



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

TOPI RISSANEN
EPÄKESKISYYDEN VAIKUTUS KESKITASON SUHTEEN EPÄ-
SYMMETRISEN KYLMÄMUOKATUN C-PROFIILIRISTIKON MITOI-
TUKSESSA

Diplomityö

Tarkastajat:
professori Markku Heinisuo ja Associate Professor (tenure track) Jari Mäkinen
Tarkastaja ja aihe hyväksytty
Rakennustekniikan tiedekuntaneuvoston kokouksessa 13. tammikuuta
2016

TIIVISTELMÄ

TOPI RISSANEN: Epäkeskisyyden vaikutus keskitason suhteen epäsymmetrisen kylmämuokatun c-profiiliristikon mitoituksessa

Tampereen teknillinen yliopisto

Diplomityö, 51 sivua

Maaliskuu 2016

Rakennustekniikan diplomi-insinöörin tutkinto-ohjelma

Pääaine: Rakennesuunnittelu

Tarkastajat: professori Markku Heinisuo ja professori Jari Mäkinen

Avainsanat: kylmämuokattu, teräsristikko, mitoitus, elementtimenetelmä

Diplomityön tarkoituksena oli selvittää epäsymmetrisyyden vaikutus keskitason suhteen epäsymmetristen kylmämuokattujen C-profiiliristikoiden mitoituksessa sekä määrittellä ristikoille ohjelmalliseen mitoitukseen soveltuva mitoitus tapa. Lähtökohtana oli laajentaa Vertex BD -ohjelmistoon integroidun ristikkolaskentasovelluksen toimintaa tukemaan myös epäsymmetrisiä ristikkotyyppejä. Nykyinen laskentasovellus tukee vain keskitason suhteen symmetrisiä ristikoita.

Symmetristen ristikoiden rasitukset ratkaistaan elementtimenetelmällä käyttämällä kaksikulotteisia Euler-Bernoullin palkkiteoriaan perustuvia FEM-palkkielementtejä. Epäsymmetrisuus tuo ristikon keskitason suhteen poikittaisia rasituksia, joiden analysointi ei onnistu kaksikulotteisella FEM-mallinnuksella. Diplomityössä pyrittiin löytämään keino, jolla nykyinen laskentamenetelmä voitaisiin laajentaa koskemaan epäsymmetrisiä ristikoita.

Epäsymmetrisyyttä tutkittiin kirjallisuustutkimuksen avulla ja laskentamenetelmää verifioitiin ANSYS-ohjelmistolla käyttäen solidimallitekniikkaa. Solidimallinnus antaa palkkielementtejä tarkemman kuvan rakenteen käyttäytymisestä, joten se soveltuu hyvin mitoitus teorian verifiointiin. ANSYS-ohjelmistolla tehtyjen koesarjojen pohjalta pystyttiin määrittelemään esimerkkiristikon rasitusten syntymiseen liittyvät ilmiöt ja rasitusten suuruuden määrittämiseen liittyvät menetelmät.

Ristikon uumasauvassa liitoksen epäsymmetrisuus aiheutti sauvaan momenttirasituksen, jonka suuruus oli verrannollinen sauvan poikkileikkauksen pintakeskiön ja liitoksen kiinnityskohdan väliseen etäisyyteen. Tutkimuksen avulla poikkileikkauksen mittojen sekä liitoksen detaljiikan avulla voidaan määrittellä uumasauvalle kohdistuvat tasainen momenttirasitus.

Paarresauvalla ulkopuoliset kuormat aiheuttavat vääntörasitusta rakenteeseen ellei kuormia välitetä paarteeseen momenttijäykästi tuettujen kattoruoteiden kautta. Kattoruodesidonta esti paarten kiertymisen ja samalla vääntörasituksen syntymisen. Rajaamalla mitoitus tapaukset momenttijäykästi kiinnitettyjen kattoruoteiden tapauksiin, mitoitus voidaan paarteiden osalta suorittaa käyttämällä symmetrisen mitoituksen periaatteita.

Diplomityön tuloksia tullaan soveltamaan Vertex BD -ohjelmiston ristikkolaskentasovelluksen kehityksessä ja ohjelman tukea epäsymmetrisiin kattoristikoihin tullaan laajentamaan.

ABSTRACT

TOPI RISSANEN: The effect of eccentricity on the design of back-to-back cold-formed steel C-section trusses

Tampere University of Technology

Master of Science Thesis, 51 pages

March 2016

Master's Degree Programme in Civil Engineering

Major: Structural design

Examiner: Professor Markku Heinisuo and Professor Jari Mäkinen

Keywords: cold-formed, steel, truss, design, fem

The goal of this research was to define how eccentricity effects on the design of back-to-back cold formed steel C-section trusses and to find a way how the design method could be implemented to a truss design functionality of Vertex BD software. The software is capable of designing CFS trusses but it is limited to symmetrical structures. The functionality can be expanded to support asymmetrical trusses by using the results of this research.

The FEM analysis of the symmetrical trusses in Vertex BD is created by using two dimensional FEM model with Euler-Bernoulli FEM beam elements. Stresses of asymmetrical truss cannot be defined by the two dimensional FEM model because all the stresses are not along with the middle plane of the truss. The two dimensional model can be used in the design but additional transverse stresses must be taken into account in some other methods.

Suitable design methods were explored in literature research and they were verified by ANSYS software, which is capable of defining uniform structure stresses by using FEM solid elements. The solid element method returns more accurate design results compared to the Euler-Bernoulli beam elements and it could be applied to the verification. The behavior of an example truss under loading was determined with ANSYS.

A diagonal member is loaded only for normal forces. Because of the eccentricity in connection to the chord, some bending moment affects to the member. The amount of the bending moment is directly proportional to the distance between the connection point of member and the centroid point of the cross section. The additional bending moment must be taken into account in the design of diagonal members.

The ideal loading of top chord goes through the shear center of the cross section. When the cross section is orientated to vertical position the shear center stays outside of the cross section. Eccentricity is directly proportional to the distance between loading and the shear center. Loading top chord will cause torsional moment to the member but if the loading is applied to the member through the roof battens which are stiffly connected to the chord, there is no need to take torsional moment into account in the design of chord member.

The results of this Master's thesis research will be implemented to the Vertex BD software and in the future the software is capable to design off-plane CFS trusses.

ALKUSANAT

Tämä diplomityö on tehty Vertex Systems Oy:n tilauksesta selvittää ristikkolaskennan kehittämiseen liittyviä haasteita, joten haluan kiittää Vertexiä yrityksenä mahdollisuudesta toteuttaa tämä diplomityö ja sen henkilöstöä tuesta sekä tutkimustyön suorittamiseen liittyvästä avusta. Kiitokset kuuluvat myös tämän työn tarkastajille professori Markku Heinisuolle sekä professori Jari Mäkiselle asiantuntevasta ohjauksesta sekä hyvistä neuvoista.

Tampereella, 3.3.2016

Topi Rissanen

SISÄLLYSLUETTELO

1.	JOHDANTO	6
2.	CFS-RAKENTEIDEN SUUNNITTELU	9
2.1	Suunnittelunormien mukainen mitoitus	10
2.2	Avoim CFS-poikkileikkaus	13
2.2.1	Avoimen poikkileikkauksen rasitukset	16
2.2.2	Taivutuksesta aiheutuva vääntörasitus	16
2.2.3	Tehollinen poikkileikkaus	18
2.3	Avoimen ohutseinämäisen sauvan stabiilisuus	20
2.4	Ristikön sauvan mitoitus Eurokoodin mukaan	21
2.5	Elementtimenetelmä	25
2.5.1	Palkkiteoria	26
2.5.2	Solidirakenteet	26
2.5.3	Laskentamalli	27
2.5.4	Epäkeskisen ristikkorakenteen mitoitus	29
2.6	Ristikön liitosten mitoitus	31
3.	RAKENNEANALYYSI ANSYS-OHJELMALLA	32
3.1	Verifiointimenetelmän valinta	32
3.2	Paarteen ja uumasauvan epäkeskinen liitos	33
3.2.1	Epäkeskisyyden verifiointi	34
3.2.2	Puristustestin tulokset	37
3.2.3	Mitoitus AU-normin mukaan	43
3.3	Paarteen kuormituksesta aiheutuva vääntörasitus	45
3.3.1	Paarteen väännön arvioiminen testaamalla	46
3.3.2	Paarteen vääntötestin tulokset	47
4.	YHTEENVETO	49
	LÄHTEET	51

LYHENTEET JA MERKINNÄT

AS-normi	Australian suunnittelunormisto
CAD	Tietokoneavustettu suunnittelu (Computer Aided Design)
CFS	Kylmämuokattu ohutlevyteräs (Cold-formed steel)
Eurokoodi	Eurollalainen suunnittelunormisto
FEM	Elementtimenetelmä (Finite element method)

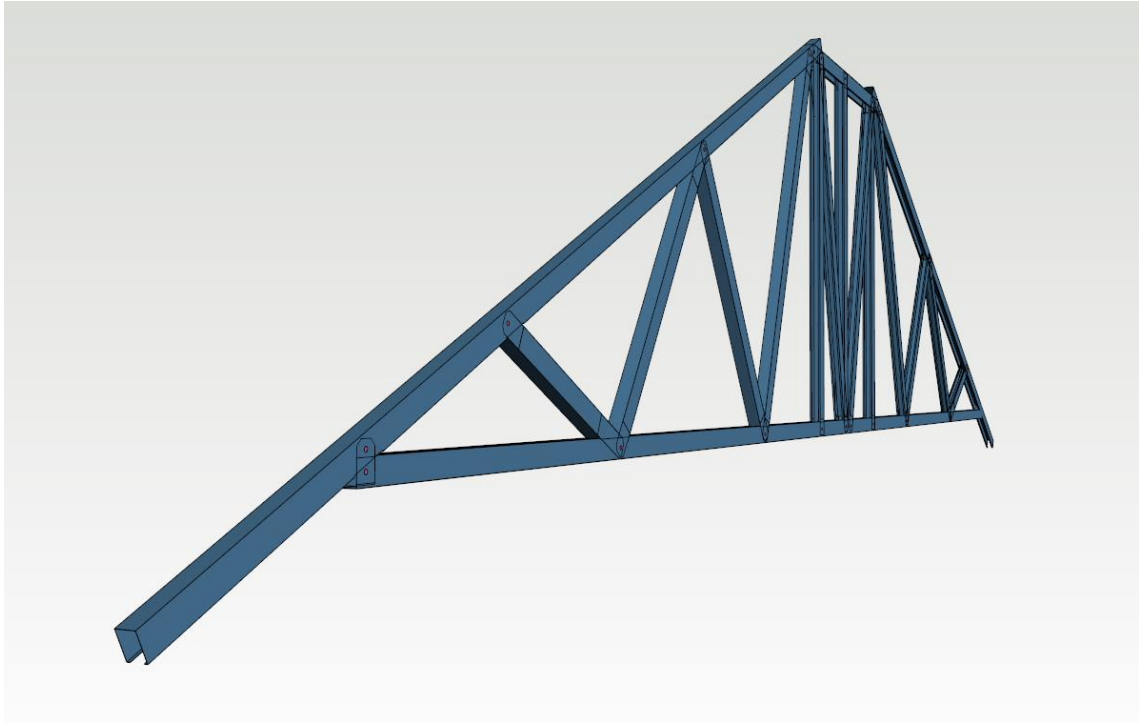
1. JOHDANTO

Tämän diplomityön tarkoituksena on löytää menetelmä keskitason suhteen epäsymmetristen CFS-ristikoiden ohjelmalliseen mitoitukseen. Ohjelmallista mitoitusmenetelmää sovelletaan Vertex BD CAD-ohjelmistoon integroituun ristikkolaskentasovellukseen, joka mitoittaa tietomallin ristikot automaattisesti. Automaattinen mitoitus perustuu tarkasti detaljoituun 3d-malliin sekä käyttäjän antamiin lähtötietoihin, joiden perusteella voidaan ratkaista ristikon staattinen malli sekä suorittaa mitoitus ristikon liitoksille ja sauvoille.

Vertex BD on suomalainen Vertex Systems Oy:n valmistama pientalojen ja kevyiden liikerakennusten suunnitteluun tarkoitettu ohjelmisto, jota käytetään kansainvälisesti useilla eri markkinoilla. Ohjelmistoa käytetään puu- ja teräsrakenteisten rakennusten arkkitehti- ja rakennesuunnitteluun. CFS-markkinoilla seinä-, lattia- ja ristikkorakenteiden teräsosien luonti tapahtuu automaattisesti detaljisääntöjen mukaan. Seinä- ja lattiarakenteiden osat määritellään kuormitussääntöjen mukaan, mutta ristikkolaskentaa käytetään suunnittelunormien mukaista mitoitusmenetelmää, joka perustuu todellisiin kuormiin ja osakohtaiseen mitoittamiseen.

Vertex BD -ohjelmiston ristikonlaskentasovellus osaa ratkaista keskitason suhteen symmetristen ristikoiden kuormitukset, mutta epäsymmetrisen rakenteen aiheuttamia lisärasituksia ohjelma ei huomioi. Kuvassa 1 on esitetty keskitason suhteen symmetrinen kattoristikko. Epäsymmetrisen kuormitusmallin puuttuminen rajoittaa ristikkolaskennan vain symmetrisiin ristikkorakenteisiin, mutta tämän tutkimustyön tuloksien avulla epäsymmetrisyyden rajoite pyritään poistamaan ja laajentamaan ohjelman toiminta tukemaan erilaisten ristikkotyypin mitoitusta nykyistä paremmin.

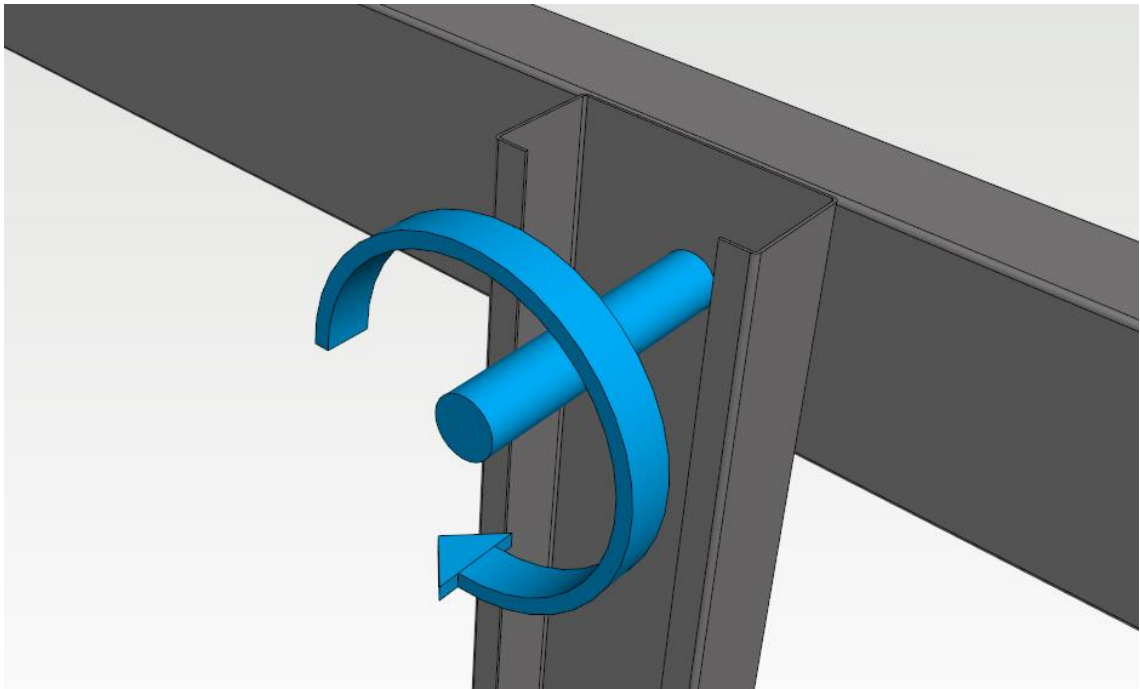
Ristikoiden rasitukset ratkaistaan FEM-palkkielementtien avulla. Symmetrisen, tasossa olevan ristikon mitoituksessa rasitusten tarkasteluun riittää kaksiulotteinen tarkastelumalli, koska rakenteeseen ei synny tasosta poikkeavia rasituksia. Kaksiulotteisessa rakennemallissa palkkielementtien voima- ja momenttivektorit ovat myös kaksiulotteisia. Mekaniikan kannalta kaikkien ristikkosauvojen poikkileikkausten pinta- sekä vääntökeskiöiden tulisi sijaita samassa tasossa sekä voimien tulisi olla tason suuntaisia, jotta rakenne olisi tasoristikko.



Kuva 1. Keskitason suhteen symmetrinen kattoristikko.

Sauvarakenteen kuormituksessa normaalivoimat välittyvät sauvan poikkileikkauksen pintakeskiön kautta, jolloin siihen kohdistetussa ideaalikuormitustilanteessa normaalivoiman aiheuttamat jännitykset jakaantuvat teoreettisesti tasaisesti koko poikkileikkauksen alalle. Sauvan taivutustilanteessa, jossa sauva kuormitetaan ulkoisella taivuttavalla voimalla, sauva pyrkii kiertymään poikkileikkauksen vääntökeskiön ympäri, joten voiman kulkiessa vääntökeskiön kautta ei sauvaan aiheudu vääntörasitusta taivutuskuormituksesta.

Avoimen CFS-poikkileikkauksen pinta- ja vääntökeskiöt sijaitsevat yleensä toisiinsa nähden eri paikoissa, joten tasoristikosta poikkeavien kolmiulotteisten FEM-palkkielementtien sijoitusta malliavaruuteen ei voida toteuttaa yksiselitteisesti. Rakenneosa, johon kohdistuu aksiaalisia kuormia sekä taivutusta, voidaan mallintaa joko pinta- tai vääntökeskiön avulla, mutta paikoitus ei huomioi molempia tapauksia yksiselitteisesti. Ainoa poikkeus on tilanteessa, jossa pinta- ja vääntökeskiö sijaitsevat voimaan nähden samalla linjalla. Tutkimusosion ristikon FEM-palkkielementeillä toteutetussa laskentamallissa elementit on paikoitettu sauvojen pintakeskiöihin.



Kuva 2. *Kiertymävapaus uumasauvan kiinnikkeen akselin ympäri.*

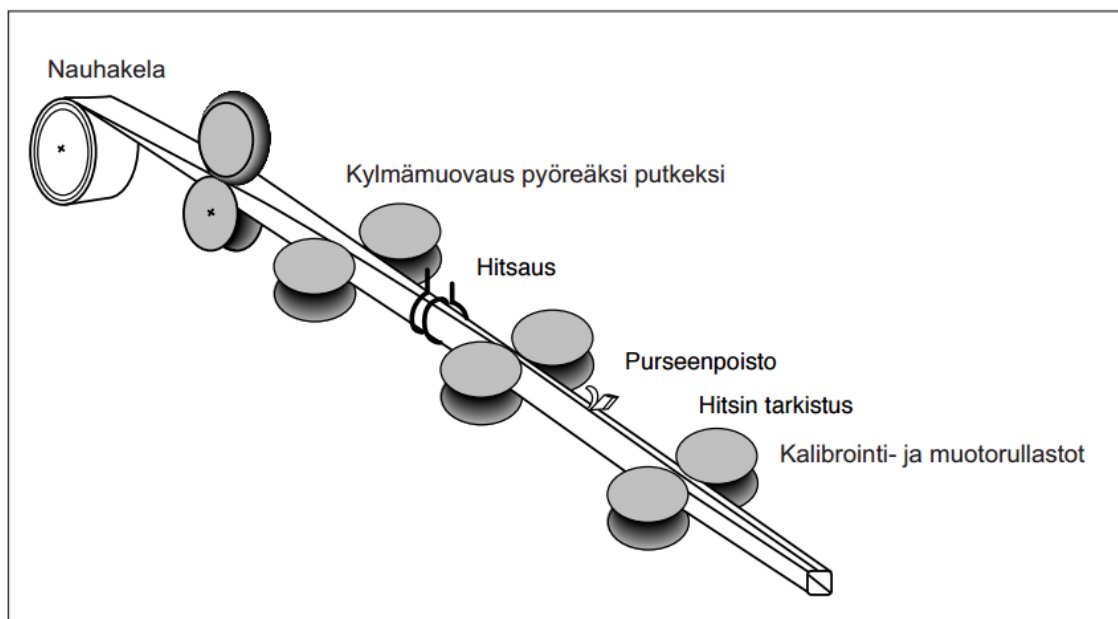
Keskkitason suhteen epäsymmetrisen ristikkorakenteen uumasauvojen liitokset paarteisiin oletetaan niveliksi, joten ristikon uumasauvojen vahvempaan taivutussuuntaan ei kohdistu momenttirasitusta. Uuma- ja parresauvojen selkäosat ovat vastakkain, joten nivellisyyteen viittaava kiertymävapaus toteutuu vain kiinnikeosan pituusakselin ympäri, eli ristikko-osien selkäpintojen normaalin ympäri. Kuvassa 2 on esitetty uumasauvan kiertymävapaus. Tällä tavoin mallinnettu liitos välittää kahden muun pääkoordinaattiakselin suhteen esiintyvää momenttia. Liitoksen epäkeskisyydestä johtuen uumasauvoille kohdistuu normaalivoiman lisäksi heikompaan suuntaan taivuttavaa momenttia.

