TAMPEREEN YLIOPISTO

MATEMAATTINEN IDENTITEETTI JA SEN TUKEMINEN KOULUOPETUKSESSA

Tampereen yliopisto
Kasvatustieteiden yksikkö
Opettajankoulutuslaitos, Tampere
Pro gradu -tutkielma
Sanna-Mari Ollgren ja Henna Stenberg
Kevät 2012

Tampereen yliopisto
Kasvatustieteiden yksikkö
Opettajankoulutuslaitos, Tampere
SANNA-MARI OLLGREN JA HENNA STENBERG: Matemaattinen identiteetti ja sen tukeminen kouluopetuksessa
Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma, 93 sivua, 162 liitesivua
Toukokuu 2012

Tutkimuksemme lähtökohtana on ottaa osaa keskusteluun matematiikan opetuksen kehittämiseksi. Tarkoituksenamme on kehittää kouluopetuksessa matematiikan opetusta identiteettiä tukevaksi. Olemme konstruoineet narratiivisen identiteettiteorian pohjalta matemaattisen identiteetin käsitteen, jonka avulla matematiikan opetusta voidaan jäsentää. Tällöin huomioidaan kokonaisvaltaisesti yksilön kehitys ja pyritään vahvistamaan oppilaan ja matematiikan välistä suhdetta. Tämän pohjalta olemme kehittäneet ja kokeilleet matematiikan opetuksessa narratiivista yhteistoiminnallista matematiikan opetusmenetelmää. Tutkimuksemme on osa Suomen Akatemian rahoittamaa Know-Id -hanketta, jossa tutkitaan ja kehitetään identiteettiä.

Tutkimustehtäviä meillä oli yhteensä neljä. Ensimmäisenä tutkimustehtävänä oli muodostaa ja määritellä matemaattisen identiteetin käsite. Toiseksi tutkimme 4. luokkalaisten matemaattisen identiteetin rakentumista asenteiden ja uskomusten kautta. Kolmantena tutkimustehtävänä oli kehittää narratiivista matematiikan opetusmenetelmää, joka jäsennettiin teoriataustaa vasten. Neljäntenä tarkastelimme oppilaiden suhtautumista opetuspakettiin.

Tutkimus toteutettiin eräässä pirkanmaalaisessa koulussa 4. luokalla syyslukukaudella 2011. Aineistonkeruu aloitettiin teettämällä matematiikkaan liittyviä asenteita ja uskomuksia kartoittava alkumittaus, jonka pohjalta valitsimme haastatteluun viisi erilaista oppilasta, joita tutkimme tarkemmin matemaattisen identiteetin näkökulmasta. Tämän jälkeen aloitimme opetuskokeilun luokassa, jossa toteutimme kehittämämme narratiivisen matematiikan opetuspaketin. Opetusjakso toteutettiin kahdeksana peräkkäisenä perjantaina kahden oppitunnin pituisina opetuskertoina. Keräsimme aineistoa eri tavoin opetusjakson aikana. Lopuksi teetimme oppilailla loppumittauksen, joka mukaili alkumittauksen aihepiirejä sekä selvitti oppilaiden ajatuksia opetusjaksoon liittyen.

Tutkimuskysymyksiä lähestyimme fenomenografisesta näkökulmasta ja käytännössä opetusjakson toteutimme etnografisesti. Aineistoa analysoitiin narratiivisesti luomalla viidestä oppilaasta kertomukset, jotka käsittävät oppilaan ajatuksia itsestä suhteessa matematiikkaan, matematiikasta yleisesti ja matematiikan opetuksesta. Lisäksi kertomuksissa toimme esille henkilöiden ajatuksia syvällisemmin opetusjaksostamme. Tarkastelimme myös luokkatasolla tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden suhtautumista narratiiviseen matematiikan opetusmenetelmään yleisesti.

Tutkimuksen aikana saatiin kattava kuva haastateltujen oppilaiden matemaattisen identiteetin rakentumisesta asenteiden, uskomusten ja tunteiden kautta. Lisäksi saimme tukea ajatuksellemme siitä, että narratiivisella matematiikan opetusmenetelmällä voidaan herättää innostusta ja positiivisia tunteita matematiikan opiskelua kohtaan. Keskeisiksi oppilaita motivoiviksi tekijöiksi nousi toiminnallisuus, tarinnallisuus sekä ryhmätyöskentely, joiden voidaan nähdä tukevan matemaattisen identiteetin eri osa-alueita (persoonallinen, sosiaalinen ja ympäristöllis-kulttuurillinen). Erityisesti opetusjakso tuki tyttöjen ja matematiikan välistä suhdetta.

Avainsanat: Matematiikan opetus, narratiivinen opetus, narratiivisuus, matemaattinen identiteetti, narratiivinen identiteetti, narratiivinen opetussuunnitelma

Sisällys

1 Johdanto

Länsimaissa kulttuuri ja elämäntapa perustuvat nykyään yhä enenevässä määrin luonnontieteiden soveltamiseen. Matematiikassa ruumiillistuu se, mitä sivilisaatiot ovat saaneet vuosituhansien kuluessa aikaan. Luonnontieteiden peruslukutaito tulisi olla jokaisen hallinnassa, jotta pystyy ymmärtämään maailmaa. (Kilpatrik, Swafford & Findell 2001, 15; Näätänen 2000, 11.) Yhteiskuntamme ja luonnonympäristömme ovat muuttuneet suuresti matematiikan soveltamisesta. Matematiikkaa on nykyään lähes kaikkialla – kouluissa, kotona ja työpaikoilla käytettävä teknologia perustuu matemaattiselle tiedolle (Kilpatrik ym. 2001, 15). Matemaattiset välineet ovat mukana luonnon ja yhteiskunnan kontrolloimisessa, organisoimisessa, manipuloimisessa ja ennustamisessa. Näätäsen (2000) mukaan olemme kuitenkin harvoin tästä selvillä. Nopeat suuren mittakaavan teknologiset ja ekonomiset muutokset vaikuttavat yhteiskuntaan. Yhä korkeamman tason teknologista ja matemaattista tietoa ja taitoa tarvitaan teknisen ympäristön ylläpitämiseksi ja yhtä lailla edelleen kehittymiseksi. (Näätänen 2000, 13.) Matematiikka on jopa niin tärkeä osa modernia yhteiskuntaa, että tullakseen osaksi yhteiskuntaa tulee yksilön tietää vähintään matemaattiset perusasiat (Kilpatrik ym. 2001, 15).

Matematiikan oppiminen on useammin ulkoa oppimista kuin ymmärtämistä. Nykyään matematiikan ymmärtäminen on kuitenkin yhä tärkeämpää. (Kilpatrik ym. 2001, 16.) Kouluissa kaikki oppilaat eivät välttämättä ymmärrä, miksi heidän tulee osata operoida luvuilla, koska laskin on keksitty. Oppilaiden mielikuvissa on hämärtynyt se, että jokaisen tulisi oppia perustiedot, joihin perusmatematiikka kuuluu. Jatko-opintojen edellytyksenä on symboleilla laskeminen, looginen ajattelu ja kaavojen ymmärtäminen. Opintopolun jatkumisen varmistumiseksi perusasiat tulee oppia koulussa, ja yhtä lailla kehittyneen teknologian yhteiskunnassa ihmisten tulee yhä enemmän osata arvioida koneiden tekemiä laskutoimenpiteitä (Kilpatrik ym. 2001, 16; Näätänen 2000, 71). Mikäli peruskoulun opettamia taitoja ei ole saavutettu, vaikeudet tulevat myöhemmin eteen läpi koulupolun (Kilpatrik ym. 2001, 18).

Matemaattisen ajattelun opettaminen jokaiselle oppilaalle on kunnianhimoinen tavoite, mutta ottaen huomioon modernin elämän yhteiskunnalliset olosuhteet sen on oltava opetuksen keskiössä. Tasa-arvoinen mahdollisuus koulutuksessa ja työpaikoilla vaatii, että matematiikan tulee olla kaikkien omaksuttavissa. (Kilpatrik ym. 2001, 16.) Näätäsen (2000, 104) mukaan tietoyhteiskuntakeskustelussa ollaankin yleisellä tasolla huolestuneita tasa-arvon ja ihmiskeskeisyyden säilymisestä. Yksityiskohtaisemmin huolta herättää puute osaajista sekä matemaattis-luonnontieteellisiä valmiuksia omaavien opiskelijoiden vähäisyys. Lisäksi huolenaihe on sirpaleisen tiedon takaa-ajo sekä keskittyminen tiedon muokkaamiseen, siirtämiseen ja varastoimiseen. Yhtä lailla ongelma on triviaalitiedon kerääminen ja informaatiotulva, josta seuraa lisätyötä ja stressiä, sekä laitekeskeisyys sisältökeskeisyyden sijasta.

Alakoulun matematiikan opetus on erittäin tärkeää, sillä puutteelliset tiedot, väärät käsitykset ja negatiivinen asenne matematiikkaa kohtaan saattavat aiheuttaa ylitsepääsemättömiä vaikeuksia myöhemmin. Matematiikan rakenne vaatii perusteiden osaamisen etenemisen mahdollistamiseksi. Alakoulussa luodaan asenteet ja pohja jatkolle, joten tärkeää on opettajan taito ja innostus. (Näätänen 2000, 76.) Suomessa tehdyssä tutkimuksessa oppilaiden asenteet matematiikkaa kohtaan ja käsitys itsestään matematiikan osaajana laskevat 3. luokan alun ja 6. luokan alun välillä. Asenne muuttui osalla oppilaista alun äärimmäisen positiivisesta äärimmäisen negatiiviseksi. (Metsämuuronen 2010.) Tämä on huolestuttava suunta, joka tulee huomioida alakoulun matematiikan opetuksessa. Metsämuuronen (2010, 134) esittää, että opetussuunnitelma, oppimateriaalit ja arviointijärjestelmä tulisi laatia tai opetusta kehittää siten, että erityisesti heikkojen oppilaiden minäkäsitys matematiikan osaajina säilyisi kohtuullisena ensimmäisten vuosien jälkeen.

Oppilaat kokevat matematiikan monesti kouluissa tylsäksi ja merkityksettömäksi. Jokainen opettaja on varmasti joutunut vakuuttelemaan oppilaitaan matematiikan tärkeydestä ja hyödyllisyydestä. Matematiikan opetus yleisesti ottaen ei ole motivoivaa ja siksi se koetaan tylsäksi ja merkityksettömämmäksi. Yhteiskunnallisella tasolla ajateltuna tämä on huolestuttavaa niin osaamisyhteiskunnan kuin tasa-arvoisen yhteiskunnan puolesta, sillä matematiikkaa aineena tarvitaan jossain määrin jokaisella alalla.

Puolimatkan (2002, 171) mukaan oppiminen on perimmältään minuuden rakentumista, joka tapahtuu kertomusten avulla suhteissa läheisiin. Me halusimme tutkimuksessamme ottaa identiteetin kehityksen osaksi matematiikan oppimista. Tulevina luokanopettajina ja matematiikan aineenopettajina olemme opintojemme ja sijaisuuksiemme myötä huolestuneet oppilaiden suhtautumisesta ja motivaatiosta matematiikkaa kohtaan. Pro gradu -tutkielmamme myötä haluamme osoittaa matematiikan oppimisen olevan paljon muutakin kuin matematiikan rakenteiden ja algoritmien opettamista ja osaamista. Lisäksi näemme, että matematiikan opetusta voidaan kehittää kokonaisvaltaisesti yksilön identiteettiä tukevaksi muuttamalla pedagogisia käytänteitä ja opetusmenetelmiä narratiivisen opetuksen suuntaan.

Seuraavaksi erittelemme identiteetin lähtökohtia tutkimuksessamme yleisellä tasolla. Tämän jälkeen käsittelemme matematiikasta muodostuvia affekteja. Identiteettiteorian ja affektien pohjalta konstruoimme teoreettisen käsitteen matemaattiselle identiteetille. Matemaattisen identiteetin käsitettä on käytetty joissakin tutkimuksissa, mutta sen määrittely on ollut mielestämme suppea (kts. Eaton & OReilly 2009; Lutovic & Kaasila 2011; Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen 2005). Konstruoimme matemaattisen identiteetin käsitteen tarkemmin, koska koemme sen olevan keskeistä matematiikan oppimiselle. Matemaattisen identiteetin käsite on luotu matematiikan opetuksen jäsentäjäksi ja toisaalta myös antamaan ymmärrystä uskomusten ja asenteiden syntyyn. Matematiikka oppiaineena muodostaa oppilaille voimakkaita uskomuksia ja asenteita. Etenkin heikoilla oppilailla nämä uskomukset ja asenteet saattavat vaikeuttaa oppimista entisestään. Asenteet ja uskomukset saavat juurensa alakoulussa, ja tämän vuoksi katsomme, että alakoulussa matematiikanopetuksessa olisi tärkeää huomioida enemmän oppilaan ja matematiikan välistä suhdetta. Tutkielmassa pyrimme tarkastelemaan, voidaanko oppilaille muodostuvia uskomuksia ja asenteita muuttaa narratiivisen opetuksen kautta positiivisemmiksi ja tätä kautta vahvistaa oppilaan ja matematiikan välistä suhdetta sekä ylläpitää oppilaan motivaatiota matematiikan opetusta kohtaan koulupolun aikana.

2 Identiteetin lähtökohdat tutkimuksessamme

2.1 Identiteetin rakentuminen

Identiteetin rakentumiseen ja olemukseen on useita eri näkökulmia. Tässä tutkimuksessa identiteetti muodostuu Know-Id -hankkeen mukaisesti kolmesta eri osa-alueesta. Muotoutuneet identiteetin kolme ulottuvuutta ovat persoonallinen, sosiaalinen ja kulttuuris-ympäristöllinen (Ropo 2009). Olemme lähteneet tämän näkökulman pohjalta luomaan matemaattisen identiteetin käsitettä, sillä näkemyksemme mukaan matemaattinen identiteetti, kuten myös identiteetti yleisesti, käsittää nämä kaikki kolme osa-aluetta. Nämä osa-alueet rakentuvat vuorovaikutuksessa yksilön ja ympäristön välillä. Katsomme identiteetin rakentuvan myös narratiivisesti kolmen edellä mainitun osa-alueen kautta.

Identiteetin rakentuminen tapahtuu aina yksilön ja ympäristön välillä. Hallin (1999, 11) mukaan identiteetti muodostetaan epävakaassa tilassa, jossa yksilön ääneenlausumattomat subjektiviteettia koskevat tarinat kohtaavat historian ja kulttuurin kertomukset. Myös Heikkinen (2002b, Brunerin 1987; Taylorin 1989; Ricoeurin 1992, 117 mukaan) näkee identiteetin rakentuvan ympäristön kanssa vuorovaikutuksessa ja olevan tulosta itsetulkinnasta. Identiteetti on kertomus, jota yksilö itsestään kertoo ja johon hän uskoo. Sen kautta yksilö pyrkii muodostamaan yhtenäisen kokonaiskäsityksen itsestään, elämästään ja maailmastaan, jossa kokemukset ovat suhteessa keskenään. Itsetulkinta muodostuu asetuttaessa suhteisiin toisten ihmisten kanssa sosiaalisessa kentässä.

Hall jakaa identiteettikäsitykset kolmeen eri näkemykseen, jotka ovat (1) valistuksen subjekti, (2) sosiologinen subjekti ja (3) postmoderni subjekti. Valistuksen subjekti tarkastelee ihmistä täysin yhtenäisenä yksilönä, jolla on keskus, joka koostuu sisäisestä ytimestä. Tätä keskusta pidetään ihmisen identiteettinä. Sosiologisessa subjektikäsityksessä identiteetti muodostuu minän ja yhteiskunnan välisessä vuorovaikutuksessa, jolloin yksilön sisäinen ydin, ”tosi minä”, muovautuu yksilön ja ulkopuolisen maailman välisessä dialogissa. Nykyään subjektin nähdään koostuvan useista identiteeteistä, jotka saattavat olla jopa ristiriidassa toistensa kanssa. Postmodernilla subjektilla ei ole kiinteää identiteettiä. Se määräytyy historiallisesti, ei biologisesti, ympäröivän kulttuurin ja yksilön välillä. (Hall 1999, 21–23.)

Ihmisestä ei voi löytää yhtä yhtenäistä identiteettiä, koska hän ottaa erilaisia rooleja riippuen tilanteesta, jossa hän toimii. Ropo toteaakin ihmisen olevan persoonallisuus, mutta hänessä on samalla monta persoonaa. Identiteetti ei rakennu yhdestä ainoasta tarinasta, vaan perustarinan päälle voidaan eri tilanteissa muokata erilaisia palasia. (Ropo 2009, 7.) Tämä näkemys on linjassa postmodernin subjektikäsityksen kanssa

Identiteetti muokkautuu aikaa myöten tiedostamattomissa prosesseissa eikä sen nähdä sijaitsevan syntyvässä tietoisuudessa valmiina, kuten aikaisemmin on ajateltu. Identiteetti ei myöskään muovaudu koskaan yhtenäiseksi ja eheäksi kertomukseksi, vaan se muodostuu aina sirpaleista, joita kokoamme mielessämme yhteen. Identiteetin ajattelu yhtenäisenä onkin aina kuvitelmaa. Voimme kuitenkin muodostaa itsestämme kuviteltuja elämäkertoja, jotka yhdistävät jakautuneiden minuuksiemme eri puolia yhdeksi kokonaisuudeksi. Nämä kuvitellut tarinat itsestämme auttavat määrittelemään, keitä me koemme olevamme ja miten me olemme päätyneet nykyiseen tilanteeseemme. Identiteetti on kuitenkin aina epätäydellinen, koska se muodostuu ja muuttuu jatkuvasti. Identiteetistä ei tulisikaan puhua valmiina olemuksena, vaan sen kehitys tulisi nähdä jatkuvana prosessina. (Hall 199, 39.)

Tässä tutkimuksessa käytämme käsitettä matemaattista identiteetti kuvamaan yksilön ajatuksia, asenteita, käsityksiä, tunteita ja uskomuksia suhteessa matematiikkaan. Matemaattinen identiteetti muodostuu postmodernin subjektikäsityksen mukaisesti sirpaleisista kokemuksista, jotka koskevat suhdettamme matematiikkaan. Yhtenäinen kertomus siitä, mikä on suhteemme matematiikkaan, on yksilön itsensä konstruoima kertomus näistä kokemuksista. Esimerkiksi yksilön itsensä esille tuoma tarina ”olen aina ollut surkea matematiikassa” on konstruoitunut useista kokemuksista, joiden kautta yksilö on muodostanut oman tarinansa suhteessa matematiikkaan, eli matemaattisen identiteetin voidaan nähdä rakentuvan narratiivisesti. Osa kokemuksista on ristiriidassa tämän kertomuksen kanssa. Tarinan kannalta yksilö pitää merkittävinä kokemuksia, jotka tukevat sen perusväittämää omasta identiteetistä. Tähän tarinaan vaikuttavat yksilön subjektiiviset kokemukset, jotka ovat syntyneet vuorovaikutuksessa ympäristön kanssa. Kuitenkin yksilön identiteetti suhteessa matematiikkaan muuttuu koko yksilön elämän ajan. Matemaattinen tieto alkaa muotoutua jo varhain, sillä lapsi on sisäsyntyisesti valmistautunut tunnistamaan lukumääriä ympäristöstään, ja esikouluikäinen tietää melko paljon numeroista (Kilpatrik 2001, 159). Kuva matematiikasta ja sen rakenteesta alkaa siis jo muotoutua varhain. Matemaattisen identiteetin hahmottuminen alkaa muotoutua koulussa, jossa sille rakennetaan perusteet.

Seuraavaksi selvennämme tarkemmin, kuinka näemme identiteetin yleisesti rakentuvan narratiivisesti. Identiteetin kolme näkökulmaa (persoonallinen, sosiaalinen ja ympäristöllis-kulttuurillinen), postmoderni subjektikäsitys ja narratiivisuus muodostavat pohjan matemaattisen identiteetin määrittelylle tässä tutkimuksessa.

2.2 Narratiivinen identiteetti

Ihminen kertoo kertomuksia ja tulkitsee maailmaa kertomusten kautta: elämä ja siihen liittyvät tapahtumat ymmärretään tarinan muodossa ja täten identiteettiä rakennetaan kertomusten välityksellä. Ihmiset siis rakentavat itsestään ja maailmasta tiedon tarinoiden välityksellä. (Heikkinen 2002a, 103.) Joka päivä tuotetaan tarinaa itsestä vastaamalla kysymykseen ”kuka olen?” ja näin ollen tieto itsestä ja maailmasta rakentuu kertomusten kautta (Heikkinen 2002c, 186). Yksilön konstruoimasta kertomuksesta siitä, kuka hän on, käytetään käsitettä narratiivinen identiteetti (Heikkinen 2002b, 116).

Ihminen tavoittaa minuutensa ulkoistamalla itsensä erilaisilla tavoilla erilaisiin ilmaisuihin – esimerkiksi kertomalla tarinan itsestään. Ilmaisun kautta ihminen saa kokemuksen itsestään itsetoteutuksen tuloksena ja ilmaus heijastuu taas takaisin lähtökohtaansa, ja yksilö arvioi itseään suhteessa tähän ilmaisuun. (Heikkinen 2002b, 116.) Esimerkiksi yksilön kertoessa tovereilleen olevansa heikko matematiikassa, hän arvioi itseään suhteessa kertomaansa ja omaksuu kertomuksensa osaksi identiteettiään. Heikkisen (2002a, 103) mukaan yksilöt omaksuvat kertomuksia yksilöä ympäröivästä sosiaalisesta tietovarannosta. Identiteetti nähdään siis rakentuvan kertomalla uudelleen tarinaa itsestään ja myös kuuntelemalla: omaa elämää jäsennetään etsimällä kulttuurisia tarinoita ja kertomusmuotoja sekä liittämällä oma elämänkertomus kulttuuriseen kertomusvarantoon uudelleen. Tällaiseksi sosiaaliseksi tietovarannoksi voidaan ajatella esimerkiksi perheen asenteita matematiikka kohtaan. Jos perheellä on huono asenne matematiikkaa kohtaan, lapsi tai nuori omaksuu tämän asenteen osaksi itseään, osaksi omaa matemaattista identiteettiään. Perheissä olevaa sosiaalista tietovarantoa voidaan katsoa olevan yhtä lailla esimerkiksi uskomus siitä, että vanhempien ollessa heikkoja matematiikassa, myös lapsi on. Tätä kautta lapsi myös imee itseensä sosiaalisesta tietovarannosta tämän uskomuksen osaksi matemaattista identiteettiään.

Vastaus kysymykseen ”kuka olen?” syntyy tulkintojen ja kokemusten kautta. Ihminen kokee elämänsä ajallisena jatkumona, jolla kerrotaan tarinoita. Jotkin tarinoista omaksutaan jäsentämään elämää. (Laitinen 2007, 163.) Identiteetti muodostuu omasta elämänhistoriasta, kokemuksista, tapahtumista ja tilanteista ja näistä tehdyistä tulkinnoista (Ropo 2009, 5) ja nimenomaan tulkitulla identiteetillä viitataan koettuun ja elettyyn tai omaksuttuun ja konstruoituun vastaukseen kysymykseen ”kuka olen?” (Laitinen 2007, 146–147).

Laitinen (2007, 136) lähestyy identiteettiä itsetulkinnan kautta – identiteetti ja itseys konstruoituvat itseä käsittelevissä tulkinnoissa. Laitisen (2007, 137) mukaan ihmiset huolehtivat itsestään ja luovat erilaisten merkitysrakenteiden kautta itseään koskevia käsityksiä. Käsitysten sisällöllä on ratkaiseva vaikutus heidän elämäänsä. Käsitteellisesti on tärkeää erottaa toisistaan niin ihminen toimijana ja itseään määrittelevänä subjektina tai persoonana, kuten yhtä lailla määrittelyprosessissa syntyvät omakuvat, itsetulkinnat ja niiden vaikutukset yksilön elämään. (Laitinen 2007, 137.) Tarkemmin sanottuna Laitinen erottaa toisistaan i) subjektin, ii) itsensä määrittelykyvyn ja itsesuhteen rakenteena, joka itsetietoisilla subjekteilla on, iii) itsemäärittelyprosessin, iv) tässä prosessissa konstruoituvan omakuvan ja v) tämän prosessin ja omakuvan vaikutuksen subjektin elämään. (Laitinen 2007, 138.)

Hermeneuttisessa kehässä kaikki kokemukset sisältyvät aina meneillään olevaan maailman ymmärtämisen ja itseymmärtämisen prosessiin. Itseys syntyy hermeneuttisen ihmiskäsityksen mukaan eletyissä ja koetuissa tulkinnoissa. Itseys syntyy tulkinnoissa, sillä eletyt kokemukset käsittävät jonain-ymmärtämisen momentin. Jonain-ymmärtämiset sisältyvät kokemuksiin, affekteihin ja toimijan tietoon ja ovat implisiittisiä käsityksiä. Näitä käsityksiä voi artikuloida ja eksplikoida. Implisiittiset käsitykset saattavat olla myös tiedostamattomia ja torjuttuja. Itseä koskeviin käsityksiin voi erityisesti kuulua voimakkaita psyykkisiä estoja. Kyse on kuitenkin tulkinnallisista käsityksistä. (Laitinen 2007,164–165.) Ihmisellä voi olla esimerkiksi pysyvä käsitys siitä, että hän on huonompi matematiikassa kuin muut. Tällöin on kyse itseä koskevasta käsityksestä, ei faktasta.

Myös tiedonmuodostus voidaan nähdä narratiivisesti. Heikkinen (2002a, 103) näkee ontologisena perusoletuksena ihmisen ja narratiivisuuden välillä yhteyden. Tietoa ei ole ilman tietävää subjektia. Inhimillinen tiedon prosessi käsittää monimutkaisen elämänkokemusten ja tunteiden verkon, jossa monet muuttujat, kuten kokemukset, tarpeet, toiveet ja tunteet, vaikuttavat informaation käsittelyyn. Narratiivisuus liitetään usein konstruktivistiseen tiedonkäsitykseen. Tämän lähtökohdan mukaan kertomusten välityksellä ihmiset rakentavat tietonsa ja identiteettinsä. Ihmisen käsitys itsestä on jatkuvasti muotoutuva kertomus, joka rakentuu ja muuttaa muotoaan jatkuvasti. Yhteistä todellisuutta ei ole, vaan todellisuudet konstruoituvat ihmismielissä ja sosiaalisessa vuorovaikutuksessa eri tavoin. (Heikkinen 2007, 144; 2002a, 103.) Kouluopetuksessa tulisi huomioida tällainen tiedonmuodostuksen prosessi laaja-alaisemmin. Etenkin matematiikan opetuksessa ei nähdäksemme riittävästi huomioida informaation käsittelyyn vaikuttavia muita muuttujia, kuten tunteita ja kokemuksia. Uskomme, että oppilaat mieltävät matematiikan tylsäksi ja merkityksettömäksi monesti sen vuoksi, että matematiikan opettaminen on perinteisesti hiljaista ja opettajajohtoista työskentelyä, jolloin esimerkiksi tunteille ei jää tilaa. Heikosti motivoituneille oppilaille matematiikan oppimista perustellaan monesti vain matematiikan tärkeydellä, jolloin matematiikka ei välttämättä ole tärkeä itse oppilaalle, eikä tämä ole välttämättä riittävä peruste oppilaan matematiikan opiskeluun sitoutumiselle. Matematiikan opetus vaatii sellaisia pedagogisia lähestymistapoja, joiden kautta oppilaalle itselleen syntyy halu ja tarve sitoutua oppimiseensa. Ajatus identiteetin ja tiedon rakentumisesta narratiivisena prosessina, johon vaikuttavat yksilön ympäristö ja sosiaaliset suhteet, johtaa väistämättä siihen, että monipuolisemmalla matematiikan opetuksella voidaan vaikutta yksilön matemaattisen identiteetin rakentumiseen.

3 Matemaattinen identiteetti

3.1 Lähtökohdat matemaattiselle identiteetille

Tässä tutkimuksessa käytämme matematiikan ja yksilön välisestä suhteesta käsitettä matemaattinen identiteetti yhdenmukaisesti muun tutkimuskirjallisuuden kanssa (esim. Eaton & OReilly 2009; Lutovic & Kaasila 2011; Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen 2005). Näemme matemaattisen identiteetin samoin kuin Lutovac ja Kaasila (2011, 227) omassa tutkimuksessaan osana henkilön laajempaa narratiivista identiteettiä. Se alkaa kehittyä lapsuudessa ja rakentuu koko ihmisen elämän ajan. Matemaattista identiteettiä ei tulisikaan nähdä vakaana kokonaisuutena, vaan jonakin, mitä ihmiset käyttävät oikeuttaakseen ja selittääkseen omaa suhdettaan matematiikkaan ja muihin ihmisiin matemaattisissa yhteisöissä (Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen 2005, 81). Matemaattinen identiteetti on siis kertomus henkilön suhteesta matematiikkaan ja ympäristöön ja se muuttuu ja rakentuu uudelleen läpi henkilön elämän.

Anu Pietilä (2002) on väitöskirjatutkimuksessaan tarkastelut matematiikkakuva käsitettä. Hän jakaa matematiikkakuvan kahteen osa-alueeseen, jotka ovat kuva itsestä matematiikan oppijana ja opettajana sekä kuva matematiikasta ja sen opettamisesta ja oppimisesta. Me koemme, että matemaattinen identiteetti on laajempi käsite kuin matematiikkakuva, joka voidaan nähdä osana matemaattista identiteettiä (kts. Kaasila ym. 2005, 83). Matemaattinen identiteetti vaikuttaa kokonaisvaltaisesti henkilön käsitykseen siitä, millainen hän on suhteessa matematiikkaan. Tämä näkyy hänen vuorovaikutuksessaan ympäristön kanssa sekä käsityksissään matematiikasta, maailmasta sekä itsestä. Matemaattinen identiteetti vastaa kysymykseen ”millainen minä olen suhteessa matematiikkaan?” Se pitää myös sisällään henkilön näkemykset matematiikasta laajemmin osana ympäristöä sekä näkemykset matematiikan opetuskulttuurista. Matemaattinen identiteetti on kuin silmälasit, joiden kautta henkilö tarkastelee maailmaa. Esimerkiksi henkilö, jolla on vahva matematiikan osaaminen ja ymmärrys, tarkastelee ympäristöään luultavammin matemaattisemmasta näkökulmasta kuin henkilö, jonka matematiikan osaaminen on heikkoa. Tällöin henkilön matemaattinen identiteetti vaikuttaa vahvasti hänen näkemyksiinsä maailmasta.

Matematiikkakokemukset ovat Pietilän mukaan keskeisessä osassa matematiikkakuvan muodostumisessa ja muuttumisessa. Pietilän esittämiä matematiikkakokemuksia ovat koulussa, kotona ja toveripiirissä saadut kokemukset sekä yhteiskunnan sisältämät myytit, jotka henkilö on sisäistänyt. (Pietilä 2002, 24.) Katsomme, että matemaattinen identiteetti rakentuu myös matematiikkakokemuksista ja erityisesti niiden synnyttämistä affekteista. Esimerkiksi koulukokemukset matematiikan opettamisesta muokkaavat vahvasti henkilön näkemystä siitä, miten matematiikkaa opitaan ja opetetaan. Kotona annettu esimerkki saattaa vahvistaa tai heikentää oppilaan kiinnostusta matematiikkaa kohtaan, ja yhteiskunnan ylläpitämät myytit esimerkiksi poikien paremmuudesta matematiikassa saattavat myös vaikuttaa henkilön näkemyksiin matematiikasta ja itsestään. Kaikki nämä ja muut kokemukset muodostavat yhdessä matemaattisen identiteetin, joka rakentuu vahvasti matematiikkakokemuksista muodostuneille affekteille. Tarkastelemme seuraavassa tarkemmin affektien merkitystä matemaattiselle identiteetille.

3.2 Affektien rooli matemaattisen identiteetin rakentumisessa

Affektit määritellään subjektiivisesti koetuiksi tunteiksi ja haluiksi (Buck 1999, 1). Niillä on iso merkitys matematiikan oppimisessa, koska oppilaat eivät matematiikan opetuksen ja oppimisen yhteydessä käsittele vain kognitiivisia taitojaan, vaan myös affektiivisia näkökulmia aineeseen, esimerkiksi siihen, pitävätkö he matematiikasta. Affektiivisten muuttujien voidaan nähdä vaikuttavan oppimistuloksiin ja ennustavan tulevaa menestystä matematiikassa (Hannula 2004a, 17). Tästä näkökulmasta katsottuna huolestuttavaa on oppilaiden heikko kiinnostus matematiikkaa kohtaan, ja kouluopetuksen tulisi kiinnittää enemmän huomiota affektiivisiin lähtökohtiin matematiikan opetuksessa.

Affektiivisista tekijöistä nostetaan esille erityisesti uskomukset, asenteet ja tunteet (McLeod 1992, 578). Uskomukset ovat usein vakaita, kehittyneet pidemmän ajan kuluessa ja voivat olla luonteeltaan kognitiivisia. Asenteet ovat myös yleensä vakaita ja liittyvät muun muassa matematiikasta ja sen eri osa-alueista pitämiseen. Tunteet voivat puolestaan vaihdella hyvinkin nopeasti esimerkiksi ongelmanratkaisutehtävissä. Ne saattavat sisältää vain vähän kognitiivista arviointia. (McLeod 1992, 578–579.) Näiden kolmen käsitteen lisäksi affektiivisista tekijöistä puhuttaessa voidaan nostaa esille käsitteitä kuten motivaatio, tunne, kiinnostus ja ahdistuneisuus (Hannula 2004a, 18). Jätämme nämä kuitenkin tässä kohdassa tarkemman tarkastelun ulkopuolelle, koska katsomme, että niitä on mahdollista käsitellä uskomusten, asenteiden ja tunteiden piirissä (kts. McLeod 1992, 583–588). Tässä tutkimuksessa tarkoitamme affekteilla uskomuksia, asenteita ja tunteita.

3.2.1 Uskomukset

Uskomus voidaan määritellä yksilön subjektiivisena tietona jostakin asiasta tai asiantilasta, jolle ei välttämättä löydy yleisesti hyväksyttäviä objektiivisia perusteluita. Uskomukset syntyvät yksilöiden henkilökohtaisista kokemuksista ja niiden perustelut ovat usein yksilön tiedostamattomasti määrittelemiä. Ne saattavat perustua yleisesti hyväksyttyihin tosiasioihin, mutta yksilö valitsee aina ne tosiasiat, joita käyttää päättelynsä perusteina, jolloin hän tekee arvion uskomuksen hyväksyttävyydestä. Tällöin uskomuksella on affektiivinen puoli, joka vaikuttaa yksilön ajatteluun ja toimintaan. (Pehkonen 1998, 44–45.)

Matematiikkaan liittyviä uskomuksia on tutkittu runsaasti. Matematiikkauskomuksia jaotellaan erilaisiin kategorioihin tutkijasta riippuen. McLeod (1992, 579) on jaotellut uskomukset niiden kohteen mukaan uskomuksiin matematiikasta, uskomuksiin itsestä, uskomuksiin matematiikan oppimisesta sekä uskomuksiin sosiaalisesta kontekstista, jossa matematiikan opetusta tapahtuu. Uskomukset matematiikasta sisältävät esimerkiksi oppilaan näkemyksen matematiikan rakentumisesta ja luonteesta. Uskomukset itsestä pitävät sisällään muun muassa omien kykyjen arvioinnin esimerkiksi ongelmanratkaisussa. Matematiikan opetusta koskevat uskomukset liittyvät matematiikan opetustapoihin. Oppilailla voi olla esimerkiksi uskomus, että matematiikkaa on mahdollista oppia vain opettajajohtoisesti. Uskomukset sosiaalisesta kontekstista matematiikan opetuksessa voivat pitää sisällään käsityksen, että tehtävien tekeminen on kilpailu, jossa nopein tehtävienratkaisija voittaa. Myös muut tukijat kuten Pehkonen (1995) sekä Op’t Eynde, De Corte ja Verschaffel (2002) ovat muodostaneet oman luokituksensa matematiikkauskomuksille.

Yleisesti oppilaiden matematiikkauskomukset voidaan määritellä epäsuorasti tai avoimesti kannatetuiksi subjektiivisiksi käsityksiksi, joita oppilaat pitävät tosina ja jotka vaikuttavat heidän matematiikan oppimiseen ja ongelmanratkaisuun (Op’t Eynde ym. 2002, 16). Pehkosen (1998, 57–58) mukaan uskomukset toimivat suodattimina, joka vaikuttavat oppilaan matematiikkaan liittyviin ajatuksiin ja tekoihin. Tällöin negatiiviset uskomukset voivat pahimmillaan olla esteenä matematiikan oppimiselle. On siis selvää, että uskomuksilla on keskeinen rooli myös henkilön matemaattisessa identiteetissä ja niiden rooli tulisi huomioida paremmin kouluopetuksessa.

3.2.2 Asenteet

McLeodin (1992, 581) mukaan asenteet ovat affektiivisia reaktioita, jotka sisältävät kohtalaisen intensiivisiä ja pysyviä positiivisia tai negatiivisia tunteita. Hannula (2004b, 2) tuo esille, että asenne käsitteenä ei ole kuitenkaan kunnolla määritelty ja sitä tulee edelleen teoreettisesti kehittää eteenpäin. Asenteet voivat liittyä matematiikan eri osa-alueisiin, kuten esimerkiksi geometriaan tai algebraan (McLeod 1992, 581). Oppilas voi esimerkiksi kokea, että pitää matematiikassa erityisesti geometriasta muttei pidä sanallisista tehtävistä ja tuskastuu joutuessaan laskemaan sanallisia tehtäviä.

McLeodin (1992, 581) mukaan asenteet voivat syntyä kahdella eri tavalla. Jos oppilas kokee toistuvasti samanlaisia tunteita matematiikkaa kohtaan, hänen tunnereaktionsa lopulta automatisoituvat ja laimenevat ja muuttuvat pysyvämmäksi asenteeksi. Esimerkiksi jos oppilas kokee epäonnistumisen tunteita ja turhautumista usein geometrian tehtävien kohdalla, hänen tunnereaktionsa eivät ole lopulta enää niin voimakkaita, vaan ovat muuttuneet pysyviksi, tässä tapauksessa luultavasti negatiivisiksi, asenteiksi geometriaa kohtaan. Toinen asenteiden syntymistapa on uuden matematiikan osa-alueen tai tehtävän läheisyys jo olemassa olevaan asenteeseen (emt.). Esimerkiksi jos oppilas ei pidä sanallisista tehtävistä, saattaa olla, että hän ei pidä niistä edes sellaisilla matematiikan osa-alueilla, joista muuten pitää.

Hannula tuo esille kognitiivis-emotionaalisen näkökulman asenteisiin. Hänen mukaansa asenteet rakentuvat neljästä eri prosessista, jotka ovat (1) tilanteeseen liittyvät tunteet; (2) odotukset, joihin vaikuttavat yksilön aikaisemmat kokemukset; (3) mielikuvat, jotka syntyvät kognitiivisessa prosessissa tietyistä oletuksista, sekä (4) arvot, jotka ohjaavat henkilön näkemystä maailmasta (Hannula, 2004c, 29–30). Hannulan näkemyksen voi katsoa täydentävän yllämainittua McLeodin (1992) näkemystä asenteiden synnystä. Erityisesti arvojen korostaminen asenteiden yhteydessä on merkittävää, koska arvot, jotka ohjaavat näkemyksiämme tulevaisuudesta, vaikuttavat siihen, minkä henkilö katsoo itselleen tärkeäksi tai epäoleelliseksi itsensä ja tulevaisuutensa kannalta. Matematiikan opetuksessa voi pohtia, kokeeko oppilas matematiikan opiskelun hyödylliseksi itselleen ja miten se vaikuttaa hänen asenteeseensa. Tällöin asenteella on yhteys myös oppilaan motivaatioon.

Matemaattisen identiteetin rakentumisessa asenteet, kuten uskomuksetkin, ovat tekijöitä, joiden kautta henkilö määrittää itseään suhteessa matematiikkaan. Asenne tiettyä oppiainetta, tässä tapauksessa matematiikkaa, kohtaan syntyy oppimiskokemusten ja aineen sisäisten arviointimenetelmien kautta. Esimerkiksi Suomessa tehtyjen tutkimusten mukaan oppilaat pitävät matematiikkaa tärkeänä mutta vähemmän mieluisana tai kiinnostavana. (Ilmavirta 2003, 19.) Uskomusten ja asenteiden rajaa ja suhdetta on toisinaan vaikea erottaa (McLeod 1992, 582). Toisaalta matemaattisen identiteetin rakentumisen kannalta se ei ole välttämätöntä, vaan niiden voidaan nähdä yhdessä muodostavan vahvan pohjan identiteetin rakentumiselle.

3.2.3 Tunteet

Tunteiden määritelmästä ei ole yksimielisyyttä tutkijoiden välillä. Hannula (2004a, 27) määrittelee tunteet (*emotion*) affektion ei-kognitiiviseksi puoleksi, joka tarkoittaa emotionaalista tilaa. Ne ovat hänen mukaansa yhdistelmä tunteen subjektiivista kokemista (*feeling*) sekä ilmaisua ja kehon olotilaa, joka ei ole aina tarkkailijoiden tai edes henkilön itsensä havaittavissa. Perustunteiden määrästä on tutkijoiden välillä erimielisyyttä. Perustunteisiin voidaan katsoa kuuluvaksi Buckin (1999) mukaan onnellisuus, surullisuus, pelko, viha ja inho (kts. myös Hannula 2004a, 60).

Tunteet liittyvät vahvasti motivaatioon. Motivaatio voidaan määritellä innostavaksi perusteeksi ihmisen käytökselle. Se syntyy tarpeista ja vaikuttaa hierarkkisesti järjestyneisiin tarpeisiin ja päämääriin. (Hannula 2004a, 35.) Yhdessä tunne ja motivaatio ovat tärkeitä tekijöitä esimerkiksi oppimisen, ylemmän tason kognitiivisten prosessien ja kielen kehityksessä (Buck 1999, 301). Edelleen tunteiden voidaan nähdä välittävän myös tietoa prosessista kohti päämäärää (Hannula 2004a, 35). Eteneminen kohti päämääriä aiheuttaa positiivisia tunteita, kun taas vastoinkäymiset, jotka estävät etenemisen, voivat aiheuttaa negatiivisia tunnereaktioita (Hannula 2004c, 29).

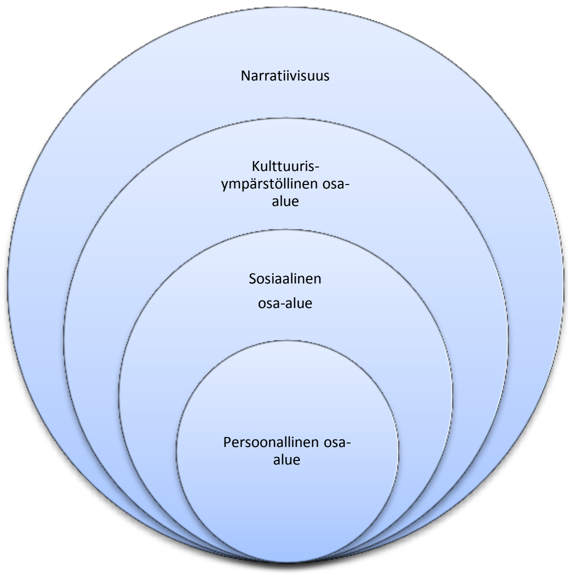
Hannula (2004d) tarkastelee tunteiden ja kognition välistä suhdetta tarkemmin. Kognition hän määrittelee neuronipohjaiseksi aivoissa tapahtuvaksi informaatioprosessiksi, joka on suurimmaksi osaksi tiedostamatonta. Kognition perusprosessit ovat muodon hahmottaminen, kategorisointi ja assosiointi. Hannulan mukaan juuri kognition ja tunteiden välinen vuorovaikutus on merkittävää uskomusten ja asenteiden kehitykselle. Hän on jakanut tunteiden ja kognition välisen vuorovaikutuksen metatasoille, joita edustavat käsitteet: (1) metakognitio, joka on kognitio kognitiosta eli tieto omista tiedoista; (2) emotionaalinen kognitio, joka on kognitio tunteista eli tieto omista tunteista; (3) kognitiiviset emootiot, jotka ovat tunteita kognitioista eli kognitiivisesta prosessista nousevia tunteita, esimerkiksi oppimisen yhteydessä tunnettu ilo; (4) metaemootiot, jotka ovat tunteita tunteista, kun koettu tunne herättää toisen tunteen, esimerkiksi jännittämisestä syntynyt pelko.

Tunteet yhdessä kognition kanssa vaikuttavat matemaattisen identiteetin muodostumiseen. Erilaisista tilanteista syntyneet tunteet muokkaavat henkilön uskomuksia ja asenteita ja vaikuttavat näin matemaattiseen identiteettiin. Yksittäisillä tunnereaktioilla ei välttämättä ole suurta merkitystä identiteetin muodostumisessa, mutta toistuva reaktio vaikuttaa henkilön ajatteluun ja tätä kautta henkilön matemaattiseen identiteettiin. Toisaalta hyvin vahva tunnereaktio, jota seuraa emotionaalinen kognitio ja meta-emootio, voi vaikuttaa yksittäisenä kokemuksena henkilön matemaattiseen identiteettiin. Esimerkiksi nöyryytyksen tunne matematiikan tunnilla voi vaikutta yksilön matemaattiseen identiteettiin vahvasti, vaikka se tapahtuisi vain kerran. On tärkeää huomioida, että tunteet toimivat säätelymekanismina, joka vaikuttaa yksilön ja ympäristön väliseen vuorovaikutukseen. Ne säätelevät tapahtumien merkityksiä yksilölle ja niiden kautta yksilö tuo esille omaa suhtautumistaan ympäristöön. Esimerkiksi negatiivinen käsitys omista matematiikan taidoista voi tulla esille kielteisten tunteiden, kuten surun ja pelon kautta.

3.3 Matemaattisen identiteetin rakentuminen

Määrittelemme matemaattisen identiteetin narratiivisen identiteetin osana, joka pitää sisällään henkilön näkemykset itsestään suhteessa matematiikkaan, ympäristöstä suhteessa matematiikkaan, matematiikan oppimiseen ja opettamiseen sekä yleisesti näkemykset matematiikasta (vrt. Lutovac & Kaasila 2011, 227). Se rakentuu matematiikkakokemuksista muodostuneista affekteista eli uskomuksista, asenteista ja tunteista.

Jäsennämme matemaattista identiteettiä Ropon (2009, 6) esittämän identiteetin kolmen näkökulman mukaan. Matemaattinen identiteetti muodostuu sosiaalisesta, kulttuuris-ympäristöllisestä sekä autobiografisesta eli persoonallisesta osa-alueesta. Näemme matemaattisen identiteetin ytimenä olevan persoonallisen osa-alueen, jonka ympärillä ovat sosiaalinen ja kulttuuris-ympäristöllinen osa-alue. Nämä vaikuttavat persoonalliseen osa-alueeseen, ja persoonallinen osa-alue vaikuttaa tulkintaan yksilön sosiaalisesta ja ympäristöllis-kulttuurisesta osa-alueesta nousevista asioista. Toisaalta myös sosiaalinen ja kulttuuris-ympäristöllinen osa-alue vaikuttavat toisiinsa. Jokaisen osa-alueen näemme rakentuvan narratiivisesti. Näiden osa-alueiden hahmottumista selvennämme kuviolla 1.

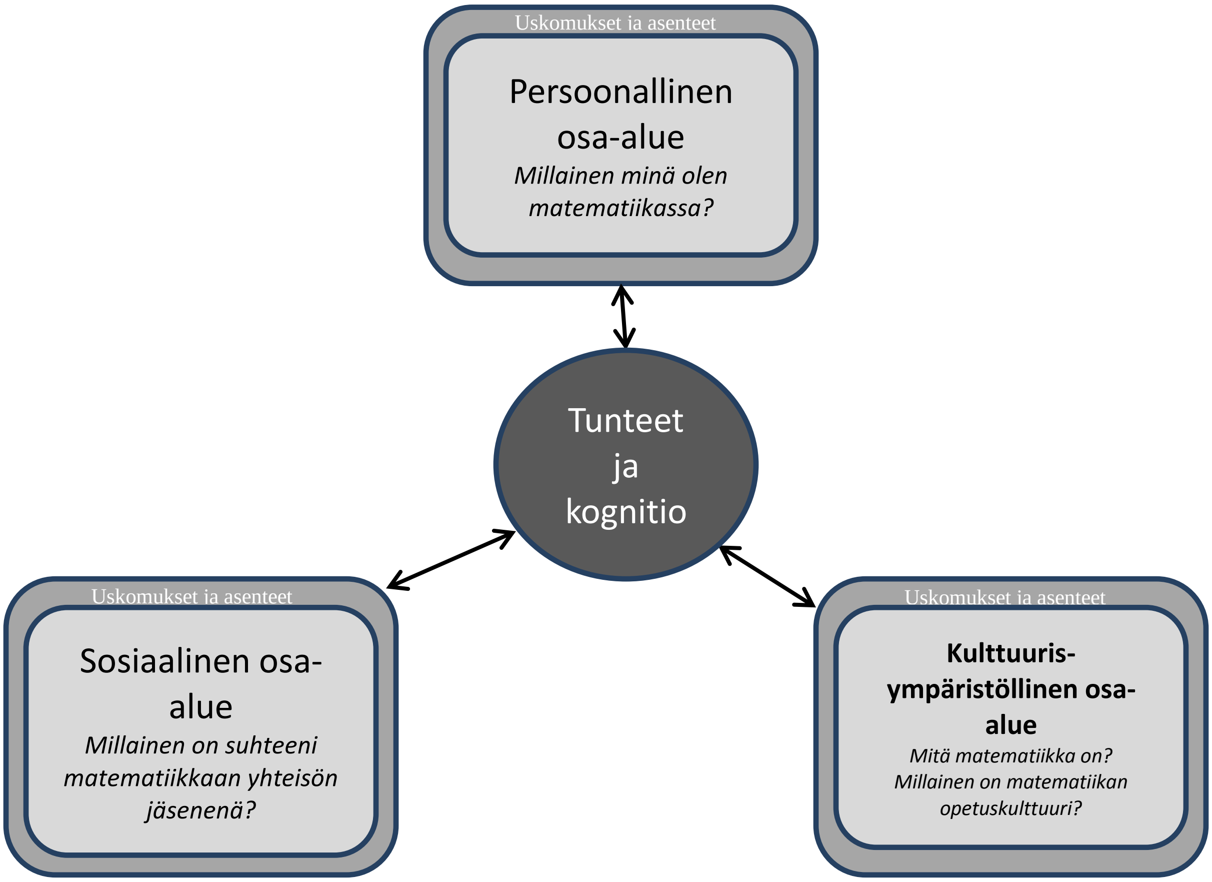


Kuvio 1. Matemaattisen identiteetin rakentuminen.

Matemaattisen identiteetin autobiografinen osa-alue käsittää henkilön näkemykset siitä, millainen hän on matematiikassa. Sosiaalinen osa-alue käsittää puolestaan näkemyksen henkilöstä osana yhteisöjä ja näistä yhteisöistä nousevat uskomukset ja asenteet matematiikkaa kohtaan. Lisäksi sosiaalinen osa-alue käsittää sosiaalisista suhteista nousevia käsityksiä itsestä matematiikan osaajana. Kolmas matemaattisen identiteetin osa-alue, kulttuuris-ympäristöllinen osa-alue, käsittää henkilön näkemykset matematiikasta yleensä sekä järjestelmänä ja sen suhteesta arkielämään ja maailman rakentumiseen. Lisäksi tämä osa-alue pitää sisällään henkilön näkemykset opetuskulttuurista eli siitä, miten matematiikkaa opetetaan ja opitaan.

Vaikka esitämme osa-alueet erillisinä kokonaisuuksina, on selvää, että ne menevät osittain päällekkäin ja vaikuttavat toinen toisiinsa. Esimerkiksi sosiaalinen identiteetti vaikuttaa väistämättä persoonalliseen identiteettiin, koska henkilö reflektoi, millainen hän on matematiikassa yhteisön jäsenenä ja suhteessa yhteisön muihin jäseniin ja muodostaa tämän kautta persoonallista identiteetin osa-aluetta. Tietojen ja taitojen oppiminen liittyy kaikkiin näihin osa-alueisiin (Ropo 2009, 15).

Kuten edellä olemme osoittaneet, on tunteilla ja kognitiolla keskeinen rooli uskomusten ja asenteiden muodostuksessa, ja uskomukset ja asenteet rakentavat matemaattisen identiteetin pohjaa. Katsommekin tunteiden ja kognitioiden olevan matemaattisen identiteetin muotoutumisprosessin keskiössä. Tunteet ja kognitio toimivat eri osa-alueiden välillä muodostaen yksilön tarinaa siitä, millaiseksi hän itsensä kokee. Kuvio 2 havainnollistaa tunteiden ja kognitioiden roolia matemaattisen identiteetin muodostuksessa. Matematiikkaan liittyvissä sosiaalisissa vuorovaikutustilanteissa ja kulttuurisen vaikutuksen myötä yksilön matemaattinen identiteetti muokkautuu. Tunteiden ja kognitioiden kautta yksilö muokkaa tarinaansa matematiikan suhteen.



Kuvio 2. Tunteiden ja kognition rooli matemaattisen identiteetin muodostumisessa.

Kuten kuviosta 2 nähdään, uskomukset ja asenteet ovat olennaisia matemaattisen identiteetin kannalta. Jokainen identiteetin osa-alue rakentuu uskomuksista ja asenteista, joita syntyy matematiikkakokemuksista. Identiteetin voidaan nähdä ilmenevän ympäristölle henkilöstä nousevien uskomusten ja asenteiden kautta. Esimerkiksi uskomus, ettei matematiikasta ole hyötyä tulevaisuudessa, voi ilmentyä ympäristölle haluttomuutena opiskella matematiikkaa. Tämä uskomus luultavammin muovaa yksilön matemaattista identiteettiä laajemmin ja vaikuttaa yleisesti siihen, miten oppilas kokee matematiikan.

Tunteen ja kognition rooli matemaattisessa identiteetissä on toimia säätelevänä tekijänä. Matematiikkakokemuksista nousee ensisijaisesti tunteita, jotka kognition kanssa muotoutuvat merkittäviksi tai merkityksettömiksi kokemuksiksi uskomusten ja asenteiden ja sitä kautta identiteetin rakentumisen kannalta. Esimerkiksi hyvä koemenestys saattaa herättää henkilössä ilon tunteen, jota seuraa kognitio omasta matematiikan osaamisesta, mikä vaikuttaa henkilön uskomuksiin itsestään ja sitä kautta hänen matemaattiseen identiteettiinsä. Tunne ja kognitio säätelevät myös identiteetin ja ympäristön suhdetta. Uskomusten ja asenteiden kautta voidaan nähdä identiteetin ilmenevän ympäristölle tunteiden ja kognitioiden välityksellä. Toisaalta esimerkiksi osa uskomuksista on tiedostamattomia (Pehkonen 1998, 45), jolloin kognition rooli on pienempi kuin tietoisten uskomusten kohdalla.

Kokonaisuudessa kolme identiteetin osa-aluetta yhdessä affektien kanssa muodostavat matemaattisen identiteetin. Yhdessä ne luovat kattavan näkökulman henkilön suhteesta matematiikkaan. Suhteen merkitys voidaan nähdä syvempänä kuin uskomusten tasolle jäävät näkökulmat, koska identiteetin käsite on kokonaisvaltaisempi näkemys siitä, ”kuka minä olen suhteessa matematiikkaan?” Tarkastelemme seuraavaksi jokaista matemaattisen identiteetin osa-aluetta tarkemmin.

3.3.1 Persoonallinen osa-alue

Identiteetin personnallista osa-aluetta voidaan lähestyä tarkastelemalla minäkäsityksen käsitettä. Me katsomme minäkäsityksen olevan osa identiteettiä, erityisesti persoonallista osa-aluetta. Yleensä minäkäsitys ja identiteetti erotetaan toisistaan, mutta katsomme identiteetin laajemmassa merkityksessään pitävän sisällään myös minäkuvan, joka on osa yksilön persoonallista identiteettiä. Linnanmäki (2004, 242–243) näkee minäkäsityksen olevan yksilön kokonaisvaltainen käsitys itsestään. Se syntyy vuorovaikutussuhteessa ympäristön ja yksilön välillä. Yksityiskohtaisemmin se sisältää yksilön käsitykset taustastaan, ulkonäöstään, kyvyistään, tunteistaan, asenteistaan ja resursseistaan. Oppimisessa ja opetuksessa minäkäsityksellä on keskeinen rooli, sillä opetuksessa tavoitteena on vaikuttaa myönteisesti yksilön minäkäsitykseen, jolla on merkitystä persoonallisuuden kehittymiseen, ja toisaalta minäkäsityksen kohottamisella halutaan nostaa yksilön saavutustasoa. (Linnanmäki 2004, 242–243.)

Minäkuva itsestä matematiikan opiskelijana koostuu subjektiivisesta tiedosta, affekteista, arvioinnista ja aikomuksista matematiikkaan ja matematiikan opetukseen liittyen (Grigutsch 1998, 172). On osoitettu, että oppilailla, joilla on vahva minäkäsitys, on hyvin vähän pelkoja matematiikkaa kohtaan sekä päinvastoin (Linnanmäki 2004, 245). Tutkimuksen mukaan minäkäsityksen yhteys matematiikan saavutuksiin kasvaa sitä suuremmaksi, mitä ylempiä luokkatasoja tarkastellaan. Iän myötä minäkuva matematiikassa tulee realistisemmaksi tai heikkenee, mikä on seurausta kognitiivisen kehityksen myötä kasvavasta ymmärryskyvystä pysyvänä ominaisuutena. (Linnanmäki 2004, 245.) Tämä voi olla yksi syy siihen, minkä takia oppilaan kiinnostus matematiikkaan laskee alemmilla luokilla (kts. Metsämuuronen 2010). Minäkuvan kehittyminen matematiikassa aiempaa realistisemmaksi saattaa aiheuttaa negatiivisia uskomuksia omia matematiikan taitoja kohtaan, jolloin kiinnostus matematiikkaa kohtaan yleisesti laskee.

Matematiikkaan liittyvät uskomukset itsestä voidaan Op’t Eynden, De Corten ja Verschaffelin (2002, 30) mukaan jakaa (1) päämääräorientuneisiin uskomuksiin, jotka liittyvät henkilön tavoitteisiin matematiikan suhteen; (2) tehtävän arvon uskomuksiin eli siihen, kuinka tärkeänä hän näkee matematiikan tai jonkin sen osa-alueista; (3) kontrolliuskomuksiin, jotka liittyvät esimerkiksi omiin oppimismenetelmiin ja (4) tehokkuususkomuksiin, jotka käsittävät muun muassa luottamuksen omiin oppimismahdollisuuksiin. Näistä muodostuu matemaattisen identiteetin persoonallisen osa-alueen keskeinen ajatus: ”Millainen minä olen matematiikassa?” Ne käsittävät myös henkilön orientaation matematiikkaa kohtaan. Tätä osa-aluetta voidaan tarkastella myös minäkuvana matematiikassa.

3.3.2 Sosiaalinen osa-alue

Oppiminen tapahtuu aina vuorovaikutussuhteessa ja kokemus syntyy subjektin, eli oppilaan, ja ympäristön vuorovaikutuksessa. Täten ympäristöllä on suuri merkitys oppilaan muodostamaan käsitykseen opetettavasta asiasta. (Yrjönsuuri 1993, 52.) Wengerin (1998, 145) mukaan identiteetti rakentuu merkitysten hakemisesta jäsenyyden kokemuksille sosiaalisessa yhteisössä. Identiteetti riippuu vahvasti erilaisista ryhmistä ja sosiaalisista luokista, joihin henkilö kuuluu (Burr 2004, 87). Identiteetti on tällöin keskeinen käsite yksilöllisyyden ja yhteisöllisyyden tarkastelussa. Yksilöllisen identiteetin rakentuminen edellyttää osallistumista yhteisöihin. Matemaattinen identiteetti rakentuu samalla tavalla vuorovaikutuksessa erilaisten yhteisöjen kanssa. McLeodin (1992, 587) mukaan sosiaalinen konteksti vaikuttaa aina affektiivisiin tekijöihin matematiikkaa ja matematiikan opetusta kohtaan. Esimerkiksi asenteet voivat vaihdella sosiaalista kontekstista riippuen (Kaasila ym. 2005, 82). Tällöin on selvää, että sosiaalinen konteksti rakentaa yksilön matemaattista identiteettiä, joka perustuu affektiivisiin tekijöihin.

Eri yhteisöt, joiden jäsen henkilö on, vaikuttavat omalta osaltaan henkilön identiteettiin (Wenger 1998, 158–159). Nämä yhteisöt voivat olla virallisia tai sukulaisuus- ja ystävyysverkostoja tai alakulttuureja. Osan yhteisöistä henkilö valitsee itse, osaan hän kuuluu jonkin ominaisuutensa perusteella ja osaan hän haikailee kuuluvansa. (Burr 2004, 87.) Matemaattisen identiteetin näkökulmasta nämä kaikki voivat olla merkittäviä yhteisöjä. Yhteisöjen luomat ja ylläpitämät asenteet ja uskomukset matematiikkaa kohtaan voivat muokata yksilön asenteita ja uskomuksia, ja sitä kautta yksilön matemaattista identiteettiä. Toisaalta myös yksittäiset ihmissuhteet voivat olla merkittäviä matemaattisen identiteetin rakentumiselle. Esimerkiksi henkilön matematiikan opettajalla, luokkatovereilla, ystävillä, vanhemmilla sukulaisilla ja muiden aineiden opettajilla on matematiikasta ja sen opetuksesta ja oppimisesta omat näkemyksensä, jotka vaikuttavat enemmän tai vähemmän henkilön omiin uskomuksiin. Usein vaikutus voi olla ristiriitainen. (Pehkonen 1998, 59.) Yksilö ei välttämättä omaksu yhteisön tarjoamaa identiteettiä vaan saattaa esimerkiksi torjua sen tai pyrkiä tavoittelemaan sitä omaksumatta sitä suoraan (Burr 2004, 87).

Matematiikan luokkahuone voidaan nähdä tiettynä sosiaalisena ympäristönä, jossa lapset ja opettajat ottavat tiettyjä rooleja, jotka auttavat heitä määrittelemään keitä he ovat (Boaler & Greeno 2000, 173). Luokkahuonekäytännöistä oppilaille kehittyy yleisiä uskomuksia opettajan sekä oppilaiden rooleista. Muita sosiaaliseen kontekstiin liittyviä uskomuksia ovat uskomukset sosiomatemaattisista normeista oppilaan omassa matematiikan luokassa, eli normeista, jotka ovat tyypillisiä matematiikalle, kuten esimerkiksi käsitys siitä, mikä on hyvä vastaus. (Op’t Eynde, De Corte & Verschaffel 2002, 32.) Normit vaikuttavat oppilaan asettamiin odotuksiin. Opettaja voi omalla toiminnallaan vaikuttaa luokan sosiomatemaattisten normien muodostumiseen luomalla kannustavan oppimisympäristön ja kohtelemalla oppilaita tasavertaisesti. Myös kodin sosiomatemaattiset normit vaikuttavat oppilaan suhtautumiseen matematiikkaa kohtaan. Kotona positiivinen roolimalli matematiikkaa kohtaan vaikuttaa mahdollisesti positiivisesti henkilön käsityksiin matematiikasta. (Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen 2005, 91; 2006, 222.)

Uskomukset opettajan ja oppilaiden rooleista sekä uskomukset sosiomatemaattisista normeista omassa luokassa (Op’t Eynde ym. 2002, 32) ovat matemaattisen identiteetin sosiaalista osa-aluetta. Uskomukset ovat muodostuneet erityisesti luokkahuoneessa opettajan ja oppilaiden välisestä vuorovaikutuksesta. Toisaalta identiteetin sosiaalinen ulottuvuus liittyy myös koulun ulkopuoleiseen kontekstiin. Oleellista tässä matemaattisen identiteetin osa-alueessa on nähdä yksilö yhteisöjen jäsenenä suhteessa matematiikkaan. Tästä kehittyy uskomuksia matematiikkaa kohtaan osana yhteisöä, esimerkiksi uskomukset oman perheen tai kaveripiirin suhteesta matematiikkaan.

3.3.3 Kulttuuris-ympäristöllinen osa-alue

Laitisen (2007, 142) mukaan näkemyksemme itsestämme välittyvät erilaisten kulttuuristen merkitysten kautta. Nämä kulttuuriset merkitykset ovat luonteeltaan tulkinnallisia ja ovat riippuvaisia omasta toiminnastamme ja sen tuloksista sekä elämänilmauksistamme, jotka ymmärrämme välittyneesti, kun ne ovat ulkoistuneet osaksi elämismaailmaamme. Jokaisen identiteetti konstruoituu kulttuurisesti merkityshorisonttien välityksellä, sosiaalisesti dialogien ja tunnussuhteiden kautta ja praktis-ekspressiivisesti omien elämänulkoistumien ja -ilmausten sisäistämisen kautta.

Ropon (2009) mukaan kulttuurinen identiteetti vahvistuu luomalla oppiaineesta kertomuksia suhteessa maailmaan. Matemaattisen identiteetin ympäristöllis-kulttuuriseen ulottuvuuteen katsomme kuuluvan henkilön näkemykset matematiikasta yleensä ja matematiikasta järjestelmänä sekä sen suhteesta arkielämään ja maailman rakentumiseen. Lisäksi tämä osa-alue pitää sisällään henkilön näkemykset opetuskulttuurista eli siitä, miten matematiikkaa opetetaan ja opitaan. Tämä osa-alue kattaa yksilön yleisiä tietoja ja uskomuksia matematiikasta. Uskomukset matematiikasta ja matematiikan opetuksesta voidaan Op't Eynde ym. (2002, 28) mukaan jakaa uskomuksiin matematiikasta, uskomuksiin matematiikan oppimisesta ja ongelmanratkaisusta sekä uskomuksiin matematiikan opettamisesta.

Engeströmin (1998, 76–77) mukaan opetuskulttuuri käsittää ristiriidan muodollisten rakenteiden (esimerkiksi laki, säädökset, budjetti) ja koulusysteemin (esimerkiksi opetussuunnitelma, oppikirjat ja materiaalit) itsensä välillä. Näiden kahden väliin jää hänen mukaansa keskitaso, joka sisältää huomaamattoman, uusiutuvan ja itsestään selvän ulottuvuuden koulussa, esimerkiksi testaamisen, oppikirjojen käytön, tilankäytön, oppilaiden ryhmäyttämisen, kurin ja kontrollin välineet, yhteydet koulun ulkopuolelle sekä opettajien välisen yhteistyön. Tämä keskitaso määrittää suuresti niin koulutyötä kuin yhtä lailla sitä, mitä on olla opettaja ja oppilas. Keskitaso on ratkaisevan tärkeä oppilaiden ja opettajien motivaation muodostukselle merkityksen ja identiteetin muodostumisen kannalta. (Egeström 1998, 76–77.) Keskitaso on se taso, joka vaikuttaa yksilön matemaattiseen identiteettiin. Ilmavirran (2003, 20–21) mukaan positiivista asennetta matematiikkaa kohtaan voidaan luoda luokan tasolla esimerkiksi pitämällä oppikirjaton tunti, jonka kautta oppilaille syntyy kuva siitä, että matematiikka käsittää muutakin kuin yksin laskemista. Koulun tasolla voidaan järjestää esimerkiksi teemaviikkoja.

4 Matemaattisen identiteetin tukeminen kouluopetuksessa

4.1 Narratiivinen opetussuunnitelma

Opetussuunnitelma rajaa ja määrittää opetusta, jonka keskeisenä sisältönä ovat paikallisesti ja yhteiskunnallisesti määritetyt arvosidonnaiset kasvatuspäämäärät. Opetuksessa tulisi etsiä sellaisia pedagogisia prosesseja, jotka johtavat asetettuihin päämääriin ja tavoitteisiin. (Ropo 2009, 10.) Opetussuunnitelman perusta on näkemys tulevaisuudessa tarvittavasta osaamisesta sekä tiedoista ja taidoista. Toisaalta koulutusta tulee tarkastella myös yksilön identiteetin kehittymisen näkökulmasta. Nykyisen opetussuunnitelman puutteena voidaan nähdä, että identiteetin kehittämisen näkökulma onkin epäselvä. (Ropo 2009, 5.)

Ropo (2009) on hahmotellut mallia narratiivisesta opetussuunnitelmasta, jonka tavoitteena on tuottaa sellaisia oppimisprosesseja, joiden avulla tuotetaan tietoisempia kertomusrakenteita oppiaineksesta, sekä muovata ja muodostaa identiteetin eri tasoja. Ropon (2009) esittämässä opetussuunnitelmamallissa on huomioitu oppimisprosessi kolmella eri tasolla: yksilötasolla, yhteisötasolla ja kulttuurillisella tasolla. Nämä kaikki kolme tasoa ovat identiteettiä muokkaavassa oppimisessa toisiinsa liittyneinä ja kietoutuneina. Yksilötasolla opetuksen tulisi käynnistää ja pitää yllä prosesseja ja diskursseja, joiden kautta yksilö kasvaa ymmärtämään itseään sekä luo ja ylläpitää identiteettiään suhteessa omaan menneisyyteensä ja opittavan oppiaineksen sisältöihin. Oppimisen tuloksena yksilö luo kertomuksia oppiaineksen kuvastamista ilmiöistä ja asioista. Yhteisöllinen taso ja sen tavoitteet liittyvät ryhmien jäsenyyksien vahvistamiseen. Kolmantena tavoitteena on maailman ymmärtäminen. Yksilö pohtii suhdettaan kulttuuriin, historiaan, luontoon ja ihmiskuntaan sekä muodostaa itselleen globaalin identiteetin. (Ropo 2009, 15.)

Malli ei tarkastele oppiaineita ja oppiaineiden omia erityistavoitteita. Opetussuunnitelmakonseptia ja opetuksen mallia tulisikin kehittää siten, että kasvatukselliset ja opetukselliset päämäärät yhdistetään tukemalla selkeämmin identiteetin kehitystä. Kertomuksellisuuden tietoisempi käyttö oppimisessa, opetuksen toteutuksessa ja opiskelussa auttaa vastuulliseksi aikuiseksi kasvamista. Narrativiisen opetussuunnitelman lähtökohtana on auttaa kehittämään opetusta palvelemaan nykyistä tarkemmin ja monipuolisemmin monikerroksisten päämäärien saavuttamista kasvatuksessa ja opetuksessa. Opetussuunnitelma tulisi kuvata monikerroksisena, sillä myös oppiminen on monikerroksinen prosessi. (Ropo 2009, 16.)

4.2 Aineenopetuksen suhde identiteettiin

Opetushallituksen teettämän tutkimuksen mukaan matematiikan tunneilla edetään usein oppikirjan mukaan aukeama tunnissa (Joutsenlahti & Vainionpää 2010, 139). Tällainen oppikirjakeskeinen opetustapa liittyy usein vahvasti opettajajohtoisuuteen matematiikan opiskelussa. Boalerin ja Greenon (2000, 189) mukaan tällaisissa luokissa, joissa oppilaiden osallistuminen matematiikan tunneille määritellään työkirjan, sääntöjen ja valmiiksi annettujen menettelytapojen kautta, oppilailta kielletään itsensä löytäminen eivätkä heidän ideansa, luovuutensa ja toimintansa ole arvostettuja. Pohtimisen arvoista on miettiä, millaiseksi oppilaiden matemaattinen identiteetti muotoutuu tällaisessa ympäristössä. Monet oppilaat kehittävätkin Bolaerin ja Greenon (2000, 188) mukaansa luokkahuoneessa identiteettiä, joka suhtautuu kielteisesti passiiviseen abstraktin tiedon vastaanottamiseen. Jos matematiikan oppiminen perustuu juuri tällaiseen tiedonvälitystapaan, voidaan olettaa, ettei oppilaan suhde matematiikkaan kehity positiiviseksi.

Oppilaan matemaattisen identiteetin näkökulmasta matematiikan opettamisen tulisi olla muutakin kuin tiedon siirtämistä. Kaikki identiteetin osa-alueet kehittyvät opetustavasta riippumatta, mutta jos halutaan luoda positiiviset edellytykset matemaattisen identiteetin rakentumiselle, ei ole yhdentekevää, miten opetukseen suhtaudutaan. Esimerkiksi näkemys matematiikan opetuksesta tiedon siirtämisenä oppikirjan mukaisesti vaikuttaa oppilaan kaikkiin kolmeen matemaattisen identiteetin osa-alueeseen. Tällöin kulttuuris-ympäristöllinen identiteetin osa-alue voi muotoutua esimerkiksi uskomuksista, joiden mukaan matematiikalla ei ole mitään tekemistä luokkahuoneen ulkopuolisen elämän kanssa.

Ropo on artikkelinsa (2009) pohjalta muotoillut aineenopetuksen kolme näkökulmaa, jotka tukevat oppilaan identiteetin kasvua. Aineenopetuksen tehtäviä ovat hänen mukaansa (1) tiedon ja taitojen opettaminen, (2) kasvatus sekä (3) aineen ja oppilaan välisen suhteen luominen. Tiedon ja taitojen opetus on itsestään selvää matematiikan, niin kuin kaiken muunkin, oppimiselle. Matemaattisen identiteetin näkökulmasta tieto matematiikasta muokkaa oppilaan kulttuuris-ympäristöllistä identiteettiä esimerkiksi käsityksenä siitä, mitä matematiikka on. Tämän lisäksi tiedon opetus väistämättä vaikuttaa sosiaaliseen ja autobiografiseen identiteetin osa-alueeseen. Oppilas peilaa esimerkiksi omia tietojaan ja taitojaan muiden luokkalaisten tietoihin ja taitoihin luoden täten uskomuksiaan omasta osaamisestaan sekä itsestään.

Boaler ja Greeno (2000, 172) esittävät, että matematiikan oppiminen on osallistumista sosiaalisiin käytäntöihin. Tällöin oppilaan matematiikan oppiminen voidaan heidän mukaansa nähdä matemaattisen keskustelun ja ajattelun osallistumisen kehityskaarena. Tämä näkökulma huomioi kasvatuksen osana opetusta. Ikonen ja Ojala (2002, 14) näkevät yhteisön olevan erityisen tärkeä osa kasvatusta ja opetusta ja siksi siihen tulisi kiinnittää enemmän huomiota. Ryhmään kuulumisen tunne on tärkeä lapselle ja nuorelle. Kun yhteisöllisyyden ja yhteisön rakentamiseen ja toimivuuteen käytetään aikaa ja resursseja, se toimii ehkäisemään ongelmakäyttäytymistä. Yhteisöllisyyttä rakentavat empatia, vastavuoroisuus ja hyväksytyksi tulemisen tunne. Luonnollisen yhteisön merkitystä tulisi korostaa kouluissa, eikä eristäytyä siitä sillä se toimii kasvua tukevana tekijänä.

Oppilas muodostaa aina jonkinlaisen suhteen opetettavaan aineeseen. Juuri tämä oppilaan ja aineen välinen suhde voidaan nähdä matematiikan yhteydessä matemaattisena identiteettinä. Siihen, millaiseksi tämä suhde, eli identiteetti, muotoutuu, opettajalla on mahdollisuus vaikutta oman opetuksensa kautta. Tämä vaatii sen, että opettaja ottaa huomioon identiteetin kaikki kolme osa-aluetta ja pyrkii luomaan oppilaan suhdetta matematiikkaan kaikkien näiden osa-alueiden kautta. Esimerkiksi onnistumisen elämysten tarjoaminen matematiikan tunnilla vahvistaa positiivisesti oppilaiden persoonallista identiteettiä, ja on erityisen tärkeää suoritustasoltaan heikoille oppilaille (Linnanmäki 2004, 235). Opettaja valitsee aina toimintatavat ja opetusmenetelmät, joiden kautta matematiikkaa opitaan. Jos niiden halutaan tukevan oppilaan identiteetin kehitystä, perinteinen oppikirjakeskeinen opetustapa ei ole paras mahdollinen vaihtoehto.

Seuraavaksi tarkastelemme tarinanopetusmenetelmää, jonka näemme vastaavan narratiivisen opetussuunnitelman haasteisiin identiteetin kehityksen näkökulmasta ja huomioivan narratiivisen tiedonkäsityksen. Kaikki opetustavat eivät sovi kaikille oppilaille, eikä tarkoituksenamme ole väittää, että tarinanopetusmenetelmä on ainut identiteetin kannalta oikea tapa opettaa matematiikkaa. Kuitenkin katsomme, että tarinanopetusmenetelmällä on mahdollista huomioida laajasti identiteetin kehittymisen näkökulma. Se tarjoaa opettajalle välineen kehittää oppilaan matematiikan taitoja, kasvattaa oppilaita ja vahvistaa oppilaan ja aineen välistä suhdetta.

4.3 Tarinanopetusmenetelmä

4.3.1 Narratiivinen opetus

Narratiivisella opetuksella tarkoitetaan kertomusten käyttöä opetuksessa, oppiaineksen jäsentämistä tarinalliseen muotoon ja opetusta, joka pyrkii edistämään kertomuksellisia oppimistuloksia ja oppimisen kertomuksellisia prosesseja. Kertomukselliset oppimistulokset ovat esimerkiksi kansallis-kulttuurisia kertomuksia ja yksilöllisiä tai yhteisöllisiä kertomuksia, jotka muodostuvat asioista ja ilmiöistä oppilaiden pyrkimyksissä ymmärtää ja hahmottaa opittavaa ainesta.

Autobiografiset ja yhteisöllis-kulttuuriset prosessit ja vaikutukset rakentavat aina yksilön tarinoita. (Ropo 2009, 8.)

Kertomuksellisella opetuksella voidaan paremmin kiinnittää huomiota subjektiivisten merkitysten muodostumisen ja myös yksilön identiteettiin liittyvien prosessien huomioimiseen oppimisessa. Lisäksi kertomuksellisella lähestymistavalla voidaan paremmin tehdä tietoiseksi niitä prosesseja, jotka vakiinnuttavat yhteisöjä ja kulttuureja. Kertomuksellisen oppimisen kautta rakennetaan ja muovataan omaa kertomusta ja toisaalta myös muokataan yhteistä kertomusta sekä kuunnellaan ja ymmärretään toisten kertomuksia. Näin ollen kehityksen lähtökohtana on sekä yhteisöllinen että yksilöllinen identiteetti. (Ropo 2009, 10.)

4.3.2 Tarinoiden merkitys

Ropo (2009) hahmottaa kertomuksen funktiota yksilön oppimisessa kolmena prosessina. Ensinnäkin kertomusten kautta muodostetaan käsitystä opetettavista asioista suhteessa yksilön aikaisempiin kokemuksiin ja elämänhistoriaan. Toiseksi muodostetaan käsitys itsestä ja tämän kautta muovataan omaa identiteettiä. Kolmantena kertomuksen funktiona on yhteisöllisyys, sillä kertomusten kautta ollaan liittyneenä johonkin yhteisöön ja ollaan yhteisön jäseniä. Yhteisöjen välttämättöminä edellytyksinä voidaan pitää yhteisiä kertomuksia, ja niiden kautta myös kulttuurit muodostuvat. (Ropo 2009, 9–10.) Kulttuurisesta näkökulmasta tarkasteltuina tarinat ovat yksi pääasiallinen tapa, jolla kulttuurit siirtävät menestyksekkäästi ihmisten tapoja tarkastella maailmaa ja luoda merkityksiä kulttuurisista ja luonnollisista tapahtumista sukupolvelta toiselle. (Schiro 2004, 49.)

Suullisesti kerrotut tarinat ovat kautta aikojen tarjonneet kulttuureille keinon ymmärtää maailmaa ja välittää ymmärrystä ja kulttuuriperimää sukupolvelta toiselle. Samalla tarinoiden kerronta on ollut myös viihdyttävää. Sosio-kulttuurisesta näkökulmasta katsottuna tarinat ovat yksi jokaisen yhteiskunnan päätavoista tutustuttaa jäsenensä maailman tarkasteluun. Tarinoilla on yhä edelleen

suuri voima kulttuurisen tiedon välittäjänä. (Schiro 2004, 49.) Ne välittävät ihmiskunnalle hyvin tiedetyn ja helposti ymmärrettävän tavan tutustua maailmaan ja ilmaista sen merkityksiä heille itselleen sosiaalisessa kontekstissa yhtä lailla turvallisella ja tutulla tavalla tehdäkseen johdonmukaisia merkityksiä maailmasta nousevista tunteista ja ajatuksista (Schiro 2004, Bettelheim, 49–50 mukaan).

Narratiiviset tarinat ovat tärkeitä myös yksilöille, sillä me mm. muistelemme, toivomme, uskomme, suunnitellemme ja konstruoimme narratiivisesti (Schiro 2004, Hardy 1977, 50 mukaan).

Tarinankerronnan voidaan nähdä olevan mielen ensisijainen teko. Se on yksi suurimpia tapoja, joiden kautta yksilöt konstruoivat merkityksiä elämässään ja antavat merkityksiä elämälleen. (Schiro 2004, 49.) Voimme siis nähdä mielen itsensä tuottavan tarinoita. Me teemme itsestämme ja muista tarinoita persoonallisesti sekä sosiaalisesti tulevaisuudesta ja menneestä. Yksilön identiteettikin rakentuu näistä mielen tuottamista tarinoista (Hall 199, 39).

4.3.3 Tarinanopetusmenetelmä matematiikassa

Suurin osa nykyajan matematiikan opetusmetodeista esittää matematiikan pienissä osissa kontekstista irrotettuna, ja kaikki osat ovat yksittäisiä yhden päivän aktiviteetteja. Tarinanopetusmetodin kautta oppilaat tulevat älyllisesti, tunteellisesti ja fyysisesti osaksi tarinaa auttamalla matemaattisten ponnistusten kautta sankaria pelastamaan hänen ystävänsä. Fantasia, mielikuvitus, intuitio, tunteet sekä leikkimäisyys ovat prosessin keskiössä. (Schiro 2004, 45–47.) Tarinat tuottavat mielenkiintoa ja auttavat ymmärtämään paremmin tieteellisiä tosiasioita. Tarinat tuottavat opetuksen yhteyteen inhimillisiä elementtejä ja auttavat oppilaita sitoutumaan aineeseen ja ovat luonnollinen tapa tuoda oppilaille näkyväksi tieteen tapoja ja löytöjä. (Kubli 2002, 25.)

Tarinat ovat ainoa tapa, jolla ymmärrämme maailmaa. Lapset kertovat tarinoita itselleen tutkiessaan itseään mielikuvituksissaan. Tarinoilla ja tarinankerronnalla on paljon tärkeämpi funktio yksilöiden ja kulttuurien elämässä kuin vain olla ponnahduslautana lapsen ja matematiikkaan liittyvien pyrkimysten välillä. Niiden tarkoituksena on toimia illustraatioina, jotka kontekstualisoivat teoreettista matematiikkaa. Sisäinen tarinankerronta on yksi suurimmista tavoista, joiden kautta yksilöt konstruoivat merkityksiä heidän kohtaamistaan asioista ja antavat merkityksiä elämälleen. (Schiro 2004, 51.)

Kulttuurisesti tarkasteltuna tarinoiden kautta tarinan kertoja voi puhua lapsen tasolle sopivalla tavalla, joka myös ainutlaatuisesti sopii lapsen tapaan tehdä merkityksiä. Lapset ymmärtävät parhaiten matematiikkaa narratiivisten tilanteiden kautta, joissa matematiikan oppiminen on yhdistetty jonkin hahmon konkreettisiin toimintoihin ja hänen tekojensa selityksiin. Lapset ymmärtävät narratiivisia tarinoita, jotka kuvaavat, kuinka tunnistettavat hahmot tekevät tai ymmärtävät asioita tiettyjen konkreettisten toimintojen sarjana. (Schiron 2004, 53.)

Matematiikassa tarinallisuus ilmenee sanallisissa tehtävissä, joista jokainen on luotu yksittäiseen tilanteeseen. Näiden sanallisten tehtävien tarkoituksena on sitoa matematiikkaa reaalimaailmaan, mutta niiden tarinat ovat niin lyhyitä ja niissä on vain vähän elämää. Koska niistä puuttuu hahmojen kehitys tai juoni, niitä tuskin edes voidaan sanoa tarinoiksi. Nämä tarinat ovat yleisesti ottaen olleet toimimattomia ja tehtävinä tuskallisia ennemmin kuin vaikutusvaltaisia ja jännittäviä pilkahduksia. (Schiro 2004, 47.)

Matematiikan opettajat uskovat yleensä, että matematiikasta voidaan tehdä mielenkiintoista, osallistavaa ja merkityksellistä lapselle sijoittamalla matematiikka merkitykselliseen kontekstiin. Monet matematiikan opettajat ovat uskoneet siihen, että matematiikan merkitykselliseksi tekeminen tapahtuu assosioimalla se todelliseen, jokapäiväiseen elämään. Ongelmaksi Schiro näkee tämän erityisesti siksi, että ei voida olettaa ympäröivän todellisuuden vastaavan suoraan lapsen subjektiivista todellisuutta. Tarinan tulee kiinnittää lasten huomio, nostattaa tunteita, nostaa heidän mielenkiintoaan, stimuloi heidän älykkyyttään, herättää heidän mielikuvitustaan, inspiroi intuitiota tai aktivoi oppilaiden osallistumista. (Schiro 2004, 58–59.) Tarinanopetusmenetelmän kautta matematiikassa oppilas huomioidaan monipuolisemmin tuntevana ja aktiivisena yksilönä, mikä puolestaan vaikuttaa matemaattisen identiteetin muotoutumiseen. Lisäksi tarinat auttavat jäsentämään informaatiota sekä tuovat väriä opetukseen (Kubli 2002, 30).

4.3.4 Tarinankerronta matemaattisen identiteetin tukena

Perinteisessä matematiikan opetuksessa matematiikka esitetään lapselle puhtaana tieteenä, joka on yleistettävissä olevaa, abstraktia, objektiivista totuutta, joka on irrallaan ja erillinen sen henkilön vaikutuksesta, joka sen keksi tai joka siirtää matemaattista tietoa. Lisäksi perinteinen opetus on irrallinen sosiaalisesta, kognitiivisesta, affektiivisesta tai fyysisestä kontekstista, jossa matematiikkaa käytetään, jossa se on ylipäätänsä olemassa ja josta se ilmaantuu. Perinteisessä matematiikan opetuksessa lapsen mieli nähdään koostuvan rationaalisesta ja loogisesta kyvystä. Tarinankerronnassa lapsen mielen nähdään koostuvan rationaalisen ja loogisen kyvyn lisäksi kyvystä tuottaa mielikuvitusta ja fantasiaa. Tarinankerronta huomioi sosiaalisen, kognitiivisen, affektiivisen ja fyysisen osa-alueen. Tarinankertoja huomioi oppilaan esimerkiksi sisällyttämällä hänet kertomaansa tarinaan huomioiden oppilaan subjektiivisia ja objektiivisia merkityksiä kognitiivisilla ja affektiivisilla osa-alueilla. (Schiro 2004, 68, 77.) Näin ollen tarinankerronta huomioi matemaattisen identiteetin kolmea osa-aluetta tunteiden kognitioiden kautta kiinnittämällä huomiota opetuskontekstiin ja sen sosiaalisiin rakenteisiin. Lisäksi tarinaan on mahdollista lisätä pienellä työllä oppilaita kiinnostavia asioita.

Tarinankerrontamenetelmässä kertoja ja kuuntelija ovat samalla puolella seikkaillessaan yhdessä. Näin heidän roolinsa ovat enemmänkin johtaja ja seuraajat seikkailussa pikemmin kuin tiedon jakaja ja vastaanottaja. Tarinankertojalla ja kuuntelijalla on molemmilla omat roolinsa – tarinankertoja kertoo tarinan, kuuntelija rekonstruoi fantasiatarinaa taas omassa mielessään ja alitajunnassaan itselleen mielekkääksi ja merkitykselliseksi. Lisäksi kuuntelijat osallistuvat tarinaan auttamalla tarinankertojaa esimerkiksi taputtamalla käsiään. Tällä tavoin osallistumalla oppilaat liittävät itsensä tarinaan. Näin ollen opettaja, oppilaat ja tarinan hahmot jakavat monia objektiivisia ja subjektiivisia merkityksiä tutustuakseen toisiinsa, heillä on yhteinen seikkailu ja lisäksi he oppivat toisiltaan ja opettavat toisiaan. Myös läheisyys ja luottamus kasvavat opettajan ja oppilaiden välillä. Tarinanopetusmetodin kautta voidaan myös rakentaa oppilaiden välistä suhdetta. Oppilaat kuuntelevat tarinaa aina yhteisenä ryhmänä. (Schiro 2004, 68–69.) Tarinanopetusmenetelmä asettaa luokkahuoneen sosiaaliset käytänteet erilaisiin muotoihin verrattuna perinteiseen matematiikanopetusmenetelmään opettajan ja oppilaan sekä oppilaiden keskinäisissä suhteissa. Tämä puolestaan vaikuttaa luokkakulttuuriin. Tarinanopetusmenetelmän kautta luokan yhteisöllisyyden tunnetta voidaan kasvattaa, mikä puolestaan osaltaan voi vaikuttaa oppilaan haluun sitoutua matematiikkaan.

Luokkakulttuuri matematiikassa muodostuu asetetuista säännöistä, määräyksistä, opetusrytmistä, oppilaan ja opettajan rooleista, myyteistä, perinteistä, arvoista, oppilaan ja opettajan odotuksista ja kommunikaation muodoista. Tarinankerronnan kautta oppilasryhmät voivat rakentaa sosiaalisten käytänteiden lisäksi erilaista luokkakulttuuria matematiikassa. Se koostuu tällöin myös erityisestä ja ainutlaatuisesta kielestä, sankareista, myyteistä, perinteistä, tiedosta, symboleista, arvoista ja kommunikaation muodoista. Tällaisella erilaisella kulttuurilla saattaa olla valtava vaikutus siihen, kuinka oppilaat oppivat ja ovat vuorovaikutuksessa keskenänsä. Tarinanopetusmenetelmän kautta oppilaat voivat rakentamaan ainutlaatuisen, voimakkaan luokkakulttuurin matematiikassa. (Schiro 2004, 70–71.) Meidän tarinassamme Schiron tarinaa mukaillen oppilaat lähettävät vastauksia Mietteliään vuoren henkilöille taikataputuksien saattelemana. Lisäksi opetuspaketissamme korostuu myös yhteisöllisyys ja toisen auttaminen. Nämä halusimme tuoda osaksi luokkakulttuuria. Positiivisella tavalla luotu luokkakulttuuri vaikuttaa matemaattiseen identiteettiin.

Mikäli tarina on räätälöity ainutlaatuisesti vuorovaikutteiseksi kuuntelijoiden kanssa, helpottuu myös uuden ja ainutlaatuisen matematiikan luokkakulttuurin muodostaminen. Yhdistämällä luokkahuoneen tapahtumia tarinan tapahtumiksi, fantasiatarinan tapahtumat tulevat osaksi luokan kollektiivista kulttuurista muistia. Fantasian kulttuurin siirtäminen kantaa kauemmaksi kuin tavallinen luokkakulttuuri, sillä muistot tarinasta ovat lasten kollektiivisessa tietoisuudessa ja kenen tahansa luokanjäsenen kerrottuun tarinaan liittyvä maininta tavallisella oppitunnilla vahvistaa koko luokan muistia ja assosiointia tarinan sisällä olevaan matemaattiseen kulttuuriin. (Schiro 2004, 71.) Tarinanopetusmenetelmässä tieto muodostuu siis narratiivisesti ja Heikkisen (2002a, 103) esille tuoma inhimillisen tiedon prosessi tulee huomioidusti monipuolisesti. Tämä pitää sisällään monimutkaisen elämänkokemusten ja tunteiden verkon, jossa monet muuttujat, kuten kokemukset, tarpeet, toiveet ja tunteet, vaikuttavat informaation käsittelyyn. Tällöin tarinanopetusmenetelmä vaikuttaa oppilaan matemaattisen identiteetin kehittymiseen huomioiden monipuolisesti matemaattisen identiteetin kolme (persoonallinen, sosiaalinen ja ympäristöllis-kulttuurinen) ulottuvuutta.

Oppilaat sitoutuvat kerrottuun tarinaan, kuuntelevat sitä ja toimivat tarinan mukana. Oppilaiden sitoutuminen on aktiivista kuuntelemista ja oppimista tarinan kulttuuriin, mikä auttaa oppilaita käyttäytymään tarinan kulttuuristen traditioiden ja arvojen mukaan ja myöhemmin siirtämään tarinan selektiiviset komponentit osaksi normaalia luokkakulttuuria. Oppilaat käyttävät luokassaan matematiikkaan liittyviä käyttäytymismalleja, joita ovat oppineet tarinassa, sillä ne antavat heille voimaa matemaattisiin tehtäviin. Oppilaat tuovat tarinassa opitun käyttäytymisen myös luokkahuoneeseen. Tällöin oppilailla on myös suuri motivaatio käyttäytyä tarinan kulttuurin tavalla, koska se saa heidät tuntemaan itsensä voimakkaiksi. Tämän vuoksi oppilaat haluavat muuttaa aiempaa luokkakulttuuria matematiikassa uuteen muotoon. Mikäli oppilaat vain passiivisesti kuuntelevat tarinaa, he eivät saa harjoitusta uusista käyttäytymisen muodoista, joita he voisivat käyttää muilla matematiikan tunneilla. (Schiro 2004, 71.)

Tarinaa kerrottaessa lapset saattavat kuvitella itsensä jonkin hahmon rooliin, jolloin he saattavat kokea sen, mitä hahmo kokee tarinassa. Hahmon kysymykset saattavat muuttua lapsen kysymyksiksi ja ongelmat saattavat tulla heidän ongelmikseen ja matemaattinen toiminta heidän toiminnakseen. Tarinan kertomisen jälkeen lapset saattavat päästää tarinan valloilleen heidän mielikuvituksissaan eri tilanteissa ja tällöin he saattavat kuvitella ratkovansa ongelmia tai käyttäytyvänsä tarinan henkilön tavoin tai laulaa laulua. Lapset saattavat uudelleen kertoa tarinaa itselleen kohdaten kriittisiä ratkaisun kohtia ja päättäen persoonallisesti ainutlaatuisella tavalla, mitä seuraavaksi tapahtuu. Tällöin lapset konstruoivat ja toistuvasti rekonstruoivat tarinaa itselleen itsestään matemaatikkoina. Näin tehdessään lapsista itsestään tulee tarinankertojia, jotka luovat omaa tarinaansa ja näin ollen tulevat itse oppijoiksi, jotka konstruoivat ja rekonstruoivat omaa persoonallista merkitystään matematiikkaan, joka on rinnakkainen tarinassa tapahtuvien toimintojen kanssa. Schiro näkee tämän johtuvan siitä, että tämä mielen ensisijainen teko ajaa heidät ajattelemaan siten ja elämään uudelleen hahmon kokemuksia kertomalla kokemuksia itselleen. Tämän kautta lapset yrittävät selittää merkitystä niille kokemuksille, jotka he käyvät uudelleen läpi projisoimalla itsensä tarinan hahmoksi. (Schiro 2004, 51–52.) Näin ollen tarina tarjoaa oppilaalle keinon käsitellä omia tunteitaan esimerkiksi haastavien tehtävien kohdalla, kuten yhtä lailla myös tarinan hahmot tarjoavat samaistumisen kohteen. Näiden seikkojen avulla tarinankerronta vahvistaa oppilaan matemaattista identiteettiä etenkin persoonallisen osa-alueen kautta.

Tarinoiden kautta voidaan stimuloida myös tunteita. Tarinoissa lapset voivat hypätä jonkin hahmon rooliin ja saada tuntumaa matematiikan tekemisen nautinnosta sekä tuntea ylpeyttä ja voimakkuutta matematiikan tehtävän onnistumisen jälkeen. Tarinat sallivat matemaattisten pyrkimysten olla sidottuina tunteisiin, mietteisiin ja toiveisiin, jotka tuottavat matemaattiset pyrkimykset ensisijalle (Schiro 2004, Egan, 1986; Griffiths & Clyne 1991, 52 mukaan), ja myös tätä kautta tarinankerronta huomioi matematiikan opetuksessa tunteita ja täten matemaattisen identiteetin rakentumista. Tunteet ja kognition ovat siltana matemaattisen identiteetin rakentumisessa, joten tarinan avulla voidaan saavuttaa positiivisten tunteiden herääminen.

Tarinan kiinnittäessä lapsen huomion useammaksi päiväksi tapahtuu yleisesti ottaen odottamattomia hyötyjä. Esimerkiksi oppilas miettii tarinaa ja matematiikkaa tarinankerrontatuokioiden välissä, minkä kautta oppilas panostaa tarinaan ja siinä olevaan matematiikkaan. Oppilaat usein puhuvat tarinasta muiden oppilaiden kanssa: he käyttävät ja uudelleenkertovat tarinaa, he keskustelevat tehokkaammista tai paremmista tavoista ratkaista tarinassa olevaa matematiikkaa, he varoittavat toisiansa mahdollisten matemaattisten virheiden tekemisestä ja spekuloivat tarinan seuraavia tapahtumia. Tuntien välissä lapset monesti reflektoivat tarinoita myös yksilöinä: he saattavat piirtää kuvia tarinan tapahtumista, uudelleen kertoa tarinan tapahtumia itselleen ja uneksia tarinasta. Sitä kautta lapsi tulee enemmän osallistuvaksi tarinaan ja matematiikkaan ja sitä kautta molemmat tulevat enemmän eläviksi heidän fantasiamaailmassa. Tämän kautta lapset käyttävät paljon älykkyyttään kuvaillessaan tarinaa ja sen sisältämää matematiikkaa. Tarinan avulla matematiikka tulee opittua myös nopeammin ja se kestää kauemmin ja matematiikka yhdistyy tarinaan, jonka avulla lasten on myös helpompi muistaa matemaattisia asioita. Yhtä lailla lapset assosioivat positiivia tunteita matematiikkaan tarinan kautta. Myös tarinan dramatiikka tekee oppimisesta rikkaampaa, ja tämän kautta rikkaat tarinat auttavat lapsia projisoimaan itsensä hahmojen matemaattisiin pyrkimyksiin. Opettajan näkökulmasta tarinoihin voidaan sijoittaa faktoja tai matemaattisia algoritmeja siten, että lapselle voidaan antaa riittävä kokemus ja harjoitus matematiikasta tarinan kontekstissa. (Schiro 2004, 64.) Tarinanopetusmenetelmä huomioi yksilöä kokonaisvaltaisesti, ja edellä esittämämme perusteella voidaan nähdä, että tarinanopetusmenetelmä huomioi matemaattisen identiteetin kaikki kolme ulottuvuutta.

5 Aikaisemmat tutkimukset

Pro gradu -tutkielmamme on osa Know-Id -hanketta, joka koostuu kahdesta Suomen Akatemian rahoittamasta projektista. Sen tarkoituksena on pyrkiä ymmärtämään ja selittämään oppilaiden ja opiskelijoiden identiteetin rakennusprosessia. Projektin tavoitteena on kehittää opetussuunnitelmamalleja ja opetusmenetelmiä, jotka tukisivat oppilaiden kehittymistä itsenäisiksi opiskelijoiksi, joilla on eheäksi kehittynyt henkilökohtainen, sosiaalinen ja kulttuurillinen identiteetti.

Huttunen ja Pynninen (2010) ovat tehneet produktiivisen pro gradu -tutkielman Lasten narratiivisen identiteetin kehittäminen peruskouluopetuksessa. Tutkimus on toteutettu etnografisena tapaustutkimuksena Minä maailmassa -identiteettiprojektina osana Know-Id -hanketta. Tutkimustehtävänä oli kehittää, kokeilla ja tutkia erilaisia pedagogisia menetelmiä, joiden avulla voidaan tukea lasten narratiivisen identiteetin kehitystä. Tutkimus toteutettiin empiirisenä laadullisena etnografisena tapaustutkimuksena, jossa oli myös lyhytaikaisen seurantatutkimuksen piirteitä. Tutkimuksessa lapset olivat tapauksia, joiden identiteetin mahdolliset muutokset kertoivat narratiivisen identiteetin kehittymisestä. Tutkimustulosten mukaan 15 oppilaasta 14 oppilaan identiteetti kehittyi hieman, ja neljällä pojalla kahdeksasta narratiivinen identiteetti rikastui huomattavasti. Tytöistä puolestaan neljällä seitsemästä havaittiin jonkinasteista identiteetin kehitystä. Opetuspaketin todettiin kehittäneen eniten sellaisten lasten identiteettiä, joilla identiteetin ja itsetunnon havaittiin olevan heikoimmat.

Pia Hytti (2007) on tutkinut tarinankerronnan opetusmetodia matematiikan opetuksessa. Tämä toteutettiin design-tutkimuksena. Tutkimuksen lähtökohtana oli elitistinen matematiikka, merkityksettömät ja tylsät algoritmit sekä huono motivaatio. Tutkimuksella toisaalta haluttiin myös rikkoa perinteistä matematiikan opetusmenetelmää. Tehtävänä oli selvittää menetelmän mahdollisuuksia ja haasteita. Tutkimustulosten perusteella tarinankerronnan kautta voidaan oppia matematiikkaa ja matemaattisia käsitteitä. Lisäksi tarinankerronnan kautta motivaatiota voidaan lisätä, kuten myös suvaitsevaisuutta erilaisuutta kohtaan, sekä vähentää matematiikan elitististä leimaa.

Matematiikan ja identiteetin välistä suhdetta on tutkittu Suomessa vähän, ja sen tutkimus on keskittynyt lähinnä opettajaopiskelijoiden tutkimiseen. Lutovac ja Kaasila (2011) ovat tutkineet opettajaopiskelijoiden matemaattisen identiteetin työstämistä narratiivisen kuntouttamisen ja kirjallisuusterapian avulla. He pyrkivät löytämään opettajankoulutukseen keinoja, joilla on mahdollista muuttaa opettajaopiskelijoiden negatiivisia käsityksiä matematiikasta. Tutkimuksessaan he tuovat esille, että matemaattisen identiteettityön alussa kokemuksen jakamisen ja reflektoinnin olevan tärkeitä tekijöitä matematiikkakuvan muuttamisessa positiiviseksi.

Kaasila, Hannula, Laine ja Pehkonen ovat myös tehneet tutkimusta matemaattisesta identiteetistä luokanopettajaopiskelijoilla. He käsittelevät artikkelissaan (2005) matematiikka-ahdistusta kokevien luokanopettajaopiskelijoiden matemaattista identiteettiä. He ovat tutkineet, millä tavalla negatiivisen matematiikkakuvan omaavat luokanopettajaopiskelijat kertovat omaan kouluaikaan liittyvistä kokemuksistaan, ja miten he puolustavat matemaattista identiteettiään. Tutkimuksessa käy ilmi, että luokanopettajaopiskelijoilla on hyvin erilaisia matemaattisia identiteettejä. Negatiivinen matematiikkakuva syntyi kirjoittajien mukaan usein häpeän ja toivottomuuden tunteita herättäneistä kokemuksista sekä sosiomatemaattisista normeista, jotka eivät ole tukeneet matematiikan oppimista.

Toisessa artikkelissaan Kaasila, Hannula, Laine ja Pehkonen (2006) tutkivat luokanopettajaopiskelijoiden näkemyksiä matematiikassa jakamalla opiskelijoiden tapaukset kolmeen eri kategoriaan: menestystarinat, vastoinkäymisten kautta menestykseen – tarinat sekä taantumistarinat. Erilaiset näkemykset matematiikasta voivat johtua heidän mukaansa sosio-emotionaalisista orientaatioista, selviytymisstrategioista sekä lukion ja kodin sosiomatemaattisista normeista.

6 Tutkimuksen teoreettiset lähtökohdat

6.1 Tutkimuskysymykset

Matemaattista identiteettiä koskevaa tutkimusta peruskouluikäisillä ei ole aikaisemmin tehty. Tutkimustyötä on tehty paljon affekteista, joiden näemme olevan osa matemaattista identiteettiä. Tämän vuoksi olemme tulevina matematiikan aineenopettajina ja luokanopettajina kiinnostuneita siitä, kuinka matemaattinen identiteetti muodostuu. Matemaattisen identiteetin käsitteeseen on viitattu useissa tutkimuksissa (kts. Eaton & OReilly 2009; Lutovic & Kaasila 2011; Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen 2005), mutta sitä ei kuitenkaan ole tarkemmin teoreettisesti määritelty. Teoriaosassa olemme määritelleet ja kuvanneet matemaattisen identiteetin käsitteen. Mielestämme tulevaisuudessa matematiikan opetuksen tulisi enemmän huomioida matemaattista identiteettiä ja olemme pro gradu -tutkielmassamme kehittäneet matematiikanopetukseen yhteistoiminnallisen tarinanopetusmenetelmällisen opetuspaketin. Tämän lisäksi olemme kiinnostuneita oppilaiden matemaattista identiteetistä ja mahdollisuuksista sen tukemiseksi kouluopetuksessa.

Tutkimuksemme tarkoituksena on:

1. Määritellä ja kuvata matemaattisen identiteetin käsite teoreettisesti.

2. Kehittää narratiivista ja yhteistoiminnallista opetusmenetelmää matematiikassa huomioiden matemaattisen identiteetin osa-alueet.

3. Tarkastella valittujen oppilaiden suhdetta matematiikkaan ja muodostaa käsitys siitä, miten he suhtautuivat opetuspakettiimme.

4. Tarkastella luokkatasolla oppilaiden suhtautumista opetuspakettiimme.

6.2 Tutkimusmetodi

Tutkimuksemme on laadullinen etnografinen tutkimus, jota luonnehtii fenomenografisuus ja narratiivisuus. Laadullisessa tutkimuksessa pyrkimyksenä on kuvata todellista elämää ja siinä todellisuus ymmärretään moninaisena. Tutkimusta tehdessä on huomioitava, ettei todellisuutta voida pirstoa osiin. Kvalitatiivisessa tutkimuksessa siis pyritäänkin mahdollisimman kokonaisvaltaiseen tutkimiseen. (Hirsijärvi, Remes ja Sajavaara 2004, 152.) Laadullista tukimusta leimaa tilannesidonnaisuus. Tutkimuksen aineisto vastaa tietystä tapauksesta tietyllä hetkellä saatua informaatiota. Tämä tarkoittaa, ettei välttämättä pyritä yleispäteviin teorioihin ja todistuksiin, vaan ymmärretään, että saatu aineisto ei sisällä puhtaita faktoja. Laadullisessa tutkimuksessa otetaan rajattu määrä käsiteltäviä tapauksia ja niitä pyritään käsittelemään mahdollisimman perusteellisesti. Tarkoitus on pyrkiä ymmärtämään käsiteltävää tutkimuskohdetta. (Eskola & Suoranta 1998, 13–18.) Tutkimuksessamme laadullinen lähestymistapa on kaiken perusta, koska olemme halunneet tutkittavistamme, ja erityisesti heidän suhteestaan matematiikkaan, syvällisempää tietoa. Fenomenografisuus ilmenee tutkimuksemme lähtökohdissa, koska olemme halunneet selvittää, mitä sellaisia käsityksiä tutkittavillamme on matematiikasta, jotka tuovat esille henkilön matemaattista identiteettiä. Opetuspaketin toteuttaminen on tapahtunut etnografisesti ja aineiston analyysi narratiivisista lähtökohdista. Tarkastelemme seuraavaksi näiden ilmenemistä tutkimuksessamme tarkemmin.

6.2.1 Fenomenografisuus tutkimuksen lähtökohtana

Lähestymme aineistonkeruuta fenomenografisesti, sillä olemme kiinnostuneita oppilaiden erilaisista käsityksistä suhteessa matemaattiseen identiteettiin, ja fenomenografialla voidaan selvittää oppilaiden erilaisia käsityksiä suhteessa tiettyyn ilmiöön (Lehtimäki 2004, 224). Ilmiönä tutkimuksessamme on matemaattinen identiteetti, ja tutkimme oppilailla matematiikasta olevia käsityksiä, joiden kautta näemme matemaattisen identiteetin muodostuvan.

Fenomenografia tutkimusmetodina kartoittaa kvalitatiivisesti niitä erilaisia tapoja, joilla ihmiset kokevat, käsitteellistävät, käsittävät ja ymmärtävät erilaisia puolia ilmiöistä ja ympäröivästä maailmasta (Marton 1988, 143). Tavoitteenamme ei ole muodostaa kategorioita, kuten fenomenografiselle tutkimukselle on tyypillistä, koska kategorisoinnin kautta emme pysty vastaamaan tutkimuskysymyksiimme. Tämän vuoksi aineiston analyysissä olemme käyttäneet narratiivista analyysia ja tulkinnallista otetta. Muodostamme viidestä haastateltavasta oppilaasta aineiston pohjalta tarinan, jota peilaamme teoriassa käsiteltyihin asioihin.

Fenomenografiassa tutkimisen kohteena ovat yksilöiden muodostamat käsitykset tietystä ilmiöstä ja näiden käsitysten erilaisuus (Järvinen & Järvinen 2000, 86). Yksilö saa ulkoisesta tai sisäisestä maailmasta kokemuksia ilmiöstä, mistä käsitys aktiivisesti rakentuu. Kokemus yhdistää subjektia (Syrjälä 1994, 116). Oppilas saa siis matematiikasta ja itsestään suhteessa matematiikkaan sekä ulkoisesta maailmasta ympäristöllis-kultuurisesti ja sosiaalisesti kokemuksia, joiden voidaan nähdä olevan osa ulkoista maailmaa. Sisäinen maailma on yksilön vuoropuhelua itsensä kanssa, ja tähän vaikuttaa ulkoinen maailma. Toisin sanoen oppilaalle syntyy matematiikasta opetuskulttuurin ja sosiaalisten vuorovaikutussuhteiden kautta kokemuksia, jotka muovaavat oppilaan käsityksiä matematiikasta ja suhteesta matematiikkaan. Näin ollen kokemus yhdistää subjektia ja objektia, jolloin käsitys on subjektiivinen ja objektiivinen kokonaisuus (Syrjälä 1994, 116), ja voidaan sanoa, että kokemusten pohjalta luodaan käsityksiä ja rakennetaan ajattelua (Niikko 2003, 18). Käsityksiksi kutsutaan kaikkea ihmisen mielessä syntynyttä, mikä mielessä on ja liikkuu: muisto, havainto, luulo, epäily, väite, uskomus, mielipide ja niin edelleen. Yksilö viestii antamastaan merkityksestä käsityksissään. (Lehtimäki 2004, 224.) Ihmisen identiteetti muodostuu omasta elämänhistoriasta, kokemuksista, tapahtumista ja tilanteiden kokemuksista sekä näistä tehdyistä tulkinnoista (Ropo 2009, 5), ja näin ollen lähestyessämme tutkimusta fenomenografisesti voimme saada tietoa oppilaiden matematiikkaa koskevista uskomuksista, tunteista ja tiedosta sekä sitä kautta matemaattisesta identiteetistä.

6.2.2 Etnografia tutkimuksen toteutuksessa

Etnografiaa tutkimusmenetelmänä voidaan lähestyä useasta eri näkökulmasta. Hakalan ja Hynnisen (2007, 213) mukaan yhteistä kaikille etnografisille tutkimuksille on, että ne tehdään ihmisten parissa tietyssä kontekstissa. Etnografia on siis havainnoinnin muoto, joka tapahtuu sosiaalisen todellisuuden luonnollisissa olosuhteissa. Etnografinen tutkija elää osana tutkimaansa yhteisöä. Tavoitteena on oppia tutkitun yhteisön kulttuuria sekä ajattelu- ja toimintatapoja. (Eskola & Suoranta 1998, 104.) Omassa tutkimuksessamme olimme vahvasti osana tutkittavan luokan elämää. Roolimme eivät olleet puhtaasti tutkijan rooleja, koska toimimme opetusjaksollamme opettajina. Etnografista tutkimusta tehdessä kohtaamisten henkilökohtaisuus ja tutkittavan ja tutkijan läsnäolo muodostavat heidän välilleen erityisen intensiteetin (Hynninen & Hakala 2007, 214). Omassa tutkimuksessamme emme olleet vain tutkijoita ja oppilaat tutkittavia, vaan meidän ja oppilaiden välille syntyi suhde, jossa olimme omalla tavallamme osa luokan yhteisöä.

Etnografisessa tutkimuksessa aineistoja kerätään useista eri lähteistä, kuten havainnoinnista, keskusteluista ja haastatteluista. Tutkijan aktiivisuus on etnografisen tutkimuksen peruslähtökohta. (Eskola & Suoranta, 1998, 107.) Omassa tutkimuksessamme aineisto koostui havaintojemme lisäksi tehdyistä mittauksista, haastatteluista sekä oppilaan kirjoittamasta kirjeestä tarinan hahmolle. Etnografiselle tutkimukselle on myös tyypillistä, etteivät aineiston tuotanto, analyysi, tulkinta ja teoretisointi ole erillisiä vaiheita, vaan kulkevat limittäin (Lappalainen 2007, 13). Jatkuva analysointi ja tulkinta johtavat uusiin pohdintoihin ja kysymyksiin (Hakala & Hynninen 2007, 213). Tutkimuksessamme olemme käsitelleet aineistoa opetusjakson aikana ja tehneet sen pohjalta päätelmiä siitä, miten opetusjaksoamme sekä matematiikan opetusta tulisi kehittää. Koska meitä on tutkimuksessa mukana kaksi, on jokaista opetuskertaa ollut mahdollista analysoida reflektiivisesti yhdessä havaintojemme ja videonauhoitusten perusteella. Näin olemme pystyneet viemään tutkimustamme eteenpäin havaintojemme ja niistä nousseiden kiinnostuksen kohteiden mukaan.

6.2.3 Narratiivinen analyysiote

Tutkimuksessa narratiivisuudella tarkoitetaan lähestymistapaa, jossa huomio kiinnitetään tiedon narratiiviseen luonteeseen (Heikkinen 2007,142). Narratiivinen tutkimus viittaa kvalitatiiviseen tutkimukseen, jossa tarinoita käytetään ihmisen toiminnan kuvailemiseksi. Narratiivisuus tutkimuksessa viittaa tekstiin, jossa tapahtumat muodostavat väliaikaisen yhteneväisyyden eli juonen. (Polkinghorne 1995, 5.) Narratiivisuuden määritelmä riippuu, mistä näkökulmasta sitä katsotaan. Laajennettuna narratiivisuus voidaan nähdä minä tahansa aineistona, joka on luonnollista tekstiä tai puhetta. Tämä näkökulma pitää sisällään lähes kaiken laadullisen tutkimuksen aineiston. Tarkemmin määriteltynä narratiivisuus tulkitaan tekstinä, joka on juonellinen tarina, eikä ainoastaan luonnollisesti tuotettuna puheena tai tekstinä. Tarinassa tapahtumista mudostetaan yhtenäinen juonellinen tarina. (Polkinghorne 1995, 6-7.) Narratiivisessa tutkimuksessa huomio kohdistetaan yksilöiden tapoihin antaa merkityksiä ja pyritään tutkijan ja tutkittavien välillä yhteiseen merkitysten luomiseen. Tutkimus on kiinnostunut ihmisten autenttisista kertomuksista ja elämästä yleensä heidän itsensä kokemana sekä yksilön elämässään tarinoiden välityksellä antamista merkityksistä. (Heikkinen 2007, 155.)

Heikkisen (2007, 144) mukaan narratiivisuudella voidaan tarkoittaa (1) tiedonprosessia, kun kuvataan tutkimusaineiston luonnetta, (2) aineiston analyysitapaa sekä (3) narratiivien käytännöllistä merkitystä, johon se on tutkimuskirjallisuudessa usein liitetty. Meidän tutkimuksemme kannalta narratiivisuus tarkoittaa tiedon luonnetta, identiteetin muodostumista sekä aineiston analyysitapaa. Fenomenografian tapaan olemme kiinnostuneita toisen asteen näkökulmasta (Niikko 2004, 23), ja narratiivinen tutkimus kykenee tuottamaan autenttisen näkökulman todellisuuteen. Se ei tuota objektiivista todellisuutta, sillä narratiivisuuden taustalla on ajatus siitä, että todellisuudet konstruoituvat eri tavoin ihmismielissä ja sosiaalisessa vuorovaikutuksessa (Heikkinen 2007, 145). Myös fenomenografiassa käsitys nähdään konsturktiivisena: tämänhetkisen käsityksen varassa yksilö jäsentää uutta informaatiota edelleen (Syrjälä 1994, 117), ja narratiivisuus liitetään vahvasti konstruktivismiin. Ihminen siis rakentaa itse tietonsa ja tämä tieto on jatkuvasti kehittyvää ja uudistuvaa. Uusi tieto rakentuu aina aiemman tiedon ja kokemusten varaan. Esimerkiksi tietyn tapahtuman merkitys ja merkittävyys voi olla eri tapahtumahetkellä ja nykyisyydessä (Polkinghorne 1995, 20).

Polkinghorne (1995) erottaa toisistaan narrattiivisen analyysin ja narratiivien analyysin. Narratiivien analyysissä aineisto on tarinamuotoista. Esimerkiksi päiväkirjat ja haastattelut voidaan nähdä tällaisena aineistona. Analyysissä etsitään yhteisiä teemoja tarinamuotoisesta aineistosta. (Polkinghorne 1995, 12–13.) Narratiivisessa analyysissä analyysin tarkoitus on muodostaa yhtenäinen tarina. Usein aineisto ei ole kerättynä narratiivisessa muodossa. Tutkijan tehtävä on järjestää kerätty aineisto yhtenäiseksi tarinaksi, joka selittää aineistoa tutkimuksen tarkoituksen mukaisesti. Tutkijan tehtävä on siis kehittää juoni, joka tuo luontevasti ja tarkoitusenomaisesti yhteen kerätyn aineiston. (Polkinghorne 1995, 15.) Narratiivisen analyysin pyrkimys on vastata kysymykseen siitä, kuinka ja miksi tietty lopputulos muotoutui. Tarkoitus on ymmärtää tietyn yksilön toimintaa konkreettisessa sosiaalisessa maailmassa. Narratiivinen analyysi ei ole objektiivinen esitys tutkittavan todellisesta elämästä, vaan ennemminkin lopputulos on seurausta useista tutkijan tekemistä tulkinnoista. (Poklknihorne 1995, 19.)

Keskitymme oman tutkimuksemme analyysissä narratiiviseen analyysiin. Muodostamme viidestä haastattelemastamme oppilaasta tarinan, jonka tarkoitus on tuoda esille kunkin henkilön suhde matematiikkaan. Tämän tarinan avulla pyrimme lähestymään tutkittavien matemaattista dentiteettiä. Kaasilan (2008, 41) mukaan narratiivinen analyysimenetelmä on erittäin käyttökelppoinen tutkittaessa matematiikan oppimiseen ja opetukseen liittyviä kokemuksia. Koska näemme matemaattisen identiteetin muodostuvan näistä kokemuksista mutta myös henkilön käsityksistä – asenteista, uskomuksista ja tunteista – matematiikkaa kohtaan, lähestymme tutkittavia fenomenografisista lähtökohdista. Näistä fenomenografisista käsityksistä tarkoituksemme on muodostaa tarina jokaisesta tutkittavastamme.

7 Tutkimuksen toteuttaminen

Tutkimuksemme olemme teettäneet erään pirkanmaalaisen koulun 4. luokalla. Tutkimuskohteeksemme valitsimme 4. luokan, sillä tämä vaihe on mielenkiintoinen taitekohta matematiikan opiskelussa. Yleensä matematiikka mielletään helpoksi ja kivaksi alkuluokilla. 3. luokalla matematiikka oppiaineena muuttuu abstraktimmaksi ja tätä kautta matematiikan oppiminen muuttuu haastavammaksi. Lisäksi näemme, että 4-luokkalaiselle on jo muodostunut kolmen vuoden koulupolun aikana suhteestaan matematiikkaan käsityksiä, jotka muodostavat matemaattisen identiteetin.

Tutkimuskohteenamme olevassa luokassa on 24 oppilasta, joista tutkimukseen osallistuu 20 oppilasta, 10 tyttöä ja 14 poikaa. Opettaja kuvaili luokkaa ennen opetusjaksomme alkua hyvin vilkkaaksi, jopa rauhattomaksi. Lisäksi oppilaat olivat tottuneet työskentelemään suurimmaksi osaksi vain yksin. Olemme ottaneet nämä seikat huomioon suunnitellessamme opetuspakettia.

7.1 Tutkimuksen kulku

Aloitimme tutkimuksemme ideoinnin toukokuussa 2011. Halusimme tehdä tutkimuksen, jonka avulla olisi mahdollista tukea erilaisten oppilaiden suhdetta matematiikkaan. Know-Id -hankkeen myötä meille heräsi kiinnostus matemaattisen identiteetin käsitettä kohtaan. Tästä nousi ajatus kehittää matematiikan opetuspaketti, joka ottaisi huomioon identiteetin kehittämisen näkökulman.

Meillä oli vahva näkemys, että halusimme toteuttaa tutkimuksemme juuri 4-luokkalaisilla oppilailla. Koimme, että sen ikäisillä suhde matematiikkaan kehittyy kognitiivisten taitojen kasvaessa ja toisaalta myös matematiikan vaikeutuessa. Otimme keväällä 2011 yhteyttä pirkanmaalaiseen, seuraavana lukuvuonna 4. luokkaa opettavaan opettajaan, joka oli kiinnostunut projektistamme ja lupautui yhteistyöhön tutkimuksen toteuttamiseksi.

Tutkimuksen alkuun saattamiseksi pyysimme tutkimuskoulun rehtorilta tutkimusluvan, joka myönnettiin syyskuussa 2011. Samalla sovimme luokan opettajan kanssa opetuksen sisällöstä ja aikatauluista. Alun perin tarkoituksenamme oli pitää opetuspakettimme tunnit peräkkäin muutaman viikon sisällä, mutta koska se ei ollut mahdollista, sovimme, että pidämme kaksi oppituntia kerran viikossa kahden kuukauden ajan. Seuraavaksi hankimme tutkimusluvan oppilaiden vanhemmilta ja lähetimme oppilaiden mukana kotiin tiedotteen ja tutkimuslupa-anomuksen (Liite 1).

Tutkimusluvan saimme yhteensä 20 oppilaalta. Sovimme luokan opettajan kanssa ja toimme myös vanhemmille ilmi, että jokainen oppilas osallistuu pitämäämme opetukseen, vaikkei hänellä olisi tutkimuslupaa. Emme kuitenkaan tällöin käytä oppilaasta saatua tietoa tutkimuksessamme.

Tutkimus lähti liikkeelle tutustumalla luokkaan. Kerroimme oppilaille, että tulemme pitämään heille matematiikan tunteja kehittääksemme matematiikan oppimateriaaleja ja että kartoitamme heidän ajatuksiaan matematiikasta. Kävimme seuraamassa muutamia oppilaiden tunteja ja toimimme joillakin tunneilla ennen opetuskokeilua apuopettajina, jotta saimme tutustua oppilaisiin ja oppilaat meihin. Ennen opetusjakson alkua pidimme oppilaille myös alkumittauksen, joka kesti yhden oppitunnin.

Opetuskokeilu alkoi syysloman jälkeen lokakuussa 2011. Olimme luokassa yhteensä kahdeksana peräkkäisenä perjantaina kahden oppitunnin verran. Yhteensä pidimme luokalle 18 oppituntia. Viimeisellä oppitunnilla pidimme juhlat oppilaiden saavutusten kunniaksi. Tutkimusaineistoa keräsimme läpi opetusjakson sekä kävimme tekemässä haastatteluja oppilaille opetustuntiemme ulkopuolella. Opetusjakson loputtua kävimme tammikuussa 2012 tekemässä oppilaille kirjoitustehtävän ja ryhmähaastattelut.

7.2 Aineiston hankinta

Aineistoa olemme keränneet monipuolisesti ennen opetusjaksoa, opetusjakson aikana ja opetusjakson lopuksi. Ennen opetusjaksoa teetimme oppilailla matemaattista identiteettiä kartoittavan mittarin (Liite 2), jonka pohjalta valitsimme kymmenen haastateltavaa. Haastatteluna (Liite 3) olemme käyttäneet puolistrukturoitua haastattelua. Opetusjakson aikana oppilaat täyttivät oppituntien jälkeen itsearviointilomakkeen (Liite 4), joka myötäilee yhteistoiminnalisen menetelmän itsearviointia. Lisäksi ryhmät tekivät opetusjakson aikana yhteensä kolme ryhmäarviointia, joista kaksi ensimmäistä oli samanlaisia (Liite 5) ja viimeinen oli hieman erilainen (liite 6). Ryhmäarvioinneissa heidän tuli miettiä ryhmän työskentelyä ja toimintaa. Opetusjakson päätteeksi teetimme oppilailla loppumittauksen (Liite 7), johon valitsimme väittämiä alkumittauksesta ja lisäksi lisäsimme opetusjaksoamme koskevia väittämiä. Loppumittauksessa on myös yleisesti opetuspakettia ja sen tehtäviä koskeva osio. Lisäksi jokainen ryhmä osallistui ryhmähaastatteluun (Liite 8). Jokainen oppilas kirjoitti myös valitsemalleen tarinan henkilölle kirjeen, jonka virikkeenä oli kirje tarinan henkilöltä Vecculilta (Liite 9). Seuraavaksi käsittelemme tarkemmin kutakin vaihetta.

Know-Id -hankkeen yhtenä tavoitteena on tutkia identiteetin tarkasteluun soveltuvia menetelmiä. Yhtenä menetelmänä on kehitetty identiteettimittaria, jonka laatimisesta on vastannut Maiju Huttunen hankkeen myötä. Mittari perustuu James Côtén laatimaan mittariin, jota on edelleen kehitetty Know-Id -hankkeen myötä. Mittari on pääasiassa Likert-asteikollinen, mutta muitakin asteikkoja on käytössä, ja mittari sisältää 10 eri aihepiiriä, joilla kartoitetaan yksilön käsityksiä siitä, kuka ja millainen hän on. Tätä yleisen identiteetin kartoittavaa mittaria pohjana käyttäen olemme muodostaneet matemaattisen identiteetin mittarin, josta käytämme nimitystä alkumittaus. Lisäksi olemme mittaria laatiessamme käyttäneet matematiikka uskomuksiin, asenteisiin ja käsityksiin liittyviä tutkimuksia (Pietilä 2002, Tikkanen 2008, Pehkonen 1995).

Matemaatiikkaidentiteettiä kartoittava mittari koostuu kolmesta eri osasta. Ensimmäinen osio koostuu 51:stä eri väittämästä. Väittämät koostuvat erilaisista uskomuksista, asenteista ja tunteista matematiikkaa kohtaan, näkemyksestä, joka oppilaalla on omasta osaamisestaan matematiikassa sekä siitä käsityksestä, millaisena oppilas kokee opettajan näkevän hänet matematiikan osaamisen suhteen. Kolmas osio käsittää matematiikan tunteja kuvaavia sanoja. Neljäs osio mittaa oppilaan näkemystä matematiikasta ja sen käyttötarkoituksesta. Viimeinen osio mittaa oppilaan tunteita matematiikan tehtävän ratkaisemisen jälkeen. Teetimme oppilailla matemaattista identiteettiä kartoittavan mittarin alkumittauksena. Oppilailla oli yhden oppitunnin, eli 45 minuuttia, verran aikaa tehdä mittari. Suurin osa oppilaista sai mittarin valmiiksi noin 25 minuutissa, minkä jälkeen he rupesivat piirtämään aiheesta ”minä ja matematiikka”. Osa oppilaista käytti koko ajan mittarin tekemiseen. Mittarin perusteella valitsimme kymmenen haastateltavaa, joihin halusimme syventyä. Pyrimme valitsemaan haastatteluun mahdollisimman erilaisia oppilaita.

Haastattelumenetelmänä olemme käyttäneet teemahaastattelua, jossa on kuitenkin puolistrukturoidun haastattelun piirteitä. Päädyimme haastattelumenetelmistä valitsemaan teemahaastattelun, sillä halusimme saada tutkittavista tietoa identiteetin jokaiselta osa-alueelta. Puolistrukturoidun haastattelusta tekee se, että haastattelussa kaikille oppilaille on esitetty samat kysymykset kysymysrungon pohjalta, mikä on tyypillistä puolistrukturoidulle haastattelulle. Teemahaastattelussa puolestaan aihepiirit on määrätty etukäteen ja kaikki etukäteen päätetyt teema-alueet käydään jokaisen haastateltavan kanssa läpi. Teema-alueiden laajuus ja järjestys vaihtelevat jokaisen haastateltavan kohdalla. Haastattelijalla on käsiteltävistä asioista tukilista, ei valmiita kysymyksiä. (Eskola ja Vastamäki 2001, 26–27.) Haastattelurungossamme oli valmiita kysymyksiä, joita olemme syventäneet lisäkysymyksillä kunkin oppilaan yksilöllisten vastausten perusteella. Haastatteluiden teemat olemme johtaneet teoriasta, aikaisemmista tutkimuksista, omista ideoistamme sekä kirjallisuudesta. Nämä kaikki ovat tapoja jäsentää teemahaastattelua ja yhdessä luovat hyvän teemahaastattelun piirteet (Eskola ja Vastamäki 2001, 33). Haastattelussa pyrimme käsittelemään kaikkia matemaaattisen identiteetin osa-alueita ja muodostimme kysymyksiä Pietilän (2008) matematiikkauskomuksia käsittelevän tutkimuksen sekä Spanglerin (1992) artikkelin pohjalta.

Opetusjakson aikana oppilaat täyttivät itsearviointilomakkeen lähes jokaiselta kerralta, ja ryhmät täyttivät yhteensä kolme ryhmätyöskentelyä koskevaa arviointilomaketta. Itsearviointilomakkeet toimivat meille aineistona ja ryhmille taas heidän oman toiminnan pohtimisen tukena.

Opetusjakson jälkeen teetimme oppilailla loppumittauksen, joka koostuu kahdesta osiosta. Ensimmäiseen osioon valitsimme tiettyjä väittämiä alkumittauksesta sekä väittämiä koskien opetusjaksoa. Jälkimittauksen toinen osio on vastaava kuin alkumittauksen kolmas osio. Loppumittauksen kolmas osio mittaa oppilaan käsityksiä opetusjaksosta ja neljäs osio tehtäviä. Loppumittaus teetettiin oppilaille opetusjakson viimeisellä kerralla.

Viimeisen aineistonkeruun vaiheen pidimme joululoman jälkeen tammikuussa 2012. Ensimmäisenä tehtävänä oppilailla oli kirjoittaa kirje valitsemalleen Mietteliään vuoren henkilölle. Ohjeistimme oppilaita kirjoittamisessa seuraavasti: ”Kirjoita kirje haluamallesi Mietteliään vuoren henkilölle. Kerro, mikä oli seikkailuissa mukavaa ja jännittävää. Voit myös kertoa, jos jokin asia harmitti sinua.” Lisäksi teimme ryhmille ryhmähaastattelut, sillä halusimme saada selville ryhmien jäsenten ajatuksia opetusjaksosta. Ryhmähaastattelun tarkoituksena on saada lapset kuuntelemaan toisiaan ja rakentaa uusia ajatuksia keskustelun kautta. Ryhmähaastatteluun sopivat lasten yhteiset kokemukset, kuten koulukokeilut (Aarnos 2001, 148.). Tässä tutkimuksessa ryhmähaastattelun aiheena oli opetusjakso.

7.3 Opetuspaketin suunnittelu

Opetusjakso on koostunut yhteensä kahdeksasta kahden oppitunnin (45 minuuttia) kokonaisuudesta. Jokaista oppituntia varten olemme kirjoittaneet tarinaa sekä suunnitelleet oppilaille tehtäviä. Tarina etenee aina tehtävän ratkaisun jälkeen. Pääosin tehtävät liittyvät lausekkeiden muodostukseen sekä yhtälöiden ratkaisemiseen. Pääsääntöisesti jokaiselle oppitunnille on lyhyehkö lämmittelytehtävä sekä varsinaiset tehtävät ja kotitehtävät. Tehtävät liittyvät aina jollain tavalla tarinaan ja monesti Mietteliään vuoren henkilöt tarvitsevat luokan oppilaiden apua tehtävien tekemisessä. Lisäksi teimme laulun, jonka sanat johdattelevat laskulausekkeiden muodostamiseen ja yhtälöiden ratkaisemiseen. Laulun sanoissa lisäksi korostetaan yhteistyön merkitystä, ja jokaisen ryhmän nimi mainittiin, sillä katsoimme tärkeäksi sen ryhmähengen luomisen kannalta.

Opetusjaksoon sisältyvät tehtävät on suunniteltu yhteistoiminnallisiksi ja kolmen hengen ryhmiä ajatellen. Olemme myös eriyttäneet tehtäviä kolmeen eri tasoon ja tehtävät ovat merkitty tarinan hahmojen nimillä: *Gandalf* (keskitaso), *Vecculi* (helpoin) ja *Telepatiakissa* (haastavin).

Olemme kirjoittaneet itse tarinan, jonka pohjana olemme käyttäneen Schiron (2004) tarinaa *Wizard's Tale.* Pia Hytti (2007) on käyttänyt pro gradu -tutkielmassaan tarinaa *Wizard's Tale*. Suullisen fantasiatarinan yhteydessä esitettäessä matematiikkaa viisi asiaa ovat tärkeitä: matematiikka esitetään tarinan kautta, tarina esitetään suullisesti, tarina on fantasiatarina, tarina kontekstuaalisesti sitoo matematiikkaan sen, että se on mielenkiintoista, osallistuttavaa ja relevanttia lukijalle ja että tarina kestää useamman päivän. (Schiro 2004, 46.) Tämän pohjalta olemme myös suunnitelleet oman opetuspakettimme tarinan ja tehtävät.

Meidän kirjoittamassa tarinassa seikkailevat hahmot ovat *Vecculi*, *Gandalf*, *Neiti X*, *Hipsu* ja *Telepatiakissa*. Vecculi on maahinen, joka on aina valmis toimimaan ja hyvin rationaalinen hahmo. Gandalf on vanha, viisas ja rauhallinen velho. Neiti X on puolestaan hieman erikoinen: hän on aina valmis ystävien kannustuksella olemaan apuna matemaattisissa tehtävissä ja hänen apuaan tarvitaan paljon. Neiti X:llä on ominaisuus muuttua miksi tahansa luvuksi. Hipsu on arkajalka ja kovin epävarma. Monesti Hipsu tunaroi seikkailuissa, mutta muut ovat ystävällisiä ja auttavat häntä. Telepatiakissa on nelikon uusi ystävä, joka on heidän apunaan Mietteliäällä vuorella. Telepatiakissa on aina valmiina neuvomaan matemaattisissa tehtävissä.

Tarinan juoni pääpiirteissään etenee siten, että Vecculi ja Neiti X lähtevät pelastamaan Mietteliäälle vuorelle vangiksi joutunutta ystäväänsä Gandalfia. Mietteliäs vuori on matemaattinen vuori, joka asettaa vierailijoilleen aina matemaattisia arvoituksia. Gandalf on eksynyt Mietteliäälle vuorelle ja muuttunut kiveksi, koska on vastannut väärin vuoren asettamaan tehtävään. Vecculin ja Neiti X:n etsiessä Gandalfia vuorelta heidän seuraansa liittyy Telepatiakissa, joka auttaa heitä löytämään Gandalfin. Myöhemmin he sattumalta löytävät vuorelta myös kaikkien ystävän Hipsun, joka on pulassa vuoristoradassa. Ystävykset pelastavat myös Hipsun. Viisikko joutuu vuorella erilaisiin tapahtumiin, joista selvitään matemaattisia tehtäviä ratkaisten. Lopulta he kaikki palaavat takaisin omaan kotikyläänsä Aarniometsään.

Ennen opetusjaksoa oppilaille lähetettiin motivointikirje, jossa Vecculi pyysi oppilailta apua (Liite 11). Luokan opettaja luki kirjeen oppilaille ensimmäisen opetuskerran aamuna. Ensimmäisellä opetuskerralla kerroimme, että oppilaista tulee ”matemaagikkokokelaita”, jotka pääsevät auttamaan Vecculia ja Neiti X:ää pelastamaan Gandalfin.

Jokaiselle pitämällemme oppitunnille valitsimme yhden ”matemaagikkotaidon”, joita kerroimme oppilaille erityisesti tarkkailevamme, sillä halusimme tuoda esille matematiikan opetuksen kasvatuksellisen ulottuvuuden. Tarkkailtavat taidot olivat kuunteleminen, osallistuminen, toisen kunnioittaminen, huomioiminen, keskittyminen ja yhteistyö. ”Matemaagikkotaitojen” onnistuessa kaikilta ryhmiltä koko luokka sai tähden, joka laitettiin luokan seinällä olevalle pahville. Luokassa meillä oli oma taulu, jossa oli näkyvillä jokaisen tunnin tavoitetaito ja kalenteri, johon merkitsimme ”matemaagikkopäivät” (eli opetuskertamme), kotitehtävät, oppituntien säännöt, ryhmätyöskentelyarvioinnit tavoitetaidon osalta, sekä ”tähtitaivas”. Oppilaat olivat jokaisella kerralla kolmen hengen tasoryhmissä, jotka muodostimme luokan opettajan avustuksella. Ryhmissä jokaisella oppilaalla oli tietty rooli. Rooleja olivat johtaja, kirjuri ja huolehtija, ja kaikilla oli omat tehtävänsä. Roolit vaihtuivat ryhmissä jokaisella opetuskerralla. Oppilaille jaettiin kortit, joissa oli heidän roolinsa ja tehtävänsä (Liite 12).

Aloitimme jokaisen opetuskerran laulamalla laulun virittäytymiseksi (Liite 47). Laulun sanat on tehty *Oli hepokatti maantiellä poikittain* –lauluun. Tämän jälkeen palauttelimme edellisen kerran tapahtumia mieleen ja annoimme oppilaiden työskentelystä palautetta. Jos luokka sai tähden, liimaamiskunnia annettiin ryhmälle, joka oli työskennellyt hyvin tai parantanut toimintaansa.

Olemme suunnitelleet opetusjaksomme niin, että se rakentuu yhteistoiminnallisista tehtävistä. Yhteistoiminnallisen oppimisen lähtökohtana on opetusryhmien organisoiminen pienemmiksi yksiköiksi, jolloin toiminta tapahtuu pienryhmissä ja onnistunut lopputulos vaatii ryhmän jäsenten välistä vuorovaikutusta (Sahlberg & Berry 2002, 11). Yhteistoiminnallisuutta ei ole käytetty matematiikan opetuksessa kovinkaan paljon (Sahlberg & Berry 2002, 177). Olemme halunneet opetusjaksossamme tukea oppilaiden matemaattisen identiteetin kehitystä myös ryhmän avulla. Koemme, että ryhmän tuella oppilailla on mahdollisuus kehittää suhdettaan matematiikkaan sosiaalisessa kontekstissa. Tutkimukset ovat myös osoittaneet, että opiskelu pienryhmissä auttaa oppilaita oppimaan matemaattiseen ongelmanratkaisuun tarvittavia taitoja paremmin kuin suurryhmissä (Sahlberg & Berry 2002, 184). Sahlbergin ja Berryn (2002, 196) mukaan opiskeltaessa matematiikkaa yhteistoiminnallisesti on kiinnitettävä erityisesti huomiota tehtäviin. Niiden tulee olla aidosti yhteistoiminnallisia eikä yksilötehtäviä, joita oppilaat tekevät ryhmässä. Olemme pyrkineet opetusjaksossamme kiinnittämään huomiota erityisesti tähän. Toisaalta olemme tehneet myös tehtäviä, jotka vaativat yksilötyöskentelyä, koska koemme, että nekin ovat opetusjaksollamme hyödyllisiä. Kuitenkin oppilailla on tällöinkin oma ryhmä tukenaan.

Koska opetusjaksomme on suunniteltu yhteistoiminnalliseksi, voidaan yhtenä ulottuvuutena nähdä myös kielentäminen. Osa oppilaan konstruointiprosessia on matemaattisen käsitteen kielentäminen, jolloin oppilas ilmaisee matemaattisen käsitteen sisältöä muille. Tällöin oppilas joutuu pohtimaan käsitteen keskeistä sisältöä sekä jäsentämään ja reflektoimaan matemaattista ajatteluaan. Samalla myös muut oppilaat voivat verrata oppimansa käsitteen sisältöä muiden oppilaiden käsitteiden sisältöön. Tämän kautta jokainen oppilas voi muovata käsitettänsä esimerkiksi keskustelun kautta. Ilmaisuissa tulee esiin myös uskomuksia, joita voidaan muokata tarvittaessa (Joutsenlahti 2003, 8.) Kielentämisen rooli opetusjaksossamme näyttäytyy yhteistoiminnallisten tehtävien ja leikkien kautta. Esimerkiksi opetusjaksomme tehtävissä oppilaiden tulee käyttää matemaattisia termejä, kuten lauseke, x:n arvo ja lausekkeen arvo.

8 Aineiston analysointi

Olemme analysoineet tutkimukseen osallistuneita oppilaita yleisesti luokkatasolla. Tutkimme oppilaiden mahdollisia muutoksia matematiikan asennetta ja oppitunteihin virittäytymistä kohtaan. Olemme valinneet yhteensä neljä väittämää, joita olemme jokaisen oppilaan kohdalla vertailleet alku- ja loppumittauksesta. Tämän pohjalta olemme luokitelleet oppilaita muutosten mukaan. Lisäksi olemme analysoineet aineistomme pohjalta viittä oppilasta, joista jokaisesta olemme tehneet oman tarinan. Olemme valinneet tutkittavat viisi oppilasta haastattelemiemme kymmenen oppilaan joukosta. Valitsemamme oppilaat työskentelivät opetusjakson aikana eri ryhmissä. Tämän lisäksi olemme pyrkineet valitsemaan mahdollisimman erilaisia oppilaita, jotta pystyisimme tarkastelemaan oppilaiden suhdetta opetuspakettiimme erilaisista lähtökohdista, jotka ovat syntyneet oppilaan aikaisemmasta suhteesta matematiikkaan.

Jokaisessa tarinassa kuvailemme aluksi oppilaan suhdetta matematiikkaan. Olemme pyrkineet tällä tavalla lähestymään haastateltavien matemaattista identiteettiä. Tarkastelemme tarinoissa identiteetin persoonalliseen, sosiaaliseen ja kulttuuris-ympäristölliseen osa-alueeseen liittyviä uskomuksia, asenteita ja tunteita. Tämän jälkeen olemme jatkaneet haastateltavan tarinaa opetusjaksoomme liittyen. Pyrimme tuomaan esille, miten tutkittava on kokenut opetusjaksomme. Tarkastelemme erikseen ryhmätyöskentelyä, tarinaa, opetusjakson tehtäviä ja yhteenvetona oppilaan yleistä suhtautumista opetuspakettiin. Vertaamme keskenään oppilaan suhtautumista opetusjaksoon ja hänen yleistä suhtautumistaan matematiikkaa kohtaan ja pyrimme selvittämään, onko näillä eroja. Ryhmätyöskentelyä tarkastelemme myös koko tutkittavan oppilaan ryhmän toiminnan kannalta. Täten pyrimme luomaan kuvan siitä, miten koko ryhmän toiminta on tukenut tutkittavan oppilaan suhdetta matematiikkaan ja opetusjaksoomme.

8.1 Tarkastelua luokkatasolla

Olemme aluksi tarkastelleet luokkatasolla jokaisen tutkimukseen osallistuneen oppilaan suhtautumista matematiikkaan ja matematiikan tunteihin. Olemme valinneet yhteensä neljä väittämää, joiden vastauksia olemme vertailleet alku- ja loppumittauksessa. Alkumittauksessa väittämät koskivat tavallisia matematiikan tunteja, ja loppumittauksella opetusjakson tunteja. Olemme valinneet väittämät (1) matematiikka on pitkäveteistä, (2) odotan innolla matematiikan tunteja, (3) matematiikka on innostavaa ja kiinnostavaa sekä (4) matematiikka on tylsää. Näkemyksemme mukaan ensimmäinen väittämä vaikuttaa oppilaan viihtyvyyteen matematiikan tunneilla, toinen ja kolmas väittämä tuovat esille oppilaan orientoitumista matematiikan tunteihin ja viimeinen väittämä kertoo oppilaan yleisestä suhtautumisesta matematiikkaa kohtaan. Näihin väittämiin sisältyvät oppilaiden tunteet, jotka ovat keskiössä matemaattisen identiteetin muodostumisprosessissa. Oppilaiden asenteissa tapahtuvien muutosten perusteella olemme karkeasti jakaneet oppilaat neljään luokkaan, jotka ovat: 1) huomattavasti muutosta positiivisempaan suuntaan (3–4 väittämää muuttunut), 2) hieman muutosta positiivisempaan suuntaan (1–2 väittämää muuttunut), 3) ei muutosta (jokainen väittämä pysynyt ennallaan) ja 4) muutos negatiivisempaan suuntaan (väittämät muuttuneet negatiiviseen suuntaan). Taulukossa 1 näkyvät jokaisen oppilaan vastaukset väittämiin alku- ja loppumittauksessa. Viisi ensimmäistä henkilöä ovat niitä, joita analysoimme tarkemmin suhteessa matematiikkaan ja opetusjaksoon. Merkinnöistä + tarkoittaa, että henkilö suhtautuu positiivisesti väittämään, 0 kuvaa neutraalia suhtautumista ja – negatiivista. Taulukossa 2 näkyy oppilaiden sijoittuminen muutoksen perusteella. Taulukkoon 1 on muutettu väittämä ”*matematiikka on pitkäveteistä”* muotoon ”*ei pitkäveteistä”* ja väittämä ”*matematiikka on tylsää”* muotoon ”*ei tylsää”*.

	Ei pitkäveteistä		Odotan innolla		Innostavaa ja kiinnostavaa		Ei tylsää	
	Alku	Loppu	Alku	Loppu	Alku	Loppu	Alku	Loppu
Lauri	+	+	0	0	0	0	0	0
Aino	0	0	-	0	0	0	-	0
Pyry	0	0	-	0	-	0	0	0
Johanna	+	+	-	+	+	+	+	+
Kristian	0	0	0	-	0	-	0	0
p1	0	0	0	0	0	0	0	0
p2	0	0	0	-	0	0	0	0
p3	+	+	0	+	+	+	+	+
p4	+	+	+	+	+	+	+	+
p5	0	0	+	+	0	0	0	+
p6	0	+	-	0	0	0	0	0
p7	+	0	0	0	+	+	+	+
p8	0	+	-	-	-	0	0	
p9	0	0	0	-	0	-	0	+
t1	0	+	0	0	0	+	0	0
t2	+	+	0	+	0	+	+	+
t3	0	+	0	+	0	+	0	+
t4	0	0	-	+	+	+	0	0
t5	0	0	-	+	0	+	0	0
t6	0	+	0	+	0	0	0	+

Taulukko 1.

Huomattavasti muutosta	Hieman muutosta	Ei muutosta	Muutos negatiivisempaan suuntaan
t3 t6	t5 t4 t2 t1 p8 p6 p5 p3 Aino Pyry Johanna	Lauri p1 p4	Kristian p2 p9 p7

Taulukko 2.

Kuten taulukosta 2 nähdään, suurimmalla osalla oppilaista on tapahtunut väittämien suhteen hieman muutosta positiivisempaan suuntaan (n=11). Huomattavaa muutosta on tapahtunut kahdella oppilaalla ja muutos negatiiviseen suuntaan on tapahtunut neljällä. Kolmella oppilaalla ei ole tapahtunut muutosta. Vaikka vertailtavien väittämien määrä on pieni eikä niistä voi tehdä yleistettäviä johtopäätöksiä, näyttää siltä, että suurin osa (n=13) suhtautui opetusjakson tunteihin positiivisemmin kuin alkumittauksen perusteella tavallisiin matematiikan tunteihin. Toisaalta on otettava huomioon, että neljän oppilaan kohdalla muutos oli negatiiviseen suuntaan, jolloin he kokivat opetusjakson tunnit kielteisesti.

Tyttöjen ja poikien välillä näyttäisi olevan eroa suhtautumisessa opetusjaksoon. Tytöistä kaikilla on väittämien kohdalla muutosta positiivisempaan suuntaan (n=8). Pojista viidellä on väittämien kohdalla muutosta hieman positiivisempaan suuntaan, kolmella ei lainkaan muutosta ja neljällä negatiivisempaan suuntaan. Tämän perusteella olisi mahdollista päätellä, että opetusmenetelmä tukee erityisesti tyttöjen matematiikan opiskelua. Kuitenkaan väittämissä ei erotella, mikä opetusjaksossamme oli erityisen mukavaa tai ikävää. Tämän takia ei ole mahdollista sanoa, mikä vaikutti tyttöjen asenteen muutokseen tai miksi viisi oppilasta suhtautui opetusjaksoon negatiivisesti. Tarkastelemme oppilaskohtaisissa analyyseissa tarkemmin, miten yksittäiset oppilaat suhtautuivat opetusjaksomme eri osa-alueisiin.

8.1.1 Oppilaiden suhtautuminen narratiiviseen matematiikanopetukseen

Tarinankerronta opetusmetodin kautta on tarkoitus motivoida erilaisia oppilaita matematiikkaa kohtaan herättämällä positiivisia tunteita ja mielenkiintoa tarinaan liittyvien tehtävien avulla. Positiiviset tunteet ja mielenkiinto tehtäviin vaikuttavat oppilaan käsitykseen uskomuksiin ja asenteisiin matematiikkaa kohtaan. Tämän avulla oppilas saa rakennettua matemaattisen identiteettiään positiivisemmaksi. Tarinallisuus mahdollistaa oppilaan mielikuvituksen käytön ja tätä kautta herättää kiinnostusta matematiikkaa kohtaan. 11 oppilaan mielestä tarinat sopivat aina matematiikan tunneille ja yhdeksän oppilaan mielestä joskus. Tarinallisuudesta oppilaat pitävät, koska kokevat sen olevan viihdyttävää:

> ”*Tarina oli paras, koska oli hauska kuunnella.*” (p5)
>
> ”*Tarina ja laulu oli parhaimmat!*” (Aino)
>
> ”*Satu oli parasta koska ei tehty silloin tehtäviä*.” (p1)
>
> ”*Tarinat koska ne oli kivoja ja mielenkiintoisia*.” (t5)
>
> ”*Henkilöhahmot olivat hauskoja ja arvoituksia.*” (t4)
>
> ”*Että luettiin tarinaa sen takia se oli kivaa että oli kiva kuunnella satua.*” (p4)
>
> *”Tarina koska ei tarvinnut tehdä mitään ja se oli kiva.*” (p6)
>
> ”*Tarina! Siksi koska se oli mielenkiintoinen ja jännittävä!*” (t6)

Tarkoituksena opetuksessa ei ole oppilaiden viihdyttäminen, mutta tarinanopetusmetodissa se tulee siinä ohella. Viihtyvyys on avainasemassa positiivisten tunteiden heräämisessä, joten tarinan viihdyttävyys herättää positiivisia tunteita, joiden kautta matemaattinen identiteetti muotoutuu.

Tehtävät on suunniteltu siten, että ne liittyivät aina tarinaan. Tarinan ja tehtävien yhdistyminen koettiin mielekkääksi ja on selvästi toiminut opetuskokeilussa oppilaita motivoivaksi tekijäksi. Pienellä yhdistämisellä oppilaita voi innostaa matematiikan tehtävien pariin.

> ”*Matemaagikko tehtäviin liittyi, tarina.*” (p6)
>
> ”*Tarina ja siihen liittyvät tehtävät, koska tarina oli hauska ja siinä tapahtui aina jotain jännittävää ja tehtävät koska niiden jälkeen tarinassa päästiin eteenpäin.*” (t1)

”*Se oli kivaa kun se viesti oli siellä lappujen takana*.” (t2) (taikasana Gandalfin vapauttamiseksi)

”*Oli kiva järjestää laput ja kuulla taikasana*.” (p7) (taikasana Gandalfin vapauttamiseksi)

Schiron (2004) mukaan tarina jää elämään lasten mieleen. Tämä tuli esille monissa tehtävissä. Esimerkiksi Roisto -tehtävässä oppilaiden tuli piirtää yhteistoiminnallisesti Mietteliään vuoren roisto.

”*Koska piti kirjoittaa roistosta ja varsinkin piirtää se*” (t4) (Roisto -tehtävä)

”*Koska oli kiva tietää mitä rosvolle kävisi loppujen lopuksi.*” (p4) (Roisto -tehtävä)

”*Koska siinä ratkaistiin kuka se roisto on ja piirrettiin sen kuva*” (p9) (Roisto -tehtävä)

”*Koska siinä sai piirtää ja keksiä ihan itse minne Hipsu joutui.*” (t1) (Tarinapaperi)

”*Sai itse keksiä tarinaa.*” (Johanna) (Tarinapaperi)

Yksi oppilas mainitsee myös erikseen olleensa itse mitattuna:

”*roistonmitat ne mittas mut*” (p6)

Juuri tämä on saattanut olla tärkeä hetki oppilaalle ja hänen matemaattiselle identiteetilleen. Pelkkänä mitattavana oleminen voi tuoda onnistumisen kokemuksen sekä toisaalta oppilas saattaa tuntea itsensä tärkeäksi osaksi ryhmää ja tehtävää.

Monet oppilaat pitivät myös rutiininomaisesta harjoitustehtävästä. Tarinassa Neiti X oli joutunut labyrinttiin, josta pääsi pois ratkaisemalla jokaisen matkan varrelle tulleen lausekkeen. Jotkut oppilaat kokivat jopa itse seikkailleensa tehtävässä.

”*Oli kiva mennä sokkelo rataa ja se oli hauskaa kun piti ratkaista erilaisia laskuja.*” (p4)

”*Siinä oli hauskaa laskea luolissa olevia lausekkeita ja jatkaa matkaa.*” (p7)

”*koska siellä oli hauska seikkailla*” (t6)

”*Se oli tosi jännä ja vaikea kun siinä sai mennä eteenpäin ja laskea edelleen niitä laskuja.*” (t5)

Yksi oppilas ei tosin pitänyt tarinasta, ”*koska siinä piti koko aika olla hiljaa*” (p9). Havaintomme mukaan kyseinen oppilas kuunteli tarkkaavaisena jokaisella kerralla tarinaa eläytyen voimakkaasti esimerkiksi nauramalla hauskoissa kohdissa ääneen voimakkaasti sekä jännittävissä tarinan käänteissä vetäen nopeasti henkeä syvään ilmaisten jännittyneisyytensä. Hän selvästi eläytyi tarinaan ja sen kuuntelemiseen, vaikka aineiston perusteella taas antaa ymmärtää muuta. Kyseisen oppilaan kaikki kerätty aineisto on hyvin ristiriitaista, osittain jopa sekavaa, joten voi olla, ettei hän osaa itse tulkita ja tuoda tunteitaan ja ajatuksiaan esille.

8.1.2 Tarinan hahmot tukemassa narratiivista identiteettiä

Tarinassamme on viisi eri hahmoa: Gandalf, Telepatiakissa, Vecculi, Neiti X ja Hipsu. Pyrimme luomaan jokaiselle hahmolle ominaisia luonteenpiirteitä, jotta erilaiset oppilaat voisivat kokea löytävänsä tarinasta kiinnostavan hahmon. Schiron (2004, 51) mukaan oppilaat saattavat tarinassa kuvitella itsensä jonkin hahmon rooliin ja kokea hahmon tuntemuksia tarinan kautta. Erilaisten hahmojen kautta pyrimme luomaan oppilaille erilaisia roolimalleja, joihin heillä olisi mahdollisuus samaistua. Loppumittauksessa selvitimme, mistä hahmosta oppilaat olivat pitäneet eniten ja miksi. Telepatiakissan valitsi lempihahmokseen neljä oppilasta, Hipsun kahdeksan oppilasta, Neiti X:n kolme oppilasta, Gandalfin yksi oppilas sekä Vecculin yksi oppilas. Yksi oppilas piti kaikista hahmoista ja kaksi oppilasta ei valinnut mitään hahmoa.

Telepatiakissaa lempihahmonaan pitäneet perustelivat vastauksiaan Telepatiakissan tietojen perusteella.

”*Koska Telepatiakissa tiesi melkein kaikki tunnelit ja minne niistä pääsisi.” (t1)*

”*Siksi että hän tiesi kaiken vuoresta.” (p7)*

”*Se tiesi melkein kaiken ja se oli kiva (minulla on ollut kissa).” (p6)*

Se, että oppilaat nostavat Telepatiakissan lempihahmokseen tämän tietojen perusteella, voi kertoa siitä, että oppilaat kokevat voivansa samaistua taidoiltaan Telepatiakissaan. Toisaalta kyseessä voi olla ihannekäsitys siitä, millainen oppilas haluaisi olla. Oppilaan p6 kohdalla myös oppilaan omat aikaisemmat kokemukset kissoista ovat vaikuttaneet hänen tunteisiinsa Telepatiakissaa kohtaan, koska hän on erikseen halunnut tuoda esille, että hänellä on ollut kissa. Tarinoiden avulla matematiikka on mahdollista kytkeä laajaan kontekstiin, joka ulottuu selvästi koulumaailman ulkopuolelle, kuten oppilaan p6 tapauksessa.

Hipsun kohdalla oli huomattavissa, että osa oppilaista valitsi sen lempihenkilökseen henkilökohtaisten piirteiden sekä heikkouksien perusteella.

> ”*Hipsu oli hassu niinkuin minäkin joskus.”(t3)*
>
> ”*Hipsu oli kaikista kivoin, koska Hipsu oli niin arka.” (Aino)*
>
> ”*Koska hän oli niin ujo.” (p5)*
>
> ”*Koska se oli niin hassu ja pelokas ja ei tiennyt kaikkea*” (t2)

Oppilaiden omat ominaisuudet heijastelevat oppilaista tekemiemme havaintojen perusteella heidän perustelujaan Hipsun valinnasta lempihahmokseen. Erityisesti Hipsun arkuus ja epävarmuus ovat mahdollisesti antaneet oppilaille tilaisuuden käsitellä omia samanlaisia tunteitaan. On myös huomattavissa, että vaikka useampi oppilas on valinnut saman henkilön, syyt valinnalle ovat hyvin erilaisia. Toiset kokivat Hipsun lempihahmokseen, koska tämä oli hauska ja osa siksi, että tämä oli arka. Vastausten voidaan tulkita kertovan, mitkä piirteet hahmossa ovat olleet oppilaalle tärkeitä ja kiinnostavia.

Hahmojen kautta oppilailla on ollut mahdollisuus käsitellä omaa matemaattista identiteettiään. Hipsun epävarmuus matematiikkaa kohtaan saattaa tarjota joillekin oppilaille tilaisuuden käsitellä omaa tunnettaan matematiikkaa kohtaan hahmon tunteiden ja käyttäytymisen kautta. Oma epävarmuus matematiikkaa kohtaan onkin tällöin osa hahmon epävarmuutta. Telepatiakissa tarjoaa puolestaan matemaattisilta taidoiltaan vahvemmille oppilaille tilaisuuden samaistua tämän taitoihin ja osaamiseen. Muiden hahmojen suhde matematiikkaan ei ollut välttämättä yhtä selvä kuin näiden kahden.

Neiti X:n kohdalla hänen kykynsä muuttua tietyksi luvuksi oli joistakin oppilaista mielenkiintoinen.

> *”Siksi koska se [Neiti X] pystyi muuttumaan miksi vain luvuksi ja se oli hauskaa*!” (t6)
>
> *”Se [Neiti X] oli tosi jännä ja se on myös tosi outoa kun se muuttuu eri numeroiksi.” (t5)*

Kiinnostavaa on, että Neiti X:n kykyyn, jonka oppilaat tuovat esille, on sidottu opetusjakson keskeinen opeteltava asia muuttuja. Jos oppilaat jäävät tarinan jälkeen pohtimaan hahmon kykyä muuttua eri luvuiksi, avaa tämä oppilaille erilaisia näkökulmia opetettavaan asiaan kuin teoriapainotteinen asioiden oppiminen kirjan avulla. Jos oppilaat osaavat tarinan tehtävien avulla auttaa Neiti X:n ulos labyrintistä selvittämällä, miksi luvuksi tämän täytyy muuttua, oppilaat osaavat ratkaista jo alkeistason yhtälöitä. Tarinan kontekstissa käsitteet muuttuja ja yhtälö tuodaan lähelle oppilaan ajattelua, käsitteitä ja kieltä (kts. Schiro 2004, 77). Tarinamme antaa pohjan näiden asioiden syvällisemmälle tarkastelulle myöhemmillä luokkatasoilla. Tarinan avulla luodaan matematiikan teoreettisista käsitteistä kosketuspinta oppilaan omaan ajatteluun ja elämään.

8.1.3 Ryhmätyöskentely

Ryhmätyöskentelyä oppilaista jatkossa haluaisi 10, kahdeksan oppilasta joskus ja kaksi ei ollenkaan. Monet oppilaat toivat esille loppumittauksessa esille ryhmätyöskentelyn mielekkyyden. Ryhmässä työskentelyn kahdeksi keskeisimmäksi asiaksi nousi kavereilta saatu apu sekä toisten auttaminen.

> ”*Kun tehtiin yhdessä ryhmän kanssa. Silloin kun ei osannut tehdä, pystyi kysymään ryhmäläisiltä.*” (Johanna)
>
> ”*Ryhmätyöskentely, koska sain apua kavereilta.*” (p3)
>
> ”*että oli ryhmät sen takia kun siinä ratkaistiin joitain tehtäviä yhdessä*” (p9)
>
> ”*RYHMÄ, ryhmätyöskentely on niin kivaa*” (t2)

Oppilaat kokivat myös oppineensa matematiikan ohella paljon ryhmätyötaitoja (matemaagikkojen ominaisuudet). Korostimme oppitunneilla myös ryhmätyöskentelyn merkitystä, joka on selvästi jäänyt oppilaiden mieleen. Yhteistoiminnallisen tarinanopetusmenetelmä tuo perinteiseen matematiikan opetukseen kasvatuksellisen ulottuvuuden.

Se, että oppilaat pitivät tarinoista, antaa tukea yhteistoiminnallisen tarinanopetusmenetelmän viihdyttävyydestä. Lisäksi se, että oppilaat pitivät ryhmätyöskentelystä jo pelkästään ryhmässä olemisen vuoksi, kertoo myös matematiikassa ryhmätyöskentelyn olevan tärkeää. Ryhmätyöskentely tukee myös monenlaisia oppijia. Ryhmätyöskentelyn kautta enemmän apua ja tukea tarvitsevat saavat huomiota ja apua luokassa myös ryhmäläisiltään. Tämän avulla myös edistyneempien oppilaiden ajatukset selkiytyy ja kehittyy toisia oppilaita auttaessa. Näin ollen hyöty on molemmin suuntainen, ja oppilaalla on mahdollisuuksia saada enemmän positiivisia kokemuksia sosiaalisen vuorovaikutuksen kautta. Positiivisten kokemuksien ja tunteiden kautta oppilaan käsitys itsestään vahvistuu ja selkiytyy. Opetuksessa voidaan huomioida matemaattisen identiteetin kehitystä sosiaalisen osa-alueen huomioimisella käyttämällä opetusmuotona ryhmätyöskentelyä.

> ”*Kirjaimilla laskemista, ryhmässä työskentelyä ja kunnioittamaan muita ryhmän jäseniä.*” (p1)

> ”*Opin auttamaan muita ryhmän jäseniä jos he tarvitsivat apua ja opin pikkuisen kaikkia tavoitetaitoja joka oli mielestäni aika hyvä asia!*” (t3)

> ”*Opin tunneilla monia tärkeitä matemaagikon ominaisuuksia.*” (p7)

> ”*Toimimaan paremmin ryhmässä ja muodostamaan laskulausekkeen.*” (t1)

> ”*Tekemään yhteistyötä, kunnioittamaan toisten ajatuksia, innostumaan matematiikasta.*” (Johanna)

Monet olivat maininneet ryhmätyöskentelyn ohella oppineensa toisen kunnioittamista ja yhteistyötä (matemaagikon ominaisuuksia). Yhteistoiminnallisuus tukee oppilaiden sosiaalisen identiteetin kasvua ja matematiikassa matemaattisen identiteetin sosiaalista osa-aluetta. Tämän kautta oppilas voi vahvistaa omaa matemaattista identiteettiä persoonallisella tasolla ja toisaalta muuttaa luokkahuonekäytänteitä sallivammaksi. Yhteistoiminnallisella tarinanopetusmenetelmällä voidaan siis vaikuttaa matemaattisen identiteetin ympäristöllis-kulttuuriseen osa-alueeseen pedagogisin valinnoin, jotka vaikuttavat persoonalliseen ja sosiaaliseen identiteetin osa-alueeseen.

8.1.4 Toiminnallisuus

Suurin osa tehtävistä oli yhteistoiminnallisia, joka on selvästi innostanut ja motivoinut oppilaita. Oppilaat motivoituvat tehtävien pariin, jossa saavat itse olla aktiivisena ja yhdessä. Esimerkiksi lausekkeiden muodostaminen (apuna konkreettisesti vettä ja mittoja) innosti oppilaita kokeilemaan kuinka he voivat eri tavoin täyttää astian vedellä.

> ”*Se oli kivaa täyttää se ja laskea se.*” (p5)

> ”*Oli kivaa käyttää vettä!*” (Johanna)

> ”*Sai käyttää vettä.*” (p2)

Kirjainlausekekone innosti myös muodostamaan kirjainlausekkeita.

> ”*Se oli kiva kun siitä sai tehdä lausekkeita.*” (t5)

> ”*kun sai olla joku ihmeen automaatti niinkun*” (p2)

”*koska siinä piti kirjoittaa yhtälö ja panna koneeseen ja se kone teki sen vastauksen*” (p9)

”*Se oli kivaa kun se lapputuli sieltä alhaalta silleen ’zuuuu’ hihi*” (t4)

”*Se oli kivaa kun siitä sai tehdä lausekkeita.*” (t5)

”*koska siinä oli isoja laskuja*” (p3)

Yhtenä suosittuna tehtävänä nousi myös Joenylitys -tehtävä, jossa oppilaat hyppivät lukujen päällä siten, että niistä muodostui erilaisia laskuja.

”*Siks koska siinä sai hyppiä ja miettiä.*” (p2)

”*Se oli hauskaa ja kivaa.*” (p6)

”*Siksi että kerrankin ryhmä toimi melko täydellisesti*.” (t2)

”*Tehtävässä oli hauskaa laskea ja hyppiä samaan aikaan.*” (p7)

8.1.5 Opetusjakson vaikutus luokkakulttuuriin

Luokassa, jossa suoritimme opetuskokeilun, oli sekä luokan oman opettajan että meidän havaintojemme mukaan ristiriitoja oppilaiden välillä. Luokan yhteishenki ei ollut hyvä, ja oppilaat saattoivat kommentoida negatiiviseen sävyyn toisen oppilaan vastauksia. Haastatteluista kävi ilmi, että osa oppilaista koki, etteivät he halunneet viitata matematiikan tunnilla, elleivät olleet täysin varmoja vastauksistaan. He pelkäsivät, että muut oppilaat nauraisivat heille, jos vastaisivat väärin. Osa haastateltavista kertoi itsekin nauravansa muiden väärille vastauksille. Kaasilan, Hannulan, Laineen ja Pehkosen (2005) tutkimuksessa luokkatovereilta saatu negatiivinen palaute oli traumaattinen kokemus ja yksi tekijä negatiivisen matematiikkakuvan syntymisessä. Luokan ilmapiiri vaikuttaa siis matemaattisen identiteetin kehittymiseen haitallisella tavalla. Alkumittauksessa väittämään ”*halusin kertoa ratkaisuehdotukseni*” seitsemän oppilasta vastasi *ei koskaan*, yhdeksän oppilasta *joskus* ja neljä oppilasta *aina*. Merkittävä määrä oppilaista siis koki, ettei halua tuoda ratkaisuehdotustaan esille. Tämä vaikuttaa väistämättä siihen, miten he kokevat matematiikan tunnit. On myös oleellista pohtia, millaisiksi luokan sosiomatemaattiset normit muokkautuvat, jos oppilaat kokevat, että luokassa vain oikeat vastukset ovat matematiikan tunnilla sallittuja. Ratkaisun oikeellisuus saa tällöin luokassa korostetun merkityksen, vaikka matematiikan tunneilla tulisi olla mahdollisuus tuoda omia ajatuksiaan esille ilman epäonnistumisen pelkoa. Usein oppilailla, joilla on negatiivinen suhtautuminen matematiikkaan, ei ole ollut koulussa tai kotona oppimista tukevia sosiomatemaattisia normeja (Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen 2005, 91).

Schiron (2004, 69) mukaan tarinanopetusmetodin kautta voidaan vahvistaa oppilaiden välistä suhdetta. Otimme tämän keskeiseksi tavoitteeksi opetusjaksollemme. Pyrimme huomioimaan opetuksen kasvatuksellisen näkökulman tuomalla opetusjaksoon myös ryhmätyötaitojen oppimista (matemaagikoiden ominaisuudet). Lisäksi korostimme tarinassa yhteistyön merkitystä niin tehtävien kuin tarinan juonen kautta. Suunnittelimme osasta tehtäviä yhteistoiminnallisia, jotta oppilailla olisi mahdollisuus tehdä niitä yhteistyössä, ja kaikki kokisivat, että heidän panostaan tarvitaan. Pyrimme näin muuttamaan luokan sosiomatemaattisia normeja suvaitsevampaan suuntaan ja antamaan kaikille mahdollisuuden tuoda omia ratkaisuehdotuksiaan esille.

Loppumittauksessa väittämään ”*halusin kertoa ratkaisuehdotukseni*” kaksi oppilasta vastasivat *ei koskaan*, yhdeksän oppilasta *joskus* ja samoin yhdeksän oppilasta *aina*. Alkumittaukseen verrattuna useampi oppilas halusi tuoda ratkaisunsa joskus tai aina esille. Aineistosta voidaan tulkita, että opetusjakson aikana oppilaat halusivat tuoda ratkaisunsa useammin esille kuin tavallisilla matematiikan tunneilla. Työskentely ryhmissä saattoi tehdä omien ratkaisuehdotusten kertomisesta helpompaa, koska ne oli mahdollista kertoa vain muutamalle oppilaalle. Myös tehtävien yhteistoiminnallisuus vaikutti mahdollisesti siihen, että oppilaiden oli helpompi tuoda omia ratkaisuehdotuksiaan esille. Toisaalta pyrimme myös tarinassa luomaan hahmon, joka vastaa väärin matematiikan tehtäviin, jotta oppilaille kokisivat, että se on täysin normaalia. On mahdotonta eritellä, mikä näistä on erityisesti vaikuttanut oppilaiden kokemuksiin opetusjakson tunneista. Kuitenkin opetuksen kehittäminen identiteettiä tukevaan suuntaan näyttää vaikuttavan positiivisesti myös siihen, miten oppilaat kokevat luokan ilmapiirin. Tällä tavoin on mahdollista vaikuttaa luokan sosiomatemaattisiin normeihin ja sitä kautta luokkakulttuuriin.

8.2 Oppilaiden tarinat

8.2.1 Aino

Alkuhaastattelussa Aino kertoo, ettei pidä itseään matematiikassa kovinkaan hyvänä ja uskoo, että hänen tulisi olla taidoiltaan parempi. Jos hän laskee tuttuja tehtäviä tai harjoittelee paljon, voi hän omasta mielestään onnistua matematiikassa. Aino kokee toisinaan epävarmuutta matematiikan opetuksen ymmärtämisessä ja tehtävissä. Hän kysyy usein opettajalta apua tunnilla ja haluaa kertoa oman ratkaisuehdotuksensa. Tämä voi liittyä epävarmuuteen, jota hän tuntee osaamistaan kohtaan, minkä takia hän haluaa opettajalta varmistuksen ratkaisun oikeellisuudesta.

Suhtautuminen matematiikan tunteihin on Ainolla kielteinen, ja matematiikka onkin yksi kouluaineista, joista hän pitää vähiten. Matematiikan tunteja kuvailevat hänen mielestään adjektiivit *vaikea* ja *pitkäveteinen*. Ainon mielestä matematiikassa on paljon vaikeita tehtäviä, minkä takia hän ei pidä tunneista. Ennen matematiikan tunnin alkua hän toivoo, että olisi jotain muuta ainetta, eikä hän tykkää olla tunneilla, koska häntä ei huvita tehdä laskuja. Matematiikan ollessa helppoa hän suhtautuu siihen positiivisesti. Matematiikka on Ainosta muuttunut vaikeammaksi toisen luokan jälkeen, ja myös hänen asenteensa matematiikkaa kohtaan on muuttunut kielteisemmäksi.

Aino uskoo tarvitsevansa matematiikkaa tulevaisuudessa, mutta hänelle ei ole muotoutunut selvää käsitystä siitä, mihin hän sitä tarvitsee. Hän mainitsee alkukyselyssä tarvitsevansa matematiikkaa tulevaisuudessa pankissa ja kaupassa, muttei osaa kyselyssä tai haastattelussa tarkentaa, mihin näissä tarvitsee matematiikkaa. Aikaisemmin hän on maininnut tarvinneensa matematiikkaa kaupassa, kun laskee, mitä saa rahoillaan ostettua. Ainon uskomus siitä, että hän tarvitsee matematiikkaa tulevaisuudessa, on ristiriidassa hänen haastattelussa kertomansa käsityksen kanssa, ettei haluaisi opiskella matematiikkaa, jos ei olisi pakko. Haluttomuus opiskella johtuu siitä, että matematiikka on hänen mielestään vaikeaa eikä hän pidä siitä. Ristiriita voi johtua siitä, että Ainon uskomus matematiikan hyödystä tulevaisuudessa on mahdollisesti ympäristöltä omaksuttu, eikä Aino itse pidä matematiikkaa käytännössä tärkeänä tulevaisuudelleen. Toisaalta Aino voi ajatella jo oppineensa ne matematiikan taidot, joita tulevaisuudessa tarvitsee.

Matematiikan tunteja kuvaavat Ainon mielestä sanat *oppikirja, laskea, yrittäminen, tutkiminen* ja *ratkaiseminen*. Hänen käsityksensä oppitunnin rakenteesta on tyypillinen opettajajohtoinen ja oppikirjakeskeinen. Hänen mielestään opettajaa tarvitaan aina, jotta matematiikkaa voi oppia. Aino tuo haastattelussa esille mukavan matematiikan tuntiin liittyvän kokemuksen alkuopetuksesta, kun luokka katsoi tunnilla elokuvaa, jossa opetetaan matematiikkaa. Poikkeava menetelmä matematiikan opetuksessa on selvästi jäänyt positiivisesti hänen mieleensä. Ainon negatiiviseen asenteeseen matematiikkaa kohtaan voisi olla mahdollista vaikuttaa opetusmenetelmillä, jotka tarjoavat Ainolle mahdollisuuden onnistumisen kokemuksiin. Aino opiskelisi matematiikkaa mieluummin yhdessä jonkun kanssa kuin yksin muttei osaa sanoa minkä takia.

Aino uskoo olevansa luokallaan keskitasoinen oppilas matematiikassa. Osa on häntä parempia ja osa huonompia. Hänen mielestään opettaja pitää häntä kuitenkin tosi huonona oppilaana matematiikassa. Hyvä oppilas hänen luokallaan on sellainen, joka saa kokeesta aina hyviä numeroita ja laskee nopeasti kaikki laskut. Aino kokee jonkin verran paineita omassa luokassaan, jos vastaa väärin opettajan kysymykseen. Hän sanoo, että osa oppilaista nauraa hänen väärälle vastaukselleen ja että se tuntuu kurjalta. Toisaalta Aino tuo haastattelussa ilmi, että nauraa toisinaan itsekin muiden väärille vastauksille. Ainon käsityksen mukaan ilmapiiri luokassa ei ole paras mahdollinen.

Aino saa tarvittaessa apua matematiikassa vanhemmiltaan ja kavereiltaan. Hän saa äidiltään apua lukiessaan kokeeseen, ja hänen kaverinsa toimivat toisinaan hänelle apuopettajina. Ainon useimpien kavereiden mielestä matematiikka on kivaa, mikä on vastakkainen näkemys Ainon käsitykseen matematiikasta. Ainon vanhemmat ovat matematiikassa kohtalaisen hyviä ja pitävät matematiikkaa Ainon mukaan jonkin verran tärkeänä.

Ainon suhtautuminen opetusjaksoon

Ryhmätyöskentely

Opetusjakson loppumisen jälkeen tehdyssä ryhmähaastattelussa Aino kuvailee, että opetusjakson alkaessa hän suhtautui ryhmäänsä jonkin verran negatiivisesti. Hän koki epämiellyttäväksi, että oli ryhmässä ainut tyttö. Lisäksi Ainolla ja toisella ryhmän jäsenellä oli havaintojemme mukaan ristiriitoja muun muassa tehtävien tekemisestä opetusjakson ensimmäisillä tunneilla. He esimerkiksi repivät tehtäväpaperia toistensa käsistä. Oppilas, jonka kanssa Ainolla oli ristiriitoja, toi ryhmähaastattelussa myös esille, että tunsi alussa, ettei mitenkään tule toimeen ryhmänsä kanssa. Myös Ainon itsearvioinneissa opetusjakson toiselta ja kolmannelta kerralta on nähtävissä, ettei Aino suhtautunut ryhmäänsä positiivisesti, vaan koki, ettei tunne oloaan onnelliseksi ryhmässä eikä esittänyt ryhmässä omia ideoitaan. Neljännen kerran ryhmän itsearvoinnissa ryhmäläiset kirjoittavat, että voisivat parantaa toimintaansa olemalla määräilemättä toisiaan.

Ainon suhtautuminen ryhmäänsä kuitenkin muuttui opetusjakson aikana. Havaintojemme perusteella ryhmän työskentely parani selvästi tuntien edetessä, mikä näkyy myös Ainon itsearvioinneissa. Hän esitti mielestään enemmän omia ideoitaan ryhmässä eikä kokenut enää, ettei ole onnellinen ryhmässään. Ryhmän viimeisessä itsearvioinnissa ryhmäläiset kirjoittavatkin, että ryhmän toiminta on kehittynyt ”*erittäin hyvin, ja jokainen on osallistunut entistä enemmän*”. Lisäksi he kirjoittavat, että parasta ryhmätyöskentelyssä on ollut yhteistyö, joka on ”*on kehittynyt joka kerralla ryhmätehtävissä*”. Loppumittauksen mukaan Aino kokee olevansa tyytyväinen ryhmän työskentelyyn ja kokee sen toimineen hyvin. Ryhmän jäsen, jolla oli ristiriitoja Ainon kanssa, on myös ryhmähaastattelussa sitä mieltä, että ryhmä on ollut hyvä, vaikka epäili sitä aluksi. Loppumittauksessa Aino kertoo, että ei mielestään aina tullut toimeen ryhmän jäsenten kanssa eikä aina pitänyt ryhmässä työskentelyä mukavana, mikä saattoi johtua opetusjakson ensimmäisten tuntien ristiriidoista ryhmässä.

Ainolle ryhmä muodostui erityisen tärkeäksi tekijäksi oppimisen kannalta. Aino kertoo ryhmähaastattelussa opetusjakson jälkeen, ettei olisi osannut asioita ilman ryhmän tukea. Hän uskoo, että ryhmä on auttanut häntä oppimaan. Hän kokee loppumittauksessa, että on osallistunut ryhmän työskentelyyn, mutta toisaalta uskoo myös, ettei hänen matemaattisia taitojaan tarvittu koskaan ryhmässä. Tämä voi johtua siitä, että Aino koki omat matematiikan taitonsa heikommiksi kuin kahden muun ryhmän jäsenen taidot. Kuitenkin Aino työskentelee mieluummin ryhmässä kuin yksin ja haluaisi tulevaisuudessa opiskella matematiikkaa ryhmissä. Kokonaisuudessa ryhmätyöskentely on selvästi sopinut Ainolle ja tukenut ainakin Ainon omasta mielestä hänen matemaattista osaamistaan. Toisaalta ryhmätyöskentely ei välttämättä tarjonnut Ainolle riittävästi tilaisuuksia, joissa hän olisi kokenut omien taitojensa olevan hyödyllisiä ryhmälle.

Tarinallisuus

Ainolla oli hyvin positiivinen suhtautuminen tarinoiden käyttöön opetuksessa. Loppumittauksen mukaan hän kokee, että tarinat sopivat hyvin matematiikan tunnille. Hän tuo loppumittauksessa myös esille, että tarina ja siihen liittyvä laulu olivat parasta opetusjakson tunneilla, koska ”*muilla tavallisilla matematiikan tunneilla ei ole niitä*”. Opetusjaksossa oli paljon muutakin sellaista, mikä poikkesi Ainon tavallisista matematiikan tunneista, mutta tarina ja laulu olivat jääneet parhaiten hänelle mieleen. Yleisesti Aino kertoo loppumittauksessa, että tarinaa oli kiva kuunnella, se oli mielenkiintoinen ja että tarinan henkilöt olivat myös mielenkiintoisia. Ainolle tarinankerronta opetusmenetelmänä vaikuttaa olevan hyvä lähtökohta matematiikan opetukseen. Ainakin loppumittauksen perusteella Aino selvästi piti opetusmenetelmästä.

Tarinan henkilöistä Aino valitsi loppumittauksessa lempihenkilökseen Hipsun: *”Hipsu oli kaikista kivoin, koska Hipsu oli niin arka.”*Saattaa olla, että Aino on pystynyt samaistumaan Hipsuun, minkä takia hän pitää sitä lempihenkilönään. Schiron (2004, 51–52) mukaan tarinaa kerrottaessa lapset saattavat kuvitella itsensä jonkin hahmon rooliin, jolloin he saattavat kokea sen, mitä hahmo kokee tarinassa. Tämän kautta lapset yrittävät selittää merkitystä niille kokemuksille, jotka he käyvät uudelleen läpi projisoimalla itsensä tarinan hahmoksi. Samaistumisen kautta Aino saattaa käsitellä omaa matemaattista heikkouttaan. Tarinan henkilöistä Hipsu on arka, heikko matematiikassa ja muutenkin hölmöilee monissa tilanteissa, mutta ystävät tarinassa aina tukevat Hipsua. Tämän kautta Aino saattaa pystyä käsittelemään omaa heikkouttaan paremmin ja pitää ominaisuuksiaan Hipsun ominaisuuksina, jolloin hän ei välttämättä integroi matematiikassa arkuutta itseensä. Näyttää siltä, että Aino kokee saaneensa tukea ryhmältä ryhmätyöskentelyn kautta.

Tehtävät

Opetusjakson tehtävät olivat Ainosta vaikeita. Hän tuo loppumittauksessa esille, ettei osannut laskea tehtävä useinkaan itse. Tämän takia ryhmän tuki tehtävissä oli Ainolle erityisen tärkeää. Loppumittauksessa Aino kertoo, ettei kysynyt opettajalta alkumittaukseen verrattuna yhtä usein neuvoa, vaikka oli sitä mieltä, ettei osannut tehdä tehtäviä paremmin kuin tavallisilla matematiikan tunneilla. Tämä saattaa johtua siitä, että hän sai ryhmältänsä apua tehtäviin eikä hänen tarvinnut aina kysyä opettajalta neuvoa.

Opetusjakson lopuksi tehdyssä ryhmähaastattelussa Aino kertoo, että tunneilta mieleen jäänyt mukava tapahtuma oli matemaagikkojen taitoradan tehtävä Joenylitys. Syytä tähän Aino ei osaa sanoa. Joenylityksen lisäksi mukaviksi tehtäviksi Aino mainitsee loppumittauksessa lausekkeen arvon mukaan suuruusjärjestykseen menemisen luokassa sekä lausekejäädytysleikin. Suuruusjärjestykseen meneminen oli Ainosta mukavaa, koska siinä sai itse keksiä x:n arvon, ja lausekejäädytysleikki oli hänestä mukava, koska siinä vapautettiin toiset. Kaikissa kolmessa tehtävässä, jotka Aino valitsi mieleisekseen, oppilaat saivat liikkua luokassa vapaasti. Ainolle toiminnalliset matematiikan tehtävät, joissa kehollisuus on vahvasti mukana, vaikuttavat olevan motivoivia. Lisäksi Ainon perustelu ”sai itse valita x:n arvon” voi kertoa siitä, että valinnaisuus ja haastavuuden määritteleminen itse saattaisivat kannustaa häntä matematiikassa. Aino kokee yleensä matematiikan hankalaksi, joten se, että hän saa itse tehdä tehtävästä oman tasoisensa, voi tehdä tehtävästä kiinnostavamman. Tässä tapauksessa opeteltava asia, muuttuja lausekkeessa, on haastava, vaikka muuttujan arvo olisi mikä.

Kokonaisuudessa opetusjaksossa oli hyvin erityyppisiä tehtäviä, mikä on vaikuttanut selvästi myös siihen, miten Aino suhtautuu niihin. Aino ei aina pitänyt opetusjakson tehtävistä, mikä liittyy luultavasti tehtävien vaikeuteen. Ainon vihon perusteella erityisesti kotitehtävät, joissa tulee muodostaa matemaattisia lausekkeita, ovat olleet Ainolle vaikeita, ja hän on jättänyt tehtävät usein kesken. Kotitehtävissä Ainolla ei ole ollut ryhmänsä tukea, joten se on saattanut hankaloittaa tehtävien tekemistä. Yleisesti tehtävät eivät mahdollisesti tarjonneet Ainolle tarpeeksi onnistumisen kokemuksia. Opetuskokonaisuuden aihe oli kohtalaisen vaikea, mikä saattoi vaikuttaa Ainon suhtautumiseen tehtäviä kohtaan. Yksilökokeessa Aino ei osannut ratkaista montakaan tehtävää, joten asia on selvästi ollut hänelle vaikea.

Opetusjakso yleisesti

Ainon suhtautuminen opetuspakettiin kokonaisuudessa on loppumittauksen väittämien perusteella kohtalaisen neutraali. Hän ei kokenut tunteja tylsiksi tai ahdistaviksi mutta koki matemaagikkotunnit joskus innostaviksi ja kiinnostaviksi. Loppumittauksessa Aino kertoo, että odotti matemaagikkotunteja innolla joskus, mutta alkumittauksen mukaan hän ei koskaan odottanut matematiikan tunteja innolla. Lisäksi opetusjakson tunnit olivat hänestä joskus pitkäveteisiä. Aino ei välttämättä haluaisi lisää matemaagikkotunteja. Kuitenkaan hän ei loppumittauksessa tai ryhmähaastattelussa osaa mainita, mistä ei olisi pitänyt opetusjakson tunneilla.

Aino on valinnut opetusjaksoa kuvaileviksi sanoiksi *keskustelu, laskea, mielenkiintoinen, hiljaisuus, yrittäminen, vaikea, ratkaiseminen ja tutkiminen*. Erityisesti Ainon ympyröimä sana *vaikeus* saattoi olla opetusjaksolla hallitseva tekijä, joka vaikutti hänen suhtautumiseensa opetusjaksoa kohtaan, koska suhtautuminen ryhmätyöskentelyyn, tarinaan ja osaan tehtävistä ovat loppumittauksen ja ryhmähaastattelun antaman tiedon perusteella positiivisia. Tämä on myös linjassa Ainon asenteen kanssa, että hän pitää matematiikasta, jos se on helppoa. Tavallisia matematiikantunteja Aino kuvailee sanalla *pitkäveteinen*, kun taas opetusjakson tunteja sanalla *mielenkiintoinen*, joten suhtautumisen opetusjaksoa kohtaan voisi olettaa olevan positiivisempi kuin tavallisia matematiikan tunteja kohtaan. Ainon suhtautuminen tavallisia matematiikan tunteja kohtaan on alkumittauksen ja yksilöhaastattelun perusteella selvästi negatiivinen, joten loppumittauksen vastausten perusteella yhteistoiminnallisella tarinanopetusmenetelmällä voisi olla mahdollista muuttaa positiivisempaan suuntaan Ainon asennoitumista matematiikkaa kohtaan, sillä alkumittauksen perusteella Aino ei odottanut koskaan matematiikan tunteja innolla, mutta matemaagikkotunteja hän odotti joskus innolla. Matematiikan innostavuudessa on siis hänen kohdallaan havaittavissa selkeää muutosta.

8.2.2 Pyry

Alkumittauksessa Pyry kertoo, että on matematiikassa omasta mielestään melko hyvä. Hän kokee olleensa alemmilla luokilla parempi matematiikassa kuin nykyään. Hänen mukaansa ongelma on, ettei hän aina keskity tunnilla laskuihin, vaan menee välillä omiin ajatuksiinsa, kuten opettaja on hänelle huomauttanut. Pyry kokee, että hänen tulisi olla matemaattisilta taidoiltaan parempi. Hän vertaa omaa osaamistaan muihin luokkalaisiinsa ja uskoo, ettei ole matematiikassa yksi luokan parhaista, kuten ensimmäisellä ja toisella luokalla. Pyry kokee toisinaan epävarmuutta omasta osaamisestaan, eikä halua viitata tunnilla, jollei ole täysin varma vastauksesta.

Suhtautuminen matematiikan tunteihin on Pyryllä jonkin verran kielteinen. Aikaisemmin hän on pitänyt matematiikan tunneista, mutta suhtautuminen on muuttunut negatiivisempaan suuntaan. Hän ei pidä matematiikan tunteja mukavimpina tunteina koulussa, muttei ikävimpinäkään. Hän ei kuitenkaan odota matematiikan tunteja innolla eikä pidä matematiikkaa innostavana tai kiinnostavana. Matematiikan tunteja kuvaavat hänen mielestään adjektiivit *pitkäveteinen* ja *tylsä*. Pyryn mielestä hankalat tehtävät ovat ärsyttäviä, koska niitä joutuu miettimään kauan. Ratkaistuaan hankalan tehtävän hän kokee onnistumisen tunteen, mutta helpot tehtävät ovat silti kivempia, koska ne saa nopeasti tehtyä. Pyryn vastauksista huomaa, että hän kokee matematiikan olevan mukavaa, jos se vain on helppoa. Hän ei nauti itsensä haastamisesta ratkaisemalla hankalampia matemaattisia tehtäviä. Pyryn kohdalla on oletettavissa, että matematiikan asioiden vaikeutuessa ylemmillä luokilla suhtautuminen matematiikkaa kohtaan muuttuu entistä negatiivisempaan suuntaan.

Pyry uskoo tarvitsevansa matematiikkaa tulevaisuudessa ja pitää matematiikan osaamista tärkeänä, mikä motivoi häntä opiskelemaan matematiikkaa. Hän osaa mainita joitakin tapahtumia, joissa uskoo tarvitsevansa tulevaisuudessa matematiikkaa, kuten verojen maksamisessa. Lisäksi hän osaa eritellä erilaisia tehtäviä, joihin McDonald’silla tarvitaan matematiikkaa, kuten ruoka-aineiden tilausten, laskujen ja tuottojen laskemiseen. Pyryn vanhemmat ovat yrittäjiä, ja Pyry tuo haastattelussa esille useampia laskennallisia asioita, joihin hänen vanhempansa tarvitsevat matematiikkaa työelämässä, kuten palkanmaksu. Luultavasti vanhempiensa kautta Pyrylle on kehittynyt monia luokkatovereitaan kehittyneempi näkemys matematiikan hyötykäytöstä arkielämässä.

Pyryn näkemys matematiikan opetuskulttuurista edustaa oppikirjasidonnaista ja opettajajohtoista opetustapaa. Pyryn mukaan matematiikan tunteja kuvaavat sanat *oppikirja*, *laskea*, *hiljaisuus* ja *ratkaiseminen*. Hän uskoo myös, että kaikkiin matematiikan tehtäviin on olemassa ratkaisu, mikä on tyypillistä oppikirjasidonnaiselle näkemykselle matematiikan opetuksesta. Matematiikantunti rakentuu hänen mukaansa opettajan selityksestä, oppikirjan aukeaman tekemisestä ja tehtävien tarkistamisesta. Hän ei osaa haastattelussa sanoa vaihtoehtoisia tapoja matematiikan opettamiselle tai oppimiselle. Pyry tuo useasti esille, että keskittyminen ja kuuntelu ovat olennaisia matematiikan oppimiselle. Opettajajohtoisessa opetustavassa nämä asiat nousevat keskeisiksi, kuten Pyryn kohdalla näyttää olevan. Koska Pyryllä oli ongelmia keskittymisen kanssa, kokee hän ongelmia myös matematiikan oppimisen kanssa. Opettajan rooli on Pyryn uskomusten mukaan olla tiedon jakaja, jonka tehtävänä on selittää tehtävät ja laskutavat sekä auttaa niitä, jotka tarvitsevat apua.

Vanhemmat kannustavat Pyryä opiskelemaan matematiikkaa. He ovat tuoneet esille, että matematiikan opiskelu on tärkeää ja kehottaneet Pyryä keskittymään tunneilla. Kotitehtäviin Pyry saa tarvittaessa apua kotoaan. Pyry saa tukea opiskeluun myös kaveriltaan, jonka vieressä istuu luokassa. Hän tuokin esille, että opiskelee matematiikkaa mieluummin jonkun kanssa kuin yksin. Pyry saa matematiikassa ja sen opiskelussa paljon sosiaalista tukea.

Pyryn suhtautuminen opetusjaksoon

Ryhmätyöskentely

Pyryn ryhmän työskentelyssä oli ongelmia läpi opetusjakson. Havaintojemme mukaan ryhmäläiset sitoutuivat huonosti tehtävien tekemiseen yhdessä. Lisäksi ryhmäarvioinneissa ilmenee, että yksi ryhmän jäsen, joka ei ole Pyry, teki opetusjakson alussa puolet ryhmän tehtävistä. Ryhmän työskentely kuitenkin sujui ryhmäarvioinnin ja myös havaintojemme mukaan loppua kohden hieman paremmin. Ryhmäläiset ovatkin kirjoittaneet toiseksi viimeisen tunnin ryhmäarviointiin, että kaksi poikaa osallistui paremmin ryhmän toimintaan. Opetusjakson aikana tekemiemme havaintojemme perusteella ryhmäläiset eivät päässeet tehtävissä alkuun ilman opettajan ohjausta, ja myös tehtävien eteneminen vaati usein opettajan läsnäoloa. Opetusjakson loppua kohden ryhmän työskentely kuitenkin muuttui hieman omatoimisemmaksi. Esimerkiksi havaintojemme perusteella seitsemännellä opetuskerralla jokainen ryhmän jäsen osallistui tehtävien tekemiseen. Koska ryhmän työskentely parantui jakson aikana hieman, olisi se saattanut vielä muuttua paremmaksi, mikäli opetusjakso olisi kestänyt kauemmin. Tällöin jokainen ryhmäläinen olisi saattanut sitoutua enemmän ryhmän toimintaan.

Loppumittauksen perusteella Pyry pitää ryhmätyöskentelystä ja haluaisi tulevaisuudessa opiskella ryhmissä. Ryhmätyöskentelyä hän pitää mukavana ja hänen mielestään se oli parasta matemaagikkotunneilla. Hän tuo haastattelussa ja loppumittauksessa esille pitävänsä ryhmätyöskentelystä erityisesti siksi, että hänellä on juttuseuraa ja että hän on odottanut jo pitkään pääsevänsä työskentelemään ryhmässä. Havaintojemme perusteella Pyryllä oli kuitenkin ongelmia sitoutua ryhmän toimintaan. Hän myös tuo itse esille loppumittauksessa, että osallistui ryhmän työskentelyyn joskus ja että ryhmä toimi joskus hyvin. Myös havaintomme tukevat Pyryn kertomaa. Ryhmän työskentelyyn vaikuttaa kuitenkin koko ryhmä kollektiivisesti, ja ryhmän toisen pojan kanssa keskustelu helposti ajautui muihin asioihin. Toisenlaisessa ryhmässä Pyryn työskentely olisi saattanut olla toisenlaista. Toisaalta taas ryhmähaastattelun perusteella Pyry pitää ryhmätyöskentelystä juuri juttuseuran vuoksi, koska oppitunnilla tehtävien tekemisen jälkeen oli mahdollista jutella kavereiden kanssa ja koska hän koki tavalliset matematiikan tunnit tylsiksi juuri näiden hiljaisten odotteluhetkien vuoksi.

Ryhmähaastattelussa Pyry tuo esille, että ryhmän ainoa tyttö keksi aina ensimmäisenä tehtäviin vastauksen ja lähinnä hän auttoi muita ryhmäläisiä. Loppumittauksen mukaan Pyry myös kokee, että hänen matemaattisia taitojaan ei tarvittu ryhmätyöskentelyssä kovinkaan usein. Tähän saattaa vaikuttaa se, että ryhmän tyttö oli matemaattisesti vahva, jolloin Pyry mahdollisesti koki, ettei hänen osaamistaan edes tarvittu. Tämä on mielenkiintoista, sillä suunnittelimme tehtävät kuitenkin siten, että jokaisen työpanosta tarvittaisiin, mutta toisaalta tämä ei välttämättä välittynyt oppilaille siten, että he olisivat tiedostaneet oman panoksensa tärkeyden ryhmälle ja myös koko luokalle.

Ryhmätyöskentely ei tullut Pyryn oppimisen kannalta tärkeäksi tekijäksi, vaikka hän selvästi pitää ryhmätyöskentelystä ja haluaisi tulevaisuudessakin opiskella matematiikkaa ryhmissä. Ryhmän työskentely ei ollut kovin toimivaa, mikä väistämättä vaikutta myös kykyyn hyödyntää ryhmää oppimisen tukena. Lisäksi Pyry tuo esille, että on odottanut ryhmätyöskentelyä, jotta saa seuraa ja tämä on saattanut vaikuttaa siihen, että hänen huomionsa on enemmän mennyt ryhmässä olemiseen kuin ryhmässä työskentelyyn. Pyry ei kuitenkaan ryhmätyöskentelyn aikana havaintojemme mukaan vaipunut omiin ajatuksiinsa, minkä hän itse kertoo ongelmaksi tavallisilla matematiikan tunneilla. Verrattuna alku- ja loppumittaukseen, Pyry näkee, että halusi tuoda joskus ratkaisuehdotuksiaan esille matemaagikkotunneilla mutta aikaisemmin oman opettajan tunneilla ei koskaan. Ryhmätyöskentely on tämän perusteella hieman nostanut Pyryn aktiivisuutta.

Tarinallisuus

Pyryn mielestä tarinat sopivat joskus matematiikan tunneille ja hänen mielestä tarinaa oli joskus mukava kuunnella. Tarinaa Pyry ei pidä ollenkaan mielenkiintoisena ja tunnilla hän olikin sitä mieltä, että tarina on lapsellinen. Myöskään tarinan henkilöitä hän ei pidä erityisen kiinnostavina loppumittauksen väittämien mukaan, mutta mainitsee Telepatiakissan olleen hänen lempihahmonsa. Pyryn mielestä Telepatiakissa on hänen lempihahmonsa, sillä ”*Telepatiakissa oli niin erikoinen ja ihan kiva*”. Tarinanopetusmenetelmä ei kuitenkaan ollut erityisen kiinnostava Pyryn mielestä. Pyryn mielestä opetusjaksossa oli selvästi mukavampaa yhteistoiminnallisuus kuin tarinankerronta, vaikka hän sitoutui huonosti yhteisten tehtävien tekemiseen.

Tehtävät

Loppumittauksen perusteella Pyry piti matemaagikkotuntien tehtäviä joskus vaikeina eikä pitänyt niistä. Hän myös kokee osanneensa tehtävät useimmiten itse. Kolmesta parhaasta tehtävästä ensimmäisenä Pyry mainitsee leikin, jossa oppilaiden piti järjestäytyä lausekkeiden arvon mukaiseen suuruusjärjestykseen. Jokainen oppilas keksi itselleen lausekkeen, laski sen arvon ja piti lausekkeen arvon mielessään. Suuruusjärjestyksen selvittämiseksi oppilaat eivät saaneet puhua keskenään, vaan käyttää muita kommunikoinnin muotoja. Pyry piti tehtävästä, sillä hänestä oli hauska kulkea luokassa ja selvitellä muiden oppilaiden numeroita. Tämä mielestämme kertoo siitä, että Pyry selvästi innostuu vuorovaikutuksellisista tilanteista sekä toiminnasta. Toinen tehtävä, josta Pyry mainitsee pitäneensä, on labyrinttitehtävä. Perusteluksi Pyry sanoo, että hän pitää tämäntyylisistä ”pähkäilytehtävistä”. Kolmas mukava tehtävä tehtävä Pyryn mielestä oli Roisto-tehtävä, koska hänestä oli kiva keksiä itse vaatteet roistolle. Hän piti myös siitä, että katsoimme jokaisen ryhmän roistot läpi. Roistojen katsominen oli koko luokan mieleen, sillä jokaisen ryhmän roisto oli mitoiltaan erilainen pelkästään tehtävänannon vuoksi. Ensimmäinen ja viimeinen tehtävä on saattanut olla Pyryn mieleen siksi, että koko luokka on yhdessä ollut mukana jollain tavalla. Koska Pyry nostaa erityisen tärkeiksi ryhmätyöskentelyn ja koska parhaimmista tehtävistä kaksi vaativat vuorovaikutusta muiden oppilaiden kanssa, voidaan päätellä, että sosiaalinen vuorovaikutus muiden oppilaiden kanssa on Pyrylle tärkeää. Mielenkiintoista on myös se, että kaksi hänen esille nostamistaan tehtävistä on ollut jollakin tavalla koko luokan yhteisiä.

Opetusjakso yleisesti

Matemaagikkotunteja kuvaavia sanoja Pyryn mielestä ovat *keskustelu, vaikea* ja *ongelma*. Alkumittauksen perusteella Pyryn mielestä matematiikan tunteja kuvaavia sanoja ovat *oppikirja, laskea, hiljaisuus, tylsä, ratkaiseminen* ja *pitkäveteinen*. Vertailtaessa näitä eivät mitkään sanat ole kovin positiivisesti sävyttyneitä. Pyry kertoo sekä alku- että loppumittauksessa, ettei koskaan odota matematiikan tunteja innolla. Matemaagikkotunteja hän kuitenkin kertoo odottaneensa innolla ja kirjoittaa loppumittauksessa omia tunteita kuvailevassa tehtävässä että odotti tunteja innolla, koska matemaagikkotunnit olivat uusi juttu. Hän kertoo, että hänellä oli niiden aikana hauskaa, mikä luultavasti viittaa siihen, että hän sai keskustella ryhmässä matemaagikkotuntien aikana. Alku- ja loppumittauksessa eroja Pyryn kohdalla on myös matematiikan innostavuuden ja kiinnostavuuden välillä. Alkumittauksessa Pyry on sitä mieltä, että matematiikka ei ole koskaan innostavaa ja kiinnostavaa, mutta loppumittauksessa hän kokee matematiikan olevan joskus innostavaa ja kiinnostavaa.

Kokonaisuudessaan aineiston perusteella ryhmätyöskentely vaikuttaa olevan tärkeä tekijä Pyryn kohdalla. Vaikka Pyry ei koe tarinan ja tehtävien olevan häntä kiinnostavia, positiivista kuitenkin on se, että hän on joskus odottanut matemaagikkotunteja innolla ja pitää matemaagikkotunteja joskus kiinnostavina ja innostavina. Pyryn tapauksessa matematiikan oppimisen liittäminen tavallista matematiikan opetusta vahvemmin sosiaaliseen kontekstiin voi vahvistaa hänen suhdettaan matematiikkaan ja tehdä siitä mielekkäämpää.

8.2.3 Kristian

Kristian tuntee olevansa melko hyvä matematiikassa ja luottaa omiin taitoihinsa tehtävien ratkaisemisessa. Hän kertoo haastattelussa, että saa lähes aina tehtävät ratkaistua ilman apua. Kristian pitää itseään melko hyvänä matematiikassa, koska saa kokeesta hyviä numeroita ja tekee tunnilla tehtävät oikein. Lisäksi hän toimii toisinaan luokassa apuopettajana. Matematiikka on Kristianin mielestään helppoa ja hän on tyytyväinen omaan osaamiseensa matematiikan suhteen.

Matematiikan tunteihin Kristian suhtautuu hyvin neutraalisti. Hän pitää matematiikan tunneista välillä, koska siellä on helppoja tehtäviä, jotka hän saa laskettua nopeasti. Hän ei kuitenkaan erityisemmin odota innolla matematiikan tunteja, mutta toisaalta hän ei myöskään suhtaudu niihin kielteisesti. Muut aineet kiinnostavat Kristiania enemmän kuin matematiikka. Matematiikan tunteihin liittyvä adjektiivi on hänen mielestään *helppo*. Kristian pitää tehtävistä, joissa pitää päätellä. Usein tällaiset tehtävät ovat hänen mukaansa lisätehtäviä tai päässälaskuja. Alkumittauksessa Kristian tuo esille, että nauttii vaikeista ja haastavista matematiikan tehtävistä ja haastattelussa hän kertoo, että vaikean tehtävän ratkaiseminen tuntuu hänestä hyvältä. Hän ei pidä liian helpoista tehtävistä. Kristianille helppous on syy, jonka takia hän pitää matematiikan tunneista mutta toisaalta hän ei pidä liian helpoista tehtävistä. Saattaa olla, että perustehtävät eivät tarjoa Kristianille tarpeeksi haasteita. Toisaalta hän saa ne nopeasti laskettua, mikä on ilmeisesti Kristianille tärkeää. Hänen mukaan mukava muisto matematiikan tunneilta on, kun hän on ensimmäisenä laskenut aukeaman tehtävät.

Kristian kertoo haastattelussa, ettei usko tarvitsevansa matematiikkaa mihinkään, minkä takia hän ei haluaisi opiskella sitä. Myöhemmin haastattelussa hän kuitenkin toteaa, että saattaa tarvita sitä tulevassa ammatissaan. Hän mainitsee, että matematiikkaa käytetään esimerkiksi asunnon neliöiden mittaamiseen ja tuottojen laskemiseen. Esimerkit ovat hyvin yksityiskohtaisia, ja osoittavat, että Kristianilla on ainakin jonkinlainen käsitys siitä, mihin matematiikkaa voidaan arkielämässä käyttää. Toisaalta tämän on ristiriidassa hänen uskomuksensa kanssa, ettei matematiikkaa tarvita mihinkään. Kristianille olisi luultavammin tärkeää kytkeä opiskeltava matematiikka tosielämään, jotta hänelle muodostuisi käsitys, että hän tarvitsee matematiikkaa myös tulevaisuudessa. Kristian tuo ilmi, että on tarvinnut matematiikkaa aikaisemmin tv-ohjelmissa ja pikkujoulujen kilpailussa, jossa piti arvioida karkkien lukumäärä. Hänellä on konkreettisia kokemuksia matematiikan käytöstä koulun ulkopuolella. Näiden voisi olettaa vahvistavan käsitystä matematiikan hyödyllisyydestä, mutta Kristianin kohdalla näin ei kuitenkaan ole tapahtunut.

Kristian uskoo, että hänen tulee laskea kirjasta kaikki tehtävät, jotta koe menee hyvin. Oppikirjasidonnaisuus näkyy muutenkin vahvana hänen vastauksissaan. Hän kokee toisinaan, ettei aina ymmärrä kysymystä, mutta osaa silti laskea tehtävän. Hän tietää saaneensa oikean vastauksen, jos tehtävä tuntuu helpolta tai jos hän laskee tehtävän uudestaan. Kristian ei pidä opettajan asemaa korvaamattomana tunnilla, vaan uskoo, että matematiikkaa voi opiskella myös opettelemalla asian itse tai niin, että joku muu kuin opettaja opettaisi sen. Tyypillinen matematiikan tunti koostuu hänen mukaansa opettajan taulutyöskentelystä ja kirjan tehtävistä. Koulussa Kristian haluaa mieluiten opiskella matematiikkaa yksin ilman vieruskaveria. Kristianin vastuksista muodostuu kuva, että hän on matematiikassa itsenäinen työskentelijä.

Kristianin mukaan hänen sisaruksensa suhtautuvat matematiikkaan neutraalisti. He eivät ole erityisen hyviä matematiikassa. Kuitenkin Kristianin veli on opettanut hänelle kertolaskuja ennen kuin niitä on käsitelty koulussa, joten ne ovat tuntuneet Kristianista helpolta. Kristian saisi myös tarvittaessa kotoa apua läksyihin. Kristian ei tiedä, pitävätkö hänen vanhempansa matematiikasta tai ovatko he hyviä siinä. Kristianin kotoa ei tule Kristianille vahvaa viestiä matematiikan tärkeydestä ja käytöstä tulevaisuudessa, mikä saattaa olla syy siihen, minkä takia hän ei koe matematiikkaa erityisen tärkeäksi.

Kristian uskoo olevansa luokassaan yksi parhaista oppilaista matematiikassa. Hänen mukaansa hyvä oppilas saa hyviä numeroita kokeesta, viittaa paljon tunnilla sekä vastaa oikein ja lukee paljon kokeeseen. Hänen mukaansa opettajan mielestä pojat ovat luokalla selvästi parempia matematiikassa kuin tytöt. Kristian uskoo myös yleisesti, että miehet ovat naisia parempia matematiikassa, koska ovat luultavasti keksineet matematiikan. Kristianin kuva matematiikasta on maskuliinisempi kuin monilla muilla hänen luokkatovereillaan.

Kristianin suhtautuminen opetusjaksoon

Ryhmätyöskentely

Loppumittauksen perusteella Kristian suhtautuu ryhmätyöskentelyyn negatiivisesti, sillä hän kertoo, ettei haluaisi tulevaisuudessa opiskella matematiikkaa ryhmissä. Kristian kuitenkin osallistui ryhmätyöskentelyyn hyvin omasta mielestään sekä havaintojemme perusteella. Hän ei kuitenkaan koe ryhmätyöskentelyn olevan mukavaa ja Kristian mainitsee ryhmähaastattelussa, ettei ryhmätyöskentely hänen mielestä ollut kovin hauskaa eikä mitenkään erikoista. Syyksi hän tuo ryhmähaastattelussa esille, että ryhmätyöskentelyssä tehtävien tekemisessä menee enemmän aikaa. Lisäksi hän tuo myös esille, että olisi halunnut itse lukea tarinaa, koska se olisi ollut nopeampaa, ja loppumittauksen perusteella hän kokee ryhmän vähän vaikeuttaneen oppimistaan. Aineiston perusteella Kristian selvästi arvostaa tehokasta yksintyöskentelyä eikä hänellä ole halua työskennellä yhdessä.

Vaikka Kristian suhtautui ryhmätyöskentelyyn negatiivisesti, hän kuitenkin itsearvioinneissa tuo esille, että on auttanut jokaisella kerralla muita ryhmän jäseniä ja mielestään huomioinut kaikki ryhmän jäsenet työskennellessään. Itsearvioinneista ilmenee, että Kristian on mielestään omalla panoksellaan edesauttanut ryhmätyöskentelyn onnistumista, mikä tukee meidän havaintojamme, sillä Kristianin ryhmä oli yksi parhaiten työskennelleistä ryhmistä. Jokaisessa ryhmäarvioinnissa tulee ilmi, että ryhmän jokaisen jäsenen panos on ollut yhtä suuri. Huomionarvoista kuitenkin on se, ettei Kristian missään kohtaa itsearviointien perusteella tuntenut oloaan onnelliseksi ryhmässä. Itsearvioinneissa hän kertoo kokeneensa olonsa ryhmässä onnelliseksi joko *joskus* tai *ei koskaan*.

Ryhmätyöskentely on kuitenkin loppumittauksen perusteella tuonut onnistumisen tunteita matemaagikkotunneilla. Kristian kokee, että hänen matemaattisia taitojaan tarvittiin ryhmässä ja hän myös tunsi olevansa hyvä matematiikassa matemaagikkotunneilla. Kristianin mielestä oli outoa, jos toinen oppilas auttoi häntä ryhmässä. Tämä saattaa johtua siitä, ettei hän yleensä matematiikan tunneilla tarvitse apua. Hänen mielestään oli myös outoa opettaa muita ryhmän jäseniä, mikä on mielenkiintoista, koska alkuhaastattelussa ilmeni, että hän toimii monesti matematiikan tunneilla apuopettajana.

Tarinallisuus

Kristian ei selvästi pidä tarinallisuudesta matematiikan tunneilla. Kuten aikaisemmin on ilmennyt, Kristian selvästi pitää nopeasta työskentelystä, sillä hän mainitsee ryhmähaastattelussa, että olisi ollut nopeampaa lukea tarina itse. Hänen mielestä tarinaa oli joskus mielenkiintoista kuunnella, mutta tarinan henkilöt tai tarina eivät hänen mielestään ole mielenkiintoisia. Tarinaa hän piti liian pitkänä. Tarinan hahmoista mielenkiintoisin hänen mielestään on Hipsu, koska *”se oli hassu”.* Hän on siis kuitenkin valinnut tarinasta yhden lempihenkilön, josta piti.

Tehtävät

Kristian kokee matemaagikkotuntien tehtävien olleen liian helppoja ja kertoo, että piti niistä joskus. Hän tuo esille myös loppukirjeessä, jonka on kirjoittanut Hipsulle, että arvoitukset ja laskut olivat aina helppoja. Loppumittauksessa hän myös tuo esille, että tehtävät olivat helppoja verrattuna tavallisten matematiikan tuntien tehtäviin. Vihkotyöskentelyn ja havaintojemme perusteella Kristian osasi tehtävät hyvin ja harvoin pyysi tunneilla apua. Vaikka hän koki matemaagikkotuntien tehtävät helpoiksi, hän tuo kuitenkin ryhmähaastattelussa esille, että jotkut tehtävät olivat kivoja ja yhdessä ryhmä nimeää kivaksi tehtäväksi Joenylitystehtävän.

Lempitehtäväksi Kristian on valinnut vain yhden tehtävän, joka valittiin myös ryhmän lempitehtäväksi. Se on litran astian täyttäminen vedellä. Tehtävä osoittautui Kristianille mieluisaksi, sillä *”siinä sai kaataa vettä”.* Muita tehtäviä hän ei ole valinnut. Hänelle on kuitenkin jäänyt kaksi tehtävää mieleen, mikä viestii siitä, että hän pitää toiminnallisuudesta.

Opetusjakso yleisesti

Yleisesti ottaen Kristian ei pidä matemaagikkotunneista. Hänen mielestä matemaagikkotunteja kuvaavat sanat *helppo, laskea, tylsä, pitkäveteinen* ja *ratkaiseminen*. Loppumittauksen perusteella hän koki matemaagikkotunnit joskus pitkäveteisiksi, mikä johtuu varmasti siitä, että ei päässyt tekemään nopeasti ja enemmän tehtäviä. Kristian ei odottanut matemaagikkotunteja innolla, eikä koe tuntien olleen innostavia ja kiinnostavia. Kuitenkaan hän ei koe, että matemaagikkotunnit olisivat olleet koskaan ahdistavia. Matemaagikkotunnit olivat hänestä joskus tylsiä. Ennen matemaagikkotunteja hän ajatteli, että *”ei, taas matemaagikkotunti”,* ja niiden aikana, että *”tylsää”* ja lopuksi, että *”vihdoin välkkä”.* Hän mainitsee myös loppukirjeessä, että: *”Välillä tunnit olivat pitkiä eikä ollut välkkää”,* mutta jatkaa kuitenkin, että: *”Olivat tunnit kivempia kuin äidinkieltä olisi ollut 2-tuntia.”* Loppumittauksessa hän kirjoittaa, ettei pitänyt matemaagikkotunneilla siitä, että ei ollut välituntia. Välitunnin väliin jääminen harmitti, koska se oli ainut välitunti perjantaisin. Oppilaat kuitenkin pääsivät ruokailuun useimmiten 15 minuuttia aikaisemmin, joten ruokavälitunti oli heille pidempi. Välitunnin poisjääminen nousi opetusjakson aikana Kristianille erityisen tärkeäksi ja häntä häiritseväksi asiaksi, sillä hän toi esille asian myös meille opetusjakson aikana. Uskomme, että hänen negatiivinen suhtautumisensa opetusjaksoa kohtaan johtuu siitä, että hän ei pitänyt ryhmätyöskentelystä eikä päässyt välitunnille, koska pidimme tunnit monesti yhteen.

On vaikea arvioida, vaikuttiko välituntien poisjääminen Kristianin tuntemuksiin opetusjaksomme tunteja kohtaan niin voimakkaasti, että opetusjakson aikana hänen suhtautumisensa matematiikkaa kohtaan olisi muuttunut negatiivisemmaksi. Kristian on luokkatasolla yksi niistä pojista siinä ryhmässä, jonka suhtautuminen matematiikkaan on aineiston perusteella muuttunut negatiivisemmaksi. Uskomme kuitenkin, että välituntien poisjääminen vaikutti asiaan. Lisäksi haastattelun perusteella Kristian pitää siitä, että saa tehtyä nopeasti ja paljon tehtäviä, ja hän kertoo haastattelussa mukavaksi kokemukseksi sen, että oli ensimmäisenä saanut tehtyä matematiikan tehtävät. Hän tuo haastattelussa esille myös pitävänsä hiljaisesta itsenäisestä työskentelystä, jolloin on luontevaa uskoa, ettei ryhmätyöskentely ole hänelle mieluista. Mielenkiintoista kuitenkin on se, että hän työskenteli ryhmässä hyvin läpi opetusjakson ja auttoi muita, eikä Kristianin negatiivinen asenne ryhmätyöskentelyä kohtaan tullut ilmi millään tavalla opetusjakson aikana.

8.2.4 Lauri

Lauri on luokallaan yksi parhaimmista matematiikassa itsensä ja monien luokkatovereidensa mielestä. Hän kokee osaavansa matematiikkaa hyvin ja on itsevarma omista taidoistaan. Lauri pitää itseään hyvänä, koska on laskuissa nopea ja huolellinen. Hän luottaa omiin taitoihinsa tehtävien ratkaisemisessa eikä tarvitse muiden apua.

Lauri suhtautuu matematiikkaan positiivisesti ja mainitsee sen yhdeksi lempiaineistaan. Hän mainitsee haastattelussa, että on erityisesti kiinnostunut luvuista ja pitää matematiikantunneista, koska pääse laskemaan lukuja. Hänelle matematiikka on helppoa. Lauri pitää vaikeista ja haastavista matematiikan tehtävistä ja tuo haastattelussa esille niiden motivoivan puolen.

> *”Siinä* [vaikeassa tehtävässä] *täytyy käyttää enemmän aivoja ja muutenkin. Koska vaikeet on vaikeempia, niin siinähän tulee isompi kunnian tunne, jos tekee vaikeemman.”*

Lauri nauttii siis itsensä haastamisesta vaikeilla tehtävillä ja luottaa omiin taitoihinsa niiden selvittämisessä. Hän toivoisi, että matematiikan tunneilla olisi enemmän vaikeampia tehtäviä, jotta hän pääsisi käyttämään aivojaan. Laurista helpot matematiikan tehtävätkin ovat mukavia, mutta selvästi hän on kiinnostuneempi haastavampien tehtävien ratkaisemisesta. Vaikka Laurin asenne matematiikkaa kohtaan on positiivinen, matematiikan tunteja kohtaan hän suhtautuu hyvin neutraalisti. Hänen mielestään matematiikan tunteja kuvailevat adjektiivit ovat *helppo* ja *mielenkiintoinen*. Tunnit ovatkin hänen mieleensä mukavia, mutta hän ei erityisemmin odota niitä. Lauri saattaisi kaivata enemmän haastetta matematiikan tunneille, minkä seurauksena tunnitkin olisivat hänelle mieleisempiä.

Lauri uskoo tulevaisuudessa tarvitsevansa matematiikkaa työelämässä, muttei osaa antaa järkevää esimerkkiä, minkälaisissa tehtävissä. Hän kokee, ettei tarvitse tällä hetkellä koulun ja kotiläksyjen lisäksi matematiikkaa mihinkään. Laurin suhde matematiikkaan koulun ulkopuolella ei ole kovinkaan vahva. Hänelle ei ole syntynyt käsitystä siitä, mihin matematiikkaa voidaan tarvita, mutta hän pitää sitä silti tärkeänä oman tulevaisuutensa kannalta. Tämän uskomuksen hän on voinut saada perheeltään, koska Laurin vanhemmat ja sisarukset pitävät Laurin mukaan matematiikan osaamista tärkeänä ja pitävät matematiikasta.

Matematiikan opetusta Laurin mukaan kuvaavat sanat *laskeminen, hiljaisuus* ja *ratkaiseminen*. Matematiikan tunnit rakentuvat hänen mukaansa opettajan selityksestä, mahdollisista päässälaskuista, tehtäväkirjan aukeaman ja lisätehtävien tekemisestä sekä pulmavihon tekemisestä. Hän uskoo, että matematiikkaa on mahdollista oppia muullakin tavalla ja antaa esimerkiksi palikoilla laskemisen. Matematiikan oppimisessa tärkeää on hänen mukaansa keskittyminen ja kuunteleminen. Hänen uskoo myös, että kaikkiin matematiikan tehtäviin on olemassa ratkaisu. Vastauksista käy ilmi, että Laurin käsitys matematiikan opetuksesta on hyvin traditionaalinen. Toisaalta oppikirjan asema ei ole vastauksissa kovinkaan vahva, mikä voi liittyä siihen, että hänellä on oppikirjan lisäksi pulmavihko, josta ratkaisee tehtäviä. Lauri on myös avoin toisenlaiselle matematiikan opetusmenetelmälle, vaikka ei osaa kattavasti määritellä, millainen se voisi olla.

Lauri on itsenäinen laskija eikä tarvitse apua muilta. Hän myös laskee mielellään yksin, mutta uskoo, että kaverista voisi olla apua matematiikan tunnilla. Vaikka Lauri on itsenäinen laskija, hän kokee, että ilman opettajaa ei olisi mahdollista oppia matematiikkaa. Opettajan tehtävä tunnilla on hänen mukaansa opettaa ja auttaa niitä, jotka eivät osaa laskuja. Omalla luokallaan hän pitää suurinta osaa oppilaista hyvinä matematiikassa, koska he laskevat nopeasti ja kaikki tehtävät ovat oikein. Hän pitää itseään yhtenä luokan parhaimmista, muttei parempana kuin muut, mikä tukee hänen uskomustaan siitä, että luokalla monet ovat hyviä matematiikassa. Laurin mielestä pojat ovat hänen luokalla ylivoimaisesti parempia kuin tytöt, ja epäilee, että miehet osaavat naisia paremmin matematiikkaa.

Osa Laurin kavereista ajattelee, että matematiikka on vaikeaa ja sen takia tylsää. Lauri kertoo, että hän tuo keskustelussa kavereilleen oman vastakkaisen mielipiteen matematiikasta esille. Häntä ei myöskään haittaa vastata tunnilla väärin, vaan hän uskoo, että kun hän laskee tehtävän nopeasti uudestaan, hän saa siihen oikean vastauksen. Tosin Lauri sanoo haastattelussa, ettei viittaa, jollei ole varma vastauksesta, koska haluaa ratkaista laskun mahdollisimman pitkälle. Laurin vastauksista tulee esille vahva luottamus omiin taitoihin ja uskallus olla poikkeava omassa luokassa ja kaveripiirissään. Laurin itseluottamus matematiikka kohtaan voidaan vastauksista päätellen nähdä vahvana.

Laurin suhtautuminen opetusjaksoon

Ryhmätyöskentely

Lauri kuului ryhmään, joka työskenteli havaintojemme mukaan alusta asti erittäin hyvin. Ryhmäläisiltä sujui keskinäinen yhteistyö tehtävien ratkaisussa. Läpi opetusjakson ryhmän itsearvoinneista käy ilmi, että he kaikki osallistuivat ryhmän toimintaan ja työskentelivät mielestään hyvin yhdessä. Havaintomme ryhmän toiminnasta tukevat tätä käsitystä. Loppumittauksen perusteella myös Lauri itse kokee, että heidän ryhmänsä toimi hyvin, ja hän oli tyytyväinen ryhmänsä työskentelyyn.

Ryhmähaastattelun perusteella Lauri piti ryhmässä työskentelystä opetusjakson aikana. Hän tuo haastattelussa ilmi, että opetusjakson alkaessa hän oli innoissaan jo pelkästä ajatuksesta, että pääsee työskentelemään ryhmässä. Hän piti siitä, että tunnilla oli seuraa, eikä hänen tarvinnut olla yksin, kuten tavallisilla matematiikan tunneilla. Kuitenkin loppumittauksen perusteella Laurin mielestä ryhmässä työskentely oli joskus mukavaa. Hän olisi myös toisinaan työskennellyt mieluimmin yksin kuin ryhmässä. Alkuhaastattelussa Lauri tuo ilmi olevansa erityisen kiinnostunut luvuista, ja pitää niiden laskemisesta. Ryhmässä työskenneltäessä hänellä oli vähemmän tilaisuuksia päästä laskemaan tehtäviä, jotka sisälsivät luvuilla operoimista, kuin tavallisilla matematiikan tunneilla, koska opetusjaksoomme kuului myös paljon muuta kuin tehtävien ratkaisemista. On mahdollista, että tämä on vaikuttanut Laurin suhtautumiseen ryhmätyöskentelyä kohtaan.

Loppumittauksen mukaan Lauri kokee osallistuneensa aina ryhmänsä työskentelyyn. Hän tuntee myös, että hänen taitojaan tarvittiin ryhmän työskentelyyn. Laurin yksilöhaastattelussa esille tuoma vahva käsitys omasta matemaattisesta osaamisestaan saattaa vahvistaa hänen käsitystään taitojensa tarpeellisuudesta ryhmälle. Toisaalta hän kertoo ryhmähaastattelussa, että ryhmästä oli hyötyä, koska muilta ryhmän jäseniltä saattoi kysyä apua, jos ei itse osannut. Vaikka Laurin matemaattinen osaaminen on vahva, hän näkee myös ryhmän edut oppimisen kannalta. Toisaalta Lauri saattaa ajatella ryhmätyöskentelyn hyötyjä koko ryhmän kannalta, jolloin esimerkiksi ryhmässä ollut taidoiltaan heikompi oppilas sai apua matematiikassa. Loppuhaastattelussa Lauri kertoo, että hänen ryhmänsä auttoi häntä joskus oppimaan. Tulevaisuudessa Lauri haluaisi joskus työskennellä ryhmässä. Tämä saattaa johtua siitä, että Lauri pitää sekä yksilö- että ryhmätyöskentelystä.

Tarinallisuus

Loppumittauksessa Lauri kertoo, että tarina oli hänen mielestään parasta opetusjakson tunneilla, koska sen aikana ”*ei tarvinnut kuin kuunnella*”. Lisäksi hän tuo itsearvioinneissa esille, että piti tarinasta. Hänen mielestään tarinaa oli mukava kuunnella ja se oli mielenkiintoinen. Lauri suhtautuu näiden perusteella selvästi positiivisesti tarinanopetusmenetelmään. Ryhmähaastattelussa Lauri kertoo, etteivät tehtävät olisi olleet yhtä kiinnostavia ilman tarinaa. Loppumittauksessa hän on sitä mieltä, että tarinat sopivat joskus matematiikan tunneille. Kuten ryhmätyöskentelyssä, myös tarinoiden kohdalla voi olla, että Lauri pitää niitä mahdollisena vaihtoehtoisina työskentelytapoina yksilötyöskentelyn rinnalla.

Kirjeen vapaavalintaiselle tarinan hahmolle Lauri kirjoitti Gandalfille: ”*Oli jännittävää, kun olit kivenä*.” Hänessä oli herännyt tarinasta tunteita, jotka hän muisti vielä opetusjakson jälkeenkin, kuten kirjeestä käy ilmi. Lisäksi hän kirjoittaa loppumittauksessa pitäneensä Hipsusta, ”*koska se on niin höpsö”.* Myös Hipsu on hahmona herättänyt Laurissa myönteisiä tunteita. Tämä tukee ajatusta tarinanopetusmenetelmästä positiivisten tunteiden herättäjänä. Laurin kohdalla menetelmä on ollut selvästi positiivinen kokemus, ja siitä nousseet tunteet ovat olleet aineiston perusteella myönteisiä.

Tehtävät

Opetusjakson jälkeisessä ryhmähaastattelussa Lauri mainitsee, että mukavina muistoina opetusjakson tunneilta ovat tehtävät. Hän mainitsee haastattelussa erityisen mukavana tehtävänä joenylitystehtävän, jossa sai hyppiä laatasta toiseen. Loppumittauksen mukaan muita tehtäviä, joista hän piti, olivat Roisto-tehtävä, ”*koska siinä sai piirtää*”; labyrinttitehtävä, ”*koska siinä piti olla tarkkana*” sekä kirjainlausekekonetehtävä, ”*koska ei voinut tietää, mikä lasku tulee*”. Haastattelussa hän kertoi myös pitäneensä kauppatehtävästä, koska ”*harvoissa tehtävissä saa valita itse, mitä laskee*”. Valinnaisuus ja tehtävien avoimuus sekä joenylitystehtävän kohdalla myös toiminnallisuus ovat olleet Laurin mielestä mielenkiintoisia. Hänen kohdallaan erityisesti valinnaisuus kauppa- tai kirjainlausekekonetehtävässä on voinut olla motivoiva tekijä, koska hän on voinut tehdä tehtävistä haastavampia valitsemalla hankalia laskuja.

Laurin mukaan opetusjakson tehtävät olivat helppoja. Loppumittauksen perusteella hän kokee, että osasi laskea tehtävät useimmiten itse. Jokaisessa opetusjakson aikana tehdyssä itsearvioinnissa Lauri kertoo olleensa hyvä tehtävien tekemisessä. Opetusjakson yksilökokeesta Lauri sai täydet pisteet, joten hän selvästi hallitsi opetusjakson asiat. Loppumittauksen mukaan hän kokee ymmärtäneensä, mihin opetusjakson asiat liittyivät.

Lauri tuo ryhmähaastattelussa esille, että olisi toivonut vaikeampia tehtäviä. Vaikka opetusjaksossamme oli eriytystä tehtävien vaikeustason mukaan, Lauri olisi kaivannut vielä haastavampia tehtäviä. Toisaalta opetusjaksossamme pyrimme tarjoamaan monipuolisesti erilaisia tehtäviä, joista ainakin osa on ollut myös Laurille mielenkiintoisia. Loppumittauksen mukaan hän piti opetusjakson tehtävistä joskus. Laurin kohdalla matematiikan opetuksen tavoitteena tulisi olla riittävän haastavien tehtävien ja ongelmien tarjoaminen.

Opetusjakso yleisesti

Opetusjakson tunteja Lauri ei loppumittauksen perusteella koskaan kokenut tylsiksi tai ahdistaviksi. Hän odotti tunteja toisinaan innolla ja piti niitä välillä innostavina ja kiinnostavina.

Loppumittauksessa hän kertoo tunteneensa olonsa tunneilla mukavaksi. Opetusjaksomme tunteja kuvailivat Laurin mukaan sanat *helppo, hiljaisuus, laskea, jännittävä* ja *ratkaiseminen*. Sanat ovat muuten samoja kuin Laurin alkumittauksessa tavallisia matematiikan tunteja kuvaavat sanat, mutta *jännittävä* ei esiintynyt alkumittauksessa. Tosin sen tilalla oli sana *mielenkiintoinen*. Suhtautuminen opetusjakson tunteihin on samansuuntainen kuin suhtautuminen tavallisiin matematiikan tunteihin. Vaikka Lauri selvästi pitää matematiikasta, matematiikan tunnit eivät ole hänestä erityisen innostavia.

Kokonaisuudessa Lauri kokee loppumittauksen perusteella, että piti opetusjaksomme tunneilla kaikesta. Kuitenkin erityisesti tarina nousee aineistomme pohjalta Lauria motivoineeksi tekijäksi. Hän piti myös joistakin opetusjaksomme tehtävistä. On kiinnostavaa pohtia, olisiko Laurin suhtautuminen opetusjaksoon muuttunut entistä positiivisemmaksi, jos hänellä olisi ollut mahdollisuus ratkaista entistä vaikeampia tehtäviä. Uskomme, että matematiikan opetus, jossa käytetään sekä yhteistoiminnallisuutta että yksilötyöskentelyä ja joka tarjoaa riittävän haastavia tehtäviä, voi saada Laurin innostumaan myös matematiikan tunneista.

8.2.5 Johanna

Alkumittauksen mukaan Johanna suhtautuu omaan matematiikan osaamiseensa epävarmasti. Hän pitää itseään keskinkertaisena matematiikassa, koska oppii osan asioista nopeasti ja osan hitaammin. Johanna kuitenkin ymmärtää mielestään hyvin matematiikan opetusta. Jotta hän onnistuisi esimerkiksi matematiikan kokeessa, täytyy hänen harjoitella paljon. Matematiikka on Johannasta vaikeaa. Alkumittauksessa Johanna on ratkaissut haastavan tehtävän, jonka vain muutama oppilas luokalta saa tehtyä, joten saattaa olla mahdollista, että Johanna on matemaattisilta taidoiltaan parempi kuin mitä itse uskoo olevansa. Lisäksi hän sai opetusjaksomme kokeesta täydet pisteet.

Matematiikan tunnit ovat Johannasta kohtalaisen mukavia. Hän ei osaa haastattelussa perustella, minkä takia. Matematiikka ei kuitenkaan ole hänen lempiaineensa, eikä hän odota matematiikan tunteja innolla. Tämä on hieman ristiriidassa väittämän *”matematiikka on innostavaa ja kiinnostavaa”* kanssa, jonka Johanna on alkumittauksessa valinnut useimmiten. Johannan vastaukset ovat siis keskenään osittain ristiriitaisia. Matematiikan tunteja kuvailevat Johannan mielestä adjektiivit *mielenkiintoinen* ja *jännittävä*. Johanna pitää helpoista tehtävistä eikä nauti vaikeiden tehtävien ratkaisemisesta. Sinnikäs laskija Johanna selvästi kuitenkin on, koska yritti viimeiseen asti laskea alkumittauksen viimeistä haastavaa tehtävää. Vaikeina tehtävinä hän pitää laskuja, joissa on useita eri laskutoimituksia.

Johanna uskoo vahvasti tarvitsevansa matematiikkaa tulevaisuudessa. Kuitenkaan hän ei osaa haastattelussa sanoa esimerkkiä siitä, mihin hän voi matematiikkaa tulevaisuudessa tarvita tai mihin hän on sitä aikaisemmin tarvinnut. Alkumittauksessa hän vastaa kysymykseen ”Mihin yleisesti ottaen tarvitaan ja käytetään matematiikkaa?” seuraavasti: ”*Matematiikkaa tarvitaan laskemiseen, ja se on hyvä taito*.” Alkumittauksessa Johanna ei tuo esille konkreettista esimerkkiä matematiikan käytöstä arkielämässä. Vastaus vaikuttaa enemmän ympäristöstä omaksutulta uskomukselta. Haastattelussa hän toisaalta mainitsee, että McDonald’sissa tarvitaan matematiikkaa esimerkiksi tulojen laskemiseen ja aineiden tilaukseen. Johanna on siis jonkinlaista tietoa matematiikan käytettävyydestä, mutta ei osaa haastattelun perusteella yhdistää sitä matematiikan hyödyllisyyteen tulevaisuudessa.

Johanna korostaa matematiikan opetuksessa hiljaisuutta. Epämiellyttävät muistot opetuksessa liittyvät hänellä sijaisiin, jotka eivät ole saaneet pidettyä työrauhaa luokassa. Tällöin Johanna ei ole pystynyt keskittymään laskujen laskemiseen. Tämän perusteella Johanna selvästi pitää hiljaisesta ja itsenäisestä työskentelystä. Matematiikantunti on hänen mukaansa tavallisesti sellainen, jossa opetellaan uusi asia ja tehdään tehtävät. Opettajan tehtävänä on opettaa ja auttaa vaikeissa laskuissa. Johannan mielestä ilman opettajaa voi oppia niin, että joku tuttu opettaa tai että hän keksii itse, kuinka lasketaan.

Johanna kokee, ettei ole yksi luokan parhaista oppilaista matematiikassa. Hyvä oppilas matematiikassa on hänen luokallaan sellainen, jonka ei tarvitse harjoitella kokeeseen, koska hän osaa kaiken jo ennalta. Lisäksi hyvä oppilas osaa kaikki asiat ennen kuin pitää alkaa harjoitella. Johanna itse on korostanut osaamisessaan harjoittelun tärkeyttä. Hänellä on selvästi matematiikan oppimisesta uskomus, että hyvän oppilaan ei tarvitse harjoitella matematiikkaa, koska hän osaa asiat jo ennalta. Tämän vuoksi Johanna saattaa pitää itseään huonompana laskijana kuin todellisuudessa on, koska hän itse harjoittelee paljon. Johanna viittaa tunnilla vain, kun on varma vastauksesta. Hän pelkää, että jos vastaisi väärin, joku saattaisi nauraa hänelle, mikä tuntuisi hänestä pahalta. Johanna on myös alkumittauksessa rastittanut, että häntä jännittää olla erilainen. Kuitenkin Johanna tuo alkumittauksessa ilmi, että viittaa usein matematiikan tunnilla. Tästä on mahdollista päätellä, että Johanna on kuitenkin usein varma omista vastauksistaan. Sosiaalinen paine saattaa aiheuttaa hänessä epävarmuutta omasta osaamisestaan.

Kotoaan Johanna on saanut vinkkejä lukiessaan matematiikan kokeeseen. Lisäksi vanhemmat auttavat häntä kotitehtävissä. Johannan mukaan hänen vanhempansa ovat hyviä matematiikassa ja pitävät matematiikkaa tärkeänä, mikä saattaa vaikuttaa Johannan omaan ajatteluun matematiikan tärkeydestä. Johannan kavereista matematiikka on tylsää. Johanna arvelee sen johtuvan siitä, että tunnilla ei tehdä mitään yhdessä. Johannakin opiskelisi mieluiten matematiikkaa kavereiden tai vanhempien kanssa.

Johannan suhtautuminen opetusjaksoon

Ryhmätyöskentely

Johannan ryhmä toimi havaintojemme perusteella hyvin jakson loppua kohden. Koko ryhmä kuvaa ryhmän toimintaa sanoilla *yhteistyö, laskeminen* ja *auttaminen*, mikä kertoo siitä, että ryhmä on toiminut oppimisen tukena kaikille ryhmäläisille. Omat havaintomme tukevat ryhmän jäsenten näkemystä hyvin sujuneesta työskentelystä. Loppumittauksen perusteella Johanna suhtautuu ryhmätyöskentelyyn erittäin positiivisesti ja kokee osallistuneensa siihen. Ryhmätyöskentelyn ensimmäisessä itsearvioinnissa ryhmän jäsenet kertovat, että Johannan osuus ryhmän työskentelystä on puolet ja kahden muun ryhmäläisen osuus on neljäsosa, eli koko ryhmä näkee opetusjakson alussa Johannan panoksen olevan suuri.

Ryhmähaastattelun perusteella Johanna piti opetusjaksostamme ryhmätöiden vuoksi ja loppumittauksessa hän tuo esille, että parasta opetusjaksossa oli ryhmätyöskentely. Tämä on tärkeä huomio, sillä yksilöhaastattelussa ennen opetusjakson alkua Johanna kuitenkin on tuonut esille, että pitää hiljaisista matematiikan tunneista. Ryhmätyöskentelyssä mukavaa Johannan mielestä oli se, ettei tarvinnut opiskella yksin ja että apua sai nopeasti. Myös yhdessä yrittäminen nousee tärkeäksi ryhmätyöskentelyn ulottuvuudeksi. Johannan ryhmäläisistä kaikki tunsivat saavansa apua toisiltaan. Ryhmähaastattelussa tulee myös esille, että Johanna ja ryhmän toinen tyttö suhtautuivat epäilevästi ryhmän poikaan eivätkä olisi halunneet tätä ryhmäänsä. Jakson aikana tytöt kuitenkin kertoivat, että ryhmässä ollut poika oli lopulta positiivinen kokemus. Tätä päätelmää tukee myös viimeinen ryhmän itsearviointi, jossa ryhmä arvioi, että jokaisen jäsenen osuus työskentelystä on ollut yhtä suuri. Myös havaintomme opetusjakson aikana vastaavat tätä, sillä neljännestä kerrasta lähtien ryhmän jokainen jäsen osallistui työskentelyyn. Johanna nostaa ryhmähaastattelussa erityisesti esille sen, että hänestä tuntui mukavalta, kun hän näki ryhmän pojan oppineen asioita. Tämä antaa selvästi viitteitä siitä, että myös toisen oppilaan oppiminen on aiheuttanut osaamisen ja onnistumisen tunteita Johannalle ja että matematiikan opetus on selvästi ulottunut sosiaalisen identiteetin alueelle, mikä myös näin ollen vahvistaa sosiaalisen identiteetin osa-aluetta. Uskomme sosiaalisten tilanteiden myötä syntyneillä positiivisilla kokemuksilla olevan myönteisiä vaikutuksia myös matemaattisen identiteetin persoonalliseen osa-alueeseen.

Alkumittauksessa Johanna kertoo, että haluaa joskus tuoda ratkaisuehdotuksensa esille luokassa. Hän tuo esille myös haastattelussa, että pelkää muiden nauravan väärälle vastaukselle.

Loppumittauksen perusteella Johanna kuitenkin selvästi halusi matemaagikkotunneilla kertoa ratkaisuehdotuksensa. Ryhmätyöskentely on saattanut olla avaintekijä tässä, sillä hän tunsi itsensä tarpeelliseksi ryhmässä ja lisäksi ryhmä on saattanut toimia tukena.

Tarinallisuus

Johanna piti tarinasta ja tehtävistä matemaagikkotunneilla. Hänen mielestään tarinaa oli mukava kuunnella ja hän piti tarinaa ja tarinan henkilöitä mielenkiintoisina. Johanna haluaisi lisää matemaagikkotunteja ja kertoo pitäneensä kaikesta mutta ei osaa eritellä, miksi. Johannan lempihenkilö tarinassa on Hipsu, koska hän pitää Hipsua hauskana. Hän mainitsee myös, että oli mukavaa keksiä lasku Hipsun seikkailusta (oppilailla oli kotitehtävänä suunnitella itse tarinapaperille tehtävä, joka liittyy Hipsun katoamiseen). Koska Johanna on selvästi saanut rohkeutta ryhmätyöskentelystä, hän saattoi myös samaistua Hipsuun, sillä Hipsukin sai tukea ystäviltään seikkailussa. Johanna selvästi oli ryhmässä vahvoilla ja muiden tukena, mutta kuitenkin alkumittauksen perusteella häntä jännittää olla erilainen ja hän pelkää epäonnistuvansa vastauksissa. Hipsu on myös tarinan hahmoista selvästi erilainen kuin muut mutta hyväksytty ja pidetty kuitenkin.

Tehtävät

Loppumittauksen perusteella Johanna piti matemaagikkotuntien tehtävistä ja osasi laskea ne useimmiten itse. Hän kokee osanneensa joskus tehtäviä paremmin kuin tavallisilla matematiikan tunneilla. Hänen mielestään oli mukavaa, että tehtävät liittyivät tarinaan. Johanna uskoo, että ilman tarinaa hän ei välttämättä olisi ymmärtänyt tehtäviä.

Loppumittauksessa Johanna kertoo, että hän piti erityisesti matemaagikkojen taitoradan tehtävästä, jossa piti täyttää litran astia mahdollisimman monella eri tavalla, *”koska oli kiva käyttää vettä”* .Tämä selvästi kertoo siitä, että toiminnallinen matematiikka on Johannan mieleen. Toisena mieleenpainuvana tehtävänä hän mainitsee Roisto-tehtävän, ”*koska oli kiva piirtää”*. Roisto-tehtävä piti tehdä yhdessä ryhmän kanssa ja jokaiselle ryhmälle tuli ihan omannäköinen roisto. Viimeisenä tehtävänä Johanna mainitsee tarinatehtävän liittyen Hipsun katoamiseen, koska hänestä oli itse mukava keksiä tarinaa. Oman laskutehtävän ja tarinan keksiminen liittyy siihen, että oppilas saa mielessään konstruoida omaa tarinaa liittyen yhteiseen tarinaan. Oman tehtävän keksiminen on selvästi innostanut Johanna työskentelemään matemaattisen tehtävän keksimiseksi, sillä tarinan keksimisen kautta oppilaat ovat päässeet käyttämään omaa luovuuttaan ja ajatusmaailmaa. Myös Schiron (2004) mukaan lapset saattavat uudelleen kertoa tarinaa itselleen, kohdaten kriittisiä ratkaisun kohtia, ja päättää persoonallisesti ainutlaatuisella tavalla, mitä seuraavaksi tehdään.

Tällöin lapset konstruoivat ja toistuvasti rekonstruoivat tarinaa itselleen itsestään matemaatikkoina, ja lapsista itsestään tulee tarinankertojia, jotka luovat omaa tarinaansa ja näin ollen tulevat itse oppijoiksi, jotka konstruoivat ja rekonstruoivat heidän omaa persoonallista matemaattista merkitystään, joka on rinnakkainen tarinassa tapahtuvien toimintojen kanssa. Mielen ensisijainen teko ajaa heidät ajattelemaan siten ja elämään uudelleen hahmon kokemuksia kertomalla kokemuksia itselleen. Tämän kautta lapset yrittävät selittää merkitystä niille kokemuksille, jotka he käyvät uudelleen läpi projisoimalla itsensä tarinan hahmoksi. (Schiro 2004, 51–52.) Hipsun joutuminen vuoristorataan on selvästi jäänyt Johannan mieleen, sillä hän tuo myös loppukirjeessä Hipsun esille kysymällä Hipsulta kuinka hän on joutunut vuoristorataan. Tämä viestii selvästi siitä, kuinka tarina on jäänyt elämään Johannan mieleen.

Opetusjakso yleisesti

Johanna suhtautuu opetusjaksoon positiivisesti ja kertoo pitäneensä kaikesta. Hän tuo esille, että oppi ”innostumaan matematiikasta” opetusjaksomme tunneilla. Alku- ja loppumittauksia vertailtaessa Johannan kiinnostus muihin aineisiin on myös vähentynyt verrattuna matematiikkaan; Johanna on alkumittauksessa ollut sitä mieltä, että muut aineet kiinnostavat ehdottomasti häntä enemmän, mutta loppumittauksessa hän vastaa, että muut aineet kuin matematiikka kiinnostavat häntä enemmän *”joskus”*. Muutoksia tulee esille myös matematiikan tunteihin orientoitumisessa, sillä Johanna kertoo odottaneensa matemaagikkotunteja innolla. Alkumittauksen perusteella hän ei kuitenkaan yleisesti ottaen ole odottanut matematiikan tunteja innolla.

Opetusjaksomme tunteja Johannan mielestä kuvaavat sanat *innostavuus*, *yrittäminen*, *keskustelu*, *mielenkiintoisuus* ja *tutkiminen*. Alkumittaukseen verrattuna lisää on tullut kolme viimeistä sanaa, mikä tukee myös muun aineiston esille tuomaa vaikutelmaa siitä, että matemaagikkotunnit ovat innostaneet Johannaa innostumaan matematiikasta eri tavalla. Havaintojemme mukaan Johanna on hiljainen ja rauhallinen tyttö, joka työskentelee huomaamattomasti matematiikan tunneilla. Yhteistoiminnallinen tarinanopetusmenetelmä antaa varmasti enemmän tilaa hänen persoonalleen ja toisaalta hän pääsee myös ryhmätyöskentelyn kautta osoittamaan osaamistaan eri tavalla ja saa tukea ryhmältä. Vaikka Johanna on omasta mielestään heikko ja epävarma matematiikassa, hän on kuitenkin koetulosten perusteella taidoiltaan erittäin hyvä. Hänellä saattaa olla huono itsetunto matematiikassa, eikä hän ole erityisen innostunut matematiikasta ylipäätään. Kokonaisuudessaan opetusjaksomme on kuitenkin muuttanut Johannan suhtautumista matematiikkaan positiivisemmaksi, ja ryhmätyöskentely on tuonut hänelle rohkeutta ja uskoa itseensä toisen oppilaan opettamisen kautta.

9 Johtopäätökset ja pohdinta

Tutkimuksemme on syntynyt, kun olemme pohtineet ratkaisuja kohtaamiimme ongelmiin matematiikan opetuksessa opintojemme ja sijaisuuksien myötä. Oppilaiden heikko motivaatio ja negatiiviset asenteet matematiikkaa ja matematiikan opiskelua kohtaan ovat herättäneet mielenkiintomme ja halumme kehittämää matematiikan opetusta sellaiseksi, että se vahvistaa positiivisesti oppilaan ja matematiikan välistä suhdetta. Käytännössä halusimme kehittää ja kokeilla narratiivista opetusmenetelmää, jonka uskomme vahvistavan oppilaan ja aineen välistä suhdetta oppilaan omista lähtökohdista. Tutkimuksen keskeisenä tavoitteena oli selvittää oppilaiden matemaattista identiteettiä, kehittää narratiivista opetusmenetelmää ja tarkastella luokkatasolla oppilaiden suhtautumista opetusjaksoon. Opetusta ja opetukseen suhtautumista olemme halunneet tarkastella matemaattisen identiteetin ja sen tukemisen näkökulmasta. Tämän vuoksi olemme teoriassa luoneet käsitteen matemaattiselle identiteetille, jota vasten olemme aineistoa sekä opetusjaksoa tarkastelleet. Matemaattisen identiteetin käsite on toiminut meille välineenä tarkastella aineistoa, mutta se toimii myös opetuksen kentässä opettajan välineenä, jonka avulla on mahdollista jäsentää matematiikan opetusta oppilaan matemaattista identiteettiä tukevaksi.

Suunnittelemamme opetuspaketti huomioi matemaattisen identiteetin sosiaalisen osa-alueen käyttämällä yhteistoiminnallisen oppimisen menetelmiä, ja ympäristöllis-kulttuurisen osa-alueen pyrkimällä luomaan yhteistyöluokkaan erilaisen toimintakulttuurin matematiikan tunneille. Matemaattisen identiteetin persoonallista osa-aluetta pyrimme tukemaan monipuolisesti eri menetelmien kautta. Tutkimustulosten perusteella narratiivisella matematiikan opetusmenetelmällä on mahdollista tukea oppilaan matemaattista identiteettiä huomioimalla sen eri osa-alueita.

Tutkimuksessamme tuli yksilötarinoiden myötä esille, että jo 4. luokkalaisilla oppilailla on erilaisia käsityksiä matematiikasta ja sen käyttökelpoisuudesta. Joillakin oppilailla käsitykset olivat hyvin monipuolisia, toisilla taas käsitykset matematiikasta eivät juuri ulottuneet koulumaailman ulkopuolelle. Esille tuli myös, että oppilailla on hyvin erilaisia uskomuksia matematiikkaa kohtaan. Haastateltujen oppilaiden käsitykset itsestä matematiikan oppijina vaihtelivat myös suuresti. Osa luotti vahvasti omiin kykyihinsä, kun taas osa koki epävarmuutta omasta osaamisestaan.

Haastatteluiden ja muun aineiston myötä keskeiseksi oppimista tukevaksi tekijäksi nousi ryhmätyöskentely, joka koettiin tärkeäksi tekijäksi myös koko luokkatasolla. Havaintojemme ja aineiston perusteella ketään oppilasta ei leimattu luokassa heikoksi tai huonoksi, koska ryhmien tuli selviytyä tehtävissä yhdessä ilman kilpailullista asemaa ryhmän jäsenten tai muiden ryhmien välillä. Pyrimme muodostamaan luokkaan opetuskulttuurin niin, että ryhmän sisällä jokaisen oppilaan panos oli ryhmälle tärkeä. Narratiivisen opetuksen kautta pystyimmekin muuttamaan luokan matemaattisia normeja, mikä oli merkittävä tutkimustulos tämän luokan kohdalla. Narratiivisuus ja yhteistoiminnallisuus antavat oppilaille rohkeutta tuoda mielipiteitä ja ratkaisuehdotuksia esille. Tällöin ryhmä toimii oppilasta tukevana tekijänä herättäen hänessä positiivisia tunteita, jolloin myös matemaattinen identiteetti muovautuu positiivisten kokemusten pohjalta. Oppilaat pitivät myös opetusjakson tarinasta ja innostuivat erilaisista tehtävistä, minkä kautta oppilailla heräsi intoa ja mielenkiintoa matemaattisten tehtävien pariin. Aineiston perusteella toiminnallisuus ja matemaattiset välineet innostavat oppilaita matematiikan pariin.

Aineistosta nousi myös esille, että narratiivinen oppiminen motivoi selvästi enemmän tyttöjä kuin poikia matematiikan pariin. Tämä on tärkeä huomio, koska aikaisemmissa tutkimuksissa juuri tyttöjen asenteet matematiikkaa kohtaan ovat muuttuneet negatiivisemmiksi 3-5 luokilla (Metsämuuronen 2010, 120). Narratiivisen opetuksen avulla näyttäisi olevan mahdollista tukea tyttöjen kohdalla positiivisen asenteen kehittymistä matematiikkaa kohtaan. On mahdollista, että tarinan juonta kehittämällä myös pojat, jotka eivät kokeneet tarinaa mielekkääksi, saataisiin innostumaan narratiivisesta oppimisesta. Aineiston pohjalta tuli myös esille, että osa pojista kaipasi narratiivisen matematiikan opetuksen rinnalle enemmän yksilötyöskentelyä. Matematiikan opetusta tulisikin kehittää siten, että opetuksessa käytettäisiin narratiivisuuden ohella useita eri opetusmenetelmiä, kuten yksilötyöskentelyä, yhteistoiminnallisuutta sekä toiminnallisuutta välineiden avulla. Tutkimuksemme perusteella monipuolinen lähestymistapa matematiikan opetukseen ja oppimiseen innostaa erilaisia oppilaita ja takaa hyvät edellytykset matemaattisen identiteetin kehittymiselle.

Tämän tutkielman myötä näemme, että narratiivisen opetuksen avulla on mahdollista innostaa ja motivoida oppilaita matematiikan pariin, minkä kautta saadaan luotua positiivisia tunteita ja siten vahvistettua oppilaiden matemaattisia identiteettejä. Narratiivisuuden avulla erilaisia opetusmenetelmiä on mahdollista rakentaa toisiaan tukeviksi kokonaisuuksiksi. Tarina myös selvästi motivoi ja innostaa oppilaita useita oppilaita. Tehtävien ja tarinoiden yhdistyminen sitoo matematiikkaa ja tekee matematiikan oppimisesta kokemuksellisempaa ja merkityksellisempää. Itsenäisen työskentelyn avulla esimerkiksi uutta asiaa opeteltaessa jokaisella oppilaalla olisi mahdollisuus harjoitella perusasioita itsekseen, jolloin jokaisen oppilaan olisi mahdollista osallistua ryhmän tehtäviin hänen omat lähtökohtansa huomioiden.

Narratiivisen opetusmenetelmän mahdollisuuksia voidaan tarkastella myös yhteiskunnallisella tasolla. Opetushallituksen teettämässä seurantaraportissa arvioitiin 9. vuosiluokan oppilaiden matematiikan osaamista. Raportista kävi ilmi, että matematiikan osaamisen taso peruskoulun päättövaiheessa on heikentynyt aikaisempiin vuosiin verrattuna. Samassa raportissa oppilaiden asenteita selvitettäessä nousi esille, että matematiikka koetaan hyödyllisenä, mutta siitä ei juuri pidetä. (Hirvonen 2012.) Raportin tulokset kyseenalaistavat nykyisen matematiikan opetuksen toimivuuden. Raportissa todetaankin, että matematiikan opetuksen kannalta on tärkeä etsiä keinoja, joilla matematiikasta saataisiin nykyistä pidetympi oppiaine (Hirvonen 2012, 115). Tutkimuksemme mukaan narratiivinen opetusmenetelmä olisi mahdollinen keino, jonka avulla matematiikka voidaan kokea mielekkäämpänä. Sen avulla on myös mahdollista koota matematiikan pirstaleista oppisisältöä suuremmiksi kokonaisuuksiksi, mikä voi parantaa matematiikan osaamista. Kuitenkin narratiivisuuden käyttöä matematiikassa on tutkittu vain vähän, ja siihen perustuvaa valmista oppimateriaalia ei juuri ole. Nämä ovat haasteita matematiikan opetuksen kehittämisessä narratiiviseen suuntaan.

Opetuksen muutos vaatii myös muutosta koulutuksen hallinnollisella tasolla. Opetussuunnitelman kehittäminen identiteettiä tukevaksi vahvistaisi narratiivisuuden asemaa ja mahdollisesti rohkaisisi opettajia sen käyttöön. Narratiivisen opetussuunnitelman avulla olisi mahdollisuus kiinnittää huomiota kokonaisvaltaiseen opetukseen, joka huomioi opetuksen kolme keskeistä näkökulmaa: tietojen ja taitojen opetuksen, kasvatuksen sekä oppilaan ja aineen välisen suhteen luomisen. Omalla tutkimuksellamme olemme halunneet tuoda näiden kolmen näkökulman pohjalta esille käytännön mahdollisuuksia narratiivisuuden toteuttamiselle opetuksessa. Narratiivisten opetusmenetelmien käyttö vaatii edelleen lisätutkimusta niin matematiikassa kuin opetuksessa yleensäkin. Uskomme kuitenkin, että narratiivisuuden avulla on mahdollista vastata nykypäivän opetuksen haasteisiin.

Tämän tutkielman tekeminen on ollut prosessi, joka on syntynyt aineiston, teorian ja tekijöiden välisenä vuoropuheluna. Tutkielma on toiminut myös meidän henkisenä kasvuna vahvistaen aineenopettajaidentiteettiämme sekä antanut uskoa matematiikan opetuksen kehitykseen tulevaisuudessa. Lisäksi tutkielman opetuspaketin tekeminen on innostanut meitä kehittämään jatkossa omaa matematiikan opetustamme tukemaan matemaattista identiteettiä.

10 Tutkimuksen luotettavuus

Laadullisessa tutkimuksessa lähtökohta on se, että tutkija myöntää oman subjektiviteettinsa sekä sen, että on tutkimuksessa keskeinen tutkimusväline. Objektiivisuus laadullisessa tutkimuksessa syntyykin oman subjektivisuuden tunnistamisesta. Luotettavuuden kriteeri on tutkija, ja arviointi koskee koko tutkimusprosessia. (Eskola & Suoranta 1998, 17, 211.) Erityisesti etnografisen tutkimuksen ongelma voi olla liiallinen subjektiivisuus (Eskola & Suoranta 1998, 106). Etnografinen tieto, joka on kirjoitettu tarinaksi, onkin aina tutkijan subjektiivinen käsitys tapahtumasta (Hakala & Hynninen 2007, 215). Tutkijoina tiedostamme, että meidän omat havaintomme ovat aina subjektiivisia ja rajoittuneita. Kuitenkin olemme pyrkineet lisäämään tutkimukseen objektiivisuutta esimerkiksi videoimalla opetusjaksomme tunnit, jolloin saatoimme tarkistaa havaintojamme vielä myöhemmin uudelleen.

Eskola ja Suoranta (1998, 212-213) listaavat kvalitatiivisen tutkimuksen luotettavuuden kriteereiksi uskottavuuden, tutkimustulosten siirrettävyyden, varmuuden sekä vahvistuvuuden. Uskottavuus tarkoittaa, että tutkija tarkistaa, vastaavatko hänen käsityksensä ja tulkintansa tutkittavien näkemyksiä (Eskola & Suoranta 1998, 212). Omassa tutkimuksessamme emme pitäneet järkevinä analyysiemme esittämistä oppilaille, mutta käytimme hyväksemme etua, että meitä oli tutkimuksessa mukana kaksi tutkijaa. Teimme molemmat haastattelujen ja mittareiden pohjalta omat analyysimme tutkittavien suhteesta matematiikkaan sekä opetusjaksoomme. Tämän jälkeen vertasimme tekemiämme analyyseja keskenään ja kävimme keskustelua mahdollisista eroavaisuuksista. Keskustelun jälkeen muodostimme yhdessä kustakin oppilaasta oman tarinan. Keskustelun avulla löysimme analyysista mahdolliset ristiriitaisuudet sekä toisaalta saimme lisävahvistusta omille tulkinnoillemme.

Tutkimustulosten siirrettävyys on Eskolan ja Suorannan (1998, 212) mukaan mahdollista tietyin ehdoin, vaikka yleensä katsotaan, etteivät ne ole mahdollisia sosiaalisen todellisuuden monimuotoisuudesta johtuen. Toisaalta tutkimuksemme luotettavuutta tarkasteltaessa tulee huomioida, että etnografinen tutkimus on aina ainutkertaista (Eskola & Suoranta 1998, 110). Tutkimuksemme tulokset eivät ole suoraan yleistettävissä laajemmalle yhteiskunnalliselle tasolle, eikä se ollut meidän tarkoituksemmekaan. Olemme tutkineet tiettyjen yksittäisten oppilaiden matemaattista identiteettiä eikä näitä identiteettejä ole mahdollista laajentaa identiteettimalleiksi, koska identiteetti on aina yksilöllinen. Toisaalta tutkimus on kuitenkin toteutettavissa uudelleen pitämällä suunnittelemamme opetusjakso toiselle luokalle ja teettämällä samat mittaukset ja arvioinnit (ryhmäarvioinnit ja itsearvioinnit). Myös tutkimuksen kulun olemme selvittäneet huolellisesti. Fenomenografisessa tutkimuksessa sisäistä reliabiliteettia pohditaan toistettavuuden kautta. Toistettavuutta tutkimukselle on turha vaatia sinänsä, sillä tutkimuksessa aineistossa annetuista merkityksistä puhutaan löydöksinä, mutta syytä on pohtia sitä, löytyykö samoja tuloksia, jos analysoinnin tekee joku toinen henkilö. (Niikko 2003, 39-41.) Omassa tutkimuksessamme analysointivaiheessa tekemämme yhteistyö lisää tutkimuksen reliabiliteettia.

Tutkimuksen varmuutta lisätään huomioimalla tutkimukseen ennustamattomasti vaikuttavat ennakkoehdot (Eskola & Suoranta 1998, 213). Omat käsityksemme ja kiinnostuksemme tutkimuksemme aiheeseen ovat varmasti ohjanneet myös tutkimuksemme kulkua ja valintoja. Kuitenkin läpi tutkimuksen olemme käyneet keskustelua sen toteuttamisesta niin keskenämme kuin ohjaajamme kanssa. Keskustelun avulla olemme perustelleet tutkimuksen toteuttamisen valintoja toisillemme. Tällä tavalla olemme tuoneet näkyviksi omia ennakko-oletuksiamme ja pyrkineet välttämään niitä tutkimuksessamme.

Tutkimuksen vahvistavuus tarkoittaa, että tehdyt tulkinnat saavat tukea vastaavanlaisissa tutkimuksissa tehdyistä tuloksista (Eskola & Suoranta 1998, 213). Aikaisemmissa tutkimuksissa ei ole tutkittu alakouluikäisten lasten matemaattista identiteettiä, joten emme voi verrata tuloksiamme muiden tutkimuksiin. Kuitenkin olemme muodostaneet matemaattisen identiteetin käsitteen matematiikkauskomuksista tehtyjen tutkimusten (mm. Pietilä 2002, Pehkonen 1995) sekä yleisen identiteettiteorian pohjalta. Tämän pohjalta olemme muodostaneet alkumittarimme sekä haastattelurunkomme. Aineistollamme on siis vahva pohja aikaisemmin tehdyistä tutkimuksista. Aineiston tulkinnat oppilaista tuovat esille yksilöllisiä kertomuksia suhteessa matematiikkaan. Ei ole mahdollista tehdä samanlaisia tulkintoja eri henkilöiden matemaattisista identiteeteistä, koska identiteetit ovat yksilöllisiä.

Syrjälän (1994) mukaan tutkimusaineistoa kannattaa monesti hankkia useilla eri menetelmillä, jotta tutkittavaan ilmiöön saadaan useita eri tarkastelunäkökulmia. Tätä kutsutaan triangulaatioksi. Haastatteluin saatuja aineistoja voidaan monissa tapauksissa täydentää projektiivisilla tehtävillä, kuten piirtämis-, kirjoitus- tai vaikkapa näyttelemistehtävillä. Tavallisesti projektiiviseen tehtävään sisältyy virike, jonka tarkoituksena on tietyssä rajoin vakioida tehtävän suoritusta, mikä puolestaan helpottaa tulkintaa sekä tutkijan ja tutkittavan yhteisymmärrystä. Projektiiviset tuotokset tulee tulkita yhdessä kyseisen henkilön haastatteluilmaisujen yhteydessä. (Syrjälä 1994, 136–142.) Käytimme tutkimuksessamme menetelmätriangulaatiota, koska tutkimme oppilaita useilla eri menetelmillä ja aineistoilla. Nämä aineistot tukivat toisiaan analysointivaiheessa. Lisäksi niiden avulla oli mahdollista selvittää aineistosta nousevia ristiriitaisuuksia. Aineistonhankinnassa teimme myös projektiivisen kirjeenkirjoitustehtävän, jota käytimme analysoidessamme tutkittavien suhtautumista opetusjaksoon.

Fenomenografiassa on kiinnostuttu toisen asteen näkökulmasta, eli tarkastelun kohteena on se todellisuus, jonka toinen ihminen kokee. Toisin sanoen tarkoituksena on orientoitua muiden ihmisten ajatuksiin tai kokemuksiin ympäröivästä maailmasta. Koska toisen asteen näkökulmassa ollaan kiinnostuneita toisen ihmisen kokemuksista, tulee tutkijan sulkea omat kokemuksensa ja käsityksensä ulkopuolelle. (Niikko 2003, 24.) Oppilaan käsitykseen itsestään matematiikan oppijana vaikuttaa paljon oppimisympäristö ja opetustoiminta, sillä Syrjälän (1994, 121–122) mukaan fenomenografiassa toiminta ja ajattelu nähdään kokonaisvaltaisena, monitasoisena sekä subjektin tietoisuuteen kytkeytyvänä.

Haastattelu on fenomenografian yksi keskeisimmistä aineistonkeruumenetelmistä, joten se, mitä kysytään ja kuinka kysytään, ovat todella tärkeitä ulottuvuuksia haastatteluissa (Marton 1988, 154). Koska haastattelimme lapsia, kiinnitimme erityisesti huomiota siihen, että haastattelun ilmapiiri olisi vapautunut. Haastattelun alussa kerroimme, että oppilas voi vastata kaiken, mitä tulee mieleensä ja voi aina sanoa, jos hänestä tuntuu, ettei keksi vastausta kysymykseen. Kysymykset pyrimme muotoilemaan mahdollisimman yksinkertaisiksi ja ymmärrettäviksi.

Haastatteluissa pyritään valaisemaan ja kuvaamaan yksilön suhdetta hänen kokemukseensa ilmiöstä. Tavoitteena on ymmärtää henkilön antama näkemys ilmiöstä, jota tutkitaan. (Niikko 2003, 31.) Haastatteluissa kysymysten tulee olla mahdollisimman avoimia, jotta tutkittava voi itse valita, mitä kysymykseen vastaa (Marton 1988, 154). Annoimme haastatteluissa haastateltavillemme aikaa kertoa rauhassa näkemyksiään. Suunnittelimme kysymykset niin, että ne käsittelevät kattavasti matemaattisen identiteetin eri osa-alueita. Kysymykset pyrimme tekemään mahdollisimman avoimiksi ottaen kuitenkin huomioon, että haastateltavamme ovat lapsia. Tarkentavien lisäkysymysten avulla meillä oli mahdollista saada vastauksia, jos avoimet kysymykset tuntuivat haastateltavista vaikeilta.

Narratiivisessa analyysissa arvioitaessa tarinan luotettavuutta voidaan erottaa aineiston tarkkuus ja juonen uskottavuus. Tutkijan vastuu on taata, että esille tuodut tapahtumat ovat todella tapahtuneet. (Polkinghorne 1995, 20.) Narratiivisessa lähestymistavassa validiteetilla tarkoitetaan tutkimustulosten vastaavuutta todellisuuteen. Reliabiliteetilla tarkoitetaan sitä, kuinka paljon satunnaiset tekijät ovat vaikuttaneet tutkimustulokseen. Kertomuksen luotettavuutta voidaan siis tarkastella pohtimalla, missä määrin tarinoissa olevat väitteet vastaavat todellisuudessa asiantilaa. (Heikkinen 2007, 152.) Muodostamamme tarinat ovat syntyneet useiden eri aineistojen pohjalta.

Tringulaation käyttö aineistonkeruussa lisääkin luotettavuutta tapahtumaa ja siitä muodostettua tarinaa kohtaan (Polkinghorne 1995, 20). Haastattelutilanteessa pyrimme saamaan tarkentavilla lisäkysymyksillä selville, mitä haastateltava todella ajatteli ja miksi. Kuitenkin ymmärrämme, että haastattelutilanne voi vaikuttaa tutkittavien vastauksiin. Lisäksi se, että toimimme luokassa myös opettajina, saattoi vaikuttaa oppilaiden vastauksiin ja sitä kautta muodostamiimme tarinoihin. Haastattelun alussa pyrimme tuomaan esille, että kysymyksiin ei ole olemassa oikeaa vastausta ja että oppilas saa vastata juuri niin kuin ajattelee.

Koska tarina on lopulta aina tutkijan konstruktio, on tutkimuksen yhteydessä oleellista kysyä, onko tarina tosi tai aito (Polkinghorne 1995, 20). Meidän tarinamme ovat syntyneet keräämämme aineiston pohjalta, ja oletuksemme on, että aineisto kertoo tietyn oppilaan ajatuksista tietyllä hetkellä. Koska olemme pystyneet vertailemaan oppilaan vastuksia useammassa aineistossa, meidän on ollut mahdollista löytää niistä yhteneväisyyksiä, jotka ovat vahvistaneet tulkintojamme. Lisäksi yhteistyömme tarinoiden muodostamisessa takaa sen, että ne ovat syntyneet kahden eri henkilön tulkintojen pohjalta, mikä lisää niiden luotettavuutta. Kokonaisuudessa tarinan arvo riippuu sen mahdollisuudesta tarjota lukijalle ymmärrystä (Polkinghorne 1995, 20). Toivomme, että tutkimuksessamme voimme nostaa esille viiden oppilaan tarinan, jotka tarjoavat lukijalle viisi eri kertomusta suhteessa matematiikkaan.

Lähteet

Aarnos, E. 2001. Kouluun lapsia tutkimaan: Havainnointi, haastattelu ja dokumentit. Teoksessa J. Aaltola, R. Valli (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin I. Jyväskylä: PS-kustannus, 144–157.

Bettelheim, B. 1976. The uses of enchantment: Meaning and importance of fairy tales. New York: Knopf.

Boaler, J. & Greeno, J. G. 2000. Identity, Agency and Knowing in Mathematical Worlds. Teoksessa J. Boaler (toim.) Multiple perspectives on mathematics teaching and learning. Westport, CT: Ablex, 171–200.

Bruner, J. 1987. Life as narrative, Social research. 54 (1). 11–32.

Buck, R. 1999. The biological affects: A typology. Psychological Review 106 (2), 301–336.

Burr, V. 2004. Sosiaalipsykologisia ihmiskäsityksiä. Tampere: Vastapaino.

Egan, K. 1986.Teaching as story telling: An alternative approach to teching and curriculum in the elementary school. Chicago: University of Chicago Press.

Eaton, P. OReilly M. (2009) Exploring mathematical identity as a tool for self-reflection amongst pre-service primary school teachers: "I think you have to be able to explain something in about 100 different ways" Proceedings of 10th Mathematics Education into the 21st Century Project conference in Dresden, Germany.

Engeström, Y. 1998. Reorganizing the motivational sphere of classroom culture: An activity-theoretical analysis of planning in a teacher team. Teoksessa F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (toim.) The Culture of the Mathematics Classroom. United States of America: Cambridge University Press, 76–103.

Eskola, J. & Suoranta, J. 1998. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Tampere: Vastapaino.

Eskola, J. & Vastamäki, J. 2001. Teemahaastattelu: Opit ja opetukset. Teoksessa J. Aaltola, R. Valli (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin I. Jyväskylä: PS-kustannus, 24–42.

Griffiths, R. & Clyne, M. 1991. Books you can count on: Linking mathematics and literature. Portsmout, NH: Heinemann.

Grigutsch, S. 1998. On pupils’ views of mathematics and self-concept: developments, structures and factors of influence. Teoksessa E. Pehkonen & G. Törner (toim.) The state-of-art in mathematics-related belief research. Results of the MAVI activities. University of Helsinki. Department of Teacher education. Research report 195. 169–197.

Hakala, K. & Hynninen, P. 2007. Etnografisesta tietämisestä. Teoksessa Lappalainen, S., Hynninen, P., Kankkunen, T., Lahelma, E. & Tolonen, T. (toim.) Etnografia metodologiana. Lähtökohtana koulutuksen tutkimus. Tampere: Vastapaino. 209–226.

Hall, S. 1999. Identiteetti. Tampere: Vastapaino.

Hannula, M. 2004b. A model for the dynamics of affect. Teoksessa M. Hannula Affect in mathematical thinking and learning. Turku: Painosalama Oy.

Hannula, M. 2004c. Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. Teoksessa M. Hannula Affect in mathematical thinking and learning. Turku: Painosalama Oy.

Hannula, M. 2004d. The metalevel of cognition-emotion interaction. Teoksessa M. Hannula Affect in mathematical thinking and learning. Turku: Painosalama Oy.

Hannula, M. 2004e. Affect towards mathmatic; narratives with attitude. Teoksessa M. Hannula Affect in mathematical thinking and learning. Turku: Painosalama Oy.

Hardy, B. 1977. Towards a poetics of fiction: An approach through narrative. Teoksessa M. Meek, A. Warlow & G. Barton (Toim.) The cool web: The pattern of children’s reading. New York: Atheneum. 12–23.

Heikkinen, H. L. T. 2007. Narratiivinen tutkimus – todellisuus kertomuksena. Teoksessa J. Aaltola, R. Valli. (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin II – Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. PS-kustannus. Jyväskylä, 142–158.

Heikkinen, H. L. T. 2002a. Tarinat opettajankoulutuksen välineenä. Teoksessa H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) Minussa elää monta tarinaa. Kirjoituksia opettajuudesta. Helsinki: Kansanvalistusseura. 101–105.

Heikkinen, H. L. T. 2002b. Elämää kansioissa. Teoksessa H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) Minussa elää monta tarinaa. Kirjoituksia opettajuudesta. Helsinki: Kansanvalistusseura. 116–125.

Heikkinen, H. L. T. 2002c. Narratiivisuus – ei yksi vaan monta tarinaa. Teoksessa H. L. T. Heikkinen & L. Syrjälä (toim.) Minussa elää monta tarinaa. Kirjoituksia opettajuudesta. Helsinki: Kansanvalistusseura. 184–197.

Hirsijärvi, S. & Remes, P. & Sajavaara, P. 2004. Tutki ja kirjoita. Jyväskylä: Gummerus kirjapaino Oy.

Huttunen, M. ja Pynninen, S. 2010. Lasten narratiivisen identiteetin kehittäminen peruskouluopetuksessa. Etnografisena tapaustutkimuksena toteutettu Minä maailmassa --identiteettiprojekti. http://tutkielmat.uta.fi/pdf/gradu04273.pdf. Luettu 19.1.2010.

Ikonen, O. Ojala, T. 2002. Johdantoa. Teoksessa O. Ikonen, J. Juvonen, T. Ojala (toim.) Kohtaamisia koulupolulla. Jyväskylä: PS-kustannus.

Ilmavirta, R. 2003. Kolmen kohdan ohjelma matematiikan opetuksen tehostamiseksi. Teoksessa Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja 8. 15–27.

Joutsenlahti, J. 2003. Matemaattinen ajattelu ja kieli, eräs mielenkiintoinen ulottuvuus opetussuunnitelmassa. Teoksessa Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja 8. 3–14.

Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. 2010. Oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja osaamisessa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.) Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Opetushallitus. Helsinki, 137–148. (Koulutuksen seurantaraportit 2010:2).

Järvinen, P. Järvinen A. 2000. Tutkimustyön metodeista. Tampere. Opinpajan kirja.

Kaasila, R., Hannula, M. S., Laine, A. & Pehkonen, E. 2006. Autobiographical Narratives, Identity and View of Mathematics. Teoksessa M. Bosch (ed.) Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Sant Feliu de Guíxols, Spain – 17 - 21 February 2005, 215 – 224. Fundemi IQS – Universitat Ramon Llull.

Kaasila, R., Hannula, M. S., Laine, A. & Pehkonen, E. 2005. Millä tavalla matematiikka-ahdistusta potevat luokanopettajaopiskelijat puolustavat matemaattista identiteettiään? Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Oulussa

25.–26.11.2004. Matemaattisten aineiden opettajan taitotieto—haaste vai mahdollisuus? Kasvatustieteiden ja opettajankoulutuksen yksikkö. Oulun yliopisto. 81–94.

Kaasila, R. 2008. Eri lähestymistapojen integroiminen narratiivisessa analyysissä. Teoksessa R. Kaasila, R. Rajala & K. E. Nurmi (toim.) Narratiivikirja: menetelmiä ja esimerkkejä. Tampere: Juvenes Print, 41–67.

Kilpatrik, J. Swafford, J. Findell, B. 2001. Adding it up: Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC: National Academy Press.

Kubli, F. 2002. Using stories to teach science. Teoksessa H. Silfverberg & J. Joutsenlahti (toim.) Tutkimuksella parempaan opetukseen: Matematiikan ja luonnontieteiden tutkimusseura ry:n päivät Tampereella 28.-29.9.2001, 25–32.

Lappalainen S. 2007. Johdanto: mikä ihmeen etnografia. Teoksessa S. Lappalainen, P. Hynninen, T. Kankkunen, E. Lahelma, & T. Tolonen (toim.) Etnografia metodologiana. Lähtökohtana koulutuksen tutkimus. Tampere: Vastapaino, 9 – 14.

Laitinen, A. 2007. Syntyykö identiteetti tulkinnoissa vai edeltääkö se niitä? Teoksessa J. Kotkavirta (toim.) Persoonia vai ihmisiä. Helsinki: Yliopistopaino, 136 – 185.

Lehtimäki, R. 2004. Fenomenografian tutkimuskohteen laajentaminen. Teoksessa S. Havu-Nuutinen & M. Heiskanen (toim.) Yhtenäistyvät ja erilaistuvat polut oppimisen ja koulutuksen eri vaiheissa. Kasvatustieteen päivien 2004 verkkojulkaisu. Joensuu. http://joypub.joensuu.fi/publications/other_publications/kasvtied_paivat/kasvtied.pdf Viitattu 21.1.2012.

Linnanmäki, K. 2004. Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, P. Malinen (toim.) Matematiikka –näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Kopijyvä Oy, 241–254.

Lutovac, S., Kaasila, R. 2011. Beginning a pre-service teacher’s mathematical identity work through narrative rehabilitation and bibliotherapy. Teaching in Higher Education. 16(2), 225 – 236.

Marton, F. 1988. Phenomenography: A Research approach to Investigating different Understandings of Reality. In R. Sherman, R. Webb (ed.) Qualitative research in education. Focus and methods. Philadelphia: The Falmer Press, 123–140.

McLeod, D. B. 1992. Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. Teoksessa D. A. Grows (toim.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. London: Macmillan Publishing Co, 579–596.

Metsämuuronen, J. 2010. Osaamisen ja asenteiden muutos perusopetuksen 3-5 luokilla. Teoksessa E. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy, 93–136. (Koulutuksen seurantaraportit 2010:2).

Niikko, A. 2003. Fenomenografia kasvatustieteellisessä tutkimuksessa. Joensuun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia n:o 85. Joensuu: Joensuun yliopistopaino.

Näätänen, M. 2000. Matematiikka, NAISET ja osaamisyhteiskunta. Vantaa: WSOY.

Op't Eynde, P., De Corte, E. & Verschaffel, L. 2002. Framing students' mathematics-related beliefs: a quest for conceptual clarity and a comprehensive categorization. Teoksessa G. Leder, E. Pehkonen and G. Törner (toim.) Beliefs: A hidden variable in mathematics education? Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 13–37.

Pehkonen, E. 1995. Pupils' view of mathematics. Initial report for an international comparison project. Tutkimuksia 152. Helsinki: Helsingin yliopisto, opettajankoulutuslaitos.

Pehkonen, E. 1998. On the concept ”Mathematical belief”. Teoksessa E. Pehkonen & G. Törner (toim.) The state-of-art in mathematics-related belief research. Results of the MAVI activities. University of Helsinki. Department of Teacher education. Research report 195, 37–72.

Pietilä, A. 2002. Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina. Helsinki: Yliopistopaino.

Polkinghorne, D. 1995. Narrative configuration in qualitive analysis. Teoksessa J. A. Hatch & R. Wisniewski (toim.) Life history and narrative. London: Falmer, 5–23.

Ricoeur, P. 1992. Oneself as another. Chicago: University of Chicago Press.

Ropo, E. 2009. Identiteetin kehittäminen opetussuunnitelman lähtökohtana. Teoksessa P-M. Rabensteiner & E. Ropo (toim.) European Dimension in Education and Teaching: identity and values in education. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren GmbH, 5–19.

Sahlberg, P. & Berry J. 2002. Matematiikan oppiminen pienryhmissä. Teoksessa P. Sahlberg & S. Sharan (toim.) Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja. Helsinki: WSOY, 176–198.

Schiro, M. S. 2004. Oral Storytelling and Teaching Mathematics: Pedagogical and Multicultural Perspectives. Thousand Oaks. London. New Delhi: SAGE Publications.

Spangler, D. A. 1992. Assessing Students Beliefs about Mathematics. Arithmetic Teacher. 40(3). 148–52.

Taylor, C. 1995. Autenttisuuden etiikka. Helsinki: Gaudeamus.

Wenger, E. 1998. Communities of practice. Cambridge: University Press.

Yrjönsuuri, Y. 1993. Opetuksen ymmärtäminen: Helsinki: Yliopistopaino

Opetuspaketin lähteet

Ahola, M. 2002. Mestariluokka. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.

Asikainen, K. Fälden, H. Nyrhinen, K. Rokka, P. Vehmas, P. Tuhattaituri 4a. Helsinki: Otava.

Ikäheimo, H. Voutilainen, E. Tee, piirrä, kerro ja ymmärrä! http://opperi.fi/02_opetusvinkkeja/2211_tarinapaperi.html. Luettu 29.4.2012.

Karma, M. 2009. Taikuritaituri. Summanmutikka. Helsinki: WSOYpro Oy.

Schiro, M. S. 2004. Oral storytelling and teaching mathematics: Pedagogical and Multicultural Perspectives. SAGE Publications. Thousand Oaks. London. New Delhi?

Wass, S. 2003. Matematiikkaa unkarilaisilla laskusauvoilla. Helsinki: WSOY.

27.9.2011

Arvoisa huoltaja,

___________ koulu on mukana Know Id -hankkeessa (Collaborative construction of knowledge and identities in school and teacher education, https://www12.uta.fi/blogs/know-id/).

Me Sanna-Mari Ollgren ja Henna Stenberg opiskelemme Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksella matematiikan aineenopettajiksi ja luokanopettajiksi. Olemme viimeisen vuoden opiskelijoita, eli valmistumme keväällä 2012 luokanopettajiksi ja matematiikan opettajiksi. Suunnittelemme Know Id -hankkeeseen liittyen pro gradu -tutkielmaamme opetuspaketin matematiikkaan, jonka tarkoituksena on tiedollisen ja taidollisen oppimisen lisäksi vahvistaa oppilaiden henkilökohtaista suhdetta matematiikkaan erilaisia menetelmiä, erityisesti oppilaiden yhdessä työskentelyä, käyttäen.

Miten tämä liittyy lapsenne luokkaan?

- Syyslukukauden aikana luokanopettajan lisäksi luokassa työskentelee kaksi päättötyötään, eli pro gradu –tutkielmaa, tekevää opettajaopiskelijaa 2 viikkotuntia/viikko syyslomasta jouluun. Olemme täten tutkijan asemassa ja tarvitsemme tutkimusluvan teiltä vanhemmilta.

- Suunnittelemme opetussuunnitelman mukaisen opetuspaketin, jonka toteutamme lapsenne luokassa. Opetukseen osallistuvat kaikki, tutkimukseen lapset, joiden vanhemmilta on tutkimuslupa.

<u>Mitä tämä käytännössä tarkoittaa?</u>

- Pidämme oppilaille viikoilla 43–50 perjantaisin kaksi tuntia, yhteensä 16 oppituntia.
- Oppilaat eivät jää mistään paitsi, sillä opetuksemme on opetussuunnitelman mukaista.
- Oppilaat ovat erityisasemassa siksi, että tutkimuksemme tarkoituksena on vahvistaa oppilaan suhdetta matematiikkaan.
- Tunnit sisältävät esimerkiksi laulamista, tarinankerrontaa, liikuntaa, ongelmanratkaisua ja ryhmätyöskentelyä.
- Suunnittelemme itse oppimateriaalin. Kirjaa ei välttämättä jakson osalta käytetä

Vaikka tämä on tutkimus, voitte olla luottavaisia siihen, että henkilöllisyystiedot ja tunnistettavat taustatekijät jäävät pois tutkielmasta eivätkä täten paljasta yksityisiä henkilöitä. Niin tutkimuksella, kuin meillä opiskelijoina, on yhtä tiukka vaitiolovelvollisuus kuin opettajilla yleensä. Kenestäkään lapsesta ei missään vaiheessa paljasteta henkilöllisyyksiä.

Olemme avoimia ottamaan vastaan kysymyksiä. Meihin saa ottaa yhteyttä sähköpostitse.

Ystävällisin terveisin
Sanna-Mari Ollgren ja Henna Stenberg
Kasvatustieteiden yksikkö,
Tampereen yliopisto

Palauta opettajalle viimeistään 7.10.2011.

✂

Olen lukenut yllä olevan tiedotteen

_______________________________________ ____

Paikka ja aika Allekirjoitus

____

Nimenselvennys

________________________________ saa osallistua tutkimukseen (laita rasti):
(oppilaan nimi)

Kyllä____ Ei__

Nimi:______________________ Ikä: _______________________

Mitä ajattelet matematiikasta?

Seuraavat väittämät ja kysymykset koskevat ajatuksiasi matematiikasta.

OHJE: Lue seuraavat väittämät ja rastita jokaisen kohdalla se hymynaama, joka parhaiten vastaa omaa käsitystäsi itsestäsi. Rastita hymiö ☺, mikäli väittämä kuvaa varsin hyvin nykyistä tilannettasi, toimiasi ja tunteitasi. Rastita hymiö ☹, mikäli väittämä EI kuvaa varsin hyvin nykyistä tilannettasi, toimiasi ja tunteitasi. Rastita hymiö 😐, mikäli väittämä kuvaa HARVOIN tai JOSKUS nykyistä tilannettasi, toimiasi ja tunteitasi.

☺ Väittämä pitää paikkaansa aina.
😐 Väittämä pitää paikkaansa joskus.
☹ Väittämä ei pidä koskaan paikkaansa.

	☺	😐	☹
1. Tunnen olevani hyvä matematiikassa.			
2. Minua jännittää olla erilainen.			
3. Nautin vaikeista ja haastavista matematiikan tehtävistä.			
4. Minua ei väsytä ratkaista matematiikan tehtäviä.			
5. Matematiikan osaaminen on tärkeää tulevaisuuden kannalta.			
6. Matematiikka on tylsää.			
7. Muut aineet kiinnostavat minua enemmän kuin matematiikka.			
8. Viittaan usein matematiikan tunnilla.			
9. Matematiikka on vaikeaa.			
10. Matematiikassa ratkaistaan ongelmia.			
11. Tarvitsen matematiikkaa tulevaisuudessa.			
12. Opettajan mielestä pojat ovat parempia matematiikassa.			

13. Olen matematiikan tunneilla usein hieman jäljessä muista.			
14. Osaan laskea tehtävät useimmiten itse.			
15. Haluan kertoa ratkaisuehdotukseni.			
16. Olen aikaisemmin tykännyt matematiikasta.			
17. Kysyn usein opettajalta neuvoa.			
18. Opettajan mielestä tytöt ovat parempia matematiikassa.			
19. En tarvitse matematiikkaa mihinkään.			
20. Matematiikan tunnit ovat useimmiten mukavia.			
21. Ymmärrän aina mihin opittavat asiat liittyvät.			
22. Epäonnistumiset matematiikan tehtävissä eivät lannista minua.			
23. Olen matematiikassa yksi luokan parhaista.			
24. Odotan matematiikan tunteja innolla.			
25. Opettajan mielestä en ole kiinnostunut matematiikasta ja koulunkäynnistä.			
26. Matematiikan opetus on puhumista.			
27. Opettaja ei juuri koskaan kysy minulta matematiikan tunneilla.			
28. Matematiikka on innostavaa ja kiinnostavaa.			
29. Minulla ei ole ketään oikein hyvää ystävää.			
30. Tulen helposti toimeen muiden kanssa.			
31. Matematiikan tunnit pelottavat.			
32. Minun pitäisi olla parempi matematiikassa.			
33. Matematiikan tunnit ovat jännittäviä.			
34. Teen matematiikan tehtävät aina ja huolellisesti.			
35. Minun on vaikea ymmärtää matematiikan opetusta.			
36. Matematiikan opetus on puhumista.			

37. Matematiikan tehtäviä tehdessä koen ahaa-elämyksiä.			
38. Matematiikka on pitkäveteistä.			
39. Matematiikan tunnit ovat ahdistavia.			
40. Tykkään seurata muiden ohjeita.			
41. Toimin usein johtajana kaveriporukassa.			
42. Matematiikka on helppoa.			
43. Matematiikkaan liittyy kilpailu.			
44. En uskalla tai kehtaa aina kysyä neuvoa opettajalta tai luokkatovereilta.			
45. Olen matematiikassa parempi kuin muut.			
46. Olen tyytyväinen itseeni matematiikan osaamisen suhteen.			
47. Minun on vaikea keskittyä ja istua hiljaa.			
48. Matematiikka perustuu sääntöihin.			
49. Tunnen itseni usein yksinäiseksi.			
50. Kaikkiin matematiikan tehtäviin on olemassa ratkaisu.			
51. Olen ylpeä ratkaistuani haastavan tehtävän.			

Matematiikassa olen…

OHJE: Lue seuraavat väittämät ja ympyröi molempien kohdalla se vaihtoehto, joka parhaiten vastaa käsitystäsi.

Opettajan mielestä olen matematiikassa tosi huono en kovin hyvä keskinkertainen

melko hyvä tosi hyvä

Omasta mielestäni olen matematiikassa tosi huono en kovin hyvä keskinkertainen

melko hyvä tosi hyvä

Matematiikan tunnit

OHJE: Ympyröi alla olevista sanoista ne sanat, jotka mielestäsi kuvaavat matematiikan tuntia.

pelottava oppikirja keskustelua innostava laskea mielenkiintoinen

helppo ongelma hiljaisuus epätoivo turhautuminen

suru tylsä yrittäminen vaikea viha ratkaiseminen

pitkäveteinen samanlainen jännittävä tutkiminen yksinäisyys

Mitä matematiikka on ja mihin sitä käytetään?

OHJE: Vastaa seuraaviin kysymyksiin mahdollisimman kattavasti ja laajasti. Kirjoita kaikki mitä sinulle tulee mieleen. Tarvittaessa voit jatkaa sivun toiselle puolelle.

1. Mihin yleisesti ottaen tarvitaan ja käytetään matematiikkaa?

____

____

____

____

____

____

2. Mihin sinä tarvitset ja käytät matematiikkaa?

____

____

____

____

____

____

3. Mitä lähipiirisi (ystävät, koulukaverit, sukulaiset) ajattelee matematiikasta?

____

____

____

____

____

____

Tehtävät

Seuraavaksi sinulla on tehtävänä kaksi matematiikan tehtävää. Tee ensin tehtävä 1 ja vastaa tehtävän 1 tekemisen jälkeen tehtävää koskeviin kysymyksiin. Sen jälkeen tee tehtävä 2 ja vastaa tehtävän 2 tekemisen jälkeen tehtävään koskeviin kysymyksiin.

OHJE tehtävän jälkeisiin väittämiin: Lue seuraavat väittämät ja rastita jokaisen kohdalla se hymynaama, joka parhaiten vastaa ajatuksiasi tehtävästä. Rastita hymiö ☺, mikäli väittämä kuvaa varsin ajatuksiasi, toimiasi ja tunteitasi tehtävästä. Rastita hymiö ☹, mikäli väittämä EI kuvaa varsin hyvin ajatuksia, toimiasi ja tunteitasi tehtävästä. Rastita hymiö 😐, mikäli väittämä kuvaa VÄHÄN ajatuksia, toimiasi ja tunteitasi tehtävästä.

☺ Väittämä pitää paikkaansa.
😐 Väittämä pitää paikkaansa vähän.
☹ Väittämä ei pidä yhtään paikkaansa.

Tehtävä 1

Millan joukkueessa on kahdeksan pelaajaa. Jokainen saa koriinheitosta 4 pistettä. Kuinka monta pistettä Millan joukkue saa yhteensä?

Ratkaisu:

Vastaus:___________

	☺	😐	☹
1. Uskon, että ratkaisin tehtävän			
2. Tehtävä oli helppo			
3. Tehtävä oli mielenkiintoinen			

4. Tehtävän tekemisen jälkeen minusta tuntui *mukavalta* *iloiselta* *innostuneelta*
ei miltään *turhautuneelta* *vihaiselta* *kyllästyneeltä*

Vapaa kommentti tehtävästä: ____

Tehtävä 2

Pertulla on kolmea eri leipälajia. Leikkeleenä on kinkkua, juustoa ja makkaraa. Lisäksi voileivän päälle on vielä tomaattia tai kurkkua. Kuinka monta erilaista voileipää hän voisi tehdä, jos jokaisessa voileivässä olisi aina yhtä lajia leipää, leikkelettä ja vihannesta?

Ratkaisu:

Vastaus: ______________________

	☺	😐	☹
1. Uskon, että ratkaisin tehtävän			
2. Tehtävä oli helppo			
3. Tehtävä oli mielenkiintoinen			

4. Tehtävän tekemisen jälkeen minusta tuntui *mukavalta* *iloiselta* *innostuneelta*
ei miltään *turhautuneelta* *vihaiselta* *kyllästyneeltä*

Vapaa kommentti tehtävästä: ____

Haastattelurunko

Kuva itsestä matematiikan oppijana

- Tavoitteet ja motiivit, käsitys matematiikan käyttökelpoisuudesta (tärkeys, käyttötarkoituksia)

  1) Haluaisitko opiskella matematiikkaa, jos sitä ei olisi pakko opiskella? (Miksi, miksi ei?)

  2) Mihin tarvitset matematiikkaa nyt, tulevaisuudessa? Mihin olet aikaisemmin tarvinnut?

  3) Luuletko, että McDonaldsilla on matemaatikkoa töissä? Jos on, mitä hän tekisi siellä?

- tunteet matematiikkaa kohtaan (matematiikka, oppiminen, opetus)

  4) Miltä sinusta tuntuu, jos lasket tehtäviä, jotka saat nopeasti ratkaistua? / Tehtäviä, joiden ratkaiseminen on vaikeaa?

  5) Miltä sinusta tuntuu yleensä ennen matematiikan tunnin alkua?
  6) Miltä sinusta tuntuu matematiikan tunnilla?

- Asenteet

  7) Pidätkö matematiikasta? (Miksi / miksi ei?)

  8) Mitkä ovat kolme lempiainettasi / kolme ikävintä kouluainetta?

  9) Onko matematiikka mielestäsi vaikeaa?

- arvio omista kyvyistä matematiikan opiskelussa
  - arvio matematiikassa yleensä

    10) Oletko mielestäsi hyvä matematiikassa? (Mistä päättelet näin?)

  - heikot ja vahvat osa-alueet

    11) Missä matematiikan alueessa olet ollut normaalia parempi?

    12) Onko jokin matematiikan osa-alue, joka on ollut sinulle hankalampi?

  - onnistumisen / epäonnistumisen syyt

    13) Jos matematiikan koe menee sinulla hyvin, mistä se johtuisi?
    14) Jos matematiikan koe menee sinulla huonosti, mistä se johtuisi?

Kuva matematiikasta ja sen oppimisesta ja opettamisesta

- käsitykset siitä, mitä ja minkälaista matematiikka on

  15) Jos pelaisit Aliasta, miten kuvaisi sanaa matematiikka?

- käsitys siitä, miten matematiikkaa opitaan

16) Onko mahdollista saada oikea vastaus matematiikassa ymmärtämättä kysymystä

17) Mistä tiedät, että olet saanut oikean vastauksen?
18) Kuvaile jotain oppilasta luokallasi, joka on hyvä matematiikassa.

19) Täytyykö kirjasta laskea kaikki tehtävät, jotta koe menee hyvin?

- käsitys siitä, miten matematiikkaa opetetaan
  20) Millainen on tavallinen matematiikan tunti? Voiko matematiikkaa oppia muulla tavalla? Miten?

  21) Millainen on mukava matematiikan tunti?

- oppilaan ja opettajan roolit
  22) Mikä on opettajan tehtävä matematiikan tunnilla?

  23) Voiko matematiikkaa oppia ilman opettajaa? (miksi / miksi ei?)

Kuva matematiikan sosiaalisesta aspektista

- Ympäristön suhtautuminen matematiikkaan
  24) Millaisia neuvoja olet saanut vanhemmiltasi tai sisaruksiltasi matematiikan opiskeluun?

  25) Onko matematiikka ystävistäsi mukavaa?

  - saatko/kysytkö kotona apua matematiikan tehtävissä.

  - osaako miehet paremmin matematiikkaa kuin naiset? Miksi?

- Matematiikan opiskelu ryhmässä
  26) Opiskeletko matematiikka mieluimmin yksin vai yhdessä jonkun kanssa? Miksi? Jos kyllä, kenen kanssa?

Nimi:_____________ Tavoitetaito: _______________ PVM:________________

	Usein	Joskus	Ei lainkaan
Esitin omia ideoita			
Kysyin muilta tietoja ja heidän mielipiteitään			
Pyysin apua tarvittaessa			
Autoin ryhmäni muita jäseniä			
Autoin ryhmää opiskelemaan yhdessä			
Otin kaikki ryhmän jäsenet huomioon työtä tehtäessä			
Kannustin toisia osallistumaan			
Tunsin oloni onnelliseksi ryhmässäni			
Onnistuin tavoitetaidossa			

Missä asioissa olit hyvä?

____

____

Jos sinulla on jotain muuta sanottavaa ryhmästä, tunneista, tehtävistä, opetuksesta tai jostain muusta mieltä painavasta asiasta, voit kirjoittaa siitä tähän alle:

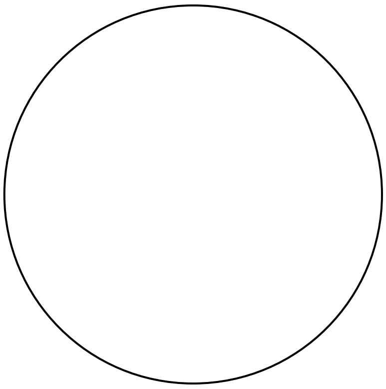
____

____

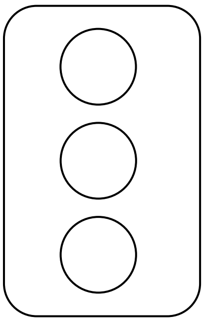
____

TÄHTITAIKUREIDEN ARVIOINTI

1) Jakakaa ympyrä osallistumisenne mukaan osiin, joissa kukin osa vastaa yhtä ryhmän jäsentä. Kirjoita osan viereen jäsenen nimi.



2) Värittäkää liikennevaloista se väri, joka kuvastaa ryhmänne toimintaa.



(Punainen: työskentely ei sujunut, Keltainen: työskentely sujui välillä, Vihreä: työskentely sujui erittäin hyvin)

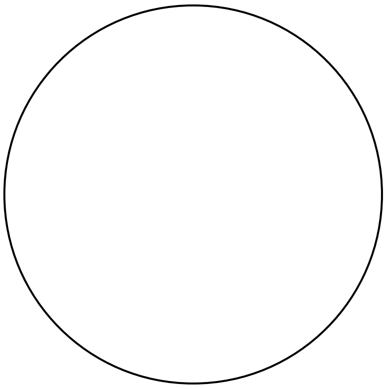
3) Mikä on edistänyt työskentelyänne ryhmässä?

4) Mitkä asiat ovat hidastaneet työskentelyänne ryhmässä?

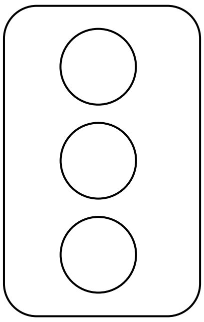
5) Miten teidän pitäisi muuttaa toimintaanne, jotta pystyisitte toimimaan yhdessä vielä paremmin?

TÄHTITAIKUREIDEN ARVIOINTI

1) Jakakaa ympyrä osallistumisenne mukaan osiin, joissa kukin osa vastaa yhtä ryhmän jäsentä. Kirjoita osan viereen jäsenen nimi.



2) Värittäkää liikennevaloista se väri, joka kuvastaa ryhmänne toimintaa.



(Punainen: työskentely ei sujunut, Keltainen: työskentely sujui välillä, Vihreä: työskentely sujui erittäin hyvin)

3) Mikä oli mukavinta ja ikävintä tällä tunnilla?

4) Miten ryhmänne toiminta on kehittynyt tähän alusta päivään saakka?

5) Mikä on ollut parasta teidän ryhmänne toiminnassa?

Nimi:_______________________________

Mitä ajattelet matematiikasta?

Seuraavat väittämät ja kysymykset koskevat ajatuksiasi matematiikasta **matemaagikkotunneilla.**

OHJE: Lue seuraavat väittämät ja rastita jokaisen kohdalla se hymynaama, joka parhaiten vastaa omaa käsitystäsi itsestäsi. Rastita hymiö ☺, mikäli väittämä kuvaa varsin hyvin nykyistä tilannettasi, toimiasi ja tunteitasi. Rastita hymiö ☹, mikäli väittämä EI kuvaa varsin hyvin nykyistä tilannettasi, toimiasi ja tunteitasi. Rastita hymiö 😐, mikäli väittämä kuvaa HARVOIN tai JOSKUS nykyistä tilannettasi, toimiasi ja tunteitasi.

☺ Väittämä pitää paikkaansa aina.
😐 Väittämä pitää paikkaansa joskus.
☹ Väittämä ei pidä koskaan paikkaansa.

	☺	😐	☹
1. Haluaisin tulevaisuudessa opiskella matematiikkaa ryhmissä.			
2. Tarinat sopivat matematiikan tunneille.			
3. Tulin toimeen ryhmän jäsenten kanssa.			
4. Olen tyytyväinen itseeni matematiikan osaamisen suhteen.			
5. Minua jännitti tehtävien tekeminen ryhmässä.			
6. Osallistuin ryhmäni työskentelyyn.			
7. Pidin matemaagiikkotuntien tehtävistä.			
8.Muut aineet kiinnostavat minua enemmän kuin matematiikka.			
9. Osasin laskea tehtävät useimmiten itse.			
10. Halusin kertoa ratkaisuehdotukseni.			
11. Ryhmämme toimi hyvin.			
12. Kysyin usein opettajalta neuvoa.			

13.Matemaagikkotunnit olivat pitkäveteisiä.			
14. Matemaagikkotuntien tehtävät olivat vaikeita.			
15. Ryhmässä työskentely oli mukavaa.			
16. Epäonnistumiset matematiikan tehtävissä eivät lannistaneet minua.			
17. Koin onnistumisia matemaagikkotunneilla.			
18. Minun matemaattisia taitojani tarvittiin ryhmässä.			
19. Olin tyytyväinen ryhmäni työskentelyyn.			
20. Ymmärsin matemaagikkotunneilla, mihin opetettavat asiat liittyvät.			
21. Ryhmäni auttoi minua oppimaan.			
22. Tunsin olevani hyvä matematiikassa matemaagikkotunneilla.			
23.Matematiikka on tylsää.			
24. Matemaagikkotuntien tehtävät olivat liian helppoja.			
25.Koin onnistumisia matemaagikkotunneilla.			
26. Tarinaa oli mukava kuunnella.			
27.Matemaagikkotunnit olivat ahdistavia.			
28.Osasin tehtäviä paremmin kuin tavallisilla matematiikan tunneilla.			
29. Tarina oli mielestäni mielenkiintoinen.			
30. Olisin työskennellyt mieluimmin yksin kuin ryhmässä.			
31.Odotin matemaagikkotunteja innolla.			
32.Matemaagikkotunnit olivat innostavia ja kiinnostavia.			
33. Tarinan henkilöt olivat mielenkiintoisia.			
34.Minun oli vaikea keskittyä matemaagikkotunneilla.			
35. Ryhmäni vaikeutti oppimistani.			

36.Minun oli vaikea ymmärtää matematiikan opetusta.			
37. Haluaisin lisää matemaagikkotunteja.			
38. Sisarukseni pitävät matematiikkaa tärkeänä.			
39. En kehtaa tai uskalla aina kysyä neuvoa opettajalta tai luokkatovereilta.			
40. Matematiikan tunnit ovat useimmiten mukavia.			
41. Vanhempani ovat hyviä matematiikassa.			
42. Opin uusia matematiikan taitoja.			
43. Minun on vaikea keskittyä ja istua hiljaa.			
44. Sisarukseni (jos niitä on) ovat hyviä matematiikassa.			
45. Vanhempani pitävät matematiikkaa tärkeänä.			
46. Osallistuin matemaagikkotunneilla tehtävien tekemiseen.			
47. Matematiikan tunnit pelottavat.			
48. Matemaagikkotunnit olivat tylsiä.			

Matemaagikkotunnit

OHJE: Ympyröi alla olevista sanoista ne sanat, jotka mielestäsi kuvaavat matematiikan tuntia.

pelottava oppikirja keskustelua innostava laskea mielenkiintoinen

helppo ongelma hiljaisuus epätoivo turhautuminen

suru tylsä yrittäminen vaikea viha ratkaiseminen

pitkäveteinen samanlainen jännittävä tutkiminen yksinäisyys

Miten koin opetuksen matemaagikkotunneilla?

OHJE: Vastaa seuraaviin kysymyksiin mahdollisimman kattavasti ja laajasti. Kirjoita kaikki mitä sinulle tulee mieleen. Tarvittaessa voit jatkaa sivun toiselle puolelle.

Mitä opit matemaagikotunneilla?

Miten matemaagikkotunnit erosivat tavallisista matematiikan tunneista?

Mikä oli parasta matemaagikkotunneilla? Miksi?

____

____

____

____

Mistä et pitänyt matemaagikkotunneilla? Miksi?

____

____

____

____

Lempihenkilöni tarinassa oli Veccul, Gandalf, Neiti X, Telepatiakissa, Hipsu (ympyröi valintasi). Miksi?

____

____

____

____

Tehtävät

OHJE: Ympyröi tehtävät joista pidit. Valitse ympyröimistäsi tehtävistä 3 parasta tehtävää ja kirjoita alla oleville viivoille, miksi tehtävä oli mielestäsi hyvä.

1. Minun mittani.
2. Lauseketehtävä, jossa laput laitettiin järjestykseen ja sitä kautta saatiin viesti, miten Gandalf vapauttaan.
3. Mietteliään vuoren kauppatehtävä.
4. Dominopala-tehtävä.
5. Lauseke-jäädytys leikki.
6. Lauskekkeen arvon mukaan suuruusjärjestykseen meneminen luokassa.
7. Tasapainovaakatehtävä syntymäpainoilla.
8. Tarinan ja siihen liittyvän tehtävän keksiminen.
9. Kirjainkalastus, jossa oikeaa vastausta vastasi kirjain.
10. Labyrintti-tehtävä.

11. Roisto-tehtävä.
12. Sauvojen tasapainotehtävä.
13. Litran astian täyttäminen vedellä.
14. Kirjainlausekekone.
15. Joenylitys.

Tehtävänumero: ____ Miksi pidit tehtävästä?

____

____

____

Tehtävänumero: ____ Miksi pidit tehtävästä?

____

____

____

Tehtävänumero: ____ Miksi pidit tehtävästä?

____

____

____

Kuvaile tunteitasi ennen matemaagikkotunteja, niiden aikana ja jälkeen?

____

____

____

RYHMÄHAASTATTELU OPETUSJAKSON JÄLKEEN

1) Mitä ajatuksia oppilaille on jäänyt matemaagikkotunneista?

- miltä tuntui, kun tehtävät olivat osa tarinaa ja tarina eteni tehtävien tekemisen mukaan?

2) Millaista oli työskennellä ryhmässä?

- mikä tuntui mukavalta? miksi? (konkreettinen kokemus)

- mikä oli ikävää? miksi?

3) Olisitteko opiskelleet mieluimmin yksin?

4) Saitteko apua matematiikassa ryhmältänne? Miltä se tuntui?

5) Millainen teidän matemaagikkoryhmä oli? Kuvaile. (TAI kolme adjektiivia, jotka kuvaavat ryhmäänne

Hei 4a –luokkalaiset!

Täällä Aarniometsässä keskellä me vietämme leppoisaa elämää matemaagikkoina. Maatessani riippumatossani aina muistelen teitä ilolla, ja välillä kyllä katselen myös teidän kuulumisianne taikaliuskekiven avulla. Olimme aika urhoollisia Mietteliään vuoren seikkailuissa. Ilman teitä emme olisi selvinneet Mietteliään vuoren arvoituksista ja päässeet takaisin rakkaisiin koteihimme. Tai oikeastaan minulla on uusi koti. Se on yhteinen Neiti X:n kanssa. Olen niin onnellinen siitä! Mutta joka tapauksessa, Mietteliään vuoren seikkailuista selviytymisestä kiitos ja kunnia siitä oikeastaan kuuluu teille! Mutta tiedättekös, minulla on täällä Aarniometsässä ystävä nimeltä Hapsuli Epäluulo, joka on aina epäluuloinen kaikesta. Hän ei usko seikkailuihimme Mietteliäällä vuorella, eikä siihen, että te olette olleet apunamme.

Me täällä Aarniometsässä monesti mietimme yhdessä, että kuinka te olette kokeneet seikkailumme. Odotamme kovasti kirjettä teiltä meille! Saat ihan itse valita kenelle, odotamme täällä teidän kirjeitänne!

Ja niin. Kun kirjeenne saapuvat perille, me näytämme ystävällemme Hapsuli Epäluulolle kirjeenne. Siinähän näkee, että teistä jokainen oli kanssamme seikkailemassa!

Terveisin Vecculi, Gandalf, Neiti X, Telepatiakissa ja Hipsu

Matemaagikkojen seikkailu

Oppilaille luetaan kirje Vecculilta ennen opetusjakson alkua (Liite 11), minkä jälkeen oppilaat jaetaan kolmen hengen ryhmiin. Jokaisella kerralla jokaisella oppilaalla on oma rooli: johtaja, kirjuri tai huolehtija. Rooli vaihtuu jokaisella kerralla. Oppilaille on hyvä monistaa roolikortit, joista selviää jokaisen tehtävä (Liite 12).

Ennen opetusjakson alkua oppilaille jaetaan ”matemaagikkovihot”, joihin jokainen täyttää omien mittojensa monisteet (Liite 13). Oppilaille jaetaan myös kehykset, joihin he piirtävät tarinan henkilöitä sitä mukaan, kun henkilöt tulevat mukaan tarinaan (Liite 14).

1. päivä

Kaukana täältä meiltä suuressa Aarniometsässä elää maahinen nimeltään Vecculi Multimieli. Maahiset ovat erittäin taitavia piiloutumaan ihmisiltä, ettekä tekään ehkä tiedä paljon maahisista. Mutta älkää luulko, että niitä ei olisi olemassa. Kyllä niitä on! Ne elelevät pääsääntöisesti maan alla, jonne ne ovat tehneet omia kaupunkeja ja kyliä. Jos näkisit oikean maahisen, voisit melkeinpä pitää sitä ihmisenä, koska maahiset näyttävät hyvin samoilta kuin me kaikki täällä luokassa. Maahiset voi kuitenkin tunnistaa siitä, että ne ovat ihmisiä lyhyempiä. Tosin maahisilla on taikavoimia, joita meillä ihmisillä ei ole, joten ne pystyvät silmänräpäyksessä muuttamaan ulkonäköään.

Vecculi Multimieli on siis maahinen. Maahisen nimi kertoo aina jotain maahisen luonteesta, ja Vecculi Multimieli on saanut nimensä lapsena. Voin luvata hänen olleen nimensä veroinen. Vecculi Multimielellä oli lapsena tapana joutua seikkailuihin. Tai ei hän oikeastaan joutunut seikkailuihin, vaan hankkiutui niihin tarkoituksella keksimällä mitä kummallisimpia temppuja. Siitä hän on nimensä saanutkin, sillä koko kylä piti häntä melkoisena vekkulina. Seikkailuissa ei kuitenkaan ole mitään hauskaa, jos niihin joutuu yksin. Sen takia Vecculin seikkailuissa oli lähes aina mukana Gandalf. Gandalf on Vecculin ystävä, joka ei ole maahinen, mutta hänelläkin on taikavoimia, joiden takia häntä kutsutaan velhoksi. He ovat hyvin erilaisia luonteeltaan. Vecculi on vilkas ja aina valmiina seikkaluihin. Gandalf on taas rauhallisempi ja ajattelee aina ennen kuin toimii. Gandalfin ja Vecculin ystävyys on kestänyt näihin päiviin saakka.

Jos näkisit Vecculi Multimielen nyt, olisit varmasti ihmeissäsi. Hänen vaatteensa ovat hullunkuriset. Sukat ovat eriväriset ja vaatteet sammalenvihreät ja täynnä erivärisiä paikkalappuja, joilla on korjattu reikiä. Päässään hänellä on punainen hiippapipo, joka näyttää pitkältä tonttulakilta. Hänen ilmeensä on usein arvoituksellinen eikä kukaan pysty arvaamaan, mitä hän milloinkin mahtaa ajatella. Gandalf puolestaan näyttää vanhalta mieheltä. Jotkut sanovat, että hän on monta tuhatta vuotta vanha, mutta kukaan ei ole asiasta aivan varma. Gandalf on noin kaksi metriä pitkä, hänellä on pitkä valkoinen parta, harmaat silmät ja hän pitää vanhoja, lököttäviä ja harmaantuneita vaatteita ja velhojen viittaa. Vecculi Multimieli ja Gandalf pystyvät molemmat taikomaan itsensä mihin tahansa hahmoon. Kun katsot taivaalle ja luulet näkeväsi lentävän talitintin, se voikin olla Vecculi lentoretkellä. Tai kun näet maassa mönkivän koppakuoriaisen, älä vain astu sen päälle: siinä voi olla Gandalf jaloittelemassa. Seikkaluissaan heille on suurta hupia muuttaa muotoaan.

Vecculi Multimielellä ja Gandalfilla on myös hyvä ystävä, Neiti X. Sinusta Neiti X voi vaikuttaa hieman hassulta, koska hän kulkee aina X:n mallisena, kädet ja jalat suorina. Muuten hän näyttää aivan tavalliselta tytöltä, joka voisi asua vaikka teistä jonkun naapurissa. Hänellä on kauniit punaiset hiukset ja hän pukeutuu aina mustiin vaatteisiin. Neiti X:llä on ominaisuus, joka on erittäin kummallinen. Neiti X pystyy muuttumaan miksi tahansa luvuksi. Kuulostaa ehkä hassulta. Miksi joku haluaisi muuttua kolmoseksi? Mutta Vecculi ja Gandalf ovat huomanneet, että tästä ominaisuudesta on paljon hyötyä. Usein Neiti X onkin heidän mukanaan eri seikkailuissa ja auttaa heitä tarvittaessa. Tulet huomaamaan itsekin, että välillä Neiti X:n apua tarvitaan kipeästi.

Eräänä päivänä Vecculi Multimieli on loikoilemassa riippumatossa lähellä kotoaan suuressa vanhassa tammessa. Yhtäkkiä Vecculi kuulee päässään suuren BOOM-äänen. Se on niin kova ääni, että hän putoaa riippumatostaan ja muksahtaa maahan. Samalla Vecculin pään ympärillä alkaa räiskyä suuria punaisia ja sinisiä ilotulituksia. Nyt Vecculi tietää, mitä tapahtuu. Tällä tapaa Gandalf lähettää hänelle viestin, kun hän on pulassa. Yhtäkkiä ilotulitukset muodostavat suuret, punaiset kirjaimet, joissa lukee: ”Apua olen ansassa Mietteliäällä vuorella. Tule…” Sitten ilotulitukset ja viesti katoavat äkkiä.

Vecculi on kuullut Mietteliäästä vuoresta. Sinne velhot ja noidat menevät välillä testaamaan taikavoimiaan. Vuori on elävä ja täynnä taikuutta. Se esittää ongelmia ja arvoituksia vierailijoille. Moni velho ja noita on kadonnut iäksi astuttuaan Mietteliäälle vuorelle. Vecculiei ole koskaan ollut siellä, mutta Gandalf täytyy pelastaa! Vecculi päättää pyytää mukaan Neiti X:n, koska Vecculi on hieman ihastunut Neiti X:ään. Hän ei ikimaailmassa kertoisi siitä kenellekään, mutta haluaa pyytää Neiti X:n mukaan, jotta saisi viettää aikaa tämän kanssa.

Vecculi kaivautuu tunnelia pitkin taloonsa ja huoneeseen, jossa on hänen taikatarvikkeensa. Hän kaivaa kristallipallonsa, jotta hän näkee, mitä Gandalfille tapahtuu, laittaa pallon pöydälle ja mumisee taikasanoja kristallipallolle ja taputtaa kolme kertaa.Vecculi mumisee kristallipallolle *(opettaja näyttää taikataputusmerkin oppilaille*) *[taputus] ”Grambel, grumbel, groumble Gandalf.”*

[taputus] Taikasanat ja taputus saavat kristallipallon näyttämään, mitä Gandalfille tapahtuu. Se näyttää hänen muuttunen kiviseksi patsaaksi tumman luolan sisällä. Yhtäkkiä kuva kristallipallossa katoaa. Se tarkoittaa, että joku, tai jokin – luultavasti Mietteliäs vuori – on sammuttanut kristallipallon taian.

Vecculi on erittäin huolestunut. Koska Gandalf on muuttunut kivipatsaaksi, hän on suuremmassa pulassa kuin Vecculi aavisti. Vecculi pakkaa nopeasti joitakin taikakaluja pieneen reppuunsa ja juoksee ulos talostaan. Hän valmistautuu lausumaan loitsun *(opettaja näyttää taikataputusmerkin). [taputus] ”Tiba, diba, riba.” [taputus]*

Tämä muuttaa hänet suureksi haukaksi, joka on yksi maailman nopeimmin lentävistä linnuista ja voi lentää jopa 80 km/h. Vecculi hyppää ilmaan ja lähtee lentämään kohti Neiti X:n taloa.

Neiti X asuu pienessä punaisessa mökissä keskellä sankkaa metsää. Vecculi lentää Neiti X:n ovelle ja muuttaa muotonsa jälleen normaaliksi. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin) [taputus] ”Tiba, diba, riba.” [taputus]*

Hän kolkuttaa Neiti X:n oveen. KOP KOP KOP. Neiti X tulee avaamaan oven. Hän seisoo ovensuussa X:n mallisena kädet ja jalat suorina. Jotkut pilkkaavat Neiti X:ää, koska hän liikkuu aina X:n mallisena, mutta Vecculia se ei haittaa. Päinvastoin, Vecculin mielestä Neiti X on luotettava ja hauska ystävä ja kaiken lisäksi vielä kaunis. Neiti X:n kyky muuttua miksi tahansa luvuksi on Vecculin mielestä salaperäistä ja kiehtovaa.

Vecculi selittää Neiti X:lle, mitä Gandalfille on tapahtunut, ja Neiti X lupaa lähteä heti mukaan Mietteliäälle vuorelle pelastamaan Gandalfia. Koska Neiti X ei osaa muuttaa itseään linnuksi, Vecculi muuttaa heidät molemmat haukoiksi taikomalla. *(Opettaja näyttää oppilaille taikataputusmerkin.) [taputus] ”Tiba, diba, riba.” [taputus]*

Yhdessä he lähtevät lentämään kohti Mietteliästä vuorta. He lentävät vuorelle viisi tuntia. Matkan aikana Vecculi miettii, mitä hän tietää Mietteliäästä vuoresta. Ainakin Vecculi tietää, että vuori kysyy arvoituksen, jonka ratkaisemalla saa selville taikasanan, joka avaa sisäänkäynnin vuoren uumeniin. Jos taikasanaa ei osaa ratkaista, he eivät pääse vuorelle pelastamaan Gandalfia.

Kun Vecculi ja Neiti X saapuvat vuorelle, Vecculi muuttaa heidät takaisin oikeaan muotoon. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.)[taputus] ”Tiba, diba, riba.” [taputus]*

Molemmat ovat jälleen itsensä näköisiä, ja he astelevat vuoren eteen. Kuuluu kova murtumisen ääni ja vuori tärisee. Vuoren seinään ilmestyy ovi. Oven yläpuolella lukee pienin kirjaimin: ”Älä astu sisään, jollet osaa ratkaista tehtävääni. Väärä vastaus muuttaa sinut kiveksi.” Vecculi ja Neiti X astuvat yhtä aikaa ovesta sisään, jolloin he tulevat säkkipimeään luolaan. Vecculi taikoo heidän yläpuolelleen hohtavan valopallon. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taputus] ”Viive viime valo.” [taputus]*

Samassa ovi katoaa heidän jälkeensä ja ilmaan ilmestyy hohtava kirjoitus. ”Tervetuloa Mietteliäälle vuorelle. Teillä on kymmenen minuuttia aikaa ratkaista kaksi tehtävää. Jos ette onnistu, teidät muutetaan kiveksi.” Tämän jälkeen Vecculin ja Neiti X:n eteen ilmestyy kasa palikoita, jotka kysyvät: ”Mitä me olemme ja mitä meillä tehdään?”

Opettaja näyttää oppilaille värisauvoja dokumenttikameran avulla.

”Mitä ihmeen palikoita nämä ovat?” Vecculi ja Neiti X miettivät. He miettivät ja miettivät, mutteivät keksi mitään.

Tehtävästä suoriutuminen edellyttää, että oppilaat ovat jo aikaisemmin tutustuneet värisauvoihin. Opettaja kertoo oppilaille, että Vecculi tarvitsee oppilaiden apua selvittääkseen, mitä palikat ovat (värisauvoja). Oppilaat saavat vapaasti tutustua värisauvoihin.

Vecculille ja Neiti X:lle ei tule yhtään ajatusta mieleen, ja Vecculi ottaa esille taikaliuskekivensä. Taikaliuskekivi vastaa kaikkiin Vecculin esittämiin kysymyksiin. Se on vähän niin kuin maaginen tietosanakirja. Vecculi piirtää taikaliuskekiveen merkit ja valmistautuu taikaan. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus] ”Sedle, sedlie, see, whatarethee?” [taikataputus]*

Vecculi ja Neiti X katsovat liuskekiveä ja odottavat vastausta.

Opettaja pyytää oppilaita lähettämään telepaattisesti vastauksia Vecculille ja Neiti X:lle, jotta oppilaat tulisivat osallisiksi tarinaa ja auttaisivat tarinan eteenpäin viemisessä. Opettaja näyttää taikataputusmerkin ja sitten oppilaat taputtavat. Tämän jälkeen he lähettävät telepaattisesti vastauksensa taikaliuskekivelle naputtamalla sormia kevyesti päähän ja pitäen silmiänsä kiinni. Sen jälkeen taputetaan taas kolme kertaa, jotta taika viedään perille asti.

Taikaliuskekivi ottaa meidän ajatuksemme vastaan ja sitten se vastaa narisevalla äänellä: ”Me olemme värisauvoja. Meitä voit käyttää erilaisissa Mietteliään vuoren laskutehtävissä apuna.” Sitten ilmaan piirtyy varsinainen tehtävä: ”Selvitä taikasana järjestämällä värisauvat pituusjärjestykseen. Kutakin värisauvaa vastaa yksi kirjain. Järjestä kirjaimet sauvojen avulla. Käytössäsi on 11 värisauvaa ja kirjaimet: X M E N T A O U.

Opettaja jakaa tehtävän oppilaille (Liite 15). Tehtävässä oppilaiden tulee järjestää sauvat pituusjärjestykseen selvittääkseen sanan. Sanaksi tulee TUNTEMATON X.

Vecculi ja Neiti X lajittelevat sauvat ja kirjaimet luolan lattialle järjestykseen ja selvittävät, mikä taikasana päästää heidät eteenpäin. Molempia hermostuttaa, koska jos sana on väärä, he muuttuvat kivisiksi patsaiksi, eikä kukaan olisi tulossa heitä auttamaan. Kun he ovat valmiita, Vecculi ja Neiti X katsovat toisiaan ja nyökkäävät. He ovat yhtä mieltä taikasanasta ja sauvojen järjestyksestä. Tämän jälkeen Vecculi valmistautuu lausumaan taikasanan, joka päästää heidät sisälle. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taputus] ”TUNTEMATON X” [taputus]*

Vuori alkaa täristä, ja Neiti X ja Vecculi pelkäävät, että he muuttuvat kivipatsaiksi ja joutuvat olemaan koko elämänsä Mietteliään vuoren sisällä vankina. Yhtäkkiä tärinä lakkaa ja tulee täysin hiljaista. Ilmaan piirtyy sana ”Tervetuloa”, ja soihturivi syttyy palamaan johdattaen Vecculin ja Neiti X:n syvemmälle luolaan. Enää he eivät voi kääntyä takaisin. Heidän on löydettävä Gandalf, pelastettava hänet ja selvittävä vielä turvallisesti takaisin kotiin. Ennen varsinaista seikkailua he intoutuvat leikkimään ja testailemaan värisauvoja, jotta osaavat varmasti käyttää sauvoja apunaan Mietteliään vuoren arvoituksissa.

Opettaja jakaa oppilaille sauvojen tutustumistehtävän (Liite 16 ja 17). Kotitehtävänä on opetella sauvojen pituudet ulkoa.

2. päivä

Vecculi ja Neiti X lähtevät varoen kävelemään pitkin soihduin valaisemaa luolaa. Syvemmällä luolassa he huomaavat, että luolasta lähtee useita tunneleita poispäin. Luola ei kuitenkaan ole mikä tahansa luola. Sen yksi seinä, joka näyttää olevan tehty kiillotetusta marmorista, on päällystetty kauniilla kuvalla kukkaispuutarhasta. Puutarha on koristeltu kullanpaloilla, timanteilla, rubiineilla, safiireilla ja smaragdeilla, jotka kaikki näyttävät kasvavan ulos seinästä. Vecculi ja Neiti X eivät ole uskoa silmiään useiden hopeisten perhosten lentäessä seinän halki.

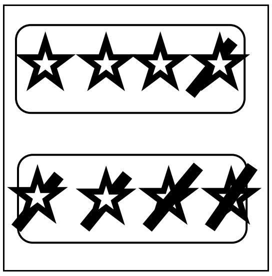
Mutta Vecculi ja Neiti X eivät tulleet Mietteliäälle vuorelle ihailemaan kauniita kiviä vaan etsimään ystäväänsä Gandalfia. He katsovat monia tunneleita, jotka johtavat ulos pääluolasta. Neiti X miettii: ”Mitähän tunnelia pitkin Gandalf on mennyt eteenpäin?” Vecculi ottaa leijonannahasta tehdystä pussukasta esiin taikakompassinsa, joka on kuin verijälkiä jäljittävä koira. Kompassin neula pyörii ympäri, kunnes se löytää hajun Gandalfin jalanjäljistä. Sitten neula osoittaa Gandalfin kulkemaan suuntaan. Vecculi ja Neiti X seuraavat taikakompassia ja lähtevät sen osoittamaan tunneliin. He kävelevät tunnelia eteenpäin tunnin verran, kunnes se haarautuu. Vecculi katsoo taikakompassia, mutta kompassi näyttää, että Gandalf olisi kävellyt seinän läpi risteyksen kohdalta. Vecculi ja Neiti X katsovat risteyksen kohdalta seinää. Seinässä on jokin kuva, joka ei selvästi näy, koska on pölyn peitossa. Vecculi puhaltaa kuvaa, jotta suurimmat pölyt pyyhkiytyvät pois. Kuvassa näyttäisi olevan jokin eläin. Hän pyyhkii kuvaa kädellään, ja yhtäkkiä ilmaan ilmestyy väriloistetta säteilevä pallo. Vecculi ja Neiti X kävelevät useamman askeleen taaksepäin ja ottavat toisistaan kiinni, sillä heitä hieman jännittää. Säteilevä pallo alkaa loistaa vain neonvihreää valoa ja muuttuu lopulta kissaksi. Kissa venyttelee raajojansa ja sanoo: ”Miau. Olen vuosia toljottanut seinässä, vihdoinkin pääsen liikkumaan. Minä olen Telepatiakissa, Mietteliään vuoren viisain kissa. Olen katsokaas vuoren ainoa kissa.” Vecculi kysyy: ”Kuinka sinä olet siihen joutunut?” Telepatiakissa vastaa: ”Se onkin pitkä tarina se. Vuosia sitten vielä vaeltelin pitkin poikin täällä Mietteliäällä vuorella, mutta eräänä päivänä…” Vecculi keskeyttää Telepatiakissan puheen: ”Meillä ei ole aikaa jäädä kuuntelemaan. Ystävämme Gandalf on tämän Mietteliään vuoren vankina, ja meidän täytyy pelastaa hänet. Taikakompassini näytti, että Gandalf olisi kulkenut tästä seinän läpi. Osaatko sinä auttaa?” Telepatiakissa virnistää tyytyväisen näköisenä ja sanoo: ”Tunnenhan tämän vuoren kuin omat karvani. Voin auttaa, jos te ratkaisette esittämäni arvoituksen. Teidän täytyy tietää, mitä lukua minä ajattelen. Miiauuu. Sen saat tekemällä tietyt operaatiot yksinumeroiselle luvulle. Ajattele siis jotakin yksinumeroista lukua ja kerro se kahdella. Lisää tulokseen kahdeksan ja jaa tämä tulos kahdella. Vähennä tästä saadusta tuloksesta ensimmäisenä ajattelemasi luku. Sitten tiedät, mitä lukua minä ajattelen. Miauuu. Mikäli ratkaisette arvoitukseni, kerron, kuinka teidän tulee jatkaa tästä eteenpäin, muutoin muututte tuohon seinään kuviksi kanssani!” Vecculi ja Neiti X alkavat pohtia tehtävää. Neiti X pohtii ominaisuuttaan. (*Opettaja kysyy oppilailta, mikä Neiti X:n ominaisuus oli.)* Neiti X hieman innostuu ja rupeaa hyppimään tasajalkaa, sillä hänhän voisi olla Telepatiakissan arvuuttama luku tuon eriskummallisen ominaisuutensa ansiosta. Vecculi sanoo Neiti X:lle: ”Neiti X, uskon kyllä, että kissa tahtoo tietyn luvun. Emme me voi nyt sinua ikävä kyllä käyttää.” Neiti X:ää harmittaa kovasti, että ei itse sitä hoksannut, mutta ryhtyy Vecculin kanssa pohtimaan Telepatiakissan arvoitusta.

Opettaja kertoo oppilaille, että he voisivat auttaa Vecculia ja Neiti X:ää. Oppilaille annetaan Telepatiakissan telepatiatehtävä (Liite 18) ja aikaa ratkaista tehtävä. Kun oppilaat ovat ratkaisseet tehtävän, ratkaisu lähetetään telepaattisesti taikataputusten saattelemana Vecculille ja Neiti X:lle.

(Opettaja näyttää taikataputusmerkin oppilaille.) *[taikataputus] Oppilaat lähettävät ratkaisun telepaattisesti naputtamalla sormia kevyesti päähän ja pitäen silmiänsä kiinni. [taikataputus]*

Taikaliuskekivi ottaa jälleen teidän vastauksenne vastaan ja vastaa narisevalla äänellä: ” Luku 4 ”. Telepatiakissa sanoo: ”Miauuuuu. Olette arvanneet ajattelemani luvun oikein. Tienne on pian selvillä.” Tunnelin kaikki suut ja seinä, jossa kissan kuva on, verhoutuvat savun peittoon ja koko Mietteliäs vuori alkaa taas täristä. Telepatiakissa siirtyy kauemmaksi, Vecculi ja Neiti X seuraavat perässä. Kaksi tunnelia sulautuvat yhdeksi tunneliksi, joka kulkee suoraan. Telepatiakissa sanoo: ”Miauuu. Voin lähteä mukaanne. Tiedän paljon Mietteliäästä vuoresta, olenhan asunut täällä satoja vuosia.” Vecculi ja Neiti X katsovat toisiaan ja sanovat yhteen ääneen: ”Sehän sopii, mennään!” Kaikki kolme kiiruhtavat eteenpäin hämärään tunneliin. Tunnelin seinillä on valolyhtyjä, joissa palaa himmeä liekki. Vecculi ja Neiti X näkevät vain muutaman metrin päähän eteensä. Yhtäkkiä valot häviävät, ilma tuntuu paljon kylmemmältä, ja he huomaavat askeleidensa kaikuvan. Neiti X ottaa Vecculia kädestä kiinni ja sanoo hieman värisevällä äänellä: ”Vecculi… Emme ole enää tunnelissa, olemme selvästi jossakin suuremmassa luolassa.” Neiti X:n ääni kaikuu heidän ympärillään aavemaisesti. Heillä ei ole mitään tietoa siitä, missä he ovat eivätkä he näe eteensä. Ennekuin Telepatiakissa ehtii sanomaan mitään, yksi seinistä valaistuu. Vecculi ja Neiti X näkevät seinällä Gandalfin, joka on kivipatsaana. Jyrisevä ääni täyttää luolan: ”Olette tulleet testaamaan minua, Mietteliästä vuorta. Ratkaiskaa ongelmani, tai muutan teidät kiveksi tuohon ystävänne Gandalfin viereen. Jos selviätte asettamistani tehtävästä, vapautan Gandalfin. Ainoa vihjeenne ensimmäiseen tehtävään on, että lausekkeita muodostaen saatte selville arvoituksen.” Ilmasta alkaa sataa lappusia, jotka tippuvat Vecculin ja Neiti X:n jalkoihin. ”Mitä ihmettä me näillä teemme?” Neiti X kysyy lähes hysteerisenä. ”Minä voisin mahdollisesti hieman avittaa, jos apu kelpaa”, Telepatiakissa sanoo. ”Teidän täytyy laittaa laput järjestykseen. Olettekohan kuulleet lausekkeista? Lausekkeissa sinun täytyy ensin katsoa tarkkaan, mitä kuvassa/tehtävässä on. Sen jälkeen mieti, millaisen lausekkeen voisit siitä tehdä ja kirjoita lauseke. Muista ottaa kaikki tarvittavat luvut mukaan. Ennen lausekkeen sievennystä muista kirjoittaa ”on yhtä suuri kuin -merkki”. Sitten sievennät lausekkeen. Ne laskut ja luvut, jotka eivät vielä sievene, pysyvät ennallaan. Tee sievennys tarvittavan monta kertaa. Lopuksi kirjoita vastaus. Niin yksinkertaista se sitten on.” Vecculi kysyy hieman hämmentyneenä: ”Kertoisitko vielä kerran, kuinka se lausekkeenmuodostus menikään?” Telepatiakissa näyttää esimerkin.

(Opettaja näyttää esimerkin oppilaille dokumenttikameran avulla esittäen Telepaitakissaa.)



2·4-5	**= 8-5**	**= 3**

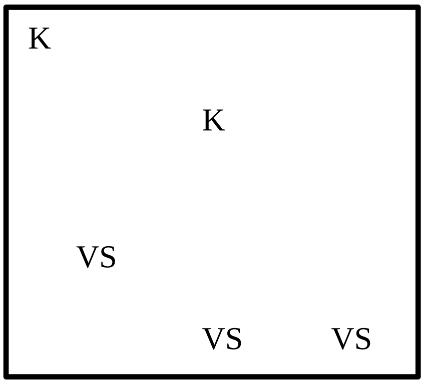
”Tämä tehtävä mittaa teidän taitojanne lausekkeen muodostuksessa. Laittakaa laput järjestykseen niin, että ensin tulee kuva, sitten kuvaa vastaava lauseke, kolmanneksi lauseke sievennettynä ja viimeiseksi vastaus. Aloittakaa siitä kuvasta, jossa on numero 1 yläreunassa ja laittakaa kuvat allekkain numerojärjestykseen. Kun laput ovat järjestyksessä, kääntäkää ne ympäri ja yllätytte. Tässä tehtävässä, ette pärjää yksin”, Telepatiakissa virnistää ja vinkkaa silmää.

Opettaja näyttää oppilaille vielä uudelleen, missä järjestyksessä laput pitää olla. Tehtävä Mietteliään vuoren lausekemysteeri (Liite 19) jaetaan ryhmittäin, niin että jokainen oppilas saa lappuja, jotka ryhmä yhdessä laittaa järjestykseen. Ryhmien tulee muodostaa kolme laskukokonaisuutta. ***<u>Kuvien yläreunassa on numero, jonka mukaan laskukokonaisuudet tulee asettaa allekkain.</u>*** *Kun ryhmät ovat saaneet laskukokonaisuudet muodostettua, kääntävät he laput säilyttämällä niiden paikan. Lappujen takaa paljastuu viesti. Kun kaikkien ryhmien viestit yhdistetään järjestyksessä (ryhmä 1, 2… 8) saavat oppilaat tulokseksi arvoituksen: GANDALFIA TE AUTATTE NÄIN: KERTOKAA NYT; MIKÄ LUKU EI IKINÄ MUUTU VAIKKA SITÄ KERTOO TAI JAKAA MILLÄ? (Vastaus 0.)*

3Vecculi ja Neiti X ovat saaneet laput järjestykseen, mutta arvoitus on vielä ratkaisematta. Nyt he tarvitsevat kipeästi apua. Vecculi kaivaa liuskekiven esille ja odottaa saavansa teiltä apua. *(Opettaja* *näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus] Oppilaat lähettävät ratkaisun telepaattisesti naputtamalla sormia kevyesti päähän ja pitäen silmiänsä kiinni. [taikataputus]*

Taikaliuskekivi kertoo jälleen vastauksen narisevalla äänellään: ”Vastaus on nolla. ”Vecculi ja Neiti X odottavat henkeä pidätellen, mitä tapahtuu. Mietteliäs vuori puhkeaa puhumaan: ”Olette oikeassa. Kuitenkaan tehtävä ei ole vielä ohi. Onnistuitte järjestämään lausekkeet, mutta en voi olla varma, että olette ”matemaagikkoja” lausekkeiden muodostuksessa. Teidän tulee muodostaa arvoituksestani lausekkeet antamillani numeroilla ja värisauvoilla. Jos tässä onnistutte, olen varma, että olette todella lauseenmuodostuksessa taidokkaita, ja vapautan Gandalfin.” Vecculi on varma, että he onnistuvat myös tällä kertaa, koska edellinen tehtävä meni niin hyvin. Arvoitus piirtyi luolan seinään.

Opettaja näyttää oppilaille kuvan arvoituksesta.



”Tuossahan on vain kirjaimia. Mitä ihmettä, me niille teemme?” Neiti X kysyy. ”Meidän pitäisi muodostaa lauseke, mutta… En ole varma, miten se menee”, Vecculi sanoo hämmentyneenä. ”Miau. Missä olisittekaan ilman minua? Autan teitä jälleen, jos lupaatte auttaa myöhemmin minua”, Telepatiakissa sanoo ja katsoo Vecculia ja Neiti X:ää. ”Tottakai me autamme sinua”, he sanovat kuin yhdestä suusta. ”Selvä. Muistakaa lupauksenne. Lausekkeen muodostus tässä tehtävässä on helppoa, jos muistaa pari sääntöä. Mitä teidän mielestänne nämä lyhenteet voisivat tarkoittaa?” (*Opettaja kysyy oppilailta, mitä siinä on. Vastaus: värisauvojen lyhenteitä.)* ”Tämän jälkeen otatte sauvat, joita tehtävässä tarvitaan.” (*Opettaja kysyy oppilailta, mitä sauvoja he tarvitsevat ja asettaa sauvat esille.)* ”Tämän jälkeen muodostatte lausekkeen. Muistakaa ottaa kaikki tarvittavat luvut tähän lausekkeeseen mukaan.” (*Opettaja kysyy, millainen lauseke tehtävästä saadaan.)* ”Tämän jälkeen lauseketta voi sieventää. Tiedättekö, mitä se tarkoittaa?” (*Opettaja kysyy oppilailta).* ”Nyt seuraa tärkeä kohta. Ennen sievennystä laittakaa yhtäsuuruusmerkki. Tämä tarkoittaa, että lausekkeet ovat yhtä suuret. Nyt merkin jälkeen voidaan kirjoittaa sievennetty muoto.” (*Opettaja kysyy oppilailta, mikä se on, ja kirjoittaa vastauksen.)* ”Nyt jäljelle jää enää vastaus, ja muistakaa, että ennen vastaustakin tulee aina yhtäsuuruusmerkki.” (*Opettaja kysyy oppilaita vastausta ja täydentää laskun.)* ”Ahaa!” sanovat Vecculi ja Neiti X. ”Nyt tiedätte, miten toimia. Teidän täytyy vain näyttää Mietteliäälle vuorelle, että osaatte”, Taikakissa virnistää.

Opettaja ohjeistaa, että oppilaiden on autettava Vecculia ja Neiti X:ää näyttämällä, että hekin osaavat muodostaa lausekkeen. Oppilaille jaetaan tehtävät Lausekkeen muodostus sauvojen avulla (Liite 20). Oppilaiden on tarkoitus muodostaa kuvasta sauvojen avulla lauseke ja sieventää se. Oppilaat ottavat esille tehtävässä annetut sauvat, muodostavat niiden avulla laskulausekkeen ja sieventävät sen. Vihkoon voi lisäksi piirtää tehtävässä tarvitut sauvat. Tehtävän avulla on mahdollista harjoitella myös sanallistamista. Vihkoon oppilaat saavat myös liimattavaksi Telepatiakissan ohjeet lausekkeen muodostuksesta (Liite 21).

Vecculi ja Neiti X ahertavat lauseketehtävien parissa, ja toivovat, että Mietteliäs vuori näkee heidän taitonsa. Yhtäkkiä tuulenvire pyyhkäisee läpi luolan, minkä seurauksena tehtävät lentävät Vecculin ja Neiti X:n käsistä. Mietteliään vuoren kumea ääni täyttää luolan: ”Näen, että olette taidokkaita. Lausekkeen muodostus on teillä hallussa, joten pidän lupaukseni ja vapautan Gandalfin, mutta muistakaa: uusia haasteita on vielä edessä.” Vecculi ja Neiti X puhkeavat hurraa-huutoihin ja halaavat toisiaan. Samassa Gandalfin kivipatsas alkaa murentua ja sen alta alkaa pilkottaa tutun näköinen hahmo. ”Gandalf!” Neiti X ja Vecculi huutavat niin lujaa kuin pystyvät. ”Mitä ihmettä on tapahtunut? Missä minä olen? Miksi te olette täällä? Mikä tuo kissa on?” Gandalf kyselee aivan hölmistyneenä. Vecculi ja Neiti X katsovat toisiaan ja nauravat helpottuneina. ”Se on erittäin pitkä juttu, mutta tule, lähdetään pois tästä luolasta. Me kerromme samalla, mitä on tapahtunut”, Vecculi sanoo. Niinpä he kaikki neljä, maahinen, velho, tyttö ja kissa, lähtevät kävelemään kohti luolan suuta. Se, mihin he ovat matkalla tai miten he pääsevät kotiin, on vielä mysteeri.

Telepatiakissa vilkaisee poistuessaan taaksensa. Muutama tehtävälappu lojuu vielä luolan nurkassa. ”Kai joku ’matemaagikko’ nuokin tehtävät osaisi ratkaista”, hän ajattelee ja tassuttelee pois luolasta.

Opettaja kysyy oppilailta, ottavatko he Telepatiakissan haasteen vastaan, ja jakaa oppilaille kotitehtäväksi lausekkeen muodostuksesta neljä kuvatehtävää (Liite 22). Oppilaiden on tarkoitus muodostaa kuvasta laskulauseke ja sieventää se. Jokaiselle oppilaalle jaetaan neljä tehtävää, jotka ovat samaa vaikeustasoa.

3. päivä

Vecculi, Neiti X, Gandalf ja Telepatiakissa lähtevät luolasta, josta ovat vapauttaneet Gandalfin ja suuntaavat kohti tunnelia, jota pitkin ovat luolaan saapuneet. ”Nyt lähdemme vain nopeasti kotiin samaa tietä kuin tulimme”, Vecculi sanoo voitonriemuisesti. ”Ei tämä Mietteliäs vuori nyt kovin paha paikka ollut”, Neiti X tirskahtaa. ”Mitä sinä sanoit?” Telepatiakissa huutaa säikähtäneenä. Samassa vuori alkaa täristä niin, että kaikki neljä kaatuvat maahan, ja kivenlohkareita tippuu katosta joukkion päälle. Korviavihlova ääni täyttää luolan, jossa he neljä ovat: ”Te luulette, että pääsette kotimatkalle noin vain, mutta älkää aliarvioiko minua. Teitä odottaa hyvin epämieluisa yllätys.” Tämän jälkeen tulee täydellinen hiljaisuus. ”Nyt sinä todella suututit vuoren”, Telepatiakissa naukuu kärsivänä, ”Etkö olisi voinut olla vain hiljaa?” ”E-en minä tiennyt… Anteeksi”, Neiti X nyyhkyttää. ”Ei se mitään Neiti X”, Vecculi sanoo ja kietoo kätensä Neiti X:n harteille, ”Meidän on turha syytellä toisiamme. Jatketaan nyt matkaa ja katsotaan, mitä ansoja Mietteliäs vuori on meille keksinyt.”

He palaavat paikkaan, jossa aikaisemmin oli tunnelin suu, jota kautta he pääsivät lähemmäksi Vuoren uloskäyntiä. Nyt paikassa ei ole yhtä eikä kahta, vaan kymmenen eri tunnelin suuta. Jokaisen tunnelin suun yllä hohtaa välkkyviä neonvalokylttejä, joissa välkkyy erilaisia tekstejä: *”Uloskäynti”, ”Tervetuloa uudelleen”, ”Exit”* ja niin edelleen. ”Tiedättekö te, mihin me menemme?” Gandalf kysyy voipuneena. Vecculi vilkaisee ystäväänsä ja on todella huolissaan, koska Gandalf näyttää väsyneeltä ja voimattomalta. ”Emme tiedä. Tässä oli vain yksi tunneli, kun tulimme. Telepatiakissa, nyt tarvitsisimme sinun apuasi”, Vecculi sanoo ja katsoo Telepatiakissaa. Telepatiakissa nuolee käpäläänsä eikä nosta katsettaan ylös. ”Miau. En tiedä, mikä on oikea tie ulos, koska en ole nähnyt näitä tunneleita aikaisemmin. Ehdotan, että lähdemme seuraamaan yhtä näistä tunneleista”. He päättävät yhdessä suunnata tunneliin, jonka yläpuolella kyltissä lukee ”Kotiin”, koska toivovat todella, että sitä tunnelia pitkin pääsee kotiin.

Kaikki neljä kävelevät hitaasti eteenpäin kapeassa tunnelissa. Telepatiakissa naukaisee jonon perältä: ”En tahtoisi pilata tunnelmaa, mutta teidän ystävänne näyttää siltä, että on kohta kävelevä kuollut.” ”Gandalf!” Vecculi ja Neiti X huutavat yhteen ääneen ja kääntyvät katsomaan Gandalfia. Hän nojaa tunnelin seinään ja on kalpea kuin haamu. ”Me tarvitsemme nyt ruokaa”, Vecculi huudahtaa. ”Etkö voisi taikoa sitä?” Neiti X kysyy. ”En voi. En pysty taikomaan ruokaa enkä juomaa”, Vecculi vastaa. ”Miau. Ehdotan, että kuljemme tämän tunnelin loppuun, ja saatatte huomata, että tarvitsemanne löytyy lähempää kuin arvaattekaan”, Telepatiakissa sanoo. Tunnelin pää on jo näkyvissä, joten he lähtevät kulkemaan kohti tunnelin suuta Vecculin ja Neiti X:n tukiessa Gandalfia. Tunnelin päässä he huomaavat tulleensa kapealle kielekkeelle, joka kiertää suurta ja synkkää luolaa. Heidän alapuolellaan näkyy tummaa vettä, jonka yläpuolella hohtaa hopeinen höyry. ”Tuonne ette halua pudota”, Telepatiakissa naukaisee hiljaa. ”Miksi emme?” Neiti X kysyy pelokkaasti. ”Koska se olisi teidän viimeinen tekonne. Tuo ei ole tavallista vettä”, Telepatiakissa vastaa vaisusti eikä kukaan epäile hänen sanojaan. Samassa Vecculi huutaa: ”Katsokaa!” Hän osoittaa eteenpäin. Keskellä tummaa luolaa näkyy sumun himmentämä valokyltti, jossa lukee: *”Kauppa: kaikki, mitä tarvitset, avoinna aina*.” ