



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

MATTI HYVÄRINEN
SISÄTILAKARTTOJEN HYÖDYNTÄMINEN GAUSSIN
MIKSTUURI -SUODATTIMISSA

Diplomityö

Tarkastajat: TkT Simo Ali-Löytty ja
Prof. Robert Piché
Tarkastaja ja aihe hyväksytty
Teknisten tieteiden tiedekuntaneuvos-
ton kokouksessa 13.8.2014

TIIVISTELMÄ

TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

Automaatiotekniikan koulutusohjelma

MATTI HYVÄRINEN: Sisätilakarttojen hyödyntäminen Gaussin mikstuuri-suodattimissa

Diplomityö, 45 sivua

helmikuu 2015

Pääaine: Teknillinen matematiikka

Tarkastajat: TkT Simo Ali-Löytty ja professori Robert Piché

Avainsanat: Sisätilapaikannus, Gaussin mikstuuri, Markovin piilomalli, Kalmanin suodatin

Tässä työssä tutkitaan sisätilapaikannusta WLAN-tukiasemilta saatujen mittausten avulla. Työssä esitellään sisätilapaikannukseen yleisesti käytettyjä menetelmiä sekä esitellään tarkemmin kaksi sisätilapaikannukseen tarkoitettua suodatinta, jotka molemmat käyttävät paikannukseen WLAN-mittauksia sekä huomioivat karttarajoitteet. Työssä esitellään teoria näiden kahden suodattimen takana sekä niiden toiminta ja saadut tulokset. Suodattimien toteutus on tehty MATLAB-ohjelmistolla.

Ensimmäinen suodatin käyttää karttarajoitteiden huomioimiseen Markovin piilomallia, jonka avulla ratkaistaan todennäköisin huone, jossa käyttäjä on. Paikkaestimaatti huoneen sisällä ratkaistaan käyttämällä Kalmanin suodatinta rinnakkain Markovin piilomallin kanssa. Toinen suodatin on muokattu Gaussin mikstuuri-suodatin sisätiloihin. Työssä esitetään kaksi erilaista tilamallia sekä algoritmi sisätiloihin tarkoitettulle Gaussin mikstuuri-suodattimelle, mutta työn puitteissa toteutettu Gaussin mikstuuri-suodatin on yksinkertaistettu versio tästä. Toteutetussa Gaussin mikstuuri-suodattimessa lasketaan ensin posteriorijakauma huomioimatta karttarajoitteita. Saatu jakauma leikataan ja yhdistetään karttarajoitteiden mukaisesti siten, että jokaisessa huoneessa on yksi normaalijakautunut komponentti.

Työssä esitettyjä suodattimia on testattu todellisilla testireiteillä, jotka on mitattu Tampereen teknillisen yliopiston Tietotalossa, todellisen pohjapiirustuksen ja olemassaolevan WLAN-tukiasemaverkoston kanssa. Saatuja tuloksia verrataan WLAN-paikannuksen Kalmanin suodattimen antamiin tuloksiin. Näiden testien perusteella tehdään huomioita tehtyjen suodattimien toiminnasta sisätilapaikannuksessa.

ABSTRACT

TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Master's Degree Programme in Automation Technology

MATTI HYVÄRINEN: Using Gaussian mixture filters with indoor maps

Master of Science Thesis, 45 pages

February 2015

Major: Engineering Mathematics

Examiners: D.Sc. Simo Ali-Löytty and Prof. Robert Piché

Keywords: Indoor positioning, Gaussian mixture, Hidden Markov model, Kalman filter

In this thesis the position of the user is estimated by using WLAN measurements received from the access points. The thesis introduces different methods that are commonly used in indoor positioning and the main focus is on the two filters that are introduced in this thesis. Both of these filters use the WLAN measurements for the positioning and take into account the map restrictions. The implementation of the filters is made by using MATLAB.

The first filter uses the hidden Markov model for locating the most probable room where the user is. The position estimate within this room is then calculated by using the Kalman filter. The other filter is modified Gaussian mixture filter for indoor positioning. Two different state model and algorithm for Gaussian mixture filter for indoor positioning is proposed but the Gaussian mixture filter implemented within this thesis is simplified version from that. In the Gaussian mixture filter that is implemented the posterior distribution for the state is calculated first and the components are then truncated and combined so that there is one component inside every room.

The implemented filters are then tested by using the real test routes that are measured from the Tietotalo building of the Tampere University of Technology. The real floor plan and existing access point network is used. The results are then compared with the results that are gotten by using WLAN positioning and Kalman filter. The implemented filters are then evaluated by using these results.

ALKUSANAT

Tämä työ on tehty Tampereen teknillisen yliopiston henkilökohtaisen paikannuksen tutkimusryhmässä. Aloitin työskentelyn Nokian rahoittamassa sisätilapaikannukseen keskittyvässä projektissa keväällä 2014 ja kesästä vuoden 2014 loppuun työskentelin projektissa kokopäiväisesti. Projektissa työskenteleminen on tukenut suurelta osin diplomityöni tekemistä sekä antanut minulle hyvän mahdollisuuden perehtyä tarkemmin sisätilapaikannukseen ja siinä käytettyihin menetelmiin.

Haluan erityisesti kiittää työni ohjaajia professori Robert Pichéä ja TkT Simo Ali-Löyttyä mielenkiintoisesta diplomityöaiheesta sekä mahdollisuudesta työskennellä henkilökohtaisen paikannuksen tutkimusryhmässä. Erityiskiitokset Simo Ali-Löyttylle kommentteista ja korjausehdotuksista työn aikana sekä DI Henri Nurmiselle ideoista ja opastuksesta MATLAB-toteutukseen liittyen. Kiitos kuuluu myös kaikille muille paikannusryhmäläisille hyvästä työilmapiiristä sekä avusta, jota olen aina tarvittaessa saanut.

Lopuksi haluan vielä kiittää perhettä ja ystäviä tuesta ja kannustuksesta opintojen aikana. Suuri kiitos kuuluu myös opiskelutovereilleni avusta ja yhteisistä hetkistä opintojeni aikana.

Tampere, 4. helmikuuta 2015

Matti Hyvärinen
Poukamankatu 5 B
33720 Tampere

SISÄLLYS

1. Johdanto	1
2. Matemaattinen tausta	4
2.1 Bayesiläinen suodatus	4
2.2 Markovin piilomalli	6
2.3 Gaussin mikstuuri	8
2.4 Gaussin mikstuuri -suodatin	9
2.4.1 Tilamallit	10
2.4.2 Gaussin mikstuuri -suodatin sisätiloihin	15
2.4.3 Komponenttien vähentäminen	18
3. Huone-ID -suodatin	22
3.1 Käytetyt mallit	22
3.2 Huonetunnistus	23
3.3 Käyttäjän paikan estimointi	26
4. Gaussin mikstuuri -suodatin sisätiloihin	29
4.1 Käytetyt mallit	29
4.2 Karttarajoitteiden huomioiminen	30
4.3 Käytetyt paikkaestimaatit	31
5. Testit	32
5.1 Testireitit	32
5.2 Testitulokset	33
5.3 Tulosten analysointi	36
6. Yhteenveto	40
Lähteet	42

LYHENTEET

AP	WLAN-tukiasema (Access Point)
EKF	Laajennettu Kalmanin suodatin (Extended Kalman Filter)
EKF2	Toisen asteen laajennettu Kalmanin suodatin (Second Order Extended Kalman Filter)
GM	Gaussin mikstuuri (Gaussian Mixture)
GMF	Gaussin mikstuuri -suodatin (Gaussian Mixture Filter)
GMFM	Sisätiloissa käytettävä Gaussin mikstuuri -suodatin, jonka paikkaestimaattina käytetään Gaussin mikstuurin odotusarvoa
GMFW	Sisätiloissa käytettävä Gaussin mikstuuri -suodatin, jonka paikkaestimaattina käytetään Gaussin mikstuurin suuripainoisimman komponentin odotusarvoa
GNSS	Satelliittipaikannusjärjestelmä, jolla on maailmanlaajuinen saatavuus (Global Navigation Satellite System)
GPS	Maaailmanlaajuinen satelliittipaikannusjärjestelmä (Global Positioning System)
HMM	Markovin piilomalli (Hidden Markov model)
KF	Kalmanin suodatin (Kalman Filter)
RM	Tukiaseman signaalin voimakkuuskartta (Radio Map)
RSS	Vastaanotetun signaalin voimakkuus (Radio Signal Strength)
SLAM	Paikannusmenetelmä, jossa saatujen mittausten avulla pyritään muodostamaan myös tutkittavan alueen kartta (Simultaneous Localization and Mapping)
UKF	Hajuton Kalmanin suodatin (Unscented Kalman Filter)
WLAN	Langaton lähiverkko (Wireless Local Area Network)

MERKINNÄT

\propto	suoraan verrannollisuus
\in	kuuluu joukkoon
$\int f(x)dx$	funktion f integraali
$\bigcup_{i \in S} A_i$	yhdiste, jonka joukkojen indeksit osoittaa joukko S
$\prod_{i \in S} a_i$	tulo, jonka indeksit osoittaa joukko S
$\sum_{i \in S} a_i$	summa, jonka indeksit osoittaa joukko S
$\sum_{j=1}^N \alpha_j p_N(\cdot; \boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j)$	N -komponenttisen Gaussin mikstuurin tiheysfunktio, jonka komponentin j paino on α_j , odotusarvo $\boldsymbol{\mu}_j$ ja kovarianssi $\boldsymbol{\Sigma}_j$
A	tilansiirtomatriisi Markovin piilomallissa
B	emissiomatriisi
B_i	joukko, joka sisältää huoneen i sisälle jäävät tilavektorit
F	tilansiirtomatriisi
$\phi(x)$	standardinormaalijakauman kertymäfunktio
H	mittausmatriisi
I	identiteettimatriisi
K	Kalmanin vahvistus
M	matriisi
\mathbf{M}^T	matriisin \mathbf{M} transpoosi
\mathbf{M}^{-1}	matriisin \mathbf{M} käänteismatriisi
$\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\theta_B \approx 0}^+$	rajoitetun normaalijakauman odotusarvo, kun $\theta_B \approx 0$
$N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$	normaalijakauma, jonka odotusarvo on $\boldsymbol{\mu}$ ja kovarianssi $\boldsymbol{\Sigma}$
$p_N(\cdot; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$	normaalijakauman tiheysfunktio parametrein $\boldsymbol{\mu}$ ja $\boldsymbol{\Sigma}$

$p(\mathbf{x} \mathbf{y})$	satunnaismuuttujan \mathbf{x} ehdollinen jakauma ehdolla \mathbf{y}
$p(\mathbf{x}_k \mathbf{y}_{1:k-1})$	priorijakauma
$p(\mathbf{x}_k \mathbf{y}_{1:k})$	posteriorijakauma
Q	normaalijakautuneen prosessikohinan kovarianssimatriisi
r	normaalijakautunut mittauskohina
R	normaalijakautuneen mittauskohinan kovarianssimatriisi
\mathbb{R}^n	n -ulotteiset reaalityöt
S	joukko, joka sisältää kaikki testirakennuksen huoneet
$\hat{\Sigma}_{\theta_B \approx 0}^+$	rajoitetun normaalijakauman kovarianssimatriisi, kun $\theta_B \approx 0$
θ_B	osajoukon B sisälle jäävä todennäköisyysmassa
v	vektori
w	normaalijakautunut prosessikohina
$\mathbf{x} \sim N$	\mathbf{x} noudattaa jakaumaa N
\mathbf{x}_k	prosessin tila ajanhetkellä t_k
$\chi_A(x)$	karakteristinen funktio
\mathbf{y}_k	mittaus ajanhetkellä t_k
$\mathbf{y}_{1:k}$	mittaukset ensimmäisestä mittauksesta ajanhetkellä t_k saatuun mittaukseen

1. JOHDANTO

Sisätilapaikannuksen suosio on kasvanut viime vuosien aikana merkittävästi. Tämä johtuu mobiililaitteiden käytön yleistymisestä sekä käytettävissä olevan datan, kuten pohjapiirustuksien ja signaaleiden, saatavuuden ja määrän kasvusta. Koska paikannuksessa yleisesti paljon käytetyn satelliittipaikannuksen (Global Navigation Satellite System, GNSS, esim. Global Positioning System, GPS) saatavuus ja laatu huononee merkittävästi sisätiloissa, on sisätilapaikannuksessa käytettävä muita menetelmiä. Sisätilapaikannukseen käytettävät menetelmät voidaan luokitella joko käytettävän paikannusalgoritmin tai paikannukseen käytettävän teknologian avulla [23, 25].

Paikannukseen voidaan käyttää joko siihen erikseen tarkoitettuja mittalaitteita ja signaaleita tai monissa rakennuksissa jo olemassaolevaa, alunperin johonkin muuhun tarkoitukseen tehtyä, teknologiaa. Menetelmillä, joissa käytetään erikseen paikannukseen tarkoitettuja mittalaitteita, päästään usein parempaan paikannustarkkuuteen. Näihin menetelmiin kuuluu muun muassa Ultra-Wideband -signaaleiden, ultraäänen sekä erilaisten antureiden ja anturiverkkojen käyttö. Menetelmät, jotka käyttävät tekniikkaa, joka ei ole tehty paikannustarkoitukseen, ovat yleensä halvempia ja niiden saatavuus on paljon parempi. Näistä menetelmistä yleisimmin käytetyt perustuvat inertiamittauksiin sekä WLAN-signaalin voimakkuuden mittauksiin. [20, 27]

Sisätilapaikannuksen suosion ja tarpeen myötä myös monien muiden teknologioiden soveltumista sisätilapaikannukseen on tutkittu. Edellä mainittujen teknologioiden lisäksi on tutkittu myös Bluetooth- ja infrapuna-lähettiläitä mitattujen signaaleiden sekä magneettikenttien avulla tapahtuvia paikannusmenetelmiä [14, 22]. Nämä menetelmät vaativat kuitenkin usein erilliset lähettimet tai vastaanottimet paikannukseen käytettäviä signaaleita varten, minkä vuoksi niiden saatavuus on huonompi. Muita tutkittuja menetelmiä ovat ääneen ja kuvaan perustuvat paikannusmenetelmät [19, 24].

Myös mahdollisuutta käyttää GPS-signaalia sisätilapaikannuksessa on tutkittu. GPS-pseudoliittien avulla on mahdollista lähettää tai vahvistaa GPS-signaalia.

Pseudoliittien avulla GPS-signaalin saatavuutta voidaan siis parantaa sisätiloissa tai muilla alueilla, joilla sen saatavuus on muuten huonompi [12, 16].

