



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

SALLA KOSKINEN
SÄHKÖINEN ARVIOINTI MATEMATIIKAN OPETUKSESSA

Diplomityö

Tarkastajat:
Yliopistonlehtori Simo Ali-Löytty
Dosentti Jorma Joutsenlahti
Tarkastajat ja aihe hyväksytyt
luonnontieteiden tiedekunta-
neuvoston kokouksessa
5.10.2016

TIIVISTELMÄ

SALLA KOSKINEN: Sähköinen arviointi matematiikan opetuksessa

Tampereen teknillinen yliopisto

Diplomityö, 68 sivua, 11 liitesivua

Kesäkuu 2017

Teknis-luonnontieteellinen koulutusohjelma

Pääaine: Matematiikka

Tarkastajat: Yliopistonlehtori Simo Ali-Löytty, Dosentti Jorma Joutsenlahti

Avainsanat: matematiikan opetus, sähköinen arviointi, interaktiiviset matematiikan tehtävät, sähköinen tentti, STACK, EXAM

Opetus ja arviointi digitalisoituvat vauhdilla kaikilla koulutusasteilla, ja myös Tampereen teknillisessä yliopistossa on panostettu sähköisiin järjestelmiin. Sähköisten järjestelmien avulla voidaan opiskelijoille tarjota yksilöllisempiä ja joustavampia opintopolkuja niin yliopistossa kuin alemmillakin koulutusasteilla. Tässä työssä tutustutaan matematiikan interaktiivisiin tehtäviin ja sähköiseen tenttiin. Työssä tutkitaan lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden kokemuksia interaktiivisista matematiikan tehtävistä sekä selvitetään yliopisto-opiskelijoiden mielipiteitä matematiikan sähköisestä tentistä.

Aluksi tarkastellaan matemaattisen osaamisen arviointia ja tietotekniikan hyödyntämistä matematiikan opetuksessa. Myöhemmin esitellään matematiikan interaktiivisia STACK-tehtäviä sekä opiskelijoiden kokemuksia niistä. Tämän jälkeen selvitetään, miten Tampereen teknillisessä yliopistossa on kokeiltu ja kehitetty matematiikan sähköistä tenttiä lukuvuonna 2016–2017, ja millaisia kokemuksia opiskelijoilla on tentistä.

Kyselyjen perusteella yliopisto-opiskelijat suhtautuvat positiivisesti sekä interaktiivisiin tehtäviin että sähköiseen tenttiin. Erityisesti välitön palaute ja vihjeet koettiin positiivisiksi asioiksi tehtävissä, sähköisessä tentissä arvostettiin sen joustavuutta. Lukio-opiskelijoiden kokemukset interaktiivisista tehtävistä eivät olleet yhtä positiivisia. Sekä sähköisissä tehtävissä että sähköisessä tentissä nähtiin kuitenkin potentiaalia tulevaisuudessa.

ABSTRACT

SALLA KOSKINEN: Electronic Assessment in Mathematics Education

Tampere University of Technology

Master's Thesis, 68 pages, 11 Appendix pages

June 2017

Master's Degree Programme in Science and Engineering

Major: Mathematics

Examiners: University Lecturer Simo Ali-Löytty, Docent Jorma Joutsenlahti

Keywords: mathematics education, electronic assessment, interactive mathematics exercises, electronic exam, STACK, EXAM

The world of education and assessment is constantly becoming more and more electronic, and Tampere University of Technology has also invested in electronic systems. Electronic systems make it possible to provide more individual and more flexible study paths at university level as well as at lower levels of education. Two such systems, system for interactive mathematics exercises and an electronic exam system, are introduced in this study. The experiences of interactive mathematics exercises are studied in upper secondary education and at university level, and the opinions of electronic exams is studied at university level.

At first, we discuss the assessment of mathematical proficiency and the use of information technology in mathematics education. Later the interactive mathematics STACK exercises are introduced and student experiences are presented. After this the development process of mathematics electronic exams in Tampere University of Technology is explained and student opinions are discussed.

According to the surveys the overall attitudes of university students towards the electronic systems is positive. Especially the instant feedback and hints were appreciated in the interactive exercises. The electronic exam was mostly appreciated for its flexibility. The upper secondary students' attitudes towards the interactive exercises were not as positive. However, both the electronic exercises and the electronic exam were seen as very potential tools to be used in the near future.

ALKUSANAT

Tämä diplomityö on tehty Tampereen teknillisen yliopiston matematiikan laitokselle. Projekti alkoi kesällä 2016 aloittaessani matematiikan laitoksella tutkimusapulaisena. STACK-tehtäviä kehitettiin kesällä ja tutkimus niistä toteutettiin syksyn 2016 aikana. EXAM-tenttejä kehitettiin lukuvuoden 2016–2017 aikana. Tuloksia analysoitiin talvella 2016–2017 ja kirjoittamisprosessi keskittyi loppukevääseen 2017.

Sekä STACK-tehtävien että EXAM-tenttien parissa työskentely on ollut mielenkiintoista ja antoisaa. Työstä on ollut valtavasti hyötyä ajatellen tulevaisuutta matematiikan opettajana, valmiudet toimia sähköisissä ympäristöissä ja ymmärrys niiden tarjoamista mahdollisuuksista on kasvanut työtä tehdessä. Haluankin kiittää työni ohjaajaa, yliopistonlehtori Simo Ali-Löyttyä mielenkiintoisesta diplomityön aiheesta ja jatkuvasta painostuksesta työn edistymiseksi. Dosentti Jorma Joutsenlahtea haluan kiittää työni ohjaamisesta ja hyvistä kommentteista.

Ystäväni ovat tsempanneet opinnoissani ja tehneet opiskeluajasta huippuhienon. Eriyisesti haluan esittää mielettömän suuren kiitoksen työkaverilleni Miralle, joka on auttanut työhön liittyvissä pohdinnoissa ja ollut isona henkisenä tukena diplomityöprosessin aikana. Haluan myös kiittää isääni, jonka kiinnostus sähköisten järjestelmien käytöstä opetuksessa on lisännyt myös omaa innostustani aiheesta. Lisäksi haluan kiittää Juusoa, joka on väsymättä jaksanut tukea ja kannustaa työn etenemisessä.

Tampereella, 12.6.2017

Salla Koskinen

SISÄLLYS

1. Johdanto	1
2. Matemaattisen osaamisen arviointi	3
2.1 Arviointi	4
2.2 Palaute osana arviointia	6
3. Tietotekniikka matematiikan opetuksessa	9
3.1 Oppimisympäristöt	10
3.2 Tenttijärjestelmät	14
3.3 Sähköiset materiaalit matematiikassa ja niiden tulevaisuus	17
4. Tutkimuksen analyysimenetelmät	20
5. Sähköinen oppimisympäristö STACK	23
5.1 Tehtävän laatiminen ja opiskelijan näkökulma	24
5.2 Tutkimuskysymykset	28
5.3 Tutkimuksen toteutus	29
5.4 Kvantitatiivinen analyysi	30
5.5 Kvalitatiivinen analyysi	33
5.6 Pohdinta	37
6. Sähköinen tentti	40
6.1 Tutkimuskysymykset	40
6.2 Matematiikan sähköisen tentin toteutus	41
6.3 Tenttitehtävät ja niiden tasapuolisuus	44
6.4 Kvantitatiivinen analyysi	47
6.5 Kvalitatiivinen analyysi	50
6.6 Pohdinta	55
7. Tutkimuksen luotettavuus	58
8. Yhteenveto	61
Lähteet	64

Liite A: Kysely STACK-tehtävistä

Liite B: Ryhmäkohtaiset vastaukset STACK-kyselyyn

Liite C: Kysely EXAM-tenteistä

Liite D: Vastaukset EXAM-kyselyyn

Liite E: Matematiikan EXAM-tenttiin vastaaminen

LYHENTEET JA MERKINNÄT

CAA	Computer Aided Assessment, tietokoneavusteinen arviointi
CAL	Computer Assisted Learning, tietokoneavusteinen oppiminen
CAS	Computer Algebra System
CBI	Computer Based Instruction, tietokonepohjainen opetus
EXAM	sähköinen tenttijärjestelmä
IBL	Internet Based Learning, internet-pohjainen oppiminen
JSXGraph	interaktiivisten kuvien luomiseen tarkoitettu JavaScript-kirjasto
LUKIO1–3	kyselyyn vastannut lukio-opiskelija
MATLAB	MATrix LABoratory, numeeriseen laskentaan tarkoitettu tietokoneohjelmisto, ohjelmointikieli
Maxima	symbolinen laskentaohjelmisto
MAY1	lukiomatematiikan ensimmäinen kurssi, yhteinen lyhyen ja pitkän matematiikan lukijoille
Moodle	avoimen lähdekoodin virtuaalinen verkkoympäristö
PNS	pienimmän neliösumman menetelmä
SPSS	tilastotieteelliseen analyysiin suunniteltu ohjelmisto
STACK	System for Teaching and Assessment using a Computer Algebra Kernel, tietokoneavusteinen järjestelmä matematiikan tehtävien automaattiseen tarkistamiseen
\TeX	tieteellisille julkaisuille tarkoitettu ladontajärjestelmä
TTY	Tampereen teknillinen yliopisto
TTY1–10	kyselyyn vastannut Tampereen teknillisen yliopiston opiskelija
WolframAlpha	selainpohjainen, Mathematica-laskentaohjelmistoon pohjautuva haku- ja vastauskone
β	regressioanalyysin selittävän muuttujan painokerroin
C	Kruskal-Wallis testin korjaustermi
ε	regressioanalyysin virhetermi
g	sidosten lukumäärä Kruskal-Wallis testissä
k	selittävien muuttujien määrä lineaarisessa regressioanalyysissä
KW	Kruskal-Wallis testin testisuure
n	ryhmän havaintojen lukumäärä
N	havaintojen lukumäärä

p	p-arvo, merkitsevyystaso
R	ryhmän järjestyslukujen summa
R^2	multippelikorrelaatiokertoimen neliö
t	Kruskal-Wallis testissä sidoksessa olevien järjestyslukujen lukumäärä
T	Kruskal-Wallis testin korjattu testisuure
χ^2 -jakauma	tilastollinen jakauma, jota standardinormaalijakautuneen muuttujan neliöiden summa noudattaa
X	regressioanalyysin selittävä muuttuja
Y	regressioanalyysin selitettävä muuttuja

1. JOHDANTO

Digitalisaatioon on viime vuosina panostettu yhä enemmän suomalaisessa koulutuksessa ja peruskoulun digitalisaatio on jopa eräs hallituksen kärkihankkeista [4]. Lisäksi sähköistyvät ylioppilaskirjoitukset ovat lisänneet keskustelua tietotekniikan hyödyntämisestä opetuksessa [7]. Myös Tampereen teknillisessä yliopistossa on hattu hyödyntää tietotekniikan tarjoamia mahdollisuuksia opetuksen kehittämiseksi ja oppimistulosten parantamiseksi.

Tulevana matematiikan opettajana tietotekniikan hyödyntäminen matematiikan opetuksessa on mielenkiintoinen ja ajankohtainen aihe. Tässä diplomityössä yhdistyy kaksi opetustyössäkin merkittävää tekijää: oppiminen ja osaamisen näyttäminen. Matemaattisen osaamisen piirteitä ja niiden arviointia tarkastellaan luvussa 2. Luvussa 3 pohditaan matematiikan sähköistymisen erityisvaatimuksia ja esitellään erilaisia sähköisiä oppimis- ja tenttiympäristöjä. Tarkemmin työssä tarkastellaan interaktiivisia matematiikan STACK-tehtäviä ja sähköistä EXAM-tenttiä. Interaktiivisia tehtäviä voidaan hyödyntää osana formatiivista arviointia ja niiden avulla niin oppija kuin opettajakin saavat palautetta osaamistasosta. Tavoitteena on, että oppija pystyy tehtävistä saadun palautteen avulla arvioimaan omaa oppimistaan. Sähköisiä tenttejä puolestaan käytetään summatiivisen arvioinnin välineenä, tyypillisesti perinteisen paperisen tentin sijaan.

Luvussa 5 esitellään tarkemmin STACK-järjestelmä, jossa voidaan luoda interaktiivisia ja automaattisesti tarkistuvia matematiikan tehtäviä. STACK-tehtävissä oppija saa ratkaisemastaan tehtävästä välitöntä palautetta sekä mahdollisia vihjeitä tehtävän ratkaisemiseksi. Interaktiivisia matematiikan STACK-tehtäviä on Tampereen teknillisessä yliopistossa hyödynnetty osana kurssisuoritusta jo useamman vuoden. Tässä työssä selvitettiin, miten sähköiset tehtävät soveltuvat lukion ensimmäiselle matematiikan kurssille (MAY1). Tutkimuksessa selvitettiin lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden kokemuksia ja tutkittiin niiden eroavaisuuksia.

STACK-tehtäviä on tutkittu aiemmin muun muassa Aalto-yliopistossa [37] ja Tam-

pereen teknillisessä yliopistossa [34]. Tutkimuksissa STACK-tehtävistä on saatu varsin positiivisia kokemuksia. Myös tämän tutkimuksen perusteella yliopisto-opiskelijat suhtautuvat interaktiivisiin matematiikan tehtäviin positiivisesti, mutta lukio-opiskelijat huomattavasti suuremmalla varauksella. Lukio-opiskelijat eivät kokeneet STACK-tehtäviä yhtä mielekkäiksi ja erityisesti niihin vastaaminen koettiin hankalaksi. Vihjeet, välitön palaute ja malliratkaisut keräsivät positiivisia kommentteja myös lukio-opiskelijoilta.

Luvussa 6 keskitytään matematiikan sähköiseen tenttiin ja esitellään, miten se on Tampereen teknillisessä yliopistossa toteutettu. Sähköisiä tenttejä on yliopistoissa järjestetty jo vuodesta 2007 [25]. Alempien koulutusten sähköistyessä paine myös yliopistokoulutuksen digitalisoimiseen kasvaa ja Tampereen teknillisessä yliopistossa sähköisiä tenttejä on järjestetty vuodesta 2014 alkaen. Matematiikan sähköisiä tenttejä pilotoitiin ensimmäisen kerran lukuvuonna 2016–2017. Tämän työn tarkoituksena oli kehittää matematiikan sähköisen tentin konseptia sekä selvittää opiskelijoiden kokemuksia matematiikan sähköisestä tentistä.

Sähköisiä tenttejä on yleisellä tasolla tutkittu Suomessa muun muassa Aalto-yliopistossa [39]. Tässä tutkimuksessa selvitettiin kokemuksia erityisesti matematiikan sähköisestä tentistä, johon vastaamisessa hyödynnettiin MATLAB-ohjelmistoa. Tenttejä toteutettiin lukuvuonna 2016–2017 EXAM-järjestelmässä ja yksittäisiä suorituksia kertyi yli 2600. Tutkimuksen kohteena olevalla Insinöörimatematiikka 123 -opintojaksolla matematiikan tenttejä kokeiltiin ensimmäisenä ja tulokset olivat positiivisia. Opiskelijat arvostivat sähköisen tentin joustavuutta ja nopeita uusintamahdollisuuksia ensimmäisen tentin jälkeen. Ohjelmiston käytön koettiin jonkin verran vievän resursseja matematiikan oppimiselta, mutta kokonaisuutena sähköiseen tenttiin oltiin tyytyväisiä ja niitä halutaan tehdä jatkossakin.

Tutkimustulosten analyysissä käytettävät menetelmät on esitetty luvussa 4. Luvussa 7 tarkastellaan tutkimuksen luotettavuutta ja tutkimuksen havainnoista tehdään yhteenveto luvussa 8. Tämän tutkimuksen perusteella matematiikan sähköisistä oppimis- ja tenttiympäristöistä saatiin positiivinen kuva. Järjestelmät kaipaavat vielä kehitystä, mutta tulosten valossa vaikuttaa siltä, että ollaan hyvässä kehitysvaiheessa. Matematiikan interaktiivisissa tehtävissä on kehitettävää erityisesti alemmilla koulutusasteilla ja matematiikan sähköisen tentin konseptia muokataan yhä. Tulevaisuus vaikuttaa kuitenkin lupaavalta ja opiskelijat ainakin teknillisessä yliopistossa vaikuttavat suhtautuvan myönteisesti uuteen teknologiaan.

2. MATEMAATTISEN OSAAMISEN ARVIOINTI

Matemaattisen osaamisen voidaan katsoa Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin mukaan koostuvan viidestä piirteestä [26]. Piirteet ovat toisiinsa kietoutuneita ja kokonaisuutena ne muodostavat pohjan matemaattiselle pätevyydelle. Nämä viisi piirrettä ovat Joutsenlahden mukaan [24] suomennettuina

1. Käsitteellinen ymmärtäminen (*conceptual understanding*): matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja relaatioiden ymmärtäminen.
2. Proseduraalinen sujuvuus (*procedural fluency*): taito käyttää proseduureja joustavasti, huolellisesti, tehokkaasti ja tarkoituksenmukaisesti.
3. Strateginen kompetenssi (*strategic competence*): kyky formuloida, esittää ja ratkaista matemaattisia ongelmia.
4. Mukautuva päättely (*adaptive reasoning*): pystyvyys loogiseen ajatteluun, reflektointiin, selittämiseen ja todistamiseen.
5. Yritteliäisyys (*productive disposition*): nähdä luontaisesti matematiikka järkevänä, hyödyllisenä ja arvokkaana yhdistettynä uskoon ahkeruuden merkityksestä ja omiin kykyihin.

Piirteet ovat toisiinsa yhteydessä ja toisistaan riippuvia. Matemaattinen osaaminen on kaikkien piirteiden summa, eikä sitä voida saavuttaa vain yhdellä tai kahdella piirteellä. [26]

Perinteisessä kouluopetuksessa on tyypillisesti painottunut proseduraalinen sujuvuus, yliopistossa puolestaan mukautuvat päättelytaidot ovat suuremmassa roolissa. Kolme muuta piirrettä korostuvat erityisesti insinöörikoulutuksessa, missä matemaattisten ongelmien tunnistaminen on tärkeää. Erityisesti käsitteellisen ymmärtämisen taito mahdollistaa matemaattisten taitojen siirtämisen käytäntöön. [38]

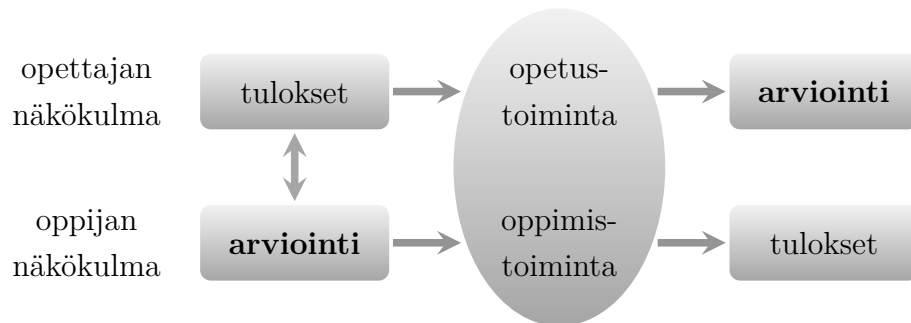
2.1 Arviointi

Arvioinnilla on opetus-oppimisprosessissa kolme päätehtävää: diagnostinen, formatiivinen ja summatiivinen. Diagnostinen arviointi on toteavaa ja suunnittelevaa, ja sitä hyödynnetään muun muassa lähtötason arvioimisessa. Formatiivinen arviointi puolestaan on tarkkailevaa ja ohjaavaa, ja sen perusteella arvioidaan pieniä kokonaisuuksia, esimerkiksi pistokokeita, ja voidaan ohjata opetusta ja oppimista parempaan suuntaan. Formatiivinen arviointi on jatkuvaa, ja sen toivotaan kannustavan ja motivoivan oppijaa oman oppimisensa arviointiin ja kehittämiseen. Lisäksi formatiivinen arviointi toimii palautteena opettajalle, sillä sen avulla saadaan tietoa oppijoiden tasosta ja voidaan kehittää opetusta parempaan suuntaan. Summatiivinen arviointi on kokoavaa ja ennustavaa, sen tehtävä on arvioida kokonaisuuksia. Esimerkiksi tentin perusteella tapahtuva päättöarviointi on summatiivista. Diagnostisen, formatiivisen ja summatiivisen arvioinnin tehtävä on välittää tietoa tavoitteiden ja tulosten välisestä erotuksesta, ja ohjata niiden välillä tapahtuvaa oppimisprosessia oikeaan suuntaan. [31]

Tyypillisesti arvioinnilla tarkoitetaan formatiivista ja summatiivista arviointia. Molemmat ovat arviointia, mutta niiden tarkoitukset eroavat toisistaan: formatiivisen arvioinnin tarkoitus on antaa palautetta oppimisprosessin aikana, kun summatiivisessa arvioinnissa arviointi tapahtuu oppimiskokonaisuuden lopussa ja sen tarkoituksena on selvittää, kuinka hyvin oppimistavoitteet on saavutettu. Formatiivisen palautteen avulla oppimisprosessia voidaan kehittää niin oppijan kuin opettajan näkökulmasta. Palautteen merkittävyys perustuu virheiden korjaamiseen, jolloin myös oppijalta edellytetään aktiivista roolia oman työnsä kriittisessä tarkastelussa. Formatiivisen palautteen tukena onkin hyvä hyödyntää itse- ja vertaisarviointia. Opettajan näkökulmasta formatiivinen arviointi ohjaa opetusjärjestelyjä tarvittavaan suuntaan. [11]

Toisin kuin formatiivisessa arvioinnissa, summatiivisessa arvioinnissa virhe ei ole oppimistilaisuus, vaan oppijan näkökulmasta pikemminkin rangaistus. Toisaalta summatiivisessa arvioinnissa ulkoisen motivaation merkitys korostuu ja oppija pyrkii usein tekemään parhaansa päästäkseen mahdollisimman hyvään tulokseen. Jatkuvassa arvioinnissa samoja tehtäviä käytetään tyypillisesti sekä formatiivisessa että summatiivisessa mielessä. Arviointitapojen välillä on kuitenkin perustavanlaatuisen ero, jonka vuoksi jatkuvan arvioinnin käyttö sekä formatiivisessa että summatiivisessa mielessä on ongelmallista. [11]

Opettajat ja oppijat näkevät arvioinnin tarkoituksen eri tavoin. Opettajan näkökulmasta oppimistulokset ja -tavoitteet ovat pääosassa, kun oppijan näkökulmasta arviointi on kaiken oppimisen määrittävä tekijä. Tätä ilmiötä kutsutaan backwash-efektiksi, joka on esitetty kuvassa 2.1. Negatiivinen backwash-efekti esiintyy tyypillisesti koepainotteisessa järjestelmässä, jossa oppiminen jää pintapuoliseksi, kun koe-strategiat nousevat oppijalla suurempaan rooliin kuin varsinainen substanssiosaaminen. Oppiminen tapahtuu koe edellä ja oppija opiskelee vain koetta varten. [11]



Kuva 2.1 Opettajan ja oppijan näkökulmia arviointiin Biggsiä ym. mukaillen. [11]

Backwash-efektiä voidaan kuitenkin hyödyntää myös positiivisessa mielessä, jolloin arvioinnin ja tavoitteiden tulee olla huolellisesti linjassa toistensa suhteen. Tämä onnistuu esimerkiksi tavoitelähtöisen oppimisen avulla. Tavoitelähtöisessä oppimisessä oppijan tulee ymmärtää opintokokonaisuudelle asetetut tavoitteet, jolloin oppijalle muodostuu kokonaiskuva opiskeltavasta asiasta, ja omaa aktiivisuutta sekä opiskelustrategioita voi muuttaa tavoitteiden mukaisiksi. Tavoitelähtöisessä oppimisessä on oleellista se, että arviointi on formatiivista ja jatkuvaa, eli tavoitteiden toteutumista arvioidaan jo oppimisprosessin aikana. Arvioinnissa korostuu siis oppimisprosessi lopputuloksen sijaan, ja arvioinnin avulla pyritään tekemään oppilaan osaaminen näkyväksi jatkuvasti oppimisprosessin edetessä. Oppimisprosessin aikana annetun palautteen avulla pyritään ohjaamaan oppijaa ja hänen oppimisprosessiaan kohti tavoitteiden saavuttamista. Kun oppija on tietoinen omasta taitotasostaan, hän motivoituu opiskeluun ja pystyy tekemään omaa oppimistaan edistäviä ratkaisuja. Oppija osaa myös arvioida ja reflektoida omaa oppimistaan ja taitotasoaan. [43]

Oppimisen ja taitotason itsearvioinnissa oppijan tulee kysyä itseltään kysymyksiä, joiden avulla omaa osaamistaan voi seurata. Miten edistyn? Teenkö virheitä? Toistuvatko samat virheet? Miten voisin välttää ne? Jos kaikki arviointi tulee ulkopuolelta,

ei oppija koe tarvetta arvioida omaa osaamistaan. Tilanteessa, jossa opettaja esittää materiaalit ja arvioi lopussa, opettaja muodostaa oppijan tiedolle pohjan, ja oppija jää passiivisen suorittajan rooliin. Oppija uskoo näin oman oppimisensa seurannan olevan opettajan tehtävä. Kun oppija ymmärtää itse seurata omaa oppimistaan, on hänellä hyvät mahdollisuudet kulkea kohti elinikäistä oppimista. [11]

Arvioinnin olennaisin tehtävä on tukea opetus-oppimisprosessia, ja prosessin siirtäessä sähköiseen ympäristöön myös arviointia on hyvä siirtää tähän suuntaan [31]. Matematiikan osaamista voidaan arvioida kaikilla arvioinnin pääosa-alueilla myös sähköisesti. Esimerkiksi Tampereen teknillisessä yliopistossa järjestetään ensimmäisen vuoden opiskelijoille sähköinen matemaattisten perustaitojen testi [2], jonka perusteella opiskelijoiden taitotaso arvioidaan ja heidät ohjataan tarvittaessa tekemään lisätehtäviä perustason kehittämiseksi. Formatiivista arviointia toteutetaan sähköisillä STACK-tehtävillä (kts. luku 5), joista opiskelija saa palautetta oman oppimisensa tueksi. Summatiivista arviointia voidaan puolestaan toteuttaa sähköisillä EXAM-tenteillä (kts. luku 6).

