



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

SAMI HOKKANEN
BETONIRAKENTEIDEN STABILITEETTIKALASKELMAT EUROKOO-
DIN MUKAAN

Diplomityö

Tarkastaja: professori Matti Pentti
Tarkastaja ja aihe hyväksytty
Talouden ja rakentamisen
tiedekuntaneuvoston kokouksessa
9. marraskuuta 2016

TIIVISTELMÄ

SAMI HOKKANEN: BETONIRAKENTEIDEN STABILITEETILASKELMAT EU-ROKOODIN MUKAAN

Diplomityö, 160 sivua, 41 liitesivua

Joulukuu 2016

Rakennustekniikan diplomi-insinöörin tutkinto-ohjelma

Pääaine: Rakennesuunnittelu

Tarkastaja: professori Matti Pentti

Avainsanat: kuorma, epätarkkuus, stabiliteetti, materiaalmalli, analyysi, viruma, kutistuma, halkeilu, hoikkuus, ensimmäinen kertaluku, toinen kertaluku, jäykistys, elementtimenetelmä

Rakenteen kokonaistarkastelun kannalta merkittävimmät kuormat ovat rakenteen oma paino, lumi-, tuuli-, hyöty-, nosturi-, maanpaine-, ja epätarkkuuksien aiheuttamat kuormitukset. Eri kuormitusten samanaikaisuus ja todennäköisesti vaikuttavat mitoitusolot otetaan huomioon osavarmuuslukumenetelmällä, joissa alkeiskuormilla on omat osavarmuus- ja yhdistelykertoimensa.

Rakennelaskelmissa osoitetaan, että rakenteen kestävyys on määrävien kuormitusyhdistelmien mukaisia rasiuksia suurempi. Rakenteen kokonaistarkastelussa tarkistetaan pystyjäykisteiden ja vaakakuormiajakavien levykenttien kestävyys murtorajatilassa, sekä rakenteen globaalit sivusiirtymät ja lokaalit halkeamaleveydet käyttörajatilassa.

Rakenteen kokonaistarkastelu voidaan tehdä eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan sekä käsinlaskentamenetelmillä että FEM-analyysimallilla. Hyväksytyt analyysimenetelmät ovat lineaarinen kimmoteoria, taivutusmomenttien jakomenetelmä, plastisuusteoria, ristikko-analogia ja epälineaarinen menetelmä.

Kokonaistarkastelussa tulee ottaa huomioon toisen kertaluvun ja leikkausmuodon vaikutukset. Niiden merkittävyys tarkistetaan laskemalla jäykistysjärjestelmän toisen kertaluvun raja-arvo, joka perustuu rakenteen kriittiseen kuormaan. Mikäli rakenteen kriittinen kuorma on suuri vallitseviin pystykuormiin nähden, ovat toisen kertaluvun vaikutukset pieniä. Leikkausmuodonmuutokset lisäävät rakenteen siirtymiä ja pienentävät rakenteen kriittistä kuormaa, mikä otetaan stabiliteetilaskelmissa huomioon.

Laskelmien teko voidaan jakaa erilaisten jäykistystapojen – masto-, levy-, ristikkojäykistys – mukaisiin kategorioihin. Näillä runkotyypeillä on omat erityispiirteensä ja kullakin runkotyyppillä laskelmat noudattavat samoja periaatteita.

Käsinlaskentamenetelmät perustuvat suurempaan määrään erilaisia idealisointeja ja oletuksia rakenteen toiminnasta kuin FEM-analyysit. Käsinlaskentamenetelmät antavat kuitenkin hyviä tuloksia omalla pätevyysalueellaan ja niiden käyttö on tehokasta. Laskelmilla saatavien tulosten tulisi aina vastata todellisuutta, jonka vuoksi rakennesuunnittelijan tulee olla tietoinen laskentalausekkeiden oletuksista ja osata ennakoida tuloksiin vaikuttavia tekijöitä.

ABSTRACT

SAMI HOKKANEN: STABILITY ANALYSIS OF CONCRETE STRUCTURES ACCORDING TO EUROCODE

Tampere University of Technology

Master of Science Thesis, 160 pages, 41 Appendix pages

December 2016

Master's Degree Programme in Civil Engineering

Major: Structural Design

Examiner: Professor Matti Pentti

Keywords: load, imperfections, stability, material model, analysis, creep, shrinkage, cracking, slenderness, first order effects, second order effects, stiffening, finite element method

The most significant loadings in global analysis are self-weight, snow, wind, crane, imposed loads, earth pressure and loads caused by imperfections. Combinations of actions are taken into account according to partial factor method. All different loadings have their own partial and combination factors.

In structural calculations it is shown that the resistance of the structure is greater than actions of the loadings. In global analysis it is shown that vertical stiffeners and lateral planes distributing the horizontal loads has sufficient resistance in ultimate limit state and that global lateral displacements and local crack widths are acceptable in service limit state.

According to Eurocode global analysis of the structure can be done by hand calculation formulas or FEM-analysis. Different acceptable idealizations for structural analysis are linear elastic behavior, linear elastic behavior with limited redistribution, plastic behavior, strut and tie models and non-linear behavior.

Second order effects and shear deformations must be taken into account in global analysis. The limit value between first and second order theory is based on the critical loading of the structure. If critical loading is great compared to the vertical loadings second order effects are insignificant. Shear deformations increase displacements and decrease critical loading which is considered in stability analysis.

Calculation procedure can be categorized according to used vertical stiffeners – cantilever columns, shear walls and steel trusses. All these types of structures have their own specialities and stability calculations obey the same procedure.

Hand calculation formulas are based on greater amount of idealizations and assumptions than FEM-analysis. Results of the hand calculation formulas are accurate on the area of validity and the use of them is efficient. All structural calculations must represent phenomena of the reality and structural engineer must be aware of basis of the hand calculations and be able to predict influencing facts of the results.

ALKUSANAT

Tämä diplomityö on tehty A-Insinöörit Suunnittelu Oy:n palveluksessa. Työn tarkoituksena on tutustua betonirakenteiden suunnittelustandardin EN 1992-1-1 vaatimukseen, stabiiliteettilaskelmien teoriaan ja laatia yrityksen sisäiset ohjeet betonirakenteiden stabiiliteettilaskelmien tekemistä varten.

Työn ohjaajina ovat toimineet DI Ville Laine ja DI Aleksi Jutila. Työn etenemisen aikana on pidetty useita yrityksen sisäisiä palavereita, joissa olen saanut ohjausta aihepiiriin syventymiseen ja tutkimusongelmien ratkaisuun. Kiitos kaikille diplomityöprojektissani auttaneille!

Tampereella 18.11.2016



Sami Hokkanen

SISÄLLYSLUETTELO

1.	JOHDANTO	1
2.	KUORMITUKSET	3
2.1	Kuormien luokittelu eurokoodien mukaan	3
2.2	Lumikuormat	4
2.3	Tuulikuormat	9
2.3.1	Puuskanopeuspaine	9
2.3.2	Tuulikuorma	13
2.3.3	Ulkopuoliset painekertoimet c_{pe}	17
2.3.4	Sisäpuoliset painekertoimet c_{pi}	21
2.3.5	Tuulen kitkakertoimet c_{fr}	23
2.3.6	Rakennuksen voimakerroin c_f	24
2.3.7	Tuulikuormien tarkastelua	26
2.4	Hyötykuormat	29
2.5	Epätarkkuudet ja poikittaisvoimat	32
2.5.1	Epätarkkuuksien vaikutusten määrittäminen	32
2.5.2	Epätarkkuuksien tarkastelua	34
2.6	Muut vaakavoimat	39
2.7	Osavarmuuslukumenetelmä ja kuormitusyhdistelmät	39
2.8	Kuormitusyhdistelmien lukumäärien tarkastelua	45
3.	BETONIRAKENTEIDEN STABILITEETTIANALYYSIT	53
3.1	Betonin materiaalmallit	53
3.1.1	Yleistä betonin materiaalmalleista	53
3.1.2	Betonin kimmainen-ideaaliplastinen materiaalmalli	55
3.1.3	Betonin epälineaarinen-ideaaliplastinen materiaalmalli	56
3.1.4	Betonin yleinen epälineaarinen materiaalmalli	57
3.1.5	Betonin materiaalmallien tarkastelua	58
3.2	Betoniteräksen materiaalmallit	62
3.3	Betonirakenteiden analyysimenetelmät	64
3.3.1	Analyysimenetelmien kuvaus	64
3.3.2	Analyysimenetelmien tarkastelua	65
3.4	Betonirakenteiden rakennemallien oletukset ja määritelmät	66
3.5	Betonin kutistuminen, viruminen ja halkeamat	66
3.5.1	Kutistuminen ja lämpömuodonmuutokset	67
3.5.2	Viruminen	72
3.5.3	Halkeamien vaikutus taivutusjäykkyyteen	73
3.6	Toisen kertaluvun vaikutukset	74
3.6.1	Toisen kertaluvun analyysit	74
3.6.2	Jäykistysjärjestelmän hoikkuuskriteeri	75
3.6.3	Jäykistysjärjestelmän hoikkuuskriteerin nurjahduskertoimen tarkastelua	77

3.6.4	Leikkausseinän taivutusjäykkyyden tarkastelua ja vertailua jäykistysjärjestelmän hoikkuuskriteeriin taivutusjäykkyyteen.....	80
3.6.5	Nimellinen jäykkyys	86
3.6.6	Nimellisen jäykkyyden tarkastelua	87
3.6.7	Nimellisellä jäykkyydellä lasketut toisen kertaluvun rasitukset....	90
3.6.8	Yhteenvedo toisen kertaluvun vaikutuksista.....	91
3.7	Leikkausmuodonmuutoksen vaikutukset.....	91
3.7.1	Leikkausmuodonmuutoksen vaikutus siirtymiin	91
3.7.2	Leikkausmuodonmuutoksen vaikutus jännityksiin.....	97
3.7.3	Leikkausmuodonmuutoksen vaikutus nurjahduskuormaan	101
3.7.4	Yhteenvedo leikkausmuodonmuutosten vaikutuksista	103
3.8	Jäykistysjärjestelmän käsinlaskentamenetelmät.....	104
3.8.1	Matalat rakennukset	105
3.8.2	Korkeat rakennukset	109
3.8.3	Yhdistetty taivutus-vääntönurjahdus.....	118
3.9	Jäykistysjärjestelmän FEM-analyysit	121
4.	YKSITYISKOHTIEN SUUNNITTELU	124
4.1	Elementtisauman leikkauskestävyys	124
4.2	Elementtisauman leikkauskestävyyden tarkastelua.....	125
4.3	Elementtisauman jäykkyyden raja-arvo.....	128
4.4	Vaijerilenkkisauman jäykkyyden tarkastelua.....	131
5.	KÄYTTÖRAJATILATARKASTELOT	135
6.	JÄYKISTYSJÄRJESTELMÄN VAIKUTUS STABILITEETTILASKELMIIN	136
6.1	Mastojäykistys.....	136
6.2	Levyjäykistys.....	136
6.3	Side- ja sekajäykistys.....	138
7.	JÄYKISTYSJÄRJESTELMIEN KÄSINLASKENTAMENETELMIEN JA FEM-ANALYYSIEN EROT	140
7.1	Yleistä	140
7.2	Yksikerroksisen rakennuksen jäykkyyden tarkastelua	142
7.3	Monikerroksisen rakennuksen laskentaesimerkki ja tulosten vertailu	144
8.	YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTÖKSET	153
	LÄHTEET	156
	LIITTEET.....	160

LYHENTEET JA MERKINNÄT

FEM	Finite Element Method (elementtimenetelmä, rakenteen numeerinen analysointimenetelmä, joka perustuu siirtymien muotofunktioihin ja virtuaalisen työn periaatteeseen)
A	tuulikuorman vaikutusala, poikkileikkauksen pinta-ala, vääntökeskiö
A_c	betonipoikkileikkauksen pinta-ala
A_i	eri aikaan valettujen betonien välisen rajapinnan pinta-ala
A_{ref}	tuulikuorman vaikutusala
A_s	betoniteräksen / betoniterästen poikkipinta-ala
a_x	rakennuksen vääntökeskiön x -koordinaatti
a_y	rakennuksen vääntökeskiön y -koordinaatti
B	geometrinen jäykkyyismatriisi, rakennuksen bimomentti
B_e	sauvaelementin geometrinen jäykkyyismatriisi
B_i	pystyjäykisteen i bimomentti
b	rakennuksen leveys tuulta vastaan kohtisuorassa suunnassa, poikkileikkauksen leveys
b_c	betonin leveyden osuus poikkileikkauksen leveydestä
b_s	terästen leveyden osuus poikkileikkauksen leveydestä
C_e	lumikuorman tuulensuojakerroin
C_t	lumikuorman lämpökerroin
c	betonin vaarnavaikutuksen kerroin eri aikaan valettujen betonien sauman leikkauslujuuden lausekkeessa
c_0	ensimmäisen kertaluvun taivutusmomenttipinnan muodosta riippuva kerroin
c_{dir}	tuulen suuntakerroin
c_f	rakenteen voimakkeroin
$c_{f,0}$	rakenteen voimakkeroin teräväsärmäiselle suorakaidepoikkileikkaukselle, jossa ei ole huomioitu päättevaikutusta
c_{fr}	tuulen ja materiaalipinnan välinen kitkakerroin
c_{pi}	rakennuksen sisäpuolisen paineen kerroin
c_{pe}	rakennuksen ulkopuolisen paineen kerroin, joka riippuu kuormitus-alasta
$c_o(z)$	tuulennopeuden maaston pinnanmuotokerroin
$c_{pe,1}$	rakennuksen ulkopuolisen paineen kerroin, kun kuormitusala on 1 m^2
$c_{pe,10}$	rakennuksen ulkopuolisen paineen kerroin, kun kuormitusala on 10 m^2
c_{prob}	tuulennopeuden todennäköisyyskerroin
$c_r(z)$	tuulennopeuden maastoluokan rosoisuuskerroin
$c_s c_d$	rakennekerroin
d	rakennuksen pituus tuulen suunnassa, betoniteräksen halkaisija
d_{sauma}	elementtisauman leveys
E	materiaalin kimmomoduuli
E_c	betonin tangenttikimmokerroin
E_{cm}	betonin sekanttikimmokerroin
E_{cd}	betonin kimmokertoimen mitoitusarvo
EI	taivutusjäykkyys
EI_0	taivutusjäykkyys kerrospalkkiteoriassa

EA	aksiaalijäykkyys
EA_0	aksiaalijäykkyys kerrospalkkiteoriassa
F	voima, pistekuorma
F_{fr}	rakennuksen ulkopuolisiin pintoihin kohdistuva tuulen aiheuttama kitkakuorma
F_e	rakennuksen ulkopuolisen paineen pintaa-alaan kohdistama resultantti
$F_{H,x}$	rakennuksen x -suuntainen kokonaisvaakavoima
$F_{H,y}$	rakennuksen y -suuntainen kokonaisvaakavoima
F_i	rakennuksen sisäpuolisen paineen pinta-alaan kohdistama resultantti, seinän i voima
$F_{V,B}$	rakennuksen jäykistysjärjestelmän nimellinen yhdistetyn taivutusleikkausnurjahduksen kriittinen kuorma
$F_{V,BB}$	rakennuksen jäykistysjärjestelmän nimellinen taivutusnurjahduksen kriittinen kuorma
$F_{V,Ed}$	rakennuksen jäykistäviin ja jäykistettyihin pystyrakenteisiin vaikuttava kokonaiskuorma
F_w	rakennukseen kohdistuva kokonaistuulikuorma
f_{ck}	betonin ominaislieriöpuristuslujuus
$f_{ck,cube}$	betonin ominaiskuutiopuristuslujuus
f_{cd}	betonin puristuslujuuden mitoitusarvo
f_{cm}	betonin keskimääräinen lieriöpuristuslujuus
$f_{ctk,0,05}$	betonin vetolujuuden 5% fraktiili (=ominaisarvo)
$f_{ctk,0,95}$	betonin vetolujuuden 95% fraktiili
f_{ctm}	betonin keskimääräinen vetolujuus
f_t	teräksen vetolujuuden maksimiarvo
f_{yk}	teräksen mytölujuuden ominaisarvo
f_{yd}	teräksen mytölujuuden mitoitusarvo
G	materiaalin liukumoduuli
G_{Ed}	oman painon mitoitusarvo
G_k	oman painon ominaisarvo
H	rakennuspaikan korkeus merenpinnasta mitattuna
H_i	epätarkkuuden huomioonottava poikittaisvoima
h	rakennuksen korkeus tuulikuormalaskelmissa, poikkileikkauksen korkeus
h_0	muunnettu paksuus
I	poikkileikkauksen neliömomentti
I_{cr}	halkeilleen raudoitetun poikkileikkauksen neliömomentti
I_{ef}	poikkileikkauksen tehollinen taivutusjäykkyys, jossa on huomioitu halkeilun vaikutus
I_{uncr}	halkeilemattoman raudoitetun poikkileikkauksen neliömomentti
$I_{uncr,c}$	halkeilemattoman ja raudoittamattoman poikkileikkauksen neliömomentti
\bar{I}_v	rakennuksen poikkileikkauksen vääntöjäyhyys
I_{vi}	pystyjäykisteen i poikkileikkauksen vääntöjäyhyys
$I_v(z)$	tuulenpuuskien intensiteetti
\bar{I}_x	rakennuksen poikkileikkauksen neliömomentti x -akseliin ympäri
I_{xi}	pystyjäykisteen i poikkileikkauksen neliömomentti x -akseliin ympäri
\bar{I}_{xy}	rakennuksen poikkileikkauksen tulomomentti

I_{xyi}	pystyjäykisteen i poikkileikkauksen tulomomentti
\bar{I}_y	rakennuksen poikkileikkauksen neliömomentti y-akseliin ympäri
I_{yi}	pystyjäykisteen i poikkileikkauksen neliömomentti y-akseliin ympäri
\bar{I}_ω	rakennuksen käyristymisjäyhyys
$I_{\omega i}$	pystyjäykisteen i käyristymisjäyhyys
i	poikkileikkauksen neliösäde
K	tuulennopeuden todennäköisyyskertoimen muotoparametri, jäykkyyssmatriisi
K_e	elementin jäykkyyssmatriisi
$K_{S,i}$	yksikerroksisen leikkausseinän jäykkyysskerroin, jossa on huomioitu leikkausmuodonmuutos
$K_{S,B,i}$	yksikerroksisen leikkausseinän jäykkyysskerroin, jossa on huomioitu sekä taivutus-, että leikkausmuodonmuutos
k	suhteellinen joustavuus, poikkileikkauksen leikkausmuodonmuutoksen korjauskerroin Timoshenkon palkkiteoriassa
k_h	muunnetusta paksuudesta riippuva kerroin
k/k	rakenneosien jako
L	rakennuksen jäykistysjärjestelmän kokonaiskorkeus, seinän korkeus, vaijerivaarnalengin kotelon korkeus
l	rakenneosan pituus tai korkeus
l_0	rakenneosan tehollinen pituus tai pilarin nurjahduspituus
l_e	sauvaelementin pituus
l_x	vaijerivaarnalengin kotelon syvyys
l_y	vaijerivaarnalengin kotelon puristetun alueen korkeus
M	taivutusmomentti
M_{0Ed}	murtorajatilan ja lineaarisen kimmoteorian mukainen taivutusmomentti
M_{0Eqp}	pitkäaikaisyhdistelmän ja lineaarisen kimmoteorian mukainen taivutusmomentti
M_{0Ed}	ensimmäisen kertaluvun taivutusmomentti
M_{cr}	taivutusmomentti, jolla betonipoikkileikkaus halkeaa
M_{Ed}	taivutusmomentin mitoitusarvo
M_{pl}	plastinen taivutuskapasiteetti
M_T	vääntömomentti
M_x	rakennuksen taivutusmomentti x-akselin ympäri
M_{xi}	pystyjäykisteen i taivutusmomentti x-akselin ympäri
M_y	rakennuksen taivutusmomentti y-akselin ympäri
M_{yi}	pystyjäykisteen i taivutusmomentti y-akselin ympäri
m	kokonaisvaikutuksen aiheuttavien pystyrakenneosien lukumäärä, vääntökuorma
N_{0Ed}	murtorajatilan ja lineaarisen kimmoteorian mukainen normaalivoima
N_{0Eqp}	pitkäaikaisyhdistelmän ja lineaarisen kimmoteorian mukainen normaalivoima
N	normaalivoima
N_a	välipohjan yläpuolisen pystyrakenteen normaalivoima
N_B	nimelliseen jäykkyyteen perustuva nurjahduskuorma
N_b	välipohjan alapuolisen pystyrakenteen normaalivoima
N_{Ed}	normaalivoiman mitoitusarvo
N_{cr}	Eulerin kriittinen nurjahduskuorma

N_{Ed}	normaalivoiman mitoitusarvo
n	tuulennopeuden todennäköisyyskertoimen eksponentti, rakennuksen kerrosten lukumäärä, eksponentti epälineaarille ideaaliplastiselle materiaalimallille, suhteellinen normaalivoima
n_s	rakennuksen kerrosluku
P	pistekuorma
P_e	sauvaelementin normaalivoima
p_0	tasainen viivakuorma
Q_{Ed}	hyötykuorman mitoitusarvo
Q_k	hyötykuorman ominaisarvo
q	palkin poikittainen kuormitus
q_k	hyötykuorman pintakuorman ominaisarvo
$q_p(z)$	tuulen puuskanopeuspaine
r_i	seinän i kohtisuoraetäisyys rakennuksen vääntökeskiöstä
S	sauvan leikkausjäykkyys
s	lumikuoman arvo katolla
s_k	lumikuoman arvo maanpinnalla
T	ilman absoluuttinen lämpötila
T_4	ilman absoluuttinen lämpötila
T_{min}	ilman absoluuttinen lämpötila
T_{max}	ilman absoluuttinen lämpötila
t	aika
t_0	kuormituksen alkamishetki
t_s	kutistumisen alkamisajankohta
u	siirtymä x -koordinaatin suuntaan
u_x	rakennuksen x,y -tason pisteen x -suuntainen translaatio
u_{xi}	pystyjäykisteen poikkileikkauksen mielivaltaisen pisteen x -suuntainen translaatio
u_y	rakennuksen x,y -tason pisteen y -suuntainen translaatio
u_{yi}	pystyjäykisteen poikkileikkauksen mielivaltaisen pisteen y -suuntainen translaatio
u_z	rakennuksen x,y -tason pisteen z -suuntainen translaatio
u_{zi}	pystyjäykisteen poikkileikkauksen mielivaltaisen pisteen z -suuntainen translaatio
V	leikkausvoima
V_x	rakennuksen leikkausvoima x -akselin suuntaan
V_{xi}	pystyjäykisteen i leikkausvoima x -akselin suuntaan
V_y	rakennuksen leikkausvoima y -akselin suuntaan
V_{yi}	pystyjäykisteen i leikkausvoima y -akselin suuntaan
$v_{b,0}$	tuulennopeuden modifioimaton perusarvo
v_b	tuulennopeuden perusarvo
$v_m(z)$	tuulennopeuden modifioitu perusarvo
v_x	rakennuksen vääntökeskiön x -suuntainen translaatio
v_y	rakennuksen vääntökeskiön y -suuntainen translaatio
v_{xi}	pystyjäykisteen vääntökeskiön x -suuntainen translaatio
v_{yi}	pystyjäykisteen vääntökeskiön y -suuntainen translaatio
v_{Rdi}	eri aikaan valettujen betonien rajapinnan leikkauslujuus
W_s	rakenteen sisäinen virtuaalinen työ
W_u	rakenteen ulkoisten kuormien virtuaalinen työ
w	taipuma, siirtymä z -koordinaatin suuntaan

w_i	rakennuksen sisäpuolinen tuulen aiheuttama pintapaine
w_e	rakennuksen ulkopuolinen tuulen aiheuttama pintapaine
x_0	neutraaliakselin x -koordinaatti
x_{0i}	pystyjäykisteen i neutraaliakselin x -koordinaatti
y_0	neutraaliakselin y -koordinaatti
y_{0i}	pystyjäykisteen i neutraaliakselin y -koordinaatti
z	korkeuskoordinaatti tuulikuormalaskelmissa
z_0	rosoisuusmitta tuulikuormalaskelmissa
z_e	rakennuksen ulkokorkeus tuulikuormalaskelmissa
z_i	rakennuksen sisäkorkeus tuulikuormalaskelmissa
z_{max}	maksimi korkeus tuulikuormalaskelmissa
z_{min}	minimi korkeus tuulikuormalaskelmissa
z_{strip}	tuulen nopeuspainekaistan yläreunan korkeus
α	pituuden lämpötilakerroin, kerrospalkin yhtälöissä poikkileikkaus- suureiden ja leikkausjäykkyyden perusteella johdettu kerroin
α_{cc}	puristuslujuuteen vaikuttavat pitkäaikaiset tekijät ja kuorman vaikut- tamistavasta aiheutuvat epäedulliset tekijät huomioonottava kerroin
α_{cr}	kriittisen nurjahduskuorman kerroin (kerroin, jolla rakenteen kuor- mitus tulee kertoa kriittisen kuormituksen saavuttamiseksi)
α_{ct}	vetolujuuteen vaikuttavat pitkäaikaiset tekijät ja kuorman vaikutta- mistavasta aiheutuvat epäedulliset tekijät huomioonottava kerroin
α_A	hyötykuorman pinta-alavähennys
α_h	pituuteen tai korkeuteen perustuva vinouden pienennyskerroin
α_i	seinän i suuntakulma x -akselista mitattuna
α_m	lukumäärään perustuva vinouden pienennyskerroin
α_n	hyötykuorman kerrosvähennys
β_{ds}	kutistuman ajallisen kehityksen huomioon ottava termi
γ	liukuma
γ_C	betonin materiaaliosavarmuusluku
$\gamma_{C,acc}$	tappivaarnaliitoksen osavarmuusluku onnettomuusrajatilassa
γ_{CE}	betonin kimmokertoimen osavarmuusluku
γ_S	teräksen materiaaliosavarmuusluku
γ_{SH}	betonin kutistumisen osavarmuusluku
γ_{xz}	liukuma x, z -tasossa
δ_i	seinän i suuntainen siirtymä
ϵ_{ca}	betonin sisäinen kutistuma
ϵ_{cc}	betonin virumisen aiheuttama puristuma
ϵ_{cd}	betonin kuivumiskutistuma
ϵ_{cs}	betonin kokonaiskutistuma
ϵ_{c1}	betonin myötövenymä epälineaarille materiaalimallille
ϵ_{cu1}	betonin murtovenymä epälineaarille materiaalimallille
ϵ_{c2}	betonin myötövenymä epälineaarille ideaaliplastiselle materiaali- mallille
ϵ_{cu2}	betonin murtovenymä epälineaarille ideaaliplastiselle materiaali- mallille
ϵ_{c3}	betonin myötövenymä kimmoiselle ideaaliplastiselle materiaalimal- lille
ϵ_{cu3}	betonin murtovenymä kimmoiselle ideaaliplastiselle materiaalimal- lille
ϵ_{el}	betonin kimmoinen puristuma

ε_T	lämpötilan muutoksen aiheuttama venymä
ε_{uk}	teräksen murtovenymä
ε_{ud}	teräksen venymän laskennallinen yläraja-arvo
ε_x	venymä x -akselin suunnassa
ε_{zi}	pystyjäykisteen i venymä z -akselin suunnassa
η	nurjahduspituuden kerroin
θ	taivutusmomenttia vastaava kulmakiertymä, poikkileikkauksen kiertymä Timoshenkon palkkiteoriassa, kulma
θ_0	rakenteen vinouden perusarvo
θ_i	rakenteen vinous
λ	hoikkuusluku, palkin jännevälin ja korkeuden suhde
λ_{lim}	hoikkuusluvun raja-arvo
μ	aukkosuhde tuulikuormalaskelmissa, betonin vaarnavaikutuksen kitkakerroin eri aikaan valettujen betonien sauman leikkauslujuuden lausekkeessa
μ_i	katon muotokerroin lumikuormalle
ν	suppeumaluku
ξ	puristetun sauvan Eulerin nurjahduskuorman kerroin, kun nurjahduskuorman kaavassa käytetään sauvan todellista pituutta l (eurokoodi tai lineaarinen kimmoteria)
ξ_{cr}	puristetun sauvan Eulerin nurjahduskuorman kerroin, kun nurjahduskuorman kaavassa käytetään sauvan todellista pituutta l (lineaarinen kimmoteria)
ξ_{EC}	puristetun sauvan Eulerin nurjahduskuorman kerroin, kun nurjahduskuorman kaavassa käytetään sauvan todellista pituutta l (eurokoodin likiarvokaava)
ρ	ilman tiheys tuulikuormalaskelmissa, geometrinen raudoitussuhde
σ_c	betonin normaalijännitys
σ_n	sauman normaalijännitys
σ_x	normaalijännitys x -koordinaatin suunnassa
φ	eheysuhde, virumaluku, vääntökulma, rotaatio
φ_{ef}	virumisaste
φ_{nl}	epälineaarinen virumaluku
ψ_r	pyöreäsärmäisen neliöpoikkileikkauksen pienennyskerroin
ψ_λ	päätevaikutuskerroin
ψ_0	kuormien yhdistelykerroin murtorajatilassa
ψ_1	kuorman tavanomaisen arvon kerroin
ψ_2	kuorman pitkäaikaisen osuuden kerroin
ω	mekaaninen raudoitussuhde, sektoriaalinen koordinaatti
$\bar{\omega}$	rakennuksen sektoriaalinen koordinaatti
ϕ	leikkausjännityksen aiheuttama keskimääräinen palkin poikkileikkauksen kiertymä Timoshenkon palkkiteoriassa, plastisen nivelen kulmakiertymä

1. JOHDANTO

Tämän diplomityön tarkoituksena on tutustua eurokoodin EN 1992-1-1 mukaisiin betonirakenteiden stabiliteetilaskelmiin ja laatia niitä käsittelevä laskentaohje A-Insinöörit Suunnittelu Oy:lle. Ohjeen avulla suunnittelijoilla tulee olemaan yhtenäiset perusteet eurokoodin mukaisten betonirakenteiden jäykistystarkastelujen tekemiseksi.

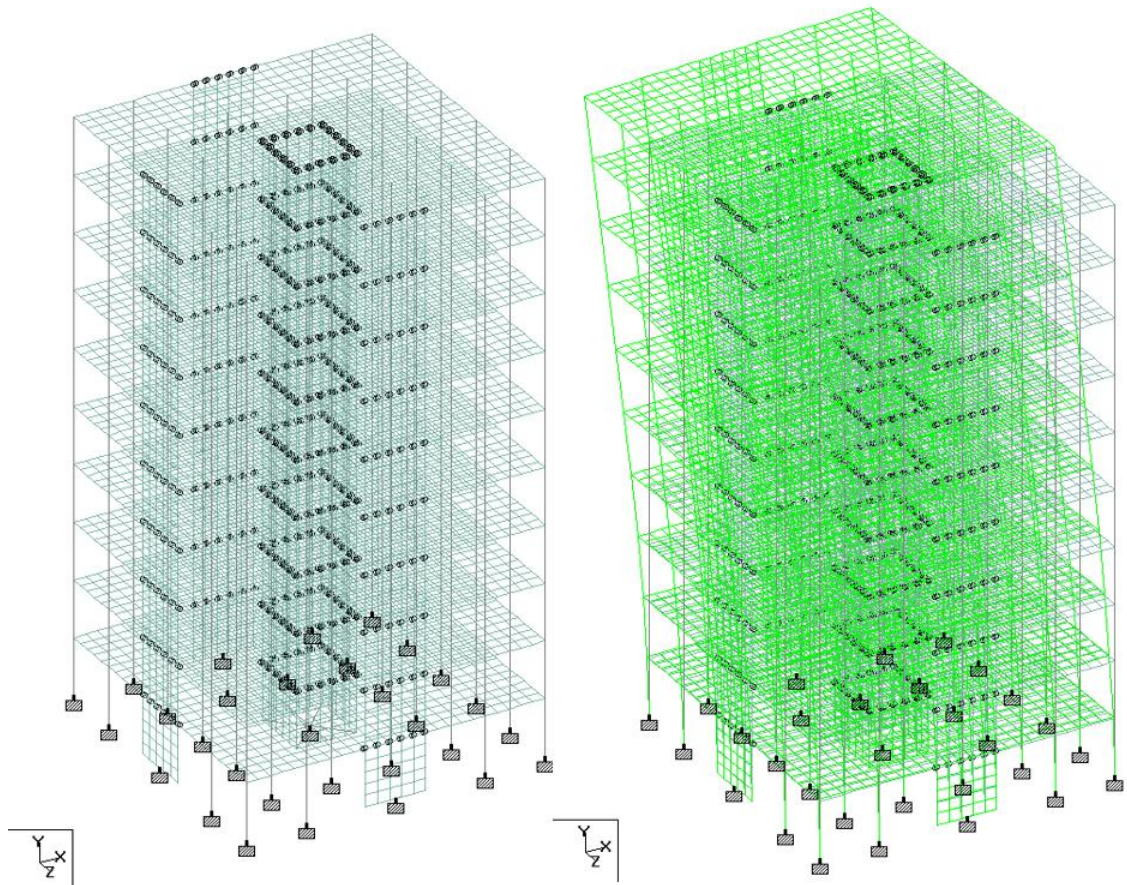
Teräsbetonirakenteen tarkka analysointi on haasteellinen ja mielenkiintoinen tehtävä. Materiaalina betonin jännitys-venymä-käyttäytyminen on epälineaarista ja betoniterästen kimmoista ja myötölujittuvaa. Tästä johtuen rakenneosien jäykkyydet ovat aina kuormituksista, betonin muodonmuutoksista, ja halkeilusta riippuvaisia. Kun rakenteen siirtymät kasvavat, niin myös rakenteen muodonmuutokset, puristumat, venymät ja liukumät, kasvavat. Tämän takia rakenteen jäykkyys on myös siirtymäriippuvainen. Kustannustehokkaassa suunnittelussa ja nykyisillä laskentaohjelmistoilla ei kaikkia näitä ilmiöitä kyetä ottamaan tarkasti huomioon, vaan on tyydyttävä likimääräisempiin laskelmiin ja suurempaan varmuustasoon.

Nykyisillä laskentaohjelmistoilla tehtävät stabiliteetilaskelmat perustuvat pääosin fyysikaalisesti lineaarisen ja geometrisesti joko lineaarisen tai epälineaariseen elementtimenetelmään. Fysikaalisesti lineaarisella analyysillä pyritään ottamaan huomioon betonin epälineaarinen jännitys-venymä-käyttäytyminen ja viruman vaikutukset. Rakenteen analyysi on haasteellinen, koska usein yhden asian tarkastelu aiheuttaa virheitä toiseen asian tarkasteluun. Esimerkiksi, jos rakenneosien kimmokertoimina käytetään virumaluvun huomioivia pienennettyjä kimmokertoimia, niin pystykuormien aiheuttamat pitkäaikaiset rasitukset ja siirtymät arvioidaan oikein mutta taas hetkellisten vaakakuormien jakautuminen väärin. Tämä johtuu siitä, että jäykistävien rakenneosien kimmokertoimien suhteet muuttuvat, eivätkä ne vastaa hetkellisen rasituksen kimmokertoimia.

Betonirakenteiden toiminnan ja laskentamenetelmien ymmärtämisessä sekä eurokoodien soveltamisessa on kirjavuutta, jonka vuoksi yhteisesti sovitut menetelmät yritykselle ovat tarpeen. Työn keskeisimmät tutkimusongelmat ovat: kuinka tehdään eurokoodin vaatimusten mukaiset stabiliteetilaskelmat eri runkotyypeille, miten kuormitukset ja kuormitusyhdistelmät huomioidaan jäykistyslaskelmissa, koska voidaan käyttää käsinlaskentamenetelmiä ja koska rakenteen tarkastelu on tehtävä FEM-analyysillä ja minkälaisia eroja käsinlaskentamenetelmien ja FEM-analyysien välillä on. Elementtisaumojen toimintaa ja suunnittelua käsitellään pintapuolisesti, mutta sen tarkempi käsittely on rajattu työn ulkopuolelle.

Työn keskeisimmät lähteet ovat nykyiset rakennesuunnittelun standardit eli eurokoodit, joista EN 1991 käsittelee rakenteen kuormituksia ja EN 1992 betonirakenteiden suunnittelua. Tässä työssä käsitellään myös Suomen Betoniyhdistyksen julkaisuja sekä yleiseen mekaniikkaan liittyviä julkaisuja ja oppikirjoja.

Rakennuksen jäykistystarkastelun käsinlaskentamenetelmät perustuvat tekniseen taivutus- ja vääntöteoriaan. Näissä teorioissa jätetään leikkausvoiman vaikutukset siirtymiin ja rasituksiin huomiotta, mikä aiheuttaa virheitä laskennan tuloksiin. Samaten aukkojen vaikutusten ja liitosten jäykkyyden huomiointiin liittyy epävarmuuksia ja tuloksia vääristäviä tekijöitä. Edellä kuvattujen virhelähteiden perusteella voidaankin todeta, että FEM-analyysit kuvaavat rakenteen toimintaa tarkemmin kuin käsinlaskentamenetelmät. Käsinlaskentamenetelmillä on kuitenkin suuri rooli kustannustehokkaassa suunnittelussa, eikä tule myöskään unohtaa niiden merkitystä rakenteen toiminnan ymmärtämisessä. Kuvassa 1.1 on esitetty Staad Pro-ohjelmalla laadittu 10 kerroksisen rakennuksen FEM-analyysimalli ja tuulikuorman aiheuttama siirtymäkuvaaja.



Kuva 1.1 10 kerroksisen rakennuksen FEM-analyysimalli ja tuulikuorman aiheuttama siirtymäkuvaaja

2. KUORMITUKSET

Ensimmäiset eurokoodit otettiin käyttöön Suomessa 1.11.2007, jolloin julkaistiin ensimmäiset näihin standardeihin liittyvät kansalliset liitteet. Sen jälkeen kansallisia liitteitä on julkaistu lisää ja ne ovat mahdollistaneet muidenkin eurokoodien käyttöönoton kantavien rakenteiden suunnittelussa. Suomen Rakentamismääräyskokoelma poistettiin käytöstä 1.9.2014, ja eurokoodeista tuli ainoa kantavien rakenteiden suunnittelujärjestelmä. [24]

Eurokoodit on ryhmitelty tarkasteltavan aihepiirien mukaisiksi standardikokonaisuuksiksi. Näitä kokonaisuuksia ovat suunnitteluperusteet SFS-EN 1990, rakenteiden kuormitukset SFS-EN 1991, betonirakenteiden suunnittelu SFS-EN 1992, teräsrakenteiden suunnittelu SFS-EN 1993, teräs-betoni-liittorakenteiden suunnittelu SFS-EN1994, puurakenteiden suunnittelu SFS-EN 1995, muurattujen rakenteiden suunnittelu SFS-EN 1996, geotekninen suunnittelu SFS-EN1997, maanjäristyssuunnittelu SFS-EN1998 ja alumiinirakenteiden suunnittelu SFS-EN 1999.

Tässä työssä keskitytään suunnitteluperusteita, kuormituksia ja betonirakenteiden suunnittelua käsitteleviin eurokoodeihin. Näistä standardeista käsitellään erityisesti betonirakenteiden stabiliteettilaskemiin liittyviä kohtia.

2.1 Kuormien luokittelu eurokoodien mukaan

Eurokoodin SFS-EN 1990 mukaan kuormat tulee luokitella aikariippuvuuden perusteella:

- pysyviin kuormiin (G), esim. rakenteiden, kiinteiden laitteiden ja tiepäällysteen oma paino ja kutistumisen ja epätasaisten painumien aiheuttamat välilliset kuormat
- muuttuviin kuormiin (Q), esim. rakennusten välipohjiin, palkkeihin ja vesikattoon kohdistuvat hyötykuormat, tuulikuormat ja lumikuormat
- onnettomuuskuormiin (A), esim. räjähdykset tai ajoneuvojen törmäykset. [12, s.58]

Kuormat tulee myös luokitella:

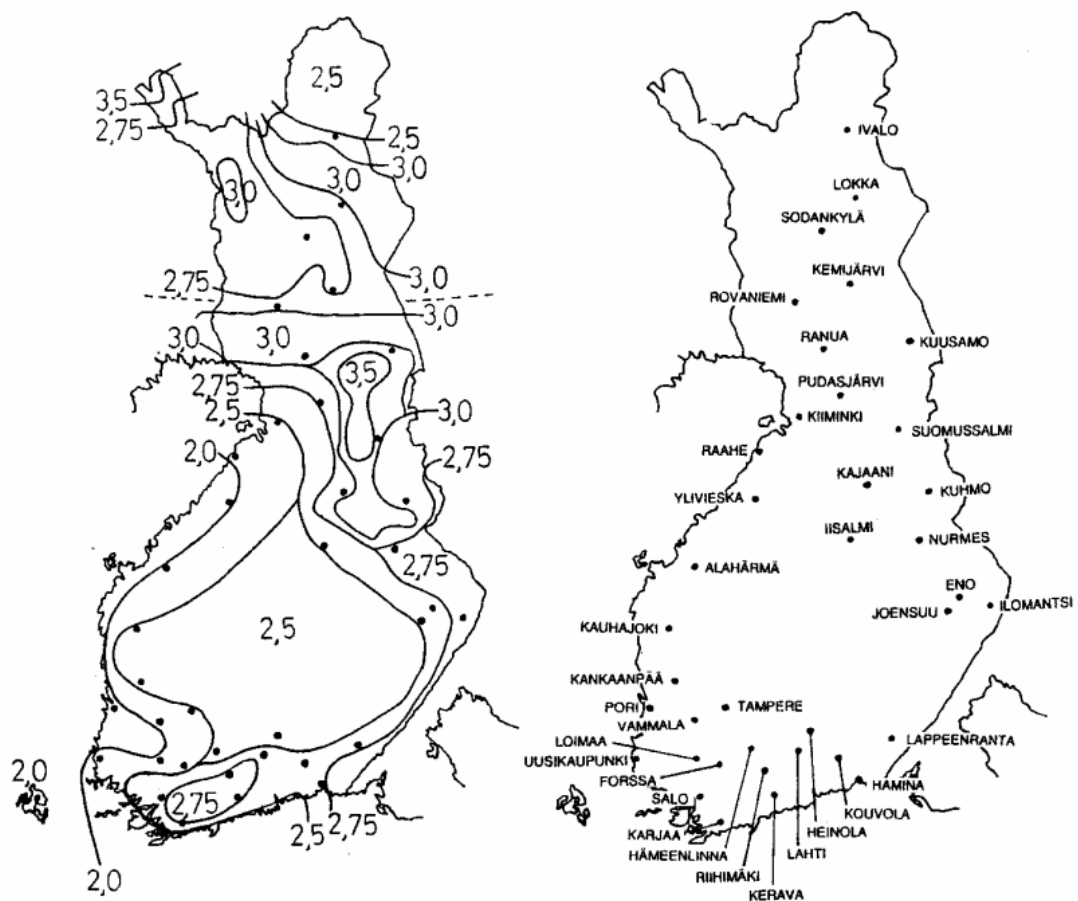
- niiden alkuperän perusteella välittömiksi tai välillisiksi
- niiden vaikutuskohdan vaihtelun perusteella kiinteiksi tai liikkuviksi ja
- niiden luonteen tai rakenteen vasteen perusteella staattisiksi tai dynaamisiksi. [12, s.58]

2.2 Lumikuormat

Rakennusten lumikuormat määritetään standardin SFS-EN 1991-1-3 mukaan ja ne luokitellaan muuttuviksi ja kiinteiksi kuormiksi [14, s.20]. Tämä tarkoittaa, että lumikuorma vaikuttaa aina kauttaaltaan ja sen liikkuvuudessa otetaan huomioon vain standardin SFS-EN 1991-1-3 mukaiset kuormituskaaviot.

Katon lumikuorma perustuu maan pinnan lumikuormaan ja kertoimiin, joilla otetaan huomioon erilaisten kattomuotojen vaikutus [14, s.24, 26]. Lumikuorman mitoitusarvoon ja lumen kinostumiseen vaikuttavat muun muassa katon muoto, lämpöominaisuudet, pinnan karheus, katon alla syntyvä lämpöäärä, viereisten rakennusten läheisyys, ympäröivä maasto ja paikallinen ilmasto (tuulisuus, lämpötilan vaihtelu ja sateiden todennäköisyys). [14, s.26]

Suomen kansallisessa liitteessä määritetään maanpinnalla esiintyvien lumikuormien ominaisarvot. Tämä lumikuormakartta on esitetty kuvassa 2.1.



Kuva 2.1 Maanpinnan lumikuorma s_k [27, kuva 4.1(FI)]

Katon lumikuorma lasketaan kaavalla

$$s = \mu_i C_e C_t s_k, \quad (2.1)$$

jossa μ_i on muotokerroin, C_e on tuulensuojauskerroin, C_t on lämpökerroin ja s_k on maanpinnan lumikuorman ominaisarvo. [14, s.28]

Kansallisen liitteessä esitetään Suomessa käytettävät tuulensuojauskerroimen C_e arvot, jotka on jaoteltu alueen tuulisuuden mukaan. Ne on esitetty taulukossa 2.1. Valittaessa tuulensuojaiskerrointa tulee ottaa huomioon alueen tulevaisuuden kehitys ja sen vaikutus rakennuksen tuulisuusolosuhteisiin.

Taulukko 2.1 Suomessa käytettävät tuulensuojauskerroimen C_e arvot [27, Taulukko 5.1 (FI)]

Maastotyyppi	C_e
Tuulinen ^a	0,8 ^{*)}
Normaali ^b	1,0
Suojainen ^c	1,0
^a <i>Tuulinen maasto</i> : laakea, esteetön, joka puolelle avoin alue, jolloin maasto, korkeat rakennuskohteet tai puut eivät suojaa tai suojaavat vain vähän. ^b <i>Normaali maasto</i> : alue, jolla rakennuskohteeseen vaikuttava tuuli ei maaston, muiden rakennuskohteiden tai puiden takia huomattavasti poista lunta. ^c <i>Suojainen maasto</i> : alue, jolla tarkasteltava rakennuskohde on huomattavasti alempana kuin ympäröivä maasto tai se on korkeiden puiden tai itseään korkeampien rakennuskohteiden ympäröimä. ^{*)} Katoilla, joiden lyhempi sivumitta on yli 50 metriä, kerroin C_e on kuitenkin 1,0	

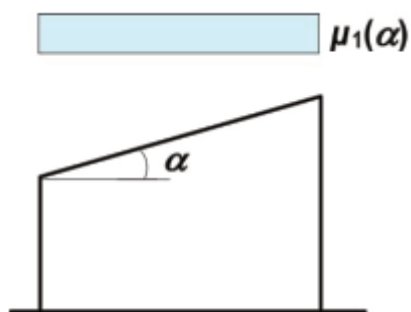
Mikäli kattorakenteen lämmöneristys on vähäinen, voidaan katon lumikuorman arvoa pienentää lämpöhäviön aiheuttaman sulamisen johdosta lämpökertoimella C_t [14, s.30]. Suomessa tulee kuitenkin käyttää vähintään lumikuorman arvoa $0,5 \text{ kN/m}^2$ [27, s.5].

Eurokoodissa ja kansallisessa liitteessä ei esitetä menetelmiä kertoimen C_t laskemiseksi mutta eurokoodissa viitataan standardiin ISO 4355, jossa on lisäohjeita kertoimen määrittämiseksi. Yleisesti ottaen käytetään kerrointa $C_t = 1,0$, mutta esimerkiksi suurten lämpöhäviöiden lasikatoilla lumikuorman pienentäminen on edullista. [14, s.30].

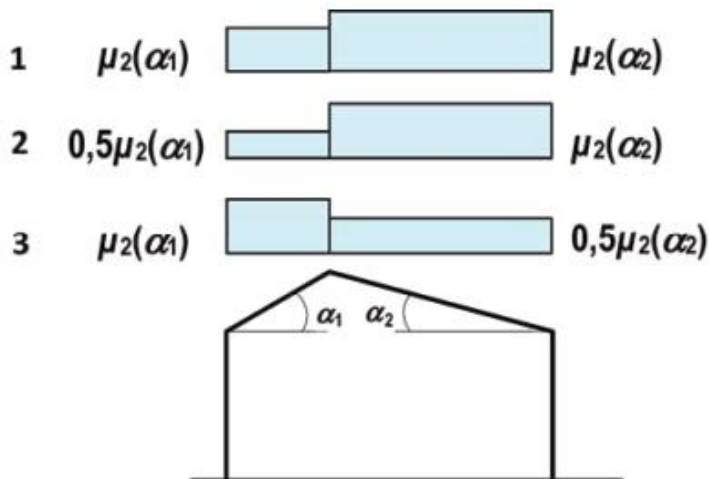
Lämpökertoimen C_t käytöstä kannattaa kuitenkin sopia erikseen tilaajan kanssa, koska rakennuksen sisälämpötila vaikuttaa suuren lämpöhäviön omaavan katon lumikuormaan.

Rakennuksen sisälämpötilan laskeminen tai kylmilleen jättäminen on riskialtista tällaisille pienille lumikuormille mitoitetuille rakenteille. Sen käyttö onkin hyvä rajata rakenteisiin, joilla ei ole merkitystä laajemman alueen kantokykyyn, esimerkiksi kattoikkunoihin.

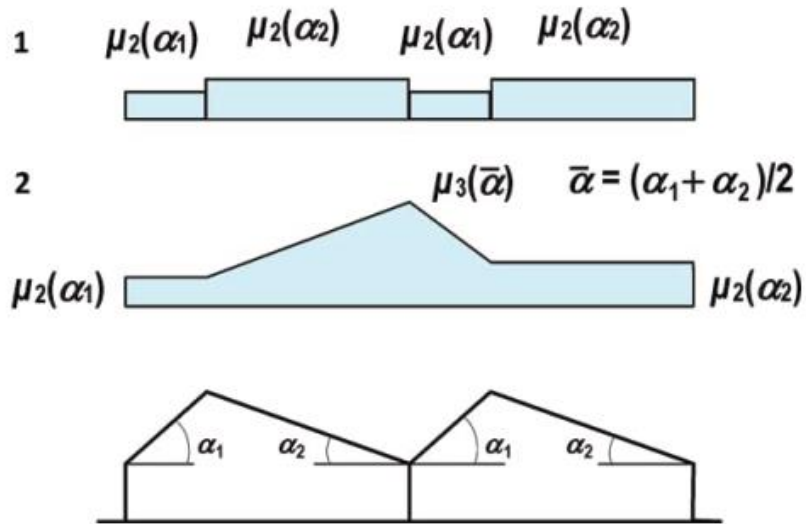
Eurokoodissa esitetään kattojen muotokertoimet μ seuraavissa tapauksissa: pulpetti-, harja-, saha-, kaari-, korkeampaa rakennuskohdetta oleva katto, kinostuminen ulkonemiin ja esteisiin, räystäältä tippuva lumi, lumiesteiden kuormat. [14, s.32-38,44-46] Kohtaa, jossa esitetään räystäältä tippuvan lumen kuormitukset, ei käytetä Suomessa [27, s.7]. Alla olevissa kuvissa 2.2 – 2.7 on esitetty eurokoodin SFS-EN 1991-1-3 mukaiset kattojen lumikuormakaaviot edellä mainituissa tapauksissa.



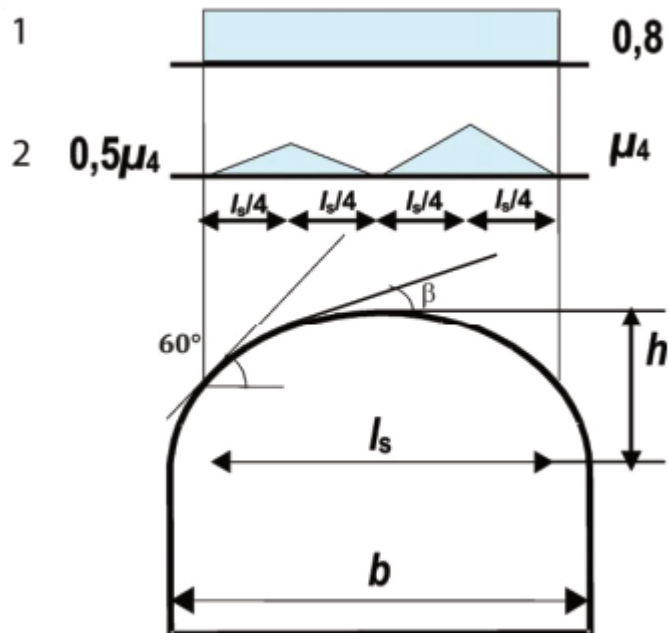
Kuva 2.2 Pulpettikaton lumikuormakaavio [14,s.32 Kuva 5.1]



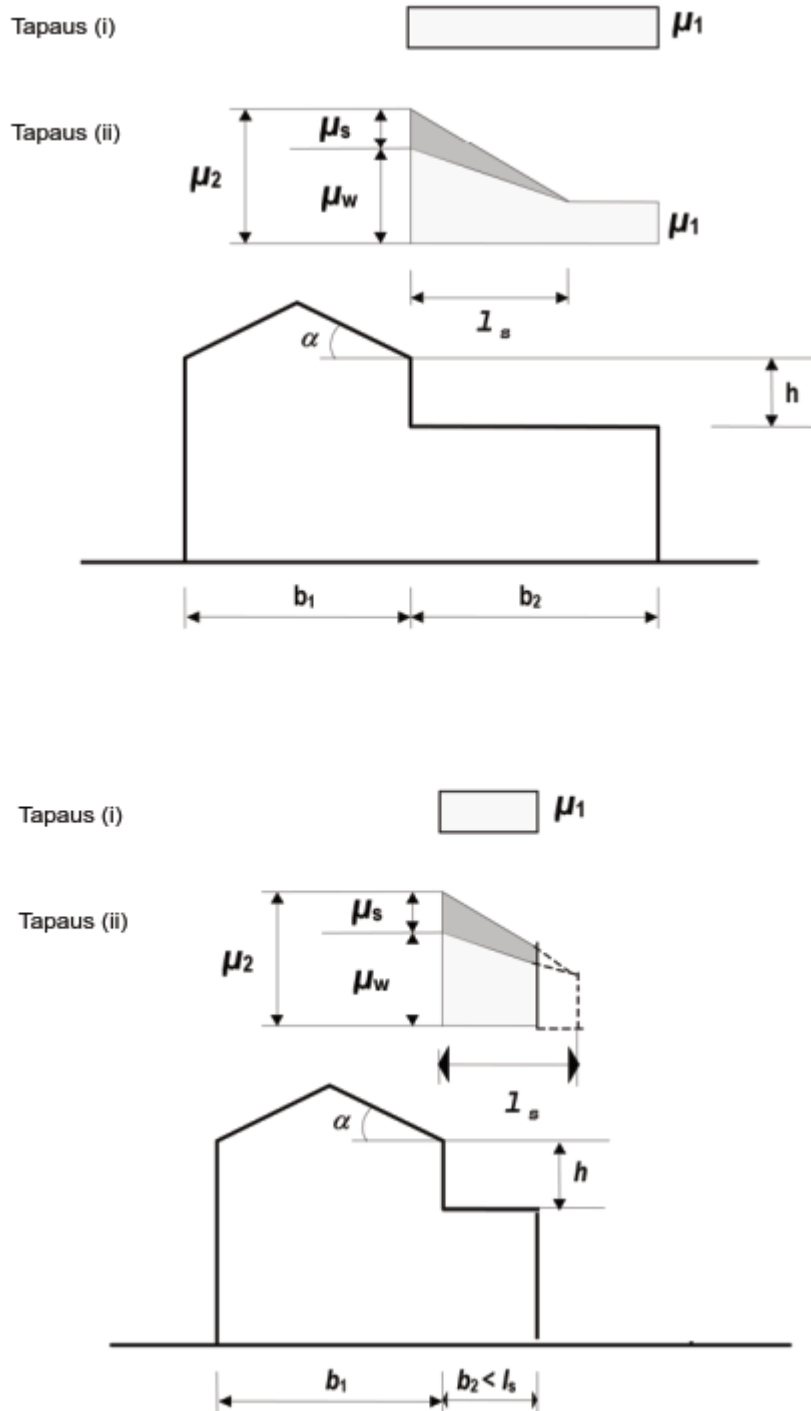
Kuva 2.3 Harjakaton lumikuormakaaviot [14,s.34 Kuva 5.2]



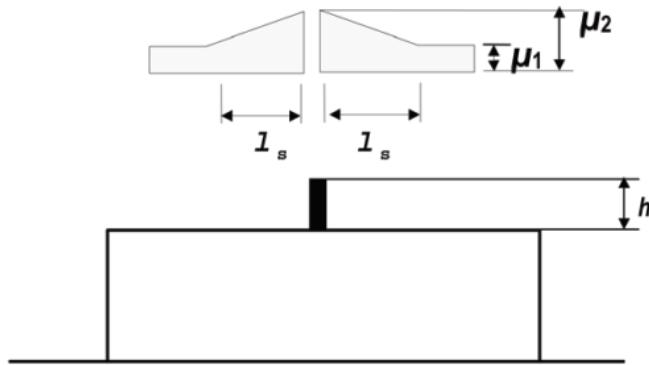
Kuva 2.4 Sahakaton lumikuormakaaviot [14,s.36 Kuva 5.3]



Kuva 2.5 Kaarikaton lumikuormakaaviot [14,s.36 Kuva 5.5]



Kuva 2.6 Korkeampaa rakennuskohdetta vasten olevan katon lumikuormakaaviot [14,s.42 Kuva 5.6]



Kuva 2.7 Kinostuminen ulkonemiin ja esteisiin [14,s.45 Kuva 6.1].

2.3 Tuulikuormat

Rakennusten tuulikuormat lasketaan standardin SFS-EN 1991-1-4 mukaan ja ne luokitellaan muuttuviksi kiinteiksi kuormiksi [11, s. 123]. Tuulikuorman suuruus riippuu maaston pinnanmuodoista, kasvillisuudesta, rakennuskannasta, rakenteen koosta, muodosta ja dynaamisista ominaisuuksista [15, s.30].

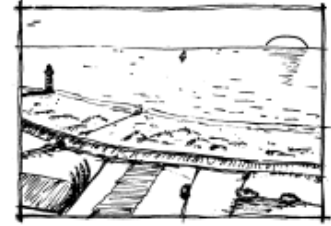
2.3.1 Puuskanopeuspaine

Tuulikuorma määritetään tuulennopeuden perusteella. Tuulennopeuden perusarvona käytetään 10 minuutin ajanjakson mukaista keskiarvoa, jonka keskimääräinen toistumisväli on 50 vuotta [15, s.30]. Tämä niin sanottu modifioimaton perusarvo määritetään aukeassa maaseutumaa-astossa 10 m korkeudella maanpinnasta mitattuna, mikä vastaa maastoluokan II mukaista tuulennopeutta [15, s.32].

Tuulennopeus ja rakennuksiin kohdistuvat tuulikuormat riippuvat ympäristön suojausvaikutuksesta. Tämän vuoksi eurokoodissa on määritelty maastoluokat erilaisille maaston rosoisuuksille. Nämä maastoluokat on esitetty kuvassa 2.8.

Maastoluokka 0

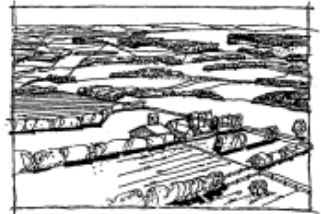
Meri, avoimen meren äärellä oleva rannikkoalue

**Maastoluokka I**

Järvi tai alue, jolla on vähäistä kasvillisuutta eikä esteitä

**Maastoluokka II**

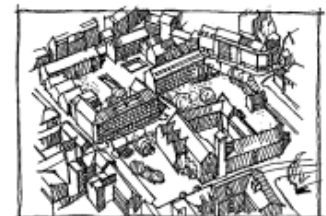
Alue, jolla on matalaa kasvillisuutta, kuten heinää tai ruohoa ja erillisiä esteitä (puita, rakennuksia), jotka ovat vähintään esteen 20-kertaisen korkeuden etäisyydellä toisistaan

**Maastoluokka III**

Alue, jolla on säännöllinen kasvipeite tai rakennuksia tai erillisiä esteitä, jotka ovat esteen 20-kertaista korkeutta lähempänä toisiaan (kuten kylät, esikaupunkialueet, pysyvä metsä)

**Maastoluokka IV**

Alue, jolla vähintään 15 % alasta on rakennusten peitossa ja joiden keskimääräinen korkeus ylittää 15 m



Kuva 2.8 Tuulikuormien maastoluokkien enimmäisrososisuuden kuvaus [28, s.158]

Tuulennopeuden perusarvo lasketaan kaavasta

$$v_b = c_{dir} c_{season} v_{b,0}, \quad (2.2)$$

jossa c_{dir} on suuntakerroin, c_{season} on vuodenaikakerroin ja $v_{b,0}$ on tuulen nopeuden modifioimaton perusarvo. Suunta- ja vuodenaikakertoimelle käytetään eurokoodissa esitettyjä

suositusarvoja $c_{dir} = 1,0$ ja $c_{season} = 1,0$. [15, s.32] Suomen kansallisessa liitteessä esitetään tuulennopeuden modifioimattomat perusarvot:

- manneralueet koko maassa $v_{b,0} = 21$ m/s
- merialueet, avomeri, harva ulkosaaristo $v_{b,0} = 22$ m/s
- tunturien lakialueet $v_{b,0} = 26$ m/s
- alamaastossa tunturien juurella $v_{b,0} = 21$ m/s [28, s. 2].

Mikäli rakennuksen tai rakenteen suunniteltu käyttöikä poikkeaa 50 vuodesta, niin toteutuvan todennäköisen tuulennopeuden perusarvo saadaan kertomalla 50 vuotta vastaava arvo todennäköisyyskerroimella c_{prob} . Todennäköisyyskerroin lasketaan kaavalla

$$c_{prob} = \left(\frac{1 - K * \ln(-\ln(1 - p))}{1 - K * \ln(-\ln(0,98))} \right)^n, \quad (2.3)$$

jossa K on muotoparametri, n on eksponentti ja p on tuulennopeuden perusarvon vuotuisen ylittymistodennäköisyys. 50 vuotta vastaava ylittymistodennäköisyys on $p = 0,02$, ja muotoparametrille ja eksponentille käytetään arvoja $K = 0,2$ ja $n = 0,5$. [15, s.32]

Eri maastoluokkien mukaiset tuulennopeuden modifioidut perusarvot lasketaan kaavalla

$$v_m(z) = c_r(z)c_o(z)v_b, \quad (2.4)$$

jossa $c_r(z)$ on maastoluokan mukainen rosoisuuskerroin ja $c_o(z)$ on pinnanmuotokerroin. Rosoisuuskerroin lasketaan kaavoista

$$c_r(z) = k_r \ln\left(\frac{z}{z_0}\right), \text{ kun } z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \quad (2.5)$$

$$c_r(z) = c_r(z_{\min}), \text{ kun } z < z_{\min}$$

$$k_r = 0,19 * \left(\frac{z_0}{z_{0,II}} \right)^{0,07}, \quad (2.6)$$

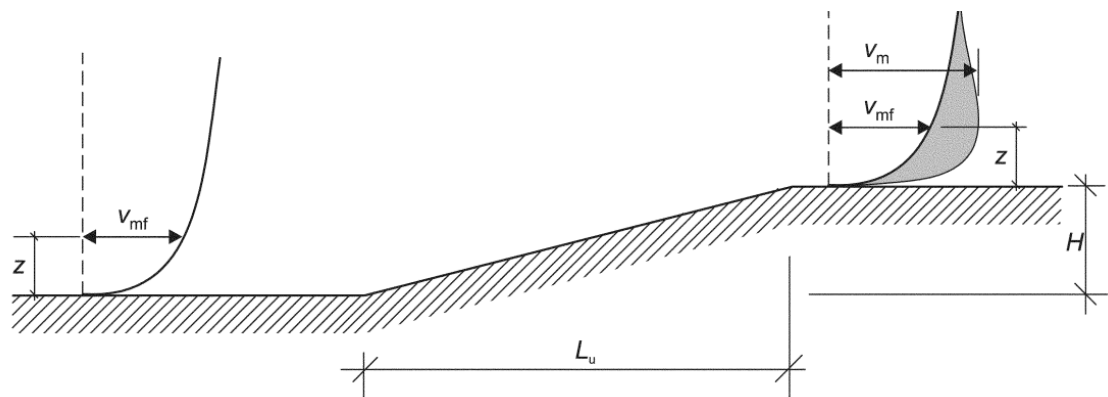
joissa z on korkeus maanpinnasta mitattuna, z_0 ja $z_{0,II}$ ovat taulukon 2.2 mukaiset maastoparametrit. Maastoluokassa 0 Suomessa käytetään maastokerroimelle arvoa $k_r = 0,18$ [28, s.2].

Taulukko 2.2 Tuulikuorman maastoluokat ja maastoparametrit [15, s.36, Taulukko 4.1]

Maastoluokka	z_0 m	z_{min} m
0 Avomeri tai merelle avoin rannikko	0,003	1
I Järvet tai tasanko, jolla on enintään vähäistä kasvillisuutta eikä tuuliesteitä	0,01	1
II Alue, jolla on matalaa heinää tai siihen verrattavaa kasvillisuutta ja erillisiä esteitä (puita, rakennuksia), joiden etäisyys toisistaan on vähintään 20 kertaa esteen korkeus	0,05	2
III Alueet, joilla on säännöllinen kasvipeite tai rakennuksia tai erillisiä tuuliesteitä, joiden keskinäinen etäisyys on enintään 20 kertaa esteen korkeus (kuten kylät, esikaupunkialueet, pysyvä metsä)	0,3	5
IV Alueet, joiden pinta-alasta vähintään 15 % on rakennusten peitossa ja niiden keskimääräinen korkeus ylittää 15 m	1,0	10

HUOM. Liitekohdassa A.1 on kuvia maastoluokista.

Maaston pinnanmuotojen lisätessä tuulennopeutta yli 5 %, otetaan vaikutukset huomioon käyttämällä pinnanmuotokerrointa c_o [15, s. 38]. Eurokoodin EN 1991-1-4 liitteessä A.3 on esitetty laskentamenetelmä pinnanmuotokerroimen c_o määrittämiseksi. Tuulennopeuden kasvua rinteän juurelta laelle on havainnollistettu kuvassa 2.9. [15, s. 162].



Kuva 2.9 Tuulennopeuden kasvu rinteän juurelta laelle [15, s.162, 164]

Tuulen puuskanopeuspaine sisältää tuulennopeuden modifioidun perusarvon ja lyhytaikaisten nopeusvaihteluiden vaikutukset. Se lasketaan kaavalla

$$q_p(z) = [1 + 7 * I_v(z)] * \frac{1}{2} * \rho * v_m^2(z), \quad (2.7)$$

jossa $I_v(z)$ on tuulenpuuskien intensiteetti, ρ on ilman tiheys ja $v_m(z)$ on tuulennopeuden modifioitu perusarvo. [15, s. 40]. Tuulenpuuskien intensiteetti lasketaan lausekkeella

$$I_v(z) = \frac{k_I}{c_o(z) \cdot \ln(z/z_0)}, \text{ kun } z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \quad (2.8)$$

$$I_v(z) = I_v(z_{\min}), \text{ kun } z < z_{\min},$$

jossa k_I on pyörteisyyskerroin. Sille käytetään eurokoodin suositusarvoa $k_I = 1,0$. [15, s. 38].

Ilman tiheydelle käytetään pääsääntöisesti eurokoodin suositusarvoa $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ [15, s. 40]. Kansallisessa liitteessä määrätään kuitenkin käyttämään tarkempaa arvoa suunniteltaessa hoikkia erikoisrakenteita, kuten voimajohtolinjoja. Tarkempi tiheyden arvo riippuu rakennuspaikan korkeudesta merenpinnasta mitattuna ja se lasketaan kaavalla

$$\rho = \frac{353}{T} * e^{-0,00012H}, \quad (2.9)$$

jossa T on ilman absoluuttinen lämpötila (K) tarkasteltavassa kuormituspisteessä ja H on rakennuspaikan korkeus (m) merenpinnasta mitattuna. [28, s.3]

2.3.2 Tuulikuorma

Tuulikuormat määritetään joko voimakertoimien tai pintapaineiden avulla. Voimakertoimiin perustuva tuulikuorma lasketaan kaavalla

$$F_w = c_s c_d * c_f * q_p(z_e) * A_{ref}, \quad (2.10)$$

jossa $c_s c_d$ on rakennekerroin, c_f on rakenteen voimakerroin, $q_p(z)$ on puuskanopeuspaine, ja A_{ref} on tuulikuormitetun alueen pinta-ala. Voimakertoimiin perustuva tuulikuorma sisältää kitkan vaikutukset eli voimakertoimiin perustuva tuulikuorma vastaa ulkoisen tuulenpaineen resultanttia. [15, s.44,46]

Pintapaineisiin perustuva tuulikuorma lasketaan kaavoilla:

$$w_e = c_{pe} q_p(z_e), \quad (2.11)$$

$$w_i = c_{pi} q_p(z_i), \quad (2.12)$$

$$F_{w,e} = c_s c_d \sum_{\text{pinnat}} w_e * A_{ref}, \quad (2.13)$$

$$F_{w,i} = \sum_{pinnat} w_i * A_{ref}, \quad (2.14)$$

$$F_{fr} = c_{fr} q_p(z_e) A_{ref}, \quad (2.15)$$

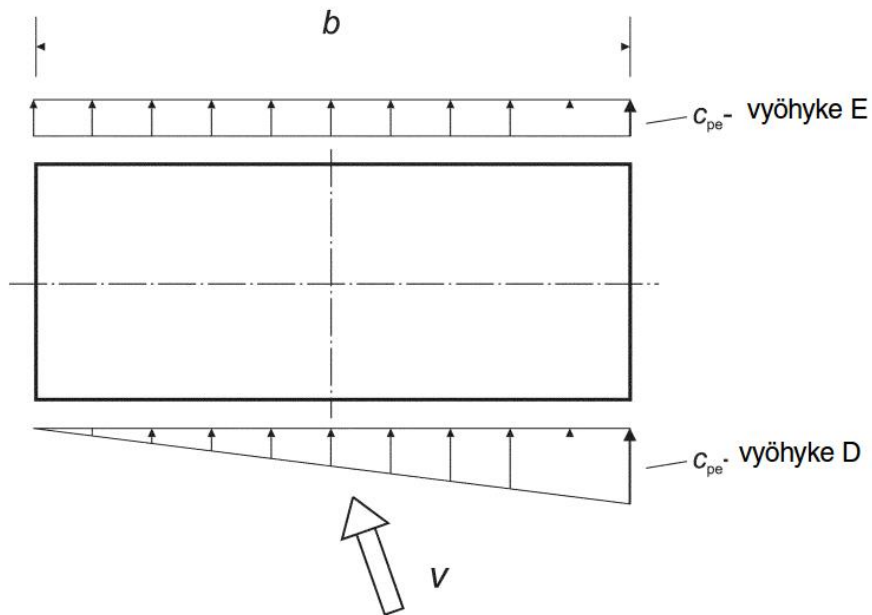
$$F_w = F_{w,e} + F_{w,i} + F_{fr}, \quad (2.16)$$

joissa $c_s c_d$ on rakennekerroin, $q_p(z)$ on puuskanopeuspaine, A_{ref} on tuulikuorman vaikutusala, w_e on ulkopuolinen ja w_i sisäpuolinen pintapaine, ja F_{fr} on tuulen suuntaisiin rakennuksen julkisivupintoihin kohdistuva kitkakuorma. [15, s.46]

Tuulenpuoleiselle ja suojanpuoleiselle seinälle vaikuttavien tuulenpaineiden riippumattomuus voidaan ottaa rakennuksen kokonaistarkastelussa huomioon. Kun rakennuksen korkeus-syvyys-suhde on $h/d \geq 5$, kuormaresultantti kerrotaan luvulla 1, ja kun $h/d < 1$ kuormaresultantti kerrotaan luvulla 0,85 ja väliarvoilla käytetään lineaarista interpolointia. [15, s.64]

Voimakertoimella määritettävä kokonaistuulikuorma soveltuu hyvin erillisten seinämien, kaiteiden, ilmoituskilpien, ympyräsylinterien, ristikkorakenteiden ja muodoltaan yksinkertaisten rakennusten tuulikuormien määrittämiseen. Sen sijaan monimuotoisemmat rakennukset on usein pakko suunnitella pintapaineisiin perustuvilla tuulikuormilla. Samaten julkisivurakenteiden, joiden kuormituspinta-ala on yli 10 m^2 , suunnittelu helpottuu, koska ne suunnitellaan samoille ulko- ja sisäpuolisille pintapaineille, kuin jäykistysjärjestelmä. [15]

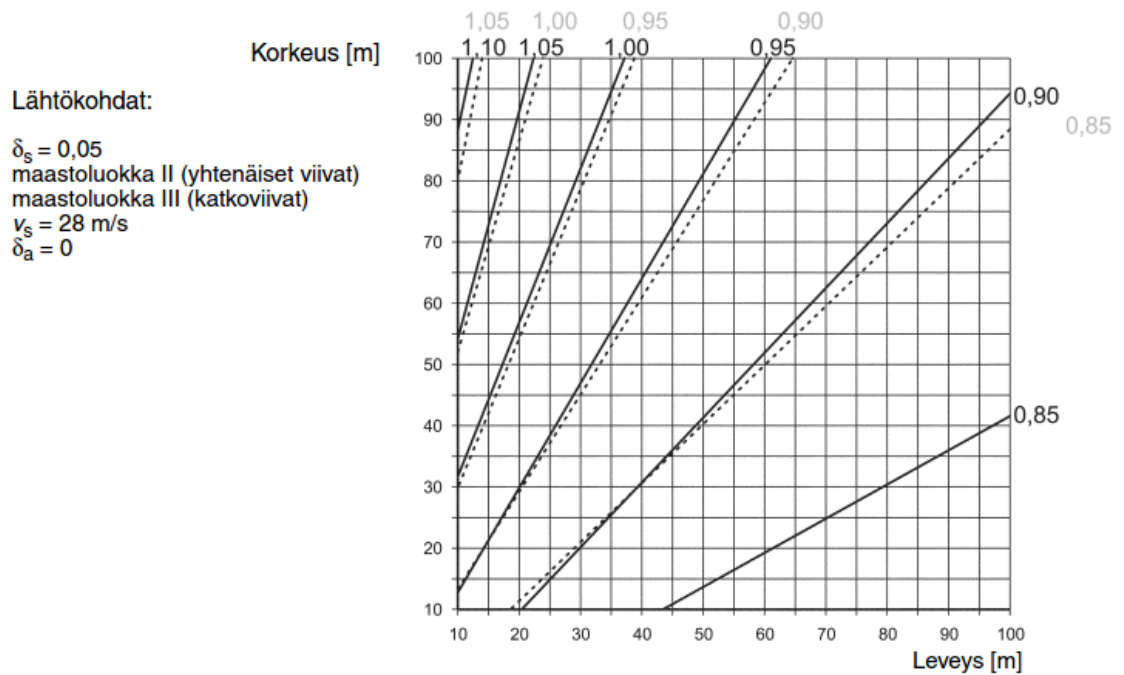
Jäykistysjärjestelmien, jotka ovat alttiita vääntökuormille, kestävyys tulee tarkistaa tavallisten pintapaineakaavioiden lisäksi kuvan 2.10 mukaisella kuormituskaaviolla.



Kuva 2.10 Tuulenpuoleisen ja suojanpuoleisen seinän kuormituskaavio, jolla tarkistetaan vääntöherkkien jäykistysjärjestelmien kestävyys [15, s.54 Kuva 7.1]

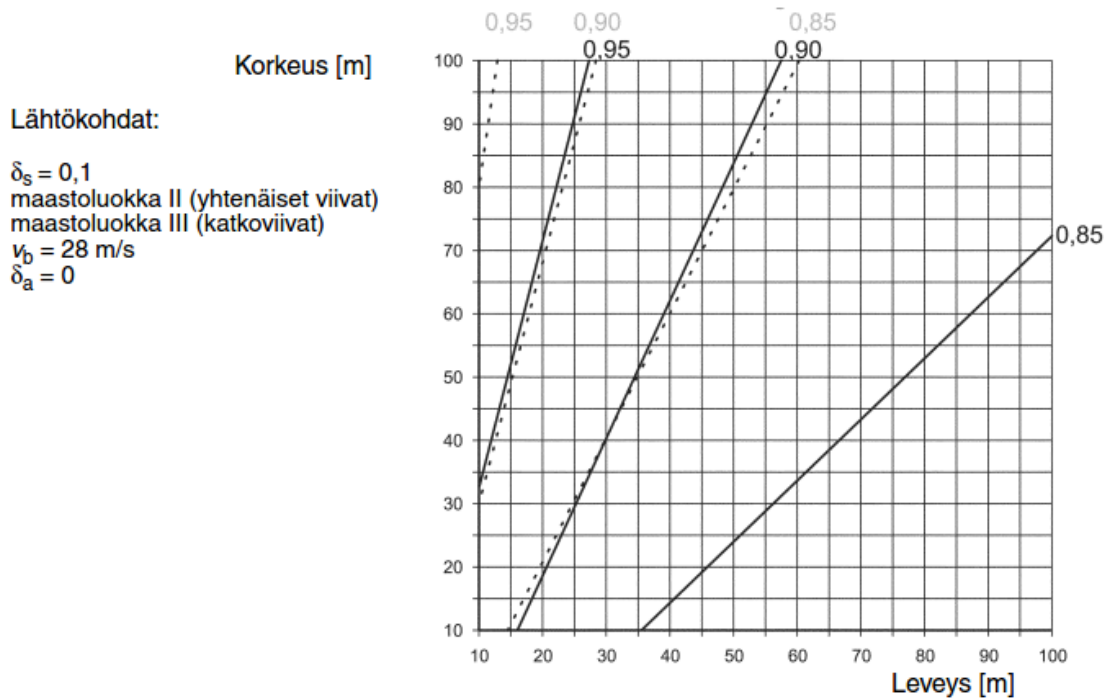
Eurokoodin EN 1991-1-4 luvussa 6 esitetään laskentamenetelmä rakennekertoimen määrittämiseksi ja liitteessä D valmiiksi laskettuja rakennekertoimen arvoja [15, s.48]. Kuvisa 2.11 ja 2.12 on esitetty liitteen D mukaiset rakennekertoimen käyrästöt monikerroksisille teräs- ja betonirakennuksille.

$c_s c_d$ monikerroksisille teräsrakennuksille



Kuva 2.11 Monikerroksisen teräsrakennuksen rakennekertoimia [15, s.48 Kuva D.1]

$c_s c_d$ monikerroksisille betonirakennuksille



Kuva 2.12 Monikerroksisen betonirakennuksen rakennekertoimia [15, s.48 Kuva D.2]

2.3.3 Ulkopuoliset painekertoimet c_{pe}

Rakennuksia ja rakenneosia koskevat ulkopuolisen paineen kertoimet c_{pe} riippuvat niiden kuormituspinta-alasta. Ulkopuolisen paineen kertoimet on taulukoitu kuormituspinta-alan A arvoille 1 m^2 ja 10 m^2 . Kun kuormituspinta-ala on $1 \dots 10 \text{ m}^2$, niin ulkopuolisen paineen kerroin lasketaan kaavalla

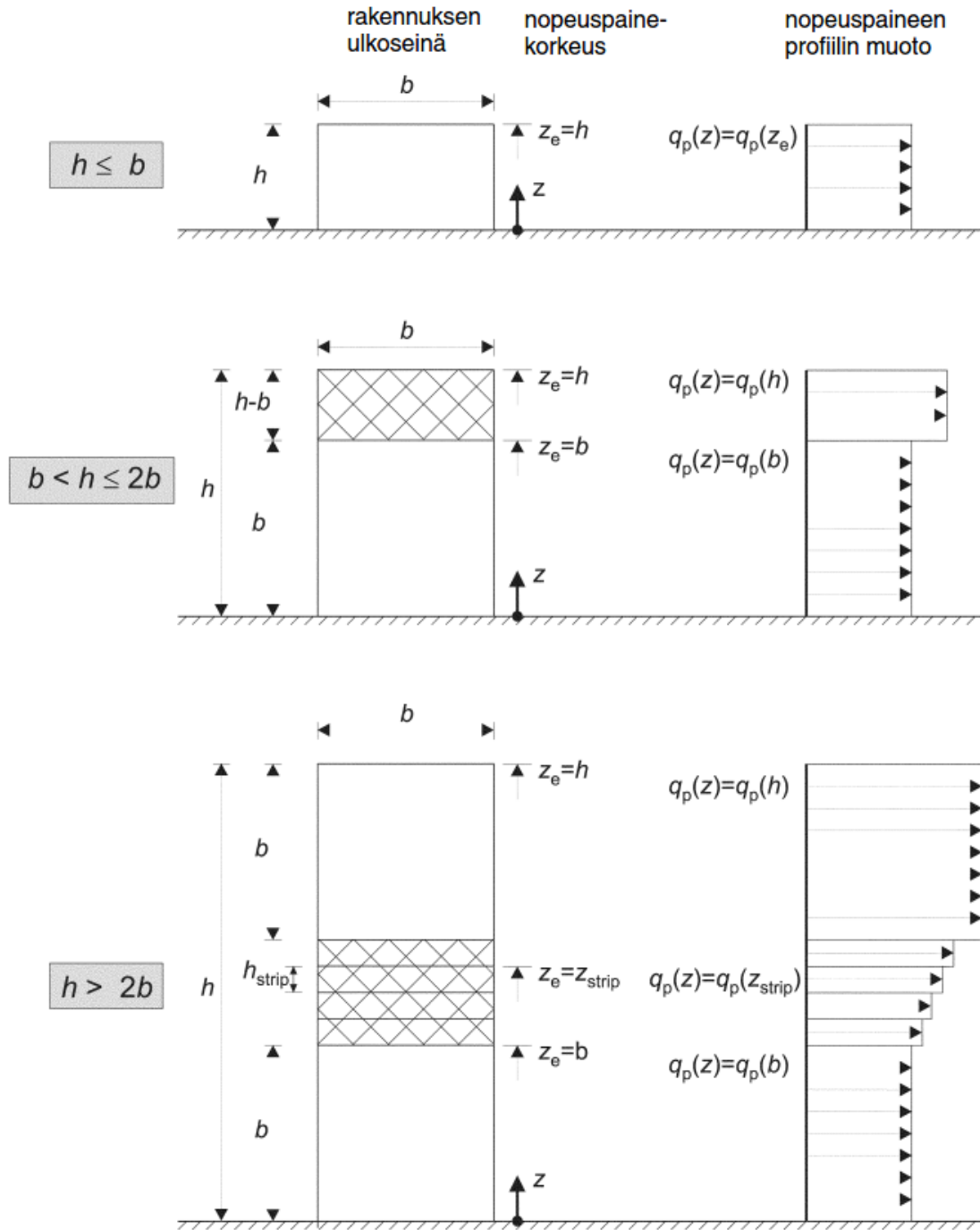
$$c_{pe} = c_{pe,1} - (c_{pe,1} - c_{pe,10}) \log_{10} A, \quad (2.17)$$

jossa $c_{pe,1}$ on 1 m^2 :n kuormituspinta-alaa ja $c_{pe,10}$ on 10 m^2 kuormituspinta-alaa vastaava painekerroin. [15, s.56]

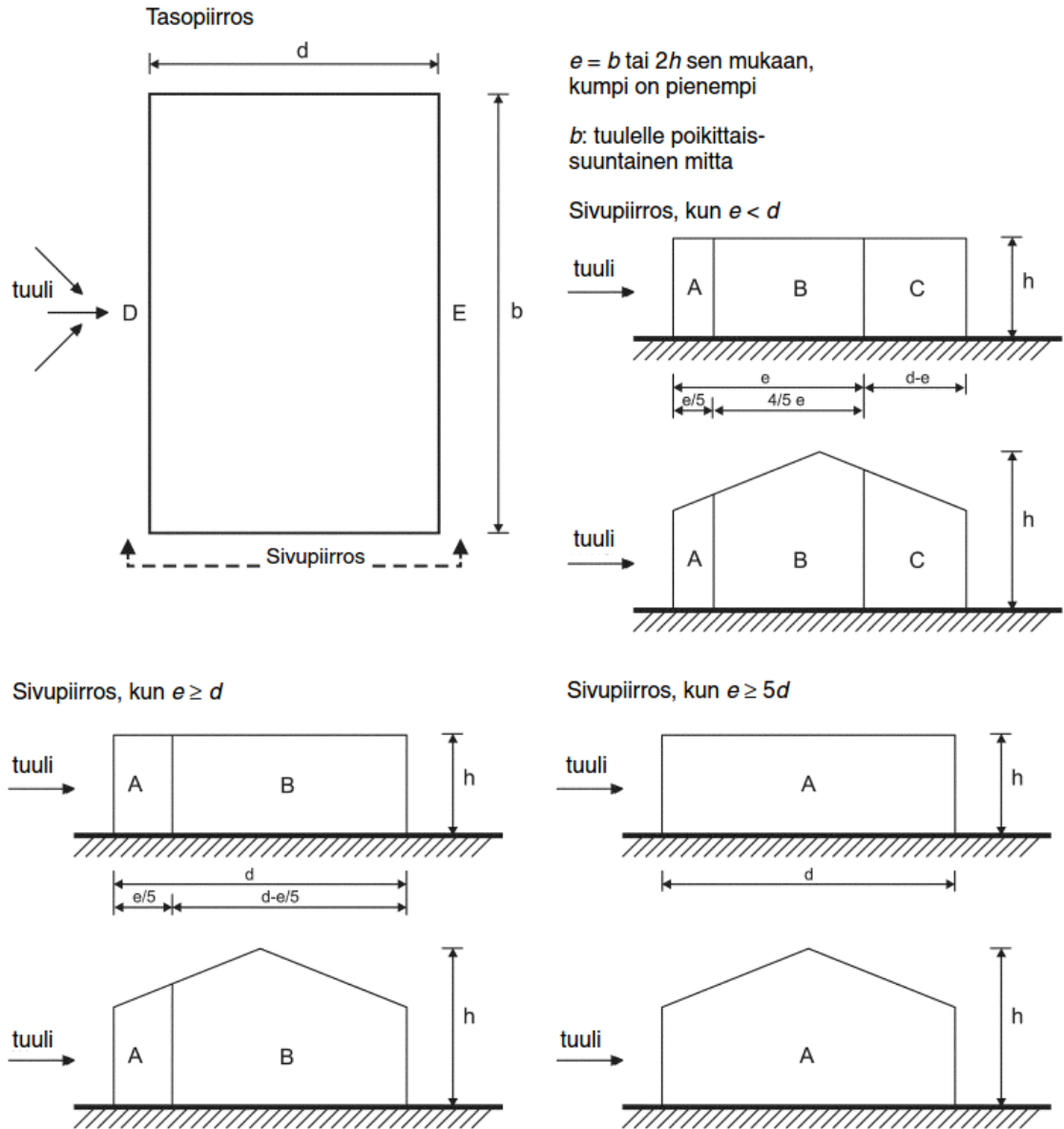
Korkeiden rakennusten tuulenpuoleinen pystyseinä tulee jakaa puuskanopeuspainekais-toihin rakennuksen korkeuden h ja leveyden b mukaan seuraavasti:

- kun rakennuksen korkeus $h < b$, se tarkastellaan 1 kaistana
- kun rakennuksen korkeus $h < 2b$, se tarkastellaan 2 kaistana
- kun rakennuksen korkeus $h > 2b$, se tarkastellaan useana kaistana. [15, s.58]

Kuvassa 2.13 on esitetty rakennuksen etuseinän jako nopeuspainekaistoihin, kuvassa 2.14 rakennuksen pystyseiniä jako tuulenpainevyöhykkeisiin ja taulukossa 2.3 näitä tuulen-painevyöhykkeitä vastaavat ulkopuolisen paineen kertoimet.



Kuva 2.13 Rakennuksen tuulenpuoleisen pystyseinän jako puuskanopeuspaineakaistoihin [15, s.60]

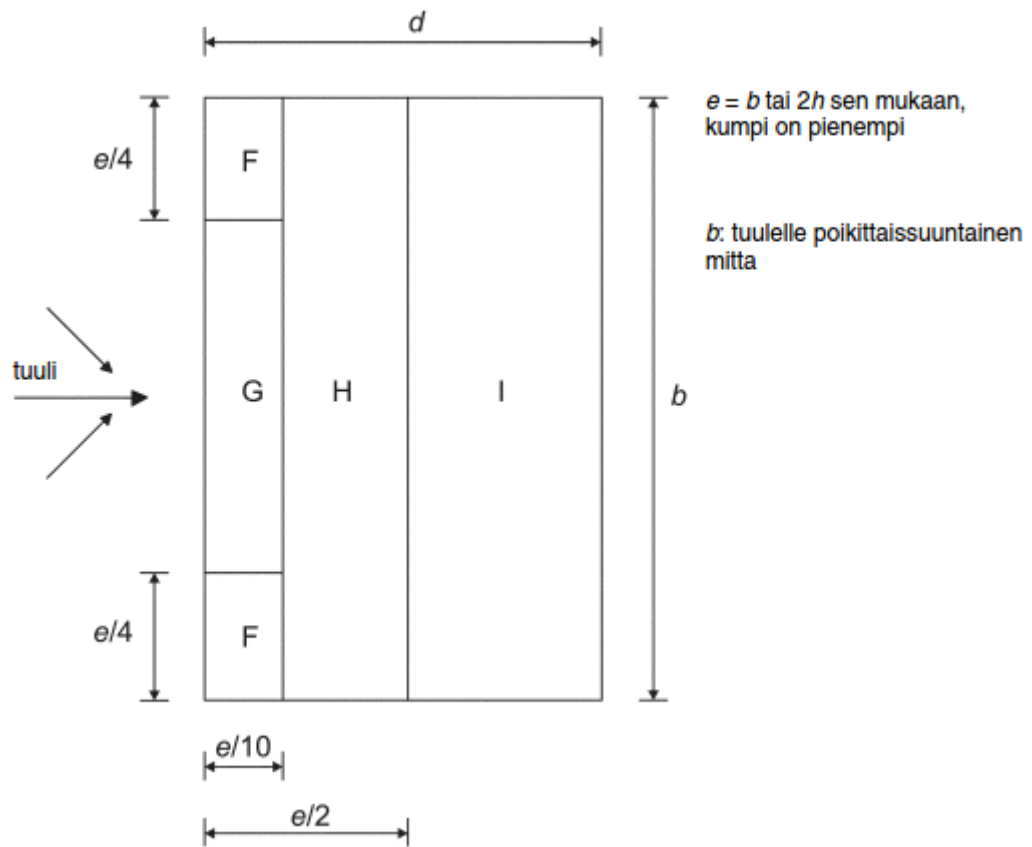


Kuva 2.14 Rakennuksen pystyseiniä jako ulkopuolisen paineen vyöhykkeisiin [15, s.62]

Taulukko 2.3 Rakennuksen pystyseiniä ulkopuoliset painekertoimet [15, s.62]

Zone	A		B		C		D		E	
	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$
5	-1,2	-1,4	-0,8	-1,1	-0,5		+0,8	+1,0	-0,7	
1	-1,2	-1,4	-0,8	-1,1	-0,5		+0,8	+1,0	-0,5	
$\leq 0,25$	-1,2	-1,4	-0,8	-1,1	-0,5		+0,7	+1,0	-0,3	

Kuvassa 2.15 on esitetty rakennuksen tasakaton jako ulkopuolisen paineen vyöhykkeisiin ja taulukossa 2.4 näitä vyöhykkeitä vastaavat ulkopuolisen paineen kertoimet.



Kuva 2.15 Rakennuksen tasakaton jako ulkopuolisen paineen vyöhykkeisiin [15, s.66]

Taulukko 2.4 Rakennuksen tasakaton ulkopuolisen paineen kertoimet [15, s.66]

Kattotyyppi		Vyöhyke							
		F		G		H		I	
		$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$
Teräväreunaiset räystäät		-1,8	-2,5	-1,2	-2,0	-0,7	-1,2	+0,2	-0,2
Kaitteilla varustetut räystäät	$h_p/h = 0,025$	-1,6	-2,2	-1,1	-1,8	-0,7	-1,2	+0,2	-0,2
	$h_p/h = 0,05$	-1,4	-2,0	-0,9	-1,6	-0,7	-1,2	+0,2	-0,2
	$h_p/h = 0,10$	-1,2	-1,8	-0,8	-1,4	-0,7	-1,2	+0,2	-0,2
Pyöristetyt räystäät	$r/h = 0,05$	-1,0	-1,5	-1,2	-1,8	-0,4		+0,2	-0,2
	$r/h = 0,10$	-0,7	-1,2	-0,8	-1,4	-0,3		+0,2	-0,2
	$r/h = 0,20$	-0,5	-0,8	-0,5	-0,8	-0,3		+0,2	-0,2
Taitteiset räystäät	$\alpha = 30^\circ$	-1,0	-1,5	-1,0	-1,5	-0,3		+0,2	-0,2
	$\alpha = 45^\circ$	-1,2	-1,8	-1,3	-1,9	-0,4		+0,2	-0,2
	$\alpha = 60^\circ$	-1,3	-1,9	-1,3	-1,9	-0,5		+0,2	-0,2

HUOM. 1 Katoille, joilla on kaitteet tai joiden räystäät on pyöristetty, voidaan käyttää lineaarista interpolaatiota suhteiden h_p/h ja r/h väliarvoille.

HUOM. 2 Katoille, joilla on taitteiset räystäät, voidaan käyttää lineaarista interpolaatiota arvojen $\alpha = 30^\circ$, 45° ja $\alpha = 60^\circ$ välillä. Kun $\alpha > 60^\circ$, voidaan käyttää lineaarista interpolaatiota kulmaa $\alpha = 60^\circ$ vastaavien arvojen ja teräväreunaisilla räystäillä varustettujen tasakattojen arvojen välillä.

HUOM. 3 Vyöhykkeellä I, jolle on annettu positiiviset ja negatiiviset **|A1|** arvot, otetaan molemmat arvot huomioon. **<A1|**.

HUOM. 4 Itse räystäätaitteen osalta ulkopuolisen paineen kertoimet esitetään taulukon 7.4a "Ulkopuolisen paineen kertoimet harjakatoille ja kuvetaiteisille katoille: tuulen suunta $\theta = 0^\circ$ " vyöhykkeitä F ja G vastaavissa sarakkeissa taitteisen räystään kaltevuuskulmasta riippuen.

HUOM. 5 Itse räystääpyöristyksen osalta ulkopuolisen paineen kertoimet saadaan lineaarisesti interpoloimalla pitkin kaarta seinää ja kattoa koskevien arvojen väliltä.

|A1| HUOM 6. Taitteisille räystäille, joiden vaakasuuntainen mitta on vähemmän kuin $e/10$, käytetään terävänurkkaisen räystään arvoja. Ks. kuvaa 7.6 parametrin e määrittämiseksi. **<A1|**

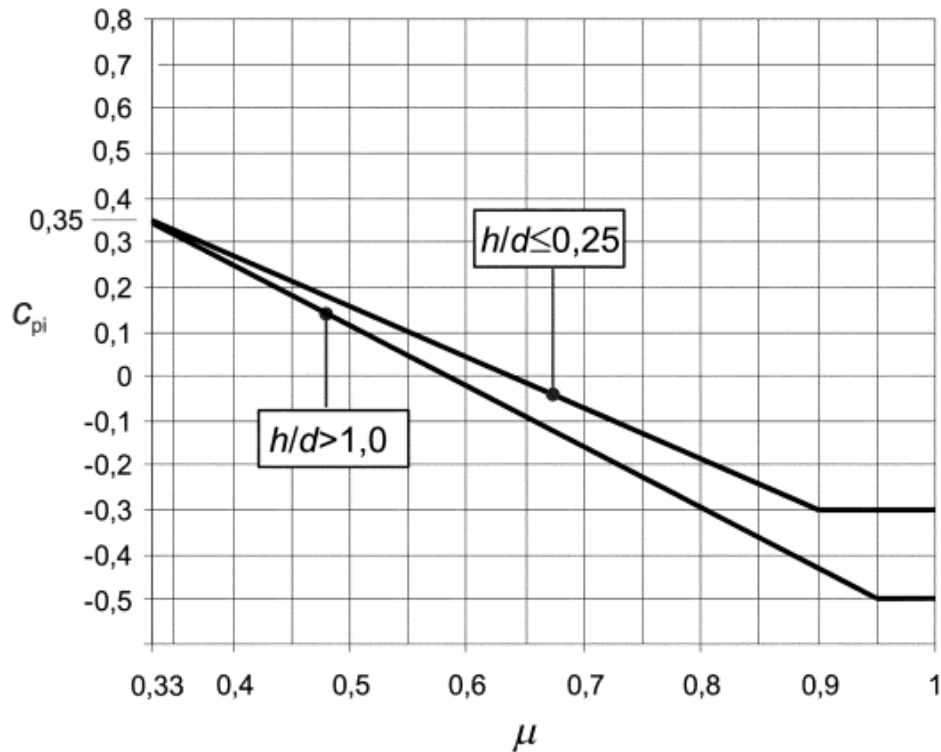
2.3.4 Sisäpuoliset painekertoimet c_{pi}

Sisäpuolisen ja ulkopuolisen paineen oletetaan vaikuttavan aina samanaikaisesti ja kaikki niiden yhdistelmät tulee ottaa huomioon [15, s.86]. Sisäpuolinen paine riippuu rakennuksen epätiiviistä alueista – saumoista, ovista ja ikkunoista – ja se syntyy ulkopuolisista painevaihteluista. Rakennuksen vaipan ulkopuolinen paine aiheuttaa sisäistä ylipainetta ja ulkopuolinen imu sisäistä alipainetta. Se onko rakennuksen sisäpuolinen paine ali- vai ylipainetta, riippuu epätiiviiden alueiden suhteellisesta määrästä ulkopuolissa painevyöhykkeissä.

Sisäpuolisen paineen kerroin määritetään aukkosuhteella μ , joka lasketaan kaavalla

$$\mu = \frac{\sum \text{niiden aukkojen pinta - ala, joiden kohdalla } c_{pe} \text{ on negatiivinen tai } 0}{\sum \text{kaikkien aukkojen pinta - ala}} \quad (2.18)$$

Sisäpuolisen paineen kerroin c_{pi} luetaan kuvassa 2.16 olevasta käyrästä.



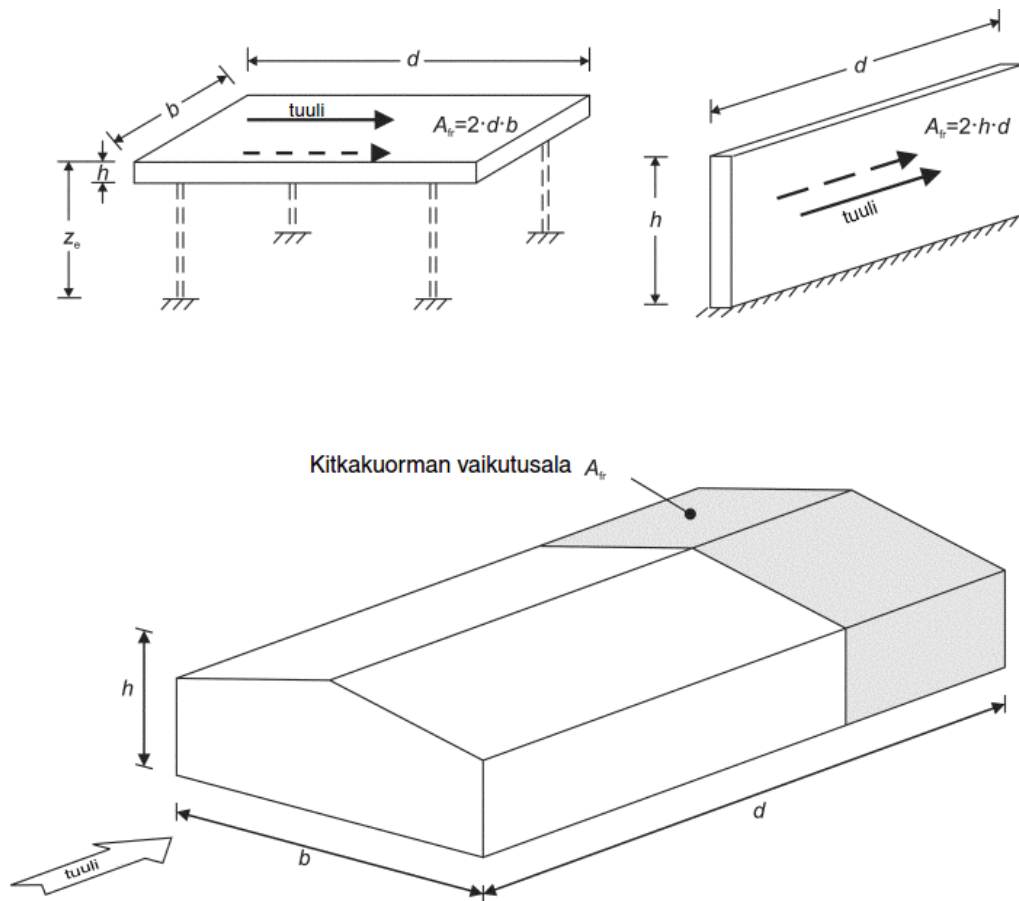
Kuva 2.16 Sisäpuolisen paineen kerroin c_{pi} aukkosuhteen μ funktiona

Sisäpuolisen paineen kertoimina voidaan käyttää arvoja $c_{pi} = +0,2$ ja $c_{pi} = -0,3$, jos aukkosuhdetta ei jostain syystä määritetä [15, s.88, 90]. Kun aukkosuhde lasketaan, otetaan huomioon niin sanottu määrävän sivun vaikutus. Jos rakennuksen yhdellä sivulla (katto ja pystyseinät) olevien aukkojen pinta-ala on vähintään kaksinkertainen muilla sivuilla yhteensä oleviin aukkoihin nähden, pidetään sitä määrävänä sivuna. Sisäpuolisen paineen kerroin lasketaan määrävän sivun ulkopuolisen paineen kertoimen mukaan seuraavasti:

- kun määrävän sivun aukkojen määrä on kaksinkertainen muiden sivujen aukkojen määrän nähden, niin $c_{pi} = 0,75c_{pe}$
- kun määrävän sivun aukkojen määrä on kolminkertainen muiden sivujen aukkojen määrän nähden, niin $c_{pi} = 0,90c_{pe}$ [15, s.88]
- kun määrävän sivun aukkojen määrä on 2-3-kertainen muiden sivujen aukkojen määrän nähden, käytetään lineaarista interpolaatiota.

2.3.5 Tuulen kitkakertoimet c_{fr}

Tuulen kitkakuorma voidaan jättää huomioimatta, jos tuulensuuntaisten pintojen kokonaisala on enintään 4 kertaa kaikkien tuulta vastaan kohtisuorien ulkopintojen kokonaisala [15, s.46]. Kitkakuorman vaikutusala alkaa tuulenpuoleiselta sivulta mitattuna etäisyydeltä $2b$ tai $2h$, sen mukaan kumpi on pienempi. Tätä kitkakuorman kuormitusala on havainnollistettu kuvassa 2.17.



Kuva 7.22 Kitkakuorman vaikutusala

Kuva 2.17 Tuulen kitkakuorman vaikutusalue [15, s.112 Kuva 7.22]

Tuulen ja erilaisten pintojen väliset kitkakertoimet on esitetty taulukossa 2.5.

Taulukko 2.5 Tuulen kitkakertoimet erilaisille pintamateriaalille [15, s.110]

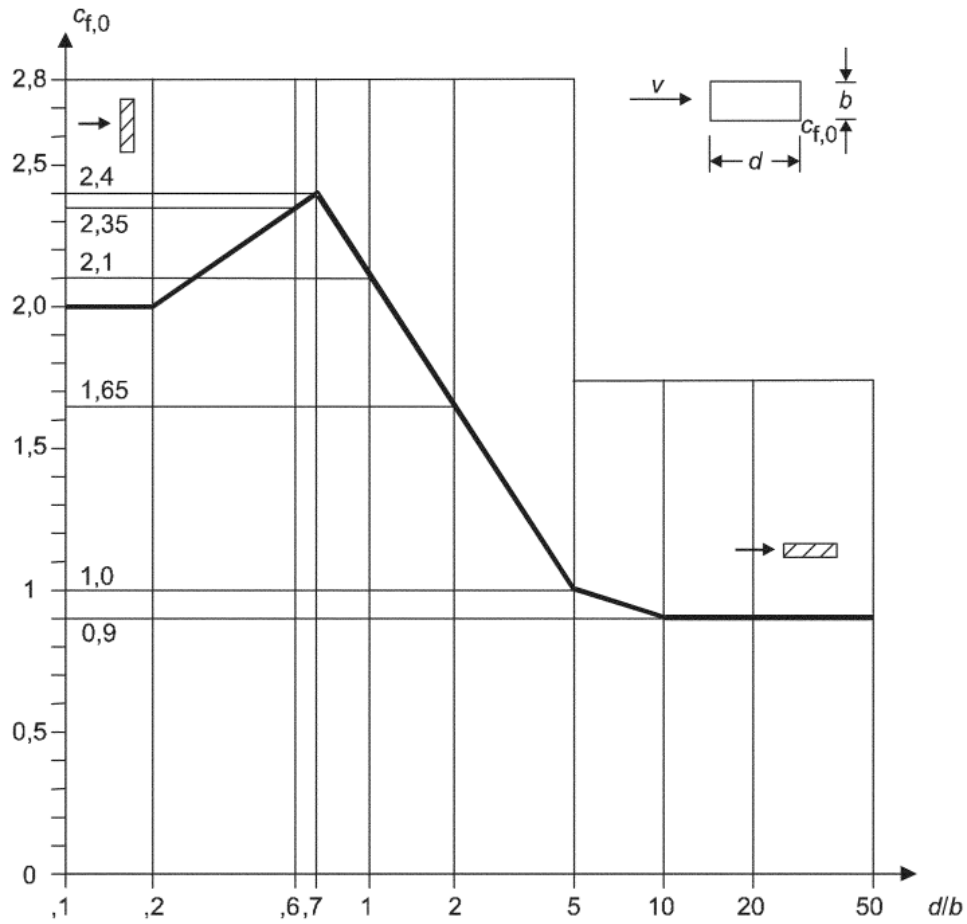
Pinta	Kitkakerroin c_f
Sileä (eli teräs, sileä betoni)	0,01
Karhea (eli karhea betoni, bitumihuopa)	0,02
hyvin karhea (eli aalto-, ripa- tai poimuprofilointi)	0,04

2.3.6 Rakennuksen voimakerroin c_f

Tuulen voimakerroin c_f poikkileikkaukseltaan suorakaiteen muotoiselle rakenneosalle lasketaan kaavalla

$$c_f = c_{f,0} \psi_r \psi_\lambda, \quad (2.19)$$

jossa $c_{f,0}$ on teräväsärmäisen suorakaidepoikkileikkauksen voimakerroin, kun vapaan pään ohittava virtaus jätetään huomioonottamatta, ψ_r on pyöreäsärmäisen neliöpoikkileikkauksen pienennyskerroin, ja ψ_λ on päätevaikutuskerroin. Kuvassa 2.18 on esitetty suorakaiteen mallisen rakenneosan voimakerroin. [15, s.112,114]



Kuva 2.18 Teräväsärmäisen suorakaidepoikkileikkauksen voimakerroin

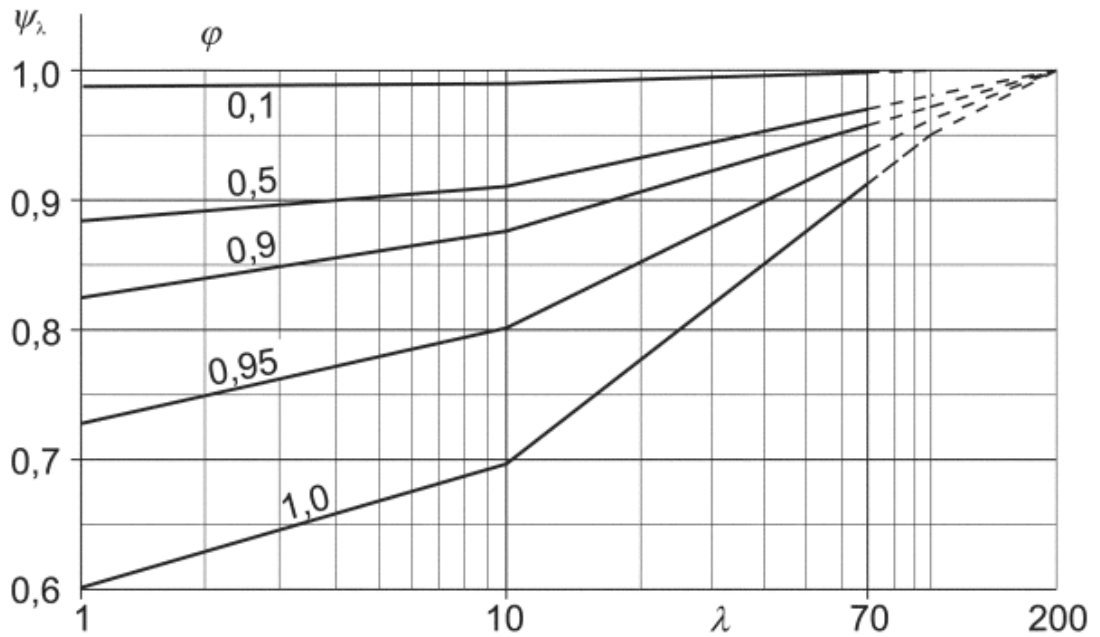
Rakennukset ovat tavallisesti suoranurkkaisia, jolloin kerroin ψ_r saa arvon 1. Päätevaikutuskerroin lasketaan tehollisen hoikkuusluvun λ avulla, joka saadaan kaavalla

$$\lambda = 2h/b, \text{ kun } h < 15 \text{ m}, \quad (2.20)$$

$$\lambda = \left(2,0 - 0,6 * \frac{h-15m}{35m}\right) * h/b, \text{ kun } 15 \text{ m} \leq h < 50 \text{ m},$$

$$\lambda = 1,4h/b, \text{ kun } h \geq 50 \text{ m},$$

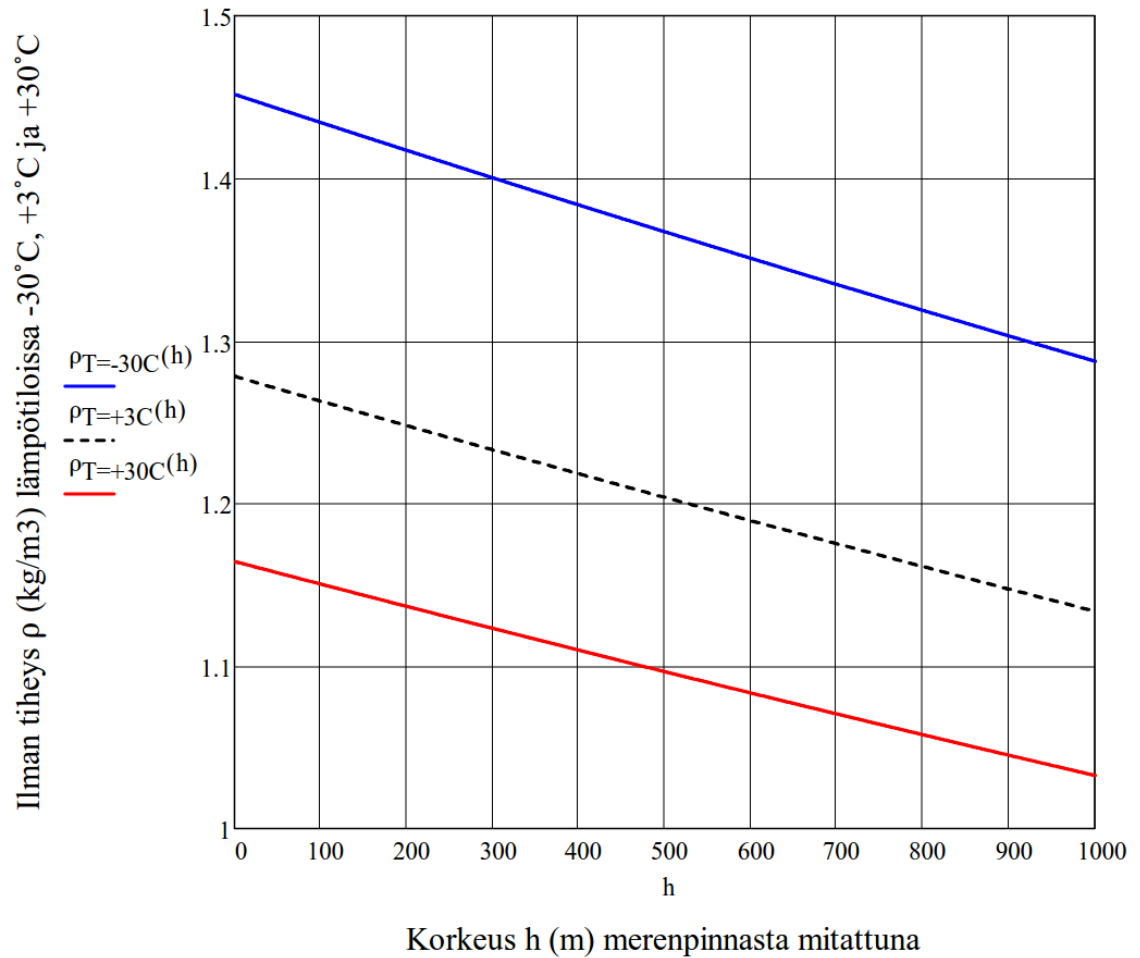
joissa h on rakennuksen korkeus ja b on rakennuksen leveys tuulensuuntaan nähden kohtisuorassa suunnassa. [15, s.138 Taulukko 7.16]



Kuva 2.19 Päätevaikutuskertoimen käyrät eri eheysuhteille, rakennuksen eheysuhteena käytetään arvoa $\varphi = 1,0$. [15, s.140 Kuva 7.36]

2.3.7 Tuulikuormien tarkastelua

Kuvassa 2.20 on esitetty kaavan (2.9) mukainen ilman tiheys ρ (kg/m^3) maanpinnan korkeuden h (m) funktiona merenpinnasta mitattuna lämpötiloissa -30°C , $+3^\circ\text{C}$ (Tampereen keskilämpötila) ja $+30^\circ\text{C}$. Kuvaajasta huomataan, että ilman tiheyden vaihteluväli on suhteellisesti suuri. Lämpötilan vaihtelun $-30^\circ\text{C} \dots +30^\circ\text{C}$ vaikutus ilman tiheyteen on $0,26 \dots 0,29 \text{ kg/m}^3$ eli $20 \dots 23\%$, kun muutosta verrataan tiheyden suositusarvoon $1,25 \text{ kg/m}^3$. Merenpinnalla -30°C :en lämpötilassa ilman tiheys on $1,434 \text{ kg/m}^3$ eli 16% suositusarvoa $1,25 \text{ kg/m}^3$ suurempi.

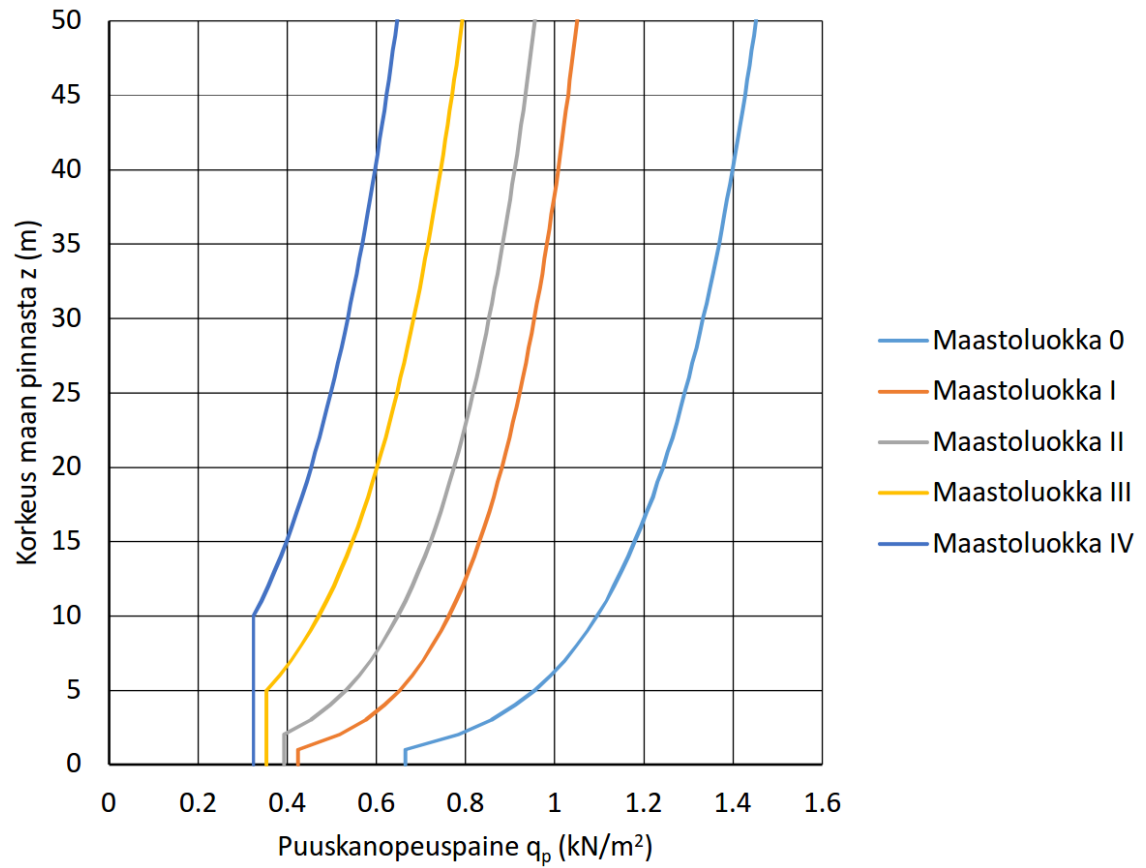


Kuva 2.20 Ilman tiheys ρ (kg/m³) maanpinnankorkeuden h (m) funktiona merenpinnasta mitattuna lämpötiloissa -30°C , $+3^{\circ}\text{C}$ ja $+30^{\circ}\text{C}$

Tuulennopeuden modifioimattomana perusarvona käytetään koko maan manneralueilla arvoa $v_{b,0} = 21$ m/s [11, s.125]. Merialueilla ja harvassa ulkosaaristossa käytetään arvoa $v_{b,0} = 22$ m/s ja tunturien lakialueilla arvoa $v_{b,0} = 26$ m/s. Kuvassa 2.21 on esitetty Liitteen 1 mukaan lasketut puuskanopeuspaineen arvot, joille on käytetty seuraavia kertoimia:

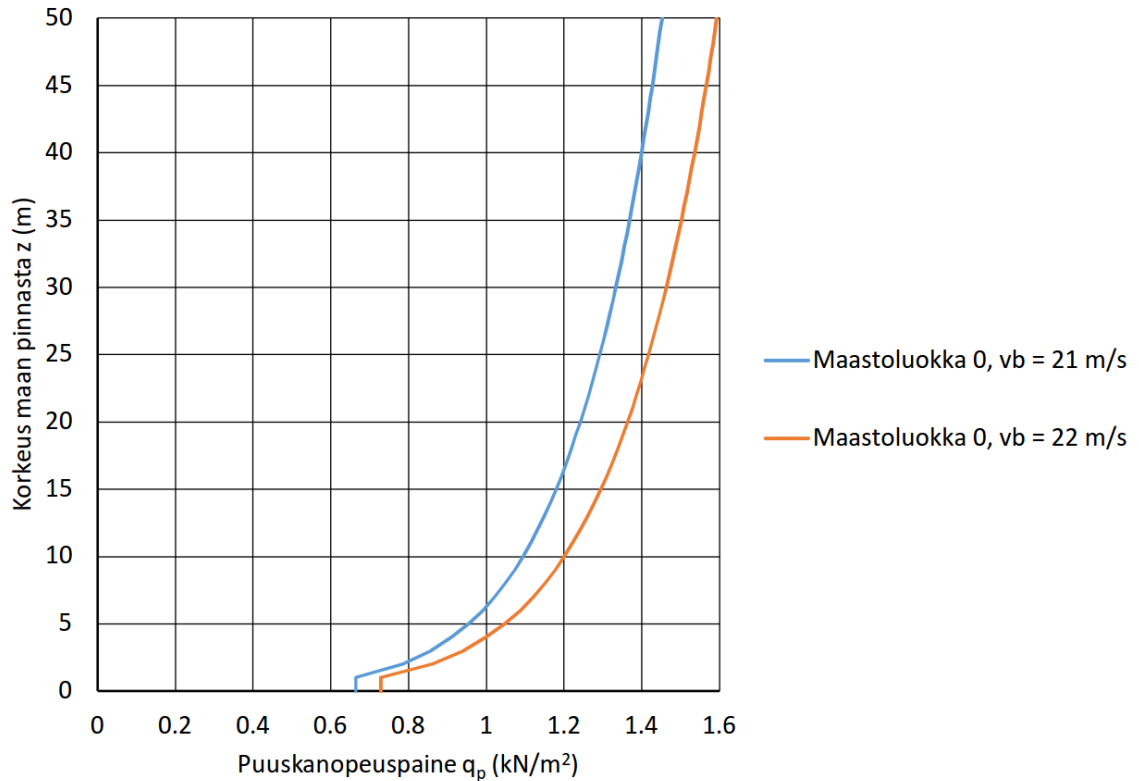
- tuulennopeuden modifioimaton perusarvo $v_{b,0} = 21$ m/s
- ilman tiheys $\rho = 1,25$ kg/m³
- maaston pinnanmuotokerroin $c_o = 1,0$
- taulukon 2.2 mukaiset maastoparametrit z_0 , z_{II} , z_{min} , ja $z_{max} = 200$ m.

Kuvan 2.21 käyrät vastaavat julkaisussa RIL-201-1-2011 esitettyjä arvoja [11, s.132].



Kuva 2.21 Tuulen puuskanopeuspaineen q_p (kN/m²) arvot maastoluokissa 0, I, II, III ja IV korkeudella z (m) maanpinnasta mitattuna

Käytettäessä joko manner- tai merialueen tuulennopeuden modifioimatonta perusarvoa $v_{b,0} = 21$ m/s tai $v_{b,0} = 22$ m/s, saadaan kuvassa 2.22 esitetyt käyrät.



Kuva 2.22 Maastoluokan 0 puuskanopeuspaineet q_p (kN/m^2) laskettuna manner- ja merialueiden tuulen modifioituilla perusarvoilla $v_{b,0} = 21 \text{ m/s}$ ja $v_{b,0} = 22 \text{ m/s}$ korkeudella z (m) maan pinnasta mitattuna

Tuulen puuskanopeuspaineen kaavassa esiintyy tuulennopeuden neliö, jonka vuoksi 1 m/s oleva ero aiheuttaa vakion suhteellisen muutoksen:

$$\frac{\left(\frac{22\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(\frac{21\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left(\frac{21\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 9,8 \%. \quad (2.21)$$

2.4 Hyötykuormat

Hyötykuormat luokitellaan muuttuviksi liikkuviksi kuormiksi [13, s. 18]. Ne johtuvat rakennuksen tilojen käytöstä, kuten henkilöistä, huonekaluista, ajoneuvoista ja varastoitavasta tavarasta [13, s. 28].

Jos eri kerrosten hyötykuormilla on vaikutusta tarkasteltavan kerroksen väli- tai yläpohjarakenteen mitoitukseen, näiden kerrosten hyötykuorma voidaan olettaa kiinteäksi kuormaksi. [13, s. 28] Staattisesti määrättyihin tasorakenteisiin tällä ei ole vaikutusta, mutta taas kehärakenteisiin on. Kehäjäkisteisten vaakarakenteiden mitoitus yksinkertaistuu, kun hyötykuorman liikkuvuus tarvitsee huomioida vain tarkasteltavan kerroksen osalta.

Muissa kerroksissa hyötykuormaa joko on tai sitä ei ole. Tämä vähentää kuormitusyhdistelmien määrää oleellisesti.

Pilarien ja seinien suunnittelussa hyötykuorma sijoitetaan siten, että saadaan epäedullisin vaikutus. [13, s. 28] Tästä syystä tulee tutkia määräävimmän vaikutuksen tuottava momentti-normaaliveikko-jakauman pari. Käytännössä tämä tarkoittaa eri kuormitusyhdistelmien kattavaa läpikäyntiä ja määräävimmän yhdistelmän hakemista.

Eurokoodin EN 1991-1-1 mukaan rakennusten tilat tulee jakaa taulukon 2.6 mukaisiin käyttöluokkiin (asuin-, kokoontumis-, myymälä- ja toimistotilat), joille käytetään kansallisesti sovittuja hyötykuorman arvoja. Suomessa käytettävät hyötykuorman arvot on esitetty taulukossa 2.7.

Taulukko 2.6 Rakennusten tilojen käyttöluokat [13, s. 30 Taulukko 6.1]

Luokka	Käyttötarkoitus	Esimerkki
A	Asuin- ja majoitustilat	Asuinrakennusten huoneet, sairaaloiden potilas- ja toimenpidehuoneet, hotellien ja retkeilymajojen makuuhuoneet, keittiöt ja WC:t.
B	Toimistotilat	
C	Tilat, joihin ihmiset voivat kokoontua (poikkeuksena luokkiin A, B, ja D kuuluvat tilat) ¹⁾	<p>C1: Tilat, joissa on pöytiä yms. esim. koulut, kahvilat, ravintolat, ruokasalit, lukusalit, vastaanottotilat.</p> <p>C2: Tilat, joissa on kiinteät istuimet, esim. kirkot, teatterit, elokuvateatterit, konferenssisalit, luentosalit, kokoussalit, odotussalit, asemien odotustilat.</p> <p>C3: Tilat, joissa ei ole liikkumista rajoittavia esteitä, esim. museo- ja näyttelytilat, julkisten rakennusten ja toimistorakennusten, hotellien ja sairaaloiden eteistilat, asemahallit.</p> <p>C4: Liikuntatilat, esim. tanssisalit, voimistelusalit ja näyttämöt.</p> <p>C5: Tilat, joihin voi syntyä tungosta esim. yleisötapahtumien rakennuksissa; tällaisia ovat konserttisalit, urheiluhallit mukaan luettuina katsomot, terassit ja eteistilat sekä rautatielaiturit.</p>
D	Myymälätilat	<p>D1: Tavallisten vähittäiskauppojen tilat.</p> <p>D2: Tavaratalojen tilat.</p>
<p>¹⁾ On syytä kiinnittää huomiota kohtaan 6.3.1.1(2), erityisesti luokkien C4 ja C5 osalta. Standardissa EN 1990 esitetään, milloin dynaamiset vaikutukset on tarpeen ottaa huomioon. Luokkaa E koskevat tiedot ovat taulukossa 6.3.</p> <p>HUOM. 1 Aiotusta käyttötarkoituksesta riippuen tilat, jotka todennäköisesti sijoitettaisiin luokkaan C2, C3 tai C4, voidaan tilaajan päätöksellä tai kansallisen liitteen perusteella sijoittaa luokkaan C5.</p> <p>HUOM. 2 Kansallisessa liitteessä luokat A, B, C1...C5, D1 ja D2 voidaan jakaa alaluokkiin.</p> <p>HUOM. 3 Varasto- ja teollisuustiloja tarkastellaan kohdassa 6.3.2.</p>		

Taulukko 2.7 Suomessa käytettävät hyötykuormien arvot käyttöluokittain [26, s. 2 Taulukko 6.2 (FI)]

Kuormitettujen tilojen luokat	q_k [kN/m ²]	Q_k [kN]
Luokka A		
– Välipohjat	2,0	2,0
– Portaat	2,0	2,0
– Parvekkeet	2,5	2,0
Luokka B	2,5	2,0
Luokka C		
– C1	2,5	3,0
– C2	3,0	3,0
– C3	4,0	4,0
– C4	5,0	4,0
– C5	6,0	4,0
Luokka D		
– D1	4,0	4,0
– D2	5,0	7,0

Mitoitettaessa tasopalkkeja voidaan hyötykuormalle käyttää pinta-alavähennystä, kun palkin kuormituspinta-ala on niin suuri, että kertoimelle saadaan arvo, joka on alle yksi. Pinta-alavähennys lasketaan kaavalla

$$\alpha_A = \frac{5}{7}\psi_0 + \frac{A_0}{A}, 0,7 \leq \alpha_A \leq 1,0 \quad (2.22)$$

jossa ψ_0 on murtorajatilan yhdistelykerroin, A_0 on 10 m² ja A on kuormitusalue.

Pystyrakenteita mitoitettaessa voidaan käyttää kerrosvähennystä, jos pystyrakennetta kuormittavat kerrokset kuuluvat samaan hyötykuormaluokkaan. Kerrosvähennys lasketaan lausekkeella

$$\alpha_n = \frac{2 + (n - 2)\psi_0}{n}, \quad (2.23)$$

jossa n on kantavan rakenneosan yläpuolella olevien samaan hyötykuorman luokkaan kuuluvien kerrosten lukumäärä. [26, s. 2,3] Vaakarakenteiden pinta-alavähennyksen kerroin α_A lähestyy arvoa $5/7\psi_0$ kuormituspinta-alan kasvaessa ja pystyrakenteiden kerrosvähennys α_n lähestyy arvoa ψ_0 ja kerrosten lukumäärän kasvaessa.

2.5 Epätarkkuudet ja poikittaisvoimat

Rakentamiseen liittyy aina sekä valmistus- että asennusvirheitä, joiden vaikutus otetaan rakennelaskelmissa huomioon niin sanottuina epätarkkuuksina. Eurokoodin mukaan epätarkkuudet määritetään erikseen erillisille rakenneosille, jäykistysjärjestelmille ja vaakakuormia jakaville levykentille. [18, s.55]

2.5.1 Epätarkkuuksien vaikutusten määrittäminen

Tarkasteltavat epätarkkuudet lasketaan vinouden θ_i avulla kaavalla

$$\theta_i = \theta_0 * \alpha_h * \alpha_m, \quad (2.24)$$

jossa θ_0 on vinouden perusarvo, α_h pituuteen tai korkeuteen, ja α_m on lukumäärään perustuva pienennyskerroin. Vinouden perusarvona käytetään arvoa $\theta_0 = 1/200$. [18, s.54,55]

Pituuden pienennyskerroin lasketaan lausekkeesta

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}}; 2/3 \leq \alpha_h \leq 1 \quad (2.25)$$

jossa l (m) on rakenneosan pituus tai korkeus. Rakenneosien lukumäärään perustuva pienennyskerroin lasketaan kaavalla

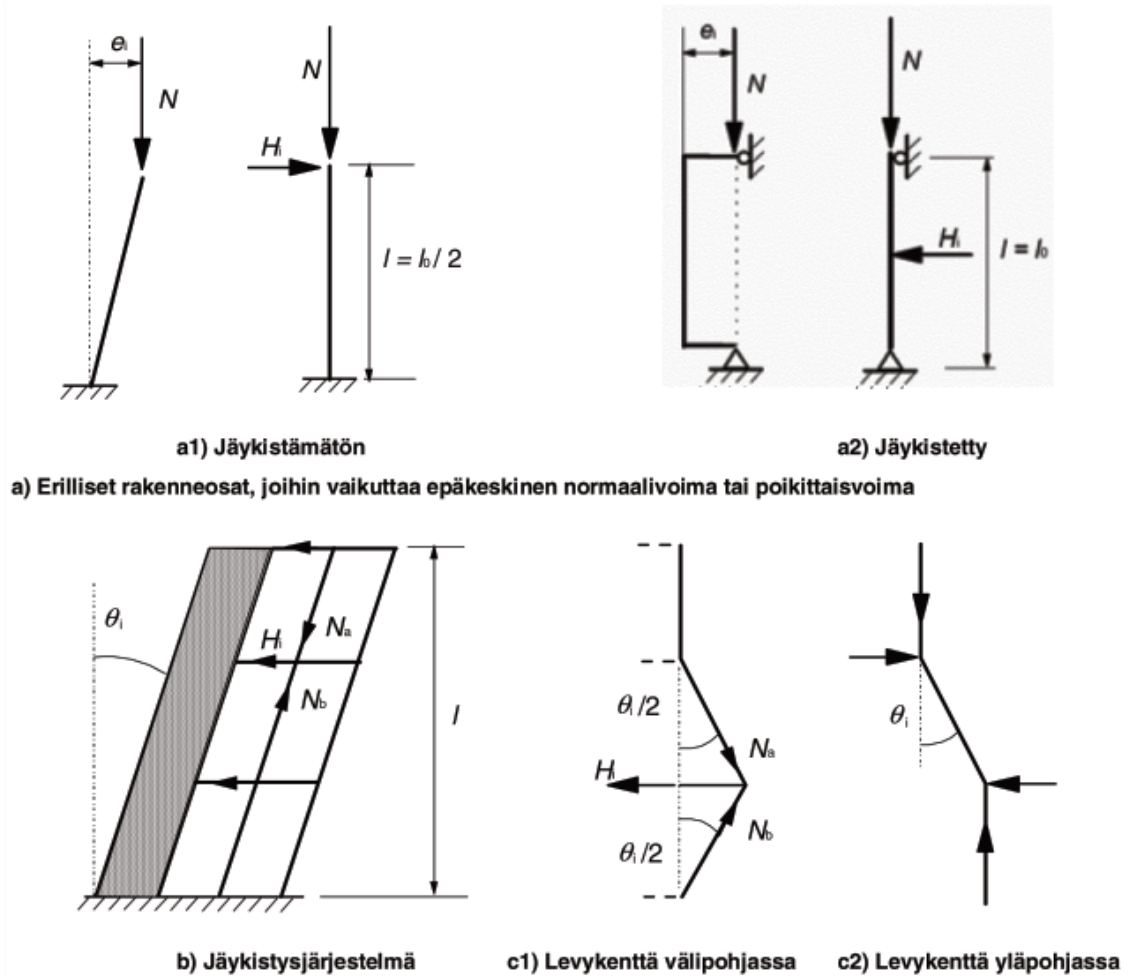
$$\alpha_m = \sqrt{0.5 * (1 + 1/m)}, \quad (2.26)$$

jossa m on kokonaisvaikutuksen aiheuttavien pystyrakenneosien lukumäärä. [18, s.55]

Kaavoissa (2.25) ja (2.26) käytetään tarkasteltavan tilanteen mukaan erilaisia arvoja rakenneosien pituudelle l ja lukumäärälle m . Rakenneosan pituutena tai korkeutena ja lukumääränä käytetään seuraavia arvoja, kun tarkastellaan epätarkkuuksien vaikutusta

- erilliseen rakenneosaan: l = rakenneosan pituus ja $m = 1$
- jäykistysjärjestelmään: l = rakennuksen korkeus ja m = jäykistysjärjestelmään vaikuttavien pystyrakenneosien lukumäärä
- vaakakuormia jakavaan välipohjaan: l = kerroskorkeus ja m = kussakin kerroksessa olevien ja kerroksen kokonaisvaakavoimaan vaikuttavien pystyrakenneosien määrä. [18, s.55]

Kuvassa 2.23 on havainnollistettu epätarkkuuksien vaikutuksia erillisiin rakenneosiin, jäykistysjärjestelmiin ja vaakakuormia jakaviin välipohjiin.



Kuva 2.23 Epätarkkuuksien huomioonottaminen erillisessä rakenneosassa, jäykistysjärjestelmässä ja vaakakuormiajakavassa levykentässä [18, s.55, 56]

Epätarkkuuksien vaikutus voidaan huomioida erillisten rakenneosien lujuuslaskennassa kahdella tavalla, joko epäkeskisyyden tai poikittaisvoiman avulla. Epäkeskisyys sopii hyvin staattisesti määrättyjen rakenteiden analysointiin, ja poikittaisvoima taas hyperstaattisesti määrättyille rakenneosille. Koko rakenteen ja vaakakuormia jakavien levykenttien tarkastelussa epätarkkuudet huomioidaan poikittaisvoimien avulla. [18, s.55]

Erillisen staattisesti määrätyn rakenneosan epäkeskisyys lasketaan kaavalla

$$e_i = \theta_i l_0 / 2, \quad (2.27)$$

jossa l_0 on tehollinen pituus, joka vastaa pilarin nurjahduspituutta. [18, s.55] Poikittaisvoimat lasketaan jäykistämättömälle erilliselle rakenneosalle lausekkeella

$$H_i = \theta_i * N, \quad (2.28)$$

ja jäykistetyille erilliselle rakenneosalle kaavalla

$$H_i = 2 * \theta_i * N. \quad (2.29)$$

Kaavoissa (2.28) ja (2.29) H_i on poikittaisvoima ja N on normaalivoima. Poikittaisvoima H_i sijoitetaan aina maksimimomentin tuottavaan kohtaan, kuten kuvassa 2.23 on esitetty. [18, s.55]

Määritettäessä epätarkkuuksien vaikutusta jäykistysjärjestelmään, levykentän ja pystyrakenteen liitokseen kohdistettava lisävaakavoima lasketaan kaavalla

$$H_i = \theta_i * (N_b - N_a), \quad (2.30)$$

jossa N_b on levykentän alapuolisen ja N_a yläpuolisen pilarin normaalivoima. [18, s.56]

Tarkasteltaessa levykenttien kestävyyyksiä välipohjaan kohdistuva poikittaisvoima on

$$H_i = \theta_i * (N_b + N_a)/2 \quad (2.31)$$

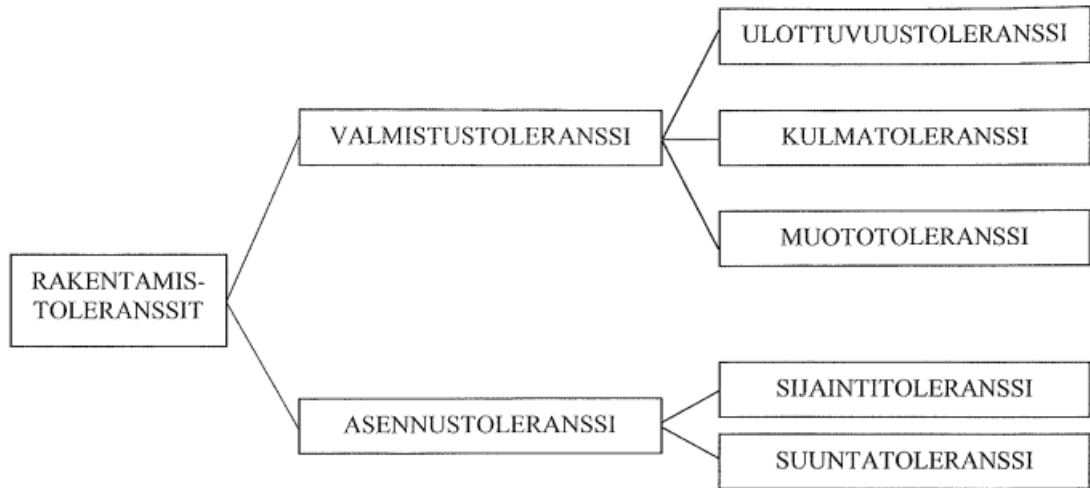
ja yläpohjaan kohdistuva poikittaisvoima on

$$H_i = \theta_i * N_a, \quad (2.32)$$

jossa N_b on levykentän alapuolisen ja N_a yläpuolisen pilarin normaalivoima. [18, s.56]

2.5.2 Epätarkkuuksien tarkastelua

Rakentamistoleranssit voidaan jakaa kahteen pääluokkaan, jotka ovat valmistus- ja asennustoleranssi. Kuvassa 2.24 on esitetty teoksen ”Betonielementtien toleranssit 2011” mukainen luokittelu betonielementtirakentamisen toleransseille. [2, s. 8]



Kuva 2.24 Rakentamistoleranssin muodostuminen ja luokittelu [2, s. 8 Kuva 1]

Toleransseissa ilmoitetaan pilarien valmistustoleransseiksi muun muassa seuraavat arvot:

- Pituus max (± 10 mm, $L/1000$)
- Poikkileikkaus (b,h,d)
 - Mitta ≤ 400 mm ± 5 mm
 - Mitta ≥ 400 mm ± 10 mm
- Käyryys max (± 5 mm tai $L/700$)
- Asennustoleranssi poikkeamalle pystysuorasta max (± 10 mm tai $L/400$). [2, s. 10]

Valmistus- ja asennusvirheet tuovat epävarmuutta rakennelaskelmiin, mikä otetaan huomioon joko osavarmuusluvuissa tai korotettuina rasituksina. Rakenneosan poikkileikkauksen epätarkkuudet on sisällytetty osavarmuuslukuihin, eikä niitä tule muuten huomioida rakenneanalyysissä. Rakenneosien käyryydestä ja asennusvirheistä aiheutuu rakenneosiin lisärasituksia, mikä otetaan rakennelaskemissa huomioon epätarkkuuksien avulla. [18, s.54, 55]

Eurokoodissa määritetyt laskennassa käytettävät epätarkkuudet ovat varmallalla puolella betonirakentamisen toleransseihin nähden. Kun tarkastellaan jäykistysjärjestelmää, rakenteelle oletettava perusvinous on $L/200$. Asennuksen poikkeama pystysuorasta tulee olla $< L/400$ ja pilarin käyryyden tulee olla $< L/700$. Laskenta on varmallalla puolella, vaikka asennus- ja muototoleranssi laskettaisiinkin suoraan yhteen, mikä on edustaa varmallalla puolella olevaa maksimia todelliselle vinoudelle.

Epätarkkuuksien vaikutuksesta erilliseen rakenneosaan huomataan, että se on erilainen kerros- ja monikerrospilarille. Epätarkkuuksien ero tulee suoraan pienennyskertoimesta α_h , joka pienenee pilarin pituuden kasvaessa. [8, s.232]

Jäykistysjärjestelmän poikittaisvoimien laskenta tehdään samalla tavalla sekä kerros- että monikerrospilarille. Laskennassa ei huomioida muita tilanteita kuin koko rakennuksen samaan suuntaa oleva vinous. Vaakakuormia jakavien levykenttien osalta mitoituksessa tulee huomioida tilanne, jossa tarkasteltavan kerroksen ajatellaan poikkeavan sivusuunnassa muiden kerrosten sijaintiin nähden.

Sekä jäykistysjärjestelmän että levykenttien tarkastelussa tulee vinouden laskemiseksi valita pystyrakenteiden lukumäärä määrävän vaikutuksen mukaan. Mitä suurempi normaalivoima pilarissa tai seinässä on, sitä suuremman osan se kerää välipohjan pystykuormasta ja sitä suurempi poikittaisvoima sillä on. Rakenneosat, joilla on suuri normaalivoima siis määrävät jäykistysjärjestelmään kohdistuvan poikittaisvoiman ja vinouteen ei tule huomioida rakenneosia, joiden normaalivoima on pieni.

Eurokoodissa EN 1992-1-1 ei anneta tarkempia ohjeita vaikutuksen aikaansaavien pystyrakenteiden lukumäärän m määrittämiseksi. Kun taas teräsrakenteiden suunnittelun eurokoodissa EN 1993-1-1 on annettu ohje, että lukumäärään valitaan mukaan ne pystysuuntaisen tason pilarit, joiden pystykuorma on vähintään 50 % tämän pystysuuntaisen tason keskimääräisestä pilarien pystykuormasta. Tämä tarkoittaa sitä, että rakennuksen pohjapiirustuksen perusteella haetaan määrävä pilariinja ja käytetään sen mukaan määritettyä vaikutuksen aikaansaavien rakenneosien lukumäärää m . Tätä ohjetta voitaneen soveltaa myös betonirakenteisiin, kun tarkempaa määritystä ei ole. [19, s. 34]

Tarkastellaan seuraavaksi k kerroksisen rakennuksen n :nessä levykentässä olevaa poikittaisvoimaa. Merkitään, että vp on välipohja ja p on kerroksen yläpuolinen pystyrakenne ja oletetaan k :nnen kerroksen olevan yläpohja. Tällöin saadaan laskettua n :nnen välipohjan jäykistysjärjestelmään kohdistama poikittaisvoima:

$$H_{i,n} = \theta_i * (N_b - N_a) \quad (2.33)$$

$$N_b = (N_{vp,n} + N_{vp,n+1} + \dots + N_{vp,k}) + (N_{p,n} + N_{p,n+1} + \dots + N_{p,k-1}),$$

$$N_a = (N_{vp,n+1} + N_{vp,n+2} + \dots + N_{vp,k}) + (N_{p,n} + N_{p,n+1} + \dots + N_{p,k-1}),$$

$$H_{i,n} = \theta_i * (N_b - N_a) = \theta_i * (N_{vp,n}).$$

Pystyrakenteiden oma paino supistuu liitoksen vaakasuuntaisesta tasapainoehdosta pois. Kuitenkin pystyrakenteen oma paino aiheuttaa myös poikittaisvoiman, jonka suuruus on pystyrakenteen kerroskorkeuden mukainen omapaino kerrottuna vinoudella. Tämän vaikutus tuulikuormaan ja tasorakenteiden aiheuttamaan lisävaakavoimaan verrattuna on kuitenkin hyvin pieni.

Tarkastellaan seuraavaksi vastaavalla tavalla välipohjan levykentän mitoituksessa käytettävää poikittaisvoimaa. Kerrokseen n kohdistuva poikittaisvoima on

$$H_{i,n} = \theta_i * (N_b + N_a)/2 \quad (2.34)$$

$$N_b = (N_{vp,n} + N_{vp,n+1} + \dots + N_{vp,k}) + (N_{p,n} + N_{p,n+1} + \dots + N_{p,k-1}),$$

$$N_a = (N_{vp,n+1} + N_{vp,n+2} + \dots + N_{vp,k}) + (N_{p,n} + N_{p,n+1} + \dots + N_{p,k-1}),$$

$$H_{i,n} = \theta_i * \left(\left(\frac{N_{vp,n}}{2} + N_{vp,n+1} + \dots + N_{vp,k} \right) + (N_{p,n} + N_{p,n+1} + \dots + N_{p,k-1}) \right).$$

Sievennetystä lausekkeesta huomataan, että alimpien kerrosten välipohjien poikittaisvoimat ovat suurempia kuin ylimpien kerrosten. Täytyy huomata, että edellä tehty sievennys on puhtaasti matemaattinen. Kuvan 2.23 c1 mukaan tarkasteltavan välipohjan poikittaisvoima lasketaan vinouden puolikkaan aiheuttamien ala- ja yläpuolisen pilarin vaakakomponenttien summana.

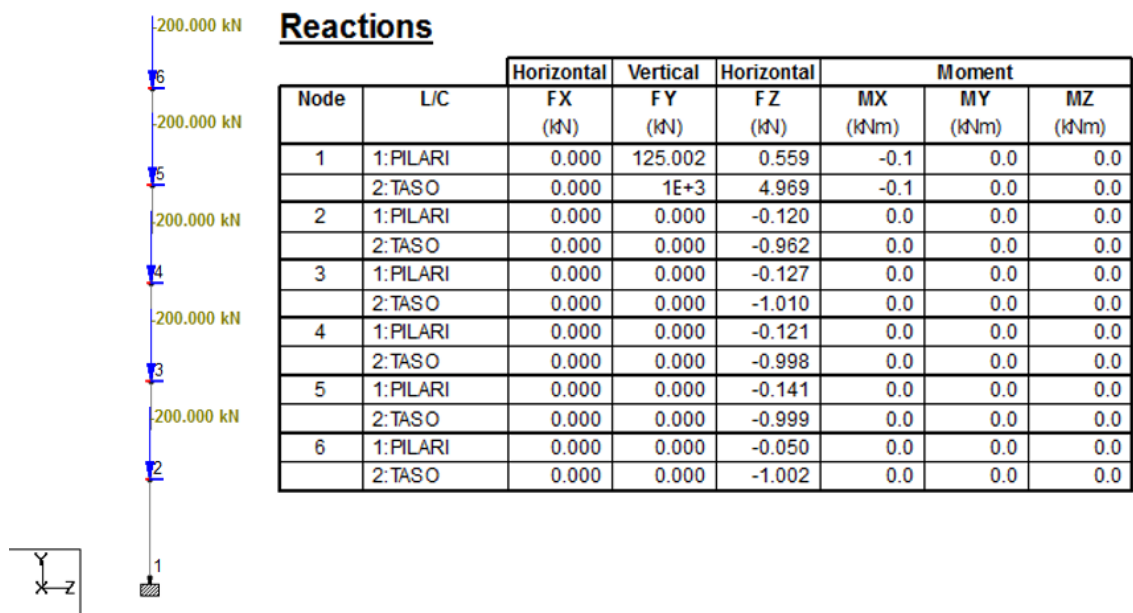
Rakennuksen vaakakuormia jakavien levykenttien tarkastelussa tulee osoittaa, että kaikkien levykenttään tukeutuvien rakenneosien poikittaisvoimat pystytään siirtämään levykentän välityksellä jäykistävälle rakenteille. Tämä tarkoittaa, että kaikki levykenttään tukeutuvat pilarit ja heikommassa suunnassa olevat seinät tuovat levykenttään kuormaa. Vastaavasti jäykistävät rakenteet, kuten vahvemmassa suunnassa olevat seinät ja porrastornit, toimivat välipohjan tukena. Tämä tarkastelu tehdään siis yhden kerroksen lokaaleille epätarkkuuksien vaikutuksille eikä sitä tule yhdistää jäykistysjärjestelmän mitoittamiseen.

Tarkastellaan vielä jatkuvalta pilarilta jäykistysjärjestelmälle kertyviä lisävaakavoimia FEM-analyysimallilla, jossa kerrospilarille käytetään seuraavia arvoja:

- Kerroskorkeus on 4 m ja kerroksia on 5 kpl, jolloin pilarin kokonaiskorkeus on 20m
- Poikkileikkaus on 500mm x 500mm
- Betonin tilavuuspainona käytetään arvoa 25 kN/m^3 , jolloin pilarin metripaino on $6,25 \text{ kN/m}$, kimmokertoimena käytetään lujuusluokan $C40/50$ mukaista arvoa 35 GPa
- Vinoudeksi mallinnetaan perusarvo $\theta_0 = 1/200$
- Jokaiseen kerrokseen mallinnetaan nivelellinen tuenta ja tasolta tuleva piste-kuorma 200 kN
- Tuenta perustuksiin on jäykkä

Kuvassa 2.25 on esitetty käytetty rakennemalli ja laskennan mukaiset tukireaktiot. Analyysin perusteella huomataan, että eurokoodin mukaisen lisävaakavoiman kaavan (2.30) antamat tulokset ovat pienempiä kuin lasketut tulokset, koska pystyrakenteiden oman painon vaikutus lisävaakavoimiin supistuu todistuksen (2.33) perusteella pois.

Pystyrakenteiden omalle painolle tulisi myös käyttää vinoudella kerrottua arvoa $6,25 \text{ kN/m} * 4\text{m} * 1/200 = 0,125 \text{ kN}$ ja vastaavasti yläpohjalle arvoa $0,063 \text{ kN}$. Vinouden lausekkeet toimivat hyvin sekä jatkuville että nivelellisille pilareille, jos jäykistysjärjestelmän jäykkyyks on suuri erillisiin pilareihin nähden.



Kuva 2.25 FEM-analyysin rakennemalli ja tukireaktiot kerrospilarin lisävaakavoimille

2.6 Muut vaakavoimat

Tuulen ja vinouden lisäksi muita rakennuksiin kohdistuvia vaakavoimia ovat nostureiden vaakavoimat, ajoneuvojen jarru-, kiihdytys ja törmäyskuormat, lämpö- ja kutistumiskuormien pakkovoimat, laitekuormat ja maanpaine kuormat. Nostureiden ja koneiden aiheuttamia kuormituksia käsitellään standardissa EN 1991-3 ja rakenteen lämpökuormat määritetään standardin EN 1991-1-5 mukaan.

Rakennuksen rungosta tuettavat nosturit luokitellaan ratapalkista riippuviin yksikiskonostimiin ja siltanostureihin [17]. Yksikiskonostimesta kohdistuu rakennuksen runkoon sekä pysty- että vaakakuormaa. Pystykuorma muodostuu nostimen omasta painosta, nostettavan taakan kokonaiskuormasta ja dynaamisesta suurennuskertoimesta. Laskelmissa oletetaan vaakakuormiksi 5% pystykuormasta. [17, s. 26]

Siltanosturin pystykuorman jakauma nosturin pyöriltä ratapalkeille riippuu nostovaunun sijainnista nosturisillalla, taakan painosta ja dynaamisesta suurennuskertoimesta [17, s. 26, 28]. Vaakakuormat muodostuvat seuraavista käytönaikaisista tilanteista: nosturin kiihdytys tai jarrutus ratapalkin suunnassa, nostovaunun tai nosturisillan kiihdytys tai jarrutus, nosturin vinoon ajo, nosturin törmäys puskimiin ja nostovaunun törmäys puskimiin [17, s. 30].

2.7 Osavarmuuslukumenetelmä ja kuormitusyhdistelmät

Eurokoodin SFS-EN 1990 mukaan rakenteiden varmuus osoitetaan osavarmuuslukumenetelmällä. Tässä menetelmässä kuormien mitoitusarvot saadaan kertomalla niiden ominaisarvot osavarmuusluvulla. Rakenneosan kestävyys lasketaan jakamalla kestävyuden ominaisarvo osavarmuusluvulla. Tämän jälkeen osoitetaan laskelmin, että kestävyuden mitoitusarvo on kuorman mitoitusarvoa suurempi. [12, s.70, 76, 78]

Eurokoodin EN 1990 liitteessä A esitetään murtorajatilan kuormitusyhdistelmille kaksi vaihtoehtoa, joista voidaan tehdä kansallinen valinta. Nämä vaihtoehdot ovat yhtälö 6.10 ja yhtälöt 6.10a ja 6.10b. Suomen kansallisessa liitteessä on valittu, että käytetään yhtälöitä 6.10a ja 6.10b. Yhtälössä 6.10a saadaan valita kansallisesti myös, että lasketaanko yhdistelmä vain pysyvälle kuormalle vai sisältääkö se murtorajatilan yhdistelmäkerroimella ψ_0 kerrotut muuttuvat kuormat. Jälkimmäisessä tavassa mikään hyötykuorma ei siis sisälly tarkasteluun niin sanotusti määräävänä. Suomessa yhtälö 6.10a lasketaan vain pysyville kuormille. Eurokoodin EN 1990 taulukko A1.2(B) on esitetty taulukossa 2.8. [12, s.90] [25, s.4]

Taulukko 2.8 Kuormien mitoitusarvot (STR/GEO eli rakenneosien kestävyys ja geotekninen kantavuus) [12, s.90]

Normaalisti vallitsevat ja tilapäiset mitoitusolot	Pysyvät kuormat		Määrävä muuttuva kuorma		Muut samanaikaiset muuttuvat kuormat (*)	
	Epäedulliset	Edulliset	Epäedulliset	Edulliset	Pääasiallinen	Muut
(Yht. 6.10)	$\gamma_{G,j,sup} \cdot G_{k,j,sup}$	$\gamma_{G,j,inf} \cdot G_{k,j,inf}$	$\gamma_{G,j,sup} \cdot G_{k,j,sup}$	$\gamma_{G,j,inf} \cdot G_{k,j,inf}$	$\gamma_{Q,1} \cdot \psi_{Q,1} \cdot Q_{k,1}$	$\gamma_{Q,1} \cdot \psi_{Q,1} \cdot Q_{k,1}$
			$\xi \cdot \gamma_{G,j,sup} \cdot G_{k,j,su}$	$\gamma_{G,j,inf} \cdot G_{k,j,inf}$	$\gamma_{Q,1} \cdot \psi_{Q,1} \cdot Q_{k,1}$	$\gamma_{Q,1} \cdot \psi_{Q,1} \cdot Q_{k,1}$
			p			

(*) Muuttuvia kuormia ovat taulukossa A1.1 mainitut kuormat.

