

---

**TAMPEREEN YLIOPISTO**  
Pro gradu –tutkielma

---

**TIETOTEKNISTEN APUVÄLINEIDEN MERKITYS LUKION  
MATEMATIIKAN OPETUKSESSA JA  
OPPIMISESSA**

Virve Rantanen

---

Luonnontieteiden tiedekunta  
Matematiikka  
Helmikuu 2018

---



TAMPEREEN YLIOPISTO

Luonnontieteiden tiedekunta

RANTANEN, VIRVE: Tietoteknisten apuvälineiden merkitys lukion matematiikan opetuksessa ja oppimisessa

Pro gradu -tutkielma, 59 s., 7 liites.

Matematiikka

Helmikuu 2018

---

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli saada vastauksia seuraaviin kysymyksiin lukion matematiikan opetuksesta ja oppimisesta: Minkälaisia merkityksiä tietoteknisillä apuvälineillä on? Mitä haittaa tai hyötyä niistä voi olla opiskelijoille tai opettajille? Mitä lisäarvoa ne tuovat opetukseen ja oppimiseen verrattuna siihen, että käytettäisiin perinteisiä oppikirjoja ja tehtäisiin muistiinpanot vihkoon? Kysymyksiin haettiin vastauksia aiemmin julkaistujen tutkimusten, opettajien mielipidekyselyn ja opiskelijoiden matematiikkatestin avulla.

Tutkimuksessa lähdettiin liikkeelle kartoittamalla, mitä taitoja tulevaisuudessa tarvitaan. Huomaamme, että teknologian ymmärtäminen on yksi tulevaisuuden taidoista. Tämän vuoksi teknologiaa on tuotu myös kouluihin. Tutkimuksessa kerrotaan, kuinka teknologia eli tietotekniset apuvälineet ovat tulleet osaksi opetusta ja lisäksi, miten teknologia on pitänyt ottaa huomioon opetussuunnitelmissa. Teknologian käyttöä osana matematiikan opetusta ja oppimista on tutkittu eri kannoilta. Tämän tutkimuksen kannalta esitellään muutamia tärkeimmät tutkimukset, jotka ovat liittyneet teknologian käyttöön opetuksessa ja oppimisessa. Saadaksemme selville, mitä tietotekniset apuvälineet ovat merkinneet lukion matematiikan opetukselle ja oppimiselle, kehiteltiin kaksi tutkimusta. Ensimmäinen tutkimus oli suunnattu matematiikan opettajille. Opettajille suunnattu tutkimus oli mielipidekysely, joka liittyi tietoteknisiin apuvälineisiin, joita opettajat käyttävät matematiikan opetuksessa ja oppimisessa. Kyselystä tehtiin sähköinen lomake, joka lähetettiin maaliskuussa 2015 Kanta-Hämeen ja Pirkanmaan lukioiden matematiikan opettajille. Toinen tutkimus oli suunnattu opiskelijoille. Opiskelijoille suunnatussa tutkimuksessa tarkasteltiin, mikä merkitys oli sillä, kun opiskelija ratkaisee matematiikan tehtäviä laskimen avulla ja ilman laskinta. Tutkimusta varten laadittiin matematiikkatesti, joka tehtiin Tampereen yliopiston normaalikoulun lukiossa maaliskuussa 2015 yhdelle pitkän matematiikan ryhmälle. Ryhmä jaettiin kahteen eri ryhmään. Toinen ryhmistä sai testiä tehdessään käyttää laskinta ja toinen ryhmä laski testin kynällä ja paperilla.

Aikaisempien tutkimusten pohjalta tutkijat huomasivat tietoteknisillä apuvälineillä olevan negatiivinen ja positiivinen merkitys matematiikan opetukselle ja oppimiselle. Opettajille suunnatussa mielipidekyselyssä, opettajat olivat myös havainneet saman, minkä aikaisempien tutkimusten tutkijat. Tietoteknisillä apuvälineillä on positiivinen ja negatiivinen merkitys matematiikan opetukselle ja oppimiselle. Opettajien pitää siis tarkoin miettiä, mihin kaikkeen on järkevää käyttää tietoteknisiä apuvälineitä. Opiskelijoiden matematiikkatestissä eniten tehtäviin vastattiin oikein laskinryhmässä. Matematiikkatestissä oli pieni otos, joten tuloksen perusteella ei voida sanoa varmasti, mikä merkitys on sillä, laskeeko opiskelija laskimella vai kynällä ja paperilla.

# SISÄLLYS

1	Johdanto	6
2	Tulevaisuuden taidot ja matemaattinen osaaminen	9
3	Matematiikan oppiminen teknologian avulla	11
3.1	Tietoteknisten apuvälineiden tulo osaksi opetusta	11
3.2	Oppimisympäristöt matematiikan opetuksessa ja oppimisessa	13
3.3	Tutkimuksia teknologian käytöstä osana matematiikan opetusta ja oppimista	14
3.4	Teknologian merkitys matematiikan opetuksessa ja oppimisessa	17
3.5	Laskimen rooli opetuksessa ja oppimisessa	18
4	Tutkimuksen toteutus	19
4.1	Opettajien mielipidekysely tietoteknisistä apuvälineistä	19
4.2	Matematiikan tehtävien ratkaiseminen laskimen avulla ja ilman laskinta	21
5	Tutkimustulokset	22
5.1	Tulosten käsittely	22
5.2	Opettajien mielipiteitä tietoteknisistä apuvälineistä	23
5.3	Matematiikan tehtävien ratkaiseminen laskimen avulla ja ilman laskinta	38
	5.3.1 Tehtävän 1 tulokset	38
	5.3.2 Tehtävän 2 tulokset	42

5.3.3 Tehtävän 3 tulokset	46
5.3.4 Tehtävän 4 tulokset	48
6 Johtopäätökset ja pohdinta	52
6.1 Tietoteknisten apuvälineiden hyödyt ja haitat	52
6.2 Tutkimuksen eettiset näkökulmat	53
6.3 Tutkimuksen luotettavuuden arviointi	53
6.4 Summa summarum	54
Lähteet	56
Liitteet	60

# 1 JOHDANTO

Kognitiiviset perustaidot, kuten laskeminen, lukeminen ja kirjoittaminen, eivät enää yksin riitä kansalaisten perustaitoina 2000-luvulla. Koululta vaaditaan kognitiivisten perustaitojen lisäksi kykyä opettaa 2000-luvun taitoja ja kasvattaa opiskelijoista yhteiskunnan jäseniä. Mitä nämä 2000-luvun taidot sitten pitävät sisällään? Niihin voidaan luokitella esimerkiksi matemaattinen osaaminen, oppimistaidot, yrittäjäyys sekä teknologiset taidot [1]. 2000-luvun taitojen opettaminen näkyekin kouluissa siten, että on otettu erilaisia tietoteknisiä apuvälineitä ja teknologiaa mukaan osaksi opetusta ja oppimista. Matematiikan tunneilla on lisääntynyt tietoteknisten apuvälineiden käyttö, esimerkiksi symboliset CAS-laskimet (a computer algebra system) ja tabletit ovat tulleet mukaan lukion tunneille. Tietoteknisten apuvälineiden käytön tavoitteena on, että opiskelijat oppisivat asiat paremmin.

Sosiaalisessa mediassa on esitetty erilaisia huolia siitä, korvaako teknologia perinteisen kynä ja paperi -tekniikan, osataanko kynällä ja paperilla enää laskea sekä ymmärretäänkö, mitä laskimella lasketaan. Myös teknologian tuomat edut ja haitat puhuttavat sosiaalista mediaa. Vuonna 2015 OECD (The Organisation for Economic Co-operation and Development) tekemän Pisa-tutkimuksen mukaan tietotekniikan tuominen kouluihin ei ole kohentanut oppimistuloksia vaan päinvastoin heikentänyt niitä [2][3]. OECD:n opetusjohtaja Andreas Schleicher kertoi Britannian yleisradioyhtiö BBC:lle, että tutkimusten mukaan ne opiskelijat, jotka käyttävät usein tabletteja ja tietokoneita, pärjäävät testeissä huonommin. Tietokoneet voivat myös olla häiriöksi luokassa, sillä opiskelijat saattavat esimerkiksi kopioida internetistä kotitehtävien vastaukset. [4] Iisalmen Sanomien julkaisemassa artikkelissa ”Keksintö suoraan helvetistä” haastateltiin sekä opettajia että oppilaita älykännykkäkulttuurista. Artikkelissa muun muassa kahdeksaluokkalainen oppilas myönsi, että älykännykän käyttäminen tunnilla alensi hänen numeroitaan. [5] Kahdeksaluokkalainen oppilas kirjoitti Aamulehden mielipidepalstalle kirjoituksen otsikolla ”Tietokoneiden käyttö koulussa ei ole aina hyväksi”. Kirjoituksessaan oppilas kertoi, että kannettavien koneiden käyttäminen tunnilla vie opettajilta vain aikaa, kun opettajat joutuvat vahtimaan, mitä oppilaat tekevät koneilla. Oppilas itse kertoi, että hän on tunneilla oppinut

käyttämään vain tietokonetta, mutta tärkein eli itse oppitunnin sisältö, esimerkiksi ravintoketjun ymmärtäminen, jäi taka-alalle. [6]

*Valitettavan usein teknologian opetuskäytön edistäminen kouluissa tapahtuu teknologiavetoisesti ja markkinoijien ehdoilla. Harvoin pohditaan sitä, miten sovellettuna teknologia voi edistää oppimisen korkean tason taitojen kehittymistä tai opitun soveltamista. [7]*

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on saada vastauksia näihin sosiaalisessa mediassa esitettyihin huoliin sekä seuraaviin kysymyksiin:

- Minkälaisia merkityksiä tietoteknisillä apuvälineillä on lukion matematiikan opetuksessa ja oppimisessa?
- Mitä opiskelijat hyötyvät siitä, kun käytetään tietoteknisiä apuvälineitä opetuksessa ja oppimisessa?
- Mitä opettajat hyötyvät siitä, kun käytetään tietoteknisiä apuvälineitä opetuksessa ja oppimisessa?
- Mitä haittaa tietoteknisistä apuvälineistä on opiskelijoille, kun niitä käytetään opetuksessa ja oppimisessa?
- Mitä haittaa tietoteknisistä apuvälineistä on opettajille, kun niitä käytetään opetuksessa ja oppimisessa?
- Mitä lisäarvoa tietotekniset apuvälineet tuovat opetukseen ja oppimiseen verrattuna siihen, että käytettäisiin perinteisiä oppikirjoja ja tehtäisiin muistiinpanot vihkoon?

Kun näihin kysymyksiin saadaan vastaukset, voidaan miettiä, mihin suuntaan lukion matematiikan opettamista voisi suunnata. Mihin teknologiaa on tarkoituksenmukaista käyttää matematiikan opetuksessa ja oppimisessa? Lisätäänkö teknologian käyttöä matematiikan tunneilla vai vähennetäänkö sitä?

Tutkielman alussa mietitään, mitä taitoja tulevaisuudessa tarvitaan. Tullaan huomaamaan, että matemaattinen osaaminen on yksi tulevaisuuden taidoista. Mitä tämä matemaattinen osaaminen on, siitä kerrotaan lisää luvussa kaksi. Luvussa kolme tutustutaan aikaisempiin tutkimuksiin teknologian käytöstä osana matematiikan opetusta sekä mietitään, mikä merkitys teknologialla on ollut matematiikan opetuksessa ja oppimisessa. Luvussa neljä ja viisi, kerrotaan kuinka tutkimuksen aineistona käytetty opettajille tehty sähköinen mielipidekysely ja opiskelijoille tehty matematiikan

testi toteutettiin sekä esitetään niiden tulokset. Lopuksi pohditaan, mitä johtopäätöksiä tutkimustuloksista voidaan tehdä.

## 2 TULEVAISUUDEN TAIDOT JA MATEMAATTINEN OSAAMINEN

Oppimista tapahtuu koko elämänkaaren ajan ja tätä kutsutaan elinikäiseksi oppimiseksi. 2000-luvulla alettiin sekä kansainvälisissä että kansallisissa yhteyksissä määritellä, mitä elinikäisiä taitoja me tarvitsemme tulevaisuudessa. Vuoden 2015 lukion opetussuunnitelmassa on myös mainittu elinikäinen oppiminen. Lukion opetussuunnitelmassa opetuksen yleisiin tavoitteisiin on kirjattuna, että

*opiskelijalla on mahdollisuus kasvaa sivistyneeksi yhteiskunnan jäseneksi, hankkia muuttuvan toimintaympäristön edellyttämiä tietoja ja taitoja sekä kartuttaa elinikäisen oppimisen taitoja. [8]*

Mitä nämä elinikäisen oppimisen taidot sitten pitävät sisällään? Euroopan Unionin määritelmän mukaan tulevaisuudessa tarvitaan seuraavia taitoja: viestiminen äidinkielellä sekä vierailta kielillä, matemaattinen osaaminen sekä perusosaaminen luonnontieteiden ja tekniikan aloilla, oppimistaidot, aloitekyky ja yrittäjäyys. OECD määrittelee tulevaisuudessa tarvittaviksi taidoiksi: kognitiiviset taidot (matemaattinen taito, oppimistaidot, vuorovaikutus ja kommunikaatio), interpersoonalliset taidot (vuorovaikutukseen liittyvät taidot), intrapersoonalliset taidot (yrittäjäyys, hallinnan taidot) ja teknologiset taidot. Australialainen ATC21s-tutkimusryhmä (The Assessment and Teaching of 21st Century Skills) määrittelee tulevaisuuden taidoiksi ajattelun taidot (luovuus), työskentelyn taidot (kommunikointi), työskentelyvälineet (tieto- ja viestintätekniikka) sekä aktiivisen kansalaisuuden taidot (arkielämä ja ura). Suomessa opetushallitus (OPH) on myös tehnyt määritelmiä 2000-luvun taidoista, joita pitäisi opettaa kouluissa. Ne ovat mielekäs oppiminen, kestävä tulevaisuus, sivistys, laaja-alainen osaaminen sekä oppiminen monipuolisessa ympäristössä. [1]

Näistä yllä olevista eri määritelmästä löytää yhdistäviä tekijöitä. Matemaattinen osaaminen, oppimistaidot, yrittäjäyys sekä teknologiset taidot sisältyvät melkein jokaiseen tulevaisuuden taitojen määritelmään. Voimme täten havaita, että kognitiiviset perustaidot, kuten laskeminen, lukeminen ja kirjoittaminen, eivät enää yksin riitä. Yksilöltä vaaditaan yhä enemmän.

Edellisessä kappaleessa kerrottiin, että matemaattinen osaaminen on yksi tulevaisuuden taidoista. Mitä matemaattinen osaaminen sitten on? PISA-ohjelma on määritellyt matemaattisen osaamisen seuraavasti:

*matemaattinen osaaminen on yksilön kykyä nähdä ja ymmärtää matematiikan merkitys ympäröivässä maailmassa, tehdä perusteltuja matemaattisia päätelmiä sekä käyttää ja soveltaa matematiikkaa tarpeidensa mukaan elämässään osallistuvana, vastuullisena ja ajattelevana kansalaisena [9].*

Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin mielestä matemaattinen osaaminen (mathematical proficiency) koostuu viidestä eri osa-alueesta: käsitteellisestä ymmärtämisestä (conceptual understanding), proseduraalisesta sujuvuudesta (procedural fluency), strategisesta kompetenssista (strategic competence), mukautuvasta päättelystä (adaptive reasoning) sekä hyödyllisyyden ymmärtämisestä (productive disposition) [10]. Avataan seuraavaksi tarkemmin näitä viittä eri osa-alueita.

Opiskelijat, joilta löytyy käsitteellinen ymmärtäminen, ymmärtävät matematiikan idean kokonaisuudessaan. Opiskelijat osaavat käyttää jo tiedossaan olevia tietoja ja taitoja ongelmien ratkaisemiseen ja usein he esittävät matemaattiset ongelmat usealla eri tavalla. Esimerkiksi, jos tehtävänä on laskea murtolukuja yhteen, niin tämä voidaan esittää numeroilla, murtokakuilla tai kertomalla tarina. Proseduraalisella sujuvuudella tarkoitetaan sitä, että opiskelijat tietävät milloin ja miksi tiettyä laskumenetelmää käytetään. Opiskelijat osaavat käyttää laskumenetelmiä asianmukaisesti, tarkasti, joustavasti ja tehokkaasti ja he eivät tarvitse ulkoista apua, esimerkiksi laskinta, laskujen laskemiseen. Strategisella kompetenssilla tarkoitetaan, että opiskelijat osaavat esimerkiksi sanallisista ongelmista tehdä matemaattisia lausekkeita ja ratkaista ne. Mukautuvassa päättelyssä opiskelijat pystyvät ajattelemaan asiat loogisesti. He osaavat selittää ja perustella, kuinka matemaattiset ongelmat tulisi ratkaista. Hyödyllisyyden ymmärtämisellä tarkoitetaan sitä, että opiskelijat aistivat matematiikan olevan hyödyllistä ja että matematiikan tehokas opiskelu tulee maksamaan itsensä takaisin, eli se tulee auttamaan heitä jossain vaiheessa elämää. [10]

# 3 MATEMATIIKAN OPPIMINEN TEKNOLOGIAN AVULLA

Teknologian kehittyessä huimaa vauhtia on alettu miettiä, mitä taitoja tulevaisuudessa tarvitaan. Edellisessä luvussa totesimme, että tulevaisuudessa kognitiiviset perustaidot eivät enää yksin riitä. Yksilöltä vaaditaan enemmän. Teknologian kehittyminen aiheuttaa haasteita kouluille, koska pitää pysyä kehityksessä mukana ja opettaa teknologian tuomia uusia asioita, esimerkiksi ohjelmointia, koulun opiskelijoille. Symboliset CAS-laskimet ja tabletit ovat myös esimerkkejä teknologiasta, joita on tuotu osaksi matematiikan opetusta ja oppimista.

Tässä luvussa kerrotaan, kuinka teknologia eli tietotekniset apuvälineet ovat tulleet osaksi opetusta ja lisäksi, miten teknologia on pitänyt ottaa huomioon opetussuunnitelmissa. Teknologian käyttöä osana matematiikan opetusta ja oppimista on tutkittu eri kannoilta. Tämän tutkimuksen kannalta esitellään muutamat tärkeimmät tutkimukset, jotka ovat liittyneet teknologian käyttöön opetuksessa ja oppimisessa. Luvun lopussa vielä kootaan yhteen, mikä merkitys teknologialla on ollut matematiikan opetukseen ja oppimiseen.

## 3.1 Tietoteknisten apuvälineiden tulo osaksi opetusta

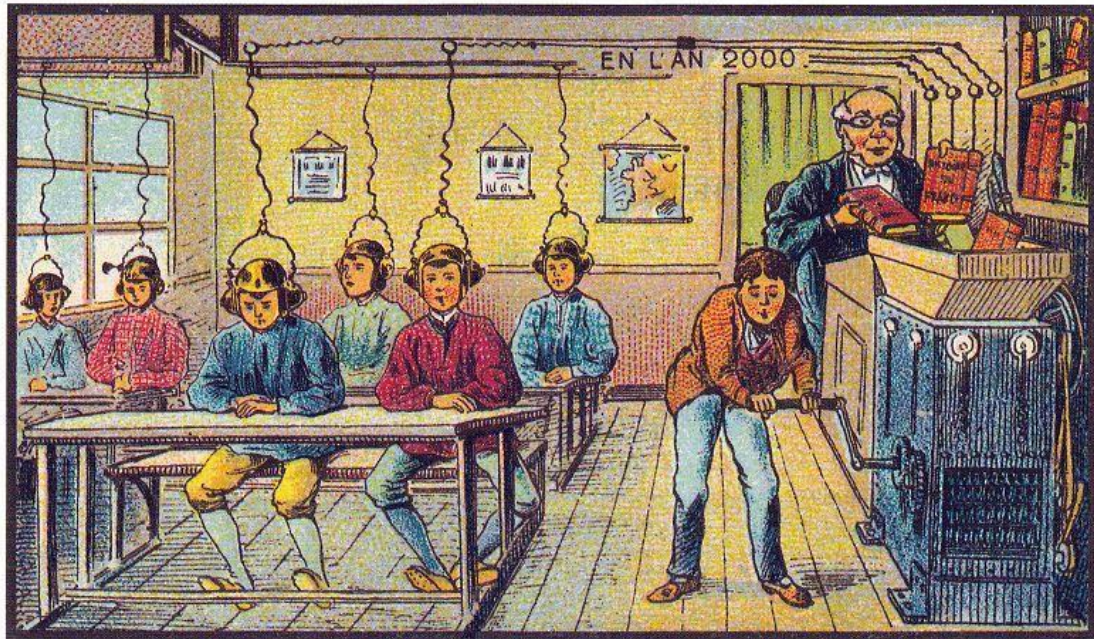
Matemaattisten laskujen laskeminen on kokenut 60 vuoden aikana monia muutoksia [11][12]. Aluksi käytössä olivat liitutaulu, oppikirja, vihko sekä kynä [13]. Laskut laskettiin vihkoon kynän avulla. 1950-luvulla laskujen laskemisen tueksi tuli laskutikku, joka oli valmistettu muovista tai puusta ja sillä pystyi laskemaan muun muassa kerto- ja jakolaskuja, luvun korottamisia neliöön tai kuutioon sekä trigonometrinen ja logaritmfunktioiden likiarvoja. 1960-luvulla alettiin kouluissa haaveilla, kuinka tietokoneet saataisiin osaksi matematiikan opetusta. [14] Tietokoneet olivat tuolloin vielä kalliita ja harvinaisia. 1970-luvun puolivälin jälkeen sähköisten laskimien hinnat laskivat. Laskutikut siirrettiin syrjään ja niiden tilalle otettiin laskimia osaksi opetusta. [15] Laskimet olivat ensimmäisiä tietoteknisiä apuvälineitä, joita hankittiin kouluihin. Laskimia oli kahden tyyppisiä: nelilaskimet sekä funktiolaskimet. Nelilaskimilla pystyi laskemaan vain neljää eri

laskutoimitusta eli yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja. Funktiolaskimilla pystyi neljän eri laskutoimituksen lisäksi laskemaan juurifunktioiden ja logaritmien laskuja sekä trigonometrisiä laskuja. 1980-luvulla yleistyivät tietokoneet ja ne otettiin osaksi perusopetusta [16]. Aluksi koulujen luokissa saattoi olla vain yksi tietokone, jolla opeteltiin ohjelmoinnin alkeita sekä tietokoneen toiminnan periaatteita. Tietotekniikkaa opetettiin peruskouluissa valinnaisella kurssilla, mutta myöhemmin sitä alettiin integroida eri oppiaineisiin. [15] Varsinainen tietotekniikan käyttö yleistyi opetuksessa 1990-luvulla, kun internet laajentui [11][15]. Tietoa pystyttiin etsimään internetistä ja ohjelmoinnin opettamisen sijaan keskityttiin työvälinohjelmien käyttämiseen, esimerkiksi tutkimusten ja aineiden kirjoittamiseen koneella. Vuoden 1994 perusopetuksen opetussuunnitelmassa lisättiin tavoite, että opiskelijan on osattava käyttää tietotekniikkaa peruskoulun loppuun mennessä [15]. 1990-luvulta siirryttäessä 2000-luvulle teknologia kehittyi lisää. Uusia laitteita ja sovelluksia tuli markkinoille, esimerkiksi älypuhelimet ja tablet-laitteet. [17] Tietokoneiden hinnat laskivat ja kouluilla oli varaa hankkia enemmän koneita kouluun. 2000-luku toi myös mukanaan sosiaalisen median, esimerkiksi YouTuben ja Facebookin, mikä lisäsi tiedon saamista eri medioista.

Nykypäivänä matematiikan tunnit eroavat paljon siitä, mitä 60 vuotta sitten oli. Kun kävelee matematiikan luokkaan, ei voi olla huomaamatta, kuinka tunnilla käytetään erilaisia tietoteknisiä apuvälineitä. Tietotekninen apuväline saattaa olla esimerkiksi CAS-kämmen-tietokone, kannettava tietokone tai älytaulu. Interaktiiviset ja virtuaaliset oppimisympäristöt sekä tietotekniset apuvälineet ovat tulossa osaksi arkipäivää. [18] Oppimateriaaleja muutetaan sähköisiksi ja niitä voi esimerkiksi tietokoneen avulla lukea koulun käyttämiltä internetissä olevilta oppimisympäristöiltä, esimerkiksi Edisonista tai Moodlesta. Tulevaisuudessa opiskelijoiden ei välttämättä tarvitse enää kantaa mukanaan kirjoja, vaan mukaan riittää jokin tekninen laite, jolla päästään käsiksi internetissä oleville oppimisympäristöille. 1900-luvulla ranskalaiset taiteilijat miettivät, miltä 2000-luku tulee näyttämään. Kuvassa 1 on erään ranskalaisen taiteilijan näkemys siitä, miten 2000-luvulla opitaan koulussa. Kuvassa opettaja syöttää koneeseen kirjoja, yksi opiskelija veivaa kampea ja johtoja pitkin kulkeutuu kirjojen tieto opiskelijoiden kuulokkeisiin. Ranskalaisen taiteilijan näkemys ei kovin paljon eroa nykypäivän opetuksesta. Nykyään opiskelijat käyttävät todella paljon tietoteknisiä apuvälineitä, joiden kautta tietoa saadaan.

Lisääkö tällaiset interaktiiviset ja virtuaaliset oppimisympäristöt sekä tietotekniset apuvälineet matemaattista ymmärrystä ja kykyä ratkaista matemaattisia ongelmia? Vai laskevatko ne vain matemaattista ymmärrystä ja lisäävät tietoteknisten apuvälineiden käytön ymmärrystä? Näihin

kysymyksiin yritetään löytää vastauksia erilaisten tutkimusten avulla, joista on kerrottu lisää myöhemmissä luvuissa.



At School

*Kuva 1. Ranskalaisen taiteilijan näkemys vuodelta 1900, miten 2000-luvulla koulussa opitaan. [19]*

### **3.2 Oppimisympäristöt matematiikan opetuksessa ja oppimisessa**

Vuoden 2014 perusopetuksen perusopetussuunnitelmassa on määriteltynä seuraavaa:

*oppimisympäristöillä tarkoitetaan tiloja ja paikkoja sekä yhteisöjä ja toimintakäytäntöjä, joissa opiskelu ja oppiminen tapahtuvat. Oppimisympäristöön kuuluvat myös välineet, palvelut ja materiaalit, joita opiskelussa käytetään. [20]*

Pääsääntöisesti oppimisympäristönä toimii koulu, mutta opiskelijoilla on nykyään mahdollisuus suorittaa opintoja etäopiskeluna. Vuoden 2015 lukion opetussuunnitelmaan on myös lisätty etäopiskelumahdollisuus. Etäopiskelussa opiskelija suorittaa kurssin itsenäisesti, opettajan ohjaamana ”ja siinä käytetään monipuolisesti tietoverkkoja sekä muuta tieto- ja viestintäteknologiaa.” [8]

Tieto- ja viestintäteknologiaa on otettu mukaan osaksi matematiikan opetusta ja oppimista. Vuoden 2015 lukion opetussuunnitelmassa tämä on matematiikan kohdalla huomioitu seuraavasti:

*opiskelija harjaannutetaan käyttämään tietokoneohjelmistoja matematiikan oppimisen ja tutkimisen sekä ongelmanratkaisun apuvälineinä. Matematiikan opiskelussa hyödynnetään muun muassa dynaamisen matematiikan ohjelmistoja, symbolilaskennan ohjelmistoja (CAS), tilasto-ohjelmistoja, taulukkolaskentaa, tekstinkäsittelyä sekä mahdollisuuksien mukaan digitaalisia tiedonlähteitä. [8]*

Symbolilaskennan ohjelmat (CAS) ovat tietokonejärjestelmiä, joilla pystytään käsittelemään matemaattista tietoa symbolisessa muodossa. Symbolilaskennan ohjelmia sanotaan interaktiivisiksi työvälineohjelmiksi, joihin käyttäjä itse syöttää haluamansa matemaattisen lausekkeen ja tämän jälkeen valitsee, mitä lausekkeelle tehdään, esimerkiksi derivoidaan tai integroidaan. Symbolilaskennan ohjelmat pystyvät tavallisten laskutoimitusten lisäksi esimerkiksi taulukoimaan funktion arvoja, piirtämään funktioiden kuvaajia sekä muodostamaan raja-arvoja. Symbolilaskennan ohjelmilla pystytään suorittamaan niitä matemaattisia toimintoja, joita kouluissa käsitellään. ”Symbolilaskennan ohjelmien etuna on se, että opiskelijat joutuvat kiinnittämään huomiota matemaattisten merkintöjen täsmälliseen kirjoittamiseen.” [21] Jos paperilla laskien tulee eri tulos kuin ohjelmalla, niin jossain on jotain mennyt väärin.

### *3.3 Tutkimuksia teknologian käytöstä osana matematiikan opetusta ja oppimista*

Teknologian eli tieto- ja viestintätekniiikan käyttöä osana matematiikan opetusta ja oppimista on tutkittu eri kannoilta. Mikä merkitys teknologialla on pedagogiseen kehittämiseen, verkostoitumiseen, koulun arkeen sekä kulttuuriin ovat muutamia esimerkkejä kysymyksistä, joiden pohjalta on tehty tutkimuksia. Teknologian merkitystä osana opetusta ja oppimista on usein hankala selittää, sillä oppimiseen vaikuttaa moni muukin tekijä. Asenteet teknologiaa kohtaan ja opiskelijan tausta ovat esimerkkejä asioista, jotka vaikuttavat oppimiseen. Seuraavaksi esitellään muutamia tutkimuksia tieto- ja viestintätekniiikan käytöstä osana matematiikan opetusta.

E-learning Nordic on vuonna 2006 tehty yhteispohjoismainen tutkimus, jossa keskityttiin tietotekniikan vaikutuksiin koulutyössä. Tutkimuksessa tutkittiin ja osoitettiin, miten tietotekniikka vaikuttaa koulutyöhön kolmella eri alueella: 1) opiskelijoiden suorituksiin, 2) opetus- ja oppimismenetelmiin sekä 3) tiedon jakamiseen. Tutkimuksessa havaittiin, että oppimiseen vaikuttaa eri tekijät, esimerkiksi opiskelijan sitoutuminen opetukseen, opetuksen eriyttäminen, opetuksen luovuus ja ajan tehokas käyttö. Tutkimustulokset osoittivat, että tietotekniikka vaikutti positiivisesti esimerkiksi lukemiseen, kirjoittamiseen ja laskemiseen. Tietotekniikan avulla pystyttiin tehostamaan oppimista. [22]

Michèle Artigue kirjoitti vuonna 2002 artikkelin tutkimuksistaan, CAS:n asemasta matematiikassa ja mitä ongelmia se tuo tullessaan. Ranskassa matematiikassa uusi asia opetetaan ensin käyttäen kynä ja paperi -tekniikkaa, myöhemmin opetukseen lisätään laskimen käyttöä, kun laskeminen kynä ja paperi -tekniikalla on tullut rutiiniksi. Matematiikassa ei keskitytä laskimen käytön tehokkaaseen harjoitteluun ja opettajat eivät usein saa tukea koululta, että he voisivat opettaa opiskelijoille laajemmin laskinten käyttöä. Opiskelijoiden täytyy itse tutustua laskimen toimintaan ja ymmärtää, miten laskin tuottaa tuloksen. Artikkelin eri tutkimuksissa oli oletettu aluksi, että CAS:n avulla olisi helppo tutustuttaa opiskelijat matemaattisiin sisältöihin ja sen avulla saataisiin nopeasti tulokset aikaiseksi. Mutta todellisuus oli eri. Opiskelijoille opetettiin todella vähän laskimen käyttöä, joten opiskelijoille ei syntynyt tarvetta kehittää laskimenkäyttötaitojaan. Kun opiskelijoille annettiin eri tutkimuksissa tehtäviä ratkaistavaksi laskimella, oli laskimen käyttö todella hidasta ja vaivalloista. Opiskelijoilla meni kauan, ennen kuin he saivat ratkaistua heille annetun tehtävän. Opiskelijat eivät ymmärtäneet, miten laskimella saadaan halutut tulokset. Tutkimusten pohjalta, tutkijat tulivat siihen lopputulokseen, että ymmärtääksemme CAS:iä, tarvitsemme teoriaopetusta sen käytöstä. CAS on tehokas apuväline matemaattisten laskujen laskemiseen ja todistamiseen, sen avulla saadaan tulokset nopeasti. Mutta ilman teoreettista tietoa CAS:n toiminnasta, emme pysty hyödyntämään CAS:a tarpeeksi. [23]

Doerr ja Zangor julkaisivat vuonna 2000 tutkimuksensa, jossa he tutkivat, miten kaksi eri luokkaa ja heidän opettajansa käyttävät teknologiaa luokassa. Tutkijat havaitsivat, että opiskelijat ja opettajat käyttivät graafista laskinta viidellä eri tavalla: laskemiseen, uudistamiseen, tiedon keräykseen ja analysointiin, havainnollistamiseen sekä tarkastamiseen. [24][25] Toisin kuin Doerr ja Zangor, jotka tutkivat graafisen laskimen käyttämistä, Goos ja kumppanit tutkivat, miten viidessä eri lukion luokassa graafinen laskin on integroitu osaksi opetusta ja oppimista. Goos ja kumppanit huomasivat graafisen laskimen saavan neljä erilaista roolia, kun se on integroitu osaksi opetusta ja oppimista. Graafinen laskin voi olla isäntä, palvelija, kumppani tai oman itsensä jatke. Nämä roolit ovat siis metaforia, jotka kuvaavat graafisen laskimen käyttöä luokassa. Esimerkiksi isäntä tarkoittaisi, että laskin olisi dominoivassa roolissa. [25][26]

Yksi tutkituimmista aiheista on se, miten graafinen laskin vaikuttaa asenteisiin. Ellington kävi 18 tutkimusta läpi, jotka oli tehty 1983-2002 välisinä vuosina Yhdysvalloissa. Näissä tutkimuksissa oli kaksi ryhmää, joita opetettiin samalla tavalla. Erona oli, että toisella ryhmällä oli mahdollista käyttää laskinta. Jokaisessa tutkimuksessa käytettiin Likert-asteikollisia väitteitä, millä mitattiin opiskelijoiden asenteita matematiikkaa kohtaan. Kuutta eri asennemuuttujaa mitattiin.

Asennemuuttajat olivat: asenne matematiikkaa kohtaan, kiinnostus matematiikkaa kohtaan, oma tietämys matematiikasta, motivaatio kasvattaa matemaattista tietämystä, opettajien havainnollistaminen, matematiikan arvostus yhteiskunnassa. Ellington huomasi, että positiivisempi asenne matematiikkaa kohtaan oli ryhmässä, joka sai käyttää laskinta. Mutta miksi heillä oli positiivisempi asenne matematiikkaa kohtaan, on mysteeri. Jotkut tutkijat ovat ehdottaneet, että opiskelijoille syntyy enemmän itseluottamusta, kun laskin on saatavilla. [25][27]

Aikaisempien Yhdysvalloissa tehtyjen tutkimusten perusteella DeBellis ja Goldin olivat havainneet, että matemaattisia ongelmia ratkaistaessa, graafisen laskimen käyttämisestä voi muodostua kolme erilaista vaikutusta opiskelijoihin. Opiskelijoille, joilla oli erilainen matemaattinen tausta, muodostui erilaisia näkemyksiä graafisen laskimen hyödyllisyydestä. Jotkut opiskelijat käyttivät graafista laskinta eri tarkoituksiin. Tehtävien valinta aiheutti keskustelua siitä, mihin on hyödyllistä käyttää graafista laskinta. DeBellis ja Goldin päättivät tehdä tutkimuksen, jossa he tekivät ensin alkukarsinnan neljän eri koulun edistyneimmille matematiikkaluokille. Alkukarsintoihin osallistui 111 opiskelijaa, joista valikoitui lopputesteihin kuusi ääripään opiskelijaa. Lopputesteihin päässeet opiskelijat osallistuivat kolmeen eri haastatteluun 1) puolistrukturoituun 2) tehtäväpohjaiseen ja 3) videosimulointiin. Puolistrukturoidussa haastattelussa opiskelijoilta kyseltiin avoimia kysymyksiä, esimerkiksi taustatietoja tai mielipidettä graafisen laskimen käytöstä. Tehtäväpohjaisessa haastattelussa opiskelijoille annettiin viisi tehtävää ja graafinen laskin. Tehtävät piti huolellisesti ratkaista ja samalla opiskelijoita sekä heidän laskimen käyttöönsä videokuvattiin. Videosimulointihaastattelussa opiskelijoille näytettiin videokuvaa, kun he ratkaisivat tehtäviä. Videon näyttämisen yhteydessä tutkijat kyselivät opiskelijoiden tuntemuksia ja sitä, miten he olivat päätyneet ratkaisuun. Tutkimus osoitti, että käyttämällä graafisen laskimen opittuja toimintoja, opiskelijat pysyivät tuotteliaalla ongelmanratkaisupolulla. Lisäksi tutkimus osoitti, että opiskelijan tausta vaikuttaa siihen, pysyykö opiskelija tuotteliaalla ongelmanratkaisupolulla vai keskeytyykö tuottelias ongelmanratkaisupolku. Esimerkiksi yhden tutkimuksessa olleen opiskelijan vanhemmat olivat akateemisesti koulutettu ja he eivät pitäneet siitä, että heidän lapsensa ratkaisi tehtäviä laskimella. Täten opiskelija ei halunnut turvautua laskimen apuun muuta kuin pakosta. [25][28]

Aino Ylinen tutki diplomityössään, millaisia opetusteknologian käyttökokemuksia Tampereen kaupungin lukion matematiikan opettajilla ja heidän opiskelijoillaan on. Tutkimusta varten Ylinen valmisti kaksi sähköistä kyselylomaketta, toisen opettajille ja toisen opiskelijoille. Kyselyissä oli väittämiä opetusteknologian käyttämisestä sekä muutamia avoimia kysymyksiä. Tutkimuksessa

Ylinen havaitsi, että matematiikan asioissa teknologiaa hyödynnetään yleisimmin asioiden havainnollistamiseen, tiedon hakuun ja tuottamiseen sekä materiaalin jakamiseen. [13]

### *3.4 Teknologian merkitys matematiikan opetuksessa ja oppimisessa*

Teknologian merkitystä matematiikan opetuksessa ja oppimisessa on tutkittu monelta eri kannalta. Vanessa Pittard ja Phil Bannister ovat Bectan (British Educational Communications and Technology Agency) tutkimuksessa Evidence and Evaluation pohtineet, mitä tarkoitetaan, kun puhutaan teknologian merkityksestä oppimiseen ja opetukseen. Tutkimuksessa merkityksestä erotettiin neljä osa-aluetta: panos, tuotos, tulokset ja vaikutus. Näiden osa-alueiden kautta voidaan ymmärtää, mitä teknologia merkitsee oppimiseen ja opetukseen. Panokseen liitettiin tietotekniikan käyttäminen. Tuotos tarkoitti suoraan panostuksen tuottamaan määrälliseen vaikutukseen, esimerkiksi oppilaiden ja tietokoneiden määrän suhdetta. Tuloksilla viitattiin siihen, kuinka paljon tietotekniikkaa hyödynnettiin käytettyihin tunteihin nähden. Vaikutuksella kuvattiin sitä, kuinka paljon tietotekniikan käyttöönotto on muuttanut esimerkiksi oppimistuloksia. Tietotekniikan merkitystä opetukseen ja oppimiseen voidaan mitata erilaisilla kokeilla. Usein mittauksissa tutkitaan kokemuksia ja kokemuksia arvioidaan sen mukaan, kuinka kauan teknologia on vaikuttanut. [15]

Mitä teknologia on sitten merkinnyt matematiikan opetukseen ja oppimiseen? Tutkijat ovat havainneet teknologian merkitsevän matematiikan opetukseen ja oppimiseen sekä positiivisesti että negatiivisesti. Negatiiviset asiat, joita tutkijat ovat havainneet teknologian käytöstä, liittyvät opiskelijoiden keskittymiskykyyn. Heikoilla opiskelijoilla saattaa keskittyminen harhautua liiaksi tietoteknisen apuvälineen käyttämiseen ja varsinainen opetettava asia jää sivuun. [29] Positiiviset asiat, joita tutkijat ovat havainneet teknologian käytöstä, liittyvät moniin eri asioihin. Van de Walle esimerkiksi havaitsi kolme eri tapaa, jolla tietotekniikka muutti matematiikan opetusta: 1) tunnilla ei käytetty aikaa pitkien laskujen tekemiseen paperilla ja kynällä, 2) opetus oli tehokkaampaa tietokoneilla ja 3) aiheita ja taitoja on helpompi tukea teknologian avulla [14]. Euroopan-laajuisessa Eurobarometer Benchmarking -tutkimuksessa opettajista 86 % oli sitä mieltä, että tietokoneiden ja internetin käyttö luokassa motivoi opiskelijaa. Myös E-learning Nordic -tutkimuksessa huomattiin sama, että tietokoneen ja internetin käyttö luokassa motivoi opiskelijaa [15]. Tietokoneen käytön huomattiin myös auttavan heikoiten suoriutuvia opiskelijoita. Paperille heikoiten suoriutuva opiskelija ei välttämättä saa aikaan mitään, mutta vastaavassa tilanteessa tietokoneen ruudulle hän saa paremmin aikaan jotain [29].

### *3.5 Laskimen rooli opetuksessa ja oppimisessa*

Laskimet ovat olleet osana opetusta ja oppimista jo yli 30 vuotta. Alussa laskimia oli kahden tyyppisiä: nelilaskimet sekä funktiolaskimet. Nelilaskimilla pystyi laskemaan vain neljää eri laskutoimitusta eli yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja. Funktiolaskimilla pystyi neljän eri laskutoimituksen lisäksi laskemaan juurifunktioiden ja logaritmien laskuja sekä trigonometrisiä laskuja. Ajan kuluessa teknologia kehittyi. Laskimista tuli CAS-kämmentietokoneita, joita voidaan käyttää tavallisten laskutoimitusten lisäksi esimerkiksi taulukoimaan funktion arvoja, piirtämään funktioiden kuvaajia sekä muodostamaan raja-arvoja.

Luvussa 3.3 esiteltyjen aiempien tutkimusten perusteella voidaan huomata, että laskimella on monta eri käyttötapaa. Laskinta voidaan käyttää laskemiseen, tiedon keräykseen ja analysointiin, havainnollistamiseen sekä tarkastamiseen. Laskimen merkitys opetuksessa ja oppimisessa vaihtelee eri maiden välillä. Ranskassa laskut lasketaan kynällä ja paperilla. Laskimen käytön opettamiseen ei varata oppitunnilta aikaa, joten opiskelijoille ei synny tarvetta kehittää laskimenkäyttötaitoja. Ranskassa tehdyssä tutkimuksessa opiskelijoille annettiin tehtäviä ratkaistavaksi laskimella. Tutkimuksessa huomattiin, että opiskelijat eivät ymmärtäneet, miten laskimella saadaan halutut tulokset. Yhdysvalloissa laskin saa neljä erilaista roolia. Laskin voi olla isäntä, palvelija, kumppani tai oman itsensä jatke. Nämä roolit ovat siis metaforia, jotka kuvaavat graafisen laskimen käyttöä luokassa. Minkä roolin laskin sitten saa, riippuu opiskelijan matemaattisesta taustasta. Jos opiskelija ei saa paperille aikaiseksi mitään, saattaa laskimen avulla laskeminen luonnistua paremmin, jolloin laskin on isännän roolissa. Yhdysvalloissa tehtyjen tutkimusten perusteella tutkijat huomasivat, että opiskelijoilla syntyy positiivisempi asenne matematiikkaa kohtaan, kun he saavat käyttää laskinta. Opiskelijat myös pysyivät tuotteliaalla ongelmanratkaisupolulla, kun he käyttivät laskimen opittuja toimintoja. Tutkijat myös huomasivat, että osaa opiskelijoista mietitytti, mihin kaikkeen on hyödyllistä käyttää laskinta, tarvitseeko jokaista laskua laskea laskimella.

## 4 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

Tutkimuksessa on kaksi osaa. Ensimmäisessä osassa tarkastellaan opettajien mielipiteitä tietoteknisistä apuvälineistä. Toisessa osassa tarkastellaan, mikä merkitys on sillä, kun opiskelija ratkaisee matematiikan tehtäviä laskimen avulla ja ilman laskinta. Tutkimusmenetelmissä käsitellään ensin sitä, miten opettajien mielipidekysely tietoteknisistä apuvälineistä toteutettiin. Opettajien mielipidekyselyn jälkeen käsitellään, kuinka opiskelijoille suunnattu matematiikan testi toteutettiin.

### *4.1 Opettajien mielipidekysely tietoteknisistä apuvälineistä*

Opettajille suunnattua mielipidekyselyä suunniteltiin marraskuussa 2014. Kysely tehtäisiin sähköisesti ja toimitettaisiin Kanta-Hämeen ja Pirkanmaan lukioiden matematiikan opettajille. Maaliskuussa 2015 mielipidekysely lähetettiin 41:n eri Pirkanmaan ja Kanta-Hämeen lukion rehtorille tai opintoneuvojalle, joita pyydettiin toimittamaan kysely heidän koulunsa matematiikan opettajille. Kyselyyn oli aikaa vastata yksi kuukausi.

Kysely toteutettiin sähköisesti e-lomakkeella (liite 1) ja kysely sisälsi 26 eri kohtaa. Kyselyn kysymyksissä on käytetty oppilas sanaa, jolla viitataan lukiolaisiin. Tutkimuksessa käytetään opiskelija sanaa. Aluksi kartoitettiin opettajan taustatietoja, sukupuolta sekä sitä, kuinka kauan hän on toiminut opettajana. Opetusajan sai valita seuraavista vaihtoehdoista: alle 1 vuotta, 1-5 vuotta, 6-10 vuotta, 11-15 vuotta, 16-20 vuotta tai yli 20 vuotta. Taustatietojen selvittämisen jälkeen kysyttiin, mitä tietoteknisiä apuvälineitä opettaja käyttää itse opetuksessaan ja mitä tietoteknisiä apuvälineitä opiskelijat käyttävät. Sekä opettajien että opiskelijoiden teknisiksi välineiksi oli annettu sama lista, josta vastaaja sai valita koulussaan käytettävät tietotekniset apuvälineet. Tietoteknisten apuvälineiden lista sisälsi seuraavia välineitä ja ohjelmia: Ipad/tabletti, kannettava tietokone, pöytätietokone, kämmentietokone, älykännykkä, funktiolaskin, graafinen laskin, symbolinen grafiikkalaskin, e-kirjat, YouTube, GeoGebra, Excel ja Matlab. Vastaaja sai myös avoimeen kohtaan täydentää, jos annetussa listassa ei ollut sitä apuvälinettä, mitä opettaja tai

opiskelijat käyttävät. Seuraavaksi opettajille oli esitetty erilaisia väitteitä tietoteknisistä apuvälineistä. Väitteet kuuluivat seuraavasti:

*Käytän matematiikan opettamisessa mieluummin liitua ja liitutaulukua opetusvälineinä kuin tietoteknisiä apuvälineitä.*

*Minun on helppo käyttää tietoteknisiä apuvälineitä.*

*Tietotekniset apuvälineet kiinnostavat minua.*

*Tietoteknisillä apuvälineillä opetan asiat nopeammin kuin perinteisillä menetelmillä.*

*Tietoteknisillä apuvälineillä opetan asiat tehokkaammin kuin perinteisillä menetelmillä.*

*Tietoteknisillä apuvälineillä pystyn havainnollistamaan joitakin matematiikan alueita paremmin kuin perinteisillä menetelmillä.*

*Tietoteknisiä apuvälineitä käyttämällä saan monipuolisuutta matematiikan tuntiin.*

*Oppilaiden käyttäessä tietoteknisiä apuvälineitä heidän motivaationsa opiskella matematiikan tunnilla on lisääntynyt.*

*Oppilaiden käyttäessä tietoteknisiä apuvälineitä heidän keskittymiskykynsä tunnilla on parantunut.*

*Tietoteknisten apuvälineiden käyttö on parantanut oppimistuloksia.*

*Matematiikan yo-kirjoitukset muuttuvat 2016 siten, että 4 ensimmäistä tehtävää lasketaan ilman laskinta ja loput saa laskea laskimella. Mielestäni muutoksessa ei ole mitään järkeä.*

*Matematiikan yo-kirjoitukset muuttuvat vuonna 2019 sähköiseksi. Yo-kirjoituksissa pitää osata tehtävät tehdä erilaisten tietokoneohjelmien avulla. Mielestäni tämä testaa vain tietokoneohjelmien käyttöä eikä matemaattista osaamista.*

Jokaiseen näistä väitteistä vastaaja pystyi vastaamaan viisiportaisen Likert-asteikon avulla. Vastausvaihtoehdoiksi oli annettu ”samaa mieltä”, ”jonkin verran samaa mieltä”, ”ei samaa, mutta ei eri mieltäkään”, ”jonkin verran eri mieltä” tai ”täysin eri mieltä”. Väitteiden perään oli myös jätetty tyhjää tilaa, jos vastaaja halusi perustella vastaustaan. Vastaajilta kysyttiin myös:

*Oletko havainnut matematiikan osaamisessa muutoksia viime vuosien aikana 1) opiskelijoiden lähtötasossa, 2) kurssikokeissa opiskeluaikana ja 3) yo-kirjoituksissa.*

Kysymyksiin pystyi vastaamaan joko ”kyllä” tai ”ei”. Vastauksen jälkeen oli jätetty tilaa perusteluille. Kyselyn loppupuolelle oli jätetty muutamia avoimia kysymyksiä:

*Mitä mieltä olet tietoteknisten apuvälineiden käytöstä matematiikan opetuksessa?*

*Minkälaisia tuloksia odotat vuoden 2016 matematiikan yo-kirjoituksista verrattuna aikaisempiin yo-kirjoituksiin?*

*Minkälaisia tuloksia odotat vuoden 2019 matematiikan yo-kirjoituksista verrattuna aikaisempiin yo-kirjoituksiin?*

Yksi kysymys, koskien vuoden 2019 matematiikan yo-kirjoituksia, kuului seuraavasti:

*Kumpaa osaamista vuoden 2019 matematiikan yo-kirjoitukset mielestäsi testaavat: matemaattista osaamista vai tietokoneohjelmien käytön osaamista?*

Tähän vastaaja valitsi joko matemaattisen osaamisen tai tietokoneohjelmien käytön osaamisen. Opettajille lähetetty e-lomake löytyy kokonaisuudessaan liitteestä 1.

## ***4.2 Matematiikan tehtävien ratkaiseminen laskimen avulla ja ilman laskinta***

Opiskelijoille suunnattua matematiikan testiä lähdettiin suunnittelemaan opettajille suunnatun mielipidekyselyn jälkeen. Testi tehtäisiin Tampereen yliopiston normaalikoulun lukiossa. Koulu on harjoittelukoulu, jossa opettajaksi opiskelevat suorittavat opetusharjoittelunsa. Koulun opiskelijat ja heidän vanhempansa tietävät, että tunnit eivät aina ole pelkkää opiskelua vaan siellä voidaan tehdä myös esimerkiksi erilaisia testejä. Maaliskuussa 2015 testi tehtiin yhdelle pitkän matematiikan ryhmälle. Opiskelijat jaettiin kahteen ryhmään jakamalla luokka keskeltä kahteen noin yhtä suureen ryhmään. Ensimmäinen ryhmä sai käyttää tehtäviä ratkaistessaan laskinta ja toinen ryhmä joutui ratkaisemaan tehtävät pelkästään kynällä ja paperilla. Aikaa molemmille ryhmille annettiin 20 minuuttia.

Tutkimuksen alussa kerättiin taustatietoja: sukupuoli, lukion vuosikurssi sekä käyttikö tehtäviä ratkaistessaan laskinta vai kynää ja paperia. Itse testi sisälsi neljä erilaista tehtävää, jotka liittyivät juuri- ja logaritmfunktioiden derivoimiseen. Matematiikan ryhmällä oli käynnissä kurssi juuri- ja logaritmfunktioiden derivoimisesta, joten siksi se valittiin aiheeksi testiin. Testin tehtävät oli suunniteltu siten, että ne pystyisi laskemaan laskimen avulla sekä ilman laskinta. Avuksi testiin oli laitettu liitteeksi MAOL-kaavakokoelmakirjasta kopioitu kaavakokoelma. Ensimmäinen tehtävä sisälsi kolme alakohtaa, jossa piti derivoida kolme erilaista lauseketta. Toisessa tehtävässä piti määrittää annetun käyrän annettuun pisteeseen piirretyn tangentin yhtälö ja piirtää tehtävästä vielä kuva. Kolmannessa tehtävässä oli logaritmiyhtälö, joka piti ratkaista. Viimeisessä tehtävässä oli annettu funktio ja piti määrittää sen pienin arvo. Testi on liitteessä 2.

# 5 TUTKIMUSTULOKSET

Tässä luvussa kerrotaan aluksi, kuinka opettajien mielipidekyselystä sekä opiskelijoiden matematiikkatestistä saatuja tuloksia lähdetään tutkimaan. Tämän jälkeen käsitellään ensin e-lomakkeella saatuja opettajien vastauksia tietoteknisistä apuvälineistä. Kysely on liitteessä 1. Opettajien kyselyn tutkimustulosten jälkeen käsitellään opiskelijoille teetetyn matematiikkatestin tuloksia. Opiskelijoille teetettiin matematiikkatesti, joka on liitteessä 2.

## 5.1 Tulosten käsittely

Tämä pro gradu -tutkimus on luonteeltaan sekä kvalitatiivinen että kvantitatiivinen. Kvalitatiivinen tutkimus tarkoittaa laadullista tutkimusta, jossa tutkimushenkilöt pääsevät suhteellisen vapaasti kertomaan aihealueeseen liittyvistä kokemuksistaan ja mielipiteistään [30]. Kvalitatiivisessa tutkimuksessa pyritään ymmärtämään tutkimushenkilöiden näkökanta. Kvantitatiivinen tutkimus on määrällinen tutkimus, jossa keskeistä on muun muassa johtopäätökset aiemmista tutkimuksista, aiemmat teoriat, koejärjestelyt sekä tilastollinen käsittely. [31][32]

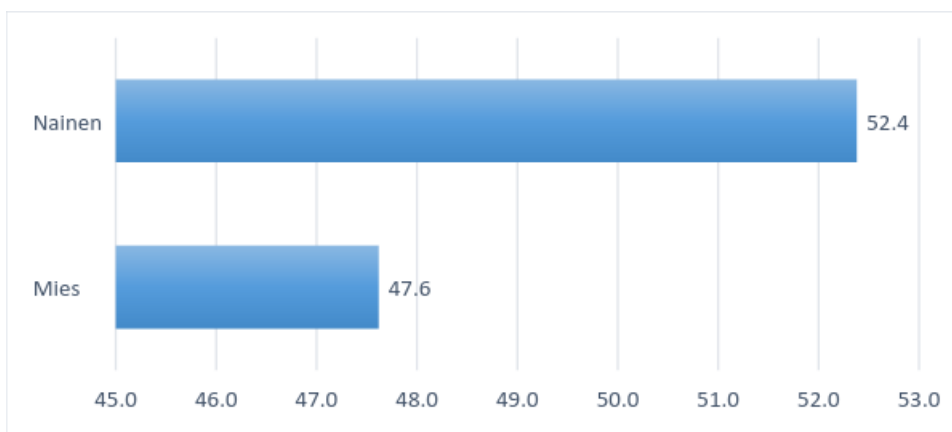
Tämä tutkimus sisälsi kaksi koejärjestelyä: opettajien mielipidekyselyn sekä opiskelijoille tehdyn matematiikkatestin. Opettajien mielipidekysely on sekä kvalitatiivinen että kvantitatiivinen tutkimus. Kyselyyn oli sisällytetty avoimia kysymyksiä, joihin opettajat pääsivät vastaamaan vapaasti. Vastausten perusteella tutkija pyrkii ymmärtämään opettajien näkökantaa. Tämä osuus opettajien mielipidekyselystä on kvalitatiivista. Opettajien mielipidekyselyyn oli myös sisällytetty kysymyksiä, joihin pystyi vastamaan viisiportaisella Likert-asteikolla. Likert-asteikosta saadaan määrällisiä tuloksia, joten tämä osuus opettajien mielipidekyselystä on kvantitatiivista. Opettajien mielipidekyselyyn vastasi 21 opettajaa. Mielipidekyselystä saadut tulokset siirrettiin taulukkolaskentaohjelmaan, jonka avulla pystyttiin muodostamaan graafisia kuvaajia kuvaamaan vastausten prosentuaalista jakaumaa.

Opiskelijoille tehty matematiikkatesti on luonteeltaan kvantitatiivinen. Opiskelijat ratkaisivat testin tehtäviä omien taitojensa mukaisesti. Tutkija tarkistaa tehtävät ja saatuja tuloksia käsitellään

tilastollisin menetelmin. Opiskelijoiden matematiikkatestiin osallistui 17 opiskelijaa. Testistä saadut tulokset siirrettiin myös taulukkolaskentaohjelmaan. Taulukkolaskentaohjelmassa luotiin sarakkeet ”oikein”, ”ei tehty” ja ”väärin” laskinryhmälle sekä kynä ja paperi -ryhmälle. Näihin sarakkeisiin laitettiin lukuarvo sen mukaan, oliko opiskelija osannut tehdä tehtävän oikein, ei ollut tehnyt tehtävää ollenkaan tai oliko tehtävä väärin. Lukuarvojen avulla pystyttiin luomaan taulukot, jotka kuvasivat ryhmien välistä osaamista tehtävissä.

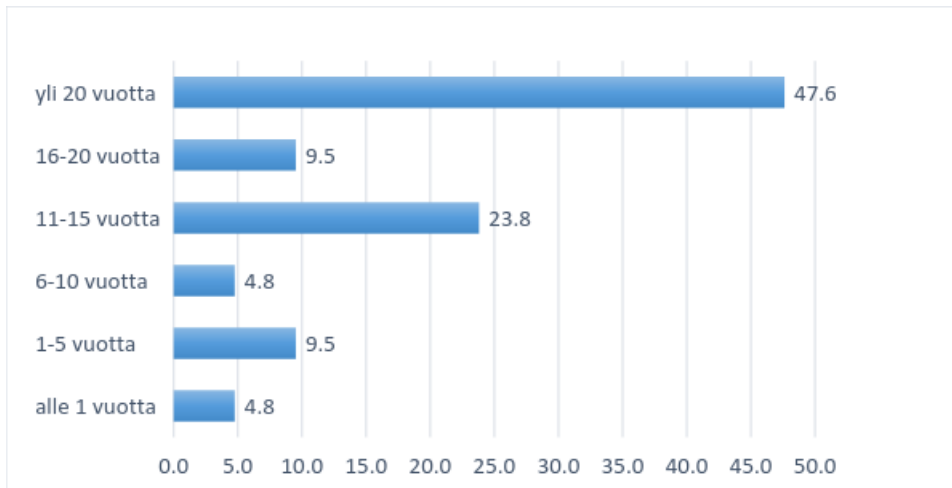
## 5.2 Opettajien mielipiteitä tietoteknisistä apuvälineistä

E-lomakkeella tehtyyn mielipidekyselyyn vastasi 21 opettajaa. Vastaajien määrä jakautui sukupuoleltaan tasaisesti. Kyselyyn vastasi 10 miestä ja 11 naista. Kuvassa 2 on kuvattuna vastanneiden sukupuolten prosentuaalinen jakauma, joka on saatu jakamalla sekä miesten (N=10) että naisten (N=11) määrä kaikkien vastanneiden kesken (N=21).



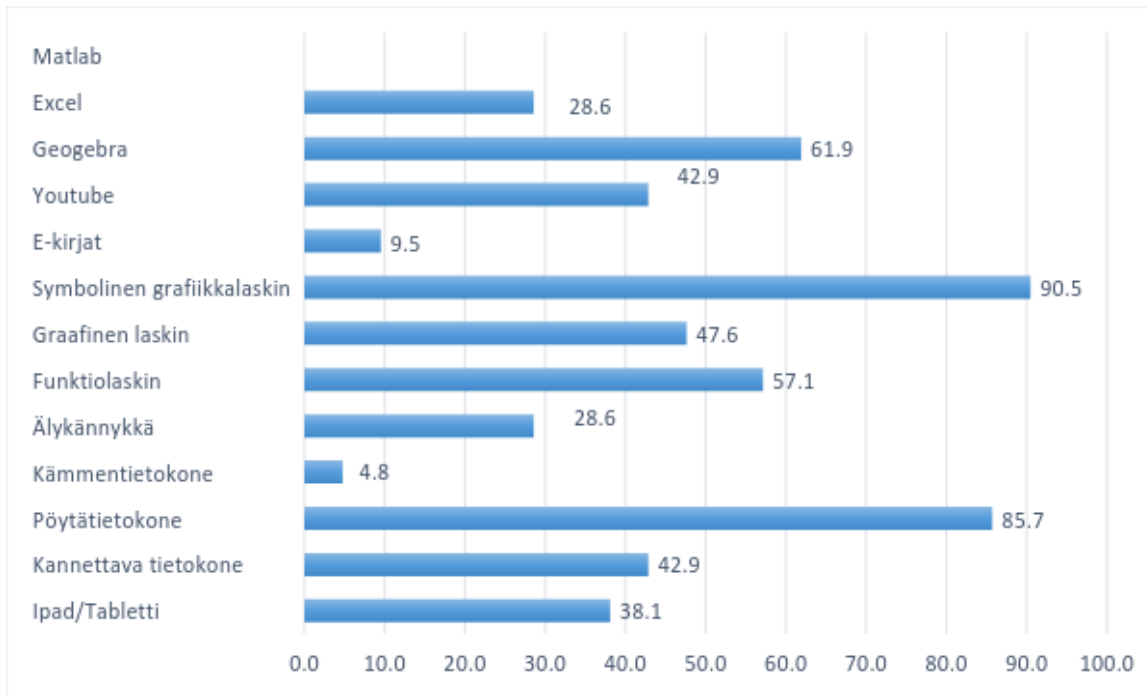
Kuva 2. Prosentuaalinen sukupuolijakauma vastanneista opettajista (N=21).

Kyselyyn vastanneista opettajista (N=21) noin puolet oli työskennellyt opettajana yli 20 vuotta. Neljäsosa oli työskennellyt opettajana 11-15 vuotta ja loppujen vastanneiden työvuodet jakautuivat tasaisesti. Kuvassa 3 on esitetty prosentuaalinen jakauma vastaajien opetuskokemuksesta, jotka on saatu jakamalla eri opetuskokemusvuosiin vastanneet kaikkien vastanneiden opettajien kesken.



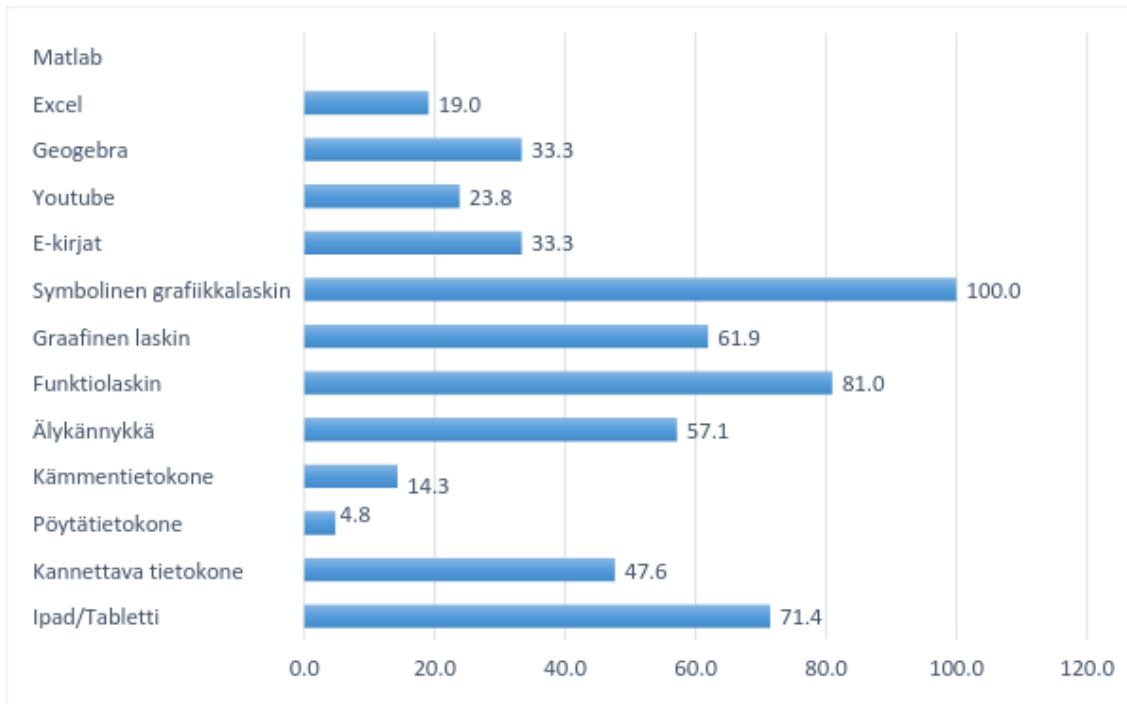
Kuva 3. Prosentuaalinen jakauma vastanneiden opettajien (N=21) opetuskokemuksesta.

Opettajille oli annettu listaus erilaisista tietoteknisistä apuvälineistä, joista he saivat valita, mitä kaikkia tietoteknisiä apuvälineitä he käyttävät. Jos listauksesta puuttui jokin tietotekninen apuväline, sai opettaja lisätä sen avoimeen kohtaan. Kuvaan 4 on listattuna prosenttiosuuksina, kuinka suuri osa vastanneista opettajista (N=21) käyttää erilaisia tietoteknisiä apuvälineitä. Prosenttiosuudet on laskettu jakamalla tietoteknisen apuvälineen käyttäjämäärä kaikkien vastanneiden kesken (N=21). Kuvasta 4 voidaan havaita, että eniten opettajat käyttivät symbolista grafiikkalaskinta (90,5 %) sekä pöytätietokonetta (85,7 %). Vähiten opetuksessa käytettiin e-kirjoja (9,5 %) sekä kämmentietokonetta (4,8 %), Matlab-ohjelmistoa ei käyttänyt kukaan. Muita tietoteknisiä apuvälineitä, joita mainittiin listan lisäksi, olivat Wolframalpha, Opetus.tv, Smartboard, Ipad-ohjelmat, Socrative ja Dropbox.



*Kuva 4. Prosenttiosuudet tietoteknisistä apuvälineistä, joita on vastanneiden opettajien (N=21) käytössä.*

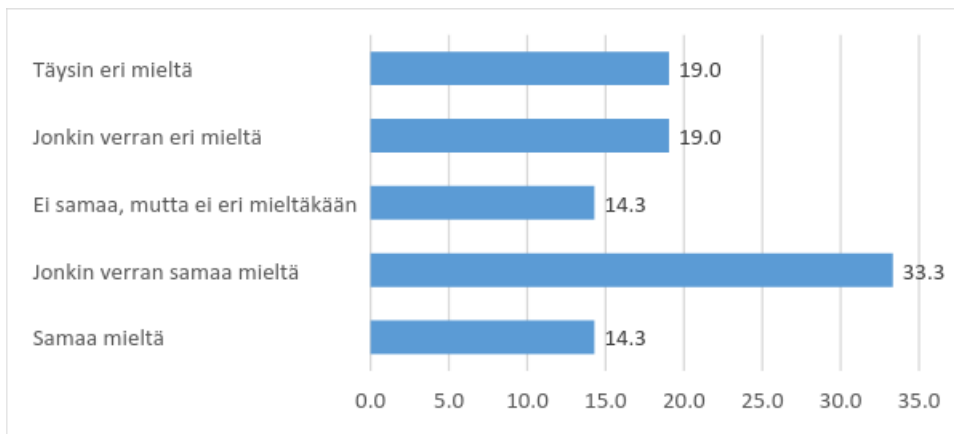
Opettajille oli annettu samanlainen listaus erilaisista tietoteknisistä apuvälineistä, joista he saivat valita, mitä kaikkia tietoteknisiä apuvälineitä heidän opiskelijansa käyttävät. Jos listauksesta puuttui jokin tietotekninen apuväline, sai opettaja lisätä sen avoimeen kohtaan. Kuvaan 5 on listattuna prosenttiosuuksina, kuinka moni vastanneiden opettajien (N=21) opiskelijoista käyttää erilaisia tietoteknisiä apuvälineitä. Prosenttiosuudet on laskettu jakamalla tietoteknisen apuvälineen käyttäjämäärä kaikkien vastanneiden kesken. Kuvasta 5 voidaan huomata, että kaikkien vastanneiden opettajien opiskelijat käyttivät symbolista grafiikkalaskinta. Toiseksi eniten opiskelijat käyttivät funktiolaskinta (81 %). Vähiten opiskelijat käyttivät pöytätietokonetta (4,8 %). Matlab-ohjelmistoa ei käyttänyt kukaan. Muita tietoteknisiä apuvälineitä, joita lueteltiin listan lisäksi, olivat Opetus.tv, Socrative ja Dropbox.



Kuva 5. Prosenttiosuudet tietoteknisistä apuvälineistä, joita on vastanneiden opettajien (N=21) opiskelijoiden käytössä.

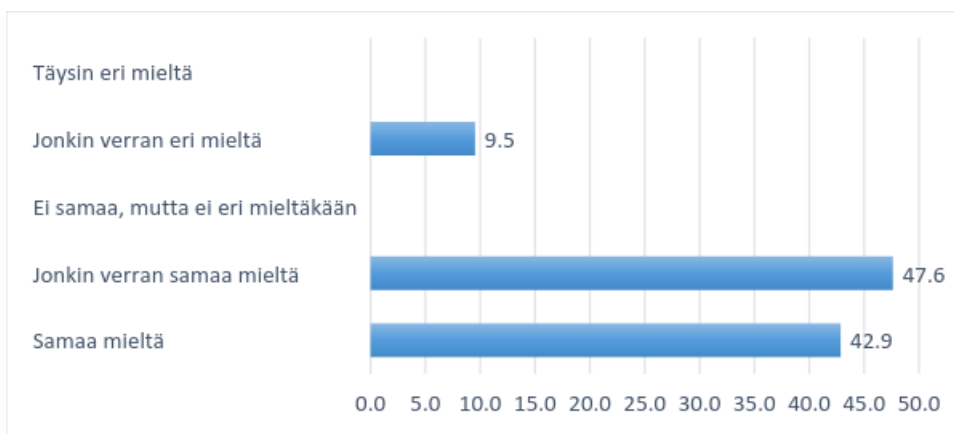
Opettajille esitettiin 12 väittämää, joihin he saivat vastata viisiportaisen Likert-asteikon avulla. Vastausvaihtoehdoiksi oli annettu ”samaa mieltä”, ”jonkin verran samaa mieltä”, ”ei samaa, mutta ei eri mieltäkään”, ”jonkin verran eri mieltä” tai ”täysin eri mieltä”. Väitteiden perään oli myös jätetty tyhjää tilaa, jos vastaaja halusi perustella vastaustaan. Jokaisesta 12 väittäjästä on tehty graafinen prosentuaalinen jakauma, joka on saatu jakamalla viisiportaisen Likert-asteikon vastausvaihtoehtoihin vastanneet kaikilla vastanneilla (N=21).

Ensimmäinen väite oli seuraava: ”Käytän matematiikan opettamisessa mieluummin liitua ja liitutaulua opetusvälineinä kuin tietoteknisiä apuvälineitä.” Jonkin verran samaa mieltä - vastausvaihtoehto oli saanut eniten ääniä (34 %). Muutama perustelu oli annettu: ”Matematiikan kirjoittaminen tietokoneella on haastavaa, joten taulu on suurimmaksi osaksi hyvä apuväline.” ”Käsin tekemällä opiskelijat oppivat paremmin.” Kuvasta 6 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



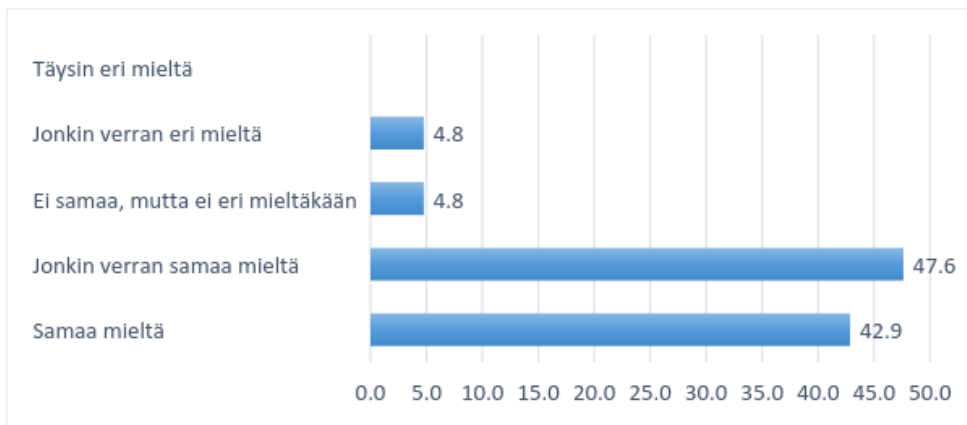
Kuva 6. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä väitteeseen: ”Käytän matematiikan opettamisessa mieluummin liitua ja liitutaulua opetusvälineinä kuin tietoteknisiä apuvälineitä.”

Toinen väite oli seuraava: ”Minun on helppo käyttää tietoteknisiä apuvälineitä.” Jonkin verran samaa mieltä -vastausvaihtoehto oli saanut eniten ääniä (48 %). Harva koki tietotekniset apuvälineet hankaliksi ja suurin osa koki ne helppokäyttöisiksi. Kuvasta 7 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



Kuva 7. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä väitteeseen: ”Minun on helppo käyttää tietoteknisiä apuvälineitä.”

Kolmas väite oli seuraava: ”Tietotekniset apuvälineet kiinnostavat minua.” Jonkin verran samaa mieltä -vastausvaihtoehto oli saanut eniten ääniä (47 %). Muutamia eivät tietotekniset apuvälineet kiinnostaneet. Kuvasta 8 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



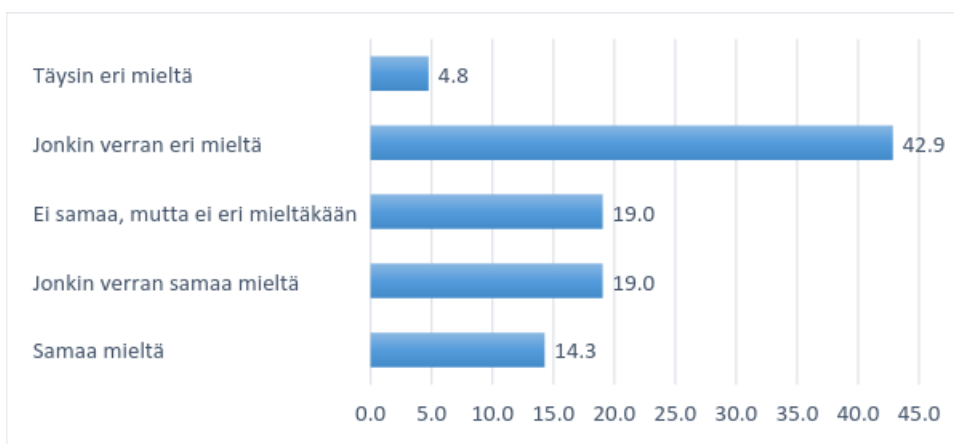
Kuva 8. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä väitteeseen: ”Tietotekniset apuvälineet kiinnostavat minua.”

Neljäs väite oli seuraava: ”Tietoteknisillä apuvälineillä opetan asiat nopeammin kuin perinteisillä menetelmillä.” Perinteisillä menetelmillä tässä viitataan siihen, että kirjoittaisi liidulla liitutaululle. Jonkin verran eri mieltä -vastausvaihtoehto oli saanut eniten ääniä (43 %) eli perinteisiä menetelmiä käyttäen opetettaisiin asiat nopeammin. Jokainen vastausvaihtoehto oli saanut ääniä. Muutamia perusteluita oli annettu:

*Riippuu asiasta. Matematiikka vaatii aina ajattelua. Tietoteknisten apuvälineiden avulla ajatuksen mukaan saaminen on joskus haastavampaa kuin liitutaulun kanssa perinteisin menetelmin.*

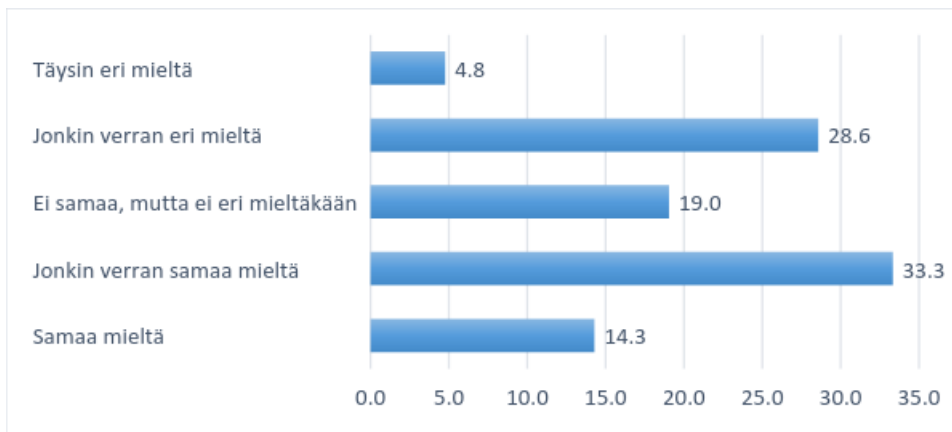
*Kalvoilta asiat näyttävät liian nopeasti ja ei tule niin monipuolisesti selitettyä. Opiskelijat eivät myöskään pysty keskittymään yhtä aikaa.*

Kuvasta 9 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



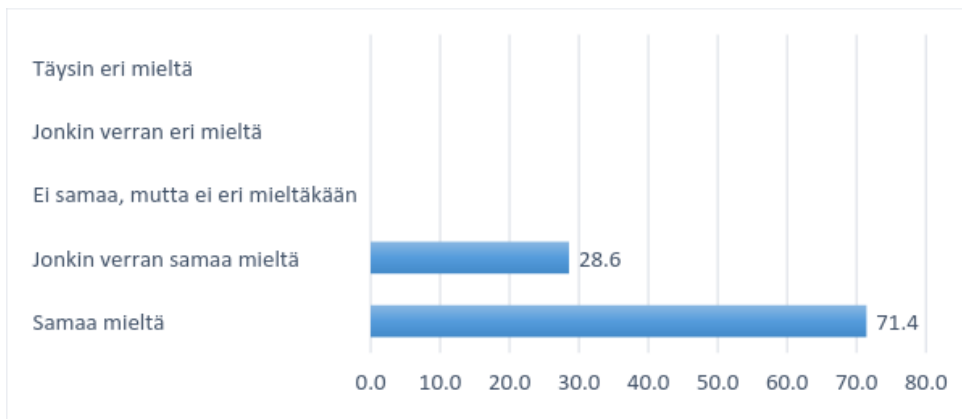
Kuva 9. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä väitteeseen: ”Tietoteknisillä apuvälineillä opetan asiat nopeammin kuin perinteisillä menetelmillä.”

Viides väite oli seuraava: ”Tietoteknisillä apuvälineillä opetan asiat tehokkaammin kuin perinteisillä menetelmillä.” Jokainen vaihtoehto oli saanut kannatusta, mutta jonkin verran samaa mieltä -vaihtoehto oli saanut eniten kannatusta (33 %). Yksi vastaajista oli perustellut vastaustaan näin: ”Tietotekniset apuvälineet ovat hyviä ja tehokkaampia joissain kohdin, esim. funktion kuvaajan piirto.” Kuvasta 10 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



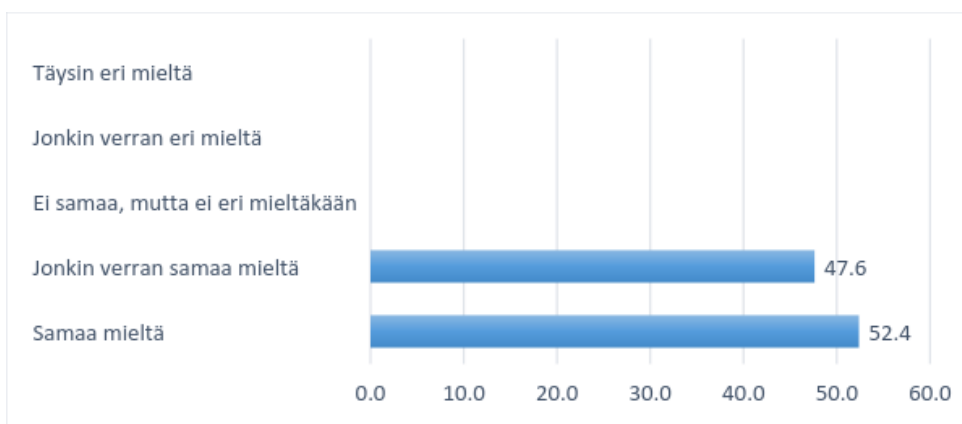
*Kuva 10. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä väitteeseen: ”Tietoteknisillä apuvälineillä opetan asiat tehokkaammin kuin perinteisillä menetelmillä.”*

Kuudes väite oli seuraava: ”Tietoteknisillä apuvälineillä pystyn havainnollistamaan joitakin matematiikan alueita paremmin kuin perinteisillä menetelmillä.” Tässä väitteessä vastaukset olivat jakautuneet samaan mieltä -vaihtoehtoon (71 %) sekä jonkin verran samaan mieltä -vaihtoehtoon (29 %) eli melkein kaikkien mielestä tietoteknisillä apuvälineillä pystyy havainnollistamaan matematiikan alueita paremmin kuin perinteisillä menetelmillä. Perusteluissa oli mainittu, että muun muassa funktion kuvaajat sekä piirrokset ovat selvempiä. Kuvasta 11 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



Kuva 11. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien ( $N=21$ ) mielipiteestä väitteeseen: ”Tietoteknisillä apuvälineillä pystyn havainnollistamaan joitakin matematiikan alueita paremmin kuin perinteisillä menetelmillä.”

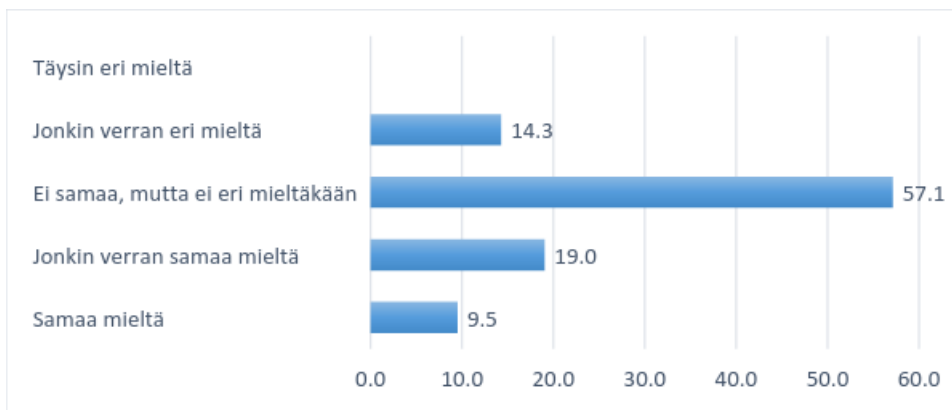
Seitsemäs väite oli seuraava: ”Tietoteknisiä apuvälineitä käyttämällä saan monipuolisuutta matematiikan tuntiin.” Tässä väitteessä vastaukset olivat jakautuneet samalla tavoin kuin kuudennessa väitteessä eli samaan mieltä oli 52 % sekä jonkin verran samaan mieltä 48 %. Melkein kaikkien mielestä tietoteknisillä apuvälineillä pystyy tuomaan monipuolisuutta matematiikan tuntiin. Kuvasta 12 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakoutuivat.



Kuva 12. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien ( $N=21$ ) mielipiteestä väitteeseen: ”Tietoteknisiä apuvälineitä käyttämällä saan monipuolisuutta matematiikan tuntiin.”

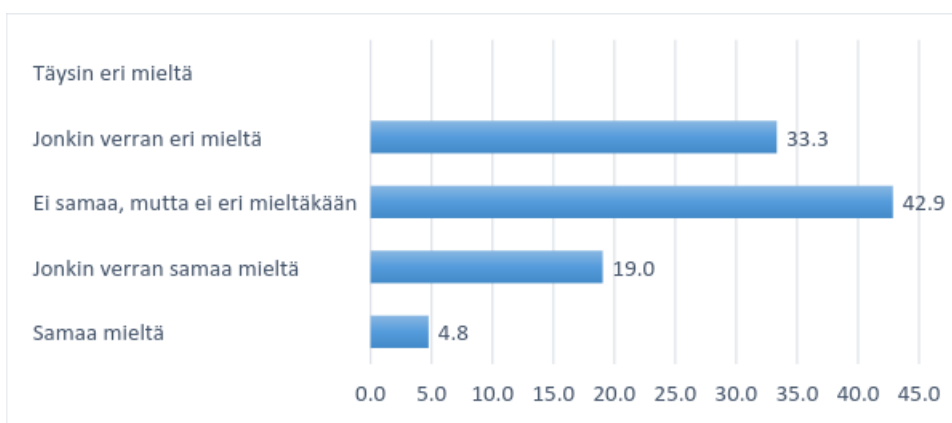
Kahdeksas väite oli seuraava: ”Oppilaiden käyttäessä tietoteknisiä apuvälineitä heidän motivaationsa opiskella matematiikan tunnilla on lisääntynyt.” Tässä väitteessä oli hiukan epävarmuutta. Vastaajat eivät pystyneet varmaksi sanomaan, ovatko tietotekniset apuvälineet lisänneet opiskelijoiden motivaatiota opiskella matematiikkaa. Eniten oli vastattu ”ei samaa, mutta ei eri mieltäkään” (57 %). Muutama perustelu oli annettu: ”Osin lisää, osin turhauttaa.” ”Usein

tietoteknisiä apuvälineitä käytetään paljon muuhunkin kuin mihin opettaja ohjaa.” Kuvasta 13 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



Kuva 13. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä väitteeseen: ”Oppilaiden käyttäessä tietoteknisiä apuvälineitä heidän motivaationsa opiskella matematiikan tunnilla on lisääntynyt.”

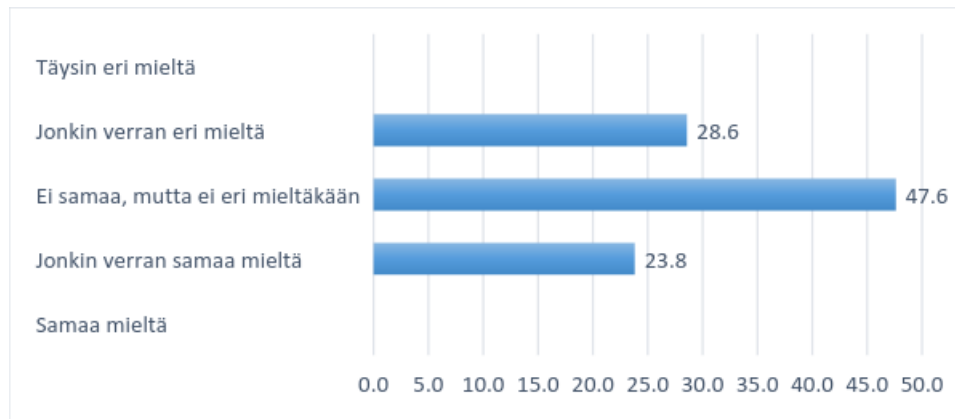
Yhdeksäs väite oli seuraava: ”Oppilaiden käyttäessä tietoteknisiä apuvälineitä heidän keskittymiskykynsä tunnilla on parantunut.” Samalla tavalla kuin kahdeksannessa väitteessä, myös tässä väitteessä oli epävarmuutta. Vastajat eivät pystyneet varmaksi sanomaan, onko opiskelijoiden keskittymiskyky tunnilla parantunut tietoteknisiä apuvälineitä käytettäessä. Eniten oli vastattu ”ei samaa, mutta ei eri mieltäkään” (43 %). Kuvasta 14 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



Kuva 14. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä väitteeseen: ”Oppilaiden käyttäessä tietoteknisiä apuvälineitä heidän keskittymiskykynsä tunnilla on parantunut.”

Kymmenes väite oli seuraava: ”Tietoteknisten apuvälineiden käyttö on parantanut oppimistuloksia.” Vastaukset olivat jakaantuneet kolmeen vaihtoehtoon: jonkin verran samaa mieltä (48 %), jonkin verran eri mieltä (28 %) sekä ei samaa, mutta ei eri mieltäkään (24 %). Vastajat eivät osanneet

sanoa, onko tietoteknisten apuvälineiden käyttö parantanut oppimistuloksia, sillä ei samaa, mutta ei eri mieltäkään -vaihtoehto oli saanut eniten kannatusta. Kuvasta 15 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



Kuva 15. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä väitteeseen: ”Tietoteknisten apuvälineiden käyttö on parantanut oppimistuloksia.”

Kaksi viimeistä väitettä liittyivät ylioppilaskirjoituksiin. Yhdestoista väite oli seuraava: ”Matematiikan yo-kirjoitukset muuttuvat 2016 siten, että 4 ensimmäistä tehtävää lasketaan ilman laskinta ja loput saa laskea laskimella. Mielestäni muutoksessa ei ole mitään järkeä.” Melkein kaikki vastaajat (N=21) olivat tässä väitteessä valinneet saman vastausvaihtoehdon. 86 % valitsi täysin eri mieltä -vaihtoehdon. Vastaajat näkivät järkevänä, että ylioppilaskirjoituksissa on 4 ensimmäistä tehtävää, jotka lasketaan ilman laskinta ja loput saa laskea laskimella. Perusteluina oli seuraavia kommentteja:

*Matematiikkaa täytyy osata tehdä myös ilman teknisiä apuvälineitä. Matematiikka on nimenomaan ajattelua, ei laitteita.*

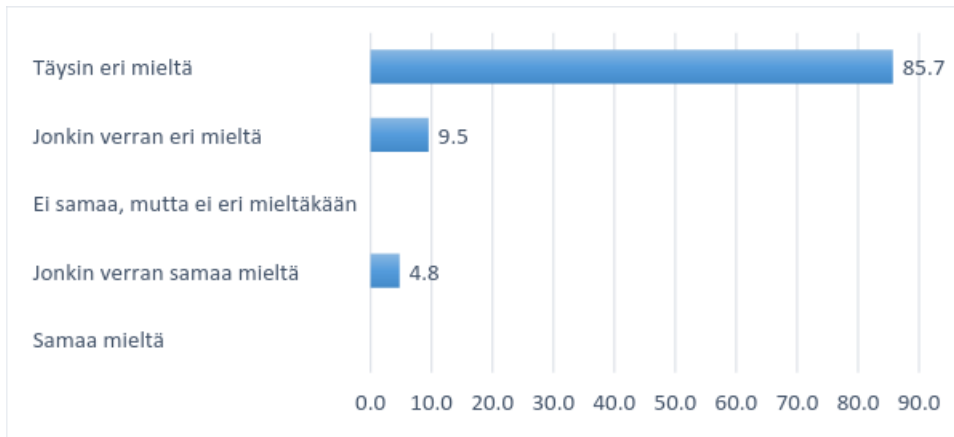
*Laskeminen käsin on välttämätöntä matematiikan jatko-oppimisen kannalta.*

*Matematiikan kokeessa pitää testata matemaattista osaamista, eikä laskimen käytön osaamista.*

*Nykyisen yo-kokeen saa ratkaisua melkein yksinomaan laskimella. Uusi koe testaa matematiikan osaamista.*

*Laskimen käyttötaito ei saa olla arvosanan peruste.*

Kuvasta 16 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



*Kuva 16. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä väitteeseen: ”Matematiikan yo-kirjoitukset muuttuvat 2016 siten, että 4 ensimmäistä tehtävää lasketaan ilman laskinta ja loput saa laskea laskimella. Mielestäni muutoksessa ei ole mitään järkeä.”*

Viimeinen eli kahdestoista väite oli seuraava:

*Matematiikan yo-kirjoitukset muuttuvat vuonna 2019 sähköiseksi. Yo-kirjoituksissa pitää osata tehtävät tehdä erilaisten tietokoneohjelmien avulla. Mielestäni tämä testaa vain tietokoneohjelmien käyttöä eikä matemaattista osaamista.*

Tässä väitteessä jokainen vastausvaihtoehto oli saanut ääniä. Eniten vastauksia oli annettu ei samaa, mutta ei eri mieltäkään –vaihtoehdolle (29 %). Koska sähköinen koe on vielä tulossa, kukaan ei varmaan osaa vielä sanoa, mitä koe testaa. Testaako koe tietokoneohjelmien käyttöä vai matemaattista osaamista? Perusteluissakin tämä epävarmuus näkyi:

*Osittain ongelmaksi voi muodostua tämä - ei välttämättä. Riippuu kokeentekijöiden taidosta tehdä hyviä kokeita.*

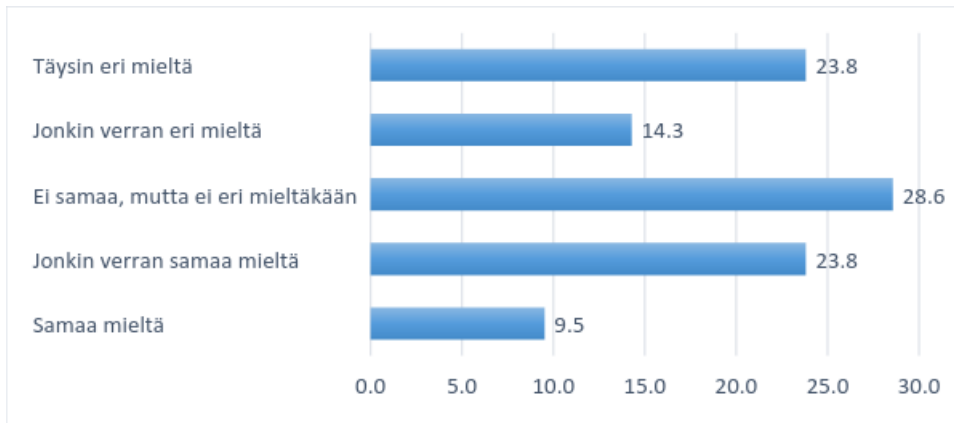
*Miten yo-kirjoitusten A-osio (4 ensimmäistä tehtävää) tehdään sähköisesti?*

*Myös tehtävätyyppien on muututtava huomattavasti uusiin yo-kokeisiin. Nyt tehtävät ovat hyvin avoimia. Kuitenkin nykyisen tyyppiset tehtävät pitäisi ensin ratkaista paperilla ja sitten siirtää koneelle.*

*Ok, jos vastaukset saa kirjoittaa kynällä tietokoneruudulle.*

*Koe on mahdollisuus laajentaa osaamisen mittaamista, mutta myös mahdollisuus huonompaan.*

Kuvasta 17 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.

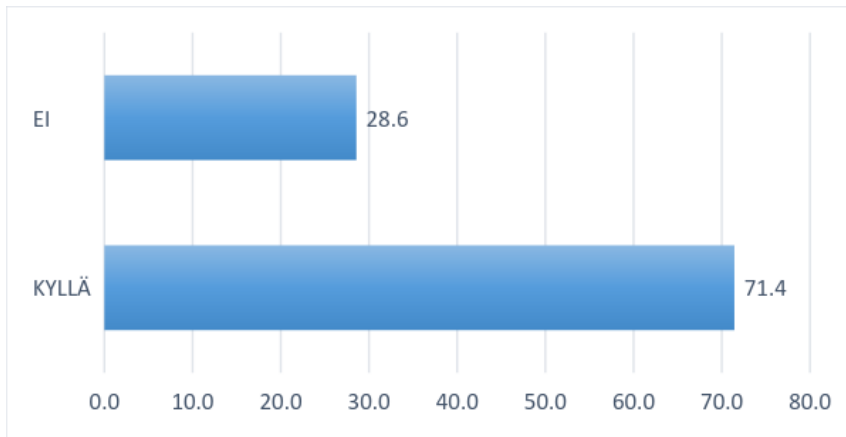


Kuva 17. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä väitteeseen: ”Matematiikan yo-kirjoitukset muuttuvat vuonna 2019 sähköiseksi. Yo-kirjoituksissa pitää osata tehtävät tehdä erilaisten tietokoneohjelmien avulla. Mielestäni tämä testaa vain tietokoneohjelmien käyttöä eikä matemaattista osaamista.”

Väitteiden jälkeen esitettiin avoin kysymys: ”Mitä mieltä olet tietoteknisten apuvälineiden käytöstä matematiikan opetuksessa?” Vastaajat näkivät tietoteknisissä apuvälineissä sekä positiivisia että negatiivisia asioita. Positiivisina asioina mainittiin muun muassa, että ne edistävät havainnointia (esimerkiksi GeoGebran avulla voidaan havainnollistaa funktion kuvaajia tai kolmiulotteisia kappaleita), nopeuttavat aiheen käsittelyä, tuovat vaihtelua oppituntiin, kuuluvat nykypäivään ja että opetusvideot ovat lisänneet opiskelijoiden motivaatiota. Negatiiviseksi asiaksi usealta vastaajalta tuli sama vastaus. Opiskelijat osaavat laskea esimerkiksi symbolisella laskimella, mutta eivät ymmärrä, miksi niin lasketaan. Tietoteknisten apuvälineiden liiallisen käytön uskottiin heikentävän matemaattista osaamista.

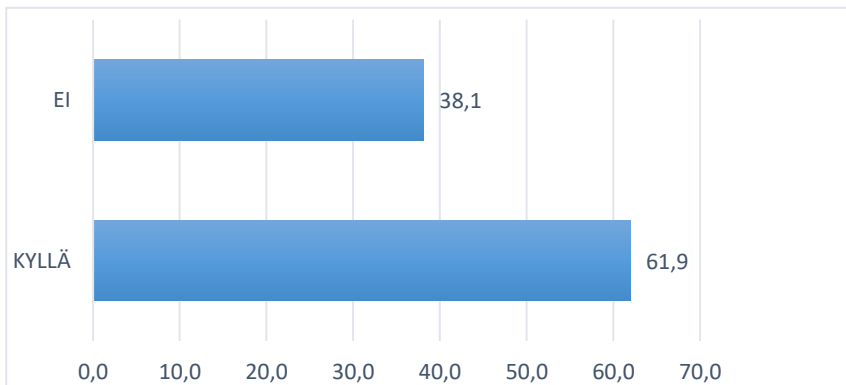
Avoimen kysymyksen jälkeen vastaajilta kysyttiin: ”Oletko havainnut matematiikan osaamisessa muutoksia viime vuosien aikana?” Kysymyksessä oli kolme alakohtaa: ”opiskelijoiden lähtötasossa”, ”kurssikokeissa opiskeluaikana” sekä ”yo-kirjoituksissa”. Vastaajat pystyivät vastaamaan kohtiin joko ”kyllä” tai ”ei”. Tilaa oli jätetty myös mahdollisille perusteluille. Alakohdista muodostettiin prosentuaaliset graafiset kuvaajat, jotka saatiin jakamalla kyllä- sekä ei-vastaajien määrä kaikilla vastanneilla (N=21).

Opiskelijoiden lähtötasossa 71 % oli huomannut muutoksia. Jokaisen vastaajan mielestä lähtötaso oli heikentynyt. Kuvasta 18 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



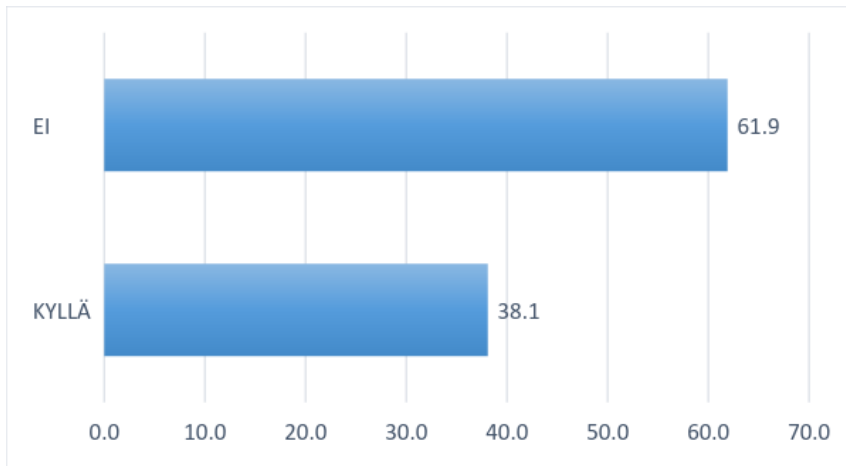
*Kuva 18. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä kysymykseen: onko opiskelijoiden matematiikan lähtötasossa tapahtunut muutoksia?*

Kurssikokeissa opiskelun aikana oli 62 %:n mielestä tapahtunut muutoksia. Perusteluiksi oli muun muassa sanottu, että pitkäjännitteisyys sekä keskittymiskyky ovat heikentyneet, mikä heijastuu kurssikokeissa. Kurssikokeita on pitänyt helpottaa, koska opiskelijoiden osaaminen on heikentynyt. Joku vastaajista oli huomannut, että alkukurssit tuottavat vaikeuksia, mutta vaikeus tasoittuu kurssien edetessä. Kuvasta 19 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



*Kuva 19. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä kysymykseen: ”Onko opiskelijoiden matematiikan kurssikokeissa tapahtunut muutoksia opiskeluaikana?”*

Ylioppilaskirjoituksissa ei 62 %:n mielestä ollut havaittavissa mitään muutoksia. Yksi vastaajista perusteli vastaustaan näin: ”Yo-kokeet ovat helpottuneet koko ajan (tason laskiessa), mutta pisterajat ovat pysyneet samana.” Kuvasta 20 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



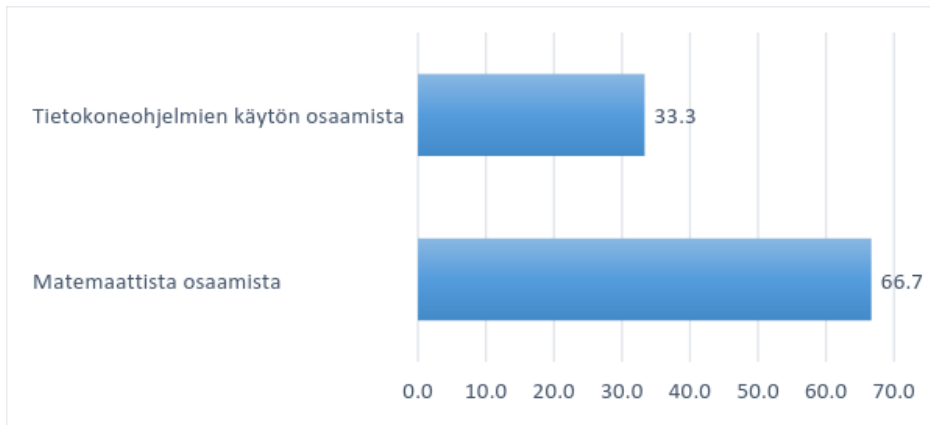
Kuva 20. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä kysymykseen: ”Onko matematiikan ylioppilaskirjoitusten osaamisen tasossa tapahtunut muutoksia?”

Edelliselle kysymyksellä oli esitetty vielä jatkokysymys: ”Jos vastasit edellisessä kohdassa ”kyllä” johonkin kohtaan, minkä suuntaisia muutokset ovat ja mistä muutokset voivat johtua?” Ne vastaajista, jotka vastasivat tähän kysymykseen, vastasivat kaikki, että matematiikan osaaminen ja lähtötaso on heikentynyt. Miksi lähtötaso ja matematiikan osaaminen on sitten heikentynyt, asiaa perusteltiin muun muassa seuraavasti: ”keskittymiskyky ja itsenäisen työskentelyn määrä on heikentynyt”, ”osaaminen on enemmänkin mekaanista suorittamista”, ”levottomien oppilaiden integroiminen ’normaaliin’ luokkaan häiritsee niiden keskittymistä, jotka haluaisivat oppia”, ”ei ole tarvittavaa pitkäjännitteisyyttä, jos tehtävä ei heti ratkea niin luovutetaan” sekä ”oppilaita kiinnostaa viihtyminen ja he haluavat enemmän mukavuuden tuntua”.

Seuraavassa avoimessa kysymyksessä kysyttiin: ”Minkälaisia tuloksia odotat vuoden 2016 matematiikan yo-kirjoituksista verrattuna aikaisempiin yo-kirjoituksiin?” 2016 vuoden matematiikan ylioppilaskirjoituksiin tuli mukaan uusi tehtäväkokonaisuus, jossa neljä ensimmäistä tehtävää laskettiin ilman laskinta ja loput sai laskea laskimella. Aikaisemmin matematiikan ylioppilaskirjoituksissa sai pitää laskimen esillä koko ajan. Kukaan vastaajista ei uskonut, että uusi matematiikan ylioppilaskirjoitus toisi muutoksia ylioppilaskirjoitusten tuloksiin. Kaikki vastanneet opettajat (N=21) odottivat samantapaisia tuloksia ylioppilaskirjoituksista kuin aikaisemmista ylioppilaskirjoituksista.

Vuonna 2019 matematiikan ylioppilaskirjoitukset muuttuvat sähköiseen muotoon ja tähän liittyen esitettiin kaksi kysymystä: ”Kumpaa osaamista vuoden 2019 matematiikan yo-kirjoitukset mielestäsi testaavat: matemaattista osaamista vai tietokoneohjelmien käytön osaamista?” ”Minkälaisia tuloksia odotat vuoden 2019 matematiikan yo-kirjoituksista verrattuna aikaisempiin

yo-kirjoituksiin?” Vastauksen jälkeen oli jätetty tilaa perustella vastaustaan. Vastaajista 67 % oli sitä mieltä, että tuleva sähköinen matematiikan ylioppilaskirjoitus testaa matemaattista osaamista. Perusteluita ei annettu kuin muutama: ”Koe on edelleen matematiikan koe, joka tehdään tietokoneella. Eivät matematiikan tehtävät muutu.” Kuvasta 21 voi nähdä, miten opettajien mielipiteet jakautuivat.



*Kuva 21. Prosenttiosuudet vastanneiden opettajien (N=21) mielipiteestä kysymykseen: ”Testaavatko vuoden 2019 matematiikan ylioppilaskirjoitukset matemaattista vai tietokoneohjelmien käytön osaamista?”*

Toinen kysymys oli avoin kysymys. Tulevaisuutta ei voi ennustaa, joten tässä kohtaa mielipiteet jakautuivat. Osa vastaajien mielestä vuoden 2019 sähköisistä matematiikan ylioppilaskirjoituksista tulisi samanlaisia tuloksia kuin on tähän mennessä tullut. Osa taas oli sitä mieltä, että alussa tulisi heikompia tuloksia. Mainittiin myös, että osa opiskelijoista on tietotekniikkaan varauksellisia ja sen käyttöä ”pelkäävät” opiskelijat tulisivat olemaan pulassa. Spekuloitiin myös sitä, että kiinnittykö huomio liikaa tietotekniikkaan.

Lopuksi vastaajat saivat jättää omia mietteitään siitä, mitä kysely herätti heissä. Muutama kommentti saatiin:

*Perusongelma heikoilla lukion opiskelijoilla on matemaattisen tiedon lukeminen ja kirjoittaminen, siis yhtälön muodostaminen ja muokkaaminen. Matemaattisten merkintöjen ja matematiikan tarkkuutta ei aina ymmärretä.*

*Kehittävätkö tietotekniset välineet matemaattista ajattelua riittävästi, pitkäjänteistä työskentelyä ja luovuutta? Aika sitten näyttää...*

### 5.3 Matematiikan tehtävien ratkaiseminen laskimen avulla ja ilman laskinta

Matematiikkatestin tarkoituksena oli tutkia, mikä merkitys on sillä, laskeeko opiskelija matematiikan tehtävät laskimella vai ilman. Testiryhmässä oli 17 opiskelijaa, joista 4 oli tyttöä ja 13 poikaa.

Ryhmässä 1, joka käytti laskimia apunaan, oli 6 poikaa ja 2 tyttöä eli yhteensä kahdeksan opiskelijaa (N=8). Kuusi heistä käytti laskimenaan symbolista laskinta TI-Nspire CX CAS -laskinta, yksi käytti funktiolaskinta TI-30XA ja yksi Ipadia. Ryhmässä 2, joka käytti apunaan vain kynää ja paperia, oli 7 poikaa ja 2 tyttöä eli yhteensä yhdeksän opiskelijaa (N=9).

#### 5.3.1 Tehtävän 1 tulokset

Ensimmäisessä tehtävässä oli kolme kohtaa a, b ja c. Kohdissa oli kolme erilaista lauseketta, jotka piti derivoida.

A-kohdassa oli derivoitavana neliöjuurilauseke. Lauseke kannatti ensin muuttaa potenssimuotoon (1). Sisäfunktion derivaatasta saadaan  $4x$ . Eksponentti siirretään eteen kertoimeksi ja alkuperäistä eksponenttia pienennetään yhdellä (2). Lopuksi vielä sievennetään lauseke (3).

$$D\sqrt{2x^2 - 3}$$

$$1: D(2x^2 - 3)^{\frac{1}{2}}$$

$$2: 4x \cdot \frac{1}{2} \cdot (2x^2 - 3)^{-\frac{1}{2}}$$

$$3: \frac{2x}{\sqrt{2x^2 - 3}}$$

B-kohdassa oli derivoitavana yhdistetty eksponenttifunktion lauseke. Eksponenttifunktion derivaatta on funktio itse, mutta koska kyseessä on yhdistetty funktio, niin pitää muistaa derivoida sisäfunktion  $2x^2 + x$ . Sisäfunktion derivaatasta saadaan  $4x + 1$ , joka kerrotaan vielä eksponenttifunktiolla.

$$D(e^{2x^2+x}) = (4x + 1) \cdot e^{2x^2+x}$$

C-kohdassa oli derivoitavana yhdistetty luonnollinen logaritmfunktio. Muuttujan  $X$  neljäs juuri kannatti ensin muuttaa potenssimuotoon (4). Siirretään eksponentti luonnollisen logaritmin eteen (5) ja derivoidaan logaritmilauseke (6).

$$D \ln \sqrt[4]{x}$$

$$4: D \ln x^{\frac{1}{4}}$$

$$5: D \frac{1}{4} \ln x$$

$$6: \frac{1}{4x}$$

Kuvissa 22 ja 23 on kahden ryhmän 1 opiskelijan vastaukset tehtävään 1. Kuvassa 24 on ryhmän 2 opiskelijan vastaukset tehtävään 1.

1. Derivoi lauseke. (laskimen avulla tehty a ja c)

a)  $\sqrt{2x^2-3}$   $D \sqrt{2x^2-3} = \frac{2x}{\sqrt{2x^2-3}}$  ✓

b)  $e^{2x^2+x}$   $D e^{2x^2+x} = e^{2x^2+x} \cdot (4x+1)$  (laskimen mukaan  $= e^{2x^2+x} \cdot (4x+1)$ ) ✓

c)  $\ln \sqrt[4]{x}$   $D \ln \frac{1}{x^4} = 0$  ✓

Kuva 22. Laskinryhmästä erään opiskelijan vastaukset 1 tehtävään.

a)  $f(x) = \sqrt{2x^2-3} = (2x^2-3)^{\frac{1}{2}}$   
 $f'(x) = \frac{1}{2} (2x^2-3)^{-\frac{1}{2}} \cdot 4x$   
 $= \frac{4x}{2\sqrt{2x^2-3}}$   
 $= \frac{2x}{\sqrt{2x^2-3}}$  ✓

b)  $f(x) = e^{2x^2+x}$   
 $f'(x) = e^{2x^2+x} (4x+1)$   
 $= (4x+1)e^{2x^2+x}$  ✓

c)  $\ln \sqrt[4]{x}$   
 $D \ln \sqrt[4]{x} = \frac{1}{4x}$  (laskimen derivointi toiminnolle) ✓

Kuva 23. Laskinryhmästä erään toisen opiskelijan vastaukset 1 tehtävään

Kuvasta 22 voidaan havaita, että laskimen avulla on saatu oikeat vastaukset a- ja b-kohtiin. B-kohtaa on yritetty myös laskea ilman laskinta, mutta opiskelija ei ole ollut varma, kumpi vastaus on oikein, hänen omansa vai laskimen. Kuvasta 23 voidaan havaita, että laskeminen on sujunut paremmin kuin kuvan 22 opiskelijalla. Kuvan 23 opiskelija on laskenut a- ja b-kohdasta välivaiheet näkyville, mikä voisi kertoa siitä, että laskinta ei ole tarvittu näissä kohdissa. Kuvan 23 opiskelija c-kohdassa on annettu pelkkä vastaus ja kerrottu, että tehtävä on ratkaistu laskimen derivointitoiminnolla. Miksi kuvan 22 opiskelija ei sitten saanut c-kohdasta samaa vastausta kuin kuvan 23 opiskelija, vaikka hän käytti laskinta? Siihen on vaikea ottaa kantaa. Opiskelija ei välttämättä ole löytänyt laskimesta derivointitoimintoa tai on tehnyt näppäilyvirheen.

Kuvassa 24 opiskelija on osannut muuttaa a-kohdan neliöjuurilausekkeen muotoon, jossa on sulut ja potenssina puolikas. Tämän muutoksen jälkeen tulee ongelmia. Opiskelijan toisesta vaiheesta ei osaa sanoa, miten se on saatu. A-kohta on laskettu väärin. B-kohdan on opiskelija osannut laskea oikein. C-kohdassa opiskelija on osannut muuttaa neliöjuurilausekkeen potenssimuotoon. Derivoitaessa lauseketta, opiskelija on laskenut potenssin väärin, potenssiksi pitäisi tulla  $-\frac{3}{4}$  eikä  $-\frac{1}{4}$ . Derivoinnista on myös unohtunut logaritmin derivointi. C-kohdan vastaus väärin.

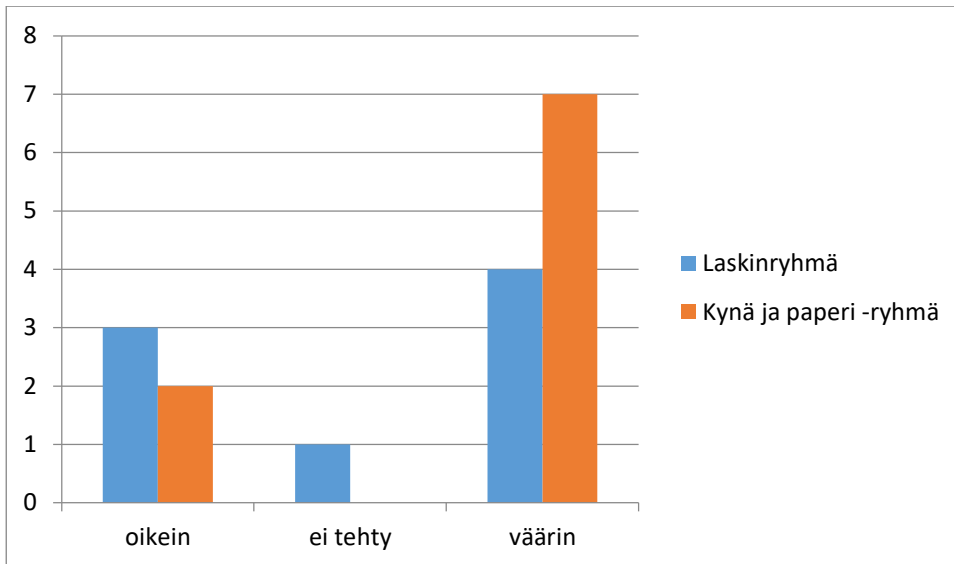
$$\begin{array}{l}
 a, D \sqrt{2x^2-3} \\
 = D (2x^2-3)^{\frac{1}{2}} \\
 = D |x^{2+\frac{1}{2}} - 1^{\frac{1}{2}} \\
 = D x^{\frac{5}{2}} - 1^{\frac{1}{2}} \\
 = \frac{5}{2} x^{\frac{3}{2}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 b, D e^{2x^2+x} \\
 = e^{2x^2+x} \cdot D(2x^2+x) \\
 = \underline{\underline{(4x+1) \cdot e^{2x^2+x}}}
 \end{array}$$

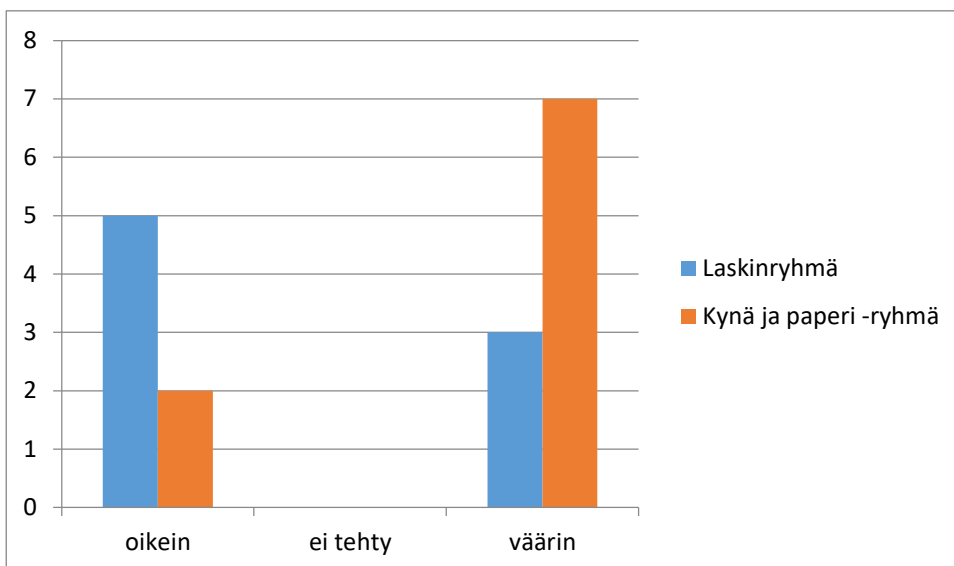
$$\begin{array}{l}
 c, D \ln \sqrt[4]{x} \\
 = D \ln x^{\frac{1}{4}} \\
 = \underline{\underline{\ln \frac{1}{4} x^{-\frac{1}{4}}}}
 \end{array}$$

Kuva 24. Kynä ja paperi -ryhmästä erään opiskelijan vastaukset 1 tehtävään.

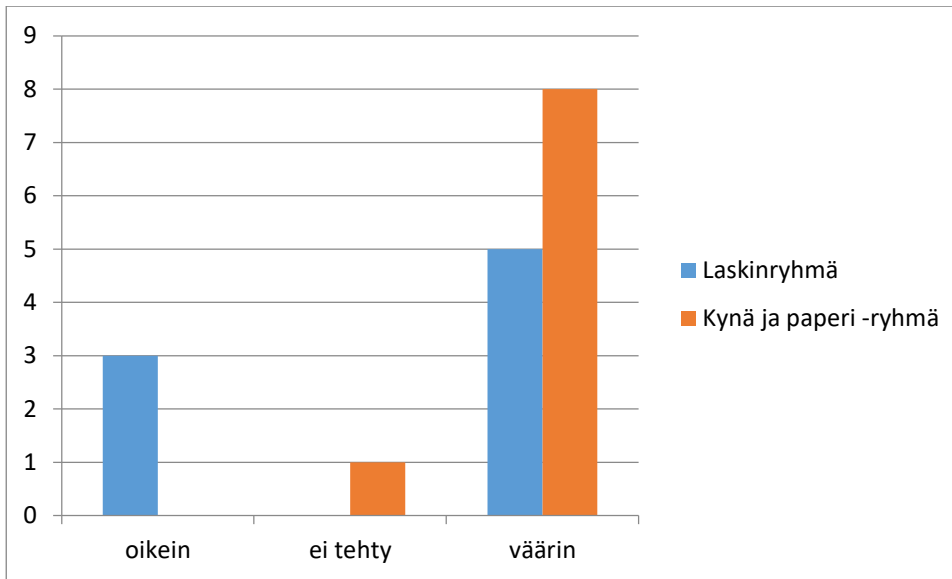
Laskinryhmässä a-kohdan sai laskettua oikein kolme opiskelijaa. B-kohdan laski oikein yli puolet laskinryhmästä. C-kohdan laski oikein kolme laskinryhmän opiskelijaa. Kynä ja paperi -ryhmässä a-kohdan sai laskettua oikein vain kaksi opiskelijaa. B-kohdan sai laskettua vain kolme oikein. C-kohtaa ei kukaan saanut oikein kynä ja paperi -ryhmässä. Tehtävän 1 tuloksia voi tarkastella kuvista 25–27.



Kuva 25. Laskinryhmän (N=8) sekä kynä ja paperi -ryhmän (N=9) testin tulokset tehtävään 1 a).



Kuva 26. Laskinryhmän (N=8) sekä kynä ja paperi -ryhmän (N=9) testin tulokset tehtävään 1 b).



Kuva 27. Laskinryhmän ( $N=8$ ) sekä kynä ja paperi -ryhmän ( $N=9$ ) testin tulokset tehtävään 1 c).

### 5.3.2 Tehtävän 2 tulokset

Toisessa tehtävässä piti määrittää annetun käyrän annettuun pisteeseen piirretyn tangentin yhtälö ja piirtää tehtävästä vielä kuva. Ensimmäiseksi voidaan etsiä piste, jolla tangentti sivuaa käyrää (7). Kun  $x = 1$ , saadaan  $y$ :n arvoksi 1, eli sivuamispiste on  $(1,1)$ . Derivoidaan seuraavaksi  $y$ :n lauseke (8). Sisäfunktion derivaatasta saamme 2. Eksponentti siirretään eteen kertoimeksi ja alkuperäistä eksponenttia pienennetään yhdellä. Kun  $y$ :n lauseke on derivoitu, lasketaan tangentin kulmakerroin sijoittamalla  $x$ :n paikalle 1 (9). Käyttämällä hyödyksi tangentin sivuamispistettä sekä kulmakerrointa, saadaan muodostetuksi tangentille yhtälö (10). Lopuksi alkuperäinen  $y$ :n lauseke ja muodostettu tangentin yhtälö piirretään samaan kuvaan (kuva 28). Kuvassa 29 on ryhmän 1 opiskelijan vastaus tehtävään 2. Kuvassa 30 on ryhmän 2 opiskelijan vastaus tehtävään 2.

$$y = (2x - 3)^4$$

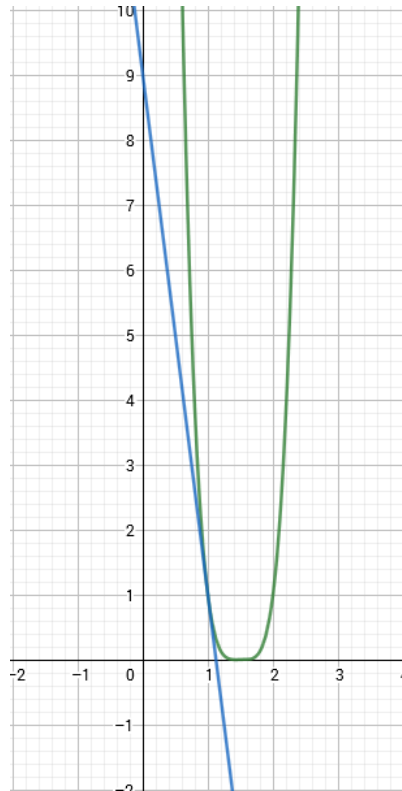
$$7: \quad \text{Sivuamispiste } (1, (2 \cdot 1 - 3)^4) = (1,1)$$

$$8: \quad y' = 2 \cdot 4 \cdot (2x - 3)^3 = 8 \cdot (2x - 3)^3$$

$$9: \quad \text{Tangentin kulmakerroin } y'(1) = 8 \cdot (2 \cdot 1 - 3)^3 = -8$$

$$10: \quad \text{Tangentin yhtälö } y - 1 = -8 \cdot (x - 1)$$

$$y = -8x + 9$$



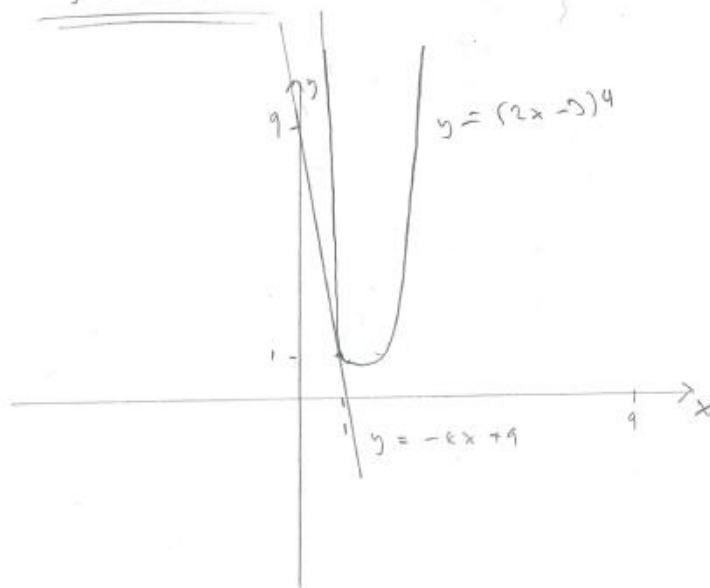
*Kuva 28. Funktio y ja sen tangenti*

Kuvassa 29 opiskelija on osannut derivoida lausekkeen ja etsiä sille tangentin kulmakertoimen. Opiskelija on myös osannut laskea sivuamispisteen ja täten saanut muodostettua tangentin yhtälön. Lopuksi opiskelija on tehtävänannon mukaisesti piirtänyt kuvan, mutta y:n funktio ei ole oikein piirretty.

