAKO/01	1,540485	
5857	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=100	1,8	2,25	21,782	22,398	-1,1	-0,9	RIAKO/01	0,000737	-34,7166	RIAKO/01	1,191254	
5858	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=100	2,25	2,7	21,782	22,398	-1,1	-0,9	RIAKO/01	0,000603	-28,1326	RIAKO/01	1,026994	
5859	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=100	2,7	3,15	21,782	22,398	-1,1	-0,9	RIAKO/01	0,000478	-23,1003	RIAKO/01	0,858226	
5860	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-1,5	-1,35	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000574	-17,2783	RIAKO/01	0,89004	
5861	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-1,35	-1,2	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000614	-155,663	0,899492	1,368336	
5862	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-1,2	-1,05	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000306	-241,717	0,567442	0,90898	
5863	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-0,9	-0,9	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000284	-173,782	0,899492	1,368336	
5864	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-0,9	-0,75	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000218	-194,122	0,494024	0,704239	
5865	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-0,75	-0,6	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000214	-178,236	0,510163	0,738671	
5866	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-0,6	-0,45	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000181	-167,09	0,461655	0,689487	
5867	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-0,45	-0,3	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000143	-142,04	0,411482	0,631603	
5868	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-0,3	-0,15	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,00011	-122,818	0,347854	0,519964	
5869	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-0,15	0	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000111	-121,333	0,339997	0,531603	
5870	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	0	0,15	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,00016	-121,213	0,524077	0,804865	
5871	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	0,15	0,3	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000124	-123,406	0,33885	0,519156	
5872	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	0,3	0,45	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000153	-143,382	0,25352	0,648001	
5873	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	0,45	0,6	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000176	-164,761	0,459227	0,683347	
5874	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	0,6	0,75	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000206	-182,269	0,482988	0,695656	
5875	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	0,75	0,9	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000229	-191,592	0,498847	0,716149	
5876	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	0,9	1,05	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000265	-220,54	0,539917	0,757324	
5877	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	1,05	1,2	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000294	-227,713	0,612346	0,912556	
5878	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	1,2	1,35	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000355	-173,303	0,79568	1,313042	
5879	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	1,35	1,5	21,96	22,22	0,2	0,34	RIAKO/01	0,000397	-20,294	0,946147	1,948965	
5880	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-1,65	-1,5	21,96	22,22	0,11	0,22	RIAKO/01	0,000271	-18,1559	0,827109	2,091148	
5881	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-1,5	-1,35	21,96	22,22	0,11	0,22	RIAKO/01	0,000452	-40,79	0,964319	2,243036	
5882	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-1,35	-1,2	21,96	22,22	0,11	0,22	RIAKO/01	0,000502	-85,624	0,957398	2,217688	
5883	1,45 m	20 MPa	Keskimää	Hieno hie	250 KN	Pistekuorm	Ei routalevy	Ei mikään	Ei muutos	Hiekka	c=80	-1,2	-1,05	21,96	22,22	0,11	0,22	RIAKO/01					

Esimerkiksi kuudessa eri laskentatapauksesta syntyy käytetyllä tarkastelu-poikkileik-  
kauksella (kuva 80) 1134 riviä valmista numerodataa. Valmis numerodata syötetään toi-  
seen, tulosten tarkasteluun tarkoitettuun Excel-työkirjaan, jossa käyttäjä voi tarkastella  
lopullista numerodataa eri laskentatapauksissa (kuva 86). Kyseessä on siis eräänlainen  
tuloskirjasto, jota käyttäen kappaleessa 7 esitetyt kuvaajat on pääosin piirretty. Kuvan  
86 sisältöä selitetään tarkemmin kappaleessa 7 esimerkkejä käyttäen.



**Kuva 86** Valmiin numerodatan tarkasteluun tarkoitettu Excel-työkirja, joka samalla toimii tuloskirjastona

## 7. LASKENTAOSION TULOKSET

### 7.1 Laskentamallin verifiointi ja alkulujitus

Tutkimuksen aikana havaittiin, että osassa laskennoissa pölkyn sivujen ja tukikerroksen välisten interface-elementtien kitkavakio oli liian suuri, mistä johtuen pölkky ei päässyt liikkumaan vapaasti. Tämän seurauksena pölkyn alapinnassa vallitseva keskiarvoinen pystyjännitys oli noin 80% kitkattomasti liikkuvaan pölkyn vastaavaan arvoon verrattuna, eli 20% pystyvoimista jakautui pölkkyyn ”liimaantuneen” sepelin kautta pölkkyä ympäröivälle alueelle. Tästä johtuen laskennat uusittiin tukikerrosvariaatioiden osalta käyttäen pölkyn alapinnan ja tukikerroksen välisenä kitkavakiona 0,5 ja pölkyn sivujen ja tukikerroksen välisenä kitkavakiona arvoa 0,1. Liian suuresta pölkkykitkasta aiheutuva virhe vaikuttaa ainoastaan tukikerroksen alueella (virhe välikerroksen yläosassa noin 3-5%), joten alusrakenneariaatioiden osalta voitiin käyttää alkuperäisiä laskentoja.

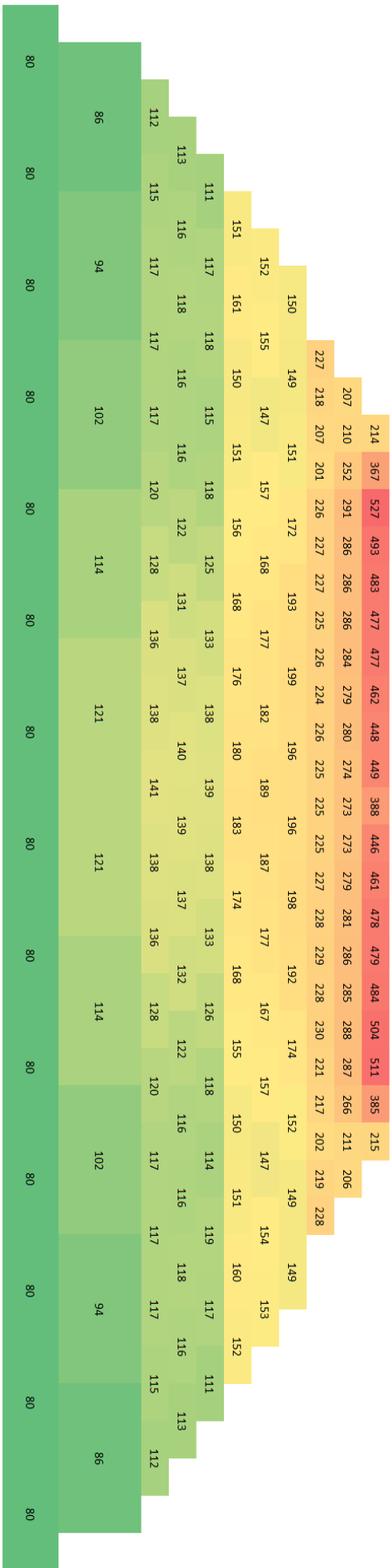
Edellisissä tutkimuksissa käytetyissä kiskoparametreissa havaittiin myös pieniä puutteita niiden määrittämisestä johtuen. Vertailulaskennoissa osoittautui kuitenkin, että kyseisten parametrien käytöstä aiheutunut virhe on pölkyn alta mitatun pystyjännityksen osalta vain noin 5-10 kPa käytettäessä 250 kN akselipainoa. Kiskojen mallinnuksessa kokeiltiin myös beam-elementtiä plate-elementtien sijasta. Tällöin pölkyn alapinnan keskimääräinen pystyjännitys oli 80% välilevyllisellä plate-elementti kiskorakenteella saadusta, eli beam-elementti vaikuttaisi käyttäytyvän mallissa huomattavasti jäykemmin kuin plate-elementti, vaikka parametrisoinniltaan niiden taivutus- ja vetokäyttäytymisen pitäisi olla toisiaan vastaavia (kuva 87).

Mahdollinen syy tälle on välilevyrakenteen puuttuminen beam-elementtiä käytettäessä. Ilman erillistä välilevyrakennetta kiskoelementti on mallissa suorassa kontaktissa pölkkyihin, jolloin kisko taipuessaan pyrkii aiheuttamaan muodonmuutoksia ratapölkkyyn näiden välisen kontaktialan osalta. Mallissa ratapölkkyillä on hyvin suuri jäykkyys, joka beam-elementtiä käytettäessä rajoittaa kiskon venymiskäyttäytymistä ja näin ollen aiheuttaa sille näennäisesti suuremman taivutusvastuksen. Laskentamallissa välilevyn moduuli on 2,2% pölkyn vastaavasta, joten käytettäessä plate-elementtiä ja välilevyrakennetta ei tällaista ylijäykistymää pääse samassa määrin tapahtumaan.

Lopullisissa laskennoissa kiskona käytettiin parametrisoinniltaan korjattua plate-elementtiä ja 0,1 sivukitkavakion omaavaa ratapölkkyä. Referenssirakenteena käytettiin 80 MPa pohjamaajäykkyydellä olevaa 1,45 m paksuista ratapengertä, jonka tukikerros oli







**Kuva 89** Referenssirakenteella toteutuneet moduuliarvot (käytetty yksikkö MPa)



Laskentateknisesti mallin esilujittaminen kuormaa juoksuttamalla on paljon raskaampaa kuin käytettäessä pistekuormitusta. Esimerkiksi tutkimuksessa käytetyllä tietokoneella toistokuormituspohjainen esilujitus vaatii noin 45 minuutin laskenta-ajan, kun taas kuormaa juoksutettaessa laskenta-aika nousi yli 6 tuntiin. Koska eri lujittamistavoilla saatavat tulokset eivät mainittavissa määrin eroa toisistaan, on lopullisissa tukikerroslaskennoissa käytetty pistemäistä toistokuormitusta mallin esilujitukseen, joka on mahdollistanut suuremman simulaatiomäärän. Alkuperäisten alusrakennemallinnuksien osalta mallin esilujitukseen on käytetty kuorman juoksutusta.

On kuitenkin muistettava, että tutkimuksessa käytetty laskentamalli on pohjimmiltaan hyvin yksinkertaistettu idealisointi todellisesta ratarakenteesta, mistä johtuen saadut tulokset ovat luonteeltaan vain suuntaa-antavia. Suuruusluokaltaan ja yleistrendeiltään ne lienevät kohtalaisen kuvaavia, mutta täysin absoluuttisina niitä ei voi pitää. Myös käytetyillä materiaalimalleilla on omat rajoituksensa ja laskennan alkuarvoihin liittyy aina epä-tarkkuutta.

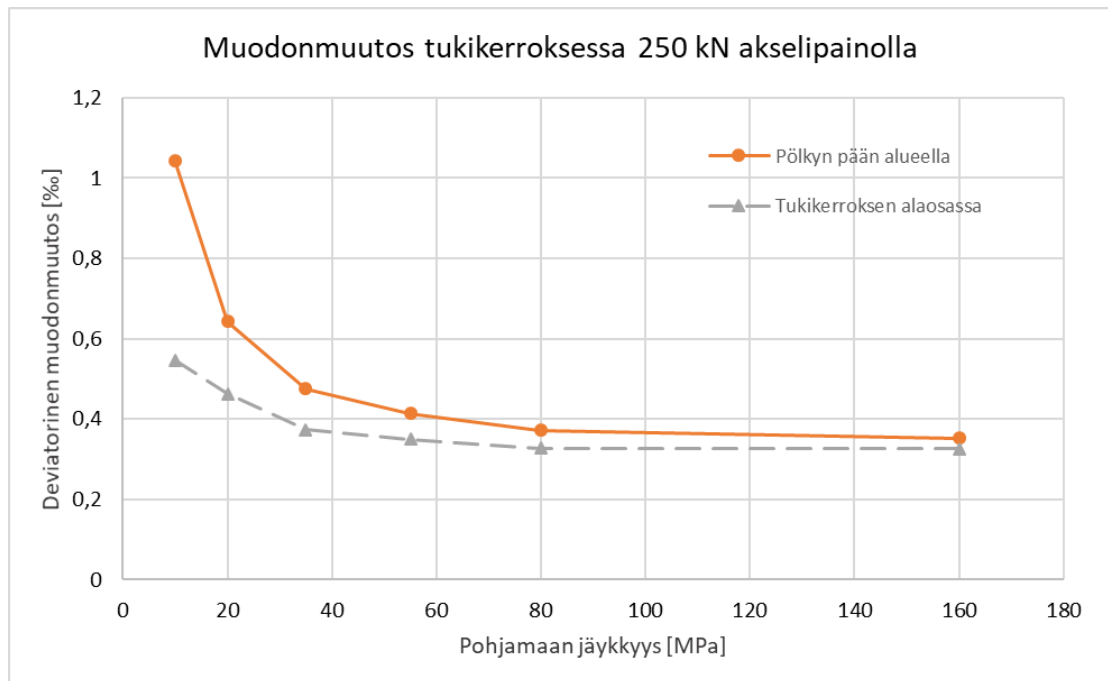
## 7.2 Tukikerroksen ja pohjamaan yhteiskäyttäytyminen

Tukikerroslaskennat tehtiin käyttäen kuutta eri pohjamaajäykkyyttä ja kolmea eri tukikerroslaatua. Akselipainona kaikissa tukikerroslaskennoissa on käytetty 250 kN. Tukikerroksen käyttäytymisen kannalta alusrakennelaadun vaikutus osoittautui varsin merkittömäksi pohjamaajäykkyyden rinnalla, joten laskentamallissa käytetty alusrakenne on pidetty vakiona kaikkien tukikerroslaskentojen osalta. Käytetty alusrakenne koostui soravälikerroksesta, ja eristyskerroksesta joka materiaaliltaan on karkeaa hiekkaa. Todellisen rakenteen tapauksessa asia ei tietenkään ole näin yksiselitteinen, sillä esimerkiksi suuri jäykkyusero tuki- ja välikerroksen välillä voi johtaa materiaalien sekoittumiseen, mikä taas lisää tukikerrosmateriaalin jauhaantumisriskiä, erityisesti kerroksen alaosissa.

Kuvassa 90 on esitetty laskennallisia muodonmuutostasoja keskimääräisellä tukikerroksella eri pohjamaajäykkyyksillä. Erityisesti pölkyn pään alueella muodonmuutokset kasvavat voimakkaasti siirryttäessä joustavalle pohjamaalle, kun taas tukikerroksen alaosissa deformaatio on maltillisempaa. Suuri muodonmuutoskeskittymä pölkyn pään alueella lienee hyvin pitkälti seurausta mallissa käytetyn ratapölkyn ja alusrakenteen jäykkyuserosta: käytännössä joustamattomana elementtinä pölkky ”uppoaa” alapuoliseen

penkereeseen muotonsa säilyttäen, kun taas ratapenger mukautuu alapuolisen pohjamaan taipumaprofiiliin muotoon. Pölkyn ja penkereen muodonmuutoskäyttäytymisen risiiritaisuus korostuu nimenomaisesti pölkyn pään alueella aiheuttaen sitä suuremman muodonmuutostason mitä voimakkaampi pohjamaan taipumaprofiili on.

On epäselvää missä määrin sepelirakeiden deformaatio pölkyn pään alueella vaikuttaa todellisessa rakenteessa geometrian heikkenemisnopeuteen. Voisi kuitenkin ajatella, että suuren muodonmuutostason seurauksena tukikerrosmateriaalin jauhaantumisriski kasvaa. Tämä taas mahdollisesti johtaa pölkyn päiden tuentakyvyn heikentymiseen, jolloin yhä suurempi osa ulkoisesta kuormasta välittyy pölkyn keskiosan kautta alusrakenteelle. Heikentynyt reunatuki tietenkin myös lisää pölkyn liikkumisherkkyttä ja sepelin hienonemisherkkyttä.

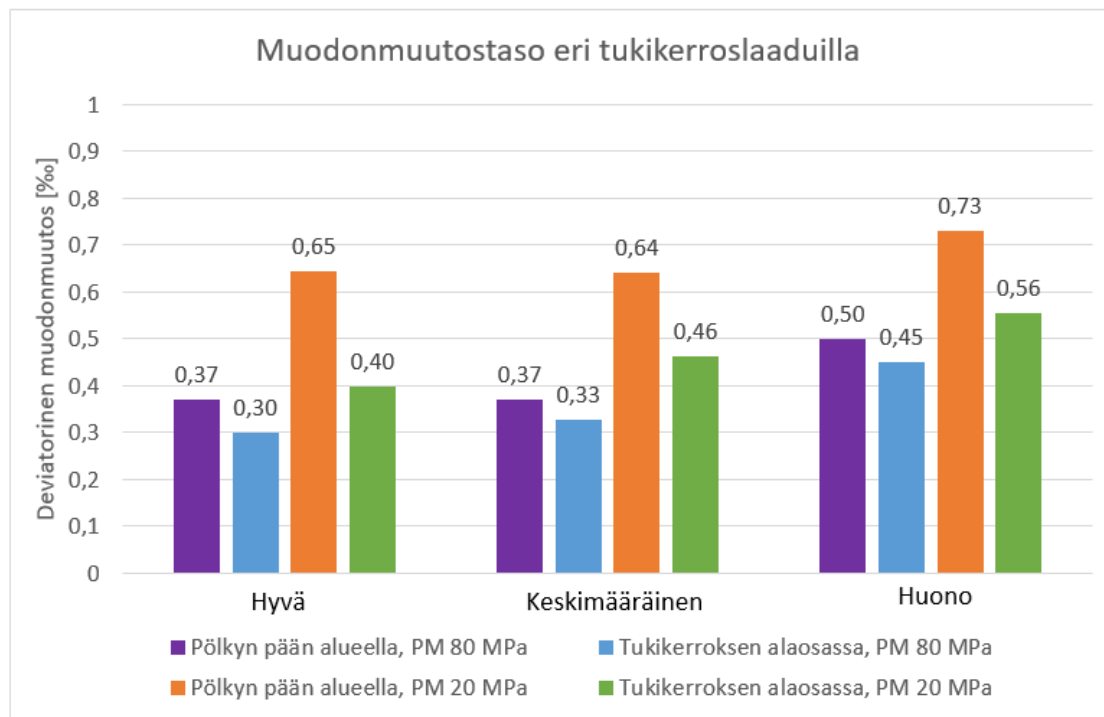


**Kuva 90** Deviatorinen muodonmuutos tukikerroksessa eri pohjamaajäykkyyksillä

Joustavilla pohjamailla muodonmuutostasot ovat tyypillisesti suuria kautta rakenteen; kun pohjamaa taipuu ulkoisen kuorman seurauksena, on muun rakenteen seurattava perässä. Tehtyjen laskentojen pohjalta eräänlaisena kynnysarvona deformaationopeuden kiihtymiselle voitane pitää 50 MPa pohjamaajäykkyyttä. On kuitenkin huomioitava, että ns. kriittinen pohjamaajäykkyys on luultavammin hyvin rakennekohtainen asia. Tässä suhteessa pengerpaksuus lienee keskeisin tekijä: mitä paksumpi penger on, sitä laajemmalle ulkoinen kuormitus jakautuu aiheuttaen pienemmän taipuman pohjamaahan. On myös huomioitava, että todellisen rakenteen tapauksessa kaikkein pehmeimmät

pohjamaat ovat mitä ilmeisimmin lujittuneet ajan myötä, jolloin näiden todellinen jäykkyys on huomattavasti suurempi kuin mitä neitseelliset pohjaolosuhteet antaisivat ymmärtää.

