



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO  
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**VEERA MOILANEN**  
**KARKEAVALSSAIMEN NOPEUSSÄÄTÖ DISKREETTIAIKAI-**  
**SELLA LINEAR QUADRATIC GAUSSIAN -SÄÄTIMELLÄ**

Diplomityö

Tarkastajat: Prof. Matti Vilkkö  
Yliop. leht. Terho Jussila  
Tarkastaja ja aihe hyväksytty teknisten  
tieteiden tiedekuntaneuvoston  
kokouksessa 09.11.2016

# TIIVISTELMÄ

**VEERA MOILANEN:** Karkeavalssaimen nopeussäätö diskreettiaikaisella Linear Quadratic Gaussian -säätimellä  
Tampereen teknillinen yliopisto  
Diplomityö, 73 sivua, 6 liitesivua  
huhtikuu 2017  
Automaatiotekniikan koulutusohjelma  
Pääaine: Prosessien hallinta  
Tarkastajat: Prof. Matti Vilkkö, Yliop. leht. Terho Jussila  
Avainsanat: Karkeavalssaus, LQG-säätö, diskreettiaikainen, mekaniikkamalli, moottorikäyttö, simulointi, emulointi

Työssä tutkittiin karkeavalssikäytön nopeussäätöä suunnittelemalla systeemille diskreettiaikainen LQG-säädin. Tavoitteena oli selvittää, saadaanko diskreettiaikaisella LQG-säädöllä parempia säätötuloksia kuin jatkuva-aikaisella LQG-säädöllä. Tuloksia verrailtiin myös PI-säädön tuloksiin. Säätötavoitteina olivat kaistanleveyden kasvattaminen ja nopeusvirheen aikaintegraalin pienentäminen. Tavoitteena oli myös implementoida suunniteltu diskreettiaikainen säädin reaaliaikaiseen emulointijärjestelmään.

Mekaniikan olemassa olevaan monimassamalliin lisättiin uudet tilat moottorin laakerin nopeudelle ja asentokulmalle. Laajennetulle mallille suunniteltiin diskreettiaikainen LQG-säädin. Mekaniikan monimassamallia laajennettiin myös käsittämään kahden moottorikäytön yhteinen malli, jonka nopeussäätöä tutkittiin.

Tuloksia verrattiin jatkuva-aikaisen LQG-säädön ja PI-säädön tuloksiin. Diskreettiaikaisella säädöllä saatiin lähes vastaavia tuloksia jatkuva-aikaisen LQG-säädön kanssa. Säätöä rajoittivat moottorikäytön ja taajuusmuuttajan säädön dynamiikka. Säätimen toimintaa testattiin reaaliaikaisessa emulointiympäristössä, jossa oli mallinnettu myös laitteiden kommunikoinnin viiveitä.

## ABSTRACT

**VEERA MOILANEN:** Speed control of a roughing mill with Discrete-Time Linear Quadratic Gaussian control

Tampere University of Technology

Master's thesis, 73 pages, 6 Appendix pages

April 2017

Master's Degree Programme in Automation Technology

Major: Control Engineering

Examiner: Prof. Matti Vilkkö, Yliop. leht. Terho Jussila

Keywords: Roughing mill, speed control, LQG control, discrete-time, mechanical model, motor drive, simulation

The goal for this thesis was to design speed control of a roughing mill with discrete-time LQG controller and compare its results to the results of continuous-time LQG controller. Discrete-time LQG control was also compared with PI control. Criteria for control was to increase bandwidth and reduce the integral of squared error.

The multi-mass model of roughing mill mechanics was expanded with new states for velocity and angle of motor bearing. Discrete-time LQG controller was then designed for the expanded model. Multi-mass model was also expanded to include jointed model of two drives. Speed control of this model was also studied.

Simulation results were compared to the results of continuous-time LQG control and PI control. The results showed that control performance of discrete-time LQG control was almost as good as control performance of continuous-time LQG control. Control performance was partly limited by drive and converter control dynamics. Finally, discrete-time LQG controller was implemented and tested in real-time control system with modelled communication delays.

## ALKUSANAT

Tämä työ on tehty ABB Oy:n Drives Packages -yksikölle. Haluan kiittää ABB:tä mahdollisuudesta tehdä diplomityö mielenkiintoisesta aiheesta. Erityiset kiitokset haluan osoittaa ohjaajalleni Mikko Kostiaiselle, jonka asiantuntemuksesta ja neuvoista on ollut suuri apu työssä.

Työn valvojina ovat toimineet professori Matti Vilkkonen ja yliopiston lehtori Terho Jussila. Prof. Vilkkonesta haluan kiittää asiantuntevista kommentteista työn rakentamiseen ja käytännön seikkoihin liittyen. Erityiskiitokset haluan osoittaa yliop. leht. Jussilalle, joka auttoi minua säätötekniikkaan liittyvissä kysymyksissä.

Lopuksi haluan kiittää perhettäni ja ystäviäni, jotka ovat tukeneet minua opinnoissani. Lisäksi haluan kiittää Jussia, joka on kannustanut minua ja tehnyt opiskelujastani mukavaa.

Tampere, 12.4.2017

Veera Moilanen

# SISÄLLYS

|   |    |
|---|----|
| 1. Johdanto . . . . .                                 | 1  |
| 1.1 Työn tavoitteet ja rakenne . . . . .              | 2  |
| 2. Mekaniikkamalli . . . . .                          | 5  |
| 2.1 Kaksimassajärjestelmä . . . . .                   | 5  |
| 2.2 Valssikäytön säädettävä järjestelmä . . . . .     | 7  |
| 2.3 Yhdistetyn valssikäytön malli . . . . .           | 11 |
| 3. LQG-säätimen suunnittelu . . . . .                 | 15 |
| 3.1 Diskretointi . . . . .                            | 15 |
| 3.2 Näytteenottovälin valinta . . . . .               | 18 |
| 3.3 Kaistanleveys . . . . .                           | 20 |
| 3.4 Tilasäätö . . . . .                               | 20 |
| 3.5 Tilahavaintsija . . . . .                         | 22 |
| 3.6 Yhdistetty tilasäätö ja tilahavaintsija . . . . . | 25 |
| 3.7 Linear Quadratic -säätö . . . . .                 | 27 |
| 3.8 Kalman-suodin . . . . .                           | 28 |
| 3.9 Linear Quadratic Gaussian -säätö . . . . .        | 30 |
| 3.10 Servo-ongelma . . . . .                          | 30 |
| 3.11 Integroiva säätö . . . . .                       | 33 |
| 3.12 Anti-windup . . . . .                            | 36 |
| 4. Nopeussäädön simulointi . . . . .                  | 38 |
| 4.1 LQG-säätö . . . . .                               | 41 |
| 4.2 PI-säätö . . . . .                                | 52 |
| 4.3 Kahden lähdön LQG-säätö . . . . .                 | 54 |
| 5. Koejärjestely . . . . .                            | 57 |
| 6. Tulokset . . . . .                                 | 62 |

|   |    |
|---|----|
| 7. Yhteenveto . . . . .                           | 69 |
| 7.1 Jatkotutkimus . . . . .                       | 70 |
| Lähteet . . . . .                                 | 72 |
| A. Mekaniikan arvojen laskenta . . . . .          | 74 |
| B. Suhteellisarvolaskennan perussuureet . . . . . | 75 |
| C. Käytetyt mekaniikan arvot . . . . .            | 76 |
| D. Säädetty systeemi . . . . .                    | 78 |

# KUVALUETTELO

|   |    |
|---|----|
| 2.1 Kahden hitausmassan järjestelmä . . . . .             | 5  |
| 3.1 Diskretoitu järjestelmä . . . . .                     | 16 |
| 3.2 Tilahavaitsija . . . . .                              | 23 |
| 3.3 Yhdistetty tilasäätö ja tilahavaitsija . . . . .      | 26 |
| 3.4 Servojärjestelmän lohkokaaeviesitys . . . . .         | 32 |
| 3.5 Anti-windupin periaate . . . . .                      | 37 |
| 4.1 Jatkuva-aikaisen systeemin napa-nollakuva . . . . .   | 39 |
| 4.2 Jatkuva-aikaisen systeemin impulssivaste . . . . .    | 40 |
| 4.3 Mekaniikan kuvautuminen taajuustasossa . . . . .      | 41 |
| 4.4 Diskretoidun systeemin napa-nollakuvat . . . . .      | 42 |
| 4.5 Nopeusvirheen aikaintegraali . . . . .                | 45 |
| 4.6 Simulointituloksia 1 . . . . .                        | 47 |
| 4.7 Simulointituloksia 2 . . . . .                        | 49 |
| 4.8 Simulointituloksia 3 . . . . .                        | 50 |
| 4.9 Simulointituloksia 4 . . . . .                        | 51 |
| 4.10 PI-säädön simulointituloksia . . . . .               | 53 |
| 4.11 Yhdistetyn valssikäytön simulointituloksia . . . . . | 56 |
| 5.1 Käyttöliittymä . . . . .                              | 60 |

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 6.1 | Virheen aikaintegraali roottorin nopeudelle eri näytteenottoväleillä . . | 66 |
| 6.2 | Simuloinnin ja emulointiympäristön erot . . . . .                        | 68 |
| D.1 | Simulointimallin lohkokaavio . . . . .                                   | 78 |
| D.2 | Emulointiympäristön lohkokaavio . . . . .                                | 79 |



## TAULUKKOLUETTELO

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 6.1 | Simulointitulokset . . . . .                            | 62 |
| 6.2 | Stabiiliustarkastelun tulokset . . . . .                | 63 |
| 6.3 | Tilojen keskihajonnat . . . . .                         | 67 |
| B.1 | Suhteellisarvolaskennan perussuureet . . . . .          | 75 |
| C.1 | Esimerkkisysteemin mekaniikan suhteellisarvot . . . . . | 76 |
| C.2 | Esimerkkisysteemin moottorin perusarvot . . . . .       | 77 |
| C.3 | Esimerkkisysteemin ominaistajuudet . . . . .            | 77 |

## LYHENTEET JA MERKINNÄT

|        |   |
|--------|---|
| ABB    | Asea Brown Boveri   |
| AMC    | Application and Motor Controller, taajuusmuuttajan ohjauskortti                   |
| BW     | Bandwidth, suljetun systeemin kaistanleveys                                       |
| IAE    | Integral of Absolute Error, absoluuttisen erosuureen integraalin tunnusluku       |
| LQ     | Linear Quadratic, lineaarinen optimisäädin  |
| LQG    | Linear Quadratic Gaussian, LQ-säädin Gaussisesti jakautuneelle häiriölle          |
| LQR    | Linear Quadratic Regulator, LQ-säädin regulaattori                                |
| MIMO   | Multiple Input Multiple Output systeemi, jossa on useita tuloja ja useita lähtöjä |
| ND     | Non-Drive, moottoriakselin vapaa pää  |
| PEC    | Power Electronic Controller, akselinohjausjärjestelmä                             |
| PI     | Proportional Integral, säädintyyppi   |
| p.u.   | suhteellisarvo, per unit  |
| SI     | Système International d'unités, mittayksikköjärjestelmä                           |
| SISO   | Single Input Single Output systeemi, jossa on yksi lähtö ja yksi tulo             |
| SSE    | Sum of Squared Error, neliöllisen erosuureen integraalin tunnusluku               |
| StabVa | systeemin stabiiliusvara  |
| TAF    | Torque Amplification Factor, vääntömomentin vahvistuskerroin                      |
| VahVa  | avoimen systeemin vahvistusvara   |
| VaiVa  | avoimen systeemin vaihevara   |
| $a$    | anti-windup -vahvistus  |
| $A$    | jatkuva-aikaisen tilamuuttujavektorin kerroinmatriisi                             |
| $A_a$  | alemman valssikäytön tilamuuttujavektorin kerroinmatriisi                         |
| $A_r$  | nopeusvirheen aikaintegraali roottorille  |
| $A_t$  | nopeusvirheen aikaintegraali telalle  |
| $A_y$  | ylemman valssikäytön tilamuuttujavektorin kerroinmatriisi                         |
| $a$    | anti-windupin vahvistus   |
| $B$    | jatkuva-aikaisen ohjausvektorin kerroinmatriisi                                   |
| $B_a$  | alemman valssikäytön ohjausvektorin kerroinmatriisi                               |
| $B_y$  | ylemman valssikäytön ohjausvektorin kerroinmatriisi                               |

|           |  |
|-----------|--|
| $B_d$     | jatkuva-aikaisen mallin deterministisen häiriön kerroinmatriisi          |
| $c$       | vääntövaimennuskerroin   |
| $c_{ij}$  | hitausmassojen $i$ ja $j$ välinen vääntövaimennuskerroin                 |
| $C$       | mittaussuureen tilamuuttujavektorin kerroinmatriisi                      |
| $C_a$     | alemman valssikäytön mittaussuureen tilamuuttujavektorin kerroinmatriisi |
| $C_s$     | säätimen tilamallin mittaussuureen tilamuuttujavektorin kerroinmatriisi  |
| $C_y$     | ylemmän valssikäytön mittaussuureen tilamuuttujavektorin kerroinmatriisi |
| $C_{yy}$  | säädettävän suureen tilamuuttujavektorin kerroinmatriisi                 |
| $dn$      | nopeuden maksimipoikkeama asetusravosta kuormaiskun seurauksena          |
| $dt$      | nopeuden asettumisaika kuormaiskusta                                     |
| $D_s$     | säätimen tilamallin mittauksen ohjaussuureen kerroinmatriisi             |
| $e$       | erosuure   |
| $G_s$     | PI-säätimen siirtofunktio  |
| $h$       | näytteenottoväli ja pitoaika   |
| $i$       | hitausmassan $i$ indeksi   |
| $I$       | identiteettimatriisi   |
| $j$       | hitausmassan $j$ indeksi   |
| $J$       | hitausmomentti, kustannus  |
| $J_i$     | hitausmassan $i$ hitausmomentti  |
| $J_j$     | hitausmassan $j$ hitausmomentti  |
| $k$       | kertaluku  |
| $K$       | vääntöjousivakio, tilahavaitajan vahvistus                               |
| $K_i$     | PI-säätimen integrointivahvistus   |
| $K_{ij}$  | hitausmassojen $i$ ja $j$ välinen vääntöjousivakio                       |
| $K_p$     | PI-säätimen P-osan vahvistus   |
| $L$       | tilasäädön vahvistus   |
| $m$       | ohjaussuureiden lukumäärä  |
| $M_c$     | Gramin matriisi ohjattavuudelle  |
| $M_o$     | Gramin matriisi tarkkailtavuudelle                                       |
| $n$       | tilojen lukumäärä  |
| $n_{max}$ | moottorikäytön maksiminopeus   |
| $N$       | asetusarvon etukompensointikerroin                                       |
| $N_u$     | kompensointimatriisi ohjauksen tasapainotilalle                          |

|             |  |
|-------------|--|
| $N_x$       | kompensointimatriisi referenssitilalle                   |
| $O$         | nollamatriisi  |
| $P$         | Riccatin yhtälön ratkaisu Kalman-suotimelle              |
| $Q$         | tilojen painomatriisi                                    |
| $Q_i$       | tilojen painomatriisin painokerroin integraattoritilalle |
| $r$         | referenssisignaali                                       |
| $R$         | ohjausten painomatriisi                                  |
| $s$         | Laplace-tason muuttuja                                   |
| $s_i$       | jatkuva-aikaisen systeemin nolla                         |
| $S$         | Riccatin yhtälön ratkaisu LQ-säädössä                    |
| $t$         | aika   |
| $t^*$       | suhteellinen aika  |
| $t_B$       | ajan suhteellisarvo, suhteellisarvolaskennan perussuure  |
| $t_d$       | viivetermi   |
| $t_k$       | näytteenottohetki  |
| $t_r$       | asettumisaika roottorin nopeudelle kuormaiskun jälkeen   |
| $t_t$       | asettumisaika telan nopeudelle kuormaiskun jälkeen       |
| $T_c$       | vääntövaimennuksesta aiheutuva momentti                  |
| $T_e$       | moottorin sähköinen momentti                             |
| $T_{in}$    | moottorin puoleisen hitausmassan momentti                |
| $T_K$       | kiertojäykkyydestä aiheutuva momentti                    |
| $T_L$       | pyörimistä vastustava kuormamomentti                     |
| $T_{out}$   | kuorman puoleisen hitausmassan momentti                  |
| $T_r$       | moottorikäytön momentin referenssi                       |
| $u$         | ohjaussignaali   |
| $u_a$       | ohjaussignaali alemman valssikäytön systeemille          |
| $u_d$       | deterministinen häiriösuure                              |
| $u_{ss}$    | ohjaussignaali tasapainotilassa                          |
| $u_y$       | ohjaussignaali ylemmän valssikäytön systeemille          |
| $v$         | mittaushäiriö  |
| $V$         | mittaushäiriön kovarianssimatriisi                       |
| $w$         | tilan häiriö   |
| $W$         | prosessihäiriön kovarianssimatriisi                      |
| $x$         | prosessin tilamuuttuja                                   |
| $\hat{x}$   | tilan estimaatti   |
| $\tilde{x}$ | tilan estimointivirhe                                    |
| $x_a$       | tilamuuttuja alemman valssikäytön systeemille            |

|                  |  |
|------------------|--|
| $x_i$            | tilamuuttuja integraattoritilalle  |
| $x_r$            | referenssitila   |
| $x_{ss}$         | tilamuuttuja tasapainotilassa  |
| $x_y$            | tilamuuttuja ylemmän valssikäytön systeemille  |
| $X$              | välitulos Riccatin yhtälön ratkaisun laskennassa   |
| $X_c$            | ohjattavuustestin matriisi   |
| $X_o$            | tarkkailtavuustestin matriisi  |
| $y$              | mittaussignaali  |
| $\hat{y}$        | mittauksen estimaatti  |
| $\tilde{y}$      | mittauksen estimointivirhe   |
| $y_a$            | mittaussignaali alemman valssikäytön systeemille   |
| $y_r$            | referenssimittaus  |
| $y_y$            | mittaussignaali ylemmän valssikäytön systeemille   |
| $z$              | kompleksimuuttuja  |
| $z_i$            | diskretoidun systeemin nolla   |
| $\Gamma$         | ohjausvektorin kerroinmatriisi diskreettiaikaisessa mallissa   |
| $\Gamma_{aug}$   | ohjausvektorin kerroinmatriisi diskreettiaikaisessa mallissa, kun integraattoritila on lisätty       |
| $\Gamma_e$       | estimaatin ohjaussuureen kerroinmatriisi diskreettiaikaisessa mallissa                               |
| $\Gamma_d$       | deterministisen häiriön kerroinmatriisi diskreettiaikaisessa mallissa                                |
| $\phi$           | systemin kulma   |
| $\Phi$           | tilamuuttujavektorin kerroinmatriisi diskreettiaikaisessa mallissa                                   |
| $\Phi_{aug}$     | tilamuuttujavektorin kerroinmatriisi diskreettiaikaisessa mallissa, kun integraattoritila on lisätty |
| $\Phi_e$         | estimaatin tilavektorin kerroinmatriisi diskreettiaikaisessa mallissa                                |
| $\Delta\Omega$   | kulmanopeuden muutos   |
| $\Delta\Omega_r$ | roottorin nopeuden maksimipudotus kuormaiskussa  |
| $\Delta\Omega_t$ | telan nopeuden maksimipudotus kuormaiskussa  |
| $\tau$           | aikavakio moottorille  |
| $\theta$         | akselin kiertymäkulma  |
| $\theta_i$       | hitausmassan i asentokulma   |
| $\theta_j$       | hitausmassan j asentokulma   |
| $\omega$         | sähköinen kulmanopeus, rad   |
| $\omega_B$       | sähköinen kulmanopeus suhteellisarvona   |
| $\omega_i$       | hitausmassan i sähköinen kulmanopeus   |
| $\omega_j$       | hitausmassan j sähköinen kulmanopeus   |

|            |                               |
|------------|-------------------------------|
| $\omega_s$ | näytteenottotaajuus           |
| $\Omega$   | mekaaninen kulmanopeus, rad/s |
| $\sigma_x$ | tilan keskihajonta            |

# 1. JOHDANTO

Nykyteollisuudessa prosessien optimaalinen säätö on avainasemassa, kun prosessin tehokkuutta ja energiankulutusta halutaan parantaa. Prosessin optimaalisella säädöllä voidaan myös vaikuttaa prosessituotteen laatuun ja prosessin huoltokustannuksiin. Hyvällä säädöllä on mahdollista pienentää merkittävästi prosessista johtuvien häiriöiden vaikutusta prosessin toimilaitteisiin ja lopputuotteiden laatuun. Prosessin hyvä säätö voi myös johtaa toimilaitteiden ja prosessin komponenttien kustannustehokkuuteen, kun laitteisto voidaan mitoittaa pienemmille rasituksille kuten virtapiikeille tai vääntörasituksille.

Teollisuudessa sähkömoottorikäytöt ovat tulleet olennaiseksi osaksi prosessin säätöä, sillä ne voivat toimia joko vakionopeudella tai vaihtuvilla nopeuksilla riippuen prosessin säätötarpeesta. Sähkömoottorikäyttöjen nopeussäätö on toteutettu usein PI-säätimellä (Proportional Integral), jolla saadaan säädölle usein riittävä suorituskyky.

Sähkömoottorikäytöt ovat olennaisessa osassa myös metallin karkeavalssauksessa. Valssauksessa on kyse metallin muokausprosessista, jossa metalliäihio viedään kahden pyöreän valssitelan välistä muokaten paksua metalliäihiota ohuemmaksi. Metallin valssikäytöllä tarkoitetaan sähkömoottorikäyttöä, jossa moottorin sähköenergia muutetaan valssainten tekemäksi mekaaniseksi työksi. Valssikäytössä tarvitaan tarkkaa pyörimisnopeuden säätödynamiikkaa ja suurta vääntömomenttia hyvän tuotteen laadun saamiseksi. Valssaimia ohjataan tahtimoottoreilla, joille syötetään virtaa taajuusmuuttajasta. Taajuusmuuttaja säätää moottorin ja valssaimien pyörimisnopeutta yrittäen pitää nopeuden vakiona. Kuormamomentti kasvaa askelmaisesti metalliäihion tullessa valssin kitaan. Nopeussäätö yrittää kompensoida momentin lisäyksestä johtuvaa pyörimisnopeuden putoamista lisäämällä momenttiohjetta momenttisäätäjälle, joka nostaa moottorin sähköistä momenttia. Sähköinen momentti alkaa kasvaa, kunnes se saavuttaa kuormamomentin. Vastaavasti metalliäihion poistuessa valssista kuormamomentti tippuu ja nopeussäätö yrittää vastata momentin

muutokseen pienentämällä moottorin momenttiohjetta.

Valssikäytön mekaniikalla on moottorin, telojen ja akselien suuresta hitausmassasta johtuen alhainen ominaistaajuus. Kun kuormamomenttia tai nopeuden referenssiä muutetaan äkillisesti, niin kuorman ja moottorin nopeudet voivat erota suuresti. Tällöin telojen välittämä kuorma alkaa helposti värähdellä valssitelojen ja moottorin välillä. Värähtelyn voimistuminen sähkökäytössä voi johtaa hallitsemattomiin tilanteisiin ja rasittaa moottoria, akseleita tai valssiteloja. Lisäksi kuormamomentin askelmainen muutos tyhjästä kuormasta nimelliseen momenttiin tai yli nimellisen momentin aiheuttaa haasteita moottorin pyörimisnopeudensäädölle. Värähtelyn vaikutusta on pyritty pienentämään aktiivisuotimilla (Vukosavic 2007), mutta värähtelyä ei ole kyetty kokonaan poistamaan. Vääntövärähtelyn vaimentamista erilaisilla suotimilla on tutkittu myös diplomitöissä (Hellberg 2009) ja (Huikuri 2005).

Valssikäytön mekaniikan värähtelyä voidaan tutkia valssikäytön mekaniikan tilamallin avulla. Valssikäyttö koostuu tahtimoottorista, joka on kytketty valssiteloihin useiden akselien ja vaihteiden kautta. Valssikäytön osia voidaan mallintaa hitausmassoina ja massojen välisinä jousina. Mekaaninen malli valssille saadaan mallintamalla moottori, kuorma ja välissä olevat akselit usean hitausmassan monimassajärjestelmänä. Monimassajärjestelmän säätöä ja mallintamista sähkökäytöissä kuormavärähtelyn minimoimiseksi on tutkinut ainakin Saarakkala (2014). Monimassajärjestelmien, varsinkin kaksimassajärjestelmien, värähtelyä on säädetty jatkuva-aikaisesti PI-säätimillä (Joost 2008), (Park 2003) ja tilamalliin pohjautuvalla LQ-säädöllä (Linear Quadratic), (Ji 1993), (Kostiainen 2013), (Zhang 2006). Värähtelyä on pienennetty myös Kalman-suodinta käyttämällä (Gang 2009).

Mikrokontrollerien ja digitaalitekniikan kehittyminen ovat lisänneet myös digitaalisten säädinten käyttöä. Niiden muunneltavuus, laskentatarkkuus ja luotettavuus ovat usein hyviä, minkä takia ne ovat osittain korvaamassa analogiset säätimet. Diskreettiaikaisessa säätösuunnittelussa on kuitenkin otettava huomioon näkökohtia, joita jatkuva-aikaisessa säätösuunnittelussa ei esiinny.

## 1.1 Työn tavoitteet ja rakenne

Työn tavoitteena on kehittää olemassa olevaa LQG-säätöä, jotta säädölle saataisiin parempi suorituskyky. Säädön suunnittelussa on otettava huomioon järjestelmän suorituskykyvaatimukset. Niiden rajoissa on pyrittävä suunnittelemaan parem-



pi säädin. Suunnitellun diskreettiaikaisen LQG-säädön suorituskykyä on sitten tarkoitettu verrata vastaavan jatkuva-aikaisen LQG-säädön suorituskykyyn. Suljetun systeemin kaistanleveyttä halutaan kasvattaa, jotta säätö toimisi nopeammin ja vasteajasta saataisiin pienempi. Lisäksi tässä työssä pyritään suunnittelemaan LQ-säädölle todellista systeemiä vastaava emulointiympäristö, jossa suunniteltua säädintä on tarkoitettu testata, sekä vertailla säädön suorituskykyä nykyisen PI-säädön suorituskykyyn ja teorian mukaisesti arvioituun suorituskykyyn. Ympäristöön suunnitellaan myös helppokäyttöinen käyttöliittymä, jotta säädin on mahdollista virittää kokeellisesti ilman syvällisempää tilasäädön tai säätötekniikan osaamista. Käyttöliittymän lopullinen toteutus jää kuitenkin työn ulkopuolelle.

Työn yhtenä tavoitteena on valssikäytön järjestelmästä tehdyn monimassamallin laajentaminen vastaamaan paremmin olemassa olevaa valssijärjestelmää. Nykyisestä mekaniikkamallista puuttuu kokonaan moottorin ND-päässä (Non-Drive) olevan aksiaalilaakerin vastimen inertian huomioon ottaminen. Moottorin nopeus mitataan moottorin ND-päästä, jossa aksiaalilaakeri sijaitsee. Mittaus laakerin päästä ei siis kerro tarkkaa roottorin nopeutta, vaan aksiaalilaakerin nopeuden jota on käytetty roottorin nopeusmittauksena. Laakerin mallinnus näkyy mekaniikkamallissa uusina tiloina. Aksiaalilaakerin asentokulma on 180 asteen vaihesiirrossa muun järjestelmän kanssa, jolloin sen asentokulma ja nopeus säätyvät väärään suuntaan muihin tiloihin nähden. Mallipohjaisella tilasäädöllä asia voidaan huomioida, jolloin laakerin asentokulma ei aiheuta häiriötä säätöön.

Lisäksi tutkitaan mahdollisuutta säätää kahta eri moottorikäytöllä ohjattua valssitelaa yhdellä kahden lähdön tilasäätimellä. Karkeavalssaimet muodostuvat yleensä kahdesta päällekkäisestä valssitelasta, joita ohjataan omilla sähkökäyttöillään. Kuormamomentin jakaantuminen teloille ei ole tasaista kuormaiskun hetkellä, koska telojen pyörimisnopeudet eivät ole täysin samat eikä aihio aina osu tasaisesti molemmille teloille. Käyttöjen kuorman jakoa ohjataan kuormanjakosäätimellä, jonka toiminta voi aiheuttaa häiriöitä nopeussäätimille. Yhden tilasäätimen säädön suunnittelulla pyritään pienentämään valssitelojen välistä kuorman kautta tapahtuvaa värähtelyä. Kahden moottorikäytön systeemin mekaanisia värähtelyitä ja mallipohjaista säätöä ovat tutkineet ainakin Ohba (2007) ja Itoh (2004).

Nykyisen nopeussäädön kaistanleveyttä rajoittavat säätöjärjestelmän ohjelmaviiveet, nopeusmittauksen toiminta ja säädettävän mekaniikan ominaisuudet. Nykyisellä nopeussäädöllä vain mekaniikan alimmat ominaistajuudet osuvat säädön kais-

tanleveydelle. Kaistanleveyttä halutaan kasvattaa, jotta säädölle saadaan parempi suorituskyky. Kaistanleveyttä voidaan mahdollisesti kasvattaa pienentämällä järjestelmän ja säädön säätöväliä. Jos kaistanleveys saadaan myös mekaniikan korkeille ominaistajuuksille, niin korkeiden ominaistajuuksien värähtelyä on mahdollista vaimentaa säädöllä. Säädön kaistanleveyden kasvattamista säätimen diskretoinnilla on tutkittu ainakin konvertterien säädössä (Lei 2015).

Luvussa 2 esitellään monimassajärjestelmän matemaattinen malli ja siitä johdettu tilamalli, jota käytetään LQG-säädössä. Säädettäviksi tiloiksi on tarkoitus valita kaikki merkittävät hitausmassojen nopeudet ja massojen väliset kiertymäkulmat. Mallin tulee kuvata riittävän tarkasti todellista prosessia, jotta prosessia voidaan säätää mallin perusteella suunnitellulla LQG-säätimellä. Mekaanisesta värähtelystä ja sen mallintamisesta on kirjoittanut esimerkiksi Harris ja Piersol (2002). Luvussa 2 käsitellään myös kahden lähdön systeemin tilasäädön toteuttamiseen tarvittavaa mallia.

Luvussa 3 esitetään metodeja diskreettiaikaisen tilasäädön ja LQ-säädön rakentamiselle tilamallista. LQG-säädössä on kyse säädön optimoinnista neliöllisen funktion minimoimisella tiloille ja ohjauksille annettavien painokerrointen mukaan. Diskreettiä tilasäätöä ja LQ-säätöä käsittelevät mm. Åström ja Wittenmark (1997) ja Franklin et al. (1998).

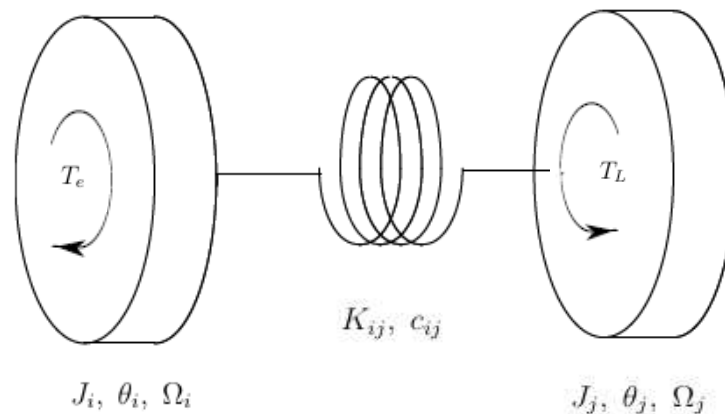
Luvussa 4 esitetään säätösuunnittelua ja säädön suorituskyvyn arviointia varten tehdyt simulointikokeet. Luvussa 5 esitellään simulointituloksien varmistamiseksi tehty emulointiympäristö. Ympäristön avulla säädön hyvyyttä on tarkoitus testata mahdollisimman aidossa ympäristössä, sillä testaustarkoituksiin ei ole mahdollista käyttää oikeaa metallin valssausjärjestelmää. Luvussa 6 kerrotaan simuloinnin ja emuloinnin tulokset ja verrataan diskreettiaikaisen LQG-säädön tuloksia jatkuva-aikaisen LQG-säädön ja PI-säädön tuloksiin.

## 2. MEKANIKKAMALLI

Karkeavalssauksen mekaniikkamallissa on otettava huomioon kaikki valssijärjestelmän osakomponentit, jotta mallista saadaan mahdollisimman tarkka. Valssin osakomponentteja voidaan kuvata pyörivinä hitausmassoina, jotka kytkeytyvät toisiinsa massattomilla värähtelevillä jousilla, joilla kuvataan kiertojäykkyyksiä ja vaimennuksia. (Harris ja Piersol 2002) Luvussa on ensin selitetty mekaniikan mallintaminen kahden hitausmassan järjestelmälle, josta selviää periaate mekaniikan mallintamiseksi valssikäytön järjestelmälle.

### 2.1 Kaksimassajärjestelmä

Kaksimassajärjestelmässä mekaanisen järjestelmän komponentit kuvataan kahtena eri hitausmassana, jotka ovat kytkeytyneet toisiinsa painottoman jousen kautta. Mekaniikkaa on havainnollistettu kuvassa 2.1.



**Kuva 2.1** Kahden hitausmassan järjestelmä, jossa moottorin ja kuorman hitausmassa on kytketty yhteen värähtelevällä jousella. (Huikuri 2005)

Kuvassa esitettyyn mekaniikkaan kohdistuu järjestelmää pyörittävä sähköinen vääntömomentti  $T_e$ . Pyörimistä vastustaa kuormamomentti  $T_L$ . Momenttitasapainossa

sähkömoottorin kehittämä momentti on yhtäsuuri kuin kuorman vastamomentti ja hitausmassojen kiihdytykseen tarvittava momentti. Momenttitasapaino pätee myös moottorin ja kuorman välisille hitausmassoille, jolloin moottorin puoleisen hitausmassan momentti  $T_{in}$  on yhtäsuuri kuin kuormituksen puoleisen hitausmassan momentti  $T_{out}$  ja hitausmassojen kiihdytykseen tarvittava momentti. Yleisesti yksittäiselle mekaniikan hitausmassalle, kuten moottorille tai akselille, voidaan siis kirjoittaa momenttitasapainon säilyttävä yhtälö kappaleen hitausmomentin  $J$  ja kappaleen kulmanopeuden  $\dot{\Omega}$  avulla

$$T_{in} = J\dot{\Omega} + T_{out}. \quad (2.1)$$

Kuvan 2.1 jousi kuvaa hitausmassojen välistä mekaanista vastusta, kuten kiertojäykkyyttä ja vääntövaimennusta. Pyörivien hitausmassojen yhdistämiseen käytetään usein kytkintä. Kytkimellä on vääntöjousivakio  $K$  ja vääntövaimennuskerroin  $c$ , jotka riippuvat kytkimen välittämästä vääntömomentista. Monimassajärjestelmän vääntömomentti kytkimen kiertojäykkyydelle saadaan hitausmassan  $i$  ja  $j$  välissä olevien akselien asentokulmien  $\theta_i$  ja  $\theta_j$  muutoksen ja hitausmassojen välisen vääntöjousivakion  $K_{ij}$  tulosta. Kiertojäykkyyden momenttia voidaan kuvata yhtälöllä

$$T_K = K_{ij}(\theta_i - \theta_j). \quad (2.2)$$

Monimassajärjestelmässä hitausmassojen välillä on myös vaimennuksia, jotka vaimentavat mekaanista värähtelyä. Kiertovärähtelyä vaimentava momentti on kytkimeen liittyvien hitausmassojen  $i$  ja  $j$  välisen kulmanopeuden erotuksen  $\Omega_i - \Omega_j$  ja hitausmassojen välisen vääntövaimennuskertoimen  $c$  tulo

$$T_c = c_{ij}(\Omega_i - \Omega_j). \quad (2.3)$$

Monimassajärjestelmissä järjestelmää vastustavaa momenttia voidaan kuvata kiertojäykkyyden ja kiertovärähtelyn vaimennuksen avulla. Koko monimassaisen järjestelmän dynamiikka voidaan kuvata mallilla, jossa mekaaniselta elementiltä toiselle siirrytään ketjuttamalla hitausmassat sähköistä momenttia vastustavien voimien kautta. Näin kaksimassaiselle sähköiselle järjestelmälle saadaan kuvan 2.1 mukainen malli

$$\begin{cases} T_e = J_i \dot{\Omega}_i + K_{ij}(\theta_i - \theta_j) + c_{ij}(\Omega_i - \Omega_j) \\ K_{ij}(\theta_i - \theta_j) + c_{ij}(\Omega_i - \Omega_j) = J_j \dot{\Omega}_j + T_L \end{cases} \quad (2.4)$$

Kun merkitään  $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$  ja  $\dot{\theta}_{ij} = \Omega_i - \Omega_j$ , niin yhtälöt saadaan muotoon

$$\begin{cases} \dot{\Omega}_i = \frac{-K_{ij}}{J_i} \theta_{ij} + \frac{T_e}{J_i} \\ \dot{\theta}_{ij} = \Omega_i - \Omega_j \\ \dot{\Omega}_j = \frac{K_{ij}}{J_j} \theta_{ij} + \frac{T_L}{J_j}. \end{cases} \quad (2.5)$$

Mallia voidaan laajentaa käsittämään useampiakin hitausmassoja, kunhan vain tiedetään hitausmassojen arvot, vääntäjousivakiot ja vääntövaimennuskertoimet. Mekaniikan vakioiden laskentaa on käsitelty lyhyesti liitteessä A.

## 2.2 Valssikäytön säädettävä järjestelmä

Aksiaalilaakeri on moottorin ND-päässä. Laakeriin ei kohdistu muita mekaanisia voimia kuin akselin kiertojäykkyys. Laakerin momenttitasapainossa laakerin hitausmassan  $J_0$  ja laakerin kulmanopeuden muutoksen  $\dot{\Omega}_0$  tulo on yhtäsuuri kuin laakerin moottorin sähköistä momenttia  $T_e$  vastustava momentti  $T_0$

$$J_0 \dot{\Omega}_0 = -T_0. \quad (2.6)$$

Momentti  $T_0$  voidaan kirjoittaa myös hitausmassojen välissä olevien mekaanisten vastusten avulla yhtälöiden ( 2.2) ja ( 2.3) mukaisesti, jolloin vastustavaksi momentiksi saadaan

$$T_0 = K_{01}(\theta_0 - \theta_1) + c_{01}(\Omega_0 - \Omega_1). \quad (2.7)$$

Aikaisempi säätämättömän valssikäytön mekaniikan tilamalli on muodostettu ketjuttamalla valssikäytön mekaniikkaan kuuluvat hitausmassat moottorin sähköistä momenttia vastustavien voimien kautta. Siinä on 11 tilaa. (Kostiainen 2013) Mallissa ei

ole kuitenkin otettu huomioon moottorin ND-päässä ollutta aksiaalilaakeria, josta moottorin nopeus mitataan. Sen sijaan moottorin nopeus on oletettu mitattavan suoraan moottorin roottorista. Myös mallin ( 2.6) kuvaama aksiaalilaakerin kulmanopeuden muutos sekä laakerin ja moottorin välisen akselin kiertymäkulma valitaan uuden mallin tilamuuttujiksi. Uudelle 13-tilaiselle tilamallille saadaan implisiittinen esitys ( 2.8) ja eksplisiittinen esitys ( 2.9):

$$\begin{cases} 0 & = J_0 \dot{\Omega}_0 + K_{01}(\theta_0 - \theta_1) + c_{01}(\Omega_0 - \Omega_1) \\ K_{01}(\theta_0 - \theta_1) + c_{01}(\Omega_0 - \Omega_1) + T_e & = J_1 \dot{\Omega}_1 + K_{12}(\theta_1 - \theta_2) + c_{12}(\Omega_1 - \Omega_2) \\ K_{12}(\theta_1 - \theta_2) + c_{12}(\Omega_1 - \Omega_2) & = J_2 \dot{\Omega}_2 + K_{23}(\theta_2 - \theta_3) + c_{23}(\Omega_2 - \Omega_3) \\ \vdots & \\ K_{56}(\theta_5 - \theta_6) + c_{56}(\Omega_5 - \Omega_6) & = J_6 \dot{\Omega}_6 + T_L, \end{cases} \quad (2.8)$$

$$\begin{cases} \dot{\Omega}_0 & = \frac{-K_{01}}{J_0} \theta_0 - \frac{c_{01}}{J_0} (\Omega_0 - \Omega_1) \\ \dot{\theta}_{01} & = \Omega_0 - \Omega_1 \\ \dot{\Omega}_1 & = \frac{K_{01}}{J_1} \theta_{01} + \frac{c_{01}}{J_1} (\Omega_0 - \Omega_1) - \frac{K_{12}}{J_1} \theta_{12} - \frac{c_{12}}{J_1} (\Omega_1 - \Omega_2) + \frac{T_e}{J_1} \\ \dot{\theta}_{12} & = \Omega_1 - \Omega_2 \\ \vdots & \\ \dot{\Omega}_6 & = \frac{K_{56}}{J_6} \theta_{56} + \frac{c_{56}}{J_6} (\Omega_5 - \Omega_6) - \frac{T_L}{J_6}. \end{cases} \quad (2.9)$$

Lineaarisia dynaamisia systeemejä voidaan esittää matemaattisesti tilojen ja ulostulojen avulla. Tilamallista voidaan muodostaa matriisimuotoinen tilaesitys, kun valitaan mallille sisääntulosuureet  $u$  ja mittaussuureet  $y$  sekä tilasuureet  $x$ , joita valitaan  $n$  kappaletta. Tilavektorin dimensio on silloin  $n \times 1$ . Tilamallin tiloiksi valitaan mekaniikan mallinnettujen hitausmassojen seitsemän nopeustilaa ja kuusi asentokulmaa. Tilavektori on  $13 \times 1$ -kokoinen pystyvektori

$$x = \begin{bmatrix} \Omega_0 & \theta_{01} & \Omega_1 & \theta_{12} & \dots & \Omega_6 \end{bmatrix}^T. \quad (2.10)$$

Sisääntulosuureet voivat olla ohjauksia  $u$  tai deterministisiä häiriöitä  $u_d$ . Mekani-

kan tilamallin sisäänmenoksi  $u$  valitaan moottorin sähköinen momentti  $T_e$ . Systemiin kohdistuu myös kuormahäiriö. Kuormahäiriö näkyy kuormaiskun hetkellä ensin valssin telojen nopeudessa. Se vaikuttaa järjestelmään, kunnes moottorin momentti on kasvatettu yhtä suureksi kuin kuormamomentti. Kuormamomentti  $T_L$  valitaan häiriösuureeksi  $u_d$ . Ulostuloiksi valitaan kaikkien hitausmassojen nopeudet ja hitausmassojen väliset asentokulmat. Mittaussuureeksi  $y$  valitaan moottorin laakerin nopeus  $\Omega_0$ , koska moottorin nopeusmittaus tehdään todellisuudessa laakerin päästä.

Tilaesityksen tilojen, jossa tilojen lukumäärä on  $n$  ja ohjaussuureiden lukumäärä on  $m$ , välistä dynamiikkaa kuvaa  $n \times n$ -matriisi  $A$ . Ohjausmatriisi  $B$  on dimensioltaan  $n \times m$ . Mittausmatriisin  $C$  dimensio riippuu mittaussuureiden määrästä. Jatkuvan tilan lineaarinen ja aikainvariantti tilayhtälö on

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + B_d u_d(t) \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Tilamallin dynamiikkamatriisi  $A$  on  $13 \times 13$ -matriisi

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-c_{01}}{J_0} & \frac{-K_{01}}{J_0} & \frac{c_{01}}{J_0} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{c_{01}}{J_1} & \frac{K_{01}}{J_1} & \frac{-(c_{01} + c_{12})}{J_1} & \frac{-K_{12}}{J_1} & \frac{c_{12}}{J_1} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{c_{56}}{J_6} & \frac{K_{56}}{J_6} & \frac{-c_{56}}{J_6} \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Ohjausmatriisi  $B$  on  $13 \times 1$ -matriisi

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{J_1} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (2.13)$$

Systemin ainoana mittauksena on laakerin nopeus, joten matriisi  $C$  on  $1 \times 13$ -matriisi

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Häiriön kerroinmatriisi  $B_d$  on  $13 \times 1$ -matriisi

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{-1}{J_6} \end{bmatrix}^T. \quad (2.15)$$

Sähkökoneiden parametrit voivat olla SI (Système International d'unités)-yksiköissä määriteltynä huomaatavan erisuuria, mikä voi aiheuttaa vaikeuksia säätöjärjestelmän lukualueen määrittelylle. Tämän vuoksi käytetään usein suhteellisarlolaskentaa, jossa suureet jaetaan moottorin nimellisarvoista riippuvilla perusarvoilla. Vaihtosähkökoneiden perusarvojen laskenta perustuu standardiin IEC-60034. Perusarvot koostuvat perussuureista ja niistä johdetuista apusuureista. Perussuureet ja apusuureet on esitetty liitteessä B. Suhteellisarlvojen yksikkö on p.u. (per unit). Suhteellisarlvolaskennassa myös aika on suhteellinen. (Niiranen 1999) Tilamallin aikamuuttuja muutetaan suhteellisarlvojärjestelmään tekemällä muuttujan vaihto ajasta  $t$  ajan suhteellisarlvon  $t_*$  ja ajan perusarvon tuloksi  $t = t_B t_*$ . Muuttujan vaihdosta saadaan ajan suhteellisarlvon differentiaaliksi  $dt_*$

$$dt_* = \frac{1}{t_B} dt = \omega_B dt. \quad (2.16)$$

Monet säätöjärjestelmän aikavakiot eivät usein kuitenkaan riipu suhteellisen ajan perusarvon  $t_B$  määräävästä moottorin sähköisestä kulmanopeudesta  $\omega_B$ . Tällöin yksinkertaisempaa säätöjärjestelmän analysoinnin kannalta on käyttää suhteellisarlvojärjestelmää, jossa mekaniikan parametrit ovat suhteellisarlvoja, mutta aika ei ole suhteellinen. (Niiranen 1999) Määrittelemällä aikamuuttuja yhtälön ( 2.16) mukaisesti

$$t_* = \omega_B t \quad (2.17)$$

ja tekemällä muuttujan vaihto ajan suhteellisarlvoilla laskettuun malliin saadaan tilamalli, jossa aika ei ole suhteellinen, mutta matriisien  $A$ ,  $B$  ja  $B_d$  parametrien arvot ovat suhteellisarlvoja. Uusi tilamalli on



$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \omega_B Ax(t) + \omega_B Bu(t) + \omega_B B_d u_d(t) \\ y(t) &= Cx(t).\end{aligned}\tag{2.18}$$

Valssikäytöissä mekaniikan resonanssitaajuudet ovat hyvin matalia, koska valssiteiloilla ja akseleilla on usein suuret hitausmassat. Hitausmassojen pyöriessä äkillinen muutos kuormamomentissa tai referenssissä saa moottorin ja kuorman hitausmassat värähtelemään keskenään. Systemin resonanssitaajuuksia kutsutaan myös systemin ominaistajuuksiksi. Systemin ominaisarvot voidaan laskea systemin dynamiikkaa kuvaavan matriisin  $A$  avulla systemin karakteristisen polynomin ratkaisusta

$$\det(sI - A) = 0.\tag{2.19}$$

Systemin ominaistajuuDET voidaan määrittää systemin ominaisarvojen imaginääriosista. OminaistajuuDET voivat herätä kuormaiskujen seurauksena ja aiheuttaa vaikeuksia säädölle.

## 2.3 Yhdistetyn valssikäytön malli

Karkeavalssaimet muodostuvat tyypillisesti kahdesta päällekkäisestä valssitelasta, joita pyöritetään omilla sähkökäyttöillään suuren tehontarpeen takia. Telojen pyörimisnopeuksiin tulee kuormamomentin muutoksesta johtuva askelmainen häiriö aihion tullessa valssitelojen väliin. Kuormamomentti ei kuitenkaan jakaannu tasaisesti molempien telojen välille, sillä ylemmän ja alemman telan nopeudessa voi olla eroa, ja aihio kulkeutuu epätasaisesti telojen väliin. Nopeusero johtaa siihen, että aihio valssautuu epätasaisesti ja sen toinen reuna voi kaartua suksimaisesti. Tätä ei yleensä haluta, sillä kaartunut pää voi haitata seuraavaa valssausta. Momentin suuri jakautuminen taas voi aiheuttaa haitallisia voimia aihioon tai teloille. Käyttöjen kuormituksen jakoa ohjataan kuormanjakosäätimellä. Se voi kuitenkin aiheuttaa häiriöitä käyttöjen nopeussäätimille.

Jos alemman ja ylemmän valssitelan nopeutta säädetään yhteisellä LQ-säätimellä, niin kuorman värähtelyn vaikutusta voidaan pienentää molempien valssitelojen yhteisohjaukseen suunnitellulla säätimellä. Säädin laskee sekä ylemmälle että alemmalle valssitelalle yhteisesti optimaalisimmat takaisinkytkennän vahvistukset. Yhteisellä

säätimellä on mahdollista vaikuttaa myös telojen väliseen nopeuseroon.

Yhdistetyn mallin tuloina ovat molempien moottorien sähköiset momentit ja lähtöinä moottorien mekaaniset kulmanopeudet. Yhdistetyn valssikäytön malli on siis MIMO (Multiple Input, Multiple Output)-tyyppinen. Sillä on siis useita ohjaussuureita ja useita säätösuureita. Yhteisen tilasäädön säätösuunnittelua varten ylemmän ja alemman moottorimekaniikan tilamallit tulee yhdistää. Kahden tilamallin yhdisteen saa yhdistämällä tilavektorit ja ohjaukset uuteen tilamalliin, jolloin systeemin ohjaussuureina ovat alemman ja ylemmän valssikäytön sähköiset momentit ja lähtösuureina molempien käyttöjen hitausmassojen nopeudet ja hitausmassojen väliset asentokulmat. Mittaussuureiksi valitaan molempien valssikäyttöjen laakerien nopeudet. Yhdistetylle mallille saadaan tilamalli, jossa alaindeksit  $y$  ja  $a$  viittaavat ylemmän ja alemman valssikäytön mallien objekteihin. Yhdistetyssä valssijärjestelmässä on 26 tilaa, joista tilat 1 – 13 kuvaavat ylemmän valssikäytön nopeus- ja paikkatiloja, ja tilat 14 – 26 alemman valssikäytön nopeus- ja paikkatiloja. Yhdistetty malli on täydennetty nollamatriiseilla  $O$ , joiden dimensiot ovat matriisissa  $A$   $13 \times 13$ , matriisissa  $B$   $13 \times 1$  ja matriisissa  $C$   $1 \times 13$ . Yhdistetty tilamalli on

$$\begin{bmatrix} x_y(k+1) \\ x_a(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_y & O \\ O & A_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_y \\ x_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_y & O \\ O & B_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_y \\ u_a \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\begin{bmatrix} y_y(k) \\ y_a(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_y & O \\ O & C_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_y \\ x_a \end{bmatrix}.$$

Yhdistetty malli ( 2.20) ei kuvaa telojen välistä vuorovaikutusta.

Kuormaiskun hetkellä moottorikäytöt ovat vuorovaikutuksessa keskenään aihion kautta, jolloin ylemmän telan nopeus vaikuttaa alemman telan nopeuteen ja päinvastoin. Valssitelojen nopeuksien välillä on siis ristikkäisvaikutuksia, jolloin ylemmän systeemin tila vaikuttaa epäsuorasti myös alemman systeemin tilaan ja toisin päin.

Kiefer ja Kugi (2007) on mallintanut yhteiskäyttöisen valssimekaniikan valssitelojen nopeudeksi ylemmälle telalle

$$\Omega_{6y} = \frac{1}{2}(\Omega_{6y} + \Omega_{6a}) \quad (2.21)$$

ja alemmalle telalle

$$\Omega_{6a} = \frac{1}{2}(\Omega_{6a} - \Omega_{6y}). \quad (2.22)$$

Telan nopeudessa näkyy myös toisen valssikäytön telan nopeuden vaikutus. Yhdistetyn mallin telojen nopeussuureet  $\Omega_{6y}$  ja  $\Omega_{6a}$  korvataan uusilla nopeussuureilla ( 2.21) ja ( 2.22) ja kirjoitetaan uudet tilamallin mukaiset yhtälöt

$$\begin{cases} \vdots \\ \dot{\theta}_{56y} = \Omega_{5y} - \frac{1}{2}(\Omega_{6y} + \Omega_{6a}) \\ \dot{\Omega}_{6y} = \frac{K_{56}}{J_6}\theta_{56y} + \frac{c_{56}}{J_6}(\Omega_{5y} - \frac{1}{2}(\Omega_{6y} + \Omega_{6a})) - \frac{T_L}{J_6}, \end{cases} \quad (2.23)$$

$$\begin{cases} \vdots \\ \dot{\theta}_{56a} = \Omega_{5a} - \frac{1}{2}(\Omega_{6a} - \Omega_{6y}) \\ \dot{\Omega}_{6a} = \frac{K_{56}}{J_6}\theta_{56a} + \frac{c_{56}}{J_6}(\Omega_{5a} - \frac{1}{2}(\Omega_{6a} - \Omega_{6y})) - \frac{T_L}{J_6}. \end{cases} \quad (2.24)$$

Yhtälöistä saadaan muodostettua ristikkäisvaikutukset huomioon ottava tilamalli. Ristikkäistermit näkyvät matriiseissa  $A_y$  ja  $A_a$  uusina kertoimina telojen nopeuksille. Kertoimet ristikkäisvaikutuksille ovat:

$$K_y = -\frac{c_{56}}{2J_6}\Omega_{6a}, \quad (2.25)$$

$$K_a = \frac{c_{56}}{2J_6}\Omega_{6y}. \quad (2.26)$$

Kuormamomentti  $T_L$  vaikuttaa sekä ylempään että alempaan moottorikäyttöön jakautuen ylempään ja alemman valssikäytön kesken. Mallinnetaan yhteistä kuormamomenttia

$$T_L = T_{Ly} + T_{La}. \quad (2.27)$$

Todellisuudessa kuormamomentti ei jakaannu täysin tasaisesti telojen kesken, sillä valssattavassa aihiossa on epätasaisuuksia. Aihio voi myös osua epätasaisesti valssin kitaan, jolloin koko kuormamomentti voi hetkellisesti olla vain toisella valssikäytöllä.

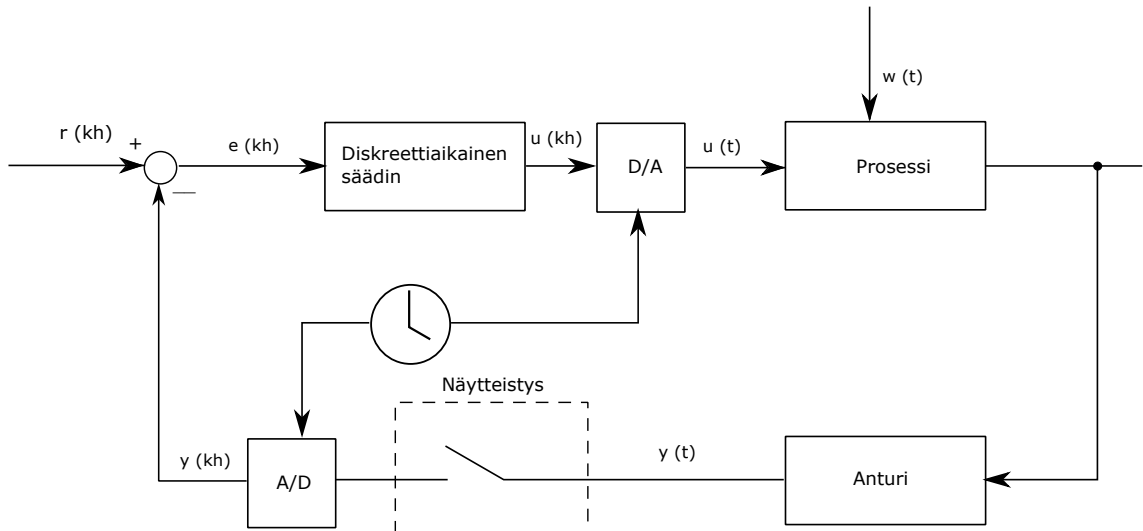
## 3. LQG-SÄÄTIMEN SUUNNITTELU

Tässä luvussa käsitellään lyhyesti lineaaristen diskreettiaikaisten järjestelmien tilasäätöä ja taustateoriaa. Tilasäädöstä edetään optimisäätöteoriaan kuuluvaan LQ-menetelmään. Lopuksi käsitellään tilasäädön muuttamista referenssiä seuraavaksi. Esitetty säätöteoria perustuu suurelta osin lähteisiin (Franklin et al. 1998) ja (Åström ja Wittenmark 1997).

### 3.1 Diskretointi

Vaikka useat luonnon prosessit ovat luonteeltaan jatkuva-aikaisia, niin prosessien säätö toteutetaan kuitenkin usein digitaalisella säätimellä. Tämä johtuu tehokkaiden prosessoripohjaisten laitteiden yleistymisestä. Ratkaisuna jatkuva-aikaista systeemiä voidaan ohjata diskreetillä säätimellä. Kuva 3.1 esittää diskreettiaikaisella säätimellä säädettyä järjestelmää. Prosessista kerätään ensin anturilla jatkuva-aikainen mittaussignaali. Anturin mittaama jatkuva-aikainen signaali  $y(t)$  näytteistetään pitoajalla  $h$ . Näytehetki on ei-negatiivinen kokonaisluku  $k$ . Näytteistetty signaali  $y(kh)$  ohjataan tietokoneelle, joka laskee halutun asetusarvon  $r(kh)$  ja näytteistetyn mittauksen  $y(kh)$  välisen erosuureen  $e(kh)$  avulla prosessin ohjaukseen tarvittavan ohjaussignaalin. Tämä uusi diskreettiaikainen signaali  $u(kh)$  muutetaan taas jatkuva-aikaiseksi signaaliksi, joka syötetään prosessille.

Diskretoinnilla tarkoitetaan jatkuva-aikaisen systeemin (2.11) muuttamista diskreettiaikaiseen muotoon ottamalla jatkuva-aikaisesta signaalista näytteitä, joiden käyttäytymistä näytteenottohetkillä tarkastellaan. Diskretoinnissa valitaan näytteenottohetki  $t_k$ , jolloin jatkuva-aikaisesta signaalista otetaan uusi arvo. Uudelle arvolle lasketaan uusi ohjaussignaali. Tilamallille saadaan aikainvariantti, diskretoitu muoto, kun ratkaistaan jatkuva-aikaisesta differentiaaliyhtälöstä (2.11) seuraavan näytteenottohetken tila  $x(t_k)$  yleisen tilayhtälön ratkaisun ja tilansiirtomatriisin avulla. Jos systeemi diskretoidaan nollannen kertaluvun pidolla, niin oletetaan, että näytteenottohetkien välissä ohjaussignaali pysyy vakiona. Oletetaan myös, että ohjauk-



**Kuva 3.1** Diskreettiaikaisella säätimellä säädetään jatkuva-aikaista prosessia, jossa jatkuva-aikainen mittausta näytteistetään ja näytteistettyä mittausta käytetään käytetään diskreettiaikaisen säätimen takaisinkytkennässä. (Franklin et al. 1998)

sen laskentaan ei kulu yhtään aikaa, jolloin ohjausarvon  $u(t_k)$  katsotaan perustuvan hetken  $t_k$  mittausarvoihin. Tällöin näytteenottovälillä  $h$  saadaan tasaiselle näytteenotolle  $t_k = kh$ .

Kun oletetaan, että alussa  $t_0 = 0$ , niin jatkuva-aikaisesta tilamallista (2.11) saadaan muutettua diskreettiaikainen tilamalli, jossa systeemin dynamiikkamatriisi on  $\Phi$ , ohjausmatriisi on  $\Gamma$  ja deterministisen häiriön kerroinmatriisi on  $\Gamma_u$ . Tilojen tai ohjausten määrä ei muutu jatkuva-aikaisen tilamallin diskretoinnissa, joten matriisien  $\Phi$  ja  $\Gamma$  dimensiot ovat samat kuin matriiseja vastaavien jatkuva-aikaisen tilamallin matriisien  $A$  ja  $B$  dimensiot. Myös deterministisen häiriömatriisin  $\Gamma_u$  dimensio on sama kuin jatkuva-aikaisen tilamallin matriisilla  $B_d$ . Systeemin säädettävä suure on  $y_y$  ja sen kerroinmatriisi  $C_{yy}$ , jonka dimensio on sama kuin jatkuva-aikaisen tilamallin matriisilla  $C$ . Systeemiin kohdistuu lisäksi kohinaisia häiriöitä ympäristöstä. Lisätään systeemin tilayhtälöön tiloihin kohdistuvaa tuntematonta prosessihäiriötä  $w(kh)$ , joka on valkoista nollakeskiarvoista kohinaa. Prosessihäiriön  $w(kh)$  odotusarvoksi oletetaan  $E(w(kh)) = 0$ . Häiriön varianssimatriisi olkoon vakio  $W$ . Toinen häiriötermi  $v(kh)$  kuvaa mittauksen epäideaalisuudesta johtuvaa valkoista nollakeskiarvoista mittauskohinaa. Se lisätään systeemin mittaussuureeseen  $y$ . Systeemin häiriöllisen mittauksen  $y$  kerroinmatriisi on  $C$ , jonka dimensio on sama kuin jatkuva-aikaisen tilamallin matriisilla  $C$ . Mittaushäiriön odotusarvoksi oletetaan  $E(v(kh)) = 0$ . Mittaushäiriön varianssimatriisi olkoon vakio  $V$ . Diskreettiaik-

kainen tilamalli on

$$\begin{aligned}x(kh + h) &= \Phi x(kh) + \Gamma u(kh) + \Gamma_d u_d(kh) + w(kh) \\y_y(kh) &= C_{yy} x(kh) \\y(kh) &= Cx(kh) + v(kh).\end{aligned}\tag{3.1}$$

Diskreettiaikainen dynamiikkamatriisi  $\Phi$  voidaan ratkaista jatkuva-aikaisen systeemin dynamiikkamatriisista  $A$  sarjakehitelmän avulla

$$\Phi = e^{Ah} = I + Ah + \frac{A^2 h^2}{2!} + \frac{A^3 h^3}{3!} + \dots\tag{3.2}$$

Matriisin  $\Phi$  laskentaan on olemassa myös muita kehittyneempiä menetelmiä (Moler ja Loan 2003). Myös Franklin et al. (1998) on käsitellyt matriisien  $\Phi$  ja  $\Gamma$  laskentaa. Diskreettiaikaisen tilamallin matriisit  $\Phi$  ja  $\Gamma$  ovat

$$\Phi = e^{Ah}\tag{3.3}$$

$$\Gamma = \int_0^h e^{As} ds B.\tag{3.4}$$

Jos häiriösuure  $u_d$  on vakio, niin  $\Gamma_d$  on

$$\Gamma_d = \int_0^h e^{As} ds B_d.\tag{3.5}$$

Teoriaosuudessa diskreettiaikaisen järjestelmän näytteenottoväliksi on asetettu jatkossa  $h = 1$  yksinkertaisuuden ja selkeyden vuoksi.

Diskreettiaikaisessa tilamallissa tilamatriisin  $\Phi$  ominaisarvot toteuttavat polynomiyhtälön

$$\det(zI - \Phi) = 0.\tag{3.6}$$

Ominaisarvojen avulla voidaan analysoida lineaarisen tilamallin stabiiliutta. Dis-

kreettiaikainen SISO (Single Input Single output) -systeemi on stabiili, jos sen matriisin  $\Phi$  ominaisarvot ovat yksikköympyrän sisällä tai kehällä, ja kehällä sijaitsevat ominaisarvot esiintyvät vain kerran. Systeemi on asympotoottisesti stabiili, jos ja vain jos sen kaikki ominaisarvot ovat aidosti stabiiliusalueen sisällä. Jos taas yksikin ominaisarvo on yksikköympyrän ulkopuolella, niin systeemi on epästabiili. (Glad ja Ljung 2000)

Kun diskretoitu signaali halutaan kuvata jatkuva-aikaisessa muodossa, niin diskretoinnin pitopiiri aiheuttaa järjestelmään viivettä, joka määräytyy näytteenottovälin pituudesta. Viiveet takaisinkytketyssä järjestelmässä voivat heikentää säätösystemin stabiiliutta ja vaimennusta. Kun diskretoidussa järjestelmässä  $u(kh)$  näyte otetaan näytteenottovälillä  $h$ , niin diskretoitua signaalia vastaava jatkuva-aikainen signaali on alkuperäistä signaalia jäljessä keskimäärin  $h/2$  pituisen ajan. Digitaalisen säädön muuntimien vaikutus on siis karkeasti arvioiden sama kuin analogisen säädön säätövälin puolikkaan suuruinen viive. Viive laskee taajuustasossa diskretoidun systeemin kulmaa

$$\phi = \frac{w_b h}{2} \quad (3.7)$$

verran, kun  $w_b$  on jatkuva-aikaisen systeemin taajuus. Koska viiveen suuruus riippuu näytteenotosta  $h$ , niin näytteenottovälin valinnalla on merkitystä diskretoidun järjestelmän ominaisuuksiin.

## 3.2 Näytteenottovälin valinta

Näytteenottovälin valinta on diskretoinnissa tärkeää, sillä liian pitkällä näytteenottovälillä signaalin informaatiota saattaa kadota niin paljon, että näytteet eivät edusta hyvin jatkuva-aikaista signaalia. Hyvin lyhyt näytteenottoväli sen sijaan edellyttää digitaalisen järjestelmän signaalinkäsittelyltä suurta laskentatehoa. Näytteenottovälin valinta riippuukin usein diskretoitavan systeemin ominaisuuksista. Värähtelevillä systeemeillä näytteenottotaajuuden valinta sidotaan usein dominoivan värähtelyn taajuuteen. (Åström ja Wittenmark 1997)

Näytteenottovälille  $h$  signaalin näytteenottotaajuus on



$$w_s = \frac{2\pi}{h}. \quad (3.8)$$

Näytteenottotaajuuden puolikasta kutsutaan Nyquistin taajuudeksi. Kun näytteistetään jatkuva-aikainen signaali, jonka taajuus on Nyquistin taajuus tai suurempi, niin jatkuva-aikaisesta signaalista näytteistettyä signaalia ei voida erottaa Nyquistin taajuutta matalataajuisemmasta signaalista. Ilmiötä kutsutaan laskostumiseksi. Jatkuva-aikaisen signaalin näytteistyksessä tasavälisellä näytteenotolla kadotetaan informaatiota, sillä signaalin käyttäytymisestä näytteenottohetkien välillä ei saada tietoa. Siksi näytteenottoväli tulisi valita niin, että signaalin taajuussisältö Nyquistin taajuutta suuremmilla taajuuksilla ei ole kiinnostavaa säädön kannalta, vaan Nyquistin taajuutta suurempia taajuuksia voidaan pitää häiriönä. Häiriötaajuus voi kuitenkin laskostua hyötysignaalin taajuudelle, jolloin siitä voi tulla merkittävä. Laskostumista voidaan välttää lisäämällä mittaukseen analoginen tulosuodin, joka suodattaa Nyquistin taajuutta korkeampia taajuuksia pois mittaussignaalista. (Niiranen 1999)

Kun jatkuva-aikainen systeemi diskretoidaan, niin diskretoituun systeemiin saattaa muodostua nollia, jotka eivät vastaa mitään jatkuva-aikaisen systeemin nollia. Nämä diskretoinnin nollat voivat olla ei-minimivaiheisia, vaikka jatkuva-aikaisessa systeemissä ei-minimivaiheisia nollia ei esiintyisikään. Hagiwara et al. (1992) on osoittanut, että diskreettiaikaisessa systeemissä on ainakin yksi nolla yksikköympyrän ulkopuolella, jos jatkuva-aikaisen systeemin napojen ja nollien erotus on suurempi kuin kaksi. Diskretoinnin ei-minimivaiheiset nollat saattavat aiheuttaa vaikeuksia säätimen toimintaan.

Goodwin et al. (2013) esittää, että diskretoinnista johtuvien nollien merkitys systeemiin riippuu diskreettiaikaisen mallin käyttötarkoituksesta. Jos näytteenottoväli valitaan niin, että suunniteltu kaistanleveys on selvästi Nyquistin taajuuden alapuolella, niin diskretoinnista johtuvien nollien vaikutus järjestelmään on pieni ja ne voidaan jättää huomiotta säätösuunnittelussa. Jos taas järjestelmän haluttu kaistanleveys on lähellä Nyquistin taajuutta, niin myös diskretoinnista johtuvien nollien dynamiikka tulee ottaa huomioon.

### 3.3 Kaistanleveys

Kaistanleveys voidaan määritellä monella tavalla. Yhden tavan mukaan kaistanleveys määritellään taajuudeksi, jolla järjestelmän vahvistus on laskenut kolme desibeliä alhaisten taajuuksien vahvistuksesta. Kaistanleveydellä voidaan kuvata kuinka hyvin järjestelmä seuraa asetuservoa. Suurella kaistanleveydellä aikatason nousuaika on pieni eli suuri kaistanleveys tarkoittaa nopeaa säätöä. Jos suljetun systeemin kaistanleveys  $\omega_b$  halutaan tietyn suuruiseksi, niin näytteenottotaajuus  $\omega_s$  tulisi valita näytteenottoteoreeman (3.8) mukaisesti yli kaksinkertaiseksi suljetun systeemin kaistanleveyteen nähden

$$\frac{\omega_s}{\omega_b} > 2. \quad (3.9)$$

Epäyhtälö (3.9) on teoreettinen raja systeemin näytteenottotaajuudelle. (Franklin et al. 1998) Käytännössä kaksinkertainen näytteenottotaajuus ei riitä hyväksyttävälle aikavasteelle kuten säädön nousuajalle. Usein näytteenottotaajuudeksi halutaan valita huomattavasti suurempi taajuus, jotta vältetään signaalin laskostumista. Esimerkiksi Franklin et al. (1998) esittää hyvälle näytteenottotaajuudelle arvoa

$$20 < \frac{\omega_s}{\omega_b} < 40. \quad (3.10)$$

Nopea näytteenotto säädön nousuaikaan verrattuna voi pienentää viiveiden merkitystä.

### 3.4 Tilasäätö

Tilasäätö on monimuuttujasäätöteoriaan perustuva säätötapa, jossa diskreetti aikainen tila ohjataan nolnaan laskemalla jokaiselle säädettävälle tilalle sopiva vahvistus  $L$ . Tilasäätö kuvaa siis tilasuureiden riippuvuutta ohjaussuureista. Kun tilojen lukumäärä systeemissä on  $n$  ja ohjaussuureita on 1, niin vahvistusmatriisin  $L$  koko on  $1 \times n$ . Tilan diskreetti aikaisen reguloinnin säätölaki on

$$u(k) = -Lx(k). \quad (3.11)$$

Matriisi  $L$  voidaan valita esimerkiksi ominaisarvojen asettelun avulla. Ideaalista tilasäädintä ei ole mahdollista saavuttaa, sillä tilat on aina mitattava tai estimoitava, jolloin niihin liittyy myös häiriötermi. Myös säätimen lähtöön liittyy häiriötä. Tilasäätimen perusyhtälö saadaan sijoittamalla säätölaki ( 3.11) tilamallin ( 3.1) yhtälöihin. Häiriölliselle tilasäädölle voidaan kirjoittaa yhtälöt

$$\begin{aligned}x(k+1) &= (\Phi - \Gamma L)x(k) + w(k) \\y(k) &= Cx(k) + v(k).\end{aligned}\tag{3.12}$$

Suljetun systeemin  $(\Phi - \Gamma L)$  ominaisarvoja voidaan asetella matriisin  $L$  avulla. Jotta ominaisarvojen vapaa asettelu on mahdollista, niin systeemin täytyy olla ohjattavissa. Tila on ohjattavissa, jos on olemassa jokin ohjaussekvenssi, jolla voidaan ajaa tila  $x$  mielivaltaisesta alkutilasta  $x(0)$  mielivaltaiseen pisteeseen äärellisessä ajassa (Franklin et al. 1998). Systemi on ohjattavissa, jos kaikki tilat ovat ohjattavissa. Ohjattavuutta voidaan tutkia ohjattavuusmatriisin

$$X_c = \begin{bmatrix} \Gamma & \Phi\Gamma & \dots & \Phi^{n-1}\Gamma \end{bmatrix}\tag{3.13}$$

avulla. Jos matriisin rangi on täysi, niin systemi on ohjattavissa. Ohjattavuusmatriisin ( 3.13) laskennassa  $n$  on ohjattavien tilojen lukumäärä. Jos systeemin ohjaus suure  $u$  on skalaarinen, niin  $X_c$  on neliömatriisi. Tällöin matriisin rangi on täysi, jos ja vain jos matriisin  $X_c$  determinantti on

$$\det(X_c) \neq 0.\tag{3.14}$$

Ohjattavuusmatriisin numeerinen laskenta voi joissain tilanteissa johtaa epätarkkaan lopputulokseen (Kailath 1980). Tämä voi johtua siitä, että systemi on heikosti ohjattavissa. Tarkempaan numeeriseen lopputulokseen on mahdollista päästä Gramin matriisin  $M_c$  avulla. Stabiilin systeemin Gramin matriisi äärettömälle horisontille on

$$M_c = \Phi M_c \Phi^T + \Gamma \Gamma^T.\tag{3.15}$$

Yhtälö (3.15) on Lyapunovin yhtälö, josta voidaan ratkaista numeerisesti Gramin matriisi  $M_c$ . Gramin ohjattavuusmatriisin tulee olla asteluvultaan täysi, jolloin se on positiivisdefiniitti ja systeemi on ohjattavissa. Jos systeemi ei ole ohjattavissa, niin ei-ohjattavien tilojen ominaisarvoja ei voida muuttaa. Ei-ohjattavien tilojen ominaisarvot voivat kuitenkin olla stabiilit, jolloin ohjattavien tilojen ominaisarvojen asettelulla saadaan stabiili suljettu systeemi. Systeemi on siis stabiloitavissa, jos on olemassa  $L$ , jolla  $\Phi - \Gamma L$  on stabiili (Glad ja Ljung 2000).

Diskreettiaikainen systeemi voi olla ohjattavissa, jos siihen perustuva alkuperäinen jatkuva-aikainen systeemi on ohjattavissa. Jos säätöväli on kuitenkin valittu huonosti, niin diskreettiaikaista systeemiä ei välttämättä voida ohjata saatavissa olevilla ohjaussignaaleilla, vaikka jatkuva-aikainen systeemi olisikin ohjattavissa. (Glad ja Ljung 2000)

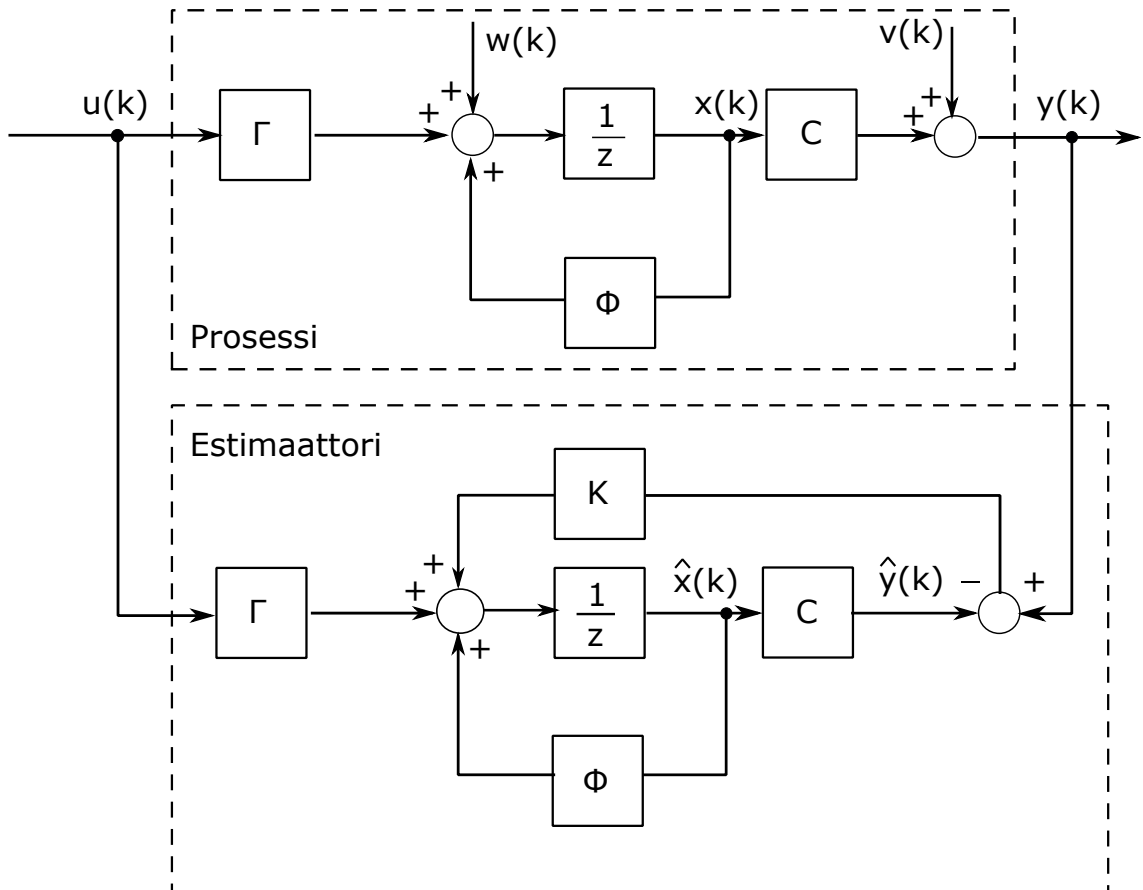
### 3.5 Tilahavaitsija

Kaikkia systeemin tiloja ei ole aina järkevää tai edes mahdollista mitata suoraan. Tiloja voidaan kuitenkin estimoida mitattujen suureiden ja mallin avulla. Tilahavaitsija perustuu todellisesta systeemistä tehtyyn malliin, jonka estimointivirhe korjataan todellisen systeemin mittauksen avulla. Tilahavaitsijalle tulee ohjattavan systeemin ohjaus  $u$  ja systeemin lähtö  $y$ . Tilahavaitsija laskee tilalle  $x$  estimaatin  $\hat{x}$ . Jos estimaatin mallin alkutilat ja tila- ja ohjausmatriisit ovat täysin samat kuin todellisella mallilla, niin  $x = \hat{x}$ . Kuvassa 3.2 on esitetty tilahavaitsijan periaate.

Estimoitu tila voidaan laskea edeltävien tai nykyisten mittausten avulla. Kun kohinatermi on arvioitu sen odotusarvon mukaan nolaksi, niin takaisinkytkennällä voidaan ottaa huomioon todellisen vasteen ja estimoidun vasteen erotus

$$\tilde{y} = y - \hat{y} = y - C\hat{x}. \quad (3.16)$$

Tilan estimaattia  $\hat{x}(k)$  pyritään parantamaan lisäämällä prosessimallin ehdottamaan estimaattiin estimointivirheeseen  $\tilde{y}$  suoraan verrannollinen korjaustermi  $K$ . Kun systeemissä on  $n$  tilaa ja mittaussuureita on yksi, niin matriisin  $K$  koko  $n \times 1$ . Tilahavaitsijan tilayhtälö on



**Kuva 3.2** Tilahavaintsija perustuu prosessimalliin, ja se laskee tilalle estimaatin  $\hat{x}(k)$ . Tilahavaintsijan mittauksen estimaatista  $\hat{y}(k)$  ja prosessin todellisesta mittauksesta  $y(k)$  lasketaan estimointivirhe. Virheen ja takaisinkytkennän vahvistusmatriisin  $K$  tulolla voidaan korjata tilan estimaattia, jotta estimoitu tila vastaisi paremmin todellisen prosessin tilaa.

$$\hat{x}(k+1) = \Phi\hat{x}(k) + \Gamma u(k) + K(y(k) - C\hat{x}(k)). \quad (3.17)$$

Tilahavaintsijaa (3.17) kutsutaan viiveelliseksi estimaattoriksi, sillä tuleva arvo estimoidaan nykyhetken arvosta. Jos tilaa estimoidaan sitä vastaavan ajanhetken mittauksella, niin kyseessä on viiveetön estimaattori.  $K$ :n arvot voidaan laskea esimerkiksi napojenasettelumenetelmällä tai optimointimenetelmillä. Tilan estimointivirhe saadaan todellisen tilan ja estimoidun tilan erotuksesta

$$\tilde{x} = x - \hat{x}. \quad (3.18)$$

Estimointivirheelle saadaan tilayhtälö

$$\begin{aligned}\tilde{x}(k+1) &= x(k+1) - \hat{x}(k+1) \\ \tilde{x}(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma u(k) + w(k) - (\Phi \hat{x}(k) + \Gamma u(k) + K \tilde{y}(k)) \\ &= (\Phi - KC) \tilde{x}(k) + w(k).\end{aligned}\tag{3.19}$$

Jotta tilahavaintsijaa voidaan käyttää tilojen estimointiin, niin tilojen on oltava määritettävissä systeemin sisäänmenon ja ulostulon avulla. Tämä tarkoittaa, että systeemin on oltava tarkkailtavissa. Systeemi on tarkkailtavissa, jos alkutila  $x(0)$  voidaan laskea äärellisellä määrällä ulostulon  $y$  arvoja  $y(0), y(1), \dots$  (Franklin et al. 1998). Tarkkailtavuus voidaan selvittää tarkkailtavuusmatriisiin

$$X_o = \begin{bmatrix} C \\ C\Phi \\ \vdots \\ C\Phi^{n-1} \end{bmatrix}\tag{3.20}$$

avulla, jossa  $n$  on tilojen lukumäärä. Jos matriisin rangi on täysi, niin systeemi on tarkkailtavissa. Jos systeemin ohjaussuure  $y$  on skalaarinen, niin matriisi  $X_o$  on neliömatriisi. Sen rangi on täysi, jos ja vain jos matriisin determinantti poikkeaa nolasta. Tarkkailtavuutta voidaan tutkia myös Gramin matriisin avulla. Stabiilin systeemin Gramin tarkkailtavuusmatriisi äärettömälle horisontille on

$$M_o = \Phi^T M_o \Phi + C^T C.\tag{3.21}$$

Yhtälö (3.21) on Lyapunovin yhtälö, josta voidaan ratkaista numeerisesti Gramin tarkkailtavuusmatriisi  $M_o$ . Matriisin tulee olla positiivisdefiniitti, jotta systeemi on tarkkailtavissa. Matriisi on positiivisdefiniitti jos ja vain jos se on ei-singulaarinen. Jos systeemi ei ole tarkkailtavissa, niin tarkkailemattomien tilojen ominaisarvoja ei voida muuttaa. Systeemi on kuitenkin havaittavissa, jos on olemassa  $K$ , jolla  $\Phi - KC$  on stabiili (Glad ja Ljung 2000).

Diskreettiaikaisessa järjestelmässä systeemin tarkkailtavuus on mahdollista menettää, vaikka vastaava jatkuva-aikainen järjestelmä olisikin tarkkailtavissa. Tämä johtuu diskreettiaikaisen järjestelmän näytteenottoajoista, joiden välillä systeemin käyt-

täytymistä ei mitata. Tällöin jatkuva-aikainen signaali voi esimerkiksi värähdellä näytteenottohetkien välissä, mutta pysyä nollassa näytteenottohetkillä, jolloin tila ei ole tarkkailtavissa. Esimerkiksi oskillaattorisysteemin diskreettiaikainen malli ei välttämättä pysty kuvaamaan oskillointia, jos näytteenottoväli on valittu huonosti. (Franklin et al. 1998)

### 3.6 Yhdistetty tilasäätö ja tilahavaintaja

Yhdistetyllä tilahavaintajalla ja tilasäädöllä on mahdollista säätää prosessia, vaikka kaikista systeemin tiloista ei saada mittausta. Periaatekuva yhdistetystä tilasäädöstä ja tilahavaintajasta on esitetty kuvassa 3.3. Tilahavaintajan sisältämä säädin suunnitellaan kahdessa vaiheessa. Ensin oletetaan kaikki systeemin tilat mitatuiksi, jolloin voidaan suunnitella tilasäädön vahvistusmatriisi  $L$ . Toisessa vaiheessa suunnitellaan tilahavaintaja, joka laskee tilojen estimaatit mittauksen ja ohjauksen perusteella. Tilaeestimaatin kerroin säätimen lähdössä valitaan samaksi kuin mitattuihin tiloihin perustuvassa säädössä. Uusi tilasäädön säätölaki on

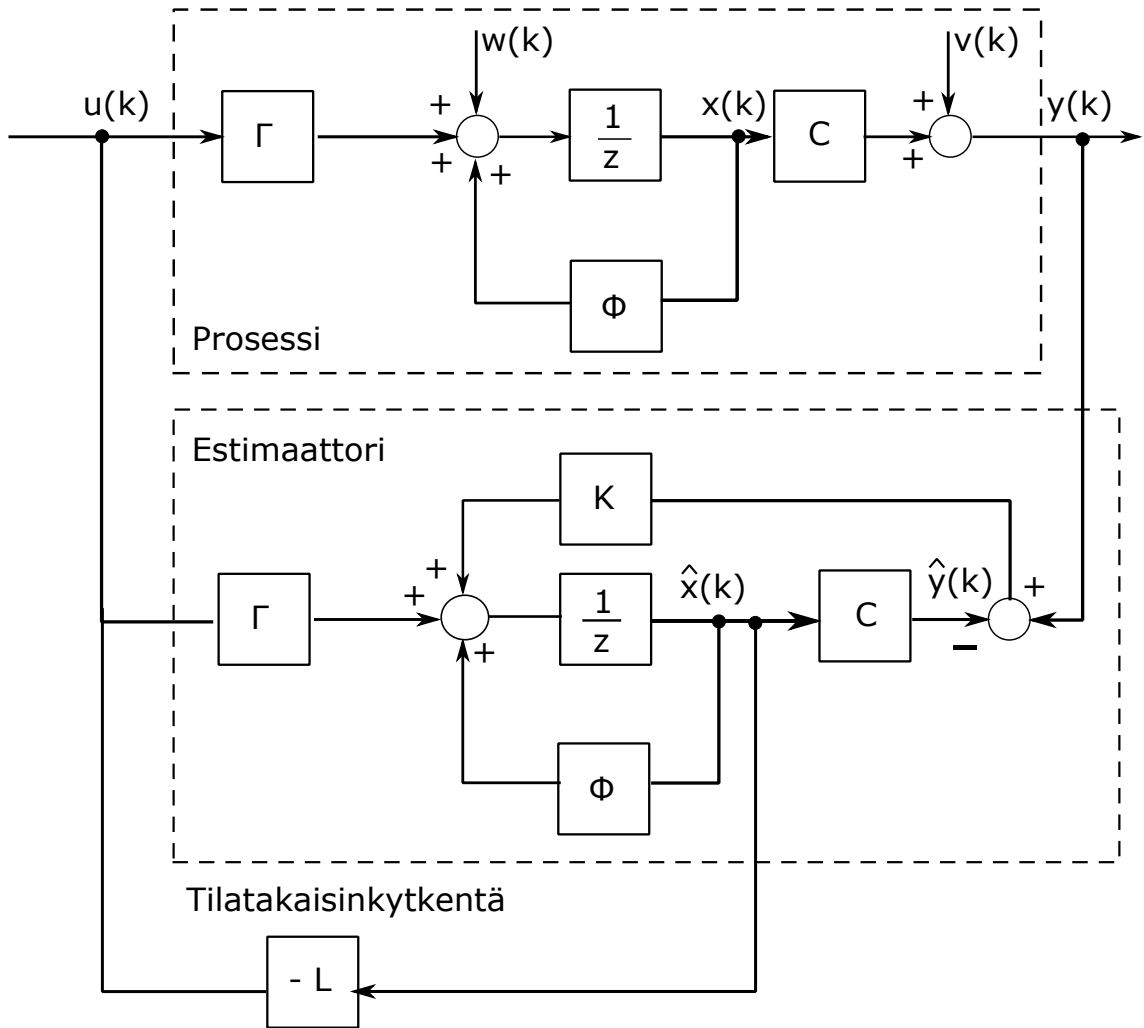
$$u(k) = -L\hat{x}(k). \quad (3.22)$$

Yhtälöä voidaan vielä muuttaa tilat origoon ajavasta reguloinnin säätölaista referenssiarvoa seuraavaksi säätölaiksi. Referenssiarvoa seuraavasta säädöstä kerrotaan lisää kappaleissa 3.10 ja 3.11.

Yhdistetyllä säätöjärjestelmällä säädetyin systeemin ominaisarvot voidaan asettaa mielivaltaisiin paikkoihin, kun systeemi on ohjattavissa ja tarkkailtavissa. Sijoittamalla diskreettiin tilayhtälöön (3.1) tilasäätölaki (3.11) ja korvaamalla estimaatti  $\hat{x} = x - \tilde{x}$  prosessille saadaan yhtälö

$$x(k+1) = (\Phi - \Gamma L)x(k) + \Gamma L\tilde{x}(k) + w(k). \quad (3.23)$$

Yhdistämällä (3.23) ja (3.19) tilasäädön ja tilahavaintajan virheen yhteiseksi malliksi saadaan



**Kuva 3.3** Tilasäätö ja tilahavaintaja yhdistetty. Tilatakaisinkytkennän tilat otetaan prosessin tilojen sijaan estimaattorin tilaestimaateista, ja kerrotaan niitä vahvistusmatriisilla  $L$ , joka valitaan samaksi kuin mitattuihin tiloihin perustuvassa säädössä. Estimaattori on tyypiltään ennuste-estimaattori.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ \tilde{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi - \Gamma L & \Gamma L \\ O & \Phi - KC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \tilde{x}(k) \end{bmatrix} + w(k) \\ y(k) = [C \ O] \begin{bmatrix} x(k) \\ \tilde{x}(k) \end{bmatrix} + v(k). \end{cases} \quad (3.24)$$

Mallin dynamiikkamatriisissa nollamatriisin dimensio on  $n \times n$  ja ohjausmatriisissa nollamatriisin dimensio on  $1 \times n$ , kun tilojen lukumäärä on  $n$ .



### 3.7 Linear Quadratic -säätö

Monimuuttujamallien säätöön voidaan käyttää lineaarisen optimisäätöteorian säätömenetelmiä, jotka perustuvat Bellmanin optimaalisuuden periaatteseen ja dynaamiseen ohjelmointiin (Åström ja Wittenmark 1997). LQR (Linear Quadratic Regulator)-regulointiongelmassa lasketaan sellaiset optimaaliset vahvistukset tilatakaisinkytkennälle (3.11), että neliöllinen kustannusfunktio minimoituu. Kustannusfunktiossa tilavektoria  $x(k)$  painotetaan matriisilla  $Q$  ja ohjausvektoria  $u(k)$  painotetaan matriisilla  $R$ . Kustannusfunktio deterministiselle LQ-regulointiongelmalle on

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (x(k)^T Q x(k) + u(k)^T R u(k)). \quad (3.25)$$

Kustannusfunktiolle on olemassa minimoiva ratkaisu jos

$$\begin{aligned} x^T Q x &\geq 0 \quad \forall x, \quad x \neq 0 \\ u^T R u &> 0 \quad \forall u, \quad u \neq 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Tilan painokerroinmatriisin  $Q$  tulee siis olla positiivisesti semidefiniitti ja ohjauksen painokerroinmatriisin  $R$  positiivisesti definiitti. Matriisi  $Q$  on  $n \times n$ -matriisi, jossa  $n$  on systeemin tilojen lukumäärä. Matriisi  $R$  on vastaavasti  $m \times m$ -matriisi, jossa  $m$  on ohjausten lukumäärä.

LQ-säädössä painokerroinmatriisit  $Q$  ja  $R$  ovat säädön suunnitteluparametreja, joiden avulla painotetaan tiloja ja ohjauksia. Jos ohjauksen vaihtelua halutaan rajoittaa esimerkiksi toimilaitteiden fyysisten rajoitteiden takia, niin painokerroinmatriisille  $R$  asetetaan suurempi painotus, jolloin tilojen painokerroinmatriisilla  $Q$  on pienempi painotus. Jos ohjausta ei tarvitse rajoittaa, niin tilojen painokerroinmatriisi  $Q$  voidaan pitää suurena, jolloin tilat ajetaan nopeammin nolnaan. Tilamatriisissa  $Q$  voidaan painottaa myös eri tiloja eri suhteissa, jolloin painotetun tilan säätö voi olla nopeampi toisten tilojen kustannuksella. Usein painokerroinmatriisit valitaan alkuarvauksena diagonaaliseksi, jossa diagonaalilla on vain positiivisia arvoja tai nollia.

Kustannusfunktion minimoiva vahvistusmatriisi  $L$  on

$$L = (R + \Gamma^T S \Gamma)^{-1} \Gamma^T S \Phi, \quad (3.27)$$

missä  $S$  on diskreettiaikaisen Riccatin yhtälön ratkaisu

$$S = \Phi^T S \Phi - \Phi^T S \Gamma (\Gamma^T S \Gamma + R)^{-1} \Gamma^T S \Phi + Q. \quad (3.28)$$

Kun oletetaan, että  $(\Phi, \Gamma)$  on stabiloitavissa ja painomatriiseille pätevät (3.26), niin Riccatin yhtälön ratkaisu  $S$  on positiivisesti semidefiniitti ja symmetrinen.

Diskreettiaikainen ja jatkuva-aikainen LQ-säätö eroavat toisistaan säädön robustisuuden tarkastelussa. Jatkuva-aikainen LQ-säätö takaa järjestelmälle stabiiliuden lisäksi hyvän robustisuuden. Glad ja Ljung (2000) osoittavat, että SISO-systeemille laskettava vahvistus antaa suljetulle järjestelmälle stabiiliusvaran 1, äärettömän vahvistusvaran ja vähintään  $60^\circ$  vaihevaran. Nämä luvut taataan riippumatta ohjattavan lineaarisen aikainvariantin tilasysteemin tilojen lukumäärästä, parametrien arvoista ja Riccati-matriisin arvosta. Sen sijaan diskreettiaikaisen LQ-säädön taatut vahvistus- ja vaihevaran arvot lausutaan Riccati-matriisin avulla. Shaked (1986) on osoittanut, että diskreettiaikaisen optimaalisen LQ-regulaattorin takaamat stabiiliusvarat ovat jatkuva-aikaisen LQ-regulaattorin takaamia stabiiliusvaroja pienemmät, jolloin myös diskreettiaikaisen LQ-säädön robustisuus voi olla jatkuva-aikaista LQ-säätöä heikompi. Toisaalta diskreettiaikainen LQ-säätö voi olla robustimpi pienille parametrien vaihteluille.

### 3.8 Kalman-suodin

LQR-säädössä oletetaan kaikki systeemin tilat mitatuiksi. Näin ei kuitenkaan usein ole, jolloin tarvitaan tilojen estimointia. Tilahavaintijana voidaan käyttää napojen asetteluun perustuvaa estimaattoria tai satunnaismuuttujateoriaan perustuvaa Kalman-suodinta. Kalman-suodin suunnitellaan häiriölliselle prosessille, jossa häiriö on luonteeltaan stokastista ja nollakeskiarvoista. Prosessihäiriön odotusarvo on  $E(w) = 0$  ja mittaushäiriön odotusarvo on  $E(v) = 0$ . Merkitään prosessihäiriön kovarianssia  $\text{var}[w] = W$  ja mittaushäiriön kovarianssia  $\text{var}[v] = V$ . Kovarianssit  $W$  ja  $V$  ovat vakioita. Prosessihäiriön ja mittaushäiriön välinen kovarianssi  $\text{cov}[w, v]$  oletetaan nolllaksi, eli häiriöt eivät riipu toisistaan. Kalman-suotimen vahvistus  $K$  on

$$K = PC^T(CPC^T + V)^{-1}, \quad (3.29)$$

missä  $P$  on Riccatin yhtälön ratkaisu

$$P = \Phi P \Phi^T - \Phi PC^T(CPC^T + V)^{-1}CP\Phi^T + \Gamma W \Gamma^T. \quad (3.30)$$

Viiveetön Kalman-suodin käyttää nykyistä mittausta estimoinnissa toisin kuin edellistä mittausta  $y(k-1)$  ennustuksessa käytävä Kalman-prediktori. Olkoon näytteenottoväli  $h = 1$ . Merkitään edellisestä mittauksesta  $y(k-1)$  tehtyä nykyisen tilan estimaattia  $\hat{x}(k)$  merkinnällä  $\hat{x}(k) = \hat{x}(k|k-1)$ . Kun systeemistä saadaan nykyinen mittaus  $y(k)$ , niin estimaattia  $\hat{x}(k|k-1)$  päivitetään nykyiseen mittaukseen perustuvaksi. Estimaatti päivitetään korjaamalla aikaisemmasta mittauksesta ennustettua estimaattia edellisen ja nykyisen mittauksen virheeseen perustuvalla korjaustermillä. Estimaatille saadaan päivitysyhtälö

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K(y(k) - C\hat{x}(k|k-1)). \quad (3.31)$$

Estimaatin päivityksen jälkeen nykyisestä mittauksesta tehdyille estimaatille  $\hat{x}(k|k)$  tehdään ennuste seuraavalle aika-askeleelle  $(k+1)$  käyttäen nykyistä mittausta  $y(k)$ . Ennuste estimaatille on

$$\hat{x}(k+1|k) = \Phi\hat{x}(k|k) + \Gamma u(k). \quad (3.32)$$

Yhdistämällä yhtälöt ( 3.31) ja ( 3.35) sekä merkitsemällä nykyisellä mittauksella tehtyä estimaattia  $\hat{x}(k)$  saadaan Kalman-suotimelle 1. kertaluvun differenssiyhtälö

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= \Phi\hat{x}(k) + \Gamma u(k) + K(y(k+1) - C(\Phi\hat{x}(k) + \Gamma u(k))) \\ &= (\Phi - KC\Phi)\hat{x}(k) + (\Gamma - KC\Gamma)u(k) + Ky(k+1) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Avoimen järjestelmän stabiiliusanalyysia varten Kalman-suotimen estimaatille voidaan kirjoittaa tilayhtälö, jossa säätölakina on yhtälö ( 3.22). Kun merkitään yhtälön ( 3.33) tilan estimaatin ja ohjauksen vakioita

$$\begin{aligned}\Phi_e &= \Phi - KC\Phi \\ \Gamma_e &= \Gamma - KC\Gamma,\end{aligned}\tag{3.34}$$

niin yhdistetyn Kalman-suotimen ja LQ-säädön differenssiyhtälö erosuureesta ulostuloon on

$$\hat{x}(k+1|k) = (\Phi_e - \Gamma_e L)\hat{x}(k|k-1) - Ke(k+1).\tag{3.35}$$

Yhtälöä hyödynnetään avoimen ja suljetun tilamallin muodostamisessa.

### 3.9 Linear Quadratic Gaussian -säätö

LQ-säädöstä on olemassa stokastinen versio, jonka viritys on sama kuin LQR-viritys. Oletetaan systeemin mallirakenteeksi häiriöllinen malli (3.1), prosessin ja mittauksen häiriöt  $w(k)$  ja  $v(k)$  ovat valkoista nollakeskiarvoista kohinaa. Prosessihäiriön odotusarvo on  $E(w) = 0$  ja mittaushäiriön odotusarvo on  $E(v) = 0$ . Prosessihäiriön kovarianssi olkoon  $\text{var}[w] = W$  ja mittaushäiriön kovarianssi olkoon  $\text{var}[v] = V$ . Prosessihäiriön ja mittaushäiriön välinen kovarianssi  $E(w(k), v^T(t)) = 0$  oletetaan nollassa. Oletetaan myös, että painomatriisi  $Q$  on positiivisesti semidefiniitti ja painomatriisi  $R$  on positiivisesti definiitti. Kustannusfunktio stokastiselle LQ-säädölle on silloin

$$J = \lim_{k \rightarrow \infty} E[x(k)^T Q x(k) + u(k)^T R u(k)].\tag{3.36}$$

Kun oletukset prosessi- ja mittaushäiriön luonteista pitävät paikkansa, niin optimointiongelma voidaan jakaa kahteen erillään suunniteltavaan osaan separaatioperiaatteen mukaisesti: Kalman-suotimen suunnitteluun ja optimaalisen LQ-säädön suunnitteluun. LQ-säädön stokastisen version ja Kalman-suotimen yhdistelmää kutsutaan yleisesti LQG (Linear Quadratic Gaussian) -säädöksi.

### 3.10 Servo-ongelma

Aikaisemmin käsitellyssä tilasäädön regulaattoriongelmassa häiriöiden vaikutusta systeemiin haluttiin eliminoida. Lisäksi systeemin tilat haluttiin ajaa nolnaan. Usein

tiloja halutaan kuitenkin säätää jonkin nollasta eroavan asetusarvon mukaan. Servo-ongelmalla tarkoitetaan sellaisen ohjauksen hakemista systeemille, jolla systeemin ulostulo seuraa referenssisignaalia  $r$  mahdollisimman tarkasti. Yksinkertainen servo-säädin saadaan lisäämällä tilasäätimen yhtälöön asetusarvoa kuvaava termi  $Nr$ , jossa asetusarvolle laskettava kompensointimatriisi  $N$  muuttaa referenssiarvoa. Kompensoiduksi ohjaukseksi saadaan

$$u(k) = -L\hat{x}(k) + Nr(k). \quad (3.37)$$

Etukompensaattorimatriisille  $N$  tulee siis löytyä sellaiset arvot, joilla systeemin ulostulo seuraa asetusarvoa.

Esimerkiksi Franklin et al. (1998) on käsitellyt referenssiä seuraavaa tilasäätöä. Oletetaan, että systeemi on ohjattava ja tarkkailtava ja systeemillä on sama määrä ulostuloja ja sisäänmenoja. Systeemille halutaan löytää referenssitila  $x_r$ , jolla systeemin ulostulo  $y_r = Cx$  saadaan haluttuun referenssiarvoon. Referenssitila saadaan määrittämällä kompensointimatriisi  $N_x$ , joka muuttaa referenssiarvon  $r$  sitä vastaavaksi tilaksi

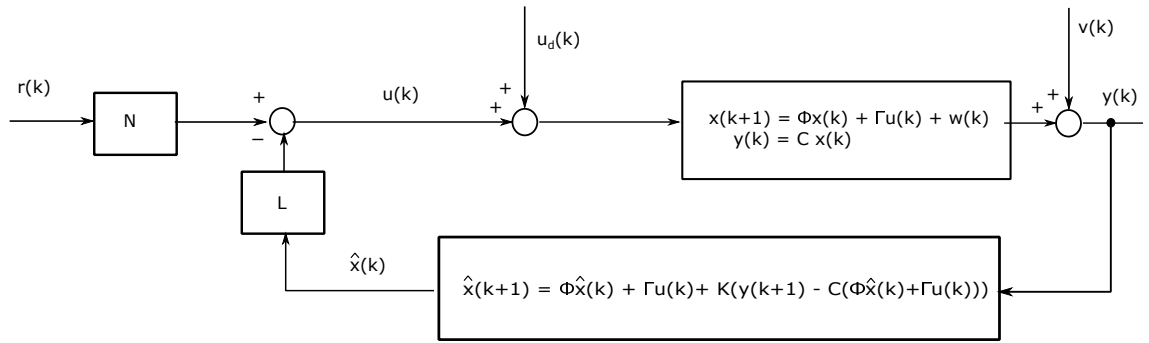
$$x_r = N_x r. \quad (3.38)$$

Monimutkaisissa systeemeissä tilareferenssin löytäminen halutulle ulostulolle voi olla vaikeaa. Siksi halutaan myös ratkaista tasapainotila, jossa ulostulo on referenssiarvossa eli  $y_r = r$ . Systeemin tasapainotilassa sisäänmenolle  $u_{ss}$  voidaan laskea etukompensointimatriisi  $N_u$ , jolloin tasapainotilan sisäänmeno on

$$u_{ss} = N_u r. \quad (3.39)$$

Systeemin tasapainotilassa  $x_{ss} = x_r$ . Tämä ei kuitenkaan päde kaikille systeemeille. Tasapainotilan yhtälö on

$$\begin{aligned} x_{ss} &= \Phi x_{ss} + \Gamma u_{ss} \\ y_r &= C x_{ss}. \end{aligned} \quad (3.40)$$



**Kuva 3.4** Servojärjestelmän lohkokaavioesitys, jossa astusarvoa  $r(k)$  kerrotaan etukompensointimatriisilla  $N$ .

Kun sijoitetaan yhtälö ( 3.39) ja ( 3.38) yhtälöön ( 3.40), niin saadaan

$$\begin{aligned} (\Phi - I)N_x + \Gamma N_u &= O \\ CN_x &= I. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Kun systeemin tilojen lukumäärä on  $n$  ja ulostulojen lukumäärä on  $m$ , niin yhtälöryhmän ( 3.41) ylemmän yhtälön identiteettimatriisi  $I$  on  $n \times n$ -matriisi ja alemman yhtälön identiteettimatriisi on  $m \times m$ . Nollamatriisin  $O$  dimensio on  $n \times m$ . Yhtälöstä saadaan ratkaistua etukompensaattorin tilojen ja ohjauksen vahvistuksen arvot. Vahvistukset ovat

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi - I & \Gamma \\ C & O \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O \\ I \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

Identiteettimatriisien dimensiot ovat  $n \times n$  ja  $m \times m$  ja nollamatriisien dimensiot ovat  $m \times m$  ja  $n \times m$ . Matriisin inverssi on ratkaistavissa, jos systeemillä ei ole nollaa pisteessä  $z = 1$ . Yhteinen etukompensaattori ohjaukselle, jossa on mukana sekä tilojen että ohjauksen kompensointikertoimet, voidaan ilmaista myös muodossa

$$N = N_u + LN_x. \quad (3.43)$$

Kuvassa 3.4 on esitetty etukompensoinnilla varustettu suljetun järjestelmän lohko-kaavio.

Etukompensoinnin onnistumiseksi järjestelmän mallin täytyy vastata todellista järjestelmää riittävän hyvin, sillä etukompensointi on melko herkkä mallinnusvirheille. Usein referenssiarvon seuraaminen toteutetaan lisäämällä systeemiin integraattori, joka korjaa asetusarvon muutoksesta johtuvan virheen. Joissain tapauksissa integraattorin lisääminen voi kuitenkin pienentää kaistanleveyttä, jolloin säädön suorituskyky voi olla heikko. Tällaisissa tapauksissa voi olla järkevää käyttää asetusarvon seuraamiseen etukompensaattoria, jolloin integraattorin tarvitsee korjata etukompensoinnin jälkeen vain ulkoisten häiriöiden aiheuttama virhe. (Franklin et al. 1998)

### 3.11 Integroiva säätö

Etukompensaattorilla voidaan korjata referenssiarvon askelmainen muutos, mutta sillä ei voida kompensoida ohjaukseen summautuvaa askelmaista häiriötermiä. Häiriöstä johtuen systeemin ulostuloon jää pysyvän tilan virhettä. Häiriön voi kuitenkin kompensoida lisäämällä säätöön integraattori, joka eliminoi häiriöstä syntyvän virheen. Integraattori integroi referenssin ja mittauksen eroisuutta

$$e(k) = r(k) - y(k), \quad (3.44)$$

kunnes erosuure suppenee nolnaan. LQ-säätimestä saadaan integroiva lisäämällä tilamalliin uusi tila  $x_i(k)$ , joka kuvaa erosuureen integraalia referenssin ja systeemin ulostulon välillä. Franklin et al. (1998) esittää, että diskreettiaikainen erosuureen integraali on summa kaikista erosuureen  $e(k)$  menneistä arvoista, joten integraali voidaan esittää uuden tilamuuttujan avulla

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= x_i(k) + he(k) \\ &= x_i(k) + h(r(k) - Cx(k) - v(k)). \end{aligned} \quad (3.45)$$

Integraattoritila lisätään systeemin säätämättömään tilamalliin, jossa ohjaus ja mitaus ovat skalaariset. Malli kasvaa yhdellä uudella tilalla

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_i(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & O \\ -hC & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_i(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} O \\ h \end{bmatrix} r(k). \quad (3.46)$$

Systeemin tilojen lukumäärä on  $n$ , jolloin mallin dynamiikkamatriisissa olevan nol-lamatriisin dimensio on  $n \times 1$ . Referenssiarvon matriisissa esiintyvän nol-lamatriisin dimensio on  $n \times 1$ . Mallista saadaan systeemille uusi tilamatriisi  $\Phi_{aug}$  ja ohjausmat-riisi  $\Gamma_{aug}$

$$\begin{aligned}\Phi_{aug} &= \begin{bmatrix} \Phi & O \\ -hC & 1 \end{bmatrix}, \\ \Gamma_{aug} &= \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{3.47}$$

Tilasäädön ( 3.37) yhtälöön lisätään integraattoritermille vahvistus, jolloin saadaan uusi optimaalinen säätölaki

$$u(k) = - \begin{bmatrix} L & L_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(k) \\ x_i(k) \end{bmatrix} + Nr(k).\tag{3.48}$$

Integraattorin optimaalinen vahvistuskerroin saadaan ratkaistua, kun lasketaan yh-tälöiden ( 3.27) ja ( 3.28) ratkaisu käyttämällä mallin ( 3.46) matriiseja  $\Phi_{aug}$  ja  $\Gamma_{aug}$ . Yhtälöistä ( 3.45) ja ( 3.35) voidaan muodostaa säätimen tilamalli

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(k+1) \\ x_i(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_e - \Gamma_e L & -\Gamma L_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(k) \\ x_i(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K \\ h \end{bmatrix} e(k).\tag{3.49}$$

Merkitään säätimen tilamallin ( 3.49) tilasuureita uudella tilavektorilla  $x_s$ . Säätimen sisäänmeno olkoon  $u_s$ . Säätimen tilamallin tilavektorin kerroinmatriisi olkoon  $\Phi_s$  ja ohjaussuureen kerroinmatriisi olkoon  $\Gamma_s$ . Säätimen ulostulo olkoon  $y_s$  ja sen tilavektorin kerroinmatriisi olkoon  $C_s$ . Säätimen ulostulon ohjaussuureen kerroin-matriisi olkoon  $D_s$ . Säätimen tilamalli on silloin

$$\begin{aligned}x_s(k+1) &= \Phi_s x_s(k) + \Gamma_s u_s(k) \\ y_s(k) &= C_s x_s(k) + D_s u_s(k),\end{aligned}\tag{3.50}$$

Yhdistetään säätimen ja säädettävän prosessin tilamallit sarjaan, jolloin säätimen lähtö on prosessin tulo. Sarjaankytkennästä saadaan avoimen systeemin tilamalli,



jonka sisäänmeno on  $u_s = e$ . Tilamalli on

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_s(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma C_s \\ O & \Phi_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma D_s \\ \Gamma_s \end{bmatrix} e(k) + w(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} C & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_s(k) \end{bmatrix} + v(k). \end{aligned} \quad (3.51)$$

Kun systeemin tilojen lukumäärä on  $n$ , niin avoimen systeemin tilamallin dynamiikkamatriisiin nollamatriisin dimensio on  $n+1 \times n+1$  ja mittausmatriisin dimensio on  $1 \times n+1$ , kun systeemillä on yksi mittaussuure.

Avoimesta systeemistä saadaan määritettyä stabiiliuden robustisuutta kuvaavat pe-livarat. Ne kertovat yleisesti kuinka hyvin säädetty systeemi kestää muun muassa mallinnusvirheitä. Avoimen systeemin vahvistusvara kuvaa, kuinka paljon vahvistusta voidaan lisätä, kunnes systeemistä tulee epästabiili. Avoimen systeemin vaihevara taas kuvaa, kuinka paljon vaihetta voidaan siirtää ennen kuin systeemistä tulee epästabiili. Vaihevaraa voivat pudottaa esimerkiksi systeemissä esiintyvät viiveet. Jos säädetyllä systeemillä on viive  $t_d$ , niin säädön ohjauksella hetkellä  $t$  ei ole vaikutusta ennen hetkeä  $t+t_d$ . Hetken  $t$  häiriö tai asetusrvon muutos otetaan säädössä huomioon vasta viiveen  $t_d$  kuluttua. Riittävinä ja stabiiliudesta kertovina arvoina voidaan pitää esimerkiksi vahvistusvaralle yli 2 dB ja vaihevaralle yli 30° (Skogestad ja Postlethwaite 2005).

Suljetun systeemin mallista voidaan määrittää kaistanleveys. Suljetun systeemin tilamalli on

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_s(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Phi - \Gamma D_s C & \Gamma C_s \\ -\Gamma_s C & \Phi_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma D_s \\ \Gamma_s \end{bmatrix} r(k) + \begin{bmatrix} I & -\Gamma D_s \\ O & -\Gamma_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \\ y(k) &= \begin{bmatrix} C & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_s(k) \end{bmatrix} + v(k). \end{aligned} \quad (3.52)$$

Häiriön kerroinmatriisin identiteettimatriisin dimensio on  $n \times n$  ja nollamatriisin dimensio on  $n \times n$ . Mittausmatriisin nollamatriisin dimensio on  $1 \times n+1$ .

Muodostetaan vielä nopeustilojen varianssien laskentaa varten suljetun systeemin tilamalli, jossa nopeuden asetusarvo on  $r = 0$ , ja systeemiin kohdistuu valkoista prosessikohinaa ja valkoista mittauskohinaa. Tilamalli on

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_s(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Phi + \Gamma D_s C & \Gamma C_s \\ \Gamma_s C & \Phi_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & \Gamma D_s \\ O & \Gamma_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \\ y(k) = \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I & O \\ D_s C & C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O & O \\ O & D_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(k) \\ v(k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.53)$$

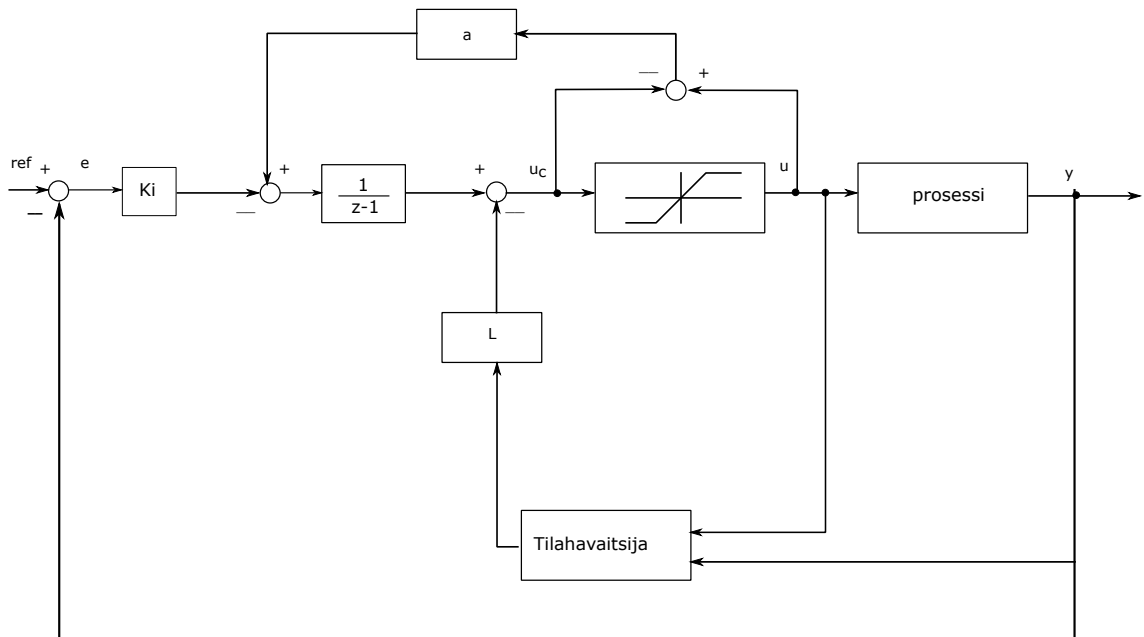
Kun tilojen lukumäärä on  $n$ , niin molempien identiteettimatriisien dimensio on  $n \times n$ . Nollamatriisin dimensio suljetun systeemin sisäänmenon matriisissa on  $n \times n$ . Nollamatriisin dimensio mittausmatriisissa on  $n \times n$ . Nollamatriisien dimensiot mallin matriisille  $D$  ovat  $n \times n$ ,  $n \times 1$  ja  $1 \times n$ .

Jos systeemillä on vain yksi tila, yksi ohjaus ja yksi säädettävä suure, niin integroiva tilasäätö muistuttaa PI-säädintä. Yhden tilan vahvistukselle saadaan tilatakaisinkytkennällä yksi arvo, joka vastaa P-säädön vahvistusta. I-säädön vahvistus saadaan edelleen referenssin ja mittauksen erosuureen integraalista. Integraalista johtuen monimuuttujasysteemin integroiva tilasäätö ja PI-säätö ovat keskenään riittävän vertailukelpoiset tehokkuustarkastelun kannalta.

### 3.12 Anti-windup

Kun säätösystemiin implementoidaan integraattori, niin suunnittelussa tulee ottaa huomioon myös toimilaitteen mahdollinen saturoitumisriski. Toimilaitteilla on fyysisiä rajoituksia. Esimerkiksi moottorilla on maksimimomentti, jonka se voi tuottaa ilman pelkoa moottorin rikkoutumisesta. Lisäksi jännite- ja virtarajat ovat yleisiä rajoitteita sähkökoneille. Jos toimilaite saturoituu jyrkän ohjauksen seurauksena, niin integraattori jatkaa erosuureen integroimista ja integraattorin palautuminen normaalitilaan kestää kauan. Säätö jatkaa ohjauksen muuttamista, vaikka toimilaite on saturoitunut ylä- tai alarajalleen. Sillä hetkellä systeemi ei ole säädettävissä eikä käyttäydy lineaarisesti, ja systeemi voi ajautua huonosti käyttäytyvään tilaan. Integraattorin ajautuminen voidaan estää anti-windup kytkennällä. Kuva 3.5 esittää periaatekuvaa anti-windup -toteutuksesta.

Kuvassa anti-windup-menetelmä toimii siten, että toimilaitteen erosuuretta tark-



**Kuva 3.5** Anti-windupin periaate. Toimilaitteen erosuuretta  $u - u_c$  tarkkaillaan. Toimilaitteen saturoituessa säätimen ohjaus ja toimilaitteen ulostulo ovat erisuuret, jolloin anti-windup -takaisinkytkentä aktivoituu.

kaillaan. Jos säätimen ohjauksen arvo menee yli toimilaitteen ohjauksen ylä- tai alarajan, niin toimilaite saturoituu ja erosuure lähtee kasvamaan tai pienenemään. Tällöin anti-windupin vahvistuksella  $a$  kerrotaan erosuuretta säätimen erosuureen integroinnin hallitsemiseksi. Tätä anti-windup -rakennetta kutsutaan nimellä back-calculation. (Wittenmark et al. 2003)

## 4. NOPEUSSÄÄDÖN SIMULOINTI

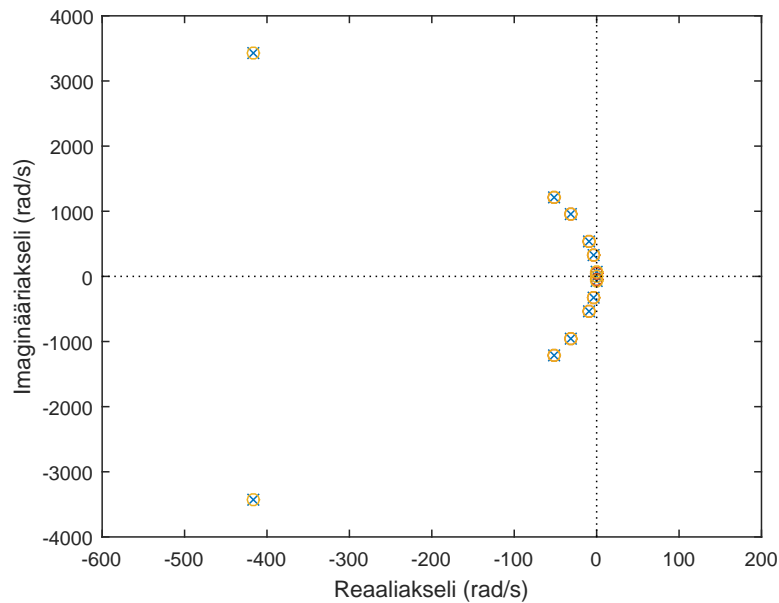
Säätimen erilaisia virityksiä voidaan testata simulointimallin avulla. Säädettävää järjestelmää ja säätöä simuloidaan ensin MATLAB/Simulink-ympäristössä. Säädetyt järjestelmän lohkoavioesitys esitetään liitteen D kuvassa 1. Diskreettiaikainen suunnittelumalli muodostetaan jatkuva-aikaisesta mallista olettaen, että pitopiirin kertaluku on nolla. Mekaniikasta saadaan mittausta  $y$  ja nopeussäätimen lähdöstä ohjaus  $u$ . Mittauksen ja ohjauksen avulla tilahavaitsija estimoi systeemin muut tilat. Tilahavaitsijana on käytetty stationaarista Kalman-suodinta. Tilahavaitsijasta saatavista tilaestimaateista saadaan LQ-säädön tilatakaisinkytkennän kautta lasketta ohjaukset tiloille. Integraattorilla poistetaan nopeuden pysyvän tilan virhe, joka aiheutuu kuormamomentin askelmaisesta muutoksesta. Säätimen ulostuloa rajoitetaan asettamalla vääntömomenttiohjeelle maksimiarvo. Tässä simulointimallissa käytetty valssikäyttöihin soveltuva moottori voi tuottaa enintään 2,5 kertaa nimellisen momenttinsa verran hetkellistä momenttia. Maksimiarvo vääntömomenttiohjeelle on siis 2,5. Säätimen integraattorin haitallisen windup-ilmiön minimoimiseksi säätimessä on myös anti-windup-kytkentä.

Laskettu vääntömomenttiohje syötetään moottorikäytölle, johon kuuluu suoralla vääntömomentinsäädöllä ohjattu tahtimoottori. Suora vääntömomenttisäätö perustuu vääntömomentin ohjaamiseen moottorin vuon hystereesisäädöllä. Kostiainen (2013) mallintaa moottorikäytön toimintaa staattorivirran nousunopeuden avulla, kun moottorin vuo pysyy vakiona. Tässä työssä on käytetty samaa taajuusmuuttajan ja moottorikäytön mallia. Taajuusmuuttajan välipiirin jännitettä on simuloitu nimellisestä tasosta alennetulla jännitteellä, jotta verkkosuuntaajan vektorisäädön rajallisesta dynamiikasta johtuva jännitteen alenema voidaan mallintaa.

Testisysteemin mekaniikkamalliksi otetaan yhtälön ( 3.1) mukainen tilamalli, johon sijoitetaan mekaniikan dynamiikkaa kuvaavat matriisit ( 2.12), ( 2.13), ( 2.14) ja ( 2.15). Testisysteemin mekaniikkamallin ja moottorin parametrit annetaan liitteessä C. Mekaniikan parametrit ovat suhteellisarvoja. Kostiainen (2013) laski me-

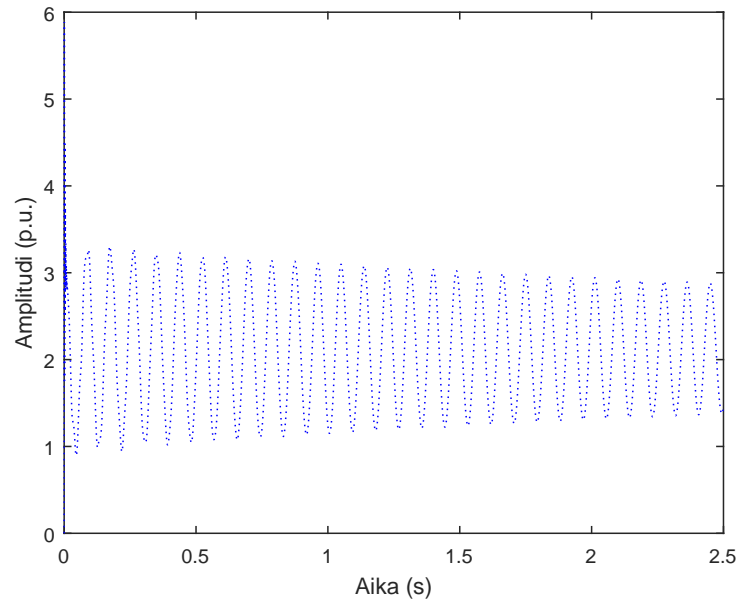
kaniikan parametreille viitearvot erään valssaimen värähtelyanalyysia varten. Arvoja käytetään testisysteemin mekaniikkamallissa. Laakerin mitat saadaan moottorin mekaniikkapiirroksista. Laakerin parametrit lasketaan liitteen A yhtälöillä. Moottoriparametrit saadaan moottorivalmistajalta.

Jatkuva-aikaisen systeemin siirtofunktio muodostetaan moottorin momentin ohjauksesta laakerin mittaukseen. Siirtofunktion navat ja nollat esitetään kuvassa 4.1. Jatkuva-aikainen systeemi on stabiili, koska sen ominaisarvot ovat vasemmassa puolitasossa, tai esiintyvät imaginääriakselilla kerran. Systeemin ominaisarvojen imaginääriosan poikkeaminen nolasta kertoo systeemin värähtelystä. Värähtelyn voi nähdä myös impulssivasteen kuvaajasta 4.2, jossa näkyy värähtelyä taajuudella  $11,4 \text{ Hz}$ .



**Kuva 4.1** Jatkuva-aikaisen systeemin napa-nollakuva. Kuvassa navat on merkitty ristillä ja nollat ympyrällä. Napa ja nolla melkein päällekkäin merkitsee ehkä mahdollisuutta approksimoida siirtofunktiota supistetulla siirtofunktiolla.

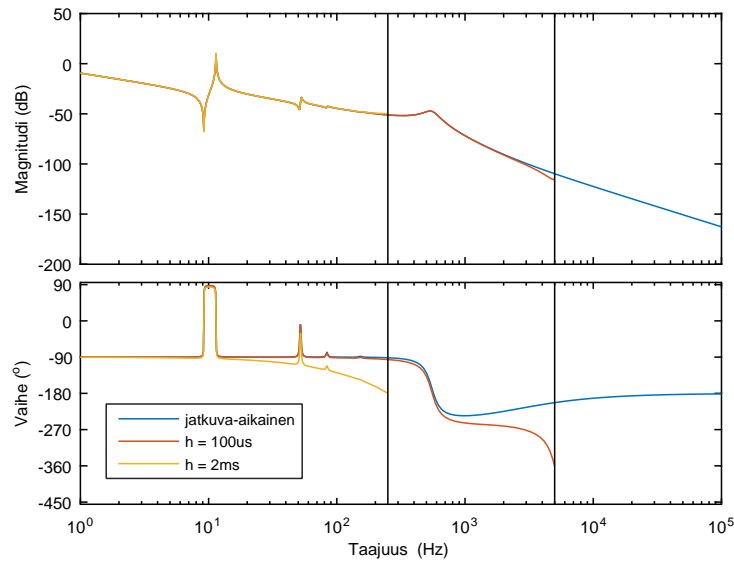
Säädön yhtenä tavoitteena on saada suljetulle systeemille riittävä kaistanleveys. Osana tavoitteen saavuttamista on mielekkään säätövälän valitseminen diskreetiaikaiselle systeemille. Kuvassa 4.3 säädettävä systeemi on diskretoitu  $100 \mu\text{s}$  ja  $2 \text{ ms}$  näytteenottovälillä. Systeemin taajuusvaste esitetään Bode-diagrammilla. Lyhyemmällä näytteenottovälillä diskretoitu systeemi vastaa paremmin jatkuva-aikaista systeemiä. Viivat taajuustason kuvaajassa kuvaavat systeemin Nyquistin



**Kuva 4.2** Jatkuva-aikaisen systeemin laakerin nopeusvaste, kun systeemiin syötetään yksikköimpulssi. Vasteen amplitudi on suhteellisarvo p.u. Nopeusvasteesta voidaan havaita systeemin vasteen värähtely taajuudella 11,4 Hz

taajuuksia kyseisillä näytteenottoväleillä. Nyquistin taajuutta korkeammilla taajuuksilla ja Nyquistin taajuutta lähestyvillä taajuuksilla diskreettiaikainen systeemi ei kuvaudu enää oikein. Taajuustasossa näkyvät mekaniikan yhdet ominaistajuuudet taajuuksilla 11,4 Hz, 52,5 Hz ja 546,5 Hz. Mekaniikan kaikki ominaistajuuudet löytyvät liitteen C taulukosta 3.

Yhtälöstä (3.6) saadaan diskreettiaikaisen systeemin ominaisarvot. Jos systeemi on ohjattava ja tarkkailtava, niin systeemin ominaisarvot ovat myös systeemin navat. Systeemin napa-nollakuviot näytteenottoväleille 100  $\mu s$  ja 2 ms esitetään kuvassa 4.4. Molemmilla näytteenottoväleillä systeemi on stabiili, mutta 100  $\mu s$  näytteenotolla systeemissä on nolla yksikköympyrän ulkopuolella. Jos systeemin näytteenottoväli valitaan niin, että Nyquistin taajuus on huomattavasti suurempi kuin systeemin haluttu kaistanleveys, niin diskretoinnista johtuvan nollan merkitys on pieni (Goodwin et al. 2013). Valssikäytön tapauksessa suljetun systeemin kaistanleveys halutaan tasolle, jossa alimmat ja merkittävimmät mekaniikan ominaistajuuudet saadaan vaimennettua, joten haluttu kaistanleveys jää alle Nyquistin taajuuden ja diskretoinnista johtuva nolla voidaan jättää huomiotta säätösuunnittelun kannalta.

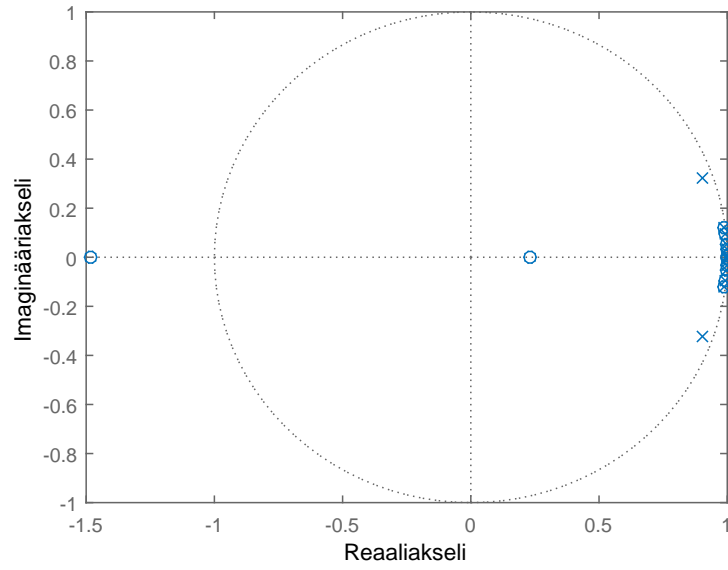
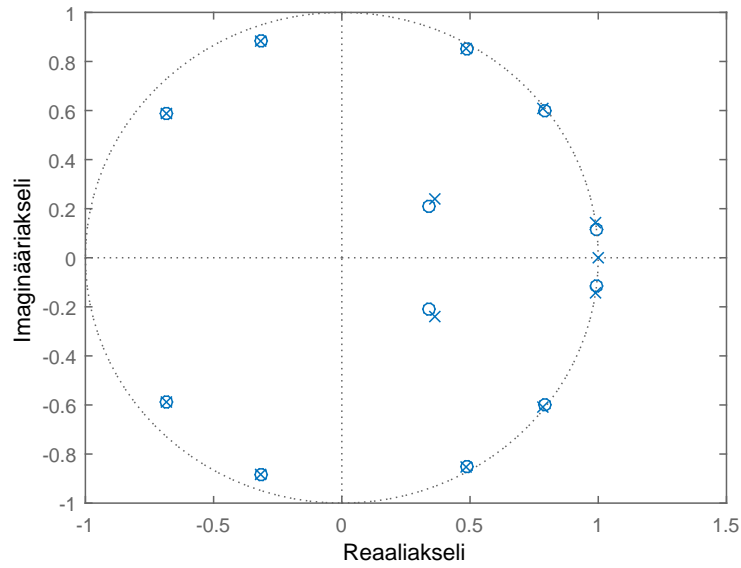


**Kuva 4.3** Mekaniikan kuvautuminen taajuustasossa eri näytteenottoväleillä. Lähellä Nyquistin taajuutta diskretoidun systeemin vaihe putoaa. Tällöin diskretoitu systeemi ei enää vastaa hyvin jatkuva-aikaista systeemiä.

## 4.1 LQG-säätö

Järjestelmää halutaan säätää LQG-säätimellä. Koska valssikäytön järjestelmässä vain moottorin laakerin nopeus mitataan, niin muut tilat on estimoitava. Tutkitaan järjestelmän tarkkailtavuutta tarkkailtavuusmatriisiin ( 3.20) avulla, kun näytteenottoväli on 2 ms. Todetaan, että matriisin rangi on täysi  $\text{rank}(X_o) = 13$ , sillä systeemissä on 13 tilamuuttujaa. Systeemi on siis tarkkailtavuusmatriisin mukaan tarkkailtavissa. Tarkkailtavuusmatriisin determinantin arvo on  $\det(X_o) = 4,4192 \cdot 10^{-19}$ , joka on hyvin lähellä nollaa. Systeemi on siis joko heikosti tarkkailtavissa tai siinä on kuitenkin tarkkailemattomia tiloja. Determinantin tulos voi johtua numeerisesta kohinasta tai signaalien huonosta skaalauksesta. Lasketaan systeemille myös Gramin matriisi ( 3.21). Matriisille lasketaan singulaariarvot, joista osa on hyvin lähellä nollaa. Gramin matriisi ei siis ole ei-singulaarinen ja positiivisesti definiitti, joten systeemi ei ole Gramin matriisin perusteella tarkkailtavissa. Tarkkailtavuuden puute voi johtua systeemin tarpeettomasta ylimallinnuksesta, jolloin systeemin ominaisuuksia on mallinnettu useaan kertaan. Systeemi on kuitenkin havaittavissa.

Integroivan säätimen suunnittelussa säätimen outputin integroivan termin tilamuut-

(a) napa-nollakuva, kun  $h = 100 \mu s$ (b) napa-nollakuva, kun  $h = 2 ms$ 

**Kuva 4.4** Diskretoidun systeemin napa-nollakuvat kahdella eri näytteenottovälillä. Navat on merkitty ristillä ja nollat ympyrällä. Napa ja nolla melkein päällekkäin merkitsee ehkä mahdollisuutta approksimoida siirtofunktiota supistetulla siirtofunktiolla. Siirtofunktion napa yksikköympyrän kehän pisteessä  $z = 1$  merkitsee integroivuutta.



tuja lisätään systeemin tilamalliin. Tällöin prosessin ja säätimen yhteistilamallissa on 14 tilamuuttujaa. Tutkitaan järjestelmän ohjattavuutta ohjattavuusmatriisiin (3.13) avulla, kun näytteenottoväli on  $2\text{ ms}$ . Matriisin rangi on täysi  $\text{rank}(X_c) = 14$ , koska rangi on yhtä suuri kuin tilamuuttujien lukumäärä. Systeemi on siis ohjattavuusmatriisiin mukaan ohjattavissa. Ohjattavuusmatriisin determinantin arvo on  $\det(X_o) = -7,1668 \cdot 10^{-53}$ , joka on hyvin lähellä nollaa. Systeemi on siis joko heikosti ohjattavissa tai siinä on kuitenkin ei-ohjattavia tiloja. Lasketaan systeemille myös Gramin matriisi (3.15). Matriisille lasketaan singulaariarvot, joista osa on hyvin lähellä nollaa. Gramin matriisi ei siis ole ei-singulaarinen ja positiivisesti definiitti, joten systeemi ei ole Gramin matriisin perusteella ohjattavissa. Ohjattavien tilojen ominaisarvoja ei tällöin voida muuttaa. Systeemi on kuitenkin stabiloitavissa, jolloin suljetun systeemin ominaisarvot ovat stabiiliusalueen sisällä.

Integraattoritilalla kasvatetulle tilamallille lasketaan tilatakaisinkytkennän vahvistuksen  $[L\ L_i]$  arvo luvussa 3.9 esitettyä kustannusfunktioita minimoimalla. Tilojen painottamisella matriisilla  $Q$  voidaan muuttaa optimisäädön vahvistuksia, jolloin tietyn tilan ohjausta painotetaan muiden tilojen kustannuksella.

Kalman-suotimen vahvistuksen  $K$  laskenta tapahtuu Riccatin yhtälön avulla kuten luvussa 3.8. Vahvistuksen laskennassa tarvittavat tilakohinan ja mittauskohinan varianssit tulisi ensisijaisesti valita fysikaalisin perustein eli identifioida järjestelmän mittauksista. Koska varianssien arvoja ei kuitenkaan ole saatavilla, niin simulointimallin testaamisessa on käytetty täysin teoreettisia variansseja tila- ja mittauskohinalle. Luodaan ensin mittaukselle ja tiloille satunnaista kohinaa, jonka odotusarvo on nolla. Sen jälkeen lasketaan mittauskohinalle varianssi  $\text{cov}(v, v) = V$  ja tilakohinalle varianssi  $\text{cov}(w, w) = W$ . Kaikille systeemin tiloille saadaan varianssit tekemällä tilakohinan varianssista diagonaalinen matriisi. Mittauskohinalle saadaan varianssi  $V = 0.0938$ . Tilakohinalle saadaan varianssi  $W = 0.0823$ . Tilakohinan ja mittauskohinan todenmukaisemmat varianssien arvot tulisi lisätä viimeistään lopulliseen säätöjärjestelmään. Arvoja tulisi myös testata.

Jos moottori kiihdytetään askelmaisesti nimelliseen nopeuteen, niin säätimen integraattorissa voi tapahtua windup-ilmiö. Tämä johtuu valssikäytön moottorin maksimimomentin rajoituksesta. Nopean askelvasteen seurauksena säädin pyrkii kasvattamaan ohjaustaan, vaikka moottorin maksimimomentti on rajoitettu. Integraattorin ajautumisen estämiseksi integraattorille lisätään anti-windup -kytkentä. Sen vahvistukseksi valitaan kokeilujen jälkeen 0,5.

Säätimen suorituskyvyn hyvyyden määrittelyyn on olemassa useita säätökriteerejä. Asetusarvon vasteelta vaaditaan usein suurta kaistanleveyttä. Tärkeää on usein myös säädön kyky poistaa häiriösuureen vaikutus oloarvoon tai säädön häiriönsietokyky mallin parametrien vaihteluille ja epälineaarisuuksille. Kriteerien täyttymisen arviointiin tarvitaan testejä, joista yleisimmin käytetty on mahdollisesti askelvastekoe. Askelvastekokeessa askel tehdään joko ohjearvoon tai häiriösuureeseen, ja oloarvon käyttäytymistä tarkkaillaan. (Niiranen 1999)

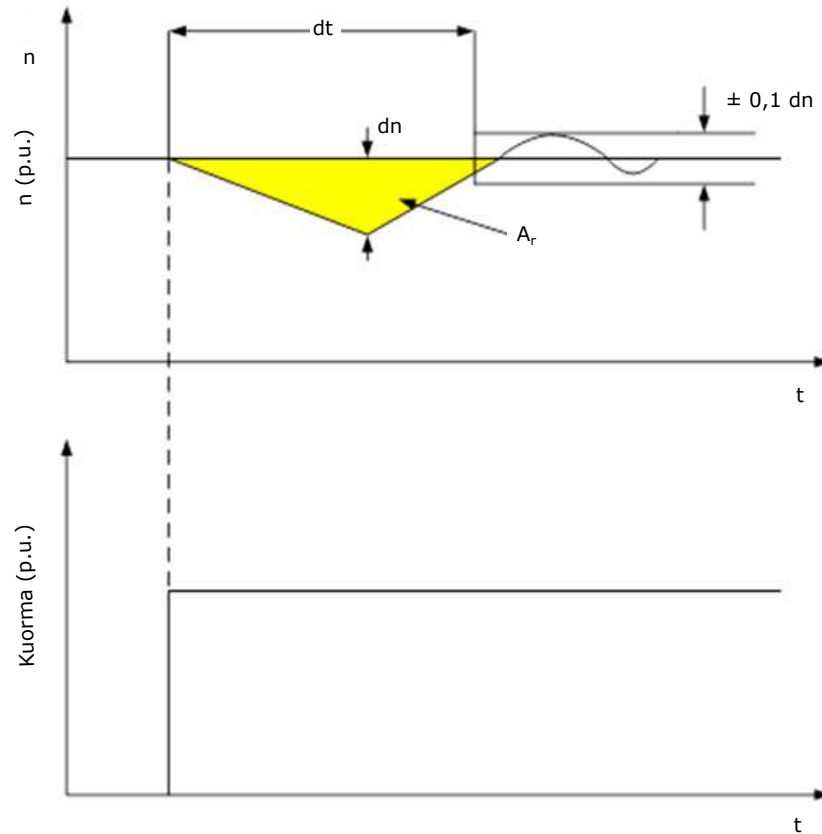
Valssikäytössä moottori ajetaan usein ensin nimelliseen nopeuteen, jonka jälkeen aihioita voidaan syöttää valssin kitaan. Nopeissa valssikäytöissä kuormaiskun muutosilmiöiden tasaannuttua on mahdollista kasvattaa nopeutta lähelle valssausprosessin maksiminopeutta, mutta karkeavalssauksessa nopeuden kasvatus kuormaiskun jälkeen ei ole usein tarpeen. ABB on määritellyt säätökriteerit nopeuden asetusarvon seuraamiselle perustuen nopeussäädettyjen sähkömoottorikäyttöjen standardiin IEC 61800. Nopeussäädön stabiilisuuden tilan toleranssi nopeuden vaihtelulle on  $\leq \pm 0.01 \%$  ja momentin vaihtelulle  $\leq \pm 2.5 \%$ . Säädön nopeuden vasteajan tulee olla  $\leq 75 \text{ ms}$ . Momentin vasteajan tulee olla  $\leq 10 \text{ ms}$ . Karkeavalssikäytöissä nopea reagointi nopeuden asetusarvon muutoksiin ei ole kuitenkaan usein tärkein säätökriteeri, sillä nopeus voidaan ajaa ramppimaisesti nimelliseen nopeuteen.

Tärkeinä säätökriteereinä voidaan sen sijaan pitää askelmaisen häiriön aiheuttaman vastekomponentin tunnuslukuja. Pyörimisnopeussäädetyissä käytöissä laatuksiteerinä säädölle voidaan käyttää nopeusvirheen itseisarvon aikaintegraalia IAE (Integral of Absolute Error), joka kuvaa nimellismomentin suuruisen kuormaiskun aiheuttamaa nopeuden notkahdusta. Virheen aikaintegraaleihin perustuvat tunnusluvut ottavat huomioon sekä vasteen nousunopeuden että ylityksen suuruuden ja keston.

Kuvassa 4.5 esitetään aikaintegraalin laskentatapaa. Aikaintegraali määritellään nopeuden maksimipoikkeaman  $dn$  ja kuormaiskun alkuhetken ja nopeuden palautumishetken välisen ajan  $dt$  muodostaman kolmion pinta-alana  $A_r$ , kun  $n_{max}$  on sähkömoottorikäytön maksiminopeus. Aikaintegraali on

$$A_r = \frac{1}{2} \frac{dtdn}{n_{max}} * 100\%. \quad (4.1)$$

Virheen aikaintegraalin yksikkö on silloin prosenttisekunti. Vasteajan  $dt$  alku määritellään hetkeksi, jolloin kuormamomentti muuttuu. Vasteajan loppu määritellään



**Kuva 4.5** Nopeusvirheen aikaintegraali lasketaan nopeuden maksimipoikkeaman  $dn$  ja nopeuden notkahduksen pituisen ajan  $dt$  muodostaman kolmion pinta-alasta.

hetkeksi, jolloin nopeus pysyy  $\pm 0,1$  rajoissa maksimipudotuksesta. Aikaintegraalille valssikäyttöille esitetty vaatimus on  $0,25\%$  nimellisen suuruisella momentti-askeleella. (IEC 61800-4)

Valssikäyttöjen yhteydessä nopeussäätöjen toimintaa kuorma-askeleissa voidaan lisäksi arvioida vääntömomentin vahvistuskertoimella (TAF). Kerroin kuvaa kuorma-askeleen jälkeen esiintyvän maksimivääntömomentin ja pysyvän tilan vääntömomentin suhdetta. Jotta mekaniikka kestää suuret vääntövoimat, niin vahvistuskertoimen pitää olla alle  $1,6 \dots 1,8$  (Niiranen 1999). Kertoimeen pääseminen vaatii nopeussäädöltä suhteellisen hyvää vaimennusta. TAF:n arvoa  $1,8$  käytetään mekaniikan mitoituskriteerinä. Jos säädön avulla voitaisiin taata pienempi maksimivääntömomentti kuorma-askeleelle, niin mekaniikka voitaisiin mitoittaa pienemmäksi.

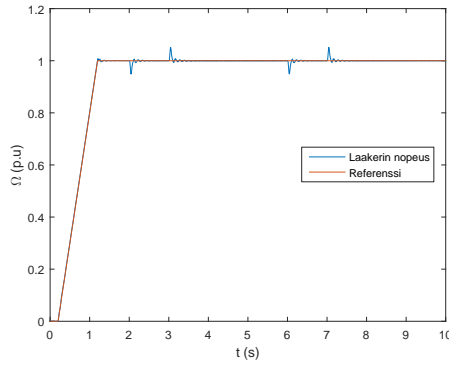
Simuloidaan seuraavaksi kuvan D.1 mukaista simulointimallia erilaisilla näytteenot-

toivaleillä LQG-säädöllä sekä PI-säädöllä. Kaikissa simulointitesteissä moottori ajetaan ensin rampilla nimelliseen nopeuteen, joka on suhteellisarvona 1 p.u. Tämän jälkeen tehdään nimellisen momentin suuruisia sekunnin kestäviä askelmaisia kuormaiskuja ja tarkkaillaan oloarvojen muutoksia.

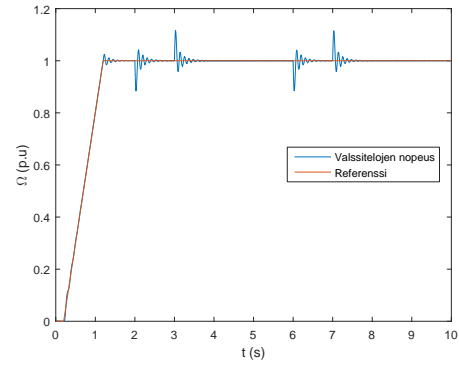
### Testi 1: LQG-säätö, $h = 100 \mu s$ , ideaalinen moottorikäyttö

Ensimmäiseksi testataan nopeussäädön toimintaa vain valssikäytön mekaniikan kannalta. Oletetaan, että taajuusmuuttajalla ohjattu moottorikäyttö on ideaalinen, jolloin se ei aiheuta viiveitä tai epälinearisuuksia järjestelmään. Diskretoidaan säädin  $100 \mu s$  näytteenotolla. Ohjauksen painotus on  $R = 1$ , jolloin säätimen viritystä voidaan muuttaa tilojen painokertoimia varioimalla. Tilojen painomatriisia  $Q$  painotetaan antamalla enemmän painoa työn kannalta olennaisille tiloille. Koska työssä ollaan kiinnostuneita mekaniikan pyörimisnopeuksista, niin asentokulmille ei anneta yhtään painoarvoa. Painokerroin laakerin nopeudelle on  $Q_1 = 5000$  ja muille nopeuksille  $Q_{(3,5,7,9,11,13)} = 100$ . Integraattoritilalle annetaan painotus  $Q_i = 11, 2 \cdot 10^6$ . Tiedetään, että moottorin laakerin takometriltä saadaan nopeusmittaus  $2 ms$  välein. Lisäksi säätimen lähtö voidaan siirtää taajuusmuuttajan modulaattoriin  $2 ms$  ohjelmakierrossa. Moottoria ajetaan nimellisellä nopeudella, kunnes annetaan moottorin nimellisen momentin suuruiset kuormaiskut hetkillä  $2 s$  ja  $6 s$  kuormaiskujen keston ollessa  $1 s$ . Tulokset esitetään kuvassa 4.6.

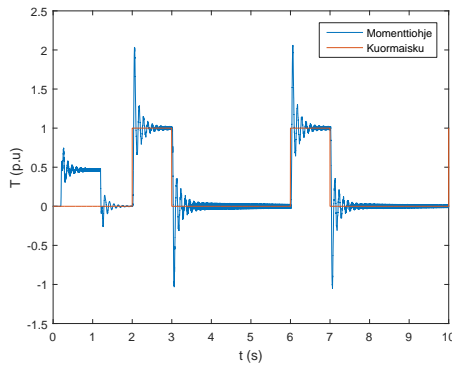
Nopeus asettuu asetusarvoonsa. Kuormaiskujen vaikutus nopeuteen on suhteellisen pieni. Nopeustransientin kuvasta 4.6(d) voidaan havaita taajuudella  $55 Hz$  tapahtuvaa värähtelyä 2. väliakselin nopeudessa  $\Omega_4$  ja telan kytkimen nopeudessa  $\Omega_5$ . Huomataan myös, että roottorin ja laakerin nopeuksissa ei ole mainittavaa eroa. Koska laakerin ja moottorin roottorin nopeudet ovat lähes samat, niin roottorin nopeutta voitaisiin mitata laakerin päästä, ja mekaniikkamallin astelukua voitaisiin pienentää. Toisaalta laakerin merkitys on huomattu suuremmaksi moottorin tyhjäkäyntitesteissä, joissa kuormaa ei ole. Virheen aikaintegraaliksi laakerin ja roottorin nopeudelle saadaan  $A_r = 0,24 \%s$  ja telalle  $A_t = 0,38 \%s$ . Vaadittu tulos  $0,25 \%s$  saavutetaan siis näillä säätöparametreilla. Kattavammat tulokset esitetään taulukossa 6.1.



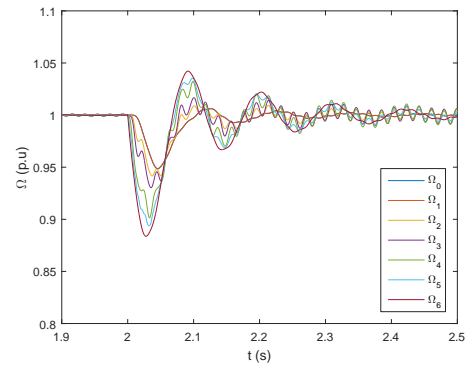
(a) Laakerin nopeus



(b) Telon nopeus



(c) Momenttiohje



(d) Transientti

**Kuva 4.6** Diskreettiaikainen LQG-säätö idealisella moottorikäytöllä, kun  $h = 100 \mu\text{s}$ . Kwassa on laakerin nopeus, telan nopeus, momenttiohje ja kaikkien nopeustilojen transientit kuormaiskun hetkellä. Nopeudet ja momenttiohje ovat suhteellisarvoja, ja niiden yksikkö on p.u.

## Testi 2. LQG-säätö, kun $h = 100 \mu\text{s}$ , viiveellinen moottorikäyttö

Seuraavaksi lisätään simulointimalliin säätimen lähdön ja mekaniikan ohjauksen väliin viiveellinen moottorikäyttö, jotta saataisiin testattua säätöä todenmukaisemmassa tilanteessa. Viiveellisessä moottorikäytössä mallinnetaan taajuusmuuttajan suora vääntömomenttisäätö ja tahtimoottori. Taajuusmuuttajan momenttisäätö ja moottorin epälineaarisuudet voivat rajoittaa nopeussäätimen toimintaa ja aiheuttaa viivettä säätimen ulostulon ja mekaniikan ohjauksen välille. Kostiainen (2013) on mallintanut tahtimoottorin mekaniikan ensimmäisen kertaluvun mallina moottorikäytön momentin referenssistä  $T_r$  moottorin sähköiseen momenttiin  $T_e$

$$T_e = \frac{1}{\tau s + 1} T_r, \quad (4.2)$$

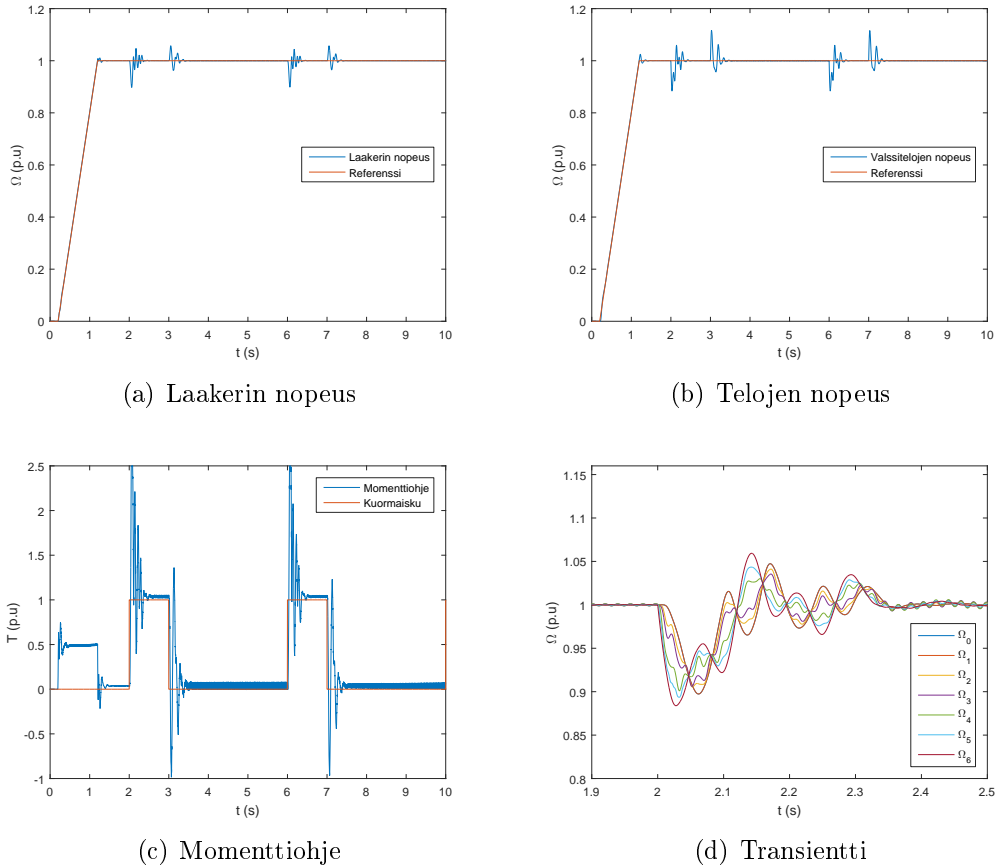
kun aikavakio  $\tau = f(T_r)$ . Suoran vääntömomenttisäädön moottorikäytön aikavakio ja kaistanleveys ovat siis momenttiaskeleen funktioita. Kaikki moottorikäytön simuloinnit tehdään 1 p.u. suuruiselle momenttiaskeleelle ja nimelliselle nopeudelle, jolloin aikavakion arvoksi saadaan  $\tau = 31 \text{ ms}$  (Kostiainen 2013). Moottorikäytön malli tulee lisätä myös säädettävän systeemin malliin. Jos mallia ei lisätä, niin säätimen suunnittelumalli voi olla liian epätarkka, ja yksinkertaisemman mallin avulla suunnitellun LQG-säätimen käyttö voi johtaa systeemin epästabiliuteen.

Säätimen näytteenottovälistä halutaan edelleen lyhyt, joten säädin suunnitellaan näytteenottoajalle  $100 \mu\text{s}$ . Nopeussäädin viritetään painokerroinmatriisille  $R = 1$ . Tilojen painokerroinmatriisiin  $Q$  laakeritilalle paino on  $Q_1 = 1000$ , ja muille nopeuksille annetaan painotus  $Q_{3,5,7,9,11,13} = 1000$ . Integraattorin painotus on  $Q_i = 14 \cdot 10^6$ . Kuvassa 4.7 esitetään simulointitulokset.

Edelliseen tarkasteluun verrattuna laakerin nopeus kuvassa 4.7(a) ja telan nopeus kuvassa 4.7(b) värähtelevät enemmän kuin aiemmin. Niiden asettumisajat ovat myös pidemmät. Myös säätimen ohjauksen värähtely lisääntyy ja kuormaiskun hetkellä momenttiohje nousee hetkellisesti maksimiarvoonsa, kun moottorilta vaaditaan kuormamomentin suuruista vastamomenttia. Momenttiohje ei putoa nollaan kuormaiskun jälkeen. Tämä johtuu moottorimallista, jossa moottorilla on myös pysyvän tilan vääntömomenttia. Viiveellisellä moottorikäytöllä simuloidulla virityksellä saadaan virheen aikaintegraaliksi laakerin ja roottorin nopeudelle  $A_r = 0,49 \text{ \%s}$  ja telalle  $A_t = 0,69 \text{ \%s}$ . Vaadittuun virheen aikaintegraaliin  $0,25 \text{ \%s}$  ei päästä viiveellisellä moottorikäytöllä.

### Testi 3. LQG-säätö, kun $h = 2 \text{ ms}$ , viiveellinen moottorikäyttö

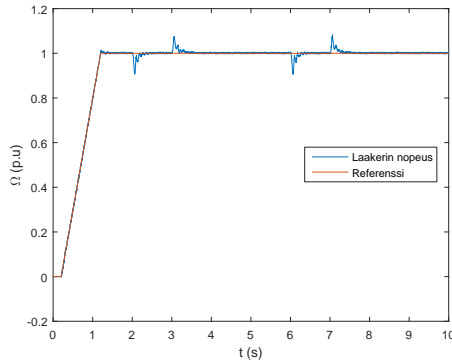
Nopeusmittaus saadaan laakerin päästä vain  $2 \text{ ms}$  välein, ja taajuusmuuttajan ohjaukshortti lukee momenttiohjeen arvoja vain  $2 \text{ ms}$  ohjauksierrossa. Seuraavaksi tutkitaan nopeussäätimen suunnittelua hitaammalla näytteenotolla. Halutaan selvittää, onko nopeammasta näytteenotosta hyötyä säädön kannalta, vai päästäänkö samoihin säätötuloksiin hitaammallakin näytteenotolla. Hitaammalla  $2 \text{ ms}$  näytteenotolla diskretoidussa systeemissä ei esiintynyt diskretoinnista johtuvia ei-minimivaiheisia



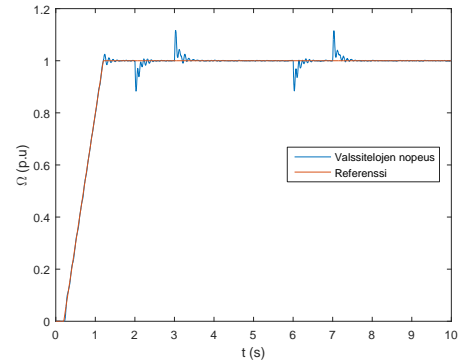
**Kuva 4.7** Diskreettiaikainen LQG-säätö, viiveellinen moottorikäyttö, kun  $h = 100 \mu s$ . Kwassa on laakerin nopeus, telan nopeus, momenttiohje ja kaikkien nopeustilojen transientit kuormaiskun hetkellä. Nopeudet ja momenttiohje ovat suhteellisarvoja, ja niiden yksikkö on p.u.

nollia toisin kuin näytteenotolla  $100 \mu s$ . Kuitenkin näytteenotto  $2 ms$  välein tavoittaa vielä mekaniikan matalampia ominaistajuuksia, jolloin myös helposti värähteleviä  $11 Hz$  ja  $55 Hz$  ominaistajuuksia on mahdollista saavuttaa säädön kautta. Painokerroin ohjausmatriisille näytteenotolla  $2 ms$  on  $R = 1$ . Viritetään tilojen painokertoimia  $Q$ , ja saadaan kertoimiksi laakerin nopeudelle  $Q_1 = 1000$ , ja muille nopeustiloille  $Q_{3,5,7,9,11,13} = 10$ . Integraattorin painokerroin on  $Q_i = 36,5 \cdot 10^5$ . Tulokset esitetään kuvassa 4.8.

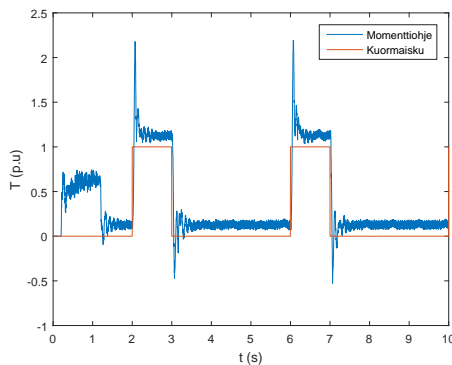
Säädön suorituskyky on huonompi aiempiin tarkasteluihin verrattuna, kun säätimen näytteenottoväli on aiempaa suurempi. Nopeustiloissa esiintyy selkeää värähtelyä, ja momenttiohje heilahtelee huomattavasti enemmän kuin  $100 \mu s$  näytteen-



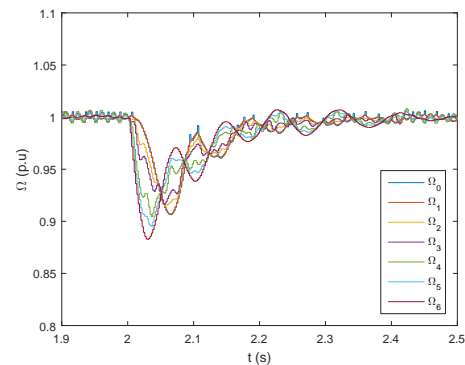
(a) Laakerin nopeus



(b) Telon nopeus



(c) Momenttiohje



(d) Transientti

**Kuva 4.8** Diskreettiaikainen LQG-säätö, viiveellinen moottorikäyttö,  $h = 2$  ms. Kuvasa on laakerin nopeus, telan nopeus, momenttiohje ja kaikkien nopeustilojen transientit kuormaiskun hetkellä. Nopeudet ja momenttiohje ovat suhteellisarvoja, ja niiden yksikkö on p.u.

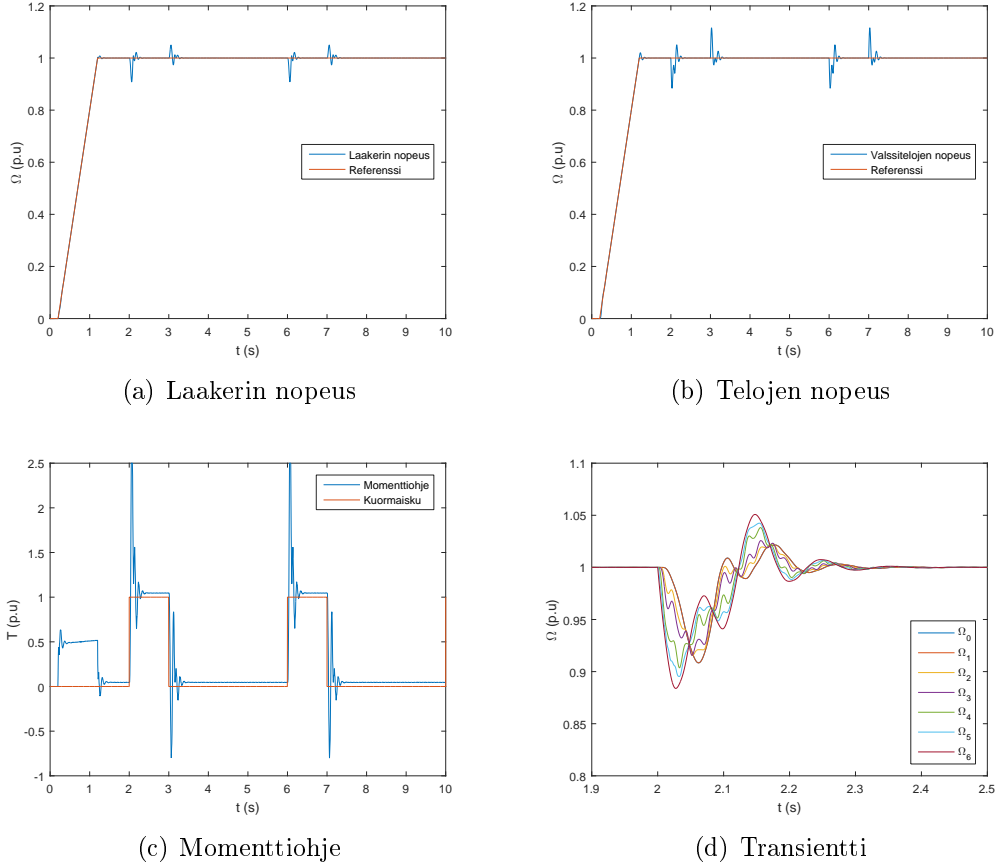
tolla. Säätötavalla saadaan virheen aikaintegraaliksi laakerin ja roottorin nopeudelle  $A_r = 0,50$  %s ja telalle  $A_t = 0,81$  %s. Nopeusvirheen aikaintegraalin luku telan nopeudelle on suurempi kuin näytteenotolla  $100 \mu s$  saatu tulos.

**Testi 4. LQG-säätö, kun  $h = 250 \mu s$ , viiveellinen moottorikäyttö, ei mitausviiveitä**

Tarkastellaan vielä tapausta, jossa mittaus ja säätimen lähdön ohjaus eivät aiheuta viiveitä järjestelmän säätöön. Kun kommunikoinnista johtuvia viiveitä ei ole, niin suurin rajoite järjestelmään aiheutuu todennäköisesti vain moottorin momen-



tin nousnopeuden rajoituksista. Näytteenottoväliksi säätimelle ja järjestelmälle on valittu  $250 \mu s$ , sillä kyseisellä näytteenotolla on mahdollista kommunikoida moottorikäytön taajuusmuuttajan kanssa. Ohjauksen painokerroin on edelleen  $R = 1$ , ja painokertoimet nopeustiloille ovat  $Q_1 = 1000$  ja  $Q_{3,5,7,9,11,13} = 1000$ . Integraattoritiilan painotus on  $Q_i = 14 \cdot 10^6$ . Tulokset esitetään kuvassa 4.9.



**Kuva 4.9** Diskreetti-aikainen LQG-säätö viiveellisellä moottorikäytöllä, kun  $h = 250 \mu s$  ja kommunikoinnin viiveitä ei ole. Kuvassa on laakerin nopeus, telan nopeus, momenttiohje ja kaikkien nopeustilojen transientit kuormaiskun hetkellä. Nopeudet ja momenttiohje ovat suhteellisarvoja, ja niiden yksikkö on p.u.

Simuloinnin perusteella mittausviiveiden vaikutus nopeussäätöön on havaittavissa. Ilman kommunikoinnista johtuvia viiveitä nopeussäätö toimii melko hyvin, ja nopeudet palautuvat hyvin kuormaiskusta. Toisin kuin aiemmissa simuloinneissa näytteenotolla  $250 \mu s$  ei näy värähtelyä nopeustiloissa. Virheen aikaintegraalille saadaan laakerin ja moottorin nopeuksille  $A_r = 0,43 \%$  ja telan nopeudelle  $A_t = 0,70 \%$ . Muut tulokset ovat taulukossa 6.1. Ilman mittausviiveitä säätö toimii odotetusti

paremmin kuin mittausviiveiden kanssa.

## 4.2 PI-säätö

Seuraavaksi vertaillaan LQG-säädön toimintaa PI-säätimen toimintaan. PI-säädin on mahdollisesti teollisuuden eniten käytetty säädintyyppi, joka soveltuu moniin sovelluskohteisiin ja jota käytetään tällä hetkellä myös valssikäytön järjestelmissä nopeussäätimissä. PI-säädinten suosio perustuu osittain niiden suhteellisen hyviin säätöominaisuuksiin useissa erilaisissa järjestelmissä sekä osittain niiden yksinkertaisuuteen säätimen virityksessä. PI-säätimellä on kaksi viritysparameetria: P-osan vahvistus  $K_p$  ja integrointivahvistus  $K_i$ . Jatkuva-aikaisen PI-säätimen siirtofunktio on

$$G_s(s) = K_p + \frac{K_i}{s}. \quad (4.3)$$

Kun integrointiosa diskretoidaan käyttäen Backward Euler-approksimaatiota jatkuva-aikaisesta siirtofunktiosta

$$s = \frac{z - 1}{zh}. \quad (4.4)$$

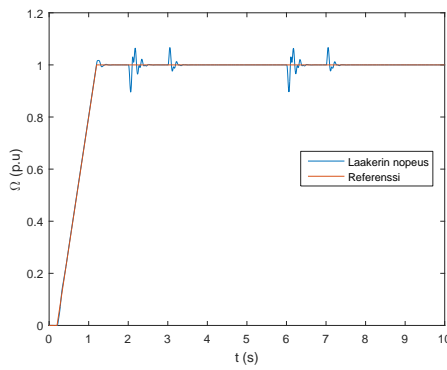
niin voidaan muodostaa diskreettiaikaiselle PI-säätimelle siirtofunktio

$$G_s(z) = K_p + K_i \frac{hz}{z - 1}. \quad (4.5)$$

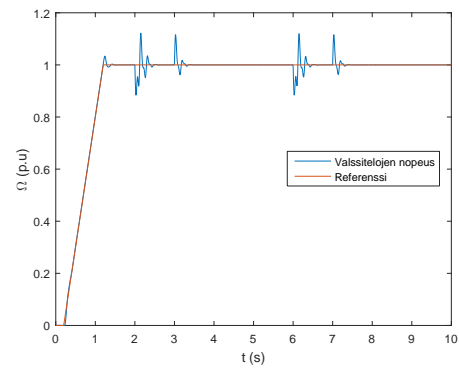
PI-säätimen heikkoutena valssikäytön nopeussäädössä voidaan pitää sen huonoa kykyä vaimentaa mekaniikan ominaistajuuksien värähtelyä. PI-säätimen säätäessä mitattua moottorin nopeutta moottorikäytön muiden hitausmassojen nopeudet voivat alkaa värähdellä transienttien aikana hallitsemattomasti. Ominaisajuuksien värähtelyn takia PI-säätimen suorituskykyä voidaan joutua alentamaan, vaikka muuten säädin toteuttaisi halutut säätökriteerit. Koska yhden tilan PI-säätö ei kykene vaimentamaan kaikkia mekaniikan ominaistajuuden värähtelyjä, niin PI-säädön lisäksi värähtelyjen vaimentamiseen on usein kehitetty suhteellisen vaikeasti viritettäviä

suodinratkaisuja. Nopeuden LQG-säädöllä on tarkoitus pystyä vaimentamaan tasaisesti kaikkien hitausmassojen vääntöväärähtelyä säätöteknisin keinoin.

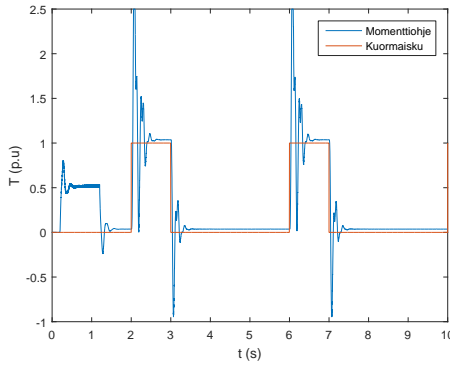
Diskreettiaikaisen PI-säätimen ja LQG-säätimen vertailu on mahdollista, kun LQG-säätimessä on lisäksi integraattori, jonka avulla säädin säätää nopeuden oloarvon tarkasti asetusrvoon PI-säätimen tavoin. PI-säätimen vertailu tehdään  $100 \mu s$  näytteenottovälillä viiveelliselle moottorikäytölle. PI-säädin viritetään minimoimalla SSE (Sum of Squared Error) -kustannusfunktiota erosuureen siirtofunktiolle. Säätimelle saadaan viritysarvot  $K_p = 15,8$  ja  $K_i = 29,55$ . Kuvassa 4.10 esitetään PI-säätimen toiminta valssikäytön nopeussäädössä.



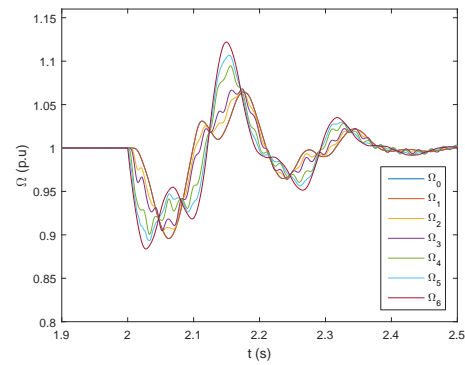
(a) Laakerin nopeus



(b) Telojen nopeus



(c) Momenttiohje



(d) Transientti

**Kuva 4.10** Diskreettiaikainen PI-säätö viiveellisellä moottorikäytöllä, kun  $h = 100 \mu s$ . Kuvassa on laakerin nopeus, telan nopeus, momenttiohje ja kaikkien nopeustilojen transientit kuormaiskun hetkellä. Nopeudet ja momenttiohje ovat suhteellisarvoja, ja niiden yksikkö on p.u.

Säätötulokset ovat jonkin verran huonompia kuin LQG-säädön vastaavalla näyttee-

notolla saadut tulokset. Valssitelan nopeudessa on havaittavissa LQG-säätöä voimakkaampaa heilahtelua, ja nopeuksien palautuminen kuormaiskusta kestää hiukan kauemmin. Toisaalta PI-säädöllä nopeuksissa  $\Omega_4$  ja  $\Omega_5$  ei esiinny 55 Hz värähtelyä toisin kuin LQG-säädössä. PI-säätimellä saadaan virheen aikaintegraaliksi laakerin ja roottorin nopeudelle  $A_r = 0,50$  %s ja telalle  $A_t = 0,69$  %s. Integroinnin vahvistusta nostamalla virheen aikaintegraalia saadaan pienennettyä, mutta samalla nopeuden värähtely voi lisääntyä.

### 4.3 Kahden lähdön LQG-säätö

Seuraavaksi tutkitaan mahdollisuutta säätää koko valssikäytön järjestelmää yhdellä keskitetyllä LQG-säätimellä. Valssikäytön kokonaisjärjestelmällä tarkoitetaan ylempää valssitelaa ja alemmaa valssitelaa ohjaavien moottorikäyttöjen kokonaisuutta. Keskitetyn valssikäytön säädön tavoitteena on pyrkiä vaimentamaan yhä paremmin mekaniikan vääntövärähtelyjä ja saamaan parempia säätötuloksia kuin yhden moottorikäytön järjestelmän säädössä, sillä keskitetyllä säädöllä otetaan optimaalisten vahvistuskertoimien laskennassa huomioon koko valssijärjestelmä. Keskitetyn säädön tarkoituksena on myös saada kuorma jakautumaan tasaisesti moottorikäyttöjen kesken, jolloin erillistä kuormanjakosäätöä ei tarvittaisi.

Yhdistetyn systeemin tilamallin muodostaminen on esitetty kappaleessa 2.3. Tilamalliin lisätään molemmille valssikäyttöille integraattoritilat, jolloin tilamalli laajenee 28-tilaiseksi. Yhdistetyn mallin ohjattavuus ja tarkkailtavuus tutkitaan ensin. Yhdistetyn mallin ohjattavuusmatriisin rangi on  $\text{rank}(X_c) = 26$ , ja tarkkailtavuusmatriisin rangi on  $\text{rank}(X_o) = 28$ . Kuitenkin kun mallille lasketaan Gramin matriisit ohjattavuudelle ja tarkkailtavuudelle, niin voidaan todeta Gramin matriisien singulaariarvojen olevan hyvin lähellä nollaa. Matriisit eivät ole myöskään positiivisesti definiittejä. Yhdistetyn järjestelmän mallissa on mahdollisesti siis ohjaamattomia ja tarkkailemattomia tiloja. Epäselvät tulokset voivat johtua ylimallinnuksesta. Systemi on kuitenkin stabiloitavissa ja havaittavissa, jolloin suljetulle systeemille saadaan suunniteltua stabiilit ominaisarvot. Malli diskretoidaan nollannen pitopiirin menetelmällä 100  $\mu\text{s}$  näytteenotolla. Kaksoiskäyttöä simuloidaan MATLAB/Simulink-ohjelmistolla.

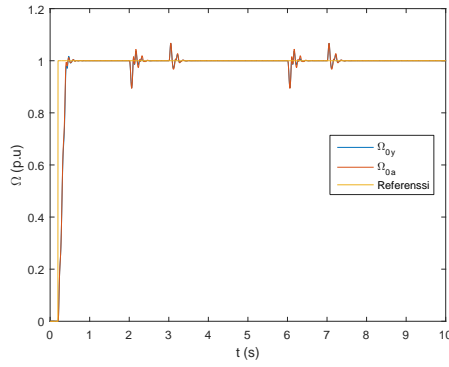
Yhdistetyn mallin kustannus minimoidaan kustannusfunktiolla 3.9 painottaen haluttuja nopeustiloja. Mallilla on yhteinen tilahavaitsija, joka estimoi säädetyn järjestelmän mittaamattomia tiloja. Tilahavaitsijan tarvitsemia todenmukaisia varianssien

arvoja yhdistetylle moottorikäytön systeemille ei ole saatavilla, joten simuloinnin testaamiseen käytetään teoreettisia variansseja. Todellisuutta paremmin kuvaavien varianssien määrittäminen tulisi tehdä tulevaisuudessa, jotta säätötuloksista saataisiin luotettavampia. Luodaan ensin satunnaista nollakeskiarvoista kohinaa sekä mittauksille että tiloille. Sen jälkeen lasketaan mittauskohinalle varianssi  $V$  ja tilakohinalle varianssi  $W$ . Kaikille systeemin tiloille saadaan varianssit tekemällä tilakohinan varianssista diagonaalinen matriisi. Yhdistetyssä mallissa on sekä ylemmän että alemman moottorin nopeuden ohjaukselle omat integraattorit. Lisäksi simulointimallissa on molemmille moottorikäytöille lisätty omat identtiset moottorimalit, jotka vastaavat aikaisemman simuloinnin mallia.

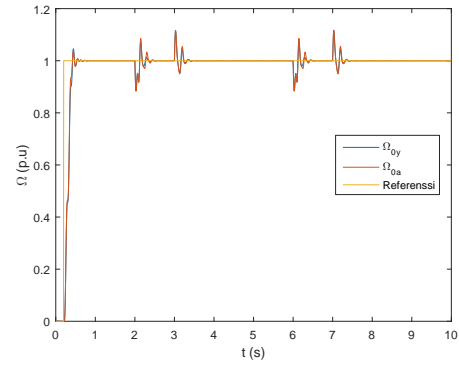
Simuloinnin kannalta telojen nopeuksien tulisi olla lähellä toisiaan, jotta aihio valssautuu tasaisesti telojen välissä. Samalla halutaan kuitenkin moottorien nopeuksille nopeaa asettumista. Ohjauksen painokerroin pidetään edelleen arvossa  $R = 1$  ja tilojen nopeuksia painotetaan seuraavasti: painokertoimet molempien valssikäyttöjen laakerien nopeuksille ovat  $Q_{1,14} = 100$  ja muiden nopeustilojen painotus on  $Q = 10$ . Integraattorituloille painotus on  $Q_i = 32 \cdot 10^4$ . Mittaus molemmista laakerin nopeuksista otetaan  $2 \text{ ms}$  välein, ja taajuusmuuttaja lukee säätimen laskeman momenttiohjeen  $2 \text{ ms}$  aikasyklillä. Moottorit ajetaan ensin nimelliseen nopeuteensa. Ajanhetkellä  $2 \text{ s}$  annetaan moottorin nimellisen momentin suuruinen kuormaisku, jonka kesto on  $1 \text{ s}$ . Simulointituloksia esitetään kuvassa 4.11.

Säätö käyttäytyy hyvin ja seuraa tarkasti asetusarvoa. Ylemmän ja alemman valssikäytön nopeustiloissa on vain vähän eroja. Pienet erot johtuvat nopeuseron ristikkäistermin vaikutuksesta. Ylemmän moottorikäytön nopeudet vaimenevat kuormaiskun jälkeen nopeammin kuin alemman telan nopeudet johtuen termin (2.25) vaikutuksesta. Painottamalla alemman telan moottorikäytön nopeuksia saadaan paremmin vaimennettua alemman telan värähtelyä, mutta samalla ylemmän telan värähtely voi voimistua kustannuksen kasvaessa. Nopeuden transienttikuvasta 4.11(d) voidaan huomata  $55 \text{ Hz}$  taajuudella pientä värähtelyä, joka on kuitenkin huomattavasti vaimeampaa kuin vastaavalla yhden moottorikäytön valssijärjestelmällä tehdyllä simuloinnilla 4.7(d).

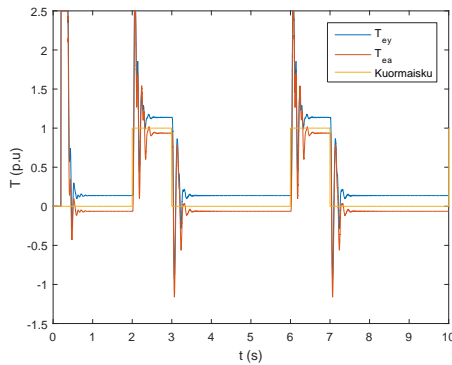
Suurempi ero moottorikäyttöjen välillä on momentin jakautumisessa moottorien välillä. Kuvasta 4.11(c) huomataan, että ylemmän telan momenttiohje on suurempi kuin alemman telan huolimatta telojen nopeuksien painotuksista. Myös tämä johtuu valssitelojen nopeuseron vaikutuksesta mekaniikkaan. Nopeusero vaikuttaa momen-



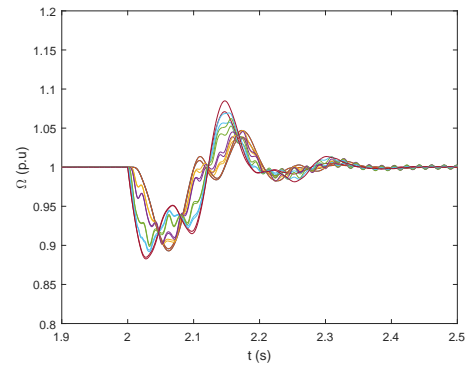
(a) Laakerin nopeudet



(b) Telojen nopeudet



(c) Momenttiohjeet



(d) Transientit

**Kuva 4.11** Yhdistetyn valssikäytön simulointituloksia diskreettiaikaisen LQG-säädön viiveelliselle moottorikäytölle, kun  $h = 100 \mu s$ . Kuvassa on laakerien nopeudet, telojen nopeudet, momenttiohjeet ja kaikkien nopeustilojen transientit kuormaiskun hetkellä. Nopeudet ja momenttiohjeet ovat suhteellisarvoja, ja niiden yksikkö on p.u.

tin jakautumiseen valssikäyttöjen välillä, jolloin ylemmän valssitelan moottorikäytön moottorilta halutaan jatkuvasti enemmän vääntömomenttia.

Yhdistetylle valssikäytölle lasketaan nopeusvirheen aikaintegraali molemmille valssikäytöille. Ylemmän valssikäytön laakerin ja roottorin nopeudelle  $A_{y0} = 0,50 \%s$  ja telan nopeudelle  $A_{y6} = 0,69 \%s$ . Alemmalle käytölle saadaan vastaavasti luvut  $A_{a0} = 0,52 \%s$  ja  $A_{a6} = 0,70 \%s$ . Virheen aikaintegraalit ovat hiukan parempia kuin vastaavan tilanteen yhden moottorikäytön järjestelmällä saadut tulokset. Tarkemmat tulokset esitetään taulukossa 6.1.

## 5. KOEJÄRJESTELY

Koejärjestelyssä testataan säädön toimintaa oikeaa karkeavalssikäyttöä emuloivassa ympäristössä, sillä testiympäristön uskotaan vastaavan riittävän hyvin todellisen valssijärjestelmän toimintaa. Emulointiympäristön avulla nopeussäädintä on tarkoitus voida testata ja virittää mahdollisimman optimaalisesti, ja lopuksi saatuja viritysparametreja on tarkoitus päästä käyttämään todellisen valssikäytön käyttöönotossa. Emulointiympäristöä on myös tarkoitus tämän työn ohella käyttää muidenkin sähkömoottorikäyttöjen värähtelyjen pienentämiseen nopeussäädössä, kun moottorikäytön mekaniikan parametrit vain tiedetään.

Emulointiympäristö rakennetaan kahdesta AC 800PEC (Power Electronic Controller) -akselinohjausjärjestelmästä, joista toinen mallintaa säädintä ja toinen moottorikäyttöä ja mekaniikkaa. Järjestelmän periaate esitetään liitteen D kuvassa 2. AC 800PEC -ohjausjärjestelmä on nopeasyklinen reaaliaikainen ohjausyksikkö, jossa on MATLAB/Simulink Real Time -ohjelmisto. AC 800PEC:ssä on myös PEC Tool-käyttäjäpaneeli, jonka kautta käyttäjä voi seurata ohjausjärjestelmän toimintaa ja tehdä muutoksia ohjausparametreihin reaaliaikaisesti. Käyttäjäpaneelin kautta voidaan tarkkailla nopeuden hetkellisarvoja sekä tehdä kuormitushäiriöitä tai muuttaa nopeuden asetusarvoa.

Koejärjestelmässä valssikäytön mekaniikka, taajuusmuuttaja ja tahtimoottori mallinnetaan emulaattorina toimivassa PEC:ssa (EMU PEC). Nopeussäädin taas mallinnetaan laskentatehokkaasti paremmassa ja uudemmassa PEC:ssa (AAC PEC). AAC PEC ja EMU PEC keskustelevat keskenään Multilink -kommunikointiväylän avulla, jolla säätimen ohjausparametrit saadaan moottorikäytölle ja mittausdata säätimelle. Emulointiympäristön nopeussäätimeen on toteutettu reaaliaikainen LQ-säätimen vahvistusten laskenta, koska painokerrointen arvoja halutaan voida muuttaa reaaliaikaisen simuloinnin aikana. Säädin toimii nopeammassa 100  $\mu$ s:n syklissä, ja LQ-säätimen vahvistusten laskenta hitaammassa 2 ms syklissä, sillä uusien vahvistusten laskenta on suhteellisen raskas operaatio.

LQ-säädön vahvistusten laskenta toteutetaan emulointiympäristössä eri tavalla kuin simuloinneissa, koska MATLAB:n valmiit työkalut vahvistuksen laskennalle eivät toimi reaaliaikaisuutta vaativassa emulointiympäristössä. Franklin et al. (1998) esittää ajasta riippuvan optimisäädön vahvistuksen ratkaisulle laskentametodia

1.  $S(N) = Q, \quad L(N) = 0$
2.  $k = N$
3.  $X(k) = S(k) - S(k)\Gamma(R + \Gamma^T S(k)\Gamma)^{-1}\Gamma^T S(k)$
4.  $L(k - 1) = (R + \Gamma^T S(k)\Gamma)^{-1}\Gamma S(k)\Phi$
5. Tallennetaan  $L(k - 1)$
6.  $S(k - 1) = \Phi^T X(k)\Phi + Q$
7.  $k = k - 1$
8. Mene kohtaan 3

Laskentametodissa valitaan laskenta-ajan pituudeksi  $N$  ja alustetaan muuttujat. Vahvistus  $L$  lasketaan ja tallennetaan muistiin. Riccatin yhtälölle lasketaan ratkaisu rekursiivisten yhtälöiden  $X(k)$  ja  $S(k - 1)$  avulla. Laskentaa jatketaan, kunnes apumuuttuja  $k$  on nolla. Laskenta suoritetaan loppupisteestä alkupisteeseen, koska reunaehto  $S(N) = Q$  on annettu loppupisteessä. Kun laskenta-ajan pituus  $N$  valitaan riittävän suureksi, niin vahvistus  $L$  asettuu vakioarvoon. Samaa laskentatapaa sovelletaan koejärjestelmän vahvistuksen  $L$  laskennassa. Lisäksi lasketaan etukompensaattorin vahvistus, sillä tilojen vahvistukset vaikuttavat sen arvoon.

Käyttäjä syöttää käyttäjäpaneelin tai käyttöliittymän kautta haluamansa nopeuksien painokerrointen arvot, jonka jälkeen syötetyillä painokertoimilla voidaan laskea Riccatin yhtälöstä saatavat vahvistukset. Ohjauksen painokerroinmatriisi  $R$  on  $R = 1$ . Säädin laskee uudet optimaaliset vahvistukset vain kun nopeustilojen painokertoimia  $Q$  muutetaan. Käyttäjä voi haluta muuttaa nopeuksien painokertoimia esimerkiksi tilanteessa, jossa kuormaisku herättää jonkin nopeustilan värähtelyn, jota halutaan pienentää muuttamalla värähtelevän nopeustilan painotusta. Vahvistusten muuttuminen saattaa näkyä nopeudessa hetkellisenä häiriönä, kun ohjelma laskee ja päivittää uudet arvot Simulinkiin. Käyttäjän muuttaessa asetusarvoa tai kuorman suuruutta vahvistuksen arvo ei muutu, eikä vahvistusta lasketa uudestaan.



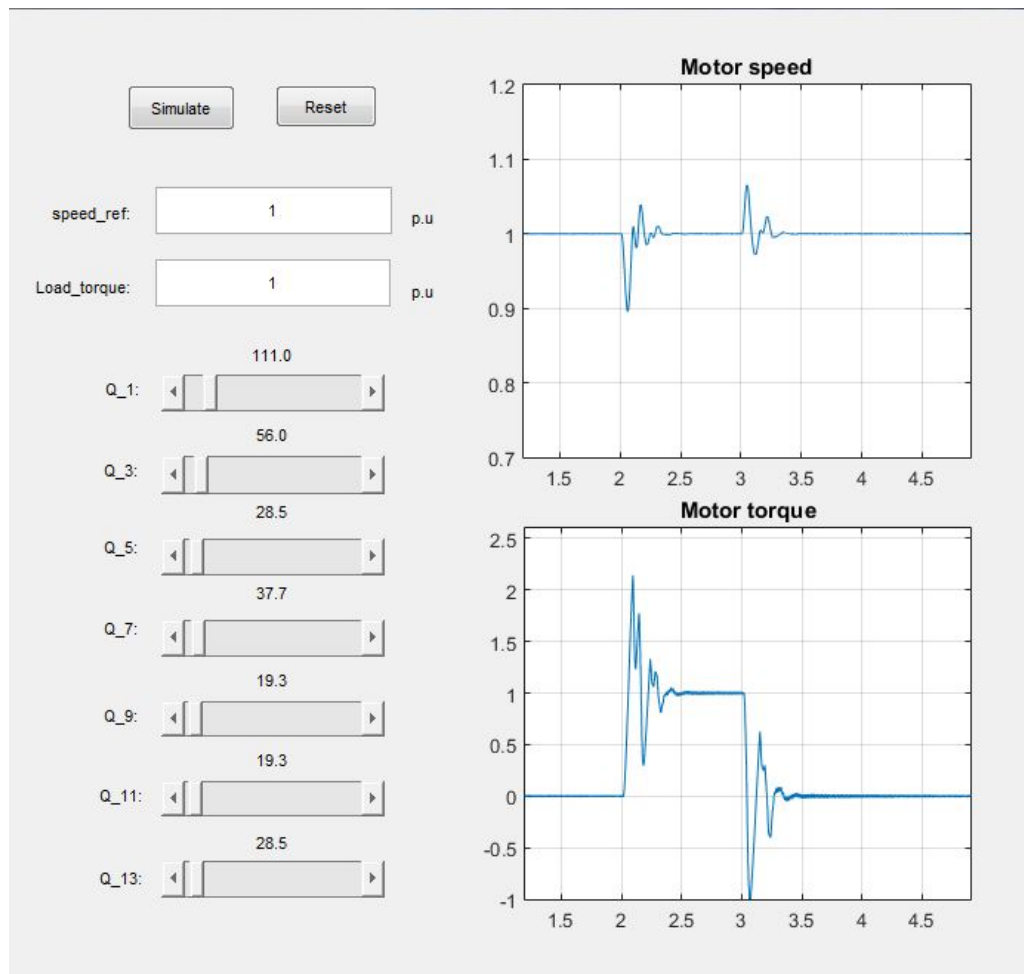
Testijärjestelmän nopeussäätölohko on hyvin samankaltainen kuin simuloinneissa käytetty nopeussäädinlohko kuvassa D.1. Nopeussäätölohko sisältää integraattorin ja anti-windup-kytkennän. Integraattorin vahvistus saadaan LQ-parametrien laskentalohkolta, joka pitää vahvistuksen arvon vakiona, jos käyttäjä ei muuta nopeustilojen painotuksia käyttöliittymästä. Testijärjestelmän nopeussäätölohkossa on mitattamattomia tiloja estimoiva Kalman-suodin. Todenmukaisia mittauksiin perustuvia variansseja mittaus- ja prosessikohinalle ei ollut karkeavalssikäytölle saatavilla. Yksi tapa varianssien määrittämisessä yhden mittauksen tapauksessa on määrittää tilakohinan varianssi  $W$  diagonaaliseksi ja varioida tilakohinan ja mittauskohinan varianssien suhdetta

$$\frac{W(n, n)}{V}, \quad (5.1)$$

kunnes jollakin testatulla varianssien suhteella saadaan systeemi käyttäytymään riittävän hyvin. Lopullisessa järjestelmässä olisi hyvä, että variansseilla olisi oikeasta valssikäytön järjestelmästä identifioitua ja todellisuutta vastaavat arvot.

EMU PEC:ssa mallinnetaan moottorikäytön ja mekaniikan lisäksi viiveitä, jotka syntyvät eri laitteiden kommunikoinnista. Koejärjestelyssä on tärkeää, että ohjelma mallintaa järjestelmän viiveet mahdollisimman todenmukaisesti, sillä viive voi heikentää stabiiliuden kaikkia pelivaroja. Säätimen nopeusohje syötetään oikeassa järjestelmässä taajuusmuuttajan AMC-ohjauskortille (Application and Motor Controller), jolla taajuusmuuttaja ohjaa moottorin momenttia. AMC-ohjauskortti lukee 2 ms välein ohjauksen arvoja, mikä mallinnetaan emulointiympäristössä yksinkertaisella pitopiirillä. Toinen kommunikoinnista johtuva viive syntyy mittauksen nopeudesta. Nopeusmittaus mittaa laakerin nopeutta 2 ms välein, mikä on mallinnettu myös pitopiirillä. EMU PEC:n mekaniikka ja moottorikäyttö toimivat 100  $\mu s$  aikasyklissä. Koekäytön mallinnusympäristöön on tarkoitus lisätä myöhemmin tarkempi moottorin, suoran vääntömomentin säädön ja taajuusmuuttajan malli. Tämä mallinnus ei kuulu työn puitteisiin.

Emulointiympäristöön suunnitellaan myös yksinkertainen käyttöliittymä, jonka avulla LQG-säädin voidaan virittää tai virityksiä voidaan muuttaa. Käyttöliittymän ideana on LQ-säätimen virityksen mahdollistaminen ilman suurempaa säätötekniikan tuntemista. Tällöin käyttöliittymässä tulisi mahdollisesti varmistaa, että käyttäjä ei saa millään virityksellä viritettyä epästabiilia LQ-säädintä. Esimerkiksi käyt-



**Kuva 5.1** Suunniteltu käyttöliittymä emulointiympäristölle, jossa nopeustilojen painotusta, nopeuden asetusarvoa ja kuormamomentin suurutta voidaan muuttaa. Käyttöliittymä näyttää moottorin laakerin ja moottorin momentin reagoinnin kuormaiskuun.

täjän tulee antaa nopeustilojen painokertoimille vain positiivisia arvoja, jotta LQ-säädön ehto ( 3.26) toteutuu. Suunniteltu käyttöliittymä esitetään kuvassa 5.1.

Käyttöliittymässä voidaan asettaa haluttu nopeuden asetusarvo sekä haluttu kuormahäiriön suuruus suhteellisarvoina. Käyttäjän antaman kuormaiskun hetkellä moottorin nopeuden ja momentin hetkellisarvoja tallennetaan. Lopuksi arvoista piirretään nopeuden ja momentin kuvaajat. Lopullisen käyttöliittymään olisi kannattavaa tehdä nopeuden arvoja reaaliaikaisesti näyttävä kuvaaja tai lukuarvo, jolloin käyttäjän olisi helppo nähdä säädön toiminta pitkällä aikavälillä. Lopulliseen käyttöliittymään tulisi mahdollisesti lisätä tarkkailumahdollisuus kaikille nopeustiloille, jotta mahdolliset vääntöväärähtelyt mekaniikan välitiloissa, kuten kytkinten tai akseleiden

kulmanopeuksissa, olisi mahdollista nähdä.

Käyttöliittymässä on säädettävät liukurit kaikille nopeustilojen painokertoimille. LQ-säätimen tilojen ja ohjausten painokertoimille on hankala määrittää ylä- ja alarajat, sillä painokerrointen vaikutus järjestelmän käyttäytymiseen ei todennäköisesti ole lineaarinen. Liukureille on kuitenkin asetettu painokerrointen arvoalueeksi 1...1000. Tämä rajoitus saa aikaan eroja erilaisilla painokertoimilla ajetuilla säädöillä.

Toisaalta rajoitetuilla painokertoimilla ei välttämättä saada aikaan riittävän pieniä tai suuria muutoksia. Liukureiden sijaan painotusta tiloille voisi mahdollisesti antaa esimerkiksi antamalla ensin nopeustiloille jokin simuloinneissa hyväksi todettu painotus. Painotus voisi perustua aiempiin simulointeihin tai tilojen ja ohjauksen fyysisiin rajoitteisiin. Yksittäisten tilojen painotuksia voisi tämän jälkeen muuttaa kaksinkertaistamalla tai puolittamalla painotuksen arvo. Ennen lopullisen käyttöliittymän tekoa tulisikin selvittää, millaiset rajoitukset painokertoimille kannattaa asettaa, jotta painotuksilla saadaan haluttuja eroja suljetun systeemin ominaisuuksiin.

Integraattorin painotus on haastavaa, sillä sen kanssa täytyy ottaa huomioon muiden painokerrointen vaikutus. Pelkän integraattorin painottamisella nopeustilat alkavat hyvin herkästi värähdellä. Jos taas integrointia painottaa vain vähän suhteessa nopeustiloihin, niin nopeustilat eivät pala asetusarvoihinsa riittävän nopeasti kuormaamisen jälkeen. Lopulliseen käyttöliittymään tulisikin joko tehdä integraattorin vapaa painotus, jonka alkuarvo on määritelty suureksi suhteessa nopeustilojen painotuksiin, tai määrittää muiden tilojen avulla suhde integraattorin ja muiden nopeustilojen välille. Integraattorin vahvistuksesta halutaan riittävän suuri, jotta nopeus pysyy asetusarvossa, mutta ei ala värähdellä. Käyttöliittymän tarkempi suunnittelu lopulliseen järjestelmään jätetään tämän työn ulkopuolelle.

## 6. TULOKSET

Taulukossa 6.1 esitetään simulointitesteistä saadut tulokset yhteenvedona. Nopeusvirheen aikaintegraali on roottorin nopeudelle  $A_r$  ja telan nopeudelle  $A_t$ . Maksimipudotus roottorin ja telan nopeuksille ovat vastaavasti  $\Delta\Omega_r$  ja  $\Delta\Omega_t$ . Asettumisajat roottorin nopeudelle ja telan nopeudelle ovat  $t_r$  ja  $t_t$ . Ensimmäisessä DLQG-testissä moottorimallia ei ole lisätty systeemiin. Loput testit on simuloitu moottorimallin kanssa.

**Taulukko 6.1** *Simulointitulokset. Nopeusvirheen aikaintegraali on roottorin nopeudelle  $A_r$  ja telan nopeudelle  $A_t$ . Maksimipudotus roottorin ja telan nopeuksille ovat  $\Delta\Omega_r$  ja  $\Delta\Omega_t$ . Asettumisajat roottorin nopeudelle ja telan nopeudelle ovat  $t_r$  ja  $t_t$ . Ensimmäisessä DLQG-testissä moottorimallia ei ole lisätty systeemiin. Muihin testeihin moottorimalli on lisätty.*

| Testi                 | $A_r$ (%s) | $A_t$ (%s) | $\Delta\Omega_r$ (%) | $\Delta\Omega_t$ (%) | $t_r$ (ms) | $t_t$ (ms) |
|-----------------------|------------|------------|----------------------|----------------------|------------|------------|
| DLQG, h = 100 $\mu$ s | 0,24       | 0,38       | 5,16                 | 11,63                | 93,5       | 65,3       |
| DLQG, h = 100 $\mu$ s | 0,49       | 0,69       | 10,27                | 11,61                | 96,2       | 119,3      |
| DLQG, h = 2ms         | 0,50       | 0,81       | 9,36                 | 11,74                | 106        | 138        |
| DLQG, h = 250 $\mu$ s | 0,43       | 0,70       | 9,16                 | 11,61                | 93,2       | 120        |
| Jatkuva-aikainen LQG  | 0,43       | 0,68       | 8,73                 | 11,34                | 96         | 120        |
| PI, h = 100 $\mu$ s   | 0,50       | 0,69       | 10,42                | 11,62                | 96,5       | 119,1      |
| yhdistetty käyttö y.  | 0,50       | 0,69       | 10,4                 | 11,5                 | 97,0       | 120,0      |
| yhdistetty käyttö a.  | 0,52       | 0,70       | 10,6                 | 11,7                 | 97,1       | 119,9      |

Taulukossa 6.2 esitetään säädetyn systeemin stabiiliustarkasteluun perustuvat tulokset. Avoimen systeemin vaihevara on taulukossa lyhennetty merkinnällä VaiVa ja vahvistusvara merkinnällä VahVa. Systeemin stabiiliusvara on StabVa. Suljetun systeemin kaistanleveys on BW.

Taulukon 6.1 tulosten perusteella millään viivellisen moottorikäytön mallin kanssa simuloitulla säätimen virityksellä ei päästä tavoiteltuun 0,25 %s roottorin nopeusvirheen aikaintegraalin tulokseen. Viiveellisellä moottorikäytöllä pienin nopeusvirheen aikaintegraalin tulos 0,43 %s saadaan nopealla näytteenotolla ilman kommuni-

**Taulukko 6.2** Säädetyin systeemin stabiiliustarkastelun tulokset. Avoimen systeemin vahvistusvara on *VahVa* ja vaihevara *VaiVa*. Systeemin stabiiliusvara on *StabVa*. Suljetun systeemin kaistanleveys on *BW*. Ensimmäisessä DLQG-testissä moottorimallia ei ole lisätty systeemiin. Muihin testeihin moottorimalli on lisätty.

| Testi                 | VahVa (dB) | VaiVa ( ° ) | StabVa | BW (Hz) |
|-----------------------|------------|-------------|--------|---------|
| DLQG, h = 100 $\mu$ s | 19,55      | 54,84       | 0,69   | 7,19    |
| DLQG, h = 100 $\mu$ s | 16,88      | 52,42       | 0,59   | 7,3     |
| DLQG, h = 2ms         | 17         | 57,1        | 0,80   | 5,83    |
| DLQG, h = 250 $\mu$ s | 15,58      | 49,6        | 0,57   | 7,53    |
| LQG                   | 39         | 70,9        | 0,85   | 7,83    |
| PI, h = 100 $\mu$ s   | 13,6       | 65,5        | 0,72   | 5,5     |

koinnista syntyviä viiveitä. Kuitenkin selvästi paras tulos 0,24 %s saadaan simuloinnista, jossa moottorikäyttö on mallinnettu ideaalisena, eli moottori tuottaa momenttia täysin momenttiohjeen mukaisesti. Tämä tulos on myös halutun säätökriteerin sisällä.

Nopeussäädön huono suorituskyky viiveellisellä moottorikäytöllä johtuu todennäköisesti moottorikäytön viiveistä taajuusmuuttajan ohjaamassa momenttisäädössä ja moottorin hitaasta momentin nousunopeudesta. Nopeussäädön dynamiikan on oltava hitaampi kuin sen momenttiohjetta asetusarvona käyttävän suoran vääntömomenttisäädön dynamiikan, sillä yksin nopeussäädön nopealla reagoinnilla ei voida vaikuttaa vääntömomentin nousunopeuteen moottorissa. Momenttisäädön suorituskykyyn taas vaikuttavat moottorin mekaaniset ja sähköiset ominaisuudet sekä taajuusmuuttajan välipiirin jännite ja sen säätöominaisuudet. Välipiirin jännitteen ollessa nimellisellä tasolla moottorin momentin nousunopeus on selvästi parempi suuremman jännitevaran takia. Taajuusmuuttajan verkkosuuntaajaan vektorisäädön dynamiikka ei kuitenkaan usein riitä välipiirin jännitteen pitämiseen nimellisenä, joten kuormaiskun aikana välipiirissä on usein alentunut jännite. Samat rajoitteet havaitsi Kostiainen (2013) jatkuva-aikaisen LQG-säädön tapauksessa.

Moottorin sähköiset ominaisuudet voivat myös mahdollisesti rajoittaa momentin nousunopeutta. Moottorin aikavakion arvo riippuu momentin muutoksen suuruudesta, jolloin pieniin momentin muutoksiin moottori reagoi nopeasti, mutta nimelliseen momentin muutokseen hitaasti pienen jännitevaran vuoksi. Karkeavalssikäyttöihin tarkoitettujen tahtimoottorien tuottamat momentit ovat suuria riittävän vääntövoiman tuottamiseksi metalliaihioiden valssaukseen, joten myös aikavakiot ovat suhteellisen suuria suurille momentin muutoksille. Simuloinnissa käytetyn mootto-

rin aikavakio on sama kuin aiemmassa valssikäytön projektissa ohjatun moottorin aikavakio.

Kuormaiskun hetkellä moottorin nopeus putoaa noin 10 % näytteenotosta riippuen ja telan nopeus reilut 11 %. Valssauksen kannalta tärkeää on telan nopeuden pysyminen mahdollisimman tasaisena. Nopeuden putoamisen pienentäminen on kuitenkin hankalaa, sillä kuormaiskun vaikutus näkyy ensimmäisenä telan nopeudessa, ja moottorin momentin kasvatus näkyy viimeisenä telan nopeuden asettumisena kuten voidaan huomata esimerkiksi nopeustransienttien kuvista 4.6(d), 4.7(d) ja 4.8(d). Telan nopeuden ohjaukseen tulee siis mahdollisesti pisin viive. Telan nopeuden painottaminen voi taas aiheuttaa muiden nopeuksien värähtelyä. Telan painottaminen ei myöskään tuo kilpailuetua sähkömoottorikäytöissä, joissa säätökriteerit on usein annettu moottorin nopeudelle. Kuvista huomataan myös moottorin ja telan nopeuksien olevan vastakkaisissa vaiheissa.

Mittausviiveet huomioon ottaen säätimen suunnittelulla nopeammalla 100  $\mu s$  näytteenottovälillä saadaan hieman parempia tuloksia kuin näytteenotolla 2 ms. Pienet erot johtuvat todennäköisesti mittauksen ja taajuusmuuttajan ohjauksen 2 ms näytteenottosyklistä, joka rajoittaa säätimen ohjausta 100  $\mu s$  näytteenotolla. Simuloinnin tulokset 2 ms näytteenotolla voivat olla turhan optimistiset, sillä simuloinnissa eri aikasyklit on synkronoitu. Tällöin säätimen ohjauksen laskennasta ei tule ylimääräistä viivettä momenttiohjeeseen. Jos säätö- ja ohjausjärjestelmää ei ole synkronoitu keskenään, niin mittaushetken ja säätimen mittauksen luvun välillä voi esiintyä ajoittain ylimääräistä viivettä. Stabiiliuden pelivarat ovat näytteenotolla 2 ms paremmat, mutta myös 100  $\mu s$  näytteenotolla varat ovat robustista systeemistä kertovien pelivarojen sisällä. Hyvät vahvistus- ja vaihevarat kertovat säädön hyvästä robustisuudesta.

Seuraavaksi diskreettiaikaisen LQG-säädön simulointituloksia verrataan Kostiaisen (2013) laskemiin jatkuva-aikaisen LQG-säädön simulointituloksiin. Jatkuva-aikaisen LQG-säädön vertailutulokset valitaan simulointitapauksesta, jossa säätöä on simuloitu viiveellisellä moottorikäytöllä ja alennetulla välipiirin jännitteellä. Jatkuva-aikaisen LQG-säädön tapauksessa mittausviiveitä ei ole. Jatkuva-aikaisen LQG-säädön tuloksia voidaan siten vertailla niihin diskreettiaikaisen LQG-säädön simulointituloksiin, joita on myös simuloitu viiveellisellä moottorikäytöllä ja alennetulla välipiirin jännitteellä. Diskreettiaikaisella LQG-säädöllä päästään lähes samoihin tuloksiin kuin jatkuva-aikaisella säädöllä, kun näytteenottoväli on 250  $\mu s$  ja mittaus-

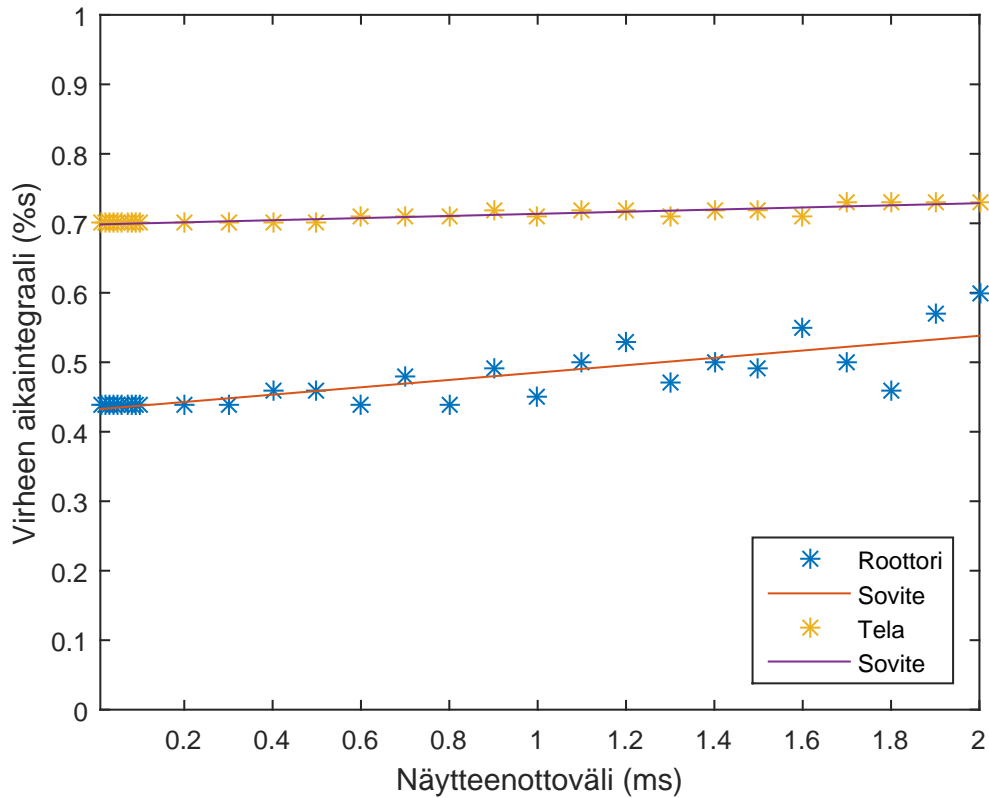
viiveitä ei simuloida. Tässä tapauksessa diskreettiaikainen säätö on siis ominaisuuksiltaan lähellä jatkuva-aikaista säätöä, kun näytteenottoväli on lyhyt. Stabiiliustarkastelussa diskreettiaikainen LQG-säätö häviää hiukan jatkuva-aikaiselle säädölle, sillä jatkuva-aikaisen säädön pelivarat ovat suuremmat. Suljetun systeemin kaistanleveydessä säätötapojen välillä ei ole merkittävää eroa.

Diskreettiaikaisen LQG-säädön tuloksia verrataan myös vastaavalla tapauksella simuloidun PI-säädön tuloksiin. PI-säädöllä saadaan lähes yhtä hyviä tuloksia nopeusvirheen aikaintegraaleille kuin vastaavalla diskreettiaikaisella LQG-säädöllä. PI-säädön vaihevara ja stabiiliusvara ovat paremmat kuin LQG-säädöllä. Tämä saattaa johtua siitä, että tilahavaitsijaa ei tarvita PI-säädössä. LQG-säädön kaistanleveys on kuitenkin PI-säätöä parempi. PI-säädön virityksessä nousee ongelmaksi värähtelyn voimistuminen systeemin nopeusvasteissa, kun nopeusvirheen aikaintegraalia yritetään pienentää.

Yhdistetyllä moottorikäytön järjestelmän säädöllä saadaan hyvin samankaltaisia tuloksia kuin yhden moottorikäytön LQG-säätimellä. Tämä johtuu mahdollisesti telan kautta näkyvän ristikkäistermin pienestä vaikutuksesta roottorin nopeuteen. Yhdistetyn valssikäytön kannalta olisi hyvin tärkeää, että valssin telojen nopeudet eroavat mahdollisimman vähän. LQ-säädin tulisi virittää painottamalla telojen nopeuksia niin, että nopeudet olisivat tasaiset. Tämä voi kuitenkin olla melko hankalaa telojen liian suuresta painotuksesta seuraavan värähtelyn takia. Yhdistetyn valssikäytön säädössä voi esiintyä mallinnusvirheitä. Kuorman epätasainen jakautuminen ylemmän ja alemman telan kesken saattaa johtua mallinnusvirheestä.

Nykyisen säätimen lisäksi ollaan kiinnostuneita säätimen näytteenoton vaikutuksesta yleisesti säädön suorituskykyyn, sillä ohjausjärjestelmien kommunikoinnin parantuaessa säätimen näytteenottoa ei enää rajoita hidas mittaussykli tai ohjausjärjestelmä. Esimerkiksi uusilla ohjausjärjestelmillä on mahdollista keskustella taajuusmuuttajan ohjauskortin kanssa jo näytteenotolla  $250 \mu s$ , mikä on huomattava parannus nykyiseen  $2 ms$  näytteenottoon. Ilman mittaussviiveitä simuloitu säätö toimii hyvin useilla eri viritysparemetrien arvoilla. Kuvassa 6.1 esitetään virheen aikaintegraali roottorin nopeudelle, kun näytteenottoväliä kasvatetaan. Painokerroinmatriisien arvot simuloinneissa ovat  $R = 1$ ,  $Q_1 = 100$  ja  $Q_{3,5,7,9,11,13} = 50$ .

Näytteenottovälin kasvaessa aikaintegraalin arvo roottorin nopeudelle kasvaa hieman ja telan nopeudelle pysyy melko samana. Näytteenottovälin pienentäminen alle  $100 \mu s$  näytteenottoon ei parana merkittävästi virheen aikaintegraalin arvoa. Ku-



**Kuva 6.1** Virheen aikaintegraali roottorin nopeudelle ja telan nopeudelle, kun näytteenottoväliä kasvatetaan arvosta  $10 \mu\text{s}$  arvoon  $2 \text{ ms}$

van perusteella telan kuormaiskusta suoriutumiselle näytteenottovälillä ei olisi säädön suorituskyvyn kannalta suurta merkitystä. Sen sijaan roottorin nopeusvirheen aikaintegraali paranee hiukan näytteenottotaajuuden kasvaessa. Tämän perusteella näytteenoton pienentäminen parantaa jonkin verran säätötulosta. Tulos on vain suuntaa antava, sillä aikaintegraalin arvo riippuu paljon viritysparametrien painokertoimista. Säätimen virityksen kannalta eri näytteenottoväleillä voidaan saada optimituloksia erilaisilla painokertoimien arvoilla. Tämä voidaan huomata roottorin aikaintegraalin arvon heilahtelusta pienemmillä näytteenottotaajuuksilla.

LQG-säädölle lasketaan vielä prosessin nopeusvasteiden varianssit, joista saadaan nopeuksille keskihajonnat. Varianssit lasketaan suljetun systeemin mallista (3.53). Systemiin syötetään mallin epävarmuutta kuvaavaa valkoista prosessikohinaa ja mittauksen epävarmuutta kuvaavaa valkoista mittauskohinaa. Variansseista saadaan nopeuksille keskihajonnat  $\sigma_x$ , jotka esitetään taulukossa 6.3. Keskihajonnat laske-



taan näytteenottoväleille  $100 \mu s$  ja  $250 \mu s$ .

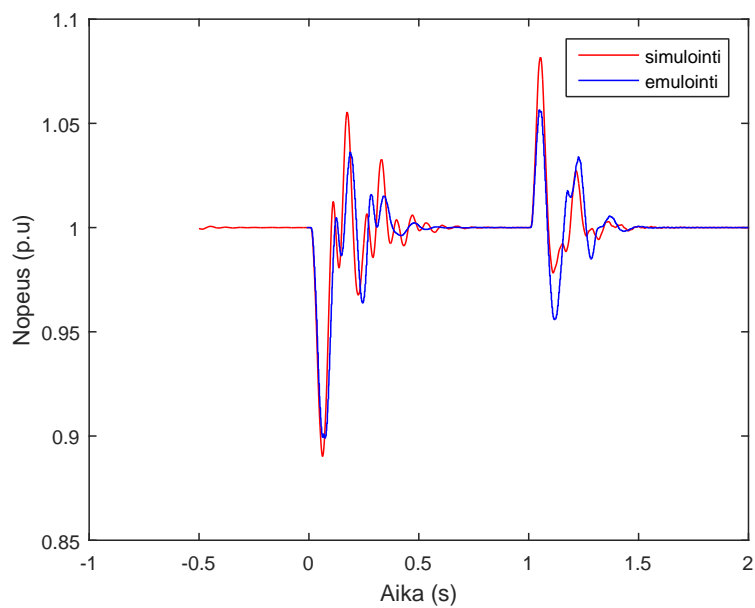
**Taulukko 6.3** Nopeustilojen keskihajonnat, kun  $h = 100 \mu s$  ja  $h = 250 \mu s$ .

| Nopeustila | Keskihajonta $\sigma_x$ , $h = 100 \mu s$ | Keskihajonta $\sigma_x$ , $h = 250 \mu s$ |
|------------|---|---|
| $\Omega_0$ | 48,0                                      | 31,0                                      |
| $\Omega_1$ | 7,8                                       | 5,0                                       |
| $\Omega_2$ | 36,8                                      | 23,7                                      |
| $\Omega_3$ | 40,7                                      | 26,1                                      |
| $\Omega_4$ | 42,2                                      | 27,1                                      |
| $\Omega_5$ | 38,7                                      | 25,1                                      |
| $\Omega_6$ | 13,7                                      | 8,8                                       |

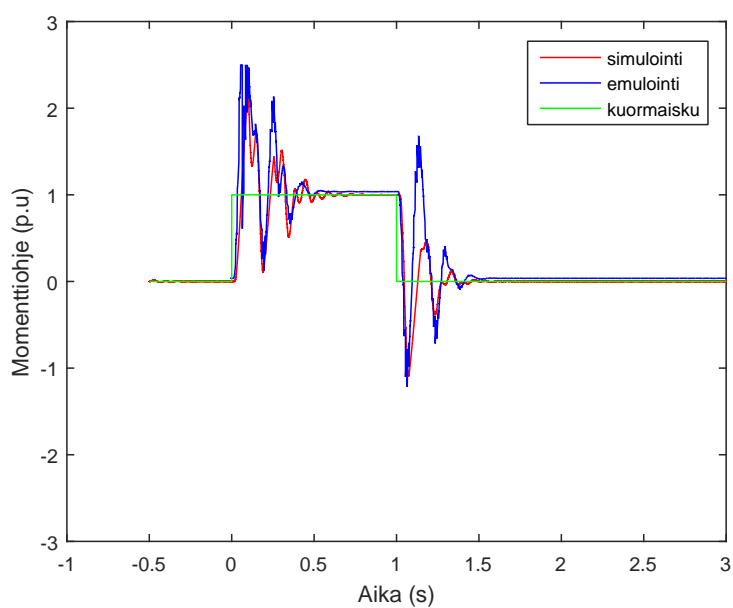
Nopeustilojen keskihajonnat ovat melko suuret, mikä voi tarkoittaa tilojen mallituksen epävarmuutta. Suurimpien hitausmassojen, moottorin ja telan, nopeuksilla on pienin keskihajonta. Nämä nopeudet ovat mahdollisesti silloin robustimpia mallinnsuorituksille.

Lopuksi säädin implementoidaan ohjausjärjestelmään. Emulointiympäristö toimii reaaliaikaisesti, mutta sen nopeuksista ja momenteista voidaan ottaa näytteitä kuormaamisen hetkellä. Vertailu simuloinnin ja emuloinnin välillä esitetään kuvassa 6.2. Jotta tulokset ovat vertailtavat, säädin on viritetty samoilla painokertoimilla.

Simulointitulokset vastaavat melko hyvin emulointiympäristön tuloksia. Säädin on siis mahdollista implementoida valssikäytön ohjausjärjestelmään nykyisillä kommunikointiajoilla ja mittauksilla. Emulointiympäristössä moottorin nopeus värähtelee vähemmän kuin simuloinnissa, mutta säätimen lähdön momenttiohje tekee nopeampia ohjausliikkeitä. Eroja emulointiympäristön ja simuloinnin välillä saattavat selittää osaltaan LQ-säätimen vahvistuksen laskennan erot. Emulointiympäristössä Riccatin yhtälölle lasketaan likiarvoinen ratkaisu, josta johtuen myös tilojen vahvistusten arvot saattavat erota hiukan simuloinnin vahvistuksen arvoista. Jos äärellisen horisontin Riccatin yhtälön ratkaisussa laskenta-aika on liian lyhyt, niin tilatakasinkytken vahvistus saattaa erota hiukan lopullisesta vakioarvosta. Laskennan erojen pienentämiseksi LQ-säädön vahvistuksen laskenta-algoritmia tulisi parantaa.



(a) Laakerin nopeus



(b) Momenttioshje

**Kuva 6.2** Simuloinnilla ja emulaattoriympäristössä saatu laakerin nopeus ja säätimen momenttioshje, kun kuormaisku on tehty hetkellä 0 s. Nopeuden asetusarvo on 1 p.u.

## 7. YHTEENVETO

Työssä kehitettiin diskreettiaikainen mallipohjainen LQG-säädin karkeavalssikäytön nopeussäädölle. Säädön haluttiin vaimentavan mekaniikan tilojen värähtelyä ja toimivan hyvin diskreettiaikaisessa ympäristössä. Diskreettiaikaisessa säädössä oltiin kiinnostuneita diskretoinnin vaikutuksesta järjestelmän malliin ja säätöön.

Mekaniikkamallia haluttiin laajentaa valssijärjestelmän tarkemman mallin aikaansaamiseksi. Mekaniikkamalliin lisättiin uusi tila moottorin laakerille, ja laajennetulle mallille suunniteltiin diskreettiaikainen LQG-säädin. Simuloinneissa huomattiin laakerin nopeuden vastaavan hyvin pitkälle moottorin nopeutta tilojen painotuksista huolimatta. Tulos johtuu mahdollisesti laakerin pienestä hitausmomentista, jolloin suurella hitausmomentilla pyörivä moottorin nopeus vaikuttaa suoraan moottorin päässä olevan laakerin pyörimiseen.

Nopeussäädön toimintaa vertailtiin erilaisilla näytteenottotaajuuksilla. Säätimen toimintaa rajoittivat laitteiden väliset kommunikointiviiveet, sekä moottorin momentin nousunopeus, jonka vuoksi nopeussäädölle asetettuihin tiukkoihin säätökriteereihin ei päästy. Muuten säädin toimi odotetusti. Diskreettiaikaisella säätimellä päästiin lähelle jatkuva-aikaisen LQG-säätimen tuloksia, kun näytteenottoväli oli lyhyt. Lisäksi diskreettiaikaisella LQG-säädöllä saatiin PI-säätöä parempi kaistanleveys. Nopeussäädin päätettiin diskretoida  $100 \mu s$  näytteenotolla laitteiden mahdollisten synkronointiongelmien sekä säätölaitteen mahdollistaman hyvän suoritustehon takia.

Mekaniikalle luotiin myös kokonaista valssausjärjestelmää kuvaava mekaniikan malli, ja uudelle järjestelmälle suunniteltiin keskitetty nopeussäädin. Nopeussäätimellä saatiin yksittäisen moottorikäytön kanssa vastaavia tuloksia. Moottorikäyttöjen vaikutus telan kautta toiseen käyttöön näkyi säätötuloksissa momentin erilaisena jakautumisena moottorien kesken, sekä moottorin nopeuden eroina. Ristikkäisvaikutukset moottorikäyttöjen telojen välityksellä ja kuorman jakautuminen vaativat mahdollisesti lisäselvitystä.

Säädön verifointiin rakennettiin valssikäyttöä emuloiva ympäristö, jossa laitteiden välistä kommunikointia mallinnettiin. Simuloinnin tulokset vastasivat emulointiympäristön tuloksia suurimmalla osalla virityksistä, mutta osalla virityksistä integraattorin painokerrointa jouduttiin laskemaan värähtelyn estämiseksi. Emulointiympäristöön kehitettiin myös hyvin yksinkertainen käyttöliittymä, jolla LQG-säätimen viritysparametreja saatiin muutettua reaaliaikaisesti. Käyttöliittymän viritysparametrien rajojen asettelu osoittautui hankalaksi. Lisäksi integraattorin painotus osoittautui ongelmalliseksi, sillä muiden tilojen painottaminen vaikutti integroinnin nopeuteen.

## 7.1 Jatkotutkimus

Työssä kehitetyllä diskreetillä LQG-säätimellä ei päästä halutun säätökriteerin rajoihin, kun moottoria mallinnetaan viiveellisellä moottorikäytöllä. Hyvä olisi selvittää tarkemmin moottorin ja moottorikäytön järjestelmien viiveiden vaikutus säädettävään järjestelmään. Moottorin ollessa mahdollisesti nopeussäätimen suorituskykyä eniten rajoittava tekijä on mahdollista tutkia, onko nopeussäätimen suunnittelulla moottorikäytön viiveet huomioiden mahdollista kompensoida viiveiden vaikutusta. Toisaalta on myös mahdollista tutkia moottorikäytön viiveiden pienentämistä moottorin sähköisen suunnittelun ja taajuusmuuttajan säätösuunnittelun kautta. Varsinkin taajuusmuuttajan moottorihjauksen ja virtasäädön kautta on mahdollista lähestyä ongelmaa, sillä nopeussäätö ei todennäköisesti voi olla sen nopeampi kuin mitä moottorin momenttisäätö kykenee nostamaan moottorin momenttia.

Mallin yksinkertaistaminen riittävän tarkalla alemman kertaluvun mallilla helpotaisi mallin analysointia, säätösuunnittelua ja säädön implementointia. Mallin aste-luvun pienentämistä olisikin kannattavaa tutkia. Nykyinen 13-tilainen malli aiheutti jonkin verran numeerisia laskentaongelmia varsinkin nopealla näytteenotolla. Lisäksi mallin kannalta pienimpien hitausmassojen komponenteilla, kuten moottorin ND-pään laakerilla, ei näyttänyt olevan merkittävää vaikutusta mallin mekaniikkaan, kun kuorma on kytketty. Myös mallin napa-nollakuvat viittasivat mahdollisuuteen supistaa mallia. Mallin kannalta on kuitenkin tärkeää selvittää, mitkä tilat ovat olennaisia ja millä edellytyksillä mallin astelukua voidaan pienentää. Mallin ohjattavuuden ja tarkkailtavuuden tutkimusten perusteella mallissa on tiloja, joita voidaan redusoida.

Työssä tutkittiin näytteenoton merkitystä säädön suorituskykyyn ja todettiin no-

peamman kommunikoinnin parantavan nopeussäätöä. Kannattavaa olisikin tulevaisuudessa siirtyä nopeampaan kommunikointiin ja selvittää lisää nopean näytteenoton vaikutuksia mekaniikkamalliin ja nopeussäätimeen. Emulointiympäristössä LQ-säädön vahvistuksen laskennan algoritmia tulisi kehittää tehokkaammaksi ja tarkemmaksi, sillä nykyinen algoritmi on laskentatehollisesti melko raskas. Esimerkiksi laskenta-aikaa voitaisiin lyhentää määrittelemällä paremmin laskenta-askeleiden määrä, joka tarvitaan vahvistuksen vakioitumiseen. Vaihtoehtoisesti voitaisiin selvittää, millaisia vaihtoehtoisia algoritmeja LQ-säädön vahvistuksen laskentaan on olemassa. Lisäksi tilakohinan ja mittauskohinan varianssit tulisi määrittää todellisiin mittauksiin ja identifiointiin perustuen.

## LÄHTEET

- Franklin, G. F., J. D. Powell ja M. L. Workman (1998). *Digital control of dynamic systems*. 3rd. Menlo Park (CA): Addison-Wesley. ISBN: 0201820544; 9780201820546;
- Gang, G. (2009). "Kalman filter applied in rolling mill drive system". *2009 IEEE 6th International Power Electronics and Motion Control Conference*, s. 2038–2041. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=5157731>.
- Glad, T. ja L. Ljung (2000). *Control Theory: Multivariable and Nonlinear Methods*. Taylor & Francis.
- Goodwin, G. C. et al. (2013). "Sampling and sampled-data models". Teoksessa: IEEE.
- Hagiwara, T., T. Yuasa ja M. Araki (1992). "Limiting properties of the zeros of sampled-data systems with zero- and first-order holds". Teoksessa: 1949–1954 vol.2. ISBN: 9780780308725;0780308727;
- Harris, C. ja A. Piersol (2002). *Harris' Shock and vibration handbook*. 5. ed. McGraw-Hill.
- Hellberg, J. (2009). "Vääntövärahtelyjen vaimennusmenetelmät ja niiden automaattinen viritys taajuusmuuttajaohjatuissa sähkökäytöissä". diplomityö, s. 75.
- Huikuri, M. (2005). "Sähkökäytön nopeussäädön mallintaminen ja virittäminen valsainsovelluksissa". diplomityö, s. 75.
- Itoh, M. (2004). "Vibration suppression control for a twin-drive geared win on study on effects of model-based system: simulation control integrated into the position control loop". *2004 International Conference on Intelligent Mechatronics and Automation, 2004*, s. 196–201. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=1384188>.
- Ji, J.-K. (1993). "LQG based speed controller for torsional vibration suppression in 2-mass motor drive system". *Proceedings of IECON '93 - 19th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, 1157–19th. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=339166>.
- Joost, M. (2008). "Robust PI cascade control for a multi-mass system optimized by evolutionary algorithms". *2008 13th International Power Electronics and Motion Control Conference*, s. 1064–1070. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=4635409>.

- Kailath, T. (1980). *Linear systems*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 682 sivua. ISBN: 0-13-536961-4.
- Kiefer, T. ja A. Kugi (2007). "Modeling and control of front end bending in heavy plate mills". *IFAC, International Federation of Automation Control*.
- Kostiainen, M. (2013). "Pyörimisnopeussäädetyin sähkömoottorikäytön kiertovärihetyjen eliminointi tilasäätöä käyttämällä". diplomityö, s. 100+9. URL: <http://urn.fi/URN:NBN:fi:aalto-201305216408>.
- Lei, Y. (2015). "Implementing digital control to improve control bandwidth and disturbance rejection on a LCC resonant DC-DC power converter". Tutkielma.
- Moler, C. ja C. V. Loan (2003). "Nineteen Dubious Ways to Compute the Exponential of a Matrix, Twenty-Five Years Later". *SIAM Review* 45.1, s. 3–49.
- Niiranen, J. (1999). *Sähkömoottorikäytön digitaalinen ohjaus*. Helsinki: Otatieto, 379 sivua. ISBN: 951-672-270-9.
- Ohba, Y. (2007). "A force-reflecting friction-free bilateral system based on a twin drive control system with torsional vibration suppression". *Electrical Engineering in Japan* 159.1, s. 72–79.
- Park, T.-S. (2003). "Robust speed control for torsional vibration suppression of rolling mill drive system". *IECON'03* 1, s. 66–71. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=1279956>.
- Saarakkala, S. (2014). "Identification and Speed Control Design of Resonating Mechanical Systems in Electric Drives". G5 Artikkeliväitöskirja, 95 + app. 83. ISBN: 978-952-60-5827-6 (electronic); 978-952-60-5826-9 (printed). URL: <http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-60-5827-6>.
- Shaked, U. (1986). "Guaranteed stability margins for the discrete-time linear quadratic optimal regulator". *IEEE Transactions on Automatic Control* 31.2, s. 162–165.
- Skogestad, S. ja I. Postlethwaite (2005). *Multivariable feedback control*. Wiley & Sons.
- Åström, K. J. ja B. Wittenmark (1997). *Computer-controlled systems: theory and design*. 3rd. Upper Saddle River (NJ): Prentice-Hall. ISBN: 9780133148992; 0133148998;
- Vukosavic, S. N. (2007). *Digital control of electrical drives*. Springer.
- Wittenmark, B., K. J. Åström ja K. Erik Årzen (2003). *Computer Control: An Overview*. Tekninen raportti.
- Zhang, R. (2006). "Torsional Vibration Control of the Main Drive System of a Rolling Mill Based on an Extended State Observer and Linear Quadratic Control". *Journal of Vibration and Control* 12.3, s. 313–327.

## A. MEKANIIKAN ARVOJEN LASKENTA

Kappaleen hitausmomentti voidaan laskea, kun tunnetaan kappaleen muoto, pituus ja kappaleen tiheys. Useita kappaleita, kuten esimerkiksi valssin akseleita voidaan mallintaa kartioina. (Niiranen 1999) Hitausmomentti kartion muotoiselle kappaleelle on

$$J = \frac{\rho\pi l}{32 \cdot 5}(D^4 + D^3d + D^2d^2 + Dd^3 + d^4). \quad (\text{A.1})$$

Kokonaishitausmomentti saadaan kappaleen osista koostuvien hitausmomenttien summana

$$J_{ckv} = J_d + J_D. \quad (\text{A.2})$$

Vääntöjousivakio voidaan laskea samalla tavalla tuntemalla kappaleen dimensiot ja materiaalin ominaisuudet. Vääntöjousivakio saadaan yhtälöstä

$$K = \frac{G\pi}{32} \frac{3D^3d^3}{l(D^2 + Dd + d^2)}. \quad (\text{A.3})$$

Kokonaisvääntöjousivakio saadaan kappaleen osista koostuvien vääntöjousivakioiden summasta

$$K_{ev} = \frac{1}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3}}. \quad (\text{A.4})$$

Vääntövaimennus

$$c_{i,i+1} \approx \frac{\zeta}{\pi f_{res}} K_{i,i+1} \quad (\text{A.5})$$

saadaan kappaleen vääntöjousivakion, vaimennuskertoimen ja kappaleen ominaistajuuden avulla. Tässä työssä laskentaa on yksinkertaistettu laskemalla kullekin kappaleelle vääntövaimennus käyttämällä systeemin pienintä ominaistajuutta. Vaimennusvakio on jäykällä moottorikäytöllä varustetulle kytkimelle  $\zeta = 1/\beta = 0.002 \dots 0.005$  (Niiranen 1999). Tässä työssä on päädytty käyttämään lukua  $\zeta = 0.005$ .



## B. SUHTEELLISARVOLASKENNAN PERUSSUUREET

*Taulukko B.1 Suhteellisarvolaskennan perussuureet*

| Symboli    | Määritelmä         | Laatu            | Selite                 |
|------------|--------------------|------------------|------------------------|
| $U_B$      | $\sqrt{2/3}U_N$    | V                | Jännite                |
| $I_B$      | $\sqrt{2}I_N$      | A                | Virta                  |
| $\omega_B$ | $2\pi f_N$         | rad/s            | Sähköinen kulmataajuus |
| $t_B$      | $1/\Omega_B$       | rad/s            | Aika                   |
| $x_B$      | $U_N/\sqrt{3}I_N$  | $\Omega$         | Reaktanssi             |
| $L_B$      | $x_B/\omega_B$     | H                | Induktanssi            |
| $R_B$      | $U_N/\sqrt{3}I_N$  | $\Omega$         | Resistanssi            |
| $\Omega_B$ | $\omega_B/p$       | rad/s            | Mekaaninen kulmanopeus |
| $\theta_B$ | $\Omega_B t_B$     | rad              | Kiertymäkulma          |
| $P_B$      | $3/2 U_B I_B$      | VA               | Teho                   |
| $T_B$      | $P_B/\Omega_B$     | Nm               | Vääntömomentti         |
| $J_B$      | $p T_B/\omega_B^2$ | kgm <sup>2</sup> | Hitausmomentti         |
| $c_B$      | $p T_B/\omega_B$   | Nm/rad           | Vääntövaimennus        |
| $K_B$      | $p T_B$            | Nm               | Vääntöjousivakio       |

## C. KÄYTETYT MEKANIIKAN ARVOT

*Taulukko C.1 Esimerkkisysteemin mekaniikan suhteellisarvot*

| Suure    | Arvo   | Selite  |
|----------|--------|---|
| $J_0$    | 0,0023 | moottorin laakerin hitausmomentti                                   |
| $J_1$    | 0,2862 | moottorin hitausmomentti  |
| $J_2$    | 0,0100 | moottorin kytkimen hitausmomentti                                   |
| $J_3$    | 0,0133 | 1. väliakselin hitausmomentti                                       |
| $J_4$    | 0,0133 | 2. väliakselin hitausmomentti                                       |
| $J_5$    | 0,0041 | telan kytkimen hitausmomentti                                       |
| $J_6$    | 0,1411 | telan hitausmomentti  |
| $K_{01}$ | 27040  | laakerin akselin kiertojäykkyys                                     |
| $K_{12}$ | 3079   | moottoriakselin kiertojäykkyys                                      |
| $K_{23}$ | 3848   | 1. väliakselin alkupään kiertojäykkyys                              |
| $K_{34}$ | 1443   | 2. väliakselin loppupään ja 2. väliakselin alkupään kiertojäykkyys  |
| $K_{45}$ | 2726   | 2. väliakselin loppupään kiertojäykkyys                             |
| $K_{56}$ | 2886   | telan akselin kiertojäykkyys  |
| $c_{01}$ | 1,8828 | laakerin akselin kiertovaimennus                                    |
| $c_{12}$ | 0,2144 | moottoriakselin kiertovaimennus                                     |
| $c_{23}$ | 0,2680 | 1. väliakselin alkupään kiertovaimennus                             |
| $c_{34}$ | 0,1005 | 1. väliakselin loppupään ja 2. väliakselin alkupään kiertovaimennus |
| $c_{45}$ | 0,1898 | 2. väliakselin loppupään kiertovaimennus                            |
| $c_{56}$ | 0,2010 | telan akselin kiertovaimennus                                       |

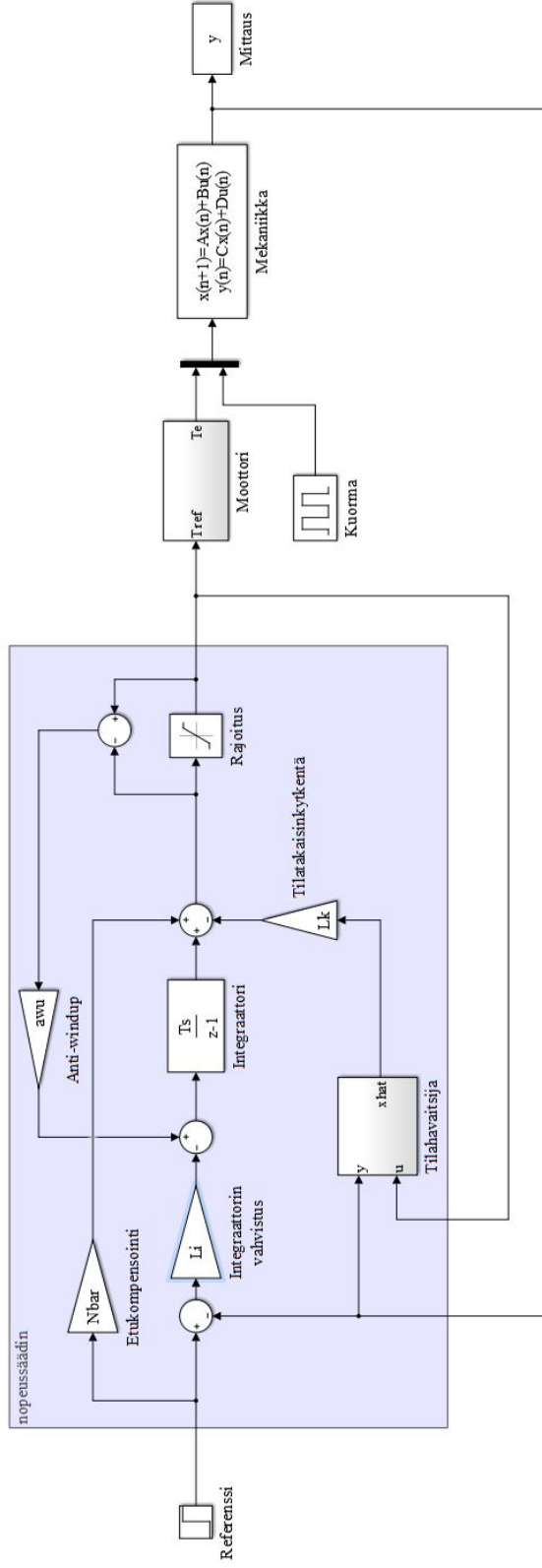
**Taulukko C.2** Esimerkkisysteemin moottorin perusarvot

| Suure           | Arvo   | Yksikkö | Selite                               |
|-----------------|--------|---------|--------------------------------------|
| $U_N$           | 3105   | V       | nimellisjännite                      |
| $I_N$           | 2289   | A       | nimellisvirta                        |
| $P_N$           | 12 000 | kW      | nimellisteho                         |
| $f_N$           | 8      | Hz      | nimellistaajuus                      |
| $n_N$           | 60     | 1/min   | nimellisnopeus                       |
| $p$             | 8      |         | napapariluku                         |
| $L''_{sq}$      | 0,3521 | p.u     | q-akselin suuntainen alkuinduktanssi |
| $L''_{sd}$      | 0,3208 | p.u     | d-akselin suuntainen alkuinduktanssi |
| $L''_{s\sigma}$ | 0,2190 | p.u     | staattorikäänin hajainduktanssi      |

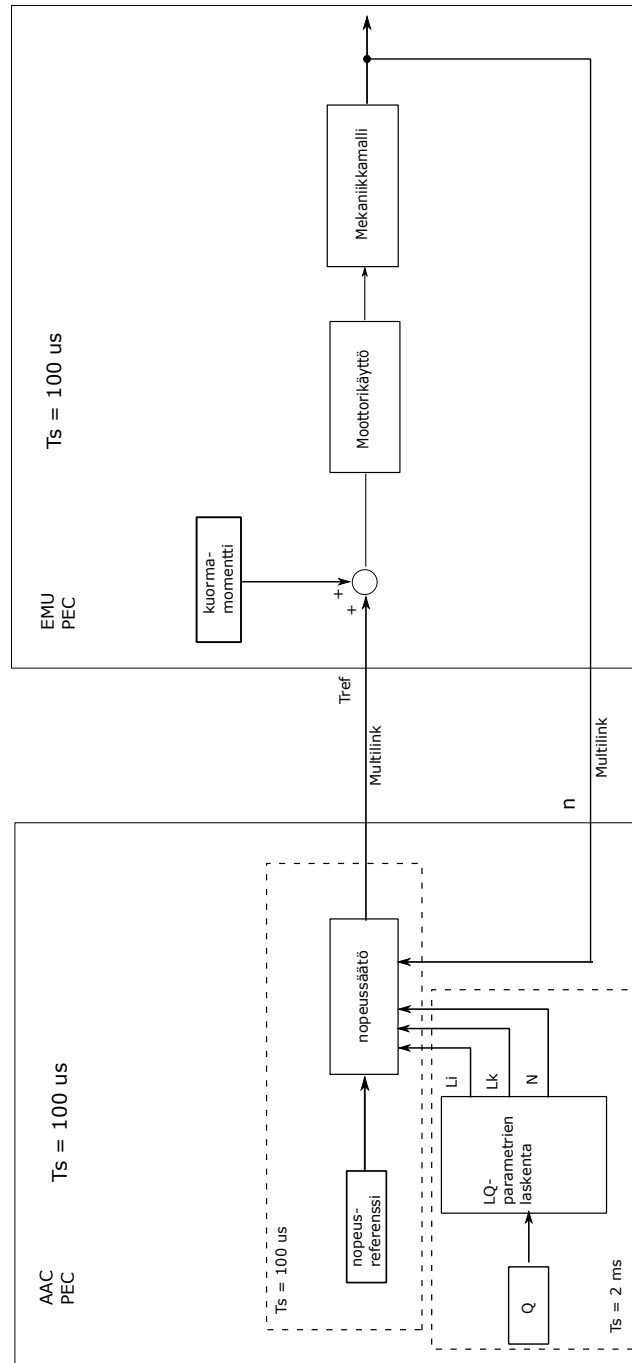
**Taulukko C.3** Esimerkkisysteemin ominaistajuuudet

| Suure | Arvo (Hz) | Selite           |
|-------|-----------|------------------|
| $f_1$ | 11,4      | 1. ominaistajuus |
| $f_2$ | 52,5      | 2. ominaistajuus |
| $f_3$ | 83,9      | 3. ominaistajuus |
| $f_4$ | 152,4     | 4. ominaistajuus |
| $f_5$ | 193,5     | 5. ominaistajuus |
| $f_6$ | 546,5     | 6. ominaistajuus |

## D. SÄÄDETTY SYSTEMEEMI



**Kuva D.1** Simulointimallin lohkokaavio on tehty MATLAB/Simulink R2015a-ohjelmalla. Simulointimallin kuuluu referenssiarvon asetuslohko, nopeussäädin, moottorimalli ja mekaniikkamalli. Nopeussäätimessä on systeemin tilat estimoiva tilahavaintsija, etukompensointi, integraattori, tilatakaisinkytkentä ja anti-windup-kytkentä. Valssikäytön kuormaa simuloidaan kantiaallolla.



**Kuva D.2** Emulointiympäristö koostuu kahdesta PEC-akselinohjausjärjestelmästä, joista toinen mallintaa säädintä ja toinen moottorikäyttöä ja mekaniikkaa. Säädintä mallintavassa AAC PEC:ssä on MATLAB/Simulink Real Time R2011b, jossa mallinnus tapahtuu. Moottoria ja mekaniikkaa mallintavassa EMU PEC:ssä on MATLAB/Simulink Real Time R2009b. Järjestelmät keskustelevat keskenään Multilink-väylän kautta.