Koska sisätilapaikannuksessa karttarajoitteet, kuten seinät ja ovien paikat, rajoittavat liikkumista huomattavasti, voidaan ne huomioimalla parantaa paikannustarkkuutta sekä paikannuksen todenmukaisuutta. Tämä vaatii kuitenkin yleensä sen, että rakennuksen pohjapiirustus tunnetaan. Karttarajoitteiden huomioimista onkin tutkittu paljon useiden eri paikannusmenetelmien kanssa [13, 15, 21, 30]. Mikäli rakennuksen pohjapiirustusta ei tunneta, voidaan karttarajoitteet silti huomioida käyttämällä SLAM-menetelmää (Simultaneous Localization and Mapping), jossa saatujen mittausten avulla pyritään paikannuksen lisäksi muodostamaan myös tutkittavan alueen kartta. [10]

Tässä työssä sisätilapaikannukseen käytetään WLAN-tukiasemilta (Access Point, AP) saatuja mittauksia. WLAN-signaaleihin perustuvan paikannuksen etuna on, että nykyään monissa rakennuksissa on jo valmiiksi paljon WLAN-tukiasemia. Tämä mahdollistaa sen, ettei erillistä tekniikkaa paikannusta varten tarvita, vaan paikannukseen voidaan käyttää jo valmiiksi olemassaolevaa WLAN-tukiasemaverkostoa. WLAN-paikannusta on myös mahdollista käyttää reaaliajassa, mikä ei kaikilla muilla menetelmillä ole mahdollista. WLAN-tukiasemilta saatujen signaalien käyttö paikannuksessa vaatii kuitenkin usein paljon alustavia mittauksia tai tietoa siitä, missä tukiasemat sijaitsevat. [20]

WLAN-mittauksia voidaan käyttää paikannuksessa eri tavoilla. Mikäli tukiasemien sijainteja ei tunneta, on WLAN-tukiasemille määritettävä kuuluvuusalueet alustavien mittausten avulla. Kuuluvuusalueista saadaan tietoa, kun tukiasemilta saatavia radiosignaaleita mitataan laitteella, joka pystyy määrittämään senhetkisen sijainnin. Tällä tavoin saatuja sijainti-ID -vektoreita kutsutaan sormenjäljiksi (fingerprint). Kun sormenjälkiä on kerätty suuri määrä monista eri sijainneista, voidaan niiden avulla muodostaa paikan funktiona joko koko tutkitun tilan kattava kuuluvuusaluemalli tai radiokartta (Radio Map, RM) paikannusmenetelmästä riippuen. Kuuluvuusaluemallissa jokaiselle tukiasemalle määritetään kuuluvuusalue ja radiokartta kertoo, miten hyvin tukiasema on kuultu eri puolilla tutkittavaa aluetta. Tätä paikannusmenetelmää kutsutaan sormenjälkimenetelmäksi. Mikäli tukiasemien sijainnit tunnetaan, ei alustavia mittauksia välttämättä tarvita, vaan käyttäjän paikkaa voidaan estimoida suoraan saatujen mittausten avulla. [17, 18, 26, 31]

Saatujen sormenjälkien avulla voidaan muodostaa myös malli signaalin vaimenemiselle (path loss), jonka avulla pyritään kuvaamaan mahdollisimman realistisesti tukiasemalta kuullun signaalin vaimenemista. Tämän mallin avulla voidaan pakata

radiokartta pienempään tilaan sekä laajentaa sen kattavuus myös alueille, joista ei ole saatu mittaustuloksia. Mallin ongelmana on kuitenkin se, että signaalin vaimeneminen riippuu tilasta, sillä esimerkiksi seinät aiheuttavat signaalin voimakkuuden suurempaa vaimenemista sekä signaalin heijastumista. [9, 28]

Tässä työssä pyritään käyttäjän paikkaa estimoimaan käyttämällä hyväksi WLAN-tukiasemilta saatujen mittausten avulla muodostettua mallia signaalin vaimenemiselle sekä sisätilakarttoja. Työssä käytettyjä menetelmiä testataan Tampereen teknillisen yliopiston (TTY) Tietotalosta mitatuilla testireiteillä. RSS-mittaukset on saatu olemassaolevilta WLAN-tukiasemilta. Työn tarkoituksena on tutkia eri tapoja huomioida karttarajoitteet sisätilapaikannukseen käytettävissä suodattimissa sekä toteuttaa kaksi suodatinta, jota huomioivat karttarajoitteet.

Työssä käytettävät sisätilakartat on muodostettu käyttämällä Nokia Destination MapsTM-karttoja, jotka on muodostettu TTY:n kampusalueen pohjapiirustusten avulla. Työn aikana on Destination Maps -muotoisten karttojen huoneita ja käytäviä approksimoitu suorakulmioiden avulla siten, että koko rakennus on saatu approksimoitua suorakulmioiden avulla. Molemmat työssä esiteltävät suodattimet käyttävät tätä karttaformaattia. Tässä työssä näiden sisätilakarttojen muodostamiseen ei kuitenkaan perehdytä tämän tarkemmin.

Tämän työn toisessa luvussa käsitellään matemaattista taustaa työssä käytettävien suodattimien takana. Luvussa käydään läpi bayesiläisen suodatuksen idea sekä esitellään Markovin piilomalli, jota huone-ID -suodatin käyttää. Luvussa kerrotaan myös tarkemmin Gaussin mikstuurista, sisätilapaikannukseen sovelletusta Gaussin mikstuuri -suodattimesta sekä esitellään sisätiloihin tarkoitettun Gaussin mikstuuri -suodattimen algoritmi.

Työn kolmannessa ja neljännessä luvussa käydään läpi, miten työssä käytettävät suodattimet on toteutettu. Ensin käydään läpi suodattimien käyttämät tila- ja liikemallit, jonka jälkeen esitellään tarkemmin suodattimien käytännön toteutus.

Viidennessä luvussa esitellään suodattimilla saatuja tuloksia eri testireiteillä ja vertaillaan suodattimien toimintaa keskenään sekä aiemmin tehtyjen suodattimien kanssa. Luvussa mietitään myös, mistä suodattimien paikannusvirheet johtuvat ja miten niiden toimintaa voitaisiin parantaa jatkossa.

2. MATEMAATTINEN TAUSTA

Tässä luvussa käydään läpi yleistä teoriaa bayesiläisestä suodatuksesta ongelman asettelusta alkaen. Luvussa käydään läpi Markovin piilomalli, jota työssä käytetty huone-ID -suodatin käyttää, sekä yleistä teoriaa Gaussin mikstuurista ja sisätilapainannukseen sovelletusta Gaussin mikstuuri-suodattimesta. Lisäksi luvussa esitellään myös sisätiloihin tarkoitettua Gaussin mikstuuri-suodattimen algoritmi.

2.1 Bayesiläinen suodatus

Määritellään suodatusongelma jatkuvalle prosessille, joka noudattaa Markovin mallia. Prosessin lineaarinen liikemalli on

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \quad (2.1)$$

missä satunnaismuuttuja \mathbf{x}_k on tila ajanhetkellä t_k , \mathbf{F}_{k-1} on tilansiirtomatriisi ja \mathbf{w}_{k-1} on prosessikohina. Olkoon tila alkuhetkellä \mathbf{x}_1 . Kun merkitään mittausta ajanhetkellä t_k satunnaismuuttujalla \mathbf{y}_k , voidaan kirjoittaa lineaarinen mittaussmalli muotoon

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{r}_k, \quad (2.2)$$

missä \mathbf{H}_k on mittaussmatriisi ja matriisi \mathbf{r}_k on mittauskohina. Oletetaan kohinoiden olevan nollakeskisiä ja normaalijakautuneita, jolloin $\mathbf{w}_{k-1} \sim N(0, \mathbf{Q}_{k-1})$ ja $\mathbf{r}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$, missä matriisit \mathbf{Q}_{k-1} ja \mathbf{R}_k ovat symmetrisiä ja positiivisesti definittejä. [11]

Nyt kaavojen (2.1) ja (2.2) avulla voidaan muodostaa ehdollinen todennäköisyysjakauma tilansiirrolle

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) = p(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1}) \quad (2.3)$$

ja mittaustodennäköisyydelle

$$p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) = p(\mathbf{y}_k; \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k). \quad (2.4)$$

Bayesiläisessä suodatuksessa on tarkoitus määrittää ehdollinen todennäköisyysjakauma prosessin tilalle, kun tunnetaan mittaushistoria. Käytetyillä merkinnöillä tarkoituksena on siis määrittää posteriorijakauma $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k})$. Jotta prosessin tilan estimointi voidaan tehdä rekursiivisesti ilman, että koko mittaushistoria pidetään muistissa, prosessin oletetaan noudattavan Markovin mallia. Tällöin sille pätevät seuraavat ominaisuudet [32, s. 50-51].

Lause 2.1 (Tilojen Markov-ominaisuus). *Tila \mathbf{x}_k ehdolla \mathbf{x}_{k-1} on riippumaton kaikesta, mitä on tapahtunut ennen ajanhetkeä t_{k-1} .*

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{1:k-1}, \mathbf{y}_{1:k-1}) = p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}) \quad (2.5)$$

Myös tila \mathbf{x}_{k-1} ehdolla \mathbf{x}_k on riippumaton tulevasta.

$$p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{x}_{k:T}, \mathbf{y}_{k:T}) = p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{x}_k) \quad (2.6)$$

Lause 2.2 (Mittausten ehdollinen riippumattomuus). *Nykyinen mittaus \mathbf{y}_k ehdolla \mathbf{x}_k on ehdollisesti riippumaton mittauksista ja tilahistoriasta.*

$$p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_{1:k}, \mathbf{y}_{1:k-1}) = p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k) \quad (2.7)$$

Posteriorijakauma voidaan ratkaista kaksivaiheisesti, missä ensimmäinen vaihe on ennustusaskel ja toinen vaihe on päivitysaskel. Ennustusaskeleella ratkaistaan priorijakauma, joka saadaan ehdollistamalla ensin tila \mathbf{x}_k kaikkien ajanhetkeen t_{k-1} mennessä saatujen mittausten $\mathbf{y}_{1:k-1}$ suhteen. Näin saadaan muodostettua priorijakauma tilalle Chapman-Kolmogorov -yhtälön ja riippumattomuuksien avulla [5, s. 48]

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{y}_{1:k-1})d\mathbf{x}_{k-1}, \quad (2.8)$$

missä jakauma $p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{y}_{1:k-1})$ on edellisellä ajanhetkellä saatu posteriorijakauma ja jakauma $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})$ saadaan tilamallista.

Kun saadaan uusi mittaus \mathbf{y}_k , voidaan päivitysaskeleella määrittää posteriorijakauma ehdollistamalla tila \mathbf{x}_k mittausten $\mathbf{y}_{1:k}$ suhteen. Näin saadaan muodostettua

posteriorijakauma käyttämällä Bayesin kaavaa.

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k}) = \frac{p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k-1})}{p(\mathbf{y}_k)} \quad (2.9)$$

[32, s. 53-55]

2.2 Markovin piilomalli

Tässä aliluvussa tarkastellaan diskreettiä prosessia, joka noudattaa Markovin mallia. Tällöin sille pätevät määritelmien 2.1 ja 2.2 mukaiset ominaisuudet. Markovin piilomallissa (HMM) prosessin tiloja ei tunneta, mutta prosessista voidaan ajanhetkellä t_k tarkkailla mittauksia \mathbf{y}_k , jotka ovat riippuvaisia nykyisestä tilasta \mathbf{x}_k ehdollisen mittaustodennäköisyyden $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k)$ kautta. Nyt voidaan määrittää yhdistetty jakauma

$$p(\mathbf{x}_{1:k}, \mathbf{y}_{1:k}) = p(\mathbf{x}_1) p(\mathbf{y}_1 | \mathbf{x}_1) \prod_{i=2}^k p(\mathbf{y}_i | \mathbf{x}_i) p(\mathbf{x}_i | \mathbf{x}_{i-1}), \quad (2.10)$$

missä k on tutkittavan sekvenssin pituus, $p(\mathbf{x}_1)$ on ensimmäisen tilan todennäköisyys, $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k)$ on mittaustodennäköisyys ja $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ on todennäisyys siirtymiselle tilasta toiseen.

Yleisesti stationaarisella prosessilla tarkoitetaan prosessia, jonka ominaisuudet eivät muutu ajan funktiona. Niinpä stationaariselle Markovin piilomallille jakaumat tilansiirrolle $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ ja mittaustodennäköisyydelle $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k)$ ovat vakioita ajan suhteen. Tällöin tilansiirto- ja emissiomatriisi saadaan seuraavien määritelmien mukaisesti.

Määritelmä 2.3 (Jakauma tilansiirrolle). *Stationaariselle Markovin piilomallille tilansiirtojakauma $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ voidaan määrittellä $T \times T$ tilansiirtomatriisin avulla, missä T on tilojen lukumäärä.*

$$\mathbf{A}_{i,j} = p(\mathbf{x}_k = i | \mathbf{x}_{k-1} = j), \quad (2.11)$$

Määritelmä 2.4 (Jakauma mittaustodennäköisyydelle). *Stationaariselle Markovin piilomallille, mikäli mittaukset \mathbf{y} ovat diskreettejä, jakauma ehdolliselle mittaustodennäköisyydelle $p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k)$ voidaan määrittää $V \times T$ emissiomatriisina*

$$\mathbf{B}_{m,j} = p(\mathbf{y}_k = m | \mathbf{x}_k = j), \quad (2.12)$$

missä V on mahdollisten mittausten lukumäärä.

Kun tunnetaan mittaukset ajanhetkeen t_k asti, voidaan prosessin tilalle määrittää posteriorijakauma $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k})$ kyseisellä ajanhetkellä. Tämän laskemiseksi määritellään ensin yhteisjakauma $\alpha(\mathbf{x}_k) = p(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_{1:k})$, missä $\alpha(\mathbf{x}_k)$ on $T \times 1$ vektori. Määritelmien 2.1 ja 2.2 avulla saadaan

$$\begin{aligned} \alpha(\mathbf{x}_k) &= \sum_{\mathbf{x}_{k-1}} p(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{1:k-1}) \\ &= \sum_{\mathbf{x}_{k-1}} p(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}, \mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}, \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_{1:k-1}) \\ &= \sum_{\mathbf{x}_{k-1}} p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_{1:k-1}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Nyt voidaan muodostaa α -rekursio

$$\alpha(\mathbf{x}_k) = p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) \sum_{\mathbf{x}_{k-1}} p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) \alpha(\mathbf{x}_{k-1}) \quad k > 1, \quad (2.14)$$

missä ensimmäisellä ajanhetkellä

$$\alpha(\mathbf{x}_1) = p(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1) = p(\mathbf{y}_1 | \mathbf{x}_1) p(\mathbf{x}_1). \quad (2.15)$$

Tämä rekursio voidaan tulkita niin, että jakaumaa $\alpha(\mathbf{x}_{k-1})$ käyttäen lasketaan priorijakauma ajanhetkelle t_k . Kun prosessista saadaan uusi mittaus \mathbf{y}_k , voidaan tämä priorijakauma päivittää posteriorijakaumaksi lisäämällä siihen tieto uudesta mittauksesta. Normalisoimalla voidaan muodostaa posteriorijakauma

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k}) \propto \alpha(\mathbf{x}_k). \quad (2.16)$$

[8, s. 454-456]

Nyt yhtälöiden (2.14) ja (2.15) α -rekursio voidaan kirjoittaa tilansiirtomatriisiin \mathbf{A} ja emissiomatriisiin \mathbf{B} avulla, jolloin ajanhetkellä t_k normeeraamattomat todennä-

köisyydet voidaan laskea kaavalla

$$\alpha_t(\mathbf{x}_k) = \mathbf{B}_{k,t} \sum_{i=1}^T \mathbf{A}_{t,i}^T \alpha_i(\mathbf{x}_{k-1}) \quad k > 1, \quad (2.17)$$

missä normeeraamaton $\alpha_t(\mathbf{x}_1)$ on

$$\alpha_t(\mathbf{x}_1) = \mathbf{B}_{1,t} p_t(\mathbf{x}_1), \quad (2.18)$$

kun $p_t(\mathbf{x}_1)$ on todennäköisyys ensimmäisellä ajanhetkellä.