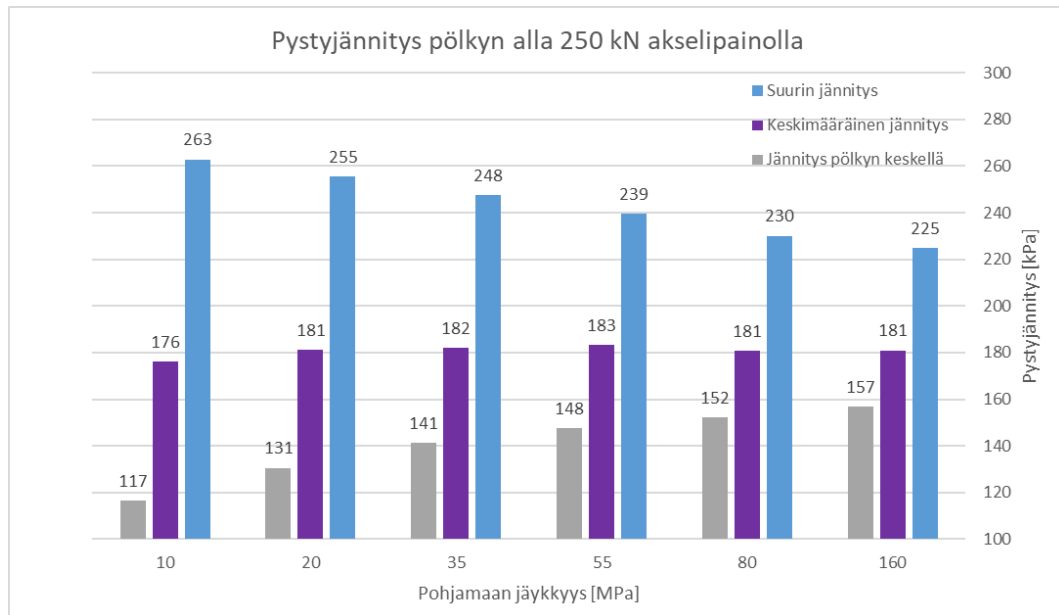
Kuvassa 91 on esitetty muodonmuutostasoja eri tukikerroslaaduilla käyttäen kahta eri pohjamaajäykkyyttä. Hyvällä ja keskimääräisellä tukikerroksella erot muodonmuutostasojen käyttäytymisessä ovat hyvin pieniä, kun taas huonolaatuiseen tukikerrosmateriaaliin vaihdettaessa muodonmuutostasojen suhteellinen ero kasvaa, etenkin jäykemmällä pohjamailla. Lisäksi on huomioitava, että tukikerrosmateriaalin kyky vastustaa pysyviä muodonmuutoksia on myös riippuvainen sen laadusta, jolloin heikkolaatuisella tukikerrosmateriaalilla kriittinen muodonmuutostaso (plastic creep limit, katso kappale 3.4.3) on todennäköisesti matalampi kuin hyvälaatuisella tukikerrosmateriaalilla. Tästä johtuen tukikerrosmateriaalin laatu voi olla hyvinkin keskeinen tekijä todellisen ratarakenteen geometrian heikkenemisnopeuden kannalta.



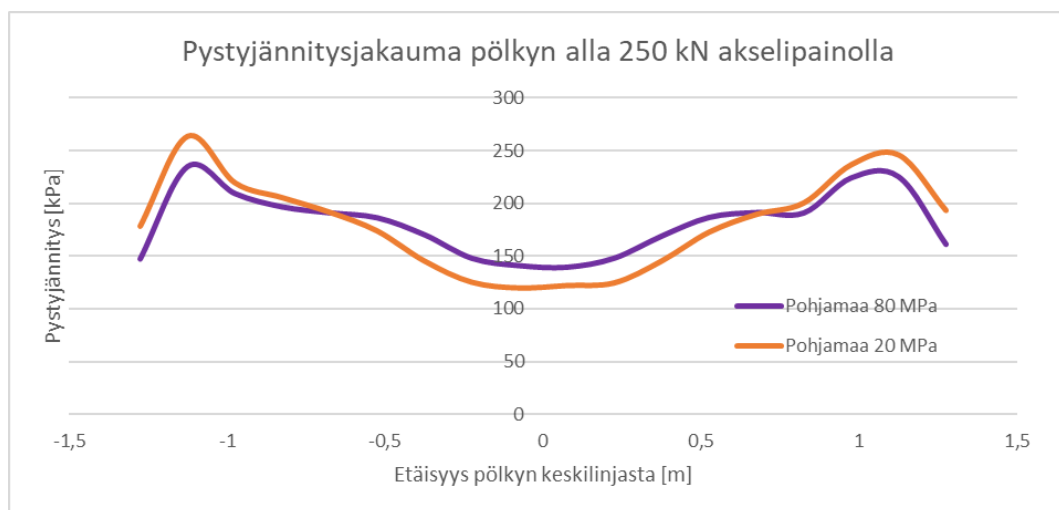
**Kuva 91** Muodonmuutostason riippuvaisuus tukikerroslaadusta 250 kN akselipainolla

Laskennallisen pystyjännitystason vaihtelu pölkyn alla eri pohjamaajäykkyyksillä on esitetty kuvissa 92 ja 93. Käytännössä pystyjännitys jakauma pölkyn alla on sitä tasaisempaa mitä vähemmän pohjamaa joustaa. Joustavalla pohjamaalla ratapenger kaareutuu myös poikkisuunnassa pohjamaan taipumaprofiiliin mukaan, jolloin jäykän pölkkyelemen-

tin on upottava tukikerrokseen eniten pölkyn päiden alueelta. Pohjamaajouaston seurauksena jännitys pölkyn päissä kasvaa, jolloin yhä pienempi osa kuormasta välittyy pölkyn keskiosan kautta. Käytetyssä laskentamallissa pölkyn pohjan keskimääräinen pystyjännitustaso ei juurikaan vaikuttaisi olevan pohjamaaominaisuuksista riippuvainen, mikä taas on ristiriidassa kirjallisuudessa esitettyjen klassisten kuormajakaumateorioiden kanssa.

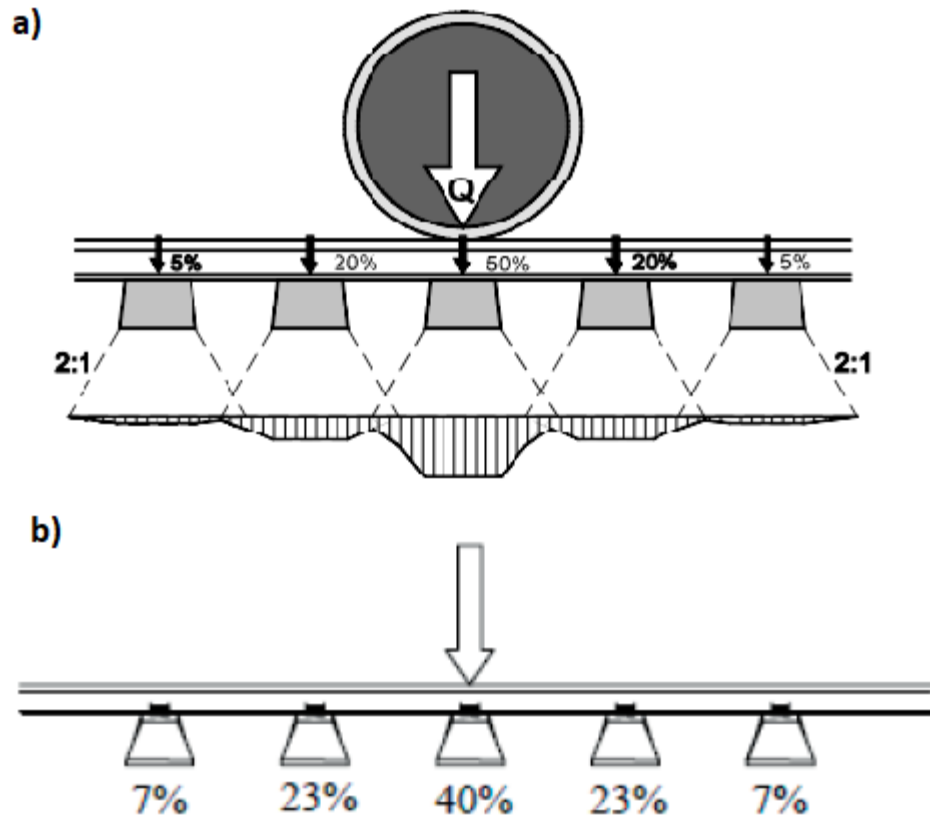


**Kuva 92** Pystyjännitustasot pölkyn alla eri pohjamaajäykkyyksillä



**Kuva 93** Pystyjännitysjaakauma pölkyn alla eri pohjamaajäykkyyksillä

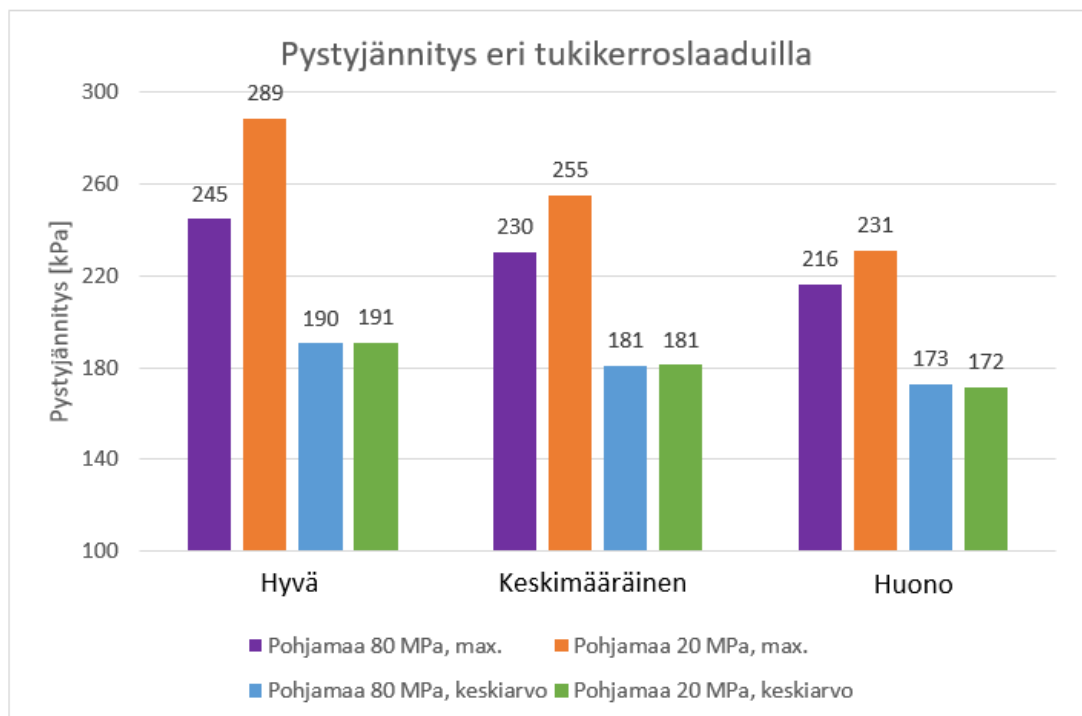
Tyypillisesti on otaksuttu, että tukikerroksen pintaan kohdistuva jännitystaso pienenee pohjamaajäykkyyden laskiessa. Tällöin oletetaan, että pohjajouston lisääntyessä kiskorakenne jakaa jännitykset useammalle pölkylle (kuva 94). Klassiset kuormajakaumateooriat perustuvat kaksiulotteiseen kuormitustapaukseen, jolloin radan poikkisuuntaista taipumasupplioa ei ole huomioitu, vaan akseleiden muodostamat pistekuormat on käytännössä otaksuttu poikkisuunnassa äärettömän mittaisiksi viivakuormiksi. Nyt käytetyssä laskentamallissa kuormajakauma on kolmiulotteinen, jolloin radan poikkisuuntainen taipuma aiheuttaa suuremman kuormakeskittymän pölkyn päihin: kun ratapenger joustaa pohjamaan mukana, penkereen keskiosa ”pakenee” pölkkyä poikkisuuntaisen pohjamaataipuman seurauksena, jolloin pölkyn ja ratapenkereen välinen tehokas kontaktiala painottuu enemmänkin pölkyn päihin. Pystysuuntaisen kokonaisvoiman pysyessä likipitään vakiona, johtaa pienempi kontaktiala suurempaan jännitystasoon pölkyn pään alueella.



**Kuva 94** Yksittäisen akselikuorman hypoteettinen jännitysjakauma a) normaalijäykällä pohjamaalla (Ratahallintokeskus 2002) b) joustavalla pohjamaalla (Profillidis 2000)

Todellisen ratarakenteen tapauksessa totuus lienee jossain näiden välissä: joustavilla pohjamailla alkuunsa suurempi jännitystaso pölkyn päissä johtaa tuki- ja alusrakennemateriaalin suurempaan deformaatioon pölkyn päiden alapuolella. Kuormituskertamäärän kasvaessa pölkyn päihin syntyy väljyyttä, jonka seurauksena kuorma jakautuu enemmässä määrin pölkyn keskiosan kautta ja poikkisuuntaisen kuormajakauman muoto muuttuu jäykkäpohjaisen radan jakaumaa vastaavaksi. Mitä vähemmän poikkisuuntaiset kuormajakaumat muodoltaan eri pohjamaajäykkyyksien välillä eroavat, sitä suurempi rooli radan pitkittäissuuntaisella taipumaprofiililla on pystyjännitystason osalta. Tällaisessa tapauksessa kuvan 94 mukainen yhteys pohjamaajäykkyyden ja pystyjännitystason välillä lienee kohtalaisen todenmukainen.

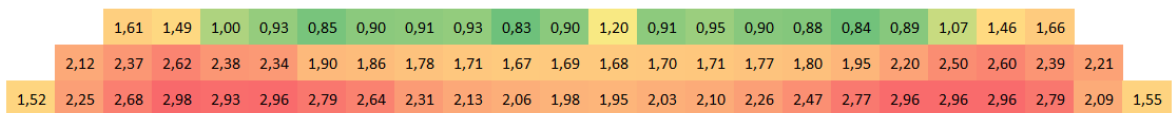
Laskelmien mukaan pölkyn alapinnassa vaikuttava jännitystaso on akselipainon ohella ensisijaisesti riippuvainen tukikerroslaadusta. Hyvälaatuinen tukikerros omaa huonolaatuista tukikerrosta suuremman jäykkyyden, jolloin mallissa käytetty kiskorakenne aiheuttaa kokonaisuudessa suuremman jännitystason hyvän tukikerroksen pintaan (kuva 95). Pohjamaajäykkyyden vaikutus pystyjännitys jakaumaan eri tukikerroslaaduilla vaikuttaisi olevan samanlainen; 250 kN akselipainolla keskiarvoinen pystyjännitystaso pölkyn alapinnassa on riippuvainen tukikerroslaadusta, kun taas kuormajakauman profiili on kytköksissä pohjamaan taipumaprofiiliin.



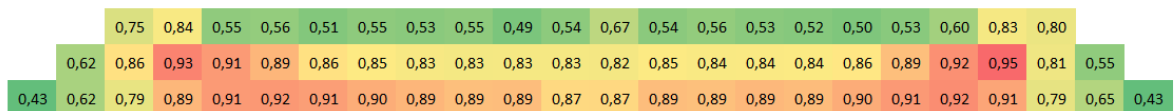
**Kuva 95** Suurin ja keskimääräinen pystyjännitys eri tukikerroslaaduilla 250 kN akselipainolla

Kuvassa 96 on esimerkki eräällä rakenteella tukikerrokseen syntyvästä q/p-suhteesta (deviatorisen ja keskimääräisen pääjännityksen suhde) sekä samalla rakenteella tukikerroksessa vallitsevasta leikkausjännityssuhteesta (mobilisoituneen leikkausjännityksen suhde murtoon vaadittavasta leikkausjännityksestä). Kyseisessä laskennassa tukikerros on laadultaan keskimääräinen. Kuvasta nähdään, kuinka q/p suhde tukikerroksen alaosissa on lähestulkoon 3, kun taas käytetty materiaalimalli tulkitsee vallitsevan jännitystilan olevan vasta 90 % murtotilajännityksestä. Maksimiarvo q/p suhteelle on juurikin 3, joka käytännössä tarkoittaa puhdasta leikkausjännitystilaa. Karkearakeisella materiaalilla tällainen jännityssuhde ei tietenkään ole mahdollinen, vaan todellinen materiaali olisi ajautunut murtoon jo paljon aikaisemmin.

a) q/p suhde



b) Leikkausjännityssuhde (osuus murtotilajännityksestä)



**Kuva 96** Keskimääräisellä tukikerrosllaadulla vallitseva epärealistinen q/p-suhde (a) ja leikkausjännityssuhde (b) käytettäessä heikkolaatuisempaa alusrakennemateriaalia

Syy mallin tällaiselle käyttäytymiselle on tukikerroksessa käytetyn koheesiotermin suuri arvo. Kun materiaalin koheesio on suuri (keskimääräisellä tukikerroksella 20 kPa), on materiaalirakeiden välillä jännitystilasta riippumatonta lujuutta, jolloin se kestää epärealistisen suuria jännityssuhteita murtumatta. Käytetyssä laskentamallissa tukikerros materiaalin suurella koheesiolla on pyritty kuvaamaan sepelirakeiden välistä lukkiutumaa. Todellisella materiaalilla rakeiden välinen lukkitumaefekti on epälineaarisesti riippuvainen tukipainetasosta, jolloin skalaariarvoinen koheesiotermi ei luonnollisestikaan ole soveltuva kuin tietyille, ennalta määrätyle jännitystasolle.

Tukikerrosmallinnuksessa on käytetty Hardening Soil-materiaalimallia, joka lähtökohtaisesti on luotu luonnontilaisen maan geotekniseen mallinnukseen. Näin ollen sepelitukikerros eroaa käyttäytymiseltään huomattavasti mallin alkuperäisestä käyttötarkoituksesta ollen kuitenkin käytettävissä olleista materiaalmalleista tehtävänsä parhaiten sopinut. Käytännössä tukikerros materiaalin kuormituskäyttäytymisen realistinen kuvaus vaatisi ensisijaisesti tähän käyttötarkoitukseen sopivan materiaalmallin kehittämistä.

