

TAMPEREEN YLIOPISTO

Johtamiskorkeakoulu

Rahoitusmarkkinoiden kaoottisuus ja sen testaaminen skaalariippuvaisella Lyapunovin eksponentilla

Taloustiede

Pro gradu -tutkielma

Kesäkuu 2015

Ohjaaja: Sakari Uimonen

Toni Kellinsalmi

TIIVISTELMÄ

Tampereen yliopisto

Johtamiskorkeakoulu

KELLINSALMI, TONI: Rahoitusmarkkinoiden kaoottisuus ja sen testaaminen skaalariippuvaisella

Lyapunovin eksponentilla

Pro gradu -tutkielma: 92 sivua + 2 liitesivua

Taloustiede

Kesäkuu 2015

Avainsanat: rahoitusmarkkinat, tehokkaiden markkinoiden hypoteesi, kompleksisuusteoria, kaaosteoria, moniskaala-analyysi, skaalariippuvainen Lyapunovin eksponentti, OMXH, entropia

Tehokkaiden markkinoiden hypoteesi on perinteinen lähtökohta rahoitusmarkkinoiden tutkimukselle. Markkinoiden informatiivinen tehokkuus määritellään tyypillisesti siten, että arvopaperit heijastavat niiden ”todellista arvoa”, mikä usein perustellaan hinnanmuodostuksen satunnaiskululla. Rahoitusaikasarjoista empiirisesti havaitut tyylitellyt faktat, kuten hinnanmuutoksen jakauman paksuhäntäisyys, eivät kuitenkaan tue satunnaiskulkua.

Tässä tutkielmassa tutkitaan vaihtoehtoja ja yhtä lailla kiistanalaista hypoteesia rahoitusmarkkinoiden kaoottisuudesta. Kaoottisuus tarkoittaa herkkyyttä alkuarvoille eli pienikin muutos voi vaikuttaa radikaalisti systeemin tilaan. Tyylitellyt faktat vaikuttaisivat tukevan ajatusta rahoitusmarkkinoiden kaoottisuudesta. Kaoottisuus on osa laajempaa kompleksisuusteoriaa, johon pohjautuen rahoitusmarkkinoita kuvataan tässä tutkielmassa kompleksisena systeeminä.

Tutkielman empiirisessä osiossa tutkitaan Helsingin pörssin yleisindeksin (OMXH) vuosien 1987–2015 päivittäisiä päätöshintoja skaalariippuvaisella Lyapunovin eksponentilla, jota on sovellettu aiemmin vain muutamia kertoja taloustieteellisessä tutkimuksessa. Moniskaala-analyysi skaalariippuvaisella Lyapunovin eksponentilla sisällyttää niin entropian kuin kaaoksen yhden skaalautuvan lukuarvon alle. Tutkielmassa OMXH-yleisindeksin havaitaan noudattavan korkeadimensionaalisen kaaoksen skaalauslakia, mutta johtuen entropian suuresta määrästä, skaalauslain vaikutus on rajattua, eikä markkinoiden dynamiikkaa voi todennäköisesti pitää kaoottisena. Informaatioteoreettisesta näkökulmasta aikasarjan kohinalla ja satunnaisprosessilla ei ole eroa, joten entropian suuren määrän vuoksi Helsingin pörssiä voi pitää informatiivisesti vähintään kohtalaisen tehokkaana markkinana. Täten entropia on mitta markkinatehokkuuden asteelle.

SISÄLLYSLUETTELO

KESKEISIMMÄT LYHENTEET	iii
1 JOHDANTO	1
2 RAHOITUSMARKKINOIDEN TEHOKKUUS	3
2.1 Moderni rahoitusteoria ja tehokkaat markkinat.....	3
2.1.1 Bachelier ja markkinoiden satunnaisuus	3
2.1.2 Moderni portfolioteoria	5
2.1.3 CAP-malli.....	6
2.1.4 Tehokkaiden markkinoiden hypoteesi.....	8
2.1.5 Tehokkaiden markkinoiden nousu vallitsevaksi paradigmaksi	9
2.2 Tehokkaiden markkinoiden ominaisuudet	10
2.2.1 Tehokkuuden määritelmät ja asteet	10
2.2.2 EMH ja satunnaiskulku.....	12
2.3 Tehokkaiden markkinoiden kritiikki	16
2.3.1 Kritiikin taustaa	16
2.3.2 Tehokkuuden teoreettiset ongelmat	17
2.3.3 Tyylytellyt faktat ja anomaliat.....	19
2.3.4 Behavioraalinen kritiikki ja rajoitettu rationaalisuus.....	21
3 RAHOITUSMARKKINOIDEN SYKLISYYS	23
3.1 Onko kuplia olemassa?.....	23
3.2 Kuplan muodostumisen ja puhkeamisen dynamiikka	24
3.3 Adaptiivisten markkinoiden hypoteesi	28
3.4 Mikron ja makron vuorovaikutus	32
4 RAHOITUSMARKKINOIDEN KAOOTTISUUS	35
4.1 Markkinoiden kompleksisuus.....	35
4.2 Attraktorit – järjestys kaaoksesta	39
4.3 Fraktaalit – kaaoksen geometria.....	46
4.4 Fraktaalisten markkinoiden hypoteesi.....	55
4.5 Esiintyykö kaaosta markkinoilla?	59
5 EMPIIRINEN ANALYYSI	62
5.1 Metodologia.....	62
5.1.1 Johdanto.....	62
5.1.2 Aikasarjan upottaminen	63
5.1.3 Aikariippuvaiset eksponenttikäyrät	64

5.1.4 Skaalariippuvainen Lyapunovin eksponentti.....	69
5.2 Aineiston kuvailu	76
5.3 SDLE-analyysi	78
6 JOHTOPÄÄTÖKSET.....	81
LÄHDELUETTELO.....	84
LIITE A KAAOKSEN MATEMAATTINEN MÄÄRITELMÄ.....	93
LIITE B KVANTITATIIVISESSA ANALYYSISSA KÄYTETYT OHJELMAT.....	94

KESKEISIMMÄT LYHENTEET

Ei-matemaattiset lyhenteet

ABM	Agenttipohjainen mallinnus (engl. agent-based modelling)
ACE	Agenttipohjainen laskennallinen taloustiede (engl. agent-based computational economics)
AMH	Adaptiivisten markkinoiden hypoteesi (engl. adaptive market hypothesis)
APT	Arbitraasihinnottelumalli (engl. arbitrage pricing model)
CAPM	Capital Asset Pricing -malli (“pääomaerän hinnoittelumalli”)
CES	Kompleksinen evolutiivinen systeemi (engl. complex evolving system)
EMH	Tehokkaiden markkinoiden hypoteesi (engl. efficient market hypothesis)
FBM	Fraktionaalinen Brownin liike (engl. fractional Brownian motion)
FMH	Fraktaalisten markkinoiden hypoteesi (engl. fractal market hypothesis)
MFH	Markkinaosuushypoteesi (engl. market fraction hypothesis)
MPT	Moderni portfolioteoria (engl. modern portfolio theory)
OMXH	Helsingin pörssin, eli Nasdaq OMX Helsingin, yleisindeksi
RWH	Random walk -hypoteesi
SDLE	Skaalariippuvainen Lyapunovin eksponentti (engl. scale-dependent Lyapunov exponent)
TDE	Aikariippuvaiset eksponenttikäyrät (engl. time dependent exponent curves)

Matemaattiset lyhenteet

$B(t)$	Brownin liike ajan t funktiona
β_i	Sijoituksen i beta
D	Dimensio
$\Delta\varepsilon_k$	Kuoren paksuus
ε_k	Vektoriparin liikeratojen keskimääräinen etäisyys ajanhetkellä k (kuoren halkaisija)
$E(x)$	Muuttujan x odotusarvo
γ	Korkeadimensionaalisen kaaoksen skaalauslain (Skaalauslaki I) kulmakerroin
H	Hurstin eksponentti
θ_t	Informaatiojoukko ajanhetkellä t
k	Systeemin kehitys ajanhetkellä k (usein identtinen ajan t kanssa)
$\Lambda(t)$	Aikariippuvainen eksponenttikäyrä

$\lambda(\varepsilon_t)$	Skaalariippuvainen Lyapunovin eksponentti
L	Aikaviive (engl. time delay)
\ln	Luonnollinen logaritmi
m	Upotusdimensio (engl. embedding dimension)
r	Kasvunopeus
τ	Upotusikkunan (näytteenottoajan) aikaviive
V_i	Aikaviivästetty vektori i
w	Dekorrelaatioaika

“Human beings, viewed as behaving systems, are quite simple. The apparent complexity of our behavior over time is largely a reflection of the complexity of the environment in which we find ourselves.”

-Herbert A. Simon (1969)

“Bottomless wonders spring from simple rules, which are repeated without end.”

-Benoît Mandelbrot (2010 TED-puhe)

1 JOHDANTO

Arbitraasi rahoitusmarkkinoilla tarkoittaa mahdollisuutta saada tuottoa ilman riskiä. Tehokkaiden markkinoiden hypoteesin mukaan arbitraasi ei ole pitkällä tähtäimellä mahdollista, koska markkinoiden tehokkuudesta johtuen arvopaperit tulevat oikein hinnoitelluiksi eli arvopapereiden tuotto vastaa niiden riskiä. Tehokkaiden markkinoiden hypoteesin modernin perustan esitti ensimmäisenä Bachelier (1900), mutta hänen työnsä vaipui unohduksiin. Sittemmin muun muassa Samuelson (1965) jatkoi siitä mihin Bachelier jäi. Lopulta Fama (1970) esitti tehokkaiden markkinoiden hypoteesin sen klassisessa muodossa. Hypoteesi on kiistanalainen, ja se usein perustellaan hinnanmuodostuksen satunnaiskululla. Satunnaiskulkua noudattavassa systeemissä entropia hävittää systeemiin mahdollisesti syntyvät korrelaatiot. Satunnaiskulku on saanut päinvastaista evidenssiä rahoitusaikasarjoista havaituista tyylytellyistä faktoista kuten Mandelbrotin (1963) havaitsema hinnanmuutosten jakauman paksuhäntäisyys.

Vaikka markkinatehokkuus on hypoteesina kiistanalainen, samoin on myös markkinoiden kaoottisuus. Kaoottisuus näyttäytyy systeemin herkkyytenä alkuarvoille eli pienikin muutos systeemissä voi johtaa radikaaliin muutokseen systeemin tilassa. Kaoottisuus viittaa epälineaariseen dynamiikkaan, mikä sisältää deterministisiä ja stokastisia elementtejä. Hypoteesi kaoottisuudesta välttää satunnaiskulkuun pohjautuvien mallien ongelmat ja saattaa tarjota mallin äkillisille markkinaromahduksille sekä tyylytellyille faktoille. Peters (1994) esitti Mandelbrotin elämäntyön, kaaosteorian ja oman aiemman tutkimuksensa pohjalta fraktaalisten markkinoiden hypoteesin laajenuksena tehokkaiden markkinoiden hypoteesille. Sen mukaan markkinat ovat vakaat, kun vallitsevalla hinnalla halutaan käydä kauppaa. Kauppaa käydään, kun markkina-agentteilla on heterogeeniset sijoitushorizontit. Muussa tapauksessa sijoitushorizontit ovat yhdenmukaiset ja hinta muodostuu lyhyen tähtäimen pohjalta, kun pidemmän tähtäimen sijoittajat vetäytyvät positioistaan. Tämä saattaa johtaa markkinoiden kaoottiseen käyttäytymiseen ja markkinaromahdukseen. Tästä muodostuu tämän tutkielman tutkimuskysymys: ovatko rahoitusmarkkinat kaoottiset?

Petersin lisäksi muun muassa Brock ja Hommes (1998) sekä Lo (2004) esittävät omat hypoteesinsa markkina-agenttien heterogeenisyydestä. Markkina-agenttien heterogeenisyys tekee markkinoista kompleksisen systeemin, minkä takia rahoitusaikasarjoissa piilevän prosessin havaitseminen on erittäin haastavaa. Heterogeenisyys on peräisin markkina-agenttien rajoitetusta rationaalisuudesta, mikä viittaa saatavilla olevan informaation, ajan ja ihmisen kognition rajoitteisiin (Simon 1982).

Toisaalta pelkkä rajoitettu rationaalisuus ei riitä yksinään selittämään taloushistorian aikana nähtyjä markkinaromahduksia. Muun muassa Kindleberger (2005) sekä Roubini ja Mihm (2010) esittävät markkinoille syntyvän kuplia johtuen liiallisesta luoton tarjonnasta.

Vaikka hypoteesi kaoottisuudesta on hyvin mielenkiintoinen, niin perinteisillä testausmenettelyillä ei ole kuitenkaan onnistuttu havaitsemaan kaaoksen olemassaoloa rahoitusaikasarjoista. Koska markkinoiden kaltaisten kompleksisten systeemien käyttäytyminen poikkeaa eri skaaloilla, niin kaaoksen tunnistamiseksi moniskaala-analyysi tarjoaa lupaavan lähtökohdan. Tähän pohjautuen Gao ym. (2006) esittävät skaalariippuvaisen Lyapunovin eksponentin aikasarjan prosessin tunnistamiseksi. Skaalariippuvainen Lyapunovin eksponentti kykenee tunnistamaan aikasarjan skaalauslain, mitä voi hyödyntää kaaoksen ja toisaalta entropian tunnistamiseksi aikasarjasta. Sitä on sovellettu aikaisemmin ainoastaan muutamia kertoja taloustieteellisessä tutkimuksessa. Tutkielman empiirisessä osiossa sovelletaan skaalariippuvaista Lyapunovin eksponenttia Helsingin pörssin OMXH-yleisindeksin vuosien 1987–2015 päivittäisiin päätöshintoihin. Saatujen tulosten perusteella OMXH-yleisindeksissä havaitaan korkeadimensionaalisen kaaoksen skaalauslain olemassaolo, mutta entropian suuresta määrästä johtuen, sen vaikutus on rajattu. Entropian suuri määrä viittaa Helsingin pörssin hinnoittelun informatiiviseen tehokkuuteen. Informaatioteoreettisesta näkökulmasta aikasarjan kohinalla ja satunnaisprosessilla ei ole eroa (Mantegna & Stanley 2000), joten entropiaa voi pitää markkinatehokkuuden mittarina. Hivenen yllättäen Helsingin pörssin skaalautumisen dynamiikka muistuttaa merenpinnan aaltovälkkeen käyttäytymistä.

Tutkielman ensimmäisessä varsinaisessa luvussa esitellään tehokkaiden markkinoiden hypoteesi ja sen kritiikki. Tämän jälkeen luvussa 3 aletaan koostaa vaihtoehtoa tehokkaiden markkinoiden hypoteesille esittämällä perusteet, miksi rahoitusmarkkinat ovat sykliset, osin tehottomat ja mahdollisesti kaoottiset. Seuraavaksi luvussa 4 esitellään kompleksisuusteoria, kaaosteoria ja fraktaaligeometria sekä se, kuinka näillä voidaan perustella rahoitusmarkkinoiden kaoottisuus perustuen tutkielmassa tehtyihin havaintoihin. Luvussa 5 esitellään käytettävä tutkimusmetodologia ja testataan empiirisesti kaaoksen olemassaolo rahoitusmarkkinoilla hyödyntäen skaalariippuvaista Lyapunovin eksponenttia. Lopuksi luvussa 6 tiivistetään tärkeimmät tutkimustulokset, reflektoidaan niitä ja tarkastellaan mahdollisia jatkotutkimuskohteita.

2 RAHOITUSMARKKINOIDEN TEHOKKUUS

2.1 Moderni rahoitusteoria ja tehokkaat markkinat

2.1.1 Bachelier ja markkinoiden satunnaisuus

Modernin rahoitusteorian punainen lanka on tehokkaiden markkinoiden hypoteesi (engl. efficient market hypothesis, EMH). Hypoteesin modernin pohjan on tyypillisesti katsottu syntyneen vuonna 1900, kun ranskalainen matemaatikko Louis Bachelier julkaisi väitöskirjansa *Théorie de la spéculation*. Väitöskirjassaan Bachelier loi Brownin liikkeen teorian ja sovelsi Brownin liikettä optioiden hinnoitteluun Pariisin markkinoilla ajanjaksolla 1894–1898. Brownin liike¹ on stokastinen prosessi,² mikä koostuu riippumattomasti ja identtisesti³ normaalijakautuneista inkrementteistä. Ennen Bachelieria kukaan ei ollut soveltanut Brownin liikettä taloustieteessä. Bachelier oli yksi ensimmäisistä tutkijoista, jotka sovelsivat Brownin liikettä matemaattisesti ylipäänsä missään sovelluskohteessa. Esimerkiksi Albert Einstein sovelsi Brownin liikettä viisi vuotta myöhemmin fysiikan parissa saaden merkittäviä tutkimustuloksia. (Mandelbrot 2004, 49–54.)

Teesi, jonka mukaan markkinat noudattaisivat Brownin liikettä, tarjosi mielenkiintoisen näkökulman hinnanmuodostumiseen. Markkinat olisivat verrattavissa kolikon heittopeliin, jossa olisi 50 prosentin mahdollisuus voittaa ja vastaavasti 50 prosentin mahdollisuus hävitä. Keskimäärin joka toinen kolikon heitto johtaisi voittoon ja joka toinen heitto johtaisi vastaavasti häviöön. Hyvällä tuurilla olisi mahdollista saavuttaa voitollinen ”putki”, mutta pitkällä aikavälillä voitot ja häviöt tasoittuivat. Toisin sanoen kolikolla ei ole ”muistia” eli aiemmat heitot eivät vaikuta tuleviin heittoihin. Markkinat olisivat sattuman kauppaa. Lisäksi hinnat olisivat normaalijakautuneita.⁴ Täten arvopaperin hinta keskittyy sen odotusarvon ympärille ja suuret hinnan heilahtelut olisivat hyvin harvinaisia. Bachelierin tutkimusta voidaan pitää lähtölaukauksena modernille kvantitatiiviselle rahoitukselle. Kvantitatiivinen analyysi tarjosi uuden paradigman rahoitusmarkkinoiden analyysiin. 1900-luvun ensimmäisellä puoliskolla hallitsevat rahoitusmarkkinoiden analyysin paradigmat olivat fundamenttianalyysi ja tekninen analyysi.

¹ Tunnetaan myös nimellä Wienerin prosessi. Nimetty Norbert Wienerin mukaan, joka loi matemaattisen teorian Brownin liikkeen taustalle (Mandelbrot 1997, 24).

² Stokastinen prosessi on kokoelma satunnaismuuttujia $X(t)$, joilla on tietty realisaatio $x(t)$.

³ Identtisyys viittaa arvojen jatkuvuuteen.

⁴ Tunnetaan myös nimellä Gaussin jakauma, vaikkakin jo Abraham de Moivre tunsi normaalijakauman.

Fundamenttianalyysi pohjautuu fundamenttien eli sijoituspäätöksen kannalta relevantin tiedon, kuten tilinpäätöksen, yrityksen johdon ja markkinoiden, analysoimiseen. Fundamenttianalyysiin pohjautuen on kehitetty erilaisia sijoitustyyplejä. Benjamin Graham ja David Dodd (1934) painottivat alihinnoiteltujen osakkeiden etsimistä (arvosijoittaminen). John Burr Williams (1938) painotti osinkoja ja kehitti tähän pohjautuen diskontattuihin kassavirtoihin perustuvan mallin osakkeen arvon määrittämiseksi. Philip A. Fisher (1958) keskittyi korkean kasvupotentiaalin osakkeisiin (kasvusijoittaminen). Oli fundamenttianalyysin painotus mikä tahansa, se pohjaa ennen kaikkea kykyyn hyödyntää tietoa.

Teknisen analyysin eli chartismin lähtökohtana ovat markkinoiden odotukset. Chartistit ovat kiinnostuneita ainoastaan arvopapereiden hintakehityksestä, eivätkä he yritä määrittää sijoituskohteen ”arvoa”. Chartistit eivät usko markkinoiden pystyvän täydellisesti heijastamaan tietoa fundamenteista, vaan he näkevät psykologisten tekijöiden olevan merkittävä tekijä hinnanmuodostuksen takana. Mennyt kurssihistoria luo pohjan löytää tuottavia sijoituskohteita perustuen erinäisten kuvioiden ja säännönmukaisuuksien etsimiseen. Modernin teknisen analyysin isä on yhdysvaltalainen journalisti Charles H. Dow, joka elinaikanaan (1851–1902) julkaisi perustamassaan *The Wall Street Journal* -sanomalehdessä kirjoituksia, joista hänen kuolemansa jälkeen koottiin hänen mukaansa nimetty Dow-teoria. Dow-teoria tarjoaa viitekehyksen markkinatrendien, niiden voimakkuuden sekä yli- ja alihinnoittelun hahmottamiseksi. Kuten fundamenttianalyysi, niin myös tekninen analyysi kehittyi nopeasti 1900-luvun ensimmäisellä puoliskolla. (Brown ym. 1998.)

Kvantitatiivinen analyysi ei ollut kuitenkaan täysin uusi paradigma. Todennäköisyysteoriaa sovellettiin jo 1600-luvulla rahoitus- ja vakuutusinstrumenttien hinnoitteluun.⁵ Rahoitus, tilastotiede ja vakuutusmatematiikka limittyivät tänä aikakautena tiiviisti yhteen. Bachelierin tavoin monet tämän aikakauden rahoituksen mallien kehittäjistä olivat matemaatikkoja. Bachelierin voidaan katsoa olevan yksi tämän matemaattisen tradition jatkajista. Hänen roolinsa on kuitenkin modernin rahoituksen parissa jopa ylikorostunut. Esimerkiksi vuonna 1908 saksalainen matemaatikko Vinzenz Bronzin oli kehittänyt Bachelierista tietämättään perusteellisemmän ja Bachelierin tavoin unohdetun optioiden hinnoittelumallin. Vaikka Bachelierin pioneeriasemasta optioiden hinnoitteluteorian yhteydessä voidaan nostaa varauksia, niin Bachelierin ansiot todennäköisysteorian ja stokastisten

⁵ Periaatteessa matemaattisen rahoituksen historia ulottuu vielä kauemmas, jopa antiikkiin asti, ja limittyy osittain uhkapelien tutkimukseen, mutta aihetta ei käsitellä tässä enempää (ks. Akyıldırım & Soner 2014).

prosessien parissa ovat kuitenkin kiistattomat. (Poitras & Jovanovic 2010.)

Näiden kolmen paradigman kehityksestä huolimatta ekonomistit eivät pitäneet rahoitusmarkkinoita mielekkäänä tutkimuskohteena. Vuonna 1929 alkanut Suuri lama kuitenkin herätti uutta mielenkiintoa rahoitusmarkkinoiden tutkimusta kohtaan ekonomistien keskuudessa. Tällöin useat ekonomistit vetivät omia johtopäätöksiään rahoitusmarkkinoiden luonteesta. (Mandelbrot 2004, 54.) Esimerkiksi vuonna 1933 ekonomisti Alfred Cowles III julkaisi tutkimuksen (Cowles 1933), jonka mukaan sijoitusammattilaiset eivät kykene poimimaan tuottavampia osakkeita kuin markkinoiden keskimääräinen tuotto on, vaan poimittujen osakkeiden tuotto jää tyypillisesti markkinakeskiarvon alle. Vastaavasti kolme vuotta myöhemmin John Maynard Keynes kuuluisasti vertasi rahoitusmarkkinoita kauneuskilpailuun ja totesi sijoittajien päätöksenteon olevan eläimellisten vaistojen ohjaamaa. Kauneuskilpailuvertaus tarkoittaa sitä, että yrittäessään arvata ”voittavaa” arvopaperia sijoittaja arvaa keskimääräistä yleisön mielipidettä siitä, mikä on yleisön keskimääräinen mielipide. Täten sijoittajan ei kannata yrittää määrittää arvopaperin todellista arvoa. (Keynes 1936, 79.) Eläimellisillä vaistoilla Keynes tarkoitti sitä, että ihmisten toimintaa ohjaa spontaani halu toimia, eikä niinkään kvantitatiivisten todennäköisyyksien painottaminen (Keynes 1936, 161–162). Rahoitusmarkkinoiden tutkimus oli kuitenkin vielä hajanaista. Ekonomisteilla ei ollut yhtenäistä paradigmaa rahoitusmarkkinoiden tutkimiseksi.

2.1.2 Moderni portfolioteoria

Askeleen uutta paradigmaa kohti otti yhdysvaltalainen ekonomisti Harry Markowitz. Hän ei täysin yhtynyt fundamenttianalyysiin nojaavaan perinteiseen sijoitusteoriaan. Markowitz halusi viedä huomion pois tästä perinteisestä tuottoihin keskittyvästä fundamenttinäkökulmasta ja keskittyä ennen kaikkea riskiin. Markowitz esitti vuonna 1952 modernin portfolioteorian kuvaamaan ajatustaan. Modernin portfolioteorian keskeinen ajatus on, että osakkeen valinnassa on kaksi mittaria: tuotto ja riski. Sijoittajan tehtävä on valita hänelle sopiva riskitaso, jonka mukaan hän valitsee sijoituskohteet. Sijoituskohteita on oltava useita, sillä jos yksi sijoitus epäonnistuu, toiset onnistuneet sijoitukset voivat kompensoida näitä menetyksiä. Munat on laitettava useaan koriin. Sijoitusten hajauttamisessa on tärkeää, että sijoituskohteiden tuotot ovat toisistaan riippumattomia. Esimerkiksi matkapuhelinala on vahvasti riippuvainen kuluttajakysynnästä ja siten talouden syklistä. Sen sijaan lääkeyritykset tekevät tulosta tasaisemmin syklistä riippumatta. Näin ollen portfolion tulee koostua tällaisista toisistaan riippumattomista sijoituskohteista. (Markowitz 1952.)

Lopullisena päämääränä tulee olla ”tehokkaan” portfolion rakentaminen. Tehokkaassa portfoliossa saavutetaan maksimaalinen tuotto minimaalisella riskillä, mikä syntyy eri sijoituskohteiden yhdistelmästä. Täten sijoittajan tehtävänä on valita tehokas portfolio haluamaltaan riskitasolta. Normaalijakauma tarjosi tähän kätevän työkalun, sillä se vaikutti pystyvän kuvaamaan sijoituskohteen tuottoa (odotusarvo) ja riskiä (varianssi). Portfolion tapauksessa kovarianssi kuvaa sijoituskohteiden keskinäistä riippuvuutta. Kun sijoittajalla on tarvittava data, hän pystyy laskemaan riskin ja tuoton, ja näin tekemään sijoituspäätöksen. (Markowitz 1952.)

Tuohon aikaan rahoituksen tutkimus alkoi kokea uutta nousua. Yksi tärkeimmistä varhaisista tutkimuksista oli brittiläisen tilastotieteilijän Maurice Kendallin aikasarjatutkimus vuodelta 1953, missä hän havaitsi osakkeiden hintojen liikkuvan satunnaisesti. Samana vuonna julkaistiin Milton Friedmanin kuuluisa kommentti siitä, että voittoa maksimoivat spekuloijat pitäisivät valuuttakurssiliikkeet tasaisina eli markkinat tehokkaina. Rahoituksen parissa julkaistiin lukuisia merkittäviä tutkimuksia seuraavan vuosikymmenen aikana. Ajan henki oli sopiva ja lopulta myös Bachelierin unohdettu tutkimus löydettiin uudelleen Yhdysvalloissa. Vuonna 1964 Paul Cootner kokosi kirjaan *The Random Character of Stock Market Prices* siihenastisen markkinoiden satunnaisuutta tukevan tutkimuksen sisältäen käännöksen Bachelierin väitöskirjasta.

2.1.3 CAP-malli

Portfolioteoria ei kuitenkaan ollut vailla ongelmia. Ensinnäkin se oli monimutkainen. Tehokkaan portfolion rakentamiseksi täytyisi olla ennusteet tuhansien osakkeiden tuotto- ja riskitasoista. Lisäksi pitäisi laskea osakkeiden kovarianssit. New Yorkin pörssin tapauksessa tulisi suorittaa 3,9 miljoonaa eri laskua. Toinen ongelma oli liika yksinkertaisuus. Normaalijakauma on yksinkertainen väline kuvaamaan hintojen heilahtelua, mutta se ei takaa sen oikeellisuutta. (Mandelbrot 2004, 66.)

Ratkaisun laskentaongelmaan julkaisi ekonomisti William F. Sharpe vuonna 1964. Hänen näkemyksensä mukaan enemmistö sijoituskohteen arvon määrittämiseksi vaadituista laskutoimituksista voidaan antaa markkinoiden suoritettavaksi. Tälle pohjalle syntyi Capital Asset Pricing Model eli CAP-malli.⁶ Sharpen CAP-mallin mukaan markkinoilla on vain yksi tehokas portfolio. Toisin sanoen markkinat ohjaavat voitonhakuiset sijoittajat väistämättä tehokkaimpaan

⁶ Sharpe ei ollut ainoa, joka 1960-luvulla kehitti CAP-mallin kaltaisen ratkaisun. Sharpe kuitenkin julkaisi tuloksensa ensimmäisenä. John Lintner, Jan Mossin ja Jack Treynor kehittivät toisistaan riippumatta vastaavan hinnoittelumallin. (Mandelbrot 2004, 69–70.)

mahdolliseen portfolioon eli markkinaportfolioon. Mikäli hintojen muutokset markkinoilla viittaavat parempiin tuottoihin muualla, edellinen portfolio hylätään ja sijoittajat hakeutuvat kohti uutta markkinaportfoliota. Markkinoiden näkemys osakkeen arvosta ei kuitenkaan vielä riitä osakkeen arvon määrittämiseksi. Ensinnäkin tarvitaan vertailukohta, mikä ei ole riippuvainen suhdannevaihteluista. Toisin sanoen vertailukohdaksi tarvitaan ”riskittömän” sijoituskohteen tuotto. Valtion liikkeelle laskemat joukkovelkakirjat ovat perinteinen esimerkki tällaisesta sijoituskohteesta. Osakkeen ja joukkovelkakirjan tuottojen erotus on riskipremio. Se kuvaa sitä, kuinka paljon enemmän tuottoa vaaditaan, jotta sijoittajat ovat halukkaita siirtämään pääomaansa matalan riskin joukkovelkakirjoista korkean riskin osakkeisiin. (Sharpe, 1964.)

Toiseksi on tiedettävä, mikä on osakkeen riskisyys suhteessa markkinoiden yleiseen riskitasoon. Kaikkea riskiä ei voi hajauttaa pois, vaan markkinoilla on olemassa myös yksittäisestä osakkeesta riippumatonta systemaattista riskiä. Systemaattinen riski kuvaa talouden kokonaistilaa ja heijastuu kaikkiin osakkeisiin ja täten markkinaportfolioon. CAP-mallissa tätä kuvaa osakkeen beta, joka mittaa yksittäisen osakkeen herkkyyttä markkinaportfoliossa tapahtuville muutoksille. Kun osakkeen beta on yksi, osake reagoi identtisesti markkinoiden muutoksiin. Kun beta on suurempi kuin yksi, osake reagoi markkinaportfoliota voimakkaammin (osake on ”aggressiivinen” esimerkiksi teknologiafirmat). Vastaavasti kun beta on pienempi kuin yksi, osake reagoi markkinaportfoliota maltillisemmin (osake on ”defensiivinen” esimerkiksi kulutustavarafirmat). Betan ollessa nolla sijoituskohteen tuotto ei korreloi markkinaportfolion kanssa (esimerkiksi valtion joukkovelkakirjat). Beta voi olla myös pienempi kuin nolla, jolloin sijoituskohte liikkuu päinvastaiseen suuntaan kuin markkinaportfolio. Tämä voi tapahtua esimerkiksi lyhyeksi myynnin kautta. (Knüpfer & Puttonen 2014, 150–153.)

$$E(r_i) = r_f + \beta_i[E(r_m) - r_f] \quad (1.1)$$

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} \quad (1.2)$$

CAP-mallissa yksittäisen sijoituskohteen i tuotto-odotus määräytyy kaavan (1.1) perusteella. $E(r_i)$ on sijoituksen i odotettu tuotto, r_f on riskittömän sijoituksen tuotto ja $E(r_m)$ on markkinaportfolion odotettu tuotto. Sijoituksen i beta β_i määräytyy kaavan (1.2) mukaan. Kaavan osoittajassa on sijoituskohteen i ja markkinaportfolion välinen kovarianssi ja nimittäjässä on markkinaportfolion varianssi. (Knüpfer & Puttonen 2014, 150–153.)

CAP-malli tarjosi elegantin ratkaisun laskentaongelmaan. Yksittäisten firmojen tulosenusteiden laskemisen sijaan nyt tarvitsi laskea vain markkinoiden kokonaisennuste. Massiivinen määrä osakekohtaisia laskutoimituksia voitiin korvata yhdellä laskutoimituksella per osake betan selvittämiseksi. CAP-malli tarjosi myös työväliseen yritysrahoituksen puolelle. Yritykset pystyivät kehittämään projektiportfolion mahdollisista investoinneista ja selvittämään yksinkertaisilla laskutoimituksilla investointien kannattavuudet. Yritykset pystyivät lisäksi paremmin ymmärtämään sijoittajien tuottovaatimuksen ja toimimaan sen mukaisesti. (Mandelbrot 2004, 68–70.)

2.1.4 Tehokkaiden markkinoiden hypoteesi

Moderni rahoitusteoria oli ottanut markkinoiden satunnaisuuden lähtökohdakseen, mutta ilmaisua ”tehokkuus” ei käytetty. Vuonna 1965 tutkimus konvergoitui tehokkuuden käsitteeseen. Tänä vuonna yhdysvaltalainen ekonomisti Paul Samuelson kytki täydellisen informaation ja satunnaisuuden toisiinsa osoittamalla, että oikein ennakoitujen hinnat heilahtelevat satunnaisesti (Samuelson 1965). Samuelsonin tavoite oli todistaa matemaattisesti tämän esittämänsä aksiooman paikkansapitävyys, eikä niinkään ottaa kantaa siihen, toteutuuko tämä markkinoilla. Samana vuonna yhdysvaltalainen ekonomisti Eugene Fama tutki empiirisesti osakkeiden hintojen tilastollisia ominaisuuksia ja kuvasi rahoitusmarkkinoita ensimmäistä kertaa ilmaisulla ”tehokkaat markkinat” (Fama 1965). Siinä missä Markowitz aikoinaan epäili fundamenttianalyysiä, Fama otti arvostelun kohteekseen teknisen analyysin. Onkin huomionarvoista, että Fama ja Samuelson päätyivät käytännössä samaan lopputulokseen, vaikka heillä oli eri tutkimusagendat.

Tehokkaiden markkinoiden hypoteesin lopullinen läpimurtopaperi oli vuonna 1970 Faman julkaisema *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*, missä Fama teki katsauksen aiempaan tutkimukseen ja esitteli kuuluisan määritelmänsä tehokkaista markkinoista: ”markkinoita, missä hinnat ’täysin’ heijastavat saatavilla olevan informaation, kutsutaan ’tehokkaiksi’”. Andrew Lo (2007) kuvaa hyvin tehokkuuden käsitteen ”hienostuneisuuden”. Lo:ta mukaillen markkinoiden tehokkuuden käsitteellä voidaan sanoa olevan vastaintuitiivinen, Zenin kaltainen, paradoksiin perustuva viehätysvoima. Mitä satunnaisemmat markkinat ovat, sitä tehokkaammat ne ovat. Kaikista tehokkain markkina on täydellisen satunnainen ja ennustamaton. Tämä ei kuitenkaan tapahdu sattumalta, vaan sijoittajien voitonhaun motiivi ajaa markkinat tehokkaiksi. Tehokkuuden paradoksaalinen luonne on varmasti yksi syy, minkä takia EMH on yhteiskuntatieteiden kiistellyimpiä esityksiä.

2.1.5 Tehokkaiden markkinoiden nousu vallitsevaksi paradigmaksi

Tehokkaiden markkinoiden hypoteesin koostaminen loi yhtenäisen paradigman kiihdyttäen rahoituksen tutkimusta. Tehokkaiden markkinoiden hypoteesin toiseksi tukijalaksi portfolioteorian oheen rakentui markkinatehokkuuteen ja yleisen tasapainon malliin pohjautuva optioiden hinnoittelumalli. Fischer Black ja Myron S. Scholes (1973) sekä Robert C. Merton (1973) olivat tämän mallin takana, ja se tunnetaan nimellä Black-Scholes-malli. Optio antaa oikeuden ostaa tai myydä siihen kiinnitetyn osakkeen tai muun kohteen (esimerkiksi raaka-aine erän) ennalta sovittuun hintaan sovittuna päivämääränä tai ennen sitä. Option hinta on riskin hinta. Optioita voi käyttää niin riskeiltä suojautumiseen kuin spekulatioon. Siinä missä optiot olivat aiemmin olleet marginaalinen ilmiö rahoitusmarkkinoilla, optioiden ympärille alkoi syntyä kokonainen toimiala. Vaikuttavana syynä tähän oli 1970-luvun alun makrotaloudellinen epävarmuus. Öljykriisi ja dollarin irrottaminen kultakannasta olivat tuoneet uutta epävarmuutta. Wall Streetillä haettiin konstia päästä irti makrotalouden epävarmuudesta ja optiot tarjosivat tähän välineen. (Mandelbrot 2004, 74–76.) Kokonaan toinen kysymyksensä on se, oliko Black-Scholes-malli tämän kehityksen laukaiseva tekijä vai tapahtuiko tämä Black-Scholes-mallista riippumatta. Optiokauppataustan omaavat Espen Haug ja Nassim Taleb (2011) väittävät, ettei Black-Scholes-mallia käytetty käytännössä ollenkaan optiokaupankävijöiden keskuudessa, vaan kaupankäynti pohjasi heuristiikkoihin (”nyrkkisääntöihin”).

Tehokkaiden markkinoiden hypoteesista alkoi vähitellen tulla rahoitusmarkkinoiden ”ortodoksinen” tulkinta niin akateemisessa ympäristössä, rahoitusalan arjessa kuin yksityissijoittajienkin keskuudessa. Rahoituksen taloustieteessä tapahtui tieteenfilosofi Thomas Kuhnin (1962) kuvaama vallankumouksellinen tieteellisen paradigman vaihto. Esimerkiksi Burton Malkiel (2005, 1-2) esitti pitkälti vitsillä, että simpanssi side silmillään heittämissä tikkaa osakesivuille voisi valita portfolion yhtä hyvin kuin asiantuntijat. Vastaavasti Michael Jensen vuonna 1978 totesi kuuluisasti: ”Uskon että taloustieteessä ei ole mitään muuta esitystä, jolla olisi vankempi empiirinen tuki, kuin tehokkaiden markkinoiden hypoteesilla”. Hypoteesi sai tästä huolimatta kritiikkiä. Kritiikkiin vastattiin jatkokehittämällä vanhoja malleja. Esimerkiksi CAP-malli sai kritiikkiä siitä, että yksi beta-luku ei ole kykenevä kattamaan markkinoiden kaikkia liikkeitä. Vastauksena tähän kritiikkiin Stephen Ross esitti vuonna 1976 yleisluontoisemman arbitraasihinnoittelumallin eli APT-mallin, jossa arvopaperin tuotto määräytyy erinäisten faktoreiden tuoton riskiin suhteutettuna summana (faktorit voidaan johtaa esimerkiksi makrotalouden indikaattoreista).

2.2 Tehokkaiden markkinoiden ominaisuudet

2.2.1 Tehokkuuden määritelmät ja asteet

Tehokkuuden voi jakaa ainakin kahteen eri komponenttiin. Informatiivinen tehokkuus tarkoittaa sitä, että huomisen hintaa on vaikea ennustaa. Muussa tapauksessa arbitraasimahdollisuudet olisivat ilmiselvästi havaittavissa. Allokatiivinen tehokkuus⁷ tarkoittaa sitä, että tämän päivän hinta heijastaa arvopaperien ”todellista” fundamenttiarvoa. (Hommes 2001, 165.)

Fama (1970) jakaa tehokkaat markkinat kolmeen ryhmään pohjautuen informatiivisen tehokkuuden voimakkuuteen eli siihen, kuinka tehokkaasti informaatio välittyy markkinahintoihin. Heikosti tehokkailla markkinoilla kaikki informaatio osakkeiden historiallisista tiedoista sisältyy osakkeen hintaan. Faman (1970) perinteisen näkemyksen mukaan hinnanmuutokset heikosti tehokkailla markkinoilla noudattavat satunnaiskulkua (tarkennetaan luvussa 2.2.2). Heikosti tehokkailla markkinoilla tekninen analyysi ei tarjoa hyötyä. Puolivahvasti tehokkailla markkinoilla osakkeiden historiallisen kurssikehityksen lisäksi mikään muukaan julkinen tieto ei tarjoa hyötyä. Muuta julkista tietoa ovat esimerkiksi tilinpäätökset tai suhdanne-ennusteet. Täten fundamenttianalyysi ei tarjoa hyötyä. Vahvasti tehokkailla markkinoilla kaiken julkisen tiedon lisäksi kaikki sisäpiiritieto heijastuu välittömästi hintoihin. Tämä tarkoittaa sitä, että kaikki yritykselle tärkeä tieto välittyy sen osakkeen hintaan välittömästi esimerkiksi yrityksen hallituksen kokouksen jäljiltä. Vahva tehokkuus toteutuu tuskin koskaan todellisilla markkinoilla. Tyypillisesti tutkitaankin markkinoiden heikkoa tehokkuutta. Tehokkuuden voimakkuuden voi ymmärtää myös prosentuaalisesti, jolloin se ei näyttäydy ”joko-tai” jaotteluna. Fysikaalinen suure, hyötysuhde, antaa vertailukohdan fysiikasta, jossa hyötysuhde mittaa koneen tehokkuusastetta (Lo & MacKinlay 1999, 7).

Fama (1970) esittää kolme ehtoa, jotka ovat riittävät tehokkaille markkinoille:

1. Arvopaperikaupassa ei ole transaktiokustannuksia.
2. Kaikki saatavilla oleva informaatio on saatavilla ilman kustannuksia kaikille markkinaosallistujille.
3. Kaikki ovat samaa mieltä nykyisen informaation merkityksestä arvopaperin nykyiselle hinnalle ja jakaumille kunkin arvopaperin tulevista hinnoista.

⁷ Ei tule sekoittaa Pareto-tehokkuuteen (Lo 1999, 3).

Faman mukaan nämä ehdot eivät aina toteudu käytännössä, mutta ehdot eivät kuitenkaan ole välttämättömiä markkinoiden tehokkuudelle.

Jensen (1978) esittää Famaa yleisluontoisemman ja taloudellisesti realistisemman määritelmän tehokkuudesta: ”Markkina on tehokas suhteessa informaatiojoukkoon θ_t , jos on mahdotonta tehdä taloudellista voittoa informaatiojoukkoon θ_t perustuvalla kaupankäynnillä”. Toisin sanoen tehokkailla markkinoilla odotettujen tuottojen rajahyödyt eivät ylitä informaation keräämisen rajakustannuksia (Fama 1991, 1575).

Satunnaisuuden seurauksena markkinahinta ei välttämättä kuvaa sijoituksen todellista arvoa, vaan markkinahinta useimmiten vaihtelee todellisen arvon ympärillä. Oleellista tehokkuuden kannalta on se, että nämä vaihtelut ovat satunnaisia eli niitä ei voi hyödyntää systemaattisesti. Toisin sanoen poikkeama todellisesta arvosta tarkoittaa yhtä todennäköisesti yli- tai aliarvostusta. Markkinahinnan poikkeamat eivät täten voi olla korreloituneita minkään havaittavan muuttujan kanssa. Tehokkuudesta seuraa se, että yksikään sijoittaja ei voi saavuttaa ylisuuria tuottoja millään sijoitustyyllillä. Ylisuuret tuotot ovat tuottoja, joiden tuotto on suurempi kuin siihen suhteutettu odotus riskistä. Tästä kaikesta seuraa se, että tehokkailla markkinoilla tuottoisin pitkän tähtäimen sijoitusstrategia on osakkeiden satunnaispoiminta pohjautuen sijoittajan riskipreferensseihin. Tälle pohjalle syntyi indeksisijoittaminen, joka pyrkii ottamaan maksimaalisen hyödyn irti markkinoiden tehokkuudesta sijoittamalla passiivisesti markkinaindeksiin kaupankäyntikustannukset minimoiden. (Knüpfer & Puttonen 2014, 170–171.)

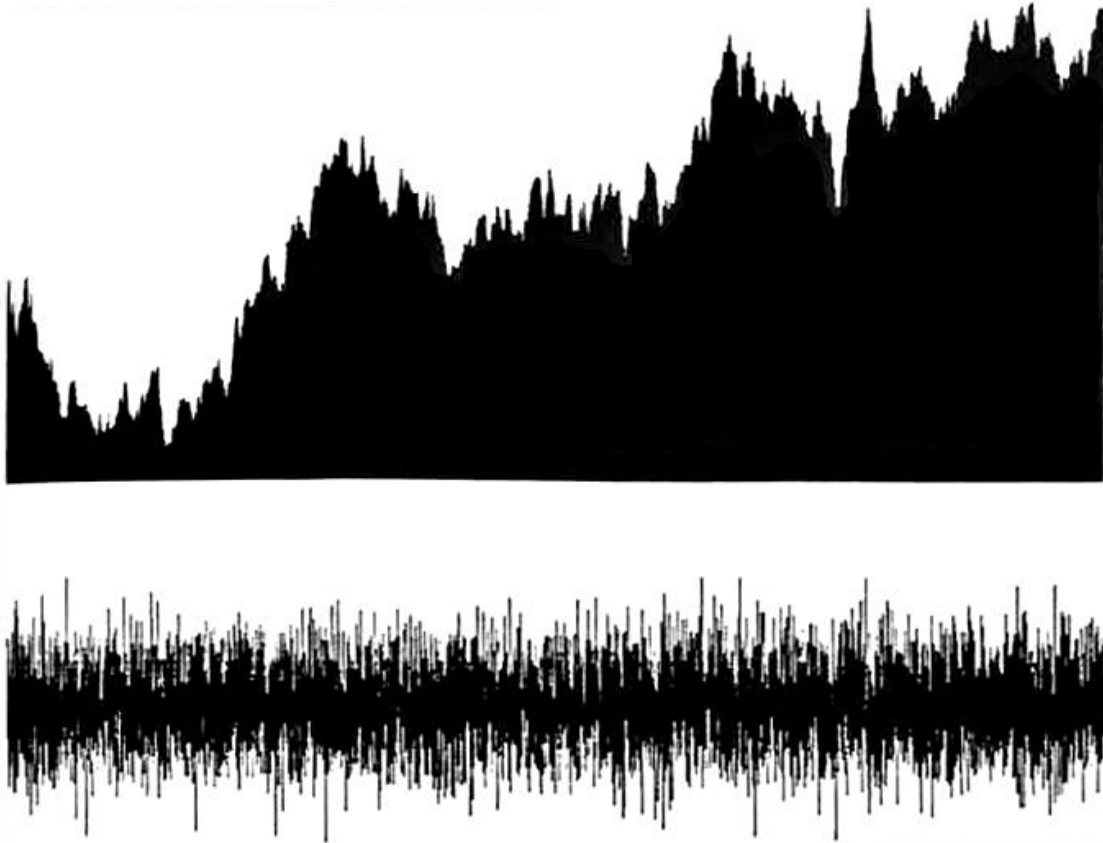
Markkinat toimivat kokonaisuudessaan rationaalisesti, vaikkakin yksittäinen sijoittaja voi toimia epärationaalisesti. Tämä oletus rationaalisuudesta kytkee modernin rahoitusteorian osaksi makrotaloustieteen rationaalisten odotusten koulukuntaa. Markkinoiden tehokkuus ei kuitenkaan tarkoita, etteikö markkinoita olisi mahdollista voittaa (pärjätä keskimääräistä paremmin). Tehokkaat markkinat eivät ole jatkuvasti tehokkaat. Sen sijaan tehokkaat markkinat ovat mekanismi, mikä korjaa itse itseään. Tässä systeemissä säännöllisin väliajoin esiintyvät tehottomuudet korjaantuvat välittömästi. Tämä johtuu siitä, että voittoa maksimoivat sijoittajat seuraavat markkinoita jatkuvasti ja havaitessaan tehottomuutta, he välittömästi hyödyntävät sen. Tämän myötä tehottomuus häviää markkinoilta olettaen, että sijoittajilla on siihen tarvittavat resurssit. (Knüpfer & Puttonen 2014, 171–172.)

Fama (1965) käytti edellä kuvatuista voittoa maksimoivista sijoittajista termiä ”s sofistikoitunut kaupankävijä”. Sofistikoituneilla kaupankävijöillä on markkinakeskiarvoa parempi kyky tulkita joko fundamenteja tai teknistä informaatiota. He perustavat kaupankäyntinsä informaatioon, eivätkä ”kohinaan” (kohina koostuu satunnaisista signaaleista, joita sijoittajat voivat erehtyä luulemaan informaatioksi). Sofistikoituneiden kaupankävijöiden vaikutuksen on oltava niin suuri, että he ohjaavat markkinoita kohti tehokkuutta. Vaikutus syntyy sofistikoituneiden kaupankävijöiden riittävän korkeasta asiantuntemuksen tasosta ja heidän riittävän suuresta lukumäärästään markkinoilla. Sofistikoituneiden kaupankävijöiden vaikutuksen oletetaan olevan niin suuri, että tehokkailla markkinoilla ”kohinakaupankävijöiden” (engl. noise trader) vaikutus kumoutuu satunnaisheilahteluiksi todellisen arvon ympärille. Kohinakaupankävijöillä viitataan epärationaalisiin ”kasinosijoittajiin”, jotka tekevät kauppaa kohinan pohjalta. Sofistikoituneiden kaupankävijöiden olemassaolon pitäisi taata jopa se, että kuplat puhkeavat markkinoilta, ennen kuin ne paisuvat hallitsemattomiksi. Ilman kohinakaupankävijöiden aiheuttamaa tehottomuutta, eli tässä tapauksessa eroa sijoituksen todellisesta arvosta, sofistikoituneilla kaupankävijöillä ei olisi kannustetta markkinatehottomuuden hyödyntämiseen ja sitä kautta sen korjaamiseen. Toisaalta kohinasta johtuen tehottomuuden hyödyntäminen jää usein vaillinaiseksi eli markkinat ovat tehokkaat tehottomuudesta huolimatta. Kuten Black (1986) asian ilmaisee, ilman kohinakaupankäyntiä rahoitusmarkkinat eivät voisi olla olemassa. Näistä oletetuista ominaisuuksista seuraa, että tehokkaiden markkinoiden odotettu tuotto vastaa odotettua pitkän aikavälin riskitasoa. Black havainnollisti asiaa intuitiivisesti toteamalla, että vähintään 90 prosenttia markkinoista on vähintään 90 prosenttia ajasta tehokkaita.

2.2.2 EMH ja satunnaiskulku

EMH:n yhteydessä puhutaan usein satunnaiskulusta (engl. random walk). Tähän liittyen määritellään Brownin liike, sen yhteys satunnaiskulkuun ja miten EMH kytkeytyy näihin. Brownin liikkeen $B(t)$ (ks. kuvio 2.1 ylempi kuva) tärkeimmät ominaisuudet pohjautuvat invarianttiuteen (”muuttumattomuus”). Invarianttius on matematiikan ja fysiikan yksinkertaisten sovellusten piirre. Klassinen euklidinen⁸ geometria redusoi käsiteltävät muodot janoiksi, tasoiksi tai avaruuksiksi. Fysiikassa lämpötilan, paineen tai tiheyden kaltaisten suureiden määrän voidaan kuvata jakautuneen homogeenisesti. Siirrettäessä ja skaalatessa redusoituja geometrisia muotoja tai homogeenisiä jakaumia ne ovat invariantteja. Toisin sanoen yhtäaikaisen siirtymän ja skaalauksen aikana ne ovat stationaarisia ja skaalautuvia. (Mandelbrot 1997, 24.)

⁸ Nimetty antiikin ajan matemaatikon Eukleides Aleksandrialaisen mukaan.



Kuvio 2.1. Näyte Brownin liikkeestä $B(t)$ (ylhällä) ja sen valkoisen kohinan inkrementteistä yhden yksikön keskihajonnalla (alhaalla) (Mandelbrot 1997, 23).

Brownin liike sisältää nämä molemmat invariantit ominaisuudet. Ensimmäinen ominaisuus on hintainkrementtien stationaarisuus. Stationaarisuuden perusteella voidaan ottaa samassa ajassa otetut näytteet Brownin liikkeestä ja sovittaa ne toistensa päälle. Sovitus tapahtuu tilastollisessa mielessä, joten se ei ole eksaktia, kuten kahden yhtä pitkän janan toistensa päälle sovittaminen. Toisena ominaisuutena on skaalautuvuus. Korkeampien ja matalampien frekvenssien muutoksien säännöt ovat samat, kuin keskinopean frekvenssin muutoksen säännöt. Täten samanpituiset ei-pällekkäiset näytteet Brownin liikkeen eri frekvensseiltä voidaan skaalata ja sovittaa toistensa päälle tilastollisessa mielessä. (Mandelbrot 1997, 24.)

Invariantit ominaisuudet eivät kuitenkaan vielä riitä määrittämään Brownin liikettä. Siihen tarvitaan seuraavat erikoistuneemmat ominaisuudet (Mandelbrot 1997, 24–25):

1. Hintainkrementtien riippumattomuus: mennyt ei anna tietoa tulevasta.

2. Hinnanmuutosten jatkuvuus: näyte Brownin liikkeestä on jatkuva käyrä.
3. Hinnanmuutosten karkea tasaisuus: Brownin liikkeen perättäiset inkrementit ΔB ovat valkoista kohinaa (engl. white noise) eli stokastisen prosessin keskiarvo on nolla ja prosessi on normaalijakautunut (katso kuvio 2.1 alempi kuva).
4. Suurten muutosten aikana ei tapahdu kasaantumista (klusteroitumista).
5. Aikasarjoissa ei esiinny syklistä käyttäytymistä.

Edellä mainittujen ominaisuuksien lisäksi Brownin liike noudattaa martingaaliprosessia. Bachelier aikoinaan esitteli Brownin liikkeen helpoimpana tietämänään esimerkkinä laajemmasta prosessien joukosta, mitä kutsutaan martingaaleiksi. Hinnat seuraavat martingaalia ("varma veto"), jos hinnanmuutosten kaikilla tulevaisuuden arvoilla on odotusarvonaan nolla riippumatta siitä, kuinka paljon tiedetään menneisyydestä. (Mandelbrot 1997, 25.) Paras arvaus huomisen hinnasta on tämän päivän hinta. Tätä martingaalimallia kutsutaan reilun pelin martingaaliksi (Mandelbrot 2004, 247). Klassinen hinnan martingaalimalli kuvataan kaavassa (1.3) (Jensen 1978, 3):

$$E(P_{t+1}|\theta_t) = P_t(1+\rho_t) \quad (1.3)$$

Kaavassa (1.3) ρ_t on omaisuuserän vaadittu tuotto periodilla t . Yhtälön vasen puoli on omaisuuserän odotettu periodin loppuhinta ehdollisena tietämykselle informaatiojoukosta θ_t . Hinnan P_t voi nähdä olevan markkinoiden paras arvaus fundamenttiarvosta eli omistajalle tulevan kassavirran nykyarvosta. Malli tyypillisesti logaritmoidaan, jolloin loghinnan muutos on logtuotto ($1 + \rho_t = \frac{P_{t+1}}{P_t}$).⁹ Martingaalimallin taustaoletuksina on, että säilytys- ja transaktiokustannukset ovat nolla. Tämä ei luonnollisesti päde oikeilla markkinoilla. Zhang (1999) esittää, että markkinoita pitäisi kuvata "reilun pelin" sijaan "suosiollisena pelinä", sillä täydellinen satunnaiskulku vaatii äärettömän määrän pääomaa.

Martingaaliprosessin lisäksi Brownin liike sisältää useita muita prosesseja. Nämä prosessit sisältyvät edellä mainittuihin ominaisuuksiin. Markov-prosessin mukaan historia ei vaikuta aikasarjassa eli aikasarjalla ei ole pitkän tähtäimen muistia (Mandelbrot 1997, 128). Gaussilaisen prosessin mukaan hintainkrementit ovat normaalijakautuneet. Fickin diffuusioprosessin mukaan poikkeama hinnasta on verrannollinen ajan neliöjuureen eli tapahtumat riittävän kaukana ajassa ovat asympotoottisesti

⁹ Logaritmoinnista lisää myöhemmin. Kaavan (1.3) ratkaisu saadaan hyödyntämällä logaritmien jakamisen laskusääntöä.

riippumattomat. (Mandelbrot 1997, 127.) Brownin liike on erikoistapaus Lévy-prosessista, jonka inkrementit ovat riippumattomat ja stationaariset sekä sen polku on stokastisesti jatkuva. Tästä lisää luvussa 4.3.

Brownin liikettä mallinnetaan tilastollisesti satunnaiskulkumallilla. Satunnaiskulkua on verrattu ”juopuneen merimiehen kävelyyn” (Samuelson 1965, 44). Siinä missä Brownin liike on jatkuva prosessi, satunnaiskulku on diskreetti prosessi. Kuitenkin kun havaintojen n raja $n \rightarrow \infty$ ja $\Delta t \rightarrow \infty$, siten että $t \equiv n\Delta t$ on äärellinen, niin satunnaiskululle saadaan jatkuva raja. Ehtojen $n \rightarrow \infty$ ja $\Delta t \rightarrow \infty$ pätiessä Brownin liikettä eli Wienerin prosessia pidetään Gaussilaisena prosessina. Tästä seuraa (Mantegna & Stanley 2000, 15):

”Satunnaiskulku” \equiv ”Gaussilainen kulku”

Identtisyys ei kuitenkaan päde, jos n on äärellinen, jolloin satunnaiskulku on diskreetti.

Yleisemmällä tasolla satunnaismuuttujien x_i konvergoituminen Gaussin jakauman muotoon odotusarvon μ ympärille, kun satunnaismuuttujien määrä n kasvaa rajatta, perustellaan keskeisellä raja-arvolauseella (engl. central limit theorem), mikä on kuvattu kaavassa (1.4).¹⁰ Kaavassa S_n on riippumattomien ja identtisesti jakautuneiden satunnaismuuttujien x_i summa odotusarvolla μ ja varianssilla σ^2 . (Mantegna & Stanley 2000, 17.) Keskeinen raja-arvolause on suurten lukujen lain ohella yksi tilastotieteen tärkeimmistä tuloksista.

$$\widetilde{S}_n \equiv \frac{S_n}{\sigma_n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{\sigma\sqrt{n}} \quad (1.4)$$

Brownin liikettä (ja satunnaiskulkua) ei kuitenkaan tyypillisesti mallinneta sellaisenaan taloudellisissa analyysissä, vaan se logaritmoidaan¹¹ muun muassa siksi, että loghinta ei voi mennä negatiiviseksi. Tällöin puhutaan geometrisesta Brownin liikkeestä (erotuksena aritmeettiselle Brownin liikkeelle). (Samuelson 1973, 11–15.) Tässä tutkielmassa viitataan pääsääntöisesti geometriseen Brownin liikkeeseen.

¹⁰ Kun $\sigma_n \rightarrow \infty$, niin pätee Lindebergin ehto (ks. Mantegna & Stanley 2000, 17), mikä on kaavan (1.4) taustaoletuksena.

¹¹ Logaritointi on tärkeää myös logtuottojen näkökulmasta, koska logtuotoilla on useita analyysiä helpottavia tilastollisia ominaisuuksia kuten stationaarisuus. Logaritointiin liittyy kuitenkin ongelmia. Esimerkiksi jos kirjoitetaan hinta = exp (loghinta), eksponenttifunktio on konvekksi ja loghinta on martingaali, niin tällöin hinta kasvaa keskimäärin. Voikin kysyä, kuinka kaikki hinnat taloudessa voivat keskimäärin kasvaa? (Mandelbrot 1997, 499.)

Tässä kohtaa on vielä syytä painottaa teorian ja markkinoiden tilastollisen mallintamisen eroa. Brownin liike on poikkeustapaus martingaaliprosessista. Martingaali kuvaa hinnanmuodostumista teoreettisesti, mutta ei hinnanmuodostumista todellisilla markkinoilla. Brownin liike edellä käydyn perusteella vastaa satunnaiskulkua, jota perinteisesti käytetään hintojen muutoksen tilastolliseen mallintamiseen. Tämä ei kuitenkaan ole ongelmatonta, sillä markkinat voivat olla tehokkaat, vaikka satunnaiskulku ei päde. LeRoy (1973) ja Lucas (1978) osoittivat, että satunnaiskulku ei ole tarpeellinen tai edes riittävä ehto tehokkaille markkinoille. EMH:n varhainen tutkimuskirjallisuus keskittyi random walk -hypoteesin (RWH) tutkimiseen. Tietynlaisissa olosuhteissa, kuten riskineutraaliuden vallitessa, EMH ja RWH ovat yhtäläiset. Näistä syistä johtuen, käsitteitä EMH ja RWH pidetään lähes aina toistensa synonyymeina jopa rahoitusmarkkinaekonomistien keskuudessa, vaikka näin ei todellisuudessa ole. Itse asiassa rationaalisten odotusten tasapainomallin ei tarvitse noudattaa edes martingaalia. Satunnaiskulku on kuitenkin kvantitatiivisesti määritelty, joten siitä johtuen sitä on helppo tutkia toisin kuin väljästi määriteltyä tehokkuutta. Hinnoitteluprosessin epätydyttävä määrittely, niin teoreettisesti kuin tilastollisestikin, on keskeinen puute tehokkaiden markkinoiden hypoteesissa, minkä kritiikkiä käsitellään seuraavaksi.

2.3 Tehokkaiden markkinoiden kritiikki

2.3.1 Kritiikin taustaa

Tehokkaiden markkinoiden hypoteesi on saamastaan asemasta huolimatta herättänyt paikoitellen merkittävää arvostelua. Jo Bachelier kiinnitti omassa työssään huomiota kahteen ongelmakohtaan soveltaessaan Brownin liikettä rahoitusmarkkinoihin: varianssi vaihtelee ajassa ja Gaussin jakauma ei kykene huomioimaan suurimpia hinnanmuutoksia (Mandelbrot 1997, 109). Shiller ym. (1984) kommentoivat EMH:n ajatuksen, jonka mukaan osakkeiden reaali hinnat ovat lähellä niiden todellista arvoa, olevan ”--yksi merkittävimmistä virheistä taloudellisen ajattelun historiassa”. Kritiikki on tyypillisesti kiihtynyt markkinaromahdusten, kuten vuoden 1987 Mustan maanantain ja vuosituhannen taitteen IT-kuplan, yhteydessä. Tehokkaiden markkinoiden kritiikki otti jälleen tulta alleen vuosien 2007–2009 finanssikriisin myötä. Federal Reserven entinen puhemies Paul Volcker kommentoi asiaa seuraavasti: ”Pitäisi olla selvää, että viimeaikaisen finanssikriisin syiden joukossa oli perusteeton usko rationaaliin odotuksiin, markkinatehokkuuksiin ja modernin rahoituksen tekniikoihin” (Volcker 2011). Koska kvantitatiivisia menetelmiä on käytetty läpi rahoituksen historian, on tärkeää huomioida, että syy ei ole matematiikassa itsessään ja sen soveltamisessa

taloustieteeseen, vaan ennemmin menetelmien ymmärtämättömässä soveltamisessa. EMH:n rajoitukset ovat olleet tunnettuja alusta asti, joten usko siihen ei ole ollut fundamentalistista. Valitettavasti rahoitusteorian opetuksessa näitä rajoitteita ei ole aina riittävästi korostettu ja EMH:n tuloksia on opetettu niin sanottuna faktana (Peters 1991, 25). Lisäksi jo ainakin Cowlesin (1933) tutkimuksesta alkaen on ollut olemassa kuilu rahoitusalan käytännön harjoittajien ja akateemisen tutkimuksen välillä. Kritiikki osapuolien välillä on ollut molemminpuolista, mutta myös vaikutteita on siirtynyt molemminpuolisesti, kuten indeksirahastojen synty tai heuristiikkojen tutkimus osoittavat.

2.3.2 Tehokkuuden teoreettiset ongelmat

Fama (1970) esitteli ensimmäisenä yhteishypoteesin ongelman (engl. joint hypothesis problem). Sen mukaan tehokkaiden markkinoiden empiirinen testaaminen on ongelmallista, koska se vaatii kahden hypoteesin yhtäaikaista testaamista. Ensimmäinen hypoteesi on tehokkaiden markkinoiden hypoteesi itsessään. Toinen hypoteesi on, että markkinahinnat ovat joihinkin oletuksiin perustuen tasapainossa (testauksessa käytettävät hinnoittelumallit määrittävät nämä oletukset) eli tämä hypoteesi testaa kyseisiä oletuksia. Täten mahdollinen empiirinen viite markkinoiden tehottomuudesta voi johtua käytettyjen hinnoittelumallien oletusten puutteellisuudesta, markkinoiden tehottomuudesta tai molemmista. Filosofin Karl Popperin (1959) epistemologiaan perustuen empiirinen tiede pitää hypoteesia pätevänä, jos se on sisäisesti johdonmukainen ja falsifioitavissa. Tehokkaiden markkinoiden hypoteesia voi olla jopa mahdotonta yrittää falsifioida yhteishypoteesin ongelman takia. Empiirisen todentamisen vaikeus tai mahdottomuus ei kuitenkaan tarkoita, etteikö hypoteesilla voisi olla todellisuus pohjaa (Campbell 2014, 9) tai etteikö se voisi olla hyödyllinen. Monet aksiomaattiset ei-empiiriset systeemit ovat kiistattomasti hyödyllisiä, kuten euklidinen geometria.

Onko yhteishypoteesin ongelma sitten ongelma? Tietyllä tavalla ei, koska se on luonut uusia mahdollisuuksia tämän kaltaisiin vaikeisiin tutkimustilanteisiin, kuten yleistetyn momenttimenetelmän (GMM-menetelmä) kehityksen, mistä on ollut hyötyä rahoituksen lisäksi yleisesti makrotaloustieteessä (Campbell 2014). Tästä huolimatta yhteishypoteesin ongelma voi olla todellinen ongelma. Se voi olla viite tehokkaiden markkinoiden puutteellisesta määrittelystä (mutta ei välttämättä viite markkinoiden tehottomuudesta). Ennen kaikkea tämä kaikki kuitenkin viittaa siihen, että tehokkaiden markkinoiden hypoteesia ei ole mahdollista falsifioida. Falsifiointia on monesti yritetty, mutta hypoteesin luonteesta johtuen sen empiirinen ”testaaminen” on täysin mahdotonta. Tämä ei kuitenkaan tarkoita sitä, etteikö rahoitusmarkkinoita voisi tutkia empiirisesti ja

vetää tältä pohjalta johtopäätöksiä niiden luonteesta. Nämä johtopäätökset voivat olla samansuuntaisia tai erisuuntaisia kuin tehokkaiden markkinoiden hypoteesi antaa olettaa. Sen sijaan yritys varta vasten ”testata” tehokkaiden markkinoiden hypoteesia on vääjäämättömästi hyödytön. (Alajbeg ym. 2011.) Testaaminen ei välttämättä ole edes mielekäästä, jos se tapahtuu testaamalla nollahypoteesia. Tällöin ajatus tehokkuudesta asteina unohtuu ja keskustelu saattaa suuntautua hedelmättömäksi ”joko-tai” väittelyksi.

EMH:n testaamisen ongelmallisuus on myös sen määrittelyssä, sillä toistaiseksi tehokkuutta ei ole määritelty siten, että sen voisi falsifioida tai välttämättä edes mitata. Usein testataan satunnaiskulun olemassaoloa, vaikka LeRoy (1973) ja Lucas (1978) osoittivat, että informatiivisesti tehokkailla markkinoilla voi esiintyä autokorrelaatiota. Toisin sanoen testauksen kysymyksenasettelu voi olla väärä. Tähän liittyy myös luvun 2.2.1 lopussa läpikäyty ongelma hinnoitteluprosessin epätyydyttävästä määrittelystä, minkä takia tyydyttävää kysymyksenasettelua ei ole onnistuttu tekemään. Faman oletus sofistikoituneista sijoittajista peitti alleen hinnoitteluprosessin määrittelyn ongelmat. Tämä hypoteesi kuvaa omalta osaltaan akatemian ja käytännön välistä kuilua. Lisäksi mikäli sofistikoituneita sijoittajia ei ole ja oletetaan markkinoiden olevan ”täydellisen” tehokkaat, tehokkaat markkinat hajoavat. Mikäli sofistikoituneiden kaupankävijöiden nähdään saapuvan markkinoille ajan myötä, he eivät voi kuitenkaan saman tien dominoida hinnanmuodostusta markkinoilla. Mikäli markkinat ovat jo tehokkaat, markkinoilla ei voi ansaita keskiarvon ylittäviä tuottoja. Markkinoilla ei ole tällöin myöskään sofistikoituneita kaupankävijöitä, vaikka ilman sofistikoituneita kaupankävijöitä markkinat eivät voi olla tehokkaat. Nämä seuraamukset nostivat esille Grossman ja Stiglitz (1980). Tämän perusteella tehokkuuden ajatus on käsiteltävä asteina, sillä ajatus ”täydellisestä” tehokkuudesta merkitsisi markkinoiden loppua. Toisin kuin Fama (1970) esitti, markkinoita ei voi olla olemassa ilman informaatiokustannuksia, jotka kumpuavat markkinatoimijoiden heterogeenisistä uskomuksista. Faman mukaan kustannukseton informaatio on riittävä, mutta ei välttämätön ehto tehokkaille markkinoille. (Alajbeg ym. 2011.)

Lisäksi herää kysymys tehokkaiden markkinoiden homogeenisestä luonteesta. Fama argumentoi, nojautuen aggregaattiin sofistikoituneista sijoittajista, markkinoiden olevan hinnanmuodostuksen suhteen homogeenisiä. Tämä kuitenkin nostaa esiin kysymyksen, missä kulkee raja sofistikoituneen sijoittajan ja muiden sijoittajien välillä, eli mihin aggregaatti sofistikoituneesta sijoittajasta pohjautuu. Voivatko aggregaatit lähes mielivaltaiselta pohjalta todella heijastaa kaikkea relevanttia informaatiota? Ennen kaikkea tämä ongelma tulee ilmi normaalijakaumassa. Kuten Friedrich Hayek (1945) argumentoi, tilastollisten aggregaattien ongelma on siinä, että ne summentavat ymmärryksen

käytännöstä. Käytäntö viittaa olosuhteissa (aika ja paikka) tapahtuviin muutoksiin, josta ei ole saatavilla tietoa keskitetyssä muodossa, eli tilastojen tapauksessa aggregaattina. Tämä käytännön hiljainen tieto esiintyy hajautetussa muodossa yksilötasolla. Suurten lukujen laki esitetään usein perusteiksi aggregaateille. Näin ollen keskitetty data muodostuu fokukseksi ja olosuhteet, josta data on hankittu, jätetään huomiotta. Tämä luo riskin käytännön ja teorian etääntymisestä, koska vaikutukseltaan voimakasta informaatiota jää tarkastelun ulkopuolelle. Tyyliteltyt faktat tukevat tätä empiirisesti.

2.3.3 Tyyliteltyt faktat ja anomaliat

Tyyliteltyt faktat (engl. stylized facts) ovat usein empiirisesti havaittuja markkinoiden tilastollisia ominaisuuksia. Tyyliteltyjä faktoja on havaittu suuri määrä. Esimerkiksi Chen ym. (2009) listaavat 30 tyyliteltyä faktaa. Tyyliteltyjä faktoja nostetaan tyypillisesti esille, kun halutaan korostaa empiirisiä havaintoja, jotka ovat vastakkaisia markkinatehokkuudelle. Perinteinen esimerkki tyylittelystä faktasta on hinnanmuutosten jakauman paksuhäntäisyys (engl. fat tails), joka kyseenalaistaa normaalijakaumaoletuksen. Kuuluisin tutkimus tähän liittyen on matemaatikko Benoît Mandelbrotin tutkimus puuvillan hintojen muutoksista vuodelta 1963. Kun hinnat ovat normaalijakautuneita, hintojen muutokset ovat tyypillisesti pieniä ja suuret muutokset ovat äärimmäisen harvinaisia muodostaen normaalijakauman huipukkaan kellokäyrämuodon. Sen sijaan paksuhäntäisesti jakautuneissa hinnoissa ääriarvot ovat huomattavasti yleisempiä, mikä muuttaa jakauman muotoa pidemmäksi hännistään ja vähemmän huipukkaaksi. Normaalijakauman tilalle Mandelbrot esitti ”stabiilia Pareto-jakaumaa”. Cootner kommentoi Mandelbrotin tutkimuksen merkittävyyttä: ”Mandelbrot, kuten pääministeri Churchill ennen häntä, ei lupaa meille utopiaa, vaan verta, hikeä, vaivaa ja kyyneliä. Jos hän on oikeassa, lähes kaikki tilastolliset työkalumme ovat vanhentuneita” (Mandelbrot & Hudson 2004, xxiii).

Normaalijakautuneisuuden lisäksi Brownin liikkeen oletukset riippumattomuudesta ja stationaarisuudesta ovat myös saaneet empiirisistä havainnoista päinvastaista evidenssiä. Riippumattomuusoletuksen mukaan hintojen muutokset ovat aikasarjassa toisistaan riippumattomia. Toisin sanoen eilisen, viime viikon tai viime vuoden hintojen muutoksilla ei ole vaikutusta tämän päivän hintaan. Kaiken tiedon huomisen hinnan ennustamiseksi pitäisi olla tämän päivän hinnassa. Tämän oletuksen vastaisesti markkinoilta on löydetty momentumin olemassaolo eli markkinat pyrkivät pysymään kulkemallaan liikeradalla. Esimerkiksi kun markkinoille tulee tieto, mikä kohottaa hinta, se vaikuttaa vielä päiviä tiedon julkistamisen jälkeen nousevana kurssina ja sama

päinvastoin. Momentumin selittää kulkuevaikutus (engl. bandwagon effect) eli ihmisten taipumus seurata trendejä. (Malkiel 2003.)

Myös Fama ja French (1988) havaitsivat lyhyen tähtäimen odotetuissa hinnanmuutoksissa autokorrelaatiota. Tulevaisuuden odotettu hintojen nousu kumoutuu kuitenkin heidän mukaansa nykyisen hinnan välittömällä laskulla. Odotetun tuottoshokin ja siihen liittyvän hintashokin kumulatiivinen vaikutus olisi keskimäärin nolla eli lyhyen tähtäimen autokorrelaatio pyrki häviämään keskipitkällä tähtäimellä. Lyhyen tähtäimen autokorrelaation olemassaolo hinnoissa kuitenkin osoittaa, ettei Brownin liike päde täydellisesti. Toisaalta onko sillä väliä? Tilastollinen merkitsevyys poikkeaa usein taloudellisesta merkitsevyydestä, kuten Malkiel (2003) nostaa esille. Tätä vastoin Mandelbrot esittää värikästä kieltä käyttäen löytäneensä markkinoilta ”Joosef-vaikutuksen”. Tällä hän viittaa raamatullisesti Egyptin seitsemään lihavaan vuoteen ja niitä seuranneeseen seitsemään laihaan vuoteen. Toisin sanoen markkinoilla esiintyisi pitkä muisti ja sen mukaisia syklejä. (Mandelbrot 1997, 159; Mandelbrot 2004, 208.)

Stationaarisuuden mukaan hinnanmuutokset synnyttävä prosessi säilyy samana. Kolikonheittoesimerkissä kolikosta saadaan joko kruuna tai klaava, mutta itse heitettävä kolikko ei muutu. Taloudellisista aikasarjoista on kuitenkin löydetty dramaattisia muutoksia niiden käytöksessä. Finanssikriisit, talouspolitiikan muutokset, suhdanteet ja itse markkinoilla muutokset fundamenteissa ovat esimerkkejä olosuhteista, jotka rikkovat stationaarisuusoletuksen (Hamilton 2005, 1). Stanley (2003) empiirisen tutkimuksen mukaan markkinat vaihtelevat tasapainotilan (suunnilleen yhtä paljon myyntiä ja ostoa) ja epätasapainotilan välillä (joko ostaminen tai myyminen dominoi).

Tyylieltyjen faktojen lisäksi EMH:n ehkä perinteisimmäksi vasta-argumentiksi nostetaan usein markkinoilla havaitut anomaliat eli poikkeamat EMH:n ”ennusteesta”. Kuuluisia anomalioita ovat kalenteriajankohdan vaikutus markkinoihin ja P/E-luvun¹² yhteys tuottoihin. EMH:n puolustajat ovat nähneet anomalioiden poistuvan ajan myötä tai olevan taloudellisesti merkityksettömiä. (Malkiel 2003.) Sijoittaja Warren Buffetin menestystä voinee myös pitää anomaliana, sillä hän on menestynyt vuosikymmeniä soveltamalla johdonmukaista sijoitusstrategiaa. Sharpe on kommentoinut Buffetin menestyksen olevan ”kolmen sigman ilmiö” eli ilmiönä äärimmäisen harvinainen. Buffet itse on esittänyt skeptisyytensä tehokkaiden markkinoiden hypoteesia kohtaan ja todennut ”supersijoittajien”

¹² Price per earnings -luku mittaa hinnan ja tuloksen suhdetta antaen fundamenttipohjaisen näkemyksen osakkeen arvostuksesta.

nojautuvan Grahamin ja Doddin arvosijoitusoppiin.¹³ (Price & Kelly, 2004.) Anomaliioihin ei tulla palaamaan tämän tutkielman aikana, mutta tyyllitellyt faktat sen sijaan antavat haasteen, johon pyritään vastaamaan tässä tutkielmassa.

2.3.4 Behavioraalinen kritiikki ja rajoitettu rationaalisuus

Lopuksi nostetaan esiin Volckerin mainitsemat rationaaliset odotukset. Toimivatko ihmiset todella rationaalisesti hyötyään maksimoiden kuten EMH olettaa? Pystyvätkö markkinat olemaan rationaalisia, vaikka yksilö ei siihen kykenisi? Rajoitetun rationaalisuuden käsite (engl. bounded rationality) on haastanut rationaaliset odotukset. Tämän mallin takana on Nobelilla palkittu tutkija Herbert A. Simon (1955; 1982). Rajoitetun rationaalisuuden mukaan ihmisen rationaalista päätöksentekoa rajoittavat informaation, kognition ja ajan rajoitteet. Rajoitettuun rationaalisuuteen liittyy läheisesti behavioraalinen taloustiede, joka pohjaa ihmisen ajattelun ja päätöksenteon tutkimukseen. Behavioraaliset näkemykset ovat varsin vanhoja. Esimerkiksi vuonna 1841 Charles Mackay kuvasi kuuluisassa kirjassaan *Extraordinary Popular Delusions and the Madness of Crowds* ihmisen laumakäyttäytymisen hulluja puolia aina noitavainoista talouskupliin (Mackay 2012). George Charles Selden keskittyi puhtaasti osakemarkkinoiden psykologiaan vuonna 1912 jo ennen Suurta lamaa ja sitä seuranneita kommentteja esimerkiksi Keynesin kuvaamat ”eläimelliset vaistot”. Tuoreempaa näkemystä edustavat psykologit Daniel Kahneman ja David Tversky, jotka esittelivät vuonna 1979 prospektiteorian kuvaamaan ihmisen riskinalaista päätöksentekoa. Teorian taustalla oli heidän aiempi tutkimuksensa heuristiikasta ja harhoista päätöksenteossa (mm. 1974). Prospektiteorian mukaan ihmiset painottavat epävarmassa päätöksenteossa lopputulemia toisenlaisilla painoilla kuin odotetun hyödyn teoria väittää. Toisin sanoen ihmisen toiminta on usein epäjohdonmukaisempaa ja vähemmän rationaalista kuin sen oletetaan olevan. Päätöksenteko ei niinkään perustu hyödyn maksimointiin, vaan heuristiikkaan. Lisäksi päätöksenteko ei ole puhtaan rationaalista, vaan se sisältää harhoja. Nämä harhat esiintyvät systemaattisesti. Vaikka kaupankäynti onkin automatisoitunut, rahoitusmarkkinat pohjautuvat edelleen ihmisen päätöksentekoon. Kahneman ja Mark Riepe (1998) sovelsivat sittemmin prospektiteoriaa sijoittajien päätöksenteon mallintamiseksi. Filosofit Nassim Taleb (2010) yhdisti Kahnemanin ja Tverskyn behavioraaliseen tutkimukseen Mandelbrotin esittämiä tyylliteltäviä faktoja sekä ekonomisti Frank Knightin (1921) kuvaamat ”tuntemattomat tuntemattomat” ja esitti, että kognitiivisten harhojen takia ihmiset eivät

¹³ Toisaalta Graham totesi hieman ennen kuolemaansa tilanteen muuttuneen ja olevansa ”tehokkaiden markkinoiden puolella”. Myös Buffet esittää samankaltaisen näkemyksen, kun hän suosittelee indeksisijoittamista enemmistölle sijoittajista. (Malkiel 2005, 8-9.)

ymmärrä harvinaisia vaikutuksiltaan suuria tapahtumia (paksuhäntäisiä, ei-gaussilaisia tapahtumia), mistä johtuen markkinaromahdukset näyttäytyvät ”mustina joutsenina”.

Behavioraaliseen taloustieteeseen kytkeytyvät oleellisesti kokeellinen taloustiede ja neurotaloustiede. Kokeellinen taloustiede tutkii ihmisen päätöksentekoa laboratorio-olosuhteissa ja kentällä. Neurotaloustiede hyödyntää aivokuvausta ihmisen päätöksenteon tutkimuksessa. (Tseng 2006.) Kokeellisen taloustieteen konkreettisenä tutkimustuloksena David Porter ja Vernon Smith (2003) tiivistävät 72 laboratoriokokeen tuloksen, joissa kokeellisesti vahvistettiin ja replikoitiin osakemarkkinakuplien olemassaolo (ylihinnoittelu suhteessa fundamentteihin).

Nobel-palkittu ekonomisti Vernon Smith¹⁴ argumentoi kokeellisen taloustieteen tarjoavan mahdollisuuden muodostaa vaihtoehto yhteiskuntatieteissä pitkään vallalla olleen kartesiolaisen¹⁵ konstruktivismiin tilalle. Tähän maailmankuvaan pohjautuen on muodostunut rationaalinen hyötyä maksimoiva *homo economicus* -ihmiskuva. Konstruktivismille on ominaista nähdä maailman toimivan ”platonisten ideaalimuotojen” mukaisesti. Talouden tapauksessa olemassa olevan tilan voidaan nähdä syntyneen lineaarisesti ”puhtaan järjen” tuotoksena samoin kuten luonnonlait toimivat newtonilaisessa maailmankuvassa eli lineaarisesti, mekanistisesti ja deterministisesti. Todellisuudessa kyseessä on evolutiivisesti (epälineaarisesti) syntynyt spontaani järjestys. Tämä tarkoittaa sitä, että kyseistä tilaa ei ole ”suunniteltu” pohjautuen ”järkeen”, vaan sen syntymekanismi on osin näkymätön. Kokonaisuus on enemmän kuin osiensa summa. Kyseessä ei kuitenkaan ole irrationalinen ihmiskuva, vaan ihmiskuva, joka huomio järjen rajoitteet. Tämä kritiikki ei kuitenkaan tarkoita, että konstruktivismi pitäisi hylätä, vaan ennemmin sen rajoitteet tulisi tunnustaa. Smith esittää konstruktivistisen rationaalisuuden vaihtoehdoksi ekologisen rationaalisuuden, joka pohjautuu evolutiivisiin prosesseihin. Evolutiiviset prosessit viittaavat oppimiseen, jota ei voi mallintaa lineaarisesti. Tämä vastaa Hayekin esittämää näkemystä käytännöstä ja kritiikkiä aggregaatteja kohtaan. (Smith 2003.)

¹⁴ Smith sai Nobelin yhdessä Kahnemanin kanssa.

¹⁵ Tämä ajattelusuunta on nimetty filosofi Rene Descartesin mukaan.

3 RAHOITUSMARKKINOIDEN SYKLISYYS

3.1 Onko kuplia olemassa?

Edellisessä luvussa esitetystä EMH:n kritiikistä huolimatta EMH tarjoaa kohtuullisen vankan pohjan rakentaa ymmärrystä rahoitusmarkkinoista. Monet markkinatehokkuuteen liitetystä oletuksista, kuten normaalijakaumaoletus, on alusta alkaen ymmärretty pelkiksi oletuksiksi ja helpottaviksi yksinkertaistuksiksi. EMH on osoittautunut joustavaksi teoriaksi, joka on kyennyt vastaamaan sitä vastaan esitettyyn kritiikkiin vähintäänkin kohtuullisesti tekemällä malleista yleisluontoisempia (esimerkiksi APT-malli vastauksena kritiikkiin CAP-mallia kohtaan) tai sisällyttämällä jonkin tyyllitellyn faktan osaksi käytettyjä malleja (esimerkiksi optioiden hinnoittelussa stokastisen volatilitietin mallit tai hinnan epäjatkuvuuskohdat sisällyttävät hyppydiffuusiomallit). Tästä huolimatta EMH:n ydin on tehokkuus. Se ei tarkastele kolikon toista puolta eli markkinoiden tehottomuutta. Kuinka hinnat etäännyvät fundamenteistaan kupliksi? Voiko markkinoiden tehokkuutta mitata? Ovatko markkinat vakaat? Nämä tehottomuudesta kumpuavat kysymykset vaativat lisäselvitystä.

Fama (2014) esittää Nobel-puheessaan markkinakuplien olevan todellisuudessa ”kuplia”, koska kuplaa ei ole tyydyttävästi määritelty ja ennustukset kuplista ovat olleet kyseenalaisia. Toisaalta myös EMH:n ankara kriitikko Shiller oli palkinnon saajien joukossa,¹⁶ joten Nobel-komiteakaan ei pidä kysymystä epävarmuuden vaikutuksesta rahoitusmarkkinoihin yksiselitteisenä. Shiller (2014) esittelee omassa Nobel-puheessaan näkemyksensä kuplien muodostumisesta, minkä mukaan kyseessä ei ole välttämättä irrationaalisuus, vaan informaation puutteellisen saatavuuden takia jonkin yksittäisen, lopulta vääräksi osoittautuvan, näkemyksen leviäminen epidemian lailla. Täten kaikki informaatio voi heijastua osakkeiden hintoihin, mutta jokin yksittäinen näkemys voi saada suhteettoman suuren painoarvon, mikä kulkuevaikutuksen myötä kasvaa kuplaksi.

Reaalitaloudesta etäännyminen on mahdollista ainoastaan velalla, joten luotonanto on kuplan mahdollistava tekijä. Kupla ruokitaan velkaantumisella, mikä on perusteltua kuplan aikana vallitsevaan markkinanäkemykseen pohjautuen, mutta ei ”fundamentteihin” pohjautuen. Velkaantuminen, mikä ei perustu fundamentteihin on ylivelkaantumista. Ylivelkaantuminen johtaa riskinottoon, johon ei ryhdyttäisi normaalisti. Mitä laajemmalle ylivelkaantuminen leviää, sitä

¹⁶ GMM-menetelmän kehittäjä Lars Peter Hansen oli kolmas palkinnonsaaja.

suurempi riippuvuus taloudessa velkaan syntyyn. Lisääntyvät finanssi-innovaatiot kasvattavat rahoitusjärjestelmän kykyä imeä sisään yhä enemmän velkaa. Lopulta riippuvuus on niin laajalle levinnyt, ettei sen piiriin ole enää uusia halukkaita tulijoita. Velkavivun vuoksi pienetkin maksuhäiriöt voivat kaataa koko rahoitusjärjestelmän. Täten fundamentit voittavat pitkällä tähtäimellä, jolloin hinta romahtaa kohti reaaliarvoa johtuen maksuhäiriöistä ja riskiaversiivisuudesta, mikä synnyttää uuden näkemyksen markkinoista. Uusi näkemys leviää kulkuevaikutuksen myötä, jolloin pääomaa vedetään pois markkinoilta. Tämä johtaa lisääntyneisiin maksuhäiriöihin, jotka ruokkivat jälleen uutta markkinanäkemyksiä. Tätä romahdusta jatkuu niin kauan, kunnes fundamenttien arvo on saavutettu ja todennäköisesti myös ohitettu aina alihinnoitteluun asti. Maksuhäiriöt ovat täten se tekijä, joka pakottaa ylihinnon takaisin fundamenteihin. Nouriel Roubinin ja Stephen Mihmin (2010) mukaan edellä esitetty kuvaus on kuvannut kaikkia historiallisia finanssikriisejä aina Hollannin 1600-luvun tulppaanimaniasta nykypäivään saakka.

3.2 Kuplan muodostumisen ja puhkeamisen dynamiikka

Kuplan muodostumisen dynamiikan pohjalta vaikuttaa, että markkinoille syntyy kulkuevaikutuksen myötä pitkä muisti, mikä kuvaa markkinoiden eroa fundamenteista. Tämän nojalla sofistikoituneet sijoittajat eivät aina hallitse markkinoita, vaan puutteellisen informaation varassa toimivat sijoittajat voivat ottaa markkinat haltuunsa. Luonnollisesti tällöin myös sofistikoituneet sijoittajat voivat toimia samoilla markkinoilla, elleivät he vetäydy pois. Vetäytymällä näistä markkinapositioista sofistikoituneet sijoittajat kasvattavat kuplaa tekemällä vallitsevan sijoittajamassan näkemyksestä homogeenisemmän. Toisaalta samaan aikaan he tekevät markkinat tehokkaiksi vaikuttamalla hintaan, mikä tapahtuu myymällä positiot pois.

Hyman Minsky (1992) esittää rahoitusmarkkinoiden olevan endogeenisesti epävakaita. Minskyn taloudellisen epävakauden hypoteesissa (engl. financial instability hypothesis) pankkitoiminta nähdään voittoa tavoittelevana yritystoimintana. Pankkiirit ovat velan kauppiaita. Tämä luo insentiivin rahoitukselliseen innovaatioon velan myynnin maksimoimiseksi. Tältä pohjalta markkinoille muodostuu sykli, joka syntyy markkinatoimijoiden heterogeenisestä maksukyvyistä. Markkinoilla on kolme sijoittajaryhmää perustuen heidän velkansa ja tulojensa suhteeseen. Hedge-sijoittajat maksavat velan korkoa ja velkapääomaa takaisin. Kun markkinat ovat hedge-sijoittajien hallussa, ne pyrkivät kohti tasapainoa. Spekulatiiviset sijoittajat maksavat ainoastaan velan korkoa takaisin, ja tästä johtuen he joutuvat ottamaan uutta velkaa kyetäkseen maksamaan alkuperäistä

velkapääomaa takaisin. Nousukautena spekulatiivinen sijoittaminen voi onnistua. Ponzi-sijoittajat ovat sijoittajia, jotka eivät kykene maksamaan niin velkapääomaa kuin korkojakaan takaisin. Mitä suurempi määrä markkinoilla on spekulatiivisia sijoittajia ja Ponzi-sijoittajia, sitä suurempi todennäköisyys on, että markkinat etäännyvät tasapainosta.

Tähän pohjautuen Minsky esittää kaksi teoreemaa. Ensimmäisen teoreeman mukaan taloudessa on vakaita ja epävakaita regiemejä. Toisen teoreeman mukaan pitkittyneiden vaurauden kausien aikana talous siirtyy vakasta rahoitussuhteista epävakaisiin rahoitussuhteisiin. Lopputulemana velkaantumisen paisuminen johtaa siihen, että rahan tarjontaa aletaan rajoittaa. Rahan tarjonnan rajoittaminen tekee useista spekulatiivisista sijoittajista Ponzi-sijoittajia. Tämä vuorostaan syö nopeasti aiempien Ponzi-sijoittajien nettoarvon pois. Vakuusvaateet alkavat kasvaa ja kassavirtavajeessa olevat sijoittajat ovat pakotettuja myymään positionsa pois kyetäkseen selviytymään sitoumuksistaan. Tämä johtaa markkinoiden asteittaiseen supistumiseen, mikä lopulta voi todennäköisesti johtaa markkinaromahdukseen. Tämän kaltaisille äkillisille varallisuusarvojen laskuille on sittemmin annettu nimeksi Minsky-hetki. (Minsky 1992.)

Minsky-hetken myöhemmästä nimestä huolimatta Minsky pohjasi kuvauksensa markkinaromahduksesta Irving Fisherin (1933, 343) yhdeksän vaiheen velkadeflaatiomalliin, jonka Fisher kehitti Suuren laman myötä. Tämä malli kuvaa markkinaromahduksen vaiheet yksityiskohtaisemmin. Romahdus lähtee käyntiin miedolla luottamuksen alenemisella, mikä johtaa velan likvidointiin. Tästä syntyy itse itseään ruokkiva kierre, mikä syöksee talouden deflaatioon. Tämä kaikki kulminoituu lopulta talletuspakoon. Richard Koo (2011) laajentaa Fisherin velkadeflaation näkemystä teoriallaan tasetantumasta. Tasetantuma voi seurata velalla hankittujen omaisuuserien arvon romahtamisesta, jolloin säästäminen ohjautuu velan maksuun. Toisin sanoen taseet ovat epätasapainossa ja epätasapaino jatkuu niin kauan, kunnes ylivelkaantuminen on maksettu. Tästä johtuen ei tehdä kulutuksia ja investointeja, mikä pitää reaalityalouden taantumassa. Täten Minskyn teoria on laajennus velkadeflaation mallille kuvaamalla romahdusta edeltävää tilannetta. Koo vastaavasti laajentaa velkadeflaation mallia kuvaamalla romahduksen jälkeistä talouden taantumaa. Tämän analyysin perusteella kuplissa ja markkinaromahduksissa ei ole mitään yllättävää. Sijoittajan kannalta haasteena on tunnistaa kuplat, vaikkakaan niiden puhkeamisen ajankohdan ja tavan ennustaminen tuskin on mahdollista. Minsky (1975, 11) jakaa Keynesin näkemyksen, jonka mukaan vakaus luo epävakautta.

Minskyn kuvaaman kuplan lisäksi on mahdollista tunnistaa ainakin kaksi muuta kuplatyyppiä.

”Stokastinen kupla” on äkillisesti ja usein kiihtyvästi kasvavien nousuodotusten ruokkima kupla, joka romahtaa yhtä äkillisesti kuin se on noussutkin. Se ei sisällä ennen romahdusta tasaisen laskun vaihetta, kuten Minskyn mallissa, vaan sitä voi kuvailla markkinoiden ylilyönniksi. Toisessa ”tasaisen kuplan” mallissa hintojen nousu on tasaista, kunnes jossain vaiheessa alkaa tasainen hintojen lasku. Tämän kaltaisessa kuplassa ei ole romahdusta tai paniikkia, vaan hinta on irtaantunut pitkittyneesti ja tasaisesti fundamenteista. Ongelmana on se, että fundamenttien määrittely voi olla hyvin epämääräistä, joten tämän kaltaisen kuplan osoittaminen kuplaksi voi olla ongelmallista. Minskyn esittämä kupla on näistä kolmesta kuitenkin kaikkein tyypillisin. Kuplat eivät ole toisensa poissulkevia, vaan ne kaikki voivat esiintyä saman kriisin yhteydessä eri markkinoilla, kuten kävi vuosien 2007–2009 finanssikriisin yhteydessä öljymarkkinoilla (ylilyönti), asuntomarkkinoilla (tasainen kupla) ja osakemarkkinoilla (Minsky-hetki). (Rosser ym. 2012.)

Kysymykseksi jää enää se, mikä tekee vakaasta regiimistä vakaan vai onko vakaus todellakin pelkkä illuusio? Vastaus löytyy kauempaa menneisyydestä jo ennen Suurta lamaa vuodelta 1912. Tuona vuonna ekonomisti Ludwig von Mises esitti määritelmänsä luotolle ja siitä seuraavat vaikutukset ihmisten käyttäytymiseen. Tätä kuvailua voidaan soveltaa vastauksen löytämiseksi. Luotto viittaa transaktioon, jossa nykyisiä hyödykkeitä vaihdetaan tulevaisuuden hyödykkeisiin. Von Mises jakaa luoton kahteen eri lajiin: hyödykeluottoon ja kiertoluottoon. Hyödykeluottoa syntyy, kun kuluttajat vähentävät nykyistä kulutustaan ja lisäävät säästämistä. Säästäminen ja pankkien omat varat muodostavat varannon, josta pankit tarjoavat hyödykeluottoa. Tällaisessa tapauksessa luotonantaminen on harkittua johtuen luotonantajien rajallisesta varannosta, mikä on kytköksissä reaalityouteen. Kiertoluotto sen sijaan syntyy luotonlaajennuksen kautta, joten se on kytköksissä säästämiseen ainoastaan epäsuorasti. Kiertoluoton tarjoaminen ei samalla tavalla vaadi uhrausta luotonantajan rajallisista varannoista, joten hän kykenee tarjoamaan sitä huomattavasti enemmän kuin fundamentit sallivat. (Von Mises 1953, 264–265.)

Liiallinen luotto vääristää suhteellista hintatasoa ja tätä vääristymää voidaan edelleen vivuttaa erinäisillä rahoitusinstrumenteilla. Vääristymän syntyyn ei vaikuta pelkästään muutos luoton tarjonnassa, vaan myös Fisherin aikoinaan määrittelemä ”rahailluusio”. Rahailuusio viittaa siihen, että ihmisillä on taipumuksena ajatella rahan arvoa pohjautuen enemmän nimellisarvoon kuin reaaliarvoon. Ilmiöllä on behavioraalinen tausta (Shafir ym 1997). Piazzesi ja Schneider (2007) havaitsivat illusion pätevän, kun koron nimellisarvo poikkeaa historiallisesti keskiarvosta. Toisin sanoen vääristymä syntyy sekä matalan että korkean inflaation olosuhteissa. Näin ollen kiertoluotto ja rahailluusio mahdollistavat kuplan syntymisen taloudessa eli siirtymisen pois vakaasta regiimistä.

Luotonlaajennus ei kuitenkaan aina johda kuplaan, vaan kuten taloushistorioitsija Charles Kindleberger (2005, 64) toteaa: ”Suurin osa rahan ja luoton laajentumisesta ei johda maniaan -- Mutta jokaiseen maniaan on yhdistetty luoton laajentuminen.” Vaikka puhe on ollut tässä yhteydessä pankeista, on huomioitava, että luotonlaajentumiseen ei tarvita pankkeja tai rahoitusjärjestelmää. Historian aikana luotonlaajentumista on toteutettu monin eri järjestelyin, kuten kauppiaiden välisillä sopimuksilla. Roubini ja Mihm (2010) nostavat lisäksi esiin kansainväliset pääomavirrat, jotka mahdollistavat kuplien synnyn alijäämäisissä talouksissa.

Luoton tarjonnan kasvun vaikutuksesta kuplien syntyyn on useita esimerkkejä. Fedin 2000-luvun rahapolitiikka tarjoaa yhden esimerkin. Kun IT-kupla puhkesi 2000-luvun alussa, Fed lisäsi luoton määrää taloudessa alkamalla laskea ohjauskorkoa ja jatkaen sen laskua, vaikka talous alkoi osoittaa elpymisen merkkejä. Kun Fed lopulta alkoi nostaa ohjauskorkoa, se tapahtui liian hitaasti ja ennalta-arvattavasti. Tämä mahdollisti kuplan syntymisen asuntomarkkinoille, minkä puhkeaminen lopulta laukaisi¹⁷ globaalin finanssikriisin. Fed ei huomionnut USA:n talouden globaaleja kytköksiä, minkä takia Fedin rahapolitiikka epäonnistui. (Roubini & Mihm 2010, 73 & 81–82.) Toisena esimerkkinä voidaan mainita valuuttojen korkoerokaupankäynti (engl. carry trade), minkä tunnetuimmassa tapausesimerkissä Japanin keskuspankki on pitänyt jenen korkoa pitkäaikaisesti alhaalla. Korkoerokaupankäynnissä sijoittaja ottaa lainaa matalan koron valuutassa ja sijoittaa ottamansa lainan korkean koron valuuttaan. Sijoittajalle syntyy tuottoa (tai tappiota) korkojen erotuksesta ja valuuttakurssien vaihtelusta. Kuten USA:n asuntokuplan tapauksessa kävi, myös korkoerokaupankäynti päättyi Minsky-hetkeen eli tässä tapauksessa valuuttakurssiromahdukseen. (Brunnermeier ym. 2008.)

Rahoitusmarkkinoiden vakauden kannalta keskuspankkien keskeinen dilemma on löytää tasapaino liiallisen ja liian vähäisen luotontarjonnan väliltä. Luotonlaajentuminen mahdollistaa kuplat, joita behavioraaliset tekijät edelleen ruokkivat. Täten epävakaaan regiimin syntymiseen vaikuttavat myös eksogeeniset tekijät, kuten rahapolitiikka, eikä epävakautta voi pitää puhtaasti rahoitusmarkkinoiden endogeenisena ilmiönä. Tältä pohjalta vaikuttaisi siltä, että vakaassa regiimissä luotonanto on kytköksissä säästämiseen ja siten fundamentteihin. Tämä on herättänyt markkinaromahdusten yhteydessä vaatimuksia pankkien reservivarantovaatimusten kiristämisestä ja pisimmälle menevissä ehdotuksissa ehdotetaan pankkijärjestelmälle jopa 100 prosentin reservivarantovaatimusta täyden likviditeetin varmistamiseksi. IMF:n julkaisemassa paperissa (Benes & Kumhof 2012) Irving

¹⁷ USA:n asuntomarkkinakupla laukaisi, mutta ei kuitenkaan suoranaisesti aiheuttanut globaalia kriisiä, sillä finanssikriisin globaali mittakaava johtui ympäri maailmaa olleista kuplista, jotka puhkesivat samaan aikaan.

Fisherin ja useiden muiden ekonomistien Suuren laman jälkeen esittämä Chicagon suunnitelma nostettiin vuosien 2007–2009 finanssikriisin jälkeen uudestaan esille. Suunnitelman ajatuksena aikoinaan oli juurikin pankkijärjestelmän 100 % reservivaatimus. Vaikka tällainen järjestelmä joskus omaksuttaisiin, niin on syytä huomioida, että se ei tulisi poistamaan suhdannevaihteluita, vaan ainoastaan lieventäisi niitä. Toisaalta IMF:n mukaan hyötyjä olisi monia muitakin, sillä järjestelmä laskisi kokonaisvaltaisesti talouden riskitasoa mahdollistaen resurssien paremman allokaation.

Fisherin, Koon, Minskyn ja von Misesin mallit yhdistämällä sekä luomalla katsaus historiaan on nyt luotu yhtenäinen kuva siitä, kuinka liiallinen luoton tarjonta, sen laajentuminen ja lopulta äkillinen supistuminen tarjoavat selityksen kuplien muodostumiselle, puhkeamiselle ja näiden seurauksena reaalityalouden ajautumiselle taantumaan. Lisäksi Porterin ja Smithin suorittamat laboratoriokokeet ovat tarjonneet kokeellisessa ympäristössä simuloidun vahvistuksen kuplille esittämällä, kuinka sijoittajat jättävät yleisesti tunnettua informaatiota huomioimatta. Kuplien olemassaolo sotii tietyllä tasolla EMH:ta vastaan. EMH sallii markkinoiden syklisyyden, mutta käytännössä kaikki sen empiiriset sovellukset olettavat stationaarisuuden (Lo 2004, 23). Faman EMH:n ja Shillerin behavioraalisen näkökannan integrointi tarjoaisi kattavamman pohjan rahoitusteorialle, eikä niitä tule pitää vastakkaisina näkökantoina. Ongelmana on luonnollisesti riittävän yksinkertaisuuden säilyttäminen ja tarve johtaa käyttökelpoisia työkaluja. Tämä tekee täysin vaihtoehdoisen hypoteesin esittämisestä haastavaa, koska vaihtoehdon tulisi olla todellinen vaihtoehto, eikä pelkkää kritiikkiä. Näin ollen realistisemmaksi tavoitteeksi jää paikata EMH:n valumakohtia. Seuraavaksi esitellään adaptiivisten markkinoiden hypoteesi EMH:n laajentamiseksi kohti integroitua näkemystä.

3.3 Adaptiivisten markkinoiden hypoteesi

Vaihtoehdoisista hypoteeseista yksi lupaavimmista ja samalla yksi tuoreimmista on adaptiivisten markkinoiden hypoteesi (engl. adaptive market hypothesis, AMH). Hypoteesin esitti Andrew Lo (2004 & 2005). Hypoteesin perusajatus on sovittaa yhteen EMH ja behavioraalinen rahoitus markkinaekologian pohjalta, missä yksilöt adaptoituvat markkinoiden muuttuviin olosuhteisiin. Markkinaekologian määrittävät muun muassa kilpailijoiden määrä markkinoilla, tuottomahdollisuuksien laajuus ja markkinaosallistujien adaptiivisuus. AMH pohjautuu neurotieteeseen, evoluutiobiologiaan ja rajoitettuun rationaalisuuteen. Tämä luo yhtenäisemmän pohjan rakentaa teoriaa, toisin kuin hajanainen behavioraalinen rahoitus, mikä ei vastaa kysymykseen, mistä kognition ”harhat” syntyvät. AMH:n mukaan monet ”harhoista” ovat ainoastaan

heuristiikkoja, joita ei ymmärretä, koska ne on otettu irralleen ympäristöstä, jossa ne on havaittu. Täten AMH menee pidemmälle kuin esimerkiksi prospektiteoria, joka ei kykene selittämään kahden tunteen, kuten liiallisen itseluottamuksen ja katumuksen, samanaikaisuutta. AMH:n tärkeimmät ajatukset ovat seuraavat (Lo 2005, 31):

1. Yksilöt tavoittelevat toiminnallaan omaa etuaan.
2. Yksilöt tekevät virheitä.
3. Yksilöt oppivat ja sopeutuvat (adaptoituvat).
4. Kilpailu ajaa adaptoitumista ja innovaatioita.
5. Luonnonvalinta muokkaa markkinaekologiaa.
6. Evoluutio määrittää markkinadynamiikan.

AMH:n oletukset ovat kattavammalla kuin EMH:n. AMH lähestyy markkinoita ekologian ja olosuhteiden näkökulmasta. Täten AMH vastaa Hayekin kritiikkiin olosuhteiden huomiotta jättämisestä, ja ekologian näkökulma vastaa Smithin esitystä ekologisesta rationalismista. Lo:n mukaan kognitiivinen neurotiede on osoittanut useiden behavioraalisen taloustieteen esittämien taloudellisen rationaalisuuden vastaisten esimerkkien todellisuudessa kumpuavan paineesta sopeutua evolutiiviseen ympäristöön, mikä tapahtuu heuristiikkapohjaisesti. ”Irrationaaliselta” vaikuttava toiminta voikin olla rationaalista, kun huomioidaan olosuhteet kaikkine nyansseineen, mitä voi olla haastavaa mallintaa. Simonin esittämä käsite ”satisficing” (”tydyttävyyys”) on tärkeä konsepti AMH:n taustalla, sillä sen mukaan optimoinnin sijasta yksilöt hakevat tyydyttävää ratkaisua. Lo täydentää tyydyttävyyden käsitettä esittämällä, että tyydyttävä taso ei löydy analyttisesti, vaan evolutiivisesti yrityksen ja erehdyksen kautta. Markkinoissa ei ole kyse niinkään voiton maksimoinnista, vaan selviytymisestä. Jopa pelon ja ahneuden tapaiset tunteet voivat lisätä selviytymisen mahdollisuutta. Järkeä ja tunteet voivat olla toinen toisiaan tukevia ilmiöitä. Kaikkein kokeneimpienkin kaupankävijöiden on havaittu kokevan merkittäviä tunnepiikkejä. Tämä osoittaa, että behavioraalinen rahoitus ei ole muusta erillinen koulukunta, vaikka näin on jossain määrin käynyt vastauksena löytöihin markkinatehottomuuksista. (Lo ym. 2005, 1.)

Ekologian käsite auttaa lisäksi hahmottamaan sijoittajien heterogeenisyyttä huomattavasti paremmin kuin EMH. Markkinoilla voidaan nähdä olevan eri ”lajeja”. Lajit ovat joukko markkinaosanottajia, jotka toimivat samalla tavalla. Esimerkiksi eläkerahastot, hedge-rahastot ja markkinatakaajat voivat kaikki olla eri lajeja. Markkinatuotot ovat ”ravintoa”, josta lajit kilpailevat. Markkinoiden tehokkuus kasvaa, mitä enemmän siellä on lajeja tai jos yksittäinen laji on erityisen runsas populaatioltaan.

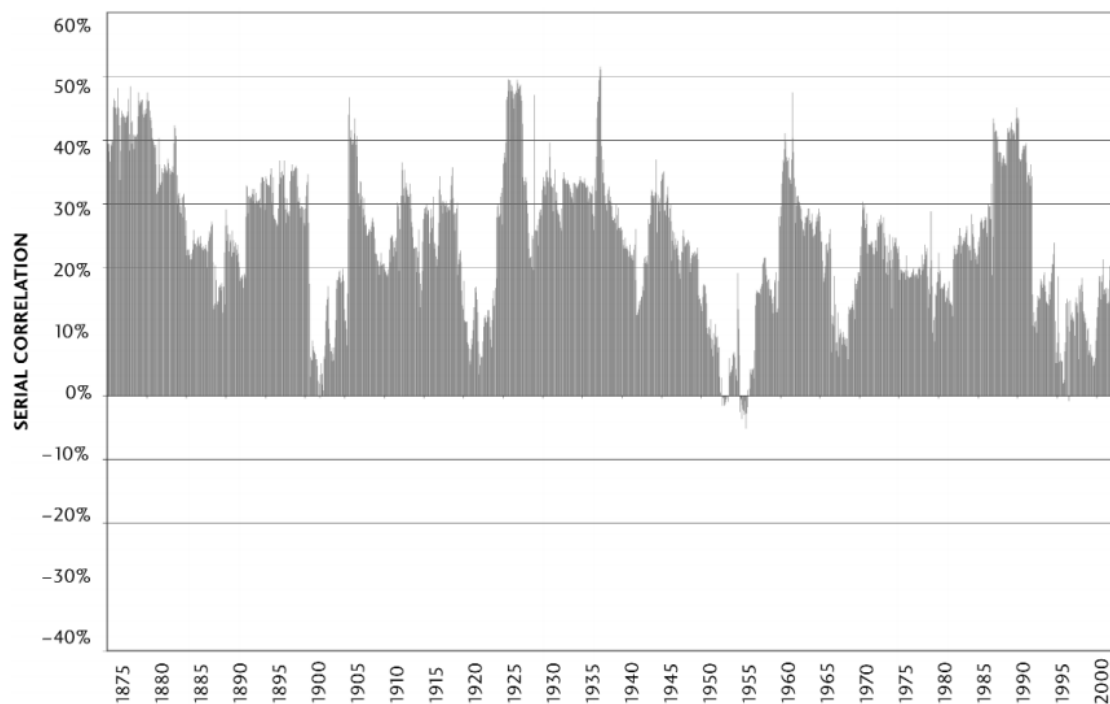
Kilpailu niukoista resursseista ”syö” arbitraasimahdollisuudet ulos markkinoilta. Tehokkuutta ei kuitenkaan voi arvioida tyhjiössä, sillä se on hyvin kontekstiriippuvainen ja alati muuttuva. Tehokkuus vaatii tietynlaiset olosuhteet, kuten riittävän määrän markkinaosanottajia ja toimivat instituutiot. Markkinoiden tarjoama tuotto on myös riippuvainen saatavilla olevista resursseista. Mitä enemmän resursseja on tarjolla, sitä vähäisempää on kilpailu. Kilpailun lisääntyminen joko resurssien ehtymisen tai kilpailijoiden lisääntymisen kautta luo markkinoiden syklisen luonteen. Kilpailu ajaa populaation määrän jossakin vaiheessa alas, jolloin sykli voi alkaa alusta. Markkinoiden tasapaino on tila, jota ei välttämättä koskaan saavuteta. Jos sitä kohti mennään, konvergoituminen voi tapahtua hitaasti tehden tasapainon käsitteestä epärelevantin. Tasapainoa kohti konvergoitumisen ja syklisyyden välisen jännitteen määrittää populaation ja resurssivarannon koko. Markkinoiden syklinen luonne kuvaa samalla markkinoiden pitkämuistisuutta ja poikkeavuutta ”tehokkaasta” markkinatasapainosta. Adaptiivisuus asettaa kuplien olemassaolon kyseenalaiseksi, ja täten se tarjoaa myönnytyksen EMH:n suuntaan, vaikkakin samalla se hylkää ajatuksen markkinatasapainosta lähes kokonaan. (Lo 2005.)

AMH:n tarjoamasta näkökulmasta voidaan johtaa konkreettisia kantoja portfolion allokointiin. Ensinnäkin riskipremio ei ole vakio, vaan se vaihtelee osakemarkkinoiden kulkeman *polun* ja sen varrella olevien sijoittajademografioiden mukaisesti. Tehokkuus ei ole markkinoiden staattinen ominaisuus, vaan muuttuva ja syklinen riippuen ajasta ja markkinoista. Tehokkuutta voi pitää yhtenä muuttujana, kuten Lo oli argumentoinut vertaamalla sitä hyötysuhteeseen. Informaatiojoukon θ_t tulkinta muuttuu ajassa, mikä sallii portfolion taktisen allokation eli portfolion aktiivisen hallinnan tietynlaisille sijoittajille tietyissä markkinaolosuhteissa. Allokoinnilla voidaan saavuttaa lisäarvoa hyödyntämällä markkinoiden polkuriippuvuutta ja systemaattisia muutoksia sijoittajakäytöksessä. Syklisyydestä seuraa, että kaikki sijoitustuotteet nousevat ja laskevat. Lisäksi yksilöiden ja instituutioiden riskipreferenssit eivät todennäköisesti ole vakaita ajassa. Täten arvon ja kasvun kaltaiset piirteet voivat käyttäytyä riskifaktorien tapaisesti ajassa. Sijoittajat voivat joissain markkinaolosuhteissa suosia kasvusijoittamista ja toisissa arvosijoittamista, jolloin näiden strategioiden kannattavuus vaihtelee sijoittajien muuttuvien preferenssien mukaisesti. Kaiken kaikkiaan innovatiivisuus on välttämätöntä portfolion selviytymisen kannalta ja tätä aspektia ei perinteisissä päätöksentekomalleissa, kuten MPT:ssa ja CAPM:ssa, huomioida. (Lo 2005.)

Kuvio 3.1 havainnollistaa, kuinka USA:n osakemarkkinoiden tehokkuus ensimmäisen kertaluvun autokorrelaatiolla mitattuna on vaihdellut syklisesti. Tämä Lo:n esittämä näkemys, jonka mukaan rahoitusmarkkinoiden tehokkuuden aste vaihtelee syklisesti vastauksena evolutiivisiin paineisiin, on

sittemmin vahvistettu useissa muissa adaptiivisten markkinoiden hypoteesia käsittelevissä tutkimuksissa, vaikkakin Lo:n käyttämää liukuvan autokorrelaation menetelmää tehokkuuden määrittämiseksi on kritisoitu (Neely ym. 2009, Kim ym. 2011, Todea ym. 2011 ja Verheyden ym. 2015). EMH ei täysin poissulje tämän kaltaista syklisyyttä, vaikkakin AMH haastaa stationaarisuusoletukseen perustuvat mallit. Satunnaiskulun perusteella autokorrelaation tulisi vähentyä ajassa sitä mukaa kun markkinat kasvavat ja kehittyvät. Tämä ei pidä paikkaansa, sillä markkinoiden tehokkain ajanjakso oli 1950-luvulla.¹⁸ Jos markkinat eivät ole muuttuneet tehokkaammiksi, eikö tämä ole paha takaisku koko EMH:n teorialle? Vastauksen esittää Samuelson puheessaan Fedille (1998), missä hän toteaa rahoitusinstrumenttien kehityksen myötä markkinoiden ottaneen 1800-lukua edeltäneeltä ajalta valtavan harppauksen kohti yksittäisten arvopapereiden mikrotehokkuutta. Sen sijaan Samuelsonin mukaan ei ole mitään osoitusta siitä, että markkinat olisivat kehittyneet makrotehokkaiksi eli kuplat olisivat hävinneet.

ROLLING 5-YEAR SERIAL CORRELATION COEFFICIENT OF THE S&P COMPOSITE INDEX
January 1871 to April 2003



(Data Source: R. Shiller)

Kuvio 3.1. S&P 500 -indeksin kuukausituottojen viiden vuoden liukuva ensimmäisen asteen autokorrelaatio vuosina 1871–2003 (Lo 2005, 35).

¹⁸ Sattumalta 1950-luku oli sama ajanjakso, jolloin EMH:n kehitys alkoi.

Jung ja Shiller (2005) antoivat Samuelsonin jaottelulle nimeksi ”Samuelsonin lausunto”. Samuelson on esittänyt jaotteluaan tarkemmin yksityiskirjeessään Campbellille ja Shillerille. Sen mukaan modernit markkinat osoittavat merkittävää mikrotehokkuutta. Mikrotehokkuus tarkoittaa sitä, että markkinoilla vähemmistö pystyy tekemään tuottoa havaitessaan väärinhinnoittelua ja tällä on samalla taipumuksena poistaa pysyvät tehottomuudet markkinoilta. Sen sijaan makrotehottomuus viittaa siihen, että arvopapereiden aggregaateista koostuvien indeksien aikasarjoissa on nähtävissä pitkiä aaltoliikkeitä erinäisesti määriteltyjen fundamenttien yli ja ali. Jung ja Shiller esittävät, että EMH on mahdollista tulkita epäonnistuneeksi yritykseksi ekstrapoloida yhden yrityksen osakkeen mallista markkina-aggregaattia kuvaava malli. Makrotehottomuuden taustalla voi vaikuttaa se, että kuplan puhkeaminen on pitkä prosessi, eikä kuplan puhkeamisen ajankohtaa voi ennustaa. Vaikka kupla olisi tunnistettu, pääoman ottaminen pois markkinoilta liian aikaisin voi johtaa samalla tavalla tappioihin kuin pääoman ottaminen pois markkinoilta liian myöhään kuplan puhkeamisen jälkeen.

3.4 Mikron ja makron vuorovaikutus

AMH:n yhteyteen liittyy konseptinsa puolesta läheisesti markkinoiden mikrostruktuurin tutkimus, mikä on oma itsenäinen tutkimusperinteensä. Siinä missä makrotaloustieteessä on perinteisesti hyödynnetty aggregaatteja markkinoiden ymmärtämiseksi, mikrostruktuurin tutkimuksen lähtökohta on itse kaupankäynti. Mikrostruktuuri kuvaa prosessia, kuinka sijoittajien piilevä kysyntä lopulta välittyy hinnoiksi ja volyymeiksi. Täten aggregaattien usein sumentamat markkina-agenttien transaktiot ovat mikrostruktuurin tutkimuksessa huomion keskiössä muodostaen pohjan markkinoiden ymmärtämiselle. Mikrostruktuuria on kuvailtu jo ensimmäisten pörssien aikoihin, mutta viime vuosikymmeninä mikrostruktuurin tutkimus on saavuttanut nousevan suosion sekä pitkälle kehittyneen menetelmä- ja teoriapohjan. (Madhavan 2000.)

Siinä missä aggregaatteja tutkitaan perinteisesti ekonometrisin menetelmin, mikrostruktuurin mallintamiseen käytetään tyypillisesti agenttipohjaista mallinnusta (engl. agent-based modelling, ABM). ABM simuloi markkinoita dynaamisena ja takaisinkytkettyinä systeeminä, joka kehittyy autonomisten ja heterogeenisten agenttien vuorovaikutuksen kautta ja joidenka päätöksenteko pohjautuu eksplisiittisiin sääntöihin.¹⁹ Näitä päätöksentekosääntöjä voidaan havainnoida esimerkiksi

¹⁹ Agenttipohjainen mallinnus on monimuotoinen kenttä, joten toisenlaisiakin määritelmiä on mahdollista esittää. Oli määritelmä mikä tahansa, niin 1) vuorovaikutuksesta nousevat lopputulokset ja 2) heterogeenisten agenttien dynaamisen

laboratoriossa tai kyselytutkimuksia tekemällä. Markkinoiden kaltaisille kompleksisille systeemeille on ominaista systeemitason piirteet, joita ei ole mahdollista redusoida yksilötasolle. Systeemitason piirteet ovat mikrotason käyttäytymisestä ja vuorovaikutuksesta nousevia. Mikrostrukturi ja aggregaattitaso ovat keskenään jatkuvassa vuorovaikutuksessa. Tämä systeemin emergentti järjestäytyminen tekee mahdolliseksi poikkeavan käyttäytymisen mikro- ja makrotasoilla²⁰ esimerkiksi yhtä aikainen mikrotehokkuus ja makrotehottomuus. ABM:n etu verrattuna tilastollisiin malleihin on se, että ABM:n disaggregoiduista laskennallisista malleista on mahdollista johtaa aggregoituja malleja, mikä ei välttämättä ole mahdollista toisin päin. (Heckbert ym. 2005.)

Chen ym. (2009) esittävät näkemyksensä ABM:n vaikutuksesta ekonometriaan rahoituksen taloustieteessä toteutuneesta kehityksestä käsin. He ottavat lähtökohdaksi agenttipohjaisen laskennallisen taloustieteen (engl. agent-based computational economics, ACE), mikä on laskennalliseen taloustieteeseen sovellettu muoto agenttipohjaisesta mallinnuksesta. Tältä pohjalta he esittävät, kuinka ACE ja ekonometria ovat historiallisesti linkittyneet toisiinsa rahoituksen taloustieteessä. Ensinnäkin, ACE on pyrkinyt mallintamaan ekonometristen menetelmien avulla löydettyjä tyylieltyjä faktoja eli luomaan mallin, jonka käyttäytyminen vastaisi todellista aineistoa. Toiseksi, ekonometriaa on käytetty ACE-mallien ”optimointiin” estimoimalla tai kalibroimalla ACE-malleja. Kolmanneksi, kaikkein tuoreimpana kehityssuuntana, ACE-malleja on alettu käyttää ekonometristen mallien luomiseksi, mikä voi tarjota vastauksia joihinkin ekonometrian parissa esiintyviin ongelmiin, kuten havaintoympäristön epävalidiin tai puuttuvaan dataan.

Agenttipohjainen näkemys rahoitusmarkkinoista antaa taustan markkinaosuushypoteesille (engl. market fraction hypothesis, MFH). MFH:n perusidea on jo tuttu eli markkina-agenttien klusteroituminen eri strategiatyyppien alle ja näiden strategioiden suosion vaihtelu olosuhteisiin mukautuen. ABM:n lisäksi MFH:n pohjan muodostavat AMH sekä Brockin ja Hommesin heterogeenisten uskomusten hinnoittelumalli. (Chen ym. 2011 & Kampouridis ym. 2012)

Heterogeenisten uskomusten hinnoittelumallin (Brock & Hommes 1998) mukaan markkinat ovat Keynesiä mukaillen ”rationaalisten eläimellisten vaistojen” ohjaamia (engl. ”rational animal spirits”). Markkina-agentit valitsevat rajatusta määrästä ennustearvoja parhaan mahdollisen ennustearvon tulevasta arvopaperin hinnasta ja päivittävät uskomuksensa jokaisella periodilla rajoitetun

käytöksen eksplisiittinen esitys ovat yhteistä kaikille malleille. (Heckbert ym. 2010, 40.)

²⁰ Mikro- ja makrotason vuorovaikutuksessa ja lopputulemien erossa näiden tasojen välillä, ei sinällään ole mitään uutta. Jo Adam Smith (1776) kuvasi, kuinka yksilön oman edun tavoittelu voi koitua yhteiskunnan parhaaksi.

rationaalisesti pohjautuen toteutuneiden tuottojen ”kelpaavuuteen”. Kun paine vaihtaa ennustusstrategiaa on suuri, arvopapereiden hinnoissa voi alkaa esiintyä kaoottista käyttäytymistä. Adaptiiviset uskomustyytit ovat heterogeenisten uskomusten hinnoittelumallin perusta. Jos uskomukset olisivat homogeeniset, markkinoilla voisi olla vain yksi hinta eli heterogeeniset uskomukset mahdollistavat kaaoksen syntymisen markkinoille. Jokainen strategia on kuitenkin rationaalinen siinä mielessä, että strategiat pohjautuvat toteutuneisiin voittoihin. Tämä näkökulma asettaa kyseenalaiseksi oletuksen siitä, että sofistikoituneet kaupankävijät väistämättä ajaisivat kohinakaupankävijät ulos markkinoilta. Kysymys on moniulotteisempi, sillä tuottojen ei tarvitse olla optimaalisia, vaan ainoastaan tyydyttäviä. Täten rajoitettu rationaalisuus mahdollistaa uudenlaisia skenaarioita. Tältä pohjalta Brock ja Hommes osoittavat, että kaaos voi vallita kahden tai neljän heidän jaottelemansa uskomustyytin vallitessa, mitkä ovat fundamentalistit ja kolme trendien seuraajatyyppejä.

Itse MFH:n keskeinen ennuste on se, että minkä tahansa agenttityypin dominoinnilla tulee olemaan lyhyt duraatio, mutta pitkällä aikavälillä eri tyypit jakautuvat yhtenäisesti. Pitkän aikavälin yhtenäinen jakautuminen ei kuitenkaan välttämättä pidä paikkaansa. Aoki (2002) osoittaa, että kaksi klusteria kykenee selittämään 95 prosenttia markkinoiden toiminnasta, minkä perusteella kaksi tai kolme klusteria tarjoaisivat pohjan markkinoiden ymmärtämiseksi. Tämä vastaa perinteistä chartistit vastaan fundamentalistit -kahtiajakoa. Myös Kampouridis ym. (2014) päätyivät samankaltaiseen tulokseen havaitessaan viiden tai kuuden klusterin selittävän 95 prosenttia markkinoiden toiminnasta. Dominoivat strategiat eivät yleensä kestä yhtäjaksoisesti kahta vuotta pidempään, mutta olemassa on ollut myös poikkeustapauksia, jotka ovat kestäneet jopa kahdeksan vuotta. Kaiken kaikkiaan MFH on tuore ja jalostumaton näkemys markkinoista. Se on kuitenkin osoitus siitä, että siirtyminen aggregaateista mikrostruktuuritasolle antaa mahdollisuuden formuloida uudenlaisia hypoteeseja. Tulevaisuudessa mikrostruktuurin ja aggregaattien välille on kenties mahdollista rakentaa voimakkaampi linkki.

4 RAHOITUSMARKKINOIDEN KAOOTTISUUS

4.1 Markkinoiden kompleksisuus

Tähän mennessä on havaittu seuraavat seikat rahoitusmarkkinoiden toiminnasta:

1. Tyylytellyt faktat, kuten volatilitietin klusteroituminen, antavat viitettä markkinoiden kaoottisemmasta käyttäytymisestä kuin satunnaiskulku ennustaa.
2. Markkinoiden tehokkuus on asteittaista, ja se vaihtelee syklisesti.
3. Liiallinen luotto mahdollistaa kuplien synnyn markkinoille.
4. Kuplien kasvaessa markkinoille saapuu heikomman maksukyvyyn sijoittajia.
5. Kuplien puhkeamisen ajuri on velan likvidointi.
6. Kuplien puhjetessa markkinoita dominoiva strategia vaihtuu.
7. Rajattu määrä dominoivia strategioita voi selittää 95 prosenttia markkinoiden toiminnasta.
8. Koska markkinat ovat kompleksinen systeemi, systeemitason käytös voi poiketa yksilötason käytöksestä.
9. Makrotason tehottomuudesta huolimatta voi olla perusteltua puhua mikrotehokkuudesta.
10. Rajoitettu rationaalisuus kuvaa heterogeenisten markkina-agenttien sopeutumista evolutiivisessa ympäristössä rajoitetun informaation varassa.

Rajoitettu rationaalisuus on piirre, josta markkinoiden kompleksinen käyttäytyminen kumpuaa. Täten markkinat eivät ole puhtaan rationaaliset, mutta toisaalta ne eivät ole puhtaasti eläimellisten vaistojenkaan varassa. Kompleksisuus ei synnytä pelkästään syklisyyttä, vaan mahdollisesti myös kaoottisuutta, mikä on tämän luvun teema.

Markkinoiden näkeminen kompleksisena systeeminä on osa laajempaa kompleksisuustieteiden kehitystä. Kompleksisuus ei viittaa suoranaisesti monimutkaisuuteen, vaan systeemin heterogeenisyyteen ja näiden heterogeenisten osien vuorovaikutuksen selittämisen haasteellisuuteen.²¹ W. Brian Arthur (2013) analysoi tilannetta taloustieteen kahden suuren ongelman, allokaation ja muodostumisen, pohjalta. Allokaatio tutkii, kuinka hyödykkeiden määrät ja hinnat jakaantuvat markkinoilla ja markkinoille. Allokaation tutkimus on pitkälle matematisoitua perustuen

²¹ Esimerkiksi mekaaninen kello voi olla monimutkainen, mutta ei kompleksinen, koska sen toiminta on determinististä.

rationaalisuuteen ja markkinatasapainoon. Muodostuminen tutkii, kuinka talous syntyy ja kasvaa sekä muuttuu rakenteellisesti. Muodostumisen tutkimusta ei ole matematisoitu juuri ollenkaan, vaan se on pitkälti kuvailevaa.

Yleisen tasapainon oletuksen vallitessa allokaation kysymyksiin on olemassa staattinen ratkaisu. Staattisen ratkaisun vallitessa muodostumisen kysymykset eivät ole yhtä mielenkiintoisia, mikä on jättänyt monet muodostumista tutkineet ekonomistit jossain määrin valtavirran ulkopuolelle. Tämä ei kuitenkaan tarkoita, etteikö yleisen tasapainon malli olisi ollut tärkeä edistysaskel taloustieteelle. Siirtymä jatkuvuudesta, yhtälöistä ja newtonilaisista menetelmistä kohti prosessipohjaista, algoritmista ja turingilaista²² ajattelua on kuitenkin käynnissä tieteessä yleisesti. Tuskin on mitään syytä, miksi tämä kehitys ei vaikuttaisi myös taloustieteeseen, sillä vaikutusta on ollut jo paljon, ja todennäköisesti se tulee vain kasvamaan. Tietojenkäsittelyn kehitys antaa käyttöön sellaista välineistöä, jota ei aiemmilla ekonomistisukupolvilla ole ollut käytössä, ja täten se mahdollistaa konkreettisemmalla tavalla uudenlaisen tavan hahmottaa maailmaa. (Arthur 2013, 17–19.) Esimerkiksi Battiston ym. (2012) esittelevät Googlen PageRank-algoritmin pohjalta kehittämänsä DebtRank-algoritmin pankkijärjestelmän systeemiriskin tunnistamiseksi.²³ DebtRankin kaltaiset innovatiiviset menetelmät ovat konkreettinen osoitus taloustieteen tulevaisuuden mahdollisuuksista.

Koska taloustiede on osa kompleksisuustieteitä, on hyvä hahmottaa joitain kompleksisuuden yleisiä periaatteita. Myös yleisen tasapainon malli ja EMH kuuluvat kompleksisuuden piiriin erikoistapauksina yleisemmän tason kompleksisuuden malleista. Kompleksisuustiede on vielä nuori ja hyvin hajanainen kenttä, ja yhtenäisteoria kompleksisuudesta puuttuu toistaiseksi. Kompleksisuusteoria kehittyi muun muassa informaatioteorian, kaaosteorian ja systeemiteorian pohjalta. Kompleksisuudelle on kuitenkin mahdollista löytää joitain yhdistäviä tekijöitä. Eve Mitleton-Kelly (2003) listaa kymmenen kompleksisten evolutiivisten systeemien (engl. complex evolving systems, CES) yleistä periaatetta, jotka ovat sovellettavissa kaikkiin luonnollisiin kompleksisiin systeemeihin. Hänen esittelemänsä evolutiivinen taso on kompleksisuuden tasoista yleisluontoisimpia. Lista ei ole kaiken kattava, mutta se tarjoaa ymmärryksen kompleksisesta ajattelutavasta ja maailmankuvasta:

²² Viittaa tietojenkäsittelyn pioneeriin Alan Turingiin.

²³ Kyseessä on ”too-central-to-fail”-ongelma, josta puhuvat myös Roubini ja Mihm (2010). Tyypillisesti puhutaan ”too-big-to-fail”-ongelmasta, mutta kyseisen ongelman kysymyksenasettelu ei suoraan huomioi pankkien keskinäistä riippuvuutta.

1. Itseorganisoituminen: agentit järjestäytyvät mikrotasolla spontaanisti.
2. Emergenssi: prosessi, joka synnyttää uuden makrotason järjestyksen itseorganisoitumisesta.
3. Kytkeytyneisyys: agentit kytkeytyvät toisiinsa sekä systeemissä että systeemin ulkopuolella.
4. Keskinäinen riippuvaisuus: kytkeytyneisyys tekee agenteista ja systeemeistä toisistaan riippuvaisia. Mitä suurempi kytkeytyneisyys on, sitä suurempi vaikutus agenteilla ja systeemeillä on toisiinsa.
5. Takaisinkytkeytyneisyys: keskinäisestä riippuvaisuudesta syntyvän palauteprosessin kautta negatiivinen takaisinkytkeytyneisyys ylläpitää systeemiä ja positiivinen takaisinkytkeytyneisyys muuttaa systeemiä.
6. Kaukana tasapainosta: positiivinen takaisinkytkeytyneisyys ajaa systeemin pois tasapainosta.
7. Mahdollisuuksien avaruus: kaukana tasapainosta systeemi voi tutkia ja löytää uusia järjestäytymisen muotoja.
8. Rinnakkaisevoluutio: yhden agentin evoluutio riippuu osittain muiden kytkeytyneiden agenttien evoluutiosta.
9. Historiallisuus ja aika: systeemin evoluutioon vaikuttaa muisti aiemmasta kriittisenä hetkenä tapahtuneesta tapahtumasta.
10. Polkuriippuvuus: historiallisuuden, rinnakkaisevoluution ja positiivisen takaisinkytkennän kautta evoluutio ajautuu seuraamaan polkua.

Evolutiivinen näkemys kompleksisista systeemeistä on hyvin yleisluontoinen. CES kuitenkin auttaa avaamaan monia ongelmakohtia rahoitusteoriassa, vaikkakin se jättää ainakin toistaiseksi melko vähän konkreettisia työkaluja rahoitusmarkkinoiden ymmärtämiseksi. Osa siitä on kuitenkin suoraan sovellettavissa aiempiin havaintoihin. Dominoivien strategioiden rajattu määrä voi johtua polkuriippuvuudesta (polkuriippuvuuteenhan viitattiin jo AMH:n yhteydessä). CES selittää myös dynamiikan hinnanmuodostumisen takana, olkoon kyseessä niin kuplan muodostus, fundamentteihin pohjaava hinnoittelu tai markkinaromahdus. Lisäksi CES kuvaa aggregaattien ja mikrostruktuurin keskinäistä vuorovaikutusta. Tasapainon ulkopuolista käyttäytymistä kuvaa hyvin Joseph Schumpeterin (1942) kuvaus kapitalismista ”luovana tuhona”, mikä syntyy yrittäjien innovatiivisuudesta. Innovaatiot rikkovat aina tasapainon, joten tästä voidaan nähdä, kuinka CES antaa mahdollisuuksia kapitalismin dynamiikan hahmottamiseksi.

Peter M. Allen (1997) jaottelee kompleksisuutta kuvaavat mallit kolmeen luokkaan niiden yleisluontoisuuden perusteella eli kuinka paljon niissä on oletuksia. Kaikki mallit ovat yksinkertaistuksia todellisuudesta. Malleista evolutiiviset systeemit ovat kaikkein yleisluontoisimpia,

sillä niissä agentit systeemien sisällä adaptoituvat yksilötasolla, ja täten agenttien piirteet voivat muuttua johtaen muutoksiin makrostruktuurissa. Itseorganisoituvissa dynaamisissa malleissa systeemi adaptoituu kollektiivisesti muuttuviin ulkoisiin olosuhteisiin, eikä tapahdu yksilöllisiä muutoksia. Mekaanisissa malleissa mikrostruktuuri pelkistetään muuttumattomaan aggregaattiin, joten koko systeemin ominaisuudet säilyvät muuttumattomina. Mekaanisten mallien erityistapaus on tasapainomalli, joka on täysin staattinen.

Taulukko 4.1 hahmottaa kompleksisten mallien erot ja auttaa kontekstoimaan paremmin käytettyjen mallien rajoitteet. Malleja ei käytetä välttämättä täysin puhtaasti, vaan ne voivat sisältää piirteitä muista malleista. Lisäksi yleisluontoisemmat mallit sisältävät aina rajatummalla mallit. Mekaaniset mallit ovat perinteisesti olleet käytössä neoklassisen taloustieteen yksinkertaisissa malleissa. Näissä malleissa eksogeeniset shokit muuttavat systeemin asemaa, mutta systeemi itsessään on stabiili. Itseorganisoituvat mallit menevät pidemmälle kuin perinteiset neoklassiset mallit sallien eksogeenisen muutoksen lisäksi endogeenisen muutoksen systeemissä, kuten regiimin vaihtumisen. Evoluutiiviset mallit menevät kaikkein pisimmälle tutkien mikrostruktuurin tasolla agenttien muutosta ja tästä seuraavaa emergoitumista. Filosofisemmalla tasolla todellisuuden kaikki muutos on endogeenistä, eikä eksogeenistä muutosta periaatteessa ole. Todellisuutta ei kuitenkaan voi mallintaa sellaisenaan, joten on käytettävä yksinkertaistuksia todellisuuden analyttiseksi hahmottamiseksi.

Malli	Evolutiivinen	Itseorganisoituva	Mekaaninen	Tasapainotila
Muutoksen potentiaalinen lähde	Ympäristö Systeemi Yksilöt	Ympäristö Systeemi	Ympäristö (eksogeeninen)	Ei muutosta (staattinen)
Oletuksia	Hyvin vähän	Vähän	Paljon	Ei vapausasteita
Struktuuri	Kompleksinen struktuuri	Epävakaa struktuuri	Vakaa struktuuri	Stationaarinen struktuuri
Kompleksisuus	Hyvin kompleksinen	Kompleksinen	Pelkistetty	Itsestään selvä

Taulukko 4.1. Kompleksiset mallit.

Tämä tutkielma on toistaiseksi kulkenut kohti yleisintä mahdollista tasoa. Seuraavaksi perehdytään kaaosteoriaan, joka on kompleksisuusteorian osa-alue, ja samalla aletaan rajaamaan yleisyyden tasoa.

4.2 Attraktorit – järjestys kaaoksesta

Kompleksisissa systeemissä mikroskooppiset tapahtumat ja makroskooppiset rakenteet ovat jatkuvassa vastavuoroisessa epälinearisessa vuorovaikutussuhteessa. Epälinearisuutta voi havainnollistaa seuraavalla esimerkillä epälinearisesta systeemistä ”mustana laatikkona”. Häiriötetään systeemiä lisäämällä x_1 ja tallennetaan systeemin vastaus y_1 . Seuraavaksi häiriötetään systeemiä lisäämällä x_2 ja tallennetaan systeemin vastaus y_2 . Lopuksi häiriötetään systeemiä lisäämällä $(x_1 + x_2)$ ja tallennetaan vastaus y_3 . Lopuksi verrataan $(y_1 + y_2)$ ja y_3 . Jos ne ovat yhtä suuret millä tahansa x_1 tai x_2 , niin systeemi on lineaarinen. Muussa tapauksessa systeemi on epälineaarinen. (Soofi ym. 2014, 6-7.)

Markkinoilla tämä vuorovaikutus tapahtuu informaation muodostumisen ja välittymisen kautta. Uuden informaation välittyminen systeemiin ja systeemissä murtaa systeemin symmetrian ajaen systeemin kauas tasapainosta. Dissipatiiviset systeemit ovat avoimia kaukana tasapainosta toimivia systeemejä. Toisin kuin konservatiiviset systeemit, dissipatiiviset systeemit eivät säilytä siihen tulevaa syötettä vaan hävittävät eli dissipoiivat syötteen. Markkinoiden tapauksessa informaatio dissipoidaan, mikä tarkoittaa historiallisuutta ja toimien peruuttamattomuutta. Tämä johtuu siitä, että markkinoiden rakenne määräytyy ajassa, eikä ajassa voi mennä taaksepäin. Historiallisuus synnyttää determinismisiä dissipatiivisiin systeemeihin. Ajan merkityksellisyys erottaa kompleksiset systeemit perinteisistä lineaarisista systeemeistä. Punaisen ja sinisen maalin sekoituksesta syntyy väistämättä violettiä maalia, eikä muutosta voi enää perua. Osakkeen tapauksessa informaatio on dissipaation myötä välittynyt sen hintaan, eikä hinnanmuutosta voi enää perua. (Mitleton-Kelly 2003.)

Dissipatiivisten systeemien taipumuksena on bifurkaatio (”kahdentuminen”). Bifurkaatio tarkoittaa systeemin käyttäytymisen hajaantumista kahdeksi haaraksi, joskin haarojen väliin voi jäädä lukematon määrä muita mahdollisia vaihtoehtoja. Bifurkaatiot tarjoavat mallin vakaudelle ja epävakaudelle systeemin säätöparametrien muuttuessa. Bifurkaatiopisteet ovat parametriarvoja, missä bifurkaatio tapahtuu. (Strogatz 1994, 44.)

Dissipatiiviset systeemit kykenevät luomaan kaukana tasapainosta uusia tasapainotiloja. Dissipaation myötä syötteen entrooppisesta vaikutuksesta päästään eroon, ja systeemi ei koskaan murru täydellisesti eli se ei koskaan muutu täysin satunnaiseksi. Kompleksisuus mahdollistaa useiden (stabiilien) tasapainopisteiden olemassaolon. Mahdollisuuksien avaruudessa vaihtoehtoista valitaan kuitenkin usein rinnakkainen vaihtoehto. Tämän prosessin kautta positiivinen

takaisinkytkytyneisyys vaikuttaa kytkeytyneisyyden tasoon ja siten systeemin rakenteisiin ja lopulta rinnakkaisevoluutioon. Tämä johtaa polkuriippuvuuteen, mikä luo systeemiin deterministisiä piirteitä. Polkuriippuvuus mahdollistaa nousevien tuottojen kaltaiset ilmiöt. Taloustieteessä oletetaan usein päinvastoin eli negatiivisen takaisinkytkennän nähdään pitävän tuotot laskevin ja markkinoiden nähdään pyrkivän kohti tasapainoa. Tämä saattaa usein pitää paikkansa, mutta tasapainon saavuttaminen voi olla pitkä prosessi. Ennen kuin se saavutetaan, on voinut syntyä jo uusi tasapainopiste tai vaihtoehtoisesti tasapainopiste on jatkuvassa liikkeessä. (Mitleton-Kelly 2003.)

Dissipatiivisuuden myötä systeemi lähestyy faasiavaruudessa rajoitettua joukkoa A , jota kutsutaan attraktoriksi. Faasiavaruus esittää systeemin kaikkia mahdollisia tiloja. Attraktorin allas (engl. basin of attraction) on pisteiden joukko, mistä systeemi etenee annetuista alkuolosuhteista attraktoriksi. Systeemi on tältä osin deterministinen ja systeemin tilaa kuvaa funktio f^t , jossa t kuvaa aikaa ja $t \rightarrow \infty$. Systeemin alkutilassa $t = 0$. Attraktori on joukko faasiavaruuden pisteitä, jotka ovat invariantteja f^t :n virtauksille. Siirtymätilassa systeemin naapuriliikeradat konvergoituvat attraktorin A pistejoukoksi. (Peters 1991, 136-140; Soofi ym. 2014, 6.). Attraktorit jaetaan tyypillisesti neljään eri tyyppiin, vaikkakaan jaot eivät ole yksiselitteisiä. Attraktoreista ainoastaan kiintopiste pätee lineaarisissa systeemeissä, ja muut pätevät epälineaarisissa dynaamisissa systeemeissä:

1. Kiintopiste: Alkutila konvergoituu yhteen pisteeseen eli tasapainotilaan. Jos lineaarinen systeemi ei konvergoitu tasapainotilaan, se ”räjähtää”. Perinteiset neoklassisen taloustieteen tasapainomallit mallintavat ainoastaan tätä attraktorityyppiä.
2. Rajasykli: Alkutila konvergoituu tilojen joukkoon, joissa käydään periodisesti. Geometrisesti rajasykli näyttää suljetulta käyrältä. Esimerkiksi systeemi, jonka liikerata kiertää ympyrän kehää, voi olla tällainen attraktori. Aikasarjan tapauksessa syklit ovat yhtä pitkiä.
3. Kvasiperiodinen sykli: Rajasykli, jonka periodisella liikeradalla on enemmän kuin yksi yhteismitaton frekvenssi. Voidaan puhua myös torus-syklistä. Tyypillinen esimerkki on kahdesta yhteismitattomasta ympyrästä rakentuva kolmiulotteinen rengas eli torus (”donitsi”), jossa toinen ympyrä liikkuu keskipistettään pitkin toisen ympyrän kehällä.
4. Outo ja kaoottinen attraktori: Oudon attraktorin pisteet eivät koskaan toistu ja liikeradat eivät koskaan kohtaa, mutta sekä pisteet että liikeradat pysyvät faasiavaruuden samalla alueella (eli attraktorin rakenne on fraktaalinen). Kaoottisilla attraktoreilla on herkkä riippuvuus alkutilan olosuhteista, joten kaoottista attraktoria voi lähestyä vain tietyistä alkutiloista. Muut alkutilat sen sijaan alkavat työntyä pois attraktorista tietyn etäisyyden saavutettuaan. Nämä kaksi attraktoria esiintyvät usein yhdessä, jolloin halutessa korostaa geometrisia ominaisuuksia

puhutaan oudosta attraktorista ja haluttaessa korostaa kaoottisia ominaisuuksia puhutaan kaoottisesta attraktorista. Tästä johtuen näitä pidetään usein synonyymeinä, vaikka näin ei todellisuudessa ole.²⁴ (Peters 1991, 235; Strogatz 1994, 325; Beker 2014, 210; Soofi ym. 2014, 6.)

Yleisemmin ottaen kaoottisen oudon attraktorin tapauksessa puhutaan kaoottisesta dynamiikasta tai epälinearisesta deterministisestä dynamiikasta. Kaaosteoria tutkii tämän kaltaista determinististä kaaosta. Siinä missä kaaos arkikielessä kuvaa vain epäjärjestystä, kaaoksen käsite kaaosteoriassa kuvaa järjestystä synnyttävää epäjärjestystä. Kaaosteorian tarkempi määritelmä on: ”deterministisissä epälinearisissa systeemeissä esiintyvän epävakaan ei-periodisen käyttäytymisen kvantitatiivinen tutkimus” (Fichter 2010, 67). Kaaosteoria on tutkimusalueena rajatumpi kuin CES (ks. taulukko 4.1). Siinä missä CES keskittyy *agenttien* käyttäytymiseen hyödyntäen esimerkiksi agenttipohjaista mallinnusta, kaaosteoria keskittyy *systeemien* käyttäytymiseen. (Fichter ym. 2010, 67–68.)

Kaaosteorian isä on ranskalainen matemaatikko Henri Poincaré, joka vuonna 1887 tutki fysiikan ”kolmen kappaleen ongelmaa”, eikä kyennyt löytämään siihen analyttistä ratkaisua. Isaac Newton oli perustanut mekaniikan mallinsa kahden kappaleen vuorovaikutukselle, jolle oli löydettävissä ”siisti” analyttinen ratkaisu. Sen sijaan kolmen tai useamman kappaleen tapauksessa ratkaisu on löydettävissä vain numeerisesti. Kaikkein tärkeimpänä seikkana Poincaré havaitsi, kuinka pienikin muutos alkuarvoissa voi muuttaa dramaattisesti kappaleiden liikettä. Herkkyys alkutilalle (engl. sensitivity on initial conditions) onkin kaaoksen klassinen määritelmä. (Diacu & Holmes 1996.)

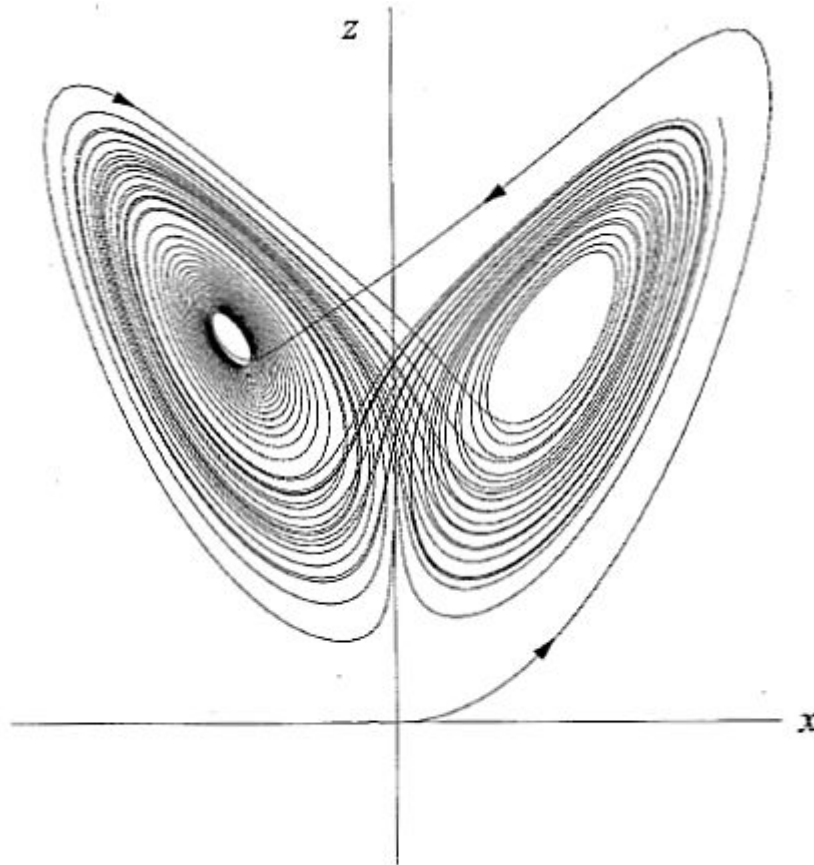
Herkkyyttä alkutilalle mitataan perinteisesti (suurimmalla positiivisella) Lyapunovin eksponentilla.²⁵ Lyapunovin eksponentti mittaa, kuinka nopeasti lähekkäin olevat kiertoradat etäännyvät toisistaan faasiavaruudessa. Jokaiselle faasiavaruuden dimensiolle on olemassa yksi Lyapunovin eksponentti, mutta tyypillisesti viitataan suurimpaan Lyapunovin eksponenttiin. Positiivinen Lyapunovin eksponentti mittaa venyvyyttä faasiavaruudessa eli kuinka nopeasti lähekkäin olevat pisteet etäännyvät toisistaan. Negatiivinen Lyapunovin eksponentti mittaa vastaavasti supistuvuutta faasiavaruudessa eli kuinka kauan kestää (kierrosten lukumäärä tai aika), että systeemi vakiinnuttaa itsensä uudelleen häiriön synnyn jälkeen. (Peters 1991, 147.)

²⁴ Mm. Starrett (2012) esittää kaoottisen attraktorin, joka ei kuitenkaan ole outo attraktori.

²⁵ $L_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \left(\frac{p_i(t)}{p_i(0)} \right)$, missä i on dimensio ja $p_i(t)$ on sijainti dimensiossa i ajassa t (Peters 1994, 240).

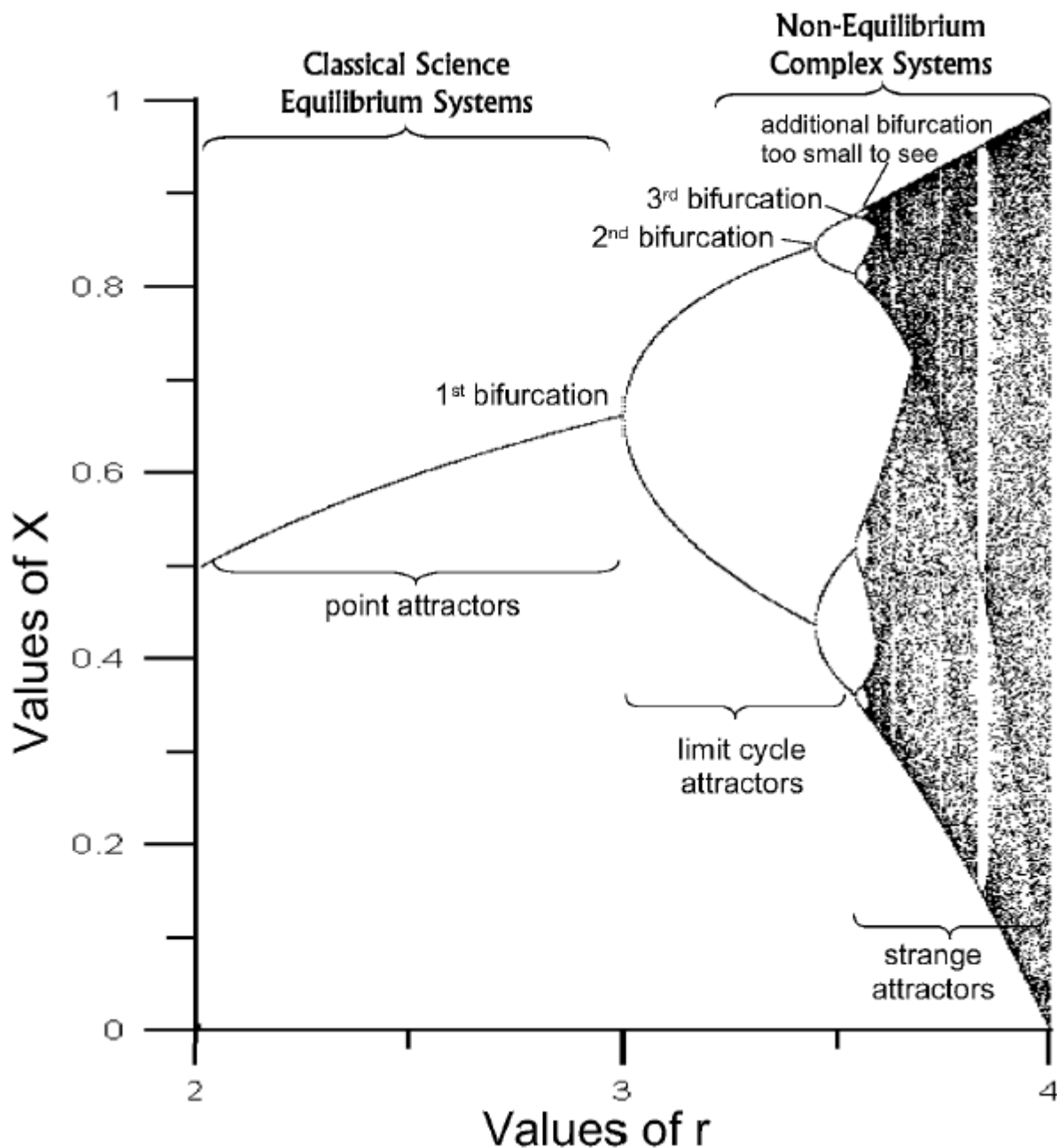
Lyapunovin eksponentti mahdollistaa attraktorien luokittelun. Esimerkiksi kolmiulotteisella kiintopisteattraktorilla on kolme negatiivista Lyapunovin eksponenttia $(-, -, -)$, sillä se palaa aina määrättyyn pisteeseen. Kolmiulotteisella rajasykliattraktorilla on kaksi negatiivista eksponenttia ja yksi eksponentti arvoltaan nolla $(0, -, -)$. Täten sillä on kaksi dimensiota, jotka konvergoituvat toisiinsa ja yksi dimensio, jossa ei tapahdu muutosta suhteellisessa sijainnissa, mistä syntyy rajasyklin suljettu liikerata. Kolmiulotteisella oudolla kaoottisella attraktorilla on yksi positiivinen eksponentti, yksi negatiivinen eksponentti ja yksi eksponentti arvoltaan nolla $(+, 0, -)$. Positiivinen eksponentti tekee oudosta kaoottisesta attraktorista kaoottisen eli pienet muutokset attraktorin alkuarvoissa muuttavat ennusteita attraktorin käyttäytymisestä. Negatiivinen eksponentti tekee oudosta kaoottisesta attraktorista oudon, sillä etäännyvät pisteet pysyvät vaihteluvälin sisällä. Oudon kaoottisen attraktorin tasapaino määritellään siten, kuinka kauas pisteet voivat etäännyä, ennen kuin ne palaavat takaisin mielekkäälle etäisyydelle. Esimerkiksi rahoitusmarkkinoilla sentimentti (tekninen informaatio) venyttää hintaa, mutta fundamentit palauttavat hinnan takaisin mielekkäälle tasolle. (Peters 1991, 147.)

Klassisin esimerkki kaoottisesta oudosta attraktorista on Lorenzin attraktori. Kuvion 4.1 faasidiagrammista nähdään, kuinka Lorenzin systeemin liikerata alkaa origosta, heilahtaa ylös oikealle ja sukeltaa keskelle kohti vasemmalla olevaa spiraalia. Tämän jälkeen liikerata ulkonee spiraalista hitaasti, kunnes se sinkoaa takaisin oikealle tehden muutaman kierroksen ja jälleen sinkoaa vasemmalle tehden siellä kierroksia. Tämä kiertoliike toistuu loputtomasti kuitenkin siten, että sama liikerata ei toistu (Strogatz 1994, 319). Lorenzin attraktori havainnollistaa, kuinka kaoottista outoa attraktoria ei voi sijoittaa perinteisten geometrinen objektien tai yksinkertaisten aikasarjojen piiriin. Esimerkiksi täysin deterministinen ja täysin satunnainen aikasarja ovat helposti ymmärrettävissä. Kaoottisen oudon attraktorin käyttäytyminen on paljon kompleksisempaa ja täten myös erittäin mielenkiintoista. Esimerkiksi Lorenzin attraktorin käyttäytyminen voi sen saamien yksittäisten arvojen perusteella vaikuttaa satunnaiselta, mutta visuaalisessa muodossa on helppo havaita säännönmukaisuus, jota kokonaisuus noudattaa.



Kuvio 4.1. Lorenzin attraktori kaksiulotteisessa faasiavaruudessa (attraktori itsessään on kolmiulotteinen) (Strogatz 1994, 319).

Matemaatikko ja meteorologi Edward Lorenz kuvasi tämän systeemin ensimmäisen kerran vuonna 1963 artikkelissaan *Deterministic Nonlinear Flow*. Artikkelin nimi kuvaakin erinomaisesti tämän systeemin käyttäytymistä. Lorenzista tuli työnsä myötä alan pioneeri ja kaaosteorian tärkein tutkija sitten Poincarén. Yleiseen kuuluisuuteen Lorenz nousi esittämänsä perhosvaikutusesimerkin kautta, jossa hän kysyi, voiko perhosen siivenisku Brasiliassa aikaansaada tornadon Teksasissa. Lorenzin attraktoria on tästä johtuen kutsuttu joskus ”perhosen siiviksi”. Perhosesimerkki havainnollistaa systeemin herkkää riippuvuutta alkutilan arvoista: pienikin muutos alkutilan arvoissa voi saada aikaan merkittävän muutoksen lopputulemassa eli systeemi on epävakaata pienillekin häiriöille. Muutos parametrin desimaalin miljoonasosassa voi aiheuttaa dramaattisen muutoksen. Yhden lumihiihtaleen putoaminen lumikasaan voi työntää liikkeelle lumivyöryn, vaikka on mahdoton tietää, mikä lumihiihtaleista sen aiheutti. Vastaavasti on mahdoton tietää, mikä myyntitoimeksianto laukaisee markkinaromahduksen, joten on tärkeää keskittyä systeemin tilaan sen sijaan, että etsisi häiriön laukaisevaa tekijää.



Kuvio 4.2. Logistisen yhtälön bifurkaatiokaavio ja siinä esiintyvät attraktorit (Fichter ym. 2010, 72).

Bifurkaation ja attraktorin käsitteet auttavat hahmottamaan systeemin käyttäytymisen muutosta. Bifurkaatiota kuvataan tyypillisesti bifurkaatiokaaviolla. Kuvion 4.2 bifurkaatiokaavio kuvaa logistisen yhtälön käyttäytymisen muutosta. Logistinen yhtälö²⁶ on differenssiyhtälö, mikä kuvaa yksiulotteista epälineaarista palautesysteemiä. Logistista yhtälöä käytetään tyypillisesti diskreettien

²⁶ $X_t = r * X_{t-1} * (1 - X_{t-1})$, $0 < X < 1$ (Peters 1994, 96).

kasvuprosessien mallintamiseen. Esimerkki systeemistä, joka käyttäytyy logistista yhtälöä seuraten, on äänentoistolaitteisto. Jos mikrofoni laitetaan matalalle volyymille asetetun kaiuttimen viereen, voidaan kuulla matalaa huminaa. Jos kaiuttimen volyymia nostetaan, systeemi yhtäkkiä vaihtelee kahden äänen välillä. Volyymin nostamisen jatkaminen synnyttää lisää bifurkaatioita, kunnes kriittisellä tasolla ääni muuttuu ”kaoottiseksi”. (Peters 1991, 124–125.)

Kaavion ensimmäisessä vaiheessa systeemi on vakaa ja sillä on vain yksi tasapainopiste eli se seuraa kiintopisteattraktoria. Kun kasvunopeus $r \approx 3$, systeemi saapuu kriittiseen pisteeseen ja kaaviossa tapahtuu ensimmäinen bifurkaatio. Tämän jälkeen systeemillä on kaksi tasapainopistettä, kunnes tapahtuu jälleen bifurkaatio, jolloin tasapainopisteiden määrä kaksinkertaistuu. Systeemi alkaa silloin seurata rajasykliattraktoria ja tätä tapahtuu, kunnes $r \approx 3,5$. Tämän jälkeen bifurkaatiosta avautuu mahdollisuuksien avaruus, jossa on äärettömästi vaihtoehtoja ja systeemi ajautuu satunnaisuuteen. Tällä kaoottisella alueella systeemi kuitenkin aina ajoittain stabiloit itsensä. Tämä näkyy kuviossa mustan kohinan seassa olevina valkoisina pystyviivoina, jotka ovat puolivakaita alueita. Vaikka systeemin käyttäytymisessä on satunnaisuutta, kaaos on determinististä eli systeemi seuraa kaoottista outoa attraktoria. (Fichter 2010, 72.)

Matalilla r :n arvoilla systeemi on konservatiivinen ja hakeutuu tasapainoon, mutta r :n kasvaessa systeemi dissipoi yhä enemmän siihen tulevaa syötettä kuten informaatiota. Kun r kasvaa tietyn rajan yli, ainoastaan kaoottinen outo attraktori on riittävän epävakaata dissipoiimaan systeemiin tulevan syötteen, mutta ei kuitenkaan niin epävakaata, että systeemi räjähtäisi. Systeemin määrittävä piirre on se, että mitä suuremman arvon r saa, sitä epävakaammaksi systeemi muuttuu. Tämä on tärkeä havainto, sillä muutosta (eli bifurkaatiota) edeltää kasvava epävakaaus. Perhosvaikutus ei voi toteutua kaikissa systeemin tiloissa, vaan systeemin on ajaututtava ”kaaoksen reunalle” (engl. edge of chaos). Vaikka lumivyöryn aiheuttavaa lumihuutaletta on mahdotonta tunnistaa, havainto kasvavasta epävakaudesta antaa toivoa mahdollisuudesta pystyä tunnistamaan systeemin tila ja täten varautua paremmin katastrofeihin. Toinen mielenkiintoinen piirre on se, että kriittiset pisteet, joissa bifurkaatiot tapahtuvat, tulevat jokaisen bifurkaation jälkeen lähemmäksi ja lähemmäksi arvon r kasvaessa. Tämä muutosnopeus on ennalta määrätty eli systeemi etenee järjestyksestä epäjärjestykseen ”järjestyksessä”. Mitchell Feigenbaum löysi tämän ilmiön vuonna 1982 ja samana vuonna Oscar Lanford osoitti muutosnopeuden olevan vakio ja pätevän universaalisti kaikissa parabolisissa²⁷ epälineaarisisissa systeemeissä. Feigenbaumin vakion arvo on 4,6692... ja sen

²⁷ Paraabelin muotoisissa, mikä viittaa tässä tapauksessa periodin kaksinkertaistavien bifurkaatioiden muotoon (Fichter 2010, 75).

merkintään käytetään kirjainta F. (Peters 1991, 126.) Markkinoihin sovellettuna kriisiä edeltävät markkinaheilahtelut tulevat suuremmiksi ja suuremmiksi, mikä havaittiin ennen vuosien 2007–2009 finanssikriisiä Dow Jones Industrial Average -indeksissä. (Fichter 2010, 75.)

Aikasarjat, jotka kuvaavat kaoottista outoa attraktoria, näyttävät stokastisilta, vaikka ne ovat osin deterministisiä. Tämä on tärkeä havainto, sillä se asettaa uuteen valoon useat tutkimukset, joissa rahoitusmarkkinoiden on nähty noudattavan satunnaiskulkua. Havainto satunnaiskulusta on usein voinut olla oikea, mutta sen alla on voinut piillä myös deterministisyyttä. Esimerkiksi Sengupta & Sfeir (1996) esittivät löytäneensä tukea sille, että valuuttakurssit noudattavat satunnaiskulkua, mutta he eivät pystyneet rajaamaan ulos kaoottisen käyttäytymisen mahdollisuutta. Toisaalta EMH voi saada tästä tukea. Klassinen newtonilainen determinismi perustuu syy-seuraussuhteiden hahmottamiseen. Tälle kausaaliteettiin pohjaavalle ajattelutavalle on keskeistä se, että jos kaikki muuttujat tunnetaan, niin on mahdollista ennustaa systeemin käyttäytyminen. Vaikka kaikki muuttujat tunnettaisiin, niin kompleksisuuden kontekstissa deterministisyys ei kuitenkaan välttämättä tarkoita ennustettavuutta, joten EMH pätee tässä mielessä.

4.3 Fraktaalit – kaaoksen geometria

Puolalais-ranskalainen matemaatikko Benoît Mandelbrot on jo aiemmin mainittu tässä tutkielmassa puuvillan hintojen vaihtelua koskeneesta tutkimuksestaan vuodelta 1963.²⁸ Tutkimus on osa Mandelbrotin monitieteellistä elämäntyötä, mikä keskittyy fraktaaligeometrian ympärille. Fraktaaligeometrian tutkimus edeltää Mandelbrotia, mutta Mandelbrot on fraktaaligeometrian merkittävin nimi. Mandelbrot keksi termin fraktaali, sovelsi fraktaaligeometriaa monitieteellisesti ja vei tutkimuksen tietokoneaikakaudelle IBM:n laboratoriossa työskennellessään. (Mandelbrot 2004.)

Mandelbrot johti termin fraktaali latinan sanasta ”*fractus*”, jonka verbimuoto on ”*frangere*”. Suomeksi *frangere* tarkoittaa hajottamista tai tarkemmin ”*epäsäännöllisten* palojen luomista”. Fraktaalit ovat geometrinen objektien perhe, johon kuuluu mitä moninaisimpia ”rosoisia” objekteja. Rosoisuus erottaa fraktaaligeometrian ”idealisisesta” euklidisesta geometriasta, jonka objekteja ei voi havainnoida luonnossa sellaisinaan. (Mandelbrot 1983, 3-4.) Euklidisia objekteja ovat esimerkiksi tason muodot kolmio, neliö ja ympyrä sekä näitä vastaavat objektit avaruudessa. Toisaalta

²⁸ Sattumalta myös Lorenz julkaisi kuuluisan paperinsa samana vuonna.

Mandelbrotin esitys siitä, että fraktaalit olisivat ”luonnon geometria” tai edes geometrisia objekteja, on kyseenalaistettu. Fraktaalit voi pikemminkin nähdä geometrisina prosesseina, joista voi olla hyötyä approksimoinnissa (Shenker 1994). Toisaalta tämä kritiikki voi olla triviaalia, sillä fyysinen olomuoto asettaa rajansa luonnosta löytyville objekteille ja fraktaalisuus voi päteä hyvin valitulla skaalalla. Oli miten oli, tällä debatilla ei kuitenkaan ole väliä markkinoiden tutkimuksen kannalta. Aiemmin opitun perusteella markkinat ovat prosessi, eivätkä niinkään tila, ja epävarmuutta käsittelevät työkalut eivät voi koskaan saavuttaa eksaktia tarkkuutta.

Fraktaali on kompleksinen objekti ja terminä yleisluontoinen, eikä sille ole ainakaan toistaiseksi kaiken kattavaa matemaattista määritelmää. Sen sijaa on mahdollista listata ominaisuuksia, jotka ovat kaikille fraktaaleille yhteisiä. Muillakin kuin fraktaaleilla voi olla näitä ominaisuuksia, mutta ne ovat useimmiten triviaaleja. (Falconer 1990, xx.)

Joukko E euklidisessa avaruudessa on fraktaali, jos sillä on useimmat tai kaikki seuraavista ominaisuuksista (Falconer 1997, xi):

1. Hienorakenteisuus: epäsäännöllisiä yksityiskohtia mielivaltaisen pienillä skaaloilla.
2. Liika epäsäännöllisyys: perinteiset menetelmät eivät kykene kuvaamaan fraktaalia niin lokaalisti kuin globaalistikaan.
3. Itseyhtäläisyys: usein jonkinasteinen itseyhtäläisyys mahdollisesti approksimatiivisessa tai tilastollisessa mielessä.
4. Fraktaalidimension suuruus: jollain tavalla määritelty fraktaalidimensio²⁹ on yleensä suurempi kuin joukon vastaava topologinen dimensio.³⁰
5. Yksinkertaisuus: fraktaalien määritelmä on usein hyvin yksinkertainen ja mahdollisesti rekursiivinen.
6. Fraktaalien ulkonäkö on usein ”luonnollinen”.

Intuitiivisemmin esitettynä fraktaalit ovat yksinkertaisista säännöistä generoituja äärettömän paljon yksityiskohtia sisältäviä objekteja. Tietokonegrafiikka mahdollistaa visuaalisesti hyvinkin näyttävien fraktaalien renderoinnin. Mandelbrotin (1983, 1) mukaan käyttökelpoisimmat fraktaalit sisältävät

²⁹ Fraktaalidimension tarkempi määritelmä esitellään myöhemmin. Mandelbrot ehdotti fraktaalidimensioksi alun perin Hausdorffin dimensiota, mutta se ei ole pystynyt kattamaan kaikkia fraktaaleja (Falconer 1990, xx).

³⁰ Topologista dimensiota ei määritellä tässä tutkielmassa tarkemmin muuten kuin toteamalla, että topologinen dimensio koostuu kokonaisluvuista (Falconer 1990, xx).

satunnaisuutta.

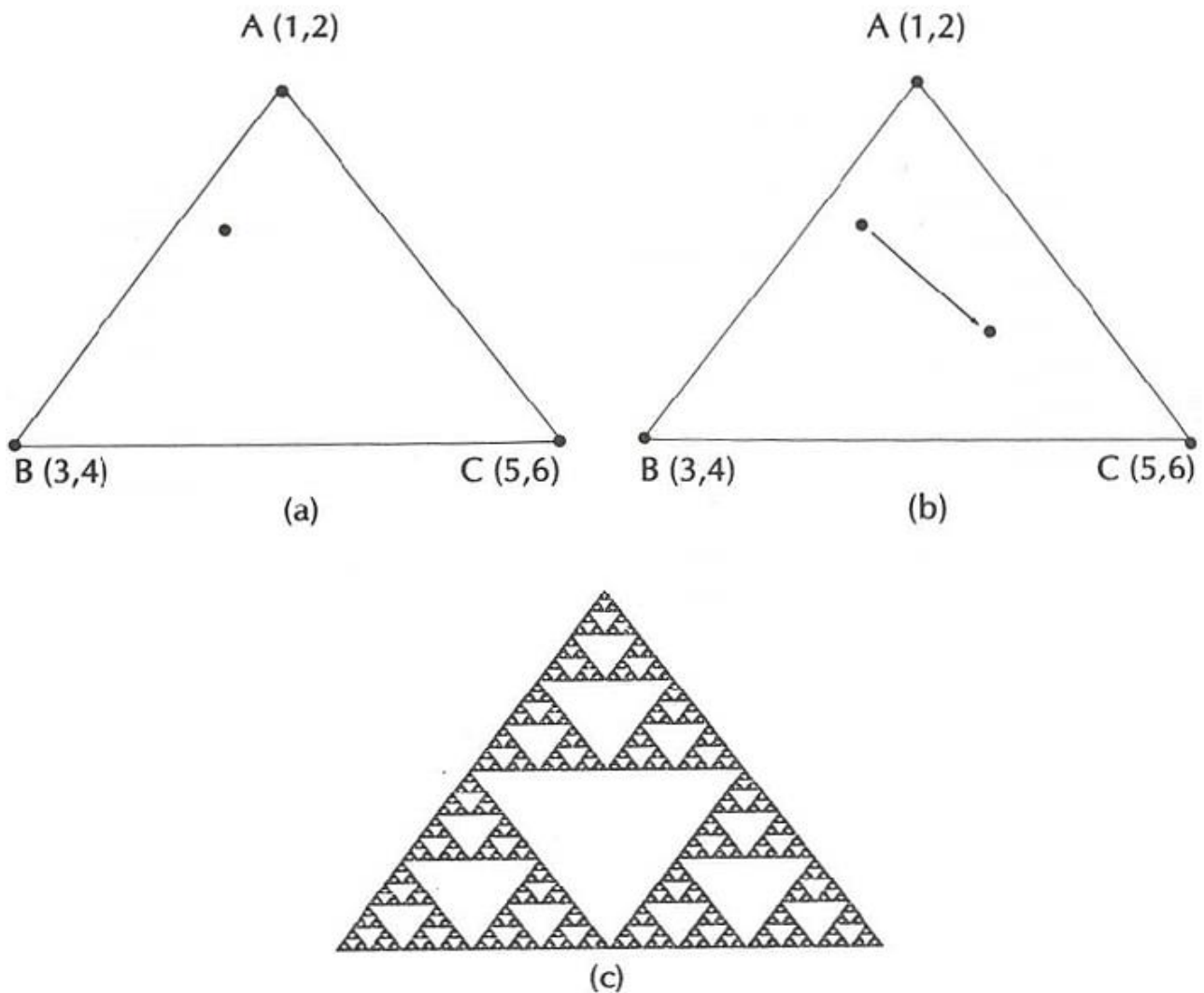
Itseyhtäläisyys tai itsesimilaarisuus (engl. self-similarity) on fraktaalien ominaisuuksista yksi tärkeimpiä, vaikkakaan se ei määritä kaikkia fraktaaleja. Itseyhtäläisyyttä saatetaan pitää jopa fraktaalien ”synonyymina”, vaikka todellisuudessa näin ei ole (Mandelbrot 1985, 436). Itseyhtäläisyys on rajatumpi tapaus itsesukuisuudesta (engl. self-affinity) ja tämän kappaleen jälkeen viitataan pääsääntöisesti yleisluontoisempaan itsesukuisuuteen.³¹ Saksalainen matemaatikko ja yleisnero Gottfried Leibniz tunsi itseyhtäläisyyden jo 1700-luvulla esittäessään suoran viivan olevan käyrä, minkä kaikki osat ovat yhtäläisiä kokonaisuuden kanssa, ja kaikista joukoista vain suoralla viivalla on tämä ominaisuus. (Mandelbrot 1983, 419.) Tiukasti tulkittuna itseyhtäläisyys tarkoittaa kokonaisuuden olevan täsmälleen osiensa kaltainen. Luonnossa esiintyvät fraktaalit ovat kuitenkin usein satunnaisia. Satunnaisfraktaalit koostuvat yhdistelmistä generoivia sääntöjä, jotka valitaan satunnaisesti eri skaaloilla. Satunnaisfraktaalien haarojen halkaisijat skaalautuvat noudattaen keskimäärin eksponentiaalista potenssilakia. Tällä on adaptiivinen merkitys. Jos jokin haara epäonnistuu, suuremmat skaalat ovat vielä olemassa ja kompensoivat tätä menetystä. (Peters 1991, 51.) Myöskään rahoitusaikasarjoissa tiukasti tulkittu itseyhtäläisyys ei ole käytännössä mahdollista. Jatkossa itseyhtäläisyyteen viitataan pääsääntöisesti tilastollisesti jakaumamielessä. Satunnaisfraktaalien ominaisuuksia havainnollistaa erinomaisesti Michael Barnsleyn vuonna 1988 esittelemä ”kaaospeli” kuviossa 4.3.

Kaaospelistä on useita eri muotoja. Kuvion 4.3 kaaospeli muodostaa lopulta Sierpinskiin kolmion, joka on tunnettu symmetrinen³² fraktaali, joka pitää sisällään äärettömän määrän kolmioita. Tämä kaaospeli etenee seuraavissa vaiheissa (Peters 1994, 11):

- a) Piirretään tasasivuisen kolmion sisälle tai kolmion reunaan satunnaisesti valittuun kohtaan piste ja numeroidaan kolmion kulmat.
- b) Heitetään harhatonta noppaa ja siirrytään nopan silmäluvulla puoliväliin numeroitua kulmaa kohti, mikä on esimerkin tapauksessa joko 5 tai 6.
- c) Toistetaan edellinen kohta 10 000 kertaa, kunnes Sierpinskiin kolmio on valmis.

³¹ Itseyhtäläisyys ja itsesukuisuus sekoitetaan lähes aina keskenään ja niitä pidetään synonyymeinä (ks. Mandelbrot 1997, 149–151). Termien erojen ymmärtämiseen auttaa monofraktaalien ja multifraktaalien eron ymmärtäminen, jotka määritellään luvussa 4.5.

³² Symmetrisyys toteutuu sekä itseyhtäläisyyden että rotaation kautta (120 astetta kolmion keskustan suhteen) (Field & Golubitsky 2009, 160–161)

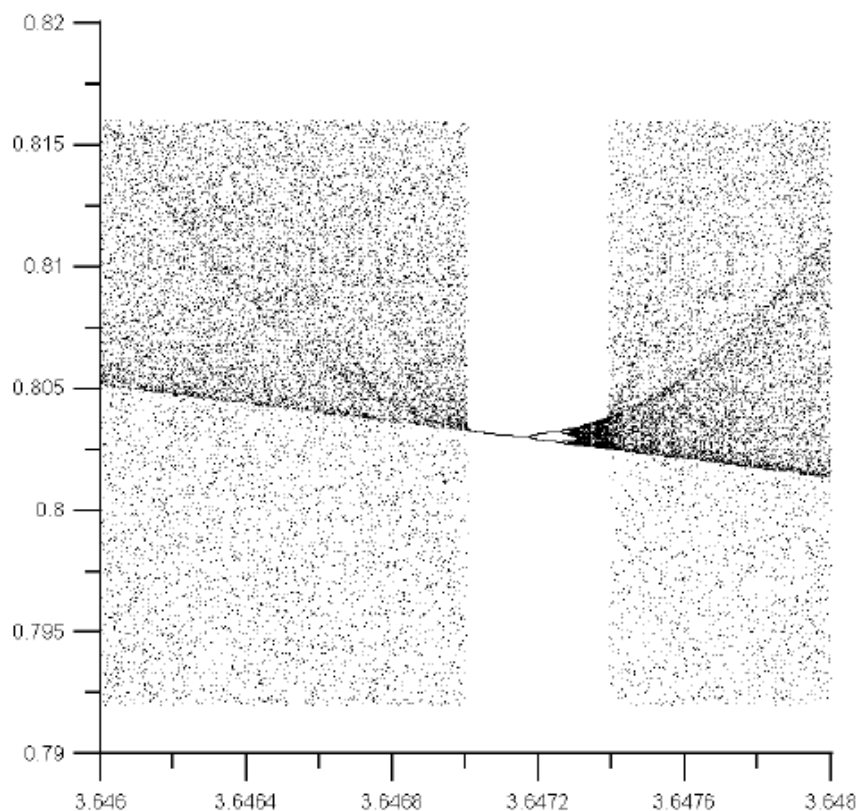


Kuvio 4.3. Kaaospeli (Peters 1991, 52).

Tässä kaaospelissä on kaksi satunnaiselementtiä: aloituspiste ja nopanheitto. Kaaospeli johtaa aina Sierpinskiin kolmioon, vaikka reitti määräytyy satunnaisesti aloituspisteen ja nopan heittojen perusteella. Reitti ei kuitenkaan voi kulkea mistä tahansa, sillä jokainen iteraatio on riippuvainen edeltäneestä iteraatiosta. Lisäksi kolmion tyhjien alueiden todennäköisyys kuulua reitille on nolla, vaikka kolmio sisältää äärettömän määrän vaihtoehtoja, joskin äärellisessä rakenteessa. Kolmion rakenne on attraktori, mihin päädytään mistä tahansa vaihtoehdosta. Satunnaisuus muodostaa lopulta deterministisen rakenteen. Fraktaali, tässä tapauksessa Sierpinskiin kolmio, on generoivan säännön attraktori. Sierpinskiin kolmiossa esiintyvät lokaali satunnaisuus ja globaali determinismi ovat ominaista satunnaisfraktaaleille. (Peters 1991, 52–53.)

Lokaali satunnaisuus ja globaali determinismi toteutuvat hyvin monenlaisissa ilmiöissä.

Meteorologiassa sään ennustaminen on helppoa, jos mittakaavana on vuodenaika: kesällä on lämpimämpää ja talvella kylmempää. Sääolosuhteet seuraavat deterministisesti vuodenaikoja. Sen sijaan seuraavan viikon sään ennustaminen voi olla erittäin vaikeaa, sillä satunnaisuus vaikuttaa siihen huomattavasti enemmän. Fraktaalit esiintyvät luonnossa monessa muussakin tapauksessa, esimerkiksi puiden muodot noudattavat fraktaaleja. Kaukaa katsottaessa jokainen kuusi on ”samannäköinen” eli kuusta ei voi erehtyä luulemaan toiseksi puuksi (globaali determinismi). Kuitenkin läheltä katsottaessa kuusen oksat haarautuvat mitä erinäisimmin tavoin kohti pienempiä ja pienempiä mittakaavoja (lokaali satunnaisuus), mutta tästä huolimatta kuusi kasvaa muodoltaan aina ”kuusen näköiseksi”. Itsesukuisuuden voi nähdä pätevän myös rahoitusaikasarjojen tapauksessa, sillä oli skaala mikä tahansa, silmällä katsoen kaikki rahoitusaikasarjat ovat toistensa näköisiä. Yhden päivän kaupat sisältävä rahoitusaikasarja ei ulkonäkönsä puolesta poikkea yhden kuukauden, vuoden tai vuosisadan rahoitusaikasarjasta, mikäli havaintojen tiheys on riittävä. Itsesukuisuus on nähtävissä silmällä, mutta ennen kaikkea se toteutuu tilastollisessa mielessä.



Kuvio 4.4. Zoomattu yksityiskohta kuvion 4.2 bifurkaatiokaavion kaaottiselta alueelta (Fichter ym. 2010, 73).

Itsesukuisuus kuvaa kompleksisten systeemien käyttäytymistä yleisesti. Esimerkiksi kuvion 4.2 bifurkaatiokaavio on itsesukuinen. Kuvio 4.4 on zoomattu yksityiskohta kuviossa 4.2 kuvatun logistisen yhtälön bifurkaatiokaavion kaoottiselta alueelta. Valkoisella alueella kuvattu systeemin mikrotason käyttäytyminen on itsesukuinen bifurkaatiokaavion makrotason käyttäytymisen kanssa. Mustien alueiden lokaali satunnaisuus ei hävitä itsesukuista rakennetta, vaan rakenne toistuu systeemin stabiloituessa. Fraktaalien oli jo nähty seuraavan attraktoreita kaaospelin yhteydessä, joten tämän havainnon myötä bifurkaatiot voidaan kytkeä fraktaaleihin ja näin saadaan täydennettyä linkkiä fraktaalien ja kaaosteorian välille.

Tärkeä käsite fraktaalien syvemmissä ymmärtämisessä on fraktaalidimension käsite, johon on jo aiemmin tässä tutkielmassa viitattu. Sierpinskiin kolmio auttaa tämänkin käsitteen ymmärtämisessä. Dimensio on minimimäärä koordinaatteja, mitä tarvitaan kuvaamaan joukon jokaista pistettä (Strogatz 1994, 404). Sierpinskiin kolmion ulottuvuus ei ole nolla, koska se ei ole piste. Sierpinskiin kolmio ei ole yksiulotteinen, koska se ei ole viiva. Toisaalta se ei ole kaksiulotteinenkaan, koska se ei ole kolmio, vaan sisältää aukkoja. Se on enemmän kuin viiva, mutta vähemmän kuin taso. Sierpinskiin kolmion ulottuvuus on yhden ja kahden välissä: ulottuvuus on 1,58. Tämä on fraktaalidimensio, koska se ei ole kokonaisluku, ja tämä erottaa fraktaalidimension topologisesta dimensiosta. (Peters 1991, 49.)³³ Euklidiseen geometriaan verrattuna fraktaaligeometria avaa täysin uuden maailman. Siinä missä euklidisen geometrian objektien dimensiot rajoittuvat kokonaislukuihin, niin fraktaaligeometria sisältää äärettömän määrän objekteja kokonaislukujen välissä. Ei ole mikään ihme, että euklidisia objekteja ei ole luonnossa. Jotta kivi voisi olla euklidinen kolmiulotteinen objekti, äärettömän³⁴ määrän vettä tulisi hioa se kaikilta puolilta yhtäläisesti sileäksi. Vaikka kiveä arkikielessä pidetään usein kolmiulotteisena objektina, todellisuudessa kiven ulottuvuus on väistämättä kahden ja kolmen välissä, vaikka se sijaitsee kolmiulotteisessa avaruudessa. (Peters 1991, 56.)

Aikasarja on satunnainen vain, jos siihen vaikuttaa suuri määrä tapahtumia, joiden todennäköisyys tapahtua on yhtä suuri. Ei-satunnaiset aikasarjat sen sijaan heijastavat vaikuttavien tapahtumiensa ei-satunnaista luonnetta eli ne sisältävät painotuksia, kuten arvojen klusteroitumista. Tällaiset aikasarjat ovat ”fraktaalisia”. Ainoastaan täysin satunnaiset aikasarjat voivat olla (tilastollisesti) kaksiulotteisia. Fraktaaliset aikasarjat säilyttävät rakenteensa fraktaalidimensiotaan suuremmissa ulottuvuuksissa.

³³ Mutta kuten mainittua, fraktaalit voivat olla mahdollisia myös topologisessa dimensiossa. Fraktaalidimensioon kuitenkin pääsääntöisesti viitataan rationaalilukumerkityksessä.

³⁴ Todennäköisyysjakauman tapauksessa ääretön määrä vapausasteita.

Kun valkoinen kohina siirretään suurempaan ulottuvuuteen, se leviää samalla tavalla, kuten kaasu täyttää volyymin. Fraktaaliset aikasarjat sisältävät korrelaatioita, mitkä tekevät niistä ”jäykkiä”. Täten ne eivät kiinteiden objektien tapaan leviä siirtyessään suurempaan ulottuvuuteen. Esimerkiksi Sierpinskiin kolmion jokainen iteraatio korreloi edellisen iteraation kanssa ulottuvuuden kasvaessa. (Peters 1991, 56–57.)

Fraktaalidimensio mittaa rosoisuutta eli fraktaalidimensio kertoo, kuinka objekti tai aikasarja täyttää avaruuden, jossa se sijaitsee. Dimension voi laskea monilla eri tavoin, mutta kaikki laskutavat pyrkivät selvittämään fraktaalimuodon volyymin tai pinta-alan ja kuinka se skaalautuu volyymin tai pinta-alan kasvaessa. Kuuluista fraktaalidimensioita kuvaava esimerkki on Mandelbrotin aikoinaan esittämä kysymys siitä, kuinka pitkä on Iso-Britannian rantaviiva. Mandelbrotin mukaan rantaviivan pituutta ei voi koskaan laskea, koska se riippuu käytetyn viivaimen pituudesta. Esimerkiksi Iso-Britannian rantaviivan fraktaalidimensio on 1,30 ja Norjan rantaviivan fraktaalidimensio on 1,52. Täten Norjan rantaviiva on rosoisempi kuin Iso-Britannian rantaviiva, koska sen arvo on lähempänä arvoa kaksi. (Peters 1991, 57–58.)

Fraktaalidimension käsite antaa rahoitusaikasarjoihin uuden ymmärryksen. Kahdella aikasarjalla voi olla sama keskihajonta, mutta täysin eri tuotot ja fraktaalidimensiot. Täten aikasarjat käyttäytyvät eri tavalla, eikä keskihajonta voi tällaisessa tapauksessa olla käypä riskin mitta verrattaessa kahta arvopaperia. Keskihajonta voi olla riskin mitta vain, jos aikasarja noudattaa normaalijakaumaa. (Peters 1991, 59–60.) Ajatus siitä, että tuotto ja riski kulkevat käsi kädessä, on modernin rahoituksen perusajatus. Tämä ei kuitenkaan välttämättä pidä paikkaansa. Ainakaan tuotto ja keskihajonta eivät välttämättä kulje käsi kädessä. Markowitz (1959, 194) totesikin, että varianssi on huonompi riskin mitta kuin keskiarvoa alhaisempien hintojen heilahtelua mittaava semivarianssi. Jensen ym. (1972) havaitsivat, kuinka tuotto on korkeampi matalan betan osakkeilla ja matalampi korkean betan osakkeilla toisin kuin varianssiin pohjautuva CAP-malli ennustaa (ks. luku 2.1.3). Fama ja French (1992) päätyvät kuuluisassa paperissaan myös tulokseen, jonka mukaan beta ei ole yhteydessä tuottoihin kuten CAP-malli ennustaa.

Fraktaalidimensio auttaa ymmärtämään, että ei ole olemassa objektia tai tapahtumaa, mikä olisi tyypillinen, keskiarvoinen tai ”normaali”. Tämä on tärkeää todennäköisyysjakaumien tapauksessa. EMH:n kritiikin yhteydessä viitattiin, kuinka rahoitusaikasarjat eivät ole normaalijakautuneita. Normaalijakauma sopii erinomaisesti ihmisen pituuden kaltaisten staattisten suureiden kuvaamiseen, sillä ne eivät ole kytköksissä palauteprosessiin. Ihmisen pituudelle on käytännöllisesti katsoen

olemassa katto ja lattia. Sen sijaan varallisuuden kaltaiset muuttujat ovat kytköksissä palauteprosessiin. Varallisuus voi kasvaa periaatteessa äärettömästi, sillä menestys ruokkii menestystä eli tapahtumat korreloivat.³⁵ Tähän liittyy niin sanottu Lindy-efekti, jonka mukaan esimerkiksi TV-esiintyjän jokainen esiintymiskerta lisää todennäköisyyttä esiintyä TV:ssä myös jatkossa (Mandelbrot 1997, 30). Tulonjaon tapauksessa italialainen ekonomisti Vilfredo Pareto havaitsi tämän ensimmäisenä vuonna 1896, kun hän huomasi 20 % Italian väestöstä omistavan 80 % Italian maa-alasta. Tämä mukaan on nimetty Pareton laki, jonka mukaan henkilökohtaisen tulon frekvenssijakauma on skaalautuva. Skaalautuvaa jakaumaa kutsutaan myös potenssilakiseksi jakaumaksi. Varallisuuden jakautumista kuvaavilla jakaumilla voi olla ääretön varianssi. Täten tietyn rajan ylitettyään varallisuus voi lähestyä ääretöntä eli se skaalautuu potenssilakisesti. Ylityskohtiin on aiemmin viitattu bifurkaatioiden tapauksessa, mutta tällöin ei ole huomioitu muutoksen skaalaa. Lisäksi on huomioitava, että ääretön on terminä ”äärettömän” rantaviivan kaltainen hyödyllinen ja havainnollistava yksinkertaistus. Todellisuudessa ääretön tarkoittaa samaa kuin ”hyvin suuri” (Mandelbrot 1982, 337–338). Mandelbrot kutsuu tietyn rajan jälkeen syntyvää ääretöntä varianssia eli äkillistä katastrofia raamatullisesti ”Nooa-vaikutukseksi” (Mandelbrot 1997, 497).

Mandelbrot kutsuu äärettömän varianssin omaavien jakaumien satunnaisuutta villiksi satunnaisuudeksi. Tämän havainnollistamiseksi määritetään summa $\sum_1^N U_n$, joka on N :n riippumattomasti ja identtisesti jakautuneen satunnaismuuttujan summa, missä yhteenlaskettavan U_n suhteellinen panos summaan muodostaa sen osuuden. Kun suurimman yhteenlaskettavan osuus summasta on korkea, kyseinen yhteenlaskettava vallitsee eli tapahtuu keskittyminen. Villi satunnaisuus keskittyy sekä lyhyellä että pitkällä tähtäimellä. Tämä poikkeaa normaalijakauman (ja sitä lähellä olevien jakaumien) satunnaisuudesta, jota Mandelbrot kutsuu miedoksi satunnaisuudeksi. Mieto satunnaisuus on tasaista lyhyellä ja pitkällä tähtäimellä. Tasaisuus tarkoittaa sitä, että summassa ei ole keskittymistä eli keskittyminen konvergoituu nolnaan, kun $N \rightarrow \infty$. Log-normaaleissa jakaumissa olevaa satunnaisuutta Mandelbrot kutsuu hitaaksi satunnaisuudeksi – miedon ja villin satunnaisuuden välimuodoksi. Hidas satunnaisuus kasautuu lyhyellä tähtäimellä, mutta pitkällä tähtäimellä se on tasaista, aivan kuten Faman ja Frenchin (1988) mukaan markkinoilla esiintyy momentumin myötä lyhyellä tähtäimellä autokorrelaatiota, mutta pitkällä tähtäimellä momentum häviää. Hidasta satunnaisuutta voi pitää keskipitkän tähtäimen ilmiönä, ja se voi tarjota lähtökohdan tutkia satunnaisuuden kompleksisempia ilmentymismuotoja. Mandelbrotin mukaan todennäköisyysteoriassa on tehtävä jako eri jakaumatyyppien välille, aivan kuten fysiikassa aineen

³⁵ Palauteprosessi käy myös maladaptiivisesti eli epäonni ruokkii epäonnea.

olomuoto on jaettu kolmeen eri kategoriaan. Kahta ei-mietoa satunnaisuuden tilaa Mandelbrot kutsuu pitkähäntäiseksi satunnaisuudeksi ("häntiä säilyttävä satunnaisuus"), mikä vastaa aineen kiinteän volyymin³⁶ tilaa. Kahta ei-villiä satunnaisuuden tilaa Mandelbrot kutsuu esigaussilaiseksi satunnaisuudeksi ("häntiä sekoittava satunnaisuus"), mikä vastaa aineen virtaavaa tilaa. Esigaussilainen satunnaisuus noudattaa raja-asymptoottisia ominaisuuksia eli sen heilahtelut ovat ergodisia,³⁷ gaussilaisia, ja noudattavat Fickin diffuusiota. Esigaussilainen satunnaisuus on laajaa, mutta rajattua. Kun yksikin edellä mainitusta kolmesta ominaisuudesta lakkaa pätemästä, satunnaisuudesta tulee villiä. Tämä havainnollistaa kuinka "pienestä" aikasarjan käytöksen muutos on kiinni eli toisin sanoen kyseessä on herkkyys alkuarvoille.³⁸ (Mandelbrot 1997, 120–130.)

Todennäköisyysjakaumiin attraktorit kytkeytyvät siten, että todennäköisyysjakaumat ovat attraktoreita todennäköisyysjakaumien funktionaalisessa avaruudessa. Gaussin attraktori on kaikkein tärkein todennäköisyysjakaumien attraktori, mutta ei kuitenkaan ainoa. Gaussin jakauma kuuluu stabiilien jakaumien perheeseen, mikä koostuu potenssilakisista raja-arvouseista noudattavista jakaumista. Gaussin jakauma on erikoistapaus stabiileista jakaumista, sillä sen varianssi on äärellinen. Muilla stabiileilla jakaumilla on ääretön varianssi. Stabiilius viittaa jakaumien itseytäläisyyteen, mistä seuraa jakaumien skaalautuvuusominaisuus. Potenssilakiset jakaumat sopivat avoimien systeemien kuvaamiseen ja niitä pidettiin pitkään paradokseina³⁹ ennen kuin ranskalainen matemaatikko Paul Lévy loi niistä teorian. Stabiileihin jakaumiin viitataan usein Lévy- tai Pareto-jakaumina. On kuitenkin pidettävä mielessä, että vaikka ei-gaussilaisten stabiilien jakaumien skaalautuvuusominaisuus tekee niistä lupaavia, se ei kuitenkaan takaa niiden sopivuutta rahoitusaikasarjojen mallintamiseen. (Mantegna & Stanley 2000, 27–33.) Stokastisten prosessien tapauksessa Brownin liike on poikkeustapaus fraktionaalisesta Brownin liikkeestä (engl. fractional Brownian motion, FBM), jota joskus kutsutaan myös fraktaaliseksi Brownin liikkeeksi. FBM on vastaavasti poikkeustapaus Lévy-prosessista, joka on poikkeustapaus fraktionaalisesta Lévy-prosessista, mikä tosin tämäkin on mahdollista yleistää. (Klüppelberg & Matsui 2010.)

Linkki satunnaisfraktaalien, kuten Lévy-prosessin, ja kaaosteorian välillä on potenssilakinen herkkyys alkutilalle. Kun halutaan viitata näihin molempiin aikasarja-analyysin kontekstissa, tällöin

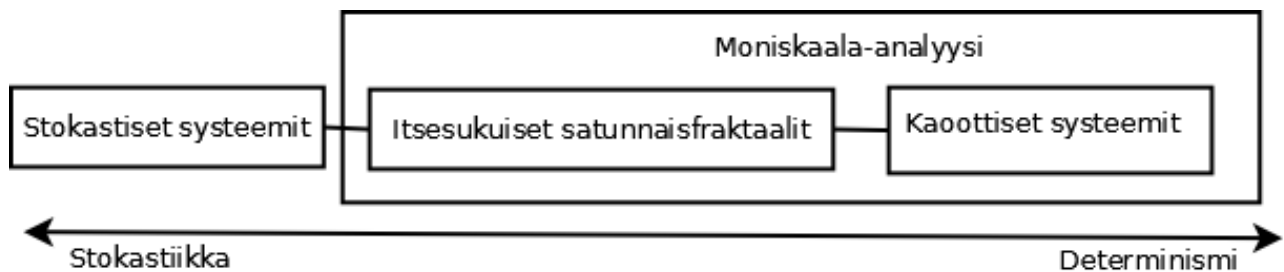
³⁶ Kiinteä volyyymi pätee kiinteän olomuodon lisäksi nesteille. Nesteet eivät säilytä muotoaan, mutta volyyymi säilyy kiinteänä.

³⁷ Eli tasapainoon hakeutuvia.

³⁸ Jaot eri satunnaisuuden muotoihin on mahdollista tehdä vieläkin täsmällisemmin ja Mandelbrot listaa alustavasti seitsemän eri satunnaisuuden muotoa (Mandelbrot 1997, 140–141).

³⁹ Klassisin esimerkki on Pietarin paradoksi (ks. Mantegna & Stanley 2000, 28–29).

puhutaan moniskaala-analyysistä (engl. multiscale analysis).⁴⁰ Lisäksi on huomioitava, että vaikka kaaottisella dynamiikalla on fraktaaliset ominaisuudet, kaikilla fraktaaleilla ei ole välttämättä kaaottisia ominaisuuksia. (Gao ym. 2007.) Kuvio 4.5 jaottelee aikasarjat kolmeen eri luokkaan. Esitellyt luokat on vielä mahdollista jakaa alaluokkiin.



Kuvio 4.5. Aikasarjojen käyttäytyminen luokiteltuna kolmeen päätyyppiin.

4.4 Fraktaalisten markkinoiden hypoteesi

Edgar E. Peters esitteli vuonna 1994 Mandelbrotin tutkimuksen, kaaosteorian ja aiemman tutkimuksensa pohjalta fraktaalisten markkinoiden hypoteesin (engl. fractal market hypothesis, FMH).⁴¹ FMH:n lähtökohtana on likviditeetti, joka määritellään FMH:n kontekstissa arvopaperin ostamisen ja myymisen helppoudeksi ilman, että transaktiolla on merkittävää vaikutusta markkinahintaan. Toisin sanoen likviditeetti tarkoittaa sijoittajien halukkuutta käydä kauppaa keskenään vallitsevalla hintatasolla. Likviditeetti syntyy kaupankäynnistä, joka ylipäätään on syy markkinoiden olemassaoloon. EMH olettaa, että markkinoilla on aina riittävästi likviditeettiä toisin kuin FMH. Likviditeettiä ei tule sekoittaa markkinavolyymiin, sillä markkinaromahdus on mahdollinen korkean markkinavolyymien ja matalan likviditeetin vallitessa samanaikaisesti. EMH:n mukaan markkinavolyymien kasvu lisäisi markkinoiden tehokkuutta. FMH:n mukaan vakaat markkinat ovat sama asia kuin likvidit markkinat. Täten FMH ei ole niinkään kiinnostunut tehokkuudesta, vaikkakin likvideillä markkinoilla hintaa voi pitää ”reiluna”. Likviditeettiin kytkeytyy informaatio, ja erot informaatiossa johtavat kaupankäyntiin. Erot informaatiossa voivat johtua siitä, että toisella kaupankäynnin osapuolella on sellaista informaatiota, mitä toisella ei ole tai

⁴⁰ Moniskaala-analyysin piiriin kuuluu myös signaalinkäsittelyn menetelmiä, kuten aallokemuunnos (engl. wavelet) ja Fourier’n muunnos, mutta kaaosteoria ja satunnaisfraktaalit tarjoavat usein paremman lähtökohdan kompleksisten aikasarjojen analyysiin (Gao ym. 2007).

⁴¹ Mandelbrotin tutkimukseen kaaosteoria vaikutti vasta myöhäisessä vaiheessa, joten ne kehittyivät osin erillään (Mandelbrot 1997, 105).

kaupankäynnin osapuolet antavat informaatiolle eri painon (Anderson & Noss 2013).

Erot informaation painoissa johtuvat heterogeenisistä aikahorisonteista. Päiväkaupankävijälle suhteellisen pienikin muutos hinnassa voi pyyhkäistä hänet ulos markkinoilta. Sen sijaan pidemmän tähtäimen sijoittajalle, esimerkiksi yhden viikon sijoitushorisontin sijoittajalle, marginaalisella hinnanmuutoksella päivän hinnassa ei ole niin paljoa merkitystä johtuen eri aikahorisontista. Se, mikä on marginaalista kohinaa yhdelle sijoittajalle, voi olla radikaali ”pelinmuuttaja” toiselle sijoittajalle. Informaation laatu myös vaihtelee aikahorisonteilla, sillä pitkä tähtäin painottaa fundamenteja ja lyhyt tähtäin teknistä informaatiota. Jos kaikilla sijoittajilla olisi sama aikahorisontti, markkinoilla vallitsisi vain yksi hinta, eikä markkinoilla olisi likviditeettiä. Markkinoilla ei ole vain yhtä ”reilua hintaa”, vaan jokaiselle aikahorisontille on oma ”reilu hintansa”. Vaikka yhdelle aikahorisontille vallitseva hinta merkitsisi kriisiä, markkinat vakauttavat itsensä niin kauan kun on olemassa jollain aikahorisontilla sijoittaja, jolle hinta on ”reilu”. Markkinoiden homogeenisyys luo epävakautta, mitä EMH ei huomioi. Aikahorisontti voi olla pidempi tai lyhempi kuin kriisissä olevalla sijoittajalla, mutta tyypillisesti pidemmän aikahorisontin sijoittajat vakauttavat markkinat. Tästä johtuen sijoittajat jakavat saman riskitason, mikä selittää sen, miksi tuottojen frekvenssijakaumat näyttävät samoilta eri aikahorisonteilla. Aikahorisonttien itseytäläisestä tilastollisesta rakenteesta johtuen, Peters kutsuu esittämänsä hypoteesia *fraktaalisten* markkinoiden hypoteesiksi. Aivan kuten puun oksassa jokainen pienempi haara on riippuvainen suuremmasta haarasta, sama pätee myös markkinoilla. Likviditeetin puutteesta seuraava yhdenmukainen sijoitushorisontti johtaa fraktaalirakenteen murtumiseen, mistä seuraa markkinaromahdus. Hinnan ”vapaa pudotus” näkyy aikasarjoihin ilmestyvinä epäjatkuvuuskohtina (hyppyinä), jotka aiheuttavat suuria muutoksia hinnoissa tehden hinnanmuutosten jakaumasta paksuhäntäisen. Pitkän tähtäimen sijoittajien markkinoita stabiloiva vaikutus on globaalia determinismia, ja lyhyen tähtäimen sijoittajien markkinoita liikuttava vaikutus on lokaalia satunnaisuutta. Toisin sanoen markkinat eivät ole täysin satunnaiset, kuten satunnaiskulku antaa ymmärtää, mutta eivät täysin deterministisetkään. Toisin kuin EMH, niin FMH antaa selityksen hinnanmuutoksen hyppyjen ja paksuhäntäisyyden kaltaisille tyylytellyille faktoille. (Peters 1994.)

Mandelbrotin ja Taylorin (1967) mukaan osakkeiden hinnanmuutokset pystyy paremmin ymmärtämään tekemällä eron kahden ajanmittaustavan, kellonaika (päivät, tunnit, sekunnit jne.) ja volyymiaika, välille. Empiirisissä tutkimuksissa on tyypillisesti käytetty kellonaikaa, mutta volyymiaika antaisi paremman ymmärryksen. Jos kaupankäyntiä ei voi tapahtua määrätysssä aikaikkunassa eli pelkkä kellonaika pätee, osakkeiden hintojen heilahtelut heijastavat tällöin satunnaisesti uutisia. Hintojen heilahtelut ovat normaalijakautuneita kellonajalla mitattuina. Sen

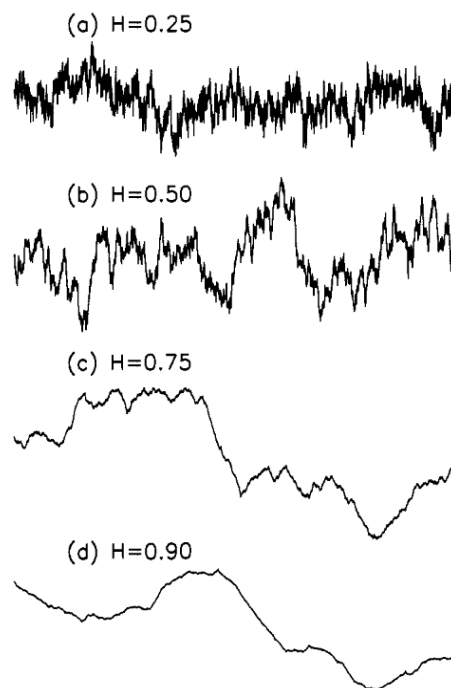
sijaan jos kaupankäynti on mahdollista eli volyymiaika pätee, markkinoilla vaikuttaa strateginen käyttäytyminen ja adaptoituminen kuten AMH kuvaa, eikä markkinoiden käyttäytyminen enää välttämättä seuraa satunnaiskulkua. Kaupankäyntivolyyymeissa esiintyy tällöin paksuhäntäisyyttä ja pysyvää muistia. Toisin sanoen kaikki kaupat eivät ole yhtä tärkeitä informatiivisessa mielessä. Pitkän aikavälin sijoittajat tekevät harvemmin kauppaa, ja tästä johtuen he ovat valmiimpia kyseenalaistamaan markkinoiden hinnan. (Haldane 2011, 7-8.) Aika skaalautuu nopeasti hektisinä kaupankäyntiaikoina ja vastaavasti hitaasti seesteisinä kaupankäyntiaikoina eli aika on ominaisuuksiltaan multifraktaali (engl. multifractal). Multifraktaalit ovat joukko yhteenkietoutuneita fraktaaleja, joiden ominaisuuksien kuvaamiseen ei riitä yksi fraktaalidimensio, kuten aiemmin käsiteltyjen monofraktaalien tapauksessa, koska multifraktaalit skaalautuvat lukuisin eri tavoin. (Mandelbrot 2004, 207–208.)

Kuten aiemmin todettiin AMH:n tapauksessa, FMH ei ole vastakkainen teoria EMH:lle, vaan täydentää sitä. Parhaiten tämä tulee esille, että kuinka Gaussin jakauma on osa stabiilien eli itseyhäläisten jakaumien perhettä. Lisäksi tämä tulee esille EMH:n ja FMH:n syntyhistoriassa, missä keskeiset henkilöt olivat yhteyksissä toisiinsa. Poincaré oli Bachelierin väitöskirjan ohjaaja. Mandelbrot oli Lévy'n oppilas ja Fama Mandelbrotin oppilas. (Song & Liu 2012.)

Peters (1994) tiivistää FMH:n seuraaviin seikkoihin:

1. Markkinat ovat vakaat, kun ne koostuvat sijoittajista, jotka peittävät suuren määrän eri aikahorisontteja luoden likviditeettiä.
2. Hinnanmuutos voi heijastaa informaatiojoukon muutosta ainoastaan yhdellä sijoitushorisontilla, esimerkiksi teknistä informaatiota lyhyellä tähtäimellä ja fundamentti-informaatiota pitkällä tähtäimellä.
3. Kun markkinoilla tapahtuu jotain, mikä tekee fundamentti-informaatiosta kyseenalaista, pitkän tähtäimen sijoittajat vetäytyvät tällöin markkinoilta tai käyvät kauppaa lyhyen tähtäimen informaation perusteella (kuten kuvattiin luvussa 3).
4. Hinnat ovat yhdistelmä teknistä informaatiota ja fundamentti-informaatiota. Lyhyen tähtäimen tekninen informaatio sisältää enemmän kohinaa ja laumakäyttäytymistä kuin pitkän tähtäimen kaupat, jotka pohjaavat enemmän talouden pitkän tähtäimen trendeihin.
5. Jos sijoituskohteella ei ole yhteyttä talouden sykliin, se ei sisällä pitkän tähtäimen trendiä ja lyhyen tähtäimen informaatio hallitsee sen hinnanmuodostusta.

Markkinoita mallinnettaessa ja sijoitusstrategiaa muodostettaessa on huomioitava aikahorisontti ja valittava sopiva työkalu sen mukaan. Ei ole olemassa ”yhtä ja ainoa oikeaa mallia”. Pitkän tähtäimen kaupankäynti seuraa Petersin mukaan epälineaarista determinististä trendiä. Lyhyt tähtäin seuraa lokaalisti ARCH-prosessia⁴² ja globaalisti fraktaalirakennetta eli Lévy-jakaumaa. Fraktaalirakenteen olemassaoloa tutkitaan perinteisesti estimoimalla Hurstin eksponentti⁴³ pitkän muistin havaitsemiseksi (ks. kuvio 4.6). Hurstin eksponentin kehittäjä oli englantilainen hydrologi Harold Edwin Hurst, joka havaitsi jaksottomia syklejä Niilin veden tulvimisessa. (Peters 1994.) FMH on saanut tukea Hurstin eksponenttiin pohjautuvien tutkimusten pohjalta (kuten myös AMH). Esimerkiksi Kristoufekin (2012) mukaan vuosien 2007–2009 globaali finanssikriisi sopii melko hyvin yhteen FMH:n ennusteen kanssa. Hurstin eksponentin ongelmana ovat kuitenkin sen estimointimallien puutteet. Myös Mandelbrot myöntää Hurstin eksponenttiin liittyvät ongelmat, eivätkä sitä käyttävät tutkimukset ole saavuttaneet konsensusta, vaikkakin ne ovat kumonnet oletuksen satunnaiskulusta osakemarkkinoilla.⁴⁴ (Mandelbrot 2004, 262–263.)



Kuvio 4.6. Hurstin eksponentti eri FBM-prosesseille. Prosessissa (a) heilahtelut kumoutuvat ($0 < H < 0,5$), prosessi (b) kuvaa Brownin liikettä ($H = 0,5$) ja prosessit (c) sekä (d) ovat pitkämuistisia ($0,5 < H < 1$) (Gao 2007, 85).

⁴² Eli autoregressiivinen ehdollisen heteroskedastisuuden prosessi (engl. autoregressive conditional heteroskedasticity).

⁴³ Tunnetaan myös Hölderin eksponenttina (Mandelbrot 1997, 35).

⁴⁴ Mutta kuten jo viitattiin aiemmin luvun 4.2 lopussa, valuuttamarkkinoilla satunnaiskulku saattaa päteä (olettaen, että rahapolitiikka ei suosi korkoerokaupankäyntiä, ks. luku 3.2) (ks. myös Peters 1994 ja Gao ym. 2013a).

Kestävän estimointimenettelyn kehittäminen Hurstin eksponentille on yksi FMH:n haasteista. Kuinka muuten hypoteesia olisi mahdollista kehittää eteenpäin? Aiempien havaintojen perusteella voisi linkittää aikahorisontit ja markkinastrategiat tiiviimmin toisiinsa. Vaikka aika on jatkuva muuttuja, voidaan kuvitella, kuinka aikahorisontit klusteroituvat strategioiksi. Lisäksi aikahorisonttien jakautuminen voisi olla mielenkiintoista tietää. Esiintyykö aikahorisonteissa tyypillisiä painotuksia, jotka vastaisivat tunnistettuja dominoivia strategioita? FMH puhuu alhaisesta likviditeetistä, mutta millaisia vaikutuksia kytkeytyy korkeaan likviditeettiin tai millä ylipäätään mitata likviditeettiä? Kehitystyötä on paljon edessä. Esimerkiksi Englannin keskuspankki julkaisi vuonna 2013 alustavan kvantitatiivisen mallin markkina-agenttien interaktiosta FMH:n pohjaksi (Anderson & Noss 2013).

4.5 Esiintyykö kaaosta markkinoilla?

Kun tutkitaan kaaoksen olemassaoloa eli systeemin herkkyyttä alkuarvoille, systeemin dimensio tarkoittaa systeemin vapausasteiden määrää (eli niiden muuttujien lukumäärää, jotka voivat vaihdella). Korkean dimension kaoottisten systeemien käyttäytyminen muistuttaa hyvin paljon stokastisen systeemin käyttäytymistä, joten näiden erottaminen toisistaan on erittäin vaikeaa. Äärettömässä dimensiossa kohinan voi tulkita myös deterministisyydeksi. Näistä vaikeuksista johtuen käytännössä aina tutkitaan mataladimensionaalisen kaaoksen (engl. low-dimensional chaos) olemassaoloa. Tällä viitataan aikasarjassa havaittavaan epälineaariseen käyttäytymiseen, mikä on lähempänä determinististä kuin stokastista käyttäytymistä. Vastaavasti korkeadimensionaalinen kaos (engl. high-dimensional chaos) on lähempänä stokastista käyttäytymistä kuin determinististä käyttäytymistä. (Casdagli 1992.) Mataladimensionaalinen kaos on myös siinä mielessä mielenkiintoisempaa, että se on helpompi kytkeä rahoitusmarkkinoiden sykliseen käyttäytymiseen, koska syklit kytkeytyvät deterministiseen käyttäytymiseen. Mikäli kaaosta on havaittavissa, tämä löytö saattaisi tukea markkinoiden endogeenista epävakautta, kuten esimerkiksi Minsky on esittänyt. Lisäksi Peters esitti FMH:n yhteydessä markkinoiden seuraavan pitkällä tähtäimellä determinististä epälineaarista trendiä. Mutta onko todella näin?

Kaaosteorian on ”hypetetty” tarjoavan paljon uutta taloustieteelle. Kyseessä saattaa kuitenkin olla pelkkä ”muoti-ilmiö”. Monien tutkimusten perusteella kaaoksen esiintyminen markkinoilla on kyseenalaista. Barnett ja Serletis (2000) tiivistävät kirjallisuuskatsauksessaan, että kaaoksen olemassaolosta markkinoilla ei vallitse konsensusta. Heidän mukaansa keskeinen haaste on testata kaaoksen olemassaolo talouden rakenteiden puitteissa eli sään kaltaiset eksogeeniset tekijät pitäisi

voida sulkea ulos testauksesta, jotta voitaisiin ymmärtää käyttäytyvätkö markkinat kaaottisesti. Nykyisillä menetelmillä⁴⁵ ei pystytä testaamaan kaaoksen lähdettä, joten vaihtoehdoksi jää kaaoksen testaaminen aikasarjasta. Tosin tämäkin on osoittautunut haasteelliseksi. Pelkkä epälineaarisuuden testaaminen ei riitä, vaan on testattava kaaoksen olemassaolo eli sisältyykö epälineaariseen dynamiikkaan sekä deterministisiä että stokastisia piirteitä.

Beker (2014) esittää, että koska taloustieteessä ei ole ”ratkaisevia kokeita” (lat. *experimentum crucis*) kuten esimerkiksi fysiikassa on, talousteoria pohjautuu pitkälti luottamukseen sen aksioomia kohtaan. EMH on osoittanut, että teoria voi olla vallitseva jopa silloin, kun luottamus teorian aksioomia kohtaan on kyseenalainen. Näin ollen kaaosteorialle ei voida asettaa korkeampia vaatimuksia kuin vallitseville taloustieteen teorioille. Haasteena on rakentaa teoria, joka pätee sekä markkinoiden vakaina että epävakaina aikoina. Bekerin mukaan taloudellisissa aikasarjoissa on kolme ongelmaa kaaoksen löytämiseksi:

1. Havaintojen rajattu määrä toisin kuin esimerkiksi meteorologiassa, jossa sääasemat keräävät jatkuvasti dataa (tosin rahoitusaikasarjoihin tämä ei päde samalla tavalla johtuen suuremmasta havaintojen määrästä ja laadukkaammasta datasta).
2. Kohinan suuri määrä, mikä hankaloittaa korkeadimensionaalisen kaaoksen erottamista puhtaasta satunnaisuudesta.
3. Taloudellisten systeemien korkea dimensio verrattuna esimerkiksi fysiikassa esiintyviin systeemeihin.

Faggini (2011) esittää kirjallisuuskatsauksessaan, että katsauksessa läpikäytyillä menetelmillä ei ole empiirisesti todistettu yksiselitteisesti kaaoksen olemassaoloa rahoitusmarkkinoilla, vaikkakaan sitä ei ole pystytty sulkemaan uloskaan. Sen sijaan epälineaarisuus saa runsaasti tukea empiirisesti. Menetelmät ovat (ei käydä enempää lävitse):

1. Korrelaatioidimensio
2. BDS-testi
3. Lyapunovin eksponentti
4. Topologiset menetelmät
5. Uusiutuma-analyysiin (engl. recurrence analysis) pohjautuvat menetelmät

⁴⁵ Joitain erikoistapauksia lukuun ottamatta (mm. Strumik ym. 2005).

Kaaoksen olemassaolo on avoin kysymys taloustieteessä. Toisaalta kaaoksen olemassaolo on avoin ongelma myös monissa fysiikan haaroissa, biologiassa ja lääketieteessä, joten taloustieteen kohtaamia haasteita kaaoksen testaamisessa ei tule pitää täysin poikkeavinakaan muihin tieteisiin verrattuna. Seuraavassa luvussa testataan kaaoksen olemassaoloa empiirisesti. Tutkimusmetodina käytetään skaalariippuvaista Lyapunovin eksponenttia, joka skaalausominaisuuksiensa ansiosta on lupaava menetelmä aikasarjan alla piilevän prosessin tunnistamiseksi.

5 EMPIIRINEN ANALYYSI

5.1 Metodologia

5.1.1 Johdanto

Skaalariippuvainen Lyapunovin eksponentti (engl. scale-dependent Lyapunov exponent, SDLE) on Gaon ym. (2006; 2007) esittämä menettely kaaoksen testaamiselle aikasarjasta. SDLE on yleistys perinteisestä Lyapunovin eksponentista. Siinä missä perinteinen Lyapunovin eksponentti on staattinen lukuarvo, SDLE on funktio skaalautuvuuden parametrilla. SDLE on mielenkiintoinen menetelmä, koska sen vahvuutena ovat lyhyet paljon kohinaa sisältävät aikasarjat eli SDLE vastaa edellisessä luvussa esitettyihin taloudellisten aikasarjojen kaaoksen testaamisen ongelmiin. SDLE:n mielenkiintoisin piirre on kuitenkin se, että SDLE ei pelkästään testaa kaaoksen olemassaoloa, vaan havaitsee tämän lisäksi aikasarjan sisältämän prosessin. Se kutoo yhteen fraktaalit ja kaaosteorian. Täten SDLE on moniskaala-analyysin väline, sillä sitä voi käyttää niin kaotisuuden kuin satunnaisfraktaalien aikasarja-analyysissä. Gaon ym. (2012) mukaan SDLE tarjoaa yhtenäisteorian kompleksisten aikasarjojen moniskaala-analyysiin. SDLE-menetelmää on sovellettu aiemmin vain muutamia kertoja taloustieteellisessä tutkimuksessa.⁴⁶ Tämän ansiosta tässä tutkielmassa voidaan tarjota tuore näkökulma kaaoksen olemassaoloon rahoitusmarkkinoilla. On kuitenkin huomioitava, että kyseessä on vain yksi menetelmä. Lopullisia päätelmiä ei voi koskaan tehdä pelkän yhden menetelmän pohjalta, koska kaikissa menetelmissä on omat heikkoutensa.

SDLE:n metodologia esitellään seuraavaksi kolmessa vaiheessa. Ensimmäisessä vaiheessa käsitellään aikasarjan upottaminen. Toisessa vaiheessa käsitellään optimaalisten upotusarvojen löytäminen aikariippuvaisilla eksponenttikäyrillä. Kolmannessa vaiheessa esitellään SDLE:n estimointi upotetusta aikasarjasta ja SDLE:n ominaisuudet. Seuraavat kolme lukua perustuvat kirjan *Multiscale Analysis of Complex Time Series: Integration of Chaos and Random Fractal Theory, and Beyond* (Gao ym. 2007) lukuihin 13 ja 15, ellei ole toisin viitattu (paitsi kuvioissa on suorat viittaukset).

⁴⁶ Mm. Gao ym. 2007 & Gao ym. 2013a.

5.1.2 Aikasarjan upottaminen

SDLE muistuttaa menetelmänä sään ennustamisessa käytettyä parviennustamista (engl. ensemble forecasting). Parviennustamisessa valitaan joukko alkuarvoja, jotka ovat uskottavia perustuen historiallisiin ja nykyisiin havaintoihin. Eri alkuarvot syötetään joukkoon malleja, jotka ajetaan ja täten saadaan otos mahdollisista tiloista, mihin sää voi kehittyä. SDLE ei kuitenkaan ole puhdasta parviennustamista, vaan ennemmin ”pseudoparviennustamista”, koska kaikki sen mallintamat parvet perustuvat yhteen liikerataan. (Gao ym. 2009.) Tästä päästään SDLE:n peruskysymykseen: kuinka rakentaa tällainen liikerata? Etenkin jos skalaarinen aikasarja $x(1), x(2), \dots, x(t)$ on kaikki, mitä tiedetään, onko liikerata, ja täten systeemin dynamiikka, mahdollista määrittää pelkästään sen pohjalta? Vastaus on kyllä, ja se tapahtuu geometrisesti konstruoimalla sopiva faasiavaruus perustuen aikasarjaan $x(t)$.

Periaatteessa yksi tapa faasiavaruuden konstruoimiseksi, on estimoida $x(t)$:n derivaatat äärellisillä erotuksilla. Käytännössä derivaattojen estimaatit (etenkin korkeampien asteiden) sisältävät varsin paljon kohinaa. Täten parempi ratkaisu on käyttää aikaviivästettyjä vektoreita muotoa $V_i = [x(i), x(i + L), \dots, (i + (m - 1)L)]$, missä m on upotusdimensio ja L on aikaviive. Vektorit on esitetty tarkemmin kaavassa (5.1), jossa $t_{i+1} - t_i = \Delta t$ ja $\tau = L\Delta t$.

$$\begin{aligned} V_1 &= [x(t_1), x(t_1 + \tau), x(t_1 + 2\tau), \dots, x(t_1 + (m - 1)\tau)], \\ V_2 &= [x(t_2), x(t_2 + \tau), x(t_2 + 2\tau), \dots, x(t_2 + (m - 1)\tau)], \\ &\quad \vdots \\ V_j &= [x(t_j), x(t_j + \tau), x(t_j + 2\tau), \dots, x(t_j + (m - 1)\tau)], \\ &\quad \vdots \end{aligned} \tag{5.1}$$

Tämä proseduuri määrittää kaavan (5.2) kuvauksen (toisin sanoen dynamiikan), mikä tunnetaan Takensin teoreemana.

$$V_{n+1} = M(V_n) \tag{5.2}$$

Oletetaan, että systeemin dynamiikan voi selittää attraktorilla, jonka kapasiteettidimensio on D_F .⁴⁷ Tällöin voidaan osoittaa, että kun $m > 2D_F$, niin alkuperäisen systeemin dynamiikka on topologisesti ekvivalentti kaavan (5.2) kuvauksen kanssa (Takens 1981). Tällöin viivästettyä uudelleen konstruointia kutsutaan upottamiseksi (engl. embedding). Upottaminen perustuu kahteen perusideaan. Ensinnäkin, annettujen alkuarvojen pohjalta systeemiä kuvaaviin differentiaaliyhtälöihin on olemassa yksikäsitteinen ratkaisu. Toiseksi, faasiavaruuden liikerata ei saa leikata itsensä tai muiden kanssa (tämä seuraa systeemiä kuvaavien differentiaaliyhtälöiden ratkaisun yksikäsitteisyydestä). Leikkauspisteitä saattaa kuitenkin esiintyä, jos upotusdimensio m on liian pieni.

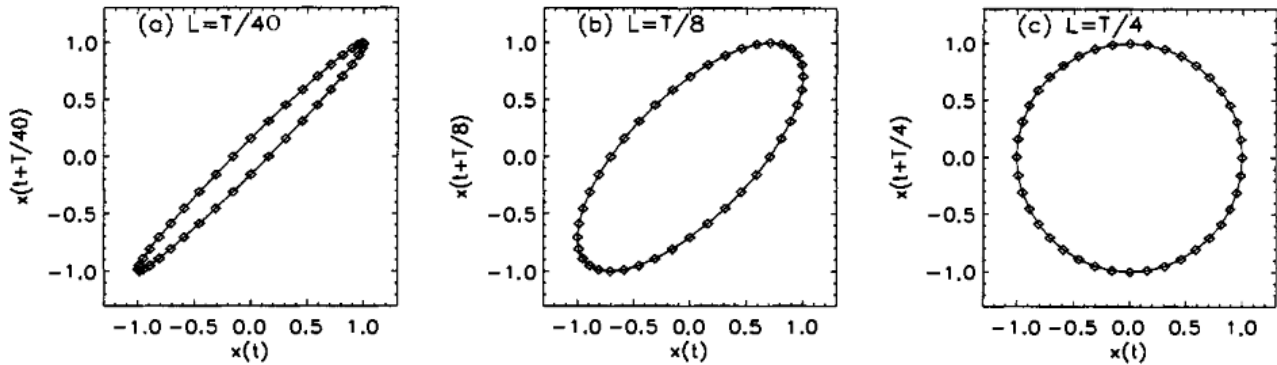
Stokastisten prosessien tapauksessa aikasarjan upottaminen transformoi itsesukuisen stokastisen prosessin itseyhtäläiseksi prosessiksi faasiavaruudessa, kun $m > 1$ (Gao ym. 2012). Stokastinen prosessi on siinä mielessä itsesukuinen, että se koostuu useasta mittayksiköstä, jotka skaalautuvat eri tavoin eli kyseessä on multifraktaali. Pörssikurssin tapauksessa mittayksiköt ovat aika ja hinta. Transformoinnin myötä prosessi saatetaan itseyhtäläiseksi monofraktaaliksi eli se skaalautuu korkeadimensionaalisessa avaruudessa kaikkialla samalla tavoin, koska avaruuden akseleilla on sama mittayksikkö. Upottamisen avulla voidaan myös määrittellä kaaos matemaattisesti (ks. liite A).

5.1.3 Aikariippuaiset eksponenttikäyrät

Kysymykseksi jää kuitenkin optimaalisen upottamisen määrittely. Millä kriteereillä valitaan upotusdimension m ja aikaviiveen L arvot? Upotusvektorin V aikajakso eli upotusikkuna on $(m - 1)\tau$. Upotusikkuna on kokonaisuutena usein tärkeämpi kuin upotusdimensiolle m ja aikaviiveelle L valitut arvot yksinään. Toisaalta kyseiset arvot määrittävät upotusdimension, joten niiden määrittäminen on seuraavaksi fokuksena. Ensinnäkin upotusdimension m arvo ei saa olla liian pieni, jotta faasiavaruuden liikeradat eivät leikkaa itsensä kanssa. Toisaalta jos aikasarja sisältää paljon kohinaa, upotusdimension m arvo ei saa olla liian suurikaan. Samankaltaiset arvonn rajoitteet pätevät myös upotusikkunan aikaviiveeseen τ . Liian pienillä τ :n arvoilla faasiavaruus keskittyy faasidiagrammin lävistäjän ympärille, ja liian suurilla arvoilla uudelleenkonstruoitujen

⁴⁷ Määritetään käyttämällä laatikkodimensiota (engl. box-counting dimension), mikä ilmaisee, montako "laatikkoa" vaaditaan fraktaalijoukon peittämiseksi. Sitä voidaan käyttää fraktaalidimension määrittämiseksi, kunhan dimensio on matala.

vektoreiden peräkkäisistä elementeistä tulee lähes riippumattomia, minkä myötä aikasarjan determinististä rakennetta on vaikea havaita.



Kuvio 5.1. Harmonisen värähtelijän liikeradan aikaviiveen upottaminen graafisesti (Gao ym. 2007, 240).

Kuvio 5.1 kuvaa, kuinka fysiikasta tutun harmonisen värähtelijän dynamiikka upotetaan faasiavaruuteen optimoimalla aikaviiveen arvo. Vasemmalla olevassa tapauksessa (a) aikaviiveen arvo on liian pieni ja kiertorata keskittyy faasidiagrammin lävistäjän ympärille. Keskellä olevassa tapauksessa (b) aikaviivettä on kasvatettu, mutta ratkaisu ei ole vielä optimaalinen. Oikealla olevassa tapauksessa (c) on saavutettu aikaviiveen optimiarvo, koska liikerata asettuu faasidiagrammiin yhdenmukaisesti.

Kuvion 5.1 menetelmä on kuitenkin graafinen ja koskee ainoastaan aikaviivettä. Upotuksen optimointiin on myös tarjolla kvantitatiivisia menetelmiä, kuten ”lähin väärä naapuri” (engl. false nearest neighbours, FFN). FFN-algoritmin ideana on laskea, montako liikeradan pisteen naapuria vaihtuu, kun upotusdimensiota kasvatetaan. Kun upotusdimensio on liian pieni, monet liikeradan pisteen naapureista ovat vääriä, mutta upotusdimension kasvaessa väärät naapurit eivät enää ole liikeradan pisteen naapureita. Sopivassa tai sitä suuremmassa upotusdimensiossa liikeradan pisteen naapurit ovat oikeita. Täten tutkimalla, kuinka naapurit muuttuvat upotusdimension kasvaessa, voidaan löytää sopiva upotusdimensio. Valitettavasti useimpien olemassa olevien menetelmien heikkous on joko siinä, että niillä voi määrittää ainoastaan toisen muuttujista (joko upotusdimensio tai aikaviive) tai ne eivät toimi luotettavasti paljon kohinaa sisältävien aikasarjojen tapauksessa.

Aikariippuvaiset eksponenttikäyrät (engl. time-dependent exponent curves, TDE) pyrkivät tarjoamaan ratkaisun muiden optimointimenetelmien heikkouksiin, myös lyhyiden ja paljon kohinaa sisältävien aikasarjojen tapauksessa. TDE-käyrät kvantifioivat leikkauspisteiden vaikutuksen, kun m -dimensionaalinen viivästetty uudelleenkonstruktio ei ole upottautunut. Merkitään uudelleenkonstruoitua liikerataa $V_1^{(m)}, V_2^{(m)}, \dots$. Oletetaan, että $V_i^{(m)}$ ja $V_j^{(m)}$ ovat väärät naapurit. On epätodennäköistä, että pisteet $V_{i+k}^{(m)}$ ja $V_{j+k}^{(m)}$, missä k systeemin kehitys kyseisenä ajanhetkenä, pysyvät lähellä olevina naapureina. Tämä johtuu siitä, että etäisyys $V_{i+k}^{(m)}$ ja $V_{j+k}^{(m)}$ välissä tulee olemaan paljon pidempi kuin $V_i^{(m)}$ ja $V_j^{(m)}$ välinen etäisyys, jos viivästetty uudelleenkonstruktio ei upottaudu. Näin ollen saadaan kaava (5.3), jossa yläindeksi m on jätetty pois esityksen selkeyttämiseksi (ja jätetään pois myös jatkossa).

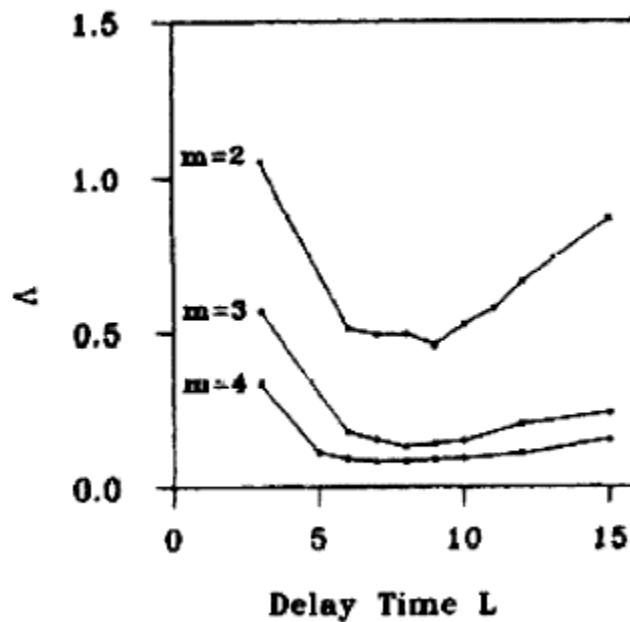
$$\Lambda(m, L, k) = \left\langle \ln \left(\frac{\|V_{i+k} - V_{j+k}\|}{\|V_i - V_j\|} \right) \right\rangle \quad (5.3)$$

Kulmasulut merkitsevät parvikeskiarvoa kaikista mahdollisista (V_i, V_j) uudelleenkonstruoiduista vektoripareista, jotka täyttävät kaavan (5.4) ehdon:

$$\varepsilon_k \leq \|V_i - V_j\| \leq \varepsilon_k + \Delta\varepsilon_k \quad (5.4)$$

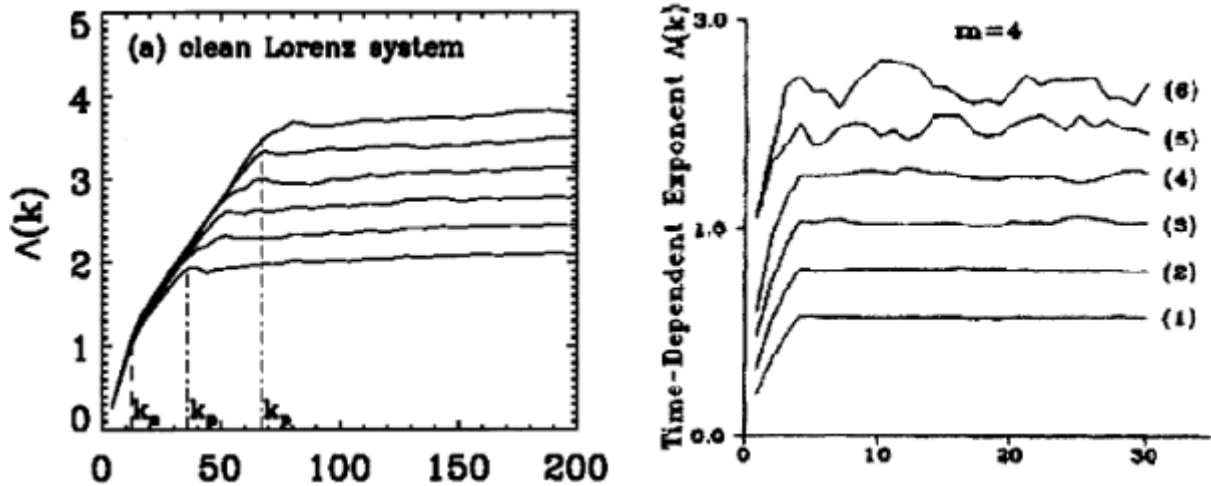
Kaavassa (5.4) ε_k ja $\Delta\varepsilon_k$ ovat ennalta määrättyjä pieniä etäisyyksiä, joita käytetään TDE-käyrien eksponentin määrittämiseen. Geometrisesti pari $(\varepsilon_k, \varepsilon_k + \Delta\varepsilon_k)$ määrittää ”kuoren” (engl. shell), jonka tehtävänä on sisällyttää skaalan vaikutus. Kuoren halkaisija on ε_k ja kuoren paksuus on $\Delta\varepsilon_k$ (ei välttämättä vakio). Kuorella viitataan orbitaalien joukkoon, kuten kvanttimekaniikassa elektronikuori koostuu ryhmästä atomiorbitaaleja. Orbitaali tarkoittaa todennäköistä liikerataa. Koska laskenta suoritetaan kuorien jonolla, kohinan vaikutus saadaan pitkälti eliminoitua, mikä tekee aikariippuvaisista eksponenttikäyristä voimakkaan menetelmän.

Kun k on vakio ja pieni, optimaalinen upotusdimensio m on se, missä $\Lambda(m, L, k)$ ei enää vähene paljoa, kun edelleen kasvatetaan m . Kun m on valittu, L valitaan minimoimalla $\Lambda(m, L, k)$. Tällä optimoinnilla varmistetaan kaikkein yhdenmukaisin muoto faasiavaruuden liikeradalle, kuten kuviossa 5.1 tehtiin. Optimointi on havainnollistettu kuviossa 5.2 Rösslerin attraktorille, jossa optimiarvot ovat $m = 3$ ja $L = 8$.



Kuvio 5.2. Aikariippuvainen eksponenttikäyrä Λ aikaviiveen L funktiona Rösslerin attraktorille.

Vektorien laskentaan liittyy lisäksi yksi huomionarvoinen seikka. Jos vektorit (V_i, V_j) ovat lähellä toisiaan ajassa, ne saattavat tällöin olla samalla orbitaalilla eli liikeradat sivuavat. Tästä johtuen määritetään $|i - j| > w$, missä w on dekorrelaatioaika eli pienin sallittu vektoreiden välinen aikaväli. Ehdossa ei kuitenkaan ole suoranaisesti kyse autokorrelaatioajasta, vaan orbitaalien liikeradoista. Sopivan dekorrelaatioajan pituus on suurempi kuin orbitaaliajan pituus. Jos orbitaaliaikaa ei tunneta, dekorrelaatioajaksi voidaan valita enemmän tai vähemmän mielivaltaisesti suuri kokonaisluku, kunhan aineisto ei ole liian pieni. Myös liian pieni dekorrelaatioaika estimoi väärin. Ehto $|i - j| > w$ sekä kaavat (5.3) ja (5.4) ovat yhdessä mielenkiintoisia myös sen takia, koska niillä voi estimoida suurimman Lyapunovin eksponentin.



Kuvio 5.3. Aikariippuvaisia eksponenttikäyriä: vasemmalla kuvattuna vähän kohinaa sisältävä Lorenzin systeemi ja oikealla kuvattuna riippumatonta sekä tasajakautunutta satunnaisdataa (Gao ym. 2007, 255 & 257).

Aikariippuvaliset eksponenttikäyrät eivät ole kuitenkaan pelkkä optimoinnin väline, vaan niillä on mahdollista saada tietoa aikasarjan alla piilevästä prosessista.⁴⁸ Kuviossa 5.3 oikealla on kuvattu satunnaisprosessin aikariippuvaisia eksponenttikäyriä systeemin kehityksen ajanhetken k funktiona. Käyrät vastaavat kuoria $(2^{-(i+1)/2}, 2^{-i/2})$, kun $i = 4, 5, \dots, 9$. Satunnaisprosessin käyrät koostuvat kahdesta osasta. Ensin tapahtuu melko lineaarinen nousu, kun $k \leq (m - 1)L$. Upotusikkunan jälkeen seuraa *keskimääräisesti* tasainen vaihe eli mahdolliset satunnaisheilahtelut kumoutuvat. Toisin sanoen ei ole havaittavissa attraktoria. Upotusvektoreiden V_{i+k} ja V_{j+k} etäisyys tässä vaiheessa seuraa kaikkein todennäköisintä arvoa. Ensimmäisen vaiheen yhdenmukainen käyttäytyminen johtuu siitä, että vektoreiden V_i ja V_j alkuperäinen etäisyys on yleensä pieni. Prosessin satunnaisuuden takia eri kuoria vastaavilla käyrillä on eri kulmakertoimet.

Vasemmalla kuviossa 5.3 on kuvattu vähän kohinaa sisältävän Lorenzin systeemin aikariippuvaisia eksponenttikäyriä. Lorenzin systeemi on kaottinen. Tämä havaitaan käyrien kolmen vaiheen käytöksestä. Ensimmäisessä vaiheessa ($0 \leq k \leq k_a$) käyrät kasvavat lineaarisesti. Toisessa vaiheessa ($k_a \leq k \leq k_p$) käyrät kasvavat edelleen lineaarisesti, mutta loivemmalla kulmakertoimella.

⁴⁸ Tässä käydään lävitse vain osa TDE-käyrien ominaisuuksista. TDE-käyrillä on lukuisia mielenkiintoisia ominaisuuksia, esimerkiksi niiden kulmakertoimella voi approksimoida fraktionaalisen Brownin liikkeen Hurstin eksponentin ja stabiilien jakaumien α -parametrin (normaalijakauman $\alpha=2$, muilla stabiileilla jakaumilla $\alpha < 2$).

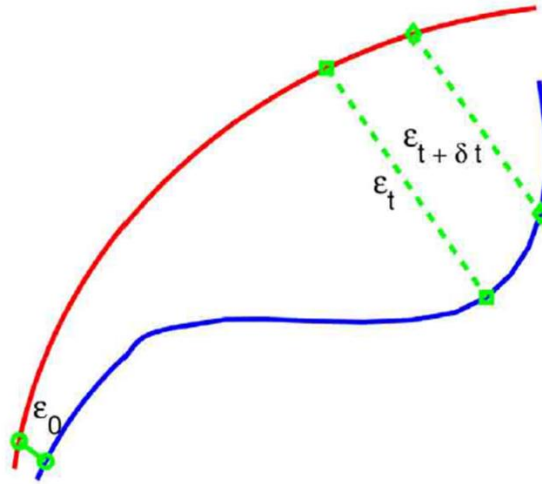
Ensimmäisen vaiheen jyrkempi kulmakerroin johtuu kaaottisten systeemien moninkertaisen eksponentiaalisen kasvun kerrostumisesta. Toisen vaiheen kulmakerroin on tarkka estimaatti suurimmasta positiivisesta Lyapunovin eksponentista. Kolmannessa vaiheessa ($k \geq k_p$) käyrät ovat tasaisia. Tällöin upotusvektorit V_{i+k} ja V_{j+k} ovat saavuttaneet kaikkein todennäköisimmän etäisyyden attraktoriin nähden (esimerkiksi attraktorin halkaisijan). Toisin kuin satunnaisdatalla, kaaottisen systeemin kuoria vastaavien käyrien kulmakertoimet ovat samat. Useiden kuorien käyttäminen estää mittausvirheitä, joista esimerkkinä positiivisen Lyapunovin eksponentin estimointi satunnaisdatalla. Täten aikariippuvaiset eksponenttikäyrät toimivat suorana testinä kaaokselle, sillä ainoastaan kaaottiset systeemit käyttäytyvät näin. Kaaoksen skaalan määrittää k_p . Esimerkin kaaottisissa systeemeissä on tosin vähän kohinaa. Paljon kohinaa sisältävissä kaaottisissa systeemeissä ensimmäisen ja toisen vaiheen käyrät ovat enemmän erillään toisistaan, vaikkakin kolmannessa vaiheessa ne ovat tasaisia. Tämä viittaa siihen, että kohina hankaloittaa kaaoksen tunnistamista pienessä mittakaavassa, mutta suuressa mittakaavassa erot tasoittuvat. Aikariippuvaiset eksponenttikäyrät ovat erinomainen väline kaaoksen tunnistamiseksi, koska ne huomioivat skaalan. Ne kuitenkin mittaavat skaalan staattisesti, mikä rajoittaa käyrien hyötyä. SDLE-menetelmä laajentaa skaalan mitan dynaamiseksi.

5.1.4 Skaalariippuvainen Lyapunovin eksponentti

Itse SDLE:n laskemiseksi kiinnitetään huomio liikeratojen etäisyyksiin uudelleen konstruoidussa faasiavaruudessa (kuvio 5.4). Kahden lähellä olevan liikeradan etäisyys on alkutilassa ε_0 ja liikeratojen *keskimääräinen* etäisyys ajanhetkellä t on ε_t ja ajanhetkellä $t + \Delta t$ on $\varepsilon_{t+\Delta t}$. Koska kyse on keskimääräisistä etäisyyksistä, etäisyydet voi laskea mille tahansa prosessille, esimerkiksi epäjatkuvuuskohtia sisältäville epästationaarisille prosesseille.

Kun $\Delta t \rightarrow 0$, niin tällöin pätee kaava (5.5):

$$\varepsilon_{t+\Delta t} = \varepsilon_t e^{\lambda(\varepsilon_t)\Delta t} \quad (5.5)$$



Kuvio 5.4. Kaksi mielivaltaista liikerataa yleistetyssä korkeadimensionaalisessa faasiavaruudessa. Liikeratojen etäisyydet ajanhetkinä 0, t ja $t + \Delta t$ ovat ε_0 , ε_t ja $\varepsilon_{t+\Delta t}$. (Gao ym. 2011, 4.)

Kaavan (5.5) pohjalta saadaan SDLE $\lambda(\varepsilon_t)$, mikä on kuvattu kaavassa (5.6). Aikasarja-aineistossa pienin mahdollinen Δt on näytteenottoaika τ .

$$\lambda(\varepsilon_t) = \frac{\ln \varepsilon_{t+\Delta t} - \ln \varepsilon_t}{\Delta t} \quad (5.6)$$

Kaavassa (5.7) ε_t esitetään differentiaaliyhtälönä.

$$\frac{d\varepsilon_t}{dt} = \lambda(\varepsilon_t)\varepsilon_t \quad (5.7)$$

Kaavan (5.6) pohjalta nähdään, kuinka SDLE lasketaan keskiarvoperusteisesti. Laskun suorittamiseksi on haettava kaikki faasiavaruuden vektoriparit, joiden etäisyyksiksi toisistaan on approksimoitu ε , ja tämän jälkeen on laskettava niiden välisen etäisyyden keskiarvo ajanhetken Δt jälkeen. Menettely vektoriparien hakemiseksi esiteltiin aikariippuvaisten eksponenttikäyrien yhteydessä eli upotusvektoripareista muodostetaan kaavan (5.4) mukainen kuori. Kuorten sarjaa $k = 1, 2, 3 \dots$ voi pitää differentiaalelementtinä ehdollisten todennäköisyyksien laskemiseksi. SDLE

seuraa vektoriparien rinnakkaisevoluutiota valittujen pienten kuorien sisällä, joten tästä johtuen SDLE kykenee mukautumaan epäjatkuvuuskohtiin.

Tämän jälkeen tutkitaan kaikkien vektoriparien (V_i, V_j) käyttäytymistä kuoren sisällä ja lasketaan keskiarvo. Kun kukin kuori on hyvin ohut, niin olettamalla, että logaritmoinnin ja keskiarvon järjestys ovat keskenään vaihdettavissa kaavassa (5.6), saadaan kaava (5.8):

$$\lambda(\varepsilon_t) = \frac{\langle \ln \|V_{i+t+\Delta t} - V_{j+t+\Delta t}\| - \ln \|V_{i+t} - V_{j+t}\| \rangle}{\Delta t} \quad (5.8)$$

Kulmasulut merkitsevät kuoren sisäistä keskiarvoa, t ja Δt ovat kokonaislukuja näytteenottoajan yksikössä. Kuorien vaikutus SDLE:n arvoon tietyssä skaalassa yhdistyy, missä kunkin kuoren paino määräytyy kuoren sisältämien vektoriparien (V_i, V_j) määrästä. Etsittäessä vektoripareja kuoren sisällä, yllä olevassa yhtälössä oletettiin etäisyyden alussa $\|V_i - V_j\|$ asettuvan välittömästi linjaan epävakaimman suunnan kanssa. Korkeadimensionaalisissa systeemeissä näin ei välttämättä ole. Koska kuoret eivät ole äärettömän pieniä, tästä ei synny vakavaa ongelmaa. Kun etsitään vektoripareja kunkin kuoren sisässä, ongelma saadaan eliminoitua käyttämällä ehtoa $|j - i| \geq (m - 1)L$. Ehto poistaa kuviossa 5.3 kuvatun kaotettujen ensimmäisen vaiheen ($0 \leq k \leq k_a$) eli aikaskaalan, jonka lähellä olevat pisteet (X_i, X_j) vaativat mennäksensä linjaan epävakaa V_i :n tai V_j :n monikerran kanssa. Ehto on hyödyllinen niin TDE-käyrien kuin SDLE:n laskemisessa. Lisäksi kaavassa (5.8) ajan indeksin t tulee täyttää vastaava ehto $t \geq (m - 1)L$.

Vaikka SDLE:n laskumenettely on käytännössä sama kuin TDE-käyrillä, vielä ei ole eksplisiittisesti määritelty niiden yhteyttä toisiinsa. Se löytyy ottamalla integraali välillä $[0, t]$ kaavasta (5.8), jolloin integraaliyhtälön oikea puoli vastaa kaavan (5.3) oikeaa puolta. Toisin sanoen saadaan kaava (5.9), jossa $\Lambda(t)$ vastaa TDE:n määritelmää kaavassa (5.3):

$$\int_0^t \lambda(\varepsilon_t) dt = \Lambda(t) \quad (5.9)$$

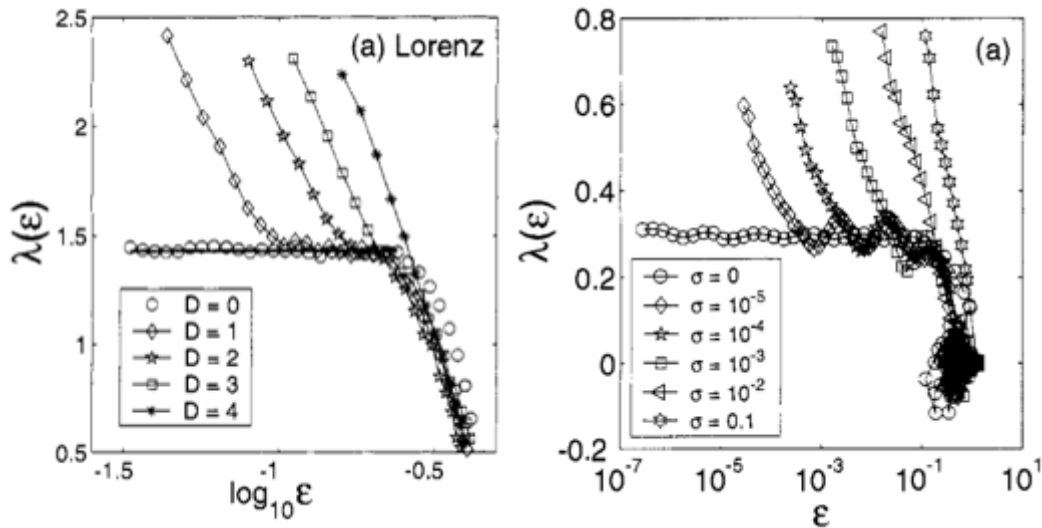
Toisaalta TDE-käyrät voi esittää muodossa $\Lambda(t) = \ln \varepsilon_t - \ln \varepsilon_0$, jolloin saadaan kaava (5.10). Tämän pohjalta huomataan, että SDLE on TDE-käyrän lokaali kulmakerroin. (Gao ym. 2011, 4.)

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 e^{\Lambda(t)} \quad (5.10)$$

Kuten TDE-käyrillä, myös SDLE-menetelmällä on mahdollista määrittää suurin positiivinen Lyapunovin eksponentti, mikä on yksi yhteys lisää menetelmien välille. Tämä ei sinällään ole yllättävää, koska SDLE on yleistys Lyapunovin eksponentista. Mataladimensionaaliselle kaaokselle $\lambda(\varepsilon_t)$ vastaa suurinta positiivista Lyapunovin eksponenttia eli se on riippumaton ε_t arvoista lukuisilla skaaloilla. Korkeadimensionaaliselle kaaokselle $\lambda(\varepsilon_t)$ on riippuvainen (pienistä) ε_t arvoista.

Kysymykseksi jää vielä, kuinka määrittää kuorien koko ja määrä. Kuviossa 5.5 vasemmalla puolella havainnollistetaan asiaa kuvaamalla SDLE-käyriä kaaottisissa Lorenzin systeemissä eri dimensioilla. Mataladimensionaalisen kaaoksen tapauksessa SDLE-käyrä heilahtelee hieman vakion, eli suurimman positiivisen Lyapunovin eksponentin, ympärillä. Pienet heilahtelut johtuvat attraktorin eri alueiden poikkeavista divergensseistä.⁴⁹ SDLE-käyrä on käytännössä lineaarinen suora horisontaalisessa tasossa eli se on riippumaton ε_t arvoista. Dimension kasvattaminen näkyy SDLE-käyrissä kaaottisuuden hukkumisena. Esimerkiksi kun $D = 4$, kaaottisuus häviää kohinan sekaan käytännössä saman tien. Tähän liittyy myös kuoren koko. Kuvion 5.5 SDLE-käyrät on laskettu melko pienillä kuorilla. Suurilla kuorilla käyrät kasautuisivat kuviossa oikealle eli ne hukkaisivat kaaottisen dynamiikan. Tästä johtuen kaaoksen tunnistamiseksi on käytettävä pieniä kuoria. Yksi tai muutama pieni kuori riittää SDLE:n laskemiseksi. Kuviossa 5.5 oikealla puolella voidaan havaita vastaava käyttäytyminen sovellettuna luvussa 3.4 viitattuun Brockin ja Hommesin heterogeenisten odotusten hinnoittelumalliin. SDLE-käyrien perusteella heterogeenisten odotusten hinnoittelumalli käyttäytyy Lorenzin systeemin kaltaisesti eli kaaottisesti.

⁴⁹ Divergenssi kuvaa vektorikentän läheisyyttä.



Kuvio 5.5. Vasemmalla SDLE-käyrät vähän kohinaa sisältävälle Lorenzin systeemille ja ”mölyisälle” Lorenzin systeemille. Oikealla vastaavat käyrät Brockin ja Hommesin hinnoittelumallille. Eri kuorien käyrille on kullekin omat symbolinsa. (Gao ym. 2007, 275 & 302.)

Kuviossa 5.5 korkeissa dimensioissa skaalan ε_t laajentaminen (eli ε_t pienenee) kasvattaa SDLE-käyrää $-\gamma \ln \varepsilon_t$ mukaisesti dimensiosta riippumatta eli kohina ei vaikuta kulmakertoimeen γ . Kulmakerroin määritellään $\gamma = D/D(\varepsilon_0)$, missä D on dimensio äärettömän pienellä skaalalla ja $D(\varepsilon_0)$ on dimensio alkuarvoparven äärellisellä skaalalla. Jos äärellinen skaala on suuri, niin tällöin $\gamma \sim 1/m$, joten upotusdimension arvoksi m kannattaa valita pieni luku, jotta kulmakerroin olisi tulkittavissa. Usein valitaan $m = 2$. (Gao ym. 2013a, 3.) Vastaavasti kun skaala ε_t lähestyy nollaa, systeemin entropia lähestyy ääretöntä kaikissa dimensioissa eli toisin sanoen havaitaan ainoastaan kohinaa. Vaikka tähän mennessä lähtökohtana on ollut kaaosteoria, entropian käsite⁵⁰ on peräisin informaatioteoriasta, mikä tutkii informaation kvantifointia. Entropian mittana on tyypillisesti Kolmogorov-Sinai-entropia, joka mittaa informaation muodostumisen nopeutta dynamisissa systeemeissä. Kompleksisuusteoria kattaa nämä molemmat teoriat. Entropia määrittää systeemejä eri tavoilla, mihin perustuen systeemejä on mahdollista luokitella. Täysin satunnaisilla systeemeillä on ääretön entropia eli systeemiin syötetty informaatio häviää täydellisesti. Satunnaisfraktaaleilla entropia ei ole enää täydellistä, ja kaaottisilla systeemeillä entropia on tyypillisesti vielä vähäisempää. Täten entropia tarjoaa tavan tutkia systeemin prosessia. SDLE on rinnasteinen entropiaan, ja sitä voi

⁵⁰ Entropian käsite esiintyy myös termodynamiikassa, mutta sen merkitys on suppeampi kuin informaatioteoriassa.

käyttää entropian mittauksessa.⁵¹ SDLE:n avulla voidaan luokitella aikasarjat kolmeen skaalauslakiin pohjautuen, joiden mukaan myös entropia skaalautuu:

- I. Kaaos, jonka muisti on hukunut eli joko korkeadimensionaalinen kaaos tai mataladimensionaalinen kaaos suurilla skaaloilla: $\lambda(\varepsilon_t) \sim -\gamma \ln \varepsilon_t$.
- II. Deterministinen kaaos: SDLE on vakio ja yhtä suuri kuin suurin positiivinen Lyapunovin eksponentti, kun skaala ε_t on pieni.
- III. $1/f^\beta$ kohina: $\lambda(\varepsilon_t) \sim \varepsilon_t^{-\frac{1}{H}}$.

Ensimmäiset kaksi prosessia havaittiin kuvioista 5.5. Kolmas prosessi eli $1/f^\beta$ kohina on satunnaisfraktaali, mikä kuvaa stokastisen prosessin tuottaman kohinan spektrin tiheyttä, missä spektrin eksponentti $\beta = 2H + 1$ ja H on Hurstin eksponentti. Sitä voidaan kutsua myös fraktionaaliseksi kohinaksi tai värilliseksi kohinaksi. Brownin liike tuottaa jatkuvaa valkoista kohinaa, jolloin $H = 0,5$ (ks. kuvio 1.1 alempi kuva, jossa valkoisen kohinan spektri). Jos prosessilla on pitkä muisti (engl. persistent), niin silloin puhutaan mustasta kohinasta ($0,5 < H \leq 1$), ja vastaavasti heilahtelut kumoava prosessi (engl. antipersistent) on pinkkiä kohinaa ($0 \leq H < 0,5$) (Peters 1994, 171).⁵² Tämä mahdollisuus skaalauslain tunnistamiseen tekee SDLE-menetelmästä erittäin mielenkiintoisen, koska se tunnistaa kaaoksen lisäksi fraktionaalisen kohinan.

Myös kuvioista 5.5 voidaan havaita eri skaalauslakien yhtäaikainen olemassaolo. Mataladimensionaalinen kaaos seuraa vakiota skaalauslain I mukaan, kunnes muisti hukkuu ja säännöksi vaihtuu $\lambda(\varepsilon_t) \sim -\gamma \ln \varepsilon_t$. Täten avain kaaoksen erottamiseen kohinasta on eri skaalojen tunnistaminen. Suurin tunnistettava skaala määräytyy havaintojoukon perusteella eli maksimi- ja minimietäisyydestä kahden vektorin välillä $\|V_i - V_j\|$, missä $i \neq j$. Tämä skaalausmitta on suurin selvitetävissä oleva skaala, jota tosin voi kasvattaa suuremmalla havaintojoukolla. Upottamalla luotu kuorien joukko SDLE:n laskemiseksi muodostaa skaalojen alkuarvot, jotka dynamiikan kehityksen myötä automaattisesti konvergoituvat luontaisiin skaaloihinsa ja määrittävät kaavat (5.6) ja (5.7).

⁵¹ On kuitenkin huomioitava, että kompleksisuutta ei tule nähdä pelkästään lineaarisessa mielessä determinismi-stokastiikka-akselilla, vaan myös systeemin rakenteet ovat osa kompleksisuutta, mitä ei voi luokitella perustuen edellä mainittuun dikotomiaan (Gao ym. 2007, 313–314).

⁵² Kuvio 4.6 havainnollistaa Hurstin eksponenttia, mutta siinä kuvataan ainoastaan stokastisen prosessin liikettä, eikä sen tuottaman kohinan spektriä.

Aiemmin mainittu ehto $|j - i| \geq (m - 1)L$ on myös siksi tärkeä, koska se mahdollistaa konvergoitumisen luontaiseen skaalaan,

Kun skaalauslait I-III ovat yhtä aikaa voimassa, ne noudattavat nousevaa järjestystä. Pienillä skaaloilla pätee skaalauslaki I, skaalan kasvaessa pätee skaalauslaki II ja lopulta skaalauslaki III. Skaalauslaki I on stokastista pakottamista (engl. stochastic forcing), mikä työntää systeemin käyttäytymisen suuremmalle skaalalle, missä kohinan rooli tasoittuu. Skaalauslaki III on diffuusioliike, mikä esiintyy korkeammilla tasoilla kuin kaoottinen käyttäytyminen. Tämä johtuu sen epästationaarisuudesta, sillä epästationaarinen prosessi voi esiintyä ainoastaan suuren havaintojoukon piirissä. Epästationaarisuus vaihtaa regiimin, ja täten kaoottinen dynamiikka häviää regiimin vaihdoksen myötä eli kaoottinen käyttäytyminen voi esiintyä ainoastaan pienemmillä skaaloilla.⁵³ Silloin kun skaalauslaki I ei ole voimassa, mutta lait II ja III ovat, systeemissä esiintyvä Brownin liike on alkuperältään determinististä. Sen dimensio on mahdollista määrittää systeemin lokaalista epästabiilista käyttäytymisestä eli skaalauslaista II. Tämä on tärkeä havainto, koska rahoitusmarkkinoilla havaittu satunnaiskulku voi olla alkuperältään determinististä.

Kaaoksen tunnistamiseksi SDLE:n tulee olla vakio koko skaalausmitan $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ alueella, sillä muuten kaaos diagnosoidaan perustuen lokaaliin käyttäytymiseen. Jotta skaalausmitan alue olisi riittävän suuri, ε_2 tulee olla riittävän paljon suurempi kuin ε_1 . Näiden saamat arvot riippuvat kaaoksen dimensiosta. Kuitenkin $\log_{10} \varepsilon_2 / \varepsilon_1$ tulisi olla vähintään 0,5. Mikäli SDLE on vakio minimiskaalan ε_1 jälkeen, niin tämä viittaa datan noudattavan kohinaprosessia, minkä voi selvittää analysoimalla systeemin käyttäytymistä muilla menetelmillä. Mikäli SDLE noudattaa skaalauslakia II minimiskaalan ε_1 jälkeen, systeemissä esiintyy kaaosta, mutta sen luonteesta ei voi tehdä enempää johtopäätöksiä, jos tunnetaan ainoastaan aikasarja.

Kaiken kaikkiaan SDLE on kompleksisuusteorian yleismittari, kun taas Hurstin eksponentti, Lyapunovin eksponentti tai Kolmogorov-Sinai-entropia ovat aikasarjan kompleksisuuden mittareita eri skaaloilla. SDLE on moniskaalainen mittari, mikä vastaa kullakin skaalalla edellä mainittuja tai muita kompleksisuuden mittareita.

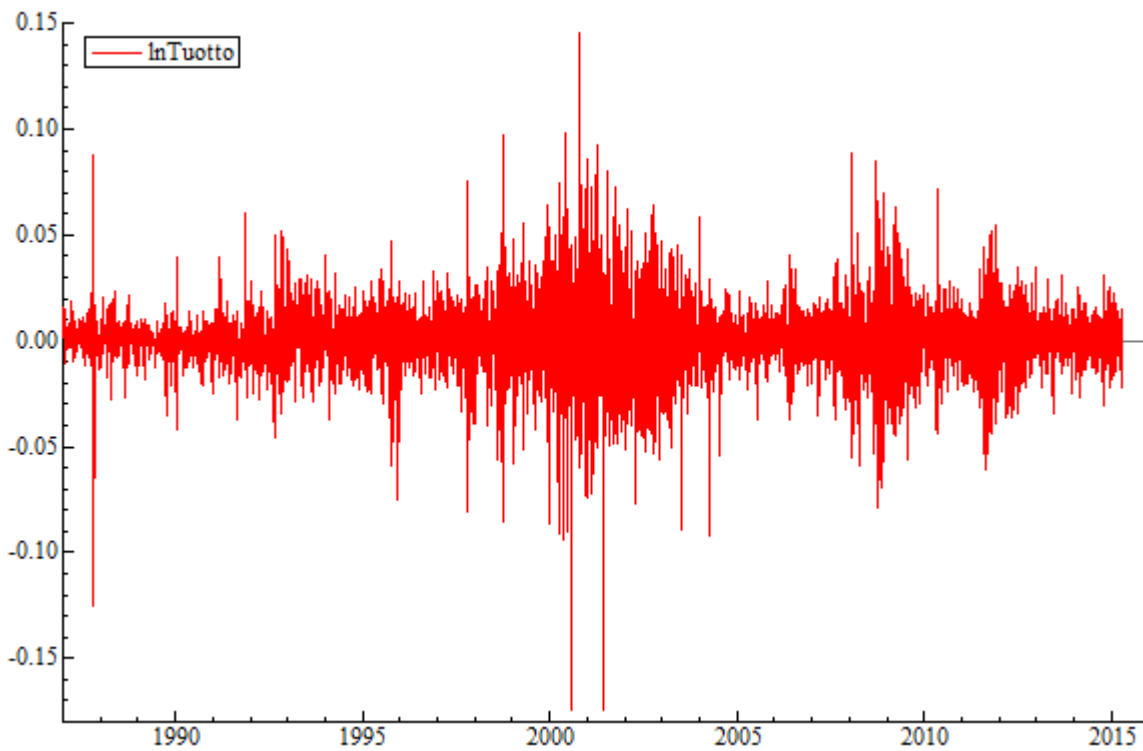
⁵³ Oma kysymyksensä on se, kuinka Kondratjevian aaltojen kaltaiset hypoteettiset makrosykliit skaalautuvat, mutta se ei kuulu tämän tutkielman skaalaan.

5.2 Aineiston kuvailu

Rahoitusmarkkinoiden kaoottisuuden testaamiseksi SDLE-menetelmällä tässä tutkielmassa käytetään tutkimusaineistona Nasdaq OMX Helsinki -indeksin (OMXH) kurssikehitystä. OMXH on Helsingin pörssin yleisindeksi, joka kuvaa pörssin päälistan kaikkien osakkeiden kurssikehitystä. Kukin osake on indeksissä mukana markkina-arvoaan vastaavalla painolla. Indeksien perusarvo on 1000. Perusarvo on joulukuun 28. päivän päätöskurssi vuodelta 1991, jolloin Helsingin Arvopaperipörssi aloitti indeksin julkaisun alun perin nimellä HEX -yleisindeksi. Tämä aineisto sisältää indeksin päivittäiset päätösarvot aikavälillä 2.1.1987–22.4.2015. Aineistossa on huomioitu ainoastaan hintakehitys, eikä se sisällä osinkojen vaikutusta. Aineiston lähde on Nasdaq OMX, ja aineisto on hankittu Macrobond-ohjelmalla.