2.3 Gaussin mikstuuri

Gaussin mikstuuri (Gaussian mixture, GM) on jakauma, joka on usean normaali-jakautuneen komponentin konvekssi kombinaatio. Sen komponentteja voidaan kutsua eri painoilla, kuitenkin siten, että painojen summa on yksi. Gaussin mikstuurin avulla voidaan approksimoida huomattavasti tarkemmin monimutkaisia tiheysfunktioita kuin yhden normaalijakauman avulla.

Määritelmä 2.5 (Gaussin mikstuuri). *n -ulotteisen satunnaismuuttujan \mathbf{x} jakauma on N -komponenttinen Gaussin mikstuuri, jos sen tiheysfunktio on muotoa*

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \alpha_j p_N(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j), \quad (2.19)$$

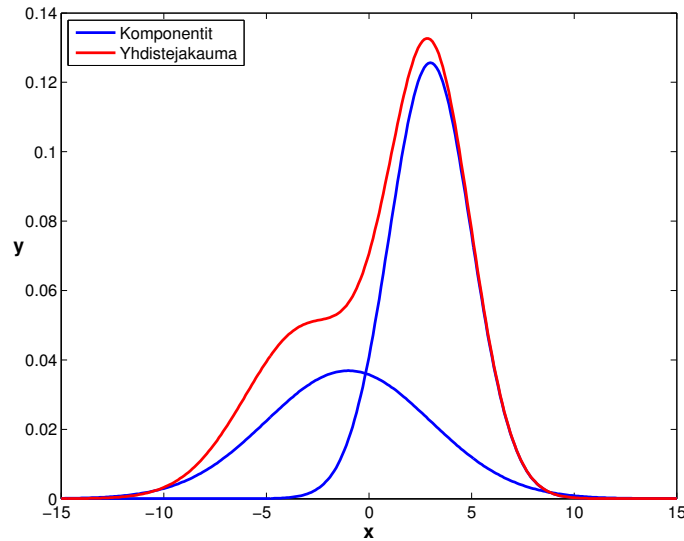
missä

$$\sum_{j=1}^N \alpha_j = 1, \quad (2.20)$$

α_j on mikstuurin komponentin j paino, $\boldsymbol{\mu}_j$ sen odotusarvo ja $\boldsymbol{\Sigma}_j$ sen kovarianssi. Painojen $\alpha_{1:N}$ on oltava ei-negatiivisia.

[4]

Kuvaan 2.1 on havainnollistettu yksiulotteinen määritelmän 2.5 mukainen Gaussin mikstuuri, joka koostuu kahdesta komponentista. Kuvassa käytetyt arvot ovat $\alpha_1 = 0.37$, $\mu_1 = -1$ ja $\Sigma_1 = 4$, $\alpha_2 = 0.63$, $\mu_2 = 3$ ja $\Sigma_2 = 2$.



Kuva 2.1: Kaksikomponenttinen yksiulotteinen Gaussin mikstuuri.

Kuvaan on sinisellä piirretty kaksi yksiulotteista painotettua normaalijakaumaa ja punaisella näiden normaalijakaumien summa, joka on Gaussin mikstuuri.

2.4 Gaussin mikstuuri -suodatin

Gaussin mikstuuri -suodatin (Gaussian Mixture Filter, GMF) on bayesiläinen suodatin, jonka priori- ja posteriorijakauma ovat Gaussin mikstuureja. Gaussin mikstuuri -suodattimen etuna on, että myös monimutkaisia tiheysfunktioita voidaan approksimoida tarkasti Gaussin mikstuurin avulla. [4]

Gaussin mikstuuri -suodattimen paikannuksessa yleisesti käytetty erikoistapaus on Kalmanin suodatin (Kalman Filter, KF). Sen avulla voidaan ratkaista analyttisesti lineaarinen Gaussinen suodatusongelma. Kalmanin suodattimella on myös paljon erilaisia laajennuksia, joiden avulla on mahdollista ratkaista epälineaarinen suodatusongelma, jossa kohinat ovat normaalijakautuneita. Kalmanin suodattimen laajennuksista esimerkkeinä laajennettu Kalmanin suodatin (Extended Kalman Filter, EKF), toisen asteen laajennettu Kalmanin suodatin (Second Order Extended Kalman Filter, EKF2) sekä hajuton Kalmanin suodatin (Unscented Kalman Filter, UKF). Kalmanin suodattimesta ja sen laajennuksista tarkemmin viitteissä [1], [7] ja [32].

2.4.1 Tilamallit

Tässä aliluvussa esitetään kaksi tilamallia sisätiloihin tarkoitettulle Gaussin mikstuuri-suodattimelle. Ensin käydään läpi tilamalli yleisessä muodossa ja toinen tilamalli, joka huomioi karttarajoitteet mittauksina. Tämän vuoksi toinen tilamalli eroaakin huomattavasti perinteisestä Bayesilaisesta suodatuksesta käytettävästä tilamallista.

Oletetaan yleisen tilamallin olevan muotoa

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) = \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \frac{\chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1})}{\sum_{j \in S} \int \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1}) d\mathbf{x}_k}, \quad (2.21)$$

missä S on joukko, joka sisältää kaikki rakennuksen huoneet, $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ on prosessin tila, matriisi \mathbf{F}_{k-1} on liikeprosessin tilansiirtomatriisi, \mathbf{Q}_{k-1} on normaalijakautuneen prosessikohinan kovarianssimatriisi ja $\mathbf{x}_{k-1} \in \bigcup_{i \in S} B_i$. χ_i on huoneen i karakteristinen funktio

$$\chi_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{kun } \mathbf{x} \in B_i \\ 0 & \text{kun } \mathbf{x} \notin B_i, \end{cases} \quad (2.22)$$

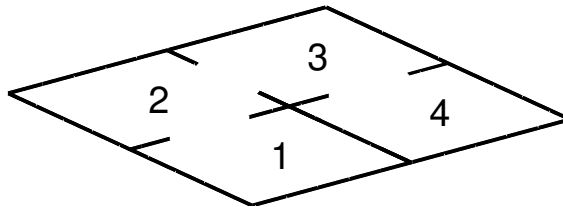
missä B_i on joukko, joka sisältää huoneen i sisälle jäävät tilavektorit.

Matriisi \mathbf{A}' on määritelmän 2.3 mukainen tilansiirtomatriisi, jossa

$$\mathbf{A}'_{i,j}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{kun } \mathbf{A}_{i,j} > 0 \\ 0 & \text{kun } \mathbf{A}_{i,j} = 0. \end{cases} \quad (2.23)$$

Tällöin siis alkio $\mathbf{A}'_{i,j}$ on 1, mikäli huoneiden i ja j välillä on ovi ja 0 muutoin. Priorijakauman $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ tulisi olla tiheysfunktio kaikilla annetuilla arvoilla \mathbf{x}_k .

Karttarajoitteet huomioivaa tilamallia on havainnollistettu kuvissa 2.3 - 2.5 yksinkertaisen pohjapiirrustuksen kanssa Monte Carlo -simuloinnin avulla. Kuvassa 2.2 on havainnollistettu esimerkkitalanteessa käytettyä pohjapiirrustusta.



Kuva 2.2: Esimerkkitalanteessa käytetty pohjapiirustus.

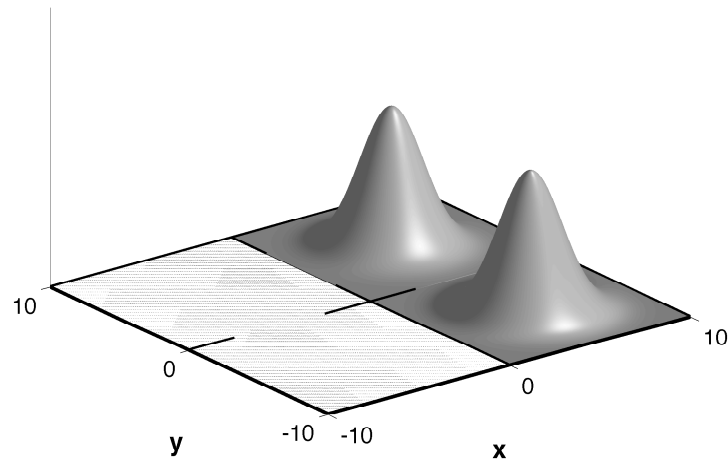
Kuvassa huoneet on numeroitu numeroilla 1 - 4 ja seinät on piirretty mustalla.

Kuvissa on kahden tilamallin erojen havainnollistamiseksi käytetty alkutilan jakamana kaksikomponenttista Gaussin mikstuuria. Oletetaan komponentin 1 olevan huoneen 3 sisällä ja komponentin 2 huoneen 4 sisällä. Kuvassa 2.3 käytetyn jakau-

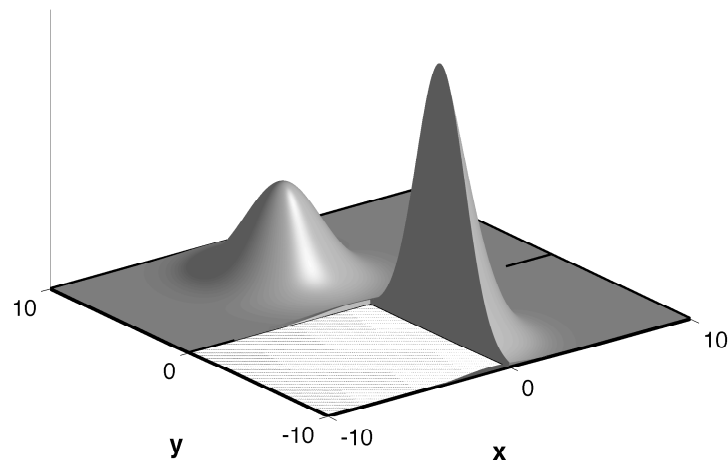
man komponentin 1 parametrit ovat $\alpha_1 = 0.5$, $\boldsymbol{\mu}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}$ ja $\boldsymbol{\Sigma}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ja

komponentin 2 parametrit $\alpha_2 = 0.5$, $\boldsymbol{\mu}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}$ ja $\boldsymbol{\Sigma}_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Tilantees-

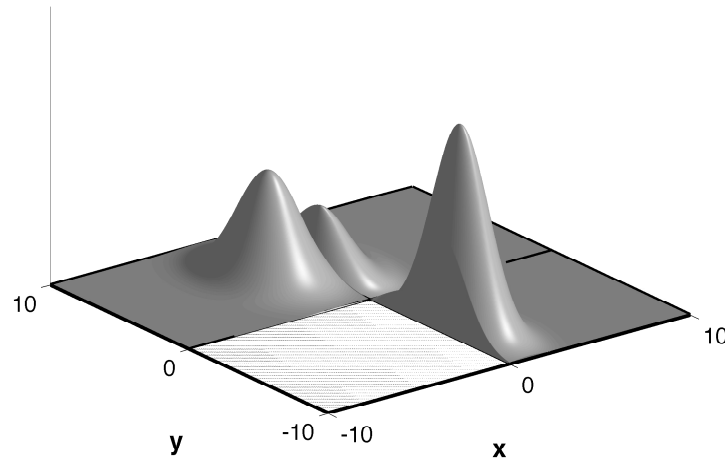
sa on käytetty vakionopeusmallia. Tilan kaksi ensimmäistä komponenttia kuvaavat paikkaa tasossa ja kaksi viimeistä nopeutta tasossa. [1, s. 43-44]



Kuva 2.3: Jakauma ajanhetkellä t_{k-1} .



Kuva 2.4: Tilamallin (2.21) mukainen jakauma ajanhetkellä t_k .



Kuva 2.5: Tilamallin (2.21) mukainen jakauma ajanhetkellä t_k , jota on approksimoitu huoneittain normaalijakaumilla.

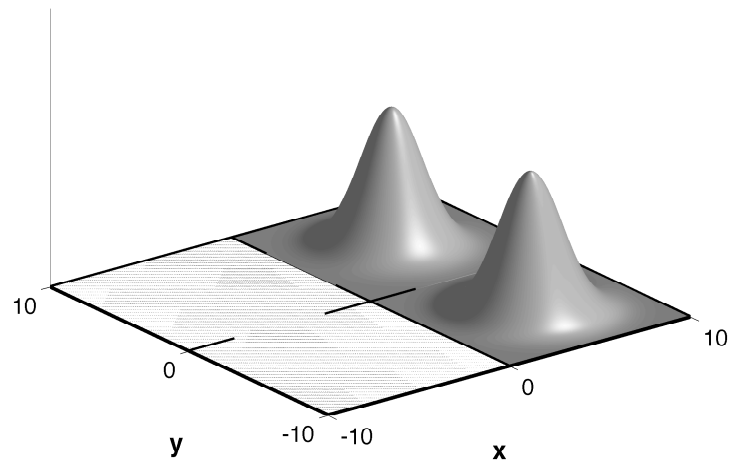
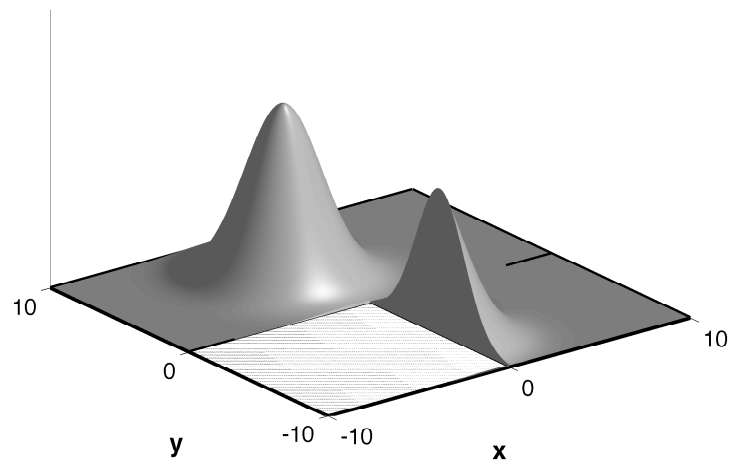
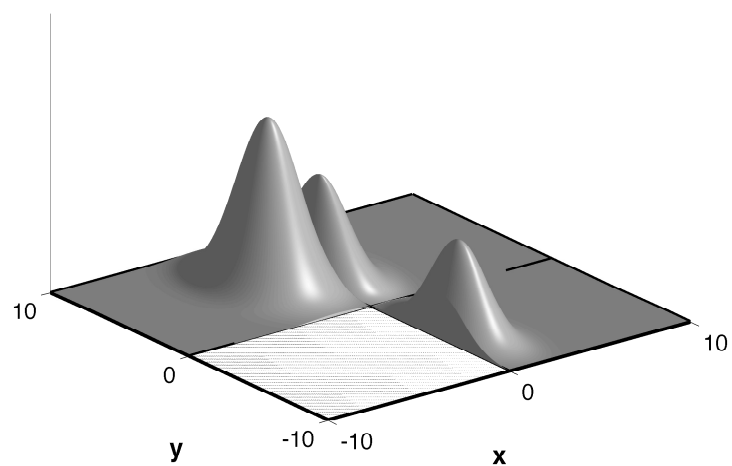
Kuten kuvista 2.4 ja 2.5 huomataan, päivitettyssä jakaumassa todennäköisyysmassaa on vain niissä huoneissa, joihin alkutilan huoneista voidaan päästä. Koska huoneista 3 ja 4 ei päästä yhdellä aika-askeleella huoneeseen 1, ei huoneessa 1 ole ajanhetkellä t_k lainkaan todennäköisyysmassaa. Tilamalli näyttäisi toimivan muutoin hyvin, mutta huoneen 4 reunalle tuntuu jäävän aivan liian suuri ja huoneeseen 2 melko pieni todennäköisyysmassa annettuihin parametreihin nähden. Tämä johtuu siitä, että tilamallin normalisointivakio ei riipu priorista.

Muodostetaan seuraavaksi tilamalli, joka huomioi karttarajoitteet mittauksina siten, että sen normalisointivakio riippuu priorista. Tilamalli voidaan kirjoittaa muotoon

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) \propto \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1}). \quad (2.24)$$

Malli eroaa kaavassa (2.21) esitetystä mallista siten, että jakauman normalisointitermi nimittäjässä on korvattu suoraan verrannollisuudella. Verrannollisuuskertoimen määrittämiseen käytetään koko priorijakauman avulla. Verrannollisuuskertoimesta tarkemmin kaavoissa (2.31) ja (2.32).

Mallin (2.24) etuna on, että se huomioi alkutilan jakauman ja sen käyttäytymisen erilaisten karttarajoitteiden kanssa. Tämä johtuu siitä, että nyt normalisointi voidaan tehdä kaikkien komponenttien leikkaamisen jälkeen. Tämän tilamallin toimintaa on havainnollistettu kuvissa 2.6 - 2.8. Kuvissa on käytetty alkutilan jakaumana edellä esitettyä kaksikomponenttista Gaussin mikstuuria ja pohjapiirrustusta. Näin tilamallien eroja saadaan havainnollistettua paremmin.

Kuva 2.6: Jakauma ajanhetkellä t_{k-1} .Kuva 2.7: Tilamallin (2.24) mukainen jakauma ajanhetkellä t_k .Kuva 2.8: Tilamallin (2.24) mukainen jakauma ajanhetkellä t_k , jota on approksimoitu huoneittain normaalijakaumilla

Kuvia 2.4 - 2.5 ja 2.7 - 2.8 vertaamalla havaitaan selvästi kahden tutkitun tilamallin erot. Kuvista 2.7 ja 2.8 huomataan, kuinka huoneen 2 sisällä on huomattavasti enemmän todennäköisyysmassaa kuin kuvissa 2.4 ja 2.5. Tämä johtuu siitä, että verrannollisuuskertoimen avulla komponenttien painot voidaan päivittää vasta sitten, kun kaikkien komponenttien leikatut todennäköisyysmassat on laskettu ajanhetkellä t_k . Nyt tilajakauma ajanhetkellä t_k näyttää käytetyillä parametreilla huomattavasti realistisemmalta.

Todennäköisyysmassojen liikkumista huoneesta toiseen annetuilla parametreilla ja vakionopeusmallilla on havainnollistettu taulukossa 2.1.

Taulukko 2.1: Approksimoitu todennäköisyysmassojen liikkuminen huoneiden välillä testitilanteessa ilman karttarajoitteita.

	Huoneeseen 1	Huoneeseen 2	Huoneeseen 3	Huoneeseen 4
Huoneesta 1	0	0	0	0
Huoneesta 2	0	0	0	0
Huoneesta 3	(0.003)	0.355	0.141	0.001
Huoneesta 4	(0.004)	(0.354)	0.001	0.141

Alkutilanteessa huoneissa 3 ja 4 on molemmissa 50% todennäköisyysmassasta. Sulhuissa ne nollassa poikkeavat todennäköisyysmassat, joiden liikkumisen huoneiden välillä testitilanteen karttarajoitteet estävät. Molempien tilamallien avulla approksimoitujen todennäköisyysmassat huoneittain on esitetty taulukossa 2.2.

Taulukko 2.2: Molempien tilamallien avulla approksimoitujen todennäköisyysmassat huoneittain.

	Huone 1	Huone 2	Huone 3	Huone 4
Tilamalli (2.21)	0	0.358	0.171	0.471
Tilamalli (2.24)	0	0.557	0.224	0.219

Taulukosta nähdään, että tilamallien antamat todennäköisyysmassat eroavat testitilanteessa merkittävästi toisistaan. Varsinkin huoneiden 2 ja 4 osalta. Tämä johtuu siitä, että tilamallissa (2.24) painot normalisoidaan käyttämällä koko prioria. Näin komponentin paino pienenee, mikäli suuri osa sen todennäköisyysmassasta liikkuu karttarajoitteiden vastaisesti ja muilla komponenteilla näin ei tapahdu.

2.4.2 Gaussin mikstuuri -suodatin sisätiloihin

Tässä aliluvussa johdetaan priori- ja posteriorijakauman laskukaavat sisätiloihin tarkoitettulle Gaussin mikstuuri -suodattimelle molempien edellä esitetyn tilamallin avulla sekä esitetään sisätilapaikannukseen sovelletun Gaussin mikstuuri -suodattimen algoritmi. Suodattimessa edellinen tila tallennetaan aina Gaussin mikstuurina, joka sisältää yhden komponentin jokaista rakennuksen huonetta kohti.

Määritellään priorijakauma rakennuksen huoneiden karakterististen funktioiden χ avulla

$$p(\mathbf{x}_{k-1}) = \sum_{i \in S} \alpha_i \frac{\chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)}{\int \chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i) d\mathbf{x}_{k-1}}, \quad (2.25)$$

missä α_i , $\boldsymbol{\mu}_i$ ja $\boldsymbol{\Sigma}_i$ ovat mikstuurin komponentin i paino, odotusarvo ja kovarianssi.

Määritellään uskottavuus yhden normaalijakauman avulla

$$p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) = p_N(\mathbf{y}_k; \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k), \quad (2.26)$$

missä \mathbf{y}_k on mittaus, \mathbf{H}_k on mittausmatriisi ja \mathbf{R}_k on normaalijakautuneen mittauskohinan kovarianssimatriisi.

Nyt voidaan sisätiloihin tarkoitettulle Gaussin mikstuuri -suodattimelle muodostaa yleisen tilamallin mukainen priorijakauma kaavojen (2.25) ja (2.21) avulla kaavan (2.8) mukaisesti

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k) &= \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \\ &= \int \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \frac{\chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1})}{\sum_{j \in S} \int \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1}) d\mathbf{x}_k} \cdots \\ &\quad \sum_{l \in S} \alpha_l \frac{\chi_l(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Sigma}_l)}{\int \chi_l(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Sigma}_l) d\mathbf{x}_{k-1}} d\mathbf{x}_{k-1} \quad (2.27) \\ &= \int \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \sum_{l \in S} \alpha_l \frac{\chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1})}{\sum_{j \in S} \int \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1}) d\mathbf{x}_k} \cdots \\ &\quad \frac{\chi_l(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Sigma}_l)}{\int \chi_l(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Sigma}_l) d\mathbf{x}_{k-1}} d\mathbf{x}_{k-1} \end{aligned}$$

Nyt summatermi saa arvon nolla, kun $i \neq l$. Niinpä yhtälö voidaan kirjoittaa muo-

toon

$$p(\mathbf{x}_k) = \int \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \alpha_i \frac{\chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1})}{\sum_{j \in S} \int \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1}) d\mathbf{x}_k} \cdots \frac{p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)}{\int \chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i) d\mathbf{x}_{k-1}} d\mathbf{x}_{k-1}. \quad (2.28)$$

Kuten kaavasta (2.28) nähdään, summatermin osoittajassa on nyt kaksi normaali-jakaumaa, joiden tuloa voidaan muokata käyttämällä normaalijakaumien tulon laskukaavoja [3]. Nyt saadaan

$$\begin{aligned} & p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1}) \\ &= p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \bar{\boldsymbol{\mu}}_i, \boldsymbol{\Sigma}_{1,i}) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_{2,i}), \end{aligned} \quad (2.29)$$

missä

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_{2,i} &= \mathbf{F}_{k-1} \boldsymbol{\Sigma}_i \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}, \\ \mathbf{K}_i &= \boldsymbol{\Sigma}_i \mathbf{F}_{k-1}^T \boldsymbol{\Sigma}_{2,i}^{-1}, \\ \boldsymbol{\Sigma}_{1,i} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{F}_{k-1}) \boldsymbol{\Sigma}_i \quad \text{ja} \\ \bar{\boldsymbol{\mu}}_i &= \boldsymbol{\mu}_i + \mathbf{K}_i (\mathbf{x}_k - \mathbf{F}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_i). \end{aligned}$$

Käytettyjen normaalijakaumien tulon laskukaavojen todistus löytyy lähteestä [2, s. 12-13].

Nyt kaava (2.28) voidaan kirjoittaa muotoon

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k) &= \int \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \alpha_i \frac{\mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_{2,i})}{\sum_{j \in S} \int \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1}) d\mathbf{x}_k} \cdots \\ & \quad \frac{\chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \bar{\boldsymbol{\mu}}_i, \boldsymbol{\Sigma}_{1,i})}{\int \chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i) d\mathbf{x}_{k-1}} d\mathbf{x}_{k-1} \\ &= \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \alpha_i \frac{\mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_{2,i})}{\int \chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i) d\mathbf{x}_{k-1}} \cdots \\ & \quad \int \frac{\chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \bar{\boldsymbol{\mu}}_i, \boldsymbol{\Sigma}_{1,i})}{\sum_{j \in S} \int \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1}) d\mathbf{x}_k} d\mathbf{x}_{k-1}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Muodostetaan sisätiloihin tarkoitettulle Gaussin mikstuuri -suodattimelle priorijakauma myös käyttämällä kaavan (2.24) mukaista tilamallia. Nyt priorijakauma saa-

daan käyttämällä kaavaa (2.25) kaavan (2.8) mukaisesti.

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{x}_k) &= \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \\
&\propto \int \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \sum_{l \in S} \alpha_l \chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) \mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1}) \cdots \\
&\quad \frac{\chi_l(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Sigma}_l)}{\int \chi_l(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Sigma}_l) d\mathbf{x}_{k-1}} d\mathbf{x}_{k-1}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Jälleen summatermi saa arvon nolla, kun $i \neq l$. Muokkaamalla normaalijakaumien tuloa kaavan (2.29) mukaisesti, voidaan yhtälö kirjoittaa muotoon

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{x}_k) &\propto \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \alpha_i \frac{\mathbf{A}'_{i,j} \chi_j(\mathbf{x}_k) p_N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_{2,i})}{\int \chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i) d\mathbf{x}_{k-1}} \cdots \\
&\quad \int \chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \bar{\boldsymbol{\mu}}_i, \boldsymbol{\Sigma}_{1,i}) d\mathbf{x}_{k-1}.
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Kun komponentteja on määrä N ja jokainen komponentti jakaantuu priorijakaumassa karttarajoitteiden takia määrään m komponentteja, niin posteriorijakauma voidaan määrittää seuraavasti [6].

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{x} | \mathbf{y}) &= \frac{p_N(\mathbf{y}; \mathbf{H}\mathbf{x}, \mathbf{R}) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \alpha_{i,j}^- p_N(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{i,j}^-, \boldsymbol{\Sigma}_{i,j}^-)}{\int p_N(\mathbf{y}; \mathbf{H}\mathbf{x}, \mathbf{R}) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \alpha_{i,j}^- p_N(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{i,j}^-, \boldsymbol{\Sigma}_{i,j}^-) d\mathbf{x}} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m p_N(\mathbf{y}; \mathbf{H}\mathbf{x}, \mathbf{R}) \alpha_{i,j}^- p_N(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{i,j}^-, \boldsymbol{\Sigma}_{i,j}^-)}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \alpha_{i,j}^- \int p_N(\mathbf{y}; \mathbf{H}\mathbf{x}, \mathbf{R}) p_N(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{i,j}^-, \boldsymbol{\Sigma}_{i,j}^-) d\mathbf{x}} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \alpha_{i,j}^- p_N(\mathbf{y}; \mathbf{H}\boldsymbol{\mu}_{i,j}^-, \mathbf{S}_{i,j}) p_N(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{x}}_{i,j}, \hat{\mathbf{P}}_{i,j})}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \alpha_{i,j}^- p_N(\mathbf{y}; \mathbf{H}\boldsymbol{\mu}_{i,j}^-, \mathbf{S}_{i,j})},
\end{aligned} \tag{2.33}$$

missä

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}_{i,j} &= \mathbf{H}\boldsymbol{\Sigma}_{i,j}^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R}, \\
\mathbf{K}_{i,j} &= \boldsymbol{\Sigma}_{i,j}^- \mathbf{H}^T \mathbf{S}_{i,j}^{-1}, \\
\hat{\mathbf{x}}_{i,j} &= \boldsymbol{\mu}_{i,j}^- + \mathbf{K}_{i,j}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\boldsymbol{\mu}_{i,j}^-) \\
\hat{\mathbf{P}}_{i,j} &= \boldsymbol{\Sigma}_{i,j}^- - \mathbf{K}_{i,j} \mathbf{H} \boldsymbol{\Sigma}_{i,j}^- \quad \text{ja} \\
\alpha_{i,j} &\propto \alpha_{i,j}^- p_N(\mathbf{y}; \mathbf{H}\boldsymbol{\mu}_{i,j}^-, \mathbf{S}_{i,j})
\end{aligned}$$

$\alpha_{i,j}^-$, $\boldsymbol{\mu}_{i,j}^-$ ja $\boldsymbol{\Sigma}_{i,j}^-$ ovat komponentin i j :n komponentin paino, odotusarvo ja ko-

varianssimatriisi, jotka on laskettu kaavan 2.32 avulla saadusta priorista aliluvun 3.3 mukaisesti. Kaavojen johtamisessa on tehty oletus, että komponentit on leikattu huoneittain karttarajoitteiden mukaisesti, mutta niitä ei ole rajoitettu siten, että komponentin todennäköisyysmassa on pelkästään yhden huoneen sisällä.

Sisätalapaikannukseen sovelletun Gaussin mikstuuri -suodattimen algoritmi on esitetty algoritmissa 1. Algoritmissa suodattimen priorijakauma ratkaistaan kaavan (2.32) mukaisesti. [4]

2.4.3 Komponenttien vähentäminen

Gaussin mikstuuri -suodattimen posteriorijakauman komponenttien määrä kasvaa usein erittäin nopeasti, jolloin suodattimesta tulee laskennallisesti raskas. Tämän välttämiseksi käytetäänkin usein jotain menetelmää mikstuurin komponenttien vähentämiseen. Mahdollisia menetelmiä ovat esimerkiksi uudelleennäytteistys, komponenttien yhdistäminen ja komponenttien unohtaminen [2, 6]. Tässä työssä komponenttien vähentämiseen käytetään komponenttien yhdistämistä ja unohtamista. [3, s. 15-16]

Komponenttien yhdistäminen tapahtuu iteratiivisesti siten, että Gaussin mikstuurin kokonaisuuden odotusarvo ja kovarianssi pysyvät samana. Kaksi mikstuurin komponenttia yhdistetään, mikäli niiden keskipisteiden välinen etäisyys on pienempi kuin jokin valittu kynnyksisarvo, tai ne täyttävät muutoin jonkin ennalta valitun ehdon. Komponenttien i ja j etäisyys voidaan laskea kaavalla [6]

$$d_{i,j} = \frac{\alpha_i \alpha_j}{\alpha_i + \alpha_j} (\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j)^T (\boldsymbol{\Sigma}_i + \boldsymbol{\Sigma}_j)^{-1} (\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j). \quad (2.34)$$

Uuden komponentin m , joka korvaa komponentit i ja j , paino α_m , odotusarvo $\boldsymbol{\mu}_m$ ja kovarianssimatriisi $\boldsymbol{\Sigma}_m$ voidaan laskea kaavoilla

$$\alpha_m = \alpha_i + \alpha_j \quad (2.35)$$

$$\boldsymbol{\mu}_m = \frac{\alpha_i}{\alpha_m} \boldsymbol{\mu}_i + \frac{\alpha_j}{\alpha_m} \boldsymbol{\mu}_j \quad (2.36)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_m = \frac{\alpha_i}{\alpha_m} (\boldsymbol{\Sigma}_i + (\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_m)(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_m)^T) + \dots \quad (2.37)$$

$$\frac{\alpha_j}{\alpha_m} (\boldsymbol{\Sigma}_j + (\boldsymbol{\mu}_j - \boldsymbol{\mu}_m)(\boldsymbol{\mu}_j - \boldsymbol{\mu}_m)^T)$$

Algoritmi 1 Gaussin mikstuuri -suodatin sisätiloihin

Käytetään kaavan (2.24) mukaista tilamallia ja määritellään uskottavuus kaavan (2.26) mukaisesti.

Alkutila ajanhetkellä t_0 kaavan (2.25) mukaisesti:

$$p(\mathbf{x}_0) = \sum_{i \in S} \alpha_{i,0}^+ \frac{\chi_i(\mathbf{x}_0) p_N(\mathbf{x}_0; \boldsymbol{\mu}_{i,0}^+, \boldsymbol{\Sigma}_{i,0}^+)}{\int \chi_i(\mathbf{x}_0) p_N(\mathbf{x}_0; \boldsymbol{\mu}_{i,0}^+, \boldsymbol{\Sigma}_{i,0}^+) d\mathbf{x}_0}$$

Alkutila on nyt leikattu N -komponenttinen Gaussin mikstuuri.

for $i = 1 \dots N$ **do**

Ennustusaskel:

Priorijakauman parametrit ajanhetkellä t_k kaavan (2.32) mukaisesti:

$$\begin{aligned} \alpha_{i,k}^- &= \alpha_{i,k-1}^+ \frac{\int \chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \bar{\boldsymbol{\mu}}_{i,k-1}, \boldsymbol{\Sigma}_{1,i,k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}}{\int \chi_i(\mathbf{x}_{k-1}) p_N(\mathbf{x}_{k-1}; \boldsymbol{\mu}_{i,k-1}^+, \boldsymbol{\Sigma}_{i,k-1}^+) d\mathbf{x}_{k-1}} \\ \boldsymbol{\mu}_{i,k}^- &= \mathbf{F}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_{i,k-1}^+, \\ \boldsymbol{\Sigma}_{i,k}^- &= \boldsymbol{\Sigma}_{2,i,k-1}, \end{aligned}$$

missä

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_{2,i,k-1} &= \mathbf{F}_{k-1} \boldsymbol{\Sigma}_{i,k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}, \\ \mathbf{K}_{i,k-1} &= \boldsymbol{\Sigma}_{i,k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T \boldsymbol{\Sigma}_{2,i,k-1}^{-1}, \\ \boldsymbol{\Sigma}_{1,i,k-1} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{i,k-1} \mathbf{F}_{k-1}) \boldsymbol{\Sigma}_{i,k-1}^+ \quad \text{ja} \\ \bar{\boldsymbol{\mu}}_{i,k-1} &= \boldsymbol{\mu}_{i,k-1}^+ + \mathbf{K}_{i,k-1} (\mathbf{x}_k - \mathbf{F}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_{i,k-1}^+). \end{aligned}$$

Uusiin komponentteihin jakaminen huoneittain aliluvussa 3.3 esitetyllä tavalla. Komponentteja määrä m .

Päivitysaskel:

for $j = 1 \dots m$ **do**

Posteriorijakauman parametrit ajanhetkellä t_k kaavan 2.33 mukaisesti:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{i,j,k} &= \mathbf{H}_k \boldsymbol{\Sigma}_{i,j,k}^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k, \\ \mathbf{K}_{i,j,k} &= \boldsymbol{\Sigma}_{i,j,k}^- \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_{i,j,k}^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_{i,j,k} &= \boldsymbol{\mu}_{i,j,k}^- + \mathbf{K}_{i,j,k} (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \boldsymbol{\mu}_{i,j,k}^-) \\ \hat{\mathbf{P}}_{i,j,k} &= \boldsymbol{\Sigma}_{i,j,k}^- - \mathbf{K}_{i,j,k} \mathbf{H}_k \boldsymbol{\Sigma}_{i,j,k}^- \\ \alpha_{i,j,k} &\propto \alpha_{i,j,k}^- p_N(\mathbf{y}_k; \mathbf{H}_k \boldsymbol{\mu}_{i,j,k}^-, \mathbf{S}_{i,j,k}) \end{aligned}$$

end for

end for

Posteriorijakauma ajanhetkellä t_k :

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_k) = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \alpha_{i,j,k}^- p_N(\mathbf{y}; \mathbf{H}_k \boldsymbol{\mu}_{i,j,k}^-, \mathbf{S}_{i,j,k}) p_N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{i,j,k}, \hat{\mathbf{P}}_{i,j,k})}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \alpha_{i,j,k}^- p_N(\mathbf{y}; \mathbf{H}_k \boldsymbol{\mu}_{i,j,k}^-, \mathbf{S}_{i,j,k})}$$

Uusiin komponentteihin jakaminen huoneittain ja komponenttien vähentäminen yhdistämällä aliluvun 2.4.3 mukaisesti siten, että komponentteja on jälleen N -kappaletta. Komponentteja ei leikata ennen yhdistämistä.

Huoneessa i olevan komponentin tiheysfunktio on $\bar{\alpha}_{i,k} p_N(\mathbf{x}_k; \boldsymbol{\mu}_{i,k}^+, \boldsymbol{\Sigma}_{i,k}^+)$.

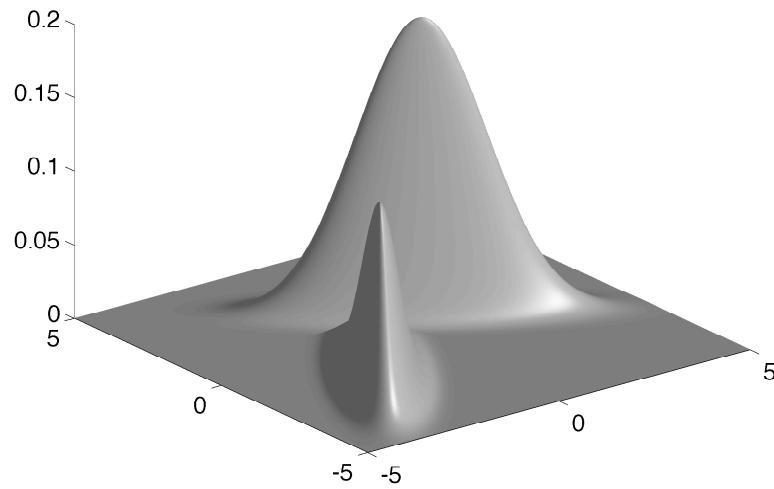
Komponenttien painojen normalisointi:

$$\alpha_{i,k}^+ = \frac{\int \chi_i(\mathbf{x}_k) \bar{\alpha}_{i,k} p_N(\mathbf{x}_k; \boldsymbol{\mu}_{i,k}^+, \boldsymbol{\Sigma}_{i,k}^+) d\mathbf{x}_k}{\sum_{i=1}^N \int \chi_i(\mathbf{x}_k) \bar{\alpha}_{i,k} p_N(\mathbf{x}_k; \boldsymbol{\mu}_{i,k}^+, \boldsymbol{\Sigma}_{i,k}^+) d\mathbf{x}_k}$$

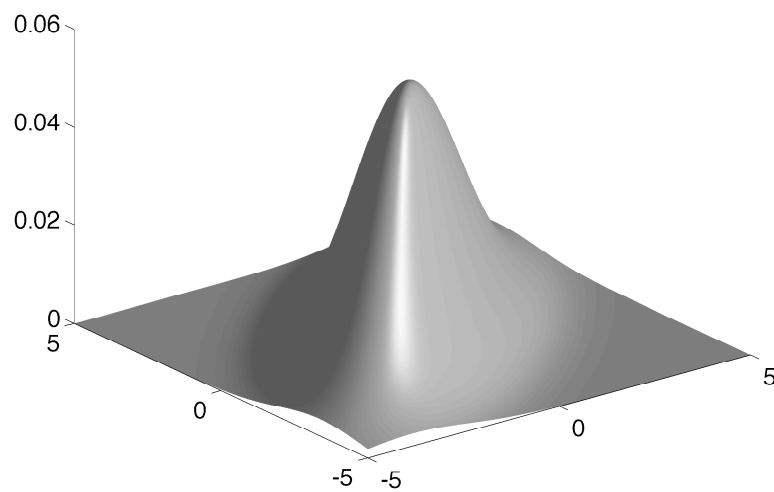
Leikataan komponentit siten, että jokaisen komponentin todennäköisyysmassa on vain yhdessä huoneessa.

Komponentteja yhdistetään iteratiivisesti, kunnes mikstuurissa ei ole enää komponentteja, joiden välinen etäisyys on pienempi kuin valittu kynnsarvo [2]. Komponenttien yhdistämistä edellä esitettyjen kaavojen avulla on havainnollistettu kuvassa 2.9. Kuvassa käytetyt arvot ovat $\alpha_1 = 0.35$, $\boldsymbol{\mu}_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1.5 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{\Sigma}_1 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.7 \\ 0.7 & 1.2 \end{bmatrix}$,

$$\alpha_2 = 0.65, \boldsymbol{\mu}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ ja } \boldsymbol{\Sigma}_2 = \begin{bmatrix} 1.3 & -0.8 \\ -0.8 & 0.7 \end{bmatrix}.$$



Kuva 2.9: Kaksi erillistä kaksiulotteista normaalijakautunutta komponenttia.



Kuva 2.10: Kaksi komponenttia yhdistettynä yhdeksi komponentiksi

Kuvassa 2.9 piirrettynä kaksi erillistä kaksiulotteista normaalijakautunutta komponenttia ja kuvassa 2.10 näiden kahden komponentin yhdistelmä muodostettuna kaavojen (2.35) - (2.37) avulla.

Komponenttien unohtamisessa kaikille mikstuurin komponenteille, joiden paino on pienempi kuin jokin kynnyksarvo, annetaan paino 0. Tämän jälkeen jäljelle jääneiden mikstuurin komponenttien painot normalisoidaan. [6]

3. HUONE-ID -SUODATIN

Huone-ID -suodattimella pyritään ratkaisemaan estimaatti käyttäjän paikalle WLAN-tukiasemilta saatujen mittausten avulla siten, että se huomioi myös karttarajoitteet. Suodatin ratkaisee ensin estimaatin huoneelle, jossa käyttäjä on, käyttämällä WLAN-paikannusta sekä Markovin piilomallia. Jokaisen saadun mittauksen jälkeen ratkaistaan Kalmanin suodattimen avulla käyttäjän paikalle posteriorijakauma, joka rajoitetaan WLAN-paikannuksen ja Markovin piilomallin avulla ratkaistuu huoneeseen. Paikkaestimaattina käytetään rajoitetun posteriorijakauman odotusarvoa.

3.1 Käytetyt mallit

Huone-ID -suodatin koostuu kahdesta erillisestä suodattimesta, joita ajetaan rinnakkain prosessin edetessä. Nämä suodattimet ovat Kalmanin suodatin ja Markovin piilomalliin perustuva suodatin. Kalmanin suodattimella, kun käyttäjän liikettä mallinnetaan satunnaiskulkuna, estimaatin tila \mathbf{x}_k sisältää vain paikkakoordinaatit ajanhetkellä t_k

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

missä $x_k \in \mathbb{R}$ ja $y_k \in \mathbb{R}$ ovat tilan koordinaatit tasossa. Työssä tason koordinaatistona käytetään omaa testirakennuksen ympärille luotua paikallista ENU-koordinaatistoa (East, North, Up), joka on muodostettu valitun maapallon pisteen tangentin suuntaiselle tasolle siten, että itä on positiivisen x-akselin suuntaan ja pohjoinen on positiivisen y-akselin suuntaan.

Jotta analyttiset ratkaisut saadaan ratkaistua Kalmanin suodattimen avulla, on tila- ja mittausmallin oltava lineaarisia ja molempien virheiden normaalijakautuneita. Siispä Kalmanin suodattimella käytetty tilamalli on

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \quad (3.2)$$

missä \mathbf{F}_{k-1} on identiteettimatriisi ja $\mathbf{w}_{k-1} \sim N(0, \mathbf{Q}_{k-1})$ on prosessikohina. Työssä

tilan estimointiin käytetään WLAN-tukiasemilta saatuja RSS-mittauksia. Käytetty mittaussmalli on muotoa

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{r}_k, \quad (3.3)$$

missä \mathbf{H}_k on identiteettimatriisi ja $\mathbf{r}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ on mittauskohina.

Työssä käytetty Markovin piilomalliin perustuva suodatin on diskreetti. Sen tila \mathbf{x}'_k kuvaa todennäköisyyksiä tiloille, jotka tässä työssä ovat testirakennuksen huoneita. Nyt tila ajanhetkellä t_k on

$$\mathbf{x}'_k = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_T \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

missä p_n on tilan n todennäköisyys ja T on tilojen lukumäärä. Nyt normeeraamaton tila saadaan tilamallin avulla

$$\mathbf{x}'_k = \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{x}'_{k-1}, \quad (3.5)$$

missä \mathbf{A}_{k-1} on määritelmän (2.3) mukainen tilansiirtomatriisi. Sen muodostamisesta tarkemmin aliluvussa 3.3. Mittausmalli on muotoa

$$\mathbf{y}'_k = \begin{bmatrix} p_1 \mathbf{B}_{k,1} \\ p_2 \mathbf{B}_{k,2} \\ p_3 \mathbf{B}_{k,3} \\ \vdots \\ p_T \mathbf{B}_{k,T} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

missä \mathbf{B} on määritelmän (2.4) mukainen emissiomatriisi.

3.2 Huonetunnistus

Estimaatti huoneelle, jossa käyttäjä on, ratkaistaan käyttämällä Markovin piilomallia sekä sormenjälkimenetelmään perustuvan WLAN-paikannuksen avulla saatua kaksiulotteista normaalijakaumaa. Työssä käytettävästä WLAN-paikannusmenetelmästä tarkemmin viitteessä [18], josta tässä työssä on käytetty todennäköisyyksiin perustuvaa paikannusmenetelmää.

Mittaustodennäköisyydet kullekin huoneelle lasketaan WLAN-paikannuksen avulla saadun normaalijakauman avulla. Kunkin huoneen mittaustodennäköisyys on huo-

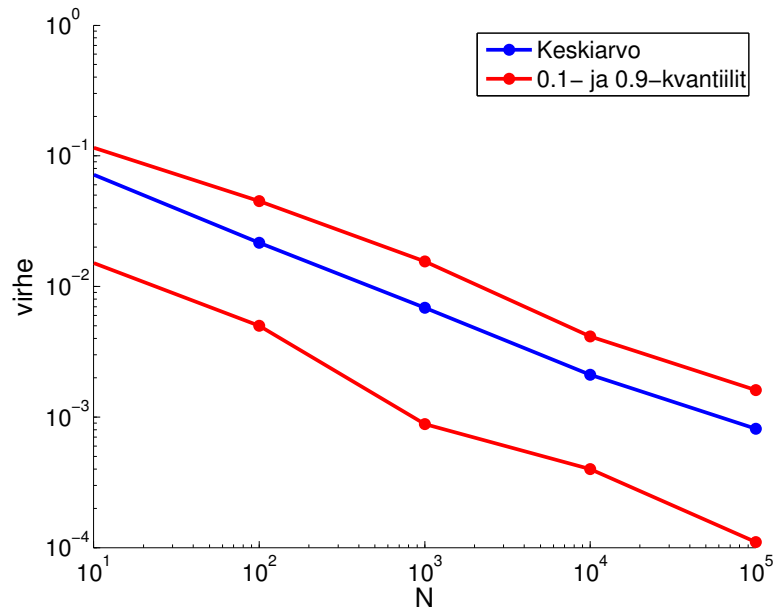
neen rajaaman alueen sisälle jäänyt todennäköisyysmassa, jota voidaan approksimoida käyttämällä Monte Carlo -simulointia. Tilansiirtomatriisi muodostetaan käyttämällä paikkaestimaattia edelliseltä ajanhetkeltä sekä tietoa huoneiden välisistä ovista.

Huoneen sisälle jäävän todennäköisyysmassan approksimoimiseksi Monte Carlo -simuloinnilla generoidaan N kappaletta satunnaisvektoreita $\{\mathbf{x}^j; j = 1, \dots, N\}$ kaksiulotteisesta normaalijakaumasta $N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, missä $\boldsymbol{\mu}$ ja $\boldsymbol{\Sigma}$ ovat WLAN-paikannuksen avulla muodostetun normaalijakauman odotusarvo ja kovarianssi. Tämän satunnaisotoksen avulla voidaan approksimoida mittaustodennäköisyyttä huoneen i sisälle jäävän todennäköisyysmassan θ_B avulla

$$\theta_B = \int_{B_i} p_x(\xi) d\xi \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \chi_i(\mathbf{x}^j), \quad (3.7)$$

missä χ_i on huoneen i karakteristinen funktio.

Approksimoidun todennäköisyysmassan virheen käyttäytymistä generoitujen pisteiden määrän N funktiona on havainnollistettu kuvassa 3.1.



Kuva 3.1: Monte Carlo -simuloinnin virheen käyttäytyminen generoitujen pisteiden määrän funktiona.

Kuvassa kaikilla eri pisteiden määrällä on ajettu 100 simulointia. Sinisellä on piirretty simulointien virheen keskiarvo ja punaisella virheen 10%-kvantiili ja 90%-kvantiili. Kuten kuvasta nähdään logaritmisella asteikolla virhe pienenee lähes lineaarisesti. Työssä mittaustodennäköisyyksien approksimointiin on generoitu kaksiulotteisesta

normaalijakaumasta 10000 satunnaisvektoria, jolloin kuvan mukaan saatu tarkkuus on tällöin hieman alle ± 0.01 .

Todennäköisyydet tilansiirrolle lasketaan käyttämällä edellisen ajanhetken paikkaestimaattia sekä tietoa huoneiden välisistä ovista. Tilamalli olettaa, että nykyisestä huoneesta voidaan liikkua vain huoneisiin, joihin kyseisestä huoneesta on ovi. Koska tilamalli huomioi edellisen ajanhetken paikkaestimaatin, on tilansiirtomatriisia päivitettävä aina, kun saadaan uusi mittausta.

Testikartalla huoneiden koot ovat suhteellisen pieniä, eikä käyttäjän sijainti huoneessa anna merkittävää informaatiota huoneessa pysymisen suhteen. Tämän vuoksi tilamallissa on päätetty pitää todennäköisyys samassa huoneessa pysymiselle vakiona paikkaestimaatista riippumatta. Sen sijaan todennäköisyyksille tilasta toiseen siirtymiselle on mielekästä käyttää tietoa nykyisestä paikkaestimaatista, koska sen avulla tilamalli voidaan saada vastaamaan paremmin todellisuutta.

Merkitään todennäköisyyttä samassa huoneessa pysymiselle c_r ja olkoon \mathbf{d} vektori, joka sisältää etäisyydet edellisen ajanhetken paikkaestimaatin ja tutkittavasta huoneesta lähtevien ovien välillä. Nyt määritelmän (2.3) tilansiirtomatriisin \mathbf{A} lävistääalkioiksi saadaan

$$\mathbf{A}_{j,j} = c_r \quad j = 1, 2, \dots, T. \quad (3.8)$$

Mikäli tilojen t ja j välillä on ovi, jonka etäisyys paikkaestimaattiin on d_k , voidaan tilansiirtomatriisin alkio $\mathbf{A}_{t,j}$ määrittää kaavalla

$$\mathbf{A}_{t,j} = \frac{1 - c_r}{d_k \sum_{i=1}^D \frac{1}{d_i}}, \quad (3.9)$$

missä D on tutkittavasta huoneesta lähtevien ovien lukumäärä ja d_k on vektorin \mathbf{d} k :s alkio. Kun tätä kaavaa käytetään kaikille tutkittavasta huoneesta lähteville oville, voidaan kyseistä huonetta vastaavat tilansiirtomatriisin \mathbf{A} alkioit päivittää vastaamaan edellisellä ajanhetkellä saatua paikkaestimaattia. Mikäli tilojen välillä ei ole ovea, todennäköisyys siirtymiselle näiden tilojen välillä tilasta toiseen on 0.

Markovin piilomalli vaatii myös alkuketken jakauman, jota ei kuitenkaan tunneta. Koska Markovin piilomallia käytetään aina, kun uusi mittausta saadaan, on alkutilan jakauma määriteltävä siis jokaisen saadun mittauksen jälkeen. Tässä työssä Markovin piilomallin alkutilan jakaumana käytetään edellisen mittauksen avulla valitun tilan jakaumaa, mikä on mielekästä, jos suodattimen halutaan huomioivan mahdollisimman tarkasti karttarajoitteet. Tila ensimmäisellä ajanhetkellä voidaan valita

mittaustodennäköisyyksien avulla.

3.3 Käyttäjän paikan estimointi

Käyttäjän paikan estimoinnissa huoneen sisällä käytetään Kalmanin suodatinta, jolta saatu posteriorijakauma rajoitetaan rekursiivisesti huoneeseen, jossa käyttäjä on suurimmalla todennäköisyydellä kullakin ajanhetkellä. Kalmanin suodatin on Gaussin mikstuuri -suodattimen erikoistapaus ja sen toiminta on esitetty viitteissä [1] ja [32]

Kalmanin suodattimelta saadun posteriorijakauman rajaamiseksi valittuun huoneeseen määritellään ensin osajoukko B , joka määrittää tarkasteltavan huoneen

$$B = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{n}_i^T \mathbf{x} \leq \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, s\}, \quad (3.10)$$

missä pari (\mathbf{n}_i, β_i) määrittää yhden lineaarisen rajoitteen ja s on rajoitteiden määrä. Oletetaan vielä Kalmanin suodattimelta saadun posterioritilan olevan normaalijakautunut odotusarvona $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ ja kovarianssina $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$:

$$\mathbf{x} \sim N(\hat{\boldsymbol{\mu}}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}). \quad (3.11)$$

Nyt saatu posteriorijakauma voidaan rajoittaa rekursiivisesti huoneeseen, jonka osajoukko B määrittelee.

Koska leikatun jakauman odotusarvon ja kovarianssin laskemiseksi halutaan käyttää standardinormaalijakauman ominaisuuksia, standardisoidaan posteriorijakauma

$$\mathbf{m}^T (\mathbf{x} - \hat{\boldsymbol{\mu}}) \sim N(0, 1), \quad \text{missä } \mathbf{m} = \frac{\mathbf{n}}{\sqrt{\mathbf{n}^T \hat{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{n}}}. \quad (3.12)$$

Nyt osajoukko B voidaan kirjoittaa

$$B = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{m}^T (\mathbf{x} - \hat{\boldsymbol{\mu}}) \leq l\}, \quad \text{missä } l = \frac{\beta}{\sqrt{\mathbf{n}^T \hat{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{n}}} - \mathbf{m}^T \hat{\boldsymbol{\mu}}. \quad (3.13)$$

Lasketaan seuraavaksi todennäköisyysmassa θ_B , joka on osajoukon B sisällä

$$\theta_B = \int_B p_x(\xi) d\xi = \phi(l), \quad (3.14)$$

missä ϕ on standardinormaalijakauman kertymäfunktio. Rajoitetun normaalijakau-

man odotusarvo on

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}^+ = \int_B \xi \frac{p_x(\xi)}{\theta_B} d\xi = \hat{\boldsymbol{\mu}} + \hat{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{m} \epsilon, \quad \text{missä } \epsilon = \frac{-e^{-\frac{l^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}\theta_B} \quad (3.15)$$

ja kovarianssimatriisi

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}^+ &= \int_B (\xi - \mu)(\xi - \mu)^T \frac{p_x(\xi)}{\theta_B} d\xi \\ &= \hat{\boldsymbol{\Sigma}} - \hat{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{m} (-l\epsilon + \epsilon^2) \mathbf{m}^T \hat{\boldsymbol{\Sigma}}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Nyt saadaan rajoitettu posteriorijakauma $\mathbf{x} \sim N(\hat{\boldsymbol{\mu}}^+, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}^+)$.

Koska todennäköisyysmassa θ_B lähestyy nopeasti nollaa, kun $l \rightarrow \infty$, joudutaan edellä esitettyä algoritmia muokkaamaan numeeristen ongelmien välttämiseksi. Jos $\theta_B \approx 0$, niin

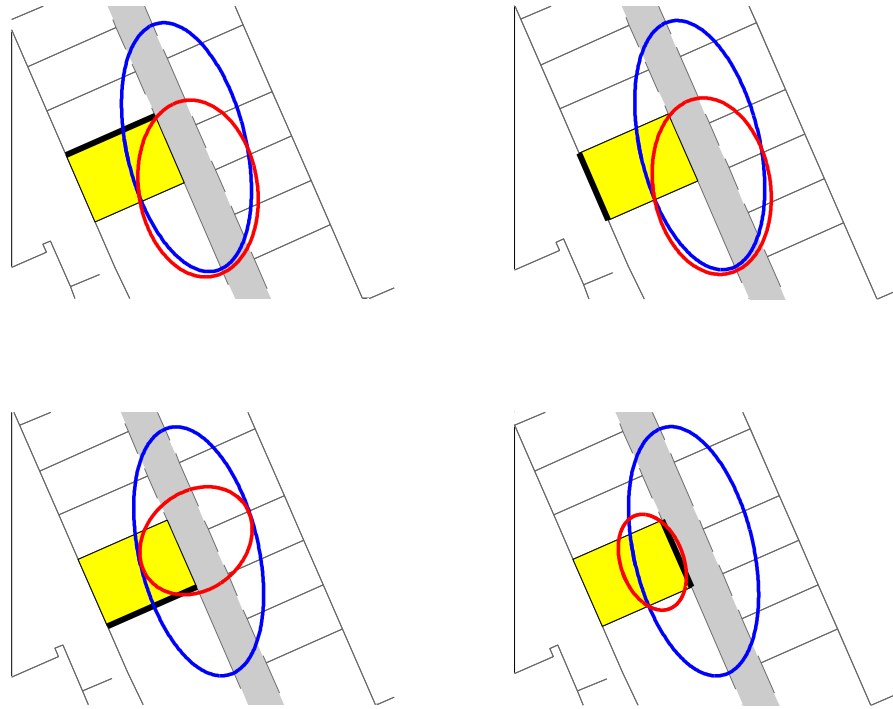
$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\theta_B \approx 0}^+ = \hat{\boldsymbol{\mu}} + \hat{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{m} l, \quad \text{koska} \quad \lim_{l \rightarrow \infty} (\hat{\boldsymbol{\mu}}^+ - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{\theta_B \approx 0}^+) = 0 \quad (3.17)$$

ja

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\theta_B \approx 0}^+ = \hat{\boldsymbol{\Sigma}} + \hat{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{m} \mathbf{m}^T \hat{\boldsymbol{\Sigma}}, \quad \text{koska} \quad \lim_{l \rightarrow \infty} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}^+ = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\theta_B \approx 0}^+. \quad (3.18)$$

Käyttäjän paikkaestimaattina voidaan nyt käyttää WLAN-paikannuksen ja Markovin piilomallin avulla valittuun huoneeseen rajatun jakauman odotusarvoa $\hat{\boldsymbol{\mu}}^+$. [29]

Kuvassa 3.2 on havainnollistettu todellisen pohjapiirustuksen kanssa normaalijakauman rekursiivista rajoittamista suorakulmion sisälle yksi rajoite kerrallaan. Kaksiulotteisia normaalijakaumia on havainnollistettu kuvassa ellipsien avulla. Kuvassa käytetty pohjapiirustus on TTY:n Tietotalon toisesta kerroksesta.



Kuva 3.2: Normaalijakauman rekursiivinen leikkaaminen huoneeseen yksi rajoite kerrallaan.

Jokaiseen kuvaan piirretty sininen ellipsi on alkuperäisen normaalijakauman 68%-ellipsi, joka on rajoitettu keltaisella piirrettyyn huoneeseen käyttämällä edellä esitettyjä kaavoja. Punainen ellipsi on rajoitetun normaalijakauman 68%-ellipsi. Jokaiseen kuvaan on lisätty yksi rajoite siten, että viimeisessä kuvassa on punaisella piirretty huoneeseen leikatun normaalijakauman 68%-ellipsi, joka huomioi kaikki neljä rajoite-ehto. Jokaiseen kuvaan on tummennettu se seinä, jonka suuntaisella suoralla jakauma on siihen kuvaan rajoitettu. Kuten kuvasta näkyy, rajoitetun normaalijakauman koko todennäköisyysmassa ei ole huoneen sisällä.

4. GAUSSIN MIKSTUURI -SUODATIN SISÄTILOIHIN

Tässä luvussa perehdytään tarkemmin työssä käytettyyn Gaussin mikstuuri -suodattimeen, joka huomioi myös karttarajoitteet. Suodattimessa ideana on, että jokaisessa rakennuksen huoneessa on yksi mikstuurin komponentti ja jokaisen saadun mittauksen jälkeen ratkaistaan posteriorijakauma karttarajoitteet huomioiden.

Työssä testattu Gaussin mikstuuri -suodatin eroaa luvussa 2 esitetystä Gaussin mikstuuri suodattimesta sisätiloihin siten, että tilamalli ei huomioi karttarajoitteita, vaan komponentit rajoitetaan huoneittain karttarajoitteet huomioiden vasta posteriorijakauman ratkaisemisen jälkeen. Tämän jälkeen komponentit yhdistetään jälleen niin, että jokaisessa huoneessa on yksi komponentti.

4.1 Käytetyt mallit

Käytettäessä vakionopeusmallia, sisätiloihin tarkoitettussa Gaussin mikstuuri -suodattimessa prosessin tila ajanhetkellä t_k on nelikomponenttinen vektori

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ v_{x,k} \\ v_{y,k} \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

missä $x_k \in \mathbb{R}$ ja $y_k \in \mathbb{R}$ ovat tilakoordinaatit tasossa ja $v_{x,k} \in \mathbb{R}$ ja $v_{y,k} \in \mathbb{R}$ ovat nopeuskoordinaatit tasossa. Koordinaatistona käytetään samaa ENU-koordinaatistoa kuin luvussa 3.

Koska käytetty tilamalli ei huomioi karttarajoitteita, on se samaa muotoa kuin luvussa 3 esitetty tilamalli

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \quad (4.2)$$

missä $\mathbf{w}_{k-1} \sim N(0, \mathbf{Q}_{k-1})$ on prosessikohina ja \mathbf{x}_{k-1} on tila ajanhetkellä t_{k-1} ja \mathbf{F}_{k-1}

on tilansiirtomatriisi

$$\mathbf{F}_{k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

missä Δt on ajanhetkien t_k ja t_{k-1} välinen erotus. Käytetty mittausmalli on muotoa

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{r}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ v_{x,k} \\ v_{y,k} \end{bmatrix} + \mathbf{r}_k, \quad (4.4)$$

missä $\mathbf{r}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ on mittauskohina.

4.2 Karttarajoitteiden huomioiminen

Gaussin mikstuuri -suodattimessa ideana on, että jokaisessa rakennuksen huoneessa on yksi komponentti ja karttarajoitteet huomioidaan siten, että todennäköisyysmassa voi liikkua huoneesta toiseen vain, mikäli huoneiden välillä on ovi. Posteriorijakauma ratkaistaan komponenteittain käyttämällä Kalmanin suodatinta huomioimatta karttarajoitteita, jonka jälkeen jakauman komponentit rajoitetaan rekursiivisesti niihin huoneisiin, joihin komponentin on mahdollista liikkua. Lopuksi komponentit yhdistetään siten, että jokaisessa huoneessa on yksi komponentti.

Suodattimen posteriorijakauma lasketaan jokaisen saadun mittauksen jälkeen käyttämällä Kalmanin suodatinta, kun alkutilan jakauma määritetään ensimmäisen mittauksen jälkeen. Alkutilassa komponentit jaetaan huoneisiin, jotka ovat ensimmäisen mittauksen avulla määritetyn kuuluvuusalueen alueella. Alkutilan komponenttien painot määräytyvät huoneen koon mukaisesti.

Karttarajoitteet huomioidaan jokaiselle posteriorin komponentille yksitellen siten, että todennäköisyysmassaa siirtyy vain niihin huoneisiin, joihin komponentin edellisen tilan huoneesta on pääsy. Jokaisen komponentin posteriori rajoitetaan yksitellen näihin huoneisiin. Normaalijakautuneiden komponenttien rajoittaminen tehdään rekursiivisesti aliluvussa 3.3 esitetyllä tavalla.

Kun kaikki komponentit on leikattu karttarajoitteiden mukaisesti, yhdistetään kaikki samassa huoneessa olevat komponentit niin, että lopullisessa jakaumassa jokaisessa huoneessa on yksi komponentti. Kaksi mikstuurin komponenttia voidaan yhdistää kaavojen (2.35) - (2.37) mukaisesti.

Jottei komponenttien määrä kasvaisi liian suureksi, on komponenttien määrää vähennettävä jokaisen aika-askeleen jälkeen. Komponenttien vähentämiseen käytetään komponenttien unohtamista. Mikstuurin komponentti unohdetaan, mikäli sen paino on painojen normalisoinnin jälkeen pienempi kuin 10^{-5} .

4.3 Käytetyt paikkaestimaatit

Koska Gaussin mikstuuri koostuu useasta normaalijakautuneesta komponentista, voidaan Gaussin mikstuuri -suodattimen antama paikkaestimaatti valita usealla eri tavalla. Tässä työssä Gaussin mikstuuri -suodattimen paikkaestimaattina on käytetty mikstuurin komponentin odotusarvoa, jolla on suurin paino (GMFW), sekä koko mikstuurin odotusarvoa (GMFM). GMFM:n etuna on se, että estimaatti huomioi koko posteriorijakauman, kun taas GMFW:n avulla saadaan karttarajoitteet huomioitua paremmin.

5. TESTIT

Tässä luvussa käydään läpi tuloksia, joita työssä käytetyillä suodattimilla on saatu. Suodattimia on testattu TTY:n Tietotalossa mitatuilla testireiteillä ja niiden toimintaa vertaillaan keskenään sekä tutkitaan, miten niiden antamat tulokset eroavat WLAN-paikannuksen ja Kalmanin suodattimen avulla saaduista tuloksista.

5.1 Testireitit

Työssä esitettyjä suodattimia on testattu TTY:n Tietotalossa mitatuilla testireiteillä. Suodattimien toiminnan tarkasteluun on valittu kaksi eri testireittiä, joilla niiden antamia tuloksia vertaillaan WLAN-paikannuksen ja Kalmanin suodattimen antamiin tuloksiin. Testireitit on valittu siten, että niiden avulla saadaan mahdollisimman kattava kuva suodattimien toiminnasta erilaisissa olosuhteissa. Testireitti 1 kulkee ainoastaan testirakennuksen kolmannen kerroksen käytävillä ja testireitti 2 kulkee toisessa kerroksessa kahden huoneen läpi. Reitit sekä suorakulmiot, joilla sisätilakarttaa on approksimoitu, on esitetty kuvissa 5.1 ja 5.2.



Kuva 5.1: Testireitti 1



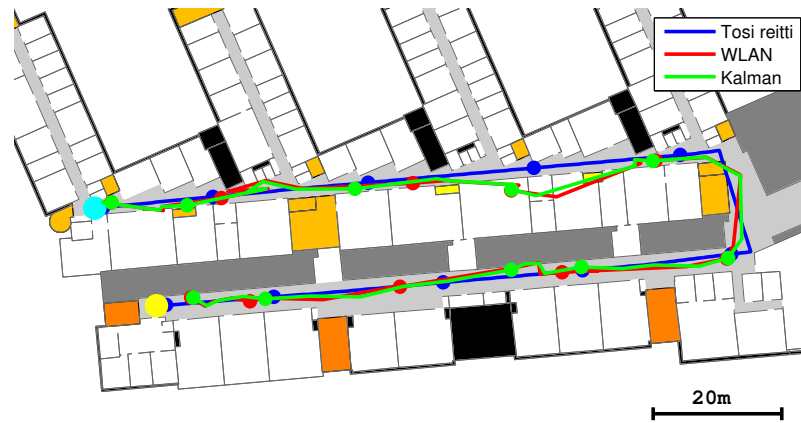
Kuva 5.2: Testireitti 2

Kuvissa testireitti on merkitty sinisellä ja suorakulmiot, joilla karttaa on approksimoitu, on piirretty punaisella. Kartassa harmaat alueet ovat avoimia alueita, valkeat alueet huoneita, mustat suljettuja alueita ja oranssit sekä keltaiset ovat alueita, joissa on mahdollista vaihtaa kerrosta.

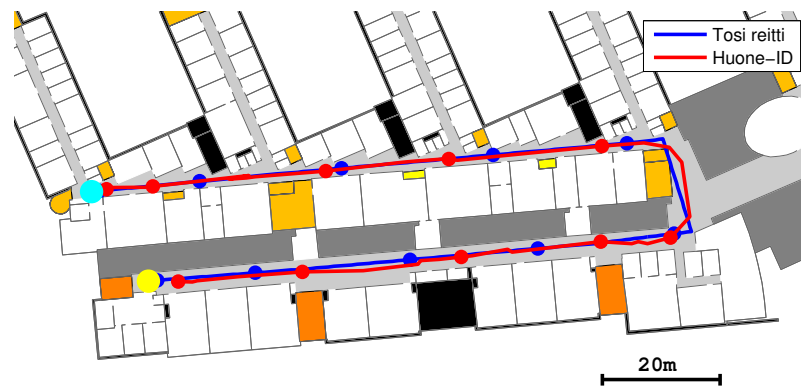
5.2 Testitulokset

Suodattimia on testattu edellä esitetyillä testireiteillä ja niiden antamia tuloksia verrataan WLAN-paikannuksen ja Kalmanin suodattimen antamiin tuloksiin. Vertailussa käytetään huoneentunnistusta sekä kolmea eri paikannusvirheen tunnuslukua: keskivirhettä, virheen mediaania sekä 95%-virhekvantiilia.

Kuviin 5.3 - 5.5 on piirretty estimoidut reitit testireitiltä 1 ja tältä testireitiltä saadut virheen tunnusluvut on koottu taulukkoon 5.1. Vastaavasti kuviin 5.6 - 5.8 on piirretty estimoidut reitit testireitiltä 2 ja vastaavat virheen tunnusluvut on koottu taulukkoon 5.2. Testireittihin on piirretty myös käyttäjän todellinen paikka sekä estimaatti kymmenellä eri ajan hetkellä, jotta kuvista saataisiin tietoa myös estimaattien käyttäytymisestä eri ajanhetkillä.



Kuva 5.3: WLAN-paikannuksen ja Kalmanin suodattimen avulla estimoitu testireitti 1.



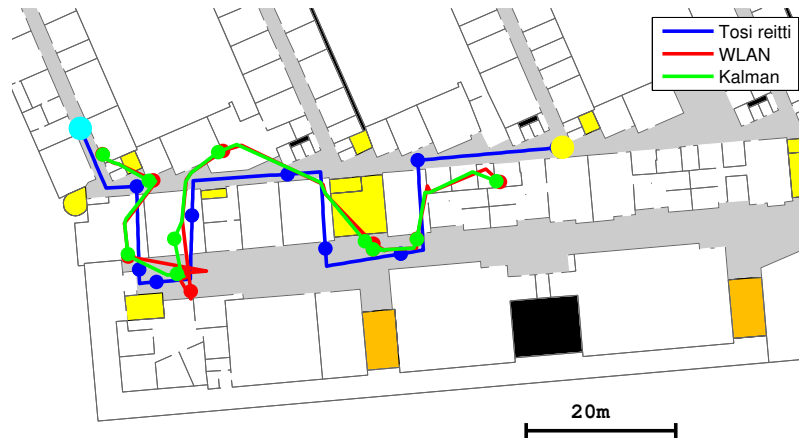
Kuva 5.4: Huone-ID -suodattimen avulla estimoitu testireitti 1.



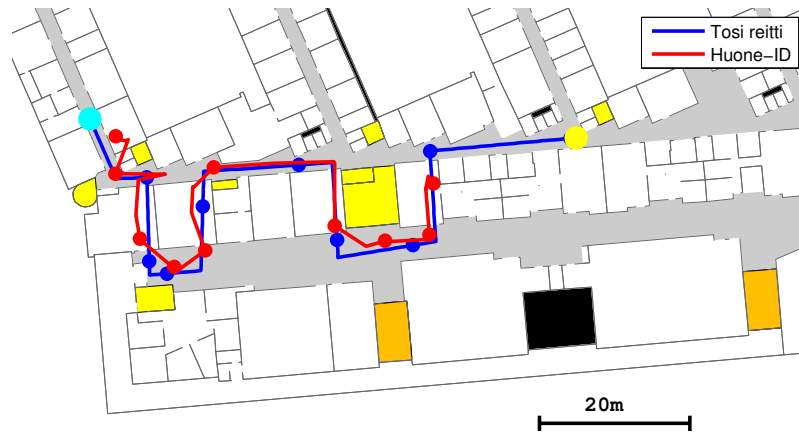
Kuva 5.5: GMFM ja GMFW suodattimien avulla estimoitu testireitti 1.

Taulukko 5.1: Tulokset testireitiltä 1.

	keskivirhe [m]	mediaani [m]	95%-kvanttiili [m]	huonetunnistus [%]
Kalman	3.11	2.54	7.82	80.5
WLAN	3.51	3.12	6.84	82.9
Huone-ID	5.04	3.42	14.71	100.0
GMFM	2.99	2.80	5.94	87.8
GMFW	3.21	2.80	7.74	87.8



Kuva 5.6: WLAN-paikannuksen ja Kalmanin suodattimen avulla estimoitu testireitti 2.



Kuva 5.7: Huone-ID -suodattimen avulla estimoitu testireitti 2.



Kuva 5.8: GMFM ja GMFW suodattimien avulla estimoitu testireitti 2.

Taulukko 5.2: Tulokset testireitiltä 2.

	keskivirhe [m]	mediaani [m]	95%-kvantiili [m]	huonetunnistus [%]
Kalman	5.18	4.45	10.49	48.6
WLAN	5.24	4.65	10.38	48.6
Huone-ID	5.89	4.29	14.71	42.9
GMFM	5.46	4.54	11.63	48.6
GMFW	5.66	4.46	12.19	57.1

Molemmilta testireiteiltä on piirretty useampia kuvia, jotta kuvia olisi mahdollisimman helppo lukea. Kuviin 5.3 ja 5.6 on piirretty todellinen testireitti sekä reitit, jotka on estimoitu suodattimilla, joita ei ole tehty tämän työn puitteissa. Näiden kuvien avulla voidaan verrata työssä tehtyjen suodattimien toimintaa suodattimiin, jotka eivät käytä karttarajoitteita.

Kuviin 5.4 ja 5.7 on piirretty molemmat testireitit sekä samat reitit estimoituna huone-ID -suodattimen avulla. Kuviin 5.5 ja 5.8 on vastaavasti piirretty testireitit sekä vastaavat reitit estimoituna käyttäen molempia työssä käytettyjä Gaussin mikstuuri -suodattimen paikkaestimaatteja.

5.3 Tulosten analysointi

Päinvastoin kuin WLAN-paikannus ja Kalmanin suodatin, työssä testatut huone-ID- ja Gaussin mikstuuri -suodatin huomioivat myös karttarajoitteet. Jo edellä esitettyjen kahden testireitin antamien tulosten perusteella nähdään hyvin, että tämä vaikuttaa suodattimien toimintaan merkittävästi. Testitulosten perusteella näyttäisi siltä, että mitä tarkemmin suodatin huomioi karttarajoitteet, sitä huonompi sen paikannustarkkuus on, mutta estimoitu reitti vastaa paremmin todellista testireittiä.

Vertailemalla kuvia 5.3 - 5.8 havaitaan selvästi, että huone-ID -suodattimella estimoidut testireitit noudattavat huomattavasti tarkemmin todellista kuljettua reittiä kuin muut työssä testatut suodattimet. Tämä johtuu siitä, että huone-ID -suodattimella käytetyssä Markovin piilomallissa edellinen estimoitu tila valitaan aina seuraavalla ajanhetkellä alkutilaksi, jolloin estimaatin on lähes mahdotonta liikkua huoneisiin, joihin edellisellä ajanhetkellä estimoidusta huoneesta ei ole pääsyä. Näin huone-ID -suodatin ottaakin karttarajoitteet erittäin tarkasti huomioon.

Myös Gaussin mikstuuri -suodatin huomioi karttarajoitteet mutta se ei kuitenkaan noudata karttarajoitteita läheskään niin tarkasti kuin huone-ID -suodatin. Tämä johtuu siitä, että vaikka yksittäinen mikstuurin komponentti noudattaakin karttarajoitteita tarkasti, koostuu jokainen posteriori useasta komponentista. Näin useassa eri huoneessa olevat komponentit mahdollistavat sen, että Gaussin mikstuuri -suodattimella saatu mittaus vaikuttaa posterioriin merkittävästi karttarajoitteista huolimatta. Tämä mahdollistaa sen, että mikäli saadun mittauksen perusteella käyttäjä on usean huoneen päästä nykyisestä huoneesta, voi Gaussin mikstuuri -suodattimella paikkaestimaatti hypätä usean huoneen yli karttarajoitteista välittämättä.

Vertailtaessa kahta eri Gaussin mikstuuri -suodattimella käytettyä paikkaestimaattia, huomataan niiden avulla estimoitujen testireittien olevan kuvien 5.5 ja 5.8 perusteella hyvin samankaltaisia. Kuitenkin tutkimalla taulukkoja 5.1 ja 5.2 huomataan, että käytettäessä estimaattina posteriorijakauman odotusarvoa paikannustarkkuus näyttäisi olevan hieman parempi. Testireitillä 2 taas huonetunnistus on parempi käytettäessä suuripainoisimman komponentin odotusarvoa.