2.2 Palaute osana arviointia

Henkilökohtaisen palautteen antaminen oppijoille on helpottunut tietokoneavusteisten oppimisjärjestelmien myötä. Tietokoneen avulla oppija voi saada tukea oppimisprosessilleen, mikä puolestaan mahdollistaa oman oppimisen arvioinnin. Arvioinnista saadaan näin formatiivista ja jatkuvaa. Myös tietokoneavusteinen testaaminen vaikuttaa lupaavalta keinolta edistää jatkuvaa arviointia. [30, 31]

Palautetta pidetään olennaisena osana jatkuvaa arviointia [12, 22]. Useissa tutkimuksissa on todettu, että palautteen saaminen on hyödyllisempää kuin sen saamattomuus, ja keskimäärin palautteen saaminen vaikuttaa oppimistuloksiin positiivisesti verrattuna tilanteeseen, jossa palautetta ei saada [8, 22]. Toisaalta tutkimuksissa on myös havaittu, että palautteen vaikutukset eivät aina ole vain positiivisia ja ne voivat olla jopa negatiivisia [19, 23].

Palautteen tehokkuuteen vaikuttaa useampi tekijä, joista yksi mahdollisesti on palautteen ajoitus. Azevedo ja Bernard huomasivat meta-analyysissään, että välittömällä palautteella on erityisen suuri merkitys tietokonepohjaisessa opetuksessa (CBI, *Computer Based Instruction*), ja siitä on enemmän hyötyä oppijalle verrattuna viivästettyyn palautteeseen [9]. Toisaalta on lukuisia tutkimuksia, joissa vä-

littömästä palautteesta ei ole enempää tai on vähemmän hyötyä kuin viivästetystä palautteesta [32, 35].

Välittömän palautteen etuja on, että se vähentää väorien ajatusmallien syntymistä ja lisää motivaatiota, sillä etenemistä on helppo kontrolloida [19]. Viivästetyn palautteen eduksi puolestaan on ajateltu palautteeseen tukeutumisen vähentyminen. Lisäksi välitön palaute rikkoo keskittymistä, mikä voi lisätä negatiivista vaikutusta. Välittömän palautteen ollessa negatiivista voi palaute aiheuttaa epävarmuutta ja laskea motivaatiota epäonnistumisen tunteen vuoksi [27]. On myös esitetty, että viivästetyssä palautteessa oppija unohtaa virheensä ja palaute muistuttaa oikeista ratkaisuksista [29]. Lisäksi informaatio jakautuu tasaisesti pidemmälle aikavälille ja opiskeltavia asioita prosessoidaan useammin, jolloin ei synny välittömästä palautteesta aiheutuvaa informatioähkyä [13].

Palautteen ajoituksen lisäksi eräs palautteen hyötyyn vaikuttava tekijä on palautteen laatu [28]. Erilaiset palautetyypit voidaan jakaa viiteen ryhmään [15]:

1. Ei palautetta
2. Vahvistava palaute: onko vastaus oikein vai väärin
3. Oikea vastaus -palaute: kertoo, mikä on oikea vastaus
4. Yksityiskohtainen palaute: kertoo, miksi vastaus on oikein tai väärin ja antaa tutkia tehtävänantoa uudelleen
5. Yritä uudelleen -palaute: kertoo, onko vastaus oikein tai väärin ja antaa mahdollisuuden yrittää uudelleen

Erilaisia palautetyyppejä voidaan luonnollisesti myös yhdistellä. Viimeaikaiset tutkimustulokset viittaavat siihen, että palautteen tehokkuus riippuu laadun lisäksi oppijan aiemmasta tietotasosta: palautteella näyttäisi olevan suurin positiivinen vaikutus oppijoille, joiden tietotaso on alkuun heikko. Lisäksi on ehdotettu, että lahjakkaammilla oppijoilla yksityiskohtaisemman palautteen saaminen vähentää tehtävien prosessointia. Erityisesti oppijoilla, joilla on jo aikaisempaa tietoa opiskeltavasta aiheesta, palautteen negatiivinen vaikutus on todennäköisempää [18, 19]. Yksinkertainen palaute riittää, kun tehtävään on osattu vastata oikein, mutta väärän vastauksen tapauksessa tarvitaan yksityiskohtaisempaa palautetta. Palautteen ei myöskään tulisi olla liian helposti saatavilla kopioimisen ehkäisemiseksi. [28]

Palautteen tulisi vetää huomio kohti tehtävää, ei sen suorittajaa, jotta sen teho pysyy mahdollisimman hyvänä [27]. Palautteen saaminen on yleensä oppimisen kannalta

hyödyllistä, mutta sen tehokkuus riippuu monista tekijöistä. Tutkimuksissa on saatu keskenään osittain ristiriitaisiakin tuloksia palautteen ajoituksesta, ja välittömässä ja viivästetyssä palautteessa on molemmissa omat etunsa. Tietokoneavusteisessa oppimisessa on välittömän palautteen tarjoaminen entistä helpompaa, kun palautetta voidaan antaa automaattisesti. Tällöin palaute on kuitenkin ennalta ohjelmoitua ja sen laatuun tulee kiinnittää huomiota. Yksityiskohtaisen palautteen antaminen voi olla tehokasta erityisesti heikommille oppijoille, mutta sen ohjelmoiminen ennalta saattaa olla hyvinkin työlästä.

3. TIETOTEKNIikka MATEMATIIKAN OPETUKSESSA

Sähköisten oppimisympäristöjen käyttö opetuksessa on lisääntynyt merkittävästi tieto- ja viestintäteknikan kehittymisen myötä, ja nykyinen opetussuunnitelma kannustaa digitaalisten opiskelu ympäristöjen ja oppimateriaalien käyttöön [36]. Opiskelun tueksi on kehitelty lukuisia ohjelmistoja erilaisiin tarkoituksiin, esimerkiksi matematiikassa voidaan hyödyntää erilaisia laskin- ja piirto-ohjelmistoja opiskelun tukena ja havainnollistamiseen. Opetusohjelmien ja -ohjelmistojen kehittämisen lisäksi toinen suuntaus on ollut tietokoneavusteisen opiskelun (CAL, *Computer Assisted Learning*) ja tietokoneavusteisten tehtävien kehittäminen [46]. Niin sanottuun e-oppimiseen (*e-learning*) voidaan sisällyttää myös esimerkiksi internet-perusteinen opiskelu (IBL, *Internet Based Learning*). [44]

Koulutus elää muutosvaihetta, jossa tietotekniikka kulkee vahvasti mukana. Nuorisokulttuuri, tiede ja työllistymisvaatimukset muuttuvat nopeasti ja teknologian kehitys halutaan pitää mukana muutoksessa. Tällä hetkellä teknologia kuitenkin tukee perinteisiä opetustapoja ja on syytä pohtia, onko ratkaisu kauaskantoinen vai pitäisikö opetustapoja muuttaa ohjelmistojen myötä [10]. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin voidaan ajatella olevan etenevä prosessi: opetuksesta seuraa opiskelua, josta seuraa oppimista. Opetuksella ei voida siis suoraan vaikuttaa oppimiseen, vaan vaikutus tapahtuu epäsuorasti opiskelun kautta. Tieto- ja viestintäteknikka vaikuttaa kaikissa tämän prosessin vaiheissa, ja on tärkeää ymmärtää sen väliintulon vaikutus koko prosessissa. [44]

Opetus-opiskelu-oppimisprosessin muutosten myötä myös kysymykset opetus-, opiskelu- ja oppimisympäristöistä tulevat ajankohtaisiksi. Opetuksessa on siirrytty yksilötason ongelmista kohti opiskelu ympäristöihin liittyviä kysymyksiä. Teknologia tarjoaa välineitä, mutta myös mahdollisuuksia siirtyä täysin uudelle toiminnan tasolle, ja opetustyössä tulee miettiä, miten teknologiaa voidaan hyödyntää. Opettajan rooli ja työnkuva muuttuvat teknologian myötä ja ne painottuvat uudella tavalla. [44]

3.1 Oppimisympäristöt

Sähköisten oppimisympäristöjen kehitys on lähtenyt liikkeelle 1950-luvulla Skinnerin kehittämistä opetuskoneista. Kehitykseen on vahvasti vaikuttanut behavioristinen oppimiskäsitys, sillä tietokoneavusteinen oppiminen on nähty toimintana, jossa tietokone on ohjelmoitu opettamaan ja ohjaamaan oppijaa ennalta määritellyssä järjestyksessä [21, 43]. Alkujaan tietokoneavusteiset tehtävät ovatkin pääosin olleet mekaanisia harjoitustehtäviä, kuten esimerkiksi monivalintatehtäviä [42, 43]. Matematiikassa monivalintatehtävät eivät kuitenkaan ole parhaimmillaan, sillä vastausvaihtoehtojen myötä kysymysten mielekkyys katoaa helposti [41]. Esimerkiksi derivointi on usein helpompaa kuin integrointi, ja vastausvaihtoehtojen myötä kaikki integraalitehtävät voi muuttaa derivointitehtäviksi.

Nykyisin tietotekniikka avaa täysin uusia toimintatapoja sekä opetukseen että opiskeluun. Oppijan rooli on yhä aktiivisempi ja oppijan tuleekin rakentaa omaa ajatteluaan tietojen yhdistelyn ja vertailun sijaan. Oppijan omaa aktiivisuutta ja sen merkitystä oppimisprosessissa korostetaan: kasvatustieteissä vallalla on konstruktivistinen oppimiskäsitys, jonka mukaan oppija rakentaa maailmankuvaansa aiemman tietämyksensä päälle ja yhdistää asioita havaintojensa ja erilaisten palautemekanismin avulla. Tietotekniikka mahdollistaa erityisesti erilaiset palautemekanismit ja niiden hyödyntämisen oppimisen tukena. Teknologian potentiaalinen hyödyntäminen jää kuitenkin usein heikoksi ja sitä käytetään lähinnä uutena välineenä perinteisille tehtäville, mistä monivalintatehtävät ovat hyvä esimerkki. [31]

Tietotekniikan opetuskäytön kehityslinjat voidaan karkeasti jakaa kolmeen osaan. Ensimmäinen on tietokoneavusteinen, opetusohjelmien käyttöön perustuva lähestymistapa. Toinen hyödyntää erilaisia työvälineohjelmia tai erityisesti opetuskäyttöön suunniteltuja sovellusohjelmia ja kolmas puolestaan hyödyntää opetuksessa verkkoa. [31]

Opetusohjelma on käsitteenä laaja, ja se pitää sisällään hyvin erilaisia ja erilaisiin tarkoituksiin suunniteltuja ohjelmia. Opetusohjelmat jaotellaan yleisesti seuraavasti: [31]

- Harjaannuttamisohjelmissa (*drills*) harjoitellaan mekaanisia taitoja. Ohjelmia on tyypillisesti helppo laatia, mutta pidemmän päälle yksipuolista käyttöä. Tyypillisiä harjaannuttamisohjelmia ovat muun muassa erilaiset täydennys-, monivalinta- ja yhdistelytehtävät.

- Kuulusteluohjelmat (*tests*) soveltuvat yksinkertaisiin tehtäviin ja niiden automaattiseen tarkastamiseen. Kuulusteluohjelmilla voidaan korvata myös perinteisiä kokeita, ja eräänä versiona voidaan pitää sähköisiä tenttijärjestelmiä.
- Opetuspeleillä pyritään luomaan motivoiva oppimisympäristö. Kilpailu tietokonetta tai muita pelaajia vastaan piilottaa sisälleen huomaamatta tapahtuvaa oppimista. Pelejä voidaan hyödyntää oppimisen tukena hyvin laajalla skaalalla perinteisemmistä tasohyppelypeleistä jopa taistelupeleihin, joilla voidaan kehittää esimerkiksi motorisia taitoja.
- Pehdyttämishjelmien (*tutorials*) tarkoituksena on tutustuttaa oppija uuteen asiaan. Ohjelmat etenevät usein hyvin systemaattisesti ja samalla aktivoivat seuraajaa pienin tehtävin.
- Simulaatioiden avulla pyritään hahmottamaan vaikeasti lähestyttäviä asioita, kuten ydinreaktioita. Simulaatioiden tarkoituksena on mallintaa mahdollisesti näkymättömiä asioita sekä mahdollistaa kustannustehokkaasti erilaisten asioiden havainnollistaminen.

Opetusohjelmien käyttöä perustellaan usein kustannustehokkuudella. Tyypillisesti arvioidaan, että opetusohjelman laatimiseen kuluu aikaa suunnilleen yhtä paljon kuin kymmenen oppitunnin valmisteluun. Todellisuudessa kuitenkin ohjelman luonne vaikuttaa merkittävästi sen laatimiseen kuluvaan aikaan. Yksinkertaisen harjaannuttamisohjelman pystyy laatimaan mahdolliseen valmiiseen pohjaan hyvin nopeasti, mutta pehdytysohjelmaan liittyvän animaation laatimiseen voi kulua jopa 1000-kertainen aika verrattuna animaation keston. [31]

Opetusohjelmissa pyritään usein noudattamaan niin sanottua kognitiivista oppipoi-kamallia. Mallin tarkoituksena on opettaa oppijalle asiantuntijoiden kognitiivisia prosesseja eli opettaa oppijaa ajattelemaan ja toimimaan asiantuntijoiden tavoin. Nämä ajattelu- ja ongelmanratkaisutaidot tehdään oppijalle näkyviksi, jolloin oppija voi havainnoida ajattelu- ja toimintatapoja [14]. Eräs oppipoikakoulutuksessa käytetty menetelmä on niin kutsuttu scaffolding-menetelmä, jonka ajatuksena on ohjata oppijaa tarvittaessa, mutta jättää mahdollisimman paljon tilaa itsenäiselle oppimiselle ja toiminnalle. Menetelmän tausta-ajatuksena voidaan pitää tikapuita tai rakennustelineitä, joiden avulla kannatellaan ja ohjataan tarpeen tullen, ja ohjausta vähennetään taitojen kasvaessa. Oppimistilanteet eivät saa olla liian vaikeita tai helppoja, vaan ne tulisi pitää oppijan taidoille sopivana. [43]

Oppipoikamallista on Tynjälän [45] mukaan saatu myönteisiä kokemuksia matematiikan lisäksi luetun ymmärtämisen ja kirjoittamisen opettelussa. Matematiikassa oppijaa voidaan ohjata kohti oikeita ratkaisumalleja antamalla esimerkkejä ja johdattelemalla [43]. Scaffolding-menetelmää voidaan hyödyntää sähköisissä oppimisympäristöissä esimerkiksi vihjeiden muodossa. Matematiikassa oppijaa voidaan johdatella kohti oikeita ratkaisuja hyvin muotoiltujen vihjeiden avulla: oppijaa voidaan ohjata oikeaan suuntaan, mutta lopullisen ratkaisun tulee lähteä oppijasta itsestään.

Kognitiivinen oppipoikamalli on pyrkimys, johon monet ohjelmat eivät vielä täysin kykene. Usein opetusohjelmien voidaankin myös nähdä noudattavan eräitä ohjelmoidun opetuksen piirteitä. Ohjelmoidun opetuksen ytimenä toimii oppimispsykologinen ketju

ärsyke \rightarrow oppija \rightarrow reaktio \rightarrow tulos \rightarrow palaute \rightarrow oppija ...

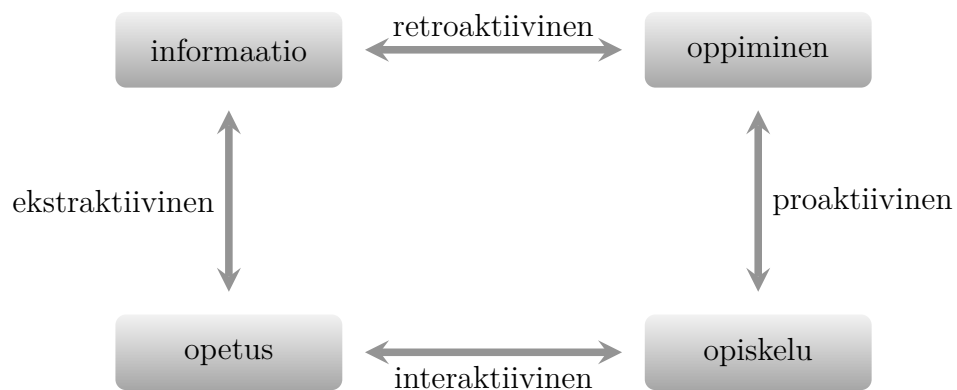
Opiskeltava aines on jäsennelty pieniksi kokonaisuuksiksi, jotka vaikeutuvat vähitellen. Oppija voi edetä omaan tahtiinsa, ja opetusohjelma voidaan käydä läpi ilman opettajan aktiivista panosta. Taustalla on behavioristinen oppimiskäsitys. Ohjelmoidun opetuksen hyviä puolia ovat muun muassa yksilöllinen etenemisnopeus, ajan ja paikan vapaus sekä välitön palaute ja puolueettomuus, minkä lisäksi opettaja saa monipuolisesti palautetta oppijoiden suorituksista. Toisaalta huonoja puolia ovat mahdollinen oppijan passivointi, keskittyminen rutiineihin, tiedon luonteen käsityksen yksipuolistuminen, kapea sovellusalue ja huono kustannustehokkuus. [31]

Ohjelmoitu opetus on tyypillisesti perinteisten opetusohjelmien taustalla pyörivä menetelmä, myös tässä työssä hyödynnetty STACK-oppimisympäristö (kts. luku 5) noudattaa ohjelmoidun opetuksen piirteitä. Ohjelmoidun opetuksen oppimisprosessissa ohjelma muistuttaa opettajaa: ohjelma on opettaja, oppimisprosessin johtaja, tutor ja mahdollisesti myös tiedonsyöttäjä. [31]

Varsinaisten opetusohjelmien lisäksi opetuskäytössä ovat yleistyneet verkko-oppimisympäristöt. Verkko-oppimisympäristöjen tausta-ajatuksena voidaan pitää verkkometaforaa: verkon tarkoituksena on houkutella, mutta se venyy ja mukautuu käyttäjän tarpeiden mukaan. Verkko-opetuksesta voidaan löytää viisi vastinparia: virtuaalisuus – fyysinen läsnäolo, synkronia – asynkronia, mobiilius – paikallaanolo, globaalius – paikallisuus sekä fragmentaatio – integraatio. Kaikki vastinparit liittyvät

myös toisiinsa. Virtuaalisuuden myötä verkko mahdollistaa yhteistyön eri käyttäjäryhmien välillä ajasta ja sijainnista riippumatta. Toisaalta kuitenkin tiettyä synkroniaa saatetaan tarvita, sillä sosiaalinen kanssakäyminen verkossa edellyttää samanaikaisuutta. Opetus ei ole enää aika- ja paikkariippuvaista, mutta aikariippumattomuus saattaa aiheuttaa ongelmia myös verkkomaailmassa erityisesti yhteistyötehtävissä. Globaalius liittyy virtuaalisuuteen ja paikkariippumattomuuteen, mutta toisaalta myös työn ja vapaa-ajan rajan hämärtymiseen: globaalissa verkossa on valtavasti ärsykeitä, jotka voivat häiritä työntekoa ja lisätä joutilaisuutta. Toisaalta globaalin tavoitettavuuden myötä resurssien käyttö myös paikallisesti helpottuu, ja integraation myötä resurssien yhteiskäyttö ja pyrkimys kohti yhteistyötä lisääntyvät. Verkon myötä paikkasidonnaisuuden hävitessä fragmentaatio eli pirstaloituminen lisääntyy, kun kokonaiskuvat asioista jakautuvat verkon ja reaali maailman välillä. [44]

Verkko-opetuksessa tavoitteena on luoda vuorovaikutteisia opiskelutilanteita, joissa oppijat toimivat aktiivisesti. Didaktiikan kolmivaiheista opetus-opiskelu-oppimisprosessia voidaan laajentaa informaation käsitteellä, jolloin muodostuu kuvan 3.1 kaltainen nelivaiheinen prosessi.



Kuva 3.1 Laajennettu, nelivaiheinen didaktinen opetus-opiskelu-oppimisprosessi Tellaa ym. mukaillen [44].

Opiskelun ja opetuksen välillä on interaktiivinen suhde, ja sekä ihmistenvälisellä että tietokoneen kautta tapahtuvalla viestinnällä on siinä oma roolinsa. Opiskelun ja oppimisen välinen proaktiivinen suhde tarkoittaa oppijan omaa aktiivista ja aloitteellista toimintaa, mikä edellyttää motivaatiota, innostusta ja tavoitteellisuutta. Oppimisen ja informaation suhde on retroaktiivinen ja suhde on osittain takautuva.

Oppiminen lisää informaatiota, ja toisaalta uusi informaatio vaikuttaa oppimiseen. Opetuksen ja informaation välillä on ekstraktiivinen suhde, sillä opetuksessa pyritään suuresta informaatiomäärästä poimimaan oleellimmat osat. [44]

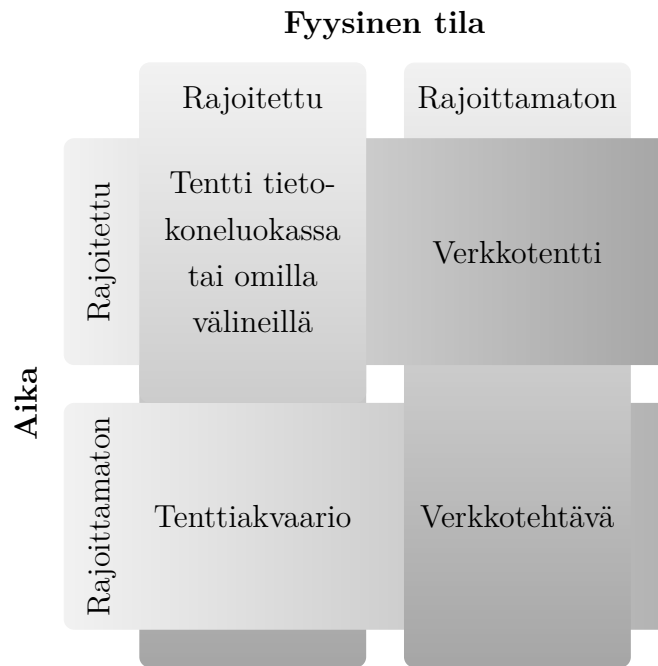
Verkkoon tehtävän, pedagogisesti mielekkään opetusmateriaalin laatimiselle voidaan tehdä yhdeksän kohdan ohjeellinen lista, johon on poimittu suunnittelun kannalta olennaisimpia asioita: [44]

1. Kohderyhmä tulee miettiä tarkkaan, sillä sama materiaali ei palvele kaikkia.
2. Aineen tai aiheen tulisi toimia punaisena lankana, vaikka materiaali rikkoisikin ainerajoja.
3. Aineenhallinta ja pedagoginen mallintaminen on tärkeä huomioida, sillä materiaalin tulee kuitenkin vastata sille asetettuihin tavoitteisiin.
4. Autenttisuus on hyvä lähtökohta verkkopohjaiselle työskentelylle, sillä verkko on täynnä lähdemateriaalia.
5. Yhteisöllisyys on mahdollista myös verkossa.
6. Joustavuus on verkkomateriaalin selkeä hyöty, joten sitä kannattaa hyödyntää.
7. Tuki on tärkeää niin opiskeltavan aiheen kuin tekniikankin kannalta. Erityisesti teknisen tuen rooli on merkittävä, jotta tekniset ongelmat eivät vie päähuomiota opiskelulta.
8. Itsearviointiin on hyvä tarjota mahdollisuus, jotta oppija voi jäsenellä omaa oppimisprosessiaan.
9. Ohjaus on tärkeää myös itsenäisessä työssä, jotta oppija tietää, mitä häneltä vaaditaan ja hän kokee saavansa tukea. Verkkomateriaalissa ohjauskin siirtyy osin verkkoon.

Oleennaista niin verkkomateriaalin kuin kaiken sähköisen materiaalin suunnittelussa kuitenkin on, että mitään perinteistä materiaalia ei sellaisenaan siirretä verkkoon, toisin kuin sähköisten oppimateriaalien kehityskauden alkuvaiheissa ajateltiin. Sähköisten materiaalien suunnittelussa tulee huomioida sen mukanaan tuomat mahdollisuudet ja hyödyntää niitä. Sähköisen materiaalin tulisikin olla sellaista, että sen kanssa voi opiskella itsenäisesti ilman ulkoista tukea [38].

3.2 Tenttijärjestelmät

Sähköisten oppimisympäristöjen lisäksi sähköiset tenttijärjestelmät ovat viime vuosina kehittyneet. Suomessa erityisesti ylioppilaskirjoitusten sähköistyminen on lisännyt keskustelua sähköisistä tenteistä [7]. Sähköiselle tentille voidaan määritellä neljä erilaista järjestelymuotoa, jotka on esitetty kuvassa 3.2.



Kuva 3.2 Eri tavat järjestää sähköinen tentti. [39]

Vuonna 2019 täysin sähköistyvät ylioppilaskirjoitukset ovat sekä aika- että paikka-rajoitettuja [7]. Yliopistoissa sähköisiä tenttejä on järjestetty tenttiakvaarioissa jo vuodesta 2007 [25], ja Tampereen teknillisessä yliopistossa käytössä oleva EXAM-järjestelmä (kts. luku 6) on tenttiakvaariotyyppinen ratkaisu, joka on siis paikka-, mutta ei aikarajoitettu. Tässä työssä hyödynnetyt STACK-tehtävät (kts. luku 5) kuuluvat puolestaan verkkotehtäväosioon.

Opiskelijoiden kokemuksia sähköisistä tenteistä on tutkittu aiemmin, ja esimerkiksi Rytkösen ja Myyrin tutkimustulosten perusteella sähköiset tentit vähentävän tentti-stressiä, lisäävät syvällisempää oppimista ja lisäävät joustavuutta sekä siten mahdollistavat nopeampia valmistumisaikoja [39]. Tutkimukset ovat pääasiassa käsitelleet juuri tenttiakvaarioratkaisuja.

Sähköisen tentin tavoite on sama kuin perinteisen paperitenttin: oppijan osaamisen arviointi. Matematiikassa tenttiympäristö voi kuitenkin asettaa joitakin rajoituksia: esimerkiksi automaattisesti tarkistettavissa verkkotehtävissä (esimerkiksi STACK) syntaksi voi asettaa tiukkoja rajoja vastaamiselle, jolloin kaikissa ympäristöissä kaikkien viiden Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin määrittelemän matemaattisen osaamisen alueen [26] testaaminen ei välttämättä ole mahdollista. On kuitenkin olemassa sellaisia sähköisiä tenttiratkaisuja (esimerkiksi EXAM), joissa kaikkia viittä osaluuetta voidaan testata jollakin tasolla. Tällaiseen tenttiin voidaan luoda eri matematiikan osaamisen alueita mittaavia tehtäviä, jotta voidaan muodostaa käsitys oppijan osaamistasosta kokonaisvaltaisesti.

Käsitteellisesti ymmärtävä oppija ymmärtää, miksi matemaattinen konsepti on tärkeä, ja tietää sen käyttökontekstin. Oppija on jäsentänyt tietonsa kokonaisuudeksi, johon on helppo liittää uusia asioita. Ilman käsitteellistä ymmärtämistä matematiikan osaaminen koostuu lähinnä ulkoa opetelluista osa-alueista. Proseduraalisella sujuvuudella tarkoitetaan proseduurien tuntemista, jolloin oppija tietää missä ja miten mitakin proseduuria tulee käyttää. Proseduraalinen sujuvuus ja käsitteellinen ymmärtäminen liittyvät toisiinsa siten, että oppija osaa arvioida proseduurinsa tuloksen luotettavuutta. [26]

Sähköisessä tentissä voidaan testata oppijan käsitteellisiä ymmärrystaitoja ja proseduurien hallintaa. Oppija voi vain pyrkiä kokeilemaan muistamiaan eri ratkaisumalleja ja toivoa, että jollakin niistä saadaan järkevä ratkaisu aikaan. Ilman käsitteellisen ymmärtämisen taitoa ja proseduurien tuntemista ei kuitenkaan tyypillisesti päästä kovin pitkälle: menetelmä voi toimia satunnaisesti, mutta osoittautuu pidemmällä aikavälillä riittämättömäksi. Ilman proseduraalisen sujuvuuden ja käsitteellisen ymmärtämisen taitoja oppija suorittaa sokeasti oppimiaan menetelmiä ilman, että osaa arvioida menetelmän tai tuloksen mielekkyyttä.

Strateginen kompetenssi viittaa oppijan ongelmanratkaisukykyyn: oppija osaa muodostaa matemaattisen ongelman, esittää ja ratkaista sen. Perinteisesti koulussa oppijalle annetaan ongelma, joka tulee ratkaista, mutta koulumaailman ulkopuolella ongelma tulee osata myös muodostaa. Oppijan tulee hallita useita ongelmanratkaisustrategioita, jotta ongelman muodostaminen on mahdollista. Mukautuvilla päätelytaidoilla tarkoitetaan oppijan kykyä hahmottaa loogisesti käsitteiden ja tilanteiden välisiä suhteita. Matematiikassa mukautuvia päätelytaitoja voidaan pitää perustana, joka pitää kaiken kasassa ja ohjaa oppimista. Tutkimusten mukaan op-

pija kykenee mukautuvaan päättelyyn, jos hänellä on riittävä tietopohja, tehtävä on ymmärrettävä ja mielenkiintoinen ja konteksti on tuttu. Oppija, joka kykenee mukautuvaan päättelyyn, osaa perustella omaa työtään. Perustelu ei välttämättä tarkoita varsinaista todistamista, joka kuitenkin on eräs perustelun muoto. Mukautuva päättely liittyy vahvasti muihin osaamisen alueisiin erityisesti ongelmanratkaisussa. [26]

Liittyen jo edellä mainittuihin puutteisiin, myös strategisen kompetenssin ja mukautuvien päättelytaitojen puute aiheuttaa ongelmia. Matematiikan sähköisessä tentissä on mahdollista hyödyntää laskentaohjelmistoja, jolloin voidaan testata oppijan kykyä ymmärtää ongelma ja muodostaa sen ratkaisu. Varsinainen proseduurin voi jäädä tällaisessa tehtävässä pienemmälle huomiolle. Erityisesti insinöörikoulutuksessa pyritään valmistamaan kohti reaalia maailman ongelmia, joiden ratkaisussa strateginen kompetenssi on oleellinen taito. Mukautuvat päättelytaidot hallitseva oppija osaa perustella ratkaisunsa loogisesti ja hahmottaa tehtävissä tilanteiden välisiä suhteita.

Yritteliäisyys viittaa oppijan kykyyn nähdä matematiikka merkityksellisenä ja tärkeänä sekä uskoon siitä, että matematiikan opiskelu kannattaa. Jos oppija on neljällä mainitulla osa-alueella hyvin kehittynyt, hän myös uskoo, että matematiikka on ymmärrettävää ja hyödyllistä. Yritteliäisyys kehittyy muiden osa-alueiden kanssa yhtä aikaa ja auttaa myös muita osa-alueita kehittymään. Esimerkiksi ei-rutiininomaisten tehtävien ratkaiseminen kehittää strategista kompetenssia, jolloin asenteet ja usko omaan tekemiseen vahvistuvat. Yritteliäisyys on ominaisuus, jota ei tentissä voida arvioida yhtä hyvin, kuin muita. Se on ennemminkin affektiivinen ominaisuus, joka vaikuttaa oppijan suoriin muun muassa metakognition kautta. [24, 26]

Sähköisessä tentissä voidaan testata oppijan osaamisalueita, mutta pyrkimyksenä on, että oppija veisi osaamisensa mukanaan eteenpäin tentin jälkeen. Sähköisessä tentissä henkilökohtaisen palautteen antaminen on hieman perinteistä paperitenttiä helpompaa, sillä tyypillisesti sähköistä tenttiä varten on olemassa jokin verkossa toimiva alusta, jonka kautta esimerkiksi ilmoitaudutaan tenttiin ja saadaan arvostelut, ellei kyseessä ole täysin verkossa toimiva verkkotentti tai -tehtävä. Näin oppija mahdollisesti saa paremman käsityksen omasta osaamisestaan ja pystyy halutessaan kehittämään heikompia osa-alueitaan.

3.3 Sähköiset materiaalit matematiikassa ja niiden tulevaisuus

Sähköisten oppimateriaalien suunnittelun alkuaikoina pyrittiin siirtämään kaikki olemassa oleva materiaali sellaisenaan sähköiseen muotoon. Seuraavassa vaiheessa materiaalia pyrittiin monipuolistamaan sähköisyyden mahdollistamin audiovisuaalisin tehostein, tyypillisesti käyttäen mahdollisimman paljon kontrasteja ja välkkyviä tehosteita, näiden kuitenkin ollessa vain rekvisiittaa. Sittemmin on ymmärretty, että perinteisesti esitetyt materiaalit eivät suoraan ole siirrettävissä sähköisiksi. Esimerkiksi matematiikassa tekniset rajoitukset ja kirjaan sidottu esitystapa ovat vaikuttaneet niiden muotoutumiseen ja sähköisellä materiaalilla on omat, mutta erilaiset rajoitteensa. Perinteisissä paperisissa materiaaleissa käytetty esitystapa on nykyoppijoille tuttu, mutta se ei tarkoita sitä, että tapa olisi sähköistä esitystapaa parempi. [38, 44]

Sähköisissä oppimisympäristöissä matematiikassa on mahdollisuuksien lisäksi myös omat haasteensa. Tyypillisesti oppijat kokevat matemaattisen syntaksin kirjoittamisen hankalaksi, mikä aiheuttaa turhautumista ja vie huomiota pois matematiikan oppimisesta. Matematiikan esittäminen tietokoneella koetaan vaikeaksi osittain johtuen perinteisiin esitystapoihin juurtumisesta. Sähköinen matematiikan esittämistapa on noussut valtakunnalliseksi puheenaiheeksi sähköistyvien ylioppilaskirjoitusten myötä. Matemaattisten aineiden sähköiset kokeet ovat herättäneet paljon kysymyksiä ja ne vaativat erityistä kehitystyötä, minkä vuoksi aineet ovat viimeisten sähköistyvien kokeiden joukossa. Ylioppilastutkinnon tarpeisiin on kehitelty kaavaeditoria, joka helpottaisi matematiikan kirjoittamista sähköiseen muotoon. Editorilla on mahdollista kirjoittaa matemaattista tekstiä interaktiivisesti, mikä vähentää syntaksin aiheuttamia ongelmia vastaamisessa. Kaavaeditorin lisäksi matematiikan kirjoittaminen onnistuu myös muilla koepalvelimen ohjelmilla. Kaikki alustat tarjoavat mahdollisuuden varsinaisen syntaksin kirjoittamisen lisäksi myös interaktiivisesti tapahtuvaan vastaamiseen. [6, 38]

Sähköisten oppimateriaalien kehitystyössä opettajan ja materiaalin kehittäjän tehtävä on haastava, ja kehitysvaiheessa palautteen merkitys on valtava. Yhden matemaattisesti ja pedagogisesti mielekkään tehtävän laatiminen voi vaatia kymmeniä tunteja työtä, mikä lisää kehittäjän haasteita entisestään. Vaikka sähköisillä materiaaleilla onkin valtava potentiaali monipuolistaa opetusta, eivät ne kuitenkaan ole vastaus kaikkiin ongelmiin ja perinteistäkin opetusta tarvitaan yhä. Kognitiivisessa oppipoikamallissa hyödynnettävä scaffolding-menetelmä paranee entisestään, kun

ohjelmistot pystyvät mukautumaan oppijan taitoihin ja tarjoamaan sopivan tasoisia haasteita. Näin ohjelmisto voi tarjota tukea oppimisprosessille ja auttaa oppijaa esimerkiksi löytämään sopivan tasoista oppimateriaalia. Vielä tällä hetkellä sähköisissä oppimisympäristöissä mahdollisuudet yksilölliseen ohjaukseen ovat rajalliset, mutta tulevaisuudessa kehittyvien tiedonlouhintamenetelmien myötä myös tämä tulee osaksi sähköisiä oppimisympäristöjä. [38, 43]

Ylioppilaskirjoitukset ovat valtakunnallisesti merkittävä koulutuskäytänteiden ohjaaja, joten niiden sähköistyminen lisää tarvetta kehittää sähköisiä oppimisympäristöjä koulutusjärjestelmän kaikille tasoilla. Ohjelmistot tarjoavat mahdollisuuksia hyvin erilaiseen matematiikkaan verrattuna perinteiseen paperilla suoritettavaan tekemiseen. Järjestelmät kehittyvät nopeasti, mutta tällä hetkellä matematiikassa ongelmat koskevat matematiikan esittämistä sähköisessä muodossa. Vaikka tekniset ongelmat ovat vähenemässä, on sujuvaan sähköiseen matemaattisen tekstin tuottamiseen vielä matkaa. Onkin esitetty, että matematiikan seuraava suuri vallankumous ei koske matematiikan perusluonnetta, vaan nimenomaan matematiikan esittämistapaa [16].

4. TUTKIMUKSEN ANALYYSIMENETELMÄT

Tässä tutkimuksessa selvitetään opiskelijoiden kokemuksia matematiikan interaktiivisista tehtävistä ja sähköisestä tentistä. Interaktiivisia tehtäviä tekevät sekä luki- että yliopisto-opiskelijat ja tutkimuksessa selvitetään, eroavatko ryhmien kokemukset toisistaan. Sähköisiä tenttejä koskevassa selvityksessä tarkastellaan tehtäväpankin tehtävien keskinäistä vertailtavuutta sekä sukupuolen, arvosanan ja tutkinto-ohjelman vaikutusta mielipiteisiin. Ryhmien välisiä eroja tutkitaan Mann-Whitneyn U -testillä, Kruskal-Wallis testillä sekä lineaarisella regressiolla, joiden antama p-arvo kertoo, kuinka todennäköisesti ryhmien välinen ero voidaan selittää sattumalla. Kun p-arvo on alle 0,05, sanotaan eron olevan tilastollisesti melkein merkitsevää ja arvon ollessa alle 0,01 sanotaan eron olevan tilastollisesti merkitsevää [33, s. 434]. Tässä työssä käytetään viiden prosentin riskitasoa, jolloin riski virheelliselle nollassa hypoteesin hylkäämiselle on 5,0 %. Analyysit suoritettiin SPSS-ohjelmistolla.

Mann-Whitneyn U -testi (tunnetaan myös nimillä U-testi, Wilcoxon rank sum -testi tai Mann-Whitney-Wilcoxonin -testi) on parametriton testi, joka sopii pienille otosko'oilte, joiden ei tarvitse olla normaalijakautuneita. Testillä verrataan kahden eri ryhmän jonkin ominaisuuden keskiarvoa tai mediaania. Havaintojen tulee testissä olla toisistaan riippumattomia ja havainnot on mitattava vähintään järjestysasteikollisesti. Testissä havaintoaineisto järjestetään suurusjärjestykseen tutkittavan muuttujan suhteen ja jokaiselle havainnolle annetaan järjestysnumero. U-testin arvo kuvaa sitä, kuinka monta kertaa ryhmän A havainto edeltää ryhmän B havaintoa. Jos havainnot ovat täysin tasaisesti jakautuneet, ei ryhmien välillä ole eroa, mutta jos esimerkiksi ryhmän A havainnot saavat selvästi pienempiä arvoja kuin ryhmän B havainnot, voidaan ryhmien välillä todeta olevan eroa. [33, s. 1066–1067]

Kun verrataan useamman kuin kahden ryhmän välisiä eroja, voidaan hyödyntää parametritonta Kruskal-Wallis testia. Kruskal-Wallis testissä ryhmien otoskoot voivat olla erisuuria ja pieniä, ja normaalijakautuneisuutta ei tarvitse olettaa. Vastaavasti kuin Mann-Whitneyn U -testissä, havainnot järjestetään suurusjärjestyk-

seen ja jokaiselle havainnolle annetaan järjestysluku. [33, s. 1079–1080]

Varsinaisesta testisuureesta on useampia variaatioita, joista yksinkertaisin on

$$KW = \left(\frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} \right) - 3(N+1),$$

missä n_i jokaisen ryhmän havaintojen lukumäärä, N on kaikkien havaintojen lukumäärä ($N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$), k ryhmien lukumäärä ja R_i jokaisen ryhmän järjestyslukujen summa. Mikäli aineistossa esiintyy täsmälleen sama havaintoarvo useamman kerran, annetaan sille järjestyslukuksi havaintojen järjestyslukujen keskiarvo. Tätä sidosten aiheuttamaa harhaa korjataan korjaustermillä

$$C = 1 - \frac{\sum_{i=1}^g (t_i^3 - t_i)}{N^3 - N},$$

missä g on sidosten määrä, t jokaisessa sidoksessa i olevien järjestyslukujen määrä ja N havaintojen lukumäärä. [33, s. 1080–1082]

Korjaustermin jälkeen varsinaiseksi testisuureeksi saadaan

$$T = \frac{KW}{C} \text{ [33, s. 1083].}$$

Kruskal-Wallis testin noudattaa otoskoon kasvaessa asympotoottisesti χ^2 -jakaumaa, josta testisuureen avulla saadaan määritettyä p-arvo. Ryhmien välinen tarkempi analyysi on mahdollista niin sanotun post hoc -testauksen avulla. Tässä testataan parittain eri ryhmiä ja selvitetään, minkä parien välillä on tilastollisesti merkitseviä eroja. Testejä on ainakin kaksi, joista toinen perustuu studentin t-jakauman ja toinen normaalijakauman käyttöön. Pareittain testaamalla voidaan tutkia, minkä parien välinen p-arvo on pienempi kuin alkuperäisestä testisuureesta määritetty vertailuarvo. Näin pystytään aineistosta poimimaan poikkeavuudet tarkemmin. [33, s. 1084–1087]

Regressioanalyysissä selvitetään muuttujien välistä riippuvuutta. Perinteisessä regressioanalyysissä on yksi selitettävä muuttuja sekä yksi tai useampi selittävä muuttu-

ja, jotka oletuksen mukaan korreloivat kohtuullisesti selitettävän muuttujan kanssa, mutta eivät liian voimakkaasti keskenään. Linearisessa regressioanalyysissä pyritään löytämään muuttujien välille lineaarinen, tilannetta kuvaava malli, joka matemaattisesti kirjoitettuna on

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon,$$

missä Y kuvaa selitettävää muuttujaa, X_1, \dots, X_k selittäviä muuttujia, β_1, \dots, β_k ovat selittävien muuttujien painokertoimet, β_0 on analyysin kuluessa laskettava vakio ja ε on virhetermi. Tämän työn analyysissä hyödynnettävä SPSS-ohjelmisto käyttää parhaan mahdollisen mallin etsimisessä pienimmän neliösumman menetelmää (PNS), jolloin virhetermien neliöiden summa ε^2 pyritään minimoimaan [33, s. 677–681].

Selittävän muuttujan selittävyuden luotettavuutta voidaan testata t-testillä, jossa regressiokerroin jaetaan sen varianssilla. Mikäli t-arvo on korkea (tyypillisesti yli 2) ja t-arvoa vastaava p-arvo on alle 0,05, voidaan muuttujaa pitää luotettavana selittäjänä. Tämä ei kuitenkaan vielä tarkoita sitä, että muuttuja selittäisi mallia paljoo, vaan selitystasetta kuvataan multippelikorrelaatiokertoimen neliöllä R^2 . Selitystasetta kertoo, kuinka monta prosenttia malli pystyy selittämään selittävän muuttujan vaihtelusta ja sitä voidaan korjata muuttujien ja havaintojen lukumäärän perusteella. [33, s. 683, 686–687]

Tässä työssä Mann-Whitney U -testillä selvitetään lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden mielipiteiden eroavaisuuksia sähköisistä matematiikan tehtävistä. Kruskal-Wallis testillä selvitetään sähköisten matematiikan tenttitehtävien pistejakaumien eroja. Taustatekijöiden vaikutusta muutamaaan sähköistä tenttiä koskevaan väittämään testataan Kruskal-Wallis testin ja lineaarisen regressiomallin avulla.

5. SÄHKÖINEN OPPIMISYMPÄRISTÖ STACK

STACK (*System for Teaching and Assessment using a Computer algebra Kernel*) on tietokoneavusteinen järjestelmä, jolla voidaan luoda interaktiivisia matematiikan tehtäviä. Järjestelmässä voidaan muodostaa satunnaistettuja kysymyksiä sekä tarkistaa ja antaa palautetta opiskelijoiden vastauksista. Tässä työssä tutkitaan, millainen vaikutus automaattisesti generoidulla palautteella on oppimiseen ja oman oppimisen arviointiin, ja selvitetään lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden kokemuksia tehtävistä.

STACK yhdistelee kahta tyypillistä sähköisten oppimisympäristöjen kehityslinjaa, sillä sitä voidaan pitää verkossa toimivana tietokoneavusteisena oppimisympäristönä [31]. STACK on myös integroitavissa verkossa toimivaan Moodle-oppimisympäristöön [3]. STACK-tehtävissä voidaan

- luoda tehtäviä joiden parametrit on satunnaistettu
- tarkistaa opiskelijan vastaus
- antaa palautetta opiskelijan vastauksen perusteella
- antaa vihjeitä tehtävän ratkaisemiseksi, myös vastaukseen perustuvia
- esittää tehtävän malliratkaisu.

STACK on suunniteltu nimenomaan tietokoneavusteisen arvioinnin tueksi (CAA, *Computer Aided Assessment*). Se on Chris Sangwinin kehitelemä ohjelmisto, jonka ensimmäinen versio julkaistiin vuonna 2005. Tämän jälkeen ohjelmasta on julkaistu versiot 2.0 ja 3.0 sekä useita pienempiä päivityksiä [5]. STACKin tarkoituksena on siis automaattisesti pystyä arvioimaan matematiikan tehtäviä, joissa vastaus annetaan algebrallisena lausekkeena. STACK pystyy arvioimaan annettua vastausta ennalta määritetyn ohjeen mukaisesti, minkä lisäksi se tallentaa opiskelijan vastaukset opettajan analysointia varten. [41]

STACK-tehtävässä opiskelija saa palautteen tehtävästä heti vastattuaan. Satunnaistettujen parametrien ansioista eri opiskelijoilla on tehtävissään eri lukuarvoja, joten

vastauksia ei voi kopioida suoraan. Näin pyritään lisäämään opiskelijoiden yhteistyötä sekä rohkaisemaan heitä ratkaisuprosesseista keskustelemiseen. STACK hyödyntää laskennassa symboliseen laskemiseen soveltuvaan Maxima-matematiikkaohjelmistoa. [40]

Muuttuvien lukuarvojen lisäksi STACKissa voidaan hyödyntää havainnollistavia kuvia JSXGraph:n avulla. JSXGraph on JavaScript-kirjasto, jota voidaan hyödyntää interaktiivisten kuvien ja kuvaajien piirtämiseen [20]. Satunnaistettuja parametreja voidaan hyödyntää myös kuvaajissa, jolloin voidaan laatia kuvapohjaisia tehtäviä. Lisäksi kuvia voidaan piirtää opiskelijan vastauksen perusteella, jolloin voidaan esimerkiksi havainnollistaa, mikä opiskelijan vastauksessa on mennyt väärin.

STACK-järjestelmässä opettaja voi itse laatia kysymykset sekä tehtävien malliratkaisut poiketen aiemmin tyypillisistä CAA-järjestelmistä. Malliratkaisujen laatiminen on tyypillisesti ollut rajoitettu siten, että kaikki opiskelijat vastaanottivat saman palautteen. Nykyiset tehokkaat CAS-järjestelmät mahdollistavat niiden hyödyntämisen myös malliratkaisuissa, joten malliratkaisut voidaan laatia siten, että jokainen opiskelija näkee omilla lähtöarvoillaan ratkaistun tehtävän. [41]

STACKia voidaan pitää eräänlaisena mallina ohjelmoidusta opetuksesta, sillä opiskelijan kulkema polku on määritelty hyvin pitkälle etukäteen. STACK on kuulusteluohjelma, joka testaa opiskelijan taitoja, mutta sitä voidaan hyödyntää myös oppimistarkoituksessa ilman testaamistarkoitusta. STACKia käytetäänkin Sangwinin selvityksen mukaan tyypillisimmin summatiivisen (75 % vastaajista) sekä formatiivisen (75 % vastaajista) arvostelun tukena [40]. STACK mahdollistaa itsearvioinnin osana formatiivista arviointia ja palautteen saamista. Tarkoituksena on, että palautteen avulla oppija löytää omat heikkoutensa ja keksii keinot niiden vahvistamiseen. Palautteen avulla oppija myös huomaa toistuvat virhekäsityksensä helpommin. STACKissa on lisäksi mahdollista vaatia opiskelijaa arvioimaan omaa osaamistaan ennen lopullista tehtävään vastaamista, jolloin opettaja saa tietoa siitä, kuinka hyvin opiskelija hahmottaa oman osaamistasonsa.

5.1 Tehtävän laatiminen ja opiskelijan näkökulma

Kuten kaikkia verkkotehtäviä, myös STACK-tehtäviä suunniteltaessa tulee pyrkiä tekemään niistä pedagogisesti mielekkäitä [44]. Tehtävien kohderyhmä tulee pitää mielessä, ja punaisena lankana toimii tyypillisesti jokin matemaattinen kokonaisuus.

Tehtäviä suunniteltaessa on hyvä pitää mielessä myös opiskelijalle asetetut vaatimukset. Verkossa toimivissa tehtävissä voidaan mahdollisesti hyödyntää myös sieltä löytyvää sisältöä, esimerkiksi tiettyjen lähtöarvojen etsiminen itse verkosta on mahdollista. Materiaali kannattaa pyrkiä luomaan siten, että tehtävien tekeminen on joustavaa, jolloin verkon ominaisuuksia saadaan hyödynnettyä. Samalla kuitenkin tulee huolehtia siitä, että tehtävän tekijä saa riittävästi tukea ja ohjausta, kuitenkin sen menemättä liiallisuuksiin. Liian ohjattu ja tuettu tehtävä saattaa menettää merkitystään, jos opiskelija pystyy tekemään tehtävän useaan kertaan. STACK-tehtävissä voidaan lisäksi hyödyntää itsearviointia, mutta varsinainen yhteisöllisyyden hyödyntäminen näissä tehtävissä jää opiskelijoiden omalle vastuulle.

STACKia voidaan pitää verkossa toimivana opetusohjelmana [31], jolloin tietyt verkko-opetuksen piirteet tulee huomioida tehtäviä suunnitellessa: didaktiikan kolmivaiheista opetus-opiskelu-oppimisprosessia (kuva 3.1) voidaan verkko-opetuksessa laajentaa informaation käsitteellä [44]. Verkkotehtävissä oppimisen ja informaation välinen retroaktiivinen suhde on palautteen ja malliratkaisuiden myötä mukana jatkuvasti. Opetuksen ja informaation välinen ekstraktiivinen suhde painottuu matematiikan verkkotehtävissä mahdolliseen oppimateriaaliin, jonka opettaja on tuottanut tai louhinut.

STACK-tehtäviä voidaan opetuskäytön lisäksi käyttää myös eräänä sähköisen tentin muotona. STACK-ympäristö soveltuu parhaiten käsitteellisen ymmärtämisen ja proseduraalisen sujuvuuden testaamiseen, sillä ohjelmaan syötetään vain tehtävän vastaus, eikä sen avulla voida arvioida sitä, miten vastaukseen on päästy. Strategista kompetenssia voidaan testata, mutta vain lopputulos voidaan arvostella: vaikka siis ongelma on oikein muodostettu, niin pieni laskuvirhe aiheuttaa väärän tuloksen. Palautteen avulla on vaikea tätä ottaa huomioon, jolloin oppija herkästi kuvittelee ajatusketjunsä olevan väärin. Näin myös yritteliäisyys voi laskea. STACK-tehtävien avulla kannattaa keskittyä testaamaan helpommin automaattisesti mitattavissa olevia osaamisalueita.

STACK-tehtävän laatiminen lähtee kysymyksen asettelusta. Tämän jälkeen opettaja laatii tehtävään vastauspuun, jossa tehtävästä riippuen voidaan tarkistaa yksi tai useampi vastauksen ominaisuus. Vastauspuussa voidaan esimerkiksi tarkistaa ensin vastauksen oikeellisuus, minkä jälkeen voidaan testata, onko opiskelija tehnyt jollekin tehtävätyypille tyypillisen virheen. Tällainen voisi esimerkiksi derivaatta-tehtävässä olla sisäfunktion derivaatan unohtaminen. Vastauspuussa voidaan antaa

vastauksen perusteella pisteitä sekä kohdistettua palautetta. Tämän lisäksi tehtävälle voidaan laatia yleinen palaute. Yleisen palautteen tyypillinen käyttökohde on esimerkiksi malliratkaisu.

Opiskelija ei näe tehtävän taustalla olevaa rakennetta. Kuvassa 5.1 on esitetty, miten opiskelija näkee tehtävän. STACK tulkitsee reaaliajassa opiskelijan vastauksen ja näyttää tulkintansa. Näin opiskelija voi vielä tarkistaa, onko tehtävä varmasti oikein kirjoitettu. Tämän lisäksi STACK ilmoittaa mahdollisista syntaksivirheistä, kuten puutteellisista suluista tai unohtuneesta kertomerkestä. STACK ei esimerkiksi tunnista merkintää $3x$, vaan vaatii väliin kertomerkin $3*x$. Tausta-ajatuksena on ollut, että kandidaattivaiheen opiskelijan tulisi osata kirjoittaa matemaattisia kaavoja suhteellisen tiukalla syntaksilla [40]. STACK onkin alun perin suunnattu yliopisto-opiskelijoiden käyttöön.

Kysymys 7

Merkitse kysymys

Kokonaispisteistä 2,00

Suorituskerroja jäljellä: 3

Suorakulmion muotoisen puutarha-alueen pituus on 20 m ja leveys 10 m. Puutarhan läpi kulkee kaksi yhtä leveää hiekkakäytävää kummankin sivun suuntaisesti, katso mallia kuvasta.



Muodosta funktio $A(x)$, joka ilmaisee hiekkakäytävien pinta-alan neliömetreinä. Käytävien leveys on x metriä.

$$A(x) = 30*x$$

Vastauksesi tulkittiin muodossa: $30 \cdot x$

The variables found in your answer were: $[x]$

Tarkista

Kuva 5.1 STACK tarkistaa opiskelijan syöttämän vastauksen ja ilmoittaa, miten se tulkitaan. Jos vastaus on syötetty väärin, esimerkiksi ilman *-merkkiä, STACK ilmoittaa syntaksivirheestä.

Tehtävän parametrit voidaan satunnaistaa. Kuvan 5.1 tehtävässä alueen leveys ja korkeus on satunnaistettu ja kuva muuttuu parametrien mukaan. Tehtävän perusajatus pysyy samana, mutta lukuarvot eroavat toisistaan. Kun opiskelija vastaa tehtävään, annetaan vastauksen perusteella palautetta. Kuvan 5.2 esimerkissä on käytössä malli, jossa opiskelijalla on kolme vastausyritystä. Vastattuaan oikein tai yritettyään kolmesti väärin opiskelijalle näytetään malliratkaisu (kuva 5.3).

Vastaus on lähellä oikeaa, mutta ei ihan. Polkujen pinta-alat on laskettu ihan oikein. Pinta-alat on myös laskettu oikein yhteen, mutta lisäksi tulee huomata, että näin laskemalla polkujen risteyskohta tulee laskettua kahteen kertaan.

Tarkista

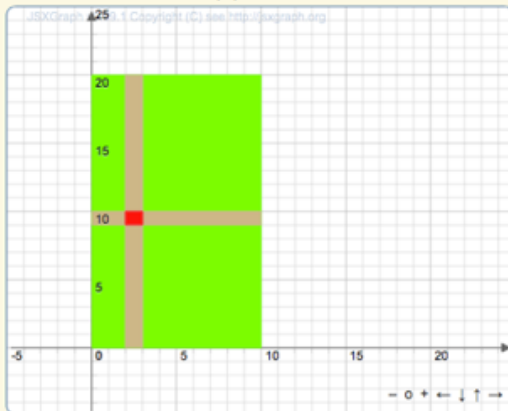
Kokeilepa uudestaan!

Yritä uudelleen

Kuva 5.2 STACK antaa palautetta opiskelijan vastauksen perusteella.

Mallivastaus:

Hiekkakäytävien pinta-ala voidaan laskea, kun tiedetään molempien käytävien leveys ja pituus. Nyt molempien käytävien leveys on x . Pystysuuntaisen polun pituus on nyt 20 metriä, jolloin pystysuuntaisen polun pinta-ala on $20 \cdot x$. Vastaavasti vaakasuuntaisen polun ala on $10 \cdot x$. Lisäksi tulee huomata, että mikäli pinta-alat lasketaan yhteen, tulee polkujen risteyskohta laskettua kahteen kertaan. Tämän risteysalueen koko on $x \cdot x = x^2$ ja se tulee vähentää pinta-alan funktiosta. Siten oikea vastaus on $A(x) = 20 \cdot x + 10 \cdot x - x^2 = 30 \cdot x - x^2$.



A correct answer is $30 \cdot x - x^2$, which can be typed in as follows: `30*x-x^2`

Kuva 5.3 STACK näyttää malliratkaisun opiskelijan lähtöarvoilla laskettuna.

Vastausyritysten määrää ei tarvitse rajata. Opettaja voi myös määrittää, näytetäänkö malliratkaisu heti vai vasta tehtävien tekemisen määrääjän umpeuduttua. Lisäksi voidaan määrittää, saako tehtävää yrittää samoilla lähtöarvoilla uudelleen vai vaihtuvatko lähtöarvot uudessa yrityksessä.

Yksi STACKin tärkeimmistä ominaisuuksista on vastauskohtainen palaute [41], joka rakennetaan vastauspuussa. Se voi olla luonteeltaan yleistä, jolloin vastauspuussa tyypillisesti tarkistetaan vain vastauksen oikeellisuus ja palautteessa kerrotaan tehtävästä saadut pisteet sekä se, onko tehtävä oikein vai väärin. Vastauspuussa voidaan myös tarkistaa hyvinkin yksityiskohtaisia asioita, mikä kuitenkin edellyttää tehtävän laatijalta ennakoitua mahdollisten virheiden luonteesta. Yksityiskohtaisen palautteen laatiminen onkin melko työlästä ja usein hyvin hankalaa. Jokainen virhetyyppi tulee käsitellä erikseen ja kirjoittaa tälle virheelle sopiva palaute. Kaikkia virhemahdollisuuksia on myös mahdoton ennakoida, sillä STACK ei tarkasta muuta kuin vastauksen. Vastauspuun avulla voidaan kuitenkin tutkia yleisimpiä virheitä sekä mahdollisesti ohjata opiskelijaa eteenpäin vihjeiden avulla. Vihjeiden avulla mahdollistetaan itsenäinen opiskelu, sillä muuta apua ei välttämättä ole aina heti saatavilla.

5.2 Tutkimuskysymykset

Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, miten opiskelijat suhtautuvat sähköisiin matematiikan tehtäviin ja pystytäänkö niiden avulla antamaan opiskelijoille näiden oppimista edistävää formatiivista palautetta. Tutkimuskysymyksiä ovat:

1. Miten lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden kokemukset sähköisistä matematiikan tehtävistä eroavat?
2. Miten formatiivinen palaute edistää oppimista?
3. Millainen vaikutus palautteella on oman oppimisen arviointiin?

Lisäksi kerätään kehitysehdotuksia ja selvitetään opiskelijoiden tehtävien tekokäytäntöjä.

Yliopisto-opiskelijoiden kokemuksia ja mielipiteitä sähköisistä STACK-tehtävistä sekä niiden avulla saatuja oppimistuloksia on tutkittu aiemminkin (mm. [34, 37, 38]). Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, miten STACK-tehtävät soveltuvat lukioympäristöön ja millaisia kokemuksia ensimmäisen vuoden lukio-opiskelijoilla

on sähköisistä matematiikan tehtävistä. Tarkoituksena on vertailla, onko lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden kokemuksissa eroja ja jos on, niin millaisia.

Lisäksi tutkimuksen tarkoituksena on selvittää sähköisten tehtävien avulla muodostetun jatkuvan, formatiivisen arvioinnin vaikutusta oppimiseen opiskelijoiden omasta näkökulmasta. Tutkimuksen avulla pyritään selvittämään, onko tehtävän jälkeen saatavasta yksityiskohtaisesta palautteesta apua ja pystyykö palautteen avulla arvioimaan omaa oppimistaan ja osaamistasoaan.

5.3 Tutkimuksen toteutus

STACK-tehtäviä tehtiin tutkimuksessa kahdessa ryhmässä. Ensimmäinen ryhmä koostui lukion ensimmäistä matematiikan kurssia (MAY1) käyvistä opiskelijoista kolmessa lukiossa Tampereella, Lempäälässä ja Turussa. Toinen ryhmä puolestaan koostui Insinöörimatematiikka 123 -opintojakson opiskelijoista Tampereen teknillisessä yliopistossa. Tutkimuksen toteutusaikaan syksyllä 2016 lukioissa toteutettiin ensimmäistä kertaa uuden opetussuunnitelman [36] mukainen matematiikan yhteinen ensimmäinen kurssi, jossa oli mukana sekä lyhyen että pitkän matematiikan lukijoita. Insinöörimatematiikka 123 -opintojaksolle osallistuvat olivat maisterivaiheen opiskelijoita, joilla oli ennestään opiskeltuna vähintään 10 opintopistettä korkeakoulutasoista matematiikkaa.

Tutkimuksessa lukiolaiset tekivät kukin STACK-tehtäviä opettajansa ohjaamalla tavalla. Yksi ryhmä sai tehdä tehtäviä perinteisten tehtävien ohella, muiden ryhmien oli pakko tehdä ainakin osa tehtävistä sähköisesti. Tampereen teknillisessä yliopistossa opiskelijat suorittivat lukiomatematiikan kertausosion osana kurssisuoritusta. Kurssin jälkeen opiskelijat vastasivat kyselyyn sähköisesti tai paperilla. Kysely on esitetty liitteessä A.

Matematiikan MAY1-kurssi jaettiin seitsemään kokonaisuuteen ja tehtäviä tehtiin Aalto Open Learning -Moodle-alustalla. Lukio-opiskelijoita kirjautui alustalle 257 ja yliopisto-opiskelijoita 142. Suorituksia eri osioihin kertyi taulukon 5.1 mukaisesti. Tehtävien lisäksi alustalle kerättiin linkkejä opetusvideoihin tehtävien vastaamisen tukemiseksi sekä koostettiin kattavat vastausohjeet.

Taulukko 5.1 Eri osien STACK-tehtävien suorituskerrat ryhmittäin. Yhdellä opiskelijalla voi olla useampi suorituskerta, joten taulukossa on esitetty myös, kuinka monta eri opiskelijaa tehtäviä suoritti.

Osio	Yliopisto	Lukio	Yhteensä	Eri opiskelijoita
Luvut ja laskutoimitukset	60	246	306	283
Potenssi	42	210	252	241
Prosenttilaskenta	22	197	219	211
Funktio	19	132	151	148
Lukujonot	19	199	218	212
Summat	17	190	207	200
Harjoituskoe	182	119	301	251

Opiskelija pystyi yrittämään yhtä osiota useamman kerran, jolloin suorituskerta talletui uutena. Tilastoista huomataan, että eri osioiden välillä suorituskertojen määrä vaihteli, mutta jokaista osiota suoritti 148–283 eri opiskelijaa. Lukio-opiskelijoiden tehtävien suoritustavoissa oli paljon vaihtelua, mutta suorittajien määrä pysyi läpi kurssin melko korkeana. Muutamat alustalle kirjautuneet opiskelijat eivät yrittäneet tehtäviä lainkaan.

Opiskelija sai tehtävästään palautetta heti vastattuaan. Palaute oli tehtävästä riippuen oikein/väärin -palaute tai yksityiskohtaisempi, virhettä enemmän avaava palaute. Yksi esimerkki hyvin yksityiskohtaisesta palautteesta on esitetty kuvassa 5.2. Tyypillisesti palaute ohjasi opiskelijaa hieman vähemmän tai vaihtoehtoisesti kertoi vain vastauksen oikeellisuudesta. Palautettuaan koko osion opiskelija näki vielä uudelleen saamansa palautteet sekä malliratkaisut tehtäviin, eli välittömän palautteen lisäksi opiskelija sai viivästettyä palautetta, jonka avulla pystyi etsimään virheitään.

5.4 Kvantitatiivinen analyysi

Tutkimuksessa selvitettiin lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden kokemuksia STACK-tehtävistä, ja selvitettiin, onko lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden vastauksissa eroa. Ryhmien eroja testattiin Mann-Whitneyn U -testillä. Kunkin väittämän kohdalla neliportainen asteikko tiivistettiin kaksiportaiseksi sekä määritettiin STACKin kannal-

ta edullinen eli positiivinen vastaus. Taulukossa 5.2 on esitetty opiskelijaryhmittäin positiivisten vastausten prosentuaalinen osuus, jotta ryhmien välisiä eroja voidaan helpommin hahmottaa. Tarkemmat vastausprosentit on esitetty liitteessä B.

Positiivisten vastausten prosenttiosuuksia tutkittaessa huomataan, että yliopisto-opiskelijat ($n = 97$) suhtautuvat STACK-tehtäviin todella positiivisesti. Lukio-opiskelijat ($n = 27$) puolestaan suhtautuvat tehtäviin huomattavasti suuremmalla varauksella. Yliopisto-opiskelijoista 93,8 % oli sitä mieltä, että STACK-tehtävät ovat mielekäs tapa tehdä matematiikan tehtäviä, kun lukio-opiskelijoista tätä mieltä on 63,0 %. Yliopisto-opiskelijoista kolme neljästä (77,3 %) koki, että STACK-tehtäviä on mukavampi tehdä kuin perinteisiä tehtäviä, kun lukio-opiskelijoista samoin koki vain yksi neljästä (22,9 %). Yliopisto-opiskelijoista 86,6 % ajatteli, että automaattisen palautteen avulla pystyy arvioimaan omaa oppimistaan, lukio-opiskelijoista samaa mieltä oli 63,0 %.

Sekä lukio- että yliopisto-opiskelijat suhtautuivat positiivisesti STACK-tehtävien vapaaseen suoritusajaan ja -paikkaan. Molemmat myös kokivat vihjeiden auttavan tehtävien ratkaisussa, joskin 59,3 % lukio-opiskelijoista oli samaan aikaan sitä mieltä, että vihjeet lisäsivät epätietoisuutta tehtävän ratkaisusta. Opiskelukäytäntöjen kannalta lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden toiminnasta löydettiin samankaltaisuuksia, molemmissa ryhmissä malliratkaisuja seurattiin lähes samoissa määrin.

Mann-Whitney U -testin perusteella lähes kaikissa väittämissä lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden vastaukset eroavat melkein merkitsevästi tai merkitsevästi. Väittämät p-arvoineen on koottu taulukkoon 5.2. Testin perusteella lukiolaiset eivät kokee STACK-tehtäviä yhtä hyödyllisiksi kuin yliopisto-opiskelijat. Muut kysymykset, joissa eroa ei löydetty, koskivat enemmänkin opiskelutapoja kuin STACK-tehtäviä. Lukio-opiskelijoiden vastauksissa erityisesti negatiivinen ääripää on kaikissa väittämissä yliopisto-opiskelijoiden vastaavaa suurempi.

Yliopisto-opiskelijat pitivät STACK-tehtävien tekemisestä enemmän kuin perinteisten paperitehtävien tekemisestä, mutta niiden ei koettu edesauttavan oppimista juurikaan perinteisiä tehtäviä paremmin. Lukio-opiskelijat selvästi mieluummin pitäytyvät perinteisissä tehtävissä ja heistä 77,8 % koki STACK-tehtäviin vastaamisen liian vaikeaksi, kun yliopisto-opiskelijoista näin koki 46,1 %. Tulosten tarkastelussa on pohdittu syitä tarkemmin, mutta vastausten perusteella on kuitenkin selvää, että STACK-tehtävät vaikuttavat toimivan paremmin yliopisto-opiskelijoilla kuin lukio-opiskelijoilla.

Taulukko 5.2 Positiivinen suhtautuminen STACK-tehtäviin opiskelijaryhmittäin. Solu on korostettu vihreällä, jos yli 70 % vastauksista on positiivisia ja punaisella, jos alle 30 % on positiivisia. Vertailun tueksi on esitetty Mann-Whitney'n U -testillä määritetyt p-arvot, joiden perässä on asteriski, jos testin perusteella ei voida nähdä eroa ryhmien välillä.

Väittäjä	Positiiv. vastaus	Yliopisto (n = 97)	Lukio (n = 27)	p-arvo
1. STACK-tehtävät olivat mielekäs tapa tehdä matematiikan tehtäviä	Samaa mieltä	93,8 %	63,0 %	0,000
2. Pystyin arvioimaan omaa osaamistasoani STACK-tehtävien avulla	Samaa mieltä	86,6 %	63,0 %	0,021
3. Oli hienoa, että saatoinkin tarkistaa tehtävän milloin vain	Samaa mieltä	100,0 %	77,8 %	0,000
4. Oli hienoa, että saatoinkin tarkistaa tehtävän missä vain	Samaa mieltä	100,0 %	85,2 %	0,000
5. Vastausten syöttäminen STACK-tehtäviin oli liian vaikeaa	Eri mieltä	63,9 %	22,2 %	0,000
6. Vihjeet auttoivat tehtävien ratkaisussa	Samaa mieltä	91,8 %	74,1 %	0,281*
7. Vihjeet vain lisäsivät epätietoisuuttani tehtävän ratkaisusta	Eri mieltä	87,6 %	59,3 %	0,006
8. Koin STACK-tehtävien mallivastaukset omaa oppimistani edistäviksi	Samaa mieltä	94,8 %	59,3 %	0,002
9. Katselin mallivastauksen läpi, vaikka sain tehtävän oikein	Samaa mieltä	66,0 %	66,7 %	0,874*
10. Jos tehtävä meni väärin, niin tutkin mallivastauksesta, mikä tehtävässä meni väärin	Samaa mieltä	89,7 %	85,2 %	0,055*
11. Jos tehtävä meni väärin, siirryin vain seuraavaan tehtävään katsomatta malliratkaisua	Eri mieltä	91,8 %	70,4 %	0,001
12. Mielestäni STACK-tehtävät edesauttavat oppimista paremmin kuin paperilla laskettavat kotitehtävät/tunnilla laskettavat tehtävät	Samaa mieltä	50,5 %	25,9 %	0,024
13. STACK-tehtäviä oli mukavampi tehdä kuin perinteisiä kotitehtäviä	Samaa mieltä	77,3 %	25,9 %	0,000
14. Laskin tehtävät laskimella tms. ja syötin vain vastauksen STACK-tehtävään	Eri mieltä	57,7 %	40,7 %	0,036
15. Kertasin/kertaan kokeeseen STACK-tehtävien avulla	Samaa mieltä	68,0 %	25,9 %	0,000

5.5 Kvalitatiivinen analyysi

Kvantitatiivisen analyysin tueksi opiskelijoilta kerättiin vastauksia neljän avoimen kysymyksen avulla, joiden vastauksia analysoitiin laadullisen analyysin keinoin. Vastauksien sisällöt kvantifioitiin ja tutkittiin, kuinka usein tietyt teemat toistuivat vastauksissa. Tarkemmin kvalitatiivisia tutkimusmenetelmiä on esitelty Eskolan ja Suorannan teoksessa *Johdatus laadulliseen tutkimukseen*. [17]

Kysymyksissä 17 ja 18 selvitettiin, mitä asioita opiskelijat kokivat positiivisiksi ja negatiivisiksi STACK-tehtävissä. Kysymyksessä 19 tiedusteltiin STACK-tehtävien mielekkyyttä matematiikassa ja kysymyksessä 20 pyydettiin yleinen mielipide sekä parannusehdotuksia. Analyysi tehtiin erikseen yliopisto- ja lukio-opiskelijoille, jotta kokemuksia voitiin vertailla.

Kvantitatiivisen analyysin perusteella lukio-opiskelijoiden kokemukset STACK-tehtävistä eivät olleet yhtä positiivisia kuin yliopisto-opiskelijoiden. Kysymyksen 17 sanallisista vastauksista nousivat esiin positiivisimpina asioina välitön palaute ja tarkistamismahdollisuus sekä joustavuus. Opiskelijoiden palautteissa useimmin esiintyneet teemat on esitetty taulukossa 5.3.

Taulukko 5.3 *Opiskelijoiden vastauksia koskien STACKin hyviä puolia.*

Teema	TTY ($n = 97$)		LUKIO ($n = 27$)	
	n	%	n	%
Joustavuus	57	58,8	1	3,7
Välitön palaute ja tarkistusmahdollisuus	45	46,4	3	11,1
Vihjeet	29	29,9	2	7,4
Malliratkaisut	18	18,6	1	3,7

Yliopisto-opiskelijoilla STACK-tehtävien joustavuus eli vapaus ajan ja paikan suhteen nousi suurimmaksi positiiviseksi tekijäksi. Lukio-opiskelijat eivät tätä joustavuutta kokeneet kovin tärkeäksi, joustavuus mainittiin yhdessä palautteessa.

Palautteen ja vinkit sai heti, ei tarvinnut odottaa laskareita. Sai tehdä omaan tahtiin ja silloin kun itselle parhaiten sopi. (TTY1)

Joustavuuden lisäksi arvostettiin tehtävistä saatavaa välitöntä palautetta, jolloin tehtävä oli helppo korjata heti. Palautteen koettiin myös auttavan oppimista, kun oikeita vastauksia ei joutunut odottelemaan.

Selkeät vastausmallit. Tehtävän väärin menemiseen auttoi vihje. Sai pohdintaan tehtävää monta kertaa kun näki että vastaus meni väärin. (TTY2)

Hyvää STACK-tehtävissä oli, että niitä pystyi hyvin vapaasti tekemään. Mikäli tehtävää ei saanut oikein ohjelma näytti päteviä vinkkejä siitä, kuinka tehtävä kannattaisi ratkaista joka yleensä auttoi muutamaa tilannetta lukuunottamatta. Tehtäviä pystyi tekemään omaan tahtiin ja ominaisuus, joka tallensi suoritusta kokoajan mahdollisesti tehtävien teon vaikka pienissä pätkissä pitkin viikkoa. (TTY3)

STACKin huonoimmaksi puoleksi nousi kysymyksen 18 vastausten perusteella vastaaminen ja siihen liittyvät ongelmat. Opiskelijoiden vastauksissa useimmiten esiintyneet teemat on koottu taulukkoon 5.4.

Taulukko 5.4 *Opiskelijoiden vastauksia koskien STACKin huonoja puolia.*

Teema	TTY ($n = 97$)		LUKIO ($n = 27$)	
	n	%	n	%
Vastaamiseen liittyvät ongelmat	37	38,1	7	25,9
Bugit/ongelmat	14	14,4	10	37,0
Vaikeat tehtävät	2	2,1	5	18,5
Vihjeiden vähyys	13	13,4	2	7,4

Vastaaminen koettiin vaikeaksi STACKin vaatiman syntaksin vuoksi. Vastaamisen hankaluudet myös aiheuttivat turhautumista ja veivät intoa varsinaisista tehtävistä.

Tehtävien vaatima syntaksi on välillä epäselvää ja välillä en osaa sanoa, onko laskuni väärin vai olenko vain syöttänyt sen väärin. (TTY4)

Vastausten syöttämistä tulisi tehdä helpommaksi. Vastauksien sieventäminen siihen muotoon että ohjelma tulkitsi sen oikeaksi oli välillä haastavaa. Vaikutti myös siltä että osassa tehtäviä termien järjestyksellä vastauksessa oli myös merkitystä, vaikka vastaus oli oikein niin ohjelma tulkitsi sen vääräksi koska termien järjestys ei ollut sama kuin mallivastauksessa. (TTY5)

Lukio-opiskelijoilla tehtävissä esiintyneet tehtävän laatijan tekemät virheet ja alustan kankeus nousivat suurimmaksi huonoksi puoleksi. Tehtävissä ja malliratkaisuissa esiintyi satunnaisesti laskuvirheitä, toimimattomia tehtäviä oli lukiolaisilla yksi. Tämäkin korjattiin heti palautteen myötä, mutta lukiolaiset kokivat kuitenkin nämä ongelmat suureksi huonoksi puoleksi. Lisäksi lukio-opiskelijat kokivat, että tehtävät olivat liian vaikeita, mikä varmasti vaikuttaa yleiskokemukseen tehtävistä.

Tehtäviin vastaaminen oli tehty todella hankalaksi. En edelleenkään tiedä, miten joihinkin tehtäviin olisi ollut ylipäätään mahdollista vastata. Niin kutsutut 'helpotuksenne' voitte poistaa kokonaan tai ainakin päivittää - niistä ei ollut mitään apua. Alkupään tehtävät olivat helposti naurettavankin helppoja (tosin ei välttämättä vastauksen kirjoittaminen), mutta nollassa kiihdyttiinkin sekunnissa. Matikan opettajani sanoja lainatakse- ni "eihän näitä voi lukion ekaluokkalainen laskea". - - (LUKIO1)

Yliopisto-opiskelijat puolestaan olisivat kaivanneet lisää vihjeitä, mikä selittyy sillä, että yliopisto-opiskelijat olivat kyselyvaiheessa tehneet jo jonkin verran oman opintojaksonsa tehtäviä. Lukiolaisten tehtävissä vihjeitä oli selvästi enemmän kuin yliopisto-opiskelijoiden tehtävissä.

Kysymyksessä 19 toistuivat pitkälti samat asiat kuin kahdessa edellisessä kysymyksessä. Kysymyksessä 20 pyydettiin vielä tiivistämään kokonaismielipide ja antamaan parannusehdotuksia. Tässä kysymyksessä on huomioitu myös erään tutkimuskoulun opettajan teettämän kyselyn vastaukset kysymykseen "Mikä automaattisesti tarkistuvissa Aallon Moodle-tehtävissä oli vaikeaa, entä helppoa?". Opiskelijoiden vastauksista esiin nousseet teemat on koottu taulukkoon 5.5.

Taulukko 5.5 *Opiskelijoiden vastauksia koskien yleistä mielipidettä STACK-tehtävistä sekä parannusehdotuksia.*

Teema	TTY ($n = 97$)		LUKIO ($n = 71$)	
	n	%	n	%
Vastaaminen vaikeaa/armotonta	9	9,3	24	33,8
Syntaksin/vihjeiden/sivuston parantaminen	17	17,5	13	18,3
Vaikeat tehtävät	1	1,0	10	14,1
Lisä, eivät korvaa	21	21,6	1	1,4

Lukio-opiskelijoiden vastauksissa yleisin teema oli vastaamisen vaikeus tai armottomuus (pisteitä menetti liian helposti, esimerkiksi pyöristysvirheestä). Vastausyntaksin, vihjeiden ja sivuston parantamista toivottiin sekä lukio- että yliopisto-opiskelijoiden puolesta. Yliopisto-opiskelijat olivat sitä mieltä, että STACK-tehtävät eivät täysin korvaa perinteisiä paperille ratkaistavia tehtäviä, mutta ovat hyvä lisä. Edelleen tehtävien vaikeus nousi esiin lukiolaisten vastauksissa.

vaikeaa se, että jos yksikin numero tai pyöristys yms meni hiukan pieleen tai näin niin tehtävä väitti sen täysin vääräksi jolloin hämmentyi ja luuli vastauksen olevan aivan täysin väärä, vaikka se olisikin johtunut esim vain pienestä pyöristysvirheestä tai siitä kuinka monta numeroa vastauksesta pitäisi merkitä. - - oli kiva kun näki heti mikä meni oikein ja mikä väärin (LUKIO2)

Vaikeaa oli mm. ohjelman tarkkuus virheiden kanssa, vastauksen merkkäminen ja taisi se joskus kesken kaiken vaihtaa tehtävän lukujakin. Ohjelma oli kuitenkin pitemmän päälle melko helppokäyttöinen (kun oli tajunnut lukea merkkäusohjeet) ja hyödyllinen opiskelun kannalta. (LUKIO3)

Yhteenvetokysymyksessä yliopisto-opiskelijoiden vastaukset olivat pääasiassa positiivisia. Opiskelijat esittivät myös hyviä kehitysehdotuksia ja kertoivat kokemistaan epäkohdista, mikä helpottaa tehtävien jatkokehitystyötä.

Kokonaisuudessaan pidän STACK-tehtävistä. Itselleni tämä on mukavampi tapa oppia. Lisäksi, pidän siitä, että tehtävien suorittamista voi jatkaa myöhemmin toisin sanoen niitä ei tarvitse kerralla “palauttaa” vaan voi myöhemmin palata. Joihinkin tehtäviin tehtävänanto selkeämmäksi tai se missä muodossa vastaus halutaan. Muutamassa tehtävässä yritin vastata aivan eri tavalla ja ihmettelin kun kun kokoajan meni tehtävä väärin. Kunnes noin tunnin kuluttua tajusin missä muodossa vastaus halutaan ja kuinka “helppo” tehtävä olisi ollut jos vain olisin heti alussa tajunnut miten tehtävään olisi kuulunut vastata. (TTY6)

Avointen kysymysten avulla voitiin etsiä syitä Likert-väittämissä esiintyneille mielipiteille. Avointen kysymysten perusteella opiskelijat pystyivät perustelevaan vastauksiaan ja niiden avulla pystyttiin erottelemaan, mitkä tekijät vaikuttivat mielipiteisiin STACK-tehtävistä.

5.6 Pohdinta

Kvantitatiivisen analyysin avulla huomattiin, että lukio-opiskelijoiden suhtautuminen STACK-tehtäviin oli huomattavasti yliopisto-opiskelijoita negatiivisempi. Yliopisto-opiskelijoiden mielestä STACK-tehtävät olivat hyvä lisä ja niitä oli mielekkäämpi tehdä kuin perinteisiä tehtäviä, mutta lukio-opiskelijoiden mielipiteet erosivat tästä reilusti.

Lukio-opiskelijat kokivat tehtävät hankaliksi ja niiden mainittiin “kiihtyvän nollostasataan” liian nopeasti: keskitason tehtäviä oli siis liian vähän. Syntaksi- ja vastausongelmat lisäsivät tehtävien hankaluutta entisestään, sillä yksirivinen matemaattinen syntaksi ja eksaktit vastausvaatimukset eivät anna juuri liikkumavaraa opiskelijalle. Lukio-opiskelijat eivät ole aiemmin joutuneet kirjoittamaan matematiikkaa yksirivisesti, jolloin jo tämän opettelu vaati paljon. Vihjeitä ei välttämättä ollut riittävästi ja rajoitettu yrityskertojen määrä aiheutti sen, että syntaksiongelmien myötä tehtävään ei saatu onnistunutta ratkaisua.

Yliopisto-opiskelijat puolestaan pitivät tehtävistä ja erityisesti niistä saatavasta välittömästä palautteesta. Toisin kuin lukiossa, yliopistossa voi kulua yli viikko tehtävien tekemisestä harjoitustilaisuuteen, jossa oikeat ratkaisut selviävät. Myös yliopisto-opiskelijat nostivat huonoimmiksi puoliksi ongelmat syntaksissa ja vastauksen kirjoittamisessa, mutta nämä eivät vaikuttaneet kokonaismielipiteeseen yhtä vahvasti

kuin lukio-opiskelijoilla.

Yliopisto-opiskelijoista suuri osa (86,6 %, taulukko 5.2) koki, että palautteen avulla pystyi arvioimaan omaa osaamistaan. Tehtävien vihjeitä voidaan pitää eräänlaisena formatiivisen palautteen muotona ja näistäkin lukio-opiskelijat eivät kokeneet hyötyvänsä yhtä paljon kuin yliopisto-opiskelijat. Opiskelijat kokivat, että palautteen avulla huomasi omat tyyppivirheensä ja malliratkaisuiden pohjalta näki, menikö tehtävässä koko ajatus väärin vai oliko kyseessä enemminkin laskuvirhe. Lukio-opiskelijoista pienempi osa (63,0 %) koki palautteen hyödylliseksi omaa osaamistaan arvioidessa. Näyttää siltä, että syntaksivirheiden aiheuttamat virheelliset palautteet turhauttivat lukiolaisia, erityisesti tilanteissa, joissa tehtävä oli oikein tehty. Näin lukio-opiskelijoiden kokemukset jakautuivat, toiset kokivat, että palautteesta oli hyötyä, kun samaan aikaan 40,7 % koki vihjeistä olevan enemmän haittaa kuin hyötyä. STACK-tehtävien formatiivista palautetta pidettiin kuitenkin hyvänä silloin, kun se ohjasi opiskelijaa löytämään virheensä.

Kokeilun aikana kukin opiskelija sai tehtäväkokonaisuutta tehdessään yrittää tehtävää kolme kertaa, jonka jälkeen se lukkiutui ja opiskelija näki mallivastauksen. Tämä ei ollut kovin onnistunut ratkaisu, sillä syntaksiongelmien myötä nuo yrityskerrat loppuivat nopeasti. Oppimisen kannalta lienee hyödyllisempää jatkossa rakentaa tehtävät siten, että yrityskertoja on rajattomasti ja vihjeet entistä monipuolisempia. Tämä vaatii kuitenkin aikaa ja huolellista panostusta jokaiseen yksittäiseen tehtävään. Syntaksivihjeiden määrää voisi olla hyvä lisätä etenkin alkuvaiheen tehtäviin, erityisesti jos vastaanottajaryhmä on lukio-opiskelijoita.

On myös syytä huomata, että interaktiivisia matematiikan tehtäviä tehtiin teknillisessä yliopistossa ja lukiossa. Teknillisen yliopiston opiskelijoiden voi olettaa lähtökohtaisesti olevan tekniikasta tavallista kiinnostuneempia. Opintoja on näillä opiskelijoilla jo takana pidempään, joten uusia opetusmenetelmiä ja oppimisympäristöjä on tullut lukio-opiskelijoita enemmän vastaan, jolloin niitä on myös helpompi vastaanottaa. Lukio-opiskelijalle muutos peruskoulun matematiikkaan on suuri, jolloin pienetkin vastoinkäymiset saavat suuret mittasuhteet.

Kokonaisuutena yliopisto-opiskelijat kokivat STACK-tehtävät hyvänä lisänä opiskelussa, mutta eivät olleet valmiita korvaamaan kaikkia perinteisiä tehtäviä STACK-tehtävillä. Molemmissa ryhmissä koettiin, että välittömän palautteen avulla pystyi tietyllä tasolla arvioimaan omaa oppimistaan, mutta syntaksiongelmat aiheuttivat myös virheellisiä käsityksiä omista taidoista. Tehtävä saattoi olla oikein tehty, mut-

ta syntaksin vuoksi tuli virheilmoituksia ja käsitys siitä, että tehtävä meni väärin. Malliratkaisut helpottivat tilannetta hieman, mutta ne saatiin vasta myöhemmin, jolloin turhautumista tehtäviin oli jo esiintynyt mahdollisesti useamman kerran.

Erityisesti lukio-opiskelijat kokivat vastaamisen liian armottomaksi ja joustamattomaksi, eivätkä siten halunneet jatkaa tehtävien tekoa. Molemmissa ryhmissä esiintyi toiveita siitä, että sivuston kokonaisilmettä ja toimivuutta saataisiin parannettua ja vastaussyntaksia helpotettua. Etenkin vastaussyntaksi on laajemmaltikin matematiikan sähköisissä järjestelmissä perinteisestä ja totutusta menetelmästä poikkeava, ja vastaamismuoto on ongelma, joka liittyy lähes jokaiseen matematiikan sähköiseen oppimisjärjestelmään.

6. SÄHKÖINEN TENTTI

Tampereen teknillisessä yliopistossa järjestettiin lukuvuonna 2016–2017 ensimmäistä kertaa matematiikan sähköisiä tenttejä. Tässä työssä on kehitetty matematiikan sähköisen tentin järjestelyjä ja selvitettiin opiskelijoiden kokemuksia matematiikan sähköisestä tentistä.

EXAM on vuonna 2014 alkunsa saanut sähköinen tenttijärjestelmä, jonka kehittämisessä on nykyisin mukana 22 suomalaista korkeakoulua [1]. EXAM-järjestelmässä tentin voi tehdä vapaasti tentaattorin määrittämällä ajanjaksolla tenttiluokan aukioloaikojen puitteissa, jotka esimerkiksi Tampereen teknillisessä yliopistossa ovat lähes päivittäin klo 8–23. EXAM-järjestelmässä tenttikysymykset voidaan arpoa tehtäväjoukosta, jolloin eri opiskelijoiden tenttikysymykset eroavat toisistaan. EXAM on siis sähköinen kuulusteluohjelma [31]. EXAM on kehitetty vastaamaan pitkälti esseekokeiden tarpeita ja sitä ei ole matematiikassa käytetty vielä kovin laajasti. Järjestelmän versiossa 3.0 voi laatia essee- ja monivalintakysymyksiä, joiden lisäksi versioon 3.2 on tulossa myös aukkotehtävämahdollisuus [1].

6.1 Tutkimuskysymykset

Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää opiskelijoiden mielipiteitä matematiikan sähköisestä tentistä. Tutkimuskysymyksiä ovat:

1. Miten sähköinen tentti toimii matematiikassa?
2. Miten taustatekijät (sukupuoli, tutkinto-ohjelma, arvosana) vaikuttavat matematiikan sähköiseen tenttiin suhtautumiseen?

Lisäksi kerätään kehitysehdotuksia ja selvitetään opiskelijoiden opiskelukäytäntöjä.

Sähköiset tentit ovat osittain sähköistyvien ylioppilaskirjoitusten myötä ajankohtainen aihe myös yliopistoissa. Tämän työn tarkoituksena on kokeilla sähköisiä tenttejä

matematiikassa ja kehittää niitä opiskelijoiden kokemusten perusteella. Työn tarkoituksena on selvittää opiskelijoiden mielipiteitä matematiikan sähköisestä tentistä ja mitä ongelmia sen tekemisessä voi olla.

6.2 Matematiikan sähköisen tentin toteutus

EXAM-järjestelmää hyödynnettiin Insinöörimatematiikka 123 -opintojaksolla Tampereen teknillisessä yliopistossa syksyllä 2016. Opintojakson pystyi suorittamaan sähköisillä EXAM-välikokeilla tai paperisella tentillä, mistä välikoevaihtoehdon valitsi yhtä lukuun ottamatta kaikki opiskelijat. Yhteensä opiskelijoita oli 109, joista 100 aloitti opintonsa lukuvuonna 2016–2017, kuusi lukuvuonna 2015–2016 ja kolme tätä aiemmin. Opintojakso on tarkoitettu maisterivaiheessa aloittaville opiskelijoille ensimmäiseksi matematiikan kurssiksi, ennen lukuvuotta 2016–2017 opiskelijat ovat suorittaneet opintojaksot Insinöörimatematiikka 1–3 muiden ensimmäisen vuoden opiskelijoiden kanssa.

Opintojaksolla oli kolme välikoetta, joista jokaisessa oli kolme tehtävää. Välikokeista ensimmäisen saattoi suorittaa yksi tehtävä kerrallaan, jotta EXAM-järjestelmä tulisi tutuksi (EXAM 1.1–1.3), minkä lisäksi 1. välikokeen sai vielä uusia yhtenä kokonaisuutena (EXAM 1). Välikokeet 2 ja 3 (EXAM 2–3) tehtiin kolmen tehtävän kokonaisuuksina. Jokaista koetta pystyi yrittämään kolme kertaa ennen arviointia ja suorituksista paras jäi voimaan. Vaihtoehtoisia tenttitehtäviä oli tehtävästä riippuen 2–5 ja kone arpoi tehtävät sattumanvaraisesti, jolloin kolmen tenttikerran aikana samat tehtävät saattoivat toistua yhdellä opiskelijalla useamman kerran. Välikokeita suoritettiin taulukon 6.1 mukaisesti.

Kokeita sai yrittää useamman kerran, millä pyrittiin ehkäisemään tenttijännitystä sekä minimoimaan ohjelmistojen käytöstä aiheutuvia ongelmia. Vastauksessa käytettävää ohjelmistoa harjoiteltiin myös opintojakson aikana, mutta erityisesti alkuvaiheessa harjoittelua ei ehtinyt kertyä kovin paljon. Opiskelijoiden tuli matematiikan lisäksi hallita sekä MATLAB-laskentaohjelmiston että TeX-ladontajärjestelmän perusteet. Ensimmäisen välikokeen sai suorittaa tästä syystä yksi tehtävä kerrallaan ja uusia vielä yhtenä kokonaisuutena.

Taulukko 6.1 EXAM-tenttien suoritukset.

Tentti	Eri opiskelijoita	Suorituksia yhteensä
EXAM 1.1	102	163
EXAM 1.2	108	164
EXAM 1.3	98	167
EXAM 1	84	125
EXAM 2	111	235
EXAM 3	109	222

Opintojakson päätteeksi opiskelijoilta kerättiin kyselylomakkeella palautetta sähköisestä tenttijärjestelmästä. Kyselyssä oli 22 ennalta määritettyä neliportaisen Likert-asteikon väittämää sekä seitsemän avointa kysymystä. Kysely täytettiin opintojakson Moodle-alustalla ja sen kopio on esitetty liitteessä C.

Esseekysymyksiin vastatessa on EXAM-järjestelmässä käytössä matematiikan tarpeisiin soveltuva kaavaeditori, jonka käytössä huomattiin kuitenkin ongelmia. Matematiikan sähköiset tentit päädyttiin tämän vuoksi laatimaan siten, että sekä tehtävänannossa että vastauksessa hyödynnetään järjestelmän ulkopuolisia ohjelmistoja järjestelmän toimiessa vain tentin pyörittäjänä. Osana diplomityötä kehitettiin myös matematiikan sähköisen tentin vastausohjetta, jonka viimeisin versio on esitetty liitteessä E.

Tenttikysymykset päädyttiin lisäämään tenttiin PDF-tiedostoina. Opiskelijat vastasivat tenttitehtäviin hyödyntäen MATLABin versiosta 2016a löytyvää Live Editor-ominaisuutta. Live Editorissa käyttäjä voi luontevasti vuorotellen kirjoittaa tekstiä, koodia sekä matemaattista kaavaa. Ohjelmisto myös suorittaa mahdolliset laskut, jolloin kaikki tarvittava on saatu yhden ohjelmiston sisälle ja vastaamista on pystytty näin yksinkertaistamaan. Tenttivastaukset liitettiin EXAM-järjestelmään, josta ne saatiin ladattua arvioijan käyttöön.

MATLABin versiossa 2016a matemaattisen kaavan kirjoittaminen onnistui vain käyttämällä \TeX -ladontajärjestelmää. Myöhemmissä versioissa rinnalle on tullut vaihtoehtona interaktiivinen syöttötapa, jossa käyttäjä voi kirjoittaa sekä valikosta

valita haluamiaan matemaattisia muotoiluja. Matemaattisen kaavan kirjoittaminen on helpottunut interaktiivisen syöttötavan myötä, sillä uuden ladontajärjestelmän opetteluun ei mene aikaa.

Myöhemmin järjestelmää on uudistettu niin, että laskettava tehtävä on valmiina siinä tiedostossa, jota opiskelija voi käyttää vastaamisensa pohjana (kuva 6.1). Aiemmin esiintyi ongelmia opiskelijoiden kopioidessa tehtävänannon PDF-tiedostosta Live Editorin tiedostoon, ja joitakin vastauksia ei saatu auki. Opiskelijoiden vastauksia saatiin järjestelmästä palautettua, mutta ongelmien välttämiseksi tentit päätettiin toteuttaa jatkossa näin.

The screenshot shows the Live Editor interface with a menu bar (HOME, PLOTS, APPS, LIVE EDITOR, VIEW) and a toolbar with various icons for file operations, navigation, formatting, and execution. The main window displays a problem titled "Tehtävä 124" with three parts (a, b, c). Below the problem, the solution is shown, including a code editor with MATLAB code and a result box with the final answer.

Tehtävä 124

a) Laske käyrän $y = x^2 + 1$ pituuden tarkka arvo ja likiarvo välillä $x \in (-1, 2)$.

b) Lierion muotoisen vesitankin pohjan pinta-ala on A . Tankissa olevan veden korkeus on $h = \frac{V}{A}$, missä V on tankissa olevan veden tilavuus. Tankin alla olevasta venttiilistä valuu vettä pois tahdilla q (m^3/s), jolloin tankin veden korkeus h pienenee. Tiedetään, että veden ulosvirtaus q on suoraan verrannollinen korkeuteen, joten $q = kh$, missä k on verrannollisuuskerroin. Tankkiin ei tule lisää vettä, joten veden tilavuuden muutos on yhtä suuri kuin poisvirtaavan veden määrä $-q$. Muodosta korkeudelle $h(t)$ tilannetta kuvaava 1. kertaluvun differentiaaliyhtälö ja ratkaise se, kun $h(0) = h_0$.

c) Vesitankin pohjan pinta-ala on 20 m^2 . Veden korkeus hetkellä $t = 0$ on 5 m . Tällöin vettä virtaa tankista pois nopeudella $q = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$. Ratkaise b-kohdassa muodostettu differentiaaliyhtälö näillä arvoilla. Piirrä korkeuden $h(t)$ kuvaaja välillä $t \in [0, 6000]$ (t on sekunteina).

Ratkaisu

Ratkaisu kohtaan a)

Käyrän pituus voidaan laskea kaavalla

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx.$$

```

syms x
y = x^2+1;
a = -1;
b = 2;

dy = diff(y,x);

s = int(sqrt(1+dy^2),a,b)
double(s)

```

Ratkaisu kohtaan b)

$s =$

$$\frac{\log(\sqrt{5} + 2)}{4} + \frac{\log(\sqrt{17} + 4)}{4} + \frac{\sqrt{5}}{2} + \sqrt{17}$$

ans = 6.1257

Kuva 6.1 Opiskelijan tenttinäkymä. Näkymässä uusin versio, jossa tenttitehtävä on valmiina tiedostossa, johon myös vastataan.

Tutkimuksen aikana kehitettiin ohjelma, joka automaattisesti avasi arvosteltavan tehtävän. Tehtävä pisteytettiin ja siitä annettiin osittain ennalta määriteltyä sanallista palautetta esimerkiksi seuraavasti:

Tehtava 2: 1. KL DY vesitankkitehtava

- a) vakiot
- b) DY:n ratkaisu
- c) numeerinen ratkaisu.

Pistemaara: 6.

- a) Idea on oikein. a) Vakiot ovat oikein.
- b) Ratkaisu on oikein. b) Ratkaisu on tarkistettu dsolve-komennolla.
- c) Ratkaisu on laskettu numeerisesti. c) On piirretty oikea kuvaaja.

Palautteesta käy ilmi, mistä kaikesta opiskelija on saanut pisteitä. Palautteessa ei pysty käyttämään skandinaavisia merkkejä, mutta opiskelija saa kuitenkin jotain tietoa tehtävänsä ratkaisusta. Tätä arvosteluohjelmaa pyritään kehittämään edelleen, mahdollisesti kohti osittaista automaattista tarkastusta.

6.3 Tenttitehtävät ja niiden tasapuolisuus

Sähköisessä EXAM-tentissä kaikkien viiden matemaattisen osa-alueen testaaminen on mahdollista. Sähköisessä tentissä hyödynnettiin ulkoista ohjelmistoa, jolla vastaaminen on vapaamuotoista. Opiskelija voi hyödyntää myös strategista kompetensiaan ja mukautuvia päättelytaitojaan tehtävissä, joissa niitä vaaditaan.

Käsitteellistä ymmärtämistä ja proseduraalista sujuvuutta testattiin kuvan 6.2 kaltaisilla tehtävillä. Tehtävässä opiskelijalta vaaditaan kykyä osoittaa proseduurien tuntemista, eikä pelkkä ohjelmiston tarjoama valmis ratkaisu riitä.

- a) Laske $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ tarkka arvo käyttäen sinin summakaavaa

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta.$$

- b) Ratkaise kaikki kompleksiluvut $z \in \mathbb{C}$, jotka toteuttavat yhtälön

$$z^4 = 1 - i.$$

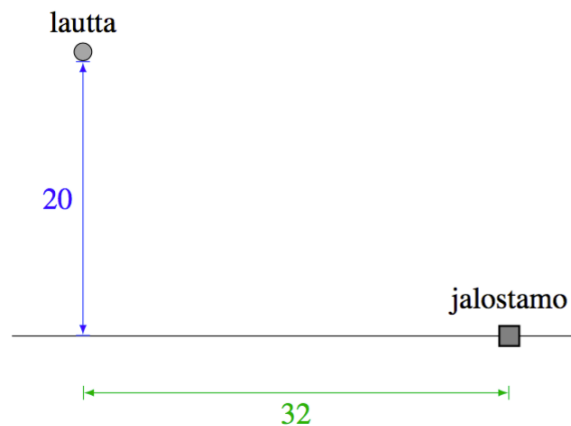
Anna ratkaisu sekä eksponenttimuodossa sekä muodossa $z = x + iy$, missä $x, y \in \mathbb{R}$.

- c) Piirrä edellisen kohdan juuret kompleksitasoon.

Kuva 6.2 Esimerkki tehtävästä, jonka avulla voidaan testata opiskelijan käsitteellisen ymmärtämisen ja proseduraalisen sujuvuuden taitoja.

Strategista kompetenssia ja mukautuvia päättelytaitoja testattiin avoimilla ongelmatehtävillä ja todistustehtävillä. Kuvan 6.3 mukaisilla tehtävillä testattiin strategista kompetenssia, mutta tehtävässä pystyi myös osoittamaan mukautuvia päättelytaitoja. Mukautuvia päättelytaitoja testattiin vielä erikseen muutamilla todistustehtävillä.

20 kilometrin päässä rannikosta sijaitseva öljynporauslautta yhdistetään putkella öljynjalostamoon, joka sijaitsee 32 kilometriä rannikkoa pitkin itään lautasta. Jos vedenalainen putki maksaa 300 000 €/km ja maalle asennettava putki maksaa 100 000 €/km, niin kuinka paljon kumpaakin putkea tulisi käyttää, että yhdistäminen olisi mahdollisimman edullista?



Kuva 6.3 Esimerkki tehtävästä, jonka avulla voidaan testata opiskelijan strategista kompetenssia. Lisäksi tehtävässä pystyy osoittamaan mukautuvia päättelytaitoja.

Sähköisessä tentissä kaikilla opiskelijoilla ei ole täysin samoja tehtäviä, mikä mahdollistaa tentin pitkän aukioloajan. Jokaiselle tentin tehtävälle luodaan tyypillisesti tehtäväpankki, jonka tehtävät testaavat samoja taitoja, mutta tehtävät eroavat hieman toisistaan. Insinöörimatematiikka 123 -opintojaksolla oli yhteensä yhdeksän tehtävää ja jokaisen tehtävän tehtäväpankin koko oli 2–5 tehtävää. Tehtävien välisten pistejakaumien eroja tutkittiin Kruskal-Wallis testillä, jotta voitiin havaita, oliko saman tehtäväpankin eri tehtävien välillä merkittäviä eroja tehtävän haastavuudessa.

Testaus suoritettiin kahdessa osassa: siten, että kaikki suoritukset otettiin huomioon, ja siten, että nolla pistettä saaneet suoritukset jätettiin huomioimatta. Nolla pistettä saaneissa suorituksissa oli mukana myös tapauksia, joissa tehtävään ei oltu vastattu lainkaan, mikä saattaa vääristää tehtävän pistejakaumaa, kun tenttejä sai suorittaa useammassa osassa. Testien tulokset on koottu taulukkoon 6.2.

Taulukko 6.2 Kruskal-Wallis testin p-arvot tehtävien pistejakaumien eroista. Liha-voidut erot ovat tilastollisesti merkittäviä. Testi suoritettiin sekä ottaen huomioon kaikki suoritukset, että jättämällä nolla pistettä saaneet suoritukset huomioimatta.

Tehtävä	Tehtäväpankin koko	p-arvo	p-arvo ilman 0
1.1	5	0,000	0,000
1.2	4	0,613	0,195
1.3	4	0,028	0,229
2.1	2	0,853	0,495
2.2	2	0,274	0,071
2.3	4	0,441	0,441
3.1	3	0,024	0,043
3.2	2	0,000	0,001
3.3	2	0,006	0,083

Testien perusteella voidaan sanoa, että tehtävissä 1.1, 3.1 ja 3.2 oli tilastollisesti merkittävä ero tehtävien välillä. Kun tehtäviä 1.3 ja 3.3 testattiin vain arvostelussa huomioon otettujen suoritusten osalta, ei tehtävässä 1.3 löytynyt merkitseviä eroja eri tehtäväpankin tehtävien välillä. Tehtävässä 3.3 oli hyvin paljon palauttamattomia suorituksia, jotka luokiteltiin testissä nollan pisteen arvoisiksi. Tehtävä oli tenttisarjan viimeinen ja siinä oli selvästi havaittavissa, että opiskelijat jättivät sen tekemättä riittävän pistemäärän ollessa täynnä. Näin nolla pistettä saaneet suoritukset korostuvat erityisesti tässä tehtävässä: yhteensä 50 % kaikista tämän tehtävän 240 suorituksesta oli tyhjiä.

Tehtävä 1.1 testasi todistamista. Tehtäväpankki koostui kolmesta induktiotodistus-tehtävästä, yhdestä epäsuorasta todistustehtävästä sekä potenssijoukkotehtävästä. Tilastollisesti merkittävästi erosivat epäsuora todistustehtävä ja potenssijoukkotehtävä, jotka poistettiin tehtäväpankista ensimmäiseen välikokeeseen mennessä, jolloin jäljelle jäi kolme toisiaan testinkin perusteella hyvin vastaavaa induktiotodistustehtävää. Kun tehtävää testattiin vain arvostelussa huomioon otettujen suoritusten osalta, ei tehtävässä löytynyt tilastollisesti merkittäviä eroja eri tehtävien välillä.

Tehtävä 3.1 testasi summan laskemista sekä potenssisarjan suppenemismäärän selvittämistä. Tehtävissä lukuarvot erosivat toisistaan, mutta pääasiassa tehtävät olivat hyvin samankaltaisia. Kun nolla pistettä saaneet suoritukset jätettiin huomiotta, ei

minkään kahden tehtävän välisessä tarkemmassa tarkastelussa löytynyt tilastollisesti merkitsevää eroa. Tehtävien pistekeskisarvot olivat 3,01, 3,24 ja 2,96 (arvostelussa huomioon otetuissa suorituksissa 4,16, 4,26 ja 4,15), joten ei liene syytä epäillä, että tehtäväpankin tehtävien välillä olisi kovin suuria eroja.

Tehtävä 3.2 oli soveltava differentiaaliyhtälöihin liittyvä sanallinen tehtävä. Testin perusteella tehtäväpankin kahden tehtävän välillä oli merkittävä ero ja tehtävien pistekeskisarvot olivat 2,30 ja 3,33. Tämän tehtävän osalta voidaan sanoa, että tehtävävaihtoehtojen välillä oli tilastollisesti merkittävä ero ja tehtävä ei ollut tasapuolinen kaikkia opiskelijoita kohtaan. Arvostelussa otettiin huomioon kunkin opiskelijan paras tehtäväkohtainen suoritus, jolloin pistekeskisarvoiksi saatiin 4,00 ja 4,87 vastaavasti. Tämän tehtävän kahden variaation tasapuolisuutta on syytä epäillä eikä tehtäviä voida pitää täysin tasa-arvoisina.

Kokonaisuutena voidaan kuitenkin sanoa, että tehtäväpankit olivat varsin tasapuoliset eri opiskelijoita kohtaan. Tilastollisesti merkitseviä eroja löydettiin muutamasta tehtäväpankista, mutta nämäkin erot pääosin tasoittuivat tentin arvostelussa. Ei siis ollut merkitystä, mikä tenttitehtävä opiskelijalle arvottiin, mikä on ehdottomasti se tilanne, mihin tehtäväpankin tehtävien välillä pitää pyrkiä. Tehtäväpankin uudistaminen ja laajentaminen olisi tärkeää, mutta samalla tulee huolehtia siitä, että tehtävät pysyvät keskenään tasapuolisina.

6.4 Kvantitatiivinen analyysi

Opintojaksolle ilmoittautui 156 opiskelijaa, joista 133 aloitti opintojakson. Aloittaneista 24 lopetti opintojakson kesken, eli opintojakson suoritti loppuun 109 opiskelijaa. Lopettaneista 13 ei osallistunut yhteenkään välikokeeseen, yhdeksän osallistui ensimmäiseen välikokeeseen tai sen osiin ja kaksi osallistui toiseen välikokeeseen. Yhteensä 104 opiskelijaa (78,2 %) läpäisi opintojakson hyväksytysti.

Opintojakson päätteeksi suoritettussa kyselyssä oli 22 Likert-asteikollista väittämää ja seitsemän avointa kysymystä. Kyselyyn vastasi 64 opiskelijaa, joista 48 oli miehiä ja 16 naisia. Likert-väittämiä tarkasteltiin ensin yleisellä tasolla kaikkien vastanneiden osalta, minkä jälkeen tarkasteltiin, erosivatko mielipiteet sukupuolen, opintosuunnan tai kurssiarvosanan mukaan luokiteltuna.

Opiskelijoille teetetystä kyselystä poimittiin sähköistä EXAM-tenttiä koskevien väittämien kannalta positiiviset vastaukset, jotka on koottu taulukkoon 6.3. Kaikki ky-

selyn väittämät ja niiden vastaukset on esitetty liitteissä C ja D. Taulukkoa varten vaihtoehdot “Täysin samaa mieltä” ja “Osittain samaa mieltä” yhdistettiin osioksi “Samaa mieltä” ja vastaava yhdistys tehtiin osiolle “Eri mieltä”.

Taulukko 6.3 Positiivinen suhtautuminen EXAM-tentteihin ($N = 64$). Teksti on korostettu vihreällä, jos yli 70 % on positiivisia ja punaisella, jos alle 30 % on positiivisia.

Väittämä	Positiivinen vastaus	Positiivisia vastauksia
1. On hienoa, että EXAM-tentin voi tehdä milloin vain	Samaa mieltä	100,0 %
2. EXAM-tenttiin vastaaminen on vaikeaa	Eri mieltä	56,3 %
3. Live Editorin käyttäminen on helppoa	Samaa mieltä	62,5 %
5. EXAM-tehtävät ovat mielenkiintoisempia kuin perinteiset tehtävät	Samaa mieltä	59,4 %
6. EXAM-tehtävät ovat vaikeampia kuin perinteiset tehtävät	Eri mieltä	59,4 %
12. Osasin tehtävät, mutta EXAM-ympäristö hankaloitti vastaamista	Eri mieltä	46,9 %
13. Sähköisesti vastaaminen on hidasta	Eri mieltä	32,8 %
15. Matematiikan tentit voisivat jatkossa olla täysin sähköisiä	Samaa mieltä	79,7 %
16. Haluan jatkossa tehdä matematiikassa vain paperitenttejä	Eri mieltä	76,6 %
17. Paperisen ja sähköisen matematiikan tentin yhdistelmä on toimiva ratkaisu	Samaa mieltä	68,8 %
18. EXAM-tenteissä aika loppui usein kesken	Eri mieltä	67,2 %
19. Sähköiset tenttitehtävät ovat mielekäs tapa tehdä matematiikan tehtäviä	Samaa mieltä	82,8 %
20. EXAM-tehtäviä oli mukavampi tehdä kuin perinteisiä tehtäviä	Samaa mieltä	64,1 %
21. Paperin puuttuminen tenttitilasta oli vastaamista hankaloittava puute	Eri mieltä	9,4 %
22. Teen jatkossakin mielelläni matematiikan tentit sähköisesti	Samaa mieltä	79,7 %

Vastauksista käy ilmi, että kokonaiskokemus EXAM-tenteistä on positiivinen. Opiskelijoista 79,7 % (51) oli sitä mieltä, että matematiikan tentit voisivat jatkossa olla täysin sähköisiä. Erityisesti tentin vapaa ajankohta koettiin positiiviseksi asiaksi. Noin 60 % vastaajista piti sähköisiä tenttitehtäviä mielenkiintoisempina ja mukavampina kuin perinteisiä paperitenttien tehtäviä.

Toisaalta kuitenkin sähköisesti vastaaminen koettiin hitaaksi ja hankalaksi, erityisesti 90,6 % (58) vastaajista totesi paperin puuttumisen hankaloittaneen vastaamista. Opiskelijoista 53,1 % (34) koki EXAM-ympäristön hankaloittavan vastaamista ja rajoittavan oman osaamisen näyttämistä. Sähköisen vastaamisen hitaus aiheutti myös ongelmia suoritusajan riittävydessä, ja 32,8 % (21) opiskelijaa oli sitä mieltä, että aika loppui helposti kesken eikä kaikkiin tehtäviin ehtinyt vastaamaan.

Taustatekijöiden vaikutusta tutkittiin väittämien 15, 19, 20 ja 22 avulla. Nämä väittämät määrittivät vastaajan mielipiteitä EXAM-tentistä yleisesti. Sukupuolen, opintosuunnan ja kurssiarvosanan vaikutusta analysointiin lineaarisen regressioanalyysin ja Kruskal-Wallis testin avulla, ja tulokset on esitetty taulukossa 6.4.

Taulukko 6.4 Taustatekijöiden vaikutus väittämien vastauksiin ($N = 64$) lineaarisen regressioanalyysin (pakottava malli) sekä Kruskal-Wallis testin (K-W) mukaan. Lineaarisen regressiomallin selitysaste on esitetty sulkeissa ja kerroin kertoo mallin standardoidun β -arvon. Tilastollisesti merkittävät erot on lihavoitu. *Ero arvosanojen 2 ja 3 välillä.

Väittämä	Menetelmä		Sukupuoli	Opintosuunta	Arvosana
15. Matematiikan tentit voisivat jatkossa olla täysin sähköisiä	lin. regr.	kerroin	0,280	–	-0,030
	(0,057)	p-arvo	0,043	–	0,823
	K-W	p-arvo	0,049	0,224	0,037*
22. Teen jatkossakin mielelläni matematiikan tentit sähköisesti	lin. regr.	kerroin	0,416	–	0,109
	(0,118)	p-arvo	0,002	–	0,411
	K-W	p-arvo	0,005	0,158	0,435
19. Sähköiset tenttitehtävät ovat mielekäs tapa tehdä matematiikan tehtäviä	lin. regr.	kerroin	0,336	–	-0,057
	(0,104)	p-arvo	0,014	–	0,670
	K-W	p-arvo	0,015	0,142	0,345
20. EXAM-tehtäviä oli mukavampi tehdä kuin perinteisiä tehtäviä	lin. regr.	kerroin	0,283	–	-0,030
	(0,058)	p-arvo	0,041	–	0,826
	K-W	p-arvo	0,041	0,335	0,219

Lineaarisessa regressioanalyysissä tutkittiin eroja pakottavalla mallilla ja askeltavalla menettelyllä. Askeltavassa menettelyssä vain sukupuoli oli selittävä tekijä, pakottavassa menettelyssä tutkittiin sekä sukupuolen että arvosanan selittävyyttä [33, s. 684]. Molemmilla malleilla tulokset olivat saman suuntaisia. Pakottavalla menettelyllä käytetty malli oli

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon,$$

missä X_1 on sukupuoli ja X_2 arvosana. Sukupuoli koodattiin dummy-muuttujiksi (miehet = 0, naiset = 1) ja vastausvaihtoehdot asetettiin numerojärjestykseen, jossa Täysin samaa mieltä = 1 ja Täysin eri mieltä = 4.

Lineaarisen regressiomallin selitysaste ei ole hyvä, mutta testin tuloksia voidaan pitää suuntaa antavina. Tuloksista havaitaan, että sukupuolten välillä on tilastollisesti merkittävä ero sähköiseen tenttiin suhtautumisessa. Askeltavalla menettelyllä suoritettussa testauksessa sukupuoli oli selittävä muuttuja, mutta arvosana ei. Regressiokerroin on positiivinen, joten testien perusteella voidaan sanoa, että naiset suhtautuvat sähköiseen tenttiin miehiä negatiivisemmin, mutta ero ei kuitenkaan ole kovin merkittävä. Muilla taustakategorioilla ei testin perusteella ole vaikutusta siihen, miten sähköiseen tenttiin suhtaudutaan.

6.5 Kvalitatiivinen analyysi

Opiskelijoiden kokemuksia sähköisestä tentistä selvitettiin Likert-väittämien lisäksi myös seitsemällä avoimella kysymyksellä. Avointen kysymysten avulla annettiin opiskelijoille mahdollisuus perustella mielipiteitään ja avata ajatuksiaan tarkemmin matematiikan sähköisestä tentistä. Vastauksista poimittiin yleisesti toistuvia teemoja ja ne kvantifioitiin.

Ensimmäisessä sanallisessa kysymyksessä tiedusteltiin, tekisivätkö opiskelijat matematiikan tentin mieluummin tietokoneella vai paperilla. Opiskelijoista 62,5 % (40) vastasi tekevänsä mieluummin sähköisesti, 14,1 % (9) taas tietokoneen ja paperin yhdistelmänä. Erityisesti opiskelijat arvostivat sitä, että tentissä ei tarvinnut keskittyä mekaaniseen laskemiseen. Sähköisen vastaamisen tueksi kaivattiin kuitenkin paperia hahmottelua varten. Toisaalta taas osa opiskelijoista koki sähköisyyden todella hankalaksi ja oli sitä mieltä, että varsinainen matemaattinen osaaminen jäi sähköisyyden varjoon.

Tietokoneella, sillä tietokoneavusteisesti laadituissa tehtävissä voidaan yksinkertaiset laskutoimitukset suorittaa kätevästi koneella kunhan annetun tehtävän idea on tiedossa, eikä turhaa aikaa kulu mekaanisten laskutoimitusten suorittamiseen. (TTY7)

Paperilla. EXAMilla ja MatLabilla vastatessa on tärkeämpää osata itse syötteet kuin ymmärtää asia, joka syö koko pohjan matematiikan oppimiselta. Paperilla esimerkiksi yhtälöitä on helpompi pyöritellä. (TTY8)

Perusteluja sähköisen ja paperisen tentin puolesta on kerätty taulukkoon 6.5.

Taulukko 6.5 Perusteluja ja kommentteja sähköisen ja paperisen tentin puolesta.

	Väittäjä	<i>n</i>	%
Sähköinen tentti	Hyvä, kun paperin saa avuksi	17	26,6
	Laskeminen kätevää ja vastaa todellisuutta	16	25,0
	Ajan vapaus	8	12,5
Paperitentti	Kaavojen kirjoittaminen sähköisesti on kömpelöä	8	12,5
	Pääpaino ei enää matematiikassa	6	9,4
	Ohjelmistojen osaamattomuus vei pisteitä	4	6,3

Pääosin opiskelijat olivat siis hyvin vastaanottavaisia ajatukselle matematiikan tenttien sähköistymisestä. Sähköisen tentin selvästi parhaaksi puoleksi koettiin sen joustavuus ajan suhteen. Ohjelmiston hyödyntäminen laskennassa sekä uusintamahdollisuudet nousivat myös esiin useissa palautteissa. Ohjelmistoja osattiin myös hyödyntää, kuten kuvan 6.4 vastauksesta käy ilmi. Huonoimmaksi puoleksi nousi jälleen tentin paperittomuus, sillä paperia kaivattiin monessa palautteessa. Lisäksi käytetty ohjelmisto koettiin hankalaksi ja kömpelöksi. Ohjelmiston koettiin painottuvan liikaa matematiikan osaamisen kustannuksella ja sen käyttö aiheutti välillä ongelmia tehtävän ratkaisussa (kuva 6.5).

b)

Tiedetään, että ajanhetkellä 0 $T(0) = -18^{\circ}\text{C}$. Lisäksi tiedetään, että $T(6) = -6^{\circ}\text{C}$. Tämän perusteella voidaan laskea arvot e^C ja k .

$$T(0) = 4 + e^{k \cdot 0} * e^C = -18$$

$$e^C = -18 - 4$$

$$e^C = -22$$

$$T(6) = 4 - 22 * e^{k \cdot 6} = -6$$

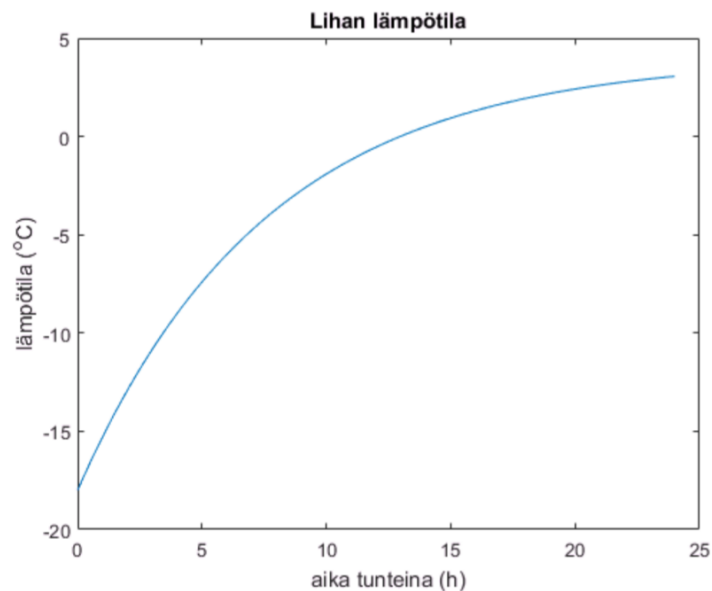
$$e^{k \cdot 6} = \frac{10}{22}$$

$$k * 6 = \ln\left(\frac{10}{22}\right)$$

$$k = \frac{\ln\left(\frac{10}{22}\right)}{6}$$

Yhtälön toteuttava ratkaisu on siis $T(t) = 4^{\circ}\text{C} - 22e^{\frac{\ln(10)}{22}t}$

```
syms t real;
eq2b = @(t) 4-22*exp((1/6)*log(10/22)*t);
time = linspace(0,24,144);
plot(time, eq2b(time))
title('Lihan lämpötila')
xlabel('aika tunteina (h)')
ylabel('lämpötila (^{\circ}\text{C})')
```



Kuva 6.4 Esimerkki opiskelijan hyvästä tenttivastauksesta, tehtävän 3.2 b)-kohta.

b)

```
cond1=T(0)==-18;
cond2=T(6)==-6;
sol=dsolve(diff(T)==-k*(T-Ts), cond1)
```

$$\text{sol} = 4 - 22 e^{-kt}$$

```
s=subs(sol, t,6)
```

$$s = 4 - 22 e^{-6k}$$

```
subs(cond2,k)
```

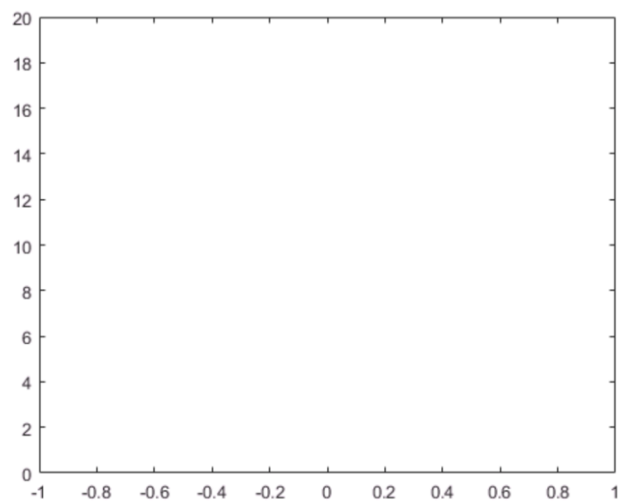
$$\text{ans} = T(6) = -6$$

```
K=solve(s,k)
```

$$K =$$

$$-\frac{\log\left(\frac{2}{11}\right)}{6}$$

```
tt=4-22*exp(-K*6);
x=linspace(0, 20, 200);
plot(tt,x,'b-')
```



Kuva 6.5 Esimerkki opiskelijan hieman epäonnistuneesta tenttivastauksesta, tehtävän 3.2 b)-kohta. Opiskelija vaikuttaisi ymmärtävän mitä tekee, mutta tehtävän selittäminen on heikkoa ja ohjelmiston kanssa on ongelmia.

Tentin uusimismahdollisuuden kokivat hyödylliseksi kaikki opiskelijat ja lähes kaikki myös hyödynsivät sitä. Moni koki oppineensa asiat paremmin, kun tenttien välillä pystyi kertaamaan ja tentin uusimaan melko nopeasti ensimmäisen yrityksen jälkeen. Lisäksi järjestely vähensi opiskelijoiden tenttijännitystä ja stressiä, jotka osittain aiheutuivat käytettävistä ohjelmistoista ja epävarmuudesta niiden käyttötaidoista. Lisäksi opiskelijat kokivat oppivansa enemmän, kun tenttien välillä opiskeltiin siinä kysytyjä asioita paremmin.

Todella hyödyllinen. Myös tiesi mitä aiheesta kannattaa opetella (ei siis siinä mielessä että tiesi tehtävät ja opetteli vain niitä, mutta pakotti pänttäämään tenttiin hyvin.) Ajatellaan että tenttikertoja on yksi. Luet tenttiä varten x-aikaa, hyvin tai huonosti. Tulos oli mikä oli, pänttääminen oli siinä. Kun uusintamahdollisuuksia on, tämä pakottaa opettelemaan asioita vielä lisää tenttien välillä. (TTY9)

Uusintamahdollisuus oli todella hyödyllinen ja hyödynsin joka kerta kaikki mahdollisuudet. Kurssin sisältö oli itselleni hyvin vaikeaa ja sitä oli paljon, joten paineet onnistumisesta (läpäiseminen) olivat suuret ja jos kaikki olisi ollut ns. yhden kortin varassa, niin olisin saanut varmasti huonomman arvosanan. Lisäksi ensimmäisellä kerralla sai aina hieman tuntumaa siitä, mitä voitaisiin jatkossa mahdollisesti kysyä. (TTY10)

Toisaalta moni opiskelija myönsi hyödyntäneensä uusimismahdollisuutta niin, että kävi ensimmäisellä kerralla vain katsomassa, mitä tentissä kysytään, minkä jälkeen vasta opiskeltiin tarvittavat asiat ja nekin melko pintapuolisesti. Tehtäväpankit olivat opintojakson aikana melko pienet, joten uusimalla tentin opiskelija todennäköisesti sai ainakin jonkin saman tehtävän kuin aiemmalla tenttikerralla.

Oli hyödyllinen, kävin katsomassa aina ensin tentin, että osasin opetella tehtäviin vaadittavat MatLab-komennot ja sitten vasta kävin tosissani yrittämässä. (TTY8)

Vastaajista 81,3 % (52) ajattelee sähköisen tentin olevan matematiikassa toimiva ratkaisu, näistä 36,5 % (19) kuitenkin tietyin varauksin. Vastauksissa korostui ohjelmiston käytön osaaminen ja se, että ohjelmistojen käyttöä ei koettu opetettavan

riittävästi. Vastaamisen hitaus nousi myös esiin. Opiskelijoista 39,1 % (25) koki sähköisen tentin lisäävän monipuolisten tehtävätyyppien käyttöä, erityisesti kuvaajien piirtäminen ja varsinaiseen ratkaisuun keskittyminen koneen hoitaessa laskennan koettiin tuovan uusia mahdollisuuksia. 10,9 % (7) koki sähköisyyden rajoittavaksi tekijäksi ja 10,9 % (7) koki sen sekä rajoittavan että avaavan uusia mahdollisuuksia.

Sähköisen tentin eduiksi koettiin erityisesti tenttiajan joustavuus sekä uusintamahdollisuudet, jotka vähensivät tenttistressiä ja autoivat keskittymään oikeisiin asioihin. Negatiivisimmiksi puoliksi nostettiin ohjelmistojen käytön vaikeus sekä se, että niiden opettelu toisaalta vei resursseja varsinaisen matematiikan oppimiselta. Pääasiassa suhtautuminen oli kuitenkin varsin positiivista ja opiskelijat kokivat, että jatkossa jopa kaikki matematiikan tentit voisivat olla sähköisiä.

6.6 Pohdinta

Opintojakson aloittaneista 133 opiskelijasta opintojakson läpäisi hyväksytysti 104 opiskelijaa. Opintojakson lopetti kesken 24 opiskelijaa, joista suurin osa (19) ensimmäisen kuuden viikon aikana, kun opintojakson kokonaiskesto oli 16 viikkoa. Tulos on vertailtavissa muihin matematiikan peruskursseihin. Opintojakson aikana saatiin arvokasta kokemusta matematiikan sähköisestä tentistä ja järjestelyjä on vuoden aikana kehitetty. Lukuvuoden 2016–2017 aikana järjestettiin matematiikassa sähköisiä osatenttejä, välikokeita ja tenttejä kuudella opintojaksolla ja vuoden aikana matematiikan sähköisen tentin suorituksia kertyi yli 2600.

Kyselyn tulosten perusteella matematiikan sähköiseen tenttiin suhtauduttiin pääosin positiivisesti. Erityisesti järjestelyn joustavuus ja vapaus tenttimisajan valinnassa keräsivät paljon positiivisia kommentteja. Tulee kuitenkin huomata, että tarkastelun kohteena olevan opintojakson opiskelijoista tavallista suurempi osa opiskelee työn ohella. Näille opiskelijoille tenttiajan valinnanvapaus on huomattavasti tärkeämpää kuin tavalliselle opiskelijalle. Joustava suoritus aika ja uusintamahdollisuudet vaikuttivat kuitenkin vähentävän tenttistressiä ja helpottavan opiskelijoiden työtaakkaa. Tentin sai tehdä haluamanaan ajankohtana ja sen uusiminen oli mahdollista nopeasti ensimmäisen suorituksen jälkeen.

Tutkimuksen aikana uusintamahdollisuuksia haluttiin tarjota runsaasti, jotta ohjelmiston käyttö ei aiheuttaisi hankaluuksia tentissä. Uusintamahdollisuuksilla pyrittiin vähentämään ohjelmiston käytöstä aiheutuva ahdistusta ja muita ongelmia.

Välikokeita ja tenttejä sai tehdä kolme kertaa ennen arvostelua, mikä aiheutti jonkin verran tenttitehtävien tutkimista ennen varsinaista yrityskertaa. Tehtäväpankkien ollessa pieniä (2–5) samat tehtävät saattoivat toistua opiskelijoilla useampaan kertaan. Myöhemmissä tenteissä yrityskertojen määrä on vähennetty kahteen ja tehtäväpankkien kokoa on pyritty kasvattamaan.

Opiskelijat kokivat sähköisen tentin vastaavan paremmin työelämän tarpeita, kuin perinteisen, laskimettoman paperitenttin. Tehtävät koettiin myös jonkin verran perinteisiä tehtäviä mielekkäämmiksi. Sähköisessä tentissä oli hieman soveltavampia, reaalia maailmaan pohjautuvia tehtäviä, joiden tekemistä pidettiin kiinnostavampana kuin vastaavien, ei reaalia maailmaan pohjautuvien tehtävien tekemistä.

Matematiikan kirjoittaminen sähköisesti tuotti eniten vaikeuksia ja tämä vaikuttaa siihen, miten sähköinen tentti matematiikassa on koettu. Jos vastaaminen tuntuu mahdottomalta syntaksin vuoksi, eivät mielekkäät tehtävät vaikuta enää kovin kiinnostavilta. Tietotekniset vaikeudet ja syntaksiongelmat korostuivat naisten sanallisissa palautteissa, mikä vaikuttaa siihen, että naiset suhtautuivat miehiä kriittisemmin sähköiseen tenttiin. Tutkimuksen aikana matemaattiset kaavat tuli kirjoittaa \TeX -kaavana, jota tuli opetella monen opiskelijan tapauksessa vain tenttiin valmistamista varten. Matematiikan kirjoittamisen hankaluutta kritisoitiin kuitenkin aiheellisesti, mutta tähän ongelmaan on myöhemmin saatu jo ratkaisu uuden editorin myötä.

Tutkimuksen perusteella voidaan sanoa, että sähköisellä tentillä on tulevaisuus myös matematiikassa, mutta kehitettävää on vielä. Paperia tenttiluokkaan ei toiveista huolimatta toistaiseksi olla saamassa, mutta matematiikan tentin suunnitteluun ja järjestelyihin voidaan vaikuttaa. Nyt osa opiskelijoista koki, että sähköisten ohjelmistojen opettelu vei resursseja matematiikan oppimiselta. Ohjelmistojen käytöstä tulisi saada mahdollisimman sujuvaa ja niiden hyödyntämisen tulisi optimitilanteessa olla yhtä luontevaa kuin perinteisempien tapojen.