Tästä johtuen erityisesti tukikerroksen osalta nyt esitettävien laskentatulosten absoluuttinen suuruusluokka ei yksinomaan kerro koko totuutta, vaan todellisen rakenteen kuormituskäyttäytymisen arvioinnin kannalta olennaista on myös kiinnittää huomiota eri tekijöiden vaikutusten suhteelliseen suuruusluokkaan.

### 7.3 Routalevykohteet

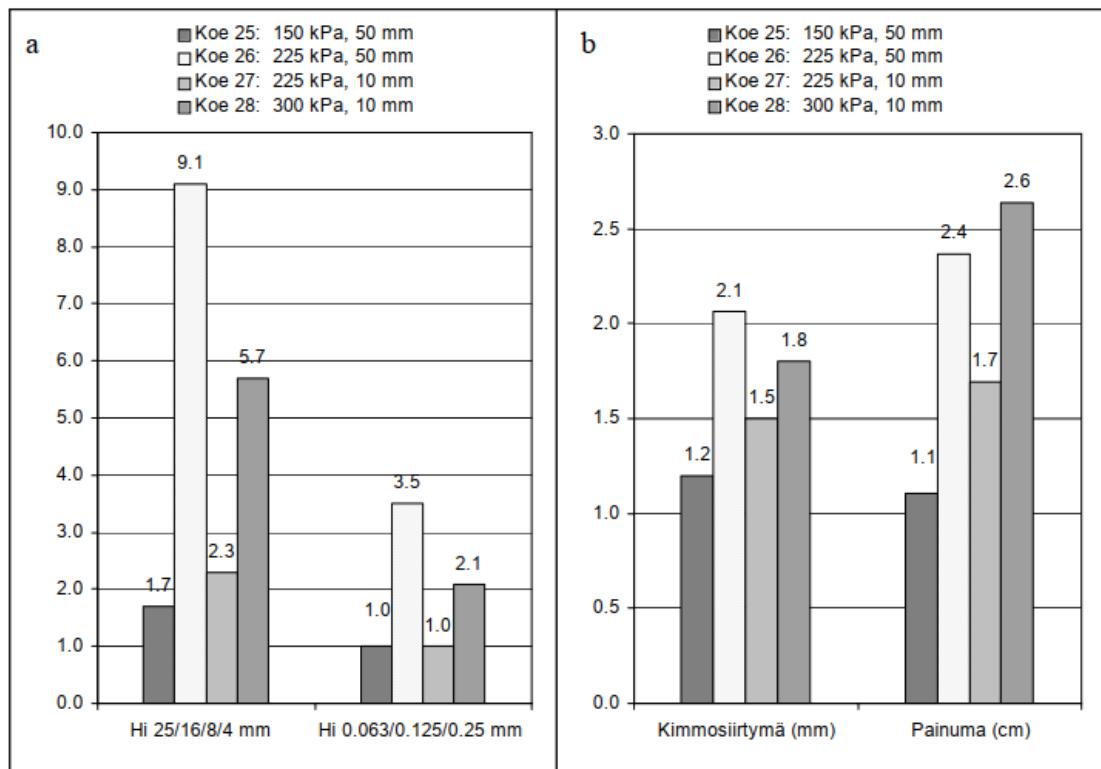
Käytännössä on havaittu, että rataosuuksilla joissa routasuojauksessa on käytetty routalevyjä, geometriavirheiden esiintyminen on yleisesti tyypillisempää kuin rataosuuksilla missä routalevyjä ei ole. Esimerkiksi Sauni (2018) havaitsi diplomityössään tehdyssä tiedonlouhinnassa routalevyn olevan usein yhteydessä radan suureen geometrian heikkenemisnopeuteen.

Joustavana komponenttina routalevy lisää tukikerroksen muodonmuutoksia, etenkin jos sepelirakeet ovat suorassa kontaktissa levyn kanssa. Levy myös aiheuttaa epäjatkuvuuskohdan rakenteeseen, jonka seurauksena ylhäältäpäin kariseva hienoaines kertyy herkästi routalevyn pinnalle. Lisäksi routalevy muodostaa rakenteeseen vettä läpäisemättömän pinnan, jonka seurauksena kosteuspitoisuus tukikerroksen alaosissa voi kasvaa. Esimerkiksi Latvala (2018) huomasi SEEP/W-ohjelmistolla tehdyissä kosteustilasimulaatioissa, että routalevyn päällisen materiaalin vesipitoisuus on varsin korkea vielä, kun aikaa sateen päättymisestä on kulunut 24 tuntia.

Raidesepelin on havaittu hienonevan kuormitusmäärän myötä. Kiviaineksen mineralogia ja rakenne vaikuttavat ensisijaisesti sepelin mekaaniseen hienonemisherkkyteen, mutta rakeiden välinen hiontatyö on kuitenkin seurausta ulkoisesta kuormituksesta. Kuvassa 97 on esitetty Nurmikolun vuonna 2006 tekemissä tutkimuksissaan saatuja tuloksia kuormitustason ja pohjajouaston vaikutuksesta raidesepelin hienonemiseen. Erityisesti pohjajouaston rooli vaikuttaisi olevan merkittävä; jo vähäinen kimmosiirtymän (palautuva muodonmuutos) kasvu lisää sepelin hienonemista voimakkaasti. Kokeissa mitatun kimmosiirtymän voisi ajatella koostuvan sepelikerroksen ja pohjakumin kokoonpuristumasta. Eri kokeiden välillä havaitut erot mitatussa kimmosiirtymässä lienevät pääosin seurausta pohjakumin lisääntyneestä joustosta, koska sepelikerroksen kokoonpuristuma enää tuskin mainittavissa määrin kasvaa nostettaessa jännitystasoa 150 kPa yläpuolelle. Tällöin pohjajouaston ja hienonemisnopeuden välillä vaikuttaisi vallitsevan selkeä yhteys.



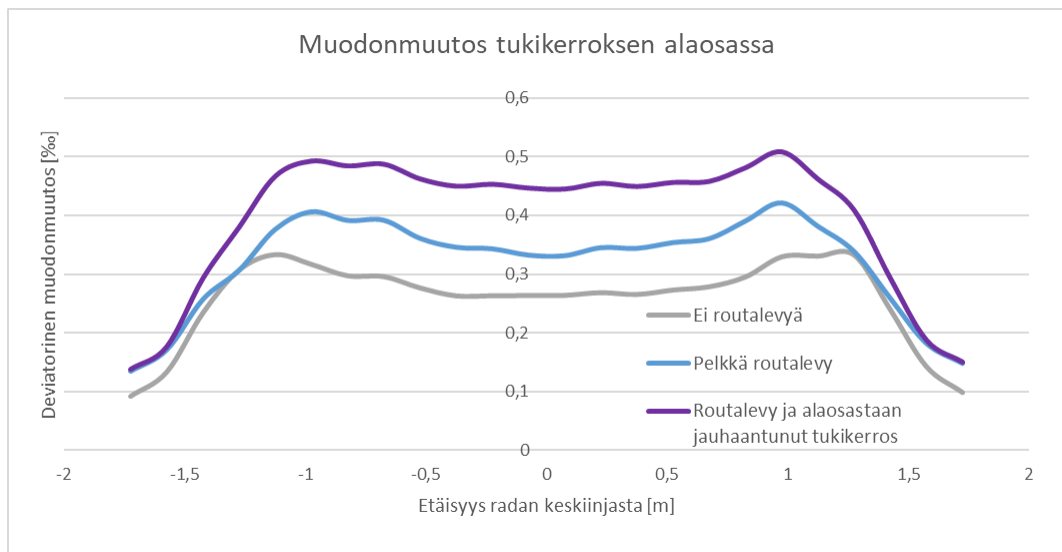
Mekanismi pohjajouaston ja sepelirakeiden hienonemisen välillä lienee juurikin lisääntynyt hiontapotentiaali: kun pohja joustaa, sepelirakeet joutuvat enemmissä määrin liikkumaan toistensa ohitse. Tällöin näiden välinen hankauma lisääntyy. Lisääntyneen pohjajouaston ohella suurempi jännitystaso kasvattaa rakeiden välillä vaikuttamaa hiontavoimaa. Samassa tutkimuksessa myös havaittiin vedellä olevan merkittävä rooli rakeiden hienonemisenopeuteen. Erityisesti veden ja hienoaineksen yhdessä muodostama ns. ”hienotahna” lisää sepelin hienonemista todella radikaalisti. Tässä suhteessa heti sepelituki-kerroksen alle asennettu routalevy luo sepelin hienonemiselle varsin optimaaliset olosuhteet: joustavana ja vettä (sekä hienoainesta) pidättävänä komponenttina routalevy lisää sepelirakeiden välisiä muodonmuutoksia ja luo edellytykset hiomatahnan syntymiselle. Tällöin voisi ajatella, että hienoneminen on todennäköisesti sitä nopeampaa mitä suurempaa akselipainoa käytetään.



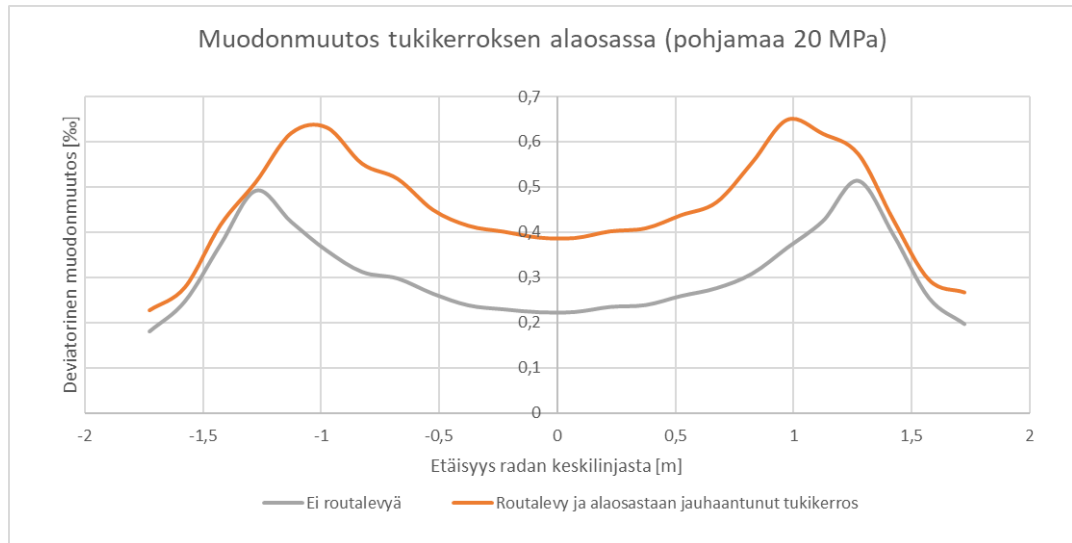
**Kuva 97** Sepelinäytteiden hienonemisindeksi (vasemmalla) ja kuormitetun sepelikerroksen kimmosiirtymä eri kuormitustasoilla ja pohjakumipaksuuksilla (Nurmikolu 2006)

Kuvassa 98 on esitetty tukikerroksen alle asennetun 120 mm routalevyn vaikutus muodonmuutostasoon tukikerroksen alaosissa jäykähköllä pohjamaalla (80 MPa). Pelkkä levyn aiheuttama lisäjousto ei vielä sinänsä kasvata leikkausmuodonmuutostasoa suu-

resti, mutta kun huomioidaan sepelirakeiden lisääntyneen liikkeen ja levyn muodostaman epäjatkuvuuskohdan myötä aiheutunut sepelirakeiden hienoneminen tukikerroksen alaosissa, kasvavat muodonmuutoksen likipitään 1,6 kertaisiksi routalevyttömään rakenteeseen verrattuna. Joustavalla pohjamaalla pidempään rakenteessa ollut routalevy kasvattaa tukikerroksen alaosissa deviatorisia muodonmuutoksia noin 0,2 promillea levyttömään rakenteeseen verrattuna (kuva 99). Laskennoissa tukikerros on ollut laadultaan keskimääräinen, lukuun ottamatta jauhaantunutta alaosaa, jossa on käytetty huonon tukikerroksen parametreja.



**Kuva 98** Tukikerroksen alle asennetun 120 mm routalevyn vaikutus muodonmuutostasoon 80 MPa pohjamaalla



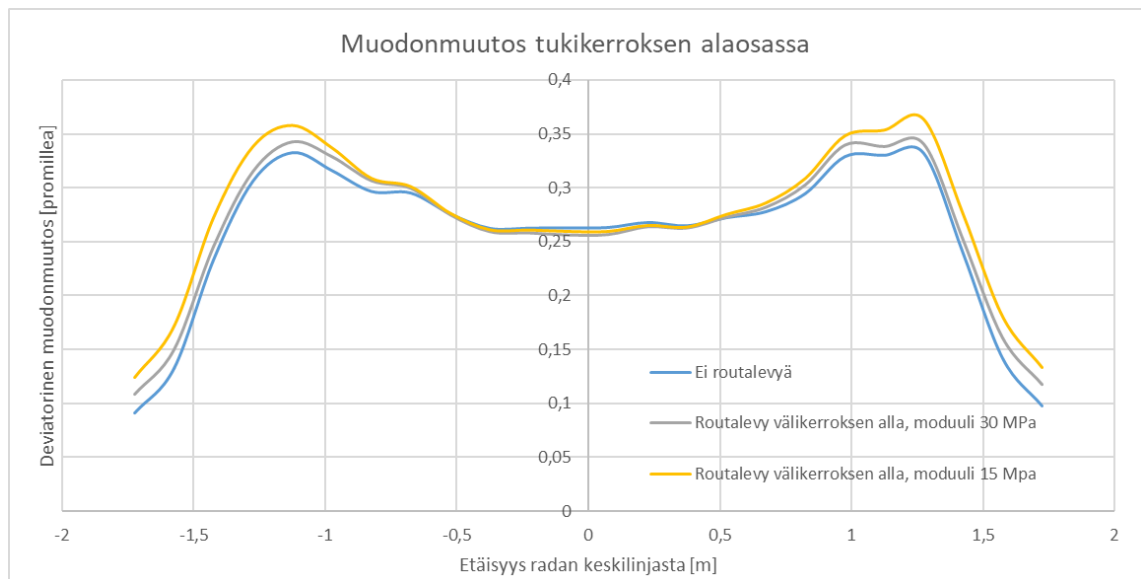
**Kuva 99** Tukikerroksen alle asennetun 120 mm routalevyn vaikutus muodonmuutostasoon 20 MPa pohjamaalla

Vaikka routalevyn aiheuttama muodonmuutostason kasvu ei absoluuttiselta suuruudeltaan vaikuta kovin isolta, on syytä huomata, että tukikerroksen alle asennettu routalevy aiheuttaa jo jäykähkölläkin pohjamaalla likipitään 15 MPa pohjamaajäykkyyttä vastaavan muodonmuutostason tukikerroksen alaosassa (vertaa kuva 90). Lisääntyneen muodonmuutostason ohella routalevy voi edellä mainitusti nopeuttaa tukikerros­materiaalin hienonemista, mikä taas entisestään alentaa sen kykyä vastustaa lisäjousta aiheutuvaa deformaatiokertymää. Toisin sanoen tukikerroksen alle asennetun routalevyn vaikutus geometrian heikkenemiseen voi todellisella rakenteella olla paljon suurempi, kuin mitä laskennalliset tulokset pelkän muodonmuutostason osalta antaisivat ymmärtää.

Kuvassa 100 on esitetty välikerroksen alle asennetun 120 mm paksuisen routalevyn vaikutus tukikerroksen alaosassa toteutuvaan deviatoriseen muodonmuutostasoon 80 MPa pohjamaalla. Lähtökohtaisesti voisi ajatella, että välikerros­materiaalin ja routalevyn välinen tehokas kontaktiala on huomattavasti suurempi, kuin heti tukikerroksen alle asennetun routalevyn ja kulmikkaiden sepelirakeiden välinen kontaktiala. Tästä johtuen välikerroksen alle asennetun routalevyn on mallinnettu kahta eri kimmomoduulia käyttäen: 30 MPa ja 15 MPa. Näistä pienempi on suuruudeltaan vastaava, kuin mitä heti tukikerroksen alle asennetulle routalevylle on laskennoissa käytetty.

Laskentatuloksista havaitaan 300 mm paksuisen välikerroksen alle asennetun routalevyn jäykkyydellä olevan hyvin pieni vaikutus tukikerroksen muodonmuutostasoon. Käytännössä 30 MPa näennäisjäykkyyden omaava routalevy kasvattaa tukikerroksen ala-

osan muodonmuutostasoa 250 kN akselipainolla suurimmillaan noin 3 % routalevyttö-  
mään rakenteeseen verrattuna. Tällöin ratarakenteen kuormituskäyttäytymisen näkökul-  
masta routalevyn asentaminen tukikerroksen alaosaan syvemmälle rakenteeseen vaikut-  
taisi hyvin perustelulta. Lisäksi on huomioitava, että syvemmälle rakenteeseen asen-  
nettu routalevy luultavammin vähentää tukikerroksen alaosan kosteustasoa levyn luo-  
man epäjatkuvuuspinnan muodostuessa vasta välikerroksen alaosaan. Syvemmälle ra-  
kenteeseen asennettu routalevy myös toimii routasuojauksen näkökulmasta heti tukiker-  
roksen alle asennettua levyä paremmin.



