



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

**JAAKKO LAAKSONEN**  
**KIERTOKUITUMASSAN DISPERGOINNIN MALLINNUS**

Diplomityö

Tarkastaja: professori Reijo Karvinen  
Tarkastaja ja aihe hyväksytty  
Automaatio-, kone- ja materiaalitekniikan  
tiedekuntaneuvoston kokouksessa 5.12.2012

# TIIVISTELMÄ

TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

Konetekniikan koulutusohjelma

**LAAKSONEN, JAAKKO:** Kiertokuitumassan dispergoinnin mallinnus

Diplomityö, 57 sivua

Toukokuu 2013

Pääaine: Virtaustekniikka

Tarkastaja: professori Reijo Karvinen

Avainsanat: dispergointi, kierrätyskuitu, kuitususpensio, epänewtoninen fluidi

Kierrätyskuitujen dispergoinnissa painomuste, tahmot ja muut epäpuhtaudet pyritään pilkkomaan pienemmiksi sekä irrottamaan kuiduista, jotta ne voidaan poistaa kuitumassasta prosessin myöhemmässä vaiheessa. Diplomityön tarkoituksena on kehittää olemassa olevan korkeasakeusjauhimen laskentamallin pohjalta dispergointiprosessin simulointiohjelma, jolla pystytään ennustamaan eri terägeometrioiden ja ajoparametrien vaikutus prosessin tehonkulutukseen ja tuotteen laatuun. Malli on ensimmäinen julkaistu yritys simuloida dispergaattorin toimintaa.

Työssä tehdään aluksi katsaus aiempiin, lähinnä kokeellisiin dispergointitutkimuksiin sekä puukuitususpension yleisiin ominaisuuksiin. Laskentamallissa virtaus-, paine- ja lämpötilakentät ratkaistaan käsittelemällä virtaus yksiulotteisena kaksifaasivirtauksena. Mallinnus on ajasta riippumatonta ja hyödyntää kirjallisuudessa esitettyjä valmiita tuloksia eri virtaustapauksille.

Mallin tuottamat tulokset verifioidaan vertailemalla simuloitua kokonaistehonkulutusta todellisesta prosessista tehtyihin mittauksiin, ja tulokset vastaavat toisiaan kohtuullisella tarkkuudella. Laskentamallin ennustama energian jakautuminen eri mekanismien kesken selittää osaksi todellisessa prosessissa dispergoidusta massasta mitattuja freeness-pudotuksia sekä epäpuhtauksien kokojakaumia ja määriä, mutta tulokset ovat myös osittain ristiriidassa mittausten kanssa. Terägeometrian ja virtaustilanteen vaikutukset kuitujen muokkautumiseen ja epäpuhtauksien pilkkoutumiseen ovat osittain tuntemattomia, mikä estää selvästi erilaisilla terägeometrioilla simuloitujen tulosten luotettavan vertailun.

Mallin kehittämiseksi terävälín kuitujen muokkautumisen tarkempia mekanismeja tulee tutkia numeerisen virtauslaskennan avulla. Toinen epävarmuustekijä on sakean kuitususpension materiaalimalli, jonka tarkempi selvittäminen on oleellista laskentamallin luotettavuuden parantamiseksi.

## ABSTRACT

TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Master's Degree Programme in Mechanical Engineering

**LAAKSONEN, JAAKKO:** Modelling of Recycled Fibre Pulp Disperser

Master's thesis, 57 pages

May 2013

Major: Fluid Dynamics

Examiner: Professor Reijo Karvinen

Keywords: disperser, recycled fibre, fibre suspension, non-Newtonian fluid

Dispersers are used to detach ink from recycled fibres and to disperse and comminute dirt specs and stickies to a favourable size for downstream removal. The object of this thesis is to develop a model that is able to predict the effect that different rotor and stator geometries and operational parameters have on the disperser power consumption and pulp quality. The model is based on an existing model for high-consistency refining and is the first published attempt to model the dispersion process.

First, a review on the previously conducted, mostly experimental studies and the general properties of fibre pulp suspensions is made. The flow, pressure and temperature fields inside the disperser are resolved by treating the flow as one-dimensional two-phase flow. The model is time-independent and makes use of general results for different flow situations presented in literature.

The model is verified by comparing the simulated and measured total power consumptions. The results are in agreement with each other within an acceptable margin of error. The predicted energy distribution between the different mechanisms partly explains the measured freeness reduction and the amount of residual dirt specs in the pulp but there is also some discrepancy. The effect of segment geometry and flow field on the fibre properties, dirt specks and stickies is partly unclear which prevents making reliable comparisons between largely differing segment geometries.

In further development of the model computational fluid dynamics should be utilized in order to fully resolve the transport phenomena and different mechanisms leading to a change in pulp properties. Another factor causing uncertainty in the simulations is the material model of the fibre pulp suspension and it should be studied more intensively in order to improve the reliability of the simulation model.

## ALKUSANAT

Tämä diplomityö on tehty Tampereen teknillisen yliopiston Energia- ja prosessitekniikan sekä Teknisen suunnittelun laitoksilla vuosien 2012 ja 2013 aikana. Työn rahoittajana on toiminut Metso Paper Oy.

Haluan kiittää professori Reijo Karvista tutkimusaiheen hankkimisesta sekä innostavista kursseista virtausopin ja lämmönsiirron saralta. Myös muille virtaustekniikan tutkimusryhmän jäsenille esitän kiitokseni työhöni liittyvistä keskusteluista.

Metso Paperilta kiitän erityisesti Juha-Pekka Huhtasta sekä lisäksi Jorma Hallaa ja Veikko Kankaanpäästä hyvistä neuvoista ja kommentteista, jotka ovat ohjanneet työtäni oikeaan suuntaan.

Lopuksi haluan kiittää perhettäni ja ystäviäni, jotka tavalla tai toisella ovat auttaneet minua opinnoissani ja edesauttaneet tämän työn valmistumista.

Tampereella, 23. huhtikuuta 2013

Jaakko Laaksonen

# SISÄLLYS

1. Johdanto . . . . .	1
2. Kiertokuitumassan dispergointi . . . . .	3
2.1 Dispergaattorin toiminta . . . . .	3
2.2 Dispergaattorin toiminnan tunnusluvut . . . . .	6
2.3 Mittaukset . . . . .	8
3. Hallitsevat yhtälöt . . . . .	10
3.1 Virtausta hallitsevat yhtälöt . . . . .	10
3.2 Epänewtoninen virtaus . . . . .	11
3.2.1 Kuitususpension rajajännitys . . . . .	13
3.3 Kuitujen ja virtauksen vuorovaikutus . . . . .	14
3.3.1 Putkivirtauksen alueet . . . . .	16
4. Dispergaattorin simulointi . . . . .	18
4.1 Pumpputeoria . . . . .	18
4.2 Virtauksen laskenta . . . . .	19
4.2.1 Jatkuvuusyhtälö . . . . .	22
4.2.2 Liikkeyhtälö . . . . .	23
4.2.3 Leikkausjännitys seinällä . . . . .	24
4.3 Energiayhtälö . . . . .	26
4.4 Tehonkulutuksen laskenta . . . . .	27
4.4.1 Jauhatusteho . . . . .	27
4.4.2 Dispergointiteho . . . . .	30
4.4.3 Pumppausteho . . . . .	31
4.5 Materiaaliarvojen valinta optimointialgoritmilla . . . . .	32
4.6 Jauhatuksen intensiteetti . . . . .	34
4.7 Laskenta-algoritmi . . . . .	34
5. Tulokset . . . . .	37
5.1 Koeajot . . . . .	37
5.2 Simuloitujen ja mitattujen tehonkulutusten vertailu . . . . .	38
5.3 Muita simuloinnin tuloksia . . . . .	41
5.3.1 Paine- ja lämpötilajakaumat . . . . .	41
5.3.2 Näennäinen viskositeetti . . . . .	43
5.3.3 Viipymäaikajakaumat . . . . .	44
5.4 Energian käyttö . . . . .	45
5.4.1 Jauhatuksen ja iskujen vaikutus freeness-lukuun . . . . .	46
5.4.2 Jauhatuksen ja iskujen vaikutus likapilkkuihin . . . . .	48
5.4.3 Jauhatuksen ja iskujen vaikutus tahmoihin . . . . .	50
5.5 Yhteenveto . . . . .	51

6. Johtopäätökset . . . . .	52
Lähteet . . . . .	54

## KÄYTETYT MERKINNÄT

$A$	pinta-ala
$a$	rajajännitysvakio
$b$	uran syvyys eli hampaan korkeus, rajajännitysvakio
$C$	suspension sakeus
$c$	absoluuttinen nopeus
$c_p$	ominaislämpökapasiteetti vakiopaineessa
$D_h$	hydraulinen halkaisija
$e$	ominaisenergia
$F$	voima
$f$	Fanning-kitkakerroin
$g$	putoamiskiihtyvyys
$H$	pumpun nostokorkeus
$h$	entalpia
$I$	intensiteetti
$i$	laskentapisteen numero
$K$	power-law-konsistenssi
$m$	massa
$n$	power-law-eksponentti, pyörimisnopeus
$n^*$	näennäinen power-law-eksponentti
$P$	teho, märkäpiiri
$Q$	tilavuusvirta
$r$	säde
$T$	lämpötila
$u$	kehänopeus
$w$	suhteellinen nopeus eli uranopeus
$z$	hampaiden lukumäärä

### Kreikkalaiset kirjaimet

$\alpha$	tilavuusosuus
$\Delta$	muutos
$\delta$	halkaisijakerroin
$\dot{\gamma}$	leikkausnopeus
$\epsilon$	sivusuhte
$\eta$	hyötysuhde
$\lambda$	keskimääräinen vapaa välimatka
$\mu$	dynaaminen viskositeetti
$\omega$	kulmanopeus

$\Phi$	jauhatusteho
$\Psi$	dispergointiteho
$\rho$	tiheys
$\sigma$	pyörimiskerroin
$\tau$	leikkausjännitys, viipymäaika
$\theta$	hammaskulma
$\varphi$	kartiokulma

### Ylä- ja alaindeksit

f	kuitu
pump	pumppaukseen liittyvä
r	roottori
s	staattori
v	höyry
w	vesi

### Muut symbolit

$\ell$	virtauksen pienin geometrinen pituuskaala
Kn	Knudsenin luku
Re	Reynoldsin luku

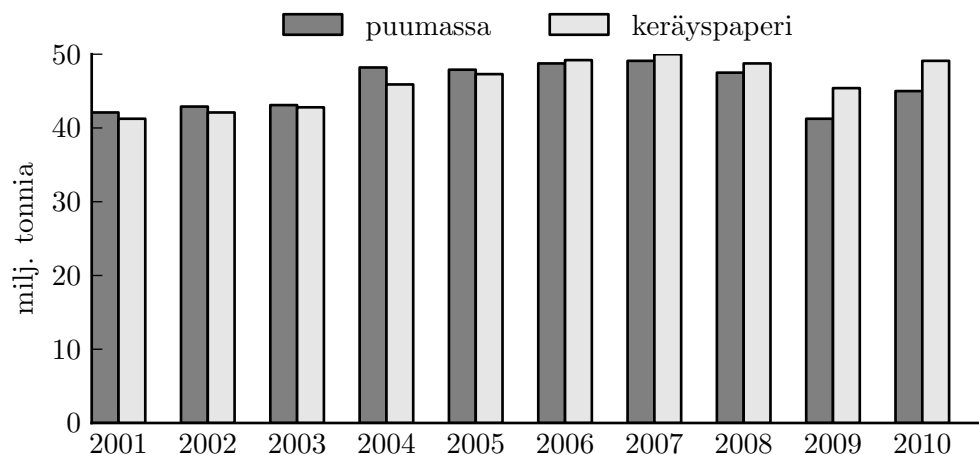
### Lyhenteet

CSF	Canadian Standard Freeness
DIP	siistausmassa (deinked pulp)
EOK	energian ominaiskulutus
OCC	kierrätetty aaltopahvi (old corrucated containers)
PSO	parveilualgoritmi (particle swarm optimization)



# 1. JOHDANTO

Kierrätetyllä paperilla ja kartongilla on merkittävä osa nykypäivän massa- ja paperiteollisuudessa. Raaka-aine on halpaa ja sitä on paljon saatavilla. Alati tiukentuvat ympäristösäädökset lisäävät entisestään kiinnostusta kierrätyskuidun käyttöön. Viime vuosina eurooppalainen paperiteollisuus onkin käyttänyt kierrätyspaperia raaka-aineenaan puumassaa enemmän (kuva 1.1). Eniten kierrätyskuitua käytetään kartongin sekä sanomalehti- ja pehmpaperin valmistuksessa. Kiertokuitu ei kuitenkaan voi kokonaan korvata neitseellistä puukuitua paperiteollisuudessa, sillä noin viiden kierrätyskerran jälkeen kuidun laatu heikkenee liikaa.



**Kuva 1.1:** Euroopan paperiteollisuuden käyttämät raaka-ainemäärät [33].

Poistettaessa mustetta ja muita epäpuhtauksia kierrätyskuiduista eräs prosessin vaiheista on massan dispergointi, jossa kuitujen ja veden muodostama suspensio ohjataan vastakkain asetettujen pyörivän roottorin ja paikallaan olevan staattorin teräpintojen väliin. Dispergoinnin tavoitteena on irrottaa kuiduissa kiinni olevat mustepartikkelit sekä hajottaa tahmoja ja muita epäpuhtauksia.

Tyypillisen kiertokuitulaitoksen dispergaattori kuluttaa sähköllä tuotettua energiaa 50-100 kilowattituntia kierrätyskuitutonna kohden. Lisäksi prosessissa kuluu vaihteleva määrä höyryä. Dispergointiprosessi onkin kiertokuitulaitoksen merkittävin yksittäinen energiankuluttaja. Prosessista ei kuitenkaan ole luotu teoriaa, joka selittäisi mihin roottorin akseliin tuotu mekaaninen energia todellisuudessa kuluu, miten se jakautuu ja mikä olisi olennaisinta vaadittuun lopputulokseen pääsemisek-

si. Tässä työssä esitettävän teoreettisen mallin tavoitteena on auttaa ymmärtämään dispergointi-ilmiötä ja sitä kautta kehittämään uutta ja energiatehokkaampaa prosessia.

Pitkään jatkuneen tutkimuksen ansiosta mekaanisen massan valmistuksessa käytettävän hierrejauhimen toimintaa voidaan simuloida hyvällä tarkkuudella. Hierrejauhimen ja dispergaattorin samankaltaisuudesta johtuen tämän työn tavoitteena on tutkia, kuinka hyvin olemassa oleva jauhinteoria soveltuu dispergaattorin toiminnan mallintamiseen. Mallin pohjana käytetään Huhtasen esittelemää [25] ja Hahtokarin [21] sekä Lindstedtin [32] edelleen kehittämää hierrejauhimen laskentaohjelmaa.

MATLAB<sup>®</sup> -ohjelmointiympäristöön toteutetussa mallissa dispergaattori mallinetaan käsittelemällä virtaus yksiulotteisena vesi-kuitususpension ja höyryn muodostamana kaksifaasivirtauksena. Terien välinen virtauskanava jaetaan laskentapisteteisiin, joissa massan, liikemäärän sekä energian taseyhtälöt lasketaan numeerisesti. Uutena osana aiempiin jauhintutkimuksiin verrattuna esitetään teoria, jonka avulla voidaan arvioida dispergoinnin tehokkuutta.

Laskentamallin todenmukaisuuden arvioimiseksi simuloidaan syksyllä 2012 tehtyjä kokeita, joissa tutkittiin erilaisia ajoparametrien ja terägeometrioiden yhdistelmiä. Kuitumassasta otettiin näytteet ennen dispergointia sekä sen jälkeen, ja näytteistä mitattiin muun muassa freeness-arvot sekä erikokoisten likapilkkujen ja tahmojen määrät. Vertailemalla mitattuja massan epäpuhtauksien määriä ja simuloitua kokonaistehonkulutuksen jakautumista eri mekanismien kesken voidaan arvioida, millaisilla terillä kuitujen epäpuhtaudet saadaan pilkottua mahdollisimman tehokkaasti.

## 2. KIERTOKUITUMASSAN DISPERGOINTI

Keräyspaperia ja -pahvia on käsiteltävä kiertokuitulaitoksessa useissa prosesseissa ennen kuin kuituja voidaan jälleen käyttää esimerkiksi sanomalehtipaperin valmistuksessa. Käsiteltäviä massoja ovat esimerkiksi sanoma- ja aikakauslehdistä tehtävä siistaus- eli DIP-massa sekä kierrätetystä aaltopahvista saatava OCC-massa.

Kiertokuitumassaa käsitellään sekä mekaanisesti että kemiallisesti. Pulpperoinnissa keräyspaperi tai -pahvi hajotetaan veden ja kemikaalien avulla helposti pumppattavaksi massaksi. Tämän jälkeen massasta poistetaan lajittelussa suurimmat irtorokat, kuten niitit. Flotaatiossa tai pesussa poistetaan osa painomusteesta. Lopulta jäljellä on vain kuituihin kiinnittynyttä mustetta ja epäpuhtauksia, jotka dispergaattorissa pyritään irrottamaan kuiduista.

### 2.1 Dispergaattorin toiminta

Dispergaattorille asetettavat vaatimukset riippuvat sekä käytettävän kiertokuidun laadusta että halutusta lopputuloksesta. Dispergaattorin tärkeimmät tehtävät kiertokuituprosessissa ovat: [20, 37]

- Musteen, lian, tahmojen, liimojen sekä muiden epäpuhtauksien pilkkominen niin pieniksi, että niitä ei erota paljaalla silmällä (alle 1,55  $\mu\text{m}$ )
- Musteen ja epäpuhtauksien irrottaminen kuidusta, jotta ne voidaan jälkiflotaatiossa tai pesussa poistaa suspensiosta
- Valkaisuaineiden sekoittaminen
- Kuitujen mekaaninen käsittely lujuusominaisuuksien parantamiseksi
- Suspension homogenisoiminen

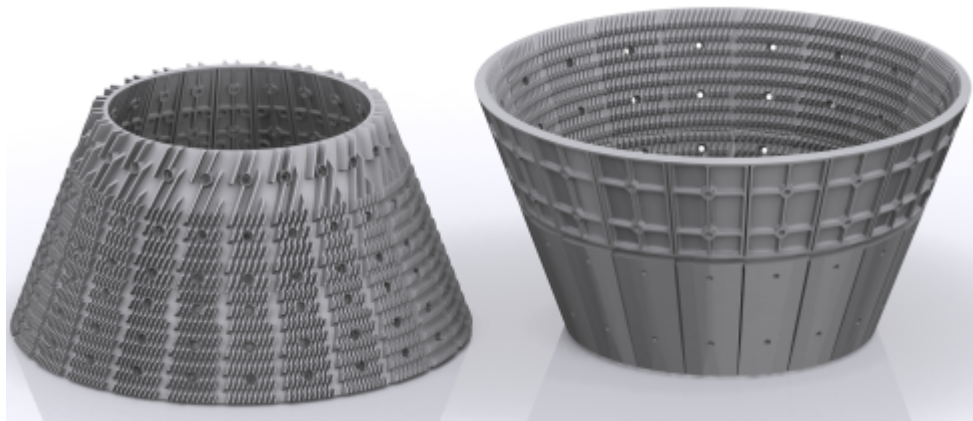
Eri epäpuhtauksilla on erilaiset ominaisuudet, mikä täytyy ottaa huomioon ajoparametreja valittaessa.

Kierrätyskuidun käsittelyssä on käytettävissä kaksi erilaista dispergointikonseptia: jauhintyyppiset kartio- ja levydispergaattorit sekä kneader-tyyppiset dispergaattorit. Kartio- ja levydispergaattoreissa yksittäinen kuitu viipyy terävälissä joitakin sekunteja, minkä aikana massan muokkautuminen tapahtuu terävälän leikkausvoimien ja kuitu-terä-kontaktien vaikutuksesta.

Kneader-tyyppisessä laitteessa pyörimisnopeus on paljon pienempi, jolloin kuitujen viipymäaika on jopa minuutteja. Massan muokkautuminen tapahtuu pääasias-  
sa kuitujen välisen kitkan vaikutuksesta. Tässä työssä tarkastellaan vain kuvan 2.1  
mukaista kartiodispergaattoria ja jatkossa puhuttaessa dispergaattorista viitataan  
tämänkaltaisiin laitteisiin.



(a) Yleiskuva dispergaattorista.



(b) Roottori (vasemmalla) ja staattori (oikealla).

**Kuva 2.1:** Metso OFD OptiFiner -kartiodispergaattori. Kuvat julkaistu Metso Paper Oy:n luvalla.

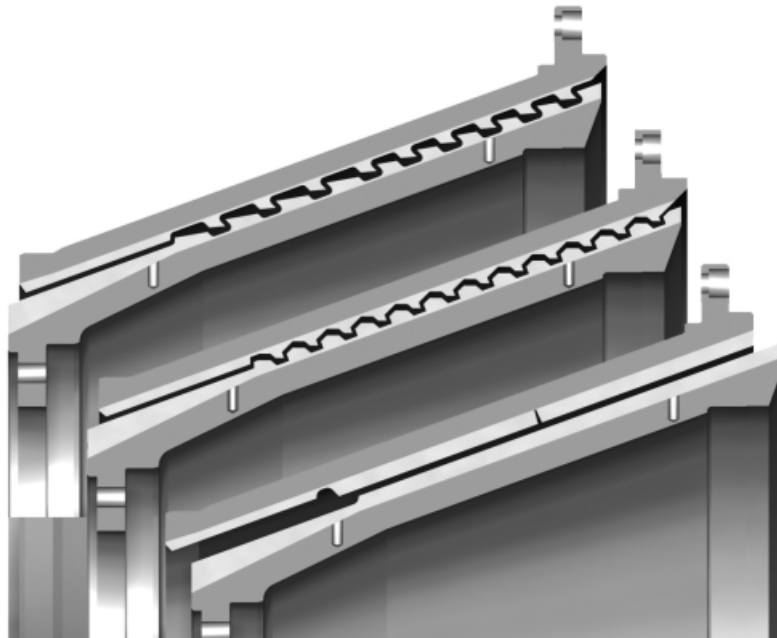
Ennen dispergointia massa pumpataan ruuvipuristimeen massan saostamiseksi 20-35 % sakeuteen. Oikean lämpötilan saavuttamiseksi massa esilämmitetään höyryllä 60-130 °C lämpötilaan, joista korkeimmat lämpötilat vaativat laitteen paineis-

tusta. Haluttu lämpötila riippuu dispergoinnin tavoitteista ja puhdistettavan massan laadusta. Tämän jälkeen suspensio ohjataan kulkemaan vastakkain asetettujen terien väliin, joista pyörivää roottoria painetaan paikallaan olevaa staattoria vasten.

Halkaisijaltaan samankokoiseen tasodispergaattoriin verrattuna kartiodispergaattori mahdollistaa suuremman dispergointipinta-alan, joka kasvattaa epäpuhtauksiin kohdistuvien iskujen lukumäärää. Suuremmasta pinta-alasta johtuva pidempi viipymäaika kasvattaa muste- ja likapartikkelien hajoamisen todennäköisyyttä. Kartiopinta pienentää keskipakovoiman vaikutusta suspensiovirtaukseen ja siirtää voiman vaikutusta kuitujen muokkautumiseen. [22]

Kartiopinnan ansiosta keskipakovoima pakottaa suspension roottorilta staattorille, ja hyvin valitulla roottorin ja staattorin hammasgeometrialla viipymäaika voidaan edelleen kasvattaa ja suspensio ohjata ennalta määrätyille alueille, joissa energia siirtyy roottorista suspensioon [19]. CD-dispergaattorissa kartio-osan jälkeen oleva taso-osa toimii venttiilin tavoin, jolloin kuitujen viipymäaika kartio-osalla kasvaa.

Dispergaattorin terät voivat olla joko limittäin kulkevia hampaita tai hierrejauhimissa käytettäviä uritettuja levyjä. Koska dispergoinnissa ei ole tarkoitus jauhaa kuituja, on teräväli suurempi kuin jauhimissa, jopa usean millimetrin luokkaa. Hammaslevyillä nimellisen terävälän ollessa 1 mm yksittäisten hampaiden välissä todellinen teräväli voi olla jopa yli 10 millimetriä. Kuvassa 2.2 on esitetty erilaisia dispergaattorille tyypillisiä terägeometrioita.



**Kuva 2.2:** Erilaisia dispergaattoriteriä. Kuva julkaistu Metso Paper Oy:n luvalla.

Syöttöalueella, pienen intensiteetin vyöhykkeellä, suspensio pumpataan ulkokehää kohti. Suuren intensiteetin alueella, eli dispergointivyöhykkeellä, hampaiden lukumäärä kasvaa ja massa muokkautuu. Mahdolliset padot urissa nostavat suspen-

siota uran pohjalta terävään kasvattaen viipymäaika ja lisäksi edelleen kuitujen muokkautumista.

Suspensio virtaa levyjen välissä roottorin pyörimisestä aiheutuvan keskipakovoiman ja hammaskulman ansiosta. Pyörimisnopeus vaihtelee välillä 1000-3000 rpm, tavallisimpien lukemien ollessa 1000-1800 rpm. Roottorin kehänopeus on 50-100 m/s ja Kumar et al. [30] mukaan optimaalinen kehänopeus on 50-60 m/s. Kontakti roottorin kanssa kiihdyttää suspension virtausta ja kontakti paikallaan olevan staattorin kanssa hidastaa suspensiota. Tämä nopeusero aiheuttaa suspensioon leikkausjännityksen, joka yhdessä terien ja suspension välisten iskujen kanssa saa aikaan dispergoinnin kannalta toivotun lopputuloksen, eli muste- ja likapartikkelien pilkkoutumisen ja irtoamisen. Muut oleelliset massan muokkautumiseen vaikuttavat tekijät ovat kuitu-kuitu- tai kuitu-partikkeli -kontaktissa syntyvät kitkavoimat sekä partikkelien osuminen roottorin ja staattorin teriin. [20] Suuri sakeus kasvattaa kuitujen osumista toisiin kuituihin ja partikkeleihin, sekä vähentää kuituja rikkovia kuituterä -kontakteja [16]. Dispergoinnin jälkeen suspensio voidaan poistaa prosessista sellaisenaan, mutta yleensä massaa laimennetaan poistoa varten.

Dispergaattorin virtauksen nopeuskomponentit roottorissa ovat kehänopeus

$$u = \omega r \quad (2.1)$$

sekä uran suuntainen nimellinen nopeus

$$w = \frac{\dot{m}}{\rho A}, \quad (2.2)$$

missä  $\omega$  on kulmanopeus,  $r$  säde,  $\dot{m}$  suspension massavirta,  $\rho$  suspension keskimääräinen tiheys sekä  $A$  virtauksen vapaa pinta-ala. Sparksin väitöskirjassaan [41] vedelle tekemien mittausten mukaan todellinen uran suuntainen nopeus on lähellä kaavan (2.2) antamaa nimellistä nopeutta. Sparks kuitenkin tutki vain yhtä roottoristaattorikehää. Lisäksi hän havaitsi, että roottorissa takaisinvirtaus oli hyvin vähäistä. Mittaustuloksia ei voida suoraan soveltaa dispergaattoriin, koska vesi ja kuitususpensio ovat täysin erilaisia virtausaineita. Kun virtauksen nopeuskomponentit roottorissa tiedetään, voidaan arvioida montako kertaa suspensiopartikkeli pyörähtää roottorin ympäri sen kulkiessa roottorin halki.

## 2.2 Dispergaattorin toiminnan tunnusluvut

Yksinkertaisin tapa arvioida dispergointiprosessia tapahtuu ominaisenergiankulutuksen avulla, joka voidaan laskea kaavasta

$$\text{EOK} = \frac{P - P_{\text{NL}}}{\dot{m}_{\text{f}}}, \quad (2.3)$$

missä  $P$  on dispergoinnin aikana tarvittava teho,  $P_{\text{NL}}$  laitteen tyhjänä ajamiseen vaadittava *no load* -teho ja  $\dot{m}_f$  kuitujen massavirta. Toinen käytetty tunnusluku on energiankulutus tilavuusyksikköä kohden:

$$\text{EOK}_V = \frac{P - P_{\text{NL}}}{Q_{\text{tot}}}, \quad (2.4)$$

missä  $Q_{\text{tot}}$  on suspension tilavuusvirta.

Yhdistämällä kaavat (2.3) ja (2.4) sekä olettamalla, että suspension tiheys on yhtä suuri kuin veden tiheys ( $1000 \text{ kg/m}^3$ ), saadaan

$$\text{EOK}_V = C \cdot \text{EOK}, \quad (2.5)$$

missä  $C$  on suspension massasakeus ( $0 < C < 1$ ). [30]

Ominaisenergiankulutus ja energiankulutus tilavuusyksikköä kohden ovat hyviä tapoja arvioida prosessia taloudellisesta näkökulmasta, mutta koska ne eivät kuvaa terävälissä vaikuttavia voimia, ne eivät sovellu dispergointiprosessin tarkempaan tarkasteluun. Lisäksi tehty oletus kuitususpension tiheydestä poikkeaa todellisuudesta varsinkin silloin, kun mukana on vesihöyryä.

Ruzinsky et al. [39] esittivät Brechtin [5] jauhimille kehittämän teorian pohjalta laskukaavan terävälissä vaikuttavien voimien laskemiseksi. Ominaisrämäkuorma määritellään nettotehon ja terien reunojen kokonaispituuden suhteena aikayksikköä kohden. Teoria olettaa, että haluttu massan muokkautuminen tapahtuu pääasiassa dispergoivien terien reunoilla. Lisäksi terien reunaan kohdistuvan voiman oletetaan olevan tärkein musteen irtoamiseen vaikuttava tekijä. Hammasterille ominaisrämäkuorma voidaan laskea kaavasta

$$F_{\text{SEL}} = \frac{P - P_{\text{NL}}}{L}. \quad (2.6)$$

Hampaiden yhteispituus  $L$  saadaan kaavasta

$$L = \frac{n}{60} \sum_{i=1}^N z_r^i (l_{\text{in}}^i z_s^i + l_{\text{out}}^i z_s^{i+1}), \quad (2.7)$$

missä  $n$  on pyörimisnopeus (kierrosta minuutissa),  $N$  hammasrivien lukumäärä,  $z_r^i$  ja  $z_s^i$  hampaiden lukumäärä roottorin ja staattorin rivissä  $i$  sekä  $l_{\text{in}}^i$  ja  $l_{\text{out}}^i$  hampaiden sisemmän ja ulomman reunan keskimääräinen pituus rivissä  $i$ . Kuten yhtälöstä (2.6) huomataan, ominaisrämäkuorman laskemiseksi tarvitaan joko simuloitua tai mitattua tietoa laitteen tehonkulutuksesta.

Jauhintyyppisille terille on olemassa laskukaavat, joista voidaan laskea yhden kuidun ja terien välisten iskujen lukumäärä ja yhden iskun keskimääräinen intensiteetti sekä näiden kahden suureen avulla ominaisenergiankulutus [38].

## 2.3 Mittaukset

Dispergointimittauksia on tehty sekä ura- että hammasterillä. Ruzinsky ja Bennington [37] mittasivat yhden hammas- ja kolmen uradispergaattorin tuottamia partikkelien kokojakaumia eri teräväleillä. Jauhintyyppisille uraterille löydettiin ominaisrämäkuorman arvo, jolla partikkelien koko oli pienimillään, mutta hammasterille vastaavaa arvoa ei löydetty. Lisäksi hammasteräisen dispergaattorin tuottamat partikkelit olivat suurempia kuin vastaavin parametrein ajatun uradispergaattorin. Tätä selittää osaksi hammasterien suurempi todellinen teräväli, vaikka nimellinen teräväli olisi yhtä suuri kuin uraterillä.

Fabry ja Carré [14] tutkivat keinotekoisesti vanhennetuista sanoma- ja aikakauslehdistä tehdyn DIP-massan dispergointia 20 ja 33 prosentin sakeuksilla kahden floataatiovaiheen välissä. Mikäli kuitujen joukkoon ei dispergointivaiheessa lisätty valkaisuaineita, ei dispergoinnilla ollut vaikutusta kuitujen kihartumiseen. Toisaalta Niggel [36] toteaa, että kihartuminen johtuu kuitujen mekaanisesta käsittelystä korkeassa lämpötilassa suurella sakeudella eikä mainitse valkaisuaineita. Ominaisenergiankulutuksen arvoon 100 kWh/t 20% sakeudella ja 66 kWh/t 33% sakeudella, eli energiatiheyteen 20 kWh/m<sup>3</sup> asti likapartikkelien pilkkoutuminen tehostui, mutta tätä suuremmilla arvoilla lisäenergian tuonnilla ei ollut vaikutusta pilkkoutumiseen. Musteen irrottamiseen kuiduista riitti pienempikin energiatiheys, 10 kWh/m<sup>3</sup>. Lisäksi 20 kWh/m<sup>3</sup> oli raja-arvo, jolla kuitujen hajoaminen alkoi olla merkittävää.

Galland et al. [17] tekivät laitosmittakaavan dispergointikokeita hiokkeettomalla paperilla kahden floataatiovaiheen välissä. Mekaanisten voimien kasvattaminen dispergaattorin terävääliä pienentämällä lisäsi hienoaineiden määrää varsinkin, kun ominaisenergiankulutus oli yli 75 kWh/t. Ominaisenergiankulutuksen kasvattaminen yli tämän rajan ei lisännyt makrotason tahmojen pilkkoutumista eivätkä lujuusominaisuudet parantuneet tätä suuremmilla energiankulutuksilla.

Kuumasulatettavien aineiden poistossa tärkein parametri on suspension lämpötila. Korkea lämpötila pienentää näiden aineiden viskositeettia sekä koheesivoimia, jolloin niiden irrottamiseen riittää pienempi voima. Bitumi vaatii hyvin korkean lämpötilan, jolloin dispergaattori tulee paineistaa. Liimaselkäsissä kirjoissa käytettävä liima irtoaa alhaisemmassa lämpötilassa, ja vahojen poistamiseen riittää kaikkein alhaisin lämpötila. Puhdistettaessa vahattua OCC-massaa dispergointi kasvattaa kuitujen hydrofobisuutta eli niiden vedenimukyky heikkenee. [30]

Myös Kanazwa ja Fujita [28] sekä Gao et al. [18] huomasivat, että dispergointilämpötilan nostaminen lisäsi epäpuhtauksien irtoamista ja pilkkoutumista. Korkea dispergointilämpötila vähentää lisäksi bakteerien määrää sekä erilaisten mikroorganismien aiheuttamia ongelmia kiertokuitulaitoksen vedenkierrossa ja luo otolliset olosuhteet valkaisuaineiden käytölle [30]. Toisaalta korkean lämpötilan on ha-



vaittu pienentävän paperin vetolujuutta [19].

Terävälän pienentäminen kasvattaa terävälissä vaikuttavia leikkausvoimia ja tehostaa dispergointia, mutta Gao et al. [18] huomauttavat, että liian pieni teräväli saattaa heikentää kuitujen lujuusominaisuuksia. Gao et al. tutkivat myös massan sakeuden vaikutusta epäpuhtauksien pilkkoutumiseen ja havaitsivat, että sakeuden kasvattaminen nostaa dispergoinnin tehokkuutta. Suuremmalla sakeudella kuitujen määrä on suurempi, jolloin kuitujen välinen hiertyminen toisiaan vasten lisääntyy.

Aikakauslehtien kiiltävät kannet on saatu aikaan paperin pinnan UV-käsittelyllä. Verrattuna kevyemmin pintakäsiteltyyn paperiin, UV-käsittelyn kuidun puhdistus vaatii enemmän energiaa. Myös lämpötilan nosto tehostaa UV-käsittelyn paperin dispergointia. [30]

Musteen- ja lianpoiston lisäksi dispergoinnin tavoitteena on parantaa kuitujen mekaanisia ominaisuuksia, koska ne vaikuttavat ko. kuiduista valmistettavan paperin ominaisuuksiin. Alhaisempi kuidunpituus ja lujuus aiheuttavat matalamman murtoenergian, mutta paperin optiset ominaisuudet ovat paremmat. Kiharammat kuidut johtavat kuituverkoston korkeampaan murtoenergiaan, alhaisempaan vetolujuuteen sekä korkeampaan murtovenymään. [45] Dispergoinnin on havaittu kasvattavan kiharuutta ja paperin märkälujuuksia sekä aiheuttavan kuituihin jyrkkiä mutkia [23]. Toisaalta kuitujen kiharuus ja jyrkät mutkat karhentavat paperin pintaa sekä vähentävät kiiltoa [31].

### 3. HALLITSEVAT YHTÄLÖT

Dispergaattorissa tapahtuvaa virtausta hallitsee massan, liikemäärän ja energian säilymislaivit. Yhtälöryhmän sulkemiseksi tarvitaan virtausainetta kuvaava malli, joka kytkee toisiinsa materiaalin jännitystilän sekä muodonmuutosnopeuden. Materiaali-malli määrittää mekaanisen energian muuttumisen kitkan kautta lämmöksi ja yhdistää liike- ja energiayhtälöt. Viskoelastisen materiaalin tapauksessa materiaali-malli ottaa huomioon viskoosin käyttäytymisen lisäksi myös elastiset muodonmuutokset.

#### 3.1 Virtausta hallitsevat yhtälöt

Kun virtaus oletetaan ajasta riippumattomaksi sekä kokoonpuristumattomaksi ja tilavuusvoimat jätetään huomioimatta, voidaan jatkuvuusyhtälö (3.1) ja likeyhtälöt (3.2)-(3.4) esittää  $r\theta z$ -sylinterikoordinaatistossa yhdelle jatkuvalle faasille seuraavasti [40]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

$$u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r\tau_{rr})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \right) \quad (3.2)$$

$$u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho} \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 \tau_{r\theta})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} \right) \quad (3.3)$$

$$u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r\tau_{rz})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right). \quad (3.4)$$

Energiayhtälön mukaan fluidin ominaissäenergian muutos on yhtä suuri kuin fluidiin tuodun lämmön ja siihen tehdyn työn summa [40]:

$$\begin{aligned} \rho c_p \left( u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) &= k \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \\ &- \left[ \tau_{rr} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) + \tau_{zz} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] + \\ &- \left[ \tau_{r\theta} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) + \tau_{rz} \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) + \right. \\ &\left. + \tau_{\theta z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) \right] + \dot{q}''' . \end{aligned} \quad (3.5)$$

Virtausta hallitseville yhtälöille on olemassa analyyttinen ratkaisu vain joissakin hyvin yksinkertaisissa tilanteissa ja täten useimmissa teollisuuden sovellutuksissa, dispergaattori mukaan lukien, yhtälöiden analyyttinen ratkaiseminen ei ole mahdollista.

Kun dispergaattorissa virtaa vain kuituja ja vettä, tilanne voidaan käsitellä yksifaasivirtauksena, jos lähes kaiken veden oletetaan olevan sitoutuneena kuituihin. Jos mukana on myös höyryä, yksifaasioletus ei ole enää voimassa. Monifaasivirtauksille ei ole olemassa yksikäsitteisiä hallitsevia yhtälöitä, vaan ratkaistavien yhtälöiden muoto riippuu siitä, minkälaisia oletuksia faasien käyttäytymisestä yhtälöitä johdettaessa on tehty.

Yksi tapa höyryn ja kuitususpension muodostaman näennäisen kaksifaasivirtauksen mallintamiseen on olettaa molemmat faasit jatkuviksi, jolloin kumpikin faasi ratkaistaan omasta jatkuvuus-, liike- ja energiayhtälöstään. Tällöin tarvitaan lisätermejä, jotka kytkevät höyryn ja kuitususpension yhtälöt toisiinsa.

## 3.2 Epänewtoninen virtaus

Jatkuvuus-, liike- ja energiayhtälöiden sulkemiseksi tarvitaan virtausaineelle materiaalmalli, joka kuvaa materiaalin jännitystilaa ja muodonmuutosnopeuden suhdetta. Monilla teollisuuden aloilla, kuten elintarvike- ja paperiteollisuudessa, käsiteltävät fluidit ovat epänewtonisia, eli jännityksen ja muodonmuutoksen välinen suhde on epälineaarinen. Kaikki epänewtoniset virtausaineet eivät kuitenkaan käyttäydy samalla tavalla. Fluidin leikkausnopeus  $\dot{\gamma}$  saattaa olla pelkästään leikkausjännityksen funktio, mutta myös aikariippuvainen. Joillakin materiaaleilla on puolestaan havaittavissa sekä kiinteän aineen että fluidin ominaisuuksia, jolloin materiaalin sanotaan olevan viskoelastista. [42]

Tavallisesti vesi-kuitususpensio mallinnetaan käyttäen yleistettyjä newtonisia malleja eli ajasta riippumattomia epänewtonisia malleja. Toisin sanoen suspension leikkausjännitys  $\tau$  on vain leikkausnopeuden funktio, joka yksiulotteisessa tapauksessa voidaan kirjoittaa

$$\tau = f(\dot{\gamma}) = f\left(\frac{\partial u}{\partial \hat{n}}\right). \quad (3.6)$$

Yksinkertaisin epänewtoninen malli laminaarille virtaukselle on de Waelen ja Ostwaldin esittelemä power-law-malli:

$$\tau = K|\dot{\gamma}|^{n-1}\dot{\gamma}, \quad (3.7)$$

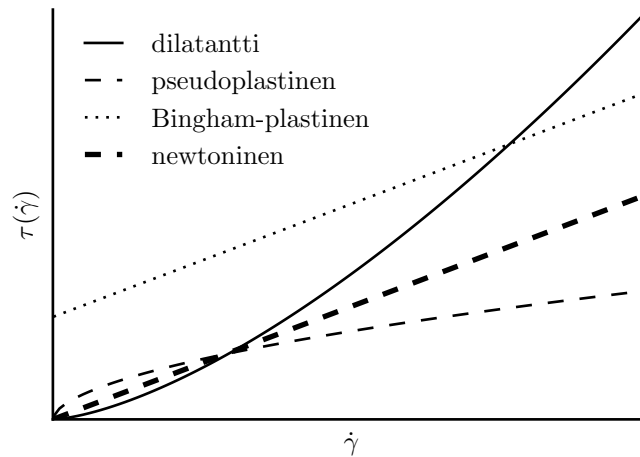
missä  $K$  ja  $n$  ovat kokeellisia materiaalivakioita.  $K$  kuvaa fluidin konsistenssia, suuri konsistenssi tarkoittaa viskoosimpaa fluidia. Power-law-indeksi  $n$  mittaa virtausai-

neen epänewtonisuutta, mitä enemmän sen itseisarvo poikkeaa arvosta yksi, sitä epänewtonisempaa fluidi on. Sen arvoa voidaan pitää vakiona, vaikka leikkausnopeus muuttuu useiden dekadien verran. Jos power-law-indeksi  $n < 1$ , sanotaan fluidin olevan leikkausoheneva eli pseudoplastinen ja jos  $n > 1$ , fluidi on leikkaussakeneva eli dilatantti. Jos  $n = 1$ , fluidi on newtoninen ja konsistenssin  $K$  sijaan puhutaan dynaamisesta viskositeetista  $\mu$ .

Bingham-plastinen malli kuvaa tapausta, jossa leikkausjännityksen on ylitettävä tietty rajajännitys  $\tau_0$ , ennen kuin fluidi voi lähteä virtaamaan. Rajajännityksen saavuttamisen jälkeen leikkausjännitys kasvaa lineaarisesti newtonisen fluidin tavoin. Herschel-Bulkley-malli yhdistää power-law- sekä Bingham-plastisen mallin, jolloin rajajännityksen ylittämisen jälkeen leikkausjännitys muuttuu epälineaarisesti: [42]

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= 0, & \text{kun } \tau < \tau_0 \\ \tau &= \tau_0 + K|\dot{\gamma}|^{n-1}\dot{\gamma}, & \text{kun } \tau \geq \tau_0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Kuvassa 3.1 on esitetty eri materiaalimallien tuottamia leikkausjännityskäyriä. Esitetyistä malleista kuitususpensioille käytetyimmät ovat pseudoplastinen sekä Herschel-Bulkley-malli, joka rajajännityksen ylittämisen jälkeen käyttäytyy pseudoplastisesti. Ford et al. [15] käyttivät kuitususpension sekoittumisen mallinnuksessa muokattua Herschel-Bulkley-mallia, jossa ennen rajajännityksen ylittämistä suspensio virtaa newtonisen fluidin tavoin siten, että sen viskositeetti on hyvin suuri.



**Kuva 3.1:** Leikkausjännitys leikkausnopeuden funktiona eri materiaalimalleille.

Näennäinen viskositeetti  $\mu_{\text{app}}$  voidaan käsittää fluidin sisäisen kitkan mittayksiköksi. Virtaavalle yksiulotteiselle Herschel-Bulkley-fluidille se saadaan kaavasta

$$\mu_{\text{app}} = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K|\dot{\gamma}|^{n-1}. \quad (3.9)$$

Leikkausnopeuden lähestyessä nolaa näennäinen viskositeetti lähestyy ääretöntä, mikä saattaa aiheuttaa ongelmia numeerisessa laskennassa. Dispergaattorin yksiuotteisessa mallissa leikkausnopeuden itseisarvo on kaikkialla nolaa suurempi, joten epäjatkuvuusongelmaa ei synny.

Kuitususpension näennäiselle viskositeetille on johdettu joitakin empiirisiä tuloksia, kuten Benningtonin ja Kerekesin [2] sekä Benningtonin et al. [4] esittämät korrelaatiot. Näennäisen viskositeetin arvot riippuvat kuitenkin vahvasti esimerkiksi kuitujen tyypistä ja mittausmenetelmästä.