HUOM. 1 Valinta kaavan 6.10 tai kaavojen 6.10a ja 6.10b välillä esitetään kansallisessa liitteessä. Jos kansallisessa liitteessä valitaan 6.10a ja 6.10b, niin siinä voidaan kaavasta 6.10a poiketa lisäksi siten, että siihen sisältyvät vain pysyvät kuormat.

HUOM. 2 Osavarmuuslukujen γ ja kertoimen ξ arvot voidaan esittää kansallisessa liitteessä. Seuraavia lukuja γ ja kertoimen ξ arvoja suositellaan käytettäväksi lausekkeita 6.10a ja 6.10b.

$\gamma_{G,j,sup} = 1,35$
 $\gamma_{G,j,inf} = 1,00$
 $\gamma_{Q,1} = 1,50$ epäedullisessa tapauksessa (0 edullisessa tapauksessa)
 $\gamma_{Q,j} = 1,50$ epäedullisessa tapauksessa (0 edullisessa tapauksessa)
 $\xi = 0,85$ (sitä, että $\xi \cdot \gamma_{G,j,sup} = 0,85 \times 1,35 = 1,15$).

Ks. myös standardeista EN 1991...EN 1999 pakkosiirtymille tai pakkomuodonmuutoksille käytettäviä osavarmuusluvun γ arvoja.

HUOM. 3 Kaikkien samasta syystä aiheutuvien pysyvien kuormien ominaisarvot kerrotaan osavarmuusluvulla $\gamma_{G,sup}$, jos kuormien kokonaisvaikutus on epäedullinen ja osavarmuusluvulla $\gamma_{G,inf}$, jos kuormien kokonaisvaikutus on edullinen. Esimerkiksi kaikkien rakenteen omaista painosta aiheutuvien kuormien voidaan katsoa aiheutuvan samasta syystä; tämä pitää paikkansa silloinkin, kun kyseessä on erilaisia materiaaleja.

HUOM. 4 Eriytystarkasteluissa osavarmuuslukujen γ_G ja γ_Q arvot voidaan jakaa osiin γ_g ja γ_q ja mallin epävarmuuteen γ_{sd} . Useimmissa tapauksissa voidaan käyttää välillä 1,05...1,15 olevaa γ_{sd} -arvoa ja siitä voidaan poiketa kansallisessa liitteessä.

<ACI

Suomessa käytettävät kuormien osavarmuusluvut ja kuormitusyhdistelmät esitetään standardin EN 1990 kansallisessa liitteessä. Taulukossa 2.9 on Suomessa rakenteiden kestävyyttä (STR) ja geoteknistä kantavuutta (GEO) ja taulukossa 2.10 onnettomuustilanteiden mukaista kestävyyttä tarkistettaessa käytettävät kuormien osavarmuusluvut ja kuormitusyhdistelmät.

Taulukko 2.9 Kuormien mitoitusarvot (STR/GEO) [25, s.4 Taulukko A1.2(B) (FI)]

Normaalisti vallitsevat ja tilapäiset mitoitusolot	Pysyvät kuormat		Määrävä muuttuva kuorma (*)	Muut samanaikaiset muuttuvat kuormat (*)
	Epäedulliset	Edulliset		
(Yht. 6.10a)	$1,35 K_{FI} G_{kj,sup}$	$0,9 G_{kj,inf}$		
(Yht. 6.10b)	$1,15 K_{FI} G_{kj,sup}$	$0,9 G_{kj,inf}$	$1,5 K_{FI} Q_{k,1}$	$1,5 K_{FI} \psi_{0,i} Q_{k,i}$

(*)Taulukon A.1.1 mukaiset kuormat ovat muuttuvia kuormia.

Huom. 1: Mitoituskäytännönä asia voidaan ilmaista siten, että kuormien yhdistelmänä käytetään epäedullisempaa kahdesta seuraavasta lausekkeesta, jolloin on huomattava, että jälkimmäinen lauseke sisältää vain pysyviä kuormia:

$$\begin{cases} 1,15 K_{FI} G_{kj,sup} + 0,9 G_{kj,inf} + 1,5 K_{FI} Q_{k,1} + 1,5 K_{FI} \sum_{i>1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \\ 1,35 K_{FI} G_{kj,sup} + 0,9 G_{kj,inf} \end{cases}$$

K_{FI} riippuu standardin SFS-EN 1990 liitteen B taulukon B2 mukaisesta luotettavuusluokasta seuraavasti:

luotettavuusluokassa RC3 $K_{FI} = 1,1$
 luotettavuusluokassa RC2 $K_{FI} = 1,0$
 luotettavuusluokassa RC1 $K_{FI} = 0,9$.

Luotettavuusluokkia selventävät seuraamusluokat CC3 ... CC1 esitetään liitteessä B.

Huom. 2: Katso myös standardeista SFS-EN 1992 ... SFS-EN 1999 pakkosiirtymä- tai pakkomuodonmuutostilalle käytettäviä osavarmuusluvun γ -arvoja.

Huom. 3: Kaikkien samasta syystä aiheutuvien pysyvien kuormien ominaisarvot kerrotaan osavarmuusluvulla $\gamma_{G,sup}$, jos kuorman kokonaisvaikutus on epäedullinen ja osavarmuusluvulla $\gamma_{G,inf}$, jos kuorman kokonaisvaikutus on edullinen. Esimerkiksi kaikkien rakenteen omasta painosta aiheutuvien kuormien voidaan katsoa aiheutuvan samasta syystä; tämä pitää paikkansa silloinkin, kun kyseessä on erilaisia materiaaleja.

Huom. 4: Erityistarkasteluissa osavarmuuslukujen γ_G ja γ_Q arvot voidaan jakaa osiin γ_g ja γ_q ja mallin epävarmuuskertoimeen γ_{Sd} . Useimmissa tapauksissa voidaan käyttää välillä 1,05 ... 1,15 olevaa epävarmuuskertoimen γ_{Sd} arvoa.

Huom. 5: Pohjarakenteiden geoteknisen suunnittelun osalta katso standardi SFS-EN 1997-1 kansallisine liitteineen.

Taulukko 2.10 Onnettomuuskuormien tai maanjäristyskuormien yhdistelmissä käytettävät kuormien mitoitusarvot [25, s.4 Taulukko A1.3 (FI)]

Mitoitustilanne	Pysyvät kuormat		Määrävä onnettomuuskuorma tai maanjäristyskuorma	Muut samanaikaiset muuttuvat kuormat (*)	
	Epäedulliset	Edulliset		Pääasiallinen (jos on)	Muut
Onnettomuus (Yht. 6.11a/b)	$G_{kj,sup}$	$G_{kj,inf}$	A_d	$\psi_{11} Q_{kl}^{(**)}$	$\psi_{2,i} Q_{k,i}$
Maanjäristys ^(***) (Yht. 6.12a/b)	$G_{kj,sup}$	$G_{kj,inf}$	γA_{Ek} tai A_{Ed}	$\psi_{2,i} Q_{k,i}$	
<p>(*)Taulukon A.1.1 mukaiset kuormat ovat muuttuvia kuormia.</p> <p>(**) Pääasiallisen kuorman ollessa jokin muu kuin lumi-, jää- tai tuulikuorma käytetään kuitenkin arvoa ψ_{21}.</p> <p>(***) Maanjäristysmitoitusta sovelletaan vain tilaajan niin edellyttäessä. Katso myös standardia SFS-EN 1998-1.</p>					

Eri kuormien samanaikaisuus otetaan huomioon kuormien yhdistelykertoimilla ψ . Taulukossa 2.11 on esitetty Suomessa käytettävät yhdistelykertoimet. Yhdistelykertoimille on kolme arvoa, joita käytetään eri kuormitusyhdistelmissä seuraavasti:

- ψ_0 on murtorajatilán yhdistelykerroin, jolla otetaan huomioon eri kuormien samanaikaisen vaikutuksen todennäköisyys rakenteen kestävyttä tarkistettaessa
- ψ_1 on kuorman tavanomaisen arvon kerroin, jota käytetään onnettomuustilante-tarkasteluissa ja palautuvia käyttörajatiloja tarkasteltaessa
- ψ_2 on kuorman pitkäaikaisen osuuden kerroin, jota käytetään onnettomuustilante-tarkasteluissa ja kuormien pitkäaikaisvaikutusten määrittämisessä. [12, s.60]

Taulukko 2.11 Kertoimien ψ arvot rakennuksille [25, s.2 Taulukko A1.1 (FI)]

Kuorma	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Hyötykuormat rakennuksissa, luokka (katso SFS-EN 1991-1-1)			
Luokka A: asuintilat	0,7	0,5	0,3
Luokka B: toimistotilat	0,7	0,5	0,3
Luokka C: kokoontumistilat	0,7	0,7	0,3
Luokka D: myymälätilat	0,7	0,7	0,6
Luokka E: varastotilat	1,0	0,9	0,8
Luokka F: liikennöitävät tilat, ajoneuvon paino ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Luokka G: liikennöitävät tilat, $30\text{kN} < \text{ajoneuvon paino} \leq 160$ kN	0,7	0,5	0,3
Luokka H: vesikatot	0	0	0
Lumikuorma (katso SFS-EN 1991-1-3) ^{*)} kun $s_k < 2,75$ kN/m ²	0,7	0,4	0,2
$s_k \geq 2,75$ kN/m ²	0,7	0,5	0,2
Jääkuorma ^{**))}	0,7	0,3	0
Rakennusten tuulikuormat (katso SFS-EN 1991-1-4)	0,6	0,2	0
Rakennusten sisäinen lämpötila (ei tulipalossa) (katso SFS-EN 1991-1-5)	0,6	0,5	0
^{*)} Ulkotasoilla ja parvekkeilla $\psi_0 = 0$ luokkien A, B, F ja G yhteydessä. Huom: Mikäli rakennuksessa on eri kuormaluokkia, joita ei voi erotella omiin selviin ryhmiinsä, käytetään ψ -arvoja, jotka antavat epäedullisimman vaikutuksen. ^{**))} Lisätty Suomen kansalliseen liitteeseen.			

Rakennuksen luotettavuusluokan $RC1$, $RC2$ tai $RC3$ mukaan valitaan kertoimelle K_{FI} arvo 0,9; 1,0 tai 1,1. Eurokoodissa EN 1990 luotettavuusluokka valitaan luotettavuusindeksin β raja-arvojen perusteella. Luotettavuusindeksin raja-arvot on esitetty taulukossa 2.12.

Taulukko 2.12 Luotettavuusindeksille β suositeltavat vähimmäisarvot murtorajati-loissa [12, s.138 Taulukko B2]

Luotettavuusluokka	Indeksin β vähimmäisarvot	
	1 vuoden tarkastelujakso	50 vuoden tarkastelujakso
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

Käsikirjassa RIL 201-1-2011 esitetään, että standardin EN 1990 liitteen B mukaisiin luotettavuustasoihin sovelletaan kansallisen liitteen mukaisia seuraamusluokkia CC . Tämä

tarkoittaa, että K_{FI} -kerroin määritetään seuraamusluokan perusteella. Tämä seuraamus- ja luotettavuusluokan vastaavuus on esitetty taulukossa 2.13. [11, s23, 24]

Taulukko 2.13 *Seuraamusluokkien CC määrittely ja niitä vastaavat luotettavuusluokat RC ja kuormakertoimet K_{FI} [11, s 24 Taulukko 2.0S]*

Seuraamusluokka	Kuvaus	Rakennuksia sekä rakenteita koskevia esimerkkejä	Luotettavuusluokka / kuormakerroin K_{FI}
CC3	Suuret seuraamukset ihmishenkien menetysten tai hyvin suurten taloudellisten, sosiaalisten tai ympäristövahinkojen takia	Rakennuksen kantava runko ¹⁾ jäykistävine rakennusosineen sellaisissa rakennuksissa, joissa usein on suuri joukko ihmisiä kuten – yli 8-kerroksiset ²⁾ asuin-, konttori- ja liikerakennukset – konserttisalit, teatterit, urheilu- ja näyttelyhallit, katsomot – raskaasti kuormitetut tai suuria jännevälejä	RC3 $K_{FI} = 1,1$
CC2	Keskisuuret seuraamukset ihmishenkien menetysten tai merkittävien taloudellisten, sosiaalisten tai ympäristövahinkojen takia	Rakennukset ja rakenteet, jotka eivät kuulu luokkiin CC3 tai CC1	RC2 $K_{FI} = 1,0$
CC1	Vähäiset seuraamukset ihmishenkien menetysten tai pienten tai merkityksettömien taloudellisten, sosiaalisten tai ympäristövahinkojen takia	1- ja 2-kerroksiset rakennukset, joissa vain tilapäisesti oleskelee ihmisiä kuten esim. varastot Rakenteet, joiden vaurioitumisesta ei aiheudu merkittävää vaaraa kuten – matalalla olevat alapohjat, ilman kellaritiloja – ryömintätilaiset vesikatot, kun yläpohja on varsinainen kantava rakenne – sellaiset ulko- ja väliseinät, ikkunat, ovet ja vastaavat, joihin pääasiassa kohdistuu ilman paine-eroista aiheutuva sivuttaiskuormitus ja jotka eivät toimi kantavan tai jäykistävän rungon osana – standardin SFS-EN 1993-1-3:n rakenneluokkien (structural class) II ja III muotolevyrakenteet. – standardin SFS-EN 1993-1-3:n ra-	RC1 $K_{FI} = 0,9$

		kenneluokan (structural class) I muotolevyrakenteet levyyn taivutusta aiheuttaville pintaa vasten kohtisuorille kuormille ³⁾ .	
¹⁾ ylä- ja välipohjat kuuluvat kuitenkin luokkaan CC2 elleivät ne toimi koko rakennusta jäykistävänä rakenteena. Rakennuksen koostuessa erilaisista toisistaan riippumattomista rakennusosista määritetään kunkin osan seuraamusluokka erikseen. ²⁾ kellarikerrokset mukaan luettuina. ³⁾ ei koske kuormituksia, jotka syntyvät, kun muotolevyrakenteita käytetään siirtämään levytason suuntaisia leikkausvoimia (levyvaikutuksen hyväksikäyttö) tai normaalivoimia.			

Kutistuminen luokitellaan pysyväksi kuormaksi ja sille käytetään osavarmuuslukua $\gamma_{SH} = 1,0$. Kutistuminen kehittyy pitkähkön ajanjakson aikana, jonka vuoksi rakenteen kestävyys tulee tarkistaa sekä kutistumisen aiheuttaman pakkomuodonmuutoksen kanssa, että ilman sitä. [18, s.25]

Lämpötilakuormat luokitellaan muuttuviksi ja välillisiksi kuormiksi. Niitä käsitellään kuormitusyhdistelmissä, kuten muitakin muuttuvia kuormituksia, joille on omat yhdistelykertoimensa. [16, s.20]

2.8 Kuormitusyhdistelmien lukumäärien tarkastelua

Tarkastellaan rakennuksen kokonaistarkastelussa olevaa mahdollisten kuormitusyhdistelmien kokonaisuutta. Rakennusten kuormista omapaino, lumi ja tuulikuormat luokitellaan kiinteiksi ja hyötykuormat liikkuviksi kuormiksi. Kiinteiden kuormien vaikutus rakennemallissa tarvittaviin kuormitusyhdistelmiin on hyvin selkeä: lumi- ja tuulikuormilla on omat kuormituskääntönsä ja ne tulee yhdistellä siten, että jokaiselle rakenneosan mitoitukselle saadaan epäedullisin vaikutus. Yhdistelmien määrä on melko pieni, joten kaikki mahdolliset tapaukset on helppo laskea.

Rakennuksen oma paino voi olla joko edullista tai epäedullista, josta seuraa 2 oman painon kuormituskääntöä. Koko rakenteen edullinen omapaino kerrotaan osavarmuuskerrotoimella 0,9 ja epäedullinen luvulla 1,15. Kun rakenteessa ei vaikuta muita kuormia kuin omapaino, käytetään osavarmuuslukua 1,35. [18, s. 26]

Harjakattoisella rakennuksella on yhteensä 3 lumikuormakääntöä:

1. tasainen lumikuorma
2. lappeella 1 100% ja lappeella 2 50 % lumikuormasta
3. lappeella 1 50 % ja lappeella 2 100% lumikuormasta

Tuulikuormakääntöä on yhteensä 8 kpl, kun tuulikuorma määritetään pintapaineiden w_e avulla ja sisäpuoliselle paineelle w_i käytetään kertoimia $c_{pi} = +0,2$ tai $c_{pi} = -0,3$:

1. sisäpuolisen paineen kerroin $c_{pi} = +0,2$
 - a. tuuli x-suuntaan
 - b. tuuli -x-suuntaan
 - c. tuuli y-suuntaan
 - d. tuuli -y-suuntaan
2. sisäpuolisen paineen kerroin $c_{pi} = -0,3$
 - a. tuuli x-suuntaan
 - b. tuuli -x-suuntaan
 - c. tuuli y-suuntaan
 - d. tuuli -y-suuntaan.

Jos sisäpuolisen paineen kertoimet lasketaan rakennuksen aukkosuhteilla, niin jokaiselle tuulensuunnalle on oma kertoimensa ja tuulikuormakaaviota on ainoastaan 4 kappaletta.

Hyötykuormitetulle levykentälle voidaan määritellä kuormakaaviot palkkien ja pilarien rajaamien alueiden mukaan. Kun jokaisella suorakaiteen muotoisella ”ruudulla” joko on tai ei ole hyötykuormaa, kuormakaavioiden lukumäärä on tilastomatematiikan mukaan erilaisten kombinaatioiden eli ”ruutujen” osajoukkojen summa. Kun rakennuksessa on n kpl hyötykuorman alkeiskuormitusalueita, joista k :lla kpl alueista vaikuttaa hyötykuorma, saadaan taulukon 2.14 mukaiset hyötykuormakaavioiden lukumäärät. Taulukon 2.14 kombinaatiot on laskettu kaavalla

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (2.35)$$

Taulukko 2.14 Hyötykuormakaavioiden lukumäärä, kun rakennuksessa on n kpl alkeishyötykuorma-alueita, joista k kpl:lla on hyötykuormaa

n/k		n														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
k	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	2		1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105
	3			1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	286	364	455
	4				1	5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001	1365
	5					1	6	21	56	126	252	462	792	1287	2002	3003
	6						1	7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005
	7							1	8	36	120	330	792	1716	3432	6435
	8								1	9	45	165	495	1287	3003	6435
	9									1	10	55	220	715	2002	5005
	10										1	11	66	286	1001	3003
	11											1	12	78	364	1365
	12												1	13	91	455
	13													1	14	105
	14														1	15
	15															1
Yht.		1	3	7	15	31	63	127	255	511	1023	2047	4095	8191	16383	32767

Hyötykuormien valtavasta kuormituskaavioiden lukumäärästä johtuen tulee tarkastelua yksinkertaistaa. Kokonaistarkastelun laskentamallin esisijainen tarkoitus on selvittää vaakakuormien polku perustuksille, niiden vaikutus perustusten ja pystyrakenteiden normaaliivoimiin, rakennuksen vaakasuuntaiset siirtymät ja tarvittaessa toisen kertaluvun vaikutukset. Hyötykuormakaaviota tulee olla mahdollisimman vähän, jotta kuormitusyhdistelmien kokonaismäärä on hallittavissa.

Jatkuvien vaaka- ja pystyrakenteiden (palkkien, laattojen, pilarien) tarkka mitoittaminen liikkuvalla hyötykuormalle kannattaa jättää rakennemallin tarkastelusta suosiolla pois, jos rakennus on suuri ja mitoitus ei ole järkevän työmäärän rajoissa. Tällä tavoin hyötykuormakaavioiden lukumäärä ei kasva aivan valtavaksi ja laskenta-ajat eivät ole epätauloudellisen pitkiä.

Standardissa EN 1991-3 määritetään siltanosturille 10 kuormituskaaviota, joista 7 tulee tarkistaa murtorajatilan yhdistelmissä, 1 koekuorman kuormitusyhdistelmissä ja 2 onnettomuustilanteissa. Yksikiskoriippunostimelle määritetään 5 kuormitustapausta, joista 2 tarkistetaan murtorajatilassa, 1 koekuorman kuormitusyhdistelmissä ja 2 onnettomuustilanteissa. Nämä yhdistelmät on esitetty taulukossa 2.15. [17, s. 24]

Taulukko 2.15 *Yhden nosturin kuormaryhmät ja niitä vastaavat dynaamiset suurenuskertoimet [17, s. 24 Taulukko 2.1]*

		Merkintä	Kohta	Kuormaryhmät									
				Murtorajatila							Koe- kuorma	Onnettomuus- kuorma	
				1	2	3	4	5	6	7		8	9
1	Nosturin oma paino	Q_c	2.6	φ_1	φ_1	1	φ_4	φ_4	φ_4	1	φ_1	1	1
2	Kokonaiskuorma	Q_h	2.6	φ_2	φ_3	–	φ_4	φ_4	φ_4	η^1	–	1	1
3	Nosturisillan kiihdytys	H_L, H_T	2.7	φ_5	φ_5	φ_5	φ_5	–	–	–	φ_5	–	–
4	Nosturisillan vinoon ajo	H_S	2.7	–	–	–	–	1	–	–	–	–	–
5	Nostovaunun tai riippunos- timen kiihdytys tai jarrutus	H_{T3}	2.7	–	–	–	–	–	1	–	–	–	–
6	Käytön aikainen tuuli	F_w^*	Liite A	1	1	1	1	1	–	–	1	–	–
7	Koekuorma	Q_T	2.10	–	–	–	–	–	–	–	φ_6	–	–
8	Puskinkuorma	H_B	2.11	–	–	–	–	–	–	–	–	φ_7	–
9	Törmäyskuorma	H_{TA}	2.11	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1

HUOM. Ks. liitettä A tuulikuorman osalta, kun nosturi ei ole käytössä.

¹ η on jäljelle jäävän kokonaiskuorman osuus, kun taakka poistetaan. Osuus ei sisällä nosturin omaa painoa.

Rakennemallin erilaisten kuormitusyhdistelmien lukumäärä voidaan laskea tuloperiaatteella eli kertomalla eri kuormituskaavioiden lukumäärät keskenään. Lukumäärässä tulee ottaa huomioon myös määräävän muuttuvan kuorman vaikutus. Jos rakenteeseen vaikuttaa 2 muuttuvaa kuormaa, niin kuormitusyhdistelmiä on 2-kertainen määrä, 3:lla muuttuvalla kuormalla 3-kertainen määrä jne.

Taulukkoon 2.16 on koottu peruskuormitusyhdistelmät alkeiskuormille, joita merkitään seuraavasti: oma paino G , lumikuorma Q_l , tuulikuorma Q_t , hyötykuorma Q_h ja nosturikuorma Q_N . Lopullinen kuormitusyhdistelmätaulukko saadaan tästä peruskuormitusyhdistelmätaulukosta ”monistamalla” kutakin saraketta ja vaakariviä kuormituskaavioiden lukumäärän verran. Tämän jälkeen osavarmuusluvut siirretään yhdistelmässä käytettävän kaavion kohdalle. Lopuksi huomioidaan yhdistelykertoimet ja määräävät muuttuvat kuormat, eli saatu taulukko moninkertaistuu määräävien muuttuvien kuormien verran.

Taulukko 2.16 Peruskuormitusyhdistelmät ja käytettävät kuormien osavarmuusluvut seuraaville alkeiskuormille: oma paino, lumi-, tuuli-, hyöty- ja nosturikuorma. Osavarmuusluvut on valittu siten, että kuormitusyhdistelmällä saavutetaan rakenteen kokonaistarkastelun kannalta epädullisin vaikutus. Taulukossa ei ole huomioitu määräävää muuttuvaa kuormaa eikä kuormien yhdistelykertoimia.

Kuormitus	Yhdistelmä	G	Q_l	Q_t+LVV^*	Q_h	Q_N
OP	G	1.35				
+L	G+ Q_l	1.15	1.5			
+T	G+ Q_t	0.9		1.5		
	G+ Q_l+Q_t	1.15	1.5	1.5		
+H	G+ Q_h	1.15			1.5	
	G+ Q_l+Q_h	1.15	1.5		1.5	
	G+ Q_t+Q_h	1.15		1.5	1.5	
	G+ $Q_l+Q_t+Q_h$	1.15	1.5	1.5	1.5	
+N	G+ Q_N	1.15				1.5
	G+ Q_l+Q_N	1.15	1.5			1.5
	G+ Q_t+Q_N	0.9		1.5		1.5
	G+ Q_h+Q_N	1.15			1.5	1.5
	G+ $Q_l+Q_t+Q_N$	1.15	1.5	1.5		1.5
	G+ $Q_l+Q_h+Q_N$	1.15	1.5		1.5	1.5
	G+ $Q_t+Q_h+Q_N$	1.15		1.5	1.5	1.5
G+ $Q_l+Q_t+Q_h+Q_N$	1.15	1.5	1.5	1.5	1.5	

*) Lisävaakavoima koostuu oman painon osuudesta, jos kuormitusyhdistelmässä ei ole hyötykuormaa ja oman painon sekä hyötykuorman osuudesta, jos kuormitusyhdistelmässä on hyötykuorma.

Taulukossa 2.17 on esitetty laskentaesimerkki kuormitusyhdistelmien lukumääristä. Kuormituskaavioiden lukumäärien perusteena on harjakattoinen rakennus, jolla on 3 lumikuormakaaviota. Tuulikuormissa sisäpuolisen paineen kertoimina käytetään arvoja $c_{pi} = +0,2$ ja $c_{pi} = -0,3$, jolloin on 8 tuulikuormakaaviota. Hyötykuormille on valittu 15 kuormakaaviota (4 hyötykuorma-alueen shakkilautakuormitus) ja nosturikuormille 7 kuormakaaviota.

Yhdistelmäsarakeissa on laskettu tuloperiaatteella alkeiskuormien kuormituskaavioiden lukumäärät, kuormitusyhdistelmässä esiintyvät määrävien muuttuvien kuormien vaihtoehdot ja kaikki mahdolliset kuormitusyhdistelmät yhteensä. Viimeisessä sarakeessa on kumulatiivinen summa, jossa on ympyröity eri kuormakokonaisuuksien mukaiset summat.

Taulukko 2.17 *Kuormitusyhdistelmien lukumäärien tarkastelua rakenteen kokonaistarkastelussa, jossa vaikuttaa oma paino, lumi-, tuuli-, hyöty- ja nosturikuorma.*

Peruskuormitusyhdistelmät	Kuormituskaavioiden lukumäärä					Kuormitusk. yhdistelmät	Määrävät kuormat	Yhdistelmät yht.	Kumulat. summa
	G	Q _l	Q _t +LVV*	Q _h	Q _N				
G	1					1	1	1	1
G+Q _l	1	3				3	1	3	4
G+Q _t	1					1	1	1	5
G+Q _l +Q _t	1	3	8			24	2	48	53
G+Q _h	1			15		15	1	15	68
G+Q _l +Q _h	1	3		15		45	2	90	158
G+Q _t +Q _h	1		8	15		120	2	240	398
G+Q _l +Q _t +Q _h	1	3	8	15		360	3	1080	1478
G+Q _N	1				7	7	1	7	1485
G+Q _l +Q _N	1	3			7	21	2	42	1527
G+Q _t +Q _N	1		8		7	56	2	112	1639
G+Q _h +Q _N	1			15	7	105	2	210	1849
G+Q _l +Q _t +Q _N	1	3	8		7	168	3	504	2353
G+Q _l +Q _h +Q _N	1	3		15	7	315	3	945	3298
G+Q _t +Q _h +Q _N	1		8	15	7	840	3	2520	5818
G+Q _l +Q _t +Q _h +Q _N	1	3	8	15	7	2520	4	10080	15898

*) Lisävaakavoima koostuu omastapainon osuudesta, jos kuormitusyhdistelmässä ei ole hyötykuormaa.
Lisävaakavoima koostuu oman painon ja hyötykuorman osuudesta, jos kuormitusyhdistelmässä on hyötykuorma.

Taulukoiden 2.14 ja 2.17 perusteella voidaan todeta, että hyötykuormakaavioiden lukumäärä on pidettävä pieneenä, jotta rakennemallin kuormitusyhdistelmien lukumäärä ei kasva aivan valtavaksi. Taulukon 2.17 mukaan, kun rakennuksessa vaikuttaa kuormat G , Q_l , Q_t ja Q_h , on mahdollisia kuormitusyhdistelmiä yhteensä 1478, jossa on mukana 4:n hyötykuormakaavion täydellinen shakkilautakuormitus. Jos shakkilautakuormitusta ei tehdä ja hyötykuorma vaikuttaa kauttaaltaan kuormitusyhdistelmiä on 148 kpl eli vain 10% edellisestä.

Eurokoodin mukaan rakenteen kestävyys tulee osoittaa määrävillä kuormitusyhdistelmillä [12, s.70]. Kun kokonaistarkastelun rakennemallilla lasketaan perustuskuormat, vaakakuormien jakautuminen jäykistysjärjestelmälle, toisen kertaluvun vaikutukset ja jätetään jatkuvien pilareiden ja tasorakenteiden tarkka mitoittaminen tarkastelun ulkopuolelle, niin kuormitusyhdistelmien lukumäärää voidaan yleensä rajata ainakin seuraavilla ehdoilla:

- vain samansuuntaiset vaakakuormat yhdistetään keskenään

- tuulikuorma ja sisäpuolinen paine vaikuttavat aina samanaikaisesti
- hyöty- ja lumikuorman aiheuttamat lisävaakavoimat vaikuttavat vain hyöty- tai lumikuorman kanssa samanaikaisesti
- lumikuormakaaviosta tutkitaan vain ne, joilla saadaan suurimmat perustuskuormat
- hyötykuormakaaviosta tutkitaan vain ne, joilla saadaan suurimmat perustuskuormat eli hyötykuorma vaikuttaa kauttaaltaan joka kerroksessa
- tutkitaan kuormitusyhdistelmät, joissa kaikki pystykuormat vaikuttavat samanaikaisesti
- tutkitaan kuormitusyhdistelmät, joissa kaikki vaaka- ja pystykuormat vaikuttavat samanaikaisesti
- tutkitaan kuormitusyhdistelmät, joissa tuulikuormat ja edullinen oma paino (0,9G) vaikuttavat samanaikaisesti.

Edellisen esimerkin mukaisessa rakennuksessa, jossa vaikuttaa kuormat G , Q_l , Q_t ja Q_h , saadaan taulukoiden 2.18 ja 2.19 mukaiset määräävimmit peruskuormitusyhdistelmät ja määräävien kuormitusyhdistelmien lukumäärät. Määrääviä kuormitusyhdistelmiä on ai-noastaan 35 kpl.

Taulukko 2.18 *Mitoittavat peruskuormitusyhdistelmät ja käytettävät kuormien osa-varmuusluvut kokonaistarkastelussa, jossa tutkitaan perustuskuormat, vaakakuormien jakautuminen jäykistysjärjestelmälle ja toisen kertaluvun vaikutukset. Tarkastelussa on käytetty seuraavia alkeiskuormia: oma paino, lumi-, tuuli- ja hyötykuorma. Osavarmuusluvut on valittu siten, että kuormitusyhdistelmällä saavutetaan rakenteen kokonaistarkastelun kannalta epädullisin vaikutus. Taulukossa ei ole huomioitu määräävää muuttuvaa kuormaa eikä kuormien yhdistelykertoimia.*

Kuormitus	Yhdistelmä	G	Q_l	Q_t+LVV^*	Q_h
OP	G	1.35			
OP+T	G+ Q_t	0.9		1.5	
OP+L+H	G+ Q_l+Q_h	1.15	1.5		1.5
OP+L+T+H	G+ $Q_l+Q_t+Q_h$	1.15	1.5	1.5	1.5

*) Lisävaakavoima koostuu oman painon osuudesta, jos kuormitusyhdistelmässä ei ole hyötykuormaa ja oman painon sekä hyötykuorman osuudesta, jos kuormitusyhdistelmässä on hyötykuorma.

Taulukko 2.19 Mitoittavien kuormitusyhdistelmien lukumäärän tarkastelua rakenteen kokonaistarkastelussa, jossa vaikuttaa oma paino, lumi-, tuuli- ja hyötykuorma, ja jonka kokonaistarkastelussa tutkitaan vain perustuskuormat, vaakakuormien jakautuminen jäykistysjärjestelmälle ja toisen kertaluvun vaikutukset.

Peruskuormitusyhdistelmät	Kuormituskäviöiden lukumäärä					Kuormitusk. yhdistelmät	Määrävat kuormat	Yhdistelmät yht.	Kumulat. summa
	G	Q _I	Q _t +LVV*	Q _h	Q _N				
G	1					1	1	1	1
G+Q _t	1		8			8	1	8	9
G+Q _I +Q _h	1	1		1		1	2	2	11
G+Q _I +Q _t +Q _h	1	1	8	1		8	3	24	35

*) Lisävaakavoima koostuu omastapainon osuudesta, jos kuormitusyhdistelmässä ei ole hyötykuormaa.
Lisävaakavoima koostuu oman painon ja hyötykuorman osuudesta, jos kuormitusyhdistelmässä on hyötykuorma.

Mikäli jatkuvien pilareiden mitoittaminen suoritetaan rakennemallissa, tulee ainakin alimpien kerrosten osalta toteuttaa shakkilautakuormitus, jolla saadaan haettua pilareiden pahin normaalivoiman ja taivutusmomentin yhteisvaikutus. Mikäli tasopalkit ovat samansuuntaiset, voidaan shakkilautakuormitus toteuttaa koko rakennuksen leveyden mukaisina kaistoina eikä yksittäisinä ruutuina, mikä vähentää hyötykuormakaavioiden lukumäärää oleellisesti. Lumikuormakaavioilla on vaikutusta pilareiden mitoittamiseen, jos kattorakenteet liittyvät pilareihin momenttijäykästi tai jos kattorakenteet ovat jatkuvia. Muuten kokonaistarkastelussa riittää, että tarkistetaan lumikuormakaavio, jolla saadaan suurimmat pystykuormat.

Jatkuvan taseorakenteen mitoittamisessa tulee huomioida hyötykuormien liikkuvuus ja lumikuormakaaviot. Jatkuvalle rakenteelle tulee hakea suurin leikkausvoima ja taivutusmomentti sekä tarvittaessa näiden epäedullisin yhteisvaikutus.

Kuormituksia käsittelevässä eurokoodissa EN 1991-1-1 esitetään, että tarkasteltaessa taseorakenteita riittää, että hyötykuorman liikkuvuus tarkistetaan vain tarkasteltavan kerroksen osalta, ja muissa kerroksissa hyötykuormaa pidetään kiinteänä kuormana. Pilareiden ja seinien osalta tulee kuitenkin tarkistaa kaikki kuormitustapaukset huomioonottava epäedullisin vaikutus. [13,s.28] Betonirakenteiden suunnittelua käsittelevässä eurokoodissa EN 1992-1-1 esitetään suositus hyötykuormakaavioiden lukumäärän rajaamisesta sekä tase- että pystyrakenteiden osalta. Tämän suosituksen mukaan riittää, kun tarkastellaan seuraavat hyötykuormakaaviot:

- hyötykuorma sijaitsee joka toisella jäniteellä
- hyötykuorma sijaitsee millä tahansa kahdella vierekkäisellä jäniteellä. [18, s.54]

Yhdistämällä edellä mainitut hyötykuormakaavioiden rajaukset, voidaan todeta, että eurokoodin mukaan riittävät hyötykuormakaavioiden tarkastelut betonirakenteiden suunn-

nittelussa saavutetaan kerroskohtaisella shakkilautakuormituksella. Lisäksi kuormituskaaviot voidaan tehdä periaatteilla, että hyötykuorma sijoitetaan vain joka toiselle jännteelle tai kahdelle vierekkäiselle jännteelle.

3. BETONIRAKENTEIDEN STABILITEETTI-ANALYYSIT

Betonirakenteiden stabiliteetilaskelmat tehdään standardin EN 1992-1-1 mukaan, jossa esitetään käytettävät betonirakenteiden analyysimenetelmät ja toisen kertaluvun vaikutusten huomioimisessa käytettävät menetelmät. Rakennuksen kokonaistarkastelussa käytetään raudoittamattoman betonin lineaarisesti kimmoista materiaalimallia ja otetaan huomioon viruman vaikutukset. Toisen kertaluvun ja leikkausvoiman vaikutuksille tarkistetaan kriittiseen kuormaan perustuva raja-arvo, ja ne otetaan tarvittaessa huomioon korotettuina vaakakuormina tai geometrisesti epälineaarilla P-Delta-analyysillä.

3.1 Betonin materiaalimallit

Betoni on jännitys-venymä-käyttäytymiseltään epälineaarinen materiaali, jonka lujuus riippuu sen suhteituksesta. Suhteituksella valitaan betonin raaka-aineet, kiviaines, vesi, sementti ja muut sideaineet haluttujen betonin ominaisuuksien saavuttamiseksi.

3.1.1 Yleistä betonin materiaalimalleista

Eurokoodissa EN 1992-1-1 määritetään betonille 3 erilaista jännitys-venymä-funktiota:

- kimmoinen-ideaaliplastinen malli, joka on tarkoitettu rakenneosien poikkileikkausten mitoittamiseen
- epälineaarinen-ideaaliplastinen malli, joka on tarkoitettu rakenneosien poikkileikkausten mitoittamiseen
- yleinen epälineaarinen materiaalimalli epälineaarille rakenneanalyysille, joka voi olla geometrisesti joko lineaarinen tai epälineaarinen. [18, s.34-37]

Betonin lujuus- ja muodonmuutosominaisuudet on esitetty taulukossa 3.1. Betonin suppeumaluvulle ja pituuden lämpötilakertoimelle käytetään arvoja:

- suppeumaluku $\nu = 0,2$
- pituuden lämpötilan kertoimelle arvoa $\alpha = 10^{-5} \text{ 1/K}$. [18, s.30, 31]

Betonin puristuslujuuden mitoitusarvo lasketaan kaavalla

$$f_{cd} = \alpha_{cc} * \frac{f_{ck}}{\gamma_C}, \quad (3.1)$$

jossa α_{cc} (=0,85) on puristuslujuuteen vaikuttavat pitkäaikaiset tekijät ja kuorman vaikuttamistavasta aiheutuvat epäedulliset tekijät huomioonottava kerroin, f_{ck} betonin lieriöpuristuslujuuden ominaisarvo ja γ_C on betonin osavarmuusluku. [18, s.35]

Betonin vetolujuuden mitoitusarvo lasketaan kaavalla

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} * \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_C}, \quad (3.2)$$

jossa α_{ct} (=1,0) on vetolujuuteen vaikuttavat pitkäaikaiset tekijät ja kuorman vaikuttamistavasta aiheutuvat epäedulliset tekijät huomioonottava kerroin, $f_{ctk,0,05}$ betonin vetolujuuden ominaisarvo ja γ_C on betonin osavarmuusluku. [18, s.35]

3.1.2 Betonin kimmoinen-ideaaliplastinen materiaalimalli

Betonin kimmoinen-ideaaliplastinen jännitys-venymä-funktio lasketaan lieriölujuuden ominaisarvolla f_{ck} kaavalla

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \frac{f_{ck}}{\varepsilon_{c3}} * \varepsilon_c, 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3} \quad (3.3)$$

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{ck}, \varepsilon_{c3} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu3}$$

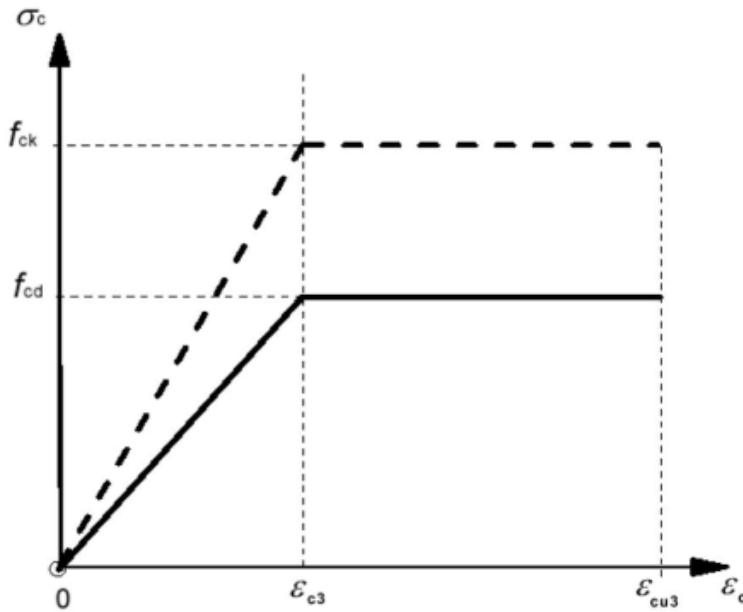
ja vastaavasti mitoitusarvolla f_{cd} lausekkeella

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c3}} * \varepsilon_c, 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3} \quad (3.4)$$

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{cd}, \varepsilon_{c3} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu3}.$$

Kaavoissa (3.3) ja (3.4) betonin muodonmuutosparametrit ovat jännitys σ_c , venymä ε_c , myötövenymä ε_{c3} , murtovenymä ε_{cu3} , lieriöpuristuslujuuden ominaisarvo f_{ck} ja lieriöpuristuslujuuden mitoitusarvo f_{cd} . [18, s.36]

Kuvassa 3.1 on esitetty kaavojen (3.3) ja (3.4) mukainen bilineaarinen yhteys.



Kuva 3.1 Betonin kimmoinen-ideaalplastinen materiaalmalli [18, s.36 Kuva 3.4]

3.1.3 Betonin epälineaarinen-ideaalplastinen materiaalmalli

Betonin epälineaarinen-ideaalplastinen jännitys-venymä-funktio lasketaan lieriölujuuden ominaisarvolla f_{ck} kaavalla

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{ck} * \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right], 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \quad (3.5)$$

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{ck}, \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$$

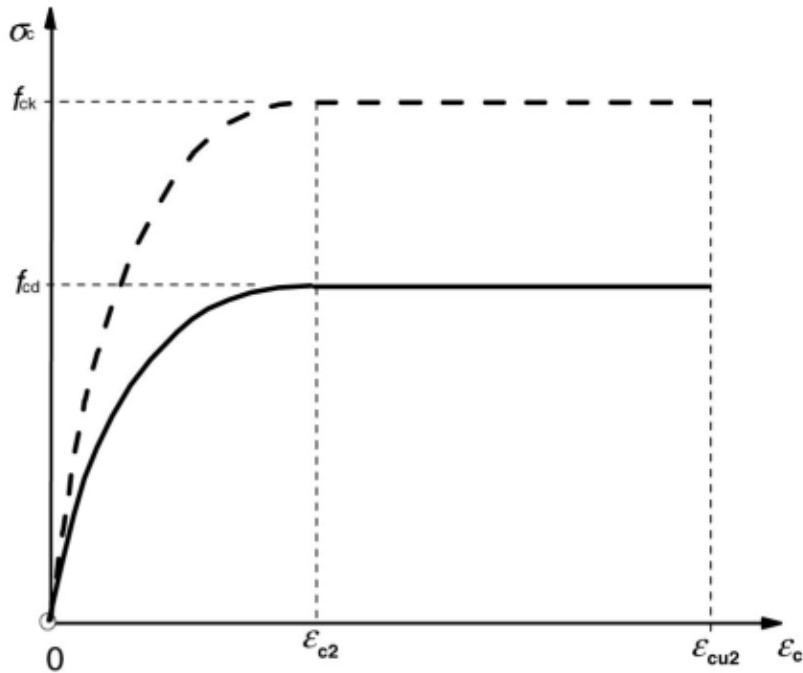
ja vastaavasti mitoitusarvolla f_{cd} lausekkeella

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{cd} * \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right], 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \quad (3.6)$$

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{cd}, \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}.$$

Kaavoissa (3.5) ja (3.6) betonin muodonmuutosparametrit ovat jännitys σ_c , venymä ε_c , myötövenymä ε_{c2} , murtovenymä ε_{cu2} , lieriöpuristuslujuuden ominaisarvo f_{ck} ja lieriöpuristuslujuuden mitoitusarvo f_{cd} . [18, s.36]

Kuvassa 3.2 on esitetty kaavojen (3.5) ja (3.6) mukainen epälineaarinen-ideaalplastinen yhteys.



Kuva 3.2 Betonin epälineaarinen-ideaalplastinen materiaalmalli [18, s.36 Kuva 3.3]

3.1.4 Betonin yleinen epälineaarinen materiaalmalli

Betonin yleinen epälineaarinen materiaalmalli määritellään kaavalla

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{cm} * \left[\frac{\frac{1,05E_{cm}\varepsilon_{c1}}{f_{cm}} * \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1,05E_{cm}\varepsilon_{c1}}{f_{cm}} - 2\right) * \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)} \right], 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1}, \quad (3.7)$$

jossa betonin muodonmuutosparametrit ovat jännitys σ_c , venymä ε_c , myötövenymä ε_{c1} , murtovenymä ε_{cu1} , keskimääräinen puristuslujuus f_{cm} ja kimmokertoimen sekanttiarvo E_{cm} . [18, s.34-35]

Tarkasteltaessa rakenteen kantokykyä murtorajatilassa, kaavassa (3.7) keskimääräisen puristuslujuuden f_{cm} tilalla käytetään puristuslujuuden mitoitusarvoa f_{cd} ja sekanttikimmokertoimen tilalla kimmokertoimen mitoitusarvoa

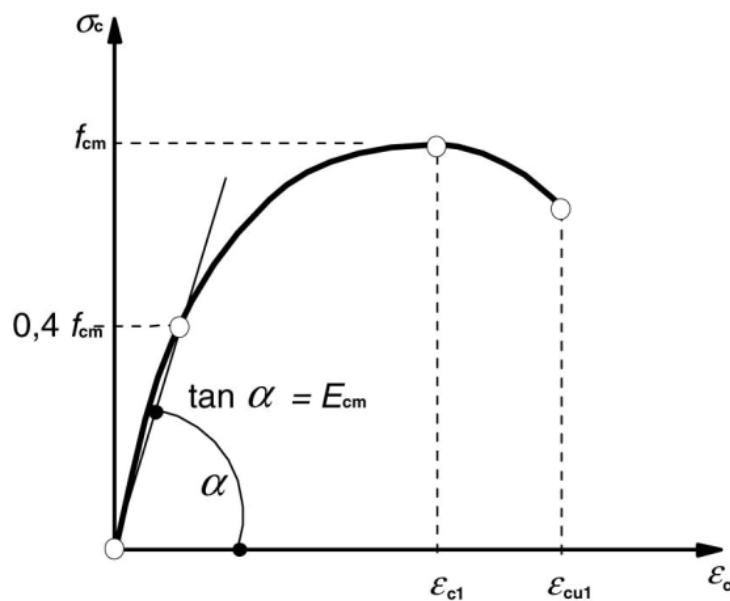
$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{CE}}. \quad (3.8)$$

Kimmokertoimen mitoitusarvon E_{cd} lausekkeessa γ_{CE} on kimmokertoimen osavarmuusluku ja sille käytetään eurokoodin suositusarvoa 1,2. [18, s. 68]

Rakenteen murtorajatilan kantokykyä tarkastellessa kaava (3.7) saadaan muotoon

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{cd} * \left[\frac{\frac{1,05E_{cd}\varepsilon_{c1}}{f_{cm}} * \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1,05E_{cd}\varepsilon_{c1}}{f_{cm}} - 2\right) * \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)} \right], 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1}. \quad (3.9)$$

Kuvassa 3.3 on esitetty kaavan (3.7) mukainen betonin yleinen epälineaarinen materiaa-
limalli.



Kuva 3.3 Betonin yleinen epälineaarinen materiaalimalli [18, s.35 Kuva 3.2]

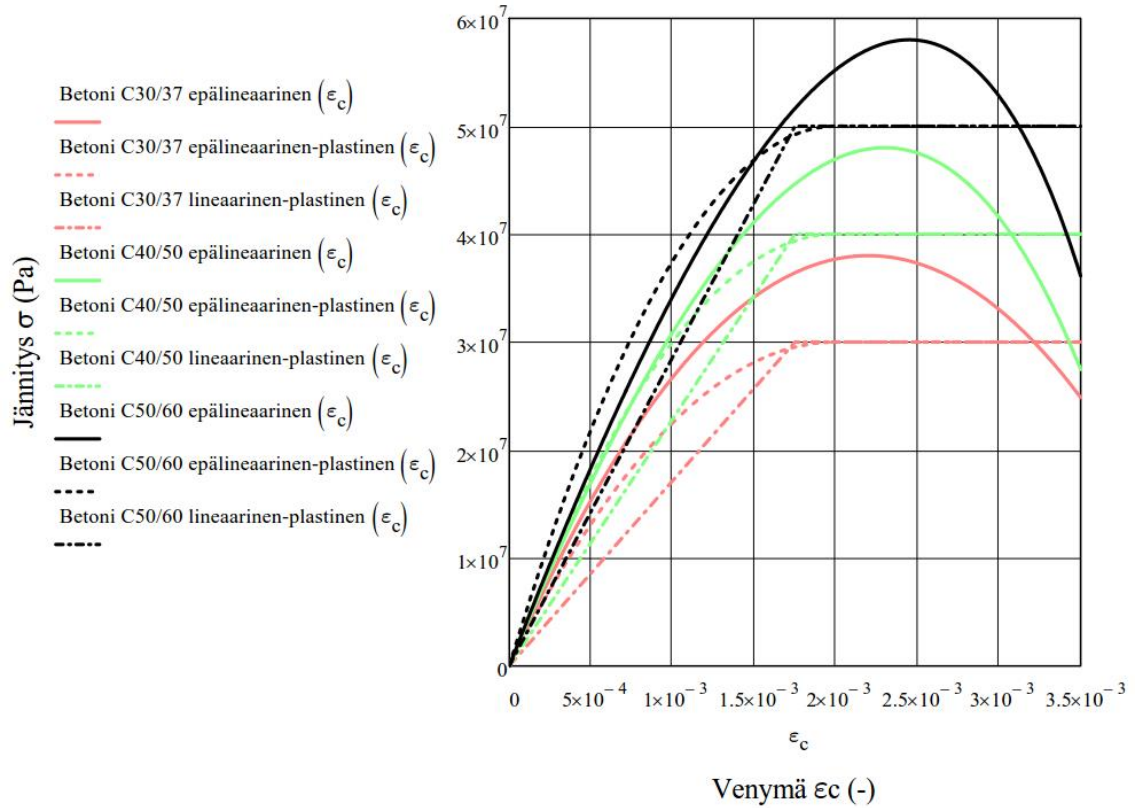
3.1.5 Betonin materiaalimallien tarkastelua

Tarkastellaan erilaisten materiaalimallien mukaisten σ_c, ε_c -kuvaajien vastaavuutta ja eroja. Kuvassa 3.4 on esitetty kaavoilla (3.3), (3.5) ja (3.7) ja kuvassa 3.5 kaavoilla (3.4), (3.6) ja (3.9) lasketut jännitys-venymä-yhteydet betonin lujuusluokille C30/37, C35/45, C40/50, C45/55 ja C50/60.

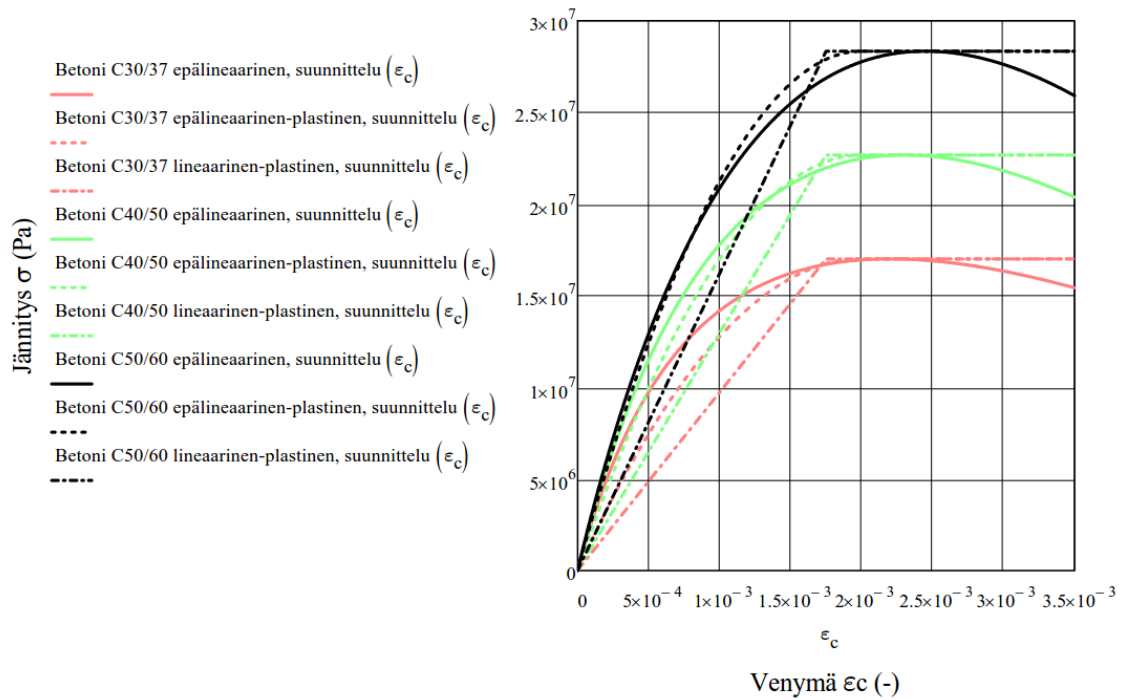
Kuvista 3.4 ja 3.5 huomataan, että poikkileikkauksen mitoituksessa käytettävät yhtälöt (3.3), (3.4), (3.5) ja (3.6) noudattavat hyvin epälineaarisen materiaalimallin yhtälöitä (3.7) ja (3.9), kun betonin jännitys on pieni ja pysytään lähes kimmoisella alueella. Epälineaarinen ideaaliplastinen poikkileikkauksen mitoituksen materiaalimalli (yhtälöt (3.5) ja (3.6)) noudattaa paremmin yleistä epälineaarista materiaalimallia kuin bilineaarinen materiaalimalli (yhtälöt (3.3) ja (3.4)).

Myötövaiheen alkaessa poikkileikkauksen mitoituksen yhtälöt (3.3), (3.4), (3.5) ja (3.6) antavat pienempiä jännityksiä kuin yleinen epälineaarinen materiaalimalli (yhtälöt (3.7)

ja (3.9)). Plastisoitumisen loppuvaiheessa yhtälöiden (3.3), (3.4), (3.5) ja (3.6) mukainen jännitys on suurempi kuin yleisessä epälineaarisisessa materiaalimallin kaavoilla (3.7) ja (3.9). Kaikissa mitoituksessa käytettävissä materiaalimalleissa (kaavat (3.4), (3.6) ja (3.9)) on sama betonin lujuuden maksimiarvo f_{cd} .

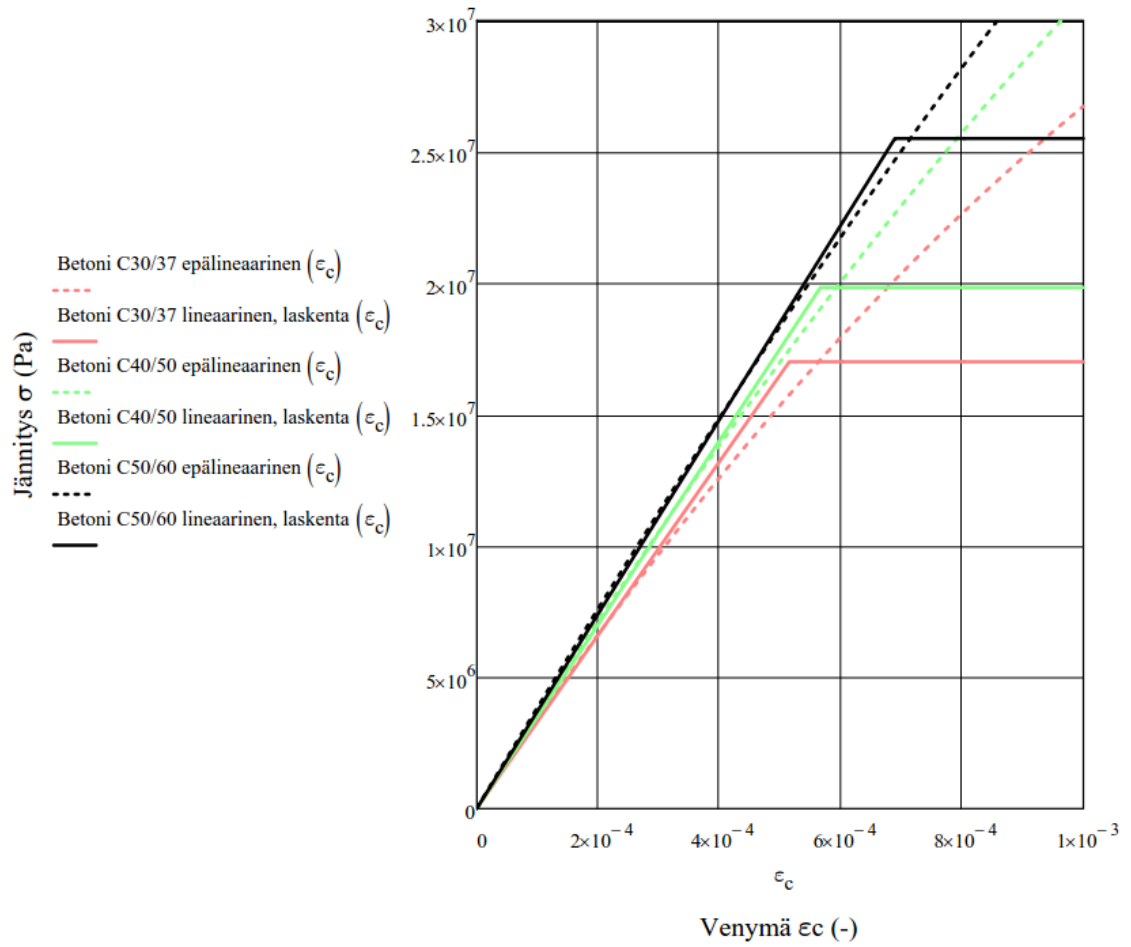


Kuva 3.4 Betonin lineaarinen-ideaaliplastinen, epälineaarinen-ideaaliplastinen ja yleinen epälineaarinen materiaalimalli laskettuna lujuuden ominaisarvoilla f_{ck} ja keskimääräisellä arvolla f_{cm} lujuusluokille C30/70, C40/50 ja C50/60

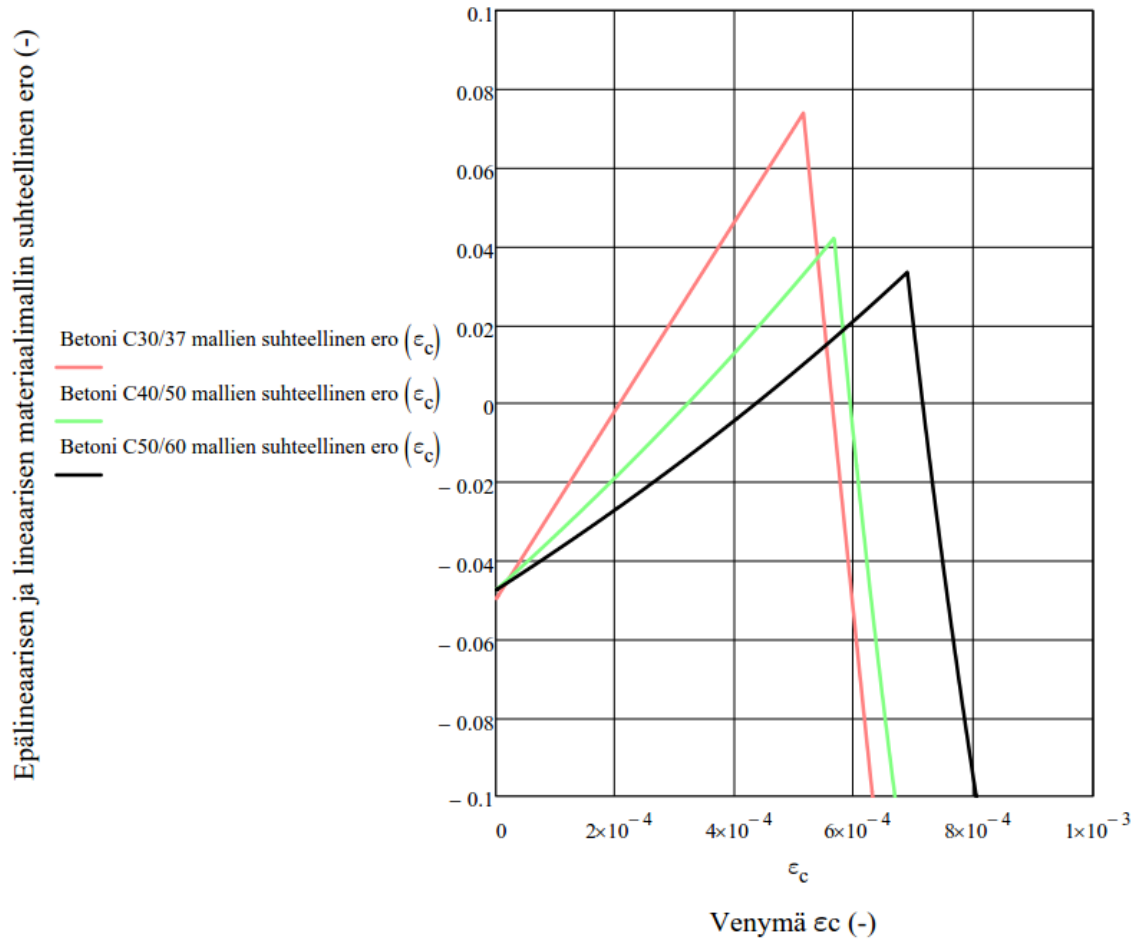


Kuva 3.5 *Betonin lineaarinen-ideaalplastinen, epälineaarinen-ideaalplastinen ja yleinen epälineaarinen materiaalmalli laskettuna lujuuden mitoitusarvoilla f_{cd} lujuusluokille C30/70, C40/50 ja C50/60*

Kuvissa 3.6 ja 3.7 on tarkasteltu rakenteen kimmoteorian mukaisessa kokonaistarkastelussa käytettävän materiaalmallin ja yleisen epälineaarisen materiaalmallin eroja. Kuvassa 3.6 on esitetty materiaalmallit samassa ϵ, σ -koordinaatistossa ja kuvassa 3.7 näiden materiaalmallien suhteellinen ero. Kimmoteorian mukaisissa stabiliteetilaskelmissa betonin lujuus rajoitetaan arvoon f_{cd} , jonka vuoksi betonin epälineaarisuus on melko pientä ja voidaan todeta, että lineaarinen kimmoteoria antaa hyviä tuloksia. Kuvan 3.7 perusteella havaitaan, että suhteellinen ero kasvaa lujuusluokan pienenytessä ja lujuusluokan C30/37 mukainen suhteellinen erotuksen maksi on 8%, joka saavutetaan lujuuden suunnitteluarvon f_{cd} kohdalla.



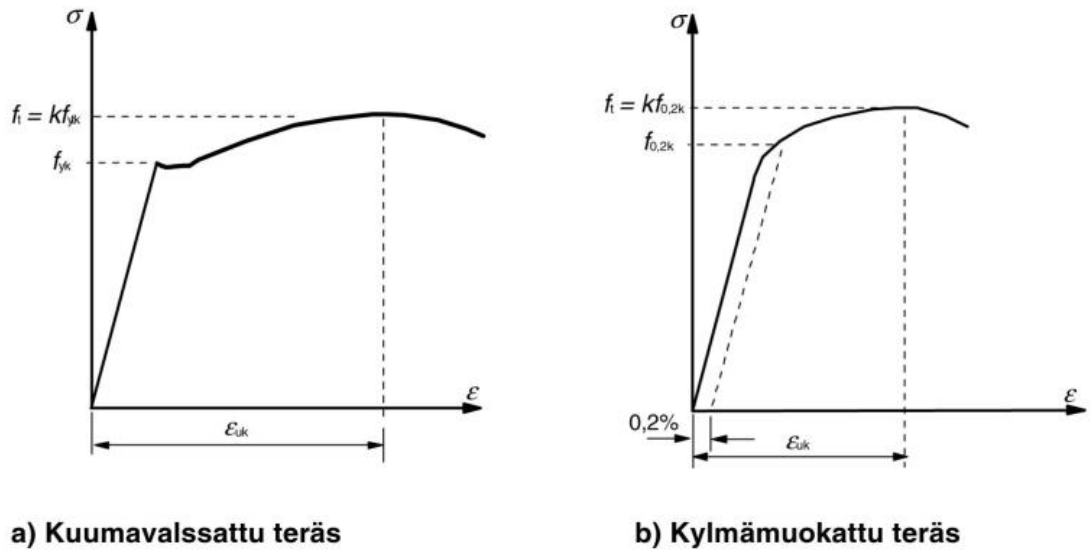
Kuva 3.6 Betonin epälineaarisen materiaalimallin ja laskennassa käytettävän lineaarisen materiaalimallin vertailu lujuusluokilla C30/70, C40/50 ja C50/60



Kuva 3.7 Betonin epälineaarisen materiaalimallin ja laskennassa käytettävän lineaarisesti kimmoisen materiaalimallin suhteellinen ero lujuusluokilla C30/70, C40/50 ja C50/60

3.2 Betoniteräksen materiaalimallit

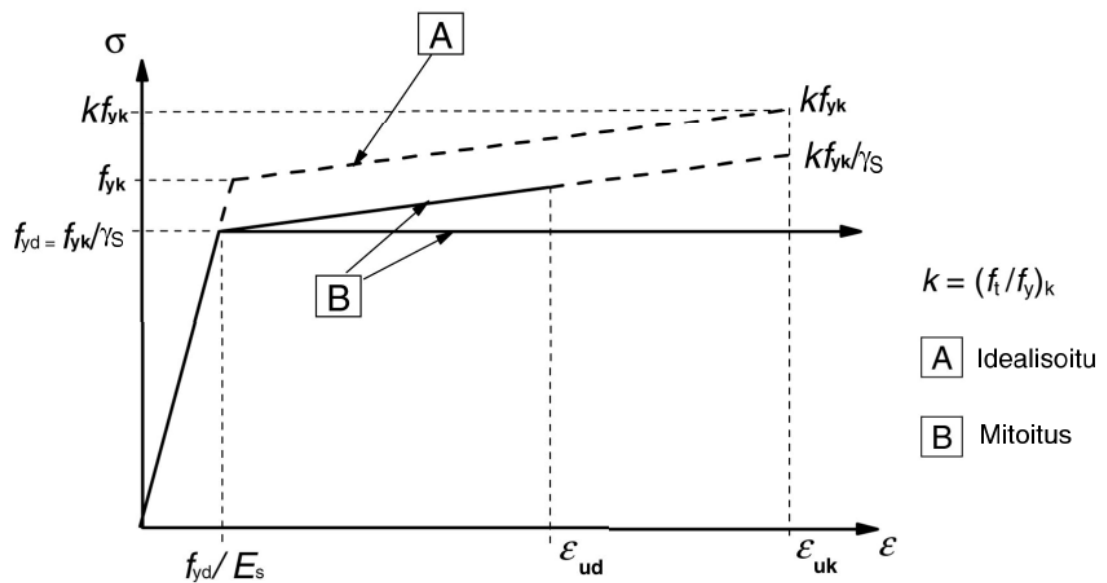
Betoniteräksen jännitys-venymäkuvaajan muoto riippuu siitä, onko teräs kuuma- vai kylmävalssattu. Kuumavalssatulla teräksellä on olemassa selkeä myötöraja ja -alue, joita kylmävalssatulla teräksellä ei ole. Tästä syystä kylmävalssatulle teräkselle on otettu käyttöön niin sanottu 0,2-raja, jota pidetään sen myötörajana. 0,2-raja tarkoittaa sitä jännitystä, jolla teräkseen jää 0,2%:n palautumaton muodonmuutos. Kuvassa 3.11 on esitetty sekä kuuma- että kylmävalssatun teräksen jännitys-venymäkuvaajat. [18, s.39]



Kuva 3.8 Tyypilliset kuuma- ja kylmävalssatun betoniteräksen jännitys-venymäkuvaajat [18, s.39]

Eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan teräksen myötölujuuden ominisarvon tulee olla välillä $f_{yk} = 400 \dots 600$ MPa [18, s.39]. Suomen kansallisessa liitteessä on kuitenkin sallittu myötölujuuden ominisarvolla suurempi vaihteluväli $f_{yk} = 400 \dots 700$ MPa [30, s.4].

Lujuuslaskelmissa betoniteräksen jännitys-venymäkuvaajana voidaan käyttää joko kimmoista-myötölujittuvaa tai kimmoista-ideaaliplastista materiaalimallia. Nämä mallit on esitetty kuvassa 3.9. [18, s.41]



Kuva 3.9 Betoniteräksen materiaalimallina voidaan käyttää sekä kimmoista-myötölujittuvaa että kimmoista-ideaaliplastista mallia [18, s.41]

Betoniteräksen lujuuden mitoitusarvo lasketaan kaavalla

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}, \quad (3.10)$$

jossa f_{yk} on myötölujuuden ominaisarvo, ja γ_s on teräksen materiaaliosavarmuusluku.

Betoniteräksen tiheys on 7850 kg/m^3 ja kimmokerroin $E_s = 200 \text{ GPa}$ [18, s.41]. Suomessa käytetään betoniteräksen venymälle yleensä yläraja-arvoa $\varepsilon_{ud} = 1\%$. Kuitenkin poikkileikkauksia mitoitettaessa voidaan käyttää kumpaa tahansa materiaalimallia seuraavasti:

- kimmainen-myötölujuuttuva materiaalimalli, jolloin jännityksen yläraja rajoitetaan arvoon $\varepsilon_{ud} = 2\%$
- kimmainen-ideaaliplastinen materiaalimalli, jolloin plastinen jännitys on vakio ilman venymärajoitusta. [30, s.4]

3.3 Betonirakenteiden analyysimenetelmät

Eurokoodissa EN 1992-1-1 hyväksytyt menetelmät rakenneanalyysin tekemiseksi ovat: lineaarinen kimmoteoria, lineaarinen kimmoteoria ja taivutusmomenttien jako rajallisesti uudelleen, plastisuusteoria, ristikkoanalogia ja epälineaarinen analyysi. Kullakin näistä menetelmistä on omat käyttöalueensa ja -rajoitteensa. [18, s.53]

3.3.1 Analyysimenetelmien kuvaus

Lineaarista kimmoteoriaa voidaan käyttää sekä käyttörajatila- että murtorajatilatarkasteluihin. Analyysissä oletetaan, että poikkileikkaukset ovat halkeilemattomia, jännitysmuodonmuutosyhteys on lineaarinen ja kimmokertoimelle käytetään keskimääräistä arvoa E_{cm} . [18, s.60]

Pilarit tulee aina suunnitella kimmoteorian mukaisille taivutusmomenteille, jos rakenteessa jaetaan taivutusmomenteja uudelleen. Momentinjakomenetelmässä tulee myös tarkistaa, että palkkien ja laattojen kiertymiskyky on riittävä ja plastisoituvat alueet toimivat riittävän sitkeästi. [18, s.60]

Plastisuusteoriaa saa käyttää vain rakenteen murtorajatilatarkasteluun. Plastisoituvalta rakenteelta vaaditaan vielä suurempaa muodonmuutoskykyä ja sitkeyttä kuin taivutusmomenttien uudelleen jakautumisessa, jotta plastisissa nivelissä tapahtuvat kulmamuuтокset ovat mahdollisia. Pilarit tarkistetaan käyttämällä suurimpia plastisuusteorian mukaisia taivutusmomenteja, mitä yhdistävät rakenneosat pystyvät siirtämään. Esimerkiksi jäykänurkkaisessa portaalikehässä tulee pilari tarkistaa suurimmalle mahdolliselle palkin pilariin siirtämälle plastiselle momentille. Tämä tarkoittaa, että pilaripoikkileikkauksen taivutuskestävyyden tulee olla palkkipoikkileikkauksen kestävyyttä suurempi. [18, s.61]

Ristikkoanalogiaa voidaan käyttää sekä rakenneosien, että yksityiskohtien suunnitteluun. Koko rakenneosa tai paikallinen alue jaetaan veto- ja puristussauvoiksi, joista vetosauvat ovat betoniteräksiä ja puristussauvat betonia. Rakenteessa tarkistetaan puristus-, vetosauvojen ja ristikon solmujen kestävyys. Solmuissa tulee tarkistaa vetoraudoituksen ankkuroinnin riittävyys ja betonin puristusjännitys, jolle käytetään pienennettyjä arvoja. Ristikon tulee olla tasapainossa sen kuormitusten kanssa ja pääsääntöisesti kannattaa käyttää staattisesti määrättyä ristikkomallia. [18, s.62, 63, 107-109]

Epälineaarista analyysia voidaan käyttää sekä käyttö- että murtorajatilatarkasteluissa. Betonin jännitys-venymäkuvaajana tulee käyttää epälineaarista materiaalmallia, joka on esitetty kappaleessa 3.1.3. Analyysi voi olla geometrisesti lineaarinen tai epälineaarinen. Geometrisesti lineaarisesta analyysistä käytetään tarkasteluissa, joissa toisen kertaluvun vaikutukset voidaan jättää huomioonottamatta. [18, s.63]

3.3.2 Analyysimenetelmien tarkastelua

Käytännössä rakenteen kokonaistarkastelu ja jäykistysjärjestelmän suunnittelu tulee tehdä lineaarisella kimmoteorialla. Se on myös perinteinen ja hyvin tunnettu rakenteen toiminnan idealisointi ja laskentamenetelmä.

Taivutusmomenttien uudelleen jakamisesta ei ole pystyrakenteiden suunnittelun kannalta merkittävää hyötyä, koska normin mukaan ne tulee kuitenkin suunnitella lineaarisen kimmoteorian mukaisille taivutusmomenteille. Voimasuuret jakautuvat todellisuudessa aina lineaarisesti, jos rasitukset eivät kasva niin suuriksi, että taivutusmomentit jakautuisivat uudelleen. Jo ennen momenttikestävyyden suuruisten rasitusten saavuttamista, taivutusmomenttien uudelleen jakautumiseen vaikuttavat rakenteen jäykkyyttä pienentävät halkeamat. Jos momentit jakautuvat uudelleen, niin rakenteeseen jää palautumattomia muodonmuutoksia ja seuraavalla kuormituskerralla nämä muodonmuutokset taas vaikuttavat tukireaktioihin sekä leikkaus- ja taivutusmomenttijakaumiin. Betonirakenteen rasitusten tarkan jakautumisen määrittäminen onkin siis hyvin vaikeaa, kun rakennetta tarkastellaan lineaarisella kimmoteorialla.

Plastisuusteorian mukainen tarkastelu ei ole kattavasti mahdollista nykyään käytettävissä olevilla laskentaohjelmistoilla, joten vain yksinkertaisia rakenteita voidaan laskea käsinlaskentamenetelmillä. Plastisuusteorian mukaisesta momenttipintojen tasaisemmasta jakaumasta saavutetaan hyötyä hyperstaattisille vaakarakenteille ja myös jäykkänurkkaisien kehien pystyrakenteille.

Käytettäessä epälineaarista analyysia rakenteen kokonaistarkastelussa, laskenta-ajat ovat pitkiä, jolloin suunnittelun kustannustehokkuus jää huonoksi eikä sen käyttö suunnittelu- toimiston näkökulmasta ole järkevää. Epälineaarilla analyysillä rakenteelle saadaan suurempia kapasiteetteja ja nähdään rakenteen todellinen toiminta, josta on hyötyä etenkin yksittäisten rakenneosien mitoituksessa.

3.4 Betonirakenteiden rakennemallien oletukset ja määritelmät

Rakenneanalyysi perustuu aina todellisuutta kuvaavaan teoriaan, eikä se koskaan ole täysin tarkka tai virheetön. Tästä syystä rakenneanalyysissä on tärkeää valita käytettävät idealisoinnit tarkoitukseensa sopivalla tavalla. [18, s.53]

Eurokoodissa EN 1992-1-1 otetaan kantaa siihen koska palkki ja pilari voidaan tarkastella sauvana teknisellä taivutusteorialla, ja siihen koska seinä ja laatta tulee tarkastella kuorirakenteena. Nämä raja-arvot ovat seuraavat:

- Palkki on rakenneosia, jonka jännemitta on vähintään 3 kertaa poikkileikkauksen kokonaiskorkeus. Muuten sitä pidetään seinämäisenä palkkina.
- Laatta on rakenneosia, jonka sivumitta on vähintään 5 kertaa laatan kokonaispaksuus.
- Pilari on rakenneosia, jonka poikkileikkauksen suurempi sivumitta on enintään 4 kertaa sen pienempi sivumitta ja pituus on vähintään 3 kertaa poikkileikkauksen suurempi sivumitta. Muuten sitä pidetään seinänä. [18, s.57]

Ripa- ja arinalaattoja ei tarvitse käsitellä erillisinä rakenneosina vaan ne voidaan tarkastella yhtenäisenä laattana, jos niiden laipoilla ja uumilla on riittävä vääntöjäykkyys. Näin voidaan olettaa, jos

- ripaväli on enintään 1 500 mm
- laipan alapuolinen rivan korkeus on enintään 4 kertaa sen leveys
- laipan paksuus on vähintään 1/10 ripojen välisestä vapaasta välistä tai 50 mm, sen mukaan, kumpi on suurempi, (laipan vähimmäispaksuutta 50 mm voidaan pienentää arvoon 40 mm silloin, kun ripojen väliin sijoitetaan pysyvät täytepalat)
- poikittaisrivat sijaitsevat siten, että niiden vapaa väli on enintään 10 kertaa laatan kokonaispaksuus. [18, s.57]

3.5 Betonin kutistuminen, viruminen ja halkeamat

Kutistumisen, virumisen ja halkeilun vaikutukset tulee ottaa murtorajatilatarkasteluissa huomioon vain silloin, kun niillä on merkittävä vaikutus rakenteen kestävyysasteeseen. Käyttörajatilatarkasteluissa otetaan huomioon virumisen, kutistumisen ja halkeilun vaikutus rakenteen taipumaan, tarkistetaan rakenteen halkeilua rajoittava minimirauhoitus ja halkeamaleveyksien suuruus rasitusluokan mukaisiin maksimiarvoihin nähden. [18, s.24,118-129]

Kutistumisen vaikutus rasitukseen on suurimmillaan hyperstaattisessa rakenteessa, jossa kutistumisen aiheuttamat siirtymät eivät pääse vapaasti syntymään. Viruma lisää sekä rakenteen kookoonpuristumaa että taipumaa ja sen vaikutus rasitukseen tulee miettiä aina rakennekohtaisesti. [18, s.24,128,129]

Betonin halkeilulla on vaikutusta rakenteen jäykkyyteen. Tämä otetaan huomioon jäykistävien rakenteiden toisen kertaluvun murto- ja käyttörajatilatarkasteluissa. [18, s.209,210]

3.5.1 Kutistuminen ja lämpömuodonmuutokset

Kutistuminen otetaan tyypillisesti huomioon riittävän tiheällä liikuntasaumajaolla, minkä tarkoituksena on vähentää rakenteen sisäisiä pakkovoimia ja kutistumishalkeamia. Rakenteen perustamistapa täytyy ottaa huomioon liikuntasaumajaon suunnittelussa, minkä vuoksi kalliolle, paaluille ja maapohjalle perustetuille talorakenteille käytetään erisuuria liikuntasaumajaon raja-arvoja. Kun lämpöisten tilojen paikallavalurakenteiden liikuntasaumaväli on alle 30m, ja maapohjalle tai paaluille perustetun elementtirakenteiden alle 60m, ja kalliolle perustetun elementtirakenteiden alle 50m, voidaan kutistumisen aiheuttamat pakkovoimat jättää talorakenteissa huomioonottamatta. Ulkorakenteissa vastaavat liikuntasaumavälit ovat edellisten raja-arvojen puolikkaat 15m, 25m ja 30m, joilla otetaan huomioon myös lämpömuodonmuutosten vaikutukset. [4] [8, s.529] [18, s.24]

Kutistuminen ja lämpömuodonmuutokset otetaan huomioon pakkomuodonmuutosten avulla, jos edellä olevat liikuntasaumojen raja-arvot ylitetään. Pakkomuodonmuutoksella tarkoitetaan kutistumaa tai lämpömuodonmuutosta, joka aiheuttaa hyperstaattiseen rakenteeseen venymää tai puristumaa vastaavan kuormituksen. Rakenteen jäykkyys aiheuttaa siihen sisäisiä voimia, jotka pyrkivät estämään kyseisen muodonmuutoksen, joten tasapainotilassa olevat muodonmuutokset ovat aina kuormituksenä olevaa kutistumaa tai lämpömuodonmuutosta pienempiä. Pakkomuodonmuutosten vaikutukset rasitukseen voidaan tarkastella halkeilleita poikkileikkauksia vastaavilla jäykkyyksillä, joissa vetojäykistysvaikutus jätetään huomioonottamatta. Tasorakenteiden laajeneminen ja kutistuminen taivuttavat jäykistäviä pystyrakenteita, mistä aiheutuu rakenteen sisäisiä rasituksia. [18, s.60]

Eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan betonirakenteen kokonaiskutistuma ϵ_{cs} koostuu sekä kuivumiskutistumasta ϵ_{cd} että sisäisestä kutistumasta ϵ_{ca} . Kuivumiskutistuma kehittyy hitaasti veden poistuessa betonista rakenteen pinnoilta ympäröivään ilmaan ja sisäinen kutistuma syntyy nopeasti betonin kovettumisen seurauksena. Kuivumiskutistuma riippuu ilman suhteellisesta kosteudesta RH , betonin lujuusluokasta, ja rakenteen muunnetusta paksuudesta h_0 . Sisäinen kutistuma riippuu vain betonin lujuusluokasta. [18, s.33,34,199]

Lämpökuormissa otetaan huomioon rakennuksen käytön ja ilmaston vaikutukset. Lämpöä tuottava toiminta aiheuttaa sisärakenteiden lämpötilanmuutoksen, mikä aiheuttaa lämpöliikkeitä ja pakkovoimia rakennusajankohdan mukaiseen tilanteeseen nähden. Ilmastolla on vaikutusta lämmöneristetyin rakennuksen vaipparakenteisiin ja lämmöneristämättömiin ulkorakenteisiin. Ilmastolle alttiiden rakenteiden suunnittelussa tulee ottaa huomioon rakenteen sisäisten lämpötilajakaumien vaikutukset ja eri materiaalien erisuurat lämpölaajenemiskertoimet. [16, s.24, 26]

Taulukoissa 3.2, 3.3 ja 3.4 on esitetty eurokoodin luvun 3.1.4 ja liitteen B.2 mukaan laskettuja sisäisen kutistuman ja kuivumiskutistuman arvoja eri lujuusluokille ja ilman suhteellisille kosteuksille. Laskelmien tarkasteluajankohtana on käytetty ajanhetkeä, jolloin rakenne on kuivunut 50 vuotta. Taulukoiden viimeisessä sarakkeessa on esitetty keskimääräisen vetolujuuden ja kimmokertoimen avulla laskettu halkeamisvenymä. Taulukossa 3.5 on esitetty betonin lämpöpitenemistä vastaavat venymät ϵ_T , kun lämpöpitenemiskerroin on $\alpha_T = 10^{-5}$ 1/K. [18, s.33,34,199]

Taulukko 3.2 *Betonin kutistumat suhteellisen kosteuden RH ja lujuusluokan mukaan käytettäessä S-tyypin sementtiä*

Betonin kutistumat käytettäessä S-tyypin sementtiä [$\cdot 10^{-3}$]									
Betoni	ϵ_{ca}	$\epsilon_{cd,0}$							ϵ_{cr}
	RH0...100	RH0	RH20	RH40	RH50	RH60	RH80	RH100	f_{tcm}/E_{cm}
C12/15	0.005	0.582	0.577	0.544	0.509	0.456	0.284	0.000	0.059
C16/20	0.015	0.557	0.552	0.521	0.487	0.436	0.272	0.000	0.066
C20/25	0.025	0.533	0.528	0.499	0.466	0.418	0.260	0.000	0.073
C25/30	0.038	0.504	0.500	0.472	0.441	0.395	0.246	0.000	0.084
C30/37	0.050	0.477	0.473	0.447	0.417	0.374	0.233	0.000	0.088
C35/45	0.063	0.452	0.448	0.423	0.395	0.354	0.220	0.000	0.094
C40/50	0.075	0.427	0.424	0.400	0.374	0.335	0.209	0.000	0.100
C45/55	0.088	0.405	0.401	0.379	0.354	0.317	0.197	0.000	0.106
C50/60	0.100	0.383	0.380	0.358	0.335	0.300	0.187	0.000	0.111
C55/67	0.113	0.362	0.360	0.339	0.317	0.284	0.177	0.000	0.111
C60/75	0.125	0.343	0.340	0.321	0.300	0.269	0.167	0.000	0.113
C70/85	0.150	0.307	0.305	0.288	0.269	0.241	0.150	0.000	0.112
C80/95	0.175	0.275	0.273	0.258	0.241	0.216	0.134	0.000	0.114
C90/105	0.200	0.247	0.245	0.231	0.216	0.193	0.120	0.000	0.114

Taulukko 3.3 *Betonin kutistumat suhteellisen kosteuden RH ja lujuusluokan mukaan käytettäessä N-typin sementtiä*

Betonin kutistumat käytettäessä N-typin sementtiä [$*10^{-3}$]									
Betoni	ϵ_{ca}	$\epsilon_{cd,0}$							ϵ_{cr}
	RH0...100	RH0	RH20	RH40	RH50	RH60	RH80	RH100	f_{tcm}/E_{cm}
C12/15	0.005	0.684	0.679	0.640	0.599	0.536	0.334	0.000	0.059
C16/20	0.015	0.652	0.647	0.610	0.571	0.511	0.318	0.000	0.066
C20/25	0.025	0.621	0.616	0.582	0.544	0.487	0.303	0.000	0.073
C25/30	0.038	0.585	0.581	0.548	0.512	0.459	0.286	0.000	0.084
C30/37	0.050	0.551	0.547	0.516	0.482	0.432	0.269	0.000	0.088
C35/45	0.063	0.519	0.515	0.486	0.454	0.407	0.253	0.000	0.094
C40/50	0.075	0.489	0.485	0.458	0.428	0.383	0.239	0.000	0.100
C45/55	0.088	0.460	0.457	0.431	0.403	0.361	0.225	0.000	0.106
C50/60	0.100	0.434	0.430	0.406	0.379	0.340	0.212	0.000	0.111
C55/67	0.113	0.408	0.405	0.382	0.357	0.320	0.199	0.000	0.111
C60/75	0.125	0.385	0.381	0.360	0.336	0.302	0.188	0.000	0.113
C70/85	0.150	0.341	0.338	0.319	0.298	0.267	0.166	0.000	0.112
C80/95	0.175	0.303	0.300	0.283	0.265	0.237	0.148	0.000	0.114
C90/105	0.200	0.268	0.266	0.251	0.235	0.210	0.131	0.000	0.114

Taulukko 3.4 *Betonin kutistumat suhteellisen kosteuden RH ja lujuusluokan mukaan käytettäessä R-typin sementtiä*

Betonin kutistumat käytettäessä R-typin sementtiä [$*10^{-3}$]									
Betoni	ϵ_{ca}	$\epsilon_{cd,0}$							ϵ_{cr}
	RH0...100	RH0	RH20	RH40	RH50	RH60	RH80	RH100	f_{tcm}/E_{cm}
C12/15	0.005	0.930	0.923	0.871	0.814	0.730	0.454	0.000	0.059
C16/20	0.015	0.890	0.883	0.833	0.779	0.698	0.435	0.000	0.066
C20/25	0.025	0.852	0.845	0.798	0.746	0.668	0.416	0.000	0.073
C25/30	0.038	0.807	0.800	0.755	0.706	0.632	0.394	0.000	0.084
C30/37	0.050	0.763	0.757	0.715	0.668	0.598	0.373	0.000	0.088
C35/45	0.063	0.723	0.717	0.676	0.632	0.566	0.353	0.000	0.094
C40/50	0.075	0.684	0.678	0.640	0.598	0.536	0.334	0.000	0.100
C45/55	0.088	0.647	0.642	0.606	0.566	0.507	0.316	0.000	0.106
C50/60	0.100	0.613	0.608	0.573	0.536	0.480	0.299	0.000	0.111
C55/67	0.113	0.580	0.575	0.543	0.507	0.455	0.283	0.000	0.111
C60/75	0.125	0.549	0.544	0.514	0.480	0.430	0.268	0.000	0.113
C70/85	0.150	0.492	0.488	0.460	0.430	0.385	0.240	0.000	0.112
C80/95	0.175	0.440	0.437	0.412	0.385	0.345	0.215	0.000	0.114
C90/105	0.200	0.395	0.391	0.369	0.345	0.309	0.193	0.000	0.114

Taulukko 3.5 Betonin lämpöpitenevien arvoja ϵ_T lämpötilamuutoksilla ΔT

Betonin lämpöpitenevien $\epsilon_T = \alpha \Delta T$ [$\cdot 10^{-3}$], kun $\alpha = 10^{-5} 1/K$									
ΔT [K]									
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.700	0.800	0.900	1.000

Tarkastellaan N-tyyppin sementillä valmistettua betonia. Betonin kokonaiskutistuma suhteellisessa kosteudessa $RH = 50$ % on välillä $\epsilon_{cs} = 0,235 \dots 0,599$ ‰, jonka keskiarvo on 0,417 ‰. Eurokoodin EN 1991-1-5 ja sen kansallisen liitteen mukaan ulkorakenteen minimilämpötila on sama kuin ilman varjossa mitattu minimilämpötila ja maksimilämpötila lasketaan varjossa mitatun ilman maksimilämpötilan ja auringonsäteilyn vaikutuksen summana. Betoniselle ulkorakenteelle saadaan koko Suomen kattavat minimilämpötila $T_{min} = -50$ °C ja maksimilämpötila $T_{max} + T_4 = 34$ °C + 20 °C = 54 °C. Kun oletetaan, että rakenteen muodonmuutokset syntyvät vaihteluvälin puolikkaalla $\Delta T = 52$ °C, saadaan lämpöpitenevien keskimääräiseksi venymäksi $\epsilon_T = 0,52$ ‰. [16, s.28] [29, s.2-4]

Eurokoodin mukaan kokonaiskutistuma ϵ_{cs} lasketaan kaavalla

$$\epsilon_{cs} = \beta_{ds} k_h \epsilon_{cd,0} + \epsilon_{ca} = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}} k_h \epsilon_{cd,0} + \epsilon_{ca}, \quad (3.11)$$

jossa β_{ds} on kutistuman ajallisen kehityksen termi, k_h on muunnetusta paksuudesta h_0 riippuva kerroin, ϵ_{cd} on kuivumiskutistuma, ja ϵ_{ca} on sisäinen kutistuma. [18, s.33,34]

Asetetaan tarkasteltavan ajankohdan t_{end} mukainen kokonaiskutistuman $\epsilon_{cs,end}$ lauseke kerrottuna suhteellisella osuudella s yhtä suureksi ajasta riippuvan kokonaiskutistuman kanssa. Tällöin saadaan yhtälö

$$s \left(\frac{(t_{end} - t_s)}{(t_{end} - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}} k_h \epsilon_{cd,0} + \epsilon_{ca} \right) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}} k_h \epsilon_{cd,0} + \epsilon_{ca}, \quad (3.12)$$

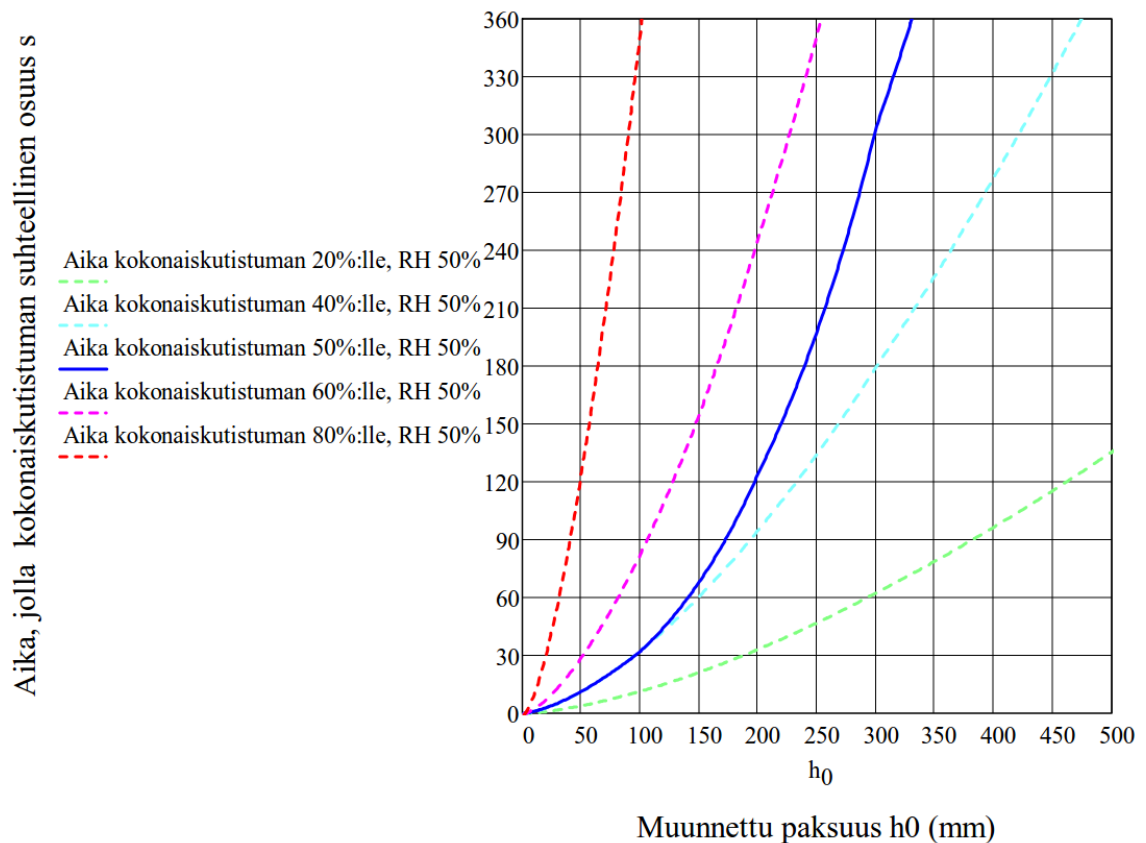
josta voidaan ratkaista muunnetusta paksuudesta riippuva ajallisen kehityksen funktio

$$(t - t_s)(h_0) = \frac{\epsilon_{ca} - s * 0.04 \sqrt{h_0^3} \left(\frac{t_{end}}{t_{end} + 0.04 \sqrt{h_0^3}} k_h \epsilon_{cd,0} + \epsilon_{ca} \right)}{s * \left(\frac{t_{end}}{t_{end} + 0.04 \sqrt{h_0^3}} k_h \epsilon_{cd,0} + \epsilon_{ca} \right) - k_h \epsilon_{cd,0}}. \quad (3.13)$$

Kun suhteelliselle osuudelle annetaan arvot $s = 20\%$, 40% , 50% , 60% ja 80% saadaan kuvassa 3.10 esitetyt käyrät. Kuvaajien perusteella huomataan, että kutistumisen ajallinen kehitys riippuu hyvin voimakkaasti rakenteen muunnetusta paksuudesta. Ilman suhteellisella kosteudella on vaikutusta kutistumisen kehityksen nopeuteen, mutta sen vaikutus on melko vähäinen.

Kun ilman suhteellinen kosteus on 50% , saavutetaan maksimikutistumisesta ($\varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$) 50% :n suhteellinen osuus seuraavilla kuivumisajoilla:

- $h_0 = 50$ mm, niin $(t - t_s) = 18$ vrk,
- $h_0 = 100$ mm, niin $(t - t_s) = 51$ vrk,
- $h_0 = 150$ mm, niin $(t - t_s) = 96$ vrk,
- $h_0 = 200$ mm, niin $(t - t_s) = 151$ vrk,
- $h_0 = 250$ mm, niin $(t - t_s) = 214$ vrk,
- $h_0 = 300$ mm, niin $(t - t_s) = 287$ vrk,
- $h_0 = 400$ mm, niin $(t - t_s) = 444$ vrk,
- $h_0 = 500$ mm, niin $(t - t_s) = 624$ vrk.



Kuva 3.10 Aika $t = (t - t_s)$ (vrk), jolla saavutetaan suhteellinen osuus s lopullisesta kokonaiskutistumasta $\varepsilon_{cs} = (\varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca})$ muunnetun paksuuden h_0 (mm) funktiona

Vertaamalla käytettäviä liikuntasaumavälejä edellä esitettyihin kutistumisen ja lämpöpienemisen arvoihin voitaneen todeta, että käytössä olevat raja-arvot ovat hyviä nyrkkisääntöjä. Kutistuminen on hankala ilmiö ja sen suuruus riippuu hyvin paljon ilman suhteellisesta kosteudesta, betonin lujuusluokasta ja rakentamisolosuhteista. Tästä syystä liikuntasaumajaon suunnittelu on yleensä tehtävä ohjeellisilla raja-arvoilla, jotka on käytännön kokemuksen perusteella havaittu hyväiksi maksimiarvoiksi.

Laattarakenteista Suomessa käytetään paljon sekä kuori- että ontelolaattaa. Ontelolaattojen muunnetut paksuudet ovat pieniä ja ne kuivuvat ja kutistuvat nopeasti onteloiden vaikutuksesta. Tästä syystä ontelolaattarakenteille voidaan käyttää elementtirakenteille määritettyjä liikuntasaumavälejä. Kuorilaattaelementtien päälle tehdään paikallavalettava pintavalu, jonka vuoksi on järkevää käyttää paikallavalurakenteen liikuntasaumavälejä.

3.5.2 Viruminen

Virumisen vaikutus rakenteen muodonmuutoksiin on lineaarinen, jos betonin puristusjännitys kuormituksen alkamisen ajankohtana t_0 ei ylitä betonin lieriölujuuden arvoa $0,45f_{ck}(t_0)$. Tämä ehto tulee tarkistaa myös rakenteen pitkäaikaiskuormin vaikutuksille. Kun jännitys on raja-arvoa pienempi, viruma voidaan laskea kaavalla

$$\varepsilon_{cc} = \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_c}{E_c}, \quad (3.14)$$

jossa $\varphi(t, t_0)$ on virumaluvun arvo ajanhetkellä t , kun kuormitus on alkanut ajanhetkellä t_0 . Betonin puristusjännitys on σ_c ja betonin kimmokertoimen tangenttiarvo on E_c . Jos käyttörajatilan jännitys ylittää arvon $0,45f_{ck}(t_0)$ betonin iässä t_0 , lasketaan epälineaarinen virumaluku kaavalla

$$\varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \exp\left(1,5\left(\frac{\sigma_c}{f_{ck}(t_0)} - 0,45\right)\right), \quad (3.15)$$

jolla korvataan lineaarinen virumaluku $\varphi(t, t_0)$ kaavassa (3.14). [18, s.31, 117]

Kuormien kesto voidaan ottaa huomioon virumisasteen avulla, joka lasketaan kaavalla

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}}, \quad (3.16)$$

jossa M_{0Eqp} on lineaarisen laskennan mukainen pitkäaikaisten kuormitusten aiheuttama taivutusmomentti, ja M_{0Ed} on ensimmäisen kertaluvun murtorajatilatarkastelun mukainen taivutusmomentti. Vastaavasti normaalivoiman aiheuttamalle pitkäaikaiselle kokoonpuristumalle saadaan lauseke

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \frac{N_{0Eqp}}{N_{0Ed}}, \quad (3.17)$$

jossa N_{0Eqp} on lineaarisen laskennan mukainen pitkäaikaisten kuormitusten aiheuttama normaalivoima, ja N_{0Ed} on ensimmäisen kertaluvun murtorajatilatarkastelun mukainen normaalivoima. [18, s.67]

Betonin tangenttikimmokertoimen E_c ja sekanttikimmokertoimen E_{cm} välillä on yhteys

$$E_c = 1,05E_{cm}. \quad (3.18)$$

Kun lasketaan rakenteen kimmainen ε_{el} ja viruman ε_{cc} aiheuttama kokonaispuristuma yhteen, saadaan lopulliselle kokoonpuristumalle lauseke

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{cc} = \frac{\sigma_c}{E_{cm} / \left(1 + \frac{\varphi(t, t_0)}{1,05}\right)} = \frac{\sigma_c}{E}. \quad (3.19)$$

jossa on merkitty kokonaisvaikutuksen aikaansaavaa kimmomoduulia symbolilla E . [18, s.31]

3.5.3 Halkeamien vaikutus taivutusjäykkyyteen

Betonin vetolujuus on huomattavasti puristuslujuutta pienempi. Tämän vuoksi taivuteissa rakenteissa esiintyy halkeamia, niillä alueilla joilla betonin vetolujuus ylitetään. Rakenneanalyysissä rakennetta pidetään täysin halkeilemattomana, kun taivutuksesta aiheutuva vetojännitys on vetolujuutta pienempi. [18, s.30,128]

Ensimmäisen halkeaman syntymisen jälkeen betonin vetojännitys halkeaman ympärillä pienenee ja kasvaa halkeamasta kauemmaksi mentäessä. Kun vetolujuus ylitetään uudelleen, syntyy taas uusi halkeama ja niin edelleen. Halkeaman kohdalla rakenteen poikkileikkauksen taivutusjäykkyys koostuu puristetusta betonista, vedetyistä betoniteräksistä ja pienestä betonin vetojännitysvyöhykkeestä. Halkeamattoman alueen jäykkyys on taas haljennutta aluetta suurempi, mikä johtuu betonin osittaisesta vetojäykkyydestä. [8, s.317]

Rakenteen todellinen jäykkyys on aina haljenneen poikkileikkauksen ja halkeilemattoman poikkileikkauksen jäykkyyksien välisellä alueella. Kun rakenteeseen lisätään normaalivoimaa, suurempi osa poikkileikkauksesta on puristettuna, ja rakenteen jäykkyys kasvaa. Tämän vuoksi betonirakenteen jäykkyys riippuu sen kuormituksista, mikä monimutkaistaa rakenneanalyysin tekemistä. [18, s.128] [8, s.317]

Eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan halkeilleen rakenteen käyttörajatilatarkasteluissa käytettävä taivutusjäykkyys voidaan laskea kaavalla

$$EI = \left(1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2\right) EI_{cr} + \left(\beta \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2\right) EI_{un-cr}, \quad (3.20)$$

jossa E on kimmomoduuli, I_{cr} on halkeilleen poikkileikkauksen neliömomentti, I_{un-cr} on halkeilemattoman poikkileikkauksen neliömomentti, M_{cr} on halkeamiskestävyyttä vastaava taivutusmomentti, M on rakennetta kuormittava taivutusmomentti, kertoimelle β käytetään arvoa 1,0 lyhytaikaisille kuormituksille ja arvoa 0,5 pitkäaikaisille kuormituksille. [18, s.128]

Tuulikuorma on luonteeltaan lyhytkestoinen ja merkittävien jäykistäviä rakenteita taivuttava voima. Tuulikuorman lisäksi jäykistäviin rakenteisiin vaikuttaa epätarkkuuksista johtuvat lisävaakavoimat ja mahdollisesti pystykuormien epätasaisesta jakaumasta aiheutuvat taivutusmomentit. Näiden kuormien luonne on taas sekä lyhyt- että pitkäkestoinen. [18, s.128]

Käytettäessä kerrointa $\beta = 1,0$, saadaan jäykistysseinän jäykkyydelle kaava

$$EI = \left(1 - \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2\right) EI_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2 EI_{un-cr}. \quad (3.21)$$

Tätä kaavaa voidaan käyttää halkeilleen jäykistävän rakenteen taivutusjäykkyyden arvioinnissa, kun rakenteessa ei vaikuta normaalivoimaa. Kun normaalivoima oletetaan nolaksi, on laskettu taivutusjäykkyys aina todellista arvoa pienempi.

3.6 Toisen kertaluvun vaikutukset

Rakenteen toisen kertaluvun vaikutuksilla tarkoitetaan rakenteen siirtymätilan vaikutusta rasiusten ja siirtymien kasvuun. Eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan toisen kertaluvun vaikutukset voidaan jättää huomioimatta, jos ne ovat alle 10 % ensimmäisen kertaluvun vaikutuksista. Tämän ehdon tarkistamiseksi eurokoodissa esitetään toisen kertaluvun vaikutusten raja-arvo, jolla tarkistetaan rakennuksen kokonaispystykuorman ja jäykistysjärjestelmän kriittisen kuorman suhde. [18, s.53,64,66]

3.6.1 Toisen kertaluvun analyysit

Eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan toisen kertaluvun analyysimenetelmät ovat yleinen menetelmä, sekä nimellisjäykkyyteen ja -kaarevuuteen perustuvat menetelmät. Rakenteen kokonaistarkastelussa käytetään nimelliseen jäykkyyteen perustuvaa menetelmää. [18, s.68]

Yleinen menetelmä perustuu sekä fysikaalisesti että geometrisesti epälineaariseen analyysiin. Betonille käytetään kohdan 3.1.4 mukaista epälineaarista materiaalmallia ja betoniteräksille jompaa kumpaa kohdassa 3.2 esitetyistä materiaalmalleista. Kun materiaalmallit perustuvat lujuuden ja kimmokertoimen mitoitusarvoihin f_{cd} , E_{cd} ja E_s , saadaan rakenteen murtokuorma suoraan analyysistä. Analyysissä on huomioitava betonin halkeilu ja viruma. Viruma voidaan ottaa huomioon kertomalla betonin jännitys-muodonmuutosyhteys kertoimella $(1 + \varphi_{ef})$, jossa φ_{ef} on efektiivinen virumaluku. Vetojäykistysvaikutusta pidetään edullisena ilmiönä ja se voidaan ottaa halutessa huomioon. [18, s.68]

Nimelliseen kaarevuuteen perustuvaa menetelmää käytetään pääsääntöisesti erillisten rakenneosien mitoituksessa. Menetelmässä lasketaan poikkileikkauksen murtotilan perusteella kaarevuus l/r ja se kerrotaan normaalivoiman ja viruman huomioonottavilla korjauskertoimilla. Tämän jälkeen lasketaan saatua kaarevuutta ja tarkasteltavaa nurjahdusmuotoa vastaava taipumakuvaaja, jonka maksimiarvo on mitoituslaskelmissa käytettävä toisen kertaluvun taipuma e_2 . [18, s.68,72] [8, s.236,238,239]

Nimelliseen jäykkyyteen perustuvaa menetelmää voidaan käyttää sekä erillisille rakenneosille että koko rakenteille. Menetelmässä käytetään taivutusjäykkyyden nimellisarvoja, joissa on otettu huomioon halkeilun, materiaalin epälineaarisuuden ja virumisen vaikutukset. [18, s.68,72]

3.6.2 Jäykistysjärjestelmän hoikkuuskriteeri

Toisen kertaluvun vaikutukset voidaan jättää huomioonottamatta, jos rakennuksen kokonaispystykuorma $F_{V,Ed}$, joka sisältää sekä jäykistävien että jäykistettyjen rakenteiden pystykuormat, täyttää ehdon

$$F_{V,Ed} \leq 0,1 * F_{V,BB}, \quad (3.22)$$

jossa $F_{V,BB}$ on rakenteen nimellinen taivutusnurjahduskuorma. [18, s. 209]

Rakennekokonaisuuden nimellinen taivutusnurjahduskuorma lasketaan kaavalla

$$F_{V,BB} = \xi * \frac{\sum EI}{L^2}, \quad (3.23)$$

jossa $\sum EI$ on jäykistävien rakenteiden yhteenlaskettu taivutusjäykkyys, L on jäykistävien rakenteiden kokonaiskorkeus, ja ξ on kerrosten määrästä, perustusten kiinnitysvaikutuksesta riippuva kerroin. [18, s. 209]

Jäykistysjärjestelmän jäykkyydelle käytetään seuraavia arvoja:

$$\sum EI = \sum 0,4E_{cd}I \text{ (halkeilleet poikkileikkaukset)} \quad (3.24)$$

$$\sum EI = \sum 0,8E_{cd}I \text{ (halkeilemattomat poikkileikkaukset)}, \quad (3.25)$$

joissa E_{cd} on betonin kimmokertoimen mitoitusarvo, ja I jäykistävän sauvan poikkileikkauksen neliömomentti [18, s. 209-210]. Kimmokertoimen mitoitusarvo E_{cd} lasketaan kaavalla (3.8).

Kertoimen ξ lauseke on

$$\xi = 7,8 * \frac{n_s}{n_s + 1.6} * \frac{1}{1 + 3,9k'} \quad (3.26)$$

jossa n_s on rakennuksen kerrosluku ja k on suhteellinen joustavuus seinien alapäässä. Suhteellinen joustavuus k lasketaan kaavalla

$$k = \frac{\theta/M}{EI/L}, \quad (3.27)$$

jossa θ on taivutusmomenttia M vastaava kulmakiertymä, ja EI on kaavojen (3.24) ja (3.25) mukainen taivutusjäykkyys ja L on jäykistävien rakenteiden kokonaiskorkeus. [18, s. 210]

Suhteellinen joustavuus k on nolla, kun perustustason oletetaan olevan jäykkä. Sijoitetaan kaavat (3.23) - (3.26) epäyhtälöön (3.22), jolloin saadaan jäykistysjärjestelmän hoikkuuskriteerille lausekkeet:

$$F_{V,Ed} \leq 0,31 * \frac{n_s}{n_s+1.6} * \frac{\sum E_{cd}I}{L^2} \text{ (halkeilleet poikkileikkaukset)} \quad (3.28)$$

$$F_{V,Ed} \leq 0,62 * \frac{n_s}{n_s+1.6} * \frac{\sum E_{cd}I}{L^2} \text{ (halkeilemattomat poikkileikkaukset)}. \quad (3.29)$$

Rakenteiden halkeilemattomuus tulee osoittaa murtorajatilassa, jos käytetään jäykistävien rakenteiden kaksinkertaista jäykkyyttä [18, s.69].

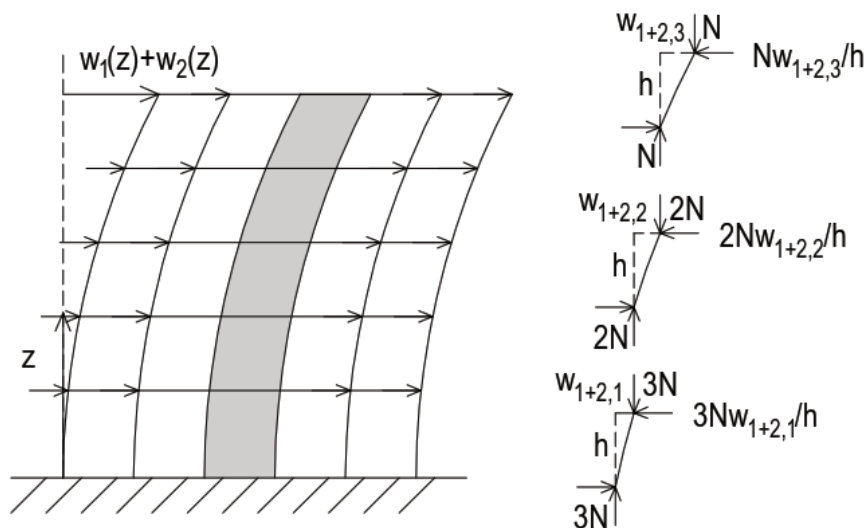
Kaavat (3.23) - (3.29) pätevät silloin, kun

- rakenne on symmetrinen, vääntömuodonmuutokset ovat pieniä, eikä vääntöön liittyvä epästabiilius tule määrääväksi
- leikkausmuodonmuutokset ovat pieniä (ei esimerkiksi aukollisia seiniä, joiden leikkausmuodonmuutos on suuri taivutusjäykkyyteen verrattuna)

- jäykistysraudojen jäykkyys on koko korkeudeltaan vakio
- jäykistysraudoissa ei esiinny liitoksia, joiden kulmakiertymät tai liukumukset heikentäisivät niiden taivutusjäykkyyttä (elementtien väliset pysty- ja vaakasaumaliitokset)
- rakennuksen pystykuorma kasvaa kerroksittain likimain samalla määrällä eli normaalivoimakuvio kasvaa tasaisesti kerroksittain. [18, s.67].

3.6.3 Jäykistysjärjestelmän hoikkuuskriteerin nurjahduskertoimen tarkastelua

Jäykistysjärjestelmän toisen kertaluvun vaikutusten huomioitta jättämiseksi tulee eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan tarkistaa kokonaispystykuorman suhde rakenteen nimelliseen nurjahduskuormaan. Tämä tarkoittaa sitä, että erillisten raudojen toisen kertaluvun taivutusmomentit siirtyvät vaakakuormia jakavien levykenttien välityksellä jäykistävälle rakenteille. Tätä on havainnollistettu kuvassa 3.11, jossa on esitetty rakenne, jonka pystykuorma kasvaa kerroksittain tasaisen porrasmaisesti.



Ensimmäisen ja toisenkertaluvun taivutusmomentti laskettuna pystykuormilla

$$M_{1+2} = Nw_{1+2,3} + 2Nw_{1+2,2} + 3Nw_{1+2,1}$$

$$= N(3w_{1+2,1} + 2w_{1+2,2} + w_{1+2,3})$$

Ensimmäisen ja toisenkertaluvun taivutusmomentti laskettuna vaakakuormilla

$$M_{1+2} = Nw_{1+2,3}/h * 3h + (2Nw_{1+2,2}/h - Nw_{1+2,3}/h) * 2h + (3Nw_{1+2,1}/h - 2Nw_{1+2,2}/h) * h$$

$$= N(3w_{1+2,1} + 2w_{1+2,2} + w_{1+2,3})$$

Kuva 3.11 Erillisten raudojen toisen kertaluvun vaikutukset siirtyvät vaakakuormia jakavien levykenttien kautta jäykistysjärjestelmään rakennuksessa, jossa pystykuorma kasvaa kerroksittain tasaisen porrasmaisesti

Jäykistysjärjestelmän taivutusnurjahduskuorma lasketaan kaavalla (3.23), joka on johdettu Eulerin nurjahduskuorman kaavasta

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2}{\eta^2} * \frac{EI}{l^2} = \xi_{cr} * \frac{EI}{l^2}, \quad (3.30)$$

jossa EI on sauvan taivutusjäykkyys, ja l_0 on sauvan nurjahduspituus, l on sauvan pituus, ja η nurjahduspituuden kerroin. [10, s.277] Nurjahduskuorman kertoimeksi on merkitty suure

$$\xi_{cr} = \frac{\pi^2}{\eta^2}. \quad (3.31)$$

Eurokoodissa esitetään kertoimelle ξ lauseke (3.26). Kun rakennus on perustettu hyvillä pohjaolosuhteille tai kärkekantaville paaluille, niin perustustaso voidaan yleensä olettaa jäykäksi. Kun oletetaan perustustaso jäykäksi, lauseke sievenee muotoon

$$\xi_{EC} = 7,8 * \frac{n_s}{n_s + 1.6}. \quad (3.32)$$

Monikerroksissa rakennuksissa pystykuorma kasvaa portaittain kerros kerrokselta yläpohjalta perustustasolle. Tästä syystä rakenteen nurjahduskertoimet riippuvat kerrosten lukumäärästä ja eri kerroksilta jäykistäville rakenteille tulevien kuormien suhteista.

Tarkastellaan ensimmäisenä yksikerroksista rakennusta ja oletetaan pystyrakenteiden paino pieneksi yläpohjalta tulevaan pystykuorman verrattuna, jolloin voidaan jäykistysjärjestelmää tutkia ulokesauvana. Tässä tapauksessa nurjahduspituus on $2L$, jossa L on jäykistysjärjestelmän korkeus. Nurjahduskuorman kertoimiksi saadaan $\xi_{cr} = 2,47$ ja $\xi_{EC} = 3,00$.

Jatketaan tarkastelua lisäämällä rakennukseen kerroksia, joiden pystykuormat ovat yhtä suuria. Tehdään analyysi elementtimenetelmällä Staad Pro -ohjelmalla ja määritetään rakenteen eri nurjahdusmuotojen kriittisen kuorman kertoimet α_{cr} . Rakenteen nurjahduskuorman määrittäminen perustuu globaalin jäykkyysmatriisiin K ja globaalin geometrisen jäykkyysmatriisiin G ominaisarvoprobleeman ratkaisuun, jonka tuloksena saadaan kriittisen nurjahduskuorman kerroin α_{cr} . Kriittisen nurjahduskuorman kerroin kertoo, kuinka suureksi rakenteen kuormitus tulee kasvattaa, jotta koko rakenne nurjahtaa. [22, s. 52]

Asettamalla rakenteen kriittinen kuorma ja nivelpäisen sauvan nurjahduskuorma yhtä suuriksi, saadaan ratkaistua nurjahduskuorman kerroin ξ_{cr} :

$$\alpha_{cr} * N = \xi_{cr} * \frac{EI}{l^2} \quad (3.33)$$

$$\xi_{cr} = \frac{\alpha_{cr} N l^2}{EI}. \quad (3.34)$$

Tämän jälkeen rakenteen nurjahduspituuden kertoimet η saadaan laskettua kaavasta (3.31) johdetulla lausekkeella

$$\eta = \frac{\pi}{\sqrt{\xi_{cr}}} = \frac{\pi}{l} * \sqrt{\frac{EI}{\alpha_{cr} N}}. \quad (3.35)$$

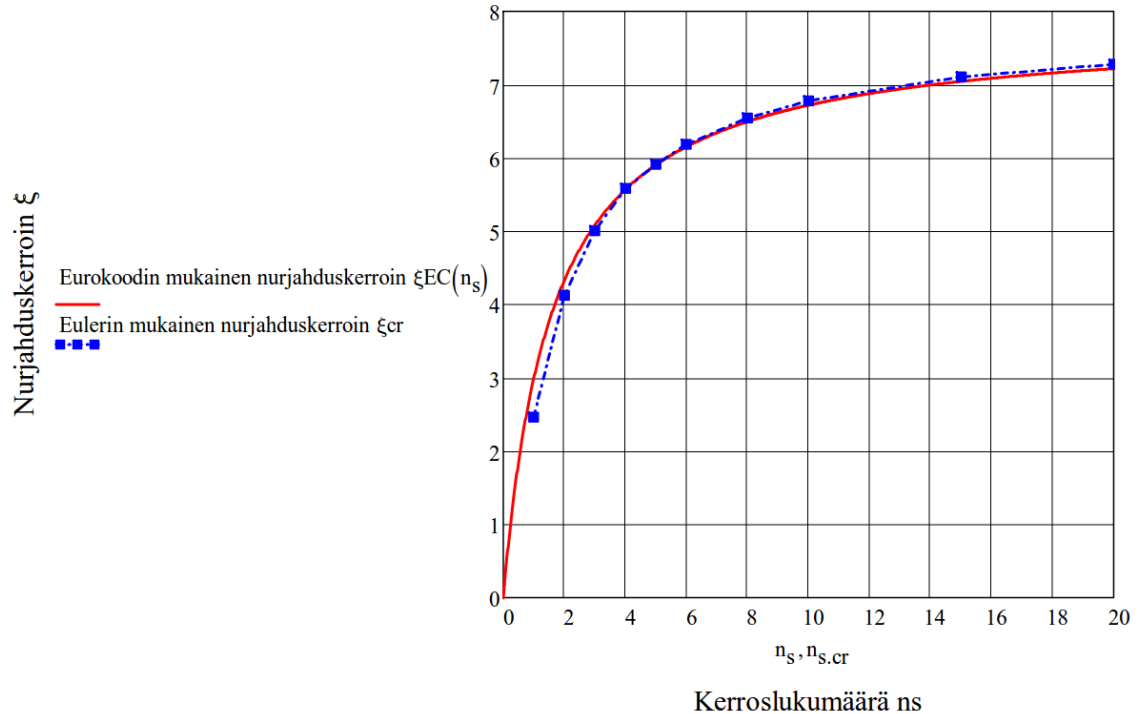
Kerroslukua n_s vastaavat FEM-analyysillä lasketut rakenteen kriittisen kuorman kertoimet α_{cr} , Eulerin nurjahduskuorman kertoimet ξ_{cr} , eurokoodin EN 1992-1-1 mukaiset nurjahduskuorman kertoimet ξ_{EC} , ja nurjahdusmuotoja vastaavat nurjahduspituuden kertoimet η_{cr} ja η_{EC} on esitetty taulukossa 3.6.

Taulukko 3.6 Rakennuksen kerrosluville n_s lasketut kriittisen kuorman kertoimet α_{cr} , Eulerin nurjahduskuorman kertoimet ξ_{cr} (kaava (3.31)), eurokoodin EN 1992-1-1 mukaiset nurjahduskuorman kertoimet ξ_{EC} (kaava (3.32)), ja nurjahdusmuotoja vastaavat nurjahduspituuden kertoimet η_{cr} (kaava (3.35)) ja η_{EC} (kaava (3.35)).

n_s	α_{cr}	ξ_{cr}	ξ_{EC}	η_{cr}	η_{EC}
1	2.035	2.47	3.00	2.00	1.81
2	3.410	4.13	4.33	1.55	1.51
3	4.137	5.01	5.09	1.40	1.39
4	4.613	5.59	5.57	1.33	1.33
5	4.887	5.92	5.91	1.29	1.29
6	5.109	6.19	6.16	1.26	1.27
8	5.406	6.55	6.50	1.23	1.23
10	5.594	6.78	6.72	1.21	1.21
15	5.867	7.11	7.05	1.18	1.18
20	6.004	7.28	7.22	1.16	1.17
30	6.152	7.46	7.41	1.15	1.15
100	6.367	7.72	7.68	1.13	1.13
∞	6.438	7.80	7.80	1.12	1.12

Nurjahduskertoimien ξ_{cr} ja ξ_{EC} kuvaajat on esitetty kuvassa 3.12 kerroslukumäärän n_s funktiona. Tulosten perusteella voidaan todeta, että eurokoodin mukaisessa nurjahduskertoimen kaavassa (3.26) oleva luku 7,8 vastaa ulokesauvan kerrointa, jossa vaikuttaa kolmiojakautunut normaalivoima. Kaavassa esiintyvä kerroslukumäärään huomioiva osa

on sovitekäyrä, jolla otetaan huomioon kerrosten lukumäärän vaikutus nurjahduskertoimeen ξ .



Kuva 3.12 Nurjahduskertoimien ξ_{cr} ja ξ_{EC} kuvaajat kerroslukumäärän n_s funktiona

3.6.4 Leikkausseinän taivutusjäykkyyden tarkastelua ja vertailua jäykistysjärjestelmän hoikkuuskriteeriin taivutusjäykkyyteen

Tarkastellaan poikkileikkaukseltaan suorakaiteisen jäykistysseinän taivutusjäykkyyttä ja verrataan laskennallisesti saatavia arvoja hoikkuuskriteerin mukaiseen taivutusjäykkyyteen $0,4E_{cd}I$. Käytetään tarkastelussa seuraavia betonin C30/37 ja teräksen A500HW materiaaliparametreja: $E_{cm} = 33$ GPa, $f_{ctm} = 2,9$ MPa, $f_{y,k} = 500$ MPa ja $E_s = 200$ GPa. Yksinkertaistetaan seinärakennetta niin, että teräkset tarkastellaan seinän suuntaisina jatkuvina vyöhykkeinä eikä pistemäisinä tankoina. Tämä on hyvä oletus, kun seinän poikkileikkaus on korkea leveyteen nähden, jolloin teräksiä on useita kappaleita molemmissa pinnoissa. Jos betonissa ei esiinny taivutushalkeamia, niin taivutusjäykkyys voidaan laskea kaavalla

$$EI_{unscr} = E_{cm} \frac{1}{12} b_c h^3 + E_s \frac{1}{12} b_s h^3 = \frac{1}{12} (E_{cm}(1 - \rho) + E_s \rho) b h^3, \quad (3.36)$$

jossa E_{cm} on betonin kimmokerroin, E_s teräksen kimmokerroin, b_c laskennallinen betonin leveys poikkileikkauksessa, b_s terästen leveys poikkileikkauksessa, b on poikkileikkauksen kokonaisleveys, h on poikkileikkauksen korkeus, ja ρ on geometrinen raudoitussuhde.

Vastaavasti raudoittamattoman betonipoikkileikkauksen taivutusjäykkyys on

$$EI_{uncr,c} = E_{cm} \frac{1}{12} b h^3, \quad (3.37)$$

jolloin raudoitettun ja raudoittamattoman poikkileikkauksen jäykkyyden suhteiksi saadaan

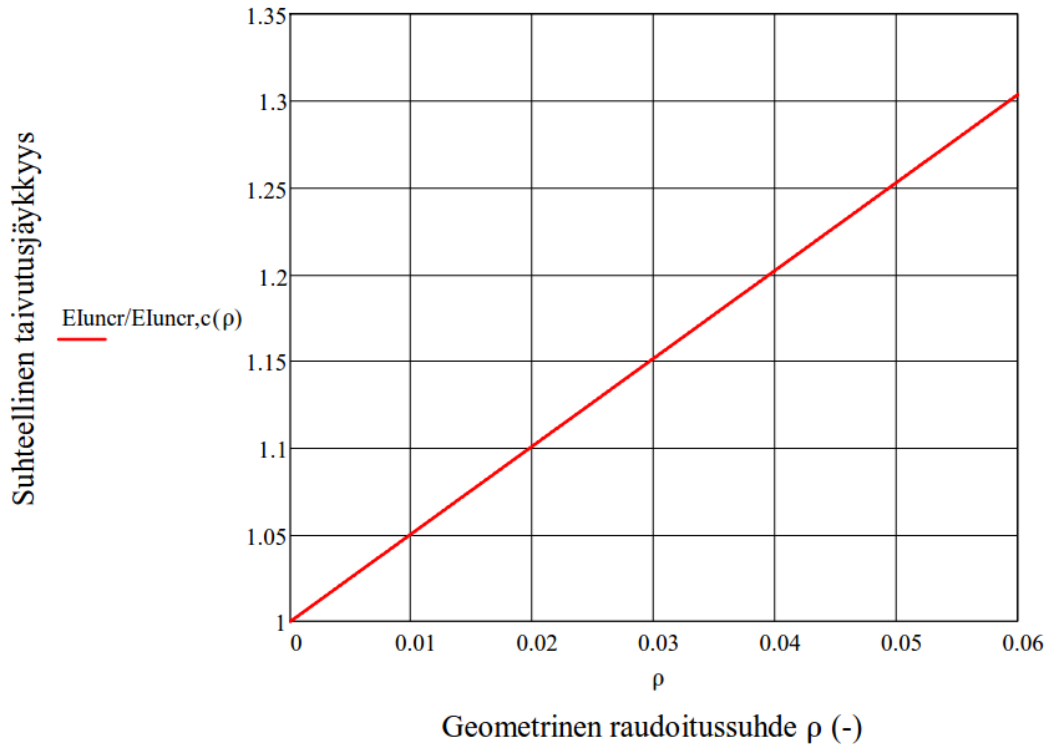
$$\frac{EI_{uncr}}{EI_{uncr,c}} = \rho \left(\frac{E_s}{E_{cm}} - 1 \right) + 1. \quad (3.38)$$

Edellisissä lausekkeissa esiintyvä geometrinen raudoitussuhde lasketaan kaavalla

$$\rho = \frac{A_s}{A}, \quad (3.39)$$

jossa A_s on terästen poikkipinta-ala ja A on poikkileikkauksen bruttopinta-ala.

Kuvassa 3.13 on esitetty kaavan (3.38) mukainen seinän suhteellinen taivutusjäykkyys geometrisen raudoitussuhteen funktiona, jonka tulee olla minimi- ja maksimiraudoituksen välisellä alueella $0,002 \leq \rho \leq 0,06$. Kuvan 3.13 perusteella havaitaan, että raudoituksen vaikutus halkeilemattoman seinän jäykkyyteen on alle 31 %.



Kuva 3.13 Raudoitettun seinän suhteellinen taivutusjäykkyys $EI_{uncr}/EI_{uncr,c}$ geometrisen raudoitussuhteen ρ funktiona (betoni C30/37, harjateräs A500HW)

Tarkastellaan seuraavaksi halkeilleen poikkileikkauksen taivutusjäykkyyttä. Betoniterästen vetojäykkyys on betonipoikkileikkausta pienempi, minkä vuoksi halkeilleen poikkileikkauksen neutraaliakseli siirtyy kohti puristusvyöhykettä ja taivutusjäykkyys pienee. Ratkaistaan neutraaliakselin paikka y_0 , kun seinää rasittaa vain taivutusmomentti M eli normaalivoima N on nolla. Staattisten momenttien tulee olla yhtä suuria neutraaliakselin molemmilla puolilla, jonka perusteella saadaan yhtälö

$$\frac{1}{2}(h - y_0)^2(E_{cm}(1 - \rho) + E_s\rho)b = \frac{1}{2}(y_0)^2E_s\rho b, \quad (3.40)$$

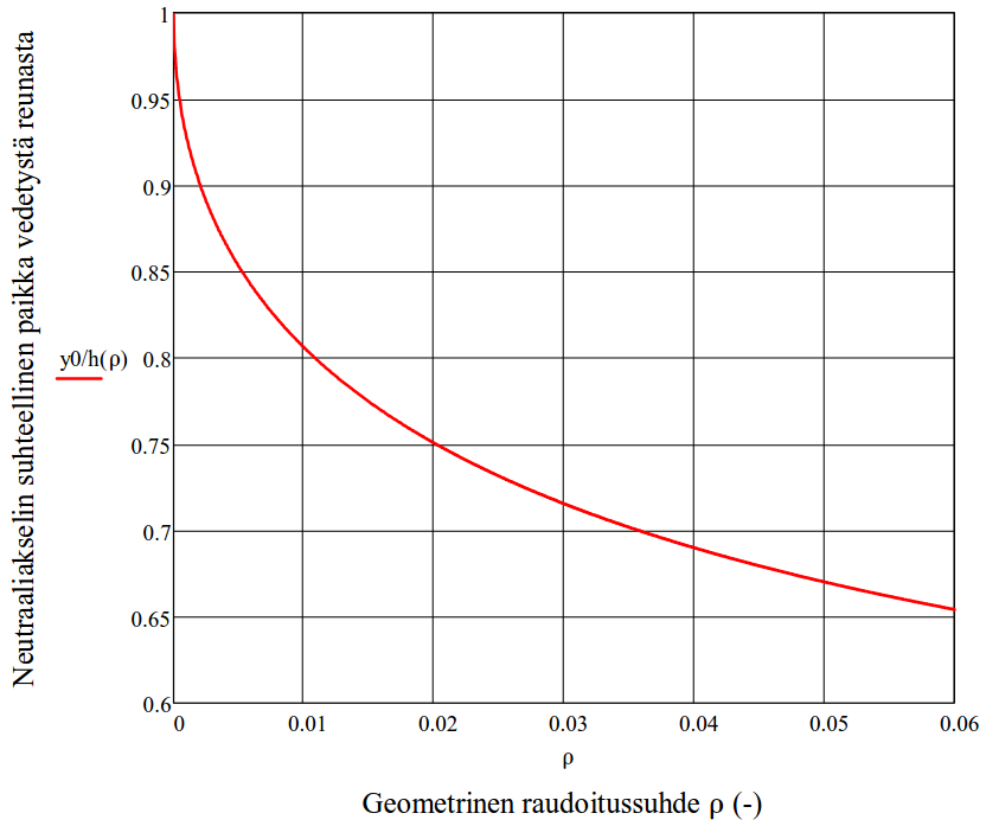
josta voidaan edelleen ratkaista vedetystä reunasta mitattu neutraaliakselin paikka:

$$y_0 = \frac{h[(E_{cm}(1 - \rho) + E_s\rho)] - h\sqrt{[(E_{cm}(1 - \rho) + E_s\rho)]^2 - [(E_{cm}(1 - \rho) + E_s\rho)] * (E_s\rho)}}{E_{cm}(1 - \rho)}. \quad (3.41)$$

Jos tarkastellaan suhteellista neutraaliakselin sijaintia poikkileikkauksen korkeuteen nähden, saadaan kaava

$$\frac{y_0}{h} = \frac{[(E_{cm}(1 - \rho) + E_s\rho)] - \sqrt{[(E_{cm}(1 - \rho) + E_s\rho)]^2 - [(E_{cm}(1 - \rho) + E_s\rho)] * (E_s\rho)}}{E_{cm}(1 - \rho)}. \quad (3.42)$$

Kuvassa 3.14 on esitetty neutraaliakselin suhteellinen paikka y_0/h geometrisen raudoitussuhteen ($0 \leq \rho \leq 0,06$) funktiona.



Kuva 3.14 Neutraaliakselin suhteellinen paikka y_0/h halkeilleessa poikkileikkauksessa geometrisen raudoitussuhteen ρ funktiona vedetystä reunasta mitattuna (betoni C30/37, harjateräs A500HW)

Halkeilleen poikkileikkauksen taivutusjäykkyydeksi saadaan kaava

$$EI_{cr} = \frac{1}{3}(E_{cm}(1 - \rho) + E_s\rho)b(h - y_0)^3 + \frac{1}{3}E_s\rho by_0^3, \quad (3.43)$$

jossa ensimmäinen termi edustaa puristus- ja toinen termi vetopuolen osuutta taivutusjäykkyyteen. Kun lasketaan halkeilleen ja halkeilemattoman raudoitettun poikkileikkauksen suhde, saadaan lauseke

$$\frac{EI_{cr}}{EI_{uncr}} = \frac{\frac{1}{3}(E_{cm}(1-\rho) + E_s\rho)\left(1 - \frac{y_0}{h}\right)^3 + \frac{1}{3}E_s\rho\left(\frac{y_0}{h}\right)^3}{\frac{1}{12}(E_{cm}(1-\rho) + E_s\rho)} \quad (3.44)$$

jossa oleva termi y_0/h on esitetty kaavassa (3.42). Jos suhteellinen taivutusjäykkyys lasketaan vertaamalla raudoitettua poikkileikkausta raudoittamaan, saadaan kaava

$$\frac{EI_{cr}}{EI_{uncr,c}} = \frac{\frac{1}{3}(E_{cm}(1-\rho) + E_s\rho)\left(1 - \frac{y_0}{h}\right)^3 + \frac{1}{3}E_s\rho\left(\frac{y_0}{h}\right)^3}{\frac{1}{12}E_{cm}} \quad (3.45)$$

Rakenteen halkeamismomentti riippuu betonin vetolujuudesta, jolle käytetään tässä tarkastelussa keskimääräistä arvoa f_{ctm} . [18, s. 128] Halkeamismomentille saadaan lauseke

$$M_{cr} = \left(\frac{2f_{ctm}}{E_{cm}h}\right) * \left(\frac{1}{12}(E_{cm}(1-\rho) + E_s\rho)bh^3\right). \quad (3.46)$$

Käytetään rasittavana taivutusmomenttina M rakenteen halkeilleen poikkileikkauksen lineaarista taivutuskestävyyttä

$$M = M_{el,Rd} = \left(\frac{2f_{y,k}}{E_s h}\right) * bh^3 \left(\frac{1}{3}(E_{cm}(1-\rho) + E_s\rho)\left(1 - \frac{y_0}{h}\right)^3 + \frac{1}{3}E_s\rho\left(\frac{y_0}{h}\right)^3\right), \quad (3.47)$$

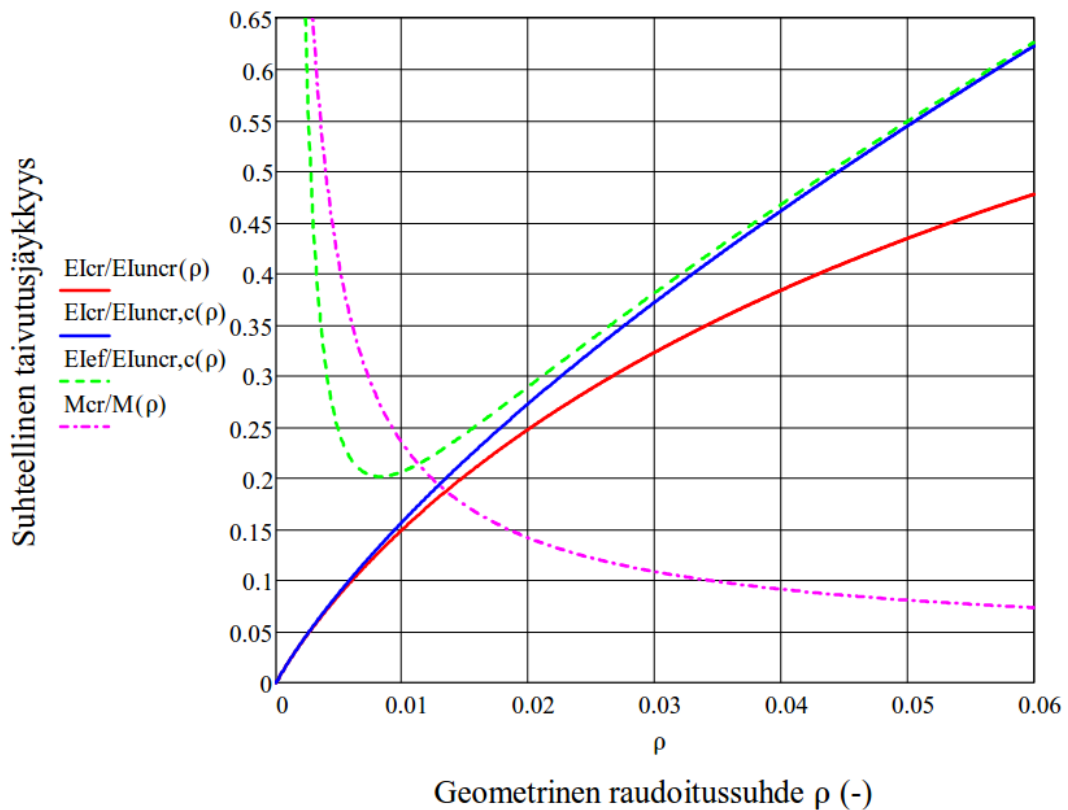
jossa $f_{y,k}$ on betoniterästen myötölujuus. Koska teräksen myötövenymä 2,5‰ on pienempi kuin betonin murtopuristuma 3,5 ‰, ja koska puristetun osan korkeus on vedettyä osaa pienempi, ei betonin puristusmurtoa esiinny. Taivutusmomenttien suhteeksi M_{cr}/M saadaan

$$\frac{M_{cr}}{M} = \frac{\left(\frac{f_{ctm}}{E_{cm}}\right) * \left(\frac{1}{12}(E_{cm}(1-\rho) + E_s\rho)\right)}{\left(\frac{f_{y,k}}{E_s}\right) * \left(\frac{1}{3}(E_{cm}(1-\rho) + E_s\rho)\left(1 - \frac{y_0}{h}\right)^3 + \frac{1}{3}E_s\rho\left(\frac{y_0}{h}\right)^3\right)} \quad (3.48)$$

Eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan taivutetun rakenteen tehollinen jäykkyys voidaan laskea kaavalla (3.21), jolla huomioidaan halkeilun vaikutus rakenteen todelliseen jäykkyyteen. Verrataan tehollista taivutusjäykkyyttä halkeilemattoman raudoittamattoman poikkileikkauksen taivutusjäykkyyteen, jolloin saadaan suhteellisen jäykkyyden kaava

$$\frac{EI_{ef}}{EI_{un\text{cr},c}} = \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2 \frac{EI_{un\text{cr}}}{EI_{un\text{cr},c}} + \left(1 - \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2\right) \frac{EI_{cr}}{EI_{un\text{cr},c}}. \quad (3.49)$$

Sijoittamalla kaavat (3.45), (3.48) yhtälöön (3.49), saadaan taivutetun jäykistysseinän suhteellinen jäykkyys geometrisen raudoitussuhteen funktiona. Kaavojen (3.44), (3.45), (3.48) ja (3.49) kuvaajat on esitetty kuvassa 3.15.



Kuva 3.15 Raudoitettujen seinien suhteelliset taivutusjäykkyydet geometrisen raudoitussuhteen ρ funktiona laskettuna seuraavilla menetelmillä (betoni C30/37, harjateräs A500HW):

- raudoitettujen ja halkeilleen poikkileikkauksen taivutusjäykkyyden suhde raudoitettujen ja halkeilemättömien poikkileikkauksen taivutusjäykkyyteen $EI_{cr}/EI_{un\text{cr}}$ laskettuna kaavalla (3.44)
- raudoitettujen ja halkeilleen poikkileikkauksen taivutusjäykkyyden suhde raudoitamattoman ja halkeilemättömien poikkileikkauksen taivutusjäykkyyteen $EI_{cr}/EI_{un\text{cr},c}$ laskettuna kaavalla (3.45)
- rakenneseinän tehollisen jäykkyyden suhde raudoitamattoman ja halkeilemättömien poikkileikkauksen taivutusjäykkyyteen $EI_{ef}/EI_{un\text{cr},c}$ laskettuna kaavalla (3.49)
- halkeamismomentin ja taivutuskestävyyden suhde M_{cr}/M laskettuna kaavalla (3.48)

Kuvasta 3.15 huomataan, että raudoitetun ja halkeilleen seinän tehollinen taivutusjäykkyys $EI_{ef}/EI_{unr,c}$ on 20...63 % halkeilemattoman ja raudoittamattoman seinän jäykkyydestä, kun geometrinen raudoitussuhde on minimi- ja maksimiraudoituksen välisellä alueella $0,002 \leq \rho \leq 0,06$.

Eurokoodin EN 1992-1-1 mukaisessa jäykistysjärjestelmän hoikkuusrajan lausekkeessa käytetään taivutusjäykkyyttä $0,4E_{cd}I$, jossa betonin kimmokerroimen mitoitusarvo E_{cd} on saatu jakamalla keskimääräinen sekanttikimmokerroin E_{cm} osavarmuusluvulla $\gamma_{CE} = 1,2$. Kun eurokoodin mukainen taivutusjäykkyys ilmaistaan keskimääräisellä kimmokerroimella, saadaan $0,33E_{cm}I$.

Kuvasta 3.15 voidaan lukea, että jos suorakaiteen muotoisessa leikkausseinässä ei ole normaalivoimaa ja sitä kuormittaa taivutuskapasiteettia vastaava momentti, sen geometrisen raudoitussuhteen tulee olla $\rho = 0,025$, jotta saavutetaan eurokoodin mukainen taivutusjäykkyys $0,33E_{cm}I$. Mitä enemmän rakenteessa on normaalivoimaa, sitä suurempi taivutusjäykkyys sillä on ja sitä pienempi geometrinen raudoitussuhde riittää eurokoodin mukaisen taivutusjäykkyyden saavuttamiseen.

3.6.5 Nimellinen jäykkyys

Nimelliseen jäykkyyteen perustuva toisen kertaluvun analyysi soveltuu hoikille ja poikileikkaukseltaan mielivaltaisille puristussauvoille sekä rakenteen kokonaistarkastelulle. Nimellisessä jäykkyydessä otetaan huomioon halkeilun, materiaalin epälineaarisuuden ja virumisen vaikutukset. Tarkasteltaessa jäykistysjärjestelmän toisen kertaluvun vaikutuksia käytetään nimellisenä jäykkyytenä yksinkertaistettua arvoa, joka on joko $0,4E_{cd}I$ ($= 0,33E_{cm}I$) tai $0,8E_{cd}I$ ($= 0,67E_{cm}I$), sen mukaan onko jäykistävissä rakenteissa taivutushalkeamia vai ei. Mielivaltaisen puristussauvan nimellinen taivutusjäykkyys lasketaan kaavalla

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s, \quad (3.50)$$

jossa E_{cd} on betonin kimmokerroimen mitoitusarvo, E_s betoniterästen kimmokerroin, I_c betonin ja I_s terästen osuus taivutusjäykkyyteen. [18, s.69,210] Kertoimet K_c ja K_s ja betonin kimmokerroimen mitoitusarvo E_{cd} lasketaan kaavoilla:

$$K_c = \frac{k_1 k_2}{1 + \varphi_{ef}}, \quad (3.51)$$

$$K_s = 1, \quad (3.52)$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{CE}}, \quad (3.53)$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}}{20MPa}}, \quad (3.54)$$

$$k_2 = n \frac{\lambda}{170} \leq 0,2, \quad (3.55)$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}}, \quad (3.56)$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i}, \quad (3.57)$$

joissa φ_{ef} on virumaluvun tehollinen arvo, E_{cm} on betonin sekanttikimmokerroin, γ_{CE} (= 1,2) on betonin kimmokertoimen osavarmuusluku, f_{ck} on lieriöpuristuslujuuden ominaisarvo, n suhteellinen normaalivoima, λ rakenteen hoikkuusluku, N_{Ed} on normaalivoiman mitoitusarvo, A_c poikkileikkauksen pinta-ala, f_{cd} betonin puristuslujuuden mitoitusarvo, l_0 on nurjahduspituus, ja i on poikkileikkauksen neliösäde. [18, s.65, 69]

3.6.6 Nimellisen jäykkyyden tarkastelua

Tarkastellaan jäykistysseinän, jonka poikkileikkauksen leveys on b ja korkeus on h , nimellistä jäykkyyttä ja verrataan laskennallisesti saatavia arvoja hoikkuuskriteerin mukaiseen taivutusjäykkyyteen $0,4E_{cd}I$. Kun sijoitetaan kaavaan (3.50) termit (3.51) - (3.57), saadaan kaavan (3.36) perusteella jäykistysseinän nimelliselle jäykkyydelle lauseke

$$EI = \left[\frac{\sqrt{\frac{f_{ck}}{20MPa}} \min\left(\frac{n\lambda}{170}; 0,2\right)}{1 + \varphi_{ef}} E_{cd}(1 - \rho) + 1E_s(\rho) \right] * \frac{bh^3}{12}. \quad (3.58)$$

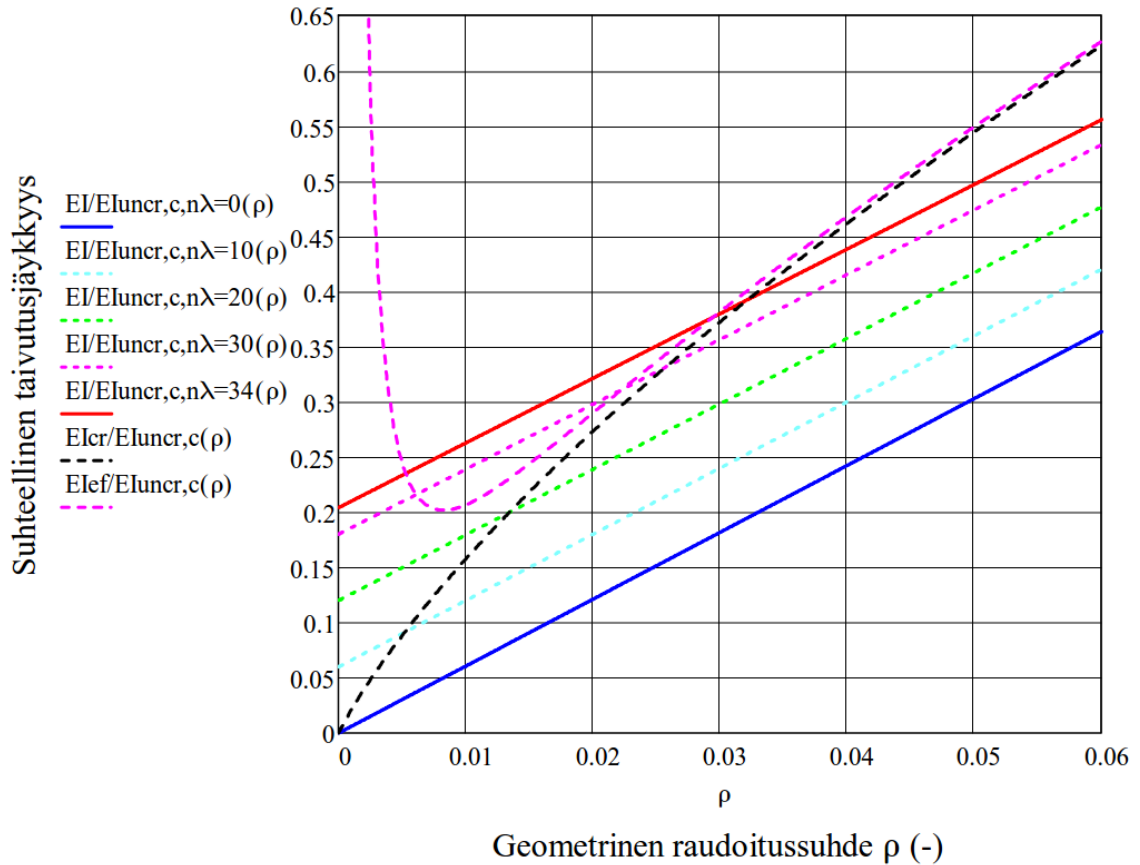
Kun verrataan nimellistä taivutusjäykkyyttä EI kaavan (3.36) mukaiseen raudoitettun jäykistysseinän halkeilemattomaan jäykkyyteen EI_{uncr_2} saadaan suhteelliselle jäykkyydelle lauseke

$$EI/EI_{uncr} = \frac{\left[\frac{\sqrt{\frac{f_{ck}}{20MPa}} \min\left(\frac{n\lambda}{170}; 0,2\right)}{1 + \varphi_{ef}} E_{cd}(1 - \rho) + 1E_s(\rho) \right]}{(E_{cm}(1 - \rho) + E_s\rho)} \quad (3.59)$$

Vastaavasti, jos verrataan nimellistä taivutusjäykkyyttä halkeilemattoman ja raudoittamattoman seinän jäykkyyteen, saadaan lauseke

$$EI/EI_{uncr,c} = \frac{\left[\frac{\sqrt{\frac{f_{ck}}{20MPa}} \min\left(\frac{n\lambda}{170}; 0,2\right)}{1 + \varphi_{ef}} E_{cd}(1 - \rho) + 1E_s(\rho) \right]}{E_{cm}} \quad (3.60)$$

Käytetään tarkastelussa betonin lujuusluokkaa *C30/37* ja betoniterästen luokkaa *A500HW*. Tehollinen virumaluku φ_{ef} oletetaan nolaksi, koska tuulikuormalla ei ole virumaa aiheuttavaa pitkäaikaisosuutta. Lasketaan suhteellinen jäykkyyden käyräparvi suhteellisen normaalivoiman ja seinän hoikkuuden tulon arvoilla $n\lambda = 0, 10, 20, 30$ ja 34 . Tulon arvoilla $n\lambda \geq 34$ kertoimelle k_2 saadaan arvo $0,2$ eikä suhteellinen jäykkyys enää muutu. Kuvassa 3.16 on esitetty kaavalla (3.60) laskettu jäykistysseinän suhteellinen nimellinen taivutusjäykkyyden käyräparvi ja siinä on myös näytetty kaavojen (3.45) ja (3.49) mukaiset suhteelliset taivutusjäykkyydet $EI_{cr}/EI_{uncr,c}$ ja $EI_{eff}/EI_{uncr,c}$.



Kuva 3.16 Jäykistysseinään suhteellinen taivutusjäykkyys geometrisen raudoitussuhteen funktiona laskettuna seuraavilla menetelmillä (betoni C30/37, harjateräs A500HW):

- nimellisellä jäykkyydellä $EI/EI_{uncr,c}$ kaavalla (3.60), kun $n\lambda = 0, 10, 20, 30$ ja 34 , ja $\varphi_{ef} = 0$
- raudoitetulla halkeilleella poikkileikkauksella $EI_{cr}/EI_{uncr,c}$ kaavalla (3.45), kun $\varphi_{ef} = 0$
- raudoitetun halkeilleen rakenneosan tehollisella jäykkyydellä $EI_{ef}/EI_{uncr,c}$ kaavalla (3.49), kun $\varphi_{ef} = 0$

Kuvan 3.16 käyrien perusteella nähdään, kuinka laskennalliset taivutusjäykkyudet $EI_{cr}/EI_{uncr,c}$ ja $EI_{ef}/EI_{uncr,c}$, nimellinen taivutusjäykkyys $EI/EI_{uncr,c}$ ja stabiliteetilaskelmissa käytettävä taivutusjäykkyys $0,33E_{cm}I$ vastaavat toisiaan. Voidaan todeta, että jäykistysjärjestelmän jäykkyyden arvo $0,33E_{cm}I$ vastaa melko hyvin keskimääräisen geometrisen raudoitussuhteen mukaista jäykkyyttä ja että nimellinen jäykkyys on varmalla puolella stabiliteetilaskelmissa käytettävään jäykkyyteen nähden.