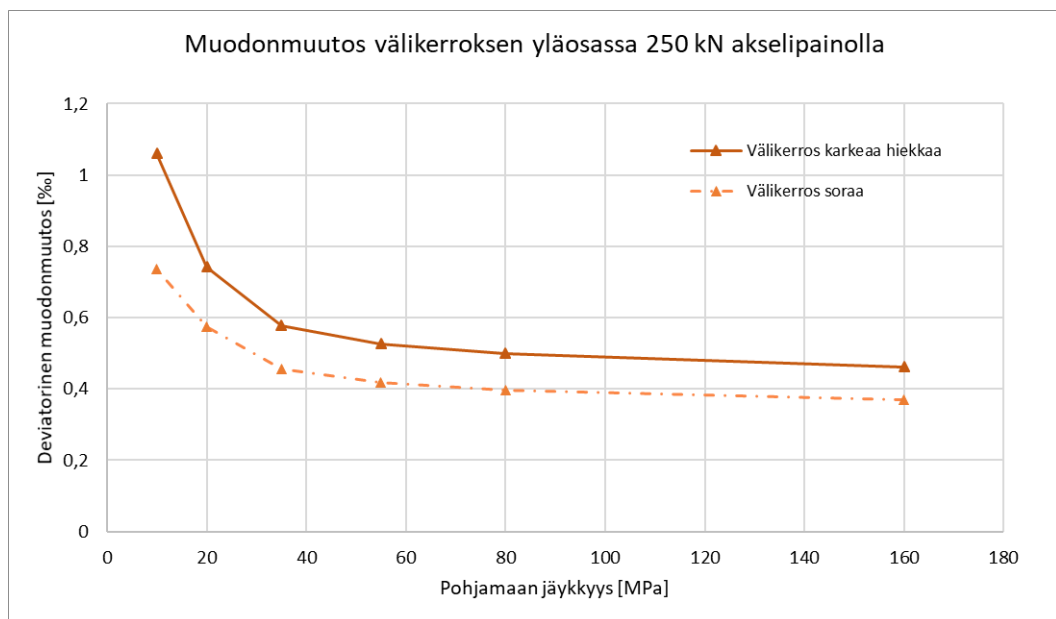
**Kuva 100** Välikerroksen alle asennetun 120 mm paksuisen routalevyn vaikutus tuki-  
kerroksen alaosan muodonmuutostasoon 250 kN akselipainolla 80 MPa  
pohjamaalla

## 7.4 Alusrakenteen ja pohjamaan yhteiskäyttäytyminen

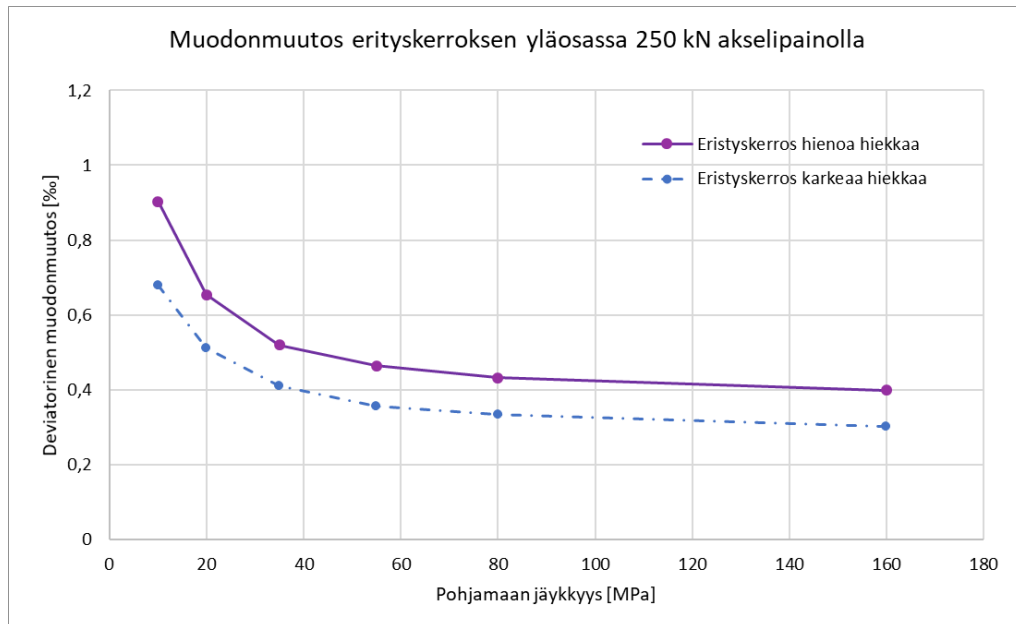
Alusrakennelaskennat suoritettiin käyttäen kuutta eri pohjamaajäykkyyttä, kahta väliker-  
roslaatua ja kahta eristyskerroslaatua. Kaikissa laskennoissa käytetty akselipaino on ol-  
lut 250 kN. Kuvassa 101 on esitetty deviatorinen muodonmuutostaso välikerroksen ylä-  
osassa eri pohjamaajäykkyyksillä. Vastaavasti kuvassa 102 on esitetty eristyskerroksen  
yläosaan mobilisoituneet muodonmuutostasot. Molemmista kuvista huomataan kuinka  
muodonmuutostasot materiaalista riippumatta alkavat voimakkaasti kasvaa pohjamaa-

jouston lisääntyessä. Käytetyllä rakennepaksuudella (1,45 m) pohjamaajäykkyyden kynnyksarvona muodonmuutostason kasvulle voittanee tukikerroslaskentojen kaltaisesti pitää 50 MPa.

Jäykemmillä pohjamailla rakenteeseen syntyvät muodonmuutokset ovat lähinnä materiaalilaadusta riippuvaisia. Tyypillisesti mitä hienompaa materiaali rakeisuudeltaan on, sitä suurempia siihen syntyvät muodonmuutokset ovat. Myös hienorakeisen materiaalin kyky vastustaa pysyviä muodonmuutoksia on karkearakeisempaa materiaalia heikompi, jolloin suhteellinen ero deformaatioherkkyydessä eri materiaalilaatujen välillä on luultavasti paljon suurempi kuin ero muodonmuutostasoissa.



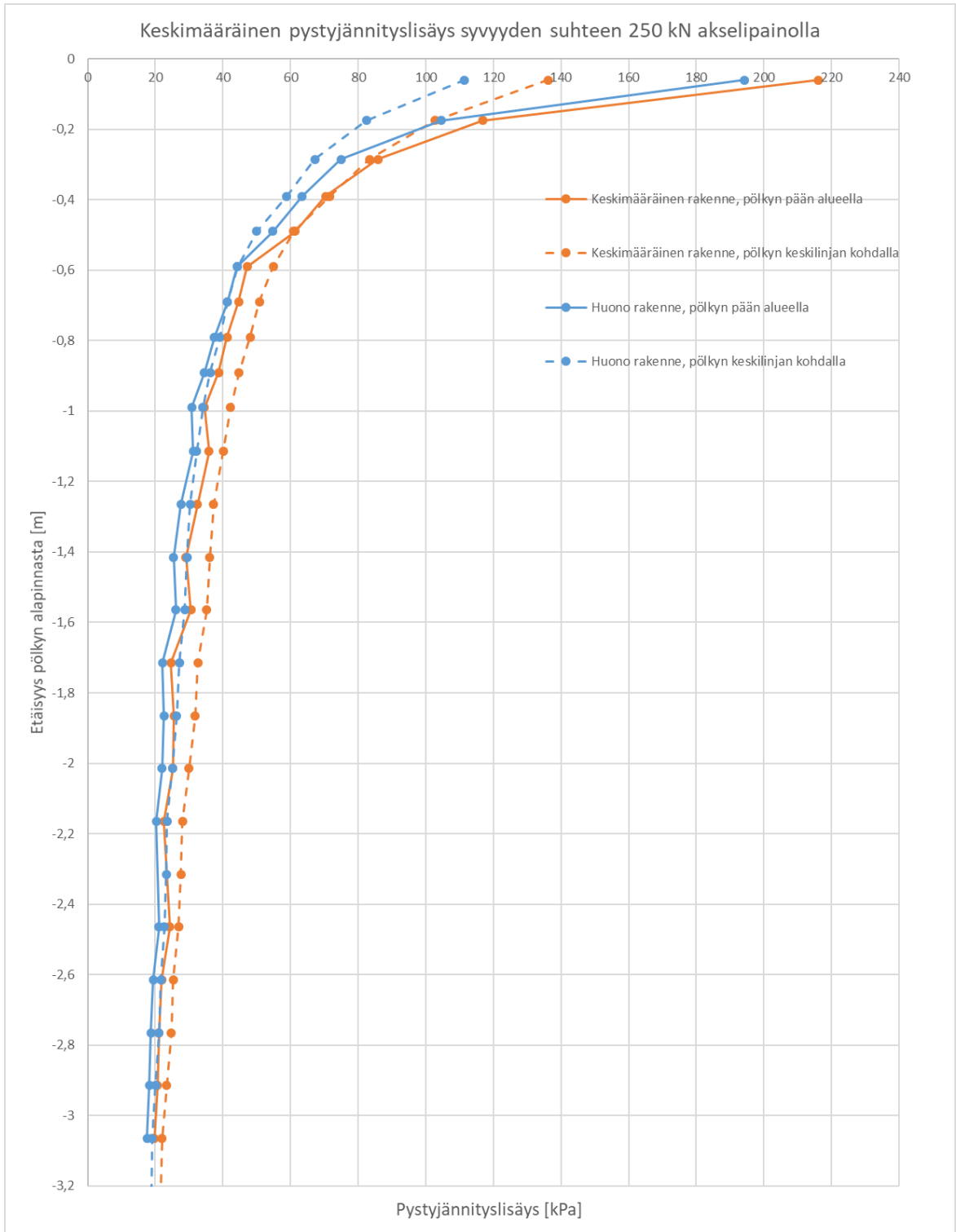
**Kuva 101** Muodonmuutostaso välikerroksessa eri pohjamaajäykkyyksillä



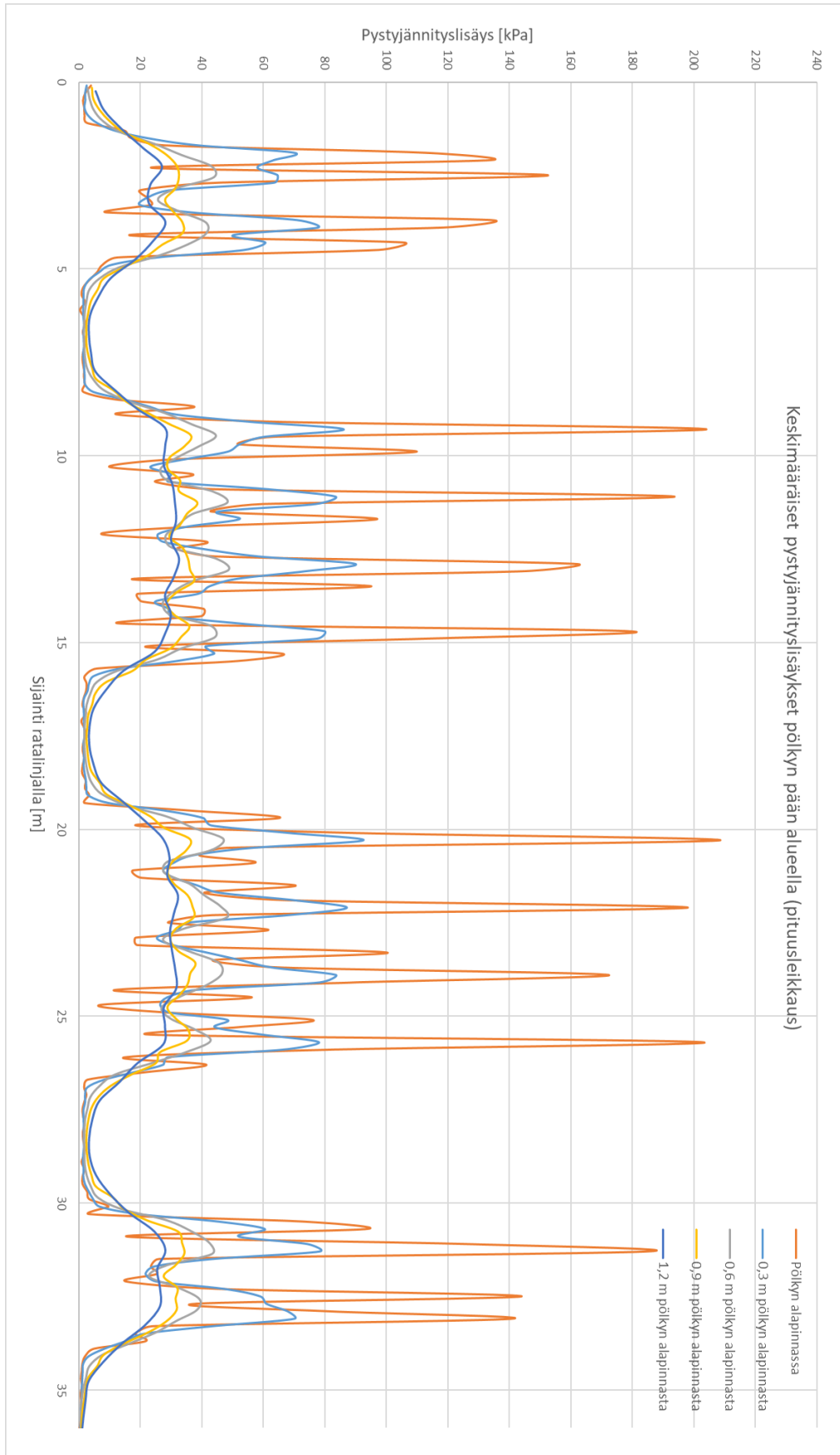
**Kuva 102** Muodonmuutostaso eristyskerroksessa eri pohjamaajäykkyyksillä

Ratarakenteen elinkaarikäyttäytymisen ymmärtämisen kannalta olennaista olisi juuri materiaalin deformaatioherkkyyden tunteminen ja mahdollisuus arvioida sen suuruutta. Tässä suhteessa aihe vaatisi jatkossa lisätutkimusta; nykyisellään käytettävissä olevilla työkaluilla voidaan alustavasti arvioida eri tekijöiden vaikutusluokkia, mutta yksityiskohtaisten jatkopäätelmien muodostaminen vaatii tarkempaa ymmärrystä laskennallisen muodonmuutostason ja materiaaliominaisuuksien välisestä yhteydestä rakenteen todelliseen deformaatioherkkyyteen.

Kuvassa 103 on esitetty pystyjännitysliisäykset syvyyden suhteen kahdella erilaisella rakenteella radan keskilinjalla sekä pölkyn pään alueelta (1,15 m radan keskilinjasta). Keskimääräiselle rakenteelle on käytetty 80 MPa pohjamaajäykkyyttä ja huonolle rakenteelle 20 MPa pohjamaajäykkyyttä. Keskimääräisessä rakenteessa välikerros on laadultaan soraa ja eristyskerros karkeaa hiekkaa. Huonossa rakenteessa välikerrokselle on käytetty karkean hiekan parametreja ja eristyskerros on ollut materiaaliltaan hienoa hiekkaa. Molemmilla rakennelaaduilla jännitysliisä pienenee nopeasti syvyyden kasvaessa, ollen voimakkainta pölkyn pään alueella. Heikkolaatuisessa rakenteessa jännitykset jäävät hiekan pienemmiksi, rakenteiden välisen suhteellisen eron ollessa kuitenkin varsin pieni. Kuvissa 104 ja 105 on puolestaan esitetty junakuormasta aiheutuva pystyjännitysliisäykset 250 kN akselipainolla radan pituussuunnassa keskimääräisellä rakenteella. Näistä nähdään, kuinka rakenteen yläosissa jännitysliisä painottuu hyvin terävästi junan akselien kohdalle, kun taas syvemmällä rakenteessa jännitysliisä jakauma on muodoltaan tasaisempaa.

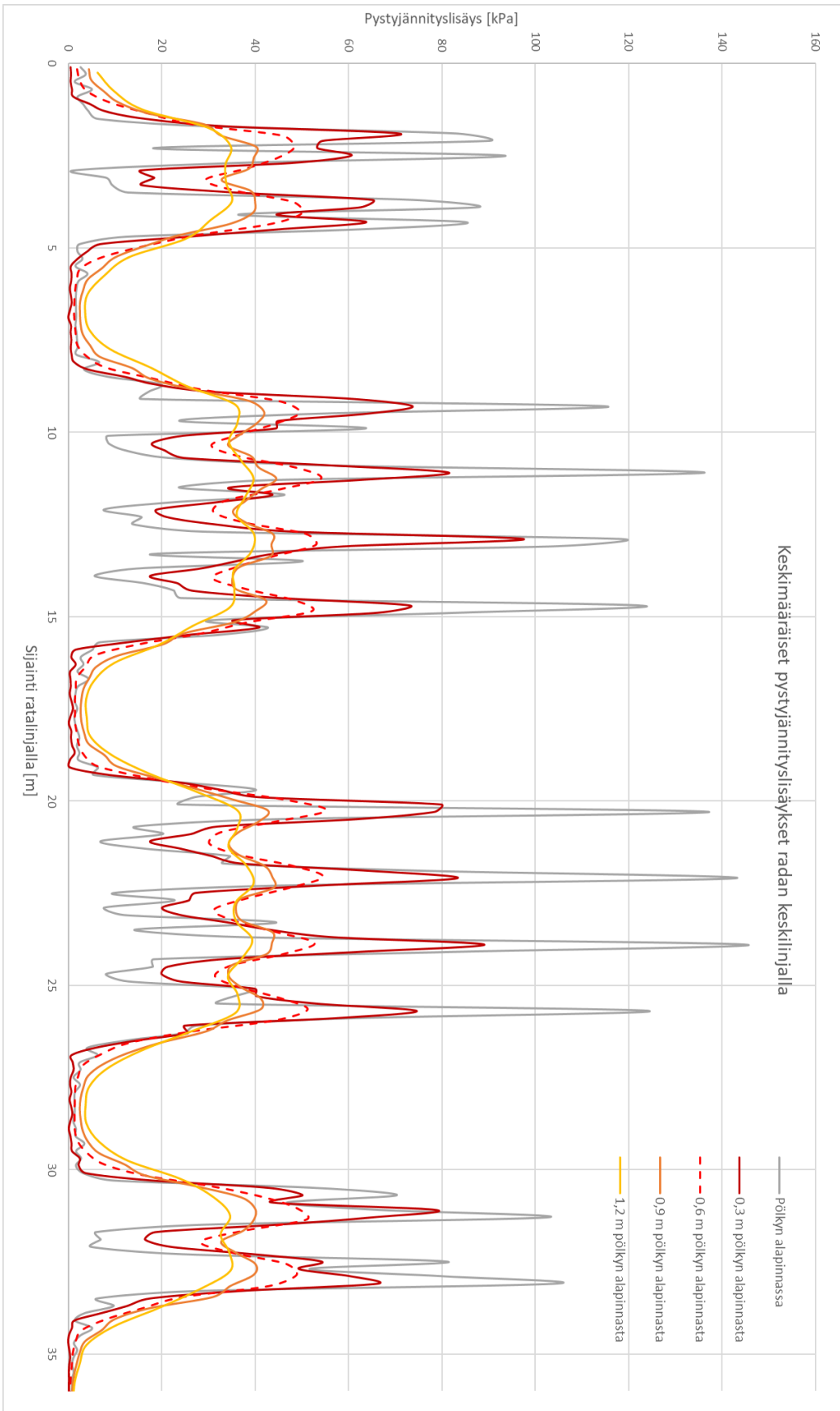


**Kuva 103** Pystyjännitys jakauma syvyyden suhteen kahdella erilaisella rakenteella. Käytetty pengerpaksuus pölkyn alapinnasta mitattuna on 1,25 m



**Kuva 104** Pystyjännitysliisäys pölkyn pään alueella





Kuva 105

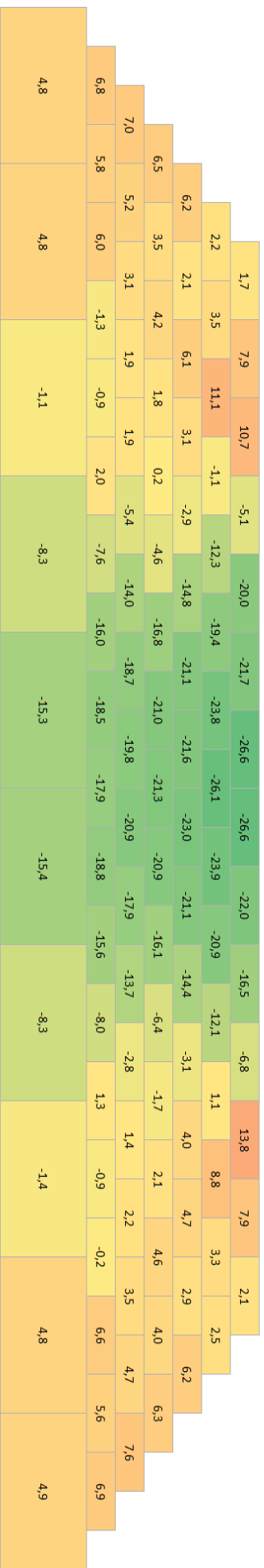
Pystyjännitysliisäys radan keskiliinjalla

Kuvassa 106 on esitetty absoluuttinen muutos pystyjännityksissä (a) ja deviatorisissa muodonmuutostasoissa (b) siirryttäessä jäykältä pohjamaalta (160 MPa) hyvin joustavalle pohjamaalle (10 MPa). Kyseisissä laskennoissa välikerros on ollut materiaaliltaan soraa ja eristyskerros karkeaa hiekkaa. Pohjamaajouaston lisääntyessä pystyjännitystaso rakenteen keskiosilla laskee voimakkaasti ja vastaavasti nousee rakenteen sivuilla. Tavallaan voisi ajatella, että pengeri ikään kuin ”holvaantuu” pohjamaan joutaessa alta. Suurin muutos muodonmuutostasoissa havaitaan välikerroksen yläosassa pölkyn pään kohdalla.