Parempi paikannustarkkuus käytettäessä koko jakauman odotusarvoa selittyy sillä, että tällöin estimaatti huomioi koko jakauman, eikä yksittäinen komponentti, jolla on suuri paino, määritä yksinään paikkaestimaattia. Käytettäessä paikkaestimaattina suuripainoisimman komponentin odotusarvoa, huoneentunnistus on parempi, koska posteriorijakaumassa jokaisessa huoneessa on yksi mikstuurin komponentti. Tällöin siis estimaatti on aina suuripainoisimman huoneen sisällä. Käytettäessä koko posteriorijakauman odotusarvoa, voi paikkaestimaatti liikkua tilanteesta riippuen esimerkiksi seinien kohdalle tai huoneeseen, jonka komponentilla on todellisuudessa todella pieni paino. Näin käyttämällä paikkaestimaattina suuripainoisimman komponentin odotusarvoa, saadaan karttarajoitteet huomioitua hieman paremmin ja huonetunnistus voi olla tilanteesta riippuen parempi.

Vertailtaessa eri suodattimilla saatuja virheen tunnuslukuja huomataan, että työssä testatut huone-ID- ja Gaussin mikstuuri -suodatin eivät kumpikaan merkittävästi

paranna paikannustarkkuutta. Varsinkin huone-ID -suodatin on kahdella käytetyllä testireitillä paikannustarkkuudeltaan huomattavasti muita suodattimia huonompi. Suurelta osin tämä johtuu siitä, että se huomioi karttarajoitteet hyvin tarkasti, minkä vuoksi sen avulla laskettu paikkaestimaatti voi jäädä jälkeen todellisesta paikasta. Tämä on huomattavissa selkeästi kuvasta 5.7, jossa testireitin lopussa huone-ID -suodattimen estimaatti on jäänyt noin 20 metriä jälkeen todellisesta paikasta.

Paikannustarkkuuden huononeminen karttarajoitteet huomioitaessa johtuu suurelta osin siitä, että estimaatti jää jälkeen todellisesta paikasta kun peräkkäiset mittaukset poikkeavat paljon toisistaan. Tämä voi joissain tilanteissa olla hyvä asia, koska tällöin yksittäiset virheelliset mittaukset jäävät huomioimatta. Monissa tapauksissa tämä kuitenkin lisää paikannusvirhettä, koska estimaatti ei pysty liikkumaan kuin yhden huoneen kerrallaan mittausten välillä.

Käytetyillä testireiteillä mittausten väli oli 0.5 - 3.0 sekuntia, joten todellinen paikka ei ehdi todennäköisesti muuttumaan huoneiden yli mittausten välillä. Kuitenkin estimaatti ei aina ole oikeassa huoneessa, minkä vuoksi nopeammat huoneiden muutokset olisivat suodattimella välillä tarpeellisia. Varsinkin huone-ID -suodattimella tämä aiheuttaa merkittävän paikkaestimaatin laahamisen perässä. Tämän vuoksi myös huonetunnistus testireitillä 2 on huone-ID -suodattimella huonompi kuin muilla suodattimilla, vaikka estimoitu reitti kulkeekin lähes täysin todellisen reitin mukaisesti. Kun huone, jossa käyttäjä on, vaihtuu usein, aiheuttaa estimaatin laahaminen perässä sen, että huonetunnistus huononee merkittävästi.

Koska Gaussin mikstuuri -suodatin ei huomioi karttarajoitteita niin tarkasti kuin huone-ID -suodatin, sen paikannustarkkuus onkin lähes yhtä hyvä kuin suodattimilla, jotka eivät huomioi karttarajoitteita lainkaan. Testireitillä 1 paikannustarkkuus Gaussin mikstuuri- suodattimen molemmilla estimaateilla on jopa hieman parempi kuin WLAN-paikannuksella ja Kalmanin suodattimella. Kuvista 5.5 ja 5.8 huomataan, että Gaussin mikstuuri -suodattimella estimoidut reitit ovat hyvin samankaltaisia WLAN-paikannuksella ja Kalmanin suodattimella estimoitujen reittien kanssa. Ainoa ero on, että Gaussin mikstuuri -suodattimella estimoidut reitit huomioivat hieman myös karttarajoitteita, mikä näkyikin parempana huonetunnistuksena varsinkin reitillä 1.

Yleisesti työssä testattujen suodattimien toiminnasta voidaan sanoa, että kumpikaan suodatin ei merkittävästi paranna paikannustarkkuutta, mutta molemmilla suodattimilla saadaan testireittejä estimoitua realistisemmin, koska ne huomioivat myös karttarajoitteet. Huone-ID -suodattimella suurin osa estimoiduista testireiteistä noudatti erittäin tarkasti todellista reittiä mutta paikannustarkkuus oli yleisesti

hieman huonompi kuin WLAN-paikannuksella ja Kalmanin suodattimella. Parhaimmillaankin paikannustarkkuus saattoi olla vain hieman parempi mutta useimmiten se jäi jonkin verran muilla suodattimilla saaduista tuloksista.

Gaussin mikstuuri -suodattimella taas paikannustarkkuus oli enimmäkseen samaa tasoa kuin WLAN-paikannuksella ja Kalmanin suodattimella. Joillain testireiteillä se saattoi olla jonkin verran parempi, mutta jollain se taas jäi edellä mainituista suodattimista. Karttarajoitteiden huomioiminen ei kuitenkaan Gaussin mikstuuri -suodattimella ollut lähellekään niin tarkkaa kuin huone-ID -suodattimella. Kuitenkin suurimmalla osalla testireiteistä sen avulla estimoitu reitti oli realistisempi karttarajoitteet huomioiden kuin WLAN-paikannuksella ja Kalmanin suodattimella estimoidut reitit.

6. YHTEENVETO

Tässä työssä esiteltiin kaksi erilaista tilamallia sisätiloihin tarkoitettulle Gaussin mikstuuri -suodattimelle sekä suodattimen algoritmi käyttämällä toista näistä tilamalleista. Työssä myös toteutettiin kaksi sisätilapaikannukseen soveltuvaa suodatinta, jotka molemmat käyttävät paikannukseen WLAN-mittauksia ja huomioivat karttarajoitteet. Ensimmäinen suodatin on huone-ID -suodatin, joka määrittää käyttäjälle todennäköisimmän huoneen Markovin piilomallin avulla ja paikkaestimaatti tämän huoneen sisällä ratkaistaan Kalmanin suodattimen avulla. Toinen suodatin on yksinkertaistettu versio esitetystä Gaussin mikstruuri -suodattimesta sisätiloihin, jossa karttarajoitteet huomioidaan vasta posteriorijakauman ratkaisemisen jälkeen. Suodattimien toteutukseen käytettiin MATLAB-ohjelmistoa.

Työssä toteutetut suodattimet käyttävät molemmat karttaa, joka on approksimoitu suorakulmioiden avulla. Kartta muodostettiin työtä varten vain testirakennukseen, josta mitatuilla testireiteillä suodattimia testattiin. Käytetty testirakennus oli TTY:n Tietotalo. Testireitit on mitattu käyttämällä hyväksi testirakennuksessa todellisuudessa olevaa WLAN-tukiasemaverkostoa. Näin ollen käytetty testitilanne on hyvin realistinen WLAN-mittausten avulla tapahtuvan paikannuksen ongelma.

Testireiteiltä toteutettujen suodattimien avulla saatuja tuloksia verrattiin WLAN-paikannuksen ja Kalmanin suodattimen antamiin tuloksiin. Suodattimilla saadut tulokset olivat paikannustarkkuudeltaan samaa tasoa tai hieman huonompia kuin vertailuun valitut suodattimet. Estimointaessa käyttäjän kulkemaa reittiä, molemmilla suodattimilla estimoidut reitit noudattivat hieman paremmin karttarajoitteita ja olivat näin ollen hieman todenmukaisempia kuin vertailussa olleet suodattimet. Varsinkin huone-ID -suodattimen avulla saatiin karttarajoitteet huomioitua erittäin tarkasti. Kerrostunnistukseen ei tämän työn puitteissa perhdytty.

Työssä esitettyjen tilamallien testaaminen ja tarkempi toteutus sisätiloihin tarkoitettulle Gaussin mikstuuri -suodattimelle olisi tulevaisuudessa mielenkiintoinen tutkimuskohde. Suodatin, joka noudattaisi jompaa kumpaa esitetyistä tilamallista, huomioisi todennäköisesti huomattavasti tarkemmin karttarajoitteet ja olisi mahdollisesti myös paikannustarkkuudeltaan parempi kuin työssä esitetty sisätiloihin tar-

koitettu Gaussin mikstuuri -suodatin. Muita mahdollisia työhön liittyviä jatkotutkimuskohteita olisivat kerrostunnistuksen lisääminen työssä toteutettuihin suodattimiin sekä molempien työssä toteutettujen suodattimien käyttämä kartta, joka on approksimoitu suorakulmioiden avulla. Sen automaattinen muodostaminen annettun sisätilakartan perusteella mahdollistaisi työssä esitettyjen sekä niiden kaltaisten suodattimien käytön sisätiloissa yleisesti.

LÄHTEET

- [1] S. Ali-Löytty. Kalmanin suodatin ja sen laajennukset paikannuksessa. Diplomityö, Tampereen teknillinen yliopisto, 2004. <http://URN.fi/URN:NBN:fi:tty-201012141388>, Viitattu 5.1.2015.
- [2] S. Ali-Löytty. On the convergence of the Gaussian mixture filter, Tampere University of Technology, Department of Mathematics. Research report 89, 2008. http://math.tut.fi/posgroup/aliloytty_report89a.pdf, Viitattu 5.1.2015.
- [3] S. Ali-Löytty. *Gaussian mixture filters in hybrid positioning*. PhD Thesis, tampere university of technology, 2009. <http://URN.fi/URN:NBN:fi:tty-200905191055>, Viitattu 5.1.2015.
- [4] S. Ali-Löytty. Efficient Gaussian mixture filter for hybrid positioning. In *Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION*, pages 60–66, 2008.
- [5] S. Ali-Löytty, J. Collin, and N. Sirola. Paikannuksen matematiikka. Opintomoniste, Tampereen teknillinen yliopisto, 2010.
- [6] S. Ali-Löytty and N. Sirola. Gaussian mixture filter in hybrid navigation. In *Proceedings of The European Navigation Conference GNSS*, 2007.
- [7] S. Ali-Löytty, N. Sirola, and R. Piché. Consistency of three Kalman filter extensions in hybrid navigation. In *Proceedings of The European Navigation Conference GNSS*, 2005.
- [8] D. Barber. *Bayesian reasoning and machine learning*. Cambridge University Press, 2012.
- [9] A. Bose and C. H. Foh. A practical path loss model for indoor wifi positioning enhancement. In *6th International Conference on Information, Communications & Signal Processing, 2007*, 2007.
- [10] M. G. Dissanayake, P. Newman, S. Clark, H. F. Durrant-Whyte, and M. Csorba. A solution to the simultaneous localization and map building (SLAM) problem. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 17(3):229–241, 2001.
- [11] A. Doucet, N. De Freitas, and N. Gordon. *Sequential Monte Carlo methods in practice*. Springer, 2001.

- [12] R. Eriksson and V. Badea. Indoor navigation with pseudolites (fake GPS sat.). Master's Thesis, University of Linköping. 2005. <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:20395/FULLTEXT01.pdf>, Viitattu 5.1.2015.
- [13] F. Evennou, F. Marx, and E. Novakov. Map-aided indoor mobile positioning system using particle filter. In *Wireless Communications and Networking Conference, 2005 IEEE*, volume 4, pages 2490–2494, 2005.
- [14] Y. Gu, A. Lo, and I. Niemegeers. A survey of indoor positioning systems for wireless personal networks. *Communications Surveys & Tutorials, IEEE*, 11(1):13–32, 2009.
- [15] H. Hile and G. Borriello. Positioning and orientation in indoor environments using camera phones. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 28(4):32–39, 2008.
- [16] T. Holden and K. Barltrop. HAPPI-a high accuracy pseudolite/GPS positioning integration. <http://www.novatel.com/assets/Documents/Papers/File45.pdf>, Viitattu 3.12.2014.
- [17] V. Honkavirta. Location fingerprinting methods in wireless local area networks. Master of Science Thesis, Tampere University of Technology, 2008. http://math.tut.fi/posgroup/honkavirta_mscth.pdf, Viitattu 5.1.2015.
- [18] V. Honkavirta, T. Perälä, S. Ali-Löytty, and R. Piché. A comparative survey of WLAN location fingerprinting methods. 6th workshop on positioning, navigation and communication, 2009. <http://URN.fi/URN:NBN:fi:tty-201405231222>, Viitattu 13.1.2015.
- [19] H. Kawaji, K. Hatada, T. Yamasaki, and K. Aizawa. Image-based indoor positioning system: fast image matching using omnidirectional panoramic images. In *Proceedings of the 1st ACM international workshop on Multimodal pervasive video analysis*, pages 1–4. ACM, 2010.
- [20] M. Kessel and M. Werner. Automated WLAN calibration with a backtracking particle filter. In *International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN2012)*, 2012.
- [21] L. Koski, T. Perälä, and R. Piché. Indoor positioning using WLAN coverage area estimates. In *International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN2010)*, 2010.

- [22] C. Lee, Y. Chang, G. Park, J. Ryu, S.-G. Jeong, S. Park, J. W. Park, H. C. Lee, K.-s. Hong, and M. H. Lee. Indoor positioning system based on incident angles of infrared emitters. In *Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004. 30th Annual Conference of IEEE*, volume 3, pages 2218–2222, 2004.
- [23] H. Liu, H. Darabi, P. Banerjee, and J. Liu. Survey of wireless indoor positioning techniques and systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 37(6):1067–1080, 2007.
- [24] A. Mandal, C. V. Lopes, T. Givargis, A. Haghghat, R. Jurdak, and P. Baldi. Beep: 3D indoor positioning using audible sound. In *Second IEEE Consumer Communications and Networking Conference (CCNC2005)*, pages 348–353, 2005.
- [25] R. Mautz. Overview of current indoor positioning systems. *Geodezija ir kartografija*, 35(1):18–22, 2009.
- [26] P. Müller, M. Raitoharju, and R. Piché. A field test of parametric WLAN-fingerprint-positioning methods. In *Information Fusion (FUSION), 2014 17th International Conference on*, 2014.
- [27] H. Nurminen, A. Ristimäki, S. Ali-Löytty, and R. Piché. Particle filter and smoother for indoor localization, In *2013 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*. 2013. <http://URN.fi/URN:NBN:fi:tty-201403051121>, Viitattu 30.1.2015.
- [28] H. Nurminen, J. Talvitie, S. Ali-Löytty, P. Müller, E.-S. Lohan, R. Piché, and M. Renfors. Statistical path loss parameter estimation and positioning using RSS measurements in indoor wireless networks. In *2012 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN2012)*, 2012.
- [29] T. Perälä and S. Ali-Löytty. Kalman-type positioning filters with floor plan information. In *Proceedings of the 6th International Conference on Advances in Mobile Computing and Multimedia*, 2008.
- [30] R. Piche and M. Koivisto. A method to enforce map constraints in a particle filter’s position estimate. In *11th Workshop on Positioning, Navigation and Communication (WPNC2014)*, 2014.
- [31] M. Raitoharju, T. Fadjukoff, S. Ali-Löytty, and R. Piché. Using unlocated fingerprints in generation of WLAN maps for indoor positioning. In *Position Location and Navigation Symposium (PLANS2012)*, pages 576–583, 2012.

- [32] S. Särkkä. *Bayesian filtering and smoothing*. Cambridge University Press, 2013.