3.6.7 Nimellisellä jäykkyydellä lasketut toisen kertaluvun rasitukset

Jäykistysjärjestelmä on hoikka, jos rakennuksen kokonaispystykuorma, joka sisältää sekä jäykistävien että jäykistettyjen rakenteiden pystykuormat, on suurempi kuin 10 %:a nimellisestä nurjahduskuormasta. Tällöin jäykistävät rakenteet tulee suunnitella toisen kertaluvun rasituksille. Ne lasketaan korottamalla vaakakuormia, siten että ensimmäisen kertaluvun teorialla lasketut rasitukset vastaavat toista kertalukua. Korotetut vaakakuormat lasketaan kaavalla

$$F_{H,Ed} = \frac{F_{H,0Ed}}{1 - \frac{F_{V,Ed}}{F_{V,B}}}, \quad (3.61)$$

jossa $F_{H,0Ed}$ on vaakakuormien ensimmäisen kertaluvun mitoitusarvo, $F_{V,Ed}$ on rakennuksen kokonaispystykuorma, ja $F_{V,B}$ on jäykistysjärjestelmän nimellinen nurjahduskuorma. Rakennuksen nimellinen nurjahduskuorma lasketaan kohdan 3.7.3 mukaan. [18, s.209-211]

Tarkka toisen kertaluvun taivutusmomentin lauseke epäkeskisyydellä e normaalivoimalla N_{Ed} puristetulle sauvalle on

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed}e}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{N_{Ed}}{N_B}}\right)}, \quad (3.62)$$

jossa N_B on sauvan kriittinen nurjahduskuorma. Koska jakajassa oleva kosinitermi on likimain laskeva suora, joka saa arvot $1 \dots 0$, saadaan toisen kertaluvun taivutusmomentille likiarvokaava

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed}e}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_B}}. \quad (3.63)$$

Kaavalla (3.61) on siis selkeä yhteys epäkeskisesti puristetun sauvan toisen kertaluvun taivutusmomentin kaavaan (3.63). Kaavassa (3.61) taivutusmomentti on korvattu sen aikaansaavalla vaakavoimalla. Kaavalla (3.63) saadaan toisen kertaluvun taivutusmomentille aina varmallalla puolella oleva arvio, koska se on johdettu sauvalle, jossa on vakio ensimmäisen kertaluvun taivutusmomentti. [8,s. 235] [10, s.286]

3.6.8 Yhteenveto toisen kertaluvun vaikutuksista

Eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan rakenteen toisen kertaluvun vaikutukset tulee ottaa huomioon, jos ne lisäävät ensimmäisen kertaluvun rasituksia yli 10 % [18, s.64]. Käytettävät toisen kertaluvun analyysimenetelmät ovat yleinen menetelmä, nimelliseen kaarevuuteen ja nimelliseen jäykkyyteen perustuvat menetelmät. Erillisen rakenneosan suunnittelussa voidaan käyttää kaikkia näitä menetelmiä. [18, s.68]

Rakenteen kokonaistarkastelu tulee tehdä nimelliseen jäykkyyteen perustuvalla menetelmällä ja nimellisenä jäykkyytenä käytetään raudoittamattomilla betonipoikkileikkauksilla ja kimmokertoimilla $0,4E_{cd}$ tai $0,8E_{cd}$ laskettuja taivutusjäykkyyksiä. Kaksinkertaista kimmokerrointa $0,8E_{cd}$ voidaan käyttää, jos osoitetaan, että jäykistävässä rakenteissa ei esiinny taivutushalkeamia missään murtorajatilan kuormitusyhdistelmässä. Kertoimia ei tule käyttää sekaisin samassa tarkastelussa, vaan yksikin taivutushalkeama määrää pienemmän kimmokertoimen käytön koko jäykistysjärjestelmälle. [18, s.209-211]

Halkeilleen seinän, jolla on suorakaidepoikkileikkaus ja jolla ei ole normaalivoimaa, taivutusjäykkyys vastaa nimellistä jäykkyyttä $0,4E_{cd}I$, kun seinän geometrinen raudoitus-
suhteella on keskimääräinen arvo $\rho = 0,03$. Samaan tulokseen päädytään sekä käyttörajatilatarkasteluissa käytettävällä tehollisen jäykkyyden kaavalla (3.21) että nimellisen jäykkyyden kaavalla (3.50). Nimellisen jäykkyyden menetelmä antaa silti konservatiivisempia arvoja, kuin käytettävä nimellinen jäykkyys $0,4E_{cd}I$ on. [18, s.69, 70, 128, 129, 209-211]

Rakenteen hoikkeuden raja-arvona pidetään 10%:a koko rakenteen nimellisestä nurjahduskuormasta. Kokonaistarkastelussa verrataan rakenteen kokonaispystykuormaa, eli jäykistävien ja jäykistettyjen rakenneosien yhteenlaskettua pystykuormaa, nimelliseen nurjahduskuormaan. Jos rakenteen kokonaispystykuorma on yli 10%:a nimellisestä nurjahduskuormasta, niin toisen kertaluvun rasitukset otetaan huomioon korotetuilla vaakakuormilla tai geometrisesti epälineaarilla P-Delta-analyysillä. [18, s.209-211]

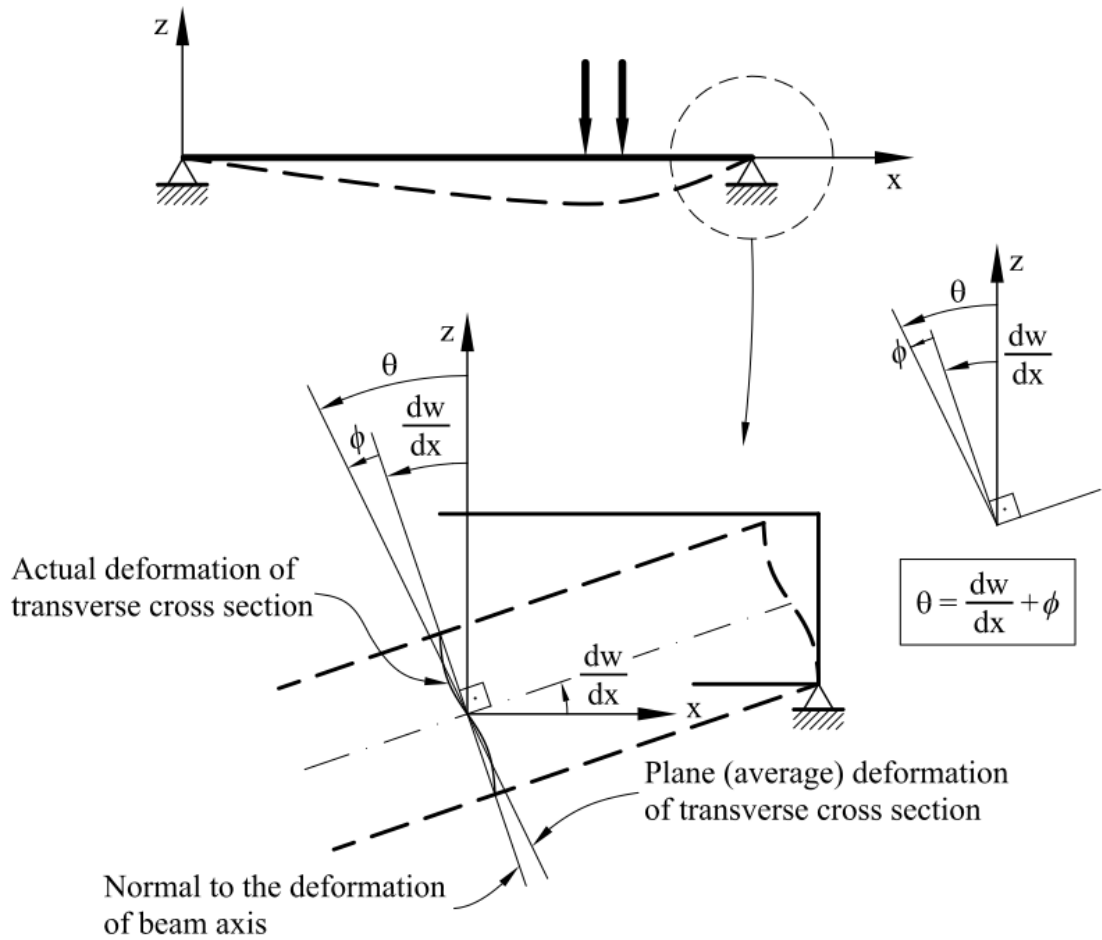
3.7 Leikkausmuodonmuutoksen vaikutukset

Leikkausvoiman vaikutukset siirtymiin voidaan eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan jättää huomioonottamatta, jos ne ovat alle 10 % taivutuksen aiheuttamiin siirtymiin verrattuna [18, s.53]. Jäykistävässä rakenteissa leikkausmuodonmuutoksilla on vaikutusta sekä vaakakuormien jakautumiseen, että rakenteen nurjahduskuormaan.

3.7.1 Leikkausmuodonmuutoksen vaikutus siirtymiin

Tarkastellaan ulokepalkin ja yksiaukkoisen palkin taipumakuvaajia Timoshenkon palkkiteorian avulla. Timosenhenkon palkkiteoriassa otetaan huomioon poikkileikkauksen keskimääräinen leikkausmuodonmuutos, joka Euler-Bernoullin palkkiteoriassa jätetään

huomioonottamatta. Kuvassa 3.17 on esitetty Timoshenkon palkkiteorian mukainen palkin poikkileikkauksen siirtymäkenttä. [9, s.37]



Kuva 3.17 Timoshenkon palkkiteorian mukainen palkin poikkileikkauksen siirtymäkenttä [9, s.37 Kuva 2.1]

Poikkileikkauksen kiertymä θ on kuvan 3.17 perusteella

$$\theta = \frac{dw}{dx} + \phi, \quad (3.64)$$

jossa w on taipuma, ja ϕ on leikkausmuodonmuutoksen aiheuttama lisäkiertymä.

Palkin akselin suuntaisen venymän kaavaksi saadaan

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{d(-z\theta)}{dx} = -z \left(\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{d\phi}{dx} \right), \quad (3.65)$$

Jossa u on x :n suuntainen siirtymä. Leikkausjännityksen aiheuttama kulmakiertymä on

$$\phi = -\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} = -\frac{V}{kAG}, \quad (3.66)$$

jossa τ_{xz} on leikkausjännitys, G liukumoduuli, A on poikkileikkauksen pinta-ala, ja k on poikkileikkauksen leikkausmuodonmuutoksen korjauskerroin. [9, s.36-37]

Seuraavaksi otetaan huomioon lujuusopin yleiset kaavat:

$$\sigma_x = E * \varepsilon_x, \quad (3.67)$$

$$M = \iint z\sigma_x dA, \quad (3.68)$$

$$\frac{d^2M(x)}{dx^2} = -q(x), \quad (3.69)$$

$$\frac{dV}{dx} = -q, \quad (3.70)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (3.71)$$

joissa σ_x ja ε_x ovat palkin akselin suuntainen normaalijännitys ja venymä, E kimmokerroin, M taivutusmomentti, V leikkausvoima, q poikittainen kuorma, G liukumoduuli, ja ν suppeumaluku. [10] Lujuusopin yleisten kaavojen perusteella päädytään palkin taipumaviivan differentiaaliyhtälöihin

$$M = -EI \frac{d^2w}{dx^2} - \frac{EI}{kAG} \frac{dQ}{dx}, \quad (3.72)$$

$$q = EI \frac{d^4w}{dx^4} + \frac{EI}{kAG} \frac{d^2q}{dx^2}, \quad (3.73)$$

joista ensimmäinen yhtälö soveltuu hyvin staattisesti määrätuille, ja toinen staattisesti määräämättömille rakenteille. Yhtälön (3.72) perusteella saadaan staattisesti määrätyn palkin taipuman kaava

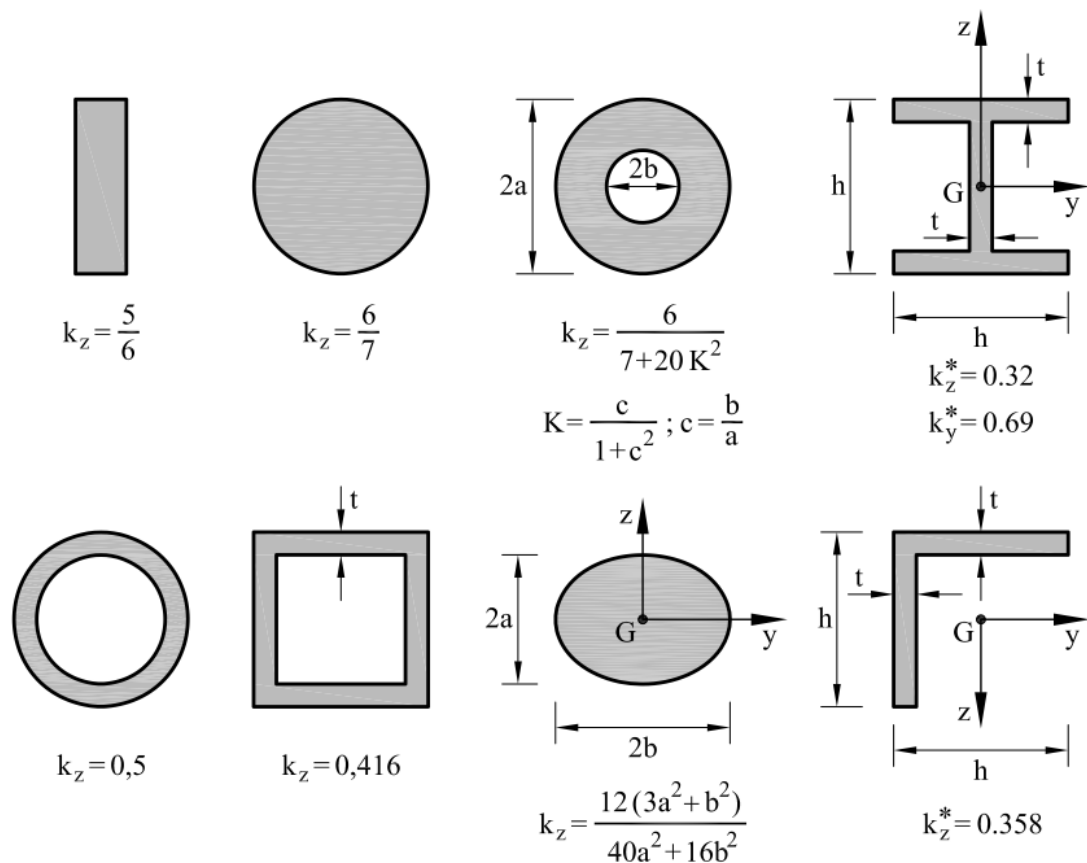
$$w = \iint -\frac{M}{EI} dx + \int -\frac{Q}{kAG} dx, \quad (3.74)$$

joka poikkeaa Euler-Bernoullin palkkiteorian kaavasta siten, että siihen on lisätty leikkausvoiman aiheuttaman taipuman termi. [9, s.36-37]

Poikkileikkauksen leikkausmuodonmuutoksen korjauskerroin k ratkaistaan yhtälöstä, jossa asetetaan Euler-Bernoullin palkkiteorian mukainen poikkileikkauksen leikkausjännityksen muodonmuutosenergia ja Timoshenkon mukainen muodonmuutosenergia yhtä suuriksi. Lopputuloksena kertoimelle saadaan kaava

$$k = \frac{V^2}{A} \int \tau(y, z)^2 dA, \quad (3.75)$$

jossa V on leikkausvoima, A poikkipinta-ala, ja τ on poikkileikkauksen leikkausjännitys. Kuvassa 3.18 on esitetty leikkausmuodonmuutoksen korjauskertoimia erilaisille poikkileikkauksille. [9, s.40-41]

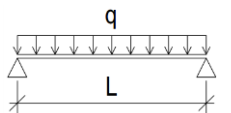
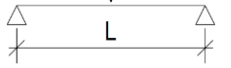
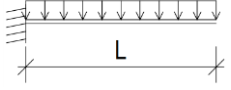
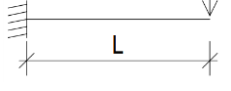
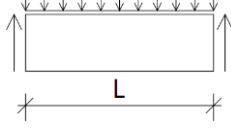


Kuva 3.18 Leikkausmuodonmuutoksen korjauskertoimia k erilaisille poikkileikkauksille [9, s.42 Kuva 2.3]

Differentiaaliyhtälöstä (3.74) saadaan integroimalla taipumien lausekkeet erilaisesti tuetuille ja kuormitetuille staattisesti määräytyille palkeille. Muutamien perustapausten taipu-

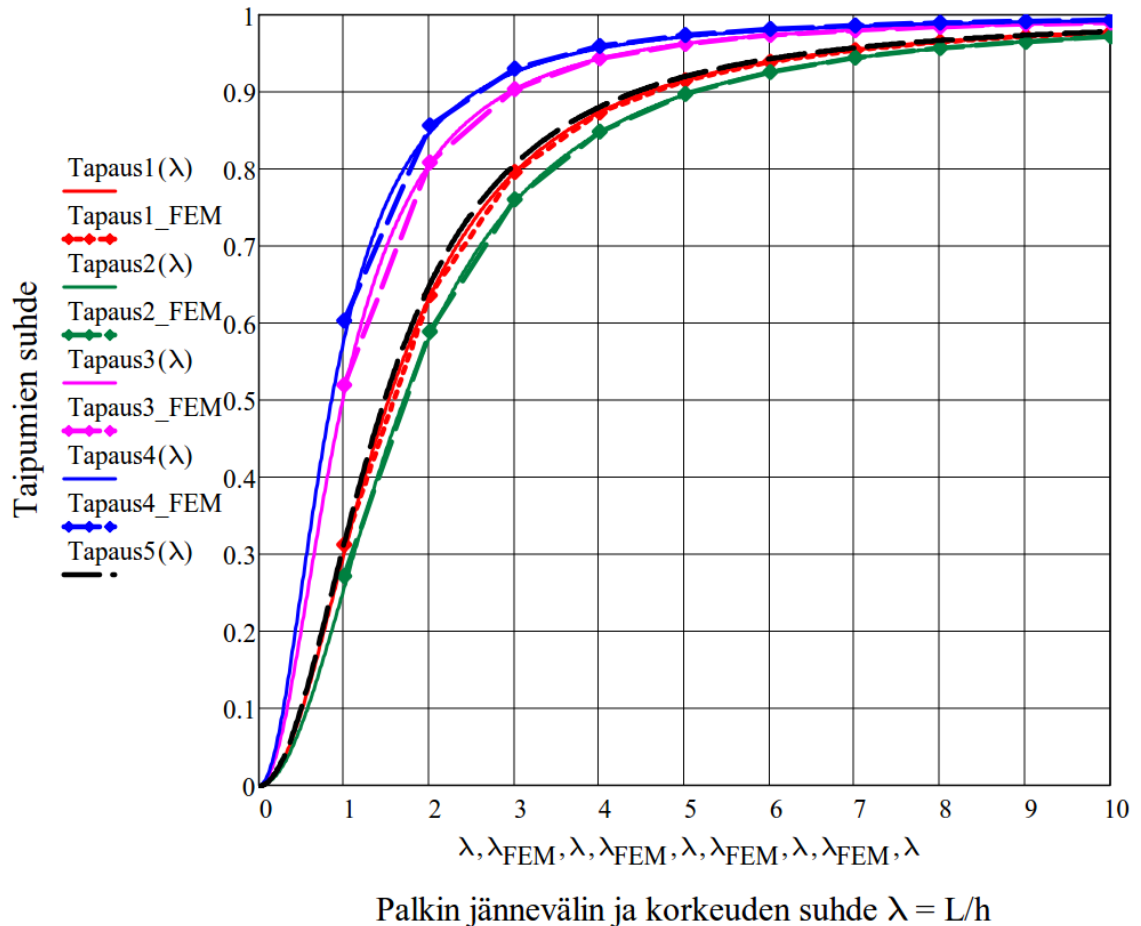
mien lausekkeet on esitetty taulukossa 3.7 ja lisäksi viimeisellä rivillä on tarkkaan levyteoriaan perustuva yksiaukkoisen tasaisesti kuormitetun palkin maksimitaipuman lauseke. Viimeisessä sarakkeessa on esitetty Euler-Bernoullin ja Timoshenkon palkkiteorioiden suhde suorakaidepalkeille. Lausekkeissa on merkitty palkin jännevälin L ja korkeuden h suhdetta symbolilla λ . [7,s.20] [21, s.126]

Taulukko 3.7 Timoshenkon palkkiteorian mukaiset taipumaviivojen yhtälöt $w_T(x)$, ja niiden maksimitaipumat $w_{T,max}$, sekä Euler-Bernoullin ja Timoshenkon palkkiteorian mukaisten maksimitaipumien suhde Δw suorakaidepalkeille $b \times h$, jonka jännevälin ja korkeuden suhde on $\lambda = L/h$ [7,s.32-35] [21, s.126]

Tapaus	$w_T(x)$	$w_{T,max}$	$\Delta w =$ $w_{EB,max}/w_{T,max}$
1 	$\frac{qL^4}{24EI} \left(\frac{x}{L} - \frac{2x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4} \right) + \frac{qL^2}{2kAG} \left(\frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right)$	$\frac{5qL^4}{384EI} + \frac{qL^2}{8kAG}$	$\frac{\frac{5}{32}\lambda^2}{\frac{5}{32}\lambda^2 + \frac{(1+\nu)}{4k}}$
2 	$\frac{FL^4}{48EI} \left(\frac{3x}{L} - \frac{4x^3}{L^3} + \frac{8}{L^3} \left(x - \frac{1}{2}L \right)^3 \right) + \frac{F}{2kAG} \left(x - 2 \left(x - \frac{L}{2} \right) \right)$	$\frac{FL^3}{48EI} + \frac{FL}{4kAG}$	$\frac{\frac{1}{4}\lambda^2}{\frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{(1+\nu)}{2k}}$
3 	$w(x) = \frac{qL^4}{24EI} \left(6 \frac{x^2}{L^2} - 4 \frac{x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4} \right) + \frac{qL^2}{2kAG} \left(\frac{2x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right)$	$\frac{qL^4}{8EI} + \frac{qL^2}{2kAG}$	$\frac{\frac{3}{2}\lambda^2}{\frac{3}{2}\lambda^2 + \frac{(1+\nu)}{k}}$
4 	$\frac{FL^3}{3EI} \left(\frac{3x^2}{2L^2} - \frac{x^3}{2L^3} \right) + \frac{Fx}{kAG}$	$\frac{FL^3}{3EI} + \frac{FL}{kAG}$	$\frac{4\lambda^2}{4\lambda^2 + \frac{2(1+\nu)}{k}}$
5 	$w_{max} = \frac{5qL^4}{384EI} \left(1 + \frac{12}{5} \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{8+5\nu}{10} \right) \right)$		$\frac{1}{1 + \frac{12}{5} \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{8+5\nu}{10} \right)}$

Kuvassa 3.19 on esitetty taulukon 3.7 viimeisen sarakkeen mukaisten suhteellisten maksimitaipumien kuvaajat ja FEM-analyysillä lasketut levyjen suhteelliset taipumat. FEM-analyysin mukaiset laskelmat on esitetty liitteessä 2. Käyrien perusteella havaitaan, että

jäykistävän rakenneosan todellinen jäykkyys riippuu voimakkaasti maston korkeuden ja sen poikkileikkauksen korkeuden suhteesta. Palkin suhteellinen taipuma saavuttaa 90 %:n arvon tuenta- ja kuormitustavasta riippuen sivusuhteilla $2,6 \leq \lambda \leq 5,1$. Matalien rakennusten jäykistysjärjestelmät ovat todellisuudessa siis joustavampia kuin Euler-Bernoullin palkkiteorian mukaiset tulokset kertovat. Tällä on merkittävä vaikutus myös voimasuureiden jakautumiseen jäykistävillä rakenteilla.



Kuva 3.19 Suorakaidepalkin Euler-Bernoullin palkkiteorian mukaisen maksimitaipuman suhde Timoshenkon palkkiteorian mukaiseen maksimitaipumaan ja FEM-analyysillä laskettuun maksimitaipumaan palkin jännevälin ja korkeuden suhteen $\lambda = L/h$ funktiona seuraavissa tapauksissa:

Tapaus 1: Yksiaukkoinen palkki, jolla on tasainen kuorma

Tapaus 2: Yksiaukkoinen palkki, jonka jännevälin keskellä on piste-kuorma

Tapaus 3: Ulokepalkki, jolla on tasainen kuorma

Tapaus 4: Ulokepalkki, jonka päässä on pistekuorma

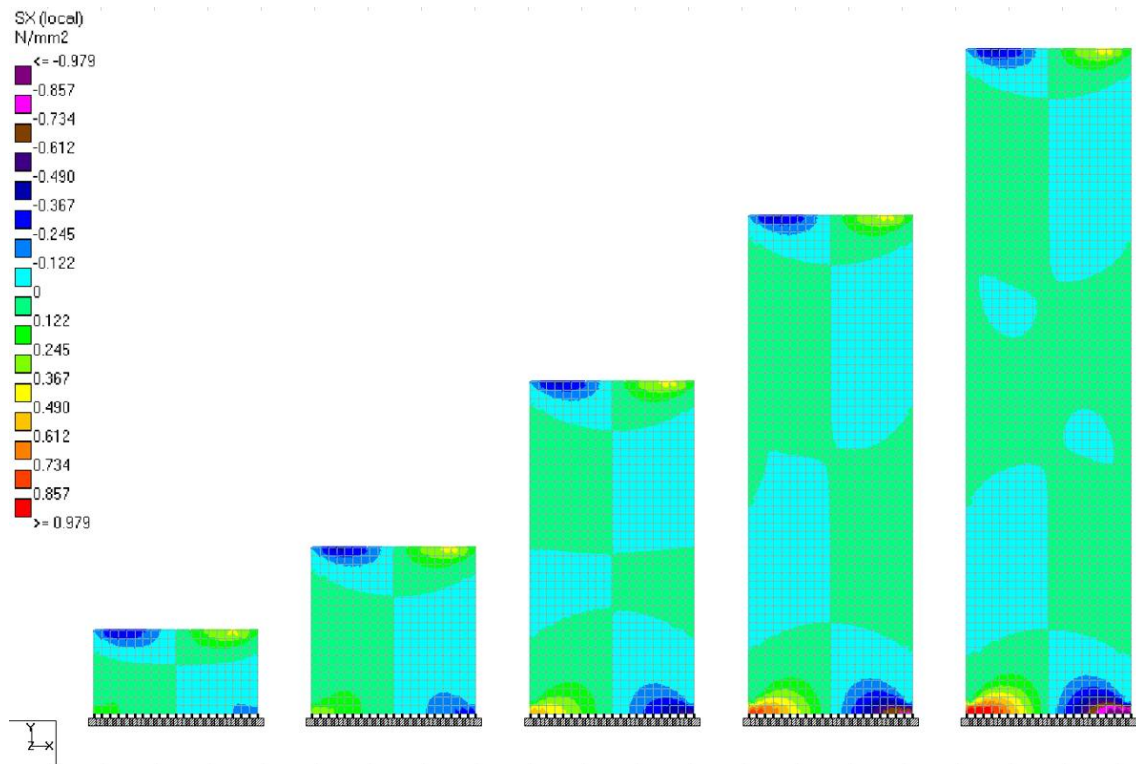
Tapaus 5: Yksiaukkoinen levy, jolla on tasainen kuorma

3.7.2 Leikkausmuodonmuutoksen vaikutus jännityksiin

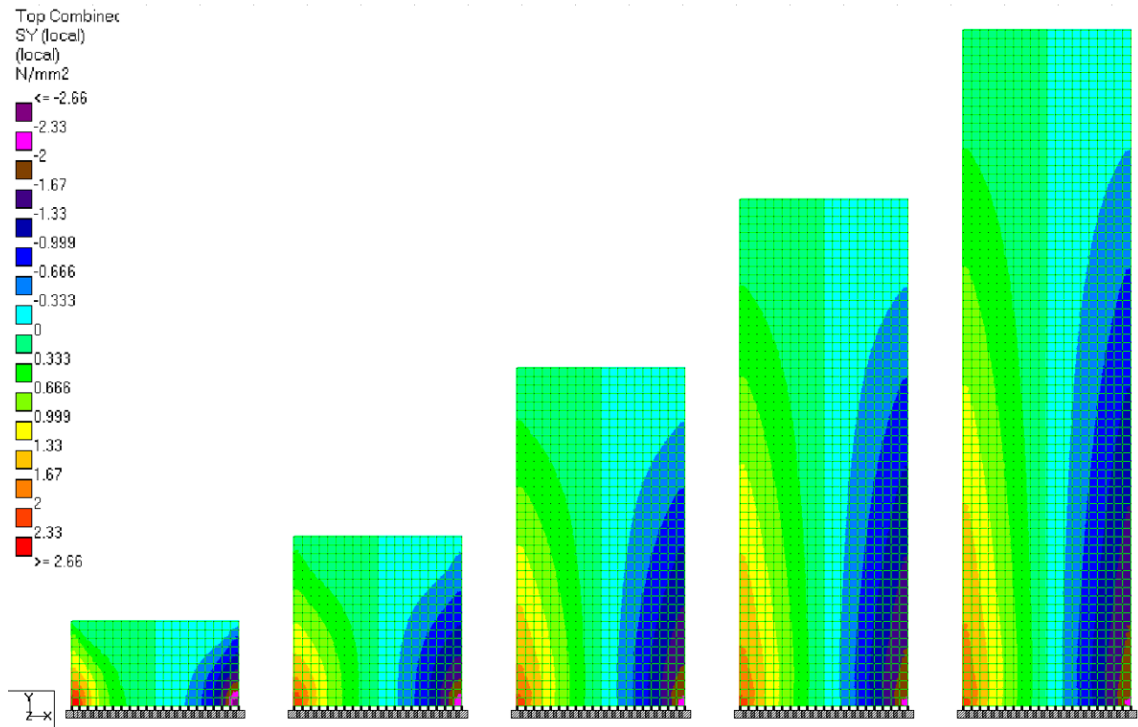
Tutkitaan jäykistysseinän normaali- ja leikkausjännityksiä FEM-analyysillä. Laskennassa käytetään 5 solmuisia kvadraattisia levyelementtejä, joissa on solmut nurkissa ja levyn keskellä. Tehdyt laskelmat on esitetty liitteessä 3.

Tarkastelu tehdään raudoittamattomalla ulokeseinällä, jonka poikkileikkaus on $b \times h = 200 \text{ mm} \times 3000 \text{ mm}$, ja materiaali betonia C30/37 (kimmokerroin $E_{cm} = 33 \text{ GPa}$, suppeumaluku $\nu = 0,2$). Seinän korkeuden L ja poikkileikkauksen korkeuden h suhteina käytetään arvoja $\lambda = L/h = 0,5, 1, 2, 3$ ja 4. Seinän elementtiverkko koostuu neliöelementeistä, joiden sivumitta on 150 mm, jolloin seinän sivusuhteella $\lambda = 1$ on elementtejä yhteensä 400 kpl. Tutkittaessa leikkausjännityksiä ja vaakasuuntaisia normaalijännityksiä käytetään seinän yläreunassa vakiota 200 kN:n leikkausvoimaa. Se jaetaan seinän yläreunan solmuille seuraavasti: keskisolmut (19 kpl) 10 kN ja reunasolmut (2 kpl) 5 kN. Tutkittaessa pystysuuntaisia normaalijännityksiä, käytetään seinän yläreunassa leikkausvoimia, jotka aiheuttavat yhtä suuren taivutusmomentin seinän alareunaan. Nämä leikkausvoimat ovat 400 kN, 200 kN, 100 kN, 66,7 kN ja 50 kN.

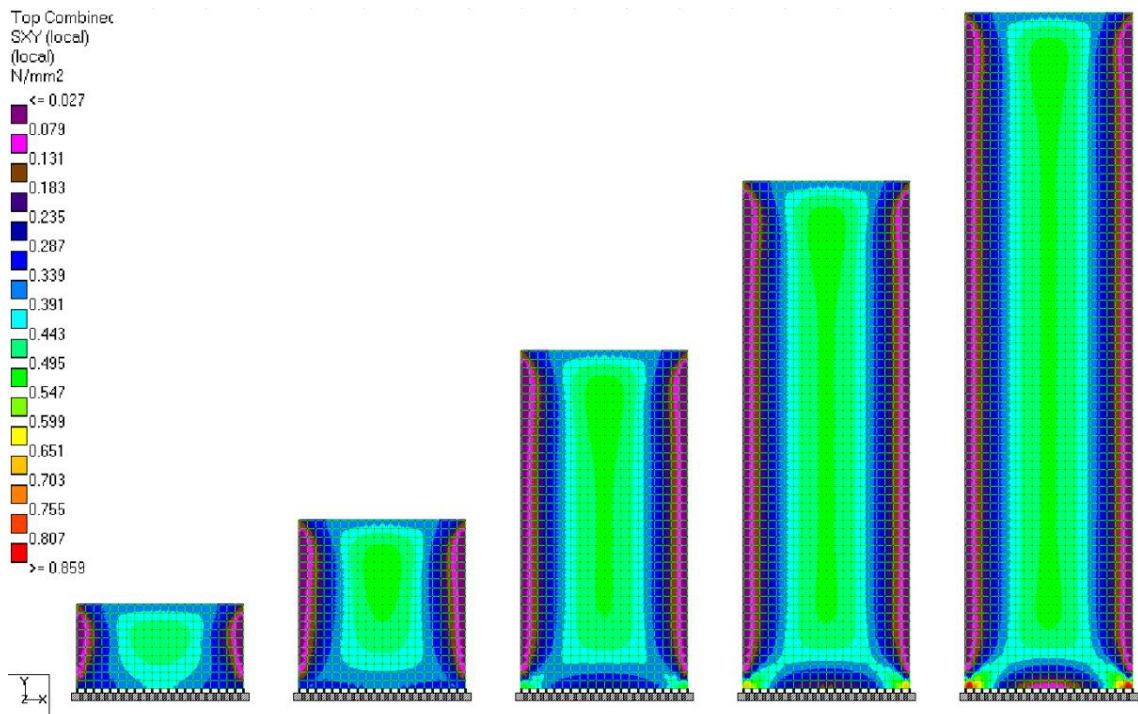
Kuvassa 3.20 on näytetty seinien vaakasuuntaisten, kuvassa 3.21 pystysuuntaisten ja kuvassa 3.22 leikkausjännitysten jännitysten kuvaajat.



Kuva 3.20 Seinien vaakasuuntaisten normaalijännitysten SX kuvaajat



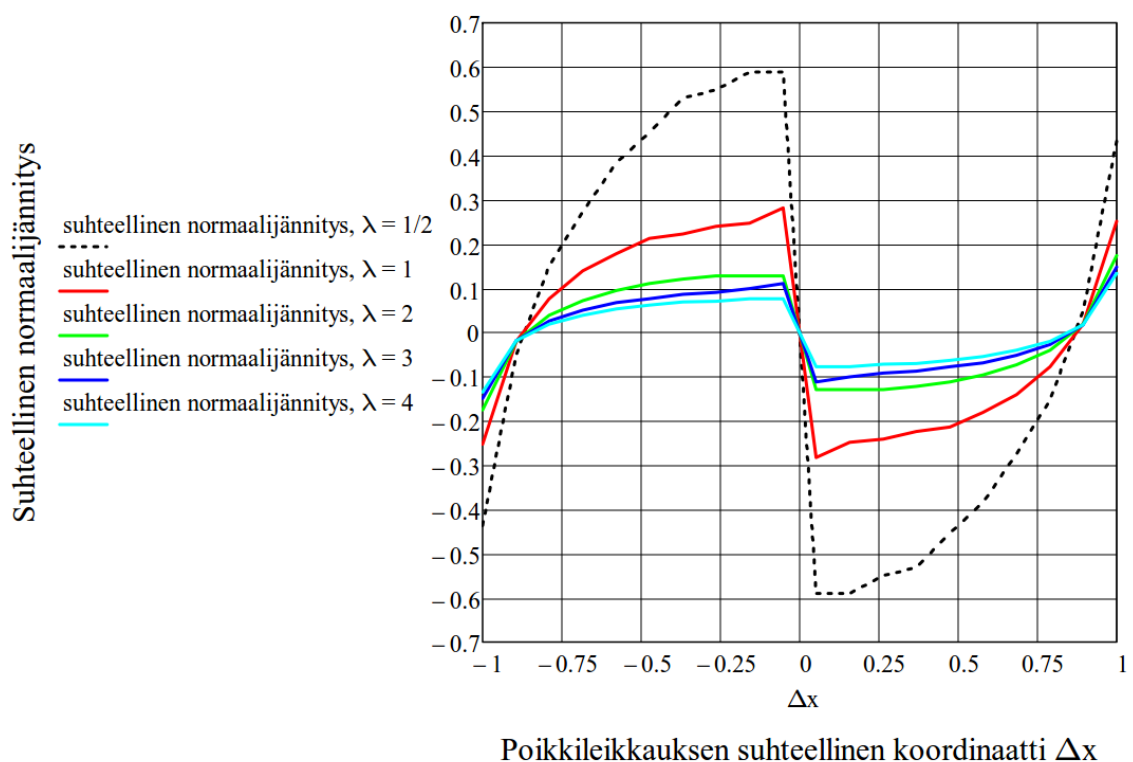
Kuva 3.21 Seinien pystysuuntaisten normaalijännitysten SY kuvaajat, kun seinien alareunoissa olevat taivutusmomentit ovat yhtä suuria



Kuva 3.22 Seinien leikkausjännitysten SXY kuvaajat

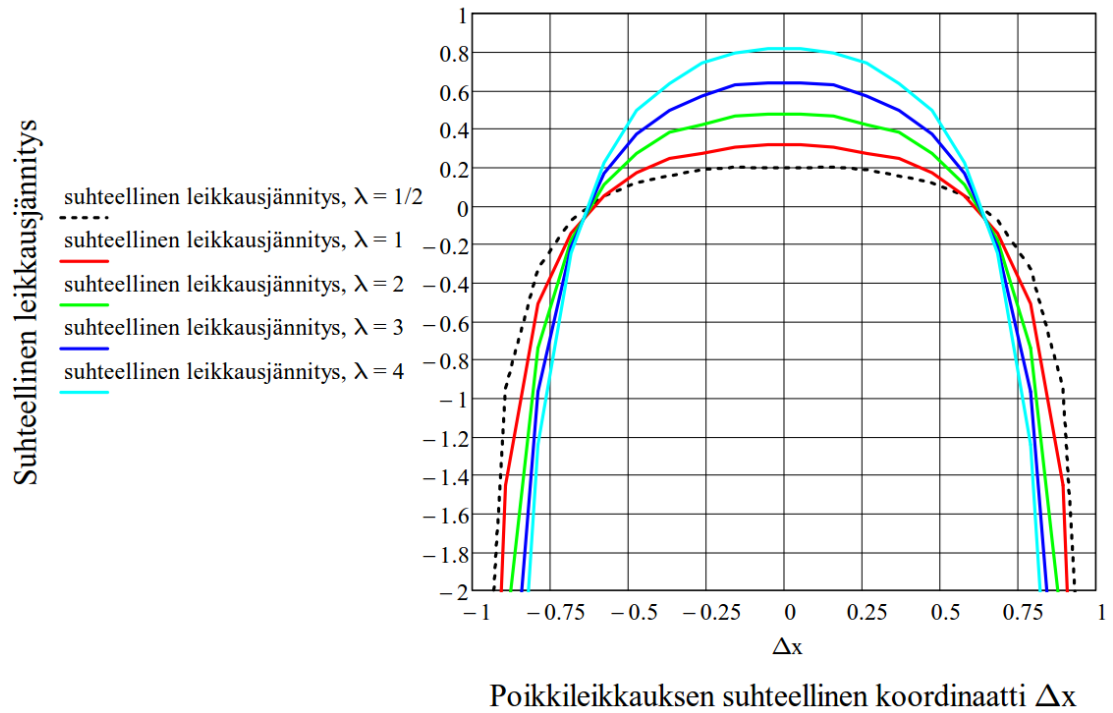
Seinän sivusuhteen L/h kasvaessa alareunan pystysuuntaisen normaalijännityksen S_Y jakauma lähestyy Euler-Bernoullin palkkiteorian mukaista lineaarista jännityskuvaajaa. Poikkittaisella normaalijännityksellä S_X on eniten merkitystä seinän yläreunassa kuormitusalueen läheisyydessä ja seinän alareunan tukialueella, mikä aiheuttaa myös virhettä leikkausjännityksen jakaumaan näillä reuna-alueilla. Sen sijaan seinien keskialueilla leikkausjännitys jakautuu hyvinkin paraabelimaisesti, eli palkkiteorian mukaisesti.

Kuvassa 3.23 on esitetty seinän alareunan levyelementin pystysuuntaiset normaalijännitysten suhteelliset arvot Euler-Bernoullin palkkiteoriaan nähden. Kuvaajat ovat multilineaarisia käyriä, joiden taitekohtien pisteet on laskettu alimpien levyelementtien keskipisteiden jännitysten avulla.

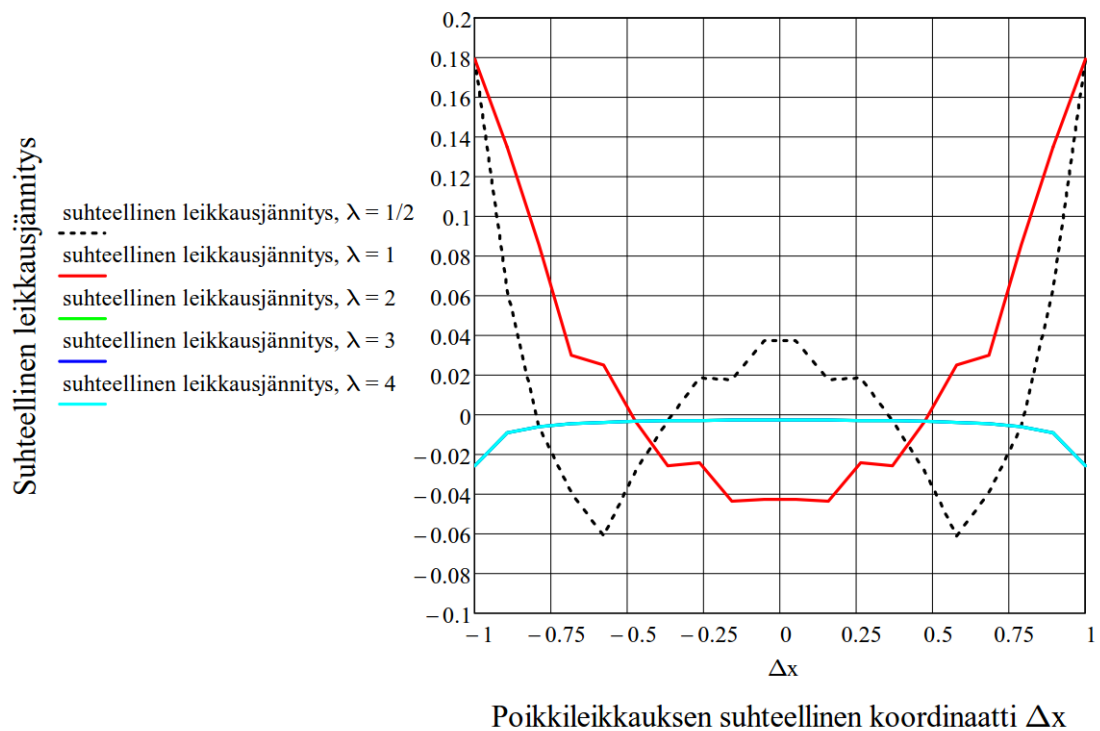


Kuva 3.23 *Seinän alareunan suhteelliset pystysuuntaiset normaalijännitykset $S_Y/S_{Y_{EB}}$ seinän ja sen poikkileikkauksen korkeuden suhteilla $\lambda = L/h = 1/2, 1, 2, 3$ ja 4*

Kuvassa 3.24 on esitetty seinän alareunan ja kuvassa 3.25 seinän keskialueen levyelementtien keskipisteiden leikkausjännityksen suhde palkkiteorian mukaisiin arvoihin.



Kuva 3.24 Seinän alareunan suhteelliset leikkausjännitykset $S_{XY}/S_{XY_{EB}}$ seinän ja sen poikkileikkauksen korkeuden suhteilla $\lambda = L/h = 0,5, 1, 2, 3$ ja 4

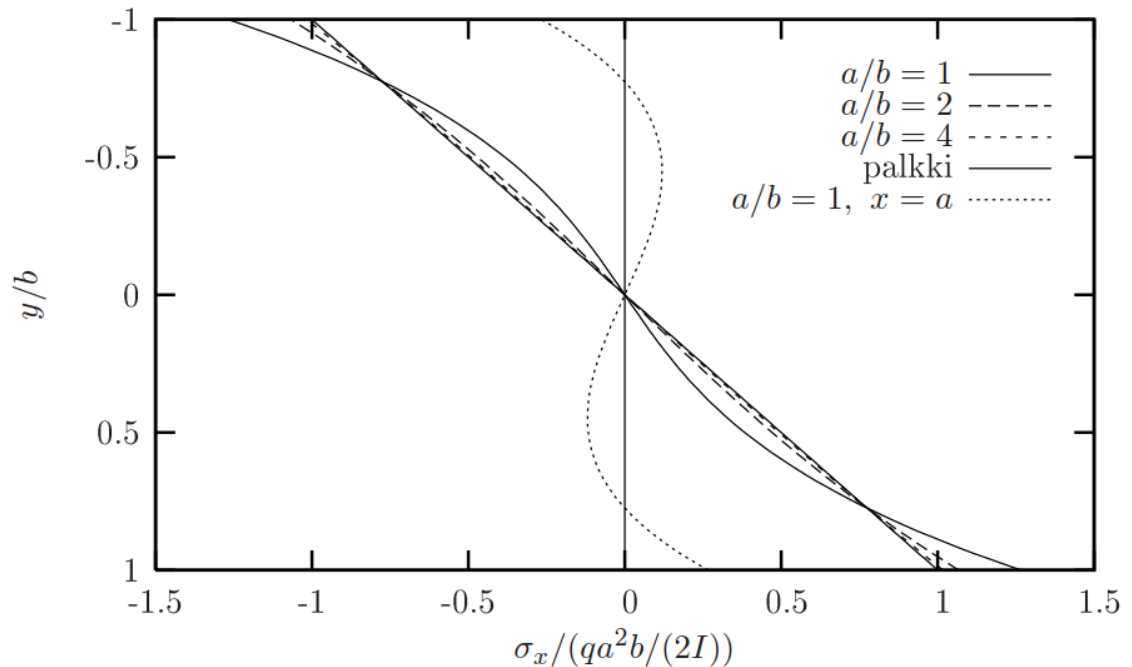


Kuva 3.25 Seinän keskialueen suhteelliset leikkausjännitykset $S_{XY}/S_{XY_{EB}}$ seinän ja sen poikkileikkauksen korkeuden suhteilla $\lambda = L/h = 0,5, 1, 2, 3$ ja 4

Yksiaukkoisen tasaisestikuormitetun suorakaidepalkin normaalijännityksille saadaan levyteorian avulla johdettua kaava

$$\sigma(x, y) = \frac{q}{2I}(a^2 - x^2)y + \frac{q}{2I}\left(\frac{2}{3}y^3 - \frac{2}{5}b^2y\right), \quad (3.76)$$

jossa ensimmäinen termi on vastaava kuin palkkiteoriassa ja toinen termi on levyvaikutuksen huomioonottava korjaustermi. Kaavan mukaisen palkin jänneväli on $2a$, korkeus on $2b$, poikkileikkauksen neliömomentti on I ja tasaisen kuorman arvo on q . Kaavaan (3.76) mukaiset palkin keskikohdan taivutusjännityksen kuvaajat on esitetty kuvassa 3.26, kun levyn sivusuhteet ovat $a/b = 1, 2, 3$ ja 4 . [21, s. 122]



Kuva 3.26 Yksiaukkoisen tasaisestikuormitetun levyn keskikohdan jännitys sivusuhteilla $a/b = 1, 2, 3$ ja 4 [21, s. 120 Kuva 7.11]

3.7.3 Leikkausmuodonmuutoksen vaikutus nurjahduskuormaan

Rakenneosan leikkausmuodonmuutos pienentää sen nurjahduskestävyyttä. Jäykistysjärjestelmän nurjahduskestävyys lasketaan kaavalla

$$F_{V,B} = \frac{F_{V,BB}}{1 + \frac{F_{V,BB}}{\Sigma S}}, \quad (3.77)$$

Jossa $F_{V,BB}$ on jäykistysjärjestelmän taivutusnurjahduskuorma ja ΣS on jäykistysjärjestelmän leikkausjäykkyys. Rakenteen leikkausjäykkyys lasketaan kaavalla

$$\sum S = \sum kAG, \quad (3.78)$$

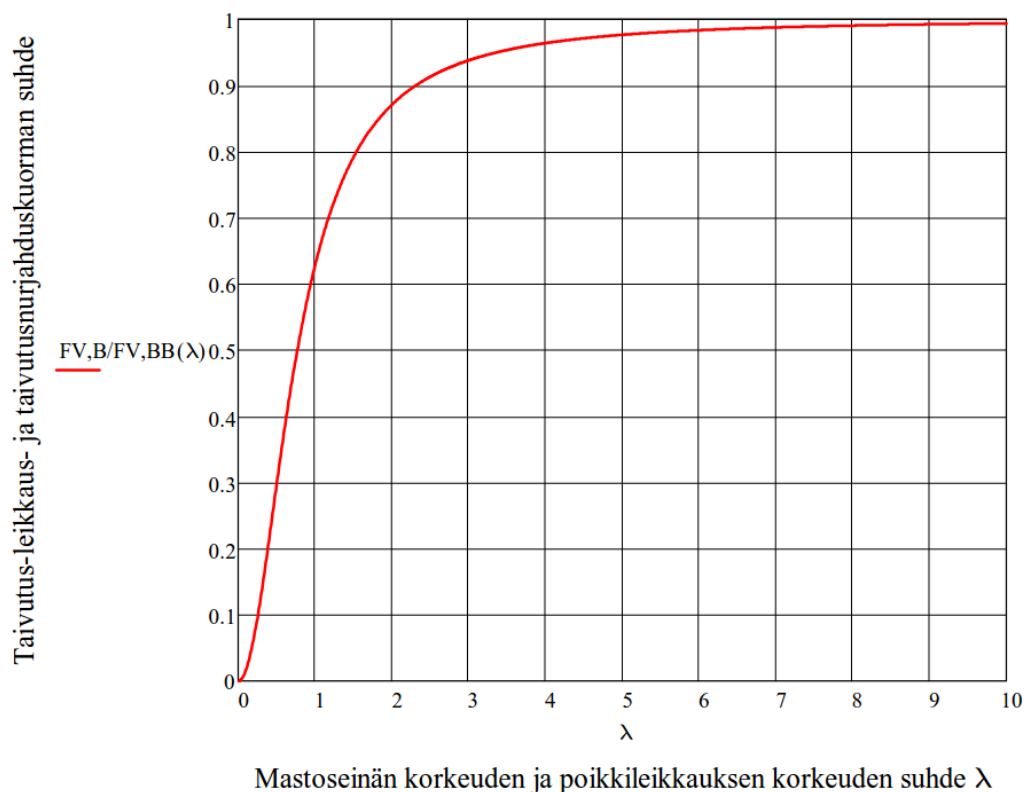
jossa k on leikkausmuodonmuutoksen korjauskerroin, A poikkipinta-ala, ja G liukumoduuli. [18, s. 210] [22, s.59]

Tarkastellaan suorakaiteisen jäykistysseinän taivutusnurjahduksen ja yhdistetyn taivutusleikkausnurjahduksen suhdetta, kun seinä on yhden kerroksen korkuinen. Kaavan (3.77) perusteella saadaan

$$\frac{F_{V,B}}{F_{V,BB}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EI}{4L^2 * kAG}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E h^2}{48L^2 * kG}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2(1 + \nu)}{24k} \left(\frac{1}{\lambda^2}\right)}, \quad (3.79)$$

jossa L on ulokkeen pituus, ja λ on ulokkeen pituuden L ja suorakaidepoikkileikkauksen korkeuden h suhde, ja ν on suppeusluku. Kaavan (3.79) mukaisen nurjahduskuormien suhde on esitetty kuvassa 3.27.

Kuvan 3.27 perusteella havaitaan, että leikkausmuodonmuutoksen vaikutus on vähäinen hoikilla ja nurjahdusherkillä jäykistysrakenteilla. Jo sivusuhteella $\lambda = L/h > 2,3$ taivutusnurjahdus määrää 90 % jäykistysseinän nurjahduskuormasta, eikä eurokoodin mukaan leikkausvoiman vaikutusta nurjahdukseen tarvitsisi tutkia.



Kuva 3.27 Suorakaiteisen jäykistysseinän yhdistetyn taivutus-leikkausnurjahduksen ja taivutusnurjahduksen suhde seinän korkeuden L ja poikkileikkauksen korkeuden h suhteen λ funktiona

3.7.4 Yhteenveto leikkausmuodonmuutosten vaikutuksista

Leikkausmuodonmuutokset lisäävät rakenteiden siirtymiä, vääristävät palkkiteorian mukaisia normaali- ja leikkausjännityksiä ja pienentävät rakenteen kriittistä nurjahduskuormaa. Eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan leikkausmuodonmuutoksen vaikutukset rakenteen siirtymiin tulee ottaa huomioon, jos niiden vaikutus on yli 10% tekniseen taivutusteorian mukaisiin siirtymiin verrattuna [18, s.53].

Tasaisesti kuormitetun ja keskeisellä pistekuormalla kuormitetun yksiaukkoisen suorakaidepalkin laskennallinen taipuma on 90% todellisesta leikkausmuodonmuutokset huomioonottavasta taipumasta, kun palkin jännevälin ja korkeuden suhde on yli 5,1. Vastavasti suorakaiteisen ulokepalkin, jolla on tasainen kuorma tai jolla on pistekuorma ulokkeen päässä, palkkiteorian mukainen taipuma saavuttaa 90%:a leikkausmuodonmuutokset huomioonottavasta arvosta, kun palkin sivusuhte on 3,0.

Suorakaiteen muotoisen rakenneosan normaali- ja leikkausjännitykset vastaavat hyvin teknisen taivutusteorian mukaisia jännityksiä, jos sauvojen sivusuhteet ovat edellä kuvatujen taipumien mukaisia raja-arvoja suurempia. Ulokeseinän sivusuhteella 3,0 normaali- ja leikkausjännitysten virhe on alle 14% ja leikkausjännitysten virheet maston keskialueella ovat

mitättömiä. Samalla sivusuhteen raja-arvolla 3,0 ulokeseinän kriittinen nurjahduskuorma vastaa taivutusnurjahduskuormaa 94 %:n tarkkuudella.

Rakenteiden suunnittelussa leikkausmuodonmuutosten vaikutukset voidaan jättää huomiioon ottamatta, kun rakenteet ovat hoikkia. Yleisesti ottaen mastojäykisteisten rakennusten suunnittelussa voidaan pitää hyvänä raja-arvona jäykistävän rakenteen korkeuden ja poikkileikkauksen korkeuden suhdetta 3. Kun jäykistävät rakenteet ovat tätä raja-arvoa hoikempia, niin leikkausmuodonmuutosten vaikutukset ovat vähäisiä. Pienemmillä sivusuhteilla leikkausmuodonmuutokset ovat suurempia, ja ne vääristävät palkkiteorian mukaisia tuloksia.

3.8 Jäykistysjärjestelmän käsinlaskentamenetelmät

Jäykistysjärjestelmien käsinlaskentamenetelmät perustuvat joko kytkettyjen ulokesauvojen tai ulokelevyjen teoriaan. Molempien teorioiden perusolettamukset ovat, että

- vaakasuuntaiset levykentät ovat jäykkiä kappaleita, joilla on kolme siirtymävausastetta: u (x -suuntainen translaatio), v (y -suuntainen translaatio) ja φ (rotaatio z -akselin ympäri)
- vaakasuuntaiset levykentät kytkevät jäykistävät pystyrakenteet toisiinsa, ja jakavat vaakakuormat jäykistäville pystyrakenteille
- vaakasuuntaiset levykentät ja jäykistävät pystyrakenteet liittyvät toisiinsa nivelellisesti, eikä niissä ole momenttijäykkiä liitoksia. [21,s.3,11] [8, s.181]

Rakenteen jäykistystarkastelussa on tyydyttävä joko palkkiteoriaan tai likimääräiseen levyteoriaan. Tämä johtuu siitä, että yhdistetyn taivutus-leikkausmuodonmuutoksen huomioon ottavia laskentausekkeitä on vaikea johtaa, eikä niitä ole saatavilla. Jos jäykistävillä rakenteilla on eri suuret poikkileikkausarvot (taivutusjäykkyys EI ja leikkausjäykkyys kGA), on niillä myös eri muotoiset siirtymäkuvaajat, jotka riippuvat taivutusjäykkyyden ja leikkausjäykkyyden suhteesta. Tämän vuoksi myös rakennuksen vääntökeskiön sijainnista tulee korkeuskoordinaatin funktio. [21,s.1-24]

Eri muotoiset siirtymäkuvaajat tulisi pakottaa levykenttien sisäisillä voimilla yhtä suureksi jokaisessa kerroksessa. Jokaista kerrosta ja jäykistävää rakennetta kohden tulisi ratkaistavaksi sekä molempien vaakasuuntien leikkausvoimat, että vääntömomentti. Kun jäykistävien rakenteiden siirtymäkuvaajat ovat saman muotoiset, eli tarkastelussa otetaan huomioon joko taivutus tai leikkausmuodonmuutos, voidaan osoittaa, että vaakakuormat jakautuvat jäykistäville rakenteille suoraan niiden taivutus- ja rakennuksen vääntökeskiön suhteen laskettujen vääntöjäykkyyksien suhteissa. [21,s.1-24]

3.8.1 Matalat rakennukset

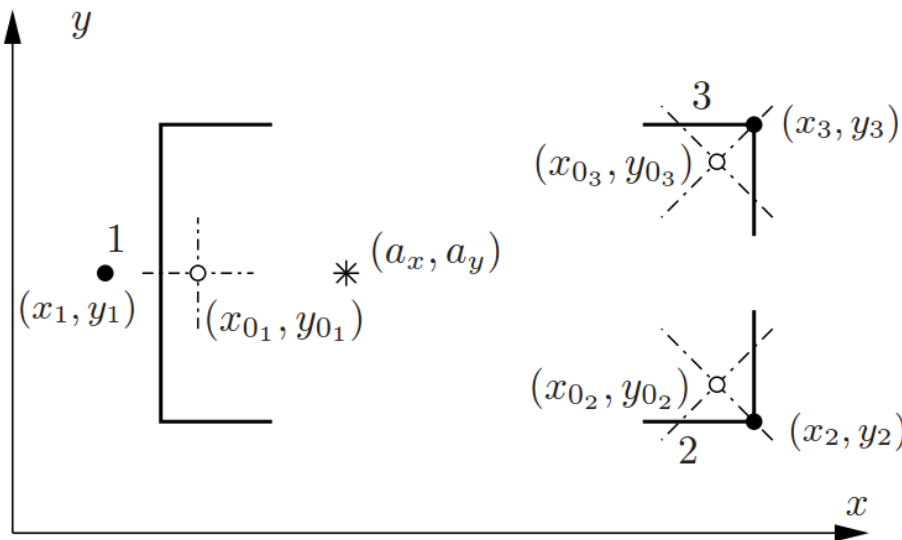
Matalissa rakennuksissa, joissa jäykistävien rakenteiden korkeuden ja poikkileikkauksen korkeuden suhde λ on pieni ($\lambda = L/h < 1,0$, vrt. kuva 3.19), on leikkausmuodonmuutos taivutusjäykkyyttä merkittävämpi tekijä jäykistävien rakenneosien jäykkyyden määrittämisessä. Tästä syystä kannattaa käyttää levyteoriaan perustuvaa analyysia. Yksikerroksisessa rakennuksessa voidaan vaakavoimien jakautumisessa ottaa huomioon sekä taivutus-, että leikkausjäykkyys.

Jäykkänä kappaleena toimivan vaakasuuntaisen levykentän pienet siirtymät voidaan esittää rakennuksen vääntökeskiön $A(a_x, a_y)$ x - ja y -suuntaisina translaatioina v_x ja v_y sekä levykentän rotaationa φ . Levykentän pisteen (x, y) x - ja y -suuntaiset siirtymät ovat

$$u_x = v_x - \varphi(y - a_y), \quad (3.80)$$

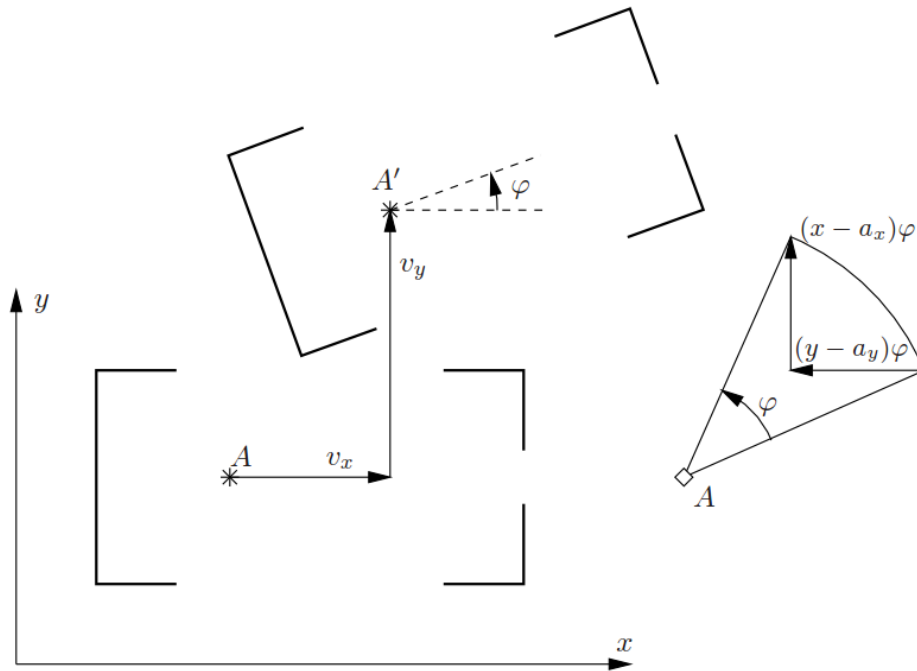
$$u_y = v_y + \varphi(x - a_x). \quad (3.81)$$

Kuvassa 3.28 on esitetty merkinnät rakennuksen ja jäykistävien rakenteiden vääntökeskiöille ja neutraaliakseleille. [21,s.3,11]



Kuva 3.28 Rakennuksen vääntökeskiö $A(a_x, a_y)$, jäykistävien rakenteiden vääntökeskiöt (x_i, y_i) ja neutraaliakselit (x_{0i}, y_{0i}) [21, s.11 Kuva 2.1]

Kuvassa 3.29 on esitetty vaakasuuntaisen levykentän jäykän kappaleen siirtymät.



Kuva 3.29 Rakennuksen vääntökeskiön $A(a_x, a_y)$ x - ja y -suuntaiset translaatiot v_x ja v_y ja levykentän rotaatio φ [21, s.12 Kuva 2.2]

Merkitään i :n seinän suuntakulmaa x -akselista mitattuna symbolilla α_i . Kun seinän suuntainen siirtymä lausutaan levykentän siirtymillä, saadaan kaava

$$\delta_i = u_x \cos(\alpha_i) + u_y \sin(\alpha_i) = v_x \cos(\alpha_i) + v_y \sin(\alpha_i) + r_i \varphi, \quad (3.82)$$

jossa r_i on seinän kohtisuoraetäisyys rakennuksen vääntökeskiöstä. Se lasketaan lausekkeella

$$r_i = (x_i - a_x) \sin(\alpha_i) - (y_i - a_y) \cos(\alpha_i). \quad (3.83)$$

Voimalla F i :n seinän yläreuna saa siirtymän

$$\delta_i = \gamma L = \frac{FL}{kGA} = K_{S,i}^{-1} F_i, \quad (3.84)$$

jossa γ on seinän liukuma, L on seinän korkeus, kGA on seinän poikkileikkauksen leikkausjäykkyys ja $K_{S,i}$ on seinän leikkausjäykkyys. Jos tarkastelussa halutaan ottaa huomioon myös taivutuksen vaikutus, tulee jäykkyystermi laskea lausekkeella

$$K_{S,B,i}^{-1} = \frac{L}{kGA} + \frac{L^3}{3EI}, \quad (3.85)$$

jossa ensimmäinen termi on seinän leikkausjäykkyys ja toinen taivutusjäykkyys. [21, s.3]

Seinien tasapainoehdot ulkoisten vaakakuormien ja vääntömomentin kanssa ovat

$$F_{H,x} = \sum_{i=1}^n F_i \cos(\alpha_i), \quad (3.86)$$

$$F_{H,y} = \sum_{i=1}^n F_i \sin(\alpha_i), \quad (3.87)$$

$$M_T = \sum_{i=1}^n F_i r_i, \quad (3.88)$$

joissa $F_{H,x}$ on x -suuntaisen, $F_{H,y}$ y -suuntaisen vaakavoiman resultantti ja M_T on vääntömomentti. Kun tasapainoehtoihin sijoitetaan seinien voiman F_i , siirtymän δ_i ja rakennuksen vääntökeskiöstä mitatun kohtisuoran etäisyyden r_i lausekkeet, saadaan kaavat

$$F_{H,x} = u_x \sum_{i=1}^n K_i \cos^2(\alpha_i) + u_y \sum_{i=1}^n K_i \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i) + \varphi \sum_{i=1}^n K_i r_i \cos(\alpha_i), \quad (3.89)$$

$$F_{H,y} = u_x \sum_{i=1}^n K_i \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i) + u_y \sum_{i=1}^n K_i \sin^2(\alpha_i) + \varphi \sum_{i=1}^n K_i r_i \sin(\alpha_i), \quad (3.90)$$

$$M_T = u_x \sum_{i=1}^n K_i r_i \cos(\alpha_i) + u_y \sum_{i=1}^n K_i r_i \sin(\alpha_i) + \varphi \sum_{i=1}^n K_i r_i^2, \quad (3.91)$$

joissa on merkitty jäykistysseinän i jäykkyyttä symbolilla K_i . [21, s.4-5] Vääntökeskiön paikka saadaan ratkaistua kahdesta ensimmäisestä tasapainoyhtälöstä ehdolla, että puhdas rotaatio ei aiheuta vaakavoimia. Tällä tavalla päädytään vääntökeskiön paikan yhtälöihin

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n K_i \sin^2(\alpha_i) & -\sum_{i=1}^n K_i \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i) \\ -\sum_{i=1}^n K_i \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i) & \sum_{i=1}^n K_i \cos^2(\alpha_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n K_i [x_i \sin^2(\alpha_i) - y_i \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i)] \\ \sum_{i=1}^n K_i [-x_i \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i) + y_i \cos^2(\alpha_i)] \end{bmatrix}, \quad (3.92)$$

joissa on merkitty

$$\det = \left(\sum_{i=1}^n K_i \sin^2(\alpha_i) \right) \left(\sum_{i=1}^n K_i \cos^2(\alpha_i) \right) - \left(\sum_{i=1}^n K_i \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i) \right)^2. \quad (3.93)$$

Jos jäykistysseinät ovat x -ja y -suuntaisia, vääntökeskiön paikan lausekkeet yksinkertaistuvat muotoon

$$a_x = \frac{\sum_{k=1}^t x_k K_k}{\sum_{k=1}^t K_k}, \quad (3.94)$$

$$a_y = \frac{\sum_{l=1}^s y_l K_l}{\sum_{l=1}^s K_l}, \quad (3.95)$$

joissa seinät $k = 1, 2, \dots, t$ ovat y -akselin suuntaiset ja seinät $l = 1, 2, \dots, s$ ovat x -akselin suuntaiset. [21, s.5-6]

Rakennuksen vääntökeskiön siirtymille saadaan tasapainoehtojen perusteella lausekkeet

$$v_x = \frac{1}{\det} \left(F_{H,x} \sum_{i=1}^n K_i \sin^2(\alpha_i) - F_{H,y} \sum_{i=1}^n K_i \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i) \right) \quad (3.96)$$

$$v_y = \frac{1}{\det} \left(-F_{H,x} \sum_{i=1}^n K_i \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i) + F_{H,y} \sum_{i=1}^n K_i \cos^2(\alpha_i) \right) \quad (3.97)$$

$$\varphi = \frac{M_T}{\sum_{i=1}^n K_i r_i^2}, \quad (3.98)$$

ja jäykistysseinän i voima voidaan laskea kaavalla

$$F_i = K_i \delta_i = K_i (v_x \cos(\alpha_i) + v_y \sin(\alpha_i) + \varphi r_i). \quad (3.99)$$

Jos kaikki jäykistysseinät ovat x -ja y -suuntaisia suuntaisia, niin rakennuksen vääntökeskiön siirtymät lasketaan lausekkeista

$$v_x = \frac{F_{H,x}}{\sum_{k=1}^t K_k} \quad (3.100)$$

$$v_y = \frac{F_{H,y}}{\sum_{l=1}^s K_l} \quad (3.101)$$

$$\varphi = \frac{M_T}{\sum_{k=1}^t K_k (x_i - a_x)^2 + \sum_{l=1}^s K_l (y_i - a_y)^2} \quad (3.102)$$

joissa seinät k ovat y -suuntaiset ja seinät l x -suuntaiset. [21, s.8] Jäykistysseinän k ja l voimat lasketaan kaavoilla

$$F_{H,k} = \frac{K_k F_{H,y}}{\sum_{k=1}^t K_k} + \frac{(x_i - a_x) K_k}{\sum_{k=1}^t K_k (x_i - a_x)^2 + \sum_{l=1}^s K_l (y_i - a_y)^2} M_T \quad (3.103)$$

$$F_{H,l} = \frac{K_l F_{H,x}}{\sum_{l=1}^s K_l} + \frac{(y_i - a_y) K_l}{\sum_{k=1}^t K_k (x_i - a_x)^2 + \sum_{l=1}^s K_l (y_i - a_y)^2} M_T, \quad (3.104)$$

joissa seinät $k = 1, 2, \dots, t$ ovat y -akselin suuntaiset ja seinät $l = 1, 2, \dots, s$ ovat x -akselin suuntaiset. [21, s.8]

3.8.2 Korkeat rakennukset

Korkeissa rakennuksissa, joissa jäykistävien rakenteiden korkeuden ja poikkileikkauksen korkeuden suhde λ on suuri ($\lambda = L/h > 1,0$, vrt. kuva 3.19), taiputus määrää jäykistävien rakenneosien jäykkyyden ja kannattaa käyttää palkkiteoriaa.

Pystyjäykisteen mielivaltaisen pisteen (x,y) pienet siirtymät voidaan kirjoittaa muotoon

$$u_{xi}(x, y, z) = v_{xi}(z) - \varphi(z)(y - y_i), \quad (3.105)$$

$$u_{yi}(x, y, z) = v_{yi}(z) + \varphi(z)(x - x_i), \quad (3.106)$$

$$u_{zi}(x, y, z) = -v'_{yi}(z)(y - y_{0i}) - v'_{xi}(z)(x - x_{0i}) - \varphi'(z)\omega_i(x, y), \quad (3.107)$$

joissa v_{xi} ja v_{yi} ovat pystyjäykisteen vääntökeskiöiden siirtymät, y_{0i} ja x_{0i} ovat neutraaliakselien koordinaatit, φ on vääntökulma, ja ω on sektoriaalinen koordinaatti. [21, s.12]

Sijoitetaan pystyjäykisteen pituusakselin suuntaisen siirtymän u_{zi} lausekkeeseen rakennuksen siirtymien kaavat (3.80) ja (3.81), jolloin saadaan lauseke

$$u_{zi}(x, y, z) = -v'_y(z)(y - y_{0i}) - v'_x(z)(x - x_{0i}) - \varphi'(z)\bar{\omega}_i(x, y), \quad (3.108)$$

jossa on otettu käyttöön merkintä

$$\bar{\omega}_i(x, y) = (y - y_{0i})(x_i - a_x) - (x - x_{0i})(y_i - a_y) + \omega_i(x, y), \quad (3.109)$$

ja v_x , v_y ja φ ovat levykentän translaatiot ja rotaatio. [21, s.12]

Jäykistävien rakenteiden kokonaistaivutusmomentit ja bimomentti määritellään kaavoilla

$$M_y = - \sum_{i=1}^n \iint (x - x_{0i}) E \varepsilon_{zi} dA, \quad (3.110)$$

$$M_x = \sum_{i=1}^n \iint (y - y_{0i}) E \varepsilon_{zi} dA, \quad (3.111)$$

$$B = \sum_{i=1}^n \iint \bar{\omega}_i E \varepsilon_{zi} dA, \quad (3.112)$$

joissa E on materiaalin kimmokerroin, ja ε_{zi} on jäykistävän pystyrakenteen z -suuntainen venymä. Venymälle ε_{zi} voidaan teknisen taivutus- ja vääntöteorianperusteella johtaa kaava

$$\varepsilon_{zi} = u'_{zi} = -v''_y(z)(y - y_{0i}) - v''_x(z)(x - x_{0i}) - \varphi''(z)\bar{\omega}_i(x, y). \quad (3.113)$$

Taivutusmomenteille ja bimomentille saadaan nyt lausekkeet

$$M_y = E \left\{ \left(\sum_{i=1}^n I_{yi} \right) v''_x + \left(\sum_{i=1}^n I_{xyi} \right) v''_y + \left[\sum_{i=1}^n (x_i - a_x) I_{xyi} - \sum_{i=1}^n (y_i - a_y) I_{yi} \right] \varphi'' \right\}, \quad (3.114)$$

$$M_x = -E \left\{ \left(\sum_{i=1}^n I_{xyi} \right) v''_x + \left(\sum_{i=1}^n I_{xi} \right) v''_y + \left[\sum_{i=1}^n (x_i - a_x) I_{xi} - \sum_{i=1}^n (y_i - a_y) I_{xyi} \right] \varphi'' \right\}, \quad (3.115)$$

$$B = -E \left\{ \begin{array}{l} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - a_x) I_{xyi} - \sum_{i=1}^n (y_i - a_y) I_{y_i} \right] v_x'' \\ + \left[\sum_{i=1}^n (x_i - a_x) I_{x_i} - \sum_{i=1}^n (y_i - a_y) I_{xyi} \right] v_y'' + \bar{I}_\omega \varphi'' \end{array} \right\} \quad (3.116)$$

joissa ovat poikkileikkaussuureet lasketaan lausekkeilla

$$I_{x_i} = \iint (y - y_{0i})^2 dA, \quad (3.117)$$

$$I_{y_i} = \iint (x - x_{0i})^2 dA, \quad (3.118)$$

$$I_{xyi} = \iint (x - x_{0i})(y - y_{0i}) dA, \quad (3.119)$$

$$I_{\omega i} = \iint \omega_i^2 dA, \quad (3.120)$$

$$\bar{I}_\omega = \sum_{i=1}^n (x_i - a_x)^2 I_{x_i} + \sum_{i=1}^n (y_i - a_y)^2 I_{y_i} - 2 \sum_{i=1}^n (x_i - a_x)(y_i - a_y) I_{xyi} + \sum_{i=1}^n I_{\omega i}. \quad (3.121)$$

Vääntökeskiön paikka saadaan ratkaistua taivutusmomenttien M_x ja M_y lausekkeiden avulla ehdosta, että puhdasrotaatio ei aiheuta taivutusmomentteja, jolloin vääntökulman toisen derivaatan kertoimen tulee olla nolla. Vääntökeskiön paikaksi saadaan

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n I_{y_i} & \sum_{i=1}^n I_{xyi} \\ \sum_{i=1}^n I_{xyi} & \sum_{i=1}^n I_{x_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i I_{x_i} - \sum_{i=1}^n y_i I_{xyi} \\ - \sum_{i=1}^n x_i I_{xyi} + \sum_{i=1}^n y_i I_{y_i} \end{bmatrix}, \quad (3.122)$$

joissa on käytetty merkintää

$$D = \left(\sum_{i=1}^n I_{x_i} \right) \left(\sum_{i=1}^n I_{y_i} \right) - \left(\sum_{i=1}^n I_{xyi} \right)^2. \quad (3.123)$$

Jos kaikille pystyjäkisteille poikkileikkauksen tulomomentit I_{xy} ovat nollia, vääntökeskiön paikan kaavat yksinkertaistuvat muotoon

$$a_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i I_{xi}}{\sum_{i=1}^n I_{xi}}, \quad (3.124)$$

$$a_y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i I_{yi}}{\sum_{i=1}^n I_{yi}},$$

joissa saman x_i ja y_i ovat pystyjäykisteen vääntökeskiön koordinaatit ja I_{xi} ja I_{yi} poikki-leikkauksen neliömomentit. [21, s.12-14]

Ratkaistaan siirtymäsuureet taivutusmomenttien ja bimomenttien lausekkeista (3.114) - (3.116), jolloin päädytään yhtälöihin

$$\begin{bmatrix} v_x'' \\ v_y'' \\ \varphi'' \end{bmatrix} = \frac{1}{ED} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n I_{xi} & \sum_{i=1}^n I_{xyi} & 0 \\ -\sum_{i=1}^n I_{xyi} & -\sum_{i=1}^n I_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{D}{I_\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_y \\ M_x \\ B \end{bmatrix}, \quad (3.125)$$

joissa termi D lasketaan kaavalla (3.123). Pystyjäykisteen taivutusmomenttien ja bimomentin kaavat ovat

$$M_{xi} = E \iint (y - y_{0i}) \varepsilon_{zi} dA, \quad (3.126)$$

$$M_{yi} = -E \iint (x - x_{0i}) \varepsilon_{zi} dA, \quad (3.127)$$

$$B = E \iint \omega_i \varepsilon_{zi} dA. \quad (3.128)$$

Sijoittamalla yhtälöt (3.113) ja (3.125) taivutusmomenttien ja bimomentin yhtälöihin (3.126) - (3.128) päädytään yksittäisen pystyjäykisteen rasitusten kaavoihin

$$M_{xi} = \frac{(\sum_{i=1}^n I_{xyi}) I_{xi} - (\sum_{i=1}^n I_{xi}) I_{xyi}}{D} M_y + \frac{(\sum_{i=1}^n I_{yi}) I_{xi} - (\sum_{i=1}^n I_{xyi}) I_{xyi}}{D} M_x + \frac{I_{xi}(x_i - a_x) - I_{xyi}(y_i - a_y)}{I_\omega} B, \quad (3.129)$$

$$M_{yi} = \frac{(\sum_{i=1}^n I_{xi})I_{yi} - (\sum_{i=1}^n I_{xyi})I_{xyi}}{D} M_y + \frac{(\sum_{i=1}^n I_{xyi})I_{yi} - (\sum_{i=1}^n I_{yi})I_{xyi}}{D} M_x + \frac{I_{yi}(y_i - a_y) - I_{xyi}(x_i - a_x)}{I_\omega} B, \quad (3.130)$$

$$B_i = \frac{I_{\omega i}}{I_\omega} B. \quad (3.131)$$

Jos kaikille pystyjäkisteille poikkileikkauksen tulomomentit I_{xy} ovat nollia, pystyjäkisteen rasiusten kaavat yksinkertaistuvat muotoon

$$M_{xi} = \frac{I_{xi}}{\sum_{i=1}^n I_{xi}} M_x + \frac{I_{xi}(x_i - a_x)}{I_\omega} B, \quad (3.132)$$

$$M_{yi} = \frac{I_{yi}}{\sum_{i=1}^n I_{yi}} M_y + \frac{I_{yi}(y_i - a_y)}{I_\omega} B, \quad (3.133)$$

$$B_i = \frac{I_{\omega i}}{I_\omega} B, \quad (3.134)$$

joissa saman x_i ja y_i ovat pystyjäkisteen vääntökeskiön koordinaatit ja I_x ja I_y ovat poikkileikkauksen neliömomentit. [21, s.12-14]

Koska leikkausvoima on taivutusmomentin derivaatta, saadaan pystyjäkisteen leikkausvoimille ja bimomentin derivaatalle kaavat

$$V_{xi} = -\frac{(\sum_{i=1}^n I_{xi})I_{yi} - (\sum_{i=1}^n I_{xyi})I_{xyi}}{D} V_x + \frac{(\sum_{i=1}^n I_{xyi})I_{yi} - (\sum_{i=1}^n I_{yi})I_{xyi}}{D} V_y - \frac{I_{yi}(y_i - a_y) - I_{xyi}(x_i - a_x)}{I_\omega} B', \quad (3.135)$$

$$V_{yi} = -\frac{(\sum_{i=1}^n I_{xyi})I_{xi} - (\sum_{i=1}^n I_{xi})I_{xyi}}{D} V_x + \frac{(\sum_{i=1}^n I_{yi})I_{xi} - (\sum_{i=1}^n I_{xyi})I_{xyi}}{D} V_y + \frac{I_{xi}(x_i - a_x) - I_{xyi}(y_i - a_y)}{I_\omega} B', \quad (3.136)$$

$$B_i' = \frac{I_{\omega i}}{I_\omega} B'. \quad (3.137)$$

Jos kaikille pystyjäykisteille poikkileikkauksen tulomomentit I_{xy} ovat nollia, pystyjäykisteen leikkausvoimien kaavat yksinkertaistuvat muotoon

$$V_{xi} = -\frac{I_{yi}}{\sum_{i=1}^n I_{yi}} V_x - \frac{I_{yi}(y_i - a_y)}{I_\omega} B', \quad (3.138)$$

$$V_{yi} = \frac{I_{xi}}{\sum_{i=1}^n I_{xi}} V_y + \frac{I_{xi}(x_i - a_x)}{I_\omega} B', \quad (3.139)$$

joissa saman x_i ja y_i ovat pystyjäykisteen vääntökeskiön koordinaatit ja I_x ja I_y ovat poikkileikkauksen neliömomentit. [21, s.12-14]

Rakennuksen kokonaisvääntömomentti on estetyn väännön ja Saint Venantin väännön summa

$$M_T(z) = M_{zS}(z) + M_{zv}(z) = -E\bar{I}_\omega \varphi''' + G\bar{I}_v \varphi', \quad (3.140)$$

jossa esiintyvä vääntöjäyhyys \bar{I}_v lasketaan pystyjäykisteiden vääntöjäyhyysien I_{vi} summana

$$\bar{I}_v = \sum_{i=1}^n I_{vi}. \quad (3.141)$$

Ottamalla huomioon vääntömomentin tasapainoehto

$$M_T' = -m(z), \quad (3.142)$$

jossa m on vääntömomenttikuorma, päädytään väännön differentiaaliyhtälöön

$$E\bar{I}_\omega \varphi^{(4)} - G\bar{I}_v \varphi'' = m. \quad (3.143)$$

Väännön differentiaaliyhtälön ratkaisu on

$$\varphi(z) = C_1 + C_2 z + C_3 \sinh(kz) + C_4 \cosh(kz) + \varphi_0, \quad (3.144)$$

jossa φ_0 on yksityisratkaisu. [21, s.15-16]

Jäykistävien rakenteiden poikkileikkaussuureet lasketaan kaavoilla:

$$\bar{A} = \sum_{i=1}^n A_i, \quad (3.145)$$

$$\bar{I}_x = \sum_{i=1}^n I_{xi}, \quad (3.146)$$

$$\bar{I}_y = \sum_{i=1}^n I_{yi}, \quad (3.147)$$

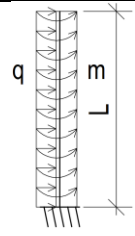
$$\bar{I}_{xy} = \sum_{i=1}^n I_{xyi}, \quad (3.148)$$

$$\bar{I}_v = \sum_{i=1}^v I_{vi}, \quad (3.149)$$

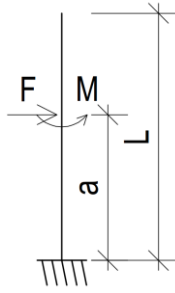
$$\bar{I}_\omega = \sum_{i=1}^n (x_i - a_x)^2 I_{xi} + \sum_{i=1}^n (y_i - a_y)^2 I_{yi} - 2 \sum_{i=1}^n (x_i - a_x)(y_i - a_y) I_{xyi} + \sum_{i=1}^n I_{\omega i}. \quad (3.150)$$

Taulukkoihin 3.8 ja 3.9 on koottu rakennuksen jäykistysjärjestelmän analysoinnissa tarvittavat leikkausvoiman, taivutusmomentin, taipuman, vääntökulman ja sen derivaattojen, bimomentin, vapaan väännön ja estetyn väännön funktiot.