Tutkimuksen kohteena olleella opintojaksolla osa opiskelijoista ei ollut aiemmissa opinnoissaan juurikaan hyödyntänyt tietokonetta, jolloin muutos on ollut varsin suuri. Opintojakson aikana hyödynnettiin MATLAB-ohjelmistoa harjoitustehtävissä, minkä lisäksi osa tehtävistä tehtiin sähköisinä STACK-tehtävinä. Suurin osa opiskelijoista oppi sähköisten järjestelmien käytön opintojakson aikana, mutta etenkin alkuvaiheessa ongelmia oli enemmän. Muilla kursseilla (pääosin ensimmäisen vuoden matematiikan kursseja), joilla sähköistä tenttiä on kokeiltu, ei vastaavia selvityksiä

tehty, mutta olisi mielenkiintoista kerätä kokemuksia myös näiden opintojaksojen opiskelijoilta. Lukiokoulutuksen vahvan sähköistymisen myötä on myös mielenkiintoista nähdä, ovatko sähköisen tentin ongelmakohdat enää samoja ja muuttuuko niihin suhtautuminen.

7. TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS

Tutkimuksen reliabelius tarkoittaa sen kykyä antaa toistettavissa olevia, ei-sattumanvaraisia tuloksia. Aineiston sanotaan olevan reliabeli, kun se ei sisällä ristiriitaisuuksia. Tutkimuksen validius puolestaan tarkoittaa tutkimuksen kykyä mitata sitä, mitä tutkimuksella oli tarkoituskin mitata, eli kuinka hyvin tutkija on kyennyt siirtämään teorian mittariin. Lisäksi kvalitatiivisessa tutkimuksessa on syytä pohtia aineiston riittävyttä ja analyysin kattavuutta, jotta tulkintoja ei perusteta yksittäisiin ja satunnaisiin poimintoihin. [17, 47]

Opiskelijoiden mielipiteitä STACK-tehtävistä tutkittiin kyselyllä, johon vastasivat lukio- ja yliopisto-opiskelijat. Kyselyssä oli 15 neliportaista Likert-väittämää ja neljä avointa kysymystä. Osa väittämistä muotoiltiin samanlaisiksi kuin Mäkelän diplomityössä [34], jotta niiden vastaukset olivat vertailtavissa. Tutkimukseen osallistui 97 yliopisto-opiskelijaa ja 27 lukio-opiskelijaa. Lukio-opiskelijoiden määrä jäi vähäiseksi, mutta se oli kuitenkin riittävän suuri suuntaa antavan kvantitatiivisen vertailun suorittamista varten. Neljän avoimen kysymyksen avulla opiskelijoiden mielipiteitä voitiin analysoida kvalitatiivisesti, minkä lisäksi vastauksista saatiin vahvistusta kvantitatiivisten väittämien tulosten tueksi.

Opiskelijoiden kokemuksia sähköisestä EXAM-tentistä tutkittiin opintojaksolla Insinöörimatematiikka 123 järjestetyllä kyselyllä. Kyselyssä oli 22 neliportaista Likert-väittämää ja seitsemän avointa kysymystä. Tutkimukseen osallistui 64 opiskelijaa, 48 miestä ja 16 naista. Vastauksilla selvitettiin opiskelijoiden mielipiteitä ja vastaajien määrä oli riittävä sukupuolten välisen suuntaa antavan vertailun tueksi. Avointen kysymysten vastausten perusteella kokemuksia voitiin analysoida kvalitatiivisen analyysin keinoin.

STACK-tehtäviä koskevan kyselyn väittämät 3, 4, 5, 8, 14 ja 15 olivat samoja kuin Mäkelän diplomityössä [34]. Yliopisto-opiskelijoiden vastaukset olivat hyvin samankaltaisia kuin Mäkelän työssä, merkittävin ero oli väittämän 14 kohdalla, mikä ei kuitenkaan koskenut varsinaisesti STACK-tehtäviä vaan ennemminkin niiden teko-

tapaa. Lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden vastaukset erosivat toisistaan, mutta molemmat ryhmät nostivat samoja teemoja esiin avoimissa kysymyksissä. Yhteneväisyydet aiempaan tutkimukseen lisäävät tutkimuksen reliabiliteettia ja validiteettia.

EXAM-tenttejä koskevassa kyselyssä väittämien tuloksia ei vertailtu mihinkään ryhmään, vaan kerätiin käyttäjäkokemuksia. Taustatekijöiden vaikutusta suhtautumiseen selvitettiin ja selvityksen mukaan naiset suhtautuvat hieman miehiä negatiivisemmin sähköiseen tenttiin. Tämän vertailun tuloksia voidaan pitää suuntaa antavina, mutta luotettava tarkastelu vaatii vielä lisätutkimuksia. Tampereen teknillisellä yliopistolla tehtiin myöhemmin kysely sähköisistä EXAM-tenteistä yleisesti ja tämän kyselyn mukaan 62,9 % opiskelijoista tekisi tentin mieluummin sähköisesti (742 vastaajaa). Tässä tutkimuksessa vastaava luku oli 62,5 %, eli tutkimuksen tulokset ovat jollain tasolla myös yleistettävissä. Sanallisissa vastauksissa nousi esiin samoja teemoja kuin Rytkösen ja Myyryn sähköisiä tenttejä koskevassa tutkimuksessa [39], mikä lisää tutkimuksen reliabiliteettia. Sanallista aineistoa analysoitiin sekä kvantifioiden että kvalitatiivisen analyysin keinoin, jolloin vältettiin tulkinnan perustuminen yksittäisiin poimintoihin.

Tenttitehtävien tasapuolisuutta selvitettiin EXAM-tenteistä kertyneen datan perusteella. Tenttisuorituksia kertyi tehtäväpankkikohtaisesti 163–222, joten suoritusten määrää voidaan pitää riittävän hyvänä luotettavan vertailun tekemiseksi. Vertailussa otettiin huomioon sekä kaikki suoritukset että muut kuin nolla pistettä saaneet suoritukset, sillä nolla pistettä saaneissa suorituksissa oli mukana myös palauttamatta jääneitä suorituksia. Näitä kahta tulosta vertailemalla saatiin poimittua ne tehtäväpankit, joiden tehtävissä oli selvästi eroja.

Tutkimuksen luotettavuus varmistettiin menetelmätriangulaation avulla, eli tutkimuksessa hyödynnettiin eri aineistonhankinta- ja tutkimusmenetelmiä [17]. Mieli-piteitä STACK-tehtävistä ja EXAM-tenteistä tutkittiin sekä kvantitatiivisesti että kvalitatiivisesti. Avoimissa kysymyksissä esiin nousivat samat teemat kuin Likert-väittämissä ja niiden avulla pystyttiin etsimään perusteluja ja syitä mielipiteiden takana.

Tutkimus tehtiin huolellisesti ja tulokset on raportoitu rehellisesti. Kaikki tulokset analysoitiin tarkasti ja varmistettiin, että analyysit tehtiin oikein. Tutkimuksessa on koko prosessin ajan noudatettu hyviä tieteellisiä käytäntöjä [47]. Tutkimuksen kokonaisluotettavuutta voidaan näin perustein pitää hyvänä.

STACK-tehtäviä koskevan kyselyn tulokset vastaavat osaltaan aiempia tuloksia ja ne ovat yleistettävissä. Lukio-opiskelijoiden kokemuksia on selvitetty vielä varsin vähän, joten tällä saralla kaivataan kuitenkin lisää tutkimuksia. Sähköisen EXAM-tentin kyselyn tulokset ovat osaltaan yleistettävissä ja vastaavat aiempia tutkimuksia. Matematiikan sähköistä tenttiä on tutkittu vielä varsin vähän ja vastaavan tutkimuksen puutteesta johtuen eivät tulokset ole täysin yleistettävissä ja aihe kaipaa vielä lisää tutkimusta.

8. YHTEENVETO

Tässä työssä selvitettiin lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden suhtautumista STACK-tehtäviin ja yliopisto-opiskelijoiden kokemuksia matematiikan sähköisestä tentistä. Tutkimuksella pyrittiin selvittämään lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden mielipiteiden eroja interaktiivisista matematiikan tehtävistä sekä kehittämään matematiikan sähköistä tenttiä Tampereen teknillisessä yliopistossa.

Lukio- ja yliopisto-opiskelijoiden kokemukset interaktiivisista STACK-tehtävistä erosivat. Yliopisto-opiskelijat kokivat STACK-tehtävät mielekkäiksi ja arvostivat erityisesti niiden joustavaa tekoaikaa. Tyypillisesti viikkoharjoituksia tehdessä joutuu ratkaisuja odottamaan jopa viikon verran, mutta STACK-tehtävistä ratkaisut saa heti, kun ne on tehty. Opiskelijat myös kokivat tehtävien vihjeet hyödyllisiksi ratkaisuprosessissa, jos ratkaisua ei heti osannut.

Lukio-opiskelijoiden suhtautuminen STACK-tehtäviin oli negatiivisempaa kuin yliopisto-opiskelijoiden. Lukio-opiskelijoille tehtävien joustava suorittaminen ei ole yhtä tärkeää kuin yliopisto-opiskelijoille, sillä opiskelu on intensiivisempää ja kontaktiopetusta on enemmän. Lukio-opiskelijat kokivat enemmän hankaluuksia STACK-tehtävien syntaksin kanssa, mikä osaltaan vaikutti tehtäviin suhtautumiseen. Lukio-opiskelijat myös kokivat tehtävät liian vaikeiksi ja kolme tarjottua yrityskertaa eivät riittäneet oikean vastauksen saamiseksi, mikä turhautti opiskelijoita.

STACK-tehtävien kehittämiseen kannattaa jatkossakin panostaa. Lukio-opiskelijoille suunnattuihin tehtäviin tulee kuitenkin keskittyä eri tavalla kuin yliopisto-opiskelijoiden tehtäviin. Rajattu yrityskertojen määrä ei ollut toimiva ratkaisu ja teki STACK-tehtävistä koemaisempia, kun tehtävien tarkoitus oli toimia oppimistarkoituksessa. Lisäksi syntaksivihjeiden luomiseen on syytä panostaa enemmän, jos vastaanottajaryhmä on lukio-opiskelijoita. STACK-tehtävillä vaikuttaisi kuitenkin olevan potentiaalia myös alemmilla koulutusasteilla. Aihetta on kuitenkin syytä tutkia lisää ja selvitystyötä olisi hyvä tehdä myös lukion myöhemmillä matematiikan kursseilla, jolloin opiskelijat ovat jo tottuneet lukiomatematiikan vaatimuksiin.

Opiskelijoiden suhtautuminen matematiikan sähköiseen EXAM-tenttiin Insinööri-matematiikka 123 -opintojaksolla oli varsin positiivinen. Erityisesti tentin joustavuus oli opiskelijoille tärkeää, mikä korostui entisestään kurssilla, jonka opiskelijoista tavallista suurempi osa teki töitä opintojen ohella. Joustavuutta mitä ilmeisemmin pidettiin suurena etuna, sillä suhtautuminen oli positiivista, vaikka yli puolet opiskelijoista koki sähköisen ympäristön haittaavan matemaattisen osaamisen osoittamista ja sähköinen vastaaminen koettiin hitaaksi. Toisaalta opiskelijat kertoivat sähköisten ohjelmistojen käytön sujuvoituneen kurssin aikana, eikä loppuvaiheessa teknisiä ongelmia koettu yhtä suuriksi kuin alussa. Kokonaisuutena kuitenkin 79,7 % vastanneista totesi, että matematiikan tentit voisivat jatkossa olla täysin sähköisiä.

Tenttien sähköistyminen on sähköistyvien ylioppilaskirjoitusten myötä myös yliopistoissa ajankohtainen aihe. Sähköisiä tenttejä on yliopistoissa järjestetty jo vuodesta 2007 [25], mutta matematiikan sähköisistä tenteistä kokemusta on varsin vähän. EXAM-tenttijärjestelmä on ensimmäinen sähköinen tenttijärjestelmä, jota Tampereen teknillisessä yliopistossa on käytetty. Matematiikan sähköisiä tenttejä lähdettiin kehittämään aivan alkutekijöistä, ja vuoden aikana järjestelyjä kehitettiin kokemusten perusteella.

Matematiikan sähköisen tentin järjestämiskysymykset ovat kuitenkin hyvin samankaltaisia koulutusasteesta riippumatta. Ylioppilaskirjoituksissa puhetta ovat herättäneet matematiikan kirjoittaminen ja vastauksen muodostaminen sähköisessä muodossa, eikä ylioppilaskirjoituksissa ole päädytty yksiselitteisesti minkään tietyn ohjelmiston kannalle [6]. Tampereen teknillisessä yliopistossa pakotettiin opiskelijat vastaamaan MATLAB-ohjelmistolla, sillä sen käyttöä pystyttiin opettamaan ja sen koettiin olevan toimivin Tampereen teknillisen yliopiston EXAM-tenttiluokkien mahdollistama ratkaisu matematiikan sähköiseen tenttiin vastaamiseksi.

Sähköisillä ohjelmistoilla voidaan matematiikkaa viedä yhä enemmän kohti arkielämää ja todellisia ongelmia. Niillä voidaan kurssien aikana tarjota entistä yksilöllisempää opetusta ja ohjausta myös yliopistomaailmassa, jossa henkilökohtaisen ja yksilöllisen opetuksen saaminen on hankalaa. Etenkin suurilla peruskursseilla on satoja opiskelijoita, joille yksilöllisen materiaalin tarjoaminen on mahdollista ainoastaan sähköisesti. Myös muilla koulutusasteilla tarve yksilöllisempään opetukseen on noussut esiin ja uuden opetussuunnitelman mukaan lukiossa oppimisympäristöjen valinnan perustana tulee olla opiskelijoiden edellytykset, kiinnostuksen kohteet ja yksilölliset tarpeet. Opiskelijalta edellytetään aktiivisuutta ja itseohjautuvaa toi-

mintaa ja opiskelijoiden tulee olla tietoisia oppimisprosessistaan [36]. Sähköisten ja interaktiivisten tehtävien avulla voidaan vastata tähän tarpeeseen, sillä niiden avulla opetusta voidaan eriyttää ja tarjota opiskelijoille entistä yksilöllisempiä oppimispolkuja.

Maailma digitalisoituu vauhdilla, minkä vuoksi myös matematiikan opetuksen sähköistymiselle voidaan esittää puoltavia kommentteja. Tässä työssä selvitettiin kokemuksia sähköisistä oppimis- ja tenttiympäristöistä ja tulosten perusteella näiden suhteen ollaan hyvässä kehitysvaiheessa. Matematiikan interaktiivisissa tehtävissä on kehitettävää erityisesti alemmilla koulutusasteilla, mutta tutkimus antaa viitteitä sähköisen opetustavan tulevaisuuden potentiaalista. Matematiikan sähköisen tentin kanssa on nyt yliopistossakin otettu ensimmäisiä askeleita. Jatkokehitykselle on yhä tarvetta, mutta tutkimustulosten perusteella sähköiset alustat ovat lupaavia opetusvälineitä.

LÄHTEET

- [1] EXAM, verkkosivu. Saatavissa (päivitetty 22.1.2016): <https://confluence.csc.fi/display/EXAM/EXAM>.
- [2] Matematiikan opiskelu TTY:llä, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 1.6.2017): <http://wiki.tut.fi/MatoOpas/3MatematiikanOpiskeluTTYll%E4>.
- [3] Moodle plugins directory: STACK, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 20.4.2017): https://moodle.org/plugins/qtype_stack.
- [4] Ratkaisujen Suomi: Puolivälin tarkistus, Hallituksen toimintasuunnitelma vuosille 2017–2019, Hallituksen julkaisusarja 5/2017, Valtioneuvoston kanslia, 2017, 69 s. Saatavissa: http://vnk.fi/documents/10616/4610410/Toimintasuunnitelma+H_5_2017+280417.pdf
- [5] Stack Documentation: History of previous versions of STACK, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 20.4.2017): http://stack.bham.ac.uk/moodle/question/type/stack/doc/doc.php/Developer/Development_history.md.
- [6] Vastauksia digitaalisia mafyke-kokeita koskevaan kyselyyn, tiedote. Saatavissa (päivitetty 30.3.2017): https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Ajankohtaista/mafyke-ytl-fi.pdf.
- [7] Ylioppilastutkintolautakunnan yleiset määräykset ja ohjeet. Saatavissa (päivitetty 22.5.2017): https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Ohjeet/Yleiset/maaraykset_ja_ohjeet_2017-fi.pdf.
- [8] L. Alfieri, P.J. Brooks, N.J. Aldrich, H.R. Tenenbaum, Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of Educational Psychology*, Vol. 103, Iss. 1, 2011, pp. 1–18. DOI: 10.1037/a0021017.
- [9] R. Azevedo, R.M. Bernard, A meta-analysis of the effects of feedback in computer-based instruction, *Journal of Educational Computing Research*, Vol. 13, Iss. 2, 1995, pp. 111–127. DOI: 10.2190/9LMD-3U28-3A0G-FTQT.
- [10] H. Beetham, R. Sharpe, *Rethinking Pedagogy for a Digital Age: Designing and Delivering E-learning*, Routledge, London, 2007, 260 p.

- [11] J. Biggs, C. Tang, *Teaching for quality learning at university*, 3rd ed. Open University Press, Berkshire, 2007, 335 p.
- [12] P. Black, D. Wiliam, *Assessment and Classroom Learning*, *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, Vol. 5, Iss. 1, 1998, pp. 7–74. DOI: 10.1080/0969595980050102.
- [13] N.J. Cepeda, H. Pashler, E. Vul, J.T. Wixted, D. Rohrer, *Distributed Practice in Verbal Recall Tasks*, *Psychological Bulletin*, Vol. 132, Iss. 3, 2006, pp. 354–380. DOI: 10.1037/0033-2909.132.3.354.
- [14] A. Collins, J.S. Brown, S.E. Newman, *Cognitive apprenticeship: Teaching the craft of reading, writing and mathematics*, in L.B. Resnick (ed.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, 1989, pp. 453–494.
- [15] J.V. Dempsey, M. P. Driscoll, L. K. Swindell, *Text-Based Feedback*, in *Interactive Instruction and Feedback*, in J.V. Dempsey (ed.), G.C. Sales (ed.), *Interactive Instruction and Feedback*, Educational Technology Publ, Englewood Cliffs, NJ, 1993, pp. 21–54.
- [16] K. Devlin, *What Will Count as Mathematics in 2100?* in B. Gold (ed.), R.A. Simons (ed.), *Proof and Other Dilemmas: Mathematics and Philosophy*, Mathematical Association of America, 2008, pp. 291–311.
- [17] J. Eskola, J. Suoranta, *Johdatus laadulliseen tutkimukseen*, Vastapaino, Tampere, 1998, 266 s.
- [18] E.R. Fyfe, *Providing feedback on computer-based algebra homework in middle-school classrooms*, *Computers in Human Behavior*, Vol. 63, 2016, pp. 568–574. DOI: 10.1016/j.chb.2016.05.082.
- [19] E.R. Fyfe, B. Rittle-Johnson, *The benefits of computer-generated feedback for mathematics problem solving*, *Journal of Experimental Child Psychology*, Vol. 147, 2016, pp. 140–151. DOI: 10.1016/j.jecp.2016.03.009.
- [20] M. Gerhäuser, B. Valentin, A. Wassermann, *JSXGraph – Dynamic Mathematics with JavaScript*, *International Journal for Technology in Mathematics Education*, Nol. 17, Iss. 4, 2010, pp. 211–215.

- [21] M. Gredler, *Learning and Instruction: Theory into Practice*, 6th ed. Pearson, New Jersey, 2009, 480 p.
- [22] J. Hattie, H. Timperley, *The Power of Feedback*, *Review of Educational Research*, Vol. 77, Iss. 1, 2007 pp. 81–112. DOI: 10.3102/003465430298487.
- [23] A. Havnes, K. Smith, O. Dysthe, K. Ludvigsen, *Formative assessment and feedback: Making learning visible*, *Studies in Educational Evaluation*, Vol. 38, Iss. 1, 2012, pp. 21–27. DOI: 10.1016/j.stueduc.2012.04.001.
- [24] J. Joutsenlahti, *Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä – 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä*, väitöskirja, Tampereen yliopisto. 2005. Saatavissa: <http://urn.fi/urn:isbn:951-44-6204-1>.
- [25] K. Kataja, *Tietokoneella tehtävä tentti Tampereen yliopiston avoimessa yliopistossa, pro gradu*, Tampereen yliopisto. 2016. Saatavissa: <http://urn.fi/URN:NBN:fi:uta-201606021734>.
- [26] J. Kilpatrick, J. Swafford, B. Findell, *Adding It Up : Helping Children Learn Mathematics*, National Academies Press, Washington, 2001, 461 p.
- [27] A. Kluger, A. DeNisi, *The Effects of Feedback Interventions on Performance*, *Psychological Bulletin*, Vol. 119, Iss. 2, 1996, pp. 254–284. DOI: 10.1037/0033-2909.119.2.254.
- [28] R.W. Kulhavy, *Feedback in Written Instruction*, *Review of Educational Research*, Vol. 47, Iss. 2, 1977, pp. 211–232. DOI: 10.3102/00346543047002211.
- [29] R.W. Kulhavy, R.C. Anderson, *Delay-retention effect with multiple-choice tests*, *Journal of Educational Psychology*, Vol. 68, Iss. 5, 1972, pp. 505–512. DOI: 10.1037/h0033243.
- [30] U. Maier, N. Wolf, C. Randler, *Effects of a computer-assisted formative assessment intervention based on multiple-tier diagnostic items and different feedback types*, *Computers & Education*, Vol. 95, 2016, pp. 85–98. DOI: 10.1016/j.compedu.2015.12.002.
- [31] V. Meisalo, E. Sutinen, J. Tarhio, *Modernit oppimisympäristöt: tietotekniikan käyttö opetuksen ja oppimisen tukena*, Tietosanoma, Helsinki, 2000, 341 s.

- [32] J. Metcalfe, N. Kornell, B. Finn, Delayed versus immediate feedback in children's and adults' vocabulary learning, *Memory & cognition*, Vol. 37, Iss. 8, 2009, pp. 1077–1087. 10.3758/MC.37.8.1077.
- [33] J. Metsämuuronen, Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä: tutkijalaitos, 3. laitos, 2. korj. p. International Methelp, Helsinki, 2006, 1324 s.
- [34] A-M. Mäkelä, Verkkotyökalut yliopistomatematiikan peruskursseilla, diplomityö, Tampereen teknillinen yliopisto, 2016, 92 s.
- [35] T. Nakata, Effects of feedback timing on second language vocabulary learning: Does delaying feedback increase learning? *Language Teaching Research*, Vol. 19, Iss. 4, 2015, pp. 416–434. DOI: 10.1177/1362168814541721.
- [36] Opetushallitus, Lukion opetussuunnitelman perusteet 2015. Saatavissa: http://www.oph.fi/download/172124_lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2015.pdf.
- [37] A. Rasila, L. Havola, H. Majander, J. Malinen, Automatic assessment in engineering mathematics: evaluation of the impact, julkaisussa E. Myller (toim.) Tekniikan opetuksen symposium, Espoo, 9.-10.12.2010, Espoo, s. 37–45.
- [38] A. Rasila, J. Malinen, H. Tiitu, On automatic assessment and conceptual understanding, *Teaching Mathematics and its Applications*, Vol. 34, Iss. 3, 2015, pp. 149–159. DOI: 10.1093/teamat/hrv013.
- [39] A. Rytönen, L. Myyry, Student experiences on taking electronic exams at the University of Helsinki, proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications 2014, 2014, pp. 2114–2121. Saatavissa: <http://hdl.handle.net/10138/158506>.
- [40] C.J. Sangwin, Who uses STACK? A survey of users of the STACK CAA system, Loughborough University, 2015. Saatavissa: <https://dspace.lboro.ac.uk/2134/18540>.
- [41] C. Sangwin, *Computer Aided Assessment of Mathematics*, OUP Oxford, Oxford, 2013, 196 p.
- [42] C.J. Sangwin, N. Köcher, Automation of mathematics examinations, *Computers & Education*, Vol. 94, 2016, pp. 215–227. DOI: 10.1016/j.compedu.2015.11.014.

- [43] P. Silander, H. Koli, Verkko-opetuksen työkalupakki: oppimisaihiosta oppimisprosessiin, Finn Lectura, Helsinki, 2003, 195 s.
- [44] S. Tella, S. Vahtivuori, A. Vuorento, P. Wager, U. Oksanen, Verkko opetuksessa – opettaja verkossa, Edita, Helsinki, 2001, 308 s.
- [45] P. Tynjälä, Oppiminen tiedon rakentamisena: konstruktivistisen oppimiskäsitteiden perusteita, Kirjayhtymä, Helsinki, 1999.
- [46] K. VanLehn, The Relative Effectiveness of Human Tutoring, Intelligent Tutoring Systems, and Other Tutoring Systems, Educational Psychologist, Vol. 46, Iss. 4, 2011, pp. 197–221. DOI: 10.1080/00461520.2011.611369.
- [47] H. Vilkkä, Tutki ja mittaa – määrällisen tutkimuksen perusteet, Kustannusosakeyhtiö Tammi, Helsinki, 2007, 188 s.

LIITE A: KYSELY STACK-TEHTÄVISTÄ

Kysymyksissä 1–15 oli käytössä neliportainen Likertin asteikko: Täysin samaa mieltä, Osittain samaa mieltä, Osittain eri mieltä, Täysin eri mieltä. Kysymykset 16 ja 17 eivät liittyneet STACKiin ja kysymykset 18–21 olivat avoimia.