Tässä diplomityössä kuormien määrittämiseen liittyvää ongelmaa tarkastellaan kahdella rinnakkaisella menetelmällä ja tulosten pohjalta arvioidaan FEM-palkkielementtien soveltuvuutta keskkitason suhteen epäsymmetristen ristikoiden kuormitusten määrittämisessä. Menetelminä käytetään Euler-Bernoullin palkkiteoriaan perustuvia FEM-palkkielementtejä sekä elementtimenetelmän solidimallitekniikkaa. Solidimallitekniikka perustuu rakenneosan jakamiseen pienempiin osiin, joiden avulla osien käyttäytymistä voidaan tarkastella. Solidimallitekniikalla saadaan määriteltyä tarkemmin rakenneosan rasitukset, joten menetelmällä voidaan verifioida palkkielementtimenetelmällä saadut tulokset.

Tutkimustyön tavoitteena on saada selville menetelmä, jolla ristikkomitoitukseen liittyvä ristikon rasitustila voidaan määritellä ohjelmallisesti ja luotettavasti. Menetelmä tullaan implementoimaan Vertex BD -ohjelmistoon osaksi nykyistä ristikkolaskentasovellusta, jolloin laskenta voidaan laajentaa tukemaan uusia keskkitason suhteen epäsymmetrisiä ristikkotyyppejä.

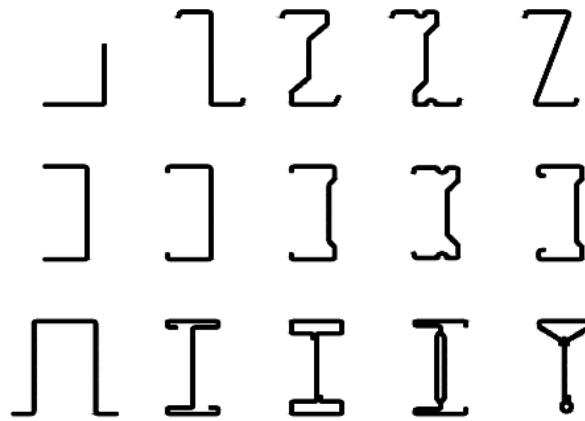
2. CFS-RAKENTEIDEN SUUNNITTELU

CFS-profiili on jäykäksi kylmämuokattu teräsprofiili, joka on valmistettu peltilevystä muotoilemalla ilman lisälämmitystä. Muotoiluun käytetään rullamuovainkonetta, jonka sisällä olevat peräkkäiset rullayksiköt pakottavat profiilin haluttuun muotoon. Rullamuovauksen periaate on esitetty kuvassa 3. Profiilin rakenteellisiin ominaisuuksiin vaikuttavat profiilin koko ja muoto, pellin paksuus, liitosalueiden detajjiikka sekä teräksen materiaaliominaisuudet. Profiilin ulkomuodon lisäksi profiilin sisäosiin tehtävät jäykistemuodot vaikuttavat profiilin mekaanisiin ominaisuuksiin.



Kuva 3. Rullamuovauksen periaate. [Ruukin rakennneputket -käsikirja s. 16]

Käyttämällä suurlujuusteräksiä, kylmämuokattu teräsprofiili tarjoaa edullisen ja kevyen vaihtoehdon muihin rakennejärjestelmiin verrattuna. Kylmämuokattuja rakenteita voidaan käyttää kantavina ja ei-kantavina rakenteina. Yleisimpiä CFS-poikkileikkausmuotoja on esitetty kuvassa 4. Kylmämuokkaamalla voidaan toteuttaa avoimia sekä suljettuja poikkileikkauksia. Suljetun poikkileikkauksen saumakohta voidaan jäykistää hitsaamalla. Poikkileikkauksen ulkomuodolla ja jäykisteillä on suuri vaikutus CFS-profiilin mekaanisiin ominaisuuksiin.



a) Yksittäisiä avoimia poikkileikkauksia



b) Avoimia yhdistettyjä poikkileikkauksia



c) Suljettuja yhdistettyjä poikkileikkauksia

Kuva 4. Yleisimpiä kylmämuokattuja ohutlevypoikkileikkausmuotoja. [SFS-EN 1993-1-3 + AC s.8]

2.1 Suunnittelunormien mukainen mitoitus

Kantavien rakenteiden suunnittelua ohjataan suunnittelunormeilla, jotka määräytyvät kohteen rakennuspaikan mukaan, esimerkiksi Australiaan tehdyt rakennukset suunnitellaan AS-normiston mukaan ja eurooppalaiset kohteet Eurokoodin mukaan. Normistot sisältävät rakenteisiin liittyviä määräyksiä ja ohjeita. Normiston määräyksiä vastaan olevia rakenteita ei saa suunnitella, mutta ohjeita ei ole pakko noudattaa, mikäli käytössä on jokin toinen yhtä luotettava tapa. Monimutkaisemmissa rakenteissa normistosta ei välttämättä löydy suoraan menetelmää, kuinka rakenne täytyisi suunnitella. Tässä diplomityössä käsiteltävä ristikkorakenne on normien kannalta tulkinnanvarainen kuormituksen epäkeskisyyden vuoksi, joten ei ole olemassa normiston kannalta yksiselitteistä menetelmää kuinka rakenne tulisi mitoittaa.

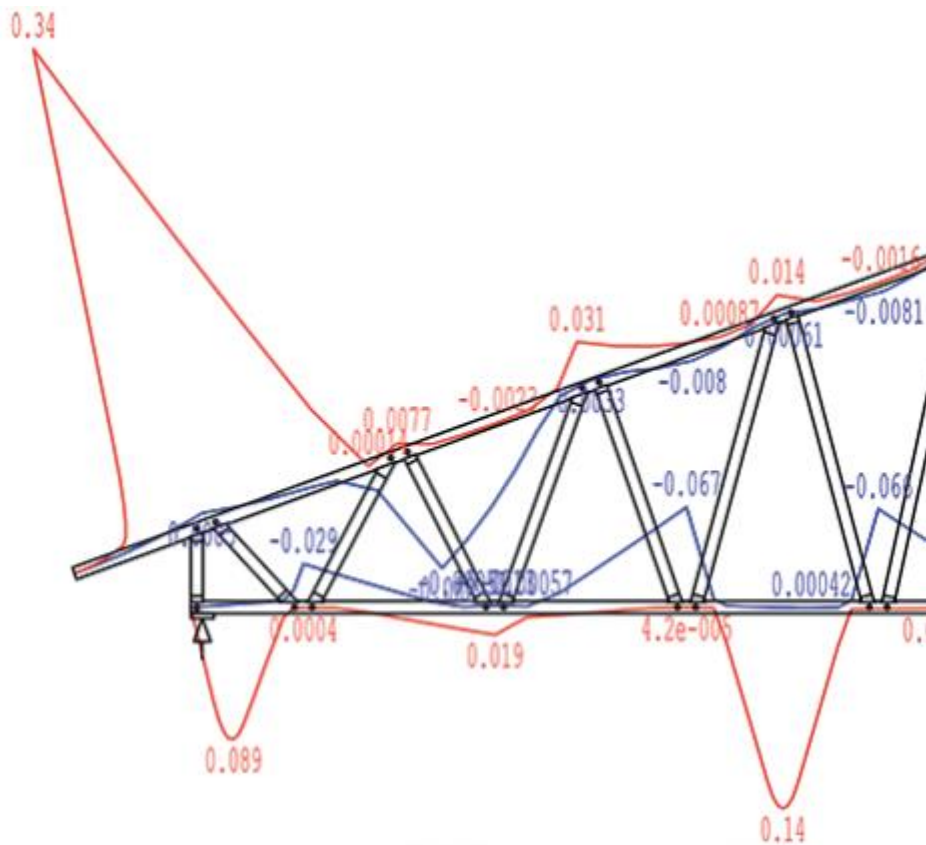
Suunniteltavia rakenteita analysoidaan käyttö- ja murtorajatilamenetelmillä. Käyttörajatilassa tarkastellaan rakenteen käyttäytymistä suunnitellulla kuormituksella. Rakenteen muodonmuutokset eivät saa olla niin suuria, että niistä aiheutuisi haittaa muille rakenteille

tai rakenteen käyttö olisi epämiellyttävää. Murtorajatilamenetelmällä selvitetään kuormituksen raja-arvo jolloin rakenteen jännitykset yltyvät suurimpaan sallittuun raja-arvoon. Tämän jälkeen rakenne menettää laskennallisen kantokykynsä tai siihen syntyy palautumattomia muodonmuutoksia [1].

Murto- ja käyttörajatilamenetelmät ovat lähtökohtana rakenteiden kestävyuden määrittämisessä mutta ne eivät suoraan määritä rakennelman kantokykyä. Lähtökohtaisesti mitoituksessa määritellään mitoitettavan rakenteen rasitukset sekä kapasiteetti ja verrataan näitä keskenään. Kapasiteetin täytyy olla rasituksia suurempi jotta rakenne kestäisi sille suunnitellun kuormituksen. Kuvassa 5 on esitetty ristikkorakenteen taivutus- ja normaaliveimarasitukset jotka on ratkaistu Vertex BD -ohjelmiston ristikkolaskentasovelluksella. Kestävyystarkastelussa erityyppisten rasitusten vaikutusta rakenteeseen tarkastellaan yksittäin ja yhdistelminä.

Normimitoituksessa käytettävä kuormitus ajatellaan aina teoreettista kuormitusta suurempana kuormituskertoimien avulla, jolloin laskennassa käytettävät kuormitukset ovat keskimäärin todellisia kuormia suurempia. Rakennusmateriaalissa esiintyy aina poikkeamia, joten materiaalin kestävyyttä arvioidaan myös materiaalin osavarmuuskertoimella. Teräsrakenteilla materiaalin osavarmuuskerroin on edullinen muihin rakennusmateriaaleihin verrattuna johtuen teräsmateriaalin tasalaatuisuudesta. Teräksisissä ohutlevyprofiileissa mitoitus suoritetaan yleensä käyttämällä tehollista poikkileikkausta, joka on aina todellista poikkileikkausta pienempi ja antaa lisävarmuutta laskelmiin.

Rakenteen kantokyky katsotaan menetetyksi, kun globaali stabiiliteetti menetetään. Ennen stabiiliuden menettämistä ohutlevyosissa tapahtuu ulkoisesta kuormituksesta johtuvia pysyviä muodonmuutoksia sekä teräsmateriaalin plastisoitumista, jotka eivät välttämättä tarkoita vielä koko rakenteen stabiiliuden menettämistä. Plastisoituminen voi tasoittaa rakenteen sisäisiä jännityksiä siten, että rakenteen kantokyky kasvaa muodonmuutosten seurauksena. Rakenteiden normikohtainen mitoitus perustuu aina periaatteeseen, jossa pysyviä muodonmuutoksia ei sallita. Huolellisesti tehty normimitoitus antaa rakenteelle aina todellista kantokykyä heikomman kapasiteetin, joten rakenne kestää esimerkiksi tilapäisesti suunniteltua kuormitusta kovemmat rasitukset. Vakioituilla rakenneosilla rakenteen mitoittaminen voi olla edullisempaa suorittaa koekuormituksilla analyttisen tarkastuksen sijaan.



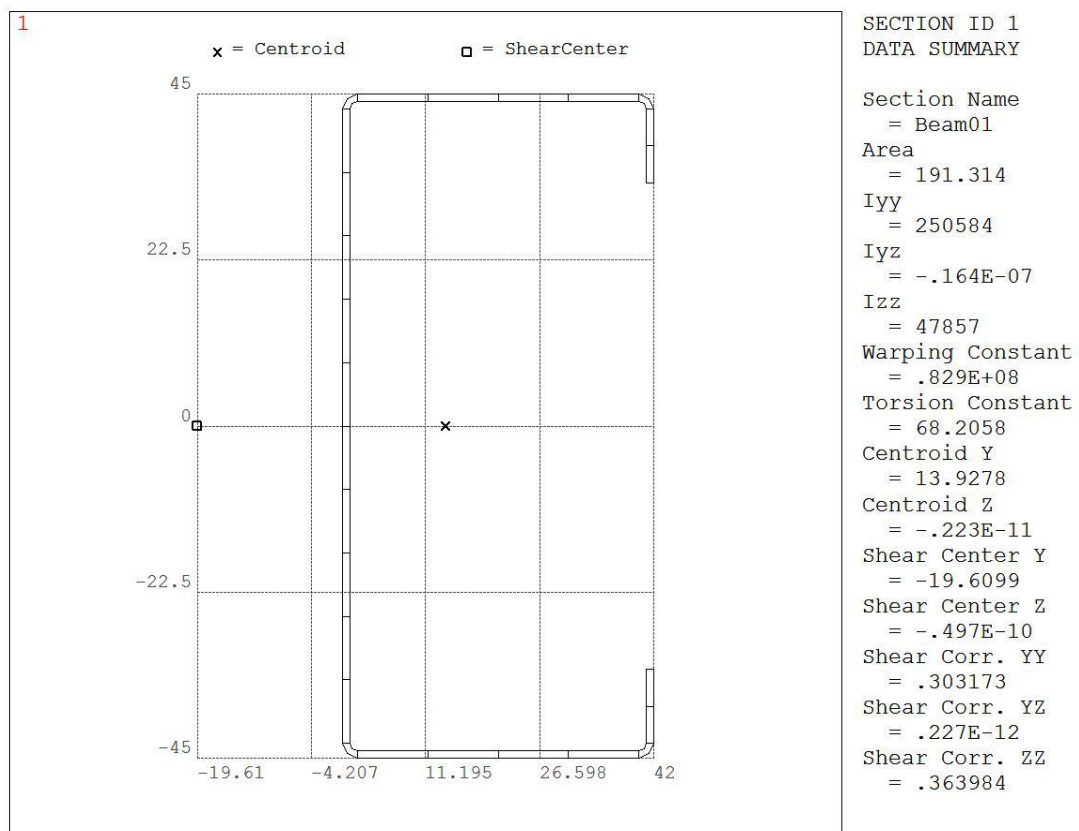
Kuva 5. Ristikon rasitukset. [Vertex BD -ohjelmisto]

Suunnittelunormistojen toimintaperiaate on hyvin samanlainen, mutta toteutustavoista löytyy eroavuuksia. CFS-rakenteiden mitoitukseen liittyen AS-normisto ja Eurokoodi ovat pääpiirteittäin samanlaiset, mutta poikkeuksia myös löytyy. Esimerkiksi puristetun sauvan vinoutumisnurjahduksen käsittely on toteutettu näissä suunnittelunormeissa eri tavalla. Euronormissa vinoutumisnurjahdus otetaan huomioon ohentamalla poikkileikkauksen laippoja tehollisen poikkileikkauksen ratkaisussa ja AS-normissa sama ilmiö otetaan huomioon mitoittavan kuormituksen ratkaisussa käyttämällä bruttopoikkileikkausta ja kriittistä vinoutumisnurjahdusjännitystä.

2.2 Avoin CFS-poikkileikkaus

Avoimen poikkileikkauksen geometria asettaa suunnittelulle erityisehtoja, koska poikkileikkauksen paikalliset epästabiiliusilmiöt rajoittavat sen kestävyyttä ja kiertymiskykyä. Massiiviseen rakenneosaan verrattuna CFS-profiilin käyttäytyminen kuormituksen alla on epästabiilimpaa, joten rakenneosan kestävyyttä ei voida suorittaa pelkästään kimmo-teorian mukaisesti tarkastelemalla poikkileikkauksen jännityksiä. Kuvassa 6 on esitetty tämän diplomityön tutkimusosiossa testatun esimerkkiristikön osien poikkileikkaus ja sen tärkeimmät poikkipinta-alasuureet.

Suunnittelunormeissa poikkileikkausmuodot on jaettu neljään eri poikkileikkausluokkaan puristettujen osien leveys-paksuussuhteiden mukaan. Kuvassa 7 on esitetty puristettujen taso-osien suurimmat leveys-paksuussuhteet poikkileikkausluokittain. Poikkileikkausluokka lasketaan erikseen kahdelta reunalta tuetuille puristetuille taso-osille ja ulokkeellisille laipoille. Poikkileikkausluokka määritetään jokaiselle osittain tai täysin puristetun poikkileikkauksen osalle ja poikkileikkausluokaksi valitaan mitoituksen kannalta vähiten suotuisa luokka. Tässä diplomityössä tarkastellun esimerkkiristikön avoin CFS-poikkileikkaus kuuluu poikkileikkausluokkaan 4.



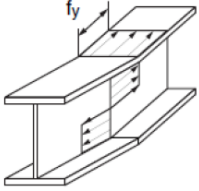
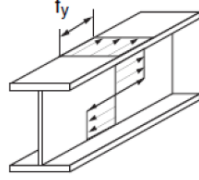
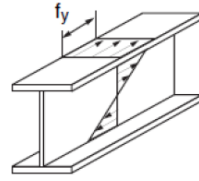
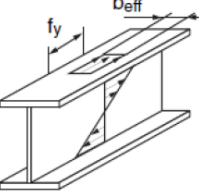
Kuva 6. Esimerkkiristikossa käytetyn C-poikkileikkauksen pinta- ja vääntökeskiö sekä tärkeimmät poikkipinta-alasuureet. [ANSYS-ohjelmisto]

Kahdelta reunalta tuetut puristetut taso-osat						
						Taivutus ko. akselin suhteen
						Taivutus ko. akselin suhteen
Poikkileikkausluokka	Taivutetut taso-osat	Puristetut taso-osat	Taivutetut ja puristetut taso-osat			
Taso-osan jännitys-jakautuma (puristus positiivinen)						
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	$kun \alpha > 0,5: c/t \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha - 1}$ $kun \alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	$kun \alpha > 0,5: c/t \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha - 1}$ $kun \alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$			
Taso-osan jännitys-jakautuma (puristus positiivinen)						
3	$c/t \leq 124\epsilon$ ¹⁾	$c/t \leq 42\epsilon$ ²⁾	$kun \psi > -1: c/t \leq \frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ ³⁾ $kun \psi \leq -1^*): c/t \leq 62\epsilon(1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ϵ	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Kuva 7. Puristettujen taso-osien suurimmat leveys-paksuussuhteet. [SFS-EN 1993-1-1 s. 45]

Poikkileikkausluokan 1 profiilin mitoitukseen voidaan soveltaa plastisuusteorian mukaista nivelen syntymistä kuormituksen alla, ilman että poikkileikkauksen kestävyyttä tarvitsee pienentää. Poikkileikkausluokassa 2 plastisia niveliä ei sallita, mutta plastisuusteoriaa voidaan soveltaa profiilin taivutuskestävyyden määrittämiseen. Poikkileikkausluokassa 3 sallitaan vain kimmoteorian käyttö eikä myötöraja voida ylittää missään poikkileikkauksen pisteessä. Kuva 8 esittää poikkileikkausluokkien kestävyuden ja voimasuurteiden laskentatavat poikkileikkausluokittain.

Poikkileikkausluokan 4 profiileilla paikallinen lommahdus voi esiintyä ennen myötörajan saavuttamista, joten profiilien kestävyudet lasketaan tehollisen poikkileikkauksen avulla ja voimasuureet kimmoteorian mukaan. Kimmoteorian mukaan määritellyissä voimasuureissa rakennemalliin ei saa muodostua plastisia niveliä sekä rakenteen pysyviä muodonmuutoksia ei sallita.