Taulukko 3.8 Leikkausvoiman, taivutusmomentin, taipuman, vääntökulman, sen derivaattojen, bimomentin, vapaan väännön ja estetyin väännön funktiot taivassasi kuormitetulle ulokesauvalle

Rakenne	Suure	Kaava
	$V(z)$	$qL\left(1 - \frac{z}{L}\right)$
	$M(z)$	$\frac{qL^2}{2} \left(\frac{z^2}{L^2} - 1\right)$
	$w(z)$	$\frac{qL^4}{24EI} \left(6\frac{z^2}{L^2} - 4\frac{z^3}{L^3} + \frac{z^4}{L^4}\right)$
	$\varphi(z)$	$\frac{mL}{GI_v} \left[\left(\frac{\bar{k}L \sinh(\bar{k}L) + 1}{L\bar{k} \cosh(\bar{k}L)} \right) (\cosh(\bar{k}z) - 1) - \frac{\sinh(\bar{k}z)}{\bar{k}} - \frac{z^2}{2L} + z \right]$
	$\varphi'(z)$	$\frac{mL}{GI_v} \left[\left(\frac{\bar{k}L \sinh(\bar{k}L) + 1}{L\bar{k} \cosh(\bar{k}L)} \right) \sinh(\bar{k}z) - \cosh(\bar{k}z) - \frac{z}{L} + 1 \right]$
	$\varphi''(z)$	$\frac{mL}{GI_v} \left[\left(\frac{\bar{k}L \sinh(\bar{k}L) + 1}{L \cosh(\bar{k}L)} \right) \cosh(\bar{k}z) - \bar{k} \sinh(\bar{k}z) - \frac{1}{L} \right]$
	$\varphi'''(z)$	$\frac{mL}{GI_v} \left[\left(\frac{\bar{k}^2 L \sinh(\bar{k}L) + \bar{k}}{L \cosh(\bar{k}L)} \right) \sinh(\bar{k}z) - \bar{k}^2 \cosh(\bar{k}z) \right]$
	$B(z)$	$-EI_\omega \varphi'' = \frac{m}{\bar{k}^2} \left[- \left(\frac{\bar{k}L \sinh(\bar{k}L) + 1}{\cosh(\bar{k}L)} \right) \cosh(\bar{k}z) + \bar{k}L \sinh(\bar{k}z) + 1 \right]$
	$M_{zv}(z)$	$GI_v \varphi' = mL \left[\left(\frac{\bar{k}L \sinh(\bar{k}L) + 1}{L\bar{k} \cosh(\bar{k}L)} \right) \sinh(\bar{k}z) - \cosh(\bar{k}z) - \frac{z}{L} + 1 \right]$
	$M_{zs}(z)$	$-EI_\omega \varphi''' = \frac{m}{\bar{k}^2} \left[- \left(\frac{\bar{k}^2 L \sinh(\bar{k}L) + \bar{k}}{\cosh(\bar{k}L)} \right) \sinh(\bar{k}z) + \bar{k}^2 L \cosh(\bar{k}z) \right]$
		$\bar{k} = \sqrt{\frac{GI_v}{EI_\omega}}, M = M_{zv} + M_{zs}$

Taulukko 3.9 Leikkausvoiman, taivutusmomentin, taipuman, vääntökulman, sen derivaattojen, bimomentin, vapaan väännön ja estetyn väännön funktiot ulokesauvalle, jonka kohdassa a vaikuttaa pistekuorma F ja pistemomentti M

Rakenne	Suure	Kaava
	$V(z)$	$F, 0 \leq z \leq a$ $0, a < z \leq L$
	$M(z)$	$-Fa \left(1 - \frac{z}{a}\right), 0 \leq z \leq a$ $0, a < z \leq L$
	$w(z)$	$\frac{Fa^3}{3EI} \left(\frac{3z^2}{2a^2} - \frac{z^3}{2a^3}\right), 0 \leq z \leq a$ $\frac{Fa^3}{3EI} + \frac{Fa^2}{2EI}(z - a), a < z \leq L$
	$\varphi(z)$	$\frac{M}{\bar{k}GI_v} [\tanh(\bar{k}a)(\cosh(\bar{k}z) - 1) - \sinh(\bar{k}z) + \bar{k}z], 0 \leq z \leq a$ $\frac{M}{\bar{k}GI_v} [\bar{k}a - \tanh(\bar{k}a)], a < z \leq L$
	$\varphi'(z)$	$\frac{M}{GI_v} [\tanh(\bar{k}a) \sinh(\bar{k}z) - \cosh(\bar{k}z) + 1], 0 \leq z \leq a$ $0, a < z \leq L$
	$\varphi''(z)$	$\frac{M\bar{k}}{GI_v} [\tanh(\bar{k}a) \cosh(\bar{k}z) - \sinh(\bar{k}z)], 0 \leq z \leq a$ $0, a < z \leq L$
	$\varphi'''(z)$	$\frac{M\bar{k}^2}{GI_v} [\tanh(\bar{k}a) \sinh(\bar{k}z) - \cosh(\bar{k}z)], 0 \leq z \leq a$ $0, a < z \leq L$
	$B(z)$	$-EI_\omega \varphi'' = \frac{M}{\bar{k}} [-\tanh(\bar{k}a) \cosh(\bar{k}z) + \sinh(\bar{k}z)], 0 \leq z \leq a$ $-EI_\omega \varphi'' = 0, a < z \leq L$
	$M_{zv}(z)$	$GI_v \varphi' = M [\tanh(\bar{k}a) \sinh(\bar{k}z) - \cosh(\bar{k}z) + 1]$ $GI_v \varphi' = 0, a < z \leq L$
	$M_{zs}(z)$	$-EI_\omega \varphi''' = M [-\tanh(\bar{k}a) \sinh(\bar{k}z) + \cosh(\bar{k}z)], 0 \leq z \leq a$ $-EI_\omega \varphi''' = 0, a < z \leq L$
		$\bar{k} = \sqrt{\frac{GI_v}{EI_\omega}}, M = M_{zv} + M_{zs}$

3.8.3 Yhdistetty taivutus-vääntönurjahdus

Eurokoodin mukaisessa nimellisen nurjahduskuorman kaavassa (3.23) ei oteta huomioon väännön vaikutusta, vaan ainoastaan sivusuuntainen mastorakenteen taivutusnurjahdus. Todellisuudessa rakennuksen nurjahdus voi tapahtua joko taivutus- tai vääntönurjahdukseksi tai näiden yhdistelmänä. [22, s.133]

Sauvan yhdistetyn taivutus-vääntönurjahduksen kaavat perustuvat pienten siirtymien teoriaan. Taivutusnurjahduksen differentiaaliyhtälöt johdetaan ottamalla huomioon täysin suoran sauvan vakion normaalijännityksen aiheuttama poikkitaivutus taipuneessa tilassa. Vääntönurjahduksen differentiaaliyhtälö johdetaan ottamalla huomioon täysin suoran sauvan vakion normaalijännityksen aiheuttama vääntömomentti siirtyneessä tilassa. Yleisen poikkileikkauksen taivutus-vääntönurjahduksen differentiaaliyhtälöryhmä sauvan keskeiskoordinaatistossa on

$$EI_y u_x^{(4)} + P(u_x'' + \varphi'' y_a), \quad (3.151)$$

$$EI_x u_y^{(4)} + P(u_y'' + \varphi'' x_a), \quad (3.152)$$

$$EI_\omega \varphi^{(4)} - \left(GI_v + \frac{I_p}{A} P \right) \varphi'' - P x_a u_y'' + P y_a u_x'', \quad (3.153)$$

jossa u_x on x-akselin suuntainen siirtymä, u_y y-akselin suuntainen siirtymä, A on poikkileikkauksen pinta-ala ja I_p polaarinen neliömomentti. Polaarinen neliömomentti lasketaan kaavalla

$$I_p = I_x + I_y + A(x_a^2 + y_a^2), \quad (3.154)$$

jossa x_a ja y_a ovat sauvan vääntökeskiön koordinaatit keskeiskoordinaatistosta mitattuna ja I_x ja I_y ovat poikkileikkauksen neliömomentit. [22, s.133-138]

Nivelellisesti tuetulle sauvalla differentiaaliyhtälön ratkaisu on

$$u_x(z) = C_1 \sin\left(\frac{\pi}{L} z\right), \quad (3.155)$$

$$u_y(z) = C_2 \sin\left(\frac{\pi}{L} z\right), \quad (3.156)$$

$$\varphi(z) = C_3 \sin\left(\frac{\pi}{L} z\right), \quad (3.157)$$

jossa C_1 , C_2 ja C_3 ovat tuntemattomia kertoimia. Kun taipumien ja vääntökulman funktiot sijoitetaan differentiaaliyhtälöryhmään, saadaan yhtälöryhmä

$$\left[P - \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 EI_y \right] C_1 + P y_a C_3 = 0, \quad (3.158)$$

$$\left[P - \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 EI_x \right] C_2 - P x_a C_3 = 0, \quad (3.159)$$

$$P y_a C_1 - P x_a C_2 + \left[\frac{I_p}{A} P - \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 EI_\omega - GI_v \right] C_3 = 0. \quad (3.160)$$

Ottamalla käyttöön seuraavat merkinnät taivutus- ja vääntönurjahduksille

$$P_x = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 EI_x, \quad (3.161)$$

$$P_y = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 EI_y, \quad (3.162)$$

$$P_\varphi = \frac{A}{I_p} \left[\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 EI_\omega + GI_v \right], \quad (3.163)$$

differentiaaliyhtälöryhmä sievenee muotoon

$$\begin{bmatrix} P - P_y & 0 & P y_a \\ 0 & P - P_x & -P x_a \\ P y_a & -P x_a & \frac{I_p}{A} (P - P_\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.164)$$

Homogeenisella yhtälöryhmällä on ei-triviaali ratkaisu, jos sen kerroinmatriisin determinantti on erisuuri kuin nolla. Tällä tavalla saadaan kriittisenkuorman kolmannen asteen funktio

$$\frac{I_x + I_y}{I_p} P^3 + \left[\frac{A}{I_p} (P_x y_a^2 + P_y x_a^2) - (P_x + P_y + P_\varphi) \right] P^2 + (P_x P_y + P_x P_\varphi + P_y P_\varphi) P - P_x P_y P_\varphi = 0, \quad (3.165)$$

jonka pienin juuri on sauvan kriittinen kuorma. [22, s.138-139]

Taipuman sinimuotoinen lauseke supistuu kriittisen kuorman tarkastelusta pois, joten tarkastelu pätee myös ulokesauvalle, kun nurjahduspituudeksi asetetaan taivutusnurjahdusten ja vääntönurjahduksen kaavaan $2L$. Täten voidaan myös päätellä, että kaikki taipuman ja vääntökulman lausekkeet, jotka ovat samanmuotoisia toteuttavat differentiaaliyhtälöryhmän (3.51) - (3.53). Tästä syystä yhtälöitä (3.161) - (3.165) voidaan käyttää myös rakennuksen jäykistysjärjestelmän yhdistetyn taivutus-vääntö-nurjahduksen ratkaisussa.

Yhtälöissä olevat termit A ja I_p ovat luonteeltaan kuormitustermejä. Rakennuksessa A ja I_p tulee laskea välipohjan pinta-alalle siten, että koordinaatisto on sijoitettu välipohjan painopisteeseen. Nurjahduspituudelle tulee käyttää eurokoodin mukaisia kaavan (3.26) perusteella johdettuja arvoja

$$L_{cr} = \eta L = \frac{\pi}{\sqrt{7,8 * \frac{n_s}{n_s + 1.6} * \frac{1}{1 + 3,9k}}} * L, \quad (3.166)$$

jossa n_s on rakennuksen kerrosluku, k jäykistysjärjestelmän perustusliitoksen joustavuus ja L on jäykistävien rakenteiden korkeus.

Taivutus- ja vääntönurjahduksen kaavat voidaan esittää koko jäykistysjärjestelmälle muodossa

$$\bar{P}_x = \left(\frac{\pi}{\eta L} \right)^2 E \bar{I}_x, \quad (3.167)$$

$$\bar{P}_y = \left(\frac{\pi}{\eta L} \right)^2 E \bar{I}_y, \quad (3.168)$$

$$\bar{P}_\varphi = \frac{A_{vp}}{I_{p,vp}} \left[\left(\frac{\pi}{\eta L} \right)^2 E \bar{I}_\omega + G \bar{I}_v \right], \quad (3.169)$$

joissa A_{vp} on välipohjan pinta-ala, $I_{p,vp}$ on välipohjan polaarinen neliömomentti jäykistysjärjestelmän vääntökeskiön suhteen. Yhdistetyn taivutus-vääntönurjahduksen kriittinen kuorma ratkaistaan kolmannen asteen yhtälöstä

$$\frac{I_{p,0,vp}}{I_{p,vp}} P^3 + \left[\frac{A_{vp}}{I_{p,vp}} (\bar{P}_x y_a^2 + \bar{P}_y x_a^2) - (\bar{P}_x + \bar{P}_y + \bar{P}_\varphi) \right] P^2 + (\bar{P}_x \bar{P}_y + \bar{P}_x \bar{P}_\varphi + \bar{P}_y \bar{P}_\varphi) P - \bar{P}_x \bar{P}_y \bar{P}_\varphi = 0. \quad (3.170)$$

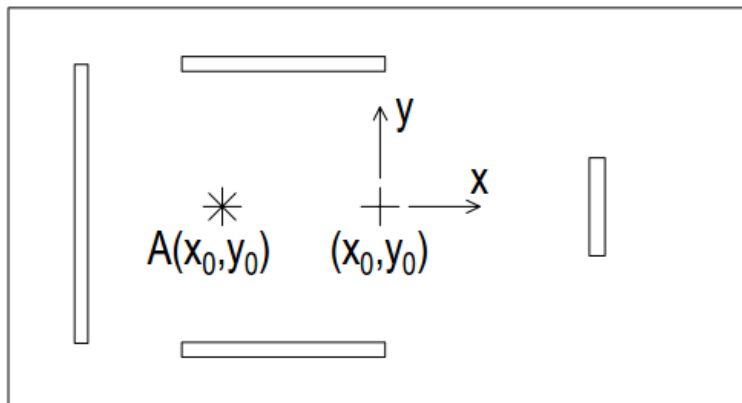
jossa $I_{p,0,vp}$ on välipohjan pintakeskiön, ja $I_{p,vp}$ on rakennuksen vääntökeskiön A suhteen laskettu välipohjan pinta-alan polaarinen neliömomentti.

Edellä johdettu rakennuksen vääntönurjahduksen kriittisen kuorman lauseke on likimääräinen, koska erillisten pystyrakenteiden paikkojen ja niitä vastaavien kuormituspinta-alojen vaikutus jää huomioonottamatta. Tästä syystä välipohjan polaarinen neliömomentti on virheellinen. Tarkalleen ottaen se tulisi laskea sekä jäykistettyjen että jäykistämättömien rakenteiden kuormituspinta-alojen $A_{k,i}$ ja vääntökeskiöiden sijaintien (x_i, y_i) perusteella seuraavasti

$$I_{p,vp} = I_{p,0,vp} + \sum A_{k,i} r_i^2 = I_{0,p,vp} + \sum A_{k,i} [(x_i - a_x)^2 + (y_i - a_y)^2], \quad (3.171)$$

jossa kuormituspinta-alojen $A_{k,i}$ summa vastaa välipohjan kokonaispinta-alaa A_{vp} ja $I_{0,p,vp}$ on välipohjan polaarinen neliömomentti sen painopisteen suhteen.

Kuvassa 3.30 on esitetty suorakaiteisen rakennuksen keskeiskoordinaatiston sijainti, jäykistävät seinät, ja vääntökeskiön paikka.



Kuva 3.30 Suorakaiteisen rakennuksen jäykistävät seinät, välipohjan painopiste ja vääntökeskiön paikka

3.9 Jäykistysjärjestelmän FEM-analyysit

Elementtimenetelmä (Finite Element Method) on mekaniikan historiassa varsin nuori rakenteiden tietokoneperusteinen analyysimenetelmä. Sen nykymuodon kehitystyö ajoittuu

1940-1970 luvuille ja sen ensimmäisinä kehittäjinä pidetään Alexander Henrikoffia ja Richard Courantia. [1, s.1]

Elementtimenetelmän perusajatuksena on jakaa rakenne elementteihin, joiden muodonmuutokset kuvataan matala-asteisilla polynomifunktioilla. Näiden polynomifunktioiden kertoimet ratkaistaan esimerkiksi potentiaalienergian minimin tai virtuaalisen työn periaattella. [1, s.9, 15]

Potentiaalienergia Π koostuu rakenteen sisäisestä U ja ulkoisten kuormien tekemästä työstä WP :

$$\Pi = U + WP. \quad (3.172)$$

Potentiaalienergia minimoidaan ja sen perusteella saadaan ratkaistua siirtymäfunktioiden kertoimet. Virtuaalisen työn periaatteessa rakenteen muodonmuutosten ajatellaan tapahtuvan pienen virtuaalisen siirtymäkentän ψ mukaisesti. Virtuaalisen työn W , joka koostuu rakenteen sisäisestä W_s ja ulkoisesta W_u virtuaalisesta työstä, tulee olla nolla. Tämän perusteella saadaan virtuaalisen työn yhtälö

$$W(\psi) = W_s(\psi) + W_u(\psi) = 0. \quad (3.173)$$

Edellä kuvattu elementtimenetelmän teoreettinen tausta johtaa lineaariseen yhtälöryhmään, joka voidaan ilmaista rakenteen globaalin jäykkyyssmatriisin K , kuormavektorin F ja siirtymävektorin Q avulla yhtälöllä

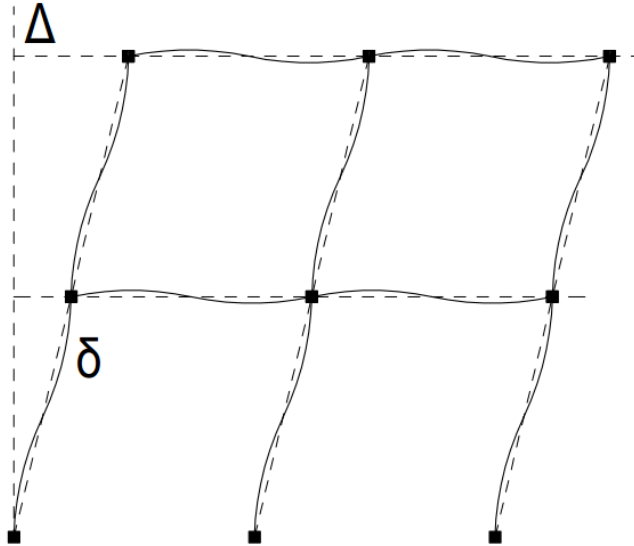
$$KQ = F. \quad (3.174)$$

Sauva-, palkki-, kuori- ja solidielementeillä on erilaiset lokaalit jäykkyyssmatriisit K^e ja kuormavektorit F^e . Globaali jäykkyyssmatriisi K koostuu lokaalien jäykkyyssmatriisien alkioista, jotka on sijoittelusummattu globaaleita siirtymävapausasteita vastaaviin alkioihin. [1, s.9, 15]

Rakenteen toisen kertaluvun analyysi suoritetaan useimmiten niin sanotulla P -Delta-analyysillä. Tässä menetelmässä siirtymien ja normaalivoimien vaikutus rakenteen rasiusten ja siirtymien kasvuun otetaan huomioon korvausvoimilla, joilla on toista kertalukua vastaava vaikutus. Menetelmä on iteratiivinen ja siinä tulee varmistaa, että iteraatioiden lukumäärä on niin suuri, että rakenteen siirtymäkenttä ei enää muutu. [3]

P -Delta-analyysi jaetaan elementin sisäisiin muodonmuutoksiin (P - δ) ja sen solmupisteiden välillä tapahtuviin muodon muutoksiin (P - Δ). Elementtien sisäisillä muodonmuutok-

silla on merkitystä lähinnä hyvin hoikkien rakenteiden suunnittelussa, jonka vuoksi betonirakenteiden osalta voidaan pääsääntöisesti käyttää P - Δ -analyysia. Elementin sisäistä ja solmupisteiden välistä vaikutusta on havainnollistettu kuvassa 2.18. [3]



Kuva 3.31 Elementin sisäisten (P - δ) ja solmupisteiden välisten (P - Δ) siirtymien vaikutus P -Delta-analyysissä

Rakenteen kriittisen kuorman kertoimen α_{cr} ratkaisu perustuu epälineaariseen elementtimenetelmään, jossa otetaan toisen kertaluvun vaikutukset huomioon geometrisen jäykkyyden avulla. Trefftz'in ehdon perusteella saadaan johdettua epälineaarinen jäykkyyden matriisi

$$K^e = C^e - PB^e, \quad (3.175)$$

jossa C^e on lineaarinen jäykkyyden matriisi, P on elementin normaalivoima, ja B^e on geometrisen jäykkyyden matriisi. Rakenteen kriittinen kuorma saadaan ratkaistua edellisen yhtälön ominaisarvoproblemana. [22, s.37-41, 51-54]

Epälineaarista FEM-laskentaa voidaan käyttää myös rakenteen toisen kertaluvun ratkaisun laskemiseen. Tällöin rakenteen siirtyneen tilan ratkaisu saadaan iteratiivisesti siten, että ensimmäisellä iteraatiokierroksella elementtien normaalivoimina käytetään ensimmäisen kertaluvun mukaisia aksiaalirasituksia, ja seuraavilla iteraatiokierroksilla epälineaarista ratkaistun siirtymätilan mukaisia normaalivoimia. [22, 51-54]

4. YKSITYISKOHTIEN SUUNNITTELU

4.1 Elementtisauman leikkauskestävyys

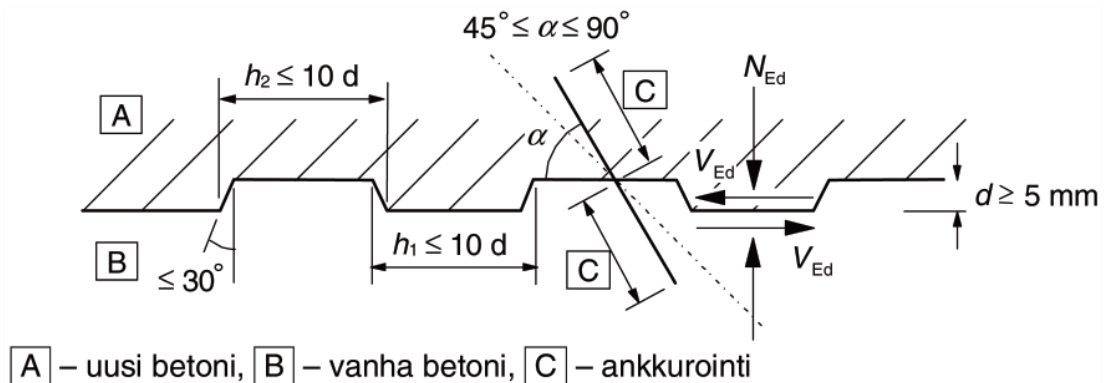
Eurokoodissa EN 1992-1-1 on esitetty eri aikaan valettavien betonien rajapinnan leikkauskestävyyden kaava. Rajapinnan leikkauskestävyys koostuu betonin ja betoniterästen vaarnavaikutuksesta sekä puristusjännityksen aiheuttamasta kitkasta. Rajapinnan leikkauskestävyys (N/m^2) lasketaan kaavalla

$$v_{Rdi} = \min\left(c f_{ctd} + \mu \sigma_n + \frac{A_s}{A_i} f_{yd} (\mu \sin(\alpha) + \cos(\alpha)); 0,5 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250 MPa}\right] f_{cd}\right) \quad (4.1)$$

jossa c ja μ ovat pinnan karheudesta riippuvia kertoimia, f_{ctd} on betonin vetolujuuden mitoitusarvo, σ_n on pinnan normaalijännitys, A_s on rajapinnan A_i läpäisevien terästen poikkipinta-ala, f_{yd} terästen myötölujuus ja α terästen kulma rajapintatasosta mitattuna. [18, s.91,92]

Pinnan karheudelle käytetään seuraavia kertoimia:

- Hyvin sileä: pinta, joka on valettu teräs-, muovi- tai erikoiskäsiteltyä puumuottia vasten: $c = 0,025 \dots 0,10$ ja $\mu = 0,5$.
- Sileä: liukuvalettu pinta tai ekstruuderipinta tai tärytyksen jälkeen jälkikäsittelemättä jätetty vapaa pinta: $c = 0,20$ ja $\mu = 0,6$.
- Karhea: pinta, jossa on vähintään 3 mm karheus noin 40 mm välein; se saavutetaan urituksella, paljastamalla kiviaines tai muilla menetelmillä, joilla saavutetaan vastaava ominaisuus: $c = 0,40$ ja $\mu = 0,7$.
- Vaarnattu: pinta, jossa kuvan 4.1 mukainen hammastus: $c = 0,50$ ja $\mu = 0,9$. [18, s.92]



Kuva 4.1 Vaarnattu työsauma [18, s.92 Kuva 6.9]

Betonielementtien vaakasaumojen kapasiteetin laskennassa kannattaa hyödyntää oman painon aiheuttama kitka ja vaarnatapit. Vaakasauamat ovat hyvin harvoin karhennettuja, jonka vuoksi sauma tulee laskea hyvin sileän pinnan kertoimilla. Jos näitä kertoimia ei erikseen ole hyväksytty käytettävälle muottikalustolle, niin kannattane käyttää kertoimien minimiarvoja $c = 0,025$ ja $\mu = 0,5$. Kun teräkset ovat rajapintaan nähden kohtisuorassa, leikkauskestävyyden lausekkeeksi saadaan

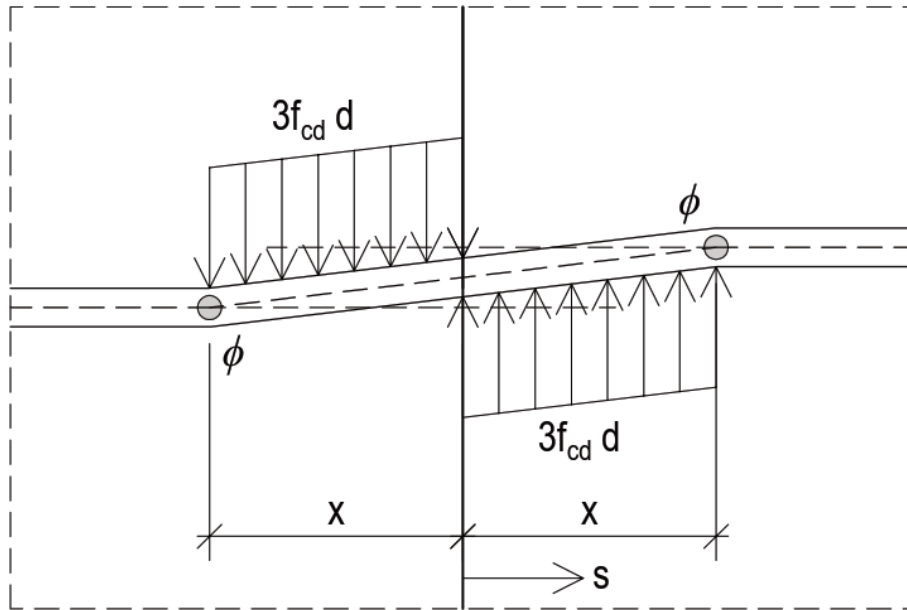
$$v_{Rdi} = \min \left(0,025f_{ctd} + 0,5\sigma_n + \frac{A_s}{A_i} 0,5f_{yd}; 0,5 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250MPa} \right] f_{cd} \right). \quad (4.2)$$

Betonielementtien pystysauamat tehdään pääsääntöisesti vaarnatuilla pinnoilla, jonka vuoksi leikkauskestävyyden laskennassa käytetään kertoimia $c = 0,5$ ja $\mu = 0,9$, jos vaarnat ovat kuvan 4.1 mukaiset. Pystysauaman vaakasuuntainen puristus hyvin hankalasti huomioonotettava ilmiö, jonka vuoksi sen edullinen vaikutus kannattaa jättää ainakin käsinlaskentamenetelmien ulkopuolelle. Kun teräkset ovat rajapintaan nähden kohtisuorassa, leikkauskestävyyden lausekkeeksi saadaan

$$v_{Rdi} = \min \left(0,5f_{ctd} + \frac{A_s}{A_i} 0,9f_{yd}; 0,5 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250MPa} \right] f_{cd} \right). \quad (4.3)$$

4.2 Elementtisauman leikkauskestävyyden tarkastelua

Tarkastellaan betoniteräsvaarnan leikkauskestävyyttä ideaaliplastisella rakennemallilla, jossa betonin ja teräksen väliselle puristuslujuudelle käytetään paikallisen puristuksen maksimiarvoa $3f_{cd}$. [18, s.110] Kuvassa 4.2 on esitetty käytettävä taivutetun vaarnatapin plastinen rajatila.



Kuva 4.2 Vaarnatapin plastinen rajatila

Lasketaan plastista rajatilaa vastaava leikkauskapasiteetti virtuaalisen työn periaatteella. [23, s. 48] Sisäisen virtuaalisen työn W_s ja ulkoisen virtuaalisen työn W_u työn tulee olla yhtä suuret, jolloin saadaan yhtälöt

$$W_u = W_s, \quad (4.4)$$

$$W_u = \int_{-x}^0 -3f_{cd} d \phi s ds + \int_0^x 3f_{cd} d \phi s ds = 3f_{cd} d \phi x^2, \quad (4.5)$$

$$W_s = 2M_{pl} \phi = 2 \frac{d^3}{6} f_{yd} \phi = \frac{d^3}{3} f_{yd} \phi, \quad (4.6)$$

$$x = \frac{d}{3} \sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{cd}}}, \quad (4.7)$$

$$V_{Rd} = 3f_{cd} dx = d^2 \sqrt{f_{yd} f_{cd}}, \quad (4.8)$$

joissa f_{cd} on betonin puristuslujuuden mitoitusarvo, f_{yd} teräksen myötölujuus, d teräksen halkaisija, ϕ kulmakiertymä plastisessa nivelessä. Yhden vaarnatapin leikkauskapasiteetiksi saatiin siis kaava

$$V_{Rd} = d^2 \sqrt{f_{yd} f_{cd}}. \quad (4.9)$$

Edellä kuvatulla plastisuusteorian mukaisella tarkastelulla päädyttiin saman muotoiseen kaavaan, joka esitetään betoninormikortissa 23. Tappiliitoksen leikkauskapasiteetti onnettomuustarkasteluissa lasketaan betoninormikortin 23 mukaan kaavalla

$$V_{Rd} = \frac{1,2d^2 \sqrt{f_{yk} f_{ck}}}{\gamma_{c,acc}}, \quad (4.10)$$

jossa käytetään betonin ja betoniteräksen lujuuksien ominaisarvoja f_{yk} ja f_{ck} , sekä onnettomuustilanteiden osavarmuuslukua $\gamma_{c,acc} = 1,2$. [5, s.42]

Merkitään saatu leikkauslujuus (4.9) yhtä suureksi kuin kerroin k kertaa betoniteräksen vetolujuus. Tällä tavalla saadaan yhtälö

$$V_{Rd} = k \frac{\pi d^2}{4} f_{yd} = d^2 \sqrt{f_{yd} f_{cd}}, \quad (4.11)$$

josta saadaan ratkaistua kertoimelle k lauseke

$$k = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{f_{cd}}{f_{yd}}}. \quad (4.12)$$

Taulukkoon 4.1 on laskettu teräksen A500HW ja betonin lujuusluokkien C25/30...C60/75 mukaiset kertoimet k . Kaikki kertoimen k arvot ovat selvästi pienempiä kuin eurokoodin mukaiset kertoimet $\mu = 0,5 \dots 0,9$. Tämä tarkoittaa, että eurokoodin mukaisessa kaavassa (4.1) hyödynnetään myös teräksen ottamaa vetorasitusta muodonmuutoksen kasvaessa niin suureksi, että vaarna taipuu saumaan nähden kohtisuorasta suunnasta. Sauman siirtymät ovat eurokoodin mukaisessa murtorajatilassa siis suurempia, kuin vaarnatappikaavan mukaisen kapasiteetin vaatimat siirtymät ovat.

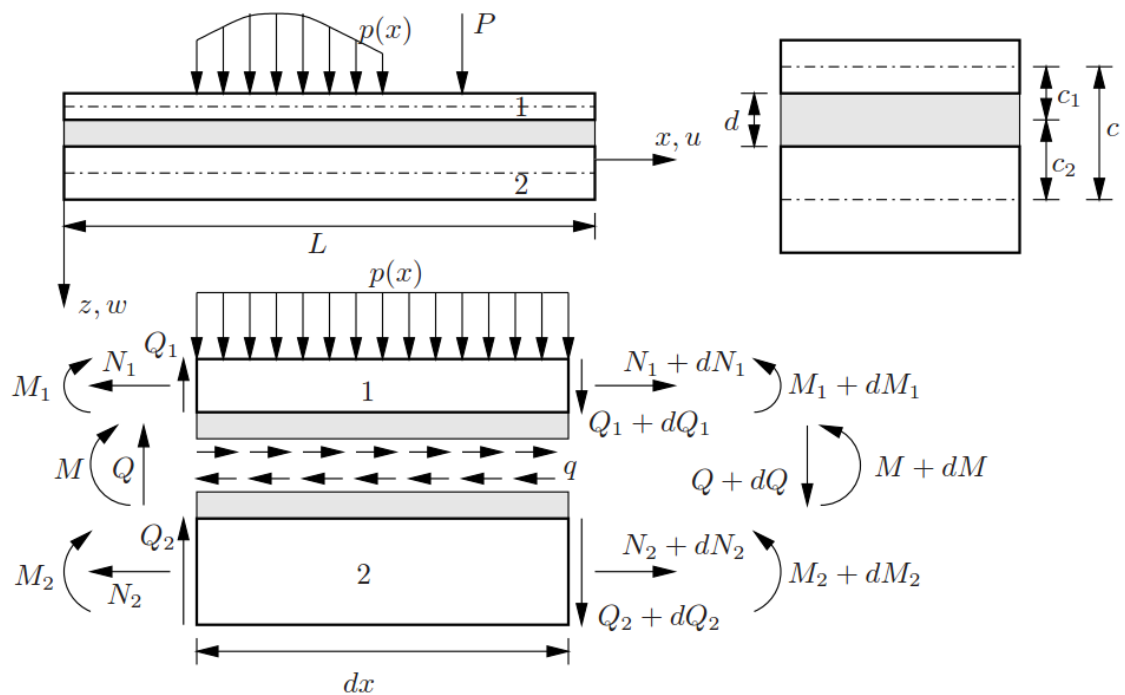
Taulukko 4.1 *Betonin puristuslujuuden ominais- ja mitoitusarvo sekä kaavan (4.12) mukaiset leikkauslujuuden kertoimet k*

Suure	Betonin lujuusluokka, teräs A500HW							
	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60	C55/67	C60/75
f_{ck}	25	30	35	40	45	50	55	60
f_{cd}	14.2	17.0	19.8	22.7	25.5	28.3	31.2	34.0
k	0.23	0.25	0.27	0.29	0.31	0.33	0.34	0.36

4.3 Elementtisauman jäykkyyden raja-arvo

Jäykistävien elementtirakenteiden suunnittelu yksinkertaistuu huomattavasti, jos elementtisaumat voidaan olettaa jäykiksi. Elementtisauma voidaan eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan olettaa täysin jäykäksi, mikäli siinä tapahtuvien leikkausmuodonmuutosten vaikutus siirtymiin on alle 10 % taivutuksen aiheuttamiin siirtymiin nähden [18, s.53].

Elementtisauman jäykkyydelle saadaan laskettua raja-arvo kerrospalkkiteorian perusteella. Kerrospalkkiteoria on johdettu palkille, joka koostuu kahdesta osasta, ja joiden välillä kimmoinen kytkentä. Kuvassa 4.3 on esitetty kerrospalkin vapaakappalekuvat.



Kuva 4.3 Kerrospalkin vapaakappalekuvat [21, s.41 Kuva 4.3]

Kerrospalkin taipumalle voidaan johtaa differentiaaliyhtälö

$$w^{(6)}(x) - \alpha^2 w^{(4)}(x) = -\alpha^2 \frac{p(x)}{EI} + \frac{p''(x)}{EI_0}. \quad (4.13)$$

Laskennassa tarvittavat poikkileikkaustekijät ja kertoimet ovat

$$\alpha = \sqrt{K \left(\frac{EA_0}{EA_p} + \frac{c^2}{EI_0} \right)}, \quad (4.14)$$

$$EA_0 = EA_1 + EA_2, \quad (4.15)$$

$$EA_p = EA_1 * EA_2, \quad (4.16)$$

$$EI_0 = EI_1 + EI_2, \quad (4.17)$$

$$EI = EI_0 + \frac{EA_p}{EA_0} c^2, \quad (4.18)$$

joissa K on osien 1 ja 2 välisen kytkennän jousikerroin, EA_1 ja EA_2 ovat osien 1 ja 2 aksiaalijäykkyudet, EI_1 ja EI_2 ovat osien 1 ja 2 taivutusjäykkyudet, ja c on osien 1 ja 2 neutraaliakselien välinen etäisyys. [21, s.42-45]

Differentiaaliyhtälön ratkaisu on

$$w(x) = C_1 \sinh(\alpha x) + C_2 \cosh(\alpha x) + C_3 x^3 + C_4 x^2 + C_5 x + C_6 + w_p(x), \quad (4.19)$$

jossa C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 , ja C_6 ovat reunaehdoista riippuvat integroimisvakiot, ja $w_p(x)$ on differentiaaliyhtälön yksityisratkaisu. Yksityisratkaisu voidaan laskea lausekkeesta

$$w_p(x) = \frac{1}{\alpha^5 EI} \int_0^x \left[\alpha^2 p(s) - \frac{EI}{EI_0} p''(s) \right] \left\{ \alpha(x-s) + \frac{1}{6} \alpha^3 (x-s)^3 - \sinh[\alpha(x-s)] \right\} ds. \quad (4.20)$$

Taivutusmomentille ja osien normaalivoimille saadaan kaavat

$$M(x) = \frac{EI}{\alpha^2} w^{(4)}(x) - EI w''(x) - \frac{EI}{\alpha^2 EI_0} p(x), \quad (4.21)$$

$$N_1 = -N_2 = -\frac{M(x) + EI_0 w''(x)}{c}. \quad (4.22)$$

Tasaisestikuormitetun ulokepalkin taipumalle saadaan lauseke

$$w(x) = \frac{p_0}{24EI} [(L-x)^4 + 4L^3x - L^4] + \frac{p_0}{\alpha^4} \left(\frac{1}{EI_0} - \frac{1}{EI} \right) \left\{ \alpha^2 \left(Lx - \frac{x^2}{2} \right) + \frac{1}{\cosh(\alpha L)} (\cosh(\alpha x) + \alpha L \sinh(\alpha(L-x)) - 1 - \alpha L \sinh(\alpha L)) \right\}, \quad (4.23)$$

jossa p_0 on palkin viivakuorma. Ulokepalkin pään taipumaksi saadaan lauseke

$$w(L) = \frac{p_0 L^4}{8EI} + \frac{p_0}{\alpha^4} \left(\frac{1}{EI_0} - \frac{1}{EI} \right) \left\{ \alpha^2 \frac{L^2}{2} + \frac{1}{\cosh(\alpha L)} (\cosh(\alpha L) - 1 - \alpha L \sinh(\alpha L)) \right\}. \quad (4.24)$$

Kun ulokepalkin päässä vaikuttaa pistekuorma P , niin taipumalle saadaan kaava

$$w(x) = -\frac{P}{EI} \left[\frac{x^3}{6} - \frac{Lx^2}{2} \right] + \frac{P}{\alpha^3} \left(\frac{1}{EI_0} - \frac{1}{EI} \right) [\alpha x - \tanh(\alpha L) + \tanh(\alpha L) \cosh(\alpha x) - \sinh(\alpha x)]. \quad (4.25)$$

ja ulokepalkin pään taipuma on

$$w(L) = \frac{PL^3}{3EI} + P \left(\frac{1}{EI_0} - \frac{1}{EI} \right) \left[\frac{L}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha^3} \tanh(\alpha L) \right]. \quad (4.26)$$

Kerrospalkkien yhtälöt ovat muotoa, jossa ensimmäinen termi vastaa palkin taipumaa, jonka osien 1 ja 2 välisen kytkennän jousikerroin K on ääretön. Toinen termi on lisätai-puma, joka johtuu osien välisestä liukumisesta toistensa suhteen. [21, s.42-45, 64, 67]

Merkitsemällä ensimmäistä termiä $w_{EB}(x)$ ja toista termiä $w_K(x)$, saadaan eurokoodin EN 1992-1-1 mukainen ehto leikkausmuodonmuutosten 10%:n raja-arvolle

$$0,1w_{EB}(L) = w_K(L), \quad (4.27)$$

josta kerroin α , ja sen sisältämä jäykkyyskerroin K voidaan ratkaista numeerisesti.

Tarkastellaan jäykistysseinää, jonka korkeus on L , ja poikkileikkaus $b \times h$. Kun jäykis-tysseinän sauma sijaitsee poikkileikkauksen neutraaliakselilla, saadaan poikkileikkaus-suureet

$$I_1 = I_2 = \frac{1}{12} b \left(\frac{h}{2} \right)^3 = \frac{1}{8} I, \quad (4.28)$$

$$A_1 = A_2 = \frac{1}{2}A \quad (4.29)$$

$$EA_0 = EA_1 + EA_2 = EA, \quad (4.30)$$

$$EA_p = EA_1 * EA_2 = \frac{1}{4}E^2A^2, \quad (4.31)$$

$$EI_0 = EI_1 + EI_2 = \frac{1}{4}EI, \quad (4.32)$$

$$EI = EI_0 + \frac{EA_p}{EA_0}c^2 = \frac{1}{4}EI + \frac{\frac{1}{4}E^2A^2}{EA} \left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}EI + \frac{3}{4}EI = EI, \quad (4.33)$$

$$\alpha = \sqrt{K \left(\frac{EA_0}{EA_p} + \frac{c^2}{EI_0} \right)} = \sqrt{K \left(\frac{4}{EA} + \frac{h^2}{EI} \right)} = \sqrt{K \left(\frac{4}{EA} + \frac{12}{EA} \right)} = 4 \sqrt{\frac{K}{EA}}. \quad (4.34)$$

Sijoitetaan saatu α :n lauseke ulokesauvan, jolla on tasainen kuorma p_0 , ja ulokesauvan, jonka päässä on pistekuorma P taipuman kaavoihin (4.24) ja (4.26), ja otetaan huomioon ehto (4.27). Tällä tavalla saadaan kaksi funktiota, joille haetaan nollakohtia

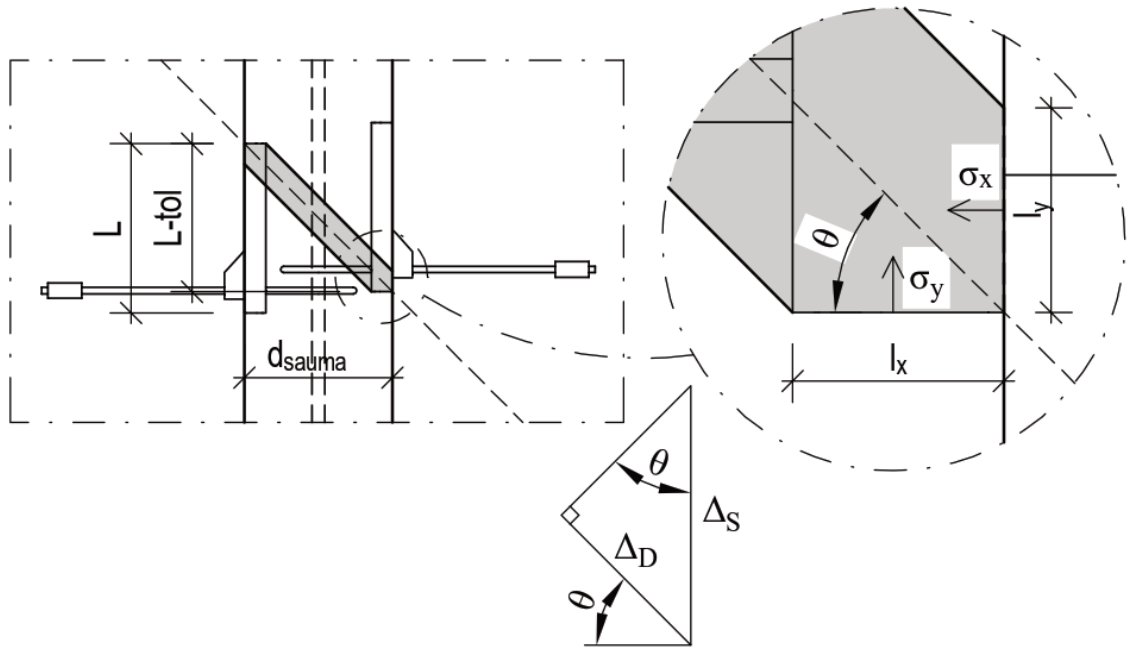
$$f_{p_0}(\alpha, L, I) = \frac{L^4}{8I} - 10 \frac{1}{\alpha^4} \left(\frac{3}{I} \right) \left\{ \alpha^2 \frac{L^2}{2} + \frac{1}{\cosh(\alpha L)} (\cosh(\alpha L) - 1 - \alpha L \sinh(\alpha L)) \right\} = 0, \quad (4.35)$$

$$f_P(\alpha, L, I) = \frac{L^3}{3I} - 10 \left(\frac{3}{I} \right) \left[\frac{L}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha^3} \tanh(\alpha L) \right] = 0. \quad (4.36)$$

Nollakohdat riippuvat aina sauvan neliömomentista I , pituudesta L , ja kertoimesta α , eikä ratkaisulle voida esittää yksittäistä helppoa nyrkkisääntöä.

4.4 Vaijerilenkkisauman jäykkyyden tarkastelua

Tarkastellaan vaijerilenkeillä toteutetun vaarnatun elementtisauman jäykkyyttä ristikkoanalogialla. Eurokoodin EN 1992-1-1 luvussa 5.6 sallitaan ristikkoanalogian käyttö sekä käyttö- että murtorajatilataarkasteluissa, joten sitä voidaan käyttää myös elementtisauman jäykkyyden arvioinnissa [18, s.63]. Kuvassa 4.4 on esitetty käytettävä vaijerivaarnatun elementtisauman ristikkoanalogian mukainen geometria.



Kuva 4.4 Vaijerivaarnalenneillä toteutetun elementtisauman ristikkoanalogia

Merkitään kotelon korkeudeksi L , leveydeksi b , ja syvyydeksi l_x . Vastakkaisissa elementeissä olevien koteloiden korkeusaseman toleranssia merkitään lyhenteellä tol . Puristusdiagonaalin kulmalle saadaan lauseke

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{L - tol}{d_{sauma}}\right). \quad (4.37)$$

Puristusdiagonaalin suurin mahdollinen pystykomponentti on yhtä suuri kuin yhden diagonaalin aikaansaama leikkauskapasiteetti

$$V_{max} = F_{y,max} = \sigma_{max} l_x b. \quad (4.38)$$

Puristusdiagonaalin kulman θ ja pystysuuntaisen komponentin $F_{y,max}$ perusteella saadaan laskettua vaakakomponentin maksimiarvo

$$F_{x,max} = \frac{F_{y,max}}{\tan(\theta)}, \quad (4.39)$$

ja edelleen mitaksi l_y

$$l_y = \frac{F_{x,max}}{b\sigma_{max}} = \frac{l_x}{\tan(\theta)} \quad (4.40)$$

Nyt puristusdiagonaalin suurimmaksi mahdolliseksi poikkipinta-alaksi saadaan

$$A_D = b(l_x \sin(\theta) + l_y \cos(\theta)) = b \left(l_x \sin(\theta) + \frac{l_x}{\tan(\theta)} \cos(\theta) \right) = \frac{bl_x}{\sin(\theta)} \quad (4.41)$$

Puristusdiagonaalin kokoonpuristuma on

$$\Delta_D = \frac{N_D L_D}{A_D E_{cm}} = \frac{1}{E_{cm}} * \frac{V * k/k}{\sin(\theta)} * \frac{L - tol}{\sin(\theta)} * \frac{\sin(\theta)}{bl_x} = \frac{V * k/k * (L - tol)}{E_{cm} bl_x \sin(\theta)} \quad (4.42)$$

jossa N_D on puristusdiagonaalin normaalivoima, L_D puristusdiagonaalin pituus, ja V saumaa rasittava leikkausvoima (N/m), ja k/k on koteloiden jako pystysuunnassa. [10, s.136]

Oletetaan, että sauman leveys d_{sauma} pysyy muodonmuutoksissa muuttumattomana, jolloin leikkausvoiman aiheuttamaksi, sauman alueella tapahtuvaksi, pystysuuntaiseksi siirtymäksi saadaan

$$\Delta_S = \frac{\Delta_D}{\sin(\theta)} = \frac{V * k/k * (L - tol)}{E_{cm} bl_x \sin^2(\theta)} \quad (4.43)$$

Sauman leikkausjäykkyydeksi saadaan ratkaistua

$$K_S = \frac{V}{\Delta_S} = \frac{E_{cm} bl_x \sin^2(\theta)}{k/k * (L - tol)} \quad (4.44)$$

jossa E_{cm} on betonin keskimääräinen kimmokerroin, b kotelon leveys, l_x on kotelon syvyys, k/k on koteloiden jako pystysuunnassa, θ puristusdiagonaalin kulma, L on kotelon korkeus, ja tol on vastakkaisten koteloiden sijaintitoleranssi.

Edellä tehdyssä tarkastelussa on tehty seuraavat olettamukset:

- Siirtymät ovat pieniä, eivätkä ne vaikuta puristusdiagonaalin ja vaijerilenkkien välittämin voimiin.
- Betoninen puristusdiagonaali toimii nivelpäisenä sauvana, jolla on vakio poikki-leikkaus koko pituudella. Tällöin sauman pystysuuntainen siirtymä syntyy diagonaalin kokoonpuristumasta ja kulmakiertymästä, niin että sauman leveys pysyy muuttumattomana.
- Vaijerilenkit vastaanottavat betonisen puristusdiagonaalin vaakakomponentin.

- Vaijerilenkkien vaakakomponentti ei aiheuta saumaan leveyssuuntaista kokoonpuristumaa, eikä siis vaikuta sauman leveyteen, eikä pystysuuntaiseen siirtymään.

Johdettua kaavaa ei tule käyttää sellaisenaan saumojen leikkausjäykkyyden tarkastelussa. Sen käyttöönotto edellyttäisi lisätutkimuksia, joita voitaisiin tehdä esimerkiksi epälineaarilla FEM-laskennalla ja kuormituskokeilla. Se kuitenkin perustuu eurokoodin mukaiseen ristikko analogiaan ja yleisiin mekaniikan periaatteisiin.

5. KÄYTTÖRAJATILATARKASTELOT

Eurokoodissa EN 1992-1-1 ja sen kansallisessa liitteessä ei esitetä betonirakenteen sivusiirtymille minkäänlaisia raja-arvoja. Betonirakenteet ovat pääsääntöisesti hyvin jäykkiä, mutta jonkinlainen tarkistus on kuitenkin hyvä tehdä. Tästä syystä voitaneen käyttää teräsrakenteiden suunnittelustandardin EN 1993-1-1 kansallisessa liitteessä annettuja raja-arvoja: 1-2 kerroksisille rakennuksille H/150 ja muille rakennuksille H/400. Rakenteen sivusiirtymät tarkastetaan jäykistysjärjestelmän pienennetyllä jäykkyydellä. [31, s.5]

Betonin ja betoniterästen jännityksiä tulee rajoittaa pitkäaikaiskuormien ja ominaiskuormien yhdistelmissä seuraavasti:

- betonin jännitys tulee olla $< 0,45f_{ck}$ pitkäaikaiskuormien yhdistelmällä
- betonin jännitys tulee olla $< 0,6f_{ck}$ ominaiskuormien yhdistelmällä rasitusluokissa XD, XF ja XS
- betoniterästen jännitys tulee olla $< 0,6f_{yk}$ ominaiskuormien yhdistelmällä
- betoniterästen jännitys tulee olla $< 0,8f_{yk}$ ominaiskuormien yhdistelmällä, kun jännitys aiheutuu pakkomuodonmuutoksista. [18, s.117] [30, s.8]

Halkeilun rajoittamisessa otetaan huomioon halkeamaleveyksien raja-arvojen tarkistaminen ja rakenneosien vähimmäisraudoitusalat. Halkeamaleveyksien raja-arvot tulee tarkistaa sekä tavanomaisilla että pitkäaikaisilla kuormitusyhdistelmillä. Halkeamaleveyksien rajoittamisen tarkoitus on turvata rakenteen pitkäaikaiskestävyys ja taata riittävän laadukas ulkonäkö. Tavanomaisten ja pitkäaikaisten kuormien aiheuttamia halkeamaleveyksiä verrataan eurokoodissa ja kansallisessa liitteessä esitettyihin raja-arvoihin. On syytä huomata, että tuulikuorman tavanomainen yhdistelykerroin on 0,2, joten sen vaikutus halkeamaleveyksiin tulee ottaa huomioon. Tuulikuormilla ei kuitenkaan ole pitkäaikaisosuutta. [18, s.117,118] [25, s.2 Taulukko A1.1 (FI)]

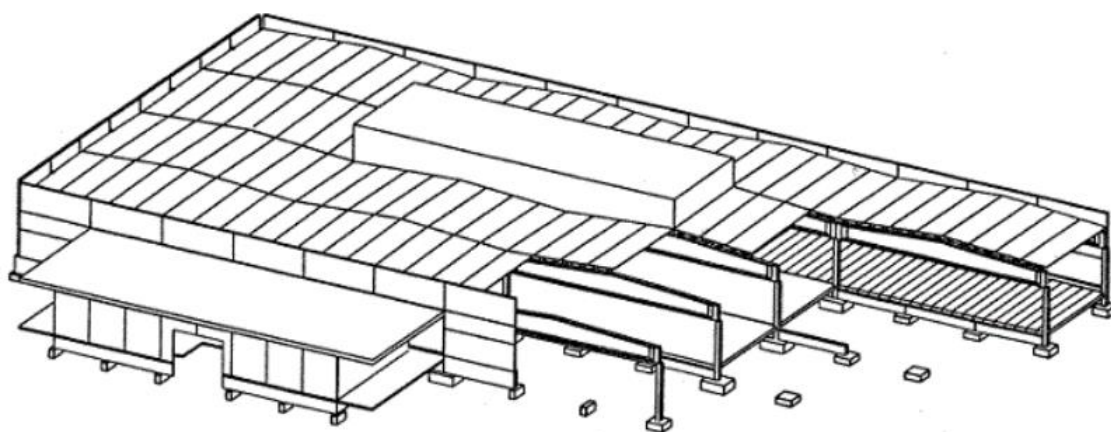
Halkeamaleveyksien laskentaa ei yleensä voida suorittaa kokonaistarkastelun rakennemallissa, koska sellainen tarkastelu on liian työläs. Globaalissa rakennemallissa tutkitaan pysty- ja vaakakuormien jakaantuminen raudoittamattomilla ja halkeilemattomilla poikileikkauksilla. Tästä syystä yksittäiset jäykistävät rakenteet tulee tarkastella erillisillä FEM-analysimalleilla, joiden vaakakuormat luetaan globaalista rakennemallista. Elementtimenetelmään perustuvassa laskennassa otetaan huomioon kuormien portaittainen kasvu, viruma sekä betoniterästen vaikutus jäykkyyteen halkeilleessa ja halkeilemattomassa rakenteessa.

6. JÄYKISTYSJÄRJESTELMÄN VAIKUTUS STABILITEETILASKELMIIN

Erilaisilla runkotyypeillä on omat erityispiirteensä. Tästä syystä on järkevää jaotella tehtäviä jäykistystarkasteluita ja rakenteiden mitoituksessa usein vastaan tulevia asioita myös runkotyyppien mukaisesti. Tässä työssä erilaiset runkotyypit jaetaan kolmeen eri ryhmään: masto-, levy- ja side- ja sekajäykistys.

6.1 Mastojäykistys

Mastopilarirungon ensimmäisen kertaluvun tarkastelu tehdään rakennemallilla, joissa pilarit ovat toisiinsa kytkettyjä ja vaakakuormat jaetaan pilareille niiden jäykkyyksien suhteissa. Toisen kertaluvun tarkastelu tehdään erillisinä rakenneosina. Käytettäessä erillisten pilarien mukaista tarkastelua, toisen kertaluvun rasiukset lasketaan joko nimellisen kaarevuuden tai nimellisen jäykkyyden menetelmällä. [18, s.60,64,68]



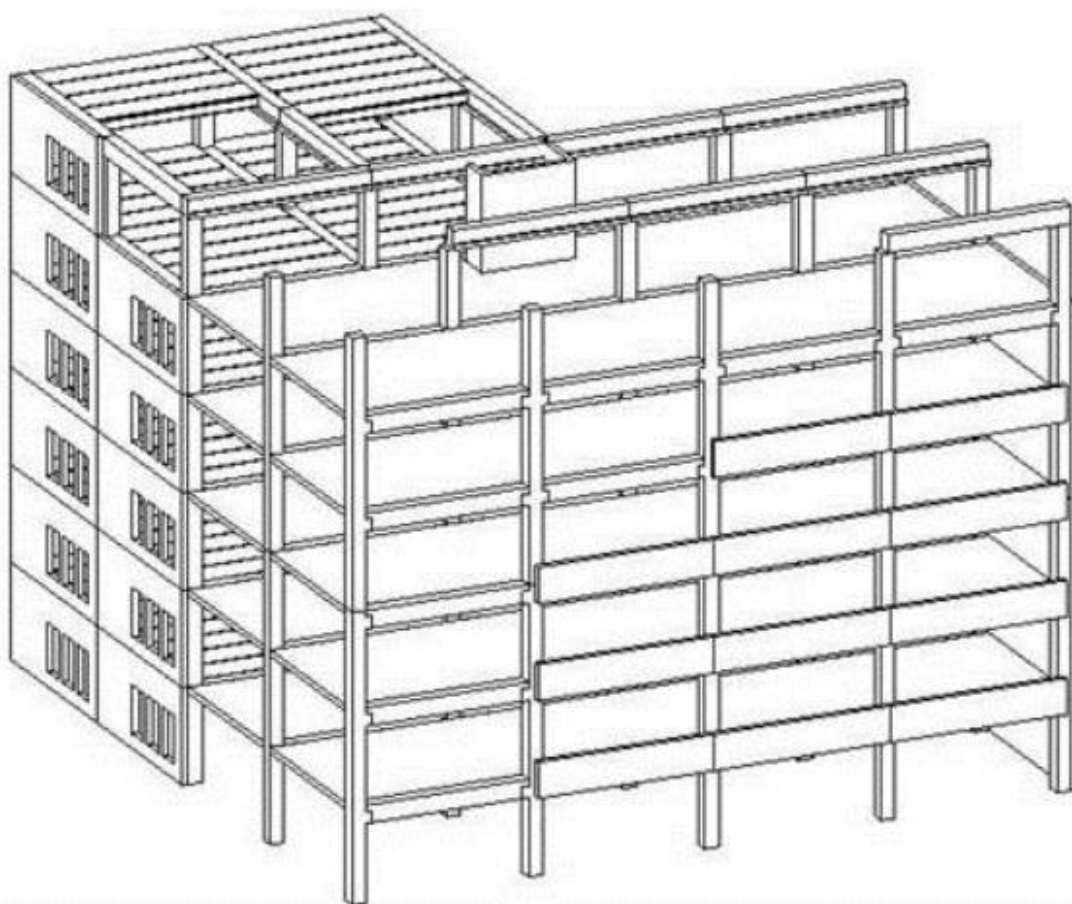
Kuva 6.1 Esimerkki mastopilarijäykisteisestä teollisuus- ja varastorakennuksesta [6]

6.2 Levyjäykistys

Leikkausseinillä ja porrashuoneilla jäykistetyille rakennukselle tulee tarkistaa toisen kertaluvun vaikutusten raja-arvo. Raja-arvona pidetään rakenteen kriittisen pystykuorman kerrointa $\alpha_{cr} = 10$. Sen laskemisessa käytetään kimmokerrointa $0,4E_{cd}$, jos jäykistävissä rakenteissa esiintyy taivutushalkeamia. Jos taivutushalkeamia ei esiinny, niin voidaan käyttää kaksinkertaista jäykkyyttä $0,8E_{cd}$. Sekä pystyjäykisteiden että vaakasuuntaisten levykenttien kimmokertoimelle tulee käyttää pienennettyä arvoa, jos vaakasuuntaisten levykenttien halkeilu vaikuttaa rakenteen stabiliteettiin. [18, s.209-211]

Eurokoodin EN 1992-1-1 mukaan kimmoteorian mukaisessa kokonaistarkastelussa ja voimasuureiden jakauman selvittämisessä tulee käyttää keskimääräisiä kimmokertoimia E_{cm} . Voimasuureiden jakautuminen ei silti muutu, jos käytetään samalla suhteellisella kertoimella pienennettyä jäykkyyttä kaikille jäykistäville rakenneosille. Tästä syystä kokonaistarkastelu voidaan tehdä myös pienennetyllä jäykkyydellä $0,4E_{cd}$ tai $0,8E_{cd}$. Mikäli kriittisen pystykuorman kerroin on pienempi kuin 10, tulee toisen kertaluvun vaikutukset rakenteen siirtymissä ja rasituksissa ottaa huomioon joko korotetuilla vaakakuormilla tai P- Δ -analyysillä. [18, s.60, 209-211]

Levyjäykisteisissä rakennuksissa tulee kiinnittää huomiota jäykistävien pystyrakenteiden ja erillisten pilareiden eri suurten kokoonpuristumien aiheuttamiin sekundäärisiin vaakakuormiin. Tällaiset sekundääriset rasitukset korostuvat korkeissa rakennuksissa, joiden jäykistysjärjestelmä ei salli sisäisiä vaakasuuntaisia muodonmuutoksia.



Kuva 6.2 Esimerkki levy- ja porrashuonejäykisteisestä toimistorakennuksesta [6]

6.3 Side- ja sekajäykistys

Sekajäykistysjärjestelmät, jotka sisältävät sekä pystyristikoita että betonisia pystyjäykisteitä, ovat mitoituksellisesti haasteellisia, koska betonin viruma ja halkeilu vaikuttavat teräsiteiden rasitukseen. Laskentamallilla tulee usein tehdä useampia tarkasteluja, joilla tutkitaan eri asioita.

Teräsiteillä ja betonisilla pystyjäykisteillä jäykistettyjen rakenteiden suunnittelussa otetaan huomioon kriittisen kuorman kertoimen raja-arvo $\alpha_{cr} = 10$, joka lasketaan jäykistysjärjestelmän pienennetyllä jäykkyydellä $0,4E_{cd}$ tai $0,8E_{cd}$, sen mukaan esiintyykö jäykistävässä rakenteissa taivutushalkeamia vai ei. Pienennetyn jäykkyyden käyttö koskee sekä pystyristikoiden paarteina toimivia pilareita, mahdollisia jäykistysseiniä, porrastorneja että vaakasuuntaisia levykenttiä. [18, s.209-211]

Teräsiteiden rasitukset huomioidaan virheellisesti, jos kaikkien jäykistäville pystyrakenteille käytetään pienennettyä betonin jäykkyyttä $0,4E_{cd}$ tai $0,8E_{cd}$. Tämä johtuu siitä, että teräsiteiden rasitukset muodostuvat sekä pysty- että vaakakuormista. Pystykuormien aiheuttamat siteiden rasitukset koostuvat betonipilarien elastisesta kokoonpuristumasta ja virumasta. Vaakakuormat, kuten tuulikuormat ja lisävaakavoimat aiheuttavat siteisiin hetkellisiä kuormituksia. [18, s.24,31-34]

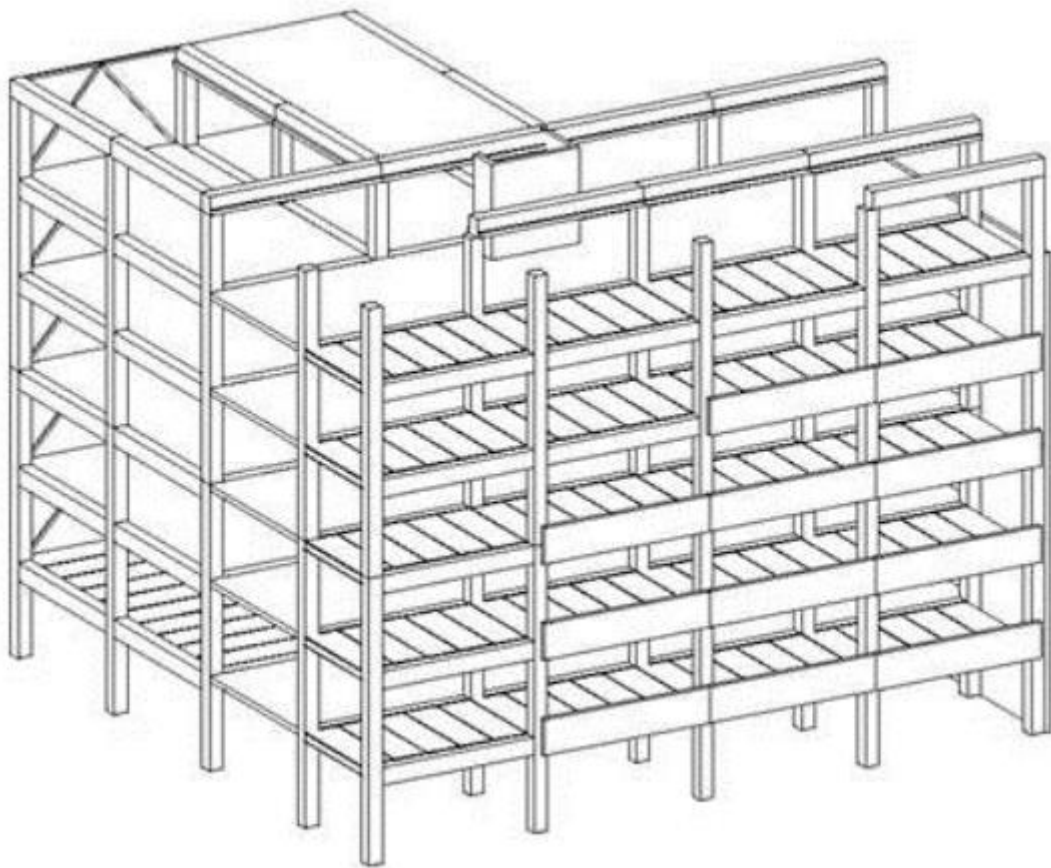
Eurokoodissa EN 1992-1-1 esitetään yleinen lineaarisen kimmoteorian periaate, että kuormien vaikutusten tulee vastata keskimääräisillä kimmokertoimilla E_{cm} ja halkeamattomilla poikkileikkauksilla laskettuja arvoja. Tämän perusteella vaakakuormien jakautuminen jäykistäville pystyrakenteille tulee vastata keskimääräisillä kimmokertoimilla laskettuja arvoja. [18, s.60]

Yksi vaihtoehto laskelmien tekemiseksi on tutkia rasitusten jakautuminen sekä perustukuormat keskimääräisillä kimmokertoimilla E_{cm} ja korotetuilla vaakakuormilla. Tällöin teräsiteiden rasitukset tulee laskea kahdessa osassa. Ensimmäisessä osassa tutkitaan pystykuormien vaikutus siteiden rasitukseen, ja otetaan huomioon myös betonipilareiden viruman vaikutukset pienennetyillä kimmokertoimilla $E_{cm,\phi}$. Toisessa osassa lasketaan vaakakuormien osuus teräsiteiden rasitukseen käyttämällä keskimääräisiä kimmokertoimia E_{cm} ja korotettuja vaakakuormia, niin tarvittaessa. Lasketut rasitukset summataan, ja teräsiteiden mitoitus suoritetaan näille summatuille rasituksille. [18, s. 24, 31-34, 60, 209-211]

Likimääräistämällä edellä kuvattua laskentamenetelmää saadaan menetelmä, jolla teräsiteiden mitoittaminen voidaan suorittaa suoraan laskentamallin kuormitusyhdistelmillä. Käyttämällä paarteina toimivien betonipilareiden efektiivisellä virumaluvulla pienennettyä jäykkyyttä, skaalaamalla kaikkien betonirakenteiden kimmokertoimet paarteita vastaavalla pienennyskertoimella, ja käyttämällä toisen kertaluvun rasitusten korotusker-

rointa vaakakuormille, saadaan terässiteiden pitkäaikaiskuormat laskettua oikein ja vaakakuormajakaumat vastaavat lähes oikein keskimääräisillä kimmokerroimilla E_{cm} laskettuja rasituksia. Efektiivisellä virumaluvulla pienennettyä kimmokerrointa käytettäessä ainoastaan hetkellisistä vaakakuormista aiheutuvat terässiteiden rasitukset yliarvioidaan. Tämä johtuu siitä, että jäykistävien pystyristikoiden taivutusjäykkyys pienenee leikkausjäykkyyteen verrattuna hetkellisten vaakakuormien osalta. [18, s. 24, 31-34]

Sekajäykistysjärjestelmän kimmoteorian mukainen kokonaistarkastelu monimutkaistuu edelleen, jos jäykistävien pystyrakenteiden ja erillisten pilarien kokoonpuristuma aiheuttaa sekundäärisiä vaakakuormia. Tällaisia tilanteita on esimerkiksi rakennuksissa, joissa alimmassa kerroksessa osa jäykistävästä seinärakenteesta korvataan pilarilla, ja rakennuksissa joissa jäykistäviin rakenteisiin voi syntyä sisäisiä pakkovoimia. Tällaisissa rakennuksissa tulee miettiä tapauskohtaisesti, mitä tarkasteluita tulee tehdä, ja kuinka virmu ja voimasuureiden jakautuminen otetaan huomioon. [18, s. 24, 31-34]



Kuva 6.3 Esimerkki terässide- ja levyjäykisteistä toimistorakennuksesta [6]

7. JÄYKISTYSJÄRJESTELMIEN KÄSINLASKENTAMENETELMIEN JA FEM-ANALYYSIEN EROT

Käsinlaskentakaavat perustuvat aina rakenteen toiminnan idealisointeihin. Esimerkiksi teknisessä taivutusteoriassa otetaan huomioon vain merkittävimmät palkin jäykkyyteen vaikuttavat tekijät, kuten palkin akselin suuntaisten jännitysten lineaarinen jakauma ja materiaalin kimmokerroin. Poikkileikkauksen leikkausjännityksen aiheuttama deplanaatio ja palkin akseliin nähden poikittaiset muodonmuutokset jätetään huomiotta. Näiden ilmiöiden vaikutus on pieni ja ne ovat yleensä käytännön sovellutusten kannalta merkityksettömiä. [10, s.171-172] Käsinlaskentakaavojen konstruoinnissa tämä on välttämätöntä, jotta johdetut lausekkeet ovat riittävän yksinkertaisia, ymmärrettäviä ja niiden käyttö on tehokasta.

7.1 Yleistä

Jäykistysjärjestelmän käsinlaskentamenetelmät perustuvat seuraaviin rakenteen idealisointeihin:

- Vaakakuormia jakavat levykentät oletetaan jäykiksi kappaleiksi, jotka pakottavat kaikille jäykistäville pystyrakenteille levykentän translaation ja rotaation mukaiset siirtymät.
- Vaakakuormia jakavien levykenttien ja jäykistävien pystyrakenteiden liitokset ovat nivelellisiä, eikä jäykistävien pystyrakenteiden kulmamutokset vaikuta levykenttien voimasuureisiin.
- Pystyrakenteiden taipuman oletetaan tapahtuvan teknisen taivutusteorian mukaisesti.
- Väännön vaikutus otetaan huomioon yhdistetyllä vapaan ja estetyn väännön teorialla.
- Yhdistetty leikkaus- taivutus-muodonmuutos voidaan ottaa huomioon 1. kerroksisilla rakennuksilla, muut rakennukset analysoidaan teknisen taivutusteorian mukaisesti.
- Siirtymät ovat pieniä. Sekä tekninen taivutusteoria että vääntöteoria perustuvat geometrisiin yksinkertaistuksiin, jotka pitävät paikkansa vain pienillä siirtymillä. [21, s.1-24]

Käsinlaskentamenetelmät toimivat parhaiten mastopilarijäykisteisille rakennuksille. Tämä johtuu siitä, että kaikki liitokset ovat pistemäisiä niveliä ja pilarit ovat yleensä niin hoikkia, että niiden toiminta on hyvin lähellä teknisen taivutusteorian ja vapaan väännön

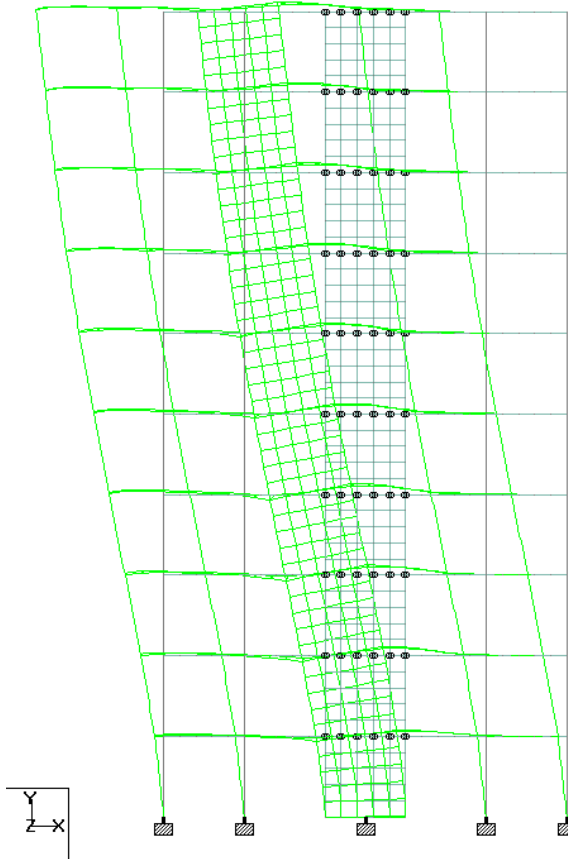
teoriaa. Myöskin vesikaton vaakakuormia jakava levykenttä on yleensä laaja ja jäykkä yksittäiseen pilariin nähden, jonka vuoksi levykentän jännitykset ovat pieniä, eikä vaakakuormista synny suuria levykentän muodonmuutoksia.

Leikkausseinillä ja porrashuoneilla jäykistetyissä rakennuksissa esiintyy aina sekä jäykistävien pystyrakenteiden että vaakakuormia jakavien levykenttien muodonmuutoksia, jotka jäävät käsinlaskentamentelmissä huomioonottamatta. Näitä muodonmuutoksia ovat jäykistävien pystyrakenteiden leikkausmuodonmuutokset ja kulmakiertymät, vaakakuormia jakavien levykenttien paikalliset muodonmuutokset sekä taivutus- ja leikkausmuodonmuutokset.

Jäykistysseinät ja porrashuoneet ovat usein korkeus-poikkileikkauksen korkeus-suhteeltaan järeitä. Tästä syytä niissä esiintyy myös leikkausmuodonmuutoksia, eikä pelkästään taivutusmuodonmuutoksia. Jäykistysseinät ja porrashuoneet ovat myös vaakasuuntaisiin levykenttiin nähden huomattavasti jäykempiä, kuin mastopilarit, minkä vuoksi levykenttien paikallisten muodonmuutosten, taivutus- ja leikkausmuodonmuutosten merkitys voimasuureiden jakautumisessa ja siirtymissä korostuu.

Korkeiden ja hoikkien levyjäykisteisten rakennusten vaakasiirtymissä korostuu ”Moment Frame” -rakenteen tyyppinen toiminta. Jäykistävien pystyrakenteiden taipuman derivaatta, eli poikkileikkauksen kulmakiertymä, aiheuttaa jatkuvaan laattarakenteeseen muodonmuutoksia ja edelleen erillisiin pilareihin laatan taivutuksesta johtuvia normaali-voimia. Rungon siirtymät eivät siis olekaan enää mastorakenteen siirtymiä, kuten käsinlaskentakaavat olettavat.

”Moment Frame” -rakenteen tyyppinen toiminta pienentää vaakasiirtymiä ja lisää rakenteen jäykkyyttä. Sen osalta tulee kuitenkin olla varovainen, mikäli vaakasuuntaiset levykentät mallinnetaan levy-elementeillä, vaikka todellinen rakenne tehdään esimerkiksi ontelolaatalla. Ontelolaatalla ei ole samanlaista kykyä välittää heikomman suunnan taivutusmomenttia, kuin laskentamallilla, ja rakenteen stabiliteetti voi tulla yliarvioituksi. Ontelolaatoilla laattakentän momentit tulee vapauttaa siten, että ”Moment Frame” -rakenteen toimintaa ei esiinny. Kuvassa 7.1 on havainnollistettu 10 kerroksisen rakennuksen ”Moment Frame” -rakenteen tyyppistä toimintaa siirtymäkuvaajan avulla.



Kuva 7.1 10 kerroksisen rakennuksen tuulikuorman aiheuttama siirtymäkuvaaja ja "Moment Frame" -rakenteen tyyppinen toiminta

Teräsidejäykisteissä esiintyy sekä siteiden, että paarteina toimivien pilarien muodonmuutoksia. Siteiden muodonmuutokset edustavat leikkausmuodonmuutoksia ja paarteiden taivutusmuodonmuutoksia. Käsineläskennassa siteiden muodonmuutokset jätetään huomioonottamatta.

7.2 Yksikerroksisen rakennuksen jäykkyyden tarkastelua

Tarkastellaan yksikerroksisella rakennuksella kahden jäykistysseinän keräämien voimien suhdetta puhtaassa translaatiossa, kun käytetään joko Timoshenkon tai Euler-Bernoullin palkkiteoriaa. Euler-Bernoullin palkkiteorialla laskettuna poikkileikkaukseltaan suorakaiteisen mastoseinän jäykkyys on

$$K_B = \frac{1}{\frac{L^3}{3EI}} = \frac{1}{\left(\frac{4L^2}{h^2}\right) \frac{L}{EA}} = \frac{1}{(4\lambda^2) \frac{L}{EA}}, \quad (7.1)$$

jossa seinän korkeus on L , poikkileikkauksen leveys on b ja korkeus on h , poikkileikkauksen pinta-ala on A , ja seinän korkeuden ja poikkileikkauksen korkeuden suhdetta on merkitty symbolilla $\lambda = L/h$.

Timoshenkon palkkiteorialla seinän jäykkyys on

$$K_{T,B} = \frac{1}{\frac{L}{kGA} + \frac{L^3}{3EI}} = \frac{1}{\left(\frac{2(1+\nu)}{k} + \frac{4L^2}{h^2}\right) \frac{L}{EA}} = \frac{1}{\left(\frac{2(1+\nu)}{k} + 4\lambda^2\right) \frac{L}{EA}}, \quad (7.2)$$

jossa G on liukumoduuli, ν on suppeumaluku ja k on leikkausmuodonmuutoksen korjauskerroin.

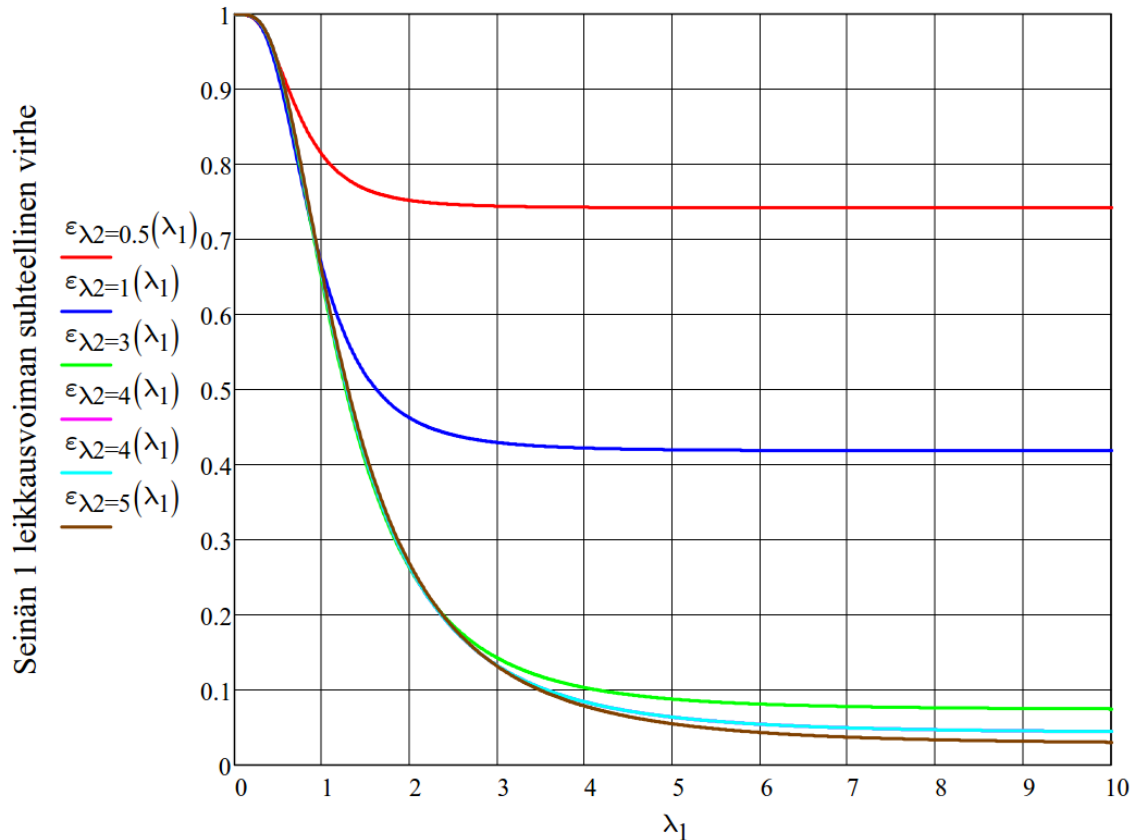
Euler-Bernoullin palkkiteorian mukaiselle seinän 1 leikkausvoimalle saadaan suhteellisen virheen lauseke

$$\varepsilon = \frac{\frac{K_{B,T1}}{K_{B,T1} + K_{B,T2}} - \frac{K_{B1}}{K_{B1} + K_{B2}}}{\frac{K_{B,T1}}{K_{B,T1} + K_{B,T2}}} = 1 - \frac{K_{B,T1} + K_{B,T2}}{K_{B1} + K_{B2}} * \frac{K_{B,T1}}{K_{B1}}, \quad (7.3)$$

jossa on merkitty seinä indekseillä 1 ja 2. Kun edelliseen kaavaan sijoitetaan jäykkyyksien lausekkeet, saadaan

$$\varepsilon(\lambda_1, \lambda_2) = 1 - \left[\frac{\frac{1}{\left(\frac{2(1+\nu)}{k} + 4\lambda_1^2\right)} + \frac{1}{\left(\frac{2(1+\nu)}{k} + 4\lambda_2^2\right)}}{\frac{1}{(4\lambda_1^2)} + \frac{1}{(4\lambda_2^2)}} * \frac{(4\lambda_1^2)}{\left(\frac{2(1+\nu)}{k} + 4\lambda_1^2\right)} \right]. \quad (7.4)$$

Kuvassa 2.18 on näytetty edellisen lausekkeen mukaiset seinän 1 leikkausvoiman virhefunktiot seinän 2 sivusuhteilla $\lambda_2 = 0,5, 1, 2, 3, 4$ ja 5. Kuvaajien perusteella voidaan päätellä, että jos molempien seinien hoikkuussuhteet λ ovat yli 4, niin seinien virhe jää alle 10 %:n.



Seinän 1 korkeuden ja poikkileikkauksen korkeuden suhde λ_1

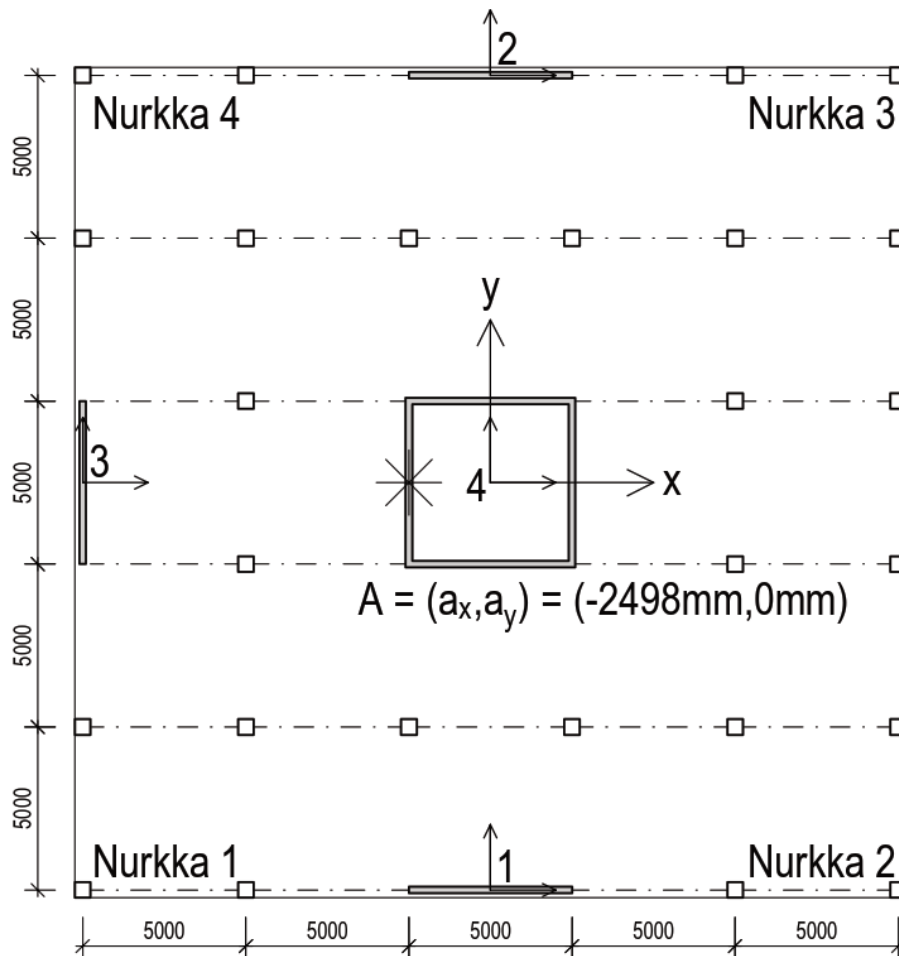
Kuva 7.2 Euler-Bernoullin palkkiteorian aiheuttama virhe seinän 1 leikkausvoimaan kahden kytketyn jäykistysseinän puhtaassa translaatiossa, kun seinän 1 hoikkuussuhde on välillä $1 \leq \lambda_1 \leq 10$ ja seinän 2 hoikkuussuhde saa arvot $\lambda_2 = 0,5, 1, 2, 3, 4$ ja 5

7.3 Monikerroksisen rakennuksen laskentaesimerkki ja tulosten vertailu

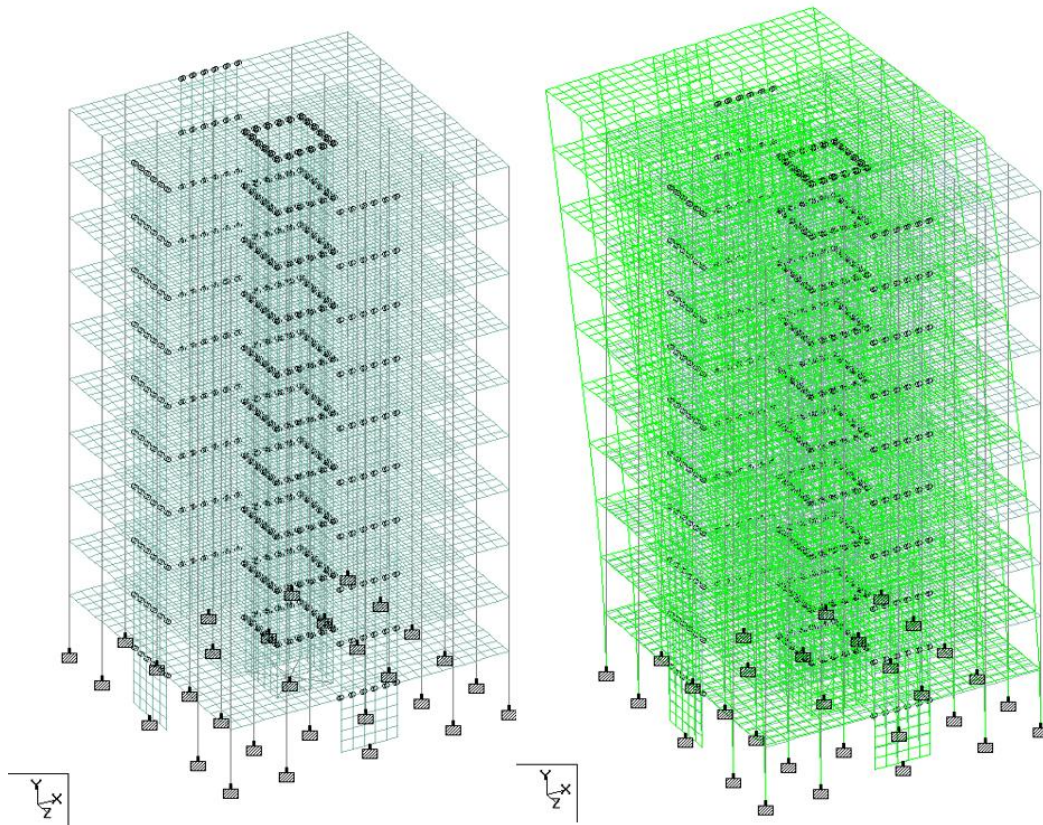
Edellä kuvatut käsinlaskentamenetelmien idealisoinnit tulee huomioida FEM-analyysissä, mikä aiheuttaa saatuihin tuloksiin menetelmien välisiä eroja. Tutkitaan erojen vaikutuksia rakennuksella, jossa on 1, 2, ..., 10 kerrosta. Tehdään kustakin kerroslukumäärästä oma käsinlaskelma ja FEM-analyysi Staad Pro -ohjelmalla. Kootaan jäykistävien rakenteiden perustustason leikkausvoimat ja taivutusmomentit sekä vesikaton kahden pisteen (nurkat 1 ja 3) siirtymät taulukoihin. 10 kerroksisen rakennuksen käsin tehdyt laskelmat on esitetty liitteessä 4.

Kuvassa 7.3 on esitetty tarkasteltavat rakennuksen jäykistävien rakenteiden 1-4 ja vääntökeskiön A sijainti, sekä nurkkien 1-4 numerointi. Kuvassa 7.4 on esitetty 10 kerroksisen

rakennuksen Staad Pro -ohjelmalla tehty FEM-analyysimalli ja tuulen aiheuttama siirtymäkuvaaja.



Kuva 7.3 Tarkastelussa käytettävän rakennuksen jäykistävien rakenteiden 1-4 sijainti, vääntökeskiön A paikka ja nurkkien 1-4 numerointi



Kuva 7.4 10 kerroksisen rakennuksen FEM-analyyysimalli ja tuulikuorman aiheuttama siirtymäkuvaaja

Laskennassa on käytetty seuraavia lähtöarvoja:

- jäykistävien pystyrakenteiden kimmokerroin $E = 0,4E_{cd} = 11 \text{ GPa}$
- rakennuksen pilarien ja vaakakuormia jakavien levykenttien kimmokerroin $E = 0,4E_{cd} = 11 \text{ GPa}$
- levykentät oletetaan jatkuviksi pilarilaatoiksi, joilla on nivelellinen kytkentä pystyrakenteisiin
- betonin suppeumaluku $\nu = 0,2$
- jäykistävien rakenteiden seinämän paksuus $t = 200 \text{ mm}$
- vaakakuormia jakavien levykenttien paksuus on $t = 200 \text{ mm}$
- rakennuksen pilarien poikkileikkaus on $480 \text{ mm} \times 480 \text{ mm}$
- kaikki levyelementit ovat kooltaan $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ ja elementtinä on käytetty kvadraattisia 5 solmuisia levyelementtejä
- jäykistävien rakenteiden alareunaan on mallinnettu äärettömän jäykät palkkielementit, jotta jäykistävän rakenteen kokonaisrasitukset saadaan luettua yhden pisteen tukireaktiona.

Taulukoissa 2.19 ja 7.2 on esitetty jäykistävien rakenteiden perustustason leikkausvoimat V_y ja V_x kerroslukumäärän n_s mukaan.

Taulukko 7.1 Käsinlaskennan ja FEM-analyysin perusteella lasketut perustustason kokonaisleikkausvoimat $V_{y,tot}$ ja jäykistävien rakenteiden leikkausvoimat V_{yi}

KÄSINLASKENNAN TULOKSET						STAAD PRO -MALLIN TULOKSET				
n_s (lkm)	$V_{y,tot}$ (kN)	V_{y1} (kN)	V_{y2} (kN)	V_{y3} (kN)	V_{y4} (kN)	$V_{y,tot}$ (kN)	V_{y1} (kN)	V_{y2} (kN)	V_{y3} (kN)	V_{y4} (kN)
1	81	0.02	0.02	7	75	81	0.07	0.06	14	67
2	244	0.05	0.05	20	224	244	0.33	0.31	41	202
3	406	0.08	0.08	33	373	406	0.45	0.43	67	338
4	569	0.11	0.11	46	522	569	0.59	0.57	91	476
5	731	0.14	0.14	59	672	731	0.73	0.71	115	615
6	894	0.17	0.17	73	821	894	0.86	0.84	139	753
7	1 056	0.21	0.21	86	970	1 056	1.00	0.98	163	892
8	1 219	0.24	0.24	99	1 119	1 219	1.14	1.12	187	1 030
9	1 381	0.27	0.27	112	1 269	1 381	1.27	1.26	211	1 168
10	1 544	0.30	0.30	125	1 418	1 544	1.41	1.39	235	1 306
KÄSINLASKENNAN JA FEM-ANALYYSIN EROT										
n_s (lkm)	$V_{y,tot}$ (kN)	V_{y1} (kN)	V_{y2} (kN)	V_{y3} (kN)	V_{y4} (kN)					
1	0.0 %	-77.1 %	-73.3 %	-52.5 %	11.0 %					
2	0.0 %	-85.8 %	-84.8 %	-52.1 %	11.0 %					
3	0.0 %	-82.4 %	-81.6 %	-50.8 %	10.3 %					
4	0.0 %	-81.2 %	-80.5 %	-49.3 %	9.6 %					
5	0.0 %	-80.5 %	-80.0 %	-48.3 %	9.2 %					
6	0.0 %	-79.8 %	-79.3 %	-47.7 %	9.0 %					
7	0.0 %	-79.4 %	-79.0 %	-47.3 %	8.8 %					
8	0.0 %	-79.2 %	-78.8 %	-47.0 %	8.7 %					
9	0.0 %	-78.8 %	-78.7 %	-46.8 %	8.6 %					
10	0.0 %	-78.7 %	-78.3 %	-46.6 %	8.5 %					

Taulukko 7.2 Käsinlaskennan ja FEM-analyysin perusteella lasketut perustustason kokonaisleikkausvoimat $V_{x,tot}$ ja jäykistävien rakenteiden leikkausvoimat V_{xi}

KÄSINLASKENNAN TULOKSET						STAAD PRO -MALLIN TULOKSET				
n_s (lkm)	$V_{x,tot}$ (kN)	V_{x1} (kN)	V_{x2} (kN)	V_{x3} (kN)	V_{x4} (kN)	$V_{x,tot}$ (kN)	V_{x1} (kN)	V_{x2} (kN)	V_{x3} (kN)	V_{x4} (kN)
1	0	3	-3	0	0	0	6	-6	0	0
2	0	10	-10	0	0	0	17	-17	0	0
3	0	16	-16	0	0	0	26	-26	0	0
4	0	23	-23	0	0	0	35	-35	0	0
5	0	30	-30	0	0	0	43	-43	0	0
6	0	36	-36	0	0	0	51	-51	0	0
7	0	43	-43	0	0	0	59	-59	0	0
8	0	49	-49	0	0	0	68	-68	0	0
9	0	56	-56	0	0	0	76	-76	0	0
10	0	63	-63	0	0	0	84	-84	0	0
KÄSINLASKENNAN JA FEM-ANALYYSIN EROT										
n_s (lkm)	$V_{x,tot}$ (kN)	V_{x1} (kN)	V_{x2} (kN)	V_{x3} (kN)	V_{x4} (kN)					
1	-	-42.2 %	-42.3 %	-	-					
2	-	-40.4 %	-40.3 %	-	-					
3	-	-37.0 %	-37.0 %	-	-					
4	-	-33.6 %	-33.6 %	-	-					
5	-	-31.1 %	-31.1 %	-	-					
6	-	-29.3 %	-29.3 %	-	-					
7	-	-27.9 %	-27.9 %	-	-					
8	-	-26.8 %	-26.8 %	-	-					
9	-	-25.9 %	-25.9 %	-	-					
10	-	-25.1 %	-25.1 %	-	-					

Taulukoissa 7.3 ja 7.4 on esitetty jäykistävien rakenteiden perustustason taivutusmomentit M_x ja M_y kerroslukumäärän n_s mukaan.

Taulukko 7.3 Käsinlaskennan ja FEM-analyysin perusteella lasketut perustustason kokonaistaivutusmomentit $M_{x,tot}$ ja jäykistävien rakenteiden taivutusmomentit M_{xi}

KÄSINLASKENNAN TULOKSET						STAAD PRO -MALLIN TULOKSET				
n_s (lkm)	$M_{x,tot}$ (kNm)	M_{x1} (kNm)	M_{x2} (kNm)	M_{x3} (kNm)	M_{x4} (kNm)	$M_{x,tot}$ (kNm)	M_{x1} (kNm)	M_{x2} (kNm)	M_{x3} (kNm)	M_{x4} (kNm)
1	-406	-0.08	-0.08	-34	-372	-405	-0.30	-0.30	-69	-336
2	-1 625	-0.32	-0.32	-141	-1 483	-1 618	-1.20	-1.20	-232	-1 383
3	-3 656	-0.71	-0.71	-331	-3 324	-3 625	-2.00	-1.90	-482	-3 139
4	-6 500	-1.25	-1.25	-611	-5 887	-6 410	-2.90	-2.90	-814	-5 590
5	-10 156	-1.95	-1.95	-983	-9 170	-9 949	-4.00	-4.00	-1 226	-8 715
6	-14 625	-2.79	-2.79	-1 449	-13 170	-14 217	-5.20	-5.20	-1 716	-12 490
7	-19 906	-3.80	-3.80	-2 010	-17 888	-19 184	-6.60	-6.50	-2 282	-16 888
8	-26 000	-4.95	-4.95	-2 667	-23 323	-24 819	-8.00	-8.00	-2 921	-21 882
9	-32 906	-6.25	-6.25	-3 418	-29 476	-31 090	-9.60	-9.50	-3 629	-27 442
10	-40 625	-7.71	-7.71	-4 264	-36 345	-37 965	-11.30	-11.20	-4 403	-33 540
KÄSINLASKENNAN JA FEM-ANALYYSIN EROT										
n_s (lkm)	$M_{x,tot}$ (kNm)	M_{x1} (kNm)	M_{x2} (kNm)	M_{x3} (kNm)	M_{x4} (kNm)					
1	0.2 %	-73.7 %	-73.7 %	-50.6 %	10.8 %					
2	0.5 %	-73.8 %	-73.8 %	-39.0 %	7.2 %					
3	0.9 %	-64.8 %	-62.9 %	-31.2 %	5.9 %					
4	1.4 %	-56.9 %	-56.9 %	-25.0 %	5.3 %					
5	2.1 %	-51.4 %	-51.4 %	-19.8 %	5.2 %					
6	2.9 %	-46.3 %	-46.3 %	-15.6 %	5.4 %					
7	3.8 %	-42.5 %	-41.6 %	-11.9 %	5.9 %					
8	4.8 %	-38.2 %	-38.2 %	-8.7 %	6.6 %					
9	5.8 %	-34.9 %	-34.2 %	-5.8 %	7.4 %					
10	7.0 %	-31.8 %	-31.2 %	-3.1 %	8.4 %					

Taulukko 7.4 Käsinlaskennan ja FEM-analyysin perusteella lasketut perustustason kokonaistaivutusmomentit $M_{y,tot}$ ja jäykistävien rakenteiden taivutusmomentit M_{yi}

KÄSINLASKENNAN TULOKSET						STAAD PRO -MALLIN TULOKSET				
n_s (lkm)	$M_{y,tot}$ (kNm)	M_{y1} (kNm)	M_{y2} (kNm)	M_{y3} (kNm)	M_{y4} (kNm)	$M_{y,tot}$ (kNm)	M_{y1} (kNm)	M_{y2} (kNm)	M_{y3} (kNm)	M_{y4} (kNm)
1	-	15	-15	0	0	0	28	-29	0	0
2	-	55	-55	0	0	0	84	-84	0	0
3	-	109	-109	0	0	0	149	-149	0	0
4	-	170	-170	0	0	0	218	-218	0	0
5	-	233	-233	0	0	0	288	-288	0	0
6	-	297	-297	0	0	0	360	-360	0	0
7	-	361	-361	0	0	0	434	-434	0	0
8	-	426	-426	0	0	0	509	-509	0	0
9	-	490	-490	0	0	0	585	-585	0	0
10	-	555	-555	0	0	0	661	-661	0	0
KÄSINLASKENNAN JA FEM-ANALYYSIN EROT										
n_s (lkm)	$M_{y,tot}$ (kNm)	M_{y1} (kNm)	M_{y2} (kNm)	M_{y3} (kNm)	M_{y4} (kNm)					
1	-	-46.5 %	-46.7 %	-	-					
2	-	-34.0 %	-33.9 %	-	-					
3	-	-26.6 %	-26.6 %	-	-					
4	-	-21.9 %	-21.9 %	-	-					
5	-	-19.1 %	-19.1 %	-	-					
6	-	-17.5 %	-17.5 %	-	-					
7	-	-16.7 %	-16.7 %	-	-					
8	-	-16.3 %	-16.3 %	-	-					
9	-	-16.2 %	-16.2 %	-	-					
10	-	-16.1 %	-16.1 %	-	-					

Taulukossa 7.5 on esitetty käsinlaskennan mukaiset vääntökeskiön siirtymät $w_{y,A}$ ja sekä käsinlasketut että FEM-ohjelmalla lasketut rakennuksen nurkkapisteiden 1 ja 3 siirtymät w_{y1} ja w_{y3} kerroslukumäärän n_s mukaan.

Taulukko 7.5 Käsinlaskennan perusteella lasketut vääntökeskiön siirtymät $w_{y,A}$ ja käsinlaskennan ja FEM-analyysin mukaiset vesikattotason siirtymät ja nurkkapisteissä 1 ($w_{y,1}$) ja 3 ($w_{y,3}$)

KÄSINLASKENNAN TULOKSET				STAAD PRO		EROT	
n_s (lkm)	$w_{y,A}$ (mm)	$w_{y,1}$ (mm)	$w_{y,3}$ (mm)	$w_{y,1}$ (mm)	$w_{y,3}$ (mm)	$w_{y,1}$ (mm)	$w_{y,3}$ (mm)
1	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	-79.8 %	-76.6 %
2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.5	-40.4 %	-45.1 %
3	1.1	0.9	1.3	1.2	1.7	-18.8 %	-25.6 %
4	3.4	3.0	3.8	3.3	4.4	-7.9 %	-13.6 %
5	8.2	7.6	9.0	7.7	9.6	-1.6 %	-6.1 %
6	17.0	15.9	18.3	15.4	18.5	2.9 %	-0.7 %
7	31.3	29.7	33.4	27.9	32.3	6.4 %	3.3 %
8	53.4	51.1	56.3	46.6	52.8	9.5 %	6.7 %
9	85.4	82.3	89.4	73.3	81.4	12.3 %	9.8 %
10	130.1	126.1	135.2	109.5	119.9	15.1 %	12.7 %
KÄSINLASKENNAN TULOKSET				STAAD PRO		EROT	
n_s (lkm)	$w_{x,A}$ (mm)	$w_{x,1}$ (mm)	$w_{x,3}$ (mm)	$w_{x,1}$ (mm)	$w_{x,3}$ (mm)	$w_{x,1}$ (mm)	$w_{x,3}$ (mm)
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-50.6 %	-80.6 %
2	0.0	0.0	0.0	0.1	-0.1	-48.3 %	-57.9 %
3	0.0	0.2	-0.2	0.3	-0.3	-38.0 %	-42.4 %
4	0.0	0.4	-0.4	0.6	-0.6	-29.7 %	-32.2 %
5	0.0	0.7	-0.7	1.0	-1.0	-23.1 %	-24.6 %
6	0.0	1.2	-1.2	1.5	-1.5	-18.7 %	-19.6 %
7	0.0	1.9	-1.9	2.2	-2.2	-15.6 %	-16.3 %
8	0.0	2.6	-2.6	3.0	-3.1	-13.8 %	-14.3 %
9	0.0	3.5	-3.5	4.0	-4.1	-12.9 %	-13.2 %
10	0.0	4.6	-4.6	5.2	-5.2	-12.5 %	-12.7 %

Edellisten tulosten perusteella voidaan todeta, että käsinlaskentamethodien ja FEM-analyysien tulosten erot liittyvät hyvin selvästi laskentalausekkeiden idealisointeihin. Matalissa ja jäykissä rakennuksissa korostuu leikkausmuodonmuutosten vaikutus rakenteiden siirtymissä ja voimasuureiden jakautumisessa. Tämä huomataan siitä, että matalien rakennusten käsinlaskentamethodien mukaiset siirtymät ovat pienempiä kuin FEM-analyysin mukaiset tulokset. Samaten pystyjäykisteen 4 käsinlasketut y-suunnan leikkausvoimat ovat suurempia FEM-analyysin mukaiset arvot, koska käsinlaskennassa ei huomioida leikkausvoiman vaikutusta poikkileikkauksen jäykkyyteen. Poikkileikkauksen 4 jäykkyys tulee siis yliarvioitua käsinlaskentamethodilla.

Korkeissa ja hoikissa rakennuksissa jäykistävien pystyrakenteiden kulmakiertymien kasvaminen lisää vaakakuormia jakavien levykenttien taivutusrasituksia. Tämä vaikuttaa myös erillisten pilareiden normaalivoimiin ja sitä kautta myös jäykistävien rakenteiden taivutusmomentteihin ja siirtymiin. Pystyjäykisteiden x-akselin ympäri olevien kokonaistaivutusmomenttien erot kasvavat kerros kerrokselta, koska erilliset pilarit tuottavat rakennuksen kokonaistaivutusmomentista yhä suuremman osan kerroslukumäärää lisättäessä. Y-akselin ympäri olevien taivutusmomenttien erot pienenevät kerroslukumäärän kasvaessa. Tuloksiin vaikuttaa sekä erillisten pilarien normaalivoimien aiheuttama ”bimomentti” että leikkausmuodonmuutosten vaikutus vääntökeskiön sijaintiin ja vääntömomentin suuruuteen. Näistä syistä taivutusmomenttien erot pienenevät ja lähestyvät lopullista raja-arvoa, jossa leikkausmuodonvaikutus on nolla.

8. YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTÖKSET

Rakenteiden kuormitukset määritetään eurokoodin EN 1991 mukaan. Standardien lisäksi suunnittelussa käytettäviin kuormiin vaikuttavat tilaajan toiveet ja paikalliset olosuhteet. Pääosin kuormien määrittäminen on selkeä ja yksiselitteinen tehtävä, mutta suunnittelijan tulee kuitenkin tehdä myös tulkintoja paikallisista olosuhteista. Suunnittelussa käytettävän lumikuormaan vaikuttaa rakennuspaikan sijainti, ympäröivä maasto ja tuuliolosuhteet. Tuulikuorma riippuu rakennuksen muodosta, korkeudesta ja alueen maastoluokasta. Maastoluokka perustuu suunnittelijan tekemään tulkintaan rakennuspaikan ympäristöstä ja alueen tulevaisuuden kehityksestä.

Hyötykuormat tulee käsitellä muuttuvina liikkuvina kuormina. Täydellisen ”shakkilause-takuormituksen” tekeminen suuren rakennuksen kokonaistarkastelussa on käytännössä mahdotonta, koska hyötykuormakaavioiden ja kuormitusyhdistelmien lukumäärä on liian suuri taloudellisen ja hallittavan analyysin tekemiseksi. Yleisesti ottaen kokonaistarkastelussa käytettäviä hyötykuormakaaviota ovat: hyötykuorma vaikuttaa kauttaaltaan, hyötykuormaa ei ole, ja hyötykuorma vaikuttaa alueilla, joka aiheuttavat jäykistäviin rakenteisiin taivutusmomenttia.

Rakenteen analyysin tulee aina sisältää kuormitusyhdistelmät, joilla saadaan aikaan määräävin vaikutus. Määräävien kuormitusyhdistelmien valinta on suunnittelijan vastuulla, ja ne tulee valita rakennekohtaisesti. Yleisohjeena voidaan todeta, että kokonaistarkastelun tulee sisältää sellaiset kuormitusyhdistelmät, joilla saadaan tutkittua suurimmat pysty- ja vaakakuormat, suurimmat nostevoimat, ja rakenteen stabiliteetin kannalta epäedullisimmat tilanteet.

Rakenteen epätarkkuudet voidaan jakaa lokaaleiksi ja globaaleiksi epätarkkuuksiksi. Lokaalit epätarkkuudet ovat yksittäisten rakenneosien vinouksia ja ne sisällytetään yleensä yksittäisen rakenneosan mitoitukseen. Globaalit epätarkkuudet johtuvat yksittäisten rakenneosien vinouksista ja asennusvirheistä. Ne otetaan huomioon korvaavilla poikittaisvoimilla, jotka kuormittavat sekä vaakakuormia jakavia levykenttiä, että jäykistäviä pystyrakenteita.

Globaalit epätarkkuudet määritetään erikseen tarkasteltaessa jäykistäviä pystyrakenteita ja vaakakuormia jakavia levykenttiä. Jäykistävien pystyrakenteiden tarkastelussa rakennuksen sisältämien epätarkkuuksien ajatellaan kasaantuvat samaan suuntaan, jolloin myös kaikki poikittaisvoimat vaikuttavat samaan suuntaan. Vaakakuormia jakavien levykenttien osalta tarkastelu perustuu yhden kerroksen poikkeamaan muista kerroksista. Tällöin kaikki tarkasteltavan kerroksen yläpuoliset pystykuormat aiheuttavat poikittaisvoiman, joka levykentän tulee pystyä paikallisesti välittämään jäykistäville pystyrakenteille.

Vaakakuormia jakavan levykentän tarkastelussa poikittaisvoimat ovat huomattavasti suurempia, kuin jäykistävien pystyrakenteiden tarkastelussa yhteen kerrokseen kohdistettavat poikittaisvoimat ovat.

Betonirakenteen analyysimenetelmiä ovat lineaarinen kimmoteoria, taivutusmomenttien jakomenetelmä, plastisuusteoria, ristikkoanalogia ja epälineaarinen analyysi. Rakenteen kokonaistarkastelussa käytetään pääosin lineaarista kimmoteoriaa, jossa analyysi perustuu materiaalin lineaariseen jännitys-venymä-käyttäytymiseen ja halkeilemattomaan betoniin. Rakenteen voimasuureiden jakautuminen määritetään raudoittamattomilla poikkeileikkauksilla.

Muodonmuutosten, kuten viruman, kutistuman ja lämpöliikkeiden, vaikutukset rakenteen voimasuureisiin pyritään tavanomaisissa rakennuksissa aina minimoimaan riittävän tiheällä liikuntasaumajaolla ja jäykistävien rakenteiden sijoittelulla. Liikuntasaumajaon suunnittelussa tulee ottaa huomioon se, että toteutetaanko rakennus elementeillä vai paikallavaluna, onko kyseessä sisä- vai ulkorakenne ja minkälaiset perustamisolosuhteet rakennuspaikalla ovat.

Rakenteen toisen kertaluvun ja leikkausmuodonmuutosten vaikutus siirtymiin tulee ottaa huomioon, mikäli niiden vaikutus on yli 10% ensimmäisen kertaluvun taivutusmuodonmuutosten vaikutuksista. Tämän ehdon huomioimiseksi eurokoodissa EN 1992-1-1 on esitetty sekä erillisen rakenneosan että jäykistysjärjestelmän hoikkuustarkastelu. Erillisen rakenneosan tarkastelu tehdään rajahoikkuusluvun avulla ja jäykistysjärjestelmälle tarkistetaan rakenteen kriittisen pystykuorman kertoimen suuruus.

Rakenteen kriittinen kuorma tulee tutkia jäykistävien rakenteiden pienennetyllä jäykkyydellä, millä otetaan huomioon betonin halkeilun ja epälinearisuuden vaikutukset. Mikäli rakenteen kriittisen kuorman kerroin on yli 10, niin rakenteelle ei tarvitse tehdä toisen kertaluvun tarkastelua. Jos rakenteen kriittisen kuorman kerroin on alle 10, niin rakenteen toisen kertaluvun rasitukset lasketaan joko P-Delta-analyysillä tai korotetuilla vaakakuormilla.

Leikkausmuodonmuutokset ovat merkittäviä erityisesti aukollisissa jäykistävissä rakenteissa. Leikkausmuodonmuutoksilla on vaikutusta rakenteen jäykkyyteen, voimajakaumiin, siirtymiin ja kriittiseen kuormaan.

Rakenteen käyttörajilatarkastelussa tulee tarkistaa haitallisten siirtymien, jännitysten ja halkeamien vaikutus rakennuksen käytettävyyteen. Eurokoodissa EN 1992-1-1 ja sen kansallisessa liitteessä ei esitetä raja-arvoja rakenteen sivusiirtymän rajoittamiseksi. Tästä syystä tässä diplomityössä tyydytään käyttämään teräsrakenteiden suunnittelua käsittelevän eurokoodin EN 1993-1-1 kansallisessa liitteessä esitettyjä sivuttaissiirtymien raja-arvoja.

Erilaisia jäykistystapoja ovat mastopilari-, leikkausseinä- ja porrashuone- ja teräsidejäykistys. Kullakin jäykistystavalla on omat erityispiirteensä piirteensä ja tehtävät stabiiliteettilaskelmat voidaan jaotella näiden runkotyyppien mukaisesti.

Jäykistävien rakenteiden käsinlaskentamentelmät perustuvat toisiinsa kytkettyjen levyjen tai sauvojen teoriaan. Matalat levyjäykisteiset rakennukset kannattaa tarkastella toisiinsa kytkettyinä levyinä, mutta kaikki muut rakennukset toisiinsa kytkettyjen sauvojen teorialla. Menetelmän perusolettamukset ovat, että vaakakuormia jakavat levykentät ovat absoluuttisen jäykkiä, jäykistävien pystyrakenteiden ja vaakakuormia jakavien levykenttien välillä ei ole momenttijäykkiä liitoksia, ja pystyjäykisteet käyttäytyvät teknisen taivutus-teorian ja yhdistetyn vapaan ja estetyn väännön teorian mukaisesti.

Käsinlaskentamentelmien ja FEM-analyysin tulosten väliset erot liittyvät laskentalausekkeiden idealisointeihin. Kaikista parhaiten käsinlaskentamentelmät toimivat silloin, kun pystyrakenteet ovat hoikkia eli tekninen taivutusteoria ja vääntöteoria toimivat parhaiten, vaakakuormia jakavat levykentät ovat jäykkiä pystyrakenteisiin nähden ja pystyrakenteiden muodonmuutokset eivät vaikuta levykenttien rasituksiin.

Matalissa ja jäykissä rakennuksissa leikkausmuodonmuutosten vaikutus korostuu siirtymissä ja voimasuureiden jakautumisessa. Korkeissa ja hoikissa rakennuksissa jäykistävien pystyrakenteiden kulmakiertymien kasvaminen lisää vaakakuormiajakavien levykenttien taivutusrasituksia, jos niiden välillä on taivutusmomenttia välittäviä liitoksia. Tämä vaikuttaa myös erillisten pilareiden normaalivoimiin ja jäykistävien pystyrakenteiden taivutusrasituksiin.

Loppujen lopuksi voidaan todeta, että käsinlaskentamentelmät antavat pääosin varmallalla puolella olevia tuloksia, koska rakenteen jäykistyksessä otetaan huomioon vain mastoina toimivat levykenttien välityksellä kytketyt pystyjäykisteet. FEM-analyysimalli sisältää usein myös muita jäykistystä lisääviä tekijöitä, kuten laattoina toimivat väli- ja yläpohjat. Käsinlaskentamentelmillä voidaan aina osoittaa alaraja-arvio rakenteen kriittiselle nurjahduskuormalle ja sitä kautta myös toisen kertaluvun tarkastelun tarpeettomuudelle.

LÄHTEET

- [1] Ashok D. Belegundu, Tirupathi R. Chandrupatla, INTRODUCTION TO FINITE ELEMENTS IN ENGINEERING, 3. Painos, s. 453
- [2] Betonikeskus ry, Betonielementtien toleranssit 211, s. 34, http://asv.fi/sites/default/files/asv_betonielementtien_toleranssit_2011.pdf
- [3] CSI KNOWLEDGE BASE, P-Delta effect, <https://wiki.csiamerica.com/display/kb/P-Delta+effect>, viitattu 17.10.2016
- [4] Elementtisuunnittelu.fi, Liikuntasauamat, <http://www.elementtisuunnittelu.fi/fi/liitokset/liitosten-toiminta/liikuntasauamat>, viitattu 7.10.2016
- [5] Elementtisuunnittelu.fi, Liitokset, Betoninormikortti 23, [http://www.elementtisuunnittelu.fi/Download/23862/Normikortti_23%20\(3\).pdf](http://www.elementtisuunnittelu.fi/Download/23862/Normikortti_23%20(3).pdf), viitattu 12.10.2016
- [6] Elementtisuunnittelu.fi, Rakennejärjestelmät, <http://www.elementtisuunnittelu.fi/fi/rakennejarjestelmat>, viitattu 12.10.2016
- [7] Lee K.H., Reddy J.N., Wang C.M., SHEAR DEFORMABLE BEAMS AND PLATES, Relationships with Classical solutions, 2000, s. 291
- [8] Leskelä Matti V., BETONIRAKENTEIDEN SUUNNITTELU JA MITOITUS 2008, Suomen Betoniyhdistys r.y., 5.2008, s. 711
- [9] Onate Eugenio, Structural Analysis with Finite Element Method, Linear Statics, 1. painos, 2013, s. 864
- [10] Salmi Tapio, Pajunen Sami, LUJUUSOPPI, 2010 s. 462
- [11] Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry, RIL 201-1-2011 Suunnitteluperusteet ja rakenteiden kuormat Eurokoodit EN 1990, EN 1991-1-1, EN 1993-1-1 ja EN 1991-1-4, 9.2011, s. 190

- [12] SUOMEN STANDARDISOIMISLIITTO SFS RY, SFS-EN 1990 EUROKOODI. RAKENTEIDEN SUUNNITTELUPERUSTEET, Vahvistettu 2006-06-26, s. 184
- [13] SUOMEN STANDARDISOIMISLIITTO SFS RY, SFS-EN 1991-1-1 RAKENTEIDEN KUORMAT. OSA 1-1: YLEISET KUORMAT, TILAVUUSPAINOT, OMA PAINO JA RAKENNUSTEN HYÖTYKUORMAT, Vahvistettu 2002-10-21, 71 s.
- [14] SUOMEN STANDARDISOIMISLIITTO SFS RY, SFS-EN 1991-1-3 EUROKOODI 1: RAKENTEIDEN KUORMAT. OSA 1-3: YLEISET KUORMAT. LUMIKUORMAT, Vahvistettu 2015-10-05, 81 s.
- [15] SUOMEN STANDARDISOIMISLIITTO SFS RY, SFS-EN 1991-1-4 EUROKOODI 1: RAKENTEIDEN KUORMAT. OSA 1-4: YLEISET KUORMAT. TUULIKUORMAT, Vahvistettu 2015-10-05, 254 s.
- [16] SUOMEN STANDARDISOIMISLIITTO SFS RY, SFS-EN 1991-1-5 EUROKOODI 1: OSA 1-5: YLEISET KUORMAT. LÄMPÖTILAKUORMAT, Vahvistettu 2004-05-17, 68 s.
- [17] SUOMEN STANDARDISOIMISLIITTO SFS RY, SFS-EN 1991-3 EUROKOODI 1. RAKENTEIDEN KUORMAT. OSA 3: NOSTUREISTA JA MUISTA KONEISTA AIHEUTUVAT KUORMAT, Vahvistettu 2007-01-22, 73 s.
- [18] SUOMEN STANDARDISOIMISLIITTO SFS RY, SFS-EN 1992-1-1 EUROKOODI 2: BETONIRAKENTEIDEN SUUNNITTELU. OSA 1-1: YLEISET SÄÄNNÖT JA RAKENNUKSIA KOSKEVAT SÄÄNNÖT, Vahvistettu 2015-01-19, 218 s.
- [19] SUOMEN STANDARDISOIMISLIITTO SFS RY, EUROCODE 3. TERÄSRAKENTEIDEN SUUNNITTELU. OSA 1-1: YLEISET SÄÄNNÖT JA RAKENNUKSIA KOSKEVAT SÄÄNNÖT, Vahvistettu 2005-08-15, 99 s.

- [20] Tuomala Markku, Rakenteiden mekaniikan jatkokurssi, luentomoniste, 2011
- [21] Tuomala Markku, Rakenteiden mekaniikan sovellutuksia, luentomoniste, 2013
- [22] Tuomala Markku, Rakenteiden stabilisuusteoria, luentomoniste, 2012
- [23] Tuomala Markku, Plastisuusteoria, luentomoniste, 2012
- [24] Ympäristöhallinnon yhteinen verkkopalvelu Ymparisto.fi, Tietoa eurokoodeista, [http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Tietoa_eurokoodeista\(4636\)](http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Tietoa_eurokoodeista/Tietoa_eurokoodeista(4636)), viitattu 2.9.2016
- [25] Ympäristöhallinnon yhteinen verkkopalvelu Ymparisto.fi, KANSALLINEN LIITE STANDARDIIN SFS-EN 1990 EUROKOODI. RAKENTEIDEN SUUNNITTELUPERUSTEET, [http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma\(3624\)](http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma(3624)), viitattu 5.9.2016
- [26] Ympäristöhallinnon yhteinen verkkopalvelu Ymparisto.fi, KANSALLINEN LIITE STANDARDIIN SFS-EN 1991-1-1 EUROKOODI 1: RAKENTEIDEN KUORMAT Osa 1-1: Yleiset kuormat. Tilavuuspainot, oma paino ja rakennusten hyötykuormat, [http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma\(3624\)](http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma(3624)), viitattu 5.9.2016
- [27] Ympäristöhallinnon yhteinen verkkopalvelu Ymparisto.fi, KANSALLINEN LIITE STANDARDIIN SFS-EN 1991-1-3 EUROKOODI 1: RAKENTEIDEN KUORMAT Osa 1-3: Yleiset kuormat. Lumikuormat, [http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma\(3624\)](http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma(3624)), viitattu 5.9.2016

- [28] Ympäristöhallinnon yhteinen verkkopalvelu Ymparisto.fi, KANSALLINEN LIITE STANDARDIIN SFS-EN 1991-1-4 EUROKOODI 1: RAKENTEIDEN KUORMAT Osa 1-4: Yleiset kuormat. Tuulikuormat, [http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma\(3624\)](http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma(3624)), viitattu 5.9.2016
- [29] Ympäristöhallinnon yhteinen verkkopalvelu Ymparisto.fi, KANSALLINEN LIITE STANDARDIIN SFS-EN 1991-1-5 EUROKOODI 1: OSA 1-5: YLEISET KUORMAT. LÄMPÖTILAKUORMAT, [http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma\(3624\)](http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma(3624)), viitattu 7.10.2016
- [30] Ympäristöhallinnon yhteinen verkkopalvelu Ymparisto.fi, KANSALLINEN LIITE STANDARDIIN SFS-EN 1992-1-1 EUROKOODI 2: BETONIRAKENTEIDEN SUUNNITTELU Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, [http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma\(3624\)](http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma(3624)), viitattu 14.9.2016
- [31] Ympäristöhallinnon yhteinen verkkopalvelu Ymparisto.fi, KANSALLINEN LIITE STANDARDIIN SFS-EN 1993-1-1 EUROKOODI 3: TERÄSRAKENTEIDEN SUUNNITTELU. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, [http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma\(3624\)](http://www.ym.fi/fi-FI/Maankaytto_ja_rakentaminen/Lainsaadanto_ja_ohjeet/Rakentamismaarayskokoelma/Suomen_rakentamismaarayskokoelma(3624)), viitattu 12.10.2016

LIITTEET

- Liite 1 Tuulikuormien puuskanopeuspainekäyrät
- Liite 2 Jäykistävien levykenttien siirtymätarkastelut
- Liite 3 Jäykistysseinien jännitystarkastelut
- Liite 4 Esimerkkilaskelma 10 kerroksiselle rakennukselle

Liite 1: Tuulikuormien puuskanopeuspainekäyrät

☑ Puuskanopeuspainekäyrien lähtöarvot ja funktiot

$$k_1 := 1.0$$

pyönteisyyskerroin

$$c_0 := 1.0$$

maaston pinnanmuotokerroin

$$\rho := 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

ilman tiheys

$$v_b := \frac{c_{21} \cdot z_0}{c_{21} \cdot z_0} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

tuulennopeuden modifioimaton perusarvo
maastoluokille 0...IV

maastoluokkien 0...IV maastoparametrit

$$z_0 := \begin{matrix} 0.003 \\ 0.01 \\ 0.05 \\ 0.3 \\ 1.0 \end{matrix} \text{ m} \quad z_{\min} := \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 10 \end{matrix} \text{ m} \quad z_{\max} := 200 \text{ m}$$

maaston rosaisuuskertoimien vakiot eri maastoluokissa 0...IV

$$k_r := \begin{matrix} 0.18 \\ \frac{z_0^{0.07}}{0.05 \text{ m}} \\ \frac{z_0^{0.07}}{0.05 \text{ m}} \\ \frac{z_0^{0.07}}{0.05 \text{ m}} \\ \frac{z_0^{0.07}}{0.05 \text{ m}} \\ \frac{z_0^{0.07}}{0.05 \text{ m}} \end{matrix}$$

$$q_{p.III}(z) := \begin{cases} \frac{c_0}{c_1 + 7} \times \frac{k_1}{c_0 \ln \frac{c_1}{c_0}} \times \frac{\ddot{o}_1}{c_1} \times \frac{e^{-\frac{z}{z_{04}}}}{e^{-\frac{z_{\min 4}}{z_{04}}}} \times \frac{c_1}{c_1} \times \frac{e^{-\frac{z}{z_{04}}}}{e^{-\frac{z_{\min 4}}{z_{04}}}} \times \frac{\ddot{o}^2}{c_0 \times b_4} & \text{if } z < z_{\min 4} \\ \frac{c_0}{c_1 + 7} \times \frac{k_1}{c_0 \ln \frac{c_1}{c_0}} \times \frac{\ddot{o}_1}{c_1} \times \frac{e^{-\frac{z}{z_{04}}}}{e^{-\frac{z_{\min 4}}{z_{04}}}} \times \frac{e^{-\frac{z}{z_{04}}}}{e^{-\frac{z_{\min 4}}{z_{04}}}} \times \frac{\ddot{o}^2}{c_0 \times b_4} & \text{if } z_{\min 4} \leq z \leq z_{\max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$q_{p.IV}(z) := \begin{cases} \frac{c_0}{c_1 + 7} \times \frac{k_1}{c_0 \ln \frac{c_1}{c_0}} \times \frac{\ddot{o}_1}{c_1} \times \frac{e^{-\frac{z}{z_{05}}}}{e^{-\frac{z_{\min 5}}{z_{05}}}} \times \frac{c_1}{c_1} \times \frac{e^{-\frac{z}{z_{05}}}}{e^{-\frac{z_{\min 5}}{z_{05}}}} \times \frac{\ddot{o}^2}{c_0 \times b_5} & \text{if } z < z_{\min 5} \\ \frac{c_0}{c_1 + 7} \times \frac{k_1}{c_0 \ln \frac{c_1}{c_0}} \times \frac{\ddot{o}_1}{c_1} \times \frac{e^{-\frac{z}{z_{05}}}}{e^{-\frac{z_{\min 5}}{z_{05}}}} \times \frac{e^{-\frac{z}{z_{05}}}}{e^{-\frac{z_{\min 5}}{z_{05}}}} \times \frac{\ddot{o}^2}{c_0 \times b_5} & \text{if } z_{\min 5} \leq z \leq z_{\max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Puuskanopeuspaineiden arvoja vektoreissa

$$z_{\max} := 100\text{m} \quad i_{\text{tot}} := 102$$

$$z_v := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots i_{\text{tot}} \\ z_{v_i} \leftarrow \frac{i-1}{i_{\text{tot}}} z_{\max} \\ z_v \end{cases}$$

$$q_{p.0} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots i_{\text{tot}} \\ q_{p.0.v_i} \leftarrow q_{p.0.C} \frac{z_{v_i} - 1}{z_{v_i}} z_{\max} \frac{\text{ö}}{\emptyset} \\ \text{return } q_{p.0.v} \end{cases}$$

$$q_{p.I} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots i_{\text{tot}} \\ q_{p.I.v_i} \leftarrow q_{p.I.C} \frac{z_{v_i} - 1}{z_{v_i}} z_{\max} \frac{\text{ö}}{\emptyset} \\ \text{return } q_{p.I.v} \end{cases}$$

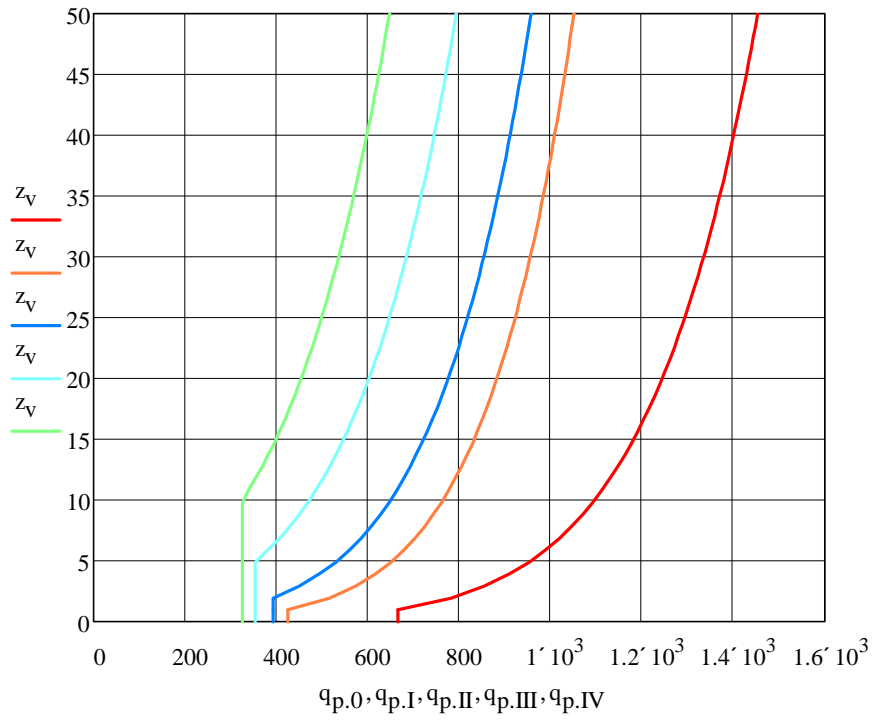
$$q_{p.II} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots i_{\text{tot}} \\ q_{p.II.v_i} \leftarrow q_{p.II.C} \frac{z_{v_i} - 1}{z_{v_i}} z_{\max} \frac{\text{ö}}{\emptyset} \\ \text{return } q_{p.II.v} \end{cases}$$

$$q_{p.III} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots i_{\text{tot}} \\ q_{p.III.v_i} \leftarrow q_{p.III.C} \frac{z_{v_i} - 1}{z_{v_i}} z_{\max} \frac{\text{ö}}{\emptyset} \\ \text{return } q_{p.III.v} \end{cases}$$

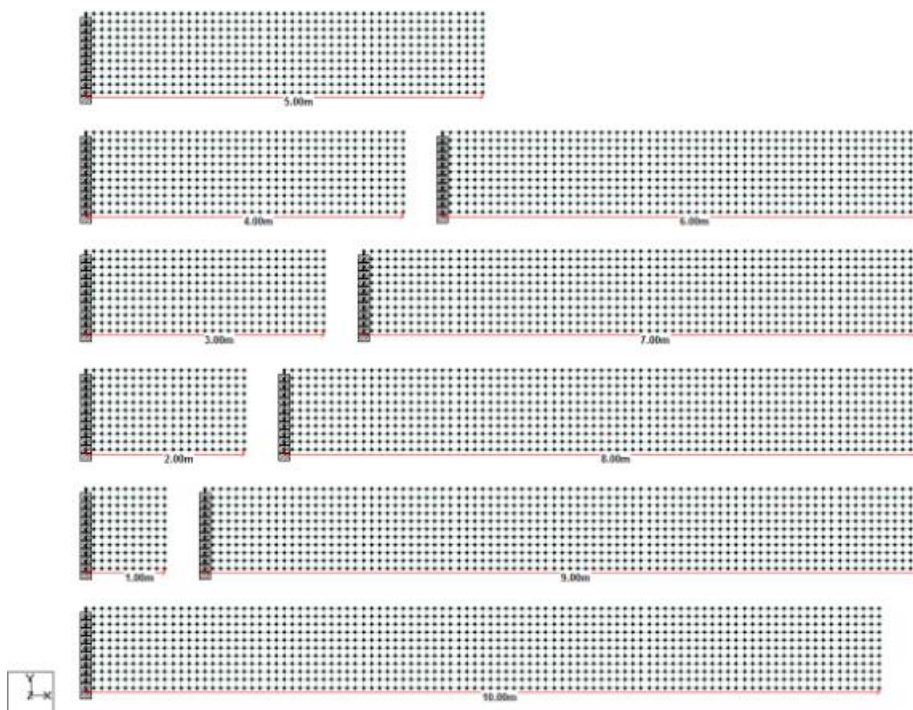
$$q_{p.IV} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots i_{\text{tot}} \\ q_{p.IV.v_i} \leftarrow q_{p.IV.C} \frac{z_{v_i} - 1}{z_{v_i}} z_{\max} \frac{\text{ö}}{\emptyset} \\ \text{return } q_{p.IV.v} \end{cases}$$

▣ Puuskanopeuspaineikäyrien lähtöarvot ja funktiot

Vektorien $q_{p.0} \dots q_{p.IV}$ arvopistejoukkojen kuvaajat q_p, z_v -koordinaatistossa



Liite 2: Jäykistävien levykenttien siirtymätarkastelut

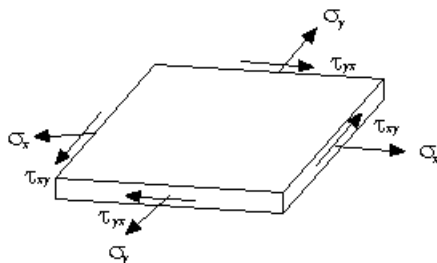


Tarkastellaan raudoittamattoman palkin, jonka poikkileikkaus on $b \times h = 200 \text{ mm} \times 1000 \text{ mm}$, ja materiaali C30/37 (kimmokerroin $E_{cm} = 33 \text{ GPa}$, suppeumaluku $\nu = 0,2$) taipumia. Jännevälin tai ulokkeen mitan L ja poikkileikkauksen korkeuden h suhteina käytetään arvoja $\lambda = L / h = 1, 2, \dots, 10$. Palkin elementtiverkko koostuu nelielementeistä, joiden sivumitta on 100 mm , jolloin sivusuhteella $\lambda = 1$ elementtejä on yhteensä 100 kpl. Elementtinä käytetään kvadraattista 5 solmuista levyelementtiä.

Tarkasteltavat palkit ja niiden kuormitukset ovat seuraavat:

- yksiaukkoinen palkki, jolla on jännevälin keskellä on pistekuorma $F = 1000 \text{ kN}$
- yksiaukkoinen palkki, jolla on tasainen viivakuorma $F = 200 \text{ kN/m}$
- ulokepalkki, jonka päässä on pistekuorma $F = 100 \text{ kN}$
- ulokepalkki, jolla on tasainen viivakuorma $F = 25 \text{ kN/m}$

Pistekuormat jaetaan palkin poikkileikkauksessa 10 osaan siten, että keskisolmut saavat osan $1/10$ ja reunasolmut osan $1/20$. Poikkileikkauksessa on yhteensä 11 solmua. Tasainen kuormitus jaetaan kaikille solmuille siten, että keskisolmut saavat kaksinkertaisen kuorman reunasolmuihin nähden. Tällä kuormien jakoperiaatteella pyritään minimoimaan pistekuormien aiheuttamien paikallisten siirtymien vaikutus tuloksiin.



Ulokepalkin taipumat pistekuormalle 100 kN ja tasaiselle kuormalle 25 kN/m

$w_{uloke.F.levy} :=$	$\begin{matrix} 0.10039 \\ 0.56605 \\ 1.75793 \\ 4.03968 \\ 7.77494 \\ 13.32733 \\ 21.06032 \\ 31.33786 \\ 44.52343 \\ 60.98070 \end{matrix}$	$w_{uloke.q.levy} :=$	$\begin{matrix} 0.01092 \\ 0.11237 \\ 0.50889 \\ 1.54145 \\ 3.6874 \\ 7.56042 \\ 13.91045 \\ 23.62413 \\ 37.72417 \\ 57.36964 \end{matrix}$
	$\begin{matrix} \ddot{\circ} \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \end{matrix}$		$\begin{matrix} \ddot{\circ} \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \\ \div \end{matrix}$

Euler-Bernoullin palkkiteorian mukaiset taipumat

$b := 200\text{mm}$	poikkileikkauksen leveys
$E_{cm} := 33\text{GPa}$	betonin kimmokerroin
$I := \frac{1}{12} b h^3 = 1.667 \cdot 10^{10} \text{mm}^4$	poikkileikkauksen neliömomentti
$F_{palkki} := 1000\text{kN}$	pistekuorma 1 aukkoisella palkilla
$q_{palkki} := 200 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	viivakuorma 1 aukkoisella palkilla
$F_{uloke} := 100\text{kN}$	pistekuorma ulokepalkilla
$q_{uloke} := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	viivakuorma ulokepalkilla

$w_{palkki.F.EB} :=$	$\begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2..10 \\ w_{palkki.F.EB_i} \leftarrow \frac{F_{palkki} \cdot (L_i)^3}{48 \cdot E_{cm}} \\ \text{return } w_{palkki.F.EB} \end{cases}$	$w_{palkki.q.EB} :=$	$\begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2..10 \\ w_{palkki.q.EB_i} \leftarrow \frac{5q_{palkki} \cdot (L_i)^4}{384 \cdot E_{cm}} \\ \text{return } w_{palkki.q.EB} \end{cases}$
$w_{uloke.F.EB} :=$	$\begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2..10 \\ w_{uloke.F.EB_i} \leftarrow \frac{F_{uloke} \cdot (L_i)^3}{3 \cdot E_{cm}} \\ \text{return } w_{uloke.F.EB} \end{cases}$	$w_{uloke.q.EB} :=$	$\begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2..10 \\ w_{uloke.q.EB_i} \leftarrow \frac{q_{uloke} \cdot (L_i)^4}{8 \cdot E_{cm}} \\ \text{return } w_{uloke.q.EB} \end{cases}$

FEM-laskennan ja Euler-Bernoullin palkkiteorian mukaisten taipumien suhde

$$\begin{aligned}
 \text{Tapaus1_FEM} &:= \text{for } i \hat{=} 1, 2..10 \\
 &\quad \Delta w_{1,\text{palkki.q.levy}_i} \leftarrow \frac{w_{\text{palkki.q.EB}_i}}{w_{\text{palkki.q.levy}_i}} \\
 &\text{return } \Delta w_{1,\text{palkki.q.levy}} \\
 \text{Tapaus2_FEM} &:= \text{for } i \hat{=} 1, 2..10 \\
 &\quad \Delta w_{2,\text{palkki.F.levy}_i} \leftarrow \frac{w_{\text{palkki.F.EB}_i}}{w_{\text{palkki.F.levy}_i}} \\
 &\text{return } \Delta w_{2,\text{palkki.F.levy}} \\
 \text{Tapaus3_FEM} &:= \text{for } i \hat{=} 1, 2..10 \\
 &\quad \Delta w_{3,\text{uloke.q.levy}_i} \leftarrow \frac{w_{\text{uloke.q.EB}_i}}{w_{\text{uloke.q.levy}_i}} \\
 &\text{return } \Delta w_{3,\text{uloke.q.levy}} \\
 \text{Tapaus4_FEM} &:= \text{for } i \hat{=} 1, 2..10 \\
 &\quad \Delta w_{4,\text{uloke.F.levy}_i} \leftarrow \frac{w_{\text{uloke.F.EB}_i}}{w_{\text{uloke.F.levy}_i}} \\
 &\text{return } \Delta w_{4,\text{uloke.F.levy}}
 \end{aligned}$$

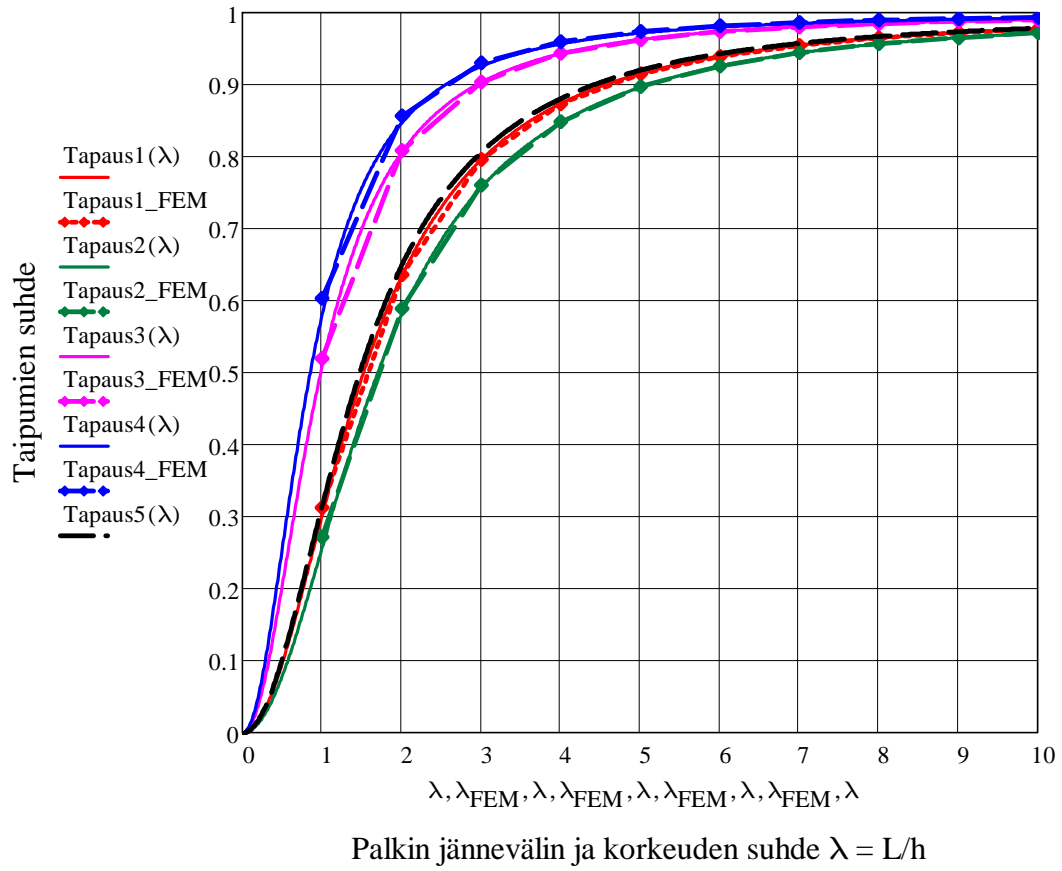
Timoshenkon ja Euler-Bernoullin palkkiteorioiden suhde

$$\begin{aligned}
 \kappa &:= \frac{5}{6} \\
 \nu &:= 0.2
 \end{aligned}$$

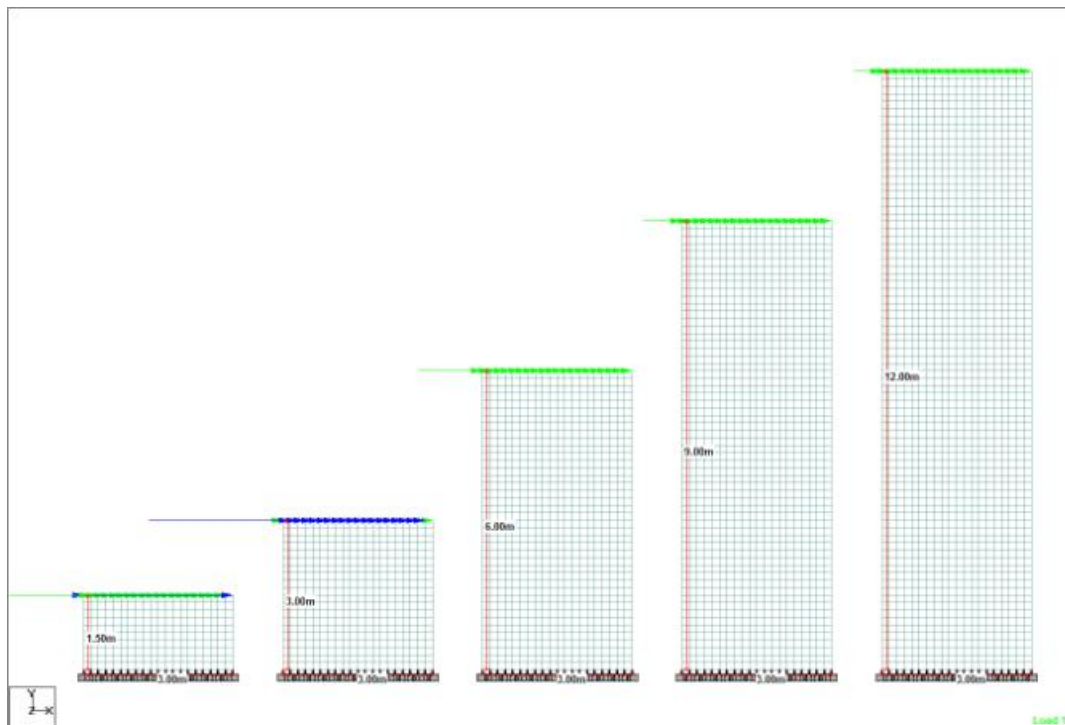
poikkileikkauksen leikkausmuodonmuutoksen
korjauskertoin
suppeumaluku

$$\begin{aligned}
 \text{Tapaus1}(\lambda) &:= \frac{\frac{5}{32}\lambda^2}{\frac{5}{32}\lambda^2 + \frac{(1+\nu)}{4\kappa}} & \text{Tapaus2}(\lambda) &:= \frac{\frac{1}{4}\lambda^2}{\frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{(1+\nu)}{2\kappa}} \\
 \text{Tapaus3}(\lambda) &:= \frac{\frac{3}{2}\lambda^2}{\frac{3}{2}\lambda^2 + \frac{1+\nu}{\kappa}} & \text{Tapaus4}(\lambda) &:= \frac{4\lambda^2}{4\lambda^2 + \frac{2(1+\nu)}{\kappa}} \\
 \text{Tapaus5}(\lambda) &:= \frac{1}{1 + \frac{12}{5} \frac{1}{\lambda^2} \frac{8+5\nu}{10}}
 \end{aligned}$$

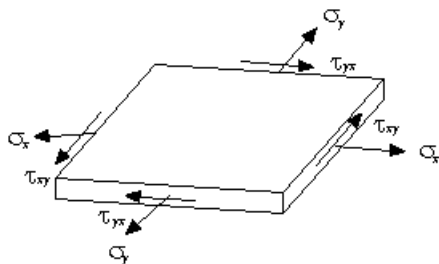
Siirtymien kuvaajat



Liite 3: Jäykistyseinien jännitystarkastelut



Tarkastellaan raudoittamattoman ulokeseinän, jonka poikkileikkaus on $b \times h = 200 \text{ mm} \times 3000 \text{ mm}$, ja materiaali C30/37 (kimmokerroin $E_{cm} = 33 \text{ GPa}$, suppeumaluku $\nu = 0,2$) normaali- ja leikkausjännityksiä. Seinän korkeuden L ja poikkileikkauksen korkeuden h suhteina käytetään arvoja $\lambda = L/h = 0,5, 1, 2, 3$ ja 4 . Seinän elementtiverkko koostuu neliöelementeistä, joiden sivumitta on 150 mm , jolloin seinän sivusuhteella $\lambda = 1$ elementtejä on yhteensä 400 kpl. Elementtinä käytetään kvadraattista 5 solmuista levyelementtiä. Seinän yläpäähän vaakavoima 200 kN jaetaan seinän yläreunassa seuraavasti: keskiolmut (19 kpl) 10 kN ja reunasolmut 2 kpl 5 kN .



FEM-analyysin jännitysdata

Sivusuhteita vastaavat normaali- ja leikkausjännitykset (N/mm²) alimpien elementtien keskipisteissä on esitetty alla olevissa vektoreissa.

$\vec{e} = 1.33 \vec{e}_x$	$\vec{e} = 0.24 \vec{e}_x$	$\vec{e} = 2.32 \vec{e}_x$	$\vec{e} = 0.33 \vec{e}_x$
$\zeta = 0.87 \div$	$\zeta = 0.27 \div$	$\zeta = 1.69 \div$	$\zeta = 0.34 \div$
$\zeta = 0.62 \div$	$\zeta = 0.29 \div$	$\zeta = 1.35 \div$	$\zeta = 0.33 \div$
$\zeta = 0.46 \div$	$\zeta = 0.31 \div$	$\zeta = 1.09 \div$	$\zeta = 0.33 \div$
$\zeta = 0.33 \div$	$\zeta = 0.33 \div$	$\zeta = 0.88 \div$	$\zeta = 0.33 \div$
$\zeta = 0.24 \div$	$\zeta = 0.35 \div$	$\zeta = 0.69 \div$	$\zeta = 0.33 \div$
$\zeta = 0.16 \div$	$\zeta = 0.37 \div$	$\zeta = 0.53 \div$	$\zeta = 0.33 \div$
$\zeta = 0.11 \div$	$\zeta = 0.38 \div$	$\zeta = 0.37 \div$	$\zeta = 0.34 \div$
$\zeta = 0.06 \div$	$\zeta = 0.39 \div$	$\zeta = 0.22 \div$	$\zeta = 0.34 \div$
$\zeta = 0.02 \div$	$\zeta = 0.4 \div$	$\zeta = 0.07 \div$	$\zeta = 0.34 \div$
$S_{y,\lambda,0.5} := \zeta = -0.02 \div$	$S_{xy,\lambda,0.5} := \zeta = 0.4 \div$	$S_{y,\lambda,1} := \zeta = -0.07 \div$	$S_{xy,\lambda,1} := \zeta = 0.34 \div$
$\zeta = -0.06 \div$	$\zeta = 0.39 \div$	$\zeta = -0.22 \div$	$\zeta = 0.34 \div$
$\zeta = -0.11 \div$	$\zeta = 0.38 \div$	$\zeta = -0.37 \div$	$\zeta = 0.34 \div$
$\zeta = -0.16 \div$	$\zeta = 0.37 \div$	$\zeta = -0.53 \div$	$\zeta = 0.33 \div$
$\zeta = -0.24 \div$	$\zeta = 0.35 \div$	$\zeta = -0.69 \div$	$\zeta = 0.33 \div$
$\zeta = -0.33 \div$	$\zeta = 0.33 \div$	$\zeta = -0.88 \div$	$\zeta = 0.33 \div$
$\zeta = -0.46 \div$	$\zeta = 0.31 \div$	$\zeta = -1.09 \div$	$\zeta = 0.33 \div$
$\zeta = -0.62 \div$	$\zeta = 0.29 \div$	$\zeta = -1.35 \div$	$\zeta = 0.33 \div$
$\zeta = -0.87 \div$	$\zeta = 0.27 \div$	$\zeta = -1.69 \div$	$\zeta = 0.34 \div$
$\vec{e} = 1.33 \vec{e}_x$	$\vec{e} = 0.24 \vec{e}_x$	$\vec{e} = 2.32 \vec{e}_x$	$\vec{e} = 0.33 \vec{e}_x$

	4.35	0	6.38	0
	3.38	0.45	5.06	0.56
	2.81	0.38	4.27	0.43
	2.35	0.34	3.61	0.35
	1.94	0.31	3	0.29
	1.56	0.29	2.43	0.25
	1.2	0.27	1.87	0.22
	0.85	0.27	1.33	0.2
	0.51	0.26	0.79	0.18
	0.17	0.26	0.26	0.18
$S_{y,\lambda.2} :=$	-0.17	0.26	-0.26	0.18
	-0.51	0.26	-0.79	0.18
	-0.85	0.27	-1.33	0.2
	-1.2	0.27	-1.87	0.22
	-1.56	0.29	-2.43	0.25
	-1.94	0.31	-3	0.29
	-2.35	0.34	-3.61	0.35
	-2.81	0.38	-4.27	0.43
	-3.38	0.45	-5.06	0.56
	4.35	0.51	6.38	0.68
		0		0

$$\begin{array}{r}
 8.4 \\
 \zeta \\
 6.75 \\
 \zeta \\
 5.74 \\
 \zeta \\
 4.87 \\
 \zeta \\
 4.06 \\
 \zeta \\
 3.29 \\
 \zeta \\
 2.54 \\
 \zeta \\
 1.81 \\
 \zeta \\
 1.08 \\
 \zeta \\
 0.36 \\
 \zeta \\
 -0.36 \\
 \zeta \\
 -1.08 \\
 \zeta \\
 -1.81 \\
 \zeta \\
 -2.54 \\
 \zeta \\
 -3.29 \\
 \zeta \\
 -4.06 \\
 \zeta \\
 -4.87 \\
 \zeta \\
 -5.74 \\
 \zeta \\
 -6.75 \\
 \zeta \\
 -8.4 \\
 \zeta
 \end{array}
 S_{y,\lambda.4} :=
 \begin{array}{r}
 8.4 \\
 \zeta \\
 6.75 \\
 \zeta \\
 5.74 \\
 \zeta \\
 4.87 \\
 \zeta \\
 4.06 \\
 \zeta \\
 3.29 \\
 \zeta \\
 2.54 \\
 \zeta \\
 1.81 \\
 \zeta \\
 1.08 \\
 \zeta \\
 0.36 \\
 \zeta \\
 -0.36 \\
 \zeta \\
 -1.08 \\
 \zeta \\
 -1.81 \\
 \zeta \\
 -2.54 \\
 \zeta \\
 -3.29 \\
 \zeta \\
 -4.06 \\
 \zeta \\
 -4.87 \\
 \zeta \\
 -5.74 \\
 \zeta \\
 -6.75 \\
 \zeta \\
 -8.4 \\
 \zeta
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 0.86 \\
 \zeta \\
 0.67 \\
 \zeta \\
 0.49 \\
 \zeta \\
 0.36 \\
 \zeta \\
 0.27 \\
 \zeta \\
 0.2 \\
 \zeta \\
 0.16 \\
 \zeta \\
 0.12 \\
 \zeta \\
 0.1 \\
 \zeta \\
 0.09 \\
 \zeta \\
 0.09 \\
 \zeta \\
 0.1 \\
 \zeta \\
 0.12 \\
 \zeta \\
 0.16 \\
 \zeta \\
 0.2 \\
 \zeta \\
 0.27 \\
 \zeta \\
 0.36 \\
 \zeta \\
 0.49 \\
 \zeta \\
 0.67 \\
 \zeta \\
 0.86 \\
 \zeta
 \end{array}
 S_{xy,\lambda.4} :=$$

Jännitysdatan taivutusmomenttiskaalaus (skaalataan arvot sivusuhteeltaan $\lambda = 1$ olevan seinän arvoja vastaavaksi)

$$k_{\lambda.0.5} := 2 \quad k_{\lambda.1} := 1 \quad k_{\lambda.2} := \frac{1}{2} \quad k_{\lambda.3} := \frac{1}{3} \quad k_{\lambda.4} := \frac{1}{4} \quad (\lambda = L / h)$$

$$S_{y,\lambda.0.5k} := k_{\lambda.0.5} \times S_{y,\lambda.0.5} \times \frac{N}{\text{mm}^2} \quad S_{xy,\lambda.0.5k} := S_{xy,\lambda.0.5} \times \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$S_{y,\lambda.1k} := k_{\lambda.1} \times S_{y,\lambda.1} \times \frac{N}{\text{mm}^2} \quad S_{xy,\lambda.1k} := S_{xy,\lambda.1} \times \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$S_{y,\lambda.2k} := k_{\lambda.2} \times S_{y,\lambda.2} \times \frac{N}{\text{mm}^2} \quad S_{xy,\lambda.2k} := S_{xy,\lambda.2} \times \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$S_{y,\lambda.3k} := k_{\lambda.3} \times S_{y,\lambda.3} \times \frac{N}{\text{mm}^2} \quad S_{xy,\lambda.3k} := S_{xy,\lambda.3} \times \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$S_{y,\lambda.4k} := k_{\lambda.4} \times S_{y,\lambda.4} \times \frac{N}{\text{mm}^2} \quad S_{xy,\lambda.4k} := S_{xy,\lambda.4} \times \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Seinien keskialueen elementtien leikkausjännitykset on esitetty seuraavissa vektoreissa:

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c}
 \hat{\sigma}_{0.04} \\
 \hat{\sigma}_{0.13} \\
 \hat{\sigma}_{0.22} \\
 \hat{\sigma}_{0.3} \\
 \hat{\sigma}_{0.37} \\
 \hat{\sigma}_{0.41} \\
 \hat{\sigma}_{0.44} \\
 \hat{\sigma}_{0.46} \\
 \hat{\sigma}_{0.48} \\
 \hat{\sigma}_{0.48} \\
 \hat{\sigma}_{0.48} \\
 \hat{\sigma}_{0.48} \\
 \hat{\sigma}_{0.46} \\
 \hat{\sigma}_{0.44} \\
 \hat{\sigma}_{0.41} \\
 \hat{\sigma}_{0.37} \\
 \hat{\sigma}_{0.3} \\
 \hat{\sigma}_{0.22} \\
 \hat{\sigma}_{0.13} \\
 \hat{\sigma}_{0.04}
 \end{array}
 &
 S_{xy,k,\lambda,0.5} :=
 \begin{array}{c}
 \hat{\sigma}_{0.04} \\
 \hat{\sigma}_{0.12} \\
 \hat{\sigma}_{0.2} \\
 \hat{\sigma}_{0.28} \\
 \hat{\sigma}_{0.34} \\
 \hat{\sigma}_{0.4} \\
 \hat{\sigma}_{0.45} \\
 \hat{\sigma}_{0.48} \\
 \hat{\sigma}_{0.51} \\
 \hat{\sigma}_{0.52} \\
 \hat{\sigma}_{0.52} \\
 \hat{\sigma}_{0.51} \\
 \hat{\sigma}_{0.48} \\
 \hat{\sigma}_{0.45} \\
 \hat{\sigma}_{0.4} \\
 \hat{\sigma}_{0.34} \\
 \hat{\sigma}_{0.28} \\
 \hat{\sigma}_{0.2} \\
 \hat{\sigma}_{0.12} \\
 \hat{\sigma}_{0.04}
 \end{array}
 &
 \begin{array}{c}
 \hat{\sigma}_{0.05} \\
 \hat{\sigma}_{0.14} \\
 \hat{\sigma}_{0.22} \\
 \hat{\sigma}_{0.29} \\
 \hat{\sigma}_{0.35} \\
 \hat{\sigma}_{0.4} \\
 \hat{\sigma}_{0.44} \\
 \hat{\sigma}_{0.47} \\
 \hat{\sigma}_{0.49} \\
 \hat{\sigma}_{0.5} \\
 \hat{\sigma}_{0.5} \\
 \hat{\sigma}_{0.49} \\
 \hat{\sigma}_{0.47} \\
 \hat{\sigma}_{0.44} \\
 \hat{\sigma}_{0.4} \\
 \hat{\sigma}_{0.35} \\
 \hat{\sigma}_{0.29} \\
 \hat{\sigma}_{0.22} \\
 \hat{\sigma}_{0.14} \\
 \hat{\sigma}_{0.05}
 \end{array}
 \\
 \hat{\sigma}_{0.04} & \hat{\sigma}_{0.04} & \hat{\sigma}_{0.05}
 \end{array}$$

$$S_{xy.k.\lambda.3} := \begin{matrix} \varnothing 0.05 \\ \varnothing 0.14 \\ \varnothing 0.22 \\ \varnothing 0.29 \\ \varnothing 0.35 \\ \varnothing 0.4 \\ \varnothing 0.44 \\ \varnothing 0.47 \\ \varnothing 0.49 \\ \varnothing 0.5 \\ \varnothing 0.5 \\ \varnothing 0.49 \\ \varnothing 0.47 \\ \varnothing 0.44 \\ \varnothing 0.4 \\ \varnothing 0.35 \\ \varnothing 0.29 \\ \varnothing 0.22 \\ \varnothing 0.14 \\ \varnothing 0.05 \end{matrix} \quad S_{xy.k.\lambda.4} := \begin{matrix} \varnothing 0.05 \\ \varnothing 0.14 \\ \varnothing 0.22 \\ \varnothing 0.29 \\ \varnothing 0.35 \\ \varnothing 0.4 \\ \varnothing 0.44 \\ \varnothing 0.47 \\ \varnothing 0.49 \\ \varnothing 0.5 \\ \varnothing 0.5 \\ \varnothing 0.49 \\ \varnothing 0.47 \\ \varnothing 0.44 \\ \varnothing 0.4 \\ \varnothing 0.35 \\ \varnothing 0.29 \\ \varnothing 0.22 \\ \varnothing 0.14 \\ \varnothing 0.05 \end{matrix}$$

$$S_{xy.k.\lambda.0.5k} := S_{xy.k.\lambda.0.5} \times \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$S_{xy.k.\lambda.1k} := S_{xy.k.\lambda.1} \times \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$S_{xy.k.\lambda.2k} := S_{xy.k.\lambda.2} \times \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$S_{xy.k.\lambda.3k} := S_{xy.k.\lambda.3} \times \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$S_{xy.k.\lambda.4k} := S_{xy.k.\lambda.4} \times \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Palkkiteorian mukaiset normaaliännitykset

$b := 200\text{mm}$ $h := 3000\text{mm}$

seinän poikkileikkauksen leveys ja korkeus

$I := \frac{1}{12} b h^3 = 0.45 \text{ m}^4$

poikkileikkauksen neliömomentti

$l_e := \frac{3000\text{mm}}{20} = 150\text{mm}$

elementin sivumitta

$x := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ x_i \hat{=} \frac{-h}{2} + \frac{l_e}{2} + l_e (i - 1) \\ \text{return } x \end{cases}$

elementtien keskipisteiden sijainti

$F := 200\text{kN}$

seinän yläpään voima

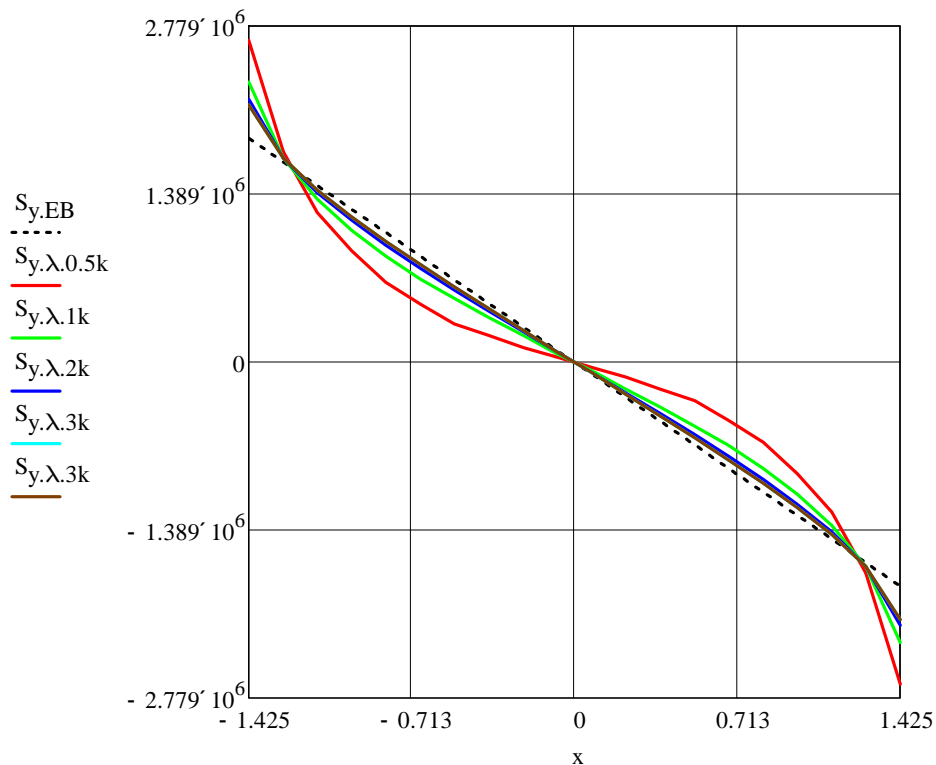
$M := 200\text{kN} \times 3\text{m} - \frac{200}{2} \times \frac{3\text{m}}{2} = 585\text{kN}\cdot\text{m}$

taivutusmomentti alimpien elementtien keskipisteen korkeudella

$S_{y,EB} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{y,EB_i} \hat{=} \frac{-M}{I} x_i \\ \text{return } S_{y,EB} \end{cases}$

palkkiteorian mukainen normaaliännitys elementtien keskipisteissä

Normaaliännitysten kuvaajat:



Levyn ja palkkiteorian mukaisten normaalijännitysten suhteellinen ero

$$\Delta x := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ \Delta x_i \leftarrow \frac{(x_i)}{\frac{h}{2} - \frac{l_e}{2}} \\ \text{return } \Delta x \end{array} \right.$$

$$\text{suhteellinen normaalijännitys, } \lambda = 1/2 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{y,\lambda,0.5\Delta_i} \leftarrow \frac{e^{S_{y,EB_i}} - S_{y,\lambda,0.5k_i} \ddot{c}}{|S_{y,EB_i}|} \\ \text{return } S_{y,\lambda,0.5\Delta} \end{array} \right.$$

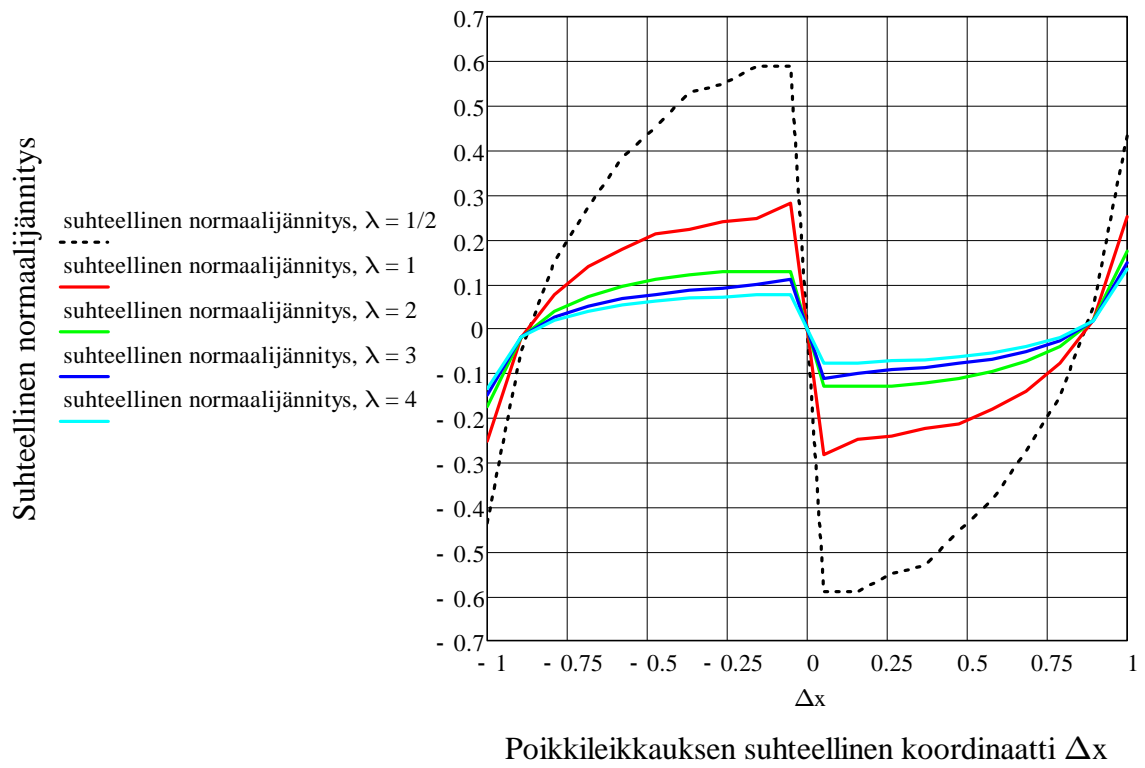
$$\text{suhteellinen normaalijännitys, } \lambda = 1 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{y,\lambda,1\Delta_i} \leftarrow \frac{e^{S_{y,EB_i}} - S_{y,\lambda,1k_i} \ddot{c}}{|S_{y,EB_i}|} \\ \text{return } S_{y,\lambda,1\Delta} \end{array} \right.$$

$$\text{suhteellinen normaalijännitys, } \lambda = 2 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{y,\lambda,2\Delta_i} \leftarrow \frac{e^{S_{y,EB_i}} - S_{y,\lambda,2k_i} \ddot{c}}{|S_{y,EB_i}|} \\ \text{return } S_{y,\lambda,2\Delta} \end{array} \right.$$

$$\text{suhteellinen normaalijännitys, } \lambda = 3 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{y,\lambda,3\Delta_i} \leftarrow \frac{e^{S_{y,EB_i}} - S_{y,\lambda,3k_i} \ddot{c}}{|S_{y,EB_i}|} \\ \text{return } S_{y,\lambda,3\Delta} \end{array} \right.$$

$$\text{suhteellinen normaalijännitys, } \lambda = 4 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{y,\lambda,4\Delta_i} \leftarrow \frac{e^{S_{y,EB_i}} - S_{y,\lambda,4k_i} \ddot{c}}{|S_{y,EB_i}|} \\ \text{return } S_{y,\lambda,4\Delta} \end{array} \right.$$

Suhteellisten normaalijännitysten kuvaajat:



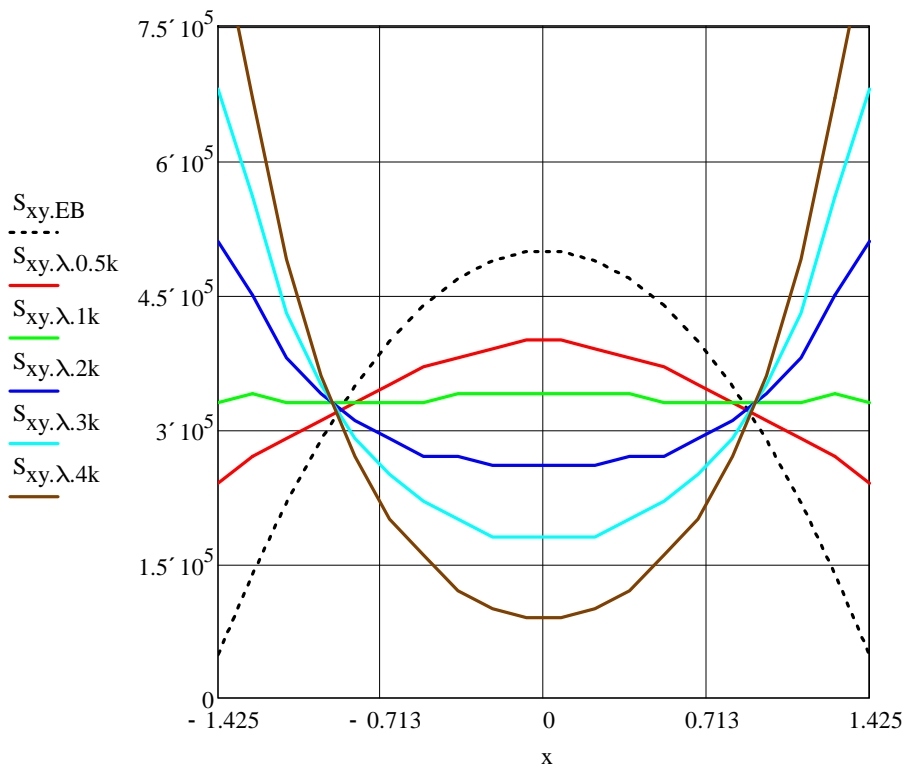
Palkkiteorian mukaiset leikkausjännitykset seinän alimpien elementtien keskipisteessä

poikkileikkauksen staattinen momentti elementtien keskipisteiden kohdalla:

$$S_z := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{z_i} \leftarrow b \times \frac{e^h}{e^2} - (-x_i) \frac{u \times a}{u \times e^4} + \frac{-x_i \times \ddot{o}}{2 \times \emptyset} \\ \text{return } S_z \end{cases}$$

$$S_{xy,EB} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy,EB_i} \leftarrow \frac{F \times S_{z_i}}{I_b} \\ \text{return } S_{xy,EB} \end{cases}$$

Leikkausjännitysten kuvaajat:



Levyn ja palkkiteorian mukaisten leikkausjännitysten suhteellinen ero

$$\text{suhteellinen leikkausjännitys, } \lambda = 1/2 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy.\lambda.0.5\Delta_i} \neg \frac{\partial^2 S_{xy.EB_i} - S_{xy.\lambda.0.5k_i} \ddot{c}_i}{|S_{xy.EB_i}|} \\ \text{return } S_{xy.\lambda.0.5\Delta} \end{array} \right.$$

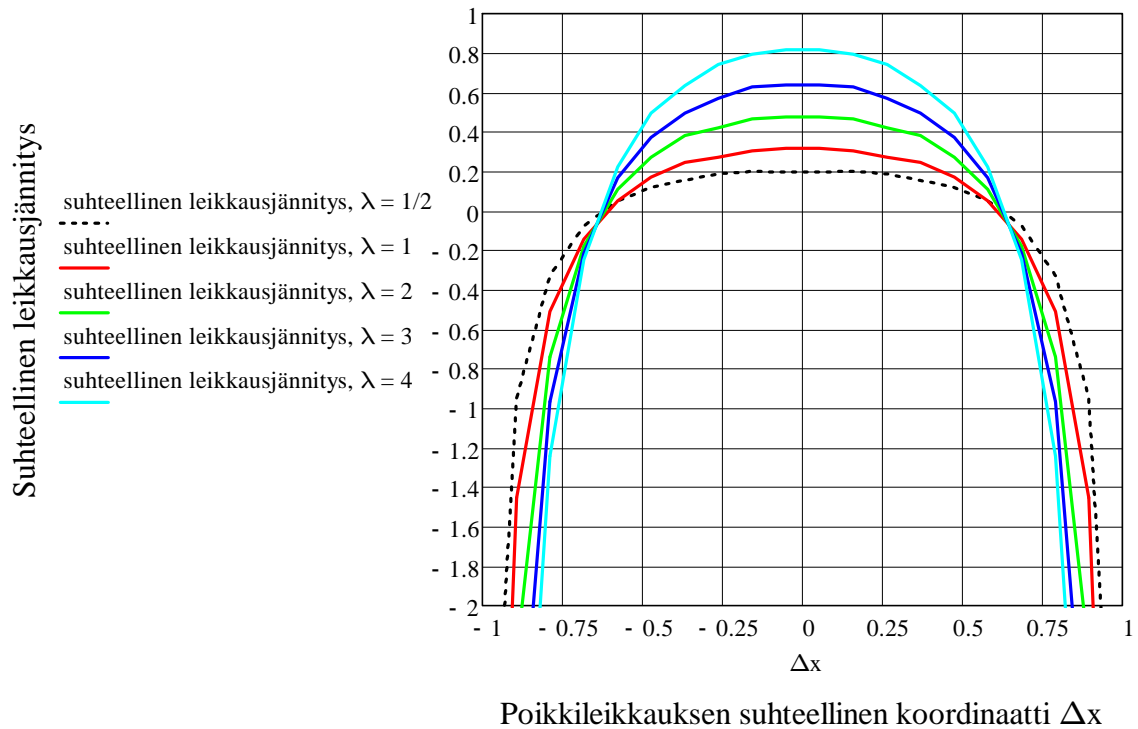
$$\text{suhteellinen leikkausjännitys, } \lambda = 1 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy.\lambda.1\Delta_i} \neg \frac{\partial^2 S_{xy.EB_i} - S_{xy.\lambda.1k_i} \ddot{c}_i}{|S_{xy.EB_i}|} \\ \text{return } S_{xy.\lambda.1\Delta} \end{array} \right.$$

$$\text{suhteellinen leikkausjännitys, } \lambda = 2 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy.\lambda.2\Delta_i} \neg \frac{\partial^2 S_{xy.EB_i} - S_{xy.\lambda.2k_i} \ddot{c}_i}{|S_{xy.EB_i}|} \\ \text{return } S_{xy.\lambda.2\Delta} \end{array} \right.$$

$$\text{suhteellinen leikkausjännitys, } \lambda = 3 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy.\lambda.3\Delta_i} \neg \frac{\partial^2 S_{xy.EB_i} - S_{xy.\lambda.3k_i} \ddot{c}_i}{|S_{xy.EB_i}|} \\ \text{return } S_{xy.\lambda.3\Delta} \end{array} \right.$$

$$\text{suhteellinen leikkausjännitys, } \lambda = 4 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy.\lambda.4\Delta_i} \neg \frac{\partial^2 S_{xy.EB_i} - S_{xy.\lambda.4k_i} \ddot{c}_i}{|S_{xy.EB_i}|} \\ \text{return } S_{xy.\lambda.4\Delta} \end{array} \right.$$

Suhteellisten leikkausjännitysten kuvaajat:



Seinän alareunassa leikkausjännitys poikkeaa paljon palkkiteorian mukaisesta jakaumasta. Tämä johtuu alareunan kiinnityksen aiheuttamasta seinän poikittaisesta jännityksestä S_X , jota palkkiteoriassa ei oteta huomioon. Kun seinän alareunasta tullaan ylöspäin, niin jännitykset lähestyvät palkkiteorian mukaista jakaumaa hyvin nopeasti.

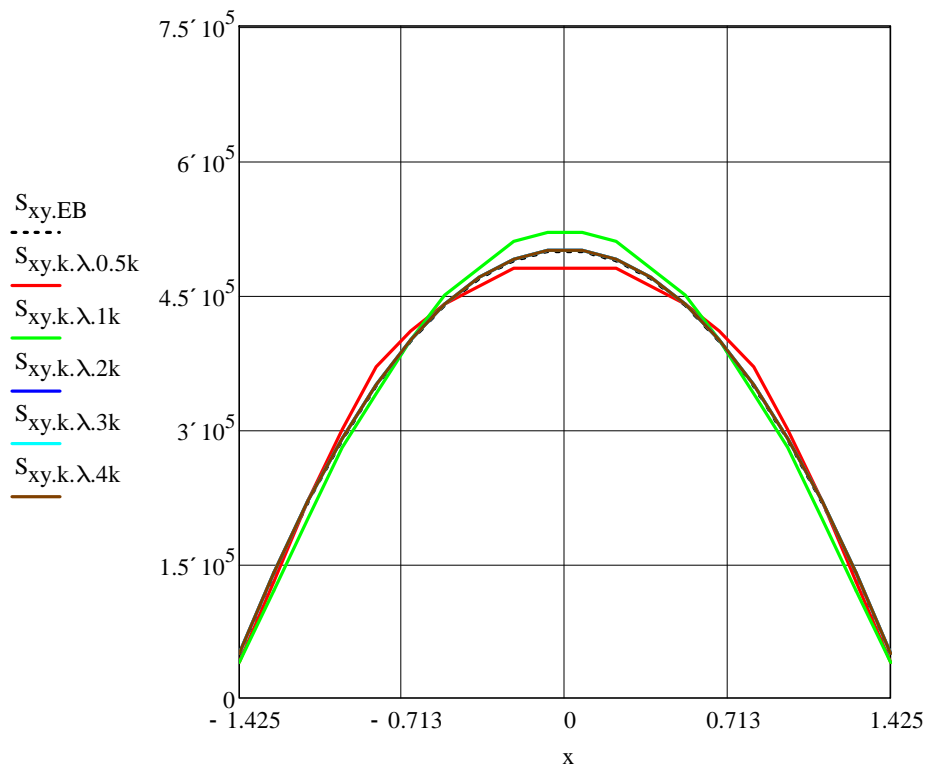
Palkkiteorian mukaiset leikkausjännitykset seinän keskialueen elementtien keskipisteessä

poikkileikkauksen staattinen momentti elementtien keskipisteiden kohdalla:

$$S_z := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{z_i} \leftarrow b \times \frac{e^h}{e^2} - (-x_i) \frac{u \times c}{u \times e^4} + \frac{-x_i \ddot{o}o}{2 \emptyset} \\ \text{return } S_z \end{cases}$$

$$S_{xy,EB} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy,EB_i} \leftarrow \frac{F \times S_{z_i}}{I_b} \\ \text{return } S_{xy,EB} \end{cases}$$

Leikkausjännitysten kuvaajat:



Levyn ja palkkiteorian mukaisten leikkausjännitysten suhteellinen ero

$$\text{suhteellinen leikkausjännitys, } \lambda = 1/2 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy.k.\lambda.0.5\Delta_i}^{-1} \frac{\frac{\partial^2 S_{xy.EB_i} - S_{xy.k.\lambda.0.5k_i} \ddot{c}}{\ddot{e}}}{|S_{xy.EB_i}|} \\ \text{return } S_{xy.k.\lambda.0.5\Delta} \end{array} \right.$$

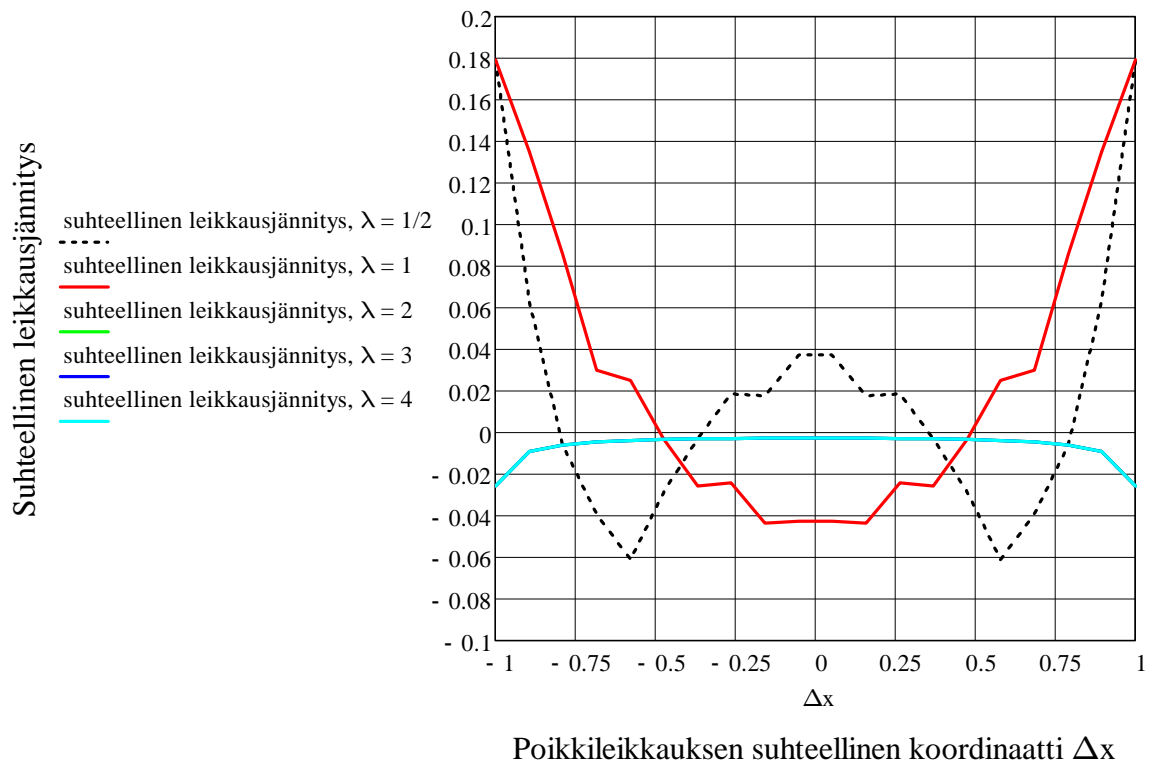
$$\text{suhteellinen leikkausjännitys, } \lambda = 1 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy.k.\lambda.1\Delta_i}^{-1} \frac{\frac{\partial^2 S_{xy.EB_i} - S_{xy.k.\lambda.1k_i} \ddot{c}}{\ddot{e}}}{|S_{xy.EB_i}|} \\ \text{return } S_{xy.k.\lambda.1\Delta} \end{array} \right.$$

$$\text{suhteellinen leikkausjännitys, } \lambda = 2 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy.k.\lambda.2\Delta_i}^{-1} \frac{\frac{\partial^2 S_{xy.EB_i} - S_{xy.k.\lambda.2k_i} \ddot{c}}{\ddot{e}}}{|S_{xy.EB_i}|} \\ \text{return } S_{xy.k.\lambda.2\Delta} \end{array} \right.$$

$$\text{suhteellinen leikkausjännitys, } \lambda = 3 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy.k.\lambda.3\Delta_i}^{-1} \frac{\frac{\partial^2 S_{xy.EB_i} - S_{xy.k.\lambda.3k_i} \ddot{c}}{\ddot{e}}}{|S_{xy.EB_i}|} \\ \text{return } S_{xy.k.\lambda.3\Delta} \end{array} \right.$$

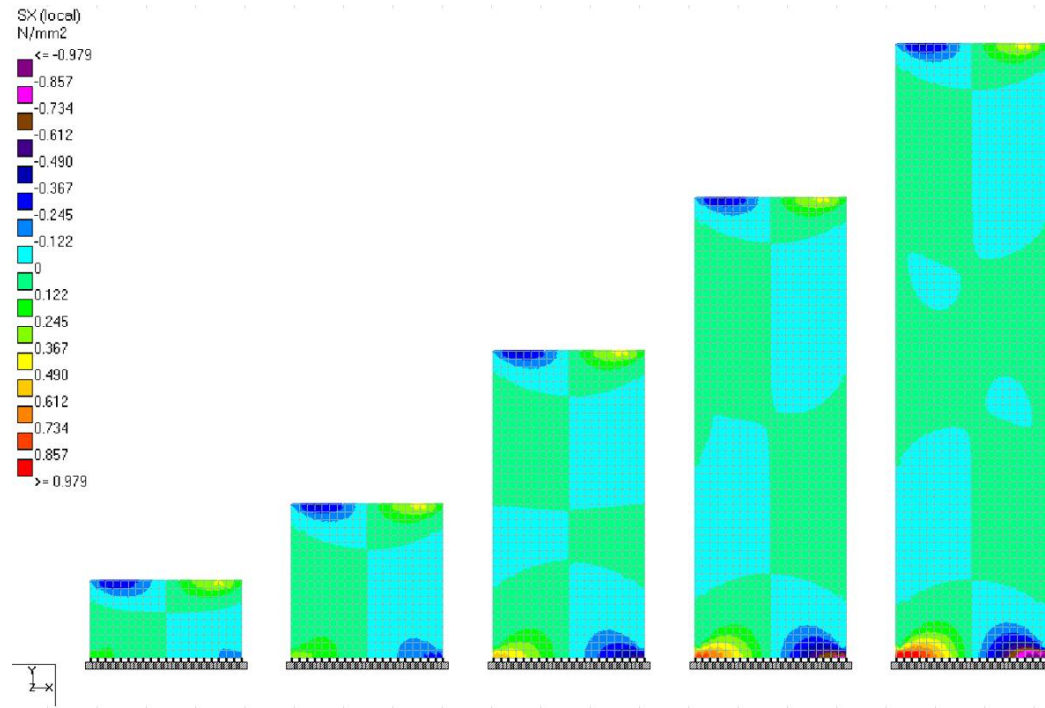
$$\text{suhteellinen leikkausjännitys, } \lambda = 4 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots 20 \\ S_{xy.k.\lambda.4\Delta_i}^{-1} \frac{\frac{\partial^2 S_{xy.EB_i} - S_{xy.k.\lambda.4k_i} \ddot{c}}{\ddot{e}}}{|S_{xy.EB_i}|} \\ \text{return } S_{xy.k.\lambda.4\Delta} \end{array} \right.$$

Suhteellisten leikkausjännitysten kuvaajat:

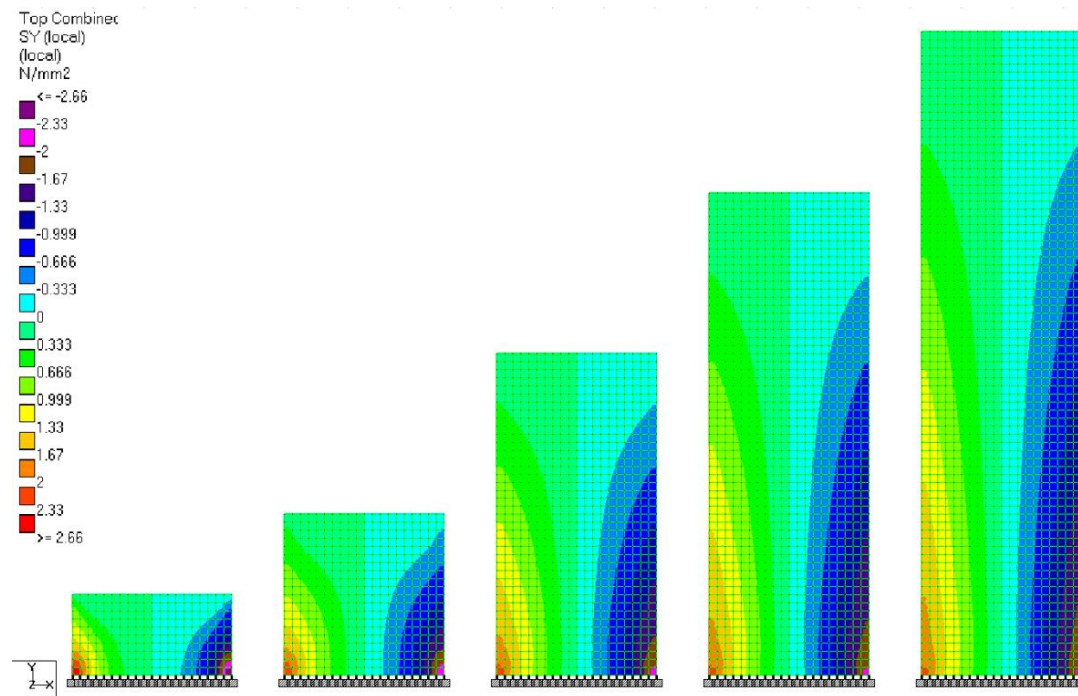


FEM-analyysin mukaiset jännityskentät

Vaakasuuntainen normaalijännitys SX



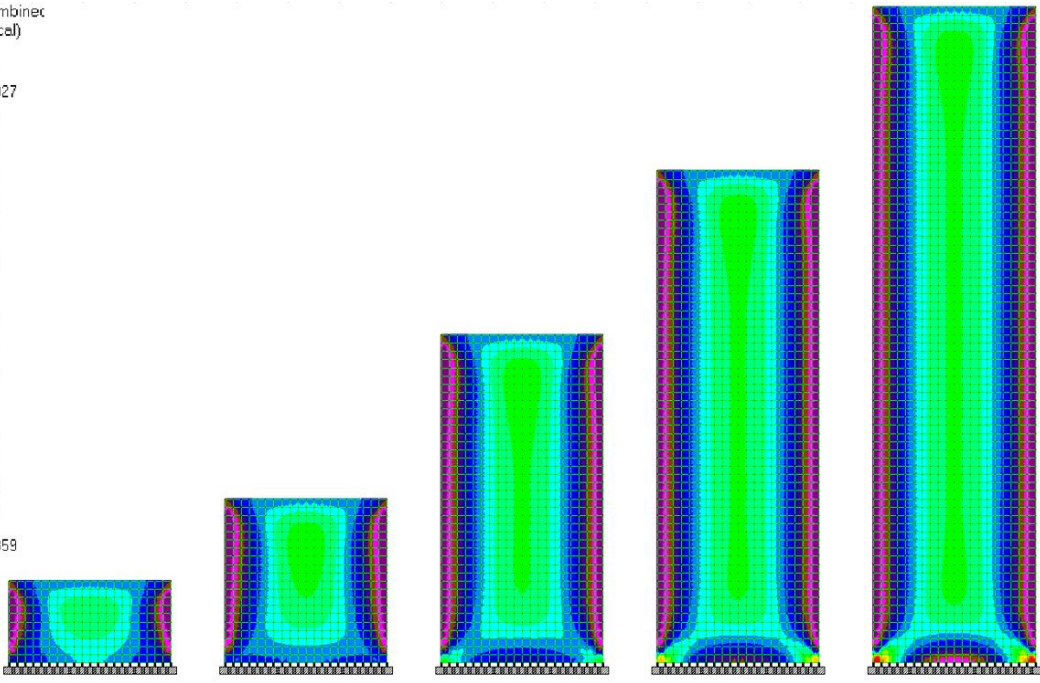
Pystysuuntainen normaalijännitys SY



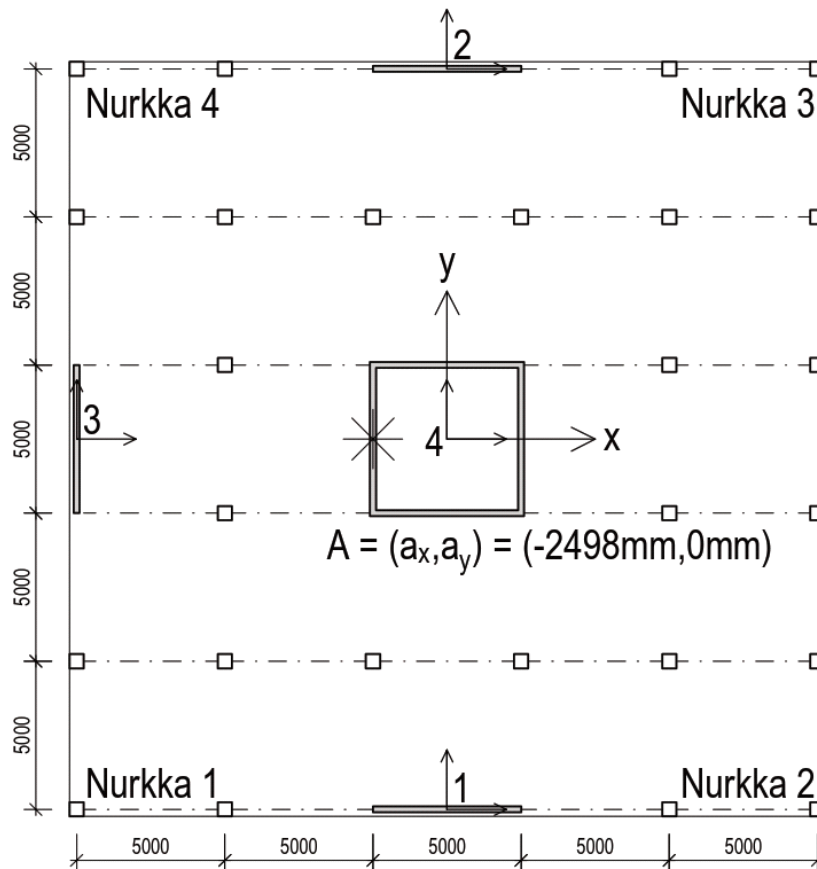
Leikkausjännitys SXY

Top Combined
 SXY (local)
 (local)
 N/mm²

- <= 0.027
- 0.079
- 0.131
- 0.183
- 0.235
- 0.287
- 0.339
- 0.391
- 0.443
- 0.495
- 0.547
- 0.599
- 0.651
- 0.703
- 0.755
- 0.807
- >= 0.859



Liite 4: Esimerkkilaskelma 10 kerroksiselle rakennukselle



☑ Materiaali

$$E_{cm} := 33\text{GPa}$$

betonin keskimääräinen
kimmokerroin

$$\nu := 0.2$$

betonin suppeumaluku

$$\gamma_{CE} := 1$$

betonin kimmokertoimen
osavarmuusluku

$$E_{cd} := \frac{E_{cm}}{\gamma_{CE}} = 33\text{GPa}$$

betonin kimmokertoimen
mitoitusarvo

$$E := 0.333 \times E_{cd} = 10.989\text{GPa}$$

betonin tehollinen kimmokerroin

$$G := \frac{E}{2(1 + \nu)} = 4.579\text{GPa}$$

betonin tehollinen leikkausmoduuli

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

betonin ominaispaino

 ☒ Materiaali

 ☒ Yksittäisten jäykistävien rakenneosien poikkileikkaussuureet

Jäykistävän rakenteen 1 poikkileikkaussuureet

$$l_x := 5\text{m} \quad l_y := 0.2\text{m}$$

mitat x- ja y-suuntaan

$$A_1 := l_x l_y = 1\text{m}^2$$

poikkipinta-ala

$$I_{x1} := \frac{1}{12} l_x l_y^3 = 3.333 \cdot 10^{-3} \text{m}^4$$

neliömomentti x-akselin ympäri

$$I_{y1} := \frac{1}{12} l_y l_x^3 = 2.083 \text{m}^4$$

neliömomentti y-akselin ympäri

$$I_{xy1} := 0\text{m}^4$$

tulomomentti

$$t := \min(l_x, l_y) = 0.2\text{m}$$

pölkileikkauksen leveys

$$h := \max(l_x, l_y) = 5\text{m}$$

pölkileikkauksen korkeus

$$I_{v1} := \frac{h^3}{3} - \frac{192 t^3}{\pi^2 h} \tanh\left(\frac{\pi h}{2t}\right) = 0.013 \text{m}^4$$

vääntöjäyhyys

$$I_{\omega 1} := 0\text{m}^6$$

käyristymisjäyhyys

$$x_{01} := 0\text{m} \quad y_{01} := -12.5\text{m}$$

neutraaliakeselin koordinaatit

$$x_1 := x_{01} \quad y_1 := y_{01}$$

vääntökeskiön koordinaatit

Jäykistävän rakenteen 2 poikkileikkaussuureet

$$l_x := 5\text{m} \quad l_y := 0.2\text{m}$$

mitat x- ja y-suuntaan

$$A_2 := l_x l_y = 1\text{m}^2$$

poikkipinta-ala

$$I_{x2} := \frac{1}{12} l_x l_y^3 = 3.333 \cdot 10^{-3} \text{m}^4$$

neliömomentti x-akselin ympäri

$$I_{y2} := \frac{1}{12} l_y l_x^3 = 2.083 \text{m}^4$$

neliömomentti y-akselin ympäri

$$I_{xy2} := 0\text{m}^4$$

tulomomentti

$$t := \min(l_x, l_y) = 0.2\text{m}$$

pölkileikkauksen leveys

$$h := \max(l_x, l_y) = 5\text{m}$$

pölkileikkauksen korkeus

$$I_{v2} := \frac{ht^3}{3} - \frac{192xt}{\pi^5 h} \tanh\left(\frac{\pi^2 h}{2t}\right) = 0.013 \text{ m}^4$$

vääntöjäyhyys

$$I_{\omega 2} := 0 \text{ m}^6$$

käyritysmisjäyhyys

$$x_{02} := 0 \text{ m} \quad y_{02} := 12.5 \text{ m}$$

neutraaliakeselin koordinaatit

$$x_2 := x_{02} \quad y_2 := y_{02}$$

vääntökeskiön koordinaatit

Jäykistävän rakenteen 3 poikkileikkaussuureet

$$l_x := 0.2 \text{ m} \quad l_y := 5 \text{ m}$$

mitat x- ja y-suuntaan

$$A_3 := l_x l_y = 1 \text{ m}^2$$

poikkipinta-ala

$$I_{x3} := \frac{1}{12} l_x l_y^3 = 2.083 \text{ m}^4$$

neliömomentti x-akselin ympäri

$$I_{y3} := \frac{1}{12} l_y l_x^3 = 3.333 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

neliömomentti y-akselin ympäri

$$I_{xy3} := 0 \text{ m}^4$$

tulomomentti

$$t := \min(l_x, l_y) = 0.2 \text{ m}$$

pökkileikkauksen leveys

$$h := \max(l_x, l_y) = 5 \text{ m}$$

pökkileikkauksen korkeus

$$I_{v3} := \frac{ht^3}{3} - \frac{192xt}{\pi^5 h} \tanh\left(\frac{\pi^2 h}{2t}\right) = 0.013 \text{ m}^4$$

vääntöjäyhyys

$$I_{\omega 3} := 0 \text{ m}^6$$

käyritysmisjäyhyys

$$x_{03} := -12.5 \text{ m} \quad y_{03} := 0 \text{ m}$$

neutraaliakeselin koordinaatit

$$x_3 := x_{03} \quad y_3 := y_{03}$$

vääntökeskiön koordinaatit

Jäykistävän rakenteen 4 poikkileikkaussuureet

$$l_x := 5.1 \text{ m} \quad l_y := 5.1 \text{ m} \quad t := 0.2 \text{ m}$$

mitat x- ja y-suuntaan,
seinämän vahvuus

$$A_4 := l_x l_y - (l_x - 2t)(l_y - 2t) = 3.92 \text{ m}^2$$

poikkipinta-ala

$$I_{x4} := \frac{1}{12} l_x l_y^3 - (l_x - 2t)(l_y - 2t)^3 = 15.713 \text{ m}^4$$

neliömomentti x-akselin ympäri

$$I_{y4} := \frac{1}{12} b_y l_x^3 - (l_y - 2t)(l_x - 2t) \frac{t^3}{6} = 15.713 \text{ m}^4$$

neliömomentti y-akselin ympäri

$$I_{xy4} := 0 \text{ m}^4$$

tulomomentti

$$I_{v4} := \frac{4 \times (l_x - t) \times (l_y - t) \frac{t^2}{6}}{2 \times (l_x - t) + 2 \times (l_y - t) \frac{1}{t}} = 23.53 \text{ m}^4$$

vääntöjäyhyys

$$I_{\omega 4} := 0 \text{ m}^6$$

käristymisjäyhyys

$$x_{04} := 0 \text{ m} \quad y_{04} := 0 \text{ m}$$

neutraaliakeselin koordinaatit

$$x_4 := x_{04} \quad y_4 := y_{04}$$

vääntökeskiön koordinaatit

Yksittäisten jäykistävien rakenneosien poikkileikkaussuureet

Vääntökeskiön paikka

Vääntökeskiön koordinaatit

$$a_x := \frac{x_1 I_{x1} + x_2 I_{x2} + x_3 I_{x3} + x_4 I_{x4}}{I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} + I_{x4}} = -1.463 \text{ m}$$

$$a_y := \frac{y_1 I_{y1} + y_2 I_{y2} + y_3 I_{y3} + y_4 I_{y4}}{I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + I_{y4}} = 0 \text{ m}$$

Vääntökeskiön paikka

Rakennuksen jäykistävien rakenteiden poikkileikkaussuureet

Jäykistävät pystyrakenteet

$$A_{jr} := A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$I_x := I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} + I_{x4}$$

$$I_y := I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + I_{y4}$$

$$I_{xy} := I_{xy1} + I_{xy2} + I_{xy3} + I_{xy4}$$

$$I_v := I_{v1} + I_{v2} + I_{v3} + I_{v4}$$

$$I_{\omega, jr1} := (x_1 - a_x)^2 I_{x1} + (y_1 - a_y)^2 I_{y1} - 2(x_1 - a_x)(y_1 - a_y) I_{xy1} + I_{\omega 1}$$

$$I_{\omega, jr2} := (x_2 - a_x)^2 I_{x2} + (y_2 - a_y)^2 I_{y2} - 2(x_2 - a_x)(y_2 - a_y) I_{xy2} + I_{\omega 2}$$

$$I_{\omega, jr3} := (x_3 - a_x)^2 I_{x3} + (y_3 - a_y)^2 I_{y3} - 2(x_3 - a_x)(y_3 - a_y) I_{xy3} + I_{\omega 3}$$

$$I_{\omega, jr4} := (x_4 - a_x)^2 I_{x4} + (y_4 - a_y)^2 I_{y4} - 2(x_4 - a_x)(y_4 - a_y) I_{xy4} + I_{\omega4}$$

$$I_{\omega} := I_{\omega, jr1} + I_{\omega, jr2} + I_{\omega, jr3} + I_{\omega, jr4}$$

$$A_{jr} = 6.92 \text{ m}^2$$

poikkipinta-ala

$$I_x = 17.803 \text{ m}^4$$

neliömomentti x-akselin ympäri

$$I_y = 19.883 \text{ m}^4$$

neliömomentti y-akselin ympäri

$$I_{xy} = 0$$

tulomomentti

$$I_v = 23.569 \text{ m}^4$$

vääntöjäyhyys

$$I_{\omega} = 938.469 \text{ m}^6$$

käristymisjäyhyys

$$k := \sqrt{\frac{G A_v}{E I_{\omega}}} = 0.102 \frac{1}{\text{m}}$$

Vaakakuormia jakavat levykentät

$$l_{x, vp} := 25 \text{ m} \quad l_{y, vp} := 25 \text{ m}$$

levyentän sivumitat

$$A_{vp} := l_{x, vp} l_{y, vp} = 625 \text{ m}^2$$

levyentän pinta-ala

$$I_{p, vp} := \frac{1}{12} l_{x, vp} l_{y, vp}^3 + l_{y, vp} l_{x, vp}^3 + A_{vp} (a_x^2 + a_y^2)$$

levyentän polaarin neliömomentti

$$I_{0, vp} := \frac{1}{12} l_{x, vp} l_{y, vp}^3 + l_{y, vp} l_{x, vp}^3$$

Levykenttien nurkkapisteiden paikat

$$x_{vp} := \begin{matrix} 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \\ 0 \end{matrix} \text{ m} \quad y_{vp} := \begin{matrix} 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \\ 0 \end{matrix} \text{ m}$$

Nurkkapisteet kuvaajassa

$$x_{d, vp} := \begin{matrix} 0 \\ 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \end{matrix} \text{ m} \quad y_{d, vp} := \begin{matrix} 0 \\ 12.5 \\ 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \\ 0 \\ 12.5 \\ 0 \end{matrix} \text{ m}$$

Rakennuksen jäykistävien rakenteiden poikkileikkaussuureet

10 kerroksinen rakennus, L = 50 m
 $n_s := 10$ kerroslukumäärä

 Kerrokset ja kuormien lähtötiedot

 $q_{H.k} := 1.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ vaakakuorma

 $g_{V.k} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ tasorakenteiden oma paino

 $q_{V.k} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ tasorakenteiden hyötykuorma

 $h_{\text{kerros}} := 5\text{m}$ kerroskorkeus

 $h_p := 0\text{m}$ räystään korkeus

 $L := n_s \times h_{\text{kerros}} = 50\text{m}$ rakennuksen korkeus

 Kerrokset ja kuormien lähtötiedot

 Kokonais pystykuorma

Erillisten rakenneosien ja jäykistävien rakenneosien pinta-ala

$$A_{\text{erilliset}} := 26 \times 0.48\text{m} \times 0.48\text{m} = 5.99\text{m}^2$$

$$A_{\text{jr}} = 6.92\text{m}^2$$

Rakennuksen kokonaispystykuorma

$$F_{V.k} := (A_{\text{erilliset}} + A_{\text{jr}}) \times n_s \times h_{\text{kerros}} \times \gamma + n_s \times x_{\text{vp}} \times y_{\text{vp}} \times (g_{V.k} + q_{V.k})$$

$$F_{V.k} = 78.638\text{MN}$$

 Kokonais pystykuorma

 Vaakakuormat

$$z_{e1} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots n_s + 1 & \text{perustusten ja kerrosten} \\ z_{e1} := 0\text{m} + h_{\text{kerros}} \times (i - 1) & \text{korkeusasemat} \\ \text{return } z_{e1} \end{cases}$$

$$z_{el.pl} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots n_s & \text{kerrosten korkeusasemat} \\ z_{el.i} \leftarrow h_{kerros} \cdot i \\ \text{return } z_{el} \end{cases}$$

Väli­poh­jien kuormitus­korkeudet

$$h_{H.F} := \begin{cases} \text{if } n_s = 1, & + h_p, \\ \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots n_s & \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots n_s - 1 \\ h_{H.F.i} \leftarrow \frac{z_{el.i+1} - z_{el.i}}{2} & h_{H.F.i} \leftarrow \frac{z_{el.i+2} - z_{el.i}}{2} \\ \text{return } h_{H.F} & \text{for } i \hat{=} n_s \\ & h_{H.F.i} \leftarrow \frac{z_{el.i} - z_{el.i-1}}{2} + h_p \\ \text{return } h_{H.F} \end{cases}$$

$$F_{H.k} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots n_s & \text{väli­poh­jien vaakakuormitukset} \\ F_{H.k.i} \leftarrow h_{H.F.i} \cdot x_{vp} \cdot q_{H.k} \\ \text{return } F_{H.k} \end{cases}$$

$$M_{T.k} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots n_s & \text{väli­poh­jien vääntö­momentit} \\ M_{T.k.i} \leftarrow -a_x \cdot F_{H.k.i} \\ \text{return } M_{T.k} \end{cases}$$

▣ Vaakakuormat

▣ Rasitusten ja siirtymien laskenta

Vääntökulma

$$\varphi(z) := \sum_{i=1}^{n_s} \begin{cases} \text{if } z \in [z_{el.pl_i}, z_{el.pl_{i+1}}], & \frac{M_{T.k.i}}{k \cdot G \cdot I_v} \cdot \frac{\cosh(kz) - 1}{e} - \frac{\sinh(kz) + kz}{e}, \\ & \frac{M_{T.k.i}}{k \cdot G \cdot I_v} \cdot \frac{\cosh(kz) - 1}{e} - \frac{\sinh(kz) + kz}{e} \end{cases}$$

Vääntökulman deriavaatta

$$d\varphi(z) := \sum_{i=1}^{n_s} \begin{cases} \text{if } z \in [z_{el.pl_i}, z_{el.pl_{i+1}}], & \frac{M_{T.k.i}}{G \cdot I_v} \cdot \frac{\sinh(kz)}{e} - \cosh(kz) + 1, 0 \\ & \frac{M_{T.k.i}}{G \cdot I_v} \cdot \frac{\sinh(kz)}{e} - \cosh(kz) + 1, 0 \end{cases}$$

Bimomentti

$$B(z) := \sum_{i=1}^{n_s} \frac{M_{T,k_i}}{k_i} \frac{e^{-k_i z}}{e^{k_i z_{el,pl_i}}} \frac{\cosh(k_i z) + \sinh(k_i z)}{e^{k_i z_{el,pl_i}}}, 0 \leq z \leq z_{el,pl_i}$$

Vapaa vääntömomentti

$$M_{zV}(z) := \sum_{i=1}^{n_s} \frac{M_{T,k_i}}{k_i} \frac{e^{-k_i z}}{e^{k_i z_{el,pl_i}}} \frac{\sinh(k_i z) - \cosh(k_i z) + 1}{e^{k_i z_{el,pl_i}}}, 0 \leq z \leq z_{el,pl_i}$$

Estetty vääntömomentti

$$M_{zS}(z) := \sum_{i=1}^{n_s} \frac{M_{T,k_i}}{k_i} \frac{e^{-k_i z}}{e^{k_i z_{el,pl_i}}} \frac{\sinh(k_i z) + \cosh(k_i z)}{e^{k_i z_{el,pl_i}}}, 0 \leq z \leq z_{el,pl_i}$$

Kokonaisvääntömomentti

$$M_T(z) := M_{zV}(z) + M_{zS}(z)$$

Leikkausvoima

$$V_y(z) := \sum_{i=1}^{n_s} F_{H,k_i} \frac{e^{-k_i z}}{e^{k_i z_{el,pl_i}}}, 0 \leq z \leq z_{el,pl_i}$$

Taivutusmomentti x-akselin ympäri

$$M_x(z) := \sum_{i=1}^{n_s} \left(F_{H,k_i} z_{el,pl_i} \frac{e^{-k_i z}}{e^{k_i z_{el,pl_i}}} - F_{H,k_i} z_{el,pl_i} \frac{e^{-k_i z}}{e^{k_i z_{el,pl_i}}} \right) - \frac{z}{z_{el,pl_i}}, 0 \leq z \leq z_{el,pl_i}$$

Perustustason rasitukset

$$V_{y,tot} := V_y(0) = 1.544 \cdot 10^3 \text{ kN}$$

$$M_{x,tot} := M_x(0) = -4.063 \cdot 10^4 \text{ kNm}$$

$$M_{zS,tot} := M_{zS}(0) = 2.258 \cdot 10^3 \text{ kNm}$$

$$M_{zV,tot} := M_{zV}(0) = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{T,tot} := M_T(0) = 2.258 \cdot 10^3 \text{ kNm}$$

$$B_{tot} := B(0) = -1.999 \cdot 10^4 \text{ kNm}^2$$

Rakennuksen vääntökeskiön taipuma

$$w_{y,A}(z) := \sum_{i=1}^{n_s} \frac{F_{H,k_i} z_{el,pl_i}^3}{3EI_x} \frac{e^{-k_i z}}{e^{k_i z_{el,pl_i}}} \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{6EI_x} \frac{F_{H,k_i} z_{el,pl_i}^3}{e^{k_i z_{el,pl_i}}} + \frac{F_{H,k_i} z_{el,pl_i}}{2EI_x} \frac{e^{-k_i z}}{e^{k_i z_{el,pl_i}}}$$

Rakennuksen mielivaltaisen pisteen siirtymät

$$w_x(y, z) := -\varphi(z)(y - a_y)$$

$$w_y(x, z) := w_{y,A}(z) + \varphi(z)(x - a_x)$$

Rakennuksen nurkkapisteidien siirtymät

$$\Delta x_{s, vp} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots \text{rows}(y_{vp}) \\ \Delta x_{s, vp_i} - w_x(y_{vp_i}, L_{\check{c}}) \\ \text{return } \Delta x_{s, vp} \end{cases}$$

$$\Delta y_{s, vp} := \begin{cases} \text{for } i \hat{=} 1, 2 \dots \text{rows}(x_{vp}) \\ \Delta y_{s, vp_i} - w_y(x_{vp_i}, L_{\check{c}}) \\ \text{return } \Delta y_{s, vp} \end{cases}$$

Kuvaajien piirto

$$x_{d.s, vp} := \begin{matrix} \check{c}_{vp_1} + k_{scale} \times \Delta x_{s, vp_1} \\ \check{c}_{x_{vp_2}} + k_{scale} \times \Delta x_{s, vp_2} \\ \check{c}_{x_{vp_3}} + k_{scale} \times \Delta x_{s, vp_3} \\ \check{c}_{x_{vp_4}} + k_{scale} \times \Delta x_{s, vp_4} \\ \check{c}_{x_{vp_1}} + k_{scale} \times \Delta x_{s, vp_1} \end{matrix} \quad y_{d.s, vp} := \begin{matrix} \check{c}_{vp_1} + k_{scale} \times \Delta y_{s, vp_1} \\ \check{c}_{y_{vp_2}} + k_{scale} \times \Delta y_{s, vp_2} \\ \check{c}_{y_{vp_3}} + k_{scale} \times \Delta y_{s, vp_3} \\ \check{c}_{y_{vp_4}} + k_{scale} \times \Delta y_{s, vp_4} \\ \check{c}_{y_{vp_1}} + k_{scale} \times \Delta y_{s, vp_1} \end{matrix}$$

Rakenneosan 1 rasitukset perustustasolla

$$V_{x1} := \frac{-I_{y1}(y_1 - a_y)}{I_{\omega}} \times M_{zs, tot} \quad V_{x1} = 62.663 \text{ kN}$$

$$V_{y1} := \frac{I_{x1}}{I_x} \times V_{y, tot} + \frac{I_{x1}(x_1 - a_x)}{I_{\omega}} \times M_{zs, tot} \quad V_{y1} = 0.301 \text{ kN}$$

$$M_{x1} := \frac{I_{x1}}{I_x} \times M_{x, tot} + \frac{I_{x1}(x_1 - a_x)}{I_{\omega}} \times B_{tot} \quad M_{x1} = -7.71 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{y1} := \frac{I_{y1}(y_1 - a_y)}{I_{\omega}} \times B_{tot} \quad M_{y1} = 554.658 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zv1} := \frac{I_{v1}}{I_v} \times M_{zv, tot} \quad M_{zv1} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zs1} := \frac{I_{\omega 1}}{I_{\omega}} \times M_{zs.tot}$$

$$M_{zs1} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{T1} := M_{zv1} + M_{zs1}$$

$$M_{T1} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Rakennosan 2 rasiukset perustustasolla

$$V_{x2} := \frac{-I_{y2}(y_2 - a_y)}{I_{\omega}} \times M_{zs.tot}$$

$$V_{x2} = -62.663 \text{ kN}$$

$$V_{y2} := \frac{I_{x2}}{I_x} \times V_{y.tot} + \frac{I_{x2}(x_2 - a_x)}{I_{\omega}} \times M_{zs.tot}$$

$$V_{y2} = 0.301 \text{ kN}$$

$$M_{x2} := \frac{I_{x2}}{I_x} \times M_{x.tot} + \frac{I_{x2}(x_2 - a_x)}{I_{\omega}} \times B_{tot}$$

$$M_{x2} = -7.71 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{y2} := \frac{I_{y2}(y_2 - a_y)}{I_{\omega}} \times B_{tot}$$

$$M_{y2} = -554.658 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zv2} := \frac{I_{v2}}{I_v} \times M_{zv.tot}$$

$$M_{zv2} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zs2} := \frac{I_{\omega 2}}{I_{\omega}} \times M_{zs.tot}$$

$$M_{zs2} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{T2} := M_{zv2} + M_{zs2}$$

$$M_{T2} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Rakennosan 3 rasiukset perustustasolla

$$V_{x3} := \frac{-I_{y3}(y_3 - a_y)}{I_{\omega}} \times M_{zs.tot}$$

$$V_{x3} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{y3} := \frac{I_{x3}}{I_x} \times V_{y.tot} + \frac{I_{x3}(x_3 - a_x)}{I_{\omega}} \times M_{zs.tot}$$

$$V_{y3} = 125.326 \text{ kN}$$

$$M_{x3} := \frac{I_{x3}}{I_x} \times M_{x.tot} + \frac{I_{x3}(x_3 - a_x)}{I_{\omega}} \times B_{tot}$$

$$M_{x3} = -4.264 \cdot 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{y3} := \frac{I_{y3}(y_3 - a_y)}{I_{\omega}} \times B_{tot}$$

$$M_{y3} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zv3} := \frac{I_{v3}}{I_v} \times M_{zv.tot}$$

$$M_{zv3} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zs3} := \frac{I_{\omega 3}}{I_{\omega}} \times M_{zs.tot}$$

$$M_{zs3} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{T3} := M_{zv3} + M_{zs3}$$

$$M_{T3} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Rakenneosan 4 rasitukset perustustasolla

$$V_{x4} := \frac{-I_{y4}(y_4 - a_y)}{I_{\omega}} \cdot M_{zs.tot}$$

$$V_{x4} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{y4} := \frac{I_{x4}}{I_x} \cdot V_{y.tot} + \frac{I_{x4}(x_4 - a_x)}{I_{\omega}} \cdot M_{zs.tot}$$

$$V_{y4} = 1.418 \cdot 10^3 \text{ kN}$$

$$M_{x4} := \frac{I_{x4}}{I_x} \cdot M_{x.tot} + \frac{I_{x4}(x_4 - a_x)}{I_{\omega}} \cdot B_{tot}$$

$$M_{x4} = -3.635 \cdot 10^4 \text{ kNm}$$

$$M_{y4} := \frac{I_{y4}(y_4 - a_y)}{I_{\omega}} \cdot B_{tot}$$

$$M_{y4} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{zv4} := \frac{I_{v4}}{I_v} \cdot M_{zv.tot}$$

$$M_{zv4} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{zs4} := \frac{I_{\omega 4}}{I_{\omega}} \cdot M_{zs.tot}$$

$$M_{zs4} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{T4} := M_{zv4} + M_{zs4}$$

$$M_{T4} = 0 \text{ kNm}$$

Rasitusvektorit

$$V_x := \begin{pmatrix} \frac{I_{y1}(y_1 - a_y)}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \\ \frac{I_{x1}}{I_x} \cdot V_{y1} + \frac{I_{x1}(x_1 - a_x)}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \\ \frac{I_{y1}(y_1 - a_y)}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \\ \frac{I_{x1}}{I_x} \cdot V_{y1} + \frac{I_{x1}(x_1 - a_x)}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \end{pmatrix} \quad V_y := \begin{pmatrix} \frac{I_{y1}(y_1 - a_y)}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \\ \frac{I_{x1}}{I_x} \cdot V_{y1} + \frac{I_{x1}(x_1 - a_x)}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \\ \frac{I_{y1}(y_1 - a_y)}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \\ \frac{I_{x1}}{I_x} \cdot V_{y1} + \frac{I_{x1}(x_1 - a_x)}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \end{pmatrix} \quad M_x := \begin{pmatrix} \frac{I_{x1}}{I_x} \cdot M_{x1} + \frac{I_{x1}(x_1 - a_x)}{I_{\omega}} \cdot B_{tot} \\ \frac{I_{x1}}{I_x} \cdot M_{x1} + \frac{I_{x1}(x_1 - a_x)}{I_{\omega}} \cdot B_{tot} \\ \frac{I_{x1}}{I_x} \cdot M_{x1} + \frac{I_{x1}(x_1 - a_x)}{I_{\omega}} \cdot B_{tot} \\ \frac{I_{x1}}{I_x} \cdot M_{x1} + \frac{I_{x1}(x_1 - a_x)}{I_{\omega}} \cdot B_{tot} \end{pmatrix} \quad M_y := \begin{pmatrix} \frac{I_{y1}(y_1 - a_y)}{I_{\omega}} \cdot B_{tot} \\ \frac{I_{y1}(y_1 - a_y)}{I_{\omega}} \cdot B_{tot} \\ \frac{I_{y1}(y_1 - a_y)}{I_{\omega}} \cdot B_{tot} \\ \frac{I_{y1}(y_1 - a_y)}{I_{\omega}} \cdot B_{tot} \end{pmatrix}$$

$$M_{zv} := \begin{pmatrix} \frac{I_{v1}}{I_v} \cdot M_{zv1} \\ \frac{I_{v1}}{I_v} \cdot M_{zv1} \\ \frac{I_{v1}}{I_v} \cdot M_{zv1} \\ \frac{I_{v1}}{I_v} \cdot M_{zv1} \end{pmatrix} \quad M_{zs} := \begin{pmatrix} \frac{I_{\omega 1}}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \\ \frac{I_{\omega 1}}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \\ \frac{I_{\omega 1}}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \\ \frac{I_{\omega 1}}{I_{\omega}} \cdot M_{zs1} \end{pmatrix} \quad M_T := \begin{pmatrix} M_{zv1} + M_{zs1} \\ M_{zv1} + M_{zs1} \\ M_{zv1} + M_{zs1} \\ M_{zv1} + M_{zs1} \end{pmatrix}$$

 Rasitusten ja siirtymien laskenta

 Nurjahduskuorma ja pystykuormien kriittinen kerroin

$$\eta := \frac{\pi}{\sqrt{\frac{7.8 \times n_s}{n_s + 1.6}}} = 1.212 \quad \text{nurjahduspituuden kerroin } L_{cr} = \eta L$$

$$P_{x.cr} := \frac{\pi^2 E I_x}{\eta^2 L^2} = 526.187 \text{ MN} \quad \text{taivutusnurjahdus x-akselin ympäri}$$

$$P_{y.cr} := \frac{\pi^2 E I_y}{\eta^2 L^2} = 587.664 \text{ MN} \quad \text{taivutusnurjahdus y-akselin ympäri}$$

$$P_{\varphi.cr} := \frac{A_{vp}}{I_{p.vp}} \left(\frac{\pi^2 E I_x}{\eta^2 L^2} + G I_v \right) = 1.276 \cdot 10^3 \text{ MN} \quad \text{vääntönurjahdus}$$

Yhdistetyn taivutus-vääntönurjahduksen ratkaisu

$$P_{cr.v} := \frac{E I_{p.vp}}{L^3} P^3 + \frac{E A_{vp}}{E I_{p.vp}} \frac{P_{x.cr}}{N} x_y^2 + \frac{P_{y.cr}}{N} x_x^2 - \frac{P_{x.cr}}{N} + \frac{P_{y.cr}}{N} + \frac{P_{\varphi.cr}}{N} \frac{P^2}{E I_{p.vp}} + \frac{P_{x.cr}}{N} \frac{P_{y.cr}}{N} + \frac{P_{x.cr}}{N} P$$

$$P_{cr.max} := \max(P_{cr.v}) = 1.32 \cdot 10^9$$

$$P_{cr} := \begin{cases} \text{for } i \in 1, 2 \dots \text{rows}(P_{cr.v}) \\ P_{cr.0_i} \rightarrow \text{if } P_{cr.v_i} \leq 0, 2 \cdot P_{cr.max}, P_{cr.v_i} \\ P_{cr} \rightarrow \min(P_{cr.0}) \cdot N \\ \text{return } P_{cr} \end{cases}$$

$$P_{cr} = 519.024 \text{ MN}$$

Kriittisen kuorman kertoimet

$$\alpha_{x.cr} := \frac{P_{x.cr}}{F_{V.k}} = 6.691 \quad \text{taivutusnurjahdus x-akselin ympäri}$$

$$\alpha_{y.cr} := \frac{P_{y.cr}}{F_{V.k}} = 7.473 \quad \text{taivutusnurjahdus y-akselin ympäri}$$

$$\alpha_{\varphi.cr} := \frac{P_{\varphi.cr}}{F_{V.k}} = 16.227 \quad \text{vääntönurjahdus}$$

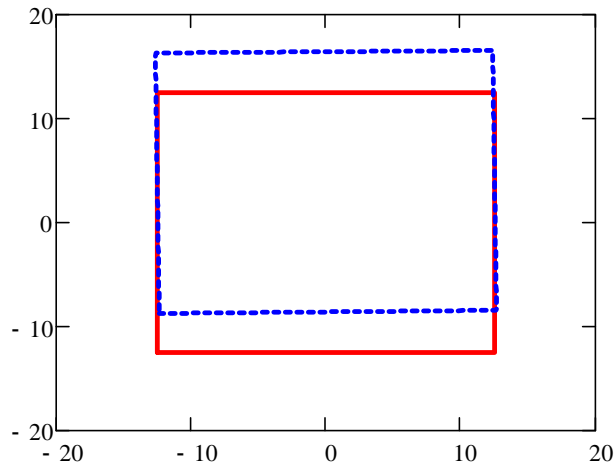
$$\alpha_{cr} := \frac{P_{cr}}{F_{V.k}} = 6.6 \quad \text{yhdistetty taivutus-vääntönurjahdus}$$

Nurjahduskuorma ja pystykuormien kriittinen kerroin

Rakennuksen vesikaton siirtymäkuvaaja

$$k_{\text{scale}} = 30$$

Vesikaton siirtymäkuvaaja



▣ Rakennuksen vesikaton siirtymäkuvaaja

▣ Rasiukset, siirtymät ja kriittinen kuorma

Rakennuksen rasiukset

$$V_{y,\text{tot}} = 1543.75 \text{ kN}$$

$$M_{x,\text{tot}} = -40625 \text{ kNm}$$

$$M_{zs,\text{tot}} = 2.258 \cdot 10^3 \text{ kNm}$$

$$M_{zv,\text{tot}} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{T,\text{tot}} = 2.258 \cdot 10^3 \text{ kNm}$$

$$B_{\text{tot}} = -1.999 \cdot 10^4 \text{ kNm}^2$$

Seinien leikkausvoimat perustustasolla

$$V_y = \begin{pmatrix} 0.301 \\ 0.301 \\ 125.326 \\ 1417.823 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{ö} \\ \text{÷} \\ \text{÷} \\ \text{÷} \end{matrix} \text{ kN} \quad V_x = \begin{pmatrix} 62.663 \\ -62.663 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{ö} \\ \text{÷} \\ \text{÷} \\ \text{÷} \end{matrix} \text{ kN}$$

Seinien taivutusmomentit perustustasolla

$$M_x = \begin{matrix} -7.71 \\ -7.71 \\ -4264.336 \\ 36345.243 \end{matrix} \begin{matrix} \text{ö} \\ \text{ö} \\ \text{Nxm} \\ \text{ö} \end{matrix} \quad M_y = \begin{matrix} 554.658 \\ -554.658 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} \text{ö} \\ \text{ö} \\ \text{Nxm} \\ \text{ö} \end{matrix}$$

Seinien vääntömomentit

$$M_{zV} = \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} \text{ö} \\ \text{ö} \\ \text{Nxm} \\ \text{ö} \end{matrix} \quad M_{zS} = \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} \text{ö} \\ \text{ö} \\ \text{Nxm} \\ \text{ö} \end{matrix} \quad M_T = \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} \text{ö} \\ \text{ö} \\ \text{Nxm} \\ \text{ö} \end{matrix}$$

Vääntökeskiön taipuma ja kulmakiertymä vesikattolla

$$w_{y,A}(L) = 130.219 \text{ mm}$$

$$\varphi(L) = 3.654 \cdot 10^{-4}$$

Nurkkapisteiden siirtymät

$$\Delta y_{s.vp} = \begin{matrix} 126.186 \\ 135.322 \\ 135.322 \\ 126.186 \end{matrix} \begin{matrix} \text{ö} \\ \text{ö} \\ \text{ö} \\ \text{ö} \end{matrix} \quad \Delta x_{s.vp} = \begin{matrix} 4.568 \\ 4.568 \\ -4.568 \\ -4.568 \end{matrix} \begin{matrix} \text{ö} \\ \text{ö} \\ \text{ö} \\ \text{ö} \end{matrix}$$

Kriittisen kuorman kertoimet

$$\alpha_{x.cr} = 6.691$$

$$\alpha_{y.cr} = 7.473$$

$$\alpha_{\varphi.cr} = 16.227$$

$$\alpha_{cr} = 6.6$$

taivutusnurjahdus x-akselin ympäri

taivutusnurjahdus y-akselin ympäri

vääntönurjahdus

yhdistetty taivutus-vääntönurjahdus

▣ Rasitukset, siirtymät ja kriittinen kuorma