1. STACK-tehtävät olivat mielekäs tapa tehdä matematiikan tehtäviä
2. Pystyin arvioimaan omaa osaamistasoani STACK-tehtävien avulla
3. Oli hienoa, että saatoin tarkistaa tehtävän milloin vain
4. Oli hienoa, että saatoin tarkistaa tehtävän missä vain
5. Vastausten syöttäminen STACK-tehtäviin oli liian vaikeaa
6. Vihjeet auttoivat tehtävien ratkaisussa
7. Vihjeet vain lisäsivät epätietoisuuttani tehtävän ratkaisusta
8. Koin STACK-tehtävien mallivastaukset omaa oppimistani edistäviksi
9. Katselin mallivastauksen läpi, vaikka sain tehtävän oikein
10. Jos tehtävä meni väärin, niin tutkin mallivastauksesta, mikä tehtävässä meni väärin
11. Jos tehtävä meni väärin, siirryin vain seuraavaan tehtävään katsomatta malliratkaisua
12. Mielestäni STACK-tehtävät edesauttavat oppimista paremmin kuin paperilla laskettavat kotitehtävät / tunnilla laskettavat tehtävät
13. STACK-tehtäviä oli mukavampi tehdä kuin perinteisiä kotitehtäviä
14. Laskin tehtävät laskimella tms. ja syötin vain vastauksen STACK-tehtävään
15. Kertasin / kertaan kokeeseen STACK-tehtävien avulla
18. Mitä hyvää STACK-tehtävissä mielestäsi oli?
19. Mitä huonoa tai kehitettävää STACK-tehtävissä mielestäsi oli?
20. Ovatko STACK-tehtävät hyvä tapa harjoitella matematiikan tehtäviä. Miksi ovat tai miksi eivät ole?
21. Kerro vielä mielipiteesi STACK-tehtävistä kokonaisuudessaan. Anna myös parannusehdotuksia, jos sellaisia tulee mieleen.

LIITE B: RYHMÄKOHTAISET VASTAUKSET STACK-KYSELYYN

Taulukko B.1 Yliopisto-opiskelijoiden (n = 97) vastaukset STACK-tehtäviä koskevaan kyselyyn. TSM/OSM = Täysin/osittain samaa mieltä, TEM/OEM = Täysin/osittain eri mieltä.

Väittäjä	TSM	OSM	OEM	TEM
1. STACK-tehtävät olivat mielekäs tapa tehdä matematiikan tehtäviä	38,1 %	55,7 %	5,2 %	1,0 %
2. Pystyin arvioimaan omaa osaamistasoani STACK-tehtävien avulla	28,9 %	57,7 %	13,4 %	0,0 %
3. Oli hienoa, että saatoin tarkistaa tehtävän milloin vain	93,8 %	6,2 %	0,0 %	0,0 %
4. Oli hienoa, että saatoin tarkistaa tehtävän missä vain	87,6 %	12,4 %	0,0 %	0,0 %
5. Vastausten syöttäminen STACK-tehtäviin oli liian vaikeaa	5,2 %	30,9 %	43,3 %	20,6 %
6. Vihjeet auttoivat tehtävien ratkaisussa	33,0 %	58,8 %	8,2 %	0,0 %
7. Vihjeet vain lisäsivät epä tietoisuuttani tehtävän ratkaisusta	0,0 %	12,4 %	39,2 %	48,5 %
8. Koin STACK-tehtävien mallivastaukset omaa oppimistani edistäviksi	34,0 %	60,8 %	5,2 %	0,0 %
9. Katselin mallivastauksen läpi vaikka sain tehtävän oikein	36,1 %	29,9 %	23,7 %	10,3 %
10. Jos tehtävä meni väärin, niin tutkin mallivastauksesta, mikä tehtävässä meni väärin	66,0 %	23,7 %	8,2 %	2,1 %
11. Jos tehtävä meni väärin, siirryin vain seuraavaan tehtävään katsomatta malliratkaisua	1,0 %	7,2 %	21,6 %	70,1 %
12. Mielestäni STACK-tehtävät edesauttavat oppimista paremmin kuin paperilla laskettavat kotitehtävät / tunnilla laskettavat tehtävät	13,4 %	37,1 %	38,1 %	11,3 %
13. STACK-tehtäviä oli mukavampi tehdä kuin perinteisiä kotitehtäviä	25,8 %	51,5 %	17,5 %	5,2 %
14. Laskin tehtävät laskimella tms. ja syötin vain vastauksen STACK-tehtävään	10,3 %	32,0 %	30,9 %	26,8 %
15. Kertasin / kertaan kokeeseen STACK-tehtävien avulla	20,6 %	47,4 %	23,7 %	8,2 %

Taulukko B.2 Lukio-opiskelijoiden ($n = 27$) vastaukset STACK-tehtäviä koskevaan kyselyyn. TSM/OSM = Täysin/osittain samaa mieltä, TEM/OEM = Täysin/osittain eri mieltä.

Väittäjä	TSM	OSM	OEM	TEM
1. STACK-tehtävät olivat mielekäs tapa tehdä matematiikan tehtäviä	14,8 %	48,1 %	14,8 %	22,2 %
2. Pystyin arvioimaan omaa osaamistasoani STACK-tehtävien avulla	18,5 %	44,4 %	33,3 %	3,7 %
3. Oli hienoa, että saatoin tarkistaa tehtävän milloin vain	37,0 %	40,7 %	14,8 %	7,4 %
4. Oli hienoa, että saatoin tarkistaa tehtävän missä vain	29,6 %	55,6 %	11,1 %	3,7 %
5. Vastausten syöttäminen STACK- tehtäviin oli liian vaikeaa	25,9 %	51,9 %	22,2 %	0,0 %
6. Vihjeet auttoivat tehtävien ratkaisussa	33,3 %	40,7 %	18,5 %	7,4 %
7. Vihjeet vain lisäsivät epätietoisuuttani tehtävän ratkaisusta	7,4 %	33,3 %	29,6 %	29,6 %
8. Koin STACK-tehtävien mallivastaukset omaa oppimistani edistäviksi	22,2 %	37,0 %	33,3 %	7,4 %
9. Katselin mallivastauksen läpi, vaikka sain tehtävän oikein	40,7 %	25,9 %	18,5 %	14,8 %
10. Jos tehtävä meni väärin, niin tutkin mallivastauksesta, mikä tehtävässä meni väärin	44,4 %	40,7 %	11,1 %	3,7 %
11. Jos tehtävä meni väärin, siirryin vain seuraavaan tehtävään katsomatta malliratkaisua	18,5 %	11,1 %	29,6 %	40,7 %
12. Mielestäni STACK-tehtävät edesauttavat oppimista paremmin kuin paperilla laskettavat kotitehtävät / tunnilla laskettavat tehtävät	11,1 %	14,8 %	48,1 %	25,9 %
13. STACK-tehtäviä oli mukavampi tehdä kuin perinteisiä kotitehtäviä	7,4 %	18,5 %	44,4 %	29,6 %
14. Laskin tehtävät laskimella tms. ja syötin vain vastauksen STACK- tehtävään	18,5 %	40,7 %	33,3 %	7,4 %
15. Kertasin / kertaan kokeeseen STACK-tehtävien avulla	14,8 %	11,1 %	22,2 %	51,9 %

LIITE C: KYSELY EXAM-TENTEISTÄ

Kysymyksissä 1–22 oli käytössä neliportainen Likertin asteikko: Täysin samaa mieltä, Osittain samaa mieltä, Osittain eri mieltä, Täysin eri mieltä. Kysymykset 23–29 olivat avoimia.

1. On hienoa, että EXAM-tentin voi tehdä milloin vain
2. EXAM-tenttiin vastaaminen on vaikeaa
3. Live Editorin käyttäminen on helppoa
4. Opin käyttämään Live Editoria kurssin aikana
5. EXAM-tehtävät ovat mielenkiintoisempia kuin perinteiset tehtävät
6. EXAM-tehtävät ovat vaikeampia kuin perinteiset tehtävät
7. Oli mukava tehdä yksi tenttitehtävä kerrallaan sähköisesti
8. Yksittäisten tehtävien tekeminen auttoi minua arvioimaan osaamistasoani
9. Teen mieluummin koko tentin kerralla kuin yksittäisiä tehtäviä
10. Kävin tentissä katselemassa ennen kuin tein tentin
11. Kävin yrittämässä jotakin tenttiä useammin kuin kerran
12. Osasin tehtävät, mutta EXAM-ympäristö hankaloitti vastaamista
13. Sähköisesti vastaaminen on hidasta
14. STACK-tehtävät auttoivat EXAM-tenttiin vastaamisessa
15. Matematiikan tentit voisivat jatkossa olla täysin sähköisiä
16. Haluan jatkossa tehdä matematiikassa vain paperitenttejä
17. Paperisen ja sähköisen matematiikan tentin yhdistelmä on toimiva ratkaisu
18. EXAM-tenteissä aika loppui usein kesken
19. Sähköiset tenttitehtävät ovat mielekäs tapa tehdä matematiikan tehtäviä
20. EXAM-tehtäviä oli mukavampi tehdä kuin perinteisiä tehtäviä
21. Paperin puuttuminen tenttitilasta oli vastaamista hankaloittava puute
22. Teen jatkossakin mielelläni matematiikan tentit sähköisesti
23. Kummalla mieluummin tekisit matematiikan tentin, paperilla vai tietokoneella? Perustele vastaustasi.

24. Oliko uusintamahdollisuus mielestäsi hyödyllinen ja hyödynsitkö sitä? Miten? (esim. Kävitkö katsomassa tenttiä ennen kuin teit sen, kertositko tämän perusteella jne.)
25. Mitä hyvää sähköisessä matematiikan tentissä on?
26. Mitä huonoa/kehitettävää sähköisessä matematiikan tentissä on?
27. Toimiiko sähköinen tentti matematiikassa? Miksi / miksi ei?
28. Rajoittaako sähköinen ympäristö monipuolisten matematiikan tehtävätyyppien käyttöä, vai avaako se uusia mahdollisuuksia? Perustele vastaustasi.
29. Sana on vapaa. Kerro mielipiteesi EXAMista, kurssista, syksystä tai kirjoittele mitä mieleen juolahtaa.

LIITE D: VASTAUKSET EXAM-KYSELYYN

Taulukko D.1 Yliopisto-opiskelijoiden ($N = 64$) vastaukset EXAM-tenttejä koskevaan kyselyyn. TSM/OSM = Täysin/osittain samaa mieltä, TEM/OEM = Täysin/osittain eri mieltä.

Väittämä	TSM	OSM	OEM	TEM
1. On hienoa, että EXAM-tentin voi tehdä milloin vain	100,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %
2. EXAM-tenttiin vastaaminen on vaikeaa	9,4 %	34,4 %	34,4 %	21,9 %
3. Live Editorin käyttäminen on helppoa	14,1 %	48,4 %	31,3 %	6,3 %
4. Opin käyttämään Live Editoria kurssin aikana	43,8 %	43,8 %	12,5 %	0,0 %
5. EXAM-tehtävät ovat mielenkiintoisempia kuin perinteiset tehtävät	20,3 %	39,1 %	32,8 %	7,8 %
6. EXAM-tehtävät ovat vaikeampia kuin perinteiset tehtävät	9,4 %	31,3 %	53,1 %	6,3 %
7. Oli mukava tehdä yksi tenttitehtävä kerrallaan sähköisesti	71,9 %	25,0 %	1,6 %	1,6 %
8. Yksittäisten tehtävien tekeminen auttoi minua arvioimaan osaamistasoani	54,7 %	39,1 %	3,1 %	3,1 %
9. Teen mieluummin koko tentin kerralla kuin yksittäisiä tehtäviä	3,11 %	15,6 %	42,2 %	39,1 %
10. Kävin tentissä katselemassa ennen kuin tein tentin	21,9 %	39,1 %	18,8 %	20,3 %
11. Kävin yrittämässä jotakin tenttiä useammin kuin kerran	90,6 %	7,8 %	0,0 %	1,6 %
12. Osasin tehtävät, mutta EXAM-ympäristö hankaloitti vastaamista	6,3 %	46,9 %	35,9 %	10,9 %
13. Sähköisesti vastaaminen on hidasta	28,1 %	39,1 %	20,3 %	12,5 %
14. STACK-tehtävät auttoivat EXAM-tenttiin vastamisessa	21,9 %	51,6 %	18,8 %	7,8 %
15. Matematiikan tentit voisivat jatkossa olla täysin sähköisiä	35,9 %	43,8 %	15,6 %	4,7 %
16. Haluan jatkossa tehdä matematiikassa vain paperitenttejä	1,6 %	21,9 %	29,7 %	46,9 %
17. Paperisen ja sähköisen matematiikan tentin yhdistelmä on toimiva ratkaisu	21,9 %	46,9 %	21,9 %	9,4 %
18. EXAM-tenteissä aika loppui usein kesken	12,5 %	20,3 %	29,7 %	37,5 %
19. Sähköiset tenttitehtävät ovat mielekäs tapa tehdä matematiikan tehtäviä	39,1 %	43,8 %	10,9 %	6,3 %
20. EXAM-tehtäviä oli mukavampi tehdä kuin perinteisiä tehtäviä	32,8 %	31,3 %	26,6 %	9,4 %
21. Paperin puuttuminen tenttitilasta oli vastaamista hankaloittava puute	48,4 %	42,2 %	6,3 %	3,1 %
22. Teen jatkossakin mielelläni matematiikan tentit sähköisesti	46,9 %	32,8 %	14,1 %	6,3 %

LIITE E: MATEMATIIKAN EXAM-TENTTIIN VASTAAMINEN

Yleisiä ohjeita matematiikan EXAM-tenttiin vastaamiseksi

Kirjoita vastaukset selkeästi. Pelkät vastaukset ja kaavat eivät riitä, vaan tehtävän etenemistä tulee myös selittää kirjallisesti. Vastauksiin tulee kirjoittaa myös välivaiheita näkyviin. Jos matemaattisten kaavojen kirjoittaminen tuntuu hankalalta, voit pyrkiä selittämään tehtävästä mahdollisimman paljon myös sanallisesti.

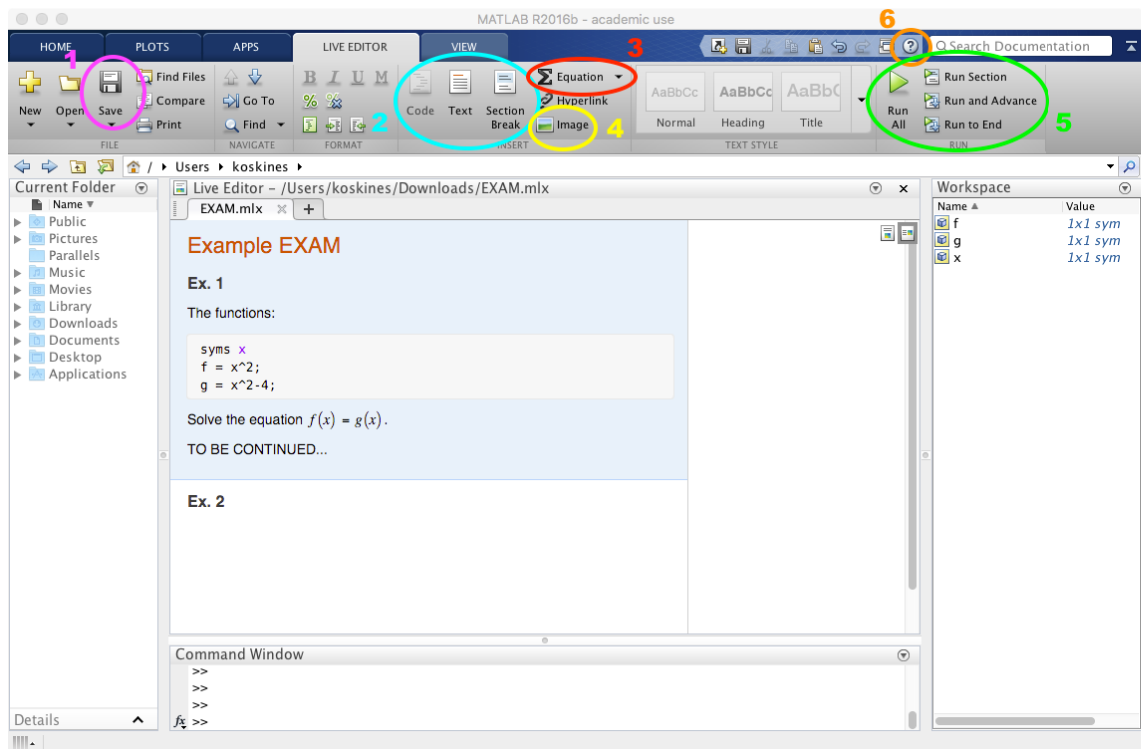
Tenttiin vastataan Matlab-ohjelman Live Editorilla. Näkymässä voit kirjoittaa tekstiä ja laskea laskuja vuorotellen luontevasti (katso esim. Matlabin dokumentaatio `doc Insert Equations into Live Scripts`). Live Editorilla tehdyn vastauksen voi EXAM-järjestelmään liittää liitetiedostona.

Jokainen vastaus tulee jättää erillisenä liitetiedostona. EXAM-järjestelmä sallii vain yhden liitetiedoston liittämisen per tehtävä. Jos haluat liittää vastauksesi tueksi esimerkiksi kuvia, lisää ne Live Editor -tiedostoon. Lopullinen vastaus palautetaan PDF-tiedostona nimellä "Sukunimi_Etunimi", tai jos tentissä on useampia tehtäviä, "Sukunimi_Etunimi_tX", missä X on tehtävän numero. Muussa kuin PDF-muodossa palautettuja vastauksia ei hyväksytä ja ne arvostellaan 0 pisteen arvoiseksi.

Tenttivastaus Matlabin Live Editorilla

Vastaamista Live Editorilla kannattaa harjoitella ennen tenttiä. Lataa siis omalle koneellesi Matlabin versio 2016b, mistä Live Editor löytyy. Ohjeet lataamista varten löydät POP:ista ► Opiskelu ► IT-palvelut ► Välitettävät ohjelmistot.

Vastaamista varten tulee ensin avata Matlab. Tämän jälkeen valitaan yläpalkista New ► Live Script, jolloin live-editori aukeaa. Nyt näkymässä (kuva 1) voidaan kirjoittaa tekstiä, matemaattisia kaavoja tai laskuja vuorotellen. Eri tekstityylit (ot-sikko, normaali yms.) voidaan valita yläpalkista, samoin se, kirjoitetaanko koodia, kaavaa vai normaalia tekstiä.

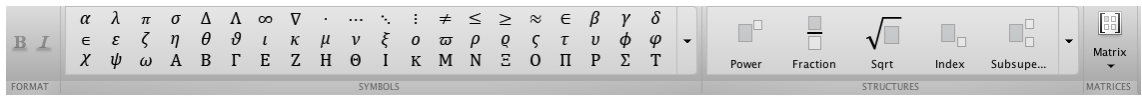


Kuva 1 Matlabin Live Editor -näkyvä. 1 Tallennusvaihtoehdot, 2 Kirjoita tekstiä tai koodia, 3 Kirjoita kaavaa (normaali tai LaTeX), 4 Lisää kuva, 5 Aja koodi, 6 Ohje

Koodi- ja tekstipainikkeiden vieressä löytyy Section Break -painike. Tästä voit jakaa kirjoittamasi tiedoston osiin. Tällöin voit ajaa tiedoston Run Section -painikkeesta, jolloin ohjelma ajaa vain sillä hetkellä muokkaamasi osion. Siten kaikkia tiedoston osia ei tarvitse ajaa joka kerta. Kuvassa 1 näkyy, kuinka tehtävät on jaettu omiin osioihin. Aktiivinen osio on sinisellä taustalla.

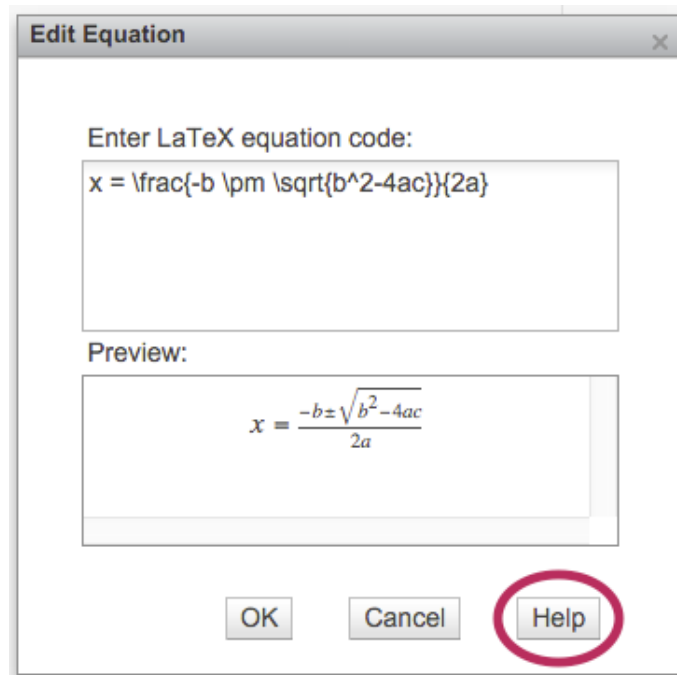
Equation-painikkeen takaa löytyy kaksi kaavaeditoria, manuaalinen ja LaTeX-editori. Katso Matlabin dokumentaatio, joka löytyy osoitteesta https://se.mathworks.com/help/matlab/matlab_prog/insert-equations.html tai Matlabista (kirjoita doc Insert Equations into Live Scripts komentoikkunaan).

Lyhyesti kaavankirjoitusmahdollisuuksia on kaksi. Ensimmäinen vaihtoehto on kirjoittaa kaava interaktiivisesti kirjoittamalla ja klikkailemalla (kuten esimerkiksi Microsoft Wordissa), katso kuva 2



Kuva 2 Matlab Live Editorin kaavaeditori.

Toinen käytettävissä oleva kaavaeditori on TeX-pohjainen ja kääntää kirjoittamaasi koodia reaaliaikaisesti vastauslaatikon alle (kuva 3).



Kuva 3 LaTeX-kaavaeditori.

TeX-koodin kirjoittaminen ei ole vaikeaa, mutta sitä kannattaa harjoitella. Seuraavassa luvussa on kerrottu tärkeimpiä TeX-kaavoja.

Matlabin kaavaeditori keskittää automaattisesti kaikki kaavat (kuva 4). Jos haluat tasata kaavat vasempaan reunaan, poistu “kaavalaatikosta” ja kirjoita kaavan perään esimerkiksi piste. Jos haluat kirjoittaa useamman kaavan peräkkäin, ei “kaavalaatikosta” kannata poistua lainkaan. Tällöin kaavat tasaantuvat “kaavalaatikon” vasempaan reunaan.

Esimerkki 1:

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^2 + 4x + 6 \\ f(0) &= 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 6 = 6 \\ f(2) &= 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 6 = 26 \end{aligned}$$

Yllä kaikki rivit on kirjoitettu saman "kaavalaatikon" sisälle, jolloin rivit on tasattu vasempaan reunaan. Toki yhtälöt edelleen ovat keskitettyinä.

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^2 + 4x + 6 \\ f(0) &= 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 6 = 6 + 6. \\ f(2) &= 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 6 = 26 \end{aligned}$$

Vasempaan reunaan yhtälöt saa vain, jos niiden perään kirjoittaa jotain. Paras ratkaisu on varmaan lisätä perään esimerkiksi piste.

Esimerkki 2:

$$\begin{aligned} x^3 - 5x^2 + 8x + 3 &= x^2 + 4x + 3 \\ \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 4x &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 4) &= 0 \end{aligned}$$

Yllä kaikki yhtälöt on kirjoitettu saman "kaavalaatikon" sisälle. Yhtälöiden eteen on lisätty välilyöntejä, jotta taseus on saatu yhtäsuuruusmerkin kohdalle.

Sama onnistuu myös LaTeXia hyödyntäen, jos sitä haluaa opetella:

$$\begin{aligned} x^3 - 5x^2 + 8x + 3 &= x^2 + 4x + 3 \\ \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 4x &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 4) &= 0 \end{aligned}$$

LaTeX-kaava näyttää tältä:

```
\begin{array}{crl} & & \\ & & & x^3 - 5x^2 + 8x + 3 & = & x^2 + 4x + 3 \\ \Leftrightarrow & & & x^3 - 6x^2 + 4x & = & 0 \\ \Leftrightarrow & x & \left( & x^2 - 6x + 4 & \right) & = & 0 \\ \end{array}
```

Kuva 4 Kaavojen tasaaminen Live Editorilla.

Kun tenttivastauksesi on valmis, tallenna vastaus painamalla Save-painikkeen alla olevaa nuolta ja valitse "Export to PDF...". Tallenna PDF-tiedosto nimellä Sukunimi_Etunimi ja palauta tiedosto tenttivastauksen liitteenä. Älä käytä muita tiedostomuotoja! Varmista myös, että PDF-tiedosto aukeaa normaalisti.

Muutama sana TeX-editorista

Alle on koottu tärkeimpiä TeX-editorissa tarvittavia kaavoja. TeX-editoriin kirjoitetaan kaavaa lisäämällä aina komennon eteen merkki. Esimerkiksi kreikkalaiset kirjaimet saadaan kirjoittamalla merkin perään kirjaimen englanninkielinen nimi, esimerkiksi α saadaan kirjoittamalla `\alpha`. Vastaavasti esimerkiksi σ on `\sigma` ja μ on `\mu`. Lisää esimerkkejä löytyy tämän ohjeen lopusta, liitteestä `LATEXMathematical Symbols`.

Alla olevassa taulukossa on hyödyllisiä kirjoitus-esimerkkejä. Jos haluamaasi merkkiä tai koodia ei taulukosta löydy, vilkaisepa liitettä.

Taulukko 1 TeX-koodeja ja niitä vastaavat tulosteet.

Koodi	Tulkinta
<code>\\ ja \</code>	rivin vaihto ja välilyönti
<code>\text{tavallinen teksti}</code>	tavallinen teksti
<code>x_{i} x^{n}</code>	$x_i \quad x^n$
<code>\overline{x} \ \hat{x}</code>	$\bar{x} \quad \hat{x}$
<code>\text{I}\!\!R \ \text{I}\!\!C</code>	$\mathbb{R} \quad \mathbb{C}$
<code>\pm \ \cdot \ \Leftrightarrow</code>	$\pm \quad \cdot \quad \Leftrightarrow$
<code>\infty \ \in \ \partial</code>	$\infty \quad \in \quad \partial$
<code>\neq \ \geq \ \leq</code>	$\neq \quad \geq \quad \leq$
<code>\sqrt{a+b} \ \sqrt[n]{143}</code>	$\sqrt{a+b} \quad \sqrt[n]{143}$
<code>\sin{x} \ \arccos{x} \ \log{x}</code>	$\sin x \quad \arccos x \quad \log x$
<code>\frac{x^3-2y}{2x^2+5}</code>	$\frac{x^3 - 2y}{2x^2 + 5}$
<code>\int_0^\infty f(x) \, dx \ \Big/_{a}^b F(x)</code>	$\int_0^\infty f(x) \, dx \quad \Big/_{a}^b F(x)$
<code>\sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})</code>	$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})$
<code>\lim_{h \rightarrow 1} \frac{5h^2+4h-6}{3h^3}</code>	$\lim_{h \rightarrow 1} \frac{5h^2 + 4h - 6}{3h^3}$