Poikkileikkausluokka	Kestävyyden laskentatapa	Voimasuureiden laskentatapa	Jännitysjaakauma, kun kestävyys on saavutettu
1	plastisuusteoria	plastisuusteoria	
2	plastisuusteoria	kimmoteoria	
3	kimmoteoria	kimmoteoria	
4	tehollinen poikkileikkaus	kimmoteoria	

Kuva 8. Poikkileikkausluokat [Ruukin rakenneputket -käsikirja s. 50]

2.2.1 Avoimen poikkileikkauksen rasitukset

Avointa poikkileikkausta käyttävän sauvarakenteen ideaalinen kuormitus on usein vain teoreettista, johtuen ristikoissa käytettävästä detaljiikasta. Kuormien tuonti sauvarakenteelle hoidetaan yleensä yksittäisen kiinnikkeen kautta, joten kiinnitysdetaljiikka vaikuttaa suuresti poikkileikkauksen rasitukseen liitoksen läheisyydessä. Kiinnikkeen läheisyydessä sauvaan vaikuttaa shear lag -ilmiö, jolloin sen jännitykset eivät jakaannu tasaisesti. Puristus- tai vetotilanteessa ideaalinen tapa olisi hitsata koko poikkileikkauksen yltävä jäykkä tuki sauvan päähän ja kuormittaa sauva sen pintakeskiöstä, jolloin jännitykset jakautuisivat poikkileikkaukselle tasaisesti.

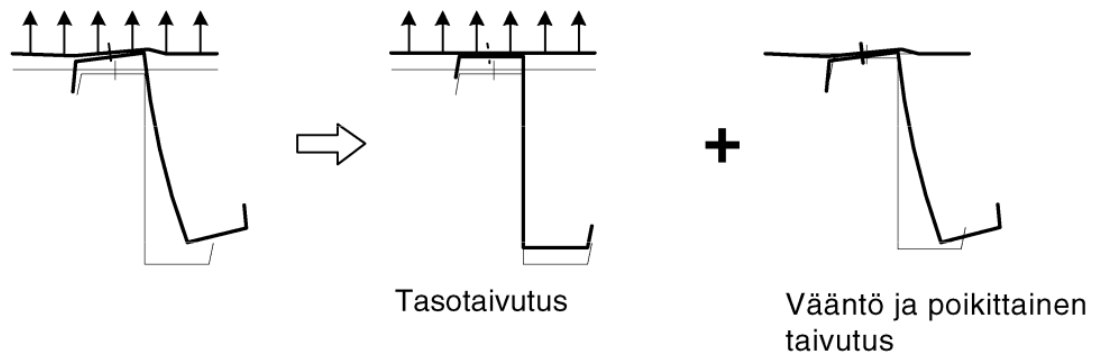
Puristettujen ja vedettyjen CFS-uumasauvojen kuormitus poikkeaa aina ideaalista kun jännityksiä tarkastellaan liitosalueen lähellä. Kun tarkastelupistettä siirretään kauemaksi liitosalueesta jännitykset alkavat tasaantua. Liitosalueella voi tapahtua paikallista plastisoitumista ennen kriittisen kuormituksen saavuttamista, jolloin rakenteeseen syntyy palautumattomia muodonmuutoksia. Tämä tapahtuu kuitenkin hyvin paikallisesti, joten sitä ei huomioida rakenteen mitoitusrajoittavana tekijänä.

Pienillä jännityksillä sauvan keskivaiheilla poikkileikkauksen jännitykset jakautuvat kimoteorian mukaisesti. Esimerkkiristikon uumasauvoihin kohdistuu normaalivoiman lisäksi heikompaan suuntaan taituttavaa momenttia. Jännitysten kasvaessa avoimen poikkileikkauksen suhteellisesti hoikissa osissa tapahtuu paikallisia lommahduksia, jolloin jännitysten jakautuminen poikkileikkauksessa ei tapahdu enää suoraan verrannollisesti neutraaliakselin etäisyyteen, vaan poikkileikkauksen suhteellisesti jäykemmät osat jännittyvät muita osia enemmän.

2.2.2 Taivutuksesta aiheutuva vääntörasitus

Poikkileikkaukseltaan avoimen ohutseinämäisten sauvojen taivutusten ja väännön teoria perustuu olettamuksiin, että poikkileikkaus ei muuta muotoaan eikä leikkausmuodonmuutosta ei oteta huomioon. Pyöreän sauvan poikkipinta säilyy tasona kun sauva väännetään. Muilla poikkileikkausmuodoilla vääntö aiheuttaa poikkipinnan käyristymistä eli deplanaatiota. Saint-Venant'n vääntöteorian mukaan kyseessä on vapaa vääntö, jos poikkipinta pääsee käyristymään vapaasti. Vapaan väännön tilanteessa väännöstä ei aiheudu sauvarakenteen suuntaisia jännityksiä.

Tässä diplomityössä tutkitun ristikon poikkileikkausmuoto poikkeaa pyöreästä muodosta, joten poikkipinta pyrkii käyristymään väännön vaikutuksesta. Ristikkorakenteen liitosalueilla poikkipinta ei pääse aivan vapaasti käyristymään, jolloin kyseessä ei ole enää puhtaasti vapaan väännön tilanne. Kyseessä on kuitenkin paikallinen häiriö joka vaimeenee nopeasti siirryttäessä pois tukialueelta, jolloin vapaan väännön teoriaa voidaan soveltaa muualla rakenteessa [9].



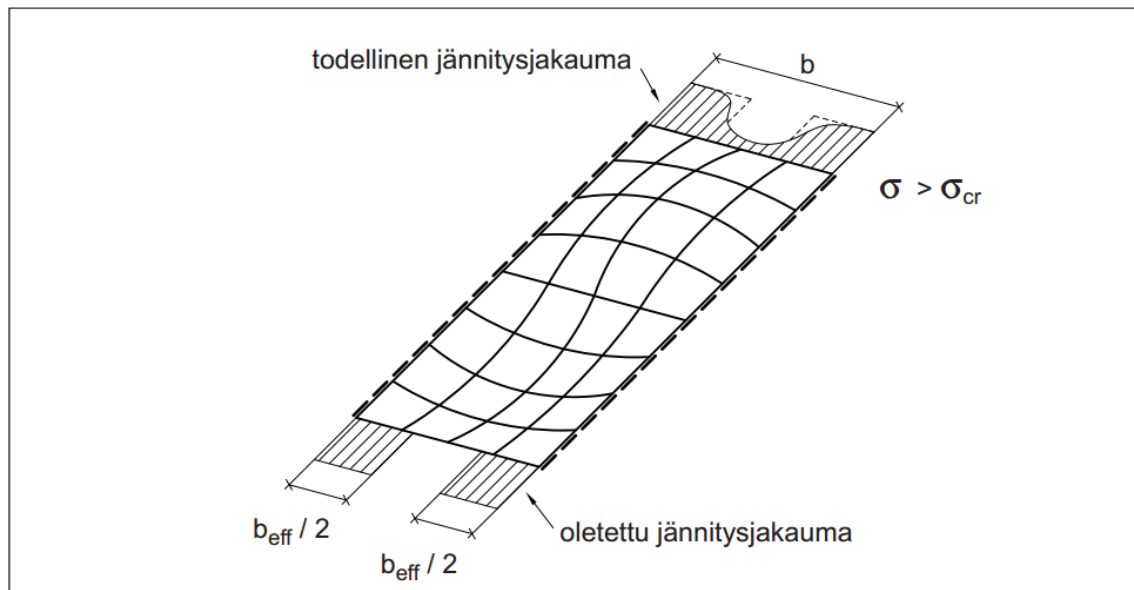
Kuva 9. Paarresauvan kuormitustilanne. [SFS-EN 1993-1-3 s.75]

Pystyssä olevan paarresauvan poikkileikkauksen ylälaippaan kohdistuva taivutusta aiheuttava voima ei kulje poikkileikkauksen vääntökeskiön kautta, jolloin teoreettisesti tarkasteltuna kuormitus aiheuttaa sauvalle taivutuksen lisäksi myös vääntörasitusta. Esimerkkiristikon tilanteessa yläpaarre tukeutuu kattoruoteisiin momenttijäykästi, jolloin yläpaarten yläpinta ja kattoruoteen alapinta ovat kuormituksesta riippumatta kiinni toisissaan. Paarteiden ulkopuolisen kuormituksen voidaan olettaa vastaavan kuvan 9 tilannetta, missä paarteille kohdistuva kuormitus ajatellaan siirtyvän vääntökeskiöön, jolloin siirroksista aiheutuu voiman lisäksi momenttia. Tämän diplomityön tutkimusosassa käsiteltävässä rakenteessa paarresauvan vääntöä ja poikittaista taivutusta ei huomioida, jolloin kyseessä on tasotaivutus.

CFS-rakenteet ovat poikkileikkaukseltaan tyypillisesti avoimia ja materiaalivahvuus on pieni, jolloin sauvan vääntökapasiteetti on myös pieni. Heikosta vääntökapasiteetista johtuen avoin poikkileikkaus sallii väännön osalta isot siirtymät ilman suuria jännityksiä. Jännitykset jakautuvat aina rakenteen sisäisten jäykkyyksien mukaan, joten yläpaarten ja uumasauvan liitoksessa yläpaarten vääntökapasiteetti on huomattavasti uumasauvan heikomman suunnan taivutuskapasiteettia pienempi, joten yläpaarten kiertymästä aiheutuvat rasitukset kohdistuvat lähes kokonaan uumasauvaan.

2.2.3 Tehollinen poikkileikkaus

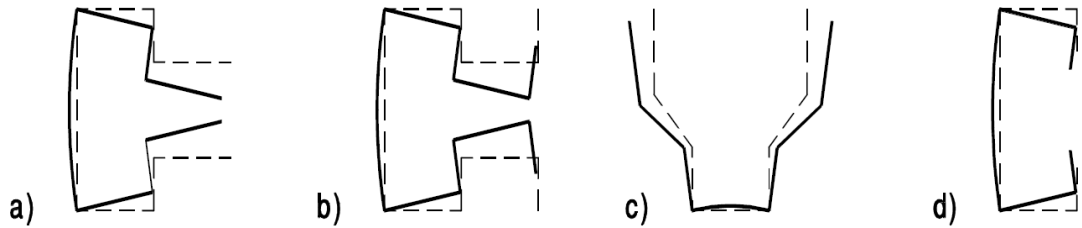
Tehollinen poikkileikkaus on suunnittelunormien määrittelemä mekanismi, jolla otetaan huomioon ohutseinämäisen poikkileikkauksen kapasiteettiin vaikuttavat epästabiliusilmiöt, joita ovat levyn lommahdukset ja shear lag -ilmiö. Tehollinen poikkileikkaus huomioi paikallisen lommahduksen ja vinoutumisnurjahduksen pienentämällä bruttopoikkileikkausta. Tehollinen poikkileikkaus muuttuu jännitystilän mukaan, joten se ratkaistaan mitoituksessa osakohtaisesti. Tehollisen poikkileikkauksen periaate pohjautuu Von Karman teoriaan [10], jota ovat tutkineet myös Winter [11] ja Pekoz [8].



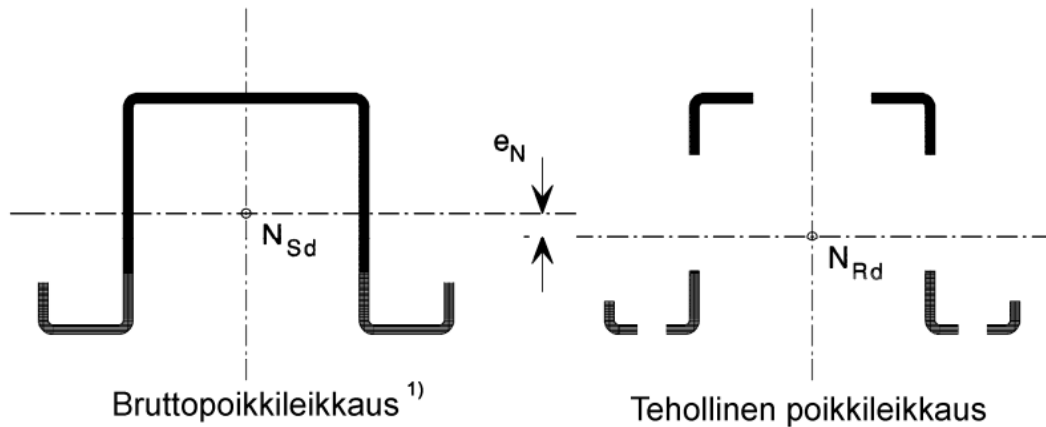
Kuva 10. Tehollisen leveyden periaatekuva tasaisesti puristetun kahdelta reunalta tuetun lommahtavan taso-osan laskennassa. [Ruukin rakenneputket -käsikirja s. 57]

Paikallinen lommahdusilmiö tapahtuu, kun poikkileikkauksen suhteellisesti hoikat jäykistämättömät osat nurjahtavat puristusrasituksen alla. Tehollisen poikkileikkauksen ratkaisussa nämä osa-alueet poistetaan kokonaan tarkastelusta. Kuvassa 10 on esitetty periaatekuva tehollisen leveyden määräytymisestä kahdelta reunalta tuetun lommahtavan taso-osan laskennassa. Todellinen jännitys jakauma muuttuu kuljettaessa kappaleen yli, mutta jännitys ei putoa nolliin. Tehollisen leveyden olettamuksessa lommahtavan alueen jännitys on nolli, eli alue poistetaan tarkastelusta.

Eurokoodissa vinoutumisnurjahdus otetaan huomioon redusoimalla laippaosan paksuutta. Kuvassa 11 on esitetty esimerkkejä vinoutumisnurjahduksesta. Laippaosuuden paksuutta pienennetään, jolloin laipan laskennallinen jäykkyys ja kapasiteetti pienenevät. Kuvassa 12 on esitetty ohutlevyprofiilin tehollinen poikkileikkaus, kun poikkileikkauksen on kohdistettu rasituksia.



Kuva 11. Esimerkkejä vinoutumisnurjahduksesta. [SFS-EN 1993-1-3 + AC s.24]



Kuva 12. Ohutlevyprofiilin tehollinen poikkileikkaus. [SFS-EN 1993-1-3 s.42]

Suorien nurjahtavien poikkileikkauksen osien kapasiteetti tipahtaa nolleen, kun osat poistetaan kokonaan poikkileikkaustarkastelusta. Todellisuudessa myös nurjahtavat osat ottavat vastaan rasituksia kuormitustilanteessa, jolloin ne toimivat myös osana poikkileikkausta. Laskennallisessa tarkastelussa nurjahtavien osien poistaminen tuottaa mitoituksen kannalta aina varmalle puolelle menevän ratkaisun.

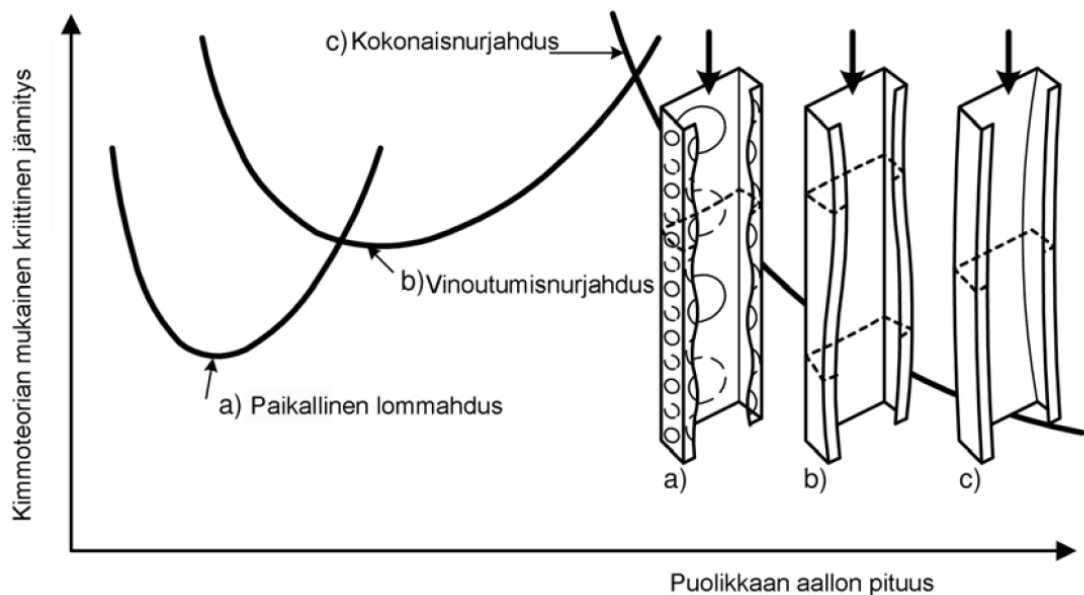
Nurjahtavien poikkileikkausalueiden poistaminen muuttaa poikkileikkauksen geometrisia suureita. Pinta-alan lisäksi myös poikkileikkauksen pinta- ja vääntökeskiön sijainti sekä neliömomentit muuttuvat. Painopisteakselin siirtymä bruttopoikkileikkauksen ja tehollisen poikkileikkauksen välillä on nähtävissä kuvassa 12. Epäkeskisesti kuormitetulla puristetulla rakenteella kuormaepäkeskisyys määritetään kuorman resultantin ja pintakeskiön välille, jolloin tehollisen poikkileikkauksen käyttäminen tarkastelussa muuttaa rakennemallin epäkeskisyyttä. Tehollinen poikkipinta-ala lasketaan kuormituksen funktiona, joten kuormitus määrittää poistettavien alueiden suuruuden.

FEM-palkkielementeillä suoritettu rakenteen rasitusten määrittäminen toteutetaan siten, että rakennelman jäykkyys määritellään käyttämällä sauvojen bruttopinta-alasuureita. Todellisuudessa kuormituksen vaikuttaessa poikkipinta-alaan, bruttopinta-alan käyttäminen tuottaa virheellisen lopputuloksen laskentaperiaatteen nojalla. Laskennan virheellisyys on kuitenkin pieni, joten laskentamenetelmä on täysin validi.

2.3 Avoimen ohutseinämäisen sauvan stabiilisuus

CFS-profiilit ovat tyypillisesti hoikkia ja kuuluvat poikkileikkausluokkaan 4, jolloin kuormituksen alla rakenneosat ovat alttiita epästabiilisuusilmiöille. Paikallisten lommahdusilmiöiden lisäksi sauvan stabiilisuus voidaan menettää vinoutumis- ja kokonaisnurjahduksena. Globaaleita nurjahduksia ovat taivutus-, vääntö- sekä taivutus-vääntönurjahdus. Kuvassa 13 on esitetty eri nurjahdusmuotojen aallonpituudet suhteutettuna kimmoteorian mukaisiin kriittisiin jännityksiin. Sauvan aallonpituus määräytyy sen poikkileikkauksen geometrisista ominaisuuksista.

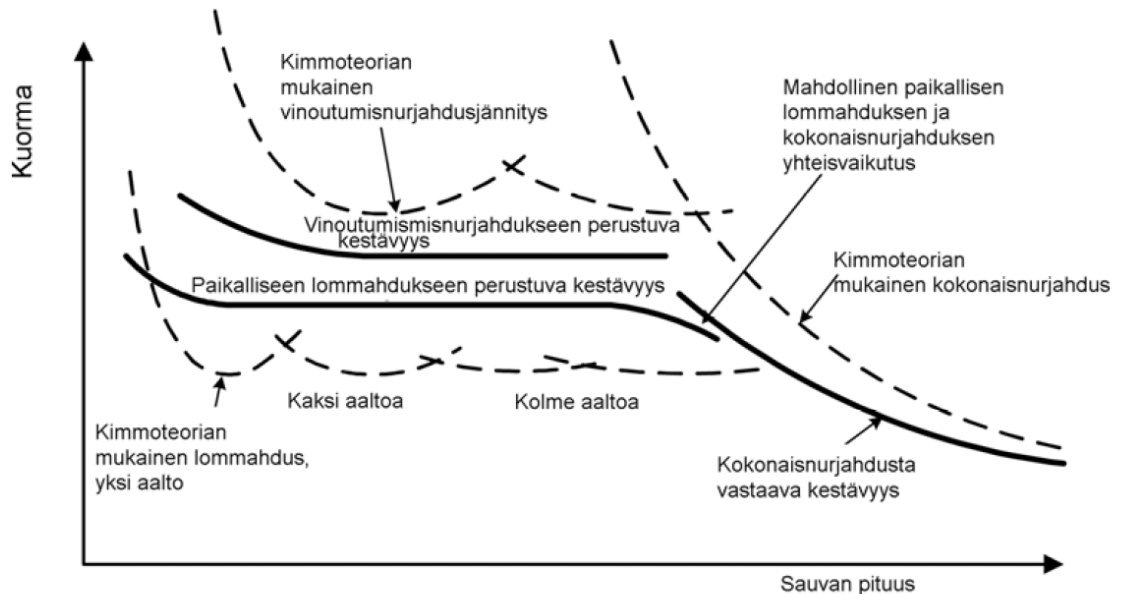
Sauvarakenteen kuormituksen sijainti sekä pituus vaikuttavat nurjahdusmuotoon siten, että aallonpituuden vastatessa sauvan pituutta ja kuormituksen osuessa aallon pohjalle ovat olosuhteet suotuisimmat nurjahdukselle. Myös useamman kertaluvun aallonpituudet vaikuttava nurjahdusmuodon ilmenemiseen kun kyseessä on aaltoliike, mutta näiden vaikutus on huomattavasti ensimmäistä kertalukua pienempi. Paikallisella lommahduksella on lyhyin aallonpituus, joten se on yleisin nurjahdusmuoto lyhyillä sauvoilla. Vinoutumisnurjahdus alkaa rajoittamaan sauvan kriittistä jännitystä, kun sauvan pituus kasvaa lähemmäksi vinoutumisnurjahduksen aallonpituutta. Pitkillä sauvoilla kokonaisnurjahdus määrittelee sauvan kriittisen jännityksen.