Kuvion 5.6 ylemmässä graafissa on kuvattu ylhäällä OMXH:n päivittäiset päätöskurssit ja alemmassa graafissa on kuvattu OMXH:n päivittäisestä tuotosta otettu luonnollinen logaritmi aikavälillä 5.1.1987–17.4.2015. Kurseissa esiintyy jyrkkiä liikkeitä, joista kaikkein silmiinpistävimänä esimerkkinä on 2000-luvun taitteen IT-kupla. Graafeista voidaan havaita rahoitusaikasarjoissa havaittuja tyyliteltyjä faktoja kuten volatilitietin klusteroituminen, hinnanmuutoksen paksuhäntäisyys ja epäjatkuvuuskohdat. Graafien ero on selkeä verrattuna kuvion 1.1 Brownin liikkeeseen. Kaikki kurssiliikkeet eivät ole endogeenista alkuperää, esimerkiksi 11.9.2001 terrori-iskujen vaikutus kursseihin.

Taulukossa 5.1 on kuvattu tutkimusaineiston tunnusluvut hinnalle ja logaritmoidulle tuotolle. Logaritmoidun tuoton tunnuslukujen perusteella tuottojen jakauma ei noudata normaalijakaumaa. Logaritmoidun tuoton jakauma on huipukkaampi kuin normaalijakauma, ja jakauman vinous on kallistunut negatiiviselle puolelle toisin kuin normaalijakaumassa. Kallistuma johtuu muutamista ääriarvoista, jotka ovat peräisin 2000-luvun taitteesta ja vuodelta 1987. Sen sijaan vuosien 2007–2009 finanssikriisin vaikutus on ollut huomattavasti vähäisempi kuin edellä mainittujen kriisivuosien vaikutus.



Kuvio 5.6. OMXH:n päivittäinen päätöskurssi (ylhäällä) ja logaritmoitu tuotto (alhaalla) aikavälillä 2.1.1987–22.4.2015.

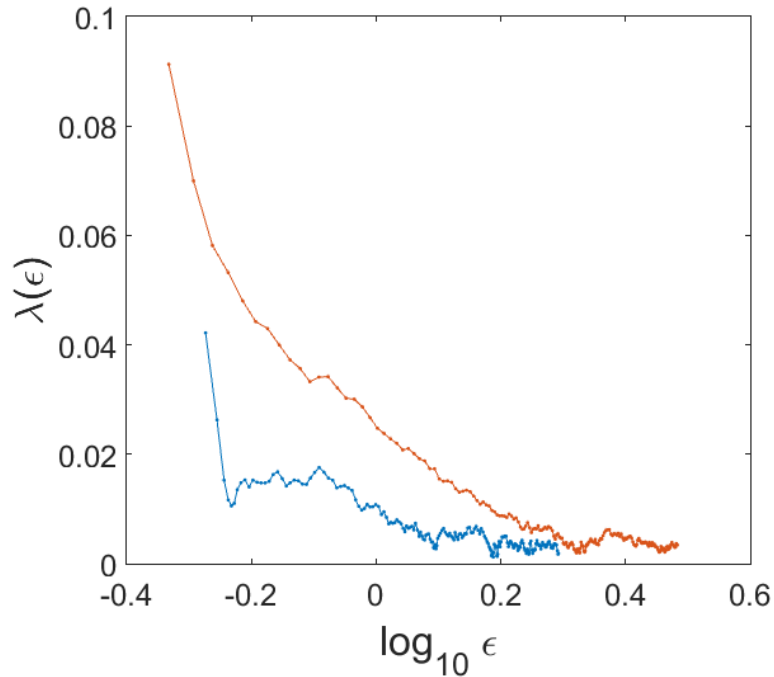
OMXH:n päivittäinen päätöskurssi		
Havaintojen lukumäärä	7367	
Ensimmäinen havainto	2.1.1987	
Viimeinen havainto	22.4.2015	
Jakaumaluvut	Hinta	lnTuotto
Keskiarvo	5267	0,00029561
Mediaani	5571	0,000077215
Keskihajonta	3549	0,016210
Maksimiarvo	18331	0,14563
Minimiarvo	541	-0,17425
Vinous	0,71535	-0,39573
Huipukkuus	0,36126	9,1101

Taulukko 5.1. OMXH:n päätöskurssin tunnusluvut.

5.3 SDLE-analyysi

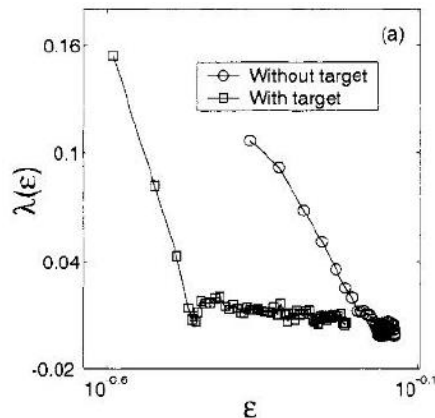
Tutkimusaineiston logaritmoitu tuottojakauma ei edellisen luvun jakaumatarkastelun perusteella noudata normaalijakaumaa, vaan paksuhäntäistä jakaumaa. Tämä ja muut tyyllitellyt faktat, kuten volatilitietin klusteroituminen, saattaavat antaa viitettä aikasarjassa piilevästä kaoottisesta käyttäytymisestä. Seuraavaksi suoritetaan tutkimusaineistolle SDLE-analyysi. Analyysissä käytetään OMXH:n päivittäisiä päätöshintoja aikavälillä 2.1.1987–22.4.2015. Analyysissä käytetyt ohjelmat on listattu liitteessä B.

Kuviossa 5.7 ovat SDLE-analyysin tulokset. Upotusdimension m arvo on 2 ja aikaviiveen L arvo on 1. Vektorien maksimietäisyydeksi eksponenteissa on asetettu 13, systeemin kehityksen ajaksi on asetettu 200 ja dekorrelaatioajaksi on asetettu 20. Ensimmäisenä voidaan todeta, että skaalauslaki I pätee osittain aineistoon. Tämän näkee SDLE-käyrien melko lineaarisesta käyttäytymisestä lähellä kuvion vasenta reunaa. Toiseksi voidaan todeta, että aineistossa ei näyttäisi esiintyvän mataladimensionaalista kaaosta, koska skaalauslaki II ei toteudu. Näiden kahden havainnon perusteella voidaan todeta, että aineistossa saattaa piillä korkeadimensionaalista kaaosta. Ajoin testit myös lyhemmillä ajanjaksoilla mahdollisille eri regiimeille, kuten IT-kuplan kasvu ja puhkeaminen (1996–2001) sekä finanssikriisin jälkeinen aika (2010–2015). SDLE-käyrät kuitenkin hakeutuivat aina samaan muotoon.



Kuvio 5.7. SDLE-käyrät koko tutkimusaineistolle kahdella kuorella upotusarvoilla $m = 2$ ja $L = 1$.

Mahdollisesti hivenen yllättäen, saadut SDLE-käyrät muistuttavat merenpinnan aaltovälkkeen datasta muodostettuja SDLE-käyriä (kuvio 5.9). Aaltovälke häiritsee merenkulussa tutkakuvaa, minkä vuoksi sen käyttäytymisen ymmärtäminen on äärimmäisen tärkeää. Aaltovälkkeen ymmärtäminen on myös äärimmäisen haastavaa johtuen sen kompleksisuudesta. Sama vaikuttaisi pätevän myös Helsingin pörssin päivittäisistä päätöshinnoista muodostetussa aikasarjassa. Kuten kuviossa 5.8 esitetyt aaltovälkkeen datan kuoret, myöskään tutkimusaineiston kuoret eivät kohtaa. Tämä saattaa viitata aineistojen huomattavaan kompleksisuuteen.



Kuvio 5.8. Aaltovälkkeen SDLE-käyriä (Gao ym. 2007, 305).

Hu & Gao (2013) esittävät aaltovälkkeen tutkimuksensa pohjalta, että aaltovälkkeen dynamiikka sisältää erittäin paljon kohinaa, eikä aaltovälkkeen dynamiikka ole kaottista. Tällaisessa systeemissä informaation entropia on erittäin suurta. Skaalauslakia I voi käyttää entropian mittarina. Kuten kuviosta 5.8 huomataan, skaalauslaki I pätee vain rajatusti lähellä kuvion vasenta laitaa. Tämän jälkeen entropia hävittää skaalauslain I vaikutuksen systeemistä ja havainnot ovat kohinaa. Entropian määrä on suurta, mikä viittaa markkinoiden tehokkuuteen. Mikäli entropiaa käytetään tehokkuuden mittarina, niin voidaan tällä perusteella todeta Helsingin pörssin olevan markkinoina vähintään kohtalaisen tehokkaat.

Entropia saattaa hyvinkin olla hyvä vaihtoehto tehokkuuden mittariksi. Gao ym. (2013b) esittävät entropian tarjoavan rakennuspalikan koko kompleksisuusteorialle. Tämän perusteella informaatioteoria voi tarjota hedelmällisemmän lähtökohdan rahoitusmarkkinoiden tutkimukselle kuin kaaosteoria. Mantegna & Stanley (2000, 11–12) ovatkin esitelleet informaatioteoreettisen määritelmän markkinatehokkuudelle, mistä katsottuna täysin satunnaisen prosessin ja paljon kohinaa sisältävän aikasarjan välillä ei ole eroa. Koska tehokkaat markkinat vaativat kohinan olemassaolon, kuten Black (1986) toi esiin, niin ainakaan tämän perusteella Helsingin pörssiä ei voi väittää informatiivisesti ”tehottomaksi” markkinaksi. Helsingin pörssin tehokkuuden asteen mittaaminen ei kuitenkaan kuulu tämän tutkielman laajuuteen.

6 JOHTOPÄÄTÖKSET

Tämän tutkielman tutkimuskysymyksenä on ollut kaaoksen esiintyminen rahoitusmarkkinoilla. Tutkielman kirjallisuuskatsauksen ensimmäisessä luvussa esiteltiin tehokkaiden markkinoiden hypoteesi ja sen kritiikki. Luvun tärkeimpänä antina kyseenalaistettiin satunnaiskulun päteminen rahoitusmarkkinoilla pohjautuen tyylliteltyihin faktoihin. Kirjallisuuskatsauksen toisessa luvussa pohjustettiin talousteoreettisesti, minkä takia rahoitusmarkkinat ovat sykliset. Tämä pohjustus auttoi ymmärtämään syitä sellaisten ilmiöiden taustalla, mitkä vaikuttaisivat olevan markkinatehokkuudelle vastakkaisia, esimerkiksi äkilliset markkinaromahdukset. Tähän syvempään ymmärrykseen perustuen kirjallisuuskatsauksen kolmannessa luvussa perusteltiin, miksi rahoitusmarkkinat saattavat olla kaoottiset. Lisäksi käsiteltävä aihepiiri liitettiin laajempaan kompleksisuusteorian kontekstiin, minkä perusteella markkinat ovat kompleksiset johtuen markkina-agenttien heterogeenisyydestä ja rajoitetusta rationaalisuudesta. Kirjallisuuskatsaus oli kokonaisuudessaan laaja ja syntetisoi tyyppillisesti erillään esiintyviä näkemyksiä hypoteesiksi rahoitusmarkkinoiden kaoottisuudesta.

Tutkielman empiirisessä osiossa esiteltiin skaalariippuvainen Lyapunovin eksponentti moniskaala-analyysin välineenä. Skaalariippuvaista Lyapunovin eksponenttia on aikaisemmin sovellettu vain muutamia kertoja taloustieteellisessä tutkimuksessa. Menetelmää sovellettiin Helsingin pörssin yleisindeksin vuosien 1987–2015 päivittäisiin päätöshintoihin. Skaalariippuvainen Lyapunovin eksponentti osoittautui lupaavaksi menetelmäksi ja sillä havaittiin korkeadimensionaalisen kaaoksen skaalauslain olemassaolo aineistossa. Toisaalta markkinoiden käyttäytyminen ei kuitenkaan välttämättä seuraa korkeadimensionaalista kaaosta, vaan systeemin kompleksisuus on todennäköisesti jotain muuta, johtuen entropian suuresta määrästä. Entropiasta johtuva korkeadimensionaalisen kaaoksen skaalauslain nopea häviäminen on, ehkä hieman yllättäen, havaittu myös merenpinnan aaltovälkkeen käyttäytymisessä.

Tutkielman tulosten perusteella kaaosteoria tarjoaa mielenkiintoisen, mutta lopulta epätydyttävän lähtökohdan rahoitusmarkkinoiden tutkimukselle. Kaaosta saattaa esiintyä markkinoilla, mutta sen rooli voi olla rajattu. Kaaoksen rooli rahoitusmarkkinoilla jää edelleen avoimeksi kysymykseksi.

Informaatioteoria saattaa sen sijaan olla hedelmällisempi lähtökohta rahoitusmarkkinoiden tutkimukselle kuin kaaosteoria. Eikä pelkästään rahoitusmarkkinoiden tutkimukselle, vaan koko kompleksisuusteorialle eli sen potentiaali kattaa muiden taloustieteen osa-alueiden lisäksi lukuisat muut tieteet. Informaatioteoriaan pohjautuen entropian määrittäminen voi olla parempi tapa selvittää markkinoiden tehokkuuden aste, kuin esimerkiksi aikasarjan autokorrelaatiot. Informaatioteoreettisesta näkökulmasta kohinalla ja satunnaisuudella ei ole eroa. Tehokkuus vaatii kohinan olemassaolon ja toisaalta satunnaisuutta pidetään usein tehokkuuden tunnusmerkkinä. Näin ollen kohinan rooli on tärkeä markkinatehokkuuden ymmärtämisessä, koska hinnanmuodostuksen satunnaisuutta pidetään tyypillisesti markkinatehokkuuden tunnusmerkkinä. Entropian eri tasot määrittävät eri skaaloja ja skaalauslakeja, mitä kautta entropia kytkeytyy moniskaala-analyysiin. Moniskaala-analyysi skaalariippuvaisella Lyapunovin eksponentilla tarjoaa laajan lähestymiskulman systeemin dynamiikan määrittämiseen. Laaja näkökulma syntyy siitä, että moniskaala-analyysi ei lähtökohtaisesti rajaa ulos systeemin käyttäytymisen eri muotoja, oli kyse sitten kaotisuudesta tai satunnaisfraktaaleista.

Tässä tutkielmassa OMXH-indeksin havaittiin noudattavan toisenlaista prosessia kuin satunnaiskulku. Gao ym. (2013a) tutkivat skaalariippuvaisella Lyapunovin eksponentilla valuuttamarkkinoita ja havaitsivat valuuttamarkkinoiden prosessin olevan satunnaiskulun kaltainen. Valuuttamarkkinoiden satunnaiskulku on vahvistettu myös useissa muissa tutkimuksissa. Saatu tutkimustulos vahvistaa luvussa 4.5 viitatussa havainnon siitä, että osakemarkkinoiden dynamiikka poikkeaa valuuttamarkkinoiden tyypillisestä dynamiikasta. Tästä huolimatta aineistossa havaitun prosessin sisältämän entropian vuoksi kyseessä voi olla informatiivisesti tehokas prosessi, kuten satunnaiskulku on. Kuitenkin havaitun prosessin kompleksisuus on sellaista, mitä ei ole toistaiseksi tarkasti luokiteltu, joten johtopäätöksiin prosessin luonteesta tulee suhtautua varauksella. Lisäksi tämän tutkielman tutkimusaineisto on rajallinen ja tutkimustulos perustuu yhteen menetelmään, joten tästäkin syystä tämän tutkielman tutkimustulokseen kannattaa suhtautua kriittisesti ennen jatkotutkimuksia.

Jatkotutkimuksia skaalariippuvaisella Lyapunovin eksponentilla voitaisiin ensinnäkin suorittaa useille eri osakeindekseille ja pidemmällä ajanjaksoilla. Toisaalta menetelmää voisi soveltaa myös erittäin lyhyille ajanjaksoille, joiden merkitys korostuu nykypäivänä ultranopean kaupankäynnin nousun myötä. Voisi myös ajaa vertailevia SDLE-ajoja, joissa tutkimusaineistosta leikataan pois

ääriarvot ja katsotaan vaikuttaako ääriarvojen leikkaus SDLE-käyriin. Tutkimus voisi myös siirtyä makrotasolta mikrotasolle, missä tutkimuskohteena olisi yksittäinen osake. Lisäksi toisen täydentävän menetelmän hyödyntäminen, skaalariippuvaisen Lyapunovin eksponentin ohella, takaisi vankemmat tutkimustulokset.

LÄHDELUETTELO

- Akyıldırım, E. & Soner, H. M. (2014). A Brief History of Mathematics in Finance. *Borsa Istanbul Review*, 14, no. 1, 57–63.
- Alajbeg, D., Bubaš, Z. & Šonje, V. (2012). The Efficient Market Hypothesis: Problems with Interpretations of Empirical Tests. *Financial Theory and Practice*, 36, no. 1, 53–72.
- Allen, P. M. (1997). Cities and Regions as Evolutionary, Complex systems. *Geographical systems*, 4, 103–130.
- Anderson, N. & Noss, J. (2013). The Fractal Market Hypothesis and Its Implications for the Stability of Financial Markets. *Bank of England Financial Stability Paper*, 23.
- Aoki, M. (2002). Open Models of Share Markets with Two Dominant Types of Participants. *Journal of economic behavior & organization*, 49, no. 2, 199–216.
- Arthur, W. B. (2013). Complexity Economics: A Different Framework for Economic Thought. *Complexity Economics*. Oxford: Oxford University Press.
- Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure*, 3, no. 17, 21–86.
- Barnett, W. A. & Serletis, A. (2000). Martingales, Nonlinearity, and Chaos. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 24, no. 5, 703–724.
- Battiston, S., Puliga, M., Kaushik, R., Tasca, P. & Caldarelli, G. (2012). Debrank: Too Central to Fail? Financial Networks, the FED and Systemic Risk. *Scientific reports*, 2.
- Beker, V. A. (2014). Why Should Economics Give Chaos Theory Another Chance? Teoksessa Faggini, M. & Parziale, A. (toim.) *Complexity in Economics: Cutting Edge Research*. Springer. 205–223.
- Benes, J. & Kumhof, M. (2012). *The Chicago Plan Revisited*. IMF Working Paper, 202.
- Black, F. & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81, no. 3, 637–654.
- Black, F. (1986). Noise. *The Journal of Finance*, 41, no. 3, 529–543.
- Brock, W. A. & Hommes, C. H. (1998). Heterogeneous Beliefs and Routes to Chaos in a Simple Asset Pricing Model. *Journal of Economic dynamics and Control*, 22, no. 8, 1235–1274.
- Brown, S. J., Goetzmann, W. N. & Kumar, A. (1998). The Dow Theory: William Peter Hamilton's Track Record Reconsidered. *The Journal of Finance*, 53, no. 4, 1311–1333.
- Brunnermeier, M. K., Nagel, S. & Pedersen, L. H. (2008). Carry Trades and Currency Crashes. *NBER Working Paper*, no. 14473, 35.
- Campbell, J. Y. (2014). Empirical Asset Pricing: Eugene Fama, Lars Peter Hansen, and Robert

- Shiller. *The Scandinavian Journal of Economics*, 116, no. 3, 593-634.
- Casdagli, M. (1992). Chaos and Deterministic Versus Stochastic Non-linear Modelling. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 54, no. 2, 303-328.
- Chen, S. H., Kampouridis, M. & Tsang, E. (2011). Microstructure Dynamics and Agent-Based Financial Markets. *Multi-Agent-Based Simulation XI*. Berliini: Springer. 121–135.
- Chen, S. H., Chang, C. L. & Du, Y. R. (2012). Agent-Based Economic Models and Econometrics. *The Knowledge Engineering Review*, 27, no. 2, 187-219.
- Cootner, P. H. (1964) (toim.). *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Cowles III, A. (1933). Can Stock Market Forecasters Forecast? *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1, no. 3, 309–324.
- Diacu, F. & Holmes, P. (1996). *Celestial Encounters: The Origins of Chaos and Stability*. New Jersey: Princeton University Press.
- Faggini, M. (2011). Chaotic Time Series Analysis in Economics: Balance and Perspectives. *Università di Salerno Working paper*, 25.
- Falconer, K. J. (1990). *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Falconer, K. J. (1997). *Techniques in Fractal Geometry*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Fama, E. F. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices. *The Journal of business*, 38, no. 1, 34-105.
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25, no. 2, 383–417.
- Fama, E. F. (1991). Efficient capital markets: II. *The Journal of Finance*, 46, no. 5, 1575–1617.
- Fama, E. F. (2014). Two pillars of asset pricing. *The American Economic Review*, 104, no. 6, 1467–1485.
- Fama, E. F. & French, K. R. (1988). Dividend Yields and Expected Stock Returns. *Journal of Financial Economics*, 22, no. 1, 3–25.
- Fama, E. F. & French, K. R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 47, no. 2, 427–465.
- Fichter, L. S., Pyle, E. J. & Whitmeyer, S. J. (2010). Strategies and Rubrics for Teaching Chaos and Complex Systems Theories as Elaborating, Self-organizing, and Fractionating Evolutionary Systems. *Journal of Geoscience Education*, 58, no. 2, 65–85.
- Field, M. & Golubitsky, M. (2009). *Symmetry in Chaos: A Search for Pattern in Mathematics, Art,*

and Nature. Philadelphia: SIAM.

- Fisher, I. (1933). The Debt-Deflation Theory of Great Depressions. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1, no. 4, 337–357.
- Fisher, P. A. (1958). *Common Stocks and Uncommon Profits*. New York: Harper & Brothers.
- Friedman, M. (1953). The Case for Flexible Exchange Rates. *Essays in Positive Economics*. Chicago: University of Chicago Press. 157–203.
- Gao, J. B., Hu, J., Tung, W. W. & Cao, Y. H. (2006). Distinguishing Chaos from Noise by Scale-Dependent Lyapunov Exponent. *Physical Review E*, 74, no. 6, 1-9.
- Gao, J., Cao, Y., Tung, W. W. & Hu, J. (2007). *Multiscale Analysis of Complex Time Series: Integration of Chaos and Random Fractal Theory, and Beyond*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Gao, J., Tung, W. & Hu, J. (2009). Quantifying Dynamical Predictability: The Pseudo-Ensemble Approach. *Chinese Annals of Mathematics Series B*, 30, no. 5, 569-588.
- Gao, J., Hu, J., Tung, W. W. & Blasch, E. (2011). Multiscale Analysis of Biological Data by Scale-Dependent Lyapunov Exponent. *Frontiers in physiology*, 2.
- Gao, J., Hu, J. & Tung, W. W. (2012). A Unified Theory for the Multiscale Analysis of Complex Time Series. Teoksessa Shen, X. & Zayed, A. I. (toim.) *Multiscale Signal Analysis and Modeling*. New York: Springer. 221–231.
- Gao, J., Hu, J., Tung, W. W. & Zheng, Y. (2013a). Multiscale analysis of economic time series by scale-dependent Lyapunov exponent. *Quantitative Finance*, 13, no. 2, 265–274.
- Gao, J., Liu, F., Zhang, J., Hu, J. & Cao, Y. (2013b). Information Entropy as a Basic Building Block of Complexity Theory. *Entropy*, 15, no. 9, 3396–3418.
- Graham, B. & Dodd, D. (1934). *Security Analysis*. New York: McGraw-Hill.
- Grossman, S. J. & Stiglitz, J. E. (1980). On the Impossibility of Informationally Efficient Markets. *The American Economic Review*, 70, no. 3, 393–408.
- Haldane, A. G. (2011). The Race to Zero. *Bank of England*. International Economic Association Sixteenth World Congress.
- Hamilton, J. D. (2005). Regime-Switching Models. *The New Palgrave Dictionary of Economics*, 2.
- Haug, E. G. & Taleb, N. N. (2011). Option traders use (very) sophisticated heuristics, never the Black–Scholes–Merton formula. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 77, no. 2, 97–106.
- Hayek, F. A. (1945). The use of knowledge in society. *The American Economic Review*, 35, no. 4, 519–530.

- Heckbert, S., Baynes, T. & Reeson, A. (2010). Agent-Based Modeling in Ecological Economics. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1185, no. 1, 39–53.
- Hommes, C. H. (2001). Financial Markets as Nonlinear Adaptive Evolutionary Systems. *Quantitative Finance*, 1, no. 1, 149–167.
- Hu, J. & Gao, J. (2013). Multiscale Characterization of Sea Clutter by Scale-Dependent Lyapunov Exponent. *Mathematical Problems in Engineering*, doi:10.1155/2013/584252.
- Jensen, M. C., Black, F. & Scholes, M. S. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*.
- Jensen, M. C. (1978). Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency. *Journal of Financial Economics*, 6, no. 2, 95–101.
- Jung, J. & Shiller, R. J. (2005). Samuelson's Dictum and the Stock Market. *Economic Inquiry*, 43, no. 2, 221–228.
- Kahneman, D. & Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 47, no. 2, 263–291.
- Kahneman, D. & Riepe, M. W. (1998). Aspects of Investor Psychology. *The Journal of Portfolio Management*, 24, no. 4, 52–65.
- Kampouridis, M., Chen, S. H. & Tsang, E. (2012). Market Fraction Hypothesis: A Proposed Test. *International Review of Financial Analysis*, 23, 41–54.
- Kampouridis, M., Chen, S. H. & Tsang, E. (2014). The Market Fraction Hypothesis under different GP algorithms. *International Review of Financial Analysis*, 23, 41–54.
- Kendall, M. G. & Hill, A. B. (1953). The Analysis of Economic Time-Series-Part I: Prices. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 116, no. 1, 11–34.
- Keynes, J. M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Lontoo: Macmillan.
- Kim, J. H., Shamsuddin, A. & Lim, K. P. (2011). Stock return predictability and the adaptive markets hypothesis: Evidence from century-long US data. *Journal of Empirical Finance*, 18, no. 5, 868–879.
- Kindleberger, C. P. & Aliber, R. Z. (2005). *Manias, panics and crashes: a history of financial crises (5th edition)*. New Jersey: Wiley Investment Classics.
- Klüppelberg, C. & Matsui, M. (2010). Generalized fractional Lévy processes with fractional Brownian motion limit and applications to stochastic volatility models. *Technische Universität München & Keio University*.
- Knight, F. H. (1921). *Risk, Uncertainty and Profit*. New York: Harper and Row.
- Knüpfer, S. & Puttonen, V. (2014). *Moderni rahoitus (7. uudistettu painos)*. Helsinki: Talentum.

- Koo, R. (2011). The world in balance sheet recession: causes, cure, and politics. *Real-world economics review*, 58, no. 12, 19–37.
- Kristoufek, L. (2012). Fractal markets hypothesis and the global financial crisis: Scaling, investment horizons and liquidity. *Advances in Complex Systems*, 15, no. 6.
- Kuhn, T. S. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: University of Chicago Press.
- LeRoy, S. F. (1973). Risk Aversion and the Martingale Property of Stock Prices. *International Economic Review*, 14, no. 2, 436–446.
- Li, T. Y. & Yorke, J. A. (1975). Period Three Implies Chaos. *The American Mathematical Monthly*, 82, no. 10, 985–992.
- Lo, A. W. (2004). The adaptive markets hypothesis: Market efficiency from an evolutionary perspective. *Journal of Portfolio Management*, 30, 15–29.
- Lo, A. W. (2005). Reconciling Efficient Markets with Behavioral Finance: The Adaptive Markets Hypothesis. *Journal of Investment Consulting*, 7, no. 2, 21–44.
- Lo, A. W. (2007). Efficient Markets Hypothesis. Teoksessa Blume, L. & Durlauf, S. (toim.) *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*. New York: Palgrave MacMillan.
- Lo, A. W. & MacKinlay, A. C. (1999). *A Non-Random Walk Down Wall Street*. New Jersey: Princeton University Press.
- Lo, A. W., Repin, D. V. & Steenbarger, B. N. (2005). Fear and greed in financial markets: A clinical study of day-traders. *National Bureau of Economic Research Working Paper*, 11243.
- Lorenz, E. N. (1963). Deterministic Nonperiodic Flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20, no. 2, 130–141.
- Lucas Jr, R. E. (1978). Asset prices in an exchange economy. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 46, no. 6, 1429–1445.
- Mackay, C. (2012). *Extraordinary Popular Delusions and the Madness of Crowds*. Start Publishing.
- Madhavan, A. (2000). Market microstructure: A survey. *Journal of Financial Markets*, 3, no. 3, 205–258.
- Malkiel, B. G. (2003). The Efficient Market Hypothesis and Its Critics. *Journal of economic perspectives*, 17, no. 1, 59–82.
- Malkiel, B. G. (2005). Reflections on the Efficient Market Hypothesis: 30 Years Later. *Financial Review*, 40, no. 1, 1–9.
- Mandelbrot, B. B. (1963). The Variation of certain speculative prices. *The Journal of Business*, 36, no. 4, 394–419.
- Mandelbrot, B. B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W.H. Freeman and

Company.

- Mandelbrot, B. B. (1985). Self-affine fractals and fractal dimension. *Physica Scripta*, 32, no. 4, 257-260.
- Mandelbrot, B. B. (1997). *Fractals and Scaling in Finance: Discontinuity, Concentration, Risk*. New York: Springer.
- Mandelbrot, B. B. & Hudson, R. L. (2004). *The (mis)Behavior of Markets: A Fractal View of Risk, Ruin, and Reward*. New York: Basic Books.
- Mandelbrot, B. B. & Taylor, H. M. (1967). On the Distribution of Stock Price Differences. *Operations research*, 15, no. 6, 1057–1062.
- Mantegna, R. N. & Stanley, H. E. (2000). *Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7, no. 1, 77–91.
- Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons.
- Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, no. 1, 141–183.
- Minsky, H. P. (1975). *John Maynard Keynes*. New York: Columbia University Press.
- Minsky, H. P. (1992). The Financial Instability Hypothesis. *The Jerome Levy Economics Institute Working Paper*, 74.
- Mitleton-Kelly, E. (2003). *Complex Systems and Evolutionary Perspectives on Organisations: The Application of Complexity Theory to Organisations*. Oxford: Elsevier Science.
- Neely, C. J., Weller, P. A. & Ulrich, J. M. (2009). The Adaptive Markets Hypothesis: Evidence from the Foreign Exchange Market. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 44, no. 02, 467–488.
- Peters, E. E. (1991). *Chaos and Order in the Capital Markets. A New View of Cycle, Prices, and Market Volatility*. New York: Wiley Finance.
- Peters, E. E. (1994). *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. New York: Wiley Finance.
- Piazzesi, M. & Schneider, M. (2007). Inflation Illusion, Credit, and Asset Prices. *NBER Working Paper*, 12957.
- Poitras, G. & Jovanovic, F. (2010). Pioneers of Financial Economics: Das Adam Smith Irrelevanzproblem? *History of Economics Review*, no. 51, 43.
- Poon, C. S., Li, C. & Wu, G. Q. (2010). A unified theory of chaos linking nonlinear dynamics and

statistical physics. *arXiv:1004.1427*.

Popper, K. (1959). *The Logic of Scientific Discovery*. New York: Basic Books.

Porter, D. P. & Smith, V. L. (2003). Stock market bubbles in the laboratory. *The Journal of Behavioral Finance*, 4, no. 1, 7–20.

Price, J. & Kelly, E. (2004). Warren Buffett: Investment Genius or Statistical Anomaly? *Workshop on Intelligent Finance: A Convergence of Mathematical Finance with Technical and Fundamental Analysis, December*.

Ross, S. A. (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of economic theory*, 13, no. 3, 341–360.

Rosser, J. B., Rosser, M. V. & Gallegati, M. (2012). A Minsky-Kindleberger Perspective on the Financial Crisis. *Journal of Economic Issues*, 46, no. 2, 449–458.

Roubini, N. & Mihm, S. (2010). *Crisis Economics: A Crash Course in the Future of Finance*. Lontoo: Penguin.

Samuelson, P. A. (1965). Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. *Industrial Management Review*, 6, no. 2, 41–49.

Samuelson, P. A. (1973). Mathematics of Speculative Price. *Siam Review*, 15, no. 1, 1–42.

Samuelson, P. A. (1998). Summing Up on Business Cycles: Opening Address. *Conference Series-Federal Reserve Bank of Boston*, 42, 33–36.

Schumpeter, J. A. (1942). *Capitalism, Socialism and Democracy*. Lontoo: Routledge.

Selden, G. C. (1912). *Psychology of the Stock Market*. New York: Ticker Publishing.

Sengupta, J. K. & Sfeir, R. E. (1996). Modelling Exchange Rate Volatility. *UCSB Working Paper*, No. 12, 24.

Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The journal of finance*, 19, no. 3, 425–442.

Shenker, O. R. (1994). Fractal Geometry Is Not the Geometry of Nature. *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, 25, no. 6, 967–981.

Shafir, E., Diamond, P. & Tversky, A. (1997). Money Illusion. *The Quarterly Journal of Economics*, 112, no. 2, 341–374.

Shiller, R. J., Fischer, S. & Friedman, B. M. (1984). Stock Prices and Social Dynamics. *Brookings Papers on Economic Activity*, no. 2, 457–510.

Shiller, R. J. (2014). Speculative Asset Prices. *American Economic Review*, 104, no. 6, 1486–1517.

- Simon, H. A. (1955). A Behavioral Model of Rational Choice. *The Quarterly Journal of Economics*, 99–118.
- Simon, H. A. (1969). *The Sciences of the Artificial*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Simon, H. A. (1982). *Models of Bounded Rationality: Empirically Grounded Economic Reason*. Cambridge, MA: MIT press.
- Smith, A. (1776). *An Inquiry Into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. Lontoo: W. Strahan and T. Cadell.
- Smith, V. L. (2003). Constructivist and Ecological Rationality in Economics. *American Economic Review*, 93, no. 3, 465–508.
- Song, G-h. & Liu, G. (2012). EMH and FMH: Origin, Evolution and Tendency. *Chaos-Fractals Theories and Applications (IWCFTA) 2012 Fifth International Workshop*, 308–311.
- Soofi, A. S., Galka, A., Li, Z., Zhang, Y. & Hui, X. (2014). Applications of Methods and Algorithms of Nonlinear Dynamics in Economics and Finance. Teoksessa Faggini, M. & Parziale, A. (toim.) *Complexity in Economics: Cutting Edge Research*, Springer, 1–30.
- Stanley, H. E. (2003). Statistical Physics and Economic Fluctuations: Do Outliers Exist? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 318, no. 1, 279–292.
- Starrett, J. (2012). Non-Strange Chaotic Attractors Equivalent to Their Templates. *Dynamical Systems*, 27, no. 2, 187–196.
- Strogatz, S. H. (1994). *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Cambridge: Perseus Books.
- Strumik, M., Macek, W. M. & Redaelli, S. (2005). Discriminating Additive from Dynamical noise for Chaotic Time Series. *Physical Review E*, 72, no. 3.
- Takens, F. (1981). Detecting Strange Attractors in Turbulence. *Springer Lecture Notes in Mathematics*, 898, 366–381.
- Taleb, N. N. (2010). *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable*. New York: Random House.
- Todea, A., Ulici, M. & Silaghi, S. (2009). Adaptive markets hypothesis: Evidence from Asia-Pacific financial markets. *The Review of Finance and Banking*, 1, no. 1, 7–13.
- Tseng, K. C. (2006). Behavioral Finance, Bounded Rationality, Neuro-Finance, and Traditional Finance. *Investment Management and Financial Innovations*, 3, no. 4, 7–18.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1974). Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases. *Science*, 185, no. 4157, 1124–1131.
- Verheyden, T., Van den Bossche, F. & De Moor, L. (2015). Towards a New Framework on Efficient Markets. *Research in International Business and Finance*, 34, 294–308.

Volcker, P. (2011). *Financial Reform: Unfinished Business*.

<http://www.nybooks.com/articles/archives/2011/nov/24/financial-reform-unfinished-business>. Tammikuu 2015.

Von Mises, L. (1953). *The Theory of Money and Credit*. New Haven: Yale University Press.

Williams, J. B. (1938). *The Theory of Investment Value*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Zhang, Y. C. (1999). Toward a Theory of Marginally Efficient Markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 269, no. 1, 30–44.

LIITE A KAAOKSEN MATEMAATTINEN MÄÄRITELMÄ

Poon ym. (2010) esittävät kaaoksen yleistetyn teorian, mikä laajentaa Lin ja Yorcken (1975) kaaoksen klassista matemaattista määritelmää. Määritelmä esitetään oheisessa kaavassa, joka pätee jokaiselle mataladimensionaaliselle epälineaarille dynaamiselle systeemille $f(\cdot)$ rajoitetulla deterministisellä syötteellä ξ . Syötteen ξ havaitut arvot (engl. realized values) ovat ξ_1 ja ξ_2 . S on ylinumeroituva joukko⁵⁴ reaalilukuja ja $x, y \in S^k$ ovat matalan dimension k upotusvektoreita siten, että $(x, \xi_1) \neq (y, \xi_2)$. Kaavassa systeemin $f(\cdot)$ käyttäytymistä kuvaavan sarjan itseisarvon alarajan raja-arvo (ylempi yhtälö) on nolla ja ylärajan raja-arvo (alempi yhtälö) on suurempi kuin nolla.

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} |f^n(x, \xi_1) - f^n(y, \xi_2)| = 0$$
$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(x, \xi_1) - f^n(y, \xi_2)| > 0$$

Kaavan pohjalta Poon ym. esittävät sanallisesti kaaoksen yleistetyn määritelmän: mataladimensionaalinen epälineaarinen dynamiikka, mikä on pitkällä tähtäimellä ennustamatonta. Kaaoksen lähde voi olla endogeeninen (autonominen kaaos) tai eksogeeninen (ei-autonominen kaaos). Ei-autonominen kaaos syntyy ei-kaottiseen systeemiin tulevista deterministisistä tai stokastisista syötteistä. Vaikka kaaosteoria on teoriana ”äärettömän” tarkka, sen soveltamisessa tulee huomioida rajattu mittaustarkkuus ja satunnaisuus todellisia systeemejä tutkittaessa.

⁵⁴ Tunnetaan myös nimellä numeroitumaton joukko (engl. uncountable set) eli joukon alkioiden lukumäärä on ääretön.

LIITE B KVANTITATIIVISESSA ANALYYSISSA KÄYTETYT OHJELMAT

MATLAB 7.0.4.365

OxMetrics 7.00

SDLE-analyysissä käytetty koodi:

http://www.gao.ece.ufl.edu/GCTH_Wileybook/programs/lambda_k_curves/