### 3.2.1 Kuitususpension rajajännitys

Epänewtonisten fluidien rajajännitys on paljon tutkittu aihe ja on myös esitetty, että rajajännitys ei olisi virtausaineen todellinen materiaaliominaisuus [1]. Tarkasti ottaen rajajännitys ei olekaan kuitususpension todellinen fysikaalinen ominaisuus, vaan yksinkertaistettu malli viskoelastisen suspension elastiselle käyttäytymiselle.

Rajajännityksen määritelmälle on ehdotettu esimerkiksi seuraavat kolme vaihtoehtoa [9]. Maksimiviskositeettioletuksessa rajajännitys on se leikkausjännityksen arvo, jolla näennäinen viskositeetti saa maksimiarvonsa, kun leikkausjännitystä kasvatetaan. Toinen vaihtoehto on ekstrapoloida jännitys-leikkausnopeuskäyrän lineaarinen tai lähes lineaarinen osuus arvoon  $\dot{\gamma} = 0$  asti, jolloin rajajännitys on ekstrapoloidun suoran ja y-akselin leikkauspiste. Kolmas tapa on analoginen metallin myötämisen kanssa: venymää kasvatetaan, kunnes jännitys alkaa pienentyä. Rajajännitys on jännityksen maksimiarvo.

Yksinkertaisin ja paljon käytetty yhtälö rajajännitykselle on

$$\tau_0 = aC^b, \quad (3.10)$$

missä  $a$  ja  $b$  ovat empiirisiä vakioita ja sakeus ilmoitetaan massaprosentteina. Kerekes et al. [29] mittasivat rajajännitystä eri virtaustilanteissa ja totesivat, että vakioiden arvot vaihtelevat suuresti esimerkiksi puulajin mukaan. Myöhemmin Dalpke ja Kerekes [8] huomasivat, että rajajännityksen arvo kasvaa kuitujen pituuden kasvaessa.

Sakeat massat,  $C > 8$  %, voivat sulkea kuituverkkonsa sisään huomattavan määrän ilmaa. Bennington et al. [3] määrittelivät mittausten perusteella tällaiselle massalle rajajännityksen yhtälöksi

$$\tau_0 = 7,7 \cdot 10^5 C^{3,2} (1 - \alpha_g)^{3,4} \epsilon^{0,6}, \quad (3.11)$$

missä  $\alpha_g$  on kaasumaisten aineiden tilavuusosuus suspensiossa ja  $\epsilon$  kuitujen pituuden ja halkaisijan suhde.

Bennington et al. [3] muokkasivat myös yhtälöä (3.10) ottamalla huomioon kuitujen välisen kitkavoiman kuituverkkoa muodostavana mekanismina sekä olettamalla kuidut identtisiksi ja sauvamaisiksi, ja johtivat tuloksen

$$\tau_0 = aE\epsilon^2 C_v^3, \quad (3.12)$$

missä  $a$  on empiirinen vakio,  $E$  kuitujen seinämän kimmokerroin ja  $C_v$  kuitujen tilavuuskonsentraatio. Samassa artikkelissa Bennington et al. kuitenkin kokeellisten tulosten perusteella toteavat, että puukuitususpensioiden rajajännitys ei olekaan lineaarisesti riippuvainen kimmokertoimesta, mutta nylonkuitususpensiolla yhtälön (3.12) antamat tulokset vastaavat paremmin mitattuja tuloksia. Wikströmin ja Rasmusonin [46] mukaan mahdollinen selitys on kuitujen pituusjakaumissa, sillä puukuiduilla jakauma on laajempi kuin nylonkuiduilla. He ottivat huomioon kuitujen jäykkyyden laskemalla ontelomaisten kuitujen neliömomentin ja muokkasivat Benningtonin esittämän tuloksen (3.12) muotoon

$$\tau_0 = aE\epsilon^2 \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right) C_v^3, \quad (3.13)$$

missä  $d$  ja  $D$  ovat kuitujen sisä- ja ulkohalkaisijat.

Rajajännityksen arvo vaihtelee suuresti mittausten mukaan. Derakshandeh et al. [9] listaavat katsausartikkelissaan eri tutkimuksissa mitattuja rajajännitysarvoja. Sakeudeltaan kolmeprosenttiselle massalle rajajännityksen arvot vaihtelevat 19 ja 350 pascalin välillä. Kuusiprosenttisella massalla hajonta on vielä suurempaa, 60-1220 Pa. Suuren hajonnan vuoksi Bennington et al. [3] määrittelivät käytökelpoisemmän suhteellisen rajajännityksen yhdessä kokeessa mitatun jännityksen ja kaikkien samoissa olosuhteissa mitattujen jännitysten keskiarvon suhteena.

Rajajännitys vaikuttaa yhdessä power-law-konsistenssin  $K$  ja eksponentin  $n$  kanssa suoraan laitteen tehonkulutukseen sekä terävälän painehäviöön ja näiden suureiden kautta välillisesti esimerkiksi suspension viipymäaikaan ja jauhatusintensiteettiin, joten dispergaattorin toiminnan mallintamiseksi on oleellista tietää näiden vakioiden arvot riittävällä tarkkuudella.

### 3.3 Kuitujen ja virtauksen vuorovaikutus

Puukuitususpension erityiset ominaisuudet verrattuna muihin partikkelisuspensioihin johtuvat kuitujen suuresta pituus-halkaisijasuhteesta. Tyypillinen pituus puukuidulle on 1-3 mm ja halkaisija 15-30  $\mu\text{m}$ . Nämä mitat vaihtelevat paljon puulajista riippuen. [9] Lyhyet ja pitkät kuidut käyttäytyvät eri tavoin, joten kahden eri suspension ominaisuudet voivat olla erilaiset, vaikka niillä olisi sama sakeus [46]. Puukuitususpensiossa esiintyvät kuitujen muodostamat epähomogeenisuudet voidaan jakaa

Duffyn mukaan kolmeen eri ryhmään, joista jokaisella on omat erityispiirteensä [12].

Hyvin matalilla sakeuksilla kuidut esiintyvät suspensiossa yksittäin ja seuraavat massattoman kappaleen tavoin virtauksen liikkeitä. Tällöin kuidut joko tehostavat liikemäärän siirtoa tai taipuvat, muuttavat muotoaan ja absorboivat turbulenttisten pyörteiden energiaa. Toisin kuin muilla vesi-partikkelisuspensiolla, kuitususpensiolla on tällöin pienempi kitkasta aiheutuva painehäviö kuin pelkällä vedellä.

Sakeuden kasvaessa kuidut alkavat takertua toisiinsa muodostaen pieniä ja epästabiliileja kuitukimppuja. Näin syntyneet flokit ovat dynaamisessa vuorovaikutuksessa sekä veden että toisten flokkien kanssa, jolloin kuitukimpuilla ilmenee viskoelastisia ominaisuuksia.

Korkeammilla sakeuksilla ( $C > 1\%$ ) flokit liittyvät yhteen muodostaen yhä suurempia flokkeja. Kuitujen mekaaninen sitoutuminen toisiinsa saa aikaan flokkien elastis-plastiset ominaisuudet. Duffy mainitsee, että monissa käytännön sovelluksissa juuri flokit hallitsevat prosessin kulkua.

Kun sakeus on riittävän suuri ( $C \sim 10\%$ ), lähes kaikki vesi on imeytynyt kuituihin ja vapaan veden määrä vähenee sakeuden edelleen kasvaessa [25]. Kuitujen esiintymismuoto on tällöin flokkien muodostama kuituverkko, joka käyttäytyy elastis-plastisen kiinteän kappaleen tavoin, joten sille on mitattavissa esimerkiksi jännitys-venymäkäyrä. Repeillyttä kuituverkostoa ei voi paikata työntämällä verkoston kappaleita toisiaan vasten, vaan suspensio on saatettava uudelleen sekoittuneeseen tilaan [24]. Edellä mainitut epähomogeenisuuden alueet eivät ole toisiaan poissulkevia, toisin sanoen monissa virtaustilanteissa systeemissä on havaittavissa useampia epähomogeenisuuden esiintymismuotoja [12].

Edellä esitettyjä jatkuvuus-, liike- ja energiayhtälöitä sekä epänewtonisia materiaalimalleja käytettäessä virtausaineen oletetaan täyttävän kontinuumioletuksen, jonka mukaan ainetta voidaan tarkastella jatkuvana silloin, kun Knudsenin luku  $Kn \ll 1$ . Knudsenin luku määritellään

$$Kn = \frac{\lambda}{\ell}, \quad (3.14)$$

missä  $\lambda$  on keskimääräinen vapaa välimatka aineen molekyylien välillä ja  $\ell$  virtauksen pienin geometrinen pituuskaala. Vesi-kuitususpensio on todellisuudessa epähomogeenista, jolloin sen kuvaaminen kontinuumioletuksen avulla on likimääräistä. Duffy [12, 13] onkin voimakkaasti arvostellut epänewtonisten materiaalimallien käyttöä puukuitususpension virtausmallinnuksessa. Duffyn mukaan suspensiot eivät ole newtonisia, mutta eivät myöskään epänewtonisia.

Kuitususpensiolle ei kuitenkaan ole olemassa yleistä teoriaa, jonka avulla suspension käyttäytymistä ja faasien välistä vuorovaikutusta kyettäisiin mallintamaan tarkasti. Eräs, mutta hyvin teoreettinen mahdollisuus olisi mallintaa jokainen sus-

pension kuitu ja kuitujen väliset yksittäiset vuorovaikutukset erikseen. Tämä ei kuitenkaan ole mahdollista lähes äärettömän pitkän laskenta-ajan vuoksi. Aiemmissa jauhintutkimuksissa käytetty kontinuumioletus on osoittautunut riittävän tarkaksi, joten sen käyttö tässäkin työssä on perusteltua.

### 3.3.1 Putkivirtauksen alueet

Paikallaan olevassa suspensiossa kuidut ovat kosketuksissa putken seinän kanssa. Suspensio ei lähde liikkeelle, ennen kuin painegradientista johtuva leikkausvoima virtauskanavan seinällä ylittää suspension ja seinän välisen kitkavoiman. Kuitususpension virtaukselle on havaittu viisi eri aluetta, jotka muuttuvat virtausnopeuden ja kuitukonsentraation mukaan [25, 27].

#### **Tulppavirtaus, jossa kuidut ovat kosketuksissa seinän kanssa**

Heti suspension ja putken seinän välisen kitkavoiman ylittämisen jälkeen ja riittävän pienellä virtausnopeudella kuidut ovat edelleen kosketuksissa seinän kanssa. Virtauksen käyttäytymistä hallitsee tulpan ja seinän välinen sekä kuitujen keskinäinen kitka. Duffy [13] toteaa, että suurilla sakeuksilla ( $C \sim 10\text{-}20\%$ ) tulppavirtaus on vallitseva virtaustyyppi kaikilla teollisuusprosesseissa käytettävillä virtausnopeuksilla.

#### **Tulppavirtausta ympäröi vesikalvo**

Kuitujen ja seinän välisten hydrodynaamisten voimien vaikutuksesta kuituihin kohdistuu nostevoima, jonka suunta on pois seinältä. Tällöin kuituverkon ja seinämän väliin muodostuu kuiduista vapaa vesikalvo, jonka vaikutuksesta painehäviön kasvunopeus hidastuu tai se voi jopa laskea. Kuituverkko ikään kuin liukuu voitelevan kalvon päällä. Esimerkiksi putkessa suspensioon vaikuttavat voimat ovat tällöin vain paineesta ja vesikalvon leikkausjännityksestä aiheutuvat voimat.

#### **Tulppavirtausta ympäröivässä vesikalvossa yksittäisiä kuituja**

Vesikalvon paksuuden kasvaessa niin suureksi, että se alkaa muuttua turbulentiksi, kuituverkon pinnalta alkaa irrota yksittäisiä kuituja. Vesikalvo muuttuu epämääräiseksi ja painehäviö kasvaa lähes lineaarisesti virtausnopeuden kasvaessa.

#### **Sekavirtaus**

Samassa virtaustilanteessa osa virtauksesta saattaa olla jo turbulenttia ja osa tulppavirtausta, jolloin puhutaan sekavirtauksesta. Putkessa suuri virtausnopeus ja leikkausjännitys seinällä estävät kuituverkon muodostumisen putken uloimpaan osaan,



mutta putken keskellä on vielä havaittavissa tulppavirtauksen alue. Painehäviö kasvaa neliöllisesti virtausnopeuden funktiona.

### **Täysin turbulenti virtaus**

Suuren seinämäkitkan synnyttämä turbulenssi estää kuitutulpan muodostumisen, jolloin suspensio on täysin fluidisoitunut. Sekavirtaus muuttuu täysin turbulentiksi vähitellen, eikä painehäviökäyrässä ole havaittavissa selvää muutosta. Hyvin suurilla virtausnopeuksilla painehäviökäyrä lähestyy puhtaan veden käyrää. Matalilla sakeuksilla ( $C \sim 1\%$ ) virtaus voi olla täysin turbulenti jo kohtalaisilla virtausnopeuksilla sopivien olosuhteiden vallitessa. Suuremmilla sakeuksilla virtauksen säilyminen tulppavirtauksena on todennäköisempää, joskin paikallista turbulenssia voi esiintyä esimerkiksi seinän epäjatkuvuuskohdan läheisyydessä.

## 4. DISPERGAATTORIN SIMULOINTI

Dispergaattorin virtausta hallitsevien yhtälöiden johtaminen jatkuvuus-, liike- ja energiayhtälöistä ei ole helppoa monimutkaisesta virtauskentästä johtuen. Huhtanen [25] oletti jauhimen päävirtauksen täysin säteen suuntaiseksi ja johti sylinterikoordinaatiston liike- ja energiayhtälöistä yhtälöt jauhimen paineelle ja lämpötilalle. Nykyaikaisissa jauhimissa ja dispergaattoreissa urat ovat tietyssä kulmassa säteeseen nähden, jolloin virtaus ei ole enää säteen suuntainen.

Dispergaattorin virtaus-, paine- ja lämpötilakentät ratkaistaan käsittelemällä virtaus yksiulotteisena kaksifaasivirtauksena. Dispergoinnissa käytetyllä sakeudella käytännössä kaikki vesi on imeytyneenä kuituihin, joten simuloinnissa kuitu-vesisuspensio muodostaa yhden faasin ja mahdollisesti mukana oleva höyry toisen faasin. Mallinnus on ajasta riippumatonta ja hyödyntää kirjallisuudessa esitettyjä valmiita kaavoja eri virtaustapauksille.

### 4.1 Pumpputeoria

Dispergaattori on pohjimmiltaan virtauskone, jolloin sen toimintaa voidaan kuvata dimensioanalyysin keinoin. Dimensioanalyysissä fysikaaliseen järjestelmään liittyvien suureiden välisiä riippuvuuksia kuvataan muodostamalla ko. muuttujista dimensiotomia ryhmiä. Soveltamalla dimensioanalyysiä pumppuihin pyritään löytämään systeemiin parhaiten soveltuva pumpun tyyppi ja koko, kun pumpun pyörimisnopeus  $n$ , nostokorkeus  $H$  sekä tilavuusvirta  $Q$  tiedetään. Pumpputyypin valintaan vaikuttava dimensioton luku on pyörimiskerroin:

$$\sigma = \frac{nQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}}, \quad (4.1)$$

missä  $g$  on putoamiskiihtyvyys. Pienellä pyörimiskertoimen arvolla aksiaalipumppu on optimaalinen pumpputyypin ja pyörimiskertoimen kasvaessa optimityyppi muuttuu radiaalisempaan suuntaan. Halkaisijakerroin  $\delta$  kuvaa pumpun kokoa:

$$\delta = \frac{D(gH)^{1/4}}{Q^{1/2}}, \quad (4.2)$$

missä  $D$  on pumpun halkaisija. Kun pumpun pyörimiskerroin tiedetään, voidaan halkaisijakerroin valita käyttämällä esimerkiksi Cordier-käyrästä. [10]

Jotta tiedetään, alkaako kuituihin imeytynyt vesi höyrystyä, tulee kiehumislämpötilan määräävä staattinen paine virtauksessa selvittää. Bernoullin yhtälön mukaan virtauksen kokonaisenergia säilyy vakiona virtaviivaa pitkin kuljettaessa [10]:

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho c_1^2 + \rho g H_{\text{theor}} = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho c_2^2 + \Delta p_f, \quad (4.3)$$

missä teoreettinen nostokorkeuden  $H_{\text{theor}}$  sisältävä termi kuvaa pumpun fluidiin tuomaa energiaa ja  $\Delta p_f$  virtauksessa tapahtuvia häviöitä. Nopeustermi  $c$  on virtauksen absoluuttinen nopeus ja  $z$  korkeus referenssitasosta. Teoreettinen nostokorkeus, joka ei ota huomioon pumpun sisällä tapahtuvia häviöitä, saadaan kaavasta [10]

$$H_{\text{theor}} = \frac{1}{g} (u_2 c_{\theta 2} - u_1 c_{\theta 1}) = \frac{1}{2g} \left( \underbrace{u_2^2 - u_1^2}_{\text{I}} + \underbrace{c_2^2 - c_1^2}_{\text{II}} + \underbrace{w_1^2 - w_2^2}_{\text{III}} \right), \quad (4.4)$$

missä  $c_\theta$  on absoluuttisen nopeuden tangentialisuunnan komponentti. Termi I kuvaa pyörimisliikkeen keskipakovoiman aikaansaamaa nostokorkeutta, termi II todellisen nopeuden kasvamisesta aiheutuvaa nostokorkeuden kasvua ja termi III suhteellisen nopeuden pienentymisestä johtuvaa nostokorkeuden nousua.

Yhdistämällä yhtälöt (4.3) ja (4.4) saadaan lauseke pumpussa tapahtuvalle staattisen paineen nousulle

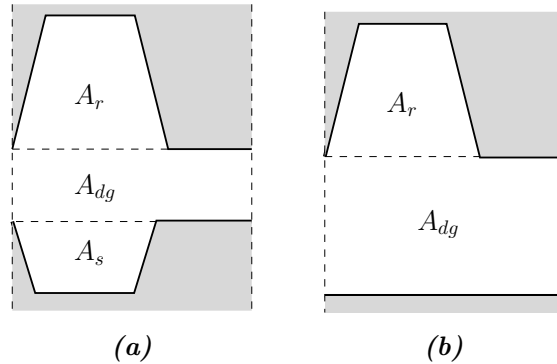
$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho (u_2^2 - u_1^2 + w_1^2 - w_2^2) + \rho g (z_1 - z_2) - \Delta p_f. \quad (4.5)$$

## 4.2 Virtauksen laskenta

Dispergaattorissa roottorin ja staattorin hampaiden väliin muodostuvissa urissa suspensio kulkeutuu sisääntulosta ulostuloon. Hampaiden korkeus vaihtelee, joten urat voivat vaihtaa informaatiota massan ja liikemäärän muodossa, mutta oletuksen mukaan jokaisessa urassa virtaus on keskimääräisesti samanlainen.

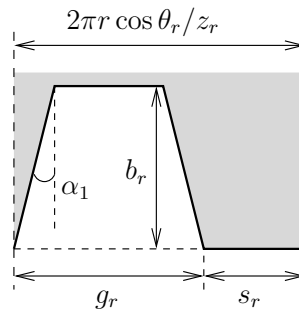
Kuvassa 4.1 (a) on esitetty uran suuntainen vapaa poikkipinta-ala, kun roottorin ja staattorin urat ovat hetkellisesti vastakkain. Kun teräväli  $d_g$  on pieni, se ei merkittävästi vaikuta pinta-alan arvoon. Terävälän tangentialinen leikkausvirtaus ei tällöin vaikuta merkittävästi urien suuntaiseen päävirtaukseen. Kuitenkin tietyllä kehällä roottorissa tai staattorissa uran korkeus voi olla pieni, jolloin terävälän osuus kokonaispinta-alasta kasvaa merkittäväksi. Virtausura saattaa paikallisesti jopa puuttua kokonaan roottorista tai staattorista, jolloin virtauksen näkemä poikkileikkaus on kuvan 4.1 (b) mukainen. Terävälän virtauksen suunta ja suuruus on näissä tilanteissa epämääräinen ja sen selvittäminen vaatisi numeerisen virtauslaskennan käyttöä. Kuvat eivät ole aitoja poikkileikkauksia, koska urat ovat todellisuudessa tietyssä kulmassa toisiinsa nähden. Urat on siis käännetty kohtisuoraan

katsojaa kohti.



**Kuva 4.1:** Virtauksen näkemät poikkipinta-alat, jos staattorin hammaskorkeus on pieni (a) tai staattorin hammas puuttuu kokonaan (b).

Kuvassa 4.2 on esitetty tarkemmin roottorin uran mitat. Staattorille on olemassa vastaavat arvot. Kuvaan on piirretty vain toinen uran viistekulma  $\alpha_1$ , uran toisen seinämän viistekulma  $\alpha_2$  ei välttämättä ole yhtä suuri.



**Kuva 4.2:** Roottorin vapaan virtausalan mitat.

Roottorin uran vapaa pinta-ala lasketaan yhtälöstä

$$A_r = \left( \frac{2\pi r}{z_r} \cos \theta_r - s_r - \frac{1}{2} b_r (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \right) b_r. \quad (4.6)$$

Teräväliin muodostuvan uran suuntaisen virtausalueen arvioidaan olevan puolisuunnikkaan muotoinen, jolloin pinta-alaksi tulee

$$A_{dg} = \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi r}{z_r} \cos \theta_r - s_r + \frac{2\pi r}{z_s} \cos \theta_s - s_s \right) d_g \quad (4.7)$$

Teräväli ei vaikuta piirin laskentaan, jos virtaus ei koe kitkahäviötä urien välisellä avoimella seinällä. Jos terävälin virtaus on merkittävästi erisuuntainen uran virtaukseen nähden, tulisi uran avoin seinä huomioida pintana, jossa kitka syntyy kahden erisuuntaisen virtauksen välille. Hampaan ja uran ollessa vastakkain märkäpiiri on suurempi, mikä voidaan ottaa huomioon korvaamalla avoin seinä vastakkaisen puolen hampaiden peittosuhdetta vastaavalla matkalla. Termin vaikutus on kuitenkin

pieni uran muihin mittoihin nähden. Roottorin uran märkäpiirille saadaan lauseke

$$P_r = \frac{2\pi r}{z_r} \cos \theta_r - s_r + b_r \left( \frac{1}{\cos \alpha_1} + \frac{1}{\cos \alpha_2} - \tan \alpha_1 - \tan \alpha_2 \right). \quad (4.8)$$

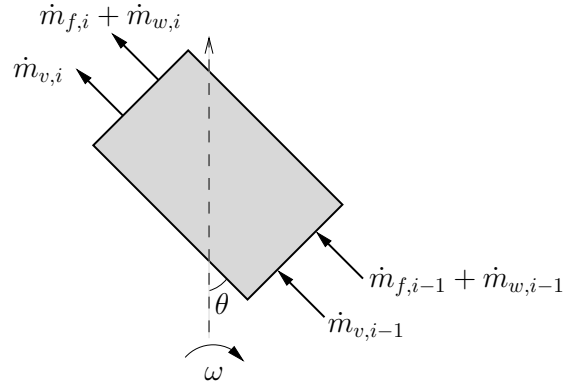
Koko poikkipinta-alan märkäpiiri saadaan laskemalla yhteen roottorin ja staattorin arvot. Uran hydraulinen halkaisija saadaan pinta-alan ja piirin suhteena:

$$D_h = \frac{4(A_r + A_s + A_{dg})}{P_r + P_s}. \quad (4.9)$$

Roottorin tai staattorin kehällä kaikki hampaat eivät välttämättä ole samankorkuisia. Tällöin laskennallisena hammaskorkeutena käytetään hammaskorkeuksien painotettua keskiarvoa.

Roottorin uran suuntaisen, kuvan 4.3 mukaisen kontrollitulavuuden pituus  $\Delta x$  riippuu pumppaus- eli hammaskulmasta  $\theta_r$  sekä kartiokulmasta  $\varphi$ :

$$\Delta x = \frac{\Delta r}{\cos \theta_r \sin \varphi}. \quad (4.10)$$



**Kuva 4.3:** Kahden laskentapisteen välinen kontrollitulavuus.

Jauhinessa tapahtuva takaisinvirtaus on tiedossa oleva ja paljon tutkittu ilmiö, ja Lindstedtin [32] käyttämä takaisinvirtauksen laskentamalli on osoittautunut käyttökelpoiseksi. Dispergaattorissa takaisinvirtausta ei ole tutkittu, ja jauhimeen verrattuna monimutkaisempi terägeometria estää takaisinvirtauksen simuloinnin. Takaisinvirtausta oletetaan kuitenkin tapahtuvan ja se mallinnetaan siten, että virtauksen vapaa poikkipinta-ala kuuluu kokonaisuudessaan roottoriin. Staattorin mallinnus tapahtuu volumetrisen hyötysuhteen avulla. Lindstedt määrittelee volumetrisen hyötysuhteen keskimääräisen massavirran ja roottorissa eteenpäin kulkevan massavirran suhteena:

$$\eta_{\text{vol}} = \frac{\dot{m}_{\text{tot}}}{\dot{m}_r}. \quad (4.11)$$

Roottorissa eteenpäin virtaava massavirta kytkeytyy takaisinvirtaukseen kaavalla

$$\dot{m}_r = \dot{m}_{\text{tot}} - \dot{m}_{\text{back}} , \quad (4.12)$$

missä takaisinvirtaus  $\dot{m}_{\text{back}}$  on negatiivinen virtauksen kulkiessa kohti dispergaattorin sisääntuloa. Takaisinvirtauksen alueella roottorin massavirta on siis kokonaisuusmassavirtaa  $\dot{m}_{\text{tot}}$  suurempi, koska massataseen on toteuduttava jokaisessa laskentapisteessä.

Volumetrinen hyötysuhde kasvaa ensimmäisen laskentapisteen ennalta määrittelyä arvosta lineaarisesti arvoon yksi joko ennalta määritettyyn laskentapisteeseen mennessä tai tasaantumiskohdan paikkaa iteroimalla. Lindstedtin jauhimelle tekemien simulointien mukaan volumetrinen hyötysuhde kasvaa lähes lineaarisesti myös niissä laskentapisteissä, joissa takaisinvirtausta simuloidaan laskemalla sen määrä omasta yhtälöstään.

### 4.2.1 Jatkuvuusyhtälö

Jatkuvuusyhtälössä käsitellään massavirtojen keskimääräisiä arvoja kahden laskentapisteen välillä. Massavirtoja laskettaessa oletetaan, että kaikki höyrystyvä vesi muuttuu höyryksi ja kaikki tiivistyvä höyry muuttuu vedeksi. Kuitujen massavirran oletetaan pysyvän vakiona. Tällöin veden massavirta laskentapisteessä  $i$  saadaan yhtälöstä

$$\dot{m}_{w,i} = \dot{m}_{w,i-1} - \dot{m}_{v,i} + \dot{m}_{v,i-1} , \quad (4.13)$$

missä alaindeksi w viittaa veteen ja v vesihöyryyn. Nyt voidaan laskea suspension keskimääräinen tiheys

$$\rho = \frac{\dot{m}_{\text{tot}}}{\frac{\dot{m}_w}{\rho_w} + \frac{\dot{m}_f}{\rho_f} + \frac{\dot{m}_v}{\rho_v}} , \quad (4.14)$$

missä alaindeksi f viittaa kuituihin. Suspension suhteellinen virtausnopeus uran suunnassa saadaan tällöin yhtälöstä (2.2).

Tilavuusosuus määritellään tietyn faasin tilavuuden suhteellisenä osuutena kaikkien faasien yhteenlasketusta tilavuudesta. Esimerkiksi höyryn tilavuusosuus laskeaan yhtälöstä

$$\alpha_v = \frac{\frac{\dot{m}_v}{\rho_v}}{\frac{\dot{m}_w}{\rho_w} + \frac{\dot{m}_f}{\rho_f} + \frac{\dot{m}_v}{\rho_v}} , \quad (4.15)$$

jonka avulla saadaan myös kuitususpension tilavuusosuus

$$\alpha_f + \alpha_w = \alpha_{fw} = 1 - \alpha_v . \quad (4.16)$$

### 4.2.2 Liikelyhtälö

Liikelyhtälö kuvaa kontrollitilavuuteen vaikuttavien voimien aiheuttamaa muutosta kontrollitilavuudesta lähteisiin laskennallisiin liikemäärävirtoihin. Urassa kulkevilla faaseilla eli kuitu-vesisuspensiolla ja höyryllä oletetaan olevan yhtä suuri nopeus, jolloin faasien välillä ei vaikuta kitkavoimia. Suspension suuresta sakeudesta johdettujen suspensiolla on urassa tasajakauma. Jos mukana on höyryä, sen nopeus on niin suuri, että virtaus on turbulენტtista. Tällöin myös höyryn nopeudella on lähes tasajakauma. Näin liikelyhtälössä voidaan käyttää keskimääräistä virtausnopeutta, eikä korjauskerrointa tarvita.

Crowe et al. [6] mukaan näennäisesti yksiulotteisen, ajasta riippumattoman kaksisifaasivirtauksen liikelyhtälö voidaan kirjoittaa muodossa

$$\Delta(\rho w^2 A) = -\bar{A}\Delta p - \bar{\tau}_w \bar{P}\Delta x + \bar{\rho}g\bar{A}\Delta x, \quad (4.17)$$

missä  $\tau_w$  on leikkausjännitys seinällä. Yläviiva suureen päällä viittaa keskimääräiseen arvoon kahden laskentapisteen välillä. Yhtälön (4.17) vasen puoli kuvaa liikemäärävirran muutosta, joka on seuraus yhtälön oikean puolen staattisen paineen, kitkan sekä tilavuusvoiman eli painovoiman aiheuttamista voimista  $\Delta x$ -pituisessa kontrollitilavuudessa.

Korvataan yhtälön (4.17) viimeisen termin putoamiskiihtyvyyden  $g$  roottorin pyörimisen aiheuttaman keskipakovoiman uran suuntaisella komponentilla  $\omega^2 r \cos \theta / \sin \varphi$ . Kontrollitilavuuden pituus uran suuntaisessa koordinaatistossa voidaan esittää säteen, hammaskulman sekä kartiokulman avulla kaavan (4.10) mukaisesti. Käyttämällä vielä derivoinnin laskusääntöä tilavuusvoimatermi voidaan kirjoittaa muodossa

$$\bar{\rho}g\bar{A}\Delta x = \bar{\rho}\bar{A}\Delta \left( \frac{\omega^2 r^2}{2} \right). \quad (4.18)$$

Koska takaisinvirtaus mallinnetaan lineaarisesti kasvavan volumetrisen hyötösuhteen avulla, roottorin massavirta pienenee hyötösuhteen määritelmän (4.11) mukaisesti. Roottorista poistuu tällöin liikemäärävirta

$$\Delta(\rho w^2 A) = -\Delta(w_r \dot{m}_r) = -\dot{m}_{\text{tot}} \Delta \left( \frac{w}{\eta_{\text{vol}}^2} \right). \quad (4.19)$$

Liikelyhtälöstä (4.17) voidaan nyt ratkaista yhtälöiden (4.18) ja (4.19) avulla kontrollitilavuudessa tapahtuva staattisen paineen muutos:

$$\Delta p = \frac{\bar{\rho}}{2} \left[ \omega^2 (r_i^2 - r_{i-1}^2) - (w_i + w_{i-1}) \left( \frac{w_i}{\eta_{\text{vol},i}^2} - \frac{w_{i-1}}{\eta_{\text{vol},i-1}^2} \right) \right] - \bar{\tau}_w \frac{\bar{P}}{\bar{A}} \Delta x. \quad (4.20)$$

Kun volumetrinen hyötysuhde ei muutu, vastaa tulos yhtälön (4.5) mukaista pumppteoriolla laskettua staattisen paineen nousua.

Uran korkeuden äkillinen muutos käsitellään virtauskanavan äkillisenä laajentumana tai supistumana, joka aiheuttaa painehäviön

$$\Delta p_\xi = \xi \frac{1}{2} \rho w^2, \quad (4.21)$$

missä kertavastuserroin  $\xi$  riippuu kahden peräkkäisen laskentapisteen poikkipintaalojen suhteesta. Kertavastushäviö vähennetään yhtälön (4.20) antamasta paineen muutoksesta. Termin vaikutus paineen arvoon on kuitenkin pieni.

### 4.2.3 Leikkausjännitys seinällä

Yhtälössä (4.20) esiintyvä leikkausjännitys voidaan lausua tilavuusosuuksilla painotettuna kahden faasin summana:

$$\bar{\tau}_w = \bar{\alpha}_{fw} \tau_{w, fw} + \bar{\alpha}_v \tau_{w, v}. \quad (4.22)$$

Matalasakeuksisen ( $C \sim 1\%$ ) suspension virtaus saattaa sopivissa olosuhteissa olla täysin turbulentsia. Myös korkeammalla sakeudella ( $C > 10\%$ ) saattaa esiintyä turbulenssia tai voimakasta pyörteisyyttä lähellä seinämää tai seinämän epäjatkuvuuskohtaa, mutta suurimmassa osassa aluetta virtaus todennäköisesti säilyy laminaarina. [25]

Muzychkan ja Edgen [34] esittämän teorian mukaan laminaarin power-law-fluidin leikkausjännitys poikkileikkaukseltaan mielivaltaisen muotoisen kanavan seinällä saadaan kaavasta

$$\tau_w = K \left[ 2w \left( c_2 + \frac{c_1}{n} \right) \left( \frac{2(\epsilon + 1)}{\sqrt{\epsilon}} \right) \frac{1}{\sqrt{A}} \right]^n, \quad (4.23)$$

missä  $c_1$  ja  $c_2$  ovat virtauskanavan poikkipinnan muodosta riippuvat muotokertoimet ja  $\epsilon$  virtauskanavan sivusuhte. Yhtälö (4.23) on käyttökelpoinen, kun ehto

$$\text{Re}_{\sqrt{A}} = \frac{\rho_{fw} w^{2-n} (\sqrt{A})^n}{8^{n-1} K \left( c_2 + \frac{c_1}{n} \right)^n} \leq 2100 \left( \frac{P}{\sqrt{A}} \right)^n \quad (4.24)$$

toteutuu.

Karakteristisena mittana on käytetty hydraulisen halkaisijan sijaan poikkipintaalan neliöjuurta, jolloin useimmat poikkileikkausgeometrit voidaan laskea hyvällä tarkkuudella olettamalla poikkileikkaus suorakulmioksi. Tällöin muotokertoimet saadaan yhtälöistä



$$c_1 = \frac{1}{2(1+\epsilon)^2 \left(1 - \frac{32}{\pi^3 \cosh\left(\frac{\pi}{2\epsilon}\right)}\right)}, \quad (4.25)$$

$$c_2 = \frac{3}{2(1+\epsilon)^2 \left(1 - \frac{192\epsilon \tanh\left(\frac{\pi}{2\epsilon}\right)}{\pi^5}\right)} - c_1. \quad (4.26)$$

Suorakulmiolla sivusuhte  $\epsilon$  on poikkileikkauksen lyhyemmän ja pidemmän sivun suhde. Määritellään uran virtauspoikkipinta-alan leveys roottorin, staattorin ja terävälän yksittäisten poikkipinta-alojen leveyksien keskiarvona sekä uran korkeus roottorin, staattorin ja terävälän korkeuksien summana.

Cruz et al. [7] mukaan näennäinen fluidin käyttäytymistä kuvaava indeksi  $n^*$  Herschel-Bulkley-fluidille on

$$n^* = \frac{nK\dot{\gamma}^n}{\tau_0 + K\dot{\gamma}^n}. \quad (4.27)$$

Ilman rajajännitystä indeksi  $n^*$  pelkistyy tavalliseksi power-law-indeksiksi  $n$ . Leikkausnopeuden  $\dot{\gamma}$  tilalle voidaan sijoittaa karakteristinen leikkausnopeus  $8w/D_h$ . Lopulliseksi leikkausjännityksen yhtälöksi saadaan

$$\tau_w = K \left[ 2w \left( c_2 + \frac{c_1}{n^*} \right) \left( \frac{2(\epsilon+1)}{\sqrt{\epsilon}} \right) \frac{1}{\sqrt{A}} \right]^{n^*}. \quad (4.28)$$

Höyryn leikkausjännitys seinällä lasketaan kaavasta

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho_v w^2 f_v, \quad (4.29)$$

missä  $f_v$  on höyryn Fanning-kitkakerroin. Kun höyryn virtaus oletetaan turbulentiksi, saadaan kitkakerroin muokatusta Blasiuksen yhtälöstä [11]:

$$f_v = 0,0767 \left( \frac{\rho_v w \sqrt{A}}{\mu_v} \right)^{-0,25} = 0,0767 \text{Re}_{\sqrt{A}}^{-0,25}. \quad (4.30)$$

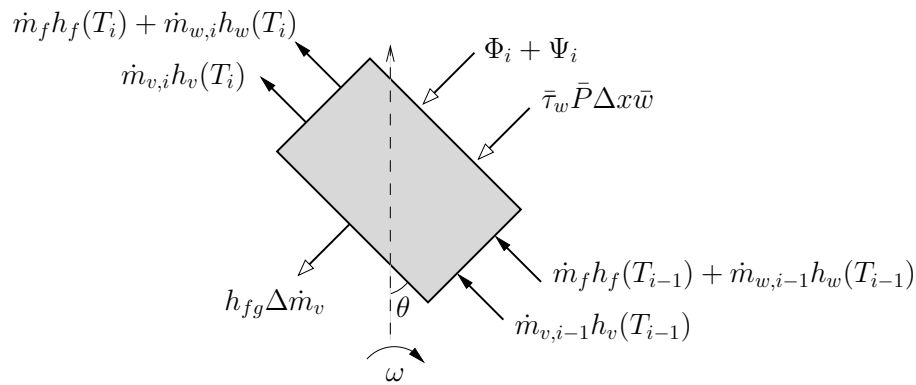
Kuten vesi-kuitususpension, myös höyryn leikkausjännityksen laskennassa on käytetty pituusskaalana poikkipinta-alan neliöjuurta, jonka on todettu parhaiten soveltuvan sisäpuolisen virtauksen karakteristiseksi mitaksi silloin, kun poikkileikkaus ei ole ympyrän muotoinen [11, 34, 35].

### 4.3 Energiayhtälö

Terävälissä dispergaattorin akseliteho sekä kitkahäviöiden tuottama teho muuttuvat lämpöenergiaksi, joka muuttaa suspension entalpiavirtoja. Tuotettu lämpöenergia kulutetaan ainoastaan suspension lämpötilan nostamiseen niin kauan, että painetta vastaava höyrystyslämpötila saavutetaan. Tällöin lämpö kuluu myös veden faasimuutokseen. Höyryn tiivistyminen takaisin nesteeksi ja nesteen lämpötilan lasku puolestaan vapauttavat energiaa. Kuvan 4.4 kontrollitilavuuteen tulevien ja siitä lähtevien energiavirtojen on oltava tasapainossa laskentapisteen  $i - 1$  ja  $i$  välillä:

$$\begin{aligned} \Phi_i + \Psi_i + \bar{\tau}_w \bar{P} \Delta x \bar{w} + \dot{m}_{w,i-1} h_w(T_{i-1}) + \dot{m}_f h_f(T_{i-1}) + \dot{m}_{v,i-1} h_v(T_{i-1}) \\ - \dot{m}_{w,i} h_w(T_i) - \dot{m}_f h_f(T_i) - \dot{m}_{v,i} h_v(T_i) - (\dot{m}_{v,i} - \dot{m}_{v,i-1}) h_{fg} = 0, \end{aligned} \quad (4.31)$$

missä  $\Phi$  ja  $\Psi$  ovat kappaleessa 4.4 määriteltävät jauhatus- ja dispergointitehot. Veden ja höyryn ominaisuudet määritetään standardin mukaisista soviteista [43].



**Kuva 4.4:** Kontrollitilavuuteen tulevat ja siitä lähtevät energiavirrat.

Laskentapisteen  $i$  lämpötilan laskemiseksi on ensin selvitettävä, tapahtuuko laskentapisteen välillä veden faasimuutosta joko nesteestä höyryksi tai höyrystä nesteeksi. Tätä varten lasketaan sovitteesta kyllästyslämpötila  $T_{\text{sat},i}$  paineessa  $p_i$  sekä lasketaan ylimääräinen jauhatusteho, kun laskentapisteen  $i - 1$  massavirtojen lämpötilat muutetaan pisteen  $i$  kyllästyslämpötilaan. Ylimääräiselle teholle saadaan tällöin yhtälö

$$\begin{aligned} P_e = \Phi_i + \Psi_i + \bar{\tau}_w \bar{P} \Delta x \bar{w} + \dot{m}_{w,i-1} h_w(T_{i-1}) + \dot{m}_f h_f(T_{i-1}) + \dot{m}_{v,i-1} h_v(T_{i-1}) \\ - \dot{m}_{w,i} h_w(T_{\text{sat},i}) - \dot{m}_f h_f(T_{\text{sat},i}) - \dot{m}_{v,i} h_v(T_{\text{sat},i}) . \end{aligned} \quad (4.32)$$

Kun  $P_e$  on positiivinen, se käytetään veden höyrystämiseen. Mikäli kaikki vesi on höyrystynyt, ylimääräinen teho käytetään höyryn tulistamiseen. Kun  $P_e$  on negatiivinen, höyryä tiivistyy vedeksi ja jos kaikki vesi on nesteenä, vesi jäähtyy. Näin saadaan laskentapisteen  $i$  höyryn massavirta, jota verrataan massataseen laskennassa

arvattuun arvoon. Iteroimalla höyryn massavirtaa sekanttimenetelmällä löydetään tasapainotila, jossa yhtälön (4.31) energiataase toteutuu riittävällä tarkkuudella. Höyryn massavirralla sallitaan vain hyvin pieni virhe, sillä höyry-vesi-kuitususpension keskimääräinen tiheys ja tilavuusosuudet ovat hyvin herkkiä höyryn massavirran muutoksille.

## 4.4 Tehonkulutuksen laskenta

Sähkömoottorista dispergaattorin akselille syötetty mekaaninen teho jaetaan kolmeen komponenttiin: jauhatus-, dispergointi- ja pumppaustehoon. Laakereiden kitkahäviöt oletetaan pieniksi muihin tehokomponentteihin nähden, jolloin dispergaattorin mekaaniselle hyötysuhteelle käytetään arvoa yksi.

### 4.4.1 Jauhatusteho

Roottorin tulee pyöriäkseen tehdä työtä terävälisiin jäävän suspension kitkaa vastaan. Energiayhtälön mukaan tehty työ muuttuu lämpöenergiaksi. Terävälissä hallitseva dissipaatiotermi  $\tau_{z\theta} (\partial u_\theta / \partial z)$  syntyy kehän suuntaisen nopeuden muuttuessa terävälän matkalla roottorilta staattorille.

Tarvittavan energian määrä voidaan laskea, kun tunnetaan terävälän dissipaation suuruus sekä tilavuus, jossa dissipaatio vaikuttaa. Dissipaatiotermi vaikustilavuus on roottorin ja staattorin vastakkain olevien hampaiden yhteenlasketun pinta-alan ja hampaiden välisen etäisyyden tulo. Hampaiden hetkellinen yhteinen pinta-ala muuttuu roottorin pyöriessä, joten pinta-alan laskemiseksi määritetään hetkellinen ominaisjauhatuspinta-ala [32]

$$A'(r) = 2\pi r a'_r a'_s, \quad (4.33)$$

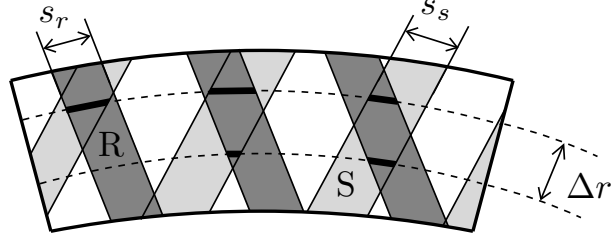
missä  $a'_r$  ja  $a'_s$  ovat roottorin ja staattorin hampaiden yhteispituuden suhteelliset osuudet koko kehän pituudesta:

$$a'_r = \frac{z_r s_r}{2\pi r \cos \theta_r}. \quad (4.34)$$

Jos hammas puuttuu terästä tietyllä säteellä kokonaan, kitkapinta on koko  $r$ -säteisen kehän suhteellinen pituus:

$$a'_r = 1.$$

Termien  $a'_r$  ja  $a'_s$  tulo antaa todennäköisyyden sille, osuvatko roottorin ja staattorin hampaat vastakkain  $r$ -säteisellä kehällä. Kuvassa 4.5 esitetään hetkellinen ominaisjauhatuspinta-ala tummilla viivoilla.



**Kuva 4.5:** Kahden peräkkäisen laskentapisteen hetkellinen ominaisjauhatuspinta-ala merkittynä tummilla viivoilla.

Dispergaattorin kehällä  $dr$ -pituisella matkalla differentiaalinen tilavuus on

$$dV = A'(r) d_g(r) \frac{dr}{\sin \varphi}, \quad (4.35)$$

ja terävälän kitkasta aiheutuva tehonkulutus on siis energiyhtälön disipaatiotermin ja differentiaalisen tilavuuden tulo

$$d\Phi_1(r) = \left( \tau_{z\theta}(r) \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) \left( A'(r) d_g(r) \frac{dr}{\sin \varphi} \right). \quad (4.36)$$

Olettamalla terävälän virtaus Couette-virtaukseksi saadaan leikkausjännitykseksi

$$\tau_{z\theta} = \tau_0 + K \left( \frac{\omega r}{d_g} \right)^n, \quad (4.37)$$

ja kehän suuntaisen nopeuden derivaataksi terävälän yli

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial z} = \frac{\omega r}{d_g}. \quad (4.38)$$

Kahden laskentapisteen välille tuotu jauhatusteho saadaan integroimalla yhtälö (4.36) laskentavälin yli:

$$\Phi_{1,i} = \int_{r_{i-1}}^{r_i} \left( A'(r) \tau_0 \omega r + A'(r) K \frac{(\omega r)^{n+1}}{d_g(r)^n} \right) \frac{dr}{\sin \varphi}. \quad (4.39)$$

Yhtälön analyyttinen integrointi ei ole mahdollista, sillä esimerkiksi ominaisjauhatuspinta-ala on roottorin ja staattorin hampaiden leveyden, lukumäärän sekä pump-pauskulman funktio. Integraali lasketaan numeerisesti puolisuunnikkasääntöä käyt-

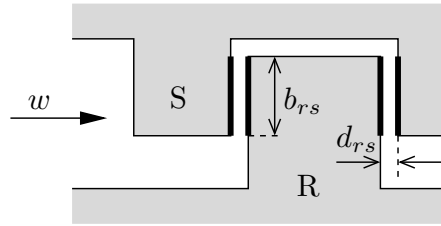
tämällä, jolloin tehoksi saadaan

$$\Phi_{1,i} = \frac{(r_i - r_{i-1})}{2 \sin \varphi} \left[ A'(r_i) \left( \tau_0 \omega r_i + K \frac{(\omega r_i)^{n+1}}{d_g (r_i)^n} \right) + A'(r_{i-1}) \left( \tau_0 \omega r_{i-1} + K \frac{(\omega r_{i-1})^{n+1}}{d_g (r_{i-1})^n} \right) \right]. \quad (4.40)$$

Yhtälöstä (4.40) havaitaan, että teräväliä pienennettäessä rajajännityksen osuus tehontarpeesta pienenee, koska pienemmän terävälän aiheuttama suurempi leikkausjännitys muokkaa suspensiota fluidisoituneempaan tilaan.

Joillakin terägeometrioilla tietyllä  $r$ -säteisellä kehällä hampaiden korkeus ei ole vakio, jolloin terävälän korkeus vaihtelee. Tällöin kullekin hammaskorkeudelle lasketaan oma ominaisjauhatuspinta-ala kaavasta (4.33) sekä jauhatusteho kaavasta (4.40) muiden termien pysyessä vakiona. Kahden laskentapisteen välille tuotu jauhatusteho on tällöin osatehojen summa.

Terägeometrioilla, joilla hampaat menevät kuvan 4.6 mukaisesti osittain toistensa väliin, vastakkain olevien pystysuorien hammaspintojen välinen kitka synnyttää myös jauhatustehoa.



**Kuva 4.6:** Pystysuorien hammaspintojen välinen jauhatuspinta merkittynä tummilla viivoilla.

Pystysuora jauhatusalala lasketaan yhtälöstä

$$A_2 = 2\pi r a'_i a'_s b_{rs}, \quad (4.41)$$

missä  $b_{rs}$  on matka, kuinka paljon rottorin ja staattorin hampaat painuvat toistensa lomiin. Lisäjauhatus-teho lasketaan samoin kuin edellä, mutta nyt yhtälöä ei integroida, koska pystysuora jauhatusväli on diskreetti muuttuja:

$$\Phi_{2,i} = \left( \tau_0 \omega r_i + K \frac{(\omega r_i)^{n+1}}{d_{rs} (r_i)^n} \right) A_2. \quad (4.42)$$

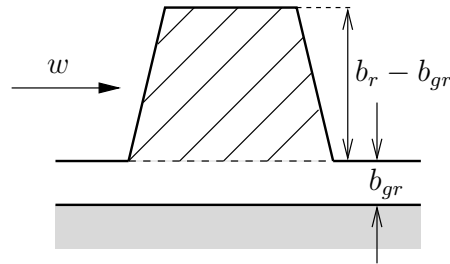
Terävälänä on nyt pystysuorien hammaspintojen välinen kohtisuora etäisyys  $d_{rs}$ . Kokonaisjauhatus-teho laskentapistessä  $i$  saadaan kahden edellä esitetyn tehon summana.

### 4.4.2 Dispergointiteho

Terävälissä osa suspensiosta kulkeutuu roottorin hampaan pyyhkäisyylälle, jolloin liikkuva hammas osuu suspensioon ja saattaa sen pyörimisliikkeeseen. Koska suspension uran suuntainen nopeus  $w$  on pieni kehänopeuteen verrattuna, voidaan suspension nopeuden olettaa olevan samansuuntainen roottorin kehänopeuden kanssa. Integraalimuotoisesta liikeyhtälöstä suspension ja hampaan välisestä kontaktista aiheutuvaksi voimaksi saadaan

$$F = \int_{A_3} \rho (\omega r - u)^2 dA_3 , \quad (4.43)$$

missä  $u$  on suspension suhteellinen kehänopeus uran suhteen ja  $A_3$  terägeométrias- ta riippuva terän ja suspension välinen iskupinta-ala, joka on esitetty kuvassa 4.7 viivoitettuna. Voiman ja vastavoiman lain mukaisesti hampaan iskeytyminen suspensioon vastaa tilannetta, jossa nopeudella  $u$  liikkuvaan levyyn osuu kohtisuorasti suihku, jonka nopeus on  $\omega r$ .



*Kuva 4.7: Terän iskupinta-ala viivoitettuna.*

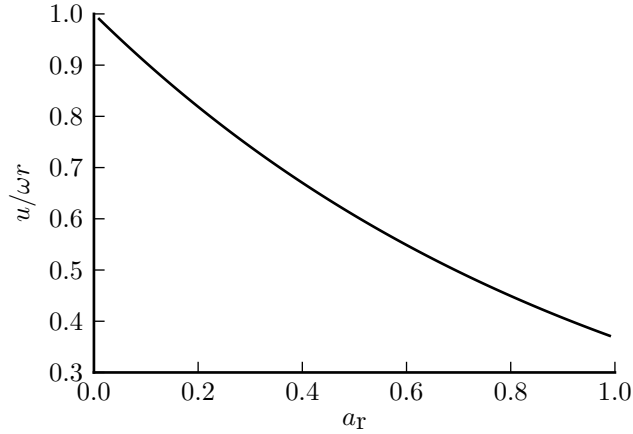
Suspension suhteellisen kehänopeuden oletetaan pienentyvän urassa. Suspension ja roottorin kehänopeuksille käytetään yhteyttä

$$u = \omega r \exp(-a'_r) , \quad (4.44)$$

missä  $a'_r$  on kaavan (4.34) mukaisesti roottorin hampaiden yhteispituuden osuus koko kehän pituudesta.

Kuvassa 4.8 on esitetty suspension kehänopeuden riippuvuus hampaiden peittosuhteesta. Suurella peittosuhteella kahden hampaan välinen kehän suuntainen etäisyys on lyhyempi, jolloin suspension kehänopeus ehtii kiihtyä vähemmän, ennen kuin siihen jo osuu seuraava hammas.

Mikäli roottorissa on kuvan 4.7 mukaisesti koko ajan virtausura, eli uran korkeus hammasta edeltävässä laskentapisteessä ei ole nolla, oletetaan osan suspensiosta pysyvän koko ajan urassa. Pohjaurassa kulkevaan massaan ei kohdistu iskevää muok- kausta, jolloin virtausuran korkeus  $b_{gr}$  tulee vähentää hampaan kokonaiskorkeudesta



**Kuva 4.8:** Suspension ja rottorin kehänopeuden suhteen riippuvuus peittosuhteesta.

ja differentiaaliseksi iskupinta-alaksi saadaan

$$dA_3 = (b_r(r) - b_{gr}(r)) \frac{dr}{\sin \varphi}. \quad (4.45)$$

Kun yhtälön (4.43) iskuvoima kerrotaan rottorin kehänopeudella ja lisäksi käytetään yhteyttä (4.44), saadaan yhden iskun tehoksi puolisuunnikassäännöllä

$$\Psi_i = \frac{(r_i - r_{i-1})}{2 \sin \varphi} \left[ \rho_i (\omega r_i)^3 (1 - \exp(-a'_{r,i}))^2 (b_r(r_i) - b_{gr}(r_i)) + \rho_{i-1} (\omega r_{i-1})^3 (1 - \exp(-a'_{r,i-1}))^2 (b_r(r_{i-1}) - b_{gr}(r_{i-1})) \right]. \quad (4.46)$$

Kaikkien iskujen yhteenlaskettu teho, jota tässä työssä kutsutaan dispergointitehoksi, saadaan kertomalla yhden iskun teho rottorin hampaiden lukumäärällä. Höyryn tuotto pienentää dispergointitehoa, koska suspension keskimääräinen tiheys muuttuu herkästi höyryn tilavuusosuuden mukana.

### 4.4.3 Pumppausteho

Suspension ja höyryn pumppaukseen vaadittava teho kahden laskentapisteen välillä lasketaan teoreettisen nostokorkeuden avulla [10]

$$\begin{aligned} P_{\text{pump},i} &= \dot{m}_{\text{tot}} g H_{\text{theor}} \\ &= \frac{1}{2} \dot{m}_{\text{tot}} \left( \frac{1}{\eta_{\text{vol},i}} + \frac{1}{\eta_{\text{vol},i-1}} \right) \left[ u_i (u_i - w_i \cos \beta_{r,i}) \right. \\ &\quad \left. - u_{i-1} (u_{i-1} - w_{i-1} \cos \beta_{r,i-1}) \right]. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Volumetrisella hyötysuhteella huomioon otettavan takaisinvirtauksen vuoksi pumppausteho muodostuu keskimääräistä suuremman massavirran pumppauksesta. Pump-paukseen käytettävä teho on pieni jauhatu- ja dispergointitehoihin nähden.

Dispergaattorin kuluttama kokonaisteho lasketaan yksittäisten laskentapisteiden jauhatu-, dispergointi- ja pumppaustehojen summana:

$$P_{\text{tot}} = \sum_{i=2}^N (\Phi_i + \Psi_i + P_{\text{pump},i}) , \quad (4.48)$$

missä  $N$  on laskentapisteiden lukumäärä. Energian ominaiskulutus saadaan jakamalla kokonaisteho kuitujen massavirralla.

## 4.5 Materiaaliarvojen valinta optimointialgoritmillä

Kirjallisuudessa on esitetty Herschel-Bulkley-mallia noudattaville suspensioille materiaaliarvoja vain matalilla, alle 10 prosentin sakeuksilla. Tätä sakeamman massan simuloimiseksi materiaalimallin vakioiden arvot tulee määrittää kokeellisesti tai jollain muulla menetelmällä. Tässä työssä vakiot haetaan optimoinnin avulla.

Minimoitavaksi kohdefunktioksi valitaan mitattujen ja simuloitujen tehonkultusten erotusten neliösumma. Kappaleessa 4.4 esitettävästä tehonkulutuksen mallista havaitaan, että tehoon vaikuttavat kuitususpension tuntemattomat materiaali-parametrit ovat power-law-vakiot  $K$  ja  $n$  sekä rajajännityksen yhtälön (3.10) kertoimet  $a$  ja  $b$ . Nämä neljä suuretta valitaan siis suunnittelumuuttujiksi. Optimointitehtävä on tällöin

$$\begin{aligned} \min f &= \sum_i (P_{m,i} - P_{\text{sim},i})^2 \\ n_{\min} &\leq n \leq n_{\max} \\ K_{\min} &\leq K \leq K_{\max} \\ a_{\min} &\leq a \leq a_{\max} \\ b_{\min} &\leq b \leq b_{\max} \end{aligned} \quad (4.49)$$

Materiaaliarvot, jotka tuottavat pienimmän virheen simuloitulle teholle, kuvaavat suspension käyttäytymistä tietyllä sakeudella, kun terävälän kitkaa vastaan tehty työ lasketaan kappaleessa 4.4 esitettyllä menetelmällä. Optimointiongelman ratkaisuna ei siis todennäköisesti saada fysikaalisesti oikeita materiaaliarvoja, joilla voisi kuvata suspension virtausta esimerkiksi pyöreässä putkessa.

Parveilualgoritmi (PSO) on heuristinen optimointimenetelmä, joka matkii esimerkiksi ravintoa tai pesäpaikkaa etsivän lintu- tai kalaparven käyttäytymistä. Toisin kuin monet klassiset optimointimenetelmät, PSO ei tarvitse kohdefunktion ja rajoitusehtofunktioiden derivaattoja suunnittelumuuttujien suhteen. Parveilualgo-



ritmi soveltuu erityisesti monimutkaisten ja laskennallisesti työläiden optimointiongelmiin ratkaisemiseen. Menetelmä ei takaa globaalin optimin löytymistä, mutta päätyy usein lähelle optimaalista ratkaisua. [44]

Partikkeleilla on suunnitteluavaruudessa paikka ja nopeus. Ne liikkuvat käyttämällä hyväksi sekä omaa että muiden yksilöiden keräämää kokemusta ympäristöstään. Parven kukin jäsen on tietoinen sekä omasta että koko parven löytämästä parhaasta ratkaisusta. Partikkelien paikat alustetaan siten, että ne asettuvat sattumanvaraisesti muuttujille asetettujen ylä- ja alarajojen,  $\mathbf{x}_{\max}$  ja  $\mathbf{x}_{\min}$ , väliin:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{\min} + r(\mathbf{x}_{\max} - \mathbf{x}_{\min}), \quad i = 1, \dots, N \quad (4.50)$$

missä  $N$  on parven koko ja  $r \in [0, 1]$  satunnaisluku. Myös nopeudet alustetaan satunnaisluvun avulla:

$$\mathbf{v}_i = \frac{\alpha}{\Delta t} \left[ -\frac{\mathbf{x}_{\max} - \mathbf{x}_{\min}}{2} + r(\mathbf{x}_{\max} - \mathbf{x}_{\min}) \right], \quad (4.51)$$

missä  $\alpha \in [0, 1]$  on vakio ja  $\Delta t$  aika-askel, jonka suuruudeksi yleensä asetetaan 1.

Tämän jälkeen kohdefunktion arvo lasketaan kullekin partikkelille ja jokaisen partikkelin sekä koko parven parhaan yksilön paikat otetaan talteen. Partikkelin  $i$  uusi paikka iteraatiokierroksella  $k + 1$  riippuu sen edellisestä sijainnista sekä nopeudesta:

$$\mathbf{x}_i^{k+1} = \mathbf{x}_i^k + \mathbf{v}_i^{k+1} \Delta t, \quad (4.52)$$

missä nopeudet lasketaan kaavasta

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = w\mathbf{v}_i^k + c_1 r_1 \frac{\mathbf{x}_{\text{pb},i}^k - \mathbf{x}_i^k}{\Delta t} + c_2 r_2 \frac{\mathbf{x}_{\text{sb}}^k - \mathbf{x}_i^k}{\Delta t}, \quad (4.53)$$

missä  $\mathbf{x}_{\text{pb},i}^k$  on partikkelin  $i$  löytämä paras paikka ja  $\mathbf{x}_{\text{sb}}^k$  koko parven löytämä paras paikka iteraatiokierrokseen  $k$  mennessä. Kertoimet  $r_1$  ja  $r_2$  ovat satunnaislukuja välillä  $[0, 1]$ . Kertoimet  $c_1$  ja  $c_2$  ovat kognitiiviset ja sosiaaliset komponentit, joiden arvoja muuttamalla säädellään sitä, kuinka paljon partikkeli luottaa itseensä ja kuinka paljon parveen uutta nopeutta määrittäessä. Usein komponentit asetetaan yhtä suuriksi,  $c_1 = c_2 = 2$ . Inertia  $w$  säätelee edellisen iteraatiokierroksen nopeuden vaikutusta uuteen nopeuteen. Usein inertian alkuarvoksi asetetaan suurempi luku kuin yksi, esimerkiksi 1,4. Iteraatioiden edetessä ja haun tarkentuessa inertiaa pienennetään vakiokertoimella, kunnes se saavuttaa jonkin määrätyn alarajan. Tyyppillinen valinta alarajaksi on  $w_{\min} = 0,4$ . Dynaamisesti muuttuvalla inertialla varmistetaan suunnitteluavaruuden laaja haku iteroinnin alussa ja ratkaisun tarkempi konvergoituminen iteroinnin lopussa.

Mikäli yhtälöstä (4.52) lasketut uudet paikat ylittävät tai alittavat muuttujil-

le asetetut rajat, siirretään paikat rajoilleensa. Iteraatioita jatketaan, kunnes jokin lopetusehto täyttyy. [44]

## 4.6 Jauhatuksen intensiteetti

Likapilkkujen sekä tahmojen irtoamisen ja pilkkoutumisen oletetaan tapahtuvan kahdella mekanismilla, terien ja kuitujen välisten iskujen sekä terävälissä tapahtuvan hiertämisen kautta. Myös kuitujen keskinäinen vuorovaikutus vaikuttaa epäpuhtauksien irtoamiseen ja pilkkoutumiseen, mutta tämän mekanismin selvittäminen vaatisi tuekseen tarkempaa virtausmallinnusta.

Kuitujen hiertäminen tapahtuu terävälissä. Huhtanen et al. [26] esittivät, että yhden iskun jauhatusintensiteetti kahden laskentapisteen välillä voidaan laskea, kun terävälän kitkan voittamiseksi tarvittava teho ja suspension viipymisaika  $\tau$  tiedetään:

$$I_i = \frac{2\pi\Phi_i}{\omega z_s \tau}. \quad (4.54)$$

Ominaisintensiteetti saadaan jakamalla intensiteetti kuitujen massavirralla. Dispergaattorin tehontarve on paljon pienempi kuin jauhimen, joten intensiteettikin on pieni jauhimeen verrattuna.

Freeness-luku (CSF, Canadian Standard Freeness) kuvaa massan suotautumisnopeutta, eli sen kykyä luovuttaa vettä. Mitä pienempi CSF-luku on, sitä hienompaa ja hitaammin suotautuvaa massa on. Huhtanen et al. [26] totesivat, että korkeasakeusjauhimmelle kuitujen freeness-arvon pudotus on ominaisintensiteetin funktio ja voidaan laskea summana laskentapisteiden välisistä arvoista:

$$\Delta\text{CSF} = \sum_{i=2}^N \exp\left(r_1 - \frac{I_i}{\dot{m}_f} r_2\right), \quad (4.55)$$

missä  $r_1$  ja  $r_2$  ovat empiirisiä vakioita. On kuitenkin epävarmaa, kuvaako esitetystä yhtälöstä laskettava intensiteetti dispergaattorin terävälän tapahtumia riittäväällä tarkkuudella, tai onko intensiteetin yhteys freeness-pudotukseen samanlainen kuin korkeasakeusjauhimmella.

## 4.7 Laskenta-algoritmi

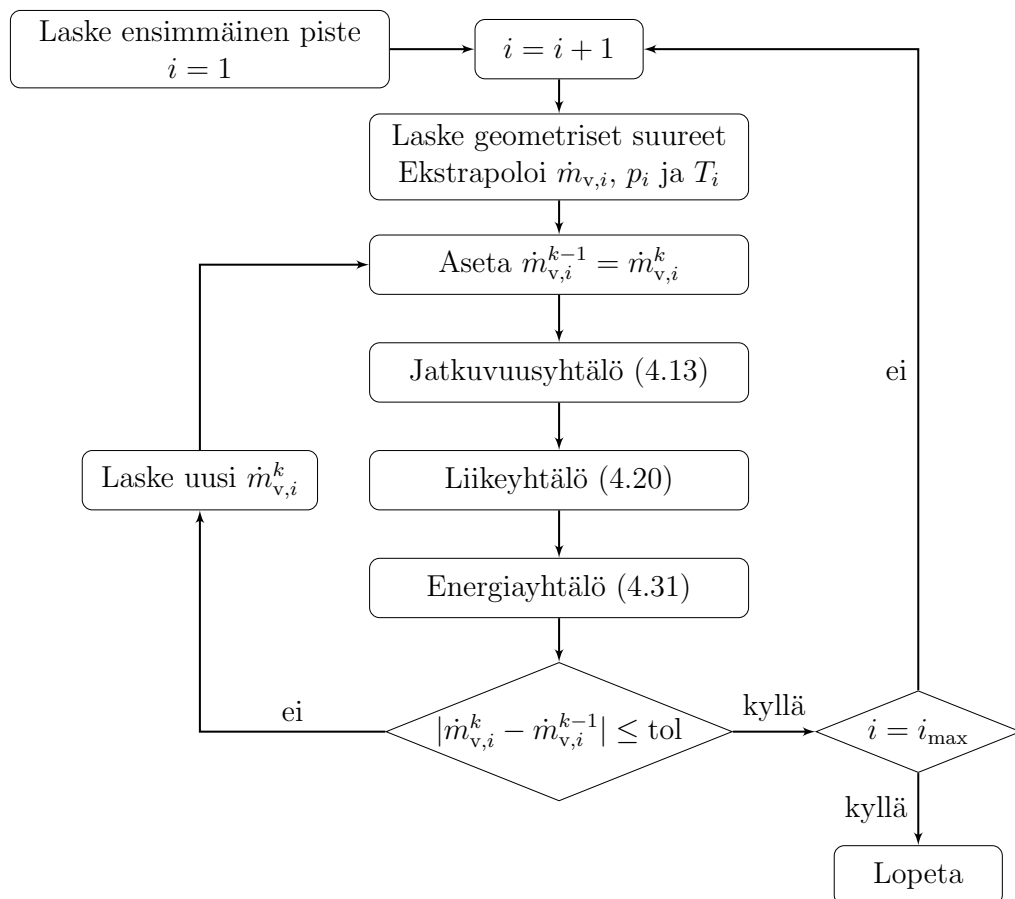
Dispergoinnin simuloinnissa ratkaistaan yksiulotteiset jatkuvuus-, liike- ja energiayhtälöt kussakin laskentapistessä. Laskentapistet tulee sijoittaa todellisen geometrian epäjatkuvuuskohtien, kuten hammaskorkeuden äkillisten muutosten, ympärille. Tällöin geometriatiedon valinta laskentapistessä on yksikäsitteinen.

Jos dispergaattoriin tuodaan kuitususpension lisäksi höyryä, lasketaan suspension ja höyryn muodostaman seoksen termodynaaminen tila ensimmäisessä laskentapis-

teessä laskemalla seoksen tasapainotila syöttöpaineessa. Tilanteessa, jossa sisääntulossa ei ole höyryä, termodynaaminen tila on täysin määritelty suoraan alkuarvojen perusteella.

Muissa laskentapisteissä iteroidaan suspensiolle sellainen paine ja lämpötila, että jatkuvuus-, liike- ja energiayhtälöt toteutuvat. Alkuarvaukset laskentapisteen  $i$  iteroitaville arvoille saadaan asettamalla ne yhtä suuriksi edellisen laskentapisteen  $i-1$  kanssa. Kolmannelta laskentapisteestä eteenpäin lämpötilan, paineen ja höyryn massavirran alkuarvaukset saadaan ekstrapoloimalla ne kahden edellisen laskentapisteen arvoista.

Uloimmassa laskentasilmukassa iteroidaan veden ja höyryn massavirtoja. Liikkeyhtälön ratkaisuna saatava laskentapisteen  $i$  paine määrää veden höyrystymislämpötilan, joka yhdessä laskentapisteissä  $i-1$  ja  $i$  tuodun tehon kanssa määrää höyrystyvän tai kondensoituvan veden massavirran. Koska kuitujen massavirta pysyy vakiona, höyryn ja veden tiheydet ja massavirrat määrittävät faasien tilavuusosuudet, jotka edelleen vaikuttavat kitkan aiheuttaman painehäviön sekä sen synnyttämän lämpöenergian määrään. Laskenta-algoritmin vuokaavio on esitetty kuvassa 4.9.



**Kuva 4.9:** Laskenta-algoritmin vuokaavio. Yläindeksi  $k$  viittaa laskentapisteen sisäisten iteraatioiden lukumäärään.

Tunnetun ulostulopaineen saavuttamiseksi Lindstedt [32] iteroi sekanttimenetelmällä jauhimen taso-osan viimeisen laskentapisteen volumetrisen hyötysuhteen arvoa. Dispergaattorin laskentamallissa iteroidaan tietyn laskentapisteen volumetrisen hyötysuhteen sijasta laskentapistettä, josta eteenpäin hyötysuhteen arvo on yksi.

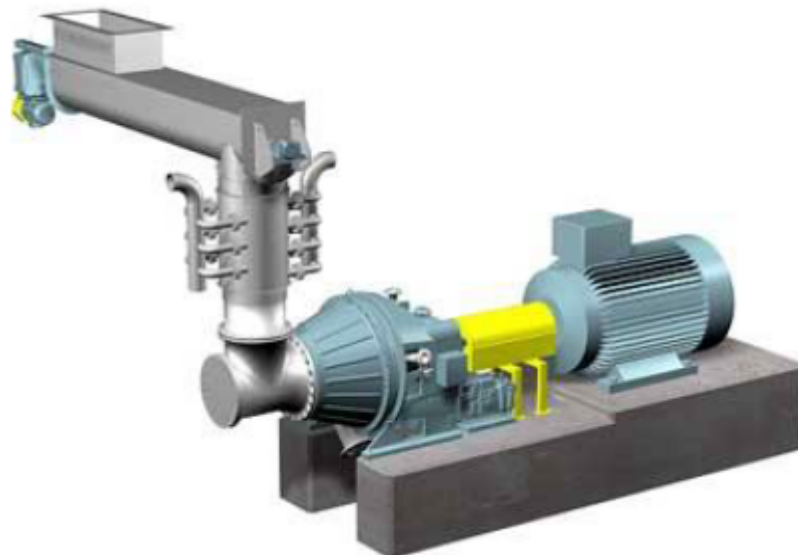
Toimiakseen sekanttimenetelmä vaatii sellaiset alkuarvaukset, että ongelman ratkaisu on alkuarvauksien tuottamien ratkaisujen välissä. Jos massa purkautuu dispergaattorista ilmakehän paineeseen, toisen alkuarvauksen tulee tuottaa ulostulopaine, joka on ilmankehän painetta pienempi. Terävälissä vallitseva alle yhden baarin paine aiheuttaa kuitenkin laskennan divergoitumisen, joten iterointi toimii vain silloin, kun tunnettu ulostulopaine on ilmankehän painetta suurempi.

## 5. TULOKSET

Seuraavissa kappaleissa esitetään laskentamallin antamia tuloksia dispergaattorin virtauskentästä ja dispergoinnin tehokkuudesta. Tehoa lukuun ottamatta tuloksia ei pystytä suoraan varmentamaan mittaustulosten avulla. Terien välisiä eroja dispergoinnin tehokkuuden suhteen voidaan selittää vertailemalla esimerkiksi mitattuja likapilkkujen ja tahmojen kokojakaumia sekä energian jakautumista iskujen ja jauhatuksen välillä. Jauhatuksen tehokkuutta voidaan arvioida vertailemalla mitattuja freeness-arvon muutoksia sekä jauhatusenergiaa tai -intensiteettiä.

### 5.1 Koeajot

Laskentamallin tuottamien tulosten vertailukohtaksi Metso Paperin teknologiakeskuksessa Inkeröissä tehtiin syksyllä 2012 dispergointikokeita, joissa tutkittiin kolmen eri terägeometrian ja neljän eri terävälän vaikutusta kokonaistehonkulutukseen sekä dispergoidun OCC-massan laatuun. Periaatekuva koelaitteistosta on esitetty kuvassa 5.1.



**Kuva 5.1:** Periaatekuva koeajoissa käytetystä kokoonpanosta. Kuva julkaistu Metso Paper Oy:n luvalla.

Ennen syöttämistään dispergaattoriin massa lämmitettiin esilämmittimessä lähele veden kiehumispistettä. Dispergaattorin ulostulossa mitattiin pieni ylipaine, joten

painejakauma laitteen sisällä on luultavasti karkeasti otettuna paraabelin muotoinen. Taulukkoon 5.1 on kerätty koeajoissa käytetyt ajoparametrit.

**Taulukko 5.1:** Koeajojen parametrit.

suure	
tuotantomäärä $\dot{m}_f$ (kg/h)	500
sakeus $C$ (massapros.)	15/30
pyörimisnopeus $n$ (rpm)	1495
esilämmittimen lämpötila $T_{in}$ (°C)	95
sisääntulopaine $p_{in}$ (bar)	1,03
ulostulopaine $p_{out}$ (bar)	1,17
teräväli $d_g$ (mm)	2/1/0,5/0,3

Koeajoissa tutkituista terägeometroista kahdet, joita tässä työssä nimitetään teriksi A1 ja A2, ovat keskenään lähes samanlaiset jauhinteristä valmistetut prototyypit, ja niissä roottorin ja staattorin hampaat eivät mene lomittain toistensa väliin. Molemmilla terillä on samanlainen staattori, jolloin ainoa ero on roottorin kuvioinnissa. Näillä terillä geometriasta johtuva teräväli vaihtelee jaksottaisesti säteen funktiona. Paikoin hampaat ovat jauhimen tapaan vastakkain kiinni toisissaan, ja toisessa ääripäässä roottorin ja staattorin pintojen välinen etäisyys on yli 15 millimetriä, kun staattorissa hammaskorkeus on joko nolla tai kymmenen millimetriä. Koeajoissa säädettävissä oleva nimellinen teräväli lisätään tähän geometriseen teräváliin, jolloin saadaan laskennassa käytettävä todellinen arvo.

Kolmannet tutkitut terät, joita nimitetään B-teriksi, ovat samanlaiset kuin sivun 5 kuvassa 2.2 ylinä olevat, jossa hampaat menevät lomittain. Hammaspinnaat eivät missään vaiheessa ole A1- ja A2-terien tavoin täysin kiinni toisissaan, ja teräväli on koko ajan lähempänä kymmentä kuin nollaa millimetriä.

Tehomittaukset ja massan näytteenotot tehtiin kullekin terävälille vain kerran, joten mittaustuloksille ei voida määrittää keskihajontaa tai muita tilastollisia suureita. Massasta otettiin näytteet ennen ja jälkeen dispergointia vain 30 prosentin sakeudella.

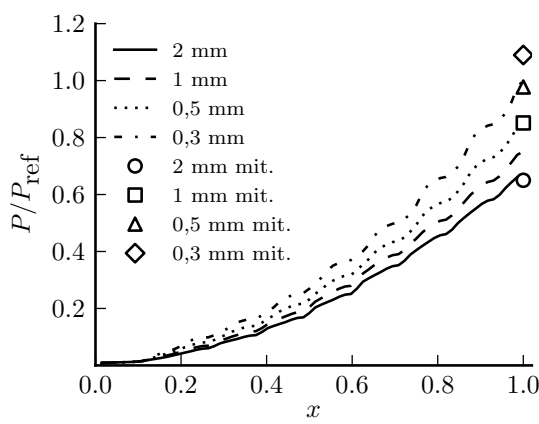
## 5.2 Simuloitujen ja mitattujen tehonkulutusten vertailu

Syöttämällä laskentaohjelmaan koeajojen mukaiset toiminnalliset parametrit sekä terägeometroia laskentapisteisiin jaettuna, voidaan vertailla koeajoissa mitattuja ja laskentamallin antamia kokonaistehoja.

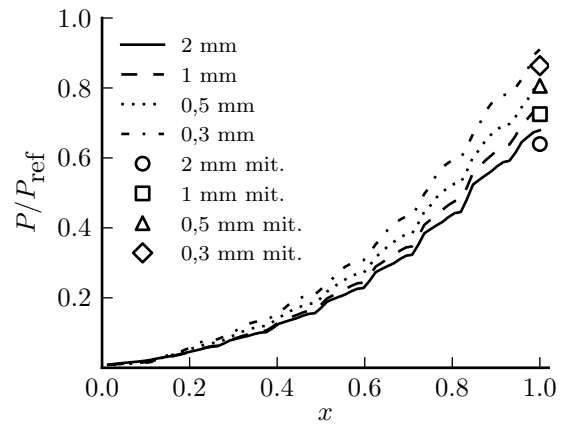
Mitattuja kokonaistehoja käytetään myös kuitususpension materiaaliarvojen valitsemiseen kappaleessa 4.5 esitetyllä optimointimenetelmällä. Pohjimmiltaan kyse on käyrän sovittamisesta pistejoukkoon, joten yksittäisen koeajon mitatun ja simuloitun tehonkulutuksen saaminen yhtä suuriksi ei vielä anna takeita laskentamallin

oikeellisuudesta. Samanlaisella massalla, eli samoilla materiaaliarvoilla, mutta eri ajoparametreilla ja terägeometrioilla tehtyjen koeajojen lukumäärän kasvaessa saadaan enemmän vertailupisteitä.

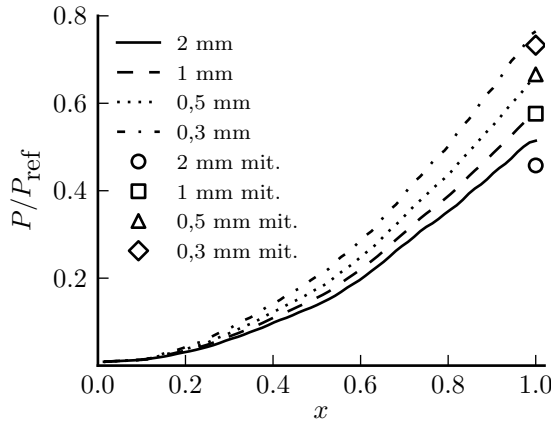
Kuvissa 5.2 (a)-(f) on esitetty simuloidut kumulatiiviset tehojakaumat ja mitatut kokonaistehot terille A1, A2 ja B kahdella eri sakeudella. Vaaka-akselilla  $x$  on dimensioton etäisyys sisääntulosta ulostuloon kartiokulman suuntaisesti. Jokaisessa kuvassa simuloidut ja mitatut tehonkulutukset on skaalattu dimensiottomaan muotoon jakamalla arvot suurimmalla simuloidulla kokonaistehonkulutuksella, eli A1-terille 0,3 mm terävälillä ja 30 % sakeudella lasketulla kokonaisteholla. Pumppauksen vaatima laskennallinen teho on pieni, vain joitakin prosentteja kokonaistehosta.



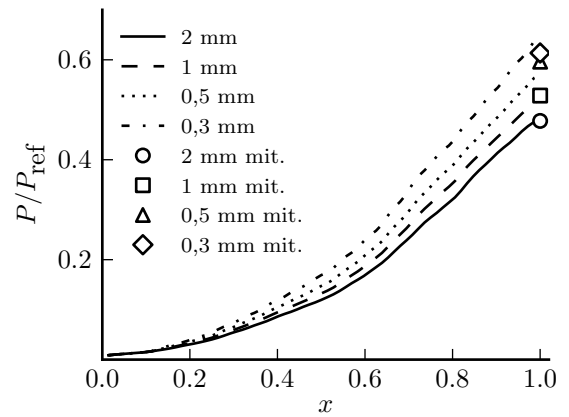
(a) Terät A1, sakeus 30%



(b) Terät A1, sakeus 15%

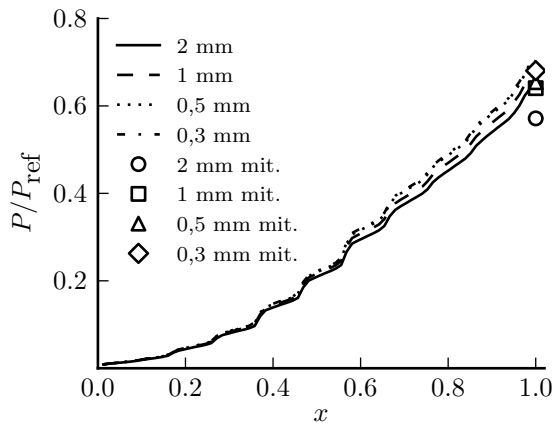


(c) Terät A2, sakeus 30%

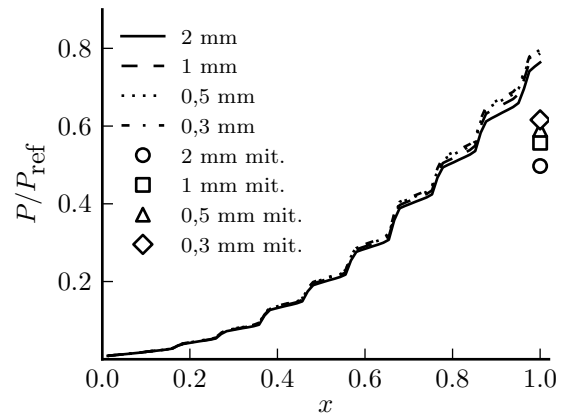


(d) Terät A2, sakeus 15%

**Kuva 5.2:** Simuloidut kumulatiiviset tehojakaumat ja mitatut kokonaistehot eri terägeometrioilla ja teräväleillä.



(e) Terät B, sakeus 30%



(f) Terät B, sakeus 15%

**Kuva 5.2:** (jatkuu) Simuloidut kumulatiiviset tehojakaumat ja mitatut kokonaistehot eri terägeometrioilla ja teräväleillä.

Simuloidut ja mitatut tehonkulutukset vastaavat toisiaan kohtuullisen hyvällä tarkkuudella lukuun ottamatta B-teriä 15 prosentin sakeudella, missä liian suuri simuloitu tehonkulutus voi johtua esimerkiksi A-teriin verrattuna selvästi erilaisen terägeometrian aikaansaamasta suspension erilaisesta käyttäytymisestä. Toinen mahdollinen selitys on liian suuri laskennallinen dispergointiteho.

Lähellä sisään tuloa tehonkulutus on vähäistä, mutta tehokäyrä kääntyy nousuun hampaiden lukumäärän kasvaessa. Tehonkulutus on suurinta A1-terillä ja näillä sekä A2-terillä terävälän säädöllä on suurin vaikutus tehoon. A1- ja A2-terien jauhatuspinta-alat ovat likimain yhtä suuret, mutta A1-terien keskimääräisesti pienempi teräväli aiheuttaa sekä mittauksissa että simuloinneissa havaittavat kokonaistehonkulutuksen erot.

A1- ja A2-terissä suspensio puristuu jaksottaisesti kuitumatoksi vastakkain olevien hampaiden väliin jäävään rakoon, jonka korkeus nimellisen terävälän säädöstä riippuen vaihtelee 0,3 millimetristä kahteen millimetriin. Näissä alueissa tehonkulutus kasvaa eniten. B-terillä kuitumassa ei missään vaiheessa joudu yhtä ahtaaseen terävälään, jolloin tiheää kuitumattoa ei pääse muodostumaan. Tällöin terävälän säädöllä on pienin vaikutus tehoon, mikä nähdään päällekkäin menevistä kumulatiivisen tehon käyristä kuvissa 5.2 (e) ja (f).

Taulukkoon 5.2 on koottu simuloitujen kokonaistehonkulutusten suhteelliset virheet.



**Taulukko 5.2:** *Simuloitujen tehonkulutusten suhteellinen virhe prosentteina.*

teräväli ↓	A1 30%	A2 30%	B 30%	A1 15%	A2 15%	B 15%
2 mm	2,9	12,3	14,6	6,2	0,3	45
1 mm	-11,9	-0,5	6,2	2,2	-1,8	40
0,5 mm	-12,6	-1,7	7,6	0,2	-4,6	35
0,3 mm	-8,2	4,3	4,4	5,4	5,0	30

Lukuun ottamatta B-teriä 15 prosentin sakeudella suhteelliset virheet ovat noin kymmenen prosentin luokkaa.

### 5.3 Muita simuloinnin tuloksia

Muille laskentamallin antamille tuloksille painetta lukuun ottamatta ei ole esitettävissä mitattuja arvoja vertailukohdaksi. Tämän vuoksi esitettävät tulokset on laskettu pääsääntöisesti 0,3 millimetrin terävälillä ja 30 prosentin sakeudella, koska kuvien 5.2 (a)-(f) sekä taulukon 5.2 mukaisesti näillä ajoparametreilla saavutetaan tehonkulutukselle pienin kumulatiivinen virhe.

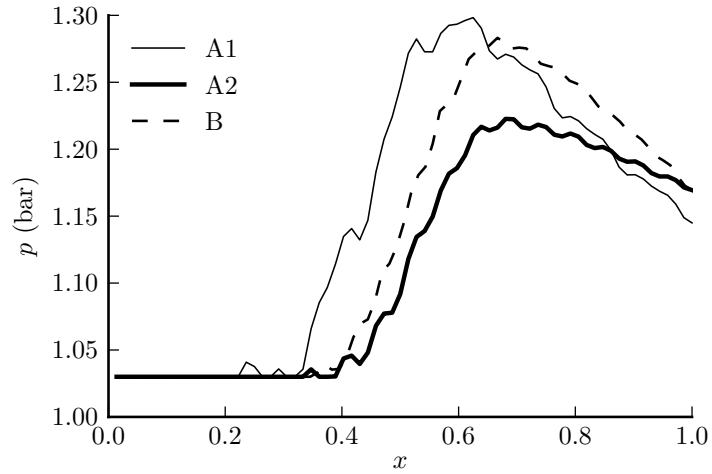
#### 5.3.1 Paine- ja lämpötilajakaumat

Simulointien merkittävin ongelmakohta on paine- ja lämpötilajakaumien laskeminen. Koeajoissa mitattiin lämpötila ennen dispergaattoria olevassa esilämmittimesä, mutta lämpötiloja ei mitattu dispergaattorin sisällä. Dispergaattorin ulostulossa mitattiin pieni ylipaine, mutta painejakaumaa laitteen sisällä ei mitattu.

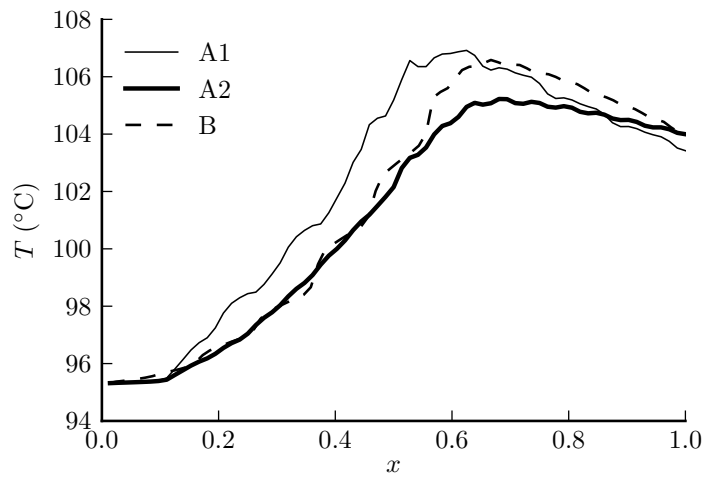
Vallitseva staattinen paine ja suspension lämpötila määräävät höyrystyvän tai tiivistyvän veden määrän, ja höyryn tilavuusosuus vaikuttaa muun muassa kitkahäviön suuruuteen. Terävälän virtauskenttä on vaihtelevasta hammaskorkeudesta johtuen vahvasti kaksiulotteinen, joten paineen laskennassa käytetty oletus näennäisesti yksiulotteisesta virtauksesta on huonosti perusteltavissa.

Staattisen paineen jakauma on esitetty kuvassa 5.3. Oikeat ulostulopaineet on laskettu iteroimalla volumetrinen hyötysuhteen tasaantumiskohtaa, tosin A1-terillä ulostulon paine ei laskennassa konvergoitu tarkasti mitatun paineen kanssa yhtä suureksi. Lähellä sisääntuloa suuret kitkahäviöt estävät staattisen paineen nousun, mutta kehänopeuden kasvaessa paineen tuotto ylittää kitkahäviöt ja staattinen paine alkaa kasvaa.

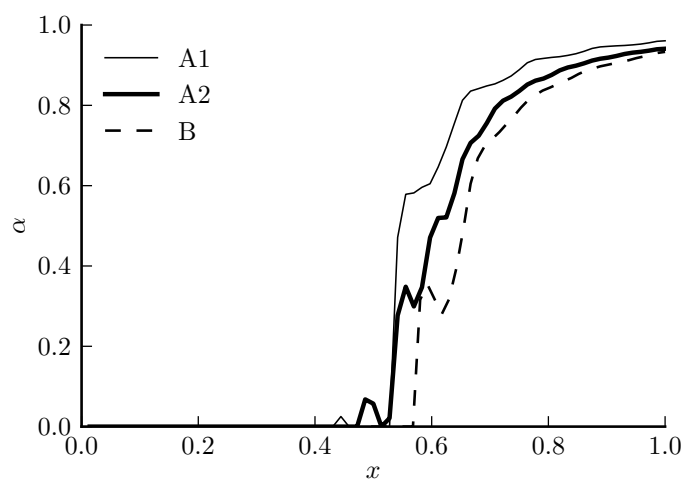
Suspension ja höyryn virtausnopeudet urassa oletetaan yhtä suuriksi, joten höyrypitoisuuden kasvaessa suspension virtausnopeus kasvaa ja pumppauksen tuottama paine pienenee. Vallitseva staattinen paine vaikuttaa veden kylästä lämpötilaan, joten paineen kasvaessa kuvan 5.3 mukaisesti myös suspension lämpötila välillä  $x = 0..0,5$  nousee ilman (kuva 5.4), että höyryä alkaa syntyä (kuva 5.5).