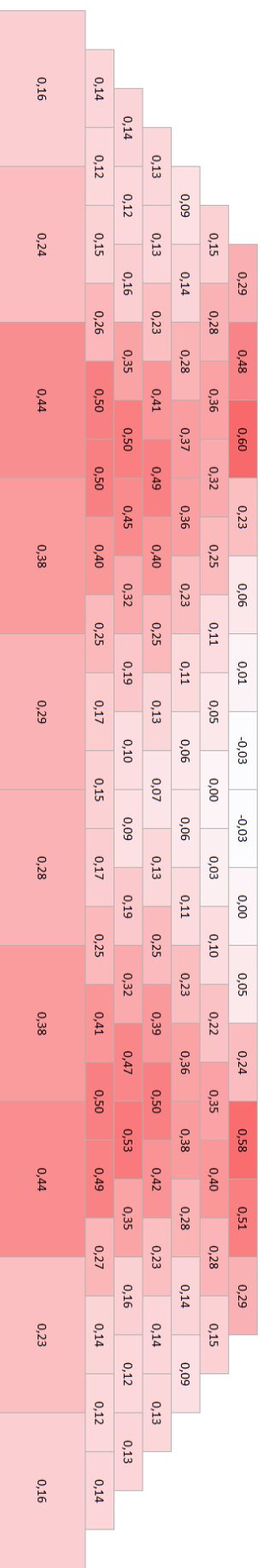
Edellä kappaleessa 7.2 mainitun mukaisesti pohjamaajoudesta aiheutuva jännityskeskittymä pölkyn päissä luultavammin tasaantuu kuormituskertamäärän myötä. Vastavalla tavalla voisi ajatella, että joustavalla pohjamaalla alusrakenteeseen syntyvä kuvan 106 mukainen ”jännitysholvautuma” tasaantuu penkereen sivuttaissuuntaisen deformaation myötä jäykkäpohjaisen penkereen jännitys jakaumaa vastaavaksi. Eli mahdollisesti joustavilla pohjilla havaittava penkereen leviämisen taustalla vaikuttava mekanismi perustuu rakenteen pyrkimykseen tasata pölkyn ja penkereen välinen jännitys jakauma muodonmuutosherkkyyden kannalta stabiiliksi.

Tällöin voisi ajatella, että penkereen leviäminen on sitä nopeampaa, mitä enemmän rakenteella on holvaantumistaipumusta. Penkereen holvaantumistaipumus on pohjajouaston ohella riippuvainen pölkyn alapuolisen rakenteen pystysuuntaisesta jäykkyydsvastesta. Sivusuuntaisen deformaation myötä pengermateriaali ns. ”pakenee” pölkyn alapuolelta vähentäen pölkyn päihin kohdistuvaa jäykkyydsvastetta, jolloin yhä suuremman osan jännityksistä on jakauduttava penkereen keskiosan kautta. Käytännössä tämä leviämismekanismi toistuu kuormituskertamäärän myötä pengeri-levyyden pyrkiessä asympotoottisesti jotain rakenteen geometriasta, materiaallilaadusta ja pohjamaajoudesta riippuvaa tasapainotilannetta kohden, jolloin leviämisenopeus on sitä hitaampaa mitä suurempi osa pölkyn pystyjännityksestä penkereen keskiosalle kohdistuu.

## a) Pystyjännityksen absoluuttinen muutos



## b) Deformaation muuttamisen absoluuttinen muutos



**Kuva 106** Pystyjännitystason (a) ja muodonmuutostason (b) absoluuttinen muutos siirryttäessä 160 MPa pohjamaajäykkyydestä 10 MPa pohjamaajäykkyyteen

## 7.5 Kosteustilan vaikutus

Kosteustilan vaikutus maamateriaalin lujuus- ja jäykkyysominaisuuksiin on hyvin materiaali-kohtainen asia. Myös sijainti rakenteessa vaikuttaa: materiaalin kyllästysaste on riippuvainen paitsi sen imupaineominaisuuksista, niin myös etäisyydestä vesilähteeseen. Lisäksi sade, lumen ja joissain tapauksissa myös roudan sulaminen vaikuttavat rakenteen kosteustilakäyttäytymiseen. Karkeasti pelkistään rakeiden välinen koheesio on kääntäen riippuvainen materiaalin kyllästysasteesta, jolloin korkeammalla rakenteessa materiaalin lujuus on mitä ilmeisemmin suurempi kuin pohjamaan pinnassa. Kosteustilan vaikutuksesta suomalaisten ratapengermateriaalien kuormituskestävyysominaisuuksiin ei mallinnusteknisestä näkökulmasta ole juurikaan tietoa, mistä johtuen nyt tehdyt kosteustilasimulaatiot on suoritettu eräänlaisina parametrivariaatioina.

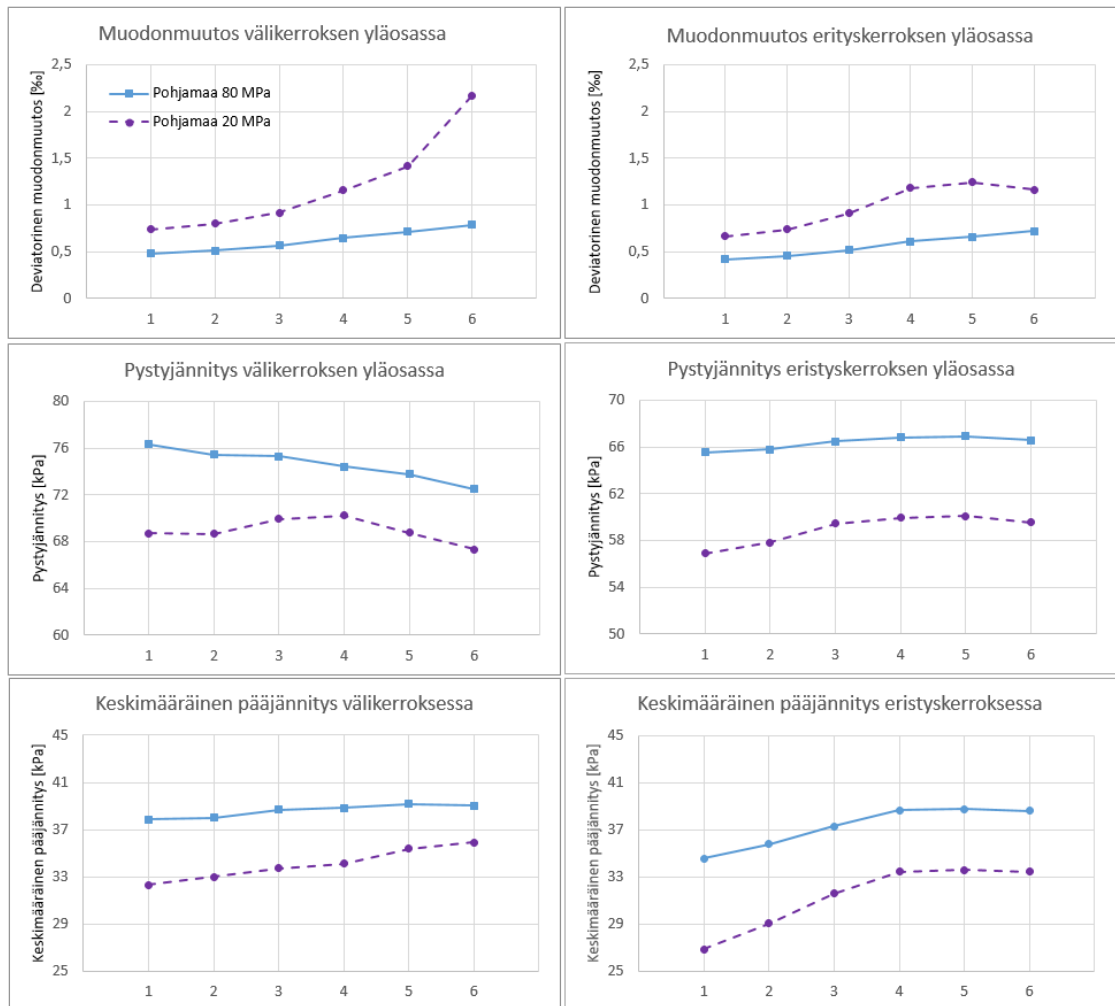
Taulukossa 8 on esitetty alkuperäiset parametriarvot eri rakennekerroksille (tummennettu yläriivi) ja prosentuaaliset osuudet alkuperäisistä arvoista eri kosteustiloissa. Perusideana on, että materiaalien kyllästysaste kasvaa kosteustilasimulaation järjestysnumeron kasvaessa. Lisäksi parametrisoinnissa on oletettu, että materiaalien lujuus ja jäykkyys laskevat rakenteen kosteustilan kasvaessa voimakkaimmin rakenteen alaosissa. Laskennoissa välikerroksen materiaalina on käytetty karkeaa hiekkaa ja eristyskerroksessa hienoa hiekkaa.

**Taulukko 8** Kosteustilasimulaatioissa käytettyjen laskentaparametrien prosentuaaliset osuudet alkuperäisistä arvoista

	Välikerros		Eristyskerros yläosa		Eristyskerros alaosa	
	E ur. [MPa]	c [kPa]	E ur.	c	E ur.	c
<b>Alkuperäinen arvo</b>	<b>280</b>	<b>10</b>	<b>190</b>	<b>10</b>	<b>160</b>	<b>5</b>
1	100	100	100	100	100	100
2	100	80	100	66,6	100	50
3	100	60	100	33,3	100	0
4	95	40	90	0	90	0
5	90	20	80	0	80	0
6	85	0	70	0	70	0

Nyt tehdyissä laskennoissa alusrakenteen on otaksuttu olevan materiaalilaadultaan varsin hienorakeista. Karkearakeisemmalla materiaalilla muodonmuutostason kosteustilaherkkyys ei luultavamminkaan olisi yhtä voimakasta. Käytetyt laskentaparametrit ovat puhtaasti arvioperäisiä, joten kosteustilaherkkyuden tarkempi kuvaus vaatisi systematisoidun parametrisointiprotokollan kehittämistä.

Kuvassa 107 on esitetty deviatorinen muodonmuutostaso, pystyjännitys ja keskimääräinen pääjännitys väli- ja eristyskerroksen osalta eri kosteustilavariaatioilla käyttäen kahta pohjamaajäykkyyttä. Erityisesti joustavalla pohjamaalla deviatorinen muodonmuutostaso kasvaa voimakkaasti välikerroksen yläosassa, kun rakeiden välinen koheesio poistuu materiaalin vettymisen seurauksena.

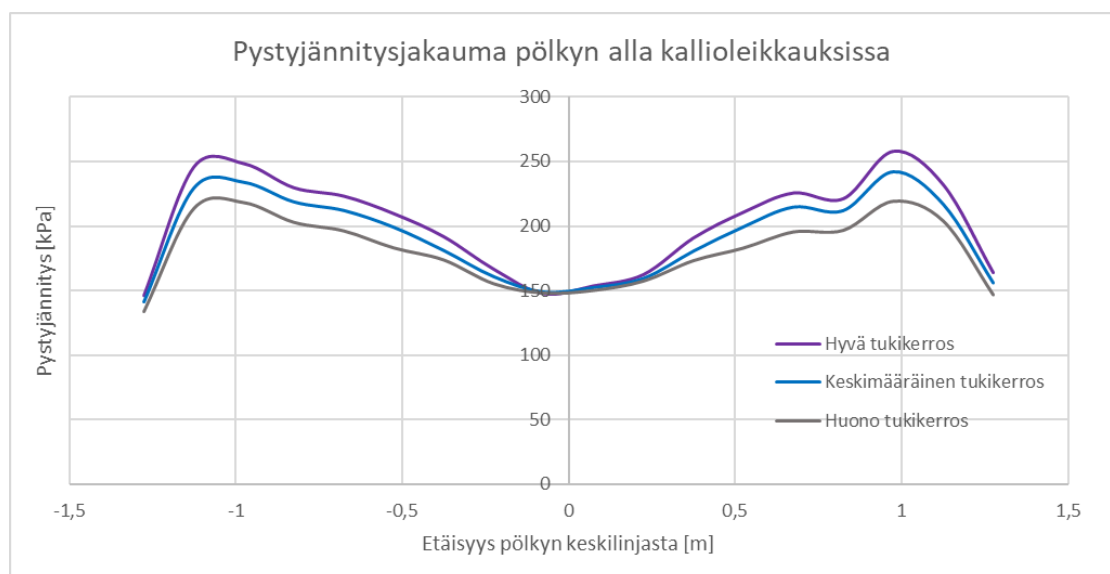


**Kuva 107** Kosteustilavariaatioiden vaikutus jännitys- ja muodonmuutostasoon

Toinen merkille pantava seikka on keskimääräisen pääjännityksen lievä kasvu eristyskerroksessa koheesion poisleikkaantumisen seurauksena (kasvu noin 30 % joustavalla pohjamaalla). Eli käytännössä, kun materiaalilta poistetaan jännitystilasta riippumaton lujuus, pyrkii rakenne säilyttämään jäykkyytensä hakeutumalla tuennan kannalta optimaalisempaan jännitystilaan. Mikäli todellisen pengermateriaalin käyttäytyminen on las kentamallia vastaavaa, johtaa kyllästysasteen kasvu vapaan huokostilavuuden pienemisen ohella materiaalin suurempaan kokoonpuristumiseen. Tämä taas voi erityisesti pengereen keskiosilla lisätä huokospainekertymän riskiä.

## 7.6 Kallioleikkaukset

Kallioleikkauksissa pengerpaksuudet ovat tyypillisesti pieniä routimattoman ja joustamattoman kalliopohjan vuoksi. Tästä johtuen tehdyissä kallioleikkauslaskelmissa alusrakenne paksuutena on käytetty 300 mm, eli käytännössä tukikerroksen alla on ollut pelkkä välikerros. Tukikerros on ollut paksuudeltaan normaali, jolloin rakenteen kokonaispaksuus on 0,85 m. Laskelmissa rakenteen alapuolinen kalliopohja on mallinnettu lineaarielastisena materiaalina, jonka moduuli on ollut 2000 MPa. Tällaisella jäykkyydellä pohjamaa on käytännössä joustamaton. Kuvassa 108 on esitetty pölkyn alle muodostuva pystyjännitys jakauma kallioleikkauksissa eri tukikerros laaduilla. Käytännössä pystyjännitystaso määräytyy tukikerroksen moduularvon mukaisesti, ollen hyvälaatuisella sepe lillä näin kaikkein suurin.

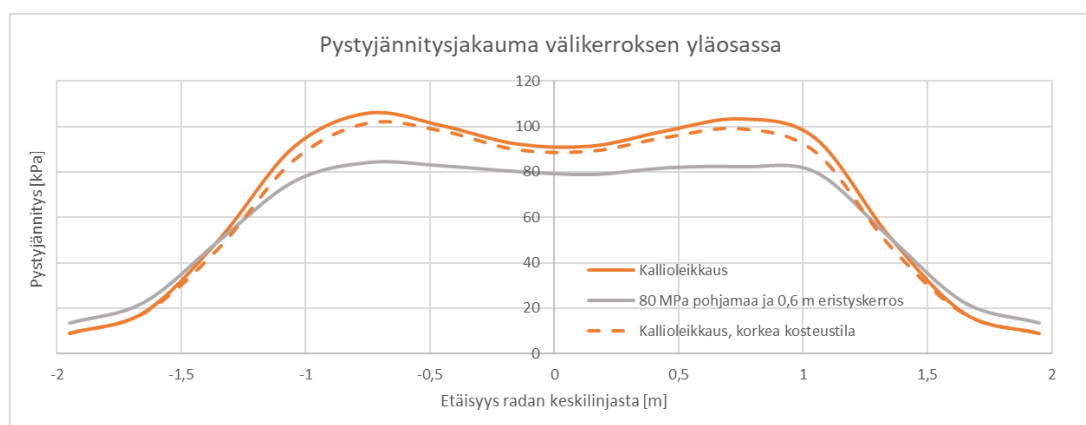


**Kuva 108** Pölkyn alapinnan pystyjännitys jakauma kallioleikkauksissa 250 kN akselipainolla ja eri tukikerros laaduilla

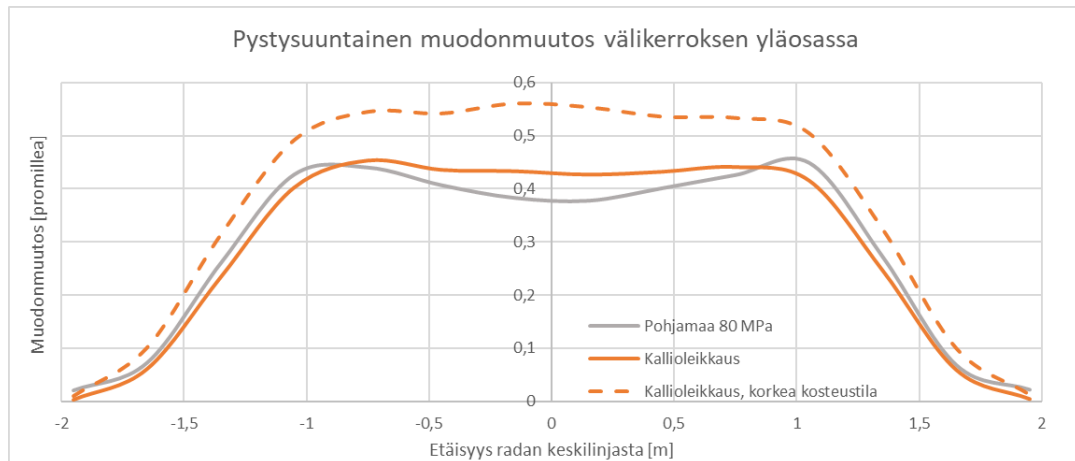
Ohuista alusrakennepaksuuksista ja vettä läpäisemättömästä kalliopohjasta johtuen kallioleikkauksissa alusrakenteen kosteustilan on havaittu paikoin olevan tavanomaista korkeampi. Lisäksi alusrakenteen korkean kosteustilan on havaittu olevan yhteydessä runsaaseen geometriavirheiden määrään (Sauni 2018). Tästä johtuen nyt tehdyissä kallioleikkauklaskelmissa on erityisesti tarkasteltu alusrakennemateriaalin laadun ja kosteustilan vaikutusta rakenteen muodonmuutostasoon.