Kuva 13. Kimmoteorian mukaisia kriittisiä jännityksiä eri nurjahdusmuodoille. [SFS-EN 1993-1-3 + AC s. 24]

Kuvassa 14 on esitetty kimmoteorian mukaisia kriittisiä kuormia sauvan pituuden funktiona. Kuva kertoo yleisellä tasolla miten kuvassa 13 esitetyt nurjahdusmuodot käyttäytyvät yhdessä määrittäen yleisen kriittisen kuormituskäyrän sauvan pituuden funktiona.

Kuvassa on esitetty myös useamman kertaluvun vaikutukset yleiseen kriittiseen kuormitukseen.



Kuva 14. Kimmoteorian mukaisia kriittisiä kuormia sauvan pituuden funktiona. [SFS-EN 1993-1-3 + AC s. 25]

Puristussauvan nurjahdus voi tapahtua taivutusnurjahduksena, vääntönurjahduksena tai taivutus-vääntönurjahduksena. Avoimen ohutlevyprofiilin puristustilanteessa myös paikallinen nurjahdus tulee ottaa huomioon. Suunnittelunormeissa paikalliset nurjahdusilmiot huomioidaan redusoimalla profiilin poikkileikkausta jännitystilan mukaan.

2.4 Ristikön sauvan mitoitus Eurokoodin mukaan

Eurokoodin mukaan ristikon sauvojen kestävyys voidaan määrittää kokeellisesti tai mitoituksen avulla. Kokeellisella menetelmällä saadaan aina laskennallista menetelmää suurempi kapasiteetti. Tähän kappaleeseen on koottu Eurokoodin mukaisen murtorajatilatarcastelun mitoitusperusteet. Sauva mitoituksessa tarkastellaan sauvaan yksittäisinä rasituksina vaikuttavat

- aksiaalinen veto
- aksiaalinen puristus
- taivutusmomentti
- leikkausvoima
- vääntömomentti
- paikalliset poikittaiset voimat.

Yksittäisten tarkastelujen lisäksi sauvan mitoituksessa tarkastellaan yhdistettyjen kuormitusten vaikutuksia. Mitoituksessa yhdistetyistä rasituksista tulee tarkastaa

- yhdistetty veto ja taivutus
- yhdistetty puristus ja taivutus
- yhdistetty leikkausvoima, aksiaalinen voima ja taivutusmomentti
- yhdistetty taivutusmomentti ja paikallinen kuorma.

Yleisimmin ristikkorakennetta mitoitetaan puristetun ja taivutetun tai vedetyn ja taivutetun sauvan yhteisrasitus. Yksittäisten ja yhdistettyjen tarkastelujen lisäksi mitoitettavan osan nurjahduskestävyys täytyy tarkastaa. Nurjahduksen osuus mitoitavana kriteerinä kasvaa kun sauvan pituus kasvaa. Nurjahduskestävyyteen liittyviä tarkastuksia ovat

- taivutusnurjahdus
- vääntönurjahdus
- taivutusvääntönurjahdus
- taivutettujen sauvojen kiepahdus
- taivutus ja aksiaalinen veto.

Aksiaalisen vedon tilanteessa poikkileikkauksen vetokestävyyden mitoitussarvo lasketaan kaavasta 1, jossa A_g on poikkileikkauksen bruttopinta-ala. Tarkastelu suoritetaan myös nettopinta-alan periaatteella kaikille niille kohdille, joissa todellinen pinta-ala on bruttopinta-alaa pienempi, kuten lovetuille tai rei'itetyille kohdille.

$$N_{t,Rd} = \frac{f_{ya}A_g}{\gamma_{M0}} \quad (1)$$

Aksiaalisessa puristuksessa mitoitussarvo määritellään vedon kaltaisella kaavalla, mutta bruttopinta-alan sijaan käytetään tehollista pinta-alaa A_{eff} . Puristuspoikkileikkauksen mitoitussarvon laskentakaava on esitetty kaavassa 2. Kaava on validi, kun tehollinen pinta-ala on bruttopinta-alaa pienempi.

$$N_{c,Rd} = \frac{f_{ya}A_{eff}}{\gamma_{M0}} \quad (2)$$

Poikkileikkauksen taivutuskestävyyden mitoitussarvo saadaan laskettua kaavasta 3, kun kyseessä on yhden pääjäyhyysakselin ympäri tapahtuva taivutustilanne. Kaavassa W_{eff} kuvaa tehollisesta pinta-alasta laskettua taivutusvastusta ja sen täytyy olla kimmoteorian mukaan määritettyä taivutusvastusta W_{el} pienempi.

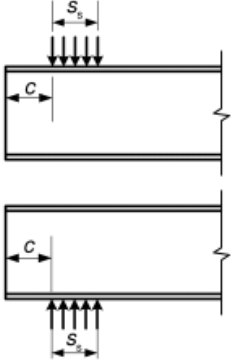
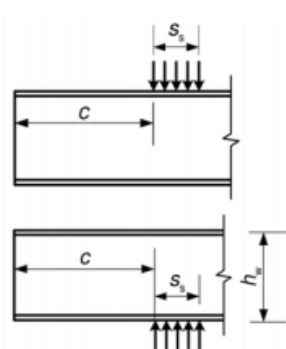
$$M_{c,Rd} = \frac{f_{yb}W_{eff}}{\gamma_{M0}} \quad (3)$$

Kun taivutus kohdistuu kahden poikkileikkauksen pääjäyhyysakselin suhteen, täytyy seuraavan ehdon täytyä mikä vertaa molempien pääjäyhyysakselien kuormitusta niiden kapasiteettiin. Laskentakaava on esitetty kaavassa 4, jossa $M_{y,Ed}$ on taivutusmomentin mitoitussarvo vahvemman pääjäyhyysakselin suhteen ja $M_{z,Ed}$ on taivutusmomentin mitoitussarvo heikomman pääjäyhyysakselin suhteen.

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{cy,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{cz,Rd}} \leq 1 \quad (4)$$

Leikkaukestävyyden mitoitusarvo $V_{b,Rd}$ lasketaan kaavasta 5, jossa kestävyysarvo saadaan uuman poikkileikkauksien ja leikkaukslommahduslujuuden f_{bv} tulosta. Leikkaukslommahduslujuus on materiaalin myötörajaan suhteutettu arvo, joka on riippuvainen poikkileikkauksen jäykisteistä ja hoikkeudesta.

$$V_{b,Rd} = \frac{\frac{h_w}{\sin \phi} t f_{bv}}{\gamma_{M0}} \quad (5)$$

	<p>a) Yksi paikallinen kuorma tai tukireaktio</p> <p>i) $c \leq 1,5 h_w$ etäisyys vapaasta päästä:</p> <ul style="list-style-type: none"> - poikkileikkaus, jossa on laippajäykisteitä: $R_{w,Rd} = \frac{k_1 k_2 k_3 \left[9,04 - \frac{h_w/t}{60} \right] \left[1 + 0,01 \frac{s_s}{t} \right] t^2 f_{yb}}{\gamma_{M1}} \quad (6.15a)$ <ul style="list-style-type: none"> - poikkileikkaus, jossa ei ole laippajäykisteitä: - kun $s_s/t \leq 60$: $R_{w,Rd} = \frac{k_1 k_2 k_3 \left[5,92 - \frac{h_w/t}{132} \right] \left[1 + 0,01 \frac{s_s}{t} \right] t^2 f_{yb}}{\gamma_{M1}} \quad (6.15b)$ <ul style="list-style-type: none"> - kun $s_s/t > 60$: $R_{w,Rd} = \frac{k_1 k_2 k_3 \left[5,92 - \frac{h_w/t}{132} \right] \left[0,71 + 0,015 \frac{s_s}{t} \right] t^2 f_{yb}}{\gamma_{M1}} \quad (6.15c)$
	<p>ii) $c > 1,5 h_w$ etäisyys vapaasta päästä:</p> <ul style="list-style-type: none"> - if $s_s/t \leq 60$: $R_{w,Rd} = \frac{k_3 k_4 k_5 \left[14,7 - \frac{h_w/t}{49,5} \right] \left[1 + 0,007 \frac{s_s}{t} \right] t^2 f_{yb}}{\gamma_{M1}} \quad (6.15d)$ <ul style="list-style-type: none"> - kun $s_s/t > 60$: $R_{w,Rd} = \frac{k_3 k_4 k_5 \left[14,7 - \frac{h_w/t}{49,5} \right] \left[0,75 + 0,011 \frac{s_s}{t} \right] t^2 f_{yb}}{\gamma_{M1}} \quad (6.15e)$

Kuva 15. Paikalliset kuormat ja tukireaktiot yksiuumaisille poikkileikkauksille. [SFS-EN 1993-1-3 s. 48]

Normin mukaan vääntömomentti tulee huomioida aina, kun kuormitukset vaikuttavat epäkeskisesti poikkileikkauksen vääntökeskiön suhteen. Vapaasta väännöstä aiheutuva leikkausjännitys ja estetystä väännöstä aiheutuvat normaalijännitykset sekä leikkausjännitykset lasketaan bruttopoikkileikkauksen mukaan.

Poikkileikkauksen kestävyys tarkastellaan myös niissä kohdissa, joihin kohdistuu paikallisesti poikittaisia voimia. Tyypillisesti kattoristikossa tarkastus tulee tehdä suurien piste-kuormien sekä tukien kohdalla, missä ristikkorakenteeseen kohdistuva kuormitus välitetään ristikon uuman välityksellä muille rakenneosille. Tarkastelussa määritetään uuman kestävyysarvo $R_{w,Rd}$ poikittaisia voimia vastaan ja mitoituksessa tätä arvoa suhteutetaan poikittaisen voiman suuruuteen. Eurokoodissa uuman kestävyysarvon tarkastelu riippuu kuormien lukumäärästä ja sijainnista sekä uumien lukumäärästä ja jäykistyksestä. Kuvassa 15 on esitetty uuman kestävyysarvon laskentakaavat yksiuumaiselle poikkileikkaukselle jossa voima kohdistuu vain yhdelle puolelle sauvaa.

Yhdistetyn vedon ja taivutuksen tilanteessa mitoitus määritellään laskentakaavan 6 mukaan, jossa tarkastellaan aksiaalista normaalivoimaa sekä molempien pääjäyhyysakselien suhteen vaikuttavaa taivutusmomenttia niiden kestävyysien mitoitusarvoihin. Kaikkien kolmen suhteellisen mitoitusarvon summa tulee olla pienempi tai yhtä suuri kuin yksi.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{cy,Rd,ten}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{cz,Rd,ten}} \leq 1 \quad (6)$$

Yhdistetyn puristuksen ja taivutuksen tilanteessa mitoitus perustuu samaan periaatteeseen kuin yhdistetyn vedon ja taivutuksen tilanteessa, mutta taivutuksissa otetaan huomioon painopisteakselin siirtymisestä aiheutuvat lisämomentit $\Delta M_{y,Ed}$ ja $\Delta M_{z,Ed}$. Mitoitustilanteen laskentakaava on esitetty kaavassa 7.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{M_{cy,Rd,com}} + \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{cz,Rd,com}} \leq 1 \quad (7)$$

Yhdistetyssä leikkausvoiman, aksiaalisen voiman ja taivutusmomentin tarkastelussa kestävyys lasketaan kaavan 8 mukaan. Kaavassa oletetaan normaalivoimien kohdistuvan tasaisesti poikkileikkauksen alalle.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}}\right) \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{w,Rd}} - 1\right)^2 \leq 1 \quad (8)$$

Yhdistetyssä taivutusmomentin ja paikallisen kuorman tarkastelussa molempien osatekijöiden summa saa olla kaavan 9 mukaisesti 1,25.

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} + \frac{F_{Ed}}{R_{w,Rd}} \leq 1,25 \quad (9)$$

2.5 Elementtimenetelmä

Elementtimenetelmät perustuvat useaan eri periaatteeseen, mutta rakenteiden mitoituksessa yleisin niistä on siirtymämenetelmä. Rakenteesta luotua jäykkyyismatriisia kerrotaan voimavektorilla, jonka tulona saadaan selville rakenteen siirtymät. Kimmoisen materiaalin siirtymien avulla saadaan ratkaistua rakenteen jännitystila, kun materiaalin ominaisuudet tiedetään.

Elementtimenetelmän käyttö on yleistä levyrakenteiden murtorajatilatarkasteluissa ja käyttörajatilatarkasteluissa. Menetelmän hyödyntäminen vaatii kokemusta menetelmästä, koska pienetkin virheet laskennassa voi vääristää lopputulosta merkittävästi. FEM-laskelmien käyttäminen rakenteiden suunnittelussa täytyy kiinnittää erityistä huomiota rakenneseosten mallinnukseen ja reunaehtoihin.

Kun rakenteen analysointi perustuu rakenteen kokonaisjäykkyyteen, myös mallin ulkoisten sidontojen jäykkyydellä on suuri merkitys lopputulokseen. Todellisissa rakenteissa rakenneosan ulkoisen tuen jäykkyys on aina ideaalisen niveltuen ja jäykän sidonnan välissä, kun siirtymät ovat pieniä. Jäykkä tuki sallii yleensä pienen kiertymän ennen kuin se ottaa merkittävästi vääntöä vastaan ja vastaavasti nivelliitoksessa on jonkinlainen kitka estämässä liikettä. FEM-mallissa käytetään lähtökohtaisesti ideaalisia jäykkiä ja niveltuvia rakenteen ulkopuolisina sidontoina. Suuremmissa rakennelmissa voidaan tarkastella tarkemmin tukien jäykkyyksiä, mikäli niiden toiminnalla on oleellinen vaikutus rakenteen toimintaan.

Rakenne tulee mallintaa aina riittävällä tarkkuudella, jotta tulokset vastaavat laskennan tarkkuusvaatimuksia. FEM-laskennassa elementtiverkon resoluutio vaikuttaa oleellisesti laskentatuloksen tarkkuuteen. Etenkin solidimalleilla malligeometrian epäjatkuvuuskohdissa tulisi käyttää tiheää elementtiverkkoa laskentatarkkuuden vuoksi.

FEM-laskennassa tulee huomioida myös rakenteen epätäydellisyys. Todellisessa rakenteessa on aina valmistuksesta ja asennuksesta riippuvia geometrisia sekä rakenteellisia epätäydellisyystekijöitä jotka täytyy ottaa huomioon rakenteen mitoituksessa. Lähtökohtaisesti epätäydellisyyden suuruus täytyy ajatella teoreettisesti suurimman epätäydellisyyden perusteella ja suunnaksi valita mitoituksen kannalta epäedullisin suunta. Etenkin puristetuilla osilla kuormituksen epäkeskisyydellä on suuri vaikutus osan nurjahtamiseen, joten ideaalisesti kuormitetun rakenteen laskennallinen kapasiteetti on liian suuri. Epätarkkuuden lukuarvot löytyvät suunnittelunormeista.

2.5.1 Palkkiteoria

Palkkielementtien toiminta perustuu Euler-Beroullin palkkiteoriaan. Palkkiteoriassa oletetaan, että taivutustilanteessa profiilin poikkileikkauksen painopisteessä kulkee venymätön neutraaliakseli eikä näin ollen siihen synny taivutuksesta aiheutuvia jännitystä. Siirryttäessä neutraaliakselista pois päin, taivutuksesta aiheutuva jännitys kasvaa lineaarisesti etäisyyden funktiona ollessaan suurimmillaan poikkileikkauksen kauimmaisessa pisteessä neutraaliakselista nähden.

Ristikon sauvojen mitoitusta voidaan toteuttaa palkkiteorian mukaisilla FEM-elementeillä. Tasoristikolle suoritettava FEM-analyysi voidaan rajoittaa kaksiulotteiseen tarkasteluun, koska tasosta poikkeavia rasituksia ei rakenteeseen synny. Tasoristikon FEM-elementtien sijainti määritellään todellisten ristikkosauvojen neutraaliakseleille, jolloin rasituksiin liittyvät epäkeskisyydet ovat todenmukaisia.

Epäkeskisessä ristikossa, jonka osat eivät ole sijoitettu samaan tasoon, syntyy tasosta poikkeavia rasituksia eikä kaksiulotteinen ratkaisu riitä mallintamaan kaikkia rakenteen rasituksia. Rakenteen voidaan mallintaa kolmiulotteisena, jolloin todelliset kuormitukset saadaan FEM-analyysistä. Rakenteen mallinnuksessa täytyy kiinnittää huomiota liitoksiin ja mallin reunaehtoihin, jotta vääntörasitukset ja voimat siirtyvät oikein osalle toiselle.

Kaksi- ja kolmiulotteisen analyysien tulokset ovat samanlaiset poikittaisia voimia ja sauvojen vääntöä lukuun ottamatta. Mikäli puuttuvat kuormitukset saadaan määriteltyä, kaksiulotteista ratkaisua voidaan käyttää myös epäkeskisten ristikoiden rasitusten määrittämiseen. Epäkeskisten ristikoiden tilanteessa kaksiulotteista ratkaisua voidaan laajentaa kolmitulotteiseksi lisäämällä uumasauvoille epäkeskisyydestä aiheutuva taivutusrasitus sekä parresauvalle epäkeskisestä kiinnityksestä aiheutuva vääntörasitus.

Kolmiulotteisessa tapauksessa parresauvan vääntö välittyy puhtaaksi uumasauvan taivutusrasitukseksi ainoastaan siinä tilanteessa, että uuma- ja parresauvat on sijoitettu toisiinsa nähden suorakulmaisesti. Mikäli osien välinen kulma poikkeaa suorakulmasta, taivutusrasituksen lisäksi osa parresauvan väännöstä välittyy uumasauvan väännöksi.

2.5.2 Solidirakenteet

Solidirakenteilla tarkoitetaan kolmiulotteista tilavuusmallia, jonka geometria jaetaan kolmiulotteiseen elementtiverkkoon. Elementtiverkon solmupisteistä muodostetaan rakenteen jäykkyyttä kuvaava jäykkyydsmatriisi, jota kuormittamalla saadaan laskettua jokaisen solmupisteen siirtymä. Siirtymän ja materiaalin jäykkyyden avulla saadaan laskettua kimmoiteorian mukaan jännitystila, mikä vallitsee jokaisessa elementtiverkon pisteessä.

Normikohtaisessa mitoituksessa verrataan rakenneosaan kohdistuvia rasituksia sen kapasiteettiin, jonka pohjalta päätellään osan kapasiteetti. Yksinkertaisissa rakenteissa rasituksen määritys onnistuu lujuusopin peruskaavoilla. Monimutkaisempien rakenteiden rasituksia ei voida suoraan ratkaista peruskaavoista, jolloin rasitussuureet täytyy selvittää käyttämällä muita keinoja. Ohjelmallisesti suoritettussa ratkaisussa rasitukset voidaan määrittellä käyttämällä elementtimenetelmää.

Tämän diplomityön FEM-laskelmissa on käytetty 20-solmuista SOLID186 -solidielementtiä, jonka jokaisessa solmussa on kolme vapausastetta jokaiseen pääkoordinaattisuuntaan. Elementtityyppi tukee plastisuutta, hyperelastisuutta sekä suuria siirtymiä.

2.5.3 Laskentamalli

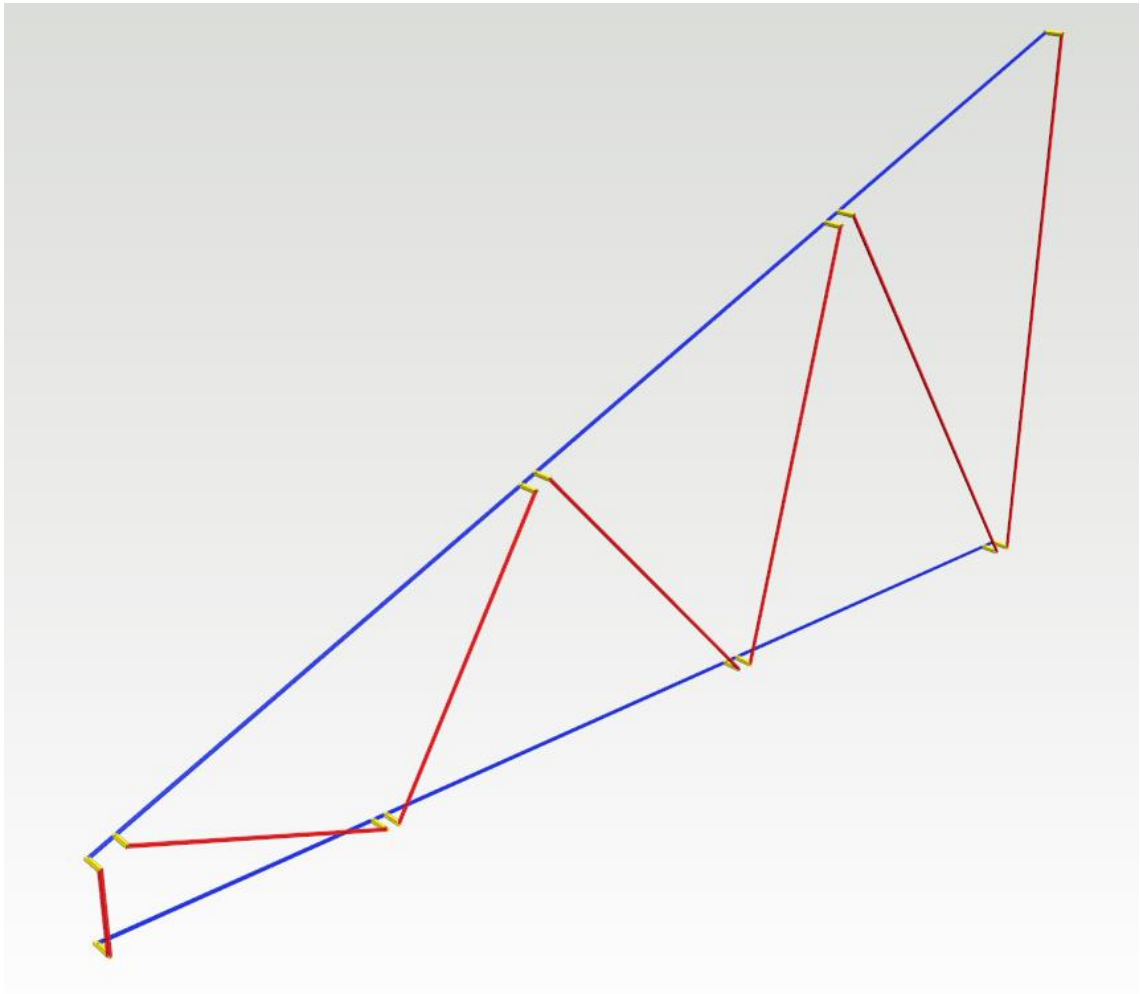
Ristikkorakenne voidaan jakaa palkkielementteihin, jolloin ristikon statiikka voidaan ratkaista elementtimenetelmällä. Keskitason suhteen symmetristen rakenteiden mallintaminen voidaan tehdä käyttämällä kaksiulotteisia palkkielementtejä, jolloin ristikkoon ei kohdistu sitä kohtisuoraan olevia rasituksia. Tällöin voidaan puhua tasorakenteesta. Tutkimuksessa käytetty in-plane -detaljiikkaan perustuva ristikkomalli on keskitason suhteen symmetrinen rakenne.

Tasorakenteen palkkielementtien rasitukset voidaan kuvata kaksiulotteisilla momentti- ja voimavektoreilla. Tasorakenteesta poikkeavia rakenteita ei voida mallintaa kaksiulotteisina, jolloin lähtökohtaisesti täytyy käyttää kolmiulotteista kuormitusmallia. Kolmiulotteisen kuormitusmallin rasitukset voidaan esittää kolmiulotteisilla voima- ja momentti-vektoreilla. Off-plane -ristikko on kolmiulotteinen rakenne, jolloin kaikkia ristikossa vallitsevia rasituksia ei saada suoraan ratkaistua elementtimenetelmällä käyttämällä kaksiulotteisia palkkielementtejä. Epäkeskinen kuormitus ei muuta ristikkorakenteen kuormitussuhteita, jolloin epäkeskisyys voidaan huomioida lisäämällä kaksiulotteiseen ratkaisuun keskitasoon nähden poikittaisten lisäkuormat.

Palkkiteorian avulla ei voida määrittellä kaikkia epäsymmetrisen poikkileikkauksen kuormituksessa syntyviä rasituksia. Palkkiteorian mukaan profiilin pituus ei muutu vääntötilanteessa poikkileikkauksen vääntökeskiön kohdalla, jolloin palkkirakenne taipuu vääntökeskiön suhteen. Esimerkkinä käytetyn C-profiilin vääntökeskiö sijaitsee poikkileikkauksen ulkopuolella, jolloin taipuman lisäksi profiili pyrkii kiertymään vääntökeskiön ympäri. Kun kuormaresultantti ei kulje vääntökeskiön kautta, epäsymmetrisen avoimen poikkileikkauksen taivutuksessa syntyy taivutusrasituksen lisäksi vääntöra-
situsta.

Kuvassa 16 on esitetty yhden esimerkkikattoristikon kolmiulotteiset FEM-elementit, jotka on mallinnettu yhdellä monista mahdollisista mallintamistavoista. Kuvan punaiset elementit ovat uumasauvoja, jotka kiinnittyvät sinisiin parresauvoja kuvaaviin elementteihin keltaisten elementtien välityksellä. Keltaiset äärettömän jäykät elementit ovat kuitteellisia sauvoja, jotka toimivat vain voiman välittäjäelementteinä.

Voiman välittäjäelementeistä käytetään termiä rigid-linkki, joka viittaa jäykkään rakeneosaan. Esimerkissä rigid-linkkien pituus määräytyy poikkileikkauksen muodon mukaan siten, että sauva kulkee uumasauvan pintakeskiöltä paarresauvan pintakeskiölle. Esimerkkitalanteessa rigid-linkit on sidottu uumasauvojen päähän jäykästi ja paarresauvan liitos vastaa todellisuudessa käytettyä niveltä, joka sallii sauvan kiertymän kiinni-keaxselin ympäri. Ulkoiset tuet ja voimat on kohdistettu suoraan sinisille paarresauvoja kuvaaville elementeille.



Kuva 16. Kolmiulotteinen kattoristikon FEM-palkkielementti malli.

Kuvan 16 esimerkkitarkestelulla uumasauvoihin kohdistuva heikomman suunnan taivutusmomentti saadaan ratkaistua suoraan FEM:n avulla, mutta paarresauvan epäkeskisestä kuormituksesta aiheutuvaa vääntörasitusta malli ei ratkaise. Vertex BD -ohjelmistossa oleva ristikon rasitusten ratkaisija, jota käytetään keskitason suhteen symmetristen ristikoiden rasitusten ratkaisuun, käyttää ratkaisussa kaksiulotteisia FEM-palkkielementtejä. Tästä syystä epäsymmetristen ristikoiden ratkaisun olisi hyvä pohjautua myös kaksiulotteisiin FEM-palkkielementteihin.

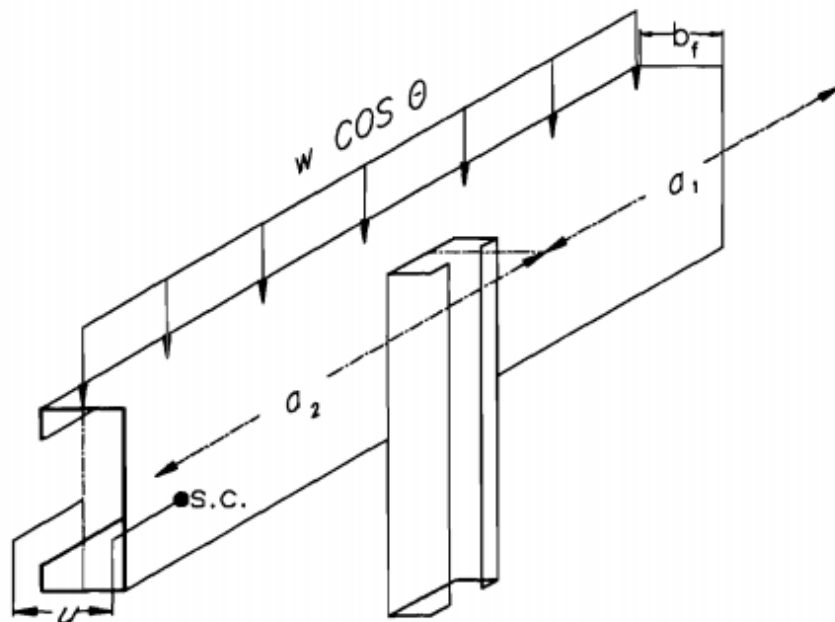
2.5.4 Epäkeskisen ristikkorakenteen mitoitus

Tämän diplomityön tarkoituksena oli löytää menetelmä, jolla epäkeskisen off-plane -ristikkorakenteen kuormitukset voitaisiin määrittellä luotettavasti käyttämällä kaksiulotteista kuormitusmallia. Harper on käyttänyt omassa tutkimuksessaan [1] menetelmää, jossa epäkeskisen ristikon mitoituksessa käytetyt kuormitukset on ratkaistu käyttämällä laajennettua kaksiulotteista FEM-mallia. Mallinnukseen käytettiin STRUDL-ohjelmistoa ja ta-soristikkona laskettuun ristikkoon lisättiin epäkeskisyydestä aiheutuvia lisärasituksia.

Puristettuihin diagonaalisauvoihin lisättiin liitoksen epäkeskisyydestä aiheutuva lisärasitus ja yläpaarre tuettiin kiertymistä vastaan välittämällä sen vääntö diagonaalisauvojen heikomman suunnan taivutusmomentiksi. Puristetun sauvan jännitykset määriteltiin kaavalla 10,

$$f = \frac{P}{A} + \frac{(P \cdot e)}{S_y} + \frac{(Q \cdot u)}{S_y} \quad (10)$$

jossa P on aksiaalinen kuorma, Q yläpaarteelta johtuva vääntörasitus, A poikkileikkauksen bruttopinta-ala, e liitoksen epäkeskisyyden etäisyys poikkileikkauksen ylälaipan puoliväliin ja S_y taivutusvastus poikkileikkauksen heikompaan suuntaan.



Kuva 17. Yläpaarteiden kuormitus Harperin vertailututkimuksessa. [1]

Yläpaarteeseen kohdistuva kuorma oli laskettu kaavalla 11,

$$Q = w * \cos(\theta) * \left(\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2}\right) \quad (11)$$

jossa w on pystysuuntainen kuorma, θ yläpaarteen kulma vaakatason suhteen ja a_1 sekä a_2 keskeltä keskelle mittoja seuraaviin diagonaalisauvoihin.

Harperin tutkimuksessa laskentatuloksia oli verifioitu koekuormittamalla esimerkkiristikkoja. Kuormitusten pohjalta saadut tulokset vastasivat laskennallisia tuloksia, joten laskennallinen menetelmä voisi olla sovelias ristikkorakenteiden rasitusten tarkasteluun. Tämän diplomityön tutkimusosiossa verifioidaan laskentamallia ANSYS-ohjelmistolla ja pohditaan, voisiko menetelmää käyttää luotettavasti Vertex BD -ohjelmiston ristikkolasentasovelluksessa.

2.6 Ristikon liitosten mitoitus

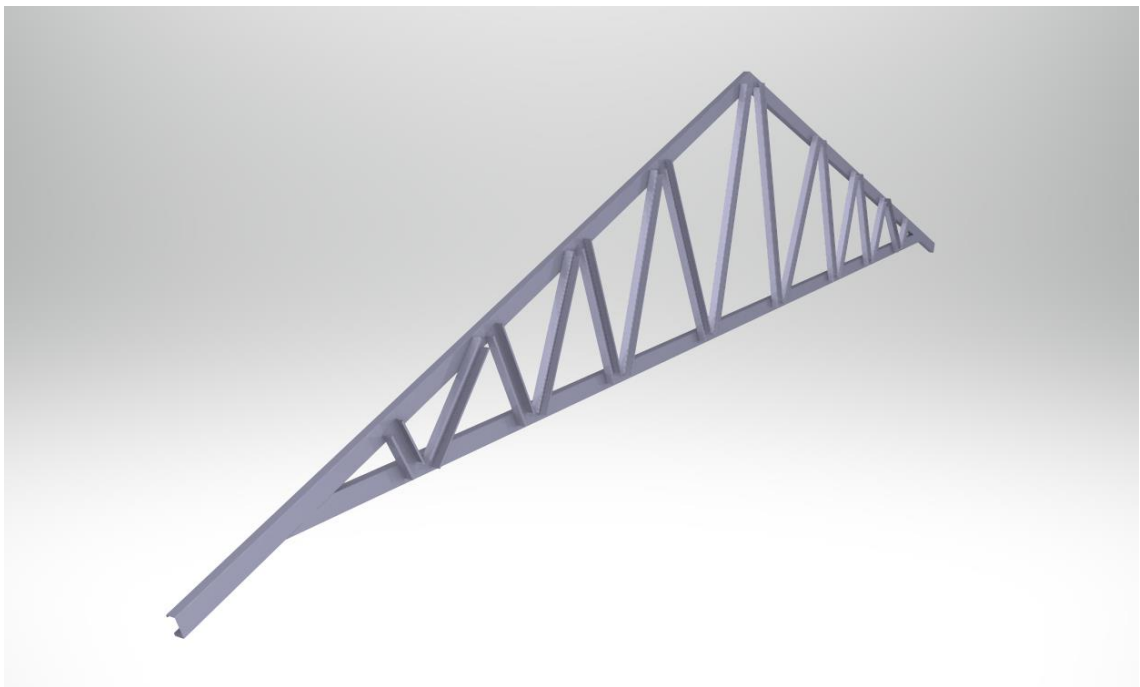
Ristikon liitokset mitoitetaan suunnittelunormikohtaisesti. Liitosten mitoitusoletukset ja vaatimukset löytyvät standardista EN 1993-1-8. Liitokset suunnitellaan siten, että kiinnittimen sitkeys on riittävä eikä leikkautuminen ole kriittinen murtumismuoto. CFS-ristikoissa liitokset voidaan toteuttaa joko ruuveilla tai erillisillä liitososilla. Ruuvikiinnitysten yhteydessä ohutlevyosien liitosalueet muotoillaan siten, että osat kiinnittyvät tukeutuvat toisiinsa mekaanisesti. Muotoilu auttaa rakenteen kokoonpanossa ja tukee liitosta mekaanisesti. Ruuviliitoksen kestävyys mitoitetaan kuitenkin kiinnikkeen leikkausta vastaan. Kuvassa 18 on esitetty CFS-profiilien ruuviliitos, jossa ruuvausalueella on pyöreä syvennys. Liitosten mitoitusta ei tarkastella tarkemmin tämän diplomityön osalta.



Kuva 18. CFS-ruuviliitoksen muotoilu. [<http://www.netgreendevelopments.com>]

3. RAKENNEANALYYSI ANSYS-OHJELMALLA

Tutkimuksen tarkoituksena oli tutkia ristikon keskitason suhteen epäsymmetrisen off-plane -ristikon käyttäytymistä ja määrittellä tapa, kuinka epäkeskisyys on otettava huomioon ristikon mitoituksessa. Tutkittavan ristikon geometrinen rakenne on esitetty 3d-mallista luodussa kuvassa 19. Ristikkorakenteen kuormituksen epäkeskisyttä arvioitiin elementtimenetelmää hyödyntävällä ANSYS-ohjelmistolla käyttäen solidimallitekniikkaa. Käytettävä elementtimenetelmätekniikka ottaa huomioon palkkiteoriaa tarkemmin rakenteessa tapahtuvat epästabiiliusilmiöt, joten analyysi soveltuu hyvin monimutkaisen ristikkorakenteen tarkasteluun.

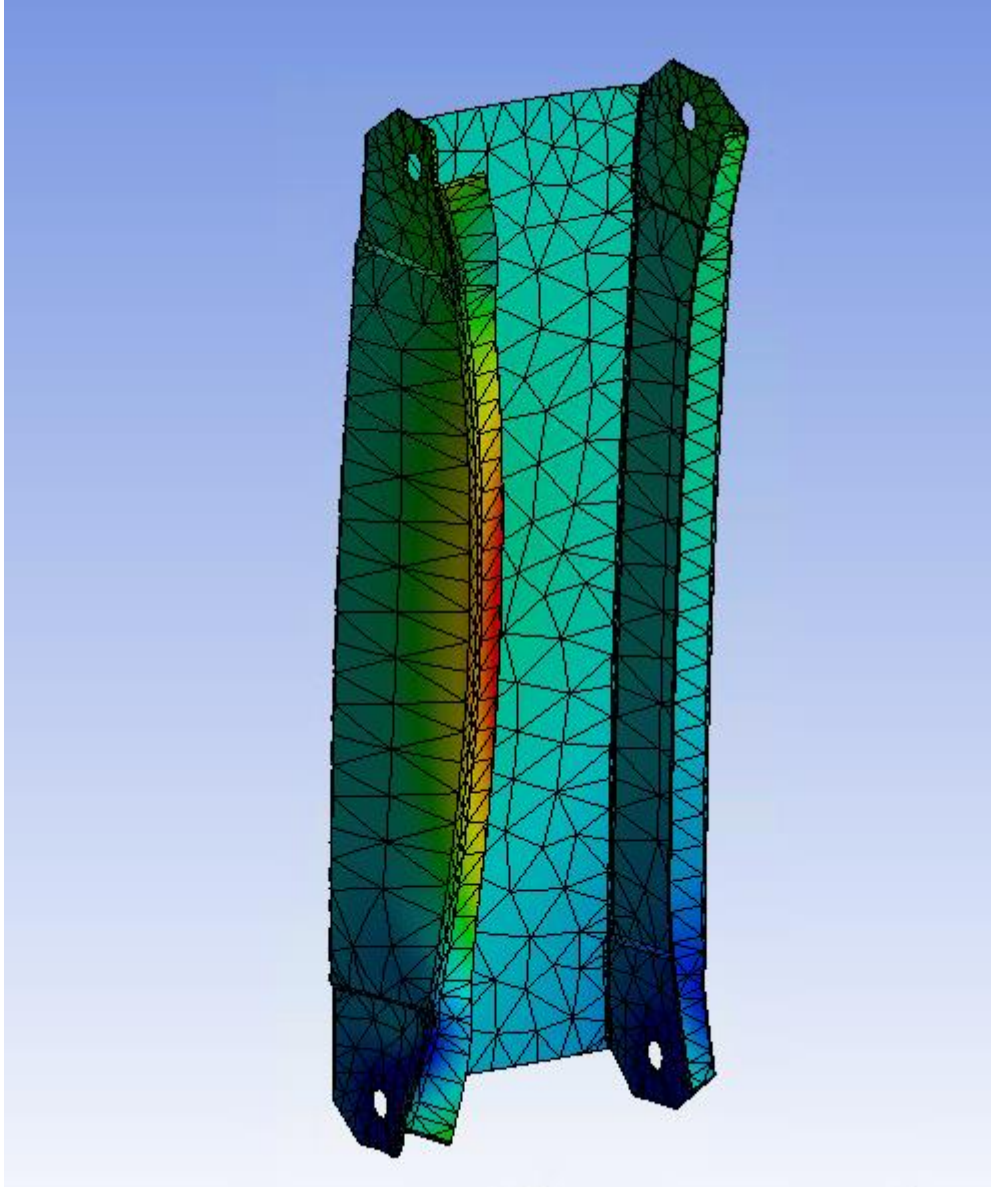


Kuva 19. Epäsymmetrinen off-plane -kattoristikko.

3.1 Verifiointimenetelmän valinta

Solidimallitekniikka soveltuu monimutkaisten kappaleiden rakenteen analysointiin hyvin, koska menetelmässä luodaan kolmiulotteinen elementtiverkko kappaleen yli. Verkon tiheys ei ole riippuvainen kappaleen koosta, joten laskennan tarkkuutta voidaan kasvattaa tihentämällä elementtiverkkoa. Riittävän tiheällä elementtiverkolla voidaan tarkastella ohutlevykappaleessa tapahtuvia epästabiiliusilmiöitä.

Kuvassa 20 on esitetty puristuskappaleen elementtiverkko. Kuvan sauvan keskivaiheilla tapahtuu vinoutumisnurjahdus, jolloin kappaleen avoin poikkileikkaus pyrkii sulkeutumaan sauvan keskivaiheilla. Kuvan väritys esittää siirtymää ja punainen väri kuvaa suhteellisesti suurinta siirtymää.

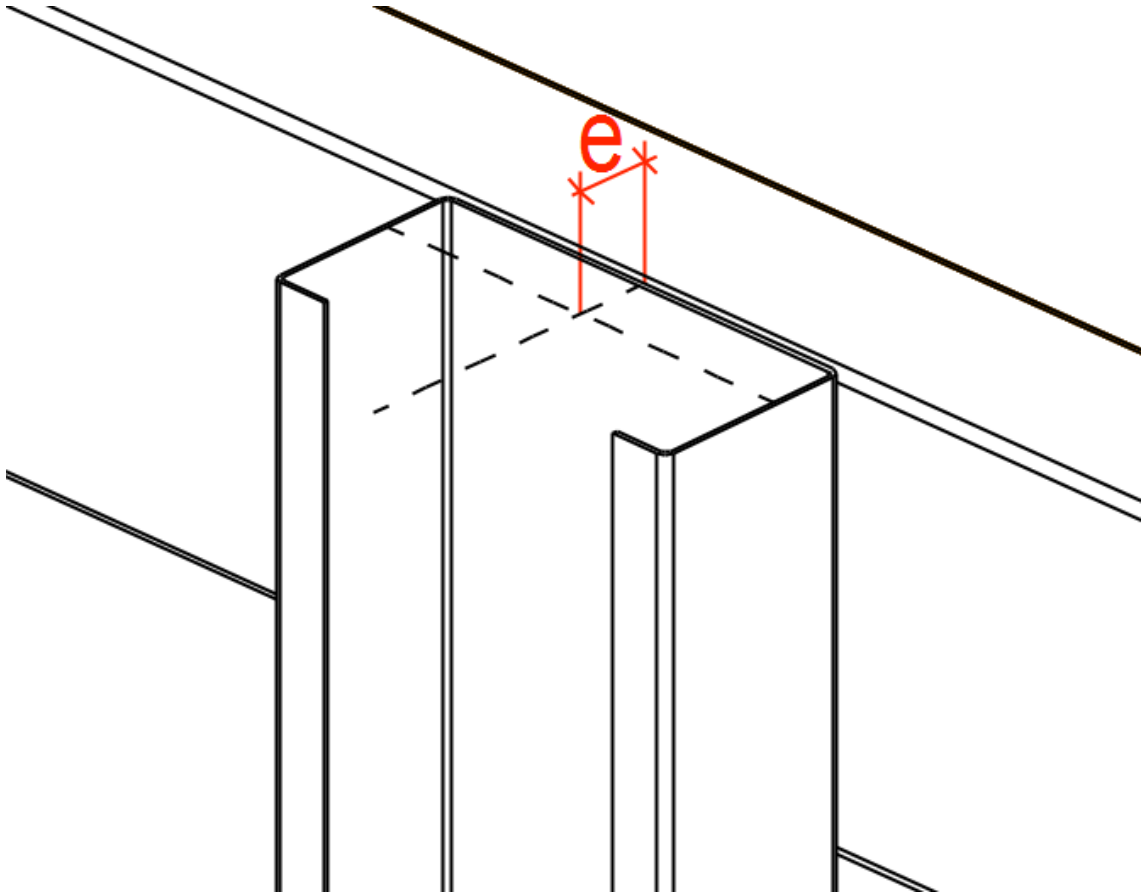


Kuva 20. Puristussauvan elementtiverkko.

3.2 Paarteen ja uumasauvan epäkeskinen liitos

Uumasauva kiinnitetään tutkittavassa ristikossa parresauvan kylkeen siten, että sauvojen selkäosat ovat toisiaan vasten. Uuma- ja parresauvojen kiinnittyminen toisiinsa on nähtävissä kuvassa 19, jossa parresauvat avautuvat vasemmalle ja uumasauvat vastaavasti oikealle.

Kyseisessä ristikkomallissa liitos toteutetaan usein ruuvikiinnikkeillä, jolloin ruuvit kiinnitetään sauvojen selkäosien läpi. Sauvarakenteen normaalivoimat välittyvät sauvarakenteessa poikkileikkauksen pintakeskiön kautta, joten selkäosassa olevan kiinnikkeen kautta välitetyt voimat välittyvät sauvalle epäkeskisesti. Epäkeskisyys on esitetty kuvassa 21, jossa profiilin selkäosan ja pintakeskiön välistä epäkeskisyyttä on kuvattu muuttujalla e .



Kuva 21. Uumasauvan pintakeskiön ja kiinnikkeen välinen epäkeskisyys.

Statiikan oppien mukaan voiman vaikutus voidaan siirtää toiseen pisteeseen, kun voiman lisäksi rakennetta kuormitetaan epäkeskisyyttä vastaavalla pistemomentilla. Pistemomentin suuruus on oletuksena suoraan verrannollinen normaalivoiman ja kuvassa 21 esitetyn epäkeskisyyden suhteen.

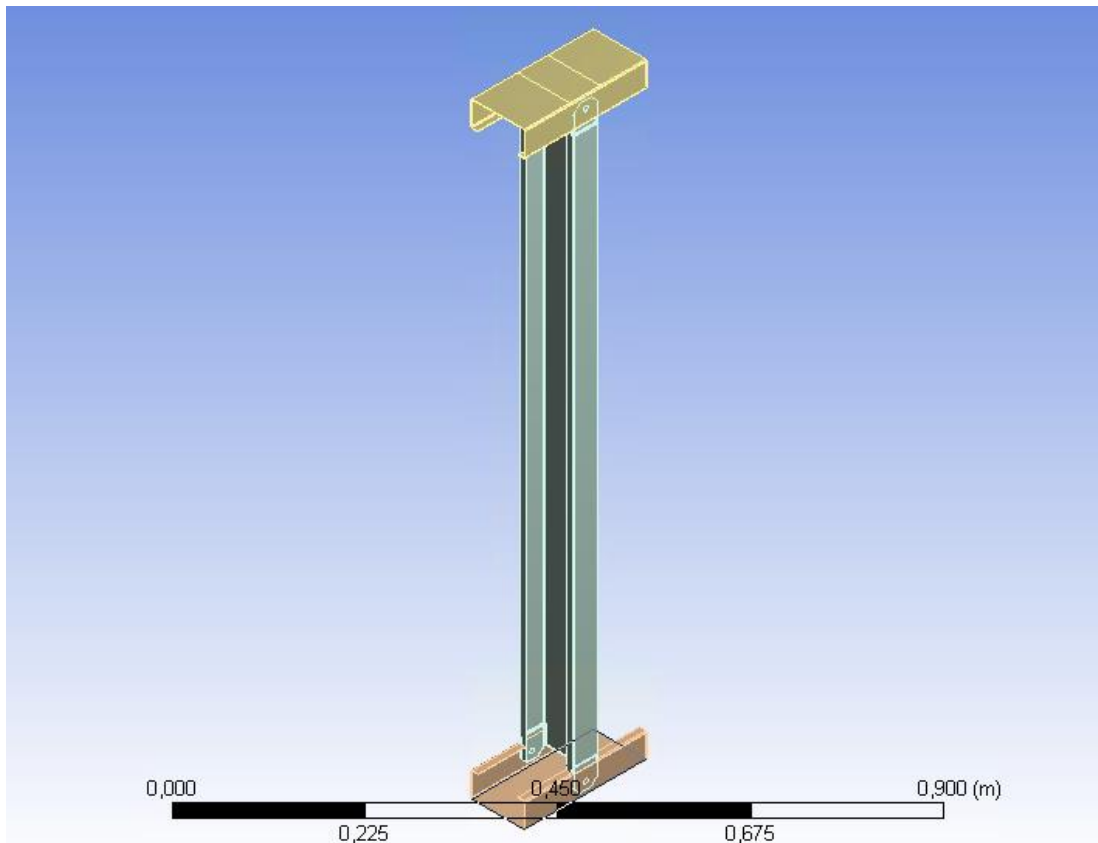
3.2.1 Epäkeskisyyden verifiointi

Tutkittavan ristikkodetaljiikan liitoksen epäkeskisyyden suuruuden määrittämiseksi rakenne verifioitiin ANSYS-ohjelmistolla. Verifiointissa pyrittiin mallintamaan mahdollisimman todellinen kuormitustilanne, jolloin ristikon geometria mallinnettiin tarkasti todellisuutta vastaavaksi. Tutkittavan ristikon lisäksi vastaava testi tehtiin myös symmetriselle in-plane -ristikolle, jolloin testituloksia voitiin verrata keskenään.

Rakennemallin tuenta määriteltiin siten, että tilanne vastasi ideaalista puristus- tai vetotilannetta. Paarresauvat olivat uumasauvan suhteen asetettu kohtisuorasti ja voima kohdistettiin uumasauvan poikkileikkauksen keskikohtaan.

Alapaarten siirtymät ja kiertymät oli estetty kaikkiin suuntiin, jolloin alapaarre oli kiinteästi tuettu ympäristöön. Yläpaarten osalta siirtymät ja kiertymät olivat alapaarten mukaiset, mutta poikkeuksena alapaarteeseen pystysuuntainen siirtymä sallittiin. Uuma- ja paarresauvan välinen liitos salli vapaan kiertymän kiinnikeakselin ympäri, jolloin oletuksena puristustilanteessa tapahtuva uumasauvan taipuma sallittiin vapaasti.

Paarre- ja uumasauvan kontaktialueille määriteltiin pintojen yhtenevyyssehto, jolloin pintojen irtoamista toisistaan ei sallittu. Tällä ehdolla kuvattiin tilannetta, jossa kiinnike siirtää muodonmuutoksen yhteydessä syntyvät rasitukset osalta toiselle pitämällä osat toisiinsa kiinnitettyinä. Molempien testitapausten paarre- ja uumasauvapoikkileikkaukset olivat identtisiä.



Kuva 22. Ensimmäisen puristustestin rakenne.

Ensimmäisessä testitapauksessa uumasauva sijoitettiin paarteiden väliin siten, että rakenne oli keskitason suhteen symmetrinen. Paarressauvojen reunaulokkeet leikattiin pois uumasauvan kiinnityskohdasta, jolloin uumasauvan ja paarresauvan reunaulokkeen välille ei syntynyt törmäystilannetta. Uumasauvan päätyulokkeen leveyttä kavennettiin uu-

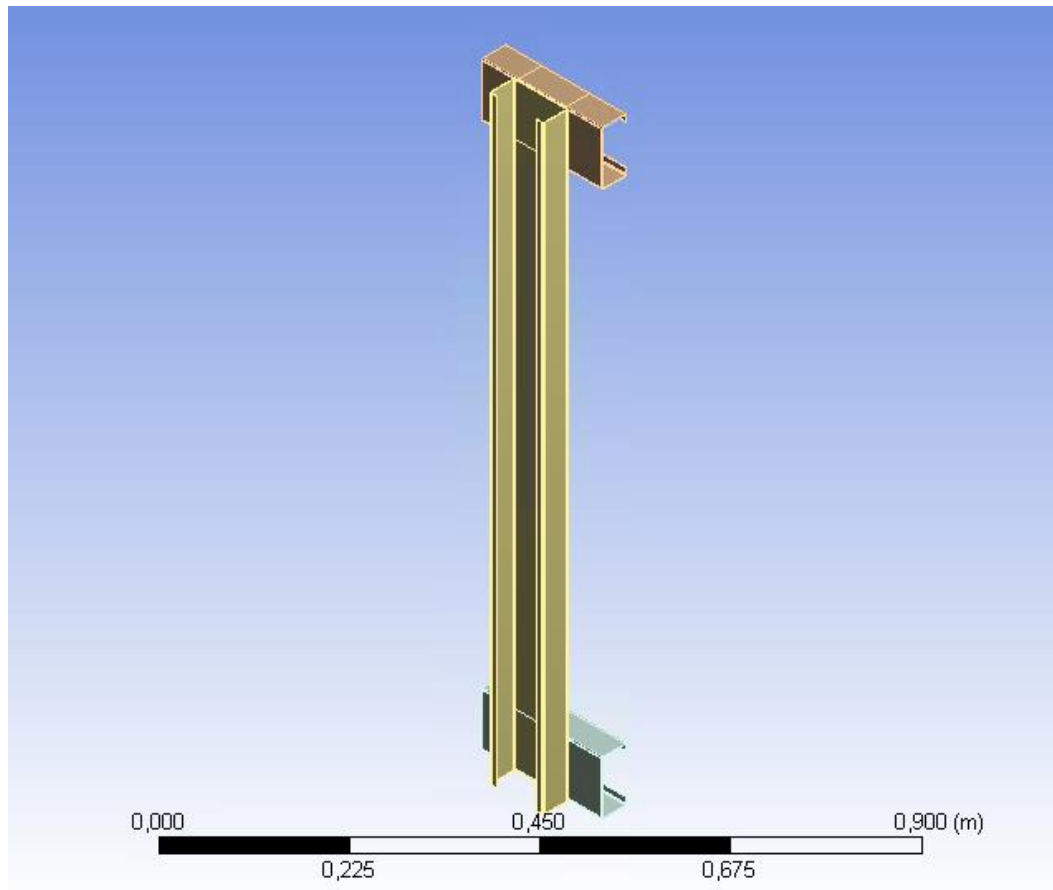
masauvan sisäleveyden suuruiseksi, jolloin uumasauvan pääty mahtui paarressauvan sisään törmäämättä sen laitoihin. Uuma- ja paarresauvojen väliin mallinnettiin koko rakenteen levyinen liitos, jolloin se lävisti kummankin sauvan molemmat laipat.

Kuormitus asetettiin keskeisesti yläpaarteelle kiinnikkeen kohdalle, jolloin kuormat välittyivät paarreprofiilin laitaosien kautta kiinnikkeelle ja siitä edelleen uumasauvalle. Kuvassa 22 on esitetty ensimmäisen tapauksen rakenne.

Toisessa testitapauksessa uumasauva sijoitettiin tutkittavan ristikon geometrian mukaisesti paarresauvan kylkeen, jolloin rakenne ei ollut ensimmäisen testin mukaisesti keskitason suhteen symmetrinen. Alapaarteen rakenteellinen tuenta malliin määriteltiin profiilin selkä- ja alaosan väliseen särmään siten, että siirtymät ja kiertymät oli estetty särmän ympäri tapahtuvaa kiertymää lukuun ottamatta. Yläpaarteen kiinnitys toteutettiin vastavasti kuten alapaarre, mutta pystysuuntainen siirtymä sallittiin erona alapaarteseen.

Uumasauva kiinnitettiin paarteisiin erillisen kiinnikkeen avulla, jolloin kaikki osalta toiselle siirtyvät rasitukset välittyivät sen kautta. Osien välinen kiinnike oli niveellinen uumasauvan vahvempaan taivutussuuntaan, jolloin sen suuntainen uumasauvan taivutus ei aiheuttanut paarressauvoille momenttirasitusta. Voimat välitettiin symmetrisesti tuentaan nähden, eli kuormitus kohdistettiin yläpaarteen selkä- ja yläosan väliseen särmään. Yläpaarteen vapausasteet olivat alapaarteen mukaiset, poikkeuksena pystysuuntainen siirtymä sallittiin. Kuvassa 23 on esitetty toisen puristustestin rakenne.

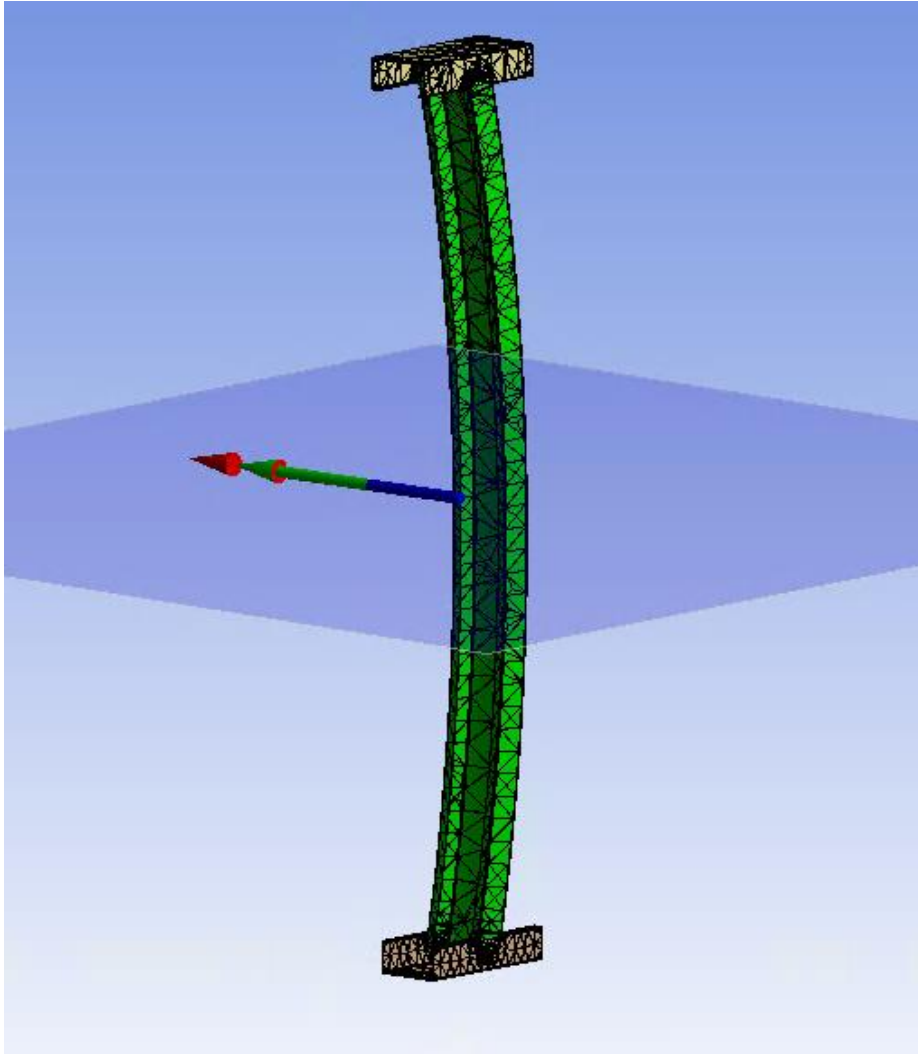
Molemmissa testeissä käytettiin tuentojen ja kuormitusten osalta samoja määrittämissä periaatteita, jolla testit olisivat mahdollisimman hyvin keskenään vertailukelpoisia. Kuormituksen epäkeskisyyden suuruutta arvioitiin tarkastelemalla sauvan jännityksiä, joiden perusteella määriteltiin sauvan keskikohdassa vaikuttava kolmiulotteinen momenttivektori, jolla kuvataan taivuttavaa voimaa jokaisen akselin ympäri. Oletuksen mukaan kuormitustilanteesta johtuen sauvassa esiintyy vain heikomman suunnan taivutuksen suuntaan momenttirasitusta.



Kuva 23. Toisen puristustestin rakenne.

3.2.2 Puristustestin tulokset

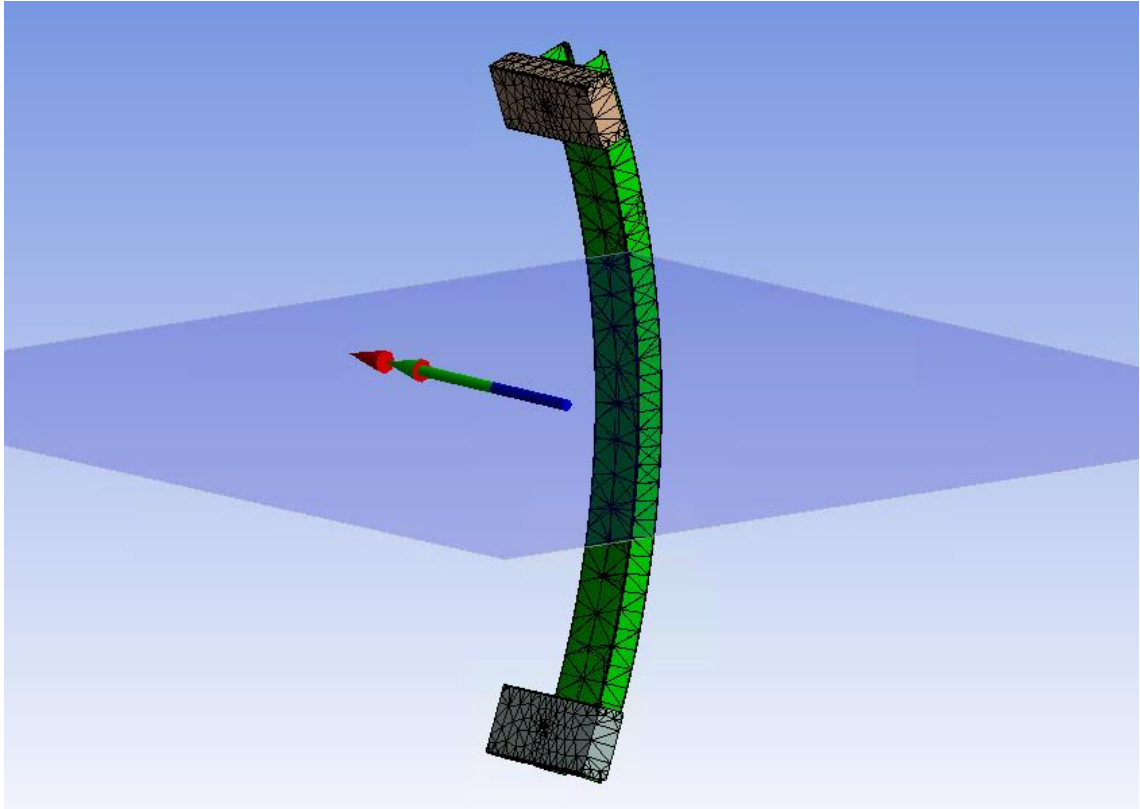
Sauvoja kuormitettiin koko niiden kapasiteettialueen yli muuttamalla kuormituksen suuruutta asteittain. Tuloksista tarkasteltiin poikkileikkauksen heikomman suunnan ympäri muodostuvan momentin sekä siirtymien arvoja. Toisena testausparametrina oli sauvan pituus. Tulosten perusteella havaittiin, ettei sauvan pituudella ollut vaikutusta profiilin heikomman suunnan taivutusmomentin suuruuteen, joten tulokset esitetään ilman pituuden variointia. Tässä raportissa esitetyt tulokset on saatu käyttämällä 3 metrin pituista sauvaa.



Kuva 24. Ensimmäisen puristustestin kuormitus tilanne.

Momenttia syntyi hieman jokaisen koordinaatiston akselin ympärille, mutta muiden akselien suhteelliset momenttiarvot olivat suhteellisen pienet heikomman suunnan taivutukseen verrattuna. Kuvassa 24 on esitetty ensimmäisen testitilanteen siirtymät sekä momenttiresultanttivektori. Momenttivektori piirtyy melko suoraan sauvan kiinnitys akselin suuntaan, jolloin ainoastaan poikkileikkauksen heikompaan suuntaan tapahtuva taivutusmomentti oli merkittävästi.

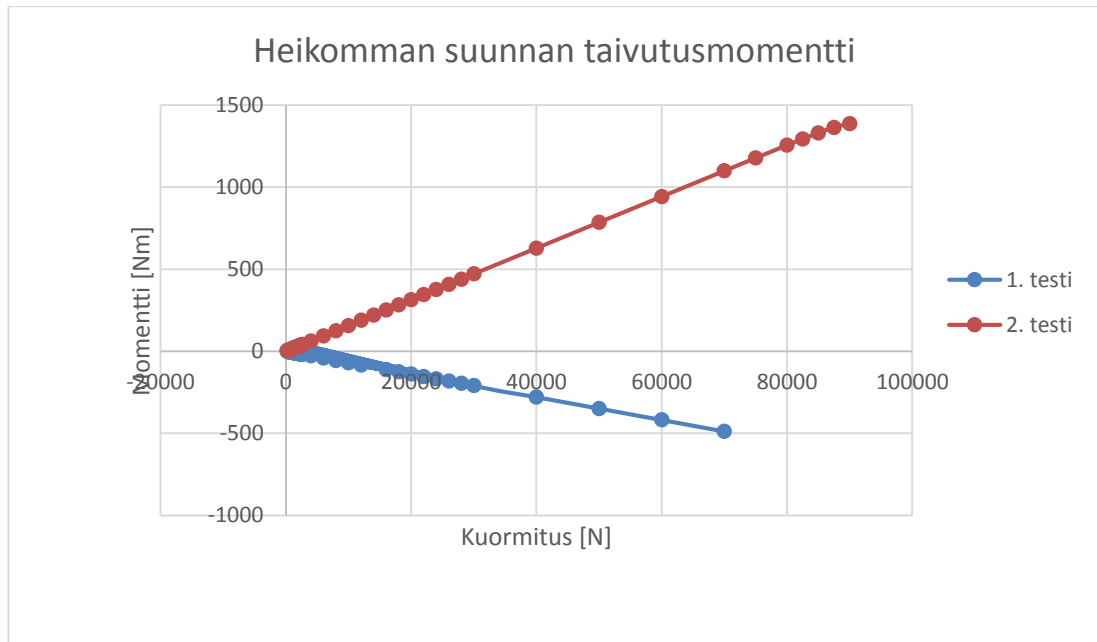
Ensimmäisessä testitapauksessa puristusrasitus taivutti oletuksen mukaisesti rakennetta siten, että poikkileikkauksen avoin osa oli puristettuna. Kuormituspisteenä oleva poikkileikkauksen keskipiste on pintakeskiöstä avoimeen osaan päin, jolloin taivuttavan momentin suunta oli oletuksen mukainen.



Kuva 25. Toisen puristustestin kuormitustilanne.

Kuvassa 25 on esitetty toisen testitapauksen momenttiresultanttivektori sekä rakenteen siirtymät. Sauvaprofiili taipuu siten, että C-profiilin avoin reuna oli vedetty ensimmäisestä testitapauksesta poiketen. Molempien testitapausten kuormitustilannekuvissa siirtymät ovat ylikorostettuja, joten siirtymien arviointia ei voida suorittaa graafisesti kuvien pohjalta. Kuvien pohjalta sauvojen nurjahdusmuodoista voidaan kuitenkin päätellä mallin tuentojen oikeellisuus. Molempien testitapausten sauvarakenteet nurjahtavat siten, että molemmat päät on tuettu nivelliitoksilla.

Kuvassa 26 on esitetty puristuskokeesta saadut heikomman suunnan momentin lukuarvot. Kuvaajien perusteella heikomman suunnan taivutusmomentit kasvavat suoraan verrannollisesti kuormituksen suhteen molemmissa malleissa. Toisessa testitapauksessa momentti kasvaa ensimmäistä testitapausta nopeammin ja suunta on päinvastainen. Muutoksen ollessa lineaarinen, voidaan tulosten pohjalta laskea laskennallinen voiman epäkeskisyyden arvo kuvaajan kulmakertoimesta.

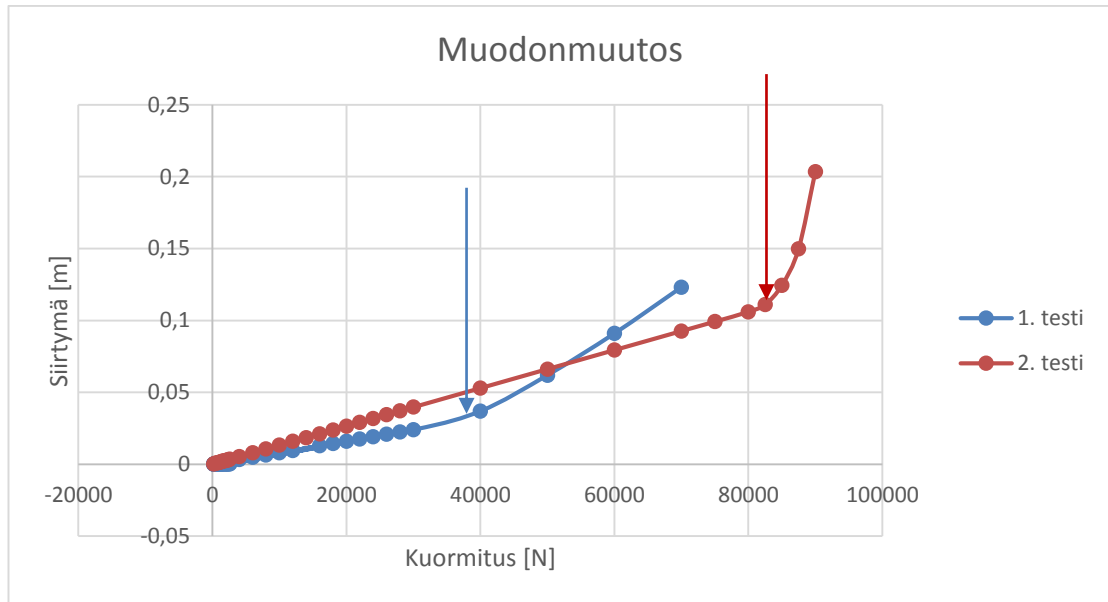


Kuva 26. Heikomman suunnan taivutusmomentti kuormituksen funktiona.

Kuvassa 27 on esitetty sauvojen muodonmuutos kuormituksen funktiona sekä osien plastisoitumispisteet. Muodonmuutos kuvaa rakenteen kokonaismuodonmuutosta, joka koostuu lähinnä sauvan keskiosan sivuttaissuuntaisesta siirtymästä. Siirtymät kasvavat molemmissa tapauksissa lineaarisesti, kunnes kuvaajan kulmakerroin muuttuu. Ensimmäisen testitapauksen siirtymät ovat suhteellisesti pienemmät toiseen testitapaukseen verrattuna. Tämä on selitettävissä sillä, että ensimmäisen testitapauksen liitoksen epäkeskisyys on toista tapausta pienempi, jolloin myös siitä syntyvät rasitukset ovat pienemmät.

Lineaarisen osuuden jälkeen molempien testitapausten kuvaajissa näkyy muutos, jolloin siirtymiä syntyy suhteellisesti enemmän. Tällöin voidaan olettaa, että jossain kohtaa rakennetta jännitykset nousevat yli materiaalin myötörajan ja sauvassa tapahtuu plastisoitumista sekä osittaista kapasiteetin menettämistä. CFS-rakenteen mitoituksen kannalta rakenteen tulisi säilyä kimmoisella kuormitusalueella kaikissa käyttötilanteissa, joten ky-

seistä kohtaa voidaan pitää mitoituksen kannalta kapasiteetin maksimiarvona. Testitulosten perusteella symmetrisen in-plane -ristikon uumasauvan puristuskapasiteetti on epäsymmetristä sauvaa heikompi.

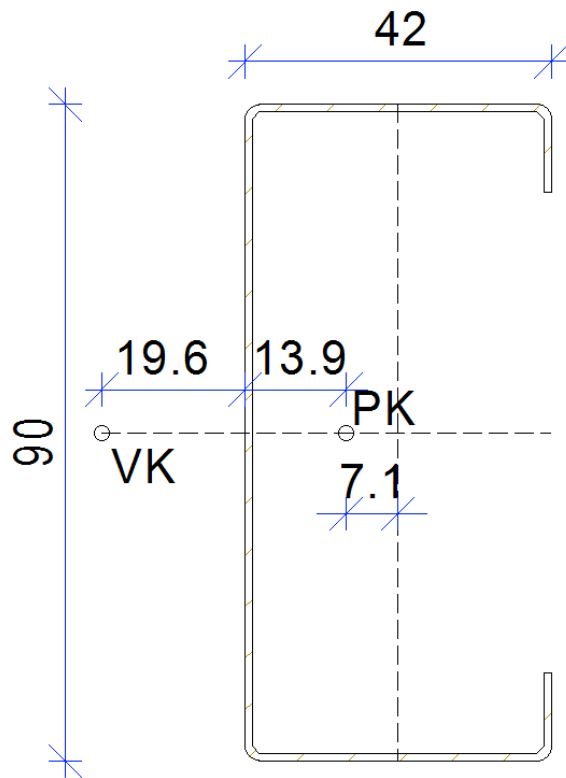


Kuva 27. Muodonmuutokset kuormituksen funktiona sekä plastisoitumispisteet.

Laskennallinen voiman epäkeskisyys saadaan laskettua tiedettyjen kuormituksen ja taivutusmomentin avulla, kun tiedetään, että momentti on suoraan verrannollinen voimaan ja voiman varteen. Laskennalliset voiman epäkeskisydet ovat ensimmäisessä testissä 6,7 mm ja toisessa testissä 15,8 mm. Voimat on esitetty kuvassa 26. Kuvaajien kulmakertoimet vastaavat epäkeskisyden lukuarvoa. Toinen kuvaajista on negatiivinen, joten eri testien epäkeskisydet sijaitseva eri puolilla pinta-keskiötä.

Kuvassa 28 on esitetty esimerkkiristikossa käytetty poikkileikkaus ja tämän tutkimuksen kannalta sen kriittisimmät mitat, missä katkoviivat kuvaavat poikkileikkauksen geometristen ääripisteiden keskilinjoja. Vaakasuoran akselin suhteen poikkileikkaus on symmetrinen, mutta pystysuuntaisen akselin suhteen poikkileikkaus ei ole symmetrinen. Testitapauksessa 1 uumasauvan mekaaninen kiinnitys oli paikoitettu keskelle, eli kuvan pystysuoralle katkoviivalle. Testitapauksessa 2 kiinnitys oli toteutettu poikkileikkauksen selkäosaan.

Liitoksen geometrinen etäisyys poikkileikkauksen pintakeskiöstä on ensimmäisessä testissä 7,1 mm ja toisessa 13,9 mm. Geometrisesti ratkaistut mitat ovat lähellä testissä saatuja arvoja, joten vastaavanlaisissa tapauksissa puristussauvan liitosdetaljiikan epäkeskisyydestä aiheutuva taivutusmomentti voidaan olettaa syntyvän geometrisin perustein poikkileikkauksen pintakeskiön sekä liitoksen kiinnityskohdan välisestä keskinäisestä etäisyydestä.



Kuva 28. Esimerkkiristikon C-poikkileikkauksen kriittiset mitat. [Vertex BD -ohjelmisto]

3.2.3 Mitoitus AU-normin mukaan

Puristustestin tulosten mukaan keskitason mukaan symmetrisen puristussauvan kapasiteetti on off-plane -rakennetta heikompi. Toisaalta symmetrisessä rakenteessa syntyi vähemmän epäkeskisyydestä aiheutuvaa momenttirasitusta, joten tarkastelen tilannetta vielä Australian rakennusnormien mukaisella mitoituksella. Mitoitus on suoritettu käytännöllä Coldsteel-ohjelmaa, joka on Sydneyn yliopiston tekemä sovellus CFS-rakenteiden mitoitukseen. Ohjelmalla voidaan tarkastella rakenneosan kapasiteetti, kun rakenteen rasitukset ovat tiedossa. Laskennassa käytetään sauvan jännitystilaa mukaan määritettyä tehollista nettopoikkileikkausta. Kuvassa 29 on esitetty Coldsteel-ohjelman käyttöliittymä, johon syötetään poikkileikkauksen tiedot, kuormitus sekä nurjahduspituudet.

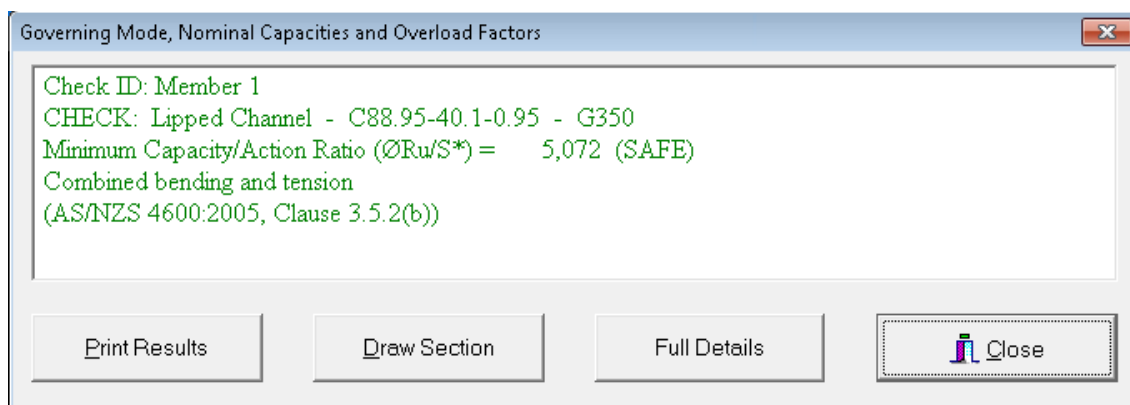
The screenshot shows the ColdSteel/4600 software interface. The window title is 'ColdSteel/4600 Version 2.2.01 - 10 September 2013'. The menu bar includes 'File', 'Options', and 'Help'. Below the menu bar are buttons for 'Check', 'Design', 'Options', and 'Exit'. The 'ID' field is set to 'Member 1' and 'Memory Used' is 1060092. The main interface is divided into several sections:

- Section:** Lipped Channel (Design Code: AS/NZS 4600:2005, Axis System: Principal (x-y), Material: G350). A diagram of a channel section is shown with dimensions C88.95-40.1-0.95.
- Design Actions (First-Order):**
 - N^* (N): 9400
 - M_x^* (N mm): 0
 - M_y^* (N mm): 23000
 - V_x^* (N): 0
 - V_y^* (N): 0
 - R_y^* (N): 0
- Actual Lengths:**
 - L_x (mm): 2400
 - L_y (mm): 2400
- Beam Eff. Lengths:**
 - Le_{bx} (mm): 2400
 - Le_{by} (mm): 1200
 - Le_{bz} (mm): 1200
- Column Eff. Lengths:**
 - L_{ecx} (mm): 2400
 - L_{ecy} (mm): 1200
 - L_{ecz} (mm): 1200
- Tension Factors:**
 - k_t : 1
 - br (mm): 0
- Cb/CTF Factors (Mo):**
 - Clause 3.3.3.2: C_{bx} : 1, $1/CTF_y$: 1
- Cm Factors (N+M):**
 - Clause 3.5.1: C_{mx} : 1, C_{my} : 1
- Bearing Parameters:**
 - Support Condition: Unfastened
 - Loading Type: One-flange interior loading
 - Actual bearing length (mm): 97

Kuva 29. Coldsteel-mitoitusohjelman käyttöliittymä.

Ohjelmaan syötettyjen lähtöarvojen jälkeen ohjelma tarkastaa osan kapasiteetin ja suhteuttaa sen ulkoiseen kuormitukseen normin mukaisesti. Ohjelma palauttaa tiedon osan käyttöasteesta ja mitoituksen kannalta kriittisen normikohdan. Kuvassa 30 on esitetty Coldsteel-ohjelman tulosten yhteenvetosivu. Yhteenvetosivuun on kerätty tieto mitoite-

tusta profiilista, profiilin käyttöaste ja mitoitusta rajoittava normin kaava. Ohjelmasta saadaan myös tarkempi tuloste, johon ohjelma listaa kaikki laskennassa käytettävät suureet ja laskukaavat.

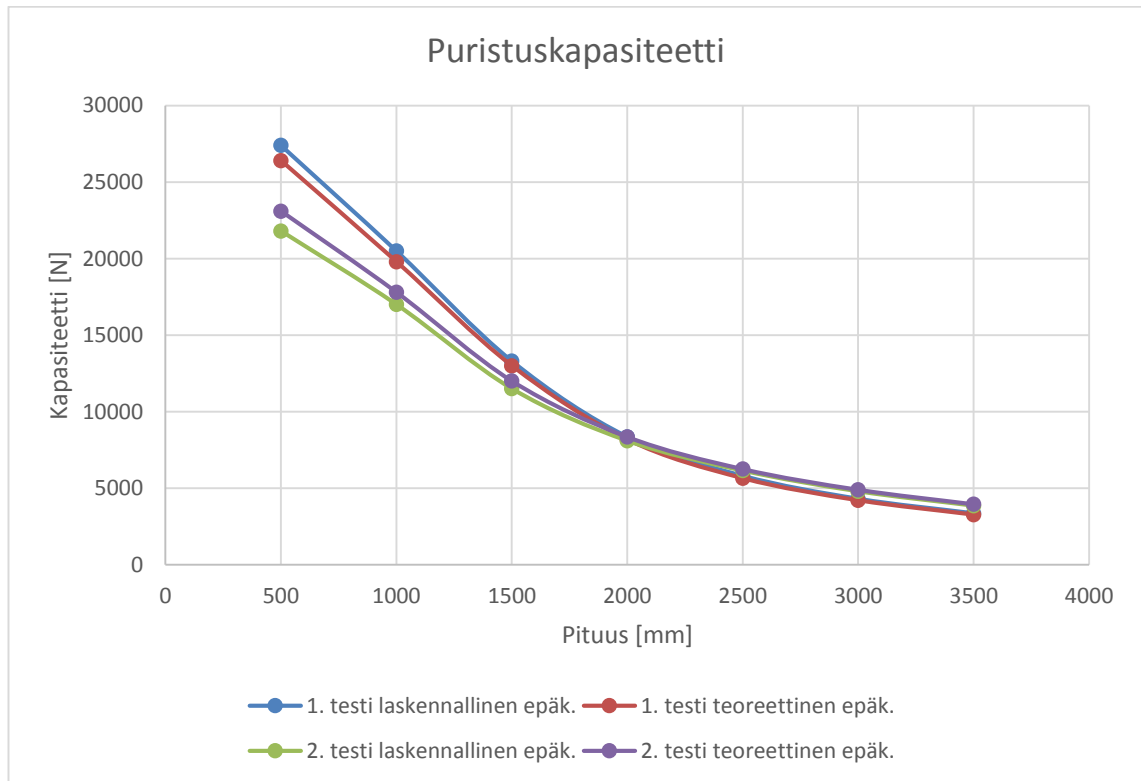


Kuva 30. Coldsteel-mitoitusohjelman mitoitustulokset.

Mitoitustestissä tarkasteltiin neljää erilaista sauvaa, joista kaksi edustaa ensimmäisen ja kaksi toisen testitapauksen rakennedetaljiikkaa. Testissä taivuttavan momentti kuormituksen suuruus on laskettu molemmissa rakennedetaljeissa teoreettisen sekä laskennallisen epäkeskisyyden avulla. Teoreettinen epäkeskisyyden ratkaistaan poikkileikkausgeometrian mukaan ja laskennallinen epäkeskisyyden on määritelty puristustestin tulosten perusteella. Tarkasteltavat sauvat kuvaavat ristikon uumasauvaa, joten normaalivoiman lisäksi rakennetta rasittaa ainoastaan heikomman suunnan taivutusmomentti. Keskitason suhteen symmetrisen rakenteen puristusrasitus aiheuttaa epäsymmetriseen tapaukseen nähden vastakkaisuuntaista taivutusta, joka huomioidaan normimitoituksessa.

Puristuskapasiteettivertailun tulokset on esitetty kuvassa 31. Saatujen kapasiteettiarvojen perusteella voidaan todeta, että ensimmäisen testitapauksen puristussauvoilla on suurempi kapasiteetti 2000 mm pituuteen asti. Tämän jälkeen kapasiteetti on pienempi toisen testitapauksen sauvoihin verrattuna. Kapasiteetin suuruus voidaan selittää kuormitus-suunnalla – avoimen C-profiilin heikomman suunnan taivutustilanteessa on poikkileik-

kauksen kannalta edullisempaa kuormittaa rakennetta siten, että C-profiilin avoimet reumat ovat puristettuna. Vetotilanteessa taivutussuunta on päinvastainen puristustilanteeseen nähden, jolloin epäsymmetrinen rakenne on taivutettu epäedulliseen suuntaan.



Kuva 31. AU-normin mukainen puristussauvan kapasiteettivertailu.

3.3 Paarteen kuormituksesta aiheutuva vääntörasitus

Paarresauvan kuormittaminen yläpinnasta aiheuttaa sauvaan taipumarasituksen lisäksi myös vääntörasitusta. Kuormitus tuodaan paarteelle kattoruoteiden kautta, jolloin teoreettisesti voima kohdistuu paarresauvan ja kattoruoteen väliseen kontaktipintaan. Kontaktipinnan voimaresultantti on pinnan keskellä, jolloin paarteen yläpinnan kautta välittyvä kuorma ei kulje sauvan vääntökeskiön kautta, mikä sijaitsee poikkileikkauksen ulkopuolella.

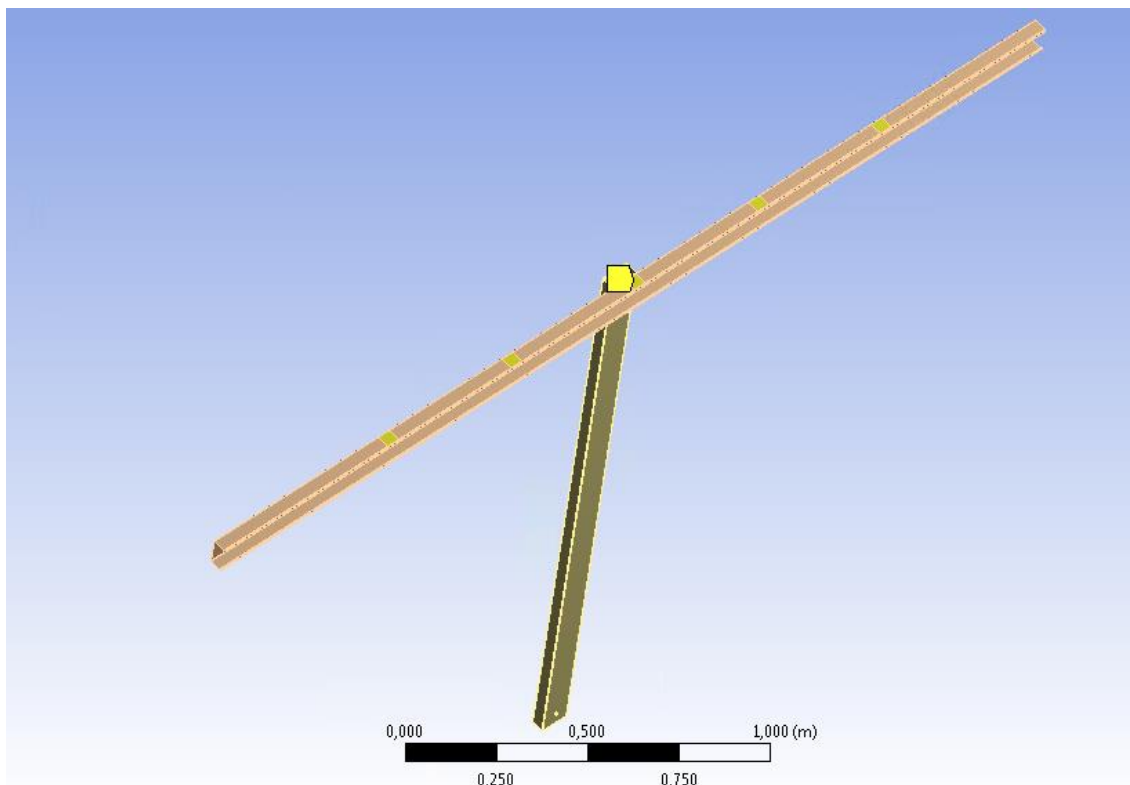
Teoreettinen tarkastelu pitäisi paikkaansa, jos kyseessä olisi kahden jäykän kappaleen liitos. Avoimen poikkileikkauksen laipan jäykkyys kuormaa vastaan ei ole yhtä suuri koko alueella, vaan jäykkyys pienenee mentäessä pois päin poikkileikkauksen selkäosasta. Hyperstaattisessa rakennemallissa kuormat jakautuvat tukien jäykkyyksien mukaan, joten tarkasteltavassa tilanteessa kuormien oletetaan välittyvän yläpaarteelle läheltä poikkileikkauksen selkäosaa. Rasitusten tarkastelun osalta voimaresultantin paikka on oleellinen, koska laskennallinen voiman epäkeskisyys muuttuu sen mukaan.

3.3.1 Paarteen väännön arvioiminen testaamalla

Paarteeseen kohdistuvaa vääntöärasitusta arvioitiin kokeella, jossa päältäpäin kuormitetun palkkirakenteen keskikohtaan kiinnitettiin uumasauva. Käytettävä malli kuvaa ristikon yläpaarteen ja uumasauvan liitosta, jossa uumasauva toimii yläjuoksun vääntöä vastaan jäykistävänä rakenteena. Testissä tarkkailtiin uumasauvan jännityksiä ja niiden pohjalta määriteltyä momenttivektoria, jolla pyrittiin määrittämään paarresauvalta uumasauvalle siirtyvät vääntöärasitukset.

Paarre kiinnitettiin laskentamalliin molemmista päistä. Alkupään siirtymät oli estetty kaikkiin suuntiin, mutta kiertymät sallittiin jokaiseen suuntaan. Loppupään kiinnitys oli alkupäätä vastaava, poikkeuksena paarresauvan suuntainen siirtymä oli sallittu. Paarteen kiinnitys mahdollisti paarressauvan vapaan kiertymän oman akselinsa ympäri. Todellisessa ristikossa yläpaarteen ja uumasauvan välinen liitos estää yläpaarteen kiertymisen, joten testissä käytetty malli kuvaa tilannetta yksittäisen uumasauvan tilannetta ja sen ympäristöä.

Uuma- ja paarresauvojen välinen liitos toteutettiin sylinterinmuotoisella liitososalla, joka välitti kuormituksen yläpaarteelta uumasauvalle. Liitosalueen kontaktipinnoilla oli myös määrittäminen, etteivät pinnat saa erota toisistaan. Tilanne kuvaa ruuvattua rakennetta, joka pitää osat kiinni toisissaan ja siirtää vääntöärasitukset eteenpäin. Uumasauvan alapään sivusuuntaiset siirtymät oli estetty, mutta pystysuuntainen siirtymä ja kiertymät olivat sallittuja. Uumasauvan tehtävä mallissa oli ottaa vastaan ainoastaan yläpaarteelta tulevaa vääntöärasitusta.



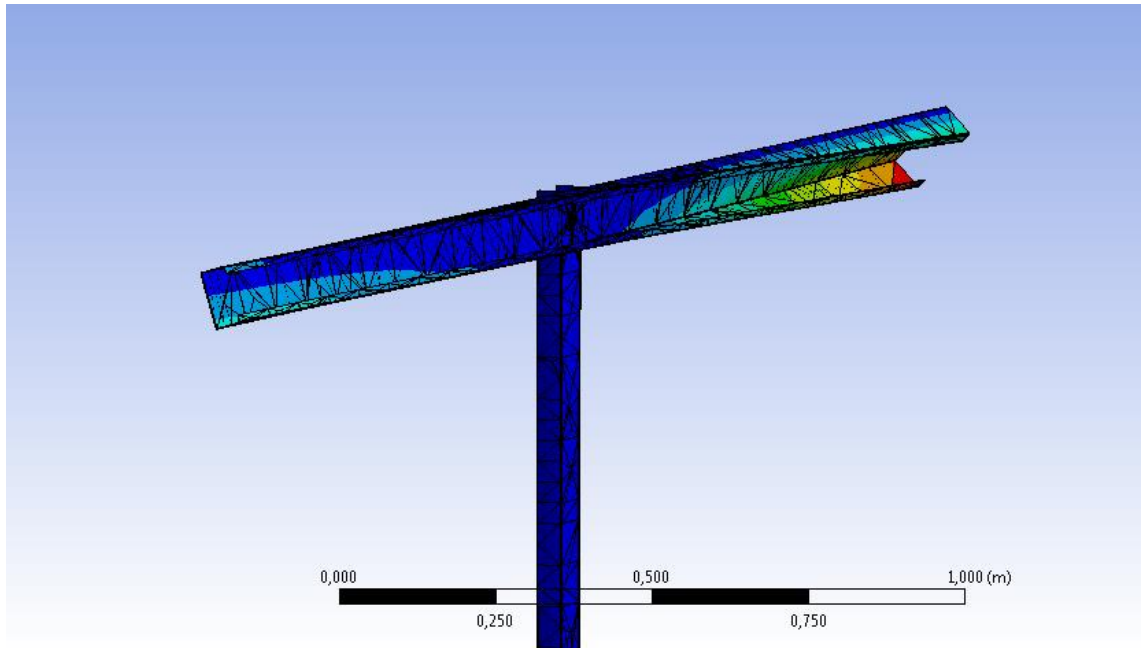
Kuva 32. Yläpaarteeseen kohdistuvan vääntörasituksen tarkastusmalli ja ruoteiden kiinnityspaikkoja kuvaavat alueet.

Yläpaarteen kuormitus kohdistettiin 40 mm levyisiin alueisiin, jotka kuvasivat kattoruoteiden kiinnityspaikkaa. Testissä otettiin huomioon kattoruoteiden kuormituksen lisäksi niiden yläpaarretta tukeva vaikutus. Kattoruoteet kiinnitetään aina yläpaarteeseen siten, että ruoteen alapinta ja paarteen yläpinta eivät pääse irtoamaan toisistaan, joten liitos ottaa vastaan momenttia. Mallilla tehtiin kaksi erillistä testiä, joissa rakenteen tuentaa kattoruoteiden kohdalla vaihdettiin. Ensimmäisessä testissä kattoruoteet tukivat yläpaarretta vain sivusuunnassa, mutteivat antaneet tukea yläpaarteen kiertymistä vastaan. Toisessa testissä kuormitus- ja rakennemallit olivat muuten samat, mutta ruodealueiden kohdalla myös paarteen kiertymä oli estetty. Testissä käytetty rakennemalli ja yläpaarteen kuormitusalueet on esitetty kuvassa 32.

3.3.2 Paarteen vääntötestin tulokset

Ensimmäisestä testistä saatujen tulosten mukaan yläpaarteen kuormittaminen aiheuttaa yläpaarteeseen vääntörasitusta. Kuormituksen sijainnilla uumasauvan liitosalueeseen ei ollut merkittävää vaikutusta vääntörasituksen suuruuteen, vaan vääntörasitus oli suoraan verrannollinen kuormitukseen. Riippumatta kuormituksen paikasta, väännön laskennallinen epäkeskisyys oli noin 10 mm, kun suhteutetaan vääntörasituksen suuruus kuormitukseen.

Vääntörasitus oli suoraan verrannollinen kuormitukseen myös uumasauvan suhteen epäsymmetrisessä kuormituksessa. Kuvassa 33 on esitetty tilanne, jossa yläpaarretta kuormitetaan uumasauvan oikealta puolelta alaspäin. Paarre kiertyy kuormituskohdalla poikkeileikkauksen vääntökeskiön ympäri voiman suuntaan, kun väännöstä aiheutuvaa kiertymää ei ole estetty. Uumasauvan vastakkaisella puolella, johon voimaa ei kohdistettu, kiertymän suunta on päinvastainen.



Kuva 33. Rakenteen muodon muutokset toispuolisella kuormituksella ilman kattoruoteen tukea kiertymistä vastaan.

Toisessa testissä paarteen yläpinnan kiertymä estettiin kattoruoteiden kiinnityskohdista, millä oli todella suuri vaikutus uumasauvan vääntörasituksen syntymiseen. Käytännössä rakenteeseen ei syntynyt vääntöä lainkaan, kun paarteen yläpinnan kiertymä oli estetty. Vääntörasituksen suuruutta mitattiin vastaavalla tavalla kuten ensimmäisessä testissä, mutta väännön suuruus oli alle promillen ensimmäiseen testiin verrattuna.

4. YHTEENVETO

Rakenteiden verifiointista saaduista tuloksista sekä kirjallisuuskatsauksesta saatujen tietojen perusteella keskitason suhteen epäsymmetrisen CFS-ristikkorakenteen kuormien muodostuminen voidaan määrittellä menetelmällä, joka sopii ohjelmalliseen ristikoiden mittaamiseen. Perusrasitukset ovat identtiset verrattaessa niitä vastaavaan symmetriseen ristikkoon, mutta näiden lisäksi ristikkoon kohdistuu keskitason suhteen poikittaisia kuormia.

Uumasauvalla poikittainen kuormitus ilmenee epäkeskisen liitosdetaljiikan vuoksi rakennetta taivuttavana momenttina, joka kohdistuu sauvan poikkileikkauksen heikomman pääjähyyssuunnan suhteen. Momenttirasitus on pistemäinen ja kohdistuu koko sauvan matkalle. Momentin suuruus on suoraan verrannollinen sauvan normaalivoimaan ja uumasauvan poikkileikkauksen pintakeskiön etäisyyteen liittimen kiinnityspisteestä, jonka kautta rasitukset tuodaan uumasauvalle. Mitoitus voidaan suorittaa huomioimalla uumasauvan normaalivoima ja momentti, kun uumasauvalle ei välity suoran normaalivoiman lisäksi muita ulkoisia kuormia.

Paarresauvan osalta poikittaisia rasituksia aiheutuu epäkeskisesti kohdistuvista ulkopuolisista taivutusrasituksista sekä epäkeskisen liitoksen kautta uumasauvalta tulevista rasituksista. Ulkopuolinen rakennetta taivuttava rasitus tulisi kohdistaa poikkileikkauksen vääntökeskiöön, jottei sauvaan syntyisi vääntörasitusta taivutusrasituksen lisäksi. Esimerkkiristikon tapauksessa ristikolle tulevat kuormat välitettiin momenttijäykästi yläpaarteeseen kiinnitettyjen kattoruoteiden avulla, jolloin kuormituksen epäkeskisyydestä aiheutuva vääntö välittyi kattoruoteille, jolloin paarteelle tulevan vääntörasituksen suuruus oli pieni. Paarresauvan kuormitusta testattiin myös ilman jäykkää kattoruodetuentaa, jolloin paarteeseen kohdistui merkittävä vääntörasitus.

Kun parretarkastelu rajataan tapauksiin, joissa kattoruoteen kiinnitys on toteutettu momenttijäykästi, epäkeskisestä kuormituksesta johtuen paarteelle tulevaa vääntörasitusta ei tarvitse ottaa huomioon mitoituksessa. Symmetrisen in-plane C-profiiliristikon tilanteessa paarre on sijoitettu ristikkoon siten, että poikkileikkauksen selkäosa on ylöspäin. Verrattuna symmetrisen ristikon mitoituksista epäsymmetriseen ristikkoon, mitoitus toteutetaan samalla tavalla mutta lisätarkastuksina täytyy suorittaa paarteiden kiepahdustarkastus sekä poikkileikkauksen selkäosan kantavuus poikittaisia voimia vastaan.

Laskenta voidaan toteuttaa kaksiulotteisella FEM-mallilla, jossa käytetään Euler-Bernoullin palkkiteorian mukaisia FEM-palkkielementejä. FEM-analyyseistä saadaan tasoristikoiden kuormitukset joita käytetään mitoituksessa. Mitoituksessa otetaan huomioon myös ristikon osiin vaikuttavat lisäkuormat, jotka tulevat ristikon epäsymmetrisestä rakenteesta.

Tässä diplomityössä tehdyt havainnot tullaan implementoimaan Vertex BD -ohjelmiston ristikkolaskentasovellukseen, jolloin sovellukseen voidaan lisätä uusia epäsymmetrisiä ristikkomalleja. Tutkimusosiossa käytetty esimerkkiristikkomalli tulee olemaan yksi järjestelmään lisättävistä ristikkomalleista.

LÄHTEET

- [1] Eurokoodi 3 Teräsrakenteet (2005). Teräsrakenteiden suunnittelu, osa 1-1 Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, SFS-EN 1993-1-1.
- [2] Eurokoodi 3 Teräsrakenteet (2006). Teräsrakenteiden suunnittelu, osa 1-3 Yleiset säännöt, Lisäsäännöt kylmämuovatuille sauvoille ja levyille, SFS-EN 1993-1-3.
- [3] Eurokoodi 3 Teräsrakenteet (2006). Teräsrakenteiden suunnittelu, osa 1-5 Levyrakenteet, SFS-EN 1993-1-5.
- [4] Harper, Michael M. (1995). Behavior of cold-formed steel roof trusses. Missouri University of Science and Technology.
- [5] Niemi, Erkki. (2003). Levyrakenteiden suunnittelu. Helsinki. Teknologiateollisuus Ry. 136 s. ISBN 951-817-813-5.
- [6] Ongelin P. & Valkonen I. (2010). Hitsatut profiilit. Hämeenlinna. Rautaruukki Oyj. 608 s. ISBN 978-952-5010-02-2.
- [7] Ongelin P. & Valkonen I. (2012). Ruukin rakenneputket -käsikirja. Keuruu. Rautaruukki Oyj, ISBN 978-952-5010-51-0.
- [8] Pekoz, T. B. (1987). Development of a Unified Approach to the Design of Cold-Formed Steel Members. Report of 87-1. American Iron and Steel Institute, Washington, D.C.
- [9] Tuomala, M. Rakenteiden mekaniikan jatkokurssi, luentomoniste. Tampereen Teknillinen Yliopisto.
- [10] Von Karman, T., E. E. Sechler, and L. H. Donnell (1932). The Strength of Thin Plates in Compression. Transactions ASME, Vol. 54, APM 54-5.
- [11] Winter, G. (1947). Strength of Thin Steel Compression Flanges. Bulletin 35/3, Cornell University Engineering Experiment Station, Ithaca, NY.