**Kuva 5.3:** Staattisen paineen jakauma 30 % sakeudella ja 0,3 mm terävälillä.



**Kuva 5.4:** Lämpötilakäyrä 30 % sakeudella ja 0,3 mm terävälillä.

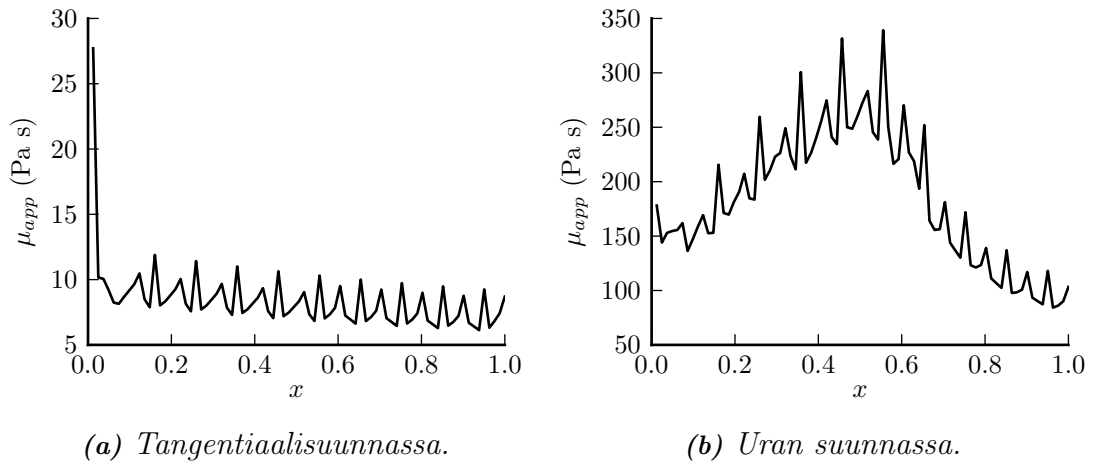


**Kuva 5.5:** Höyryn tilavuusosuus 30 % sakeudella ja 0,3 mm terävälillä.

Lämpötilan saavuttaessa riittävän suuren arvon laitteen sisään- ja ulostulon puolivälissä höyryä alkaa kuitenkin kehittyä. Höyry saa aikaan staattisen paineen laskun, jolloin höyryä kehittyä lisää ja suspension lämpötila laskee paineen mukana suuresta lämmöntuotosta huolimatta. Höyryn massavirta on pieni, vain joitakin grammoja sekunnissa, mutta vaikuttaa silti merkittävästi suspension tilavuusosuuksiin.

### 5.3.2 Näennäinen viskositeetti

Kuitususpension näennäisestä viskositeetista voidaan arvioida suspension sisäisen kitkan suuruutta ja fluidisoitumisastetta. Koska laskentamallissa tangentiali- ja uravirtaukset käsitellään toisistaan riippumattomina, saadaan näennäiselle viskositeetille kussakin laskentapistessä kaksi eri arvoa. Kuvissa 5.6 (a) ja (b) on esitetty kaavasta (3.9) laskettu B-terien näennäinen viskositeetti dimensiottoman etäisyyden funktiona laskennassa käytetyillä materiaaliarvoilla tangentiali- ja virtausuran suunnassa. A1- ja A2-terien vastaavat kuvaajat ovat lähes identtiset B-terien kanssa, joten niitä ei esitetä tässä yhteydessä.



**Kuva 5.6:** B-terien näennäinen viskositeetti 30 % sakeudella ja 0,3 mm terävälillä.

Tangentialisuunnassa näennäinen viskositeetti on suuremman leikkausnopeuden ansiosta selvästi uran suuntaista viskositeettia pienempi. Suuremmat tangentialiset leikkausnopeudet johtuvat siitä, että tangentialisuunnan nopeuskomponentti  $\omega r$  on paljon suurempi uran suuntaiseen suhteelliseen nopeuskomponenttiin  $w$  nähden.

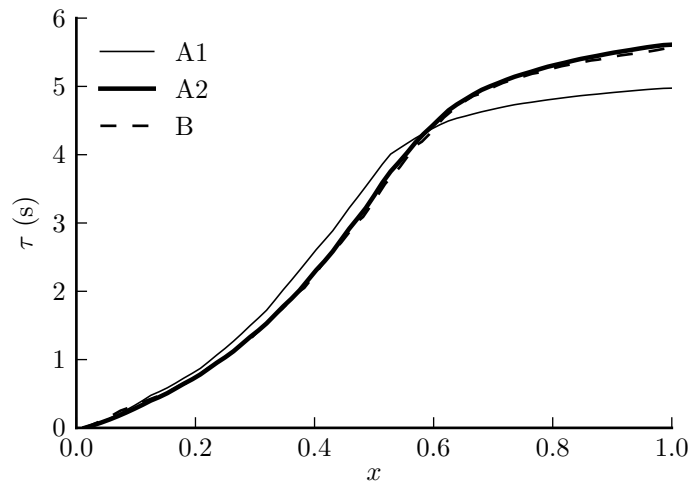
Molemmissa kuvaajissa näennäinen viskositeetti muuttuu äkillisesti laskentapisteen välillä, mikä johtuu epäjatkuvuuskohdista terävälän geometriassa. Todellisuudessa näennäinen viskositeetti ei luultavasti muutu tällä tavoin ja suodattamalla äkilliset heilahtelut lasketuista arvoista voidaan viskositeetille saada todenmukaisempi arvio.

Tangentialisuunnassa suspensio fluidisoituu välittömästi sisääntulon jälkeen, kun

ensimmäiset hampaat iskeytyvät siihen. Uran suuntainen viskositeetti saa sisääntulossa äärellisen arvon, mikä tarkoittaa sitä, että kuitususpension rajajännitys ylitetään heti ensimmäisestä laskentapistestä alkaen. Viskositeetti kasvaa sisääntulon jälkeen, kunnes höyryn kehittyminen saa aikaan suspension keskimääräisen nopeuden ja siten myös leikkausnopeuden kasvun, ja edelleen näennäisen viskositeetin pienenemisen. Ennen höyrystymistä tapahtuva uran suuntaisen viskositeetin kasvu johtuu simuloidusta volumetrisen höytysuhteen kasvusta, jolloin suhteellinen nopeus  $w$  ja leikkausnopeus pienenevät.

### 5.3.3 Viipymäaikajakaumat

Höyryn tilavuusosuus vaikuttaa suspension keskimääräiseen virtausnopeuteen ja edelleen suspension viipymäaikaan. Kuvassa 5.7 on esitetty simuloitut viipymäaikajakaumat, eli laskentapisteiden välisten viipymäaikojen kumulatiivinen summa. Suurin osa viipymäajasta syntyy dispergaattorin alkupäässä, jossa höyryä ei ole vielä muodostunut. Suuremmasta höyryn määrästä johtuen A1-terillä viipymäaika on hieman pienempi kuin A2- ja B-terillä.



**Kuva 5.7:** Simuloitu kumulatiivinen viipymäaikajakauma 30 % sakeudella ja 0,3 mm terävälillä.

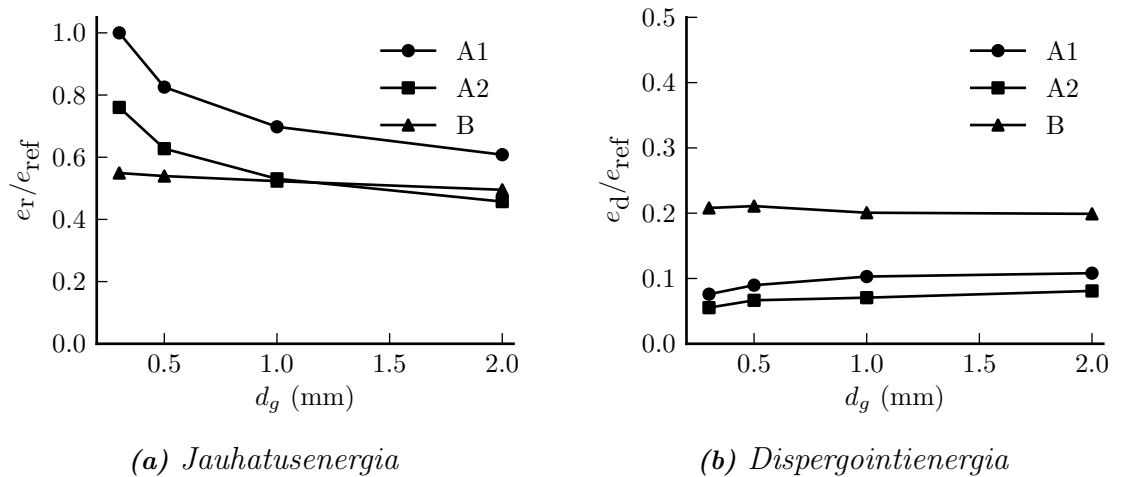
Höyryn syntyminen kohdassa  $x = 0,5..0,6$  näkyy selvästi kumulatiivisen viipymäajan kasvun hidastumisena. Melko pitkät viipymäajat johtuvat koeajojen pienen tuotantomäärän aiheuttamasta pienestä uran suuntaisesta nopeudesta, jonka suuruus on alle 0,1 m/s ennen höyrystymisen alkamista.

Sivun 41 taulukon 5.2 mukaan 0,3 millimetrin terävälillä A1-terillä simuloitu kokonaistehonkulutus on todellista pienempi ja A2- sekä B-terillä todellista suurempi, joten on mahdollista, että kuvassa 44 nähtävä viipymäaikojen simuloitu ero on todellista pienempi.

## 5.4 Energian käyttö

Kokonaisenergian, pois lukien pumppaukseen käytettävän energian, jakautuminen jauhatuksen ja iskujen välille 30 % -massalle on esitetty kuvissa 5.8 (a) ja (b). Arvot on skaalattu siten, että suurin ominaisenergia, eli A1-terien jauhatusenergia 0,3 millimetrin terävälillä, saa arvon yksi, ja muut energiat ovat tämän arvon alapuolella välillä 0-1.

Kaikilla terillä jauhatukseen käytetään dispergointia enemmän energiaa. B-terillä dispergointienergia on terävälisestä riippumatta noin kolmasosan jauhatusenergiasta, ja se on myös absoluuttiselta arvoltaan selvästi suurempi A1- ja A2-teriin verrattuna. Pienimmällä terävälillä A1-terien jauhatusteho on lähes kaksinkertainen ja A2-terillä noin kolmasosan suurempi B-teriin verrattuna, mutta terävälän kasvaessa erot pienentyvät. Kahden millimetrin terävälillä B-terien jauhatusenergia on jopa A2-teriä suurempi.



**Kuva 5.8:** Energian kulutuksen jakautuminen terävälissä.

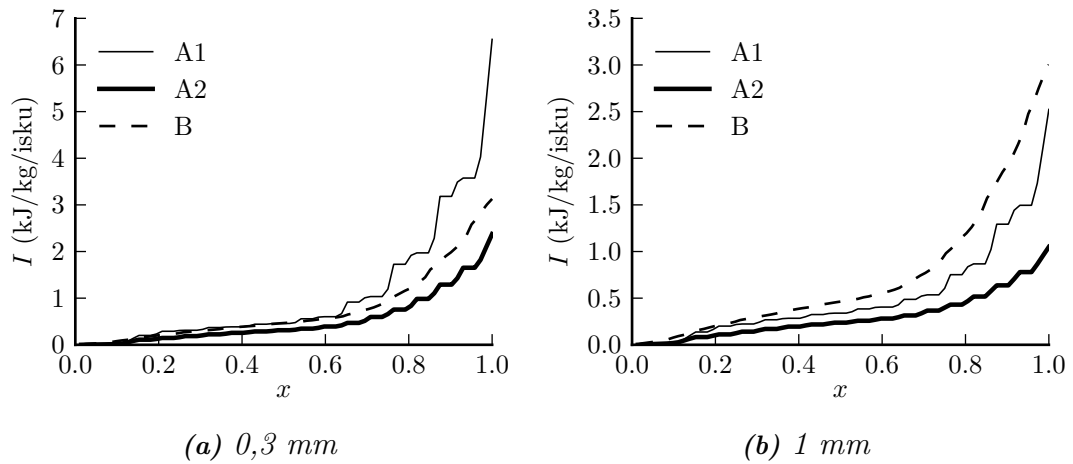
Toisin kuin A-teriä, B-teriä ei ole ensisijaisesti suunniteltu kuitujen jauhamiseen. On mahdollista, että laskentamalli yliarvioi B-terien jauhatusenergiaa ja aliarvioi iskuenergiaa, koska iskuenergian laskennassa käytetty suspension ja roottorin kehänopeuksien suhde (4.44) on täysin teoreettinen.

Jos dispergaattorin painejakauma ei merkittävästi muutu terävälän funktiona, höyryn kehitys lisääntyy ja suspension keskimääräinen tiheys pienenee akselitehon kasvaessa. Tällöin dispergointienergia kuvan 5.8 (b) mukaisesti pienenee terävälän mukana, koska yhtälön (4.46) mukaisesti yhden iskun teho on suoraan verrannollinen suspension tiheyteen.

### 5.4.1 Jauhatuksen ja iskujen vaikutus freeness-lukuun

Paine vaikuttaa epäsuorasti myös dispergoinnin intensiteettiin. Yhtälöstä (4.54) havaitaan, että jauhatusintensiteetti on muun muassa viipymääjan funktio. Paineen laskennan epävarmuudesta johtuen ominaisintensiteetin arvoihin liittyy huomattavaa epävarmuutta suspension lämpötilan ollessa lähellä vallitsevaa höyrystymislämpötilaa.

Kuvissa 5.9 (a) ja (b) on esitetty ominaisintensiteetin kumulatiivinen jakauma 0,3 ja 1 millimetrin teräväleillä. Pienellä terävälillä jauhatusintensiteetit ovat suurempia terävälän lisääntyneen kitkan myötä. Intensiteettikäyrä kääntyy jyrkkään nousuun samaan aikaan, kun viipymääjat höyrystymisen vuoksi lyhenevät. Jauhimessa, ja luultavasti myös dispergaattorissa, höyryä saattaa kulkeutua takaisinvirtauksen mukana jopa sisääntulopisteeseen asti, jolloin todelliset viipymääjat olisivat lähellä sisääntuloa simuloituja arvoja pienempiä. Tällöin simuloidut ominaisintensiteetin arvot ovat liian pieniä lähellä dispergaattorin sisääntuloa. [32]



**Kuva 5.9:** Simuloitu ominaisintensiteetin kumulatiivinen jakauma 30 % sakeudella ja kahdella eri terävälillä.

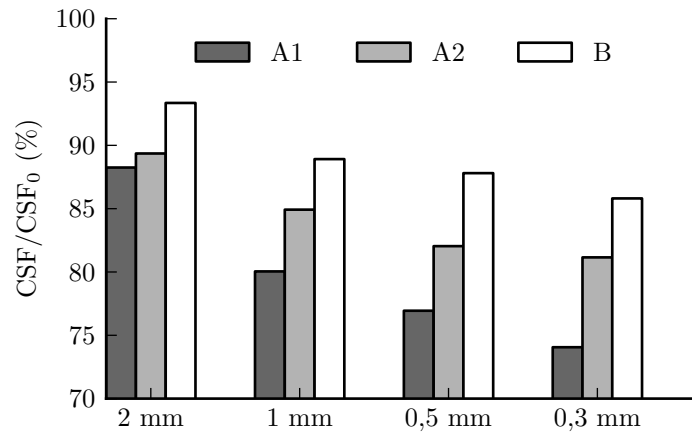
Yhden iskun intensiteetti riippuu määritelmän (4.54) mukaisesti staattorin hampaiden lukumäärästä. A1- ja A2-terien staattorissa hampaat puuttuvat osassa laskentapisteitä kokonaan, jolloin näiden laskentapisteiden jauhatusintensiteetti on nol-la. Tämä nähdään kumulatiivisen intensiteettikäyrän vaakasuorina osina. B-terien staattorissa hampaita on terän koko pituudella, jolloin kumulatiivisen jauhatusintensiteetin käyrä on jatkuva.

Staattorin hampaiden puuttuminen ei vielä 0,3 mm terävälillä näy ominaisintensiteettien keskinäisessä suuruudessa A1- ja B-terillä, mutta A2-terien kumulatiivinen ominaisintensiteetti on jo tästä terävälisestä lähtien B-terien ominaisintensiteettiä pienempi. Terävälän kasvattaminen pienentää A1-terien jauhatustehoa merkittävä-

ti, mutta ei juuri vaikuta B-terien jauhatustehoon, jolloin lopulta myös A1-terien ominaisintensiteetti pienenee alle B-terien intensiteetin arvon.

Hierrejauhimilla lopputuotteen freeness-arvon muutoksen selvittämiseen käytetään ominaisintensiteettiä. Dispergaattorilla simulointi ennustaa ominaisintensiteetin perusteella 1 mm terävälillä suurinta freeness-pudotusta B-terillä dispergoidulle massalle ja 0,3 mm terävälillä A1-terillä dispergoidulle massalle. Pienintä freeness-pudotusta ominaisintensiteetti ennustaa A2-terille.

Kuvassa 5.10 on esitetty dispergoidusta massasta mitatut freeness-arvot suhteessa käsittelemättömään massaan. Kuvasta havaitaan, että jauhatusintensiteeteistä päätellyt freeness-pudotukset ovat ristiriidassa mittausten kanssa. Terävälistä riippumatta tulos on sama: suurin pudotus saadaan A1- ja A2-terillä, kun taas B-terät vaikuttavat freeness-lukuun vähemmän.



**Kuva 5.10:** Mitatut suhteelliset freeness-arvot dispergoinnin jälkeen. Matalampi palkki tarkoittaa suurempaa freeness-pudotusta.

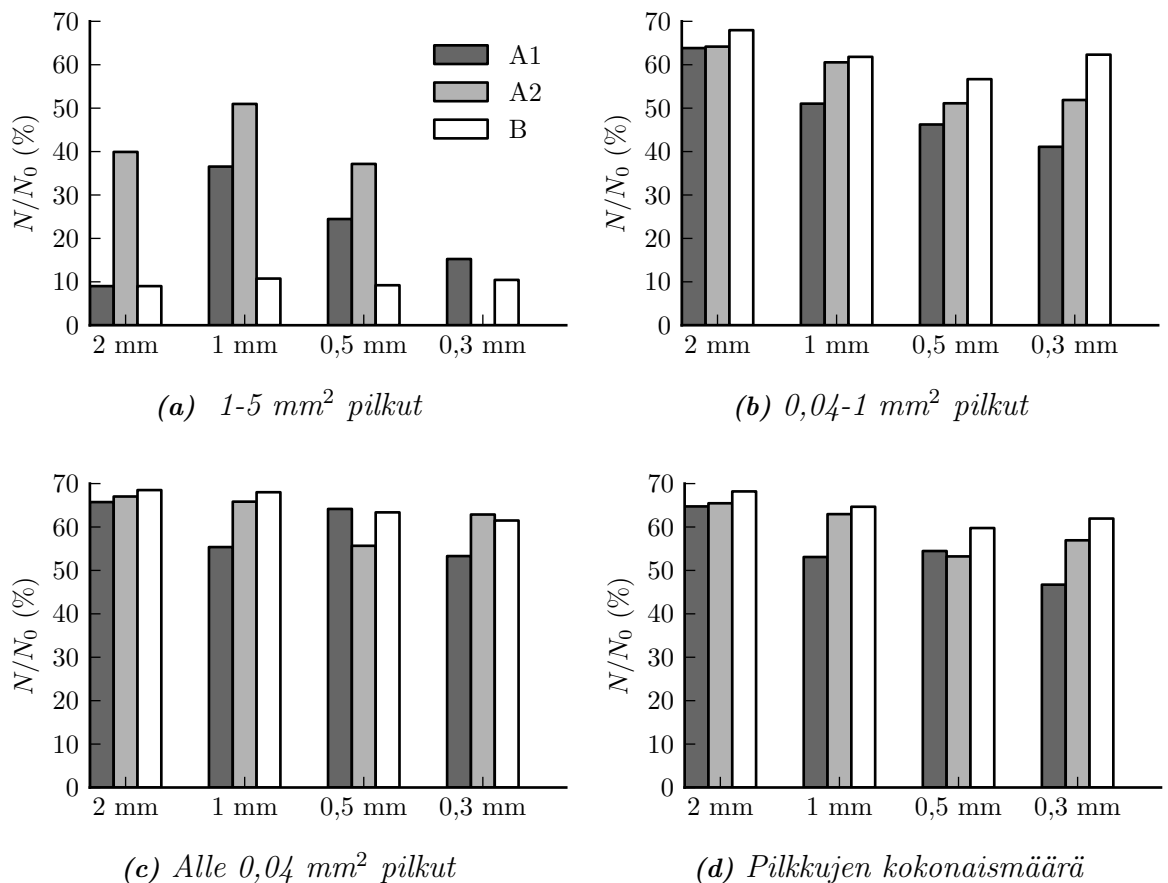
On mahdollista, että kaavasta (4.54) laskettu jauhatusintensiteetti ei tuota keskenään vertailukelpoisia tuloksia, kun simuloidaan selvästi erilaisia terägeometroita, kuten tässä työssä on tehty. Simulointi- ja mittaustulosten välisten ristiriitojen vuoksi terien välistä paremmuutta kuitujen hiertämisessä on syytä arvioida vertailemalla ominaisintensiteettien lisäksi myös hierrätyksen ominaisenergioita.

Mitatut freeness-pudotukset pystytään perustelemaan ominaisintensiteettiä paremmin sivun 45 kuvan 5.8 (a) mukaisilla kokonaisjauhatusenergioilla. Pienimmillä, 0,3 ja 0,5 millimetrin teräväleillä kaikkien terien freeness-pudotusten keskinäiset suuruudet voidaan päätellä suoraan jauhatusenergioista, mutta suuremmilla teräväleillä A2- ja B-terien jauhatusenergioiden ennustamat freeness-pudotukset ovat mittaustulosten vastaisesti yhtä suuret.

### 5.4.2 Jauhatuksen ja iskujen vaikutus likapilkkuihin

Kuvissa 5.11 (a)-(d) on esitetty mitatut erikokoisten likapilkkujen suhteelliset määrät sekä likapilkkujen suhteellinen kokonaismäärä verrattuna dispergoimattomaan massaan. Suurimpien, pinta-alaltaan 1-5 mm<sup>2</sup> pilkkujen hajottamisessa B-terät ovat selvästi parhaimmat, terävälistä riippumatta noin 90 prosenttia suurista likapilkuista hajoaa dispergoinnin aikana. Energian jakautumisen sekä kuvan 5.11 (a) perusteella voidaan päätellä, että B-terien suurempi dispergointienergia vastaa suurimpien likapilkkujen tehokkaammasta hajottamisesta A1- ja A2-terisiin verrattuna.

Teräväliä pienennettäessä suurten 1-5 mm<sup>2</sup> likapilkkujen määrä vähenee A1- ja A2-terillä pilkkujen joutuessa vastakkain olevien hampaiden väliin. B-terillä terävälän säädöstä huolimatta todellinen teräväli ei missään tilanteessa mene yhtä pieneksi kuin A-terillä, joten terävälän säädöllä ei ole vaikutusta B-terien aiheuttamaan suurten pilkkujen hajoamiseen.



**Kuva 5.11:** Mitattu likapilkkujen suhteellinen määrä eri terillä ja teräväleillä. Matalampi pylväs tarkoittaa tehokkaampaa pilkkureduktiota.