Maavaraisista penkereistä poiketen voisi kallioleikkauksissa primäärinen vauriomekanismin ajatella olevan yhteydessä alusrakennemateriaalin pystysuuntaiseen deformaatioon: kun rakenteen pohja ei jousa, jäävät myös deviatoriset muodonmuutokset hyvin pieniksi. Olemattomasta pohjajoustosta johtuen kuitenkin yläpuolinen junakuormitus välittyy pölkyiltä hyvin terävämmin alusrakenteelle, minkä taas johtaa pystysuuntaisen muodonmuutostason kasvuun. Materiaalin kokoonpuristuman ollessa riittävän suurta, pääsevät yläpuoliset rakeet kiilautumaan alapuolisten rakeiden väliin aiheuttaen raerungon leviämisen. Alusrakennemateriaalin deformaation ollessa runsasta, johtaa tämä penkereen leviämisen myötä raidegeometrian heikkenemiseen.

Kuvassa 109 on esitetty välikerroksen yläosaan kohdistuva pystyjännitystaso kallioleikkauksessa ja maanvaraisella 80 MPa pohjamaalla olevalla 1,45 m penkereellä. Joustamattomasta pohjasta johtuen rakenteen pystysiirtymä on kallioleikkauksissa hyvin pientä, minkä seurauksena pystyjännitystaso noin 25 % suurempi, kuin maanvaraisella penkereellä. Pienestä pohjajoustosta johtuen kallioleikkauksissa myös alusrakenteen tukipainetaso on maanvaraista pengertä suurempi, josta johtuen suurempi pystyjännitystaso ei suoraan ilmene suurempana muodonmuutostasona (kuva 110).



**Kuva 109** Alusrakenteen yläosaan kohdistuva pystyjännitysjakauma 250 kN akselipainolla

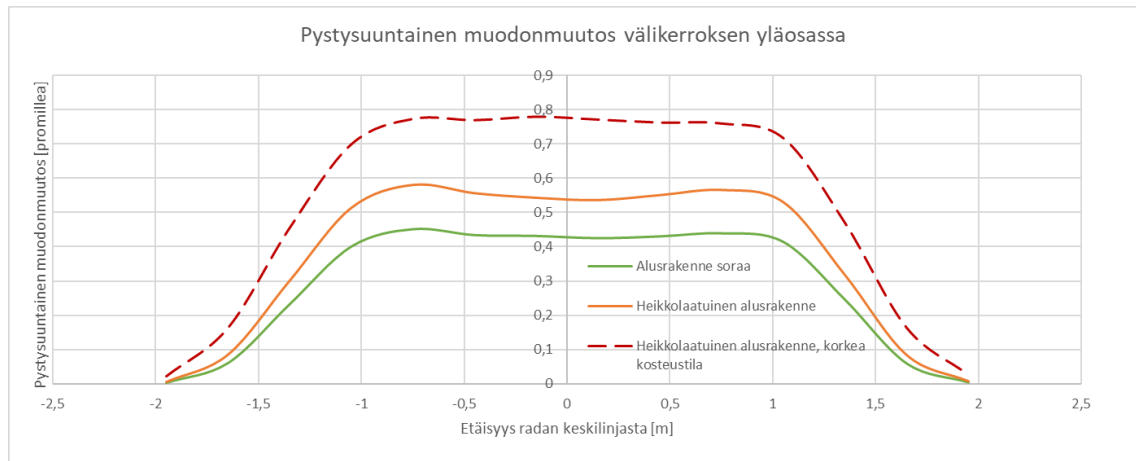


**Kuva 110** Alusrakenteen yläosan pystysuuntainen muodonmuutostaso 250 kN akselipainolla

Laskentatulosten pohjalta vaikuttaisikin, että kasvanut jännitystaso ei yksinomaan selitä alusrakenteen deformaatiota, vaan materiaalin muodonmuutostaso kasvu lienee myös seurausta korkeamman kosteustilan aiheuttamasta jäykkyysovasteen alenemasta. Toisaalta suurempi jännitystila voi nopeuttaa alusrakennemateriaalin hienonemista, mikä taas osaltaan lisää sen kosteustilaherkkyttä sekä alentaa lujuus- ja jäykkyysominaisuuksia. Erityisesti karkeapintaisilla rakeilla jännitystilan kasvaessa tapahtuva kulmien murtuminen alentaa niiden kykyä vastustaa pysyviä muodonmuutoksia.

Kuvassa 111 on esitetty materiaalilaadun ja sen kosteustilan vaikutusta alusrakenteen yläpinnan muodonmuutostasoon. Heikkolaatuisen alusrakenteen osalta materiaaliparametreina on käytetty karkean hiekan parametreja. Todellisissa kalliroleikkauksissa alusrakenne ei luultavastikaan ole lähtökohtaisesti näin huonolaatuinen, vaan nyt käytetyillä parametreilla on pyritty huomioimaan esimerkiksi lievän routimisen myötä löyhtyneen alusrakenteen keväistä kuormituskäyttäytymistä. Kuvasta nähdään, kuin korkeammassa kosteustilassa olevalla alusrakenteella muodonmuutostaso on jo lähes 0,8 promillea 250 kN akselipainoa käytettäessä. Mikäli alusrakenne on löyhässä tilassa, aiheuttanee tällainen muodonmuutostaso todennäköisemmin myös pysyvää deformaatiota rakenteeseen.





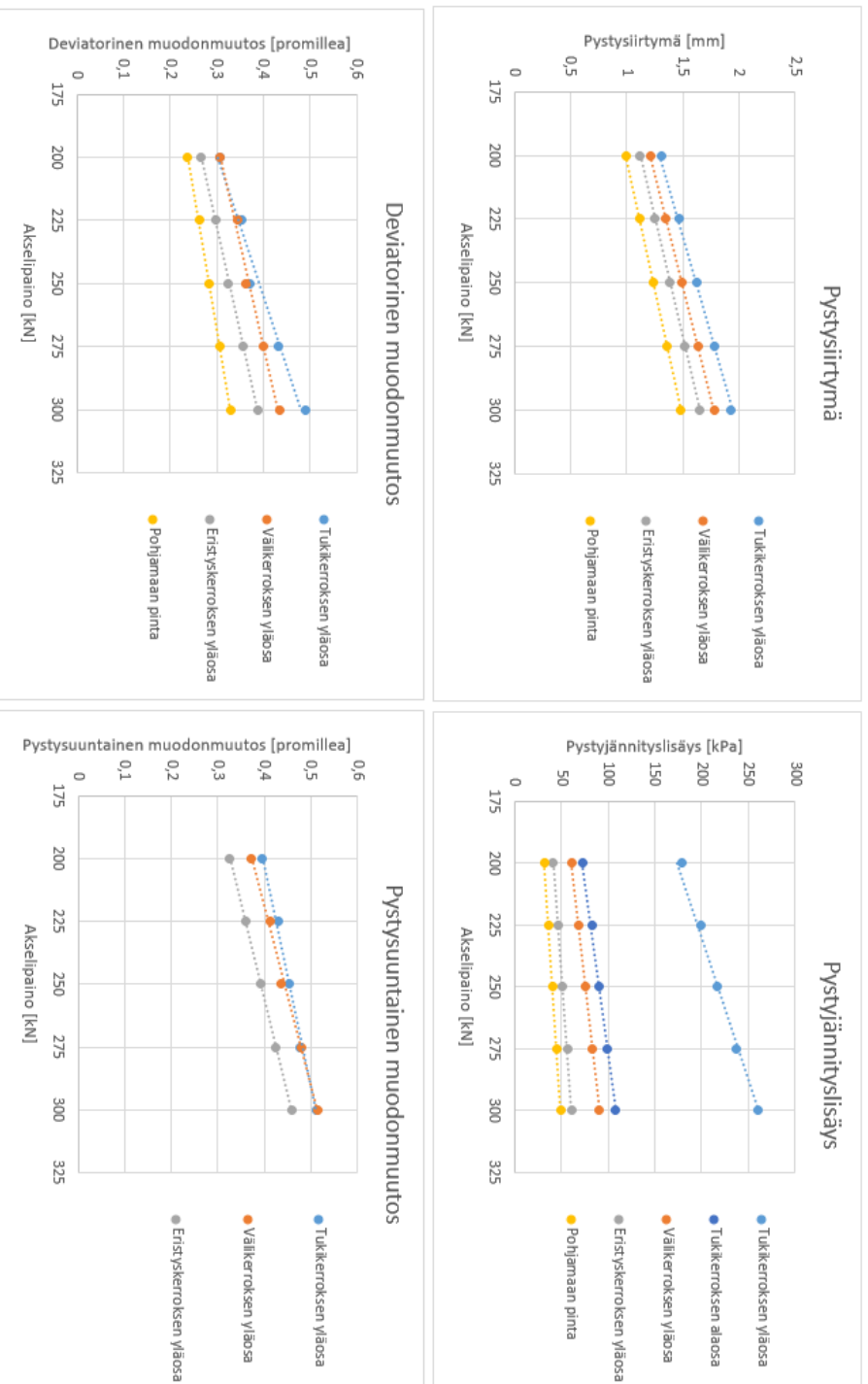
**Kuva 111** Pystysuuntainen muodonmuutostaso kallioleikkauksissa eri alusrakennelaadulla ja kosteusstilalla

## 7.7 Akselipainon vaikutus

Jo tutkimuksen alkupuolella todettiin muodonmuutos- ja jännitystason olevan laskentamallissa käytännössä lineaarisesti riippuvainen käytetystä akselipainosta. Tästä johtuen valtaosassa tehtyjä laskentoja käytetty akselipaino on ollut 250 kN. Tällöin esimerkiksi 300 kN akselipainoa vastaava muodonmuutostaso voidaan arvioida tehtyjen laskentojen pohjalta kertomalla 250 kN akselipainoa vastaava muodonmuutostaso halutun ja laskennassa käytetyn akselipainon välisellä suhteella, eli tässä tapauksessa luvulla 1,2.

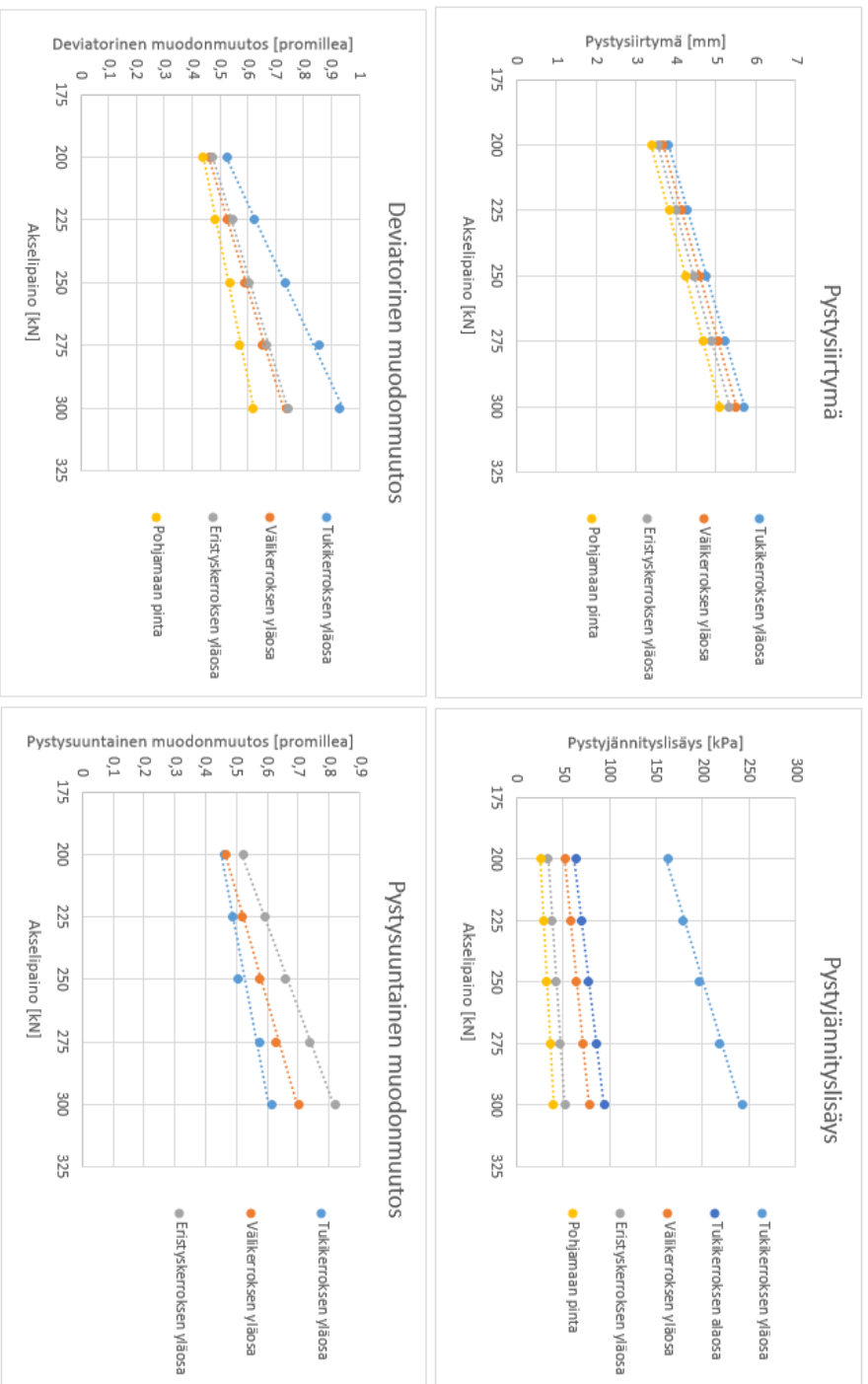
Kuvissa 112, 113 ja 114 on esitetty pystysiirtymä, pystyjännityslisäys sekä deviatorinen ja pystysuuntainen muodonmuutos eri akselipainoilla kolmella hyvin erilaisella rakenteella. Kaikki kuvaajiin piirretyt lineaariset soviteviivat, lukuun ottamatta tukikerroksen yläosan deviatorista muodonmuutosta, kulkevat origon kautta. Laskentatulosten valossa akselipainon vaikutus jännitys- ja muodonmuutostasoon näyttäisi olevan hyvin lineaarinen kaikilla rakennelaaduilla lähes koko rakenteen osalta. Myös todellisen ratarakenteen voisi otaksua käyttäytyvän likipitään vastaavanlaisesti, kun käytettävä kuormitustaso on rakenteen stabiiliteetin kannalta turvallisella tasolla.

## Keskimääräinen rakenne, pohjamaajäykkyys 80 MPa



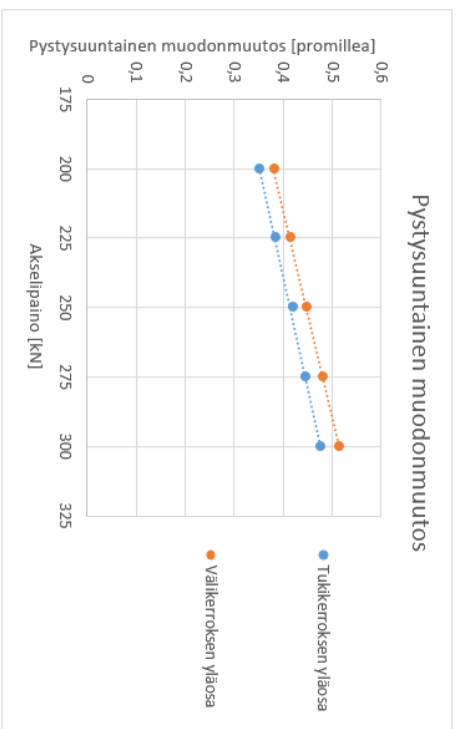
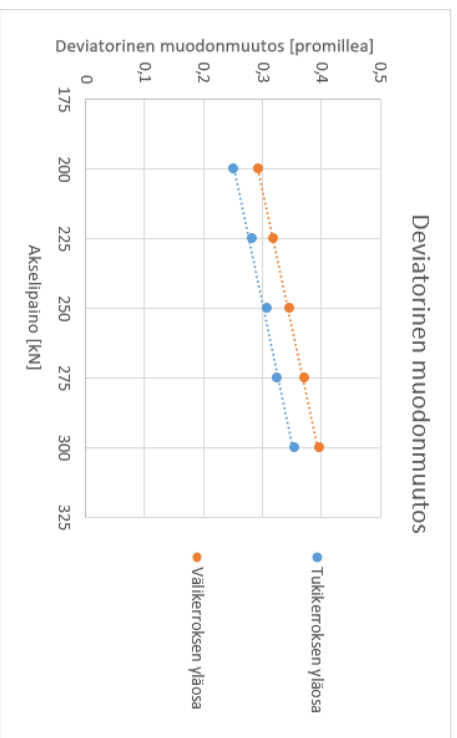
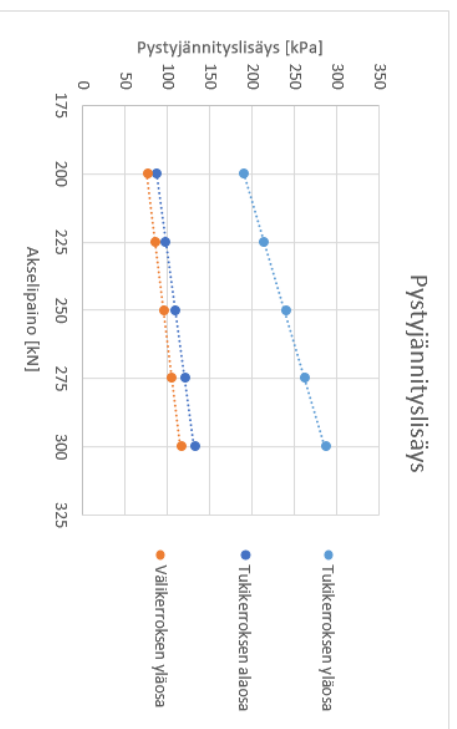
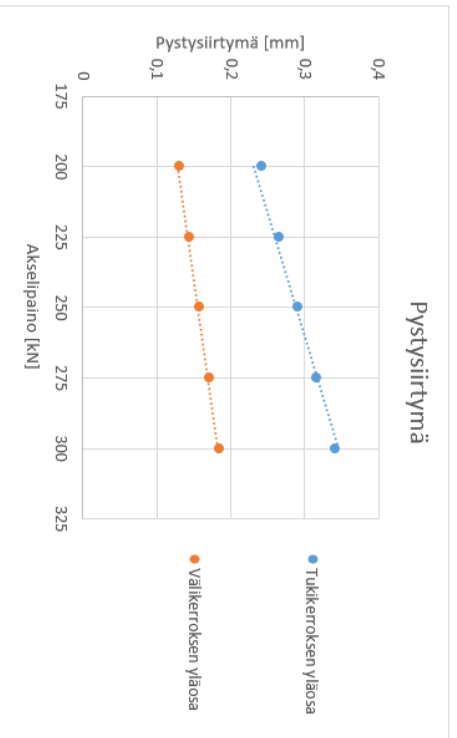
**Kuva 112** Akselipainon vaikutus siirtymä-, jännitys- ja muodonmuutostasoon keskimääräisellä rakenteella (tukkerros keskimääräinen, välikerros sora, eristyskerros karkaava hiekkaa ja pohjamaa 80 MPa)

## Huonolaatunen rakenne, pohjamaajäykkyys 20 MPa



**Kuva 113** Akselipainon vaikutus siirtymä, jännitys ja muodonmuutostasoon huonolla rakenteella (tukikerros huonolaatunen, välikkerros karkeaa hiekkaa, eristyskerros hienoa hiekkaa ja pohjamaa 20 MPa)

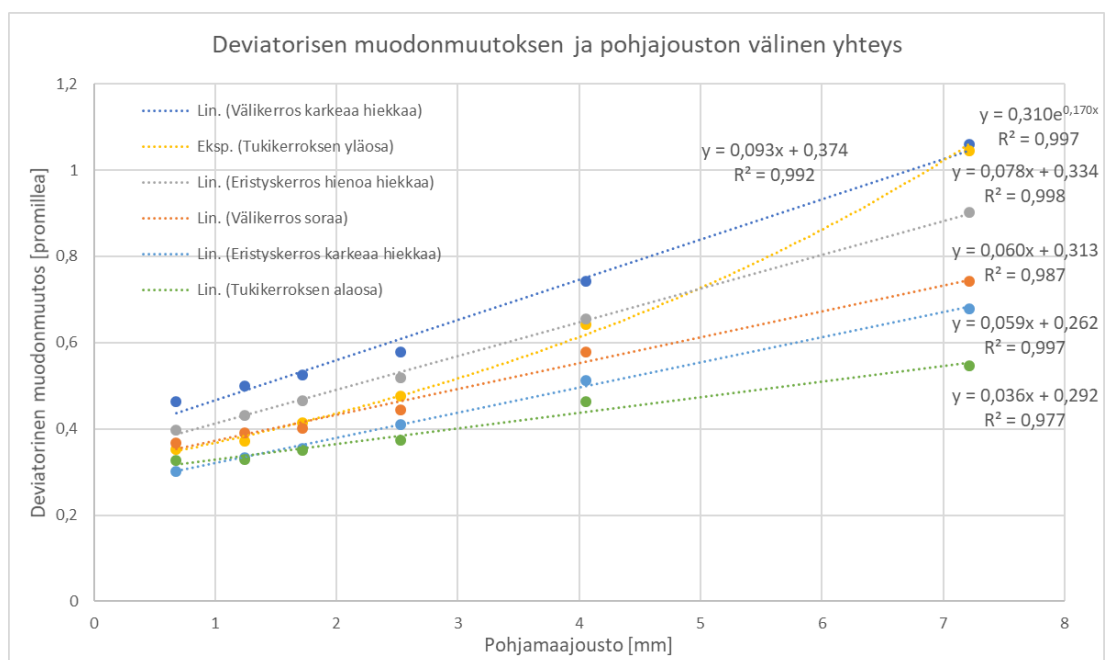
## Kallioleikkaus, hyvälaatuinen rakenne



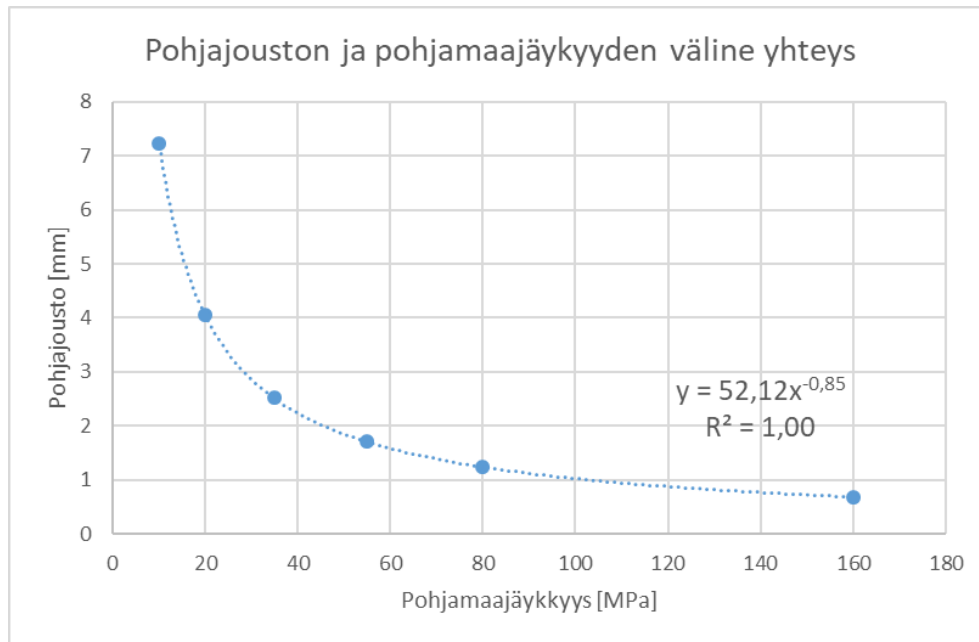
**Kuva 114** Akselipainon vaikutus siirtymä-, jännitys- ja muodonmuutostason hyvälaatuisella rakenteella kallioleikkauksessa (tukikerros laadultaan hyvä, alusrakenne soraa)

## 7.8 Yksinkertainen sovitemalli muodonmuutostason arviointiin

Kuten edellä kappaleessa 7.7 todettiin, on akselipainon vaikutus muodonmuutostasoon laskentamallissa hyvin lineaarista. Vastaavasti rakenteen pohjajouston ja deviatorisen muodonmuutostason välillä vallitsee kuvan 115 mukaisesti myös varsin lineaarinen vaikutussuhde. Lisäksi pohjaolosuhteiden yksinkertaistetusta mallinnustavasta johtuen pohjamaajäykkyyden ja pohjajouston välillä on kuvan 116 mukaisesti selkeä eksponentiaalinen yhteys.



**Kuva 115** Pohjajouston ja deviatorisen muodonmuutoksen välinen yhteys eri materiaaleilla ja eri kohdasta rakennetta



**Kuva 116** Pohjajouston ja pohjamaajäykkyyden välinen yhteys 1,45 m rakennepaksuudella

Yhdistäen nämä kolme havaintoa, saadaan yhtälön 7.1 mukainen esitys, joka määrittää laskentamallissa toteutuneen deviatorisen muodonmuutostason riippuvuuden pohjamaajäykkyyden, käytetyn akselipainon ja materiaalilaadun välille, kun eri tekijät oletetaan toisistaan riippumattomiksi:

$$\gamma_D \cong \frac{Q}{Q_{ref.}} \left[ k_1 \left( \frac{a}{(E/E_0)^b} \right)^c + k_2 \right] \quad (7.1)$$

jossa:

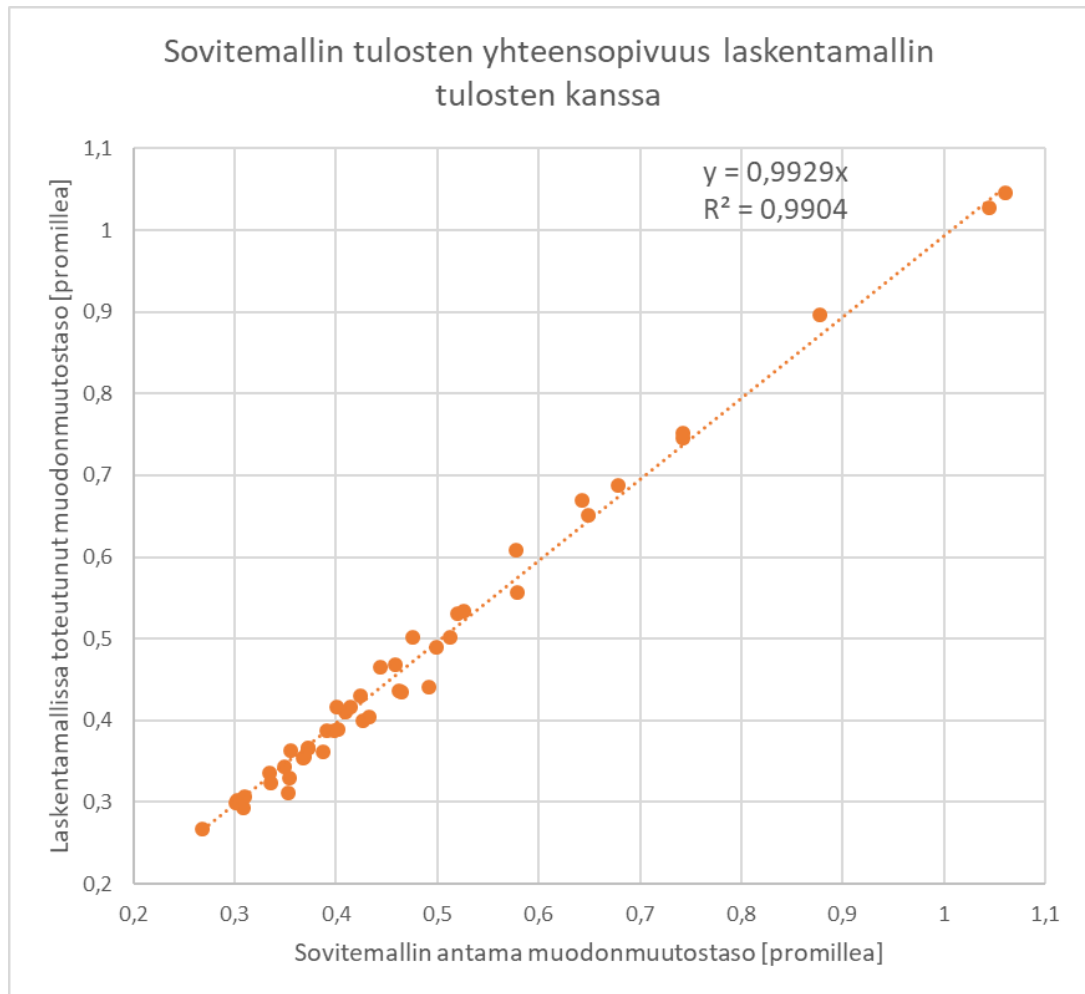
$\gamma_D$	Laskentamallissa toteutunut deviatorinen muodonmuutostaso
$Q$	Käytettävä akselipaino [kN]
$Q_{ref.}$	Sovitemallin kalibroinnissa käytetty akselipaino (=250 kN)
$k_1, c, k_2$	Materiaalilaadusta ja tarkastelupisteen sijainnista riippuvia parametreja
$a$	Pohjajouston suuruusluokan kalibroiva vakio (= 52,12)
$b$	EkspONENTTIVAKIO (= 0,85)
$E$	Pohjamaan moduuli
$E_0$	Referenssimoduuli dimensiolliseen korjaukseen (= 1 MPa)

Taulukossa 9 on listattu parametreille  $k_1, c, k_2$  määritettyjä arvoja eri materiaalilaaduilla eri osista rakennetta. Deviatorisen muodonmuutostason ja pohjamaajouaston lineaarisesta suhteesta johtuen parametrit  $k_1, k_2$  voidaan likimääräisesti määrittää alusrakenteen osalta ainoastaan kahta eri pohjamaajäykkyyttä käyttäen kun otaksutaan, että  $c = 1$ . Tukikerroksen osalta pohjajouaston ja muodonmuutostason välinen yhteys on erityisesti joustavilla pohjamailla epälineaarisempi, jolloin tukikerrosparametrien määrittämiseen on suotavampaa käyttää kolmea eri pohjamaajäykkyyttä. On kuitenkin huomattava, että nyt esitetyt esimerkkiparametrit kuvaavat ainoastaan käytetyn laskentamallin toimintaan. Soviteparametrien arvot riippuvat paitsi käytetyn laskentamallin rakenteesta, niin myös materiaalimalleista ja näiden parametrisoinnista.

**Taulukko 9** Soviteparametrit yhtälöön 7.1 eri materiaalilaaduille ja rakennekerroksille

		Keskimääräinen	Huono
TK	c	1,074	
	k1	0,093	
	k2	0,249	
VK	c	1	1
	k1	0,060	0,093
	k2	0,313	0,374
EK	c	1	1
	k1	0,059	0,078
	k2	0,262	0,334

Käyttäen taulukossa 9 listattuja parametreja, saadaan yhtälön 7.1 mukaisen sovitemallin antamien muodonmuutostasojen ja laskentamallissa toteutuneiden muodonmuutostasojen välille kuvan 117 mukainen yhteys käyttäen 45 eri määrittämyspistettä. Sovitemallin verifiointissa käytetyt muodonmuutostasot on laskettu tukikerroksen, välikerroksen ja eristyskerroksen osalta varioiden akselipainoa, pohjamaajäykkyyttä sekä materiaalilaadua.



**Kuva 117** Sovitemallin tulosten yhteensopivuus laskentamallin kanssa

Sovitemallin ja laskentamallin antamien tulosten välillä vallitsee määrityspisteiden osalta erinomainen korrelaatio ( $R^2 = 0,99$ ). Käytännössä tulos osoittaa kuinka monimutkaisen laskentamallin toiminnan voi likimääräisellä tarkkuudella pelkistää hyvin yksinkertaisen yhtälön muotoon. Voisi ajatella, että käytännön sovelluksissa yksinkertaistettu likimääräismenettely on tarkoitukseensa paremmin sopiva, kun taas raskaat elementtimallit kuuluvat ensisijaisesti tutkimus ja kalibrointikäyttöön. On kuitenkin huomioitava, että nyt esitetty malli on ainoastaan demoluonteinen ja elementtimenetelmäpohjaisten sovitemallien tarkempi kehitys vaatii lisätutkimusta.



## 8. PÄÄTELMÄT

Tämän työn ensisijaisena tavoitteena on ollut selvittää ratapenkereen keskeisimmät vaurioitumismekanismit ja tunnistaa näiden taustalla vaikuttavat osatekijät. Tehdyissä mallinuksissa on keskitytty erityisesti ratapenkereen ja sen eri osasten yhteistoimintaan. Tehdyn kirjallisuusselvityksen tarkoituksena on ollut taustoittaa käytetyn laskentamallin toimintaa sekä selvittää missä määrin se kykenee kuvaamaan todellisen ratarakenteen kuormituskäyttäytymistä. Yhteenvedona tutkimustuloksista voidaan todeta seuraavat loppupäätelmät ratarakenteen kuormituskäyttäytymisen osalta:

- Ratapenkereen deformaatio on luultavammin seurausta joko rakenteen jouston myötä syntyvästä pengermateriaalin muodonvääristymästä tai pystysuuntaisen kokoonpuristuman aiheuttamasta raerungon uudelleenjärjestäytymisestä.
- Rakenteen suuri pohjajousto on yhteydessä suureen leikkausmuodonmuutostason; kun pohjamaa joustaa, on yläpuolisen rakenteen seurattava perässä. Pohjajouston seurauksena penkereeseen syntyvän muodonmuutostason suuruus on ensisijaisesti riippuvainen materiaalilaadusta sekä tarkastelukohdan sijainnista rakenteessa, ollen tuki- ja välikerroksen yläosassa tyypillisesti suurinta.
- Käytetyn laskentamallin mallinnusteknisistä puutteista johtuen tukikerrosmateriaalin muodonmuutostason absoluuttisesta suuruusluokasta ei voida tämän tutkimuksen puitteissa tehdä tarkempia päätelmiä, mutta tukikerrosmateriaalin laadulla vaikuttaisi jo tehtyjen mallinnusten perusteella oleva selkeä rooli raidegeometrian heikkenemisessä: huonolaatuisella materiaalilla muodonmuutokset ovat suurempia, niin myös kyky vastustaa näistä aiheutuvaa deformaatiota on parempilaatuista materiaalia heikompi.
- Myös tehtyjen mallinnusten pohjalta alusrakenteen suuri kosteus tila vaikuttaisi olevan hyvin keskeinen tekijä rakenteen deformaation kannalta. Erityisesti ohuet, materiaaliltaan heikkolaatuiset rakenteet voivat keväiseltä ja syksyiseltä kuormituskäyttäytymiseltään osoittautua ongelmallisiksi rakenteen kosteus tilan ollessa tavanomaista suurempi.
- Heti tukikerroksen alle asennettu routalevy joustavana komponenttina kasvattaa huomattavasti muodonmuutoksia tukikerroksen alaosassa lisäten merkittävästi

sen deformaatioherkkyyttä. Levy myös aiheuttaa rakenteeseen epäjatkuuus-  
kohdan luoden sepelin hienonemiselle optimaaliset olosuhteet. Välikerroksen  
alle asennettu routalevy sitä vastoin näyttäisi vaikuttavan hyvin vähän rakenteen  
deformaatioherkkyyteen.

- Joustamaton kalliopohja ja ohut rakennepaksuus lisäävät alusrakenteen yläpin-  
nan pystyjännitystasoa noin 25 % kallioleikkauksissa verrattaessa maanvarai-  
sesti perustettuun ratapenkereeseen. Suurempi pystyjännitystaso ei kuitenkaan  
yksinomaan selitä kallioleikkauksissa esiintyviä geometriavirheitä, vaan luulta-  
vammin tähän vaikuttaa myös alusrakenteen suuri kosteustila.
- Akselipainon vaikutus muodonmuutos- ja jännitystason suuruuteen vaikuttaisi  
tehtyjen mallinnusten osalta olevan hyvin lineaarinen. On kuitenkin huomattava,  
että karkearakeisen materiaalin muodonmuutostason suuruuden vaikutus raken-  
teen deformaatioherkkyyteen ei kuitenkaan ole lineaarista, vaan deformaatio voi  
olla hyvinkin nopeaa ns. kriittisen muodonmuutostason ylityttyä. Tästä johtuen  
akselipainon noston vaikutusten arviointi täytyisi aina tehdä rakennekohtaisesti.