2. Määritä käyrälle  $y = (2x - 3)^4$  kohtaan  $x = 1$  piirretyn tangentin yhtälö. Piirrä kuva.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (2x - 3)^4 & f &= (2x - 3)^4, \quad x = 1 \\
 f'(x) &= 4(2x - 3)^3 & &= (2 - 3)^4 \\
 f'(1) &= 4(2 - 3)^3 & &= (-1)^4 = 1 \\
 &= -4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y - y_0 &= k(x - x_0) & k &= -4 \\
 y - 1 &= -4(x - 1) & (x_0, y_0) &= (1, 1) \\
 y &= -4x + 4 + 1 \\
 y &= -4x + 5
 \end{aligned}$$



Kuva 29. Laskinryhmästä erään opiskelijan vastaus 2 tehtävään

Kuvassa 30 opiskelija on osannut derivoida lausekkeen ja etsiä tangentin kulmakertoimen. Tangentin sivuamispistettä opiskelija ei ole osannut laskea vaan on lähtenyt etsimään nollakohtia. Koska sivuamispistettä ei ole osattu laskea, tangentin yhtälön muodostaminen menee väärin.

2. Määritä käyrälle  $y = (2x - 3)^4$  kohtaan  $x = 1$  piirretyn tangentin yhtälö. Piirrä kuva.

$$y = (2x - 3)^4$$

$$f'(x) = 4(2x - 3)^3 \cdot 2$$

$$= 8(2x - 3)^3$$

∴ nolokohdat

$$8(2x - 3)^3 = 0$$

$$2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$f'(1) = 8(2 \cdot 1 - 3)^3$$

$$= 8(-1)^3$$

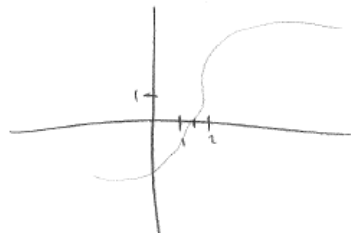
$$= -8$$

$$y - y_0 = k(x - x_0) \quad | k = \frac{3}{2} \quad x_0 = 1 \quad y_0 = -8$$

$$y + 8 = \frac{3}{2}(x - 1)$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} - 8$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{19}{2}$$



Kuva 30. Kynä ja paperi -ryhmästä erään opiskelijan vastaus 2 tehtävään

Laskinryhmässä kaksi oli osannut laskea tehtävän oikein. Yksi opiskelija ei ollut piirtänyt kuvaa ja toisen opiskelijan kuvan  $y$  funktio oli piirretty väärin. Kynä ja paperi -ryhmässä kaksi osasi tehtävän laskea, mutta eivät olleet piirtäneet kuvaa. Tehtävän 2 tuloksia voi tarkastella kuvasta 31.



$$x = \pm 2$$

$$x = 2$$

Laskinryhmässä muutama opiskelija oli ratkaissut logaritmiyhtälön käyttämällä laskimen solve-toimintoa. Yksi opiskelija oli saanut solve-toiminnon avulla oikean vastauksen ja toisella opiskelijalla oli luultavasti tullut näppäilyvirhe, kun vastaus oli väärin.

Kuvan 32 opiskelijalla ei ole muistissa logaritmisäännöt, eikä hän ole luultavasti katsonut avuksi annettua kaavakokoelmaa. Kuvan 33 opiskelija on muistanut logaritmisäännön, jonka mukaan kahden logaritmin yhteenlaskun pystyy muuttamaan kertolaskuksi. Kuvan 32 opiskelija on yrittänyt päästä logaritmista eroon jakamalla yhtälön molemmat puolet logaritmillalla, mutta tämä ei mene oikein. Kuvan 33 opiskelija on saanut yhtälön pienempään muotoon, jossa on enää yksi logaritmi. Nähtävästi hän ei ole muistanut tai osannut, miten logaritmi saatetaan sellaiseen muotoon, että voidaan laskea haluttu arvo.

3. Ratkaise yhtälö  $\log_3(x-1) + \log_3(x+1) = 1$ .

$$\begin{aligned} \log_3(x-1) + \log_3(x+1) &= 1 \\ \log_3(x-1) &= 1 - \log_3(x+1) && \text{//: } \log_3 \\ x-1 &= 1 - (x+1) \\ x-1 &= 1-x-1 \\ 2x-1 &= 0 \\ 2x &= 1 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

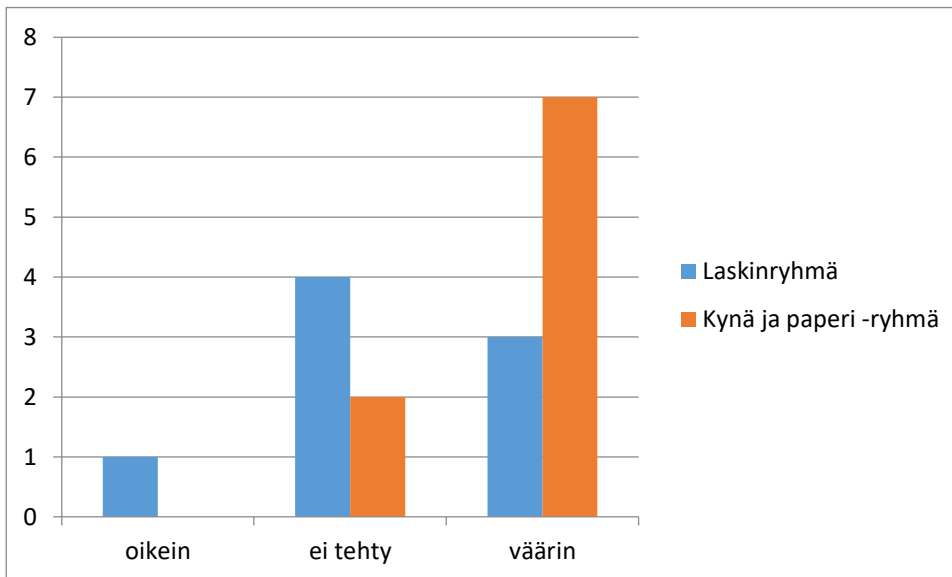
Kuva 32. Kynä ja paperi -ryhmästä erään opiskelijan vastaus 3 tehtävään

3. Ratkaise yhtälö  $\log_3(x-1) + \log_3(x+1) = 1$ .

$$\begin{aligned}\log_3(x-1) + \log_3(x+1) &= 1 \\ \log_3(x-1)(x+1) &= 1 \\ \log_3 x^2 + x - x - 1 &= 1 \\ \log_3 x^2 - 1 &= 1\end{aligned}$$

Kuva 33. Kynä ja paperi -ryhmästä erään toisen opiskelijan vastaus 3 tehtävään

Laskinryhmässä yksi oli osannut tehdä tehtävän. Kynä ja paperi -ryhmässä ei kukaan ollut osannut tehdä tehtävää. Tehtävän 3 tuloksia voi tarkastella kuvasta 34.



Kuva 34. Laskinryhmän ( $N=8$ ) sekä kynä ja paperi -ryhmän ( $N=9$ ) testin tulokset tehtävään 3.

### 5.3.4 Tehtävän 4 tulokset

Viimeisessä tehtävässä oli annettu funktio ja piti määrittää sen pienin arvo. Lähdetään liikkeelle ensin derivoimalla funktio (17). Kyseessä on tulo derivaatta, joten ensimmäisen funktion derivaatasta saamme 3, joka kerrotaan jälkimmäisellä funktiolla. Tähän lisäämme jälkimmäisen funktion derivaatan kerrottuna ensimmäisellä funktiolla. Jälkimmäisessä funktion derivaataksi saamme sisäfunktion derivaatta eli 1, joka kerrotaan funktion potenssilla, joka siirretään eteen ja täten funktion potenssi pienenee yhdellä. Tämän jälkeen ryhmitellään ottamalla  $3 \cdot (x+1)^2$

yhteiseksi tekijäksi ja sievennetään lauseketta (18). Etsitään derivaatan nollakohdat (19). Etsitään kulkukaavion avulla funktion minimi ja lasketaan sen pienin arvo kyseisessä kohdassa (20). Kulkukaaviosta huomataan, että minimi on kohdassa 1, joten lasketaan sillä funktion pienin arvo. Tällä arvolla funktion pienimmäksi arvoksi saadaan -16 (21). Kuvassa 39 on ryhmän 1 opiskelijan vastaus tehtävään 4. Kuvassa 40 on ryhmän 2 opiskelijan vastaus tehtävään 4.

$$17: \quad f(x) = (3x - 5) \cdot (x + 1)^3$$

$$f'(x) = 3 \cdot (x + 1)^3 + (3x - 5) \cdot 3 \cdot (x + 1)^2 \cdot 1$$

$$18: \quad f'(x) = 3 \cdot (x + 1)^2 \cdot ((x + 1) + (3x - 5))$$

$$= 3 \cdot (x + 1)^2 \cdot (4x - 4)$$

$$19: \quad f'(x) = 0, \quad \text{kun} \quad x + 1 = 0 \quad \text{tai} \quad 4x - 4 = 0$$

$$\text{eli} \quad x = -1 \quad \text{tai} \quad x = 1$$

20:

x	-1		1
f'(x)	-	-	+
f(x)	↘	↘	↗

$$21: \quad f(1) = (3 \cdot 1 - 5) \cdot (1 + 1)^3 = -16$$

Ensimmäiseksi funktio pitäisi osata derivoida. Kuvan 39 opiskelija on osannut derivoida funktion oikein. Kuvan 40 opiskelija on lähtenyt ensin kehittämään lauseketta polynomiksi. Opiskelijalla menee polynomiksi kehittäminen väärin, koska jälkimmäisen sulkulausekkeen korottaminen kolmanteen potenssiin ei mene oikein. Opiskelija korottaa vain muuttujan x kolmanteen potenssiin. Tämän jälkeen opiskelija lähtee derivoimaan kehittämäänsä polynomia. Derivointi menee kyllä oikein, mutta polynomi on väärä. Funktion derivoimisen jälkeen pitää etsiä nollakohdat. Kuvan 39 opiskelija on laskenut oikeat derivaatan nollakohdat. Kuvan 40 opiskelija ei osaa laskea nollakohtia vääräksi kehittämänsä polynomien derivaatalle. Derivaatan nollakohtien jälkeen etsitään kulkukaavion avulla funktion minimi. Kun minimi on löydetty, sijoitetaan se funktion x:n paikalle ja lasketaan funktion pienin arvo. Kuvan 39 ja 40 molemmat opiskelijat ovat lähteneet kulkukaavion avulla etsimään funktion minimiä. Kuvan 40 opiskelijalla on lasku mennyt alusta asti väärin. Funktion minimejä laskiessa, hän laskee  $f'(-2)$  arvon väärin. Oikeita minimejä ei löydy.

Kuvan 39 opiskelijalla on tullut laskuvirhe funktion pienintä arvoa laskiessa. Opiskelija saa vastaukseksi 2, kun oikea vastaus olisi -16.

4. Määritä funktion  $f(x) = (3x - 5)(x + 1)^3$  pienin arvo.

$$f(x) = 12(x - 1) \cdot (x + 1)^2$$

derivaatan nollakohdat

$$12(x - 1) \cdot (x + 1)^2 = 0$$

$$(12x - 12)(x + 1)^2 = 0$$

$$12x^2 - 12x + 12x - 12 = 0$$

$$12x^2 - 12 = 0$$

$$12x^2 = 12$$

$$x^2 = 1$$

$$x = -1 \vee x = 1$$

Kulkukaavio :

	-1	1	
$f'(x)$	-	-	+
$f(x)$	↘	↗	↗

siis:  $f(-2) = 56 < 0$   
 $f(0) = -12 < 0$   
 $f(2) = 108 > 0$

siis:  $f(1) = (3 - 5)(1 + 1)^3 = 2$

∴! Funktion pienin arvo on  $f(1) = 2$

Kuva 39. Laskinryhmästä erään opiskelijan vastaus 4 tehtävään

4. Määritä funktion  $f(x) = (3x - 5)(x + 1)^3$  pienin arvo.

$$f(x) = (3x - 5)(x + 1)^3$$

$$= (3x - 5)(x^3 + 1)$$

$$= 3x^3 + 3x - 5x^3 - 5$$

$$= -2x^3 + 3x - 5$$

$$f'(x) = -6x^2 + 3$$

Nollakohdat:

$$-6x^2 + 3 = 0$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 3}}{2 \cdot (-6)}$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{72}}{-12}$$

$$x = \frac{0 \pm 8}{-12}$$

$$x = \frac{8}{-12} \text{ tai } x = \frac{-8}{-12}$$

Kulkukaavio

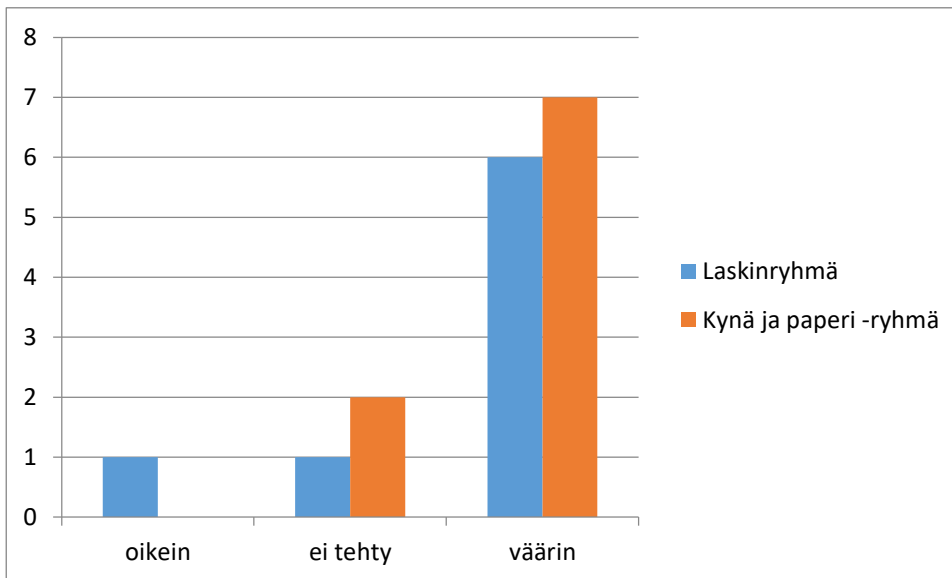
	$\frac{8}{-12}$	$\frac{-8}{-12}$	
$f'(x)$	+	+	-
$f(x)$	↗	↗	↘

$f'(0) = 3$   
 $f'(2) = -21$   
 $f'(-2) = 27$

$$f\left(\frac{8}{-12}\right) = f\left(\frac{2}{3}\right)$$

Kuva 40. Kynä ja paperi -ryhmästä erään opiskelijan vastaus 4 tehtävään

Laskinryhmässä yksi oli saanut tehtävän oikein, mutta oli lopussa laskenut pienimmän arvon väärin. Kynä ja paperi -ryhmässä kukaan ei osannut tehdä tehtävää. Tehtävän 4 tuloksia voi tarkastella kuvasta 41.



Kuva 41. Laskinryhmän (N=8) sekä kynä ja paperi -ryhmän (N=9) testin tulokset tehtävään 4.

## 6 JOHTOPÄÄTÖKSET JA POHDINTA

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli saada vastauksia sosiaalisessa mediassa esitettyihin huoliin sekä seuraaviin kysymyksiin: Minkälaisia merkityksiä tietoteknisillä apuvälineillä on lukion matematiikan opetuksessa ja oppimisessa? Mitä opiskelijat hyötyvät siitä, kun käytetään tietoteknisiä apuvälineitä opetuksessa ja oppimisessa? Mitä opettajat hyötyvät siitä, kun käytetään tietoteknisiä apuvälineitä opetuksessa ja oppimisessa? Mitä haittaa tietoteknisistä apuvälineistä on opiskelijoille, kun niitä käytetään opetuksessa ja oppimisessa? Mitä haittaa tietoteknisistä apuvälineistä on opettajille, kun niitä käytetään opetuksessa ja oppimisessa? Mitä lisäarvoa tietotekniset apuvälineet tuovat opetukseen ja oppimiseen verrattuna siihen, että käytettäisiin perinteisiä oppikirjoja ja tehtäisiin muistiinpanot vihkoon? Kysymyksiin haettiin vastauksia aiemmin julkaistujen tutkimusten, opettajien mielipidekyselyn ja opiskelijoiden matematiikkatestin avulla.

### *6.1 Tietoteknisten apuvälineiden hyödyt ja haitat*

Luvussa 3.3 esiteltyjen aikaisempien tutkimusten pohjalta tutkijat olivat havainneet teknologialla olevan sekä positiivinen että negatiivinen merkitys matematiikan opetuksessa ja oppimisessa. Negatiivisena asiana tutkijat huomasivat, että opiskelijoiden keskittyminen saattoi enemmän kohdentua tietoteknisen apuvälineen käyttämiseen kuin oppitunnin kuunteluun. Positiivisina asioina tutkijat havaitsivat, että opetus oli tehokkaampaa teknologian avulla, teknologian käyttäminen motivoi opiskelijoita sekä opiskelijan taitoja oli helpompi tukea teknologian avulla. Tässä tutkimuksessa tehdyn opettajien mielipidekyselyn perusteella vastaajat näkivät myös tietoteknisten apuvälineiden käytössä matematiikan opetuksessa ja oppimisessa sekä positiivisia että negatiivisia asioita. Tutkijoiden kanssa samaa mieltä opettajat olivat siitä, että opetus on tehokkaampaa teknologian avulla, esimerkiksi erilaisten kuvaajien havainnollistaminen on helpompaa, kolmiulotteisten kappaleiden piirtäminen on tehokkaampaa koneelle kuin liitutaululle. Opettajien mielestä myös opetusvideot ovat lisänneet opiskelijoiden motivaatiota. Liitutaululle kirjoittamisen sijaan teorian katsominen opetusvideolta säästää tunnilta aikaa. Opettaja ehtii opetusvideon jälkeen

auttamaan useampaa opiskelijaa tuntitehtävien tekemisessä. Negatiivinen asia opettajien mielestä oli se, että opiskelijat osaavat käyttää teknologisia apuvälineitä, mutta he eivät ymmärrä teoriaa laskujen takana eli eivät ymmärrä, miksi jotkut asiat lasketaan niin. Verrataan suomalaisia opiskelijoita luvussa 3.3 esitettyyn tutkimukseen ranskalaisista opiskelijoista. Suomessa opiskelijat ovat taitavampia teknologian käyttäjiä kuin Ranskassa. Suomessa opiskelijat saivat laskimesta todennäköisemmin oikean vastauksen tehtävään kuin Ranskassa. Mutta pelkällä kynä ja paperi - tekniikalla ranskalaiset opiskelijat saivat todennäköisemmin oikean vastauksen tehtävään kuin suomalaiset. Ranskalaiset siis ymmärtävät kynä ja paperi –tekniikalla laskemisen, mutta eivät laskimella laskemista. Suomalaiset taas saattavat saada laskimella oikean vastauksen tehtävään, mutta eivät ymmärrä miksi asiat lasketaan niin. Yksi sekä opettajien että tutkijoiden havaitsema negatiivinen asia oli, että tietoteknisiä apuvälineitä käytetään paljon muuhun kuin mihin opettaja ohjaa. Yhteenvetona voitaisiin sanoa, että opettajien vastuulle jää miettiä, mihin kaikkeen on järkevää käyttää tietoteknisiä apuvälineitä.

## *6.2 Tutkimuksen eettiset näkökulmat*

Eettisissä näkökulmissa pitää ottaa huomioon, että vastaaja tietää, mikä tutkimuksen tarkoitus on, mihin tutkimuksen tuloksia käytetään. Vastaajaa ei voida pakottaa osallistumaan tutkimukseen ja hänen henkilöllisyytensä pidetään salassa. Tässä tutkimuksessa tehtyyn opettajien mielipidekyselyyn vastaaminen oli vapaaehtoista. Kyselyssä ei kerätty henkilötietoja, joten yksittäistä vastausta ei voida liittää tiettyyn henkilöön. Vastaajat pystyivät halutessaan lähestymään tutkijaa sähköpostitse kyselyyn tulleissa kysymyksissä. Opiskelijoille teetettyyn matematiikkatestiin vastaaminen oli myös vapaaehtoista. Testissä ei kerätty henkilötietoja, joten yksittäistä vastausta ei voida liittää tiettyyn opiskelijaan. Luvussa 5.3 on muutamia kuvia testiryhmien ratkaisuisista. Ratkaisuisissa ei ole kerrottu, onko tehtävän tehnyt tyttö vai poika. Kuvankaan perusteella ei voida tietää, kenen opiskelijan vastaus on kyseessä. Opiskelijoilla oli myös mahdollista lähestyä tutkijaa sähköpostitse testiin tulleissa kysymyksissä.

## *6.3 Tutkimuksen luotettavuuden arviointi*

Tutkimusta tehdessä pitää olla rehellinen, huolellinen ja kunnioittaa aikaisempia tutkimuksia viittaamalla niihin asianmukaisesti. Tässä tutkimuksessa sekä opettajien mielipidekyselyn että opiskelijoiden matematiikkatestin otosjoukko oli todella pieni.

Opettajien mielipidekyselyyn vastasi 21 opettajaa. Jos oletetaan, että 41:ssä eri koulussa on ainakin 2–3 matematiikan opettajaa. Jos kaikki koulujen matematiikan opettajat olisivat vastanneet kyselyyn, vastaajia olisi ollut noin 120. Nyt tästä 120 opettajasta vain 21 vastasi, jolloin vastausprosentiksi saadaan vastaajat jaettuna koko määrällä noin 18 %. Vastausprosentin perusteella ei tutkimusta voida pitää kovin luotettavana. Syy siihen, miksi vastausprosentti jäi näin pieneksi, saattaa olla siinä, että opettajia pyydetään usein vastaamaan erilaisiin tutkimuskyselyihin. Opettajat eivät välttämättä enää jaksa vastata muiden töiden ohella tutkimuskyselyihin ja kyselyt ovat usein samantyyllisiä.

Matematiikkatestiin osallistui 17 opiskelijaa, joista 4 oli tyttöä ja 13 poikaa. Matematiikkatestin tarkoituksena oli tutkia, mikä merkitys on sillä, laskeeko opiskelija matematiikan tehtävät laskimella vai ilman. Kuvien 25–27, 31, 34 ja 41 perustella voidaan sanoa, että eniten tehtäviin vastattiin oikein laskinryhmässä. Tutkimusta ei voida pitää kovin luotettavana, koska testiryhmä oli niin pieni. Koulussa ei ollut muuta pitkän matematiikan ryhmää, jolla olisi ollut sama aihe matematiikassa.

#### *6.4 Summa summarum*

Opettajien mielipidekyselyn tekemistä olisi voinut miettiä tehtäväksi koko Suomen matematiikan opettajille. Kyselyn levittämiseen olisi voinut pyytää apua Matemaattisten aineiden opettajien liitolta (MAOL). Vastaajiksi olisi varmasti tullut enemmän kuin 21 vastaajaa. Opettajille suunnattu mielipidekysely pystytään toistamaan uudestaan, mutta tulokset eivät välttämättä ole samansuuntaisia kuin nyt saatiin. Uuteen mielipidekyselyyn saattaa vastata eri määrä vastaajia, jolloin tulokset saattavat muuttua. Jokaisella opettajalla on myös oma mielipiteensä, mikä vaikuttaa tulokseen. Kyselyyn vastanneille opettajille olisi mielenkiintoista tehdä kysely uudestaan vuoden 2019 jälkeen, kun matematiikan ylioppilaskirjoitukset ovat sähköistyneet. Tällä tavoin näkisi, onko heidän vastauksensa muuttuneet.

Opiskelijoiden matematiikkatestiä varten olisi ollut hyvä kartoittaa enemmän opiskelijan taustoja. Esimerkiksi lisätä testiin Likert-asteikollisia väitteitä matematiikasta niin kuin Ellington oli tutkimuksessaan käyttänyt. Näin olisi saanut kartoitettua opiskelijan asennetta matematiikkaa kohtaan. Nykyään ylioppilaskirjoituksissa tehdään neljä tehtävää ilman laskinta ja loput laskimen kanssa. Matematiikkatesti olisi pitänyt toteuttaa samaan tapaan. Kaikille opiskelijoille olisi ensin annettu tehtävät, jotka pitää laskea ilman laskinta. Tämän jälkeen vastaukset olisi kerätty pois ja

annettu uudestaan samat tehtävät eri paperilla, mutta tällä kertaa opiskelijat olisivat saaneet käyttää laskinta. Tällä tavalla olisi pystynyt vertaamaan opiskelijan matemaattista taustaa paremmin eli osaako opiskelija laskea kynällä ja paperilla vai tarvitseeko hän laskimen. Opiskelijoille teetetty matematiikkatesti pystytään toistamaan uudestaan, mutta tulokset eivät välttämättä ole samansuuntaisia kuin nyt saatiin. Uuteen matematiikkatestiin saattaa vastata eri määrä vastaajia, jolloin tulokset saattavat muuttua. Opiskelijoilla on myös erilainen matemaattinen tausta, mikä vaikuttaa tuloksiin.

# LÄHTEET

- [1] Harju, V. Tulevaisuuden taidot oppimisen lähtökohtana. Niemi, H. ja Multisilta, J. (toim.), Rajaton luokkahuone, s. 36-49, PS-kustannus, 2014.
- [2] OECD: Tietokoneiden käyttö kouluissa heikensi Pisa-tuloksia. Turun Sanomat, 15.9.2015.
- [3] OECD. New approach needed to deliver on technology's potential in schools. 2015. [WWW]. [Viitattu: 11.1.2017]. Saatavissa: <http://www.oecd.org/education/new-approach-needed-to-deliver-on-technologys-potential-in-schools.htm>
- [4] Kouluihin halutaan nyt tietokoneita vaikka niistä on tutkimuksen mukaan enemmän haittaa kuin hyötyä. Helsingin Sanomat, 15.9.2015.
- [5] ”Keksintö suoraan helvetistä”. Iisalmen Sanomat, 6.2.2015.
- [6] Tietokoneiden käyttö koulussa ei ole aina hyväksi. Aamulehti, 22.10.2014.
- [7] Enkenberg, J. Uuden pedagogiikan perusta. Julkunen, Marja-Liisa (toim.). Opetus, oppiminen, vuorovaikutus, s. 166, Tummanvuoren kirjapaino oy, Vantaa 2002.
- [8] Opetushallitus. Lukion opetussuunnitelman perusteet 2015. [WWW]. [Viitattu 20.1.2017]. Saatavissa: [http://www.oph.fi/saadokset\\_ja\\_ohjeet/opetussuunnitelmien\\_ja\\_tutkintojen\\_perusteet/lukiokoulutus/lops2016/103/0/lukion\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2015](http://www.oph.fi/saadokset_ja_ohjeet/opetussuunnitelmien_ja_tutkintojen_perusteet/lukiokoulutus/lops2016/103/0/lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2015)
- [9] Opetusministeriö. Matemaattinen osaaminen. Luonnontieteiden, lukemisen ja matematiikan osaamisen arviointi, s. 70, Yliopistopaino, 2010.
- [10] Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (toim.) 2001. Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington DC: National Academy Press.
- [11] Roivas, S. Teknologian käyttö matematiikan oppitunnilla yläkoulussa ja lukiossa. Pro gradu –tutkielma, Itä-Suomen yliopisto, 2015.

- [12] Kivelä, S.K. Matematiikan opetus ja tietokoneaikakausi. *Arkhimedes* 1/2005, s. 21-25, 2005.
- [13] Ylinen, A. Teknologia lukion matematiikan opetuksessa. Juusenaho, R. ja Kurela, J. (toim.), *Onko välineellä väliä?*, s. 40-110, Juvenes Print Tampereen Yliopistopaino Oy 2013.
- [14] Petri Sallasmaa, Tero Liimatainen, Linda Mannila, Mia Peltomäki, Tapio Salakoski, Petri Salmela, Ralph-Johan Back. Interaktiivinen oppimisympäristö matematiikan opetukseen – kokemuksia ja tulevaisuuden haasteita. Marja Kankaanranta, Sanna Vahtivuori-Hänninen (toimittanut), *Opetusteknologia koulun arjessa II*, 101-120, Jyväskylän yliopisto, Koulutuksen tutkimuslaitos, 2011.
- [15] Opetushallitus. Tieto- ja viestintäteknikka opetuskäytössä. 2011. [WWW]. [Viitattu 15.04.2015]. Saatavissa: [http://oph.fi/download/132877\\_Tieto\\_ja\\_viestintateknikka\\_opetuskaytossa.pdf](http://oph.fi/download/132877_Tieto_ja_viestintateknikka_opetuskaytossa.pdf)
- [16] Ilomäki, L. ja Lakkala, M. Tietokone opetuksessa: opettajan apu vai ongelma? Järvelä, S., Häkkinen, P. ja Lehtinen, E. (toim.), *Oppimisen teoria ja teknologian opetuskäyttö*, s. 184-206, WSOY oppimateriaalit Oy 2006.
- [17] Niemi, H., Vahtivuori-Hänninen, S., Aarnio, A. ja Kynäslähti, H. Mikä muuttuu, kun teknologia tulee kouluun? Niemi, H. ja Multisilta, J. (toim.), *Rajaton luokkahuone*, s. 65-83, PS-kustannus, 2014.
- [18] Bos, B. Technology with cognitive and mathematical fidelity: What it means for the math classroom. *Computers in the school*, 26:107-114, Taylor & Francis Group, 2009.
- [19] The public domain review. A 19th-Century Vision of the Year 2000. [WWW]. [Viitattu 2.3.2017]. Saatavissa: <https://publicdomainreview.org/collections/france-in-the-year-2000-1899-1910/>
- [20] Opetushallitus. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. [WWW]. [Viitattu 26.1.2017]. Saatavissa: [http://www.oph.fi/download/163777\\_perusopetuksen\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2014.pdf](http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf)

- [21] Repo, S. Matemaattisen käsitteen konstruointi symbolilaskennan ohjelman avulla. Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. ja Malinen, P. (toim.), *Matematiikan näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*, s. 324-325, Niilo Mäki instituutti 2004.
- [22] E-learning Nordic 2006. Tietotekniikan vaikutukset koulutyöhön. SaloGruppen A/S.
- [23] Artigue, M. 2002. Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reaction about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(3), 245–274.
- [24] Doerr, H.M., Zangor, R. Creating Meaning for and with the Graphing Calculator. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 41, No. 2. (Feb., 2000), pp. 143-163.
- [25] McCulloch, A.W. 2011. Affect and graphing calculator use. *Journal of Mathematical Behavior* 30, 166-179.
- [26] Goos, M., Galbraith, P., Renshaw, P. and Geiger, V. Perspectives on technology mediated learning in secondary school mathematics classrooms. *Journal of Mathematical Behavior* 22 (2003) 73–89.
- [27] Ellington, A.J. A Meta-Analysis of the Effects of Calculators on Students' Achievement and Attitude Levels in Precollege Mathematics Classes. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 34, No. 5 (Nov., 2003), pp. 433-463.
- [28] Debellis, V.A. and Goldin, G.A. Affect and Meta-Affect in Mathematical Problem Solving: A Representational Perspective. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 63, No. 2, Affect in Mathematics.
- [29] Vähähyppä, K. Tietokoneen käyttö matematiikan opetuksessa. Seppälä, R. (toim.), *Matematiikka – Taitoa ajatella*, s.108-113. Gummerus Kirjapaino Oy, Jyväskylä 1994.
- [30] Tilastokeskus. Käsitteet. [WWW]. [Viitattu 4.12.2017]. Saatavissa: [http://www.stat.fi/meta/kas/kvalit\\_tutkimus.html](http://www.stat.fi/meta/kas/kvalit_tutkimus.html)
- [31] Kananen, J. KVANTTI – Kvantitatiivinen tutkimus alusta loppuun. Jyväskylän yliopistopaino, 2008.

- [32] Hirsjärvi, S., Remes, P. ja Sajavaara, P. Tutki ja kirjoita, s. 135-155. Otavan Kirjapaino Oy, Keuruu 2007.

# LIITTEET

## Liite 1: Kyselylomake

### Tietoteknisten apuvälineiden merkitys lukion matematiikan opetuksessa ja oppimisessa

Kysely lukioiden matematiikan opettajille, koskien tietoteknisten apuvälineiden merkityksestä lukion matematiikan opettamisessa ja oppimisessa. Tietoteknisillä apuvälineillä tarkoitetaan tässä esim. Ipadia/tablettia, kannettavaa tietokonetta, pöytätietokone, laskimia (funtiolaskin graafinen laskin ja symbolinen grafiikkalaskin), kämmenietokonetta, älykännykkä, matemaattisia ohjelmia (excel, matlab, geogebra jne.), youtube, e-kirjoja.

Tutkimukseen osallistuminen on vapaaehtoista. Tutkimuksen kattavuuden ja luotettavuuden kannalta on kuitenkin tärkeää, että asioihin eri tavoin suhtautuvat vastaavat kyselyyn.

#### Taustatiedot

1. Koulu/Työpaikka:

Sukupuoli

2.  Mies  
 Nainen

Kuinka kauan olet toiminut matematiikan opettajana?

3.  alle 1 vuotta  
 1-5 vuotta  
 6-10 vuotta  
 11-15 vuotta  
 16-20 vuotta  
 yli 20 vuotta

#### Tietotekniset apuvälineet

4. Mitä tietoteknisiä apuvälineitä käytät lukion matematiikan opetuksessa. Voit valita yhden tai useamman alla olevasta listasta:

- Ipad/Tabletti
- Kannettava tietokone
- Pöytätietokone
- Kämmenietokone
- Älykännykkä
- Funktiolaskin
- Graafinen laskin
- Symbolinen grafiikkalaskin
- E-kirjat
- Youtube
- Geogebra
- Excel
- Matlab
- En käytä tietoteknisiä apuvälineitä opetuksessa. Siirry kohtaan 6.

5. Mitä muita tietoteknisiä apuvälineitä käytät, mukaan lukien matemaattiset ohjelmat, kuin kohdassa 4 mainitut?

6. Mitä tietoteknisiä apuvälineitä oppilaat käyttävät lukion matematiikan opiskelussa. Voit valita yhden tai useamman alla olevasta listasta:

- Ipad/Tabletti
- Kannettava tietokone
- Pöytätietokone
- Kämmen-tietokone
- Älykännykkä
- Funktiolaskin
- Graafinen laskin
- Symbolinen grafiikkalaskin
- E-kirjat
- Youtube
- Geogebra
- Excel
- Matlab

7. Mitä muita tietoteknisiä apuvälineitä oppilaat käyttävät, mukaan lukien matemaattiset ohjelmat, kuin kohdassa 6 mainitut?

**Seuraavaksi on 12 väittämää. Väittämät koskevat tietoteknisten apuvälineiden merkitystä matematiikan opetuksessa. Arvioi annetun asteikon avulla, mitä mieltä olet väittämistä.**

Käytän matematiikan opettamisessa mieluummin liitua ja liitutaalua opetusvälineinä kuin tietoteknisiä apuvälineitä.

8.  Samaa mieltä Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  
 Jonkin verran samaa mieltä   
 Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  
 Jonkin verran eri mieltä  
 Täysin eri mieltä

Minun on helppo käyttää tietoteknisiä apuvälineitä.

9.  Samaa mieltä Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  
 Jonkin verran samaa mieltä   
 Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  
 Jonkin verran eri mieltä  
 Täysin eri mieltä

Tietotekniset apuvälineet kiinnostavat minua.

10.  Samaa mieltä Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  
 Jonkin verran samaa mieltä   
 Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  
 Jonkin verran eri mieltä  
 Täysin eri mieltä

Tietoteknisillä apuvälineillä opetan asiat nopeammin kuin perinteisillä menetelmillä. ?

11.  Samaa mieltä                      Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  
 Jonkin verran samaa mieltä                        
 Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  
 Jonkin verran eri mieltä  
 Täysin eri mieltä

Tietoteknisillä apuvälineillä opetan asiat tehokkaammin kuin perinteisillä menetelmillä.

12.  Samaa mieltä                      Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  
 Jonkin verran samaa mieltä                        
 Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  
 Jonkin verran eri mieltä  
 Täysin eri mieltä

Tietoteknisillä apuvälineillä pystyn havainnollistamaan joitakin matematiikan alueita paremmin kuin perinteisillä menetelmillä. ?

13.  Samaa mieltä                      Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  
 Jonkin verran samaa mieltä                        
 Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  
 Jonkin verran eri mieltä  
 Täysin eri mieltä

Tietoteknisiä apuvälineitä käyttämällä saan monipuolisuutta matematiikan tuntiin.

14.  Samaa mieltä                      Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  
 Jonkin verran samaa mieltä                        
 Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  
 Jonkin verran eri mieltä  
 Täysin eri mieltä

Oppilaiden käyttäessä tietoteknisiä apuvälineitä heidän motivaationsa opiskella matematiikan tunnilla on lisääntynyt.

15.  Samaa mieltä                      Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  
 Jonkin verran samaa mieltä                        
 Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  
 Jonkin verran eri mieltä  
 Täysin eri mieltä

Oppilaiden käyttäessä tietoteknisiä apuvälineitä heidän keskittymiskykynsä tunnilla on parantunut.

16.  Samaa mieltä                      Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  
 Jonkin verran samaa mieltä                        
 Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  
 Jonkin verran eri mieltä  
 Täysin eri mieltä

Tietoteknisten apuvälineiden käyttö on parantanut oppimistuloksia.

17.  Samaa mieltä  Jonkin verran samaa mieltä  Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  Jonkin verran eri mieltä  Täysin eri mieltä
- Voit perustella vastaustasi, jos haluat:

Matematiikan yo-kirjoitukset muuttuvat 2016 siten, että 4 ensimmäistä tehtävää lasketaan ilman laskinta ja loput saa laskea laskimella. Mielestäni muutoksessa ei ole mitään järkeä.

18.  Samaa mieltä  Jonkin verran samaa mieltä  Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  Jonkin verran eri mieltä  Täysin eri mieltä
- Voit perustella vastaustasi, jos haluat:

Matematiikan yo-kirjoitukset muuttuvat vuonna 2019 sähköiseksi. Yo-kirjoituksissa pitää osata tehtävät tehdä erilaisten tietokoneohjelmien avulla. Mielestäni tämä testaa vain tietokoneohjelmien käyttöä eikä matemaattista osaamista.

19.  Samaa mieltä  Jonkin verran samaa mieltä  Ei samaa, mutta ei eri mieltäkään  Jonkin verran eri mieltä  Täysin eri mieltä
- Voit perustella vastaustasi, jos haluat:

20. Mitä mieltä olet tietoteknisten apuvälineiden käytöstä matematiikan opetuksessa?

## Matemaattinen osaaminen

21. Oletko havainnut matematiikan osaamisessa muutoksia viime vuosien aikana?

- Opiskelijoiden lähtötasossa**  Kyllä Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  En
- Kurssikokeissa opiskeluaikana**  Kyllä Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  En
- Yo-kirjoituksissa**  Kyllä Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  En

22. Jos vastasit edellisessä kohdassa kyllä johonkin kohtaan, minkä suuntaisia muutokset ovat ja mistä muutokset voivat johtua?

23. Minkälaisia tuloksia odotat vuoden 2016 matematiikan yo-kirjoituksista verrattuna aikaisempiin yo-kirjoituksiin?

Kumpaa osaamista vuoden 2019 matematiikan yo-kirjoitukset mielestäsi testaavat:

24.  Matemaattista osaamista      Voit perustella vastaustasi, jos haluat:  
 Tietokoneohjelmien käytön osaamista

25. Minkälaisia tuloksia odotat vuoden 2019 matematiikan yo-kirjoituksista verrattuna aikaisempiin yo-kirjoituksiin?

26. Heräsikö sinulla jotain muita ajatuksia, mitä en ollut kyselyssä huomionnut?

## Liite 2: Matematiikkatesti

Kirjoitan graduani Tampereen yliopiston Informaatiotieteiden yksikköön. Tutkin gradussani tietoteknisten apuvälineiden merkitystä lukion matematiikan opetuksessa ja oppimisessa. Tutkimukseen osallistuneista kerättyä tietoa käsitellään luottamuksellisesti ja yksittäisiä henkilöitä ei voi tunnistaa tutkimustuloksista. Tutkimusaineistoa käytetään vain tutkimuksessa.

Täytä ensin esitiedot. Tämän jälkeen voit lähteä tekemään tehtäviä.

### RYHMÄ:

- 1 Tietotekniset apuvälineet apuna  
Mitä laskinta käytit tehtävien ratkaisemiseen? \_\_\_\_\_
- 2 Kynä, kumi ja viivoitin

### OLEN:

- 1 TYTTÖ
- 2 POIKA

### VUOSILUOKKA:

- 1 Lukion 1 vuosikurssi
- 2 Lukion 2 vuosikurssi
- 3 Lukion 3 vuosikurssi

1. Derivoi lauseke.

a)  $\sqrt{2x^2 - 3}$

b)  $e^{2x^2+x}$

c)  $\ln \sqrt[4]{x}$

2. Määritä käyrälle  $y = (2x - 3)^4$  kohtaan  $x = 1$  piirretyn tangentin yhtälö. Piirrä kuva.

3. Ratkaise yhtälö  $\log_3(x - 1) + \log_3(x + 1) = 1$ .

4. Määritä funktion  $f(x) = (3x - 5)(x + 1)^3$  pienin arvo.