Pinta-alaltaan 0,04-1 mm<sup>2</sup> olevien likapilkkujen määrät käyttäytyvät samalla tavoin freeness-lukujen kanssa, joten niiden pilkkoutuminen voidaan osittain perustel-



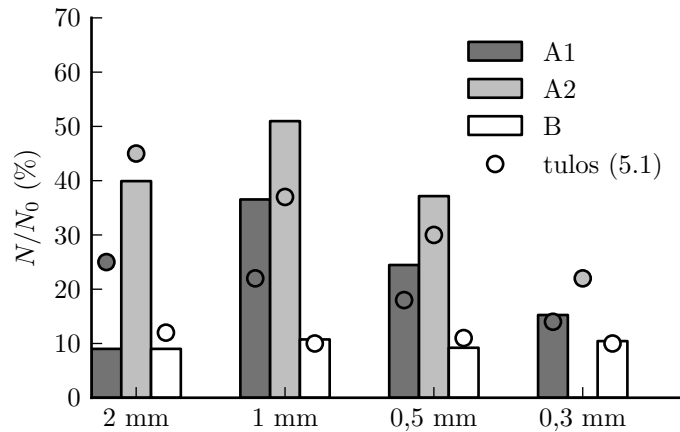
la jauhatusenergian avulla. Dispergointienergialla ei ole enää selvästi nähtävää vaikutusta pienten pilkkujen määrään, mistä voidaan päätellä, että suuret likapilkut hajoavat roottorin terän reunan osuessa niihin. Pienempien likapilkkujen osuminen terän reunaan on epätodennäköisempää, jolloin niiden hajoamisessa tärkein tekijä on terävälän kitka.

Pienempien pilkkujen sekä kaikkien likapilkkujen kokonaismäärässä ei ole havaittavissa yhtä selviä korrelaatioita ominaisenergioiden kanssa. Kokonaismäärät pääsääntöisesti pienenevät jauhatusenergian kasvaessa, mutta yhden suuren likapilkun hajoamisessa syntyvät monet pienet likapartikkelit myös kasvattavat partikkelien kokonaismäärää. Tästä johtuu esimerkiksi A2-terillä pilkkujen kokonaismäärän kasvu pienennettäessä teräväliä 0,5 millimetristä 0,3 millimetriin.

Suurten likapilkkujen määrän suhteellisen muutoksen suuruusluokkaa voidaan arvioida kaavalla

$$\frac{\Delta N}{N_0} = \sum_{i=2}^N \exp \left( r_1 + r_2 e_{d,i} + r_3 \frac{e_{d,i}}{e_{r,i}} \right), \quad (5.1)$$

missä  $e_d$  ja  $e_r$  ovat ominaisdispergointi- ja ominaisjauhatusenergiat sekä  $r_1$ ,  $r_2$  ja  $r_3$  empiirisiä vakioita. Suhteellinen pilkkureduktio lasketaan summana laskentapisteiden välien arvoista. Kuvassa 5.12 on esitetty kuvan 5.11 (a) tavoin suurimpien likapilkkujen mitattu suhteellinen määrä sekä sovitteen (5.1) ennustama suhteellinen määrä dispergoinnin jälkeen.



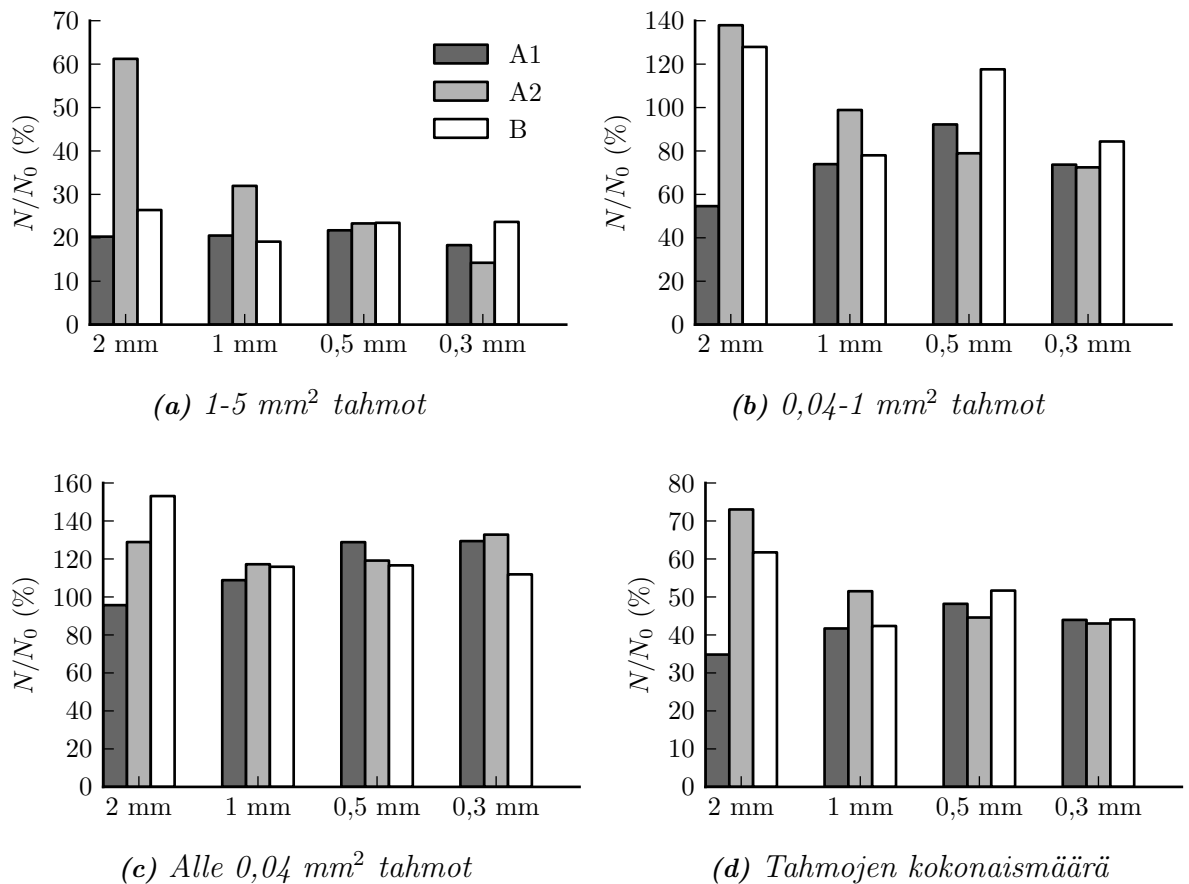
**Kuva 5.12:** Suurten likapilkkujen mitattu (pylväät) ja sovitteen mukainen (ympyrät) suhteellinen määrä dispergoinnin jälkeen.

Sovite ei onnistu ennustamaan pilkkujen määrän kasvua A1- ja A2-terillä siirryttäessä 2 mm terävälistä 1 mm teräväliin, koska kuvien 5.8 (a) ja (b) mukaan näillä terillä jauhatusenergia kasvaa ja dispergointienergia pysyy käytännössä vakiona teräväliä pienennettäessä. Pienempiin teräväleihin siirryttäessä sovite aliarvioi pilkkureduktion lisääntymistä A1- ja A2-terillä, mutta B-terillä vakiona pysyvä pilkkujen suhteellinen määrä pystytään ennustamaan hyvin tarkasti.

Pilkkureduktion laskentakaavaan voitaisiin ottaa mukaan myös suspension viipymäaika laskentapisteiden välillä, mutta koska paineen ja viipymäajan laskentaan liittyy nykyisessä mallissa merkittävää epävarmuutta, on viipymäaika jätetty huomioonottamatta.

### 5.4.3 Jauhatuksen ja iskujen vaikutus tahmoihin

Kuvissa 5.13 (a)-(d) on esitetty dispergoidusta massasta mitattujen erikokoisten tahmojen sekä tahmojen kokonaismäärä suhteessa dispergoimattomaan massaan.



**Kuva 5.13:** Mitattu tahmojen suhteellinen määrä eri terillä ja teräväleillä. Mata-lampi pylväs tarkoittaa tehokkaampaa tahmoreduktiota.

Energian käytön ja tahmojen hajoamisen välillä ei ole havaittavissa selviä korrelaatioita. A1- ja B-terillä terävälillä ei ole merkittävää vaikutusta suurimpien tahmojen määrään, mutta A2-terillä suurten tahmojen hajoaminen lisääntyy pienemmän terävälän myötä. Pinta-alaltaan 0,04-1 mm<sup>2</sup> olevien tahmojen lukumäärä vähenee A2-terillä terävälän pienentämisen mukana, mutta A1-terillä tahmojen lukumäärän muutos on päinvastainen. Myös muunkokoisten tahmojen hajoamisessa havaitaan

A1-terillä samanlainen ilmiö, missä tahmoreduktio vähenee pienennettäessä terävääliä 0,5 millimetriin asti, mutta lisääntyy tai pysyy vakiona 0,3 mm teräväliin siirryttäessä.

## 5.5 Yhteenveto

Laskentamallilla voidaan ennustaa erilaisten terägeometrioiden kokonaistehonkulutus kohtuullisen hyvällä tarkkuudella. Suurimpien likapilkkujen hajoaminen pystytään perustelemaan energian käytön perusteella, mutta eri terillä mitatut freeness-luvun muutokset ovat osittain ristiriidassa mallin ennustamien tulosten kanssa. Koeajoissa dispergoidusta massasta mitattujen likapilkkujen ja tahmojen määrien sekä freeness-muutosten suhteen on syytä huomioida, että näytteet otettiin vain kerran.

## 6. JOHTOPÄÄTÖKSET

Tässä diplomityössä on esitetty virtausdynamiikkaan perustuva laskentamalli kierto- kuitumassan käsittelyssä käytettävän dispergaattorin toiminnan simuloimiseen. Terävälissä virtaavien kuitujen, veden ja höyryn muodostama suspensio mallinnetaan näennäisesti yksiulotteisena kaksifaasivirtauksena, jossa kuidut sekä niihin imeyty- nyt vesi muodostavat yhden faasin ja mahdollisesti syntyvä vesihöyry toisen.

Dispergaattorin tehonkulutus muodostuu pumppaukseen käytettävästä tehosta, terävälän kitkan voittamiseksi tarvittavasta jauhatustehosta sekä roottorin pyörivien hampaiden terän iskeytymisestä suspensioon, mikä on nimetty dispergointitehoksi. Pumppaus- ja jauhatustehojen laskentamallit perustuvat jo aiemmin esitettyihin malleihin, mutta dispergointiteho on uusi mekanismi. Simuloidut kokonaistehon- kulutukset eri ajoparametreilla vastaavat todellisesta prosessista mitattuja arvoja kohtuullisella tarkkuudella.

Vertailemalla simuloitua energian jakautumista sekä todellisessa prosessissa dis- pergoidun massan ominaisuuksia voidaan tehdä alustavia johtopäätöksiä siitä, mi- ten eri mekanismit vaikuttavat massan ominaisuuksiin. Tulokset ovat osittain risti- riidassa jauhinteorian kanssa, joten geometrian vaikutusta kuitujen muokkautumi- seen ehdotetaan yhdeksi jatkotutkimuksen kohteista. Laskentamalli ei siis esitetystä muodossaan sovellu teräsuunnittelun ainoaksi työkaluksi, mutta mallin avulla voi- daan arvioida esimerkiksi erilaisten terägeometrioiden tehonkulutusta suhteellisen luotettavalla tasolla.

Mallin yhdeksi merkittäväksi epävarmuustekijäksi voidaan nimetä kuitususpension materiaalimalli. Toisin kuin esimerkiksi vedelle tai ilmalle, kuitususpensiolle ei ole yksikäsitteisiä taulukosta saatavilla olevia materiaaliarvoja. Jatkotutkimus- ta ajatellen materiaaliarvot tulisi etsiä reologisten mittausten avulla. Mittauksissa suspensioon kohdistetaan pyörivän roottorin avulla yksiulotteinen leikkauskerros, jolloin mitattujen vääntömomenttien ja pyörimisnopeuksien avulla voidaan johtaa suspensiolle leikkausjännityksen ja leikkausnopeuden välinen yhtälö.

Monimutkaisesta terägeometriasta johtuen esitetyn yksiulotteiseen virtausdyna- miikkaan perustuvan mallin rajat tulevat nopeasti vastaan. Suurilla teräväleillä ke- hän suuntaisen tangentialivirtauksen vaikutus urien suuntaiseen päävirtaukseen kasvaa. Staattisen paineen laskenta yksiulotteisesta liikemääräyhtälöstä on toinen merkittävä laskentamallin epävarmuustekijä. Mallin jatkokehitys vaatii virtaus-, paine-

ja lämpötilakenttien selvittämistä numeerisen virtauslaskennan avulla, jonka antamat tulokset olisi syytä myös varmentaa vertailemalla niitä todellisesta dispergaattorista mitattujen paineiden ja lämpötilojen kanssa. Kun virtauslaskennan avulla on selvitetty esimerkiksi tarkemmat paineen tuoton, tehonkulutuksen ja iskevän dispergointienergian mekanismit, voidaan mahdollisesti johtaa empiirisiä tuloksia, jotka ovat hyödynnettävissä mallin jatkokehityksessä.

Jatkotutkimuksen päätavoitteena on kehittää dispergaattoriterien suunnittelu-työkalu, joka mahdollistaa nopeamman ja kustannustehokkaamman terien kehitystyön vähentämällä prototyyppien valmistamisen ja koeajojen tarvetta. Yhdistämällä laskentamalli johonkin stokastiseen optimointimenetelmään, kuten parveilu- tai geneettiseen algoritmiin, voidaan dispergaattorin energiankulutusta vähentää kuitenkin huonontamatta lopputuotteen laatua, tai jopa laatua parantaen.

## LÄHTEET

- [1] BARNES, H. A., AND WALTERS, K. The yield stress myth? *Rheologica Acta* 24, 4 (1985), 323–326.
- [2] BENNINGTON, C. P. J., AND KEREKES, R. J. Power requirements for pulp suspension fluidization. *TAPPI Journal* 79, 2 (1996), 253–258.
- [3] BENNINGTON, C. P. J., KEREKES, R. J., AND GRACE, J. R. The yield stress of fibre suspensions. *Canadian Journal of Chemical Engineering* 68, 10 (1990), 748–757.
- [4] BENNINGTON, C. P. J., KEREKES, R. J., AND GRACE, J. R. Motion of pulp fibre suspensions in rotary devices. *Canadian Journal of Chemical Engineering* 69, 1 (1991), 251–258.
- [5] BRECHT, W. A method for the comparative evaluation of bar-equipped beating devices. *TAPPI Journal* 50, 8 (1967), 40–44.
- [6] CROWE, C. T., SCHWARZKOPF, J. D., SOMMERFELD, M., AND TSUJI, Y. *Multiphase Flows with Droplets and Particles*, 2nd ed. CRC Press, Boca Raton, 2012. 494 p.
- [7] CRUZ, D. A., COELHO, P. M., AND ALVES, M. A. A simplified method for calculating heat transfer coefficients and friction factors in laminar pipe flow of non-Newtonian fluids. *Journal of Heat Transfer* 134, 091703 (2012).
- [8] DALPKE, B., AND KEREKES, R. J. The influence of fibre properties on the apparent yield stress of flocculated pulp suspensions. *Journal of Pulp and Paper Science* 31, 1 (2005), 39–43.
- [9] DERAKHSHANDEH, B., KEREKES, R. J., HATZIKIRIAKOS, S. G., AND BENNINGTON, C. P. J. Rheology of pulp fibre suspensions: A critical review. *Chemical Engineering Science* 66 (2011), 3460–3470.
- [10] DIXON, S. L., AND HALL, C. A. *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*. Elsevier/Butterworth-Heinemann, Oxford, 2010. 459 p.
- [11] DUAN, Z. New correlative models for fully developed turbulent heat and mass transfer in circular and noncircular ducts. *Journal of Heat Transfer* 134, 014503 (2012).
- [12] DUFFY, G. D. Measurements, mechanisms and models: some important insights into the mechanisms of flow of fibre suspensions. In *Annual Transactions*

- of the Nordic Rheology Society*, vol. 14, pp. 19–31. The Nordic Rheology Conference, Stockholm, June 12-14, 2006.
- [13] DUFFY, G. D. The significance of mechanistic-based models in fibre suspension flow. *Nordic Pulp and Paper Research Journal* 18, 1 (2003), 74–80.
- [14] FABRY, B., AND CARRÉ, B. High-speed dispersing between two deinking loops: are there optimisation possibilities? 8th Research Forum on Recycling, Niagara Falls, September 26-29, 2007.
- [15] FORD, C., EIN-MOZAFFARI, F., BENNINGTON, C. P. J., AND TAGHIPOUR, F. Simulation of mixing dynamics in agitated pulp stock chests using CFD. *AIChE Journal* 52, 10 (2006), 3562–3569.
- [16] FRICKER, A., THOMPSON, R., AND MANNING, A. Novel solutions to new problems in paper deinking. *Pigment and Resin Technology* 36, 3 (2007), 141–152.
- [17] GALLAND, G., CARRÉ, B., COCHAUX, A., FABRY, B., AND JULIEN SAINT AMAND, F. Improved recycling technology for high quality recycled pulps and new uses. Pulp and Paper Conference, Helsinki, June 5-7, 2007.
- [18] GAO, Y., QIN, M., YU, H., AND ZHANG, F. Effect of heat-dispersing on stickies and their removal in post-flotation. *BioResources* 7, 1 (2012), 1324–1336.
- [19] GRANFELDT, T., GRUNDSTRÖM, P., LUNABBA, P., AND KANKAANPÄÄ, V. Mill experience with a conical disperser. TAPPI Recycling Symposium, Atlanta, March 1-4, 1999. pp. 461-469.
- [20] GÖTTSCHING, L., AND PAKARINEN, H. *Papermaking Science and Technology Book 7: Recycled Fiber and Deinking*. Fapet Oy, Helsinki, 2000. 649 p.
- [21] HAHTOKARI, J. Puukuitupohjaisen jauhatuksen laskentamallin verifointi. Diplomityö, Tampereen teknillinen yliopisto, Tampere, 2004.
- [22] HEIMONEN, J. Factors defining tissue DIP concept: end product demands, raw material and operational costs. Tissue World 2005 - 7th International Conference and Exhibition for the Tissue Business, Nice, April 4-7, 2005.
- [23] HUBER, P., CARRÉ, B., PETIT-CONIL, M., FABRY, B., AND BHATTACHARJEE, S. Effect of the deinking process on physical properties of various wood-free recovered paper furnishes. *Pulp and Paper Canada* 107, 7/8 (2006), 34–40.

- [24] HUHTANEN, J.-P. Kuitususpension ja paperimassan käyttäytyminen. Raportti 91, Tampereen teknillinen yliopisto, Tampere, 1993.
- [25] HUHTANEN, J.-P. *Modeling of Fiber Suspension Flows in Refiner and Other Papermaking Processes by Combining Non-Newtonian Fluid Dynamics and Turbulence*. Doctoral dissertation, Tampere University of Technology, Tampere, 2004.
- [26] HUHTANEN, J.-P., KARVINEN, R., VIKMAN, K., AND VUORIO, P. Determination of freeness reduction by refining intensity definition based on fluid dynamical model. Proceedings of IMPC 2009, Sundsvall, 2009.
- [27] JÄSBERG, A. *Flow Behaviour of Fibre Suspensions in Straight Pipes: New Experimental Techniques and Multiphase Modeling*. Doctoral dissertation, University of Jyväskylä, Jyväskylä, 2007.
- [28] KANAZWA, T., AND FUJITA, K. Report on recent countermeasuring technology against sticky impurities for dip processing. 12th PTS CTP Deinking Symposium, Leipzig, April 25-27, 2006. Paper 13, 19 p.
- [29] KEREKES, R. J., SOSZYNSKI, R. M., AND DOO, P. A. T. The flocculation of pulp fibres. Proceedings of the 8th Fundamental Research Symposium. Mechanical Engineering Publications, Oxford, 1985. pp. 265-310.
- [30] KUMAR, S., FABRY, B., CARRE, B., COCHAUX, A., JULIEN SAINT AMAND, F., AND GALLAND, G. Past, present and future of dispersion and kneading. 8th CTP/PTS Advanced Training Course on Deinking, Grenoble, May 29-31, 2007.
- [31] LE NY, C., AND MESSMER, M. Potential of refining and dispersing to develop recycled fibre properties. *Pulp and Paper Canada* 108, 2 (2007), 38–41.
- [32] LINDSTEDT, M. Hierrejauhimen virtaukset ja optimaalinen suunnittelu. Diplomityö, Tampereen teknillinen yliopisto, Tampere, 2010.
- [33] METSÄTEOLLISUUS RY. <http://www.metsateollisuus.fi/tilastopalvelu2/Tilastokuviot/Metsavarat/Forms/AllItems.aspx>. [WWW]. [viitattu 4.9.2012].
- [34] MUZYCHKA, Y. S., AND EDGE, J. Laminar non-Newtonian fluid flow in noncircular ducts and microchannels. *Journal of Fluids Engineering* 130, 111201 (2008).



- [35] MUZYCHKA, Y. S., AND YOVANOVICH, M. M. Pressure drop in laminar developing flow in noncircular ducts: A scaling and modeling approach. *Journal of Fluids Engineering* 131, 111105 (2009).
- [36] NIGGL, V. Dispersion: a necessity for graphic papers. Escher-Wyss Stock Preparation Customer Conference, Ravensburg, September 16-18, 1992.
- [37] RUZINSKY, F., AND BENNINGTON, C. P. J. Toner particle comminution in office paper dispersion. *TAPPI Journal* 5, 5 (2006), 7–14.
- [38] RUZINSKY, F., WANG, M.-H., AND BENNINGTON, C. P. J. Characterizing ink dispersion in newsprint deinking operations. *Pulp and Paper Canada* 104, 8 (2003), 30–35.
- [39] RUZINSKY, F., ZHAO, H., AND BENNINGTON, C. P. J. Characterizing ink dispersion in newsprint deinking operations using specific edge load. *APPITA Journal* 60, 1 (2007), 23–28.
- [40] SCHLICHTING, H. *Boundary-Layer Theory*, 7th ed. McGraw-Hill, New York, 1979.
- [41] SPARKS, T. *Fluid Mixing in Rotor/Stator Mixers*. Doctoral dissertation, Cranfield University, Cranfield, 1996.
- [42] TANNER, R. I. *Engineering Rheology*, 2nd ed. Oxford University Press, New York, 2002. 559 p.
- [43] WAGNER, W., COOPER, J. R., DITTMANN, A., KIJIMA, J., KRETZSCHMAR, H.-J., KRUSE, A., MAREŠ, R., OGUCHI, K., SATO, H., STÖCKER, I., ŠIFNER, O., TAKAISHI, Y., TANISHITA, I., TRÜBENBACH, J., AND WILLKOMMEN, T. The IAPWS industrial formulation 1997 for the thermodynamic properties of water and steam. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 122, 1 (2000), 150–184.
- [44] WAHDE, M. *Biologically Inspired Optimization Methods: An Introduction*. WIT Press, Southampton, 2008. 218 p.
- [45] WATHÉN, R. *Studies on fiber strength and its effect on paper properties*. Doctoral dissertation, Helsinki University of Technology, Espoo, 2006.
- [46] WIKSTRÖM, T., AND RASMUSON, A. Yield stress of pulp suspensions: the influence of fibre properties and processing conditions. *Nordic Pulp Paper Resource Journal* 13, 3 (1998), 243–250.