Tutkimuksessa käytetyn rakennemallin edistyksellisyydestä huolimatta laskentatuloksiin  
ja mallin toimintaan liittyy nykyisellään paljon epätarkkuustekijöitä. Suuruusluokaltaan ja  
yleistrendeiltään saadut tulokset lienevät kohtalaisen realistisia, mutta täysin absoluutti-  
sina niitä ei voi pitää. Epätarkkuutta liittyy niin materiaalien parametrisointiin, kuin myös  
itse laskentamallin toimintaan. Laskentatulosten tulkinta ei myöskään ole täysin yksiselit-  
teistä. Elementtimallien potentiaali väylärakenteen todenmukaisen kuormituskäyttäyty-  
misen kuvauksessa on kuitenkin hyvin merkittävä. Mallinnusteknisen ymmärryksen ke-  
hittäminen mahdollistaisi yksityiskohtaisemmat rakenneanalyysit ja vähentäisi laskenta-  
tuloksiin liittyvää epätarkkuutta. Näin ollen ensisijaisia jatkotutkimustarpeita rataraken-  
teen kuormituskäyttäytymisen mallintamisen osalta ovat:

- Deformaatioherkkyyden kannalta kriittisen muodonmuutostason määrittäminen  
ja tämän riippuvuus materiaalista.
- Kosteustilan vaikutus tyypillisten ratarakennemateriaalin lujuus- ja jäykkyysomi-  
naisuuksiin.
- Liikkuvasta junakuormituksesta aiheutuvien dynaamisten voimakomponenttien ja  
tärinän vaikutus rakenteen deformaatiokäyttäytymiseen.

- Väylärakennemallinnuksessa käytettävien materiaalmallien tarkempi tutkimus ja kehitys. Erityisesti sepelitukikerroksen osalta nykyiset materiaalmallit ovat osin puutteellisia.
- Mallinnukseen liittyvien epätarkkuustekijöiden tunnistaminen ja näiden vaikutusten suuruusluokan arviointi.
- Käytettävien laskentamallien verifiointi ja teoreettiselta pohjalta tehtävien hypoteesien yhteensopivuuden selvittäminen suhteessa todellisen ratarakenteen geometrian heikkenemisnopeuteen.
- Elementtimenetelmäpohjaisesti luotavien sovitemallien jatkokehitys.

# LÄHTEET

Ba M., Nokkaew K., Fall M., Tinjum J.M. (2012). Effect of Matric Suction on Resilient Modulus of Compacted Aggregate Base Courses. *Geotech Geol Eng* (2013) 31:1497–1510.

Barksdale, R.D. (1972). Laboratory evaluation of rutting in base course materials. Proceedings of the Third International Conference on Structural Design of Asphalt Pavements, London.

Bishop A. W. (1959). The Principle of Effective Stress. Lecture in Oslo, Norway. In 1955; published in *Teknisk Ukeblad*, vol. 106, no. 39, pp. 859-863.

Becker E., Chan C. K., Speed H. B. (1972). Strength and Deformation Characteristics of Rockfill Materials in Plane Strain and Triaxial Compression Test. University of California, Berkeley.

Boyce, J.R. (1980). A Non-Linear Model for the Elastic Behaviour of Granular Materials Under Repeated Loading. Proceedings of International Symposium on Soils Under Cyclic and Transient Loading, Swansea, UK. pp. 285-294.

Brecciaroli F., Kolisoja P. (2006). Deformation behavior of railway embankment materials under repeat loading. Ratahallintokeskus, Helsinki.

Brooks R.H & Corey A.T. (1964). Hydraulic properties of porous medium. Colorado State University, Fort Collins, Hydrology Paper No. 3.

Brown, S.F. and Pell, P.S. (1967). An Experimental Investigation of the Stresses, Strains and Deflections in a Layered Pavement Structure Subjected to Dynamic Loads. Proceedings of 2<sup>nd</sup> International Conference on Structural Design of Asphalt Pavements, Ann Arbor, USA. pp. 487-504.

Cary C.E. & Zapata C. (2011). Resilient Modulus for Unsaturated Unbound Materials. *Road Materials and Pavement Design* 12(3), pp.615-638.

Cary C.E. & Zapata C.E. (2016). Pore Water Pressure Response of Soil Subjected to Dynamic Loading under Saturated and Unsaturated Conditions. *International Journal of Geomechanics*, 2016, 16(6).

Chan F. W. K. (1990). Permanent Deformation Resistance of Granular Layers in Pavements. University of Nottingham. Department of Civil Engineering.

Craig R.F. (1974). Soil Mechanics. 485 p.

Crone D. & Coleman J.D. (1961). Pore pressure and suction in soils. In Proceedings of the Conference on Pore Pressure and Suction in Soils. Butterworths, London, pp. 31-37.

Darcy H. (1856). Histoire Des Fontaines Publiques de Dijon. Paris: Dalmont, pp. 590-594.

Dawson, A., Kolisoja, P. (2005). Permanent deformation. Northern periphery, Inverness. Roadex II: Report on task 2.1.

Donald I.B. (1956). Shear strength measurements in unsaturated non-cohesive soils with negative pore pressures. Proceedings of 2nd Australia – New Zealand Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Christchurch, New Zealand, pp. 200-205.

Dorby R., Ladd, R.S., Yokel, F.Y., Chung, R.M., and Powell, D. (1982). Prediction of Pore Water Pressure Buildup and Liquefaction of Sand During Earthquakes by Cyclic Strain Method. Building Science Series 138. Washington, D.C.: National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce.

Doré, G & Zubeck, H.K. (2009). Cold Regions Pavement Engineering. New York, ASCE (American Society of Civil Engineering). 416 p.

Duncan J.M. & Chang C.Y. (1970). Nonlinear analysis of stress in soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of the American society of civil engineers.

Duncan J. M., Wright S. G., Brandon T. L. (2014). Soil strength and slope stability. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Ehrola E. (1996). Liikenneväylien rakennesuunnittelun perusteet. Tampere 1996, Rakennustieto Oy.

Esveld, C. (2001). Modern Railway Track. Second Edition. MRT-Productions, The Netherlands. 654 p.

Fick A. (1855). Ueber Diffusion. Ann. der Phys. (Leipzig), vol 94, pp. 59-86.

- Fredlund D.G., Morgenstern N.R., Widger R.A. (1978). The shear strength of unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 15(3): 313-321.
- Fredlund, D.G. & Rahardjo, H. (1993). *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. New York, John Wiley and Sons. 517 p.
- Fredlund D. G., Xing A. (1994). Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, No. 31 1994.
- Fredlund D.G., Xing A., Fredlund M.D., Barbour S.L. (1996). The relationship of the unsaturated soil shear strength to the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 32: 440-448 (1996).
- Hakala M.K. (1982). *Lujuusopin elementtimenetelmä*. Otakustantamo. 490 p.
- Hartikainen J., Kouhia R., Mikkola M., Mäkinen J. (2016). Muodonmuutoksen mitat kontinuumimekaniikassa. *Rakenteiden Mekaniikka*.
- Hilf W. (1948). Estimating Construction Pore-Water Pressures in Rolled Earth Dams. *Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. (Rotterdam, The Netherlands)*, vol. 3, pp. 234-240.
- Hillel, D. (1971). *Soil and water: physical principles and processes*. New York, Academic Press. 288 p
- Holzapfel G. A. (2000). *Nonlinear Solid Mechanics*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester.
- Hoff, I., Nordal, S. and Nordal, R. (1998). New hyperelastic model for granular materials in pavement structures, *Proceedings of the Fifth International Conference on the Bearing Capacity of Roads and Airfields*, Trondheim, Norway, July 6-8, 1998, pp 1315-1324.
- Ibrahimbegovic A. (2009). *Nonlinear Solid Mechanics, Theoretical Formulations and Finite element Solution Methods*. Springer Science+Business Media B.V. 2009. 574 p.
- Indraratna B., Salim W., Rujikiatkamjorn C. (2011). *Advanced Rail Geotechnology – Ballasted Track*.
- Isohaka, M. (2014). *Veden saatavilla olon vaikutus radan routimiseen*. Diplomityö. Tampere. Tampereen teknillinen yliopisto, Rakennustekniikan laitos, maa- ja pohjarakenteiden yksikkö. 132s + 7 liites.

Janssen D.J. & Dempsey B.J. (1980). Soil-Moisture Properties of Subgrade Soils. Transportation Res. Board Meeting, Washington, DC, 1980.

Jääskeläinen R. (2011). Geotekniikan perusteet. Amk Kustannus Oy.

Kalliainen A., Kolisoja P., Nurmikolu A. (2014). Radan 3D-rakennemalli ja ratarakenteen kuormituskestävyys. Liikenneviraston tutkimuksia ja selvityksiä 55/2014. Liikennevirasto. Helsinki 2014. 174 p.

Kauppinen, M. 2011. Ratakiskon elinkaari. Helsinki 2011. Liikenneviraston tutkimuksia ja selvityksiä 1/2011.

Kirkham, D., Powers, W.L. (1972). Advanced Soil Physics. Canada, Wiley-Interscience. 534 p.

Klausner Y. (1991). Fundamentals of Continuum Mechanics of Soils. Springer-Verlag London 1991. 607 p.

Kolisoja P. (1993). Sitomattomien kerrosten kiviainesten muodonmuutosominaisuudet. Tielaitos, Helsinki.

Kolisoja P. (1996) Sitomattomien materiaalien moduulit. Tielaitos, Helsinki

Kolisoja P. (1997). Resilient Deformation Characteristics of Granular Materials. Tampereen teknillinen korkeakoulu, Tampere.

Kondner R.L. (1963). Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 89, No. SM1.

Korkiala-Tanttu L. & Laaksonen R. (2003). Permanent deformations of unbound materials of road pavement in accelerated pavement tests. Proceedings of XII th. Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Prague, Vol. 2, The Czech Geotechnical Society CICE.

Korkiala-Tanttu L. (2005). A new material model for permanent deformations in pavements. Proc. of the Seventh Conference on Bearing Capacity of Roads and Airfields, Trondheim 27.6.–29.6.2005.

Korkiala-Tanttu L. (2008). Calculation method for permanent deformation of unbound pavement materials. VTT publications no. 702, Espoo.

Kouhia R. (2013). Betonin ajasta riippumattomat materiaaalimallit. Liikennevirasto, Helsinki.

Latvala J. (2018). Radan kuivatuksen toimivuuden arviointi ja parantaminen olemassa olevilla radoilla. Liikenneviraston tutkimuksia ja selvityksiä 50/2018, Liikennevirasto, Helsinki 2018.

Liikennevirasto. (2012). Tien geotekninen suunnittelu. Liikenneviraston ohjeita 10/2012. Helsinki 2012.

Liikennevirasto. (2017). Rautatietilasto 2016. Liikenneviraston tilastoja 9/2017. Liikennevirasto, Helsinki 2017. 52 s.

Liikennevirasto. (2018 a). Rataverkon kokonaiskuva, Lähtökohtia ja näkökulmia. Liikenneviraston tutkimuksia ja selvityksiä 37/2018. Liikennevirasto, Helsinki 2018. 90 s. + 1 liitt. 1 s.

Liikennevirasto (2018 b). Ratatekniset ohjeet (RATO) osa 3, Radan rakenne. Liikenneviraston ohjeita 13/2018. Liikennevirasto. Helsinki 2018.

Li X., Ekh M., Nielsen J.C.O. (2016). Three-dimensional modelling of differential railway track settlement using a cycle domain constitutive model. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 2016; 40: 1758-1770.

Mansikkamäki, J. (2009). Olemassa olevien ratapenkereiden stabiliteetin laskenta elementtimenetelmällä. Ratahallintokeskuksen julkaisuja A9/2009. Helsinki 2009.

Marachi N. D, Chan C. K., Seed H. B., Duncan J. M. (1969). Strength and Deformation Characteristics of Rockfill Materials. University of California, Berkeley.

McKee C.R. & Bumb A.C. (1984). The importance of unsaturated flow parameters in designing a monitoring system for a hazardous wastes and environmental emergencies. Hazardous Materials Control Research Institute National Conference, Houston, Tex., March, pp. 50-58.

Nordal, S. (2010). Soil modeling, PhD course BA8304. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim.

Nurmikolu, A. & Kolisoja, P. (2001). XPS-routalevyeristeet ratarakenteessa, 250 kN:n ja 300 kN:n akselipainot. Helsinki 2001. Ratahallintokeskuksen julkaisuja A 2/2001. 97 s. + liitt. 17 s.



Nurmikolu, A., Kolisoja, P. (2002). Ratarakenteen routasuojaus. Ratahallintokeskuksen julkaisuja A1/2002. Ratahallintokeskus. Helsinki 2002.

Nurmikolu A. (2006). Ratarakenteessa käytettävien kalliomurskeiden hienoneminen ja routimisherkyys. Kokeellinen tutkimusosuus. Helsinki 2006. Ratahallintokeskuksen julkaisuja A 9/2006. 170 s. + liitt. 6 s.

Nurmikolu, A. & Kolisoja, P. (2010). Sepelinpuhdistuksen vaikutukset raideseppelin ominaisuuksiin. Helsinki 2010. Liikenneviraston tutkimuksia ja selvityksiä 11/2010. 64 s. + liitt. 3 s.

Obzrud R. F., Truty A. (2018). The Hardening Soil Model – a Practical Guidebook. Z Soil report, Edition 2018. 205 p.

Pappin, J.W. (1979). Characteristics of a granular material for pavement analysis. Ph.D thesis, Department of Civil Engineering, University of Nottingham.

Pappin, J.W. and Brown, S.F. (1980). Resilient Stress-Strain Behaviour of a Crushed Rock. Proceedings of International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading, Swansea, Wales, UK. Vol. 1, pp. 169-177.

Plaxis. (2018). Material Models Manual. 256 p.

Profillidis V. A. (2000). Railway Engineering, 2. ed. Aldershot: Ashgate, cop. 291 p.

Pylkkänen K. & Nurmikolu A. (2015). Routa ja routiminen ratarakenteessa. Liikenneviraston tutkimuksia ja selvityksiä 22/2015. Liikennevirasto. Helsinki 2015.

Rantala, T., Kerokoski, O. & Nurmikolu, A. (2013). Betoniratapölkyn rakenteellinen toiminta ja vaurioitumismekanismit. Kirjallisuus selvitys. Helsinki 2013. Liikenneviraston tutkimuksia ja selvityksiä 36/2013. 156 s + liitt. 13s.

Ratahallintokeskus. (2002). Ratatekniset määräykset ja ohjeet (RAMO), osa 11, radan päällysrakenne. Helsinki. 87 s. + liitt. 26 s.

Réthátin L. (1983). Groundwater in civil engineering. Amsterdam, Elsevier.

Roadex (2019). Vesi tierakenteessa ja pohjamaassa, terminologiaa–WWW sivusto. Roadex Network, E-Learning, Teiden kuivatus. Saatavissa: <https://www.roadex.org/fi/e-learning/kurssit/teiden-kuivatus/2-vesi-tierakenteessa-ja-pohjamaassa-terminologiaa/> (Viitattu 1.7.2019)

Rowe, P. W. (1962). The stress dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proc. R. Soc.* 269A, pp. 500-527.

Salmi, Pajunen. (2010). *Lujuusoppi*. Pressus Oy, Tampere.

Sauni M. (2018). Radan kuormituskestävyyden arviointi tiedonlouhintamenetelmillä. Diplomityö. Tampere 2018. Tampereen teknillinen yliopisto, Rakennustekniikan koulutusohjelma. 137 s. + liitt. 100 s.

Schanz, T. & Vermeer, P.A. (1996), Angles of friction and dilatancy of sand, *Géotechnique* 46, No. 1, pp. 145-151.

Schanz, T., Vermeer, P.A., Bonnier, P.G. (1999). The hardening soilmodel: formulation and verification, *Beyond 2000 in Computational Geotechnics*. Balkema, Rotterdam.

Selig, E. T. & D. Li. 1994. "Track Modulus: Its Meaning and Factors Influencing It." In *Transportation Research Record 1470*. Transportation Research Board, National Research Council, Washington DC, s. 47–54.

Selig, E. T. & Waters, J. M. 1994. *Track geotechnology and substructure management*. London, Thomas Telford Publications. 407 p.

Simonsen, E., Janoo, V.C., Isacsson, U. Resilient Properties of Unbound Road Materials during Seasonal Frost Conditions. *Journal of Cold Regions Engineering*. Vol. 16, No 1. March 2002. pp. 28–50.

Skoglund K. A. (2002). *A Study of Some Factors in Mechanistic Railway Track Design*. NTNU, Trondheim.

Suiker A.S.J. & de Borst R. (2003). A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2003: 54(4):441-470.

Suiker, A. S. J., Selig, E. T. & Frenkel, R. (2005). Static and cyclic triaxial testing of ballast and subballast. *J. Geotech. Geoenviron. Engng ASCE* 131, No. 6, 771–782.

Sweere, G.T.H., Penning, A. & Vos, E. (1987). Development of a Structural Design Procedure for Asphalt Pavements with Crushed Rubble Base Courses. *Proceedings of 6 th International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements*, University of Michigan, Ann Arbor, 1987. pp. 290-304.

- Sweere, G.T.H. 1990. Unbound granular bases for roads, PhD Thesis, University of Delft, the Netherlands.
- Tadmor E. B., Miller R. E., Elliott R. S. (2012). Continuum Mechanics and Thermodynamics. Cambridge University Press, Cambridge.
- Teknikum Oy. (1997). Technical Specification: Rubber railway pad Zw 900 NT for Vossloh system Skl 14 / Nordic conditions. Vammala, Finland, 11.6.1997. Telefax. 8p.
- Terzaghi K., Peck R. B. (1956). Soil Mechanics in Engineering Practice. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Thom, N. (1988). Design of road foundations. Ph.D thesis, Department of Civil Engineering, University of Nottingham, Nottingham, UK.
- Tiehallinto (2005). Tietoa tien suunnitteluun 71d. Helsinki 2005.
- Tuomala M. (2019). Plastisuusteoria –luentomoniste. Tampereen teknillinen yliopisto.
- Uzan, J. (1985). Characterization of Granular Materials. Transportation Research Record, No. 1022, pp. 52-59.
- Veverka, V. (1979). Raming Van de Spoordiepte Bij Wagen met een Bitumineuze Verharding. De Wegentechniek, Vol. XXIV, No. 3, pp. 25-45.
- Vuorimies N., Kalliainen A., Rossi J., Kurki A., Kolisoja P., Varin P., Saarenketo T. (2018). Tierakenteen rasittuminen yli 76 tonnin HCT-yhdistelmien koekuormituksissa vuosina 2015–2017. Liikenneviraston tutkimuksia ja selvityksiä 63/2018. Liikennevirasto, Helsinki. 115 p.
- Wriggers P. (2008). Nonlinear Finite Element Methods. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 559 p.
- Wu, S., Gray, D.H. and Richart, F.E.Jr. (1984). Capillary effects on Dynamic Modulus of Sands and Silts. The American Society of Civil Engineers, Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 110, No. 9, pp. 1188-1203.
- Youd, T.L. (1972). Compaction of Sands by Repeated Shear Staining. roceedings, The American Society of Civil Engineers, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, Vol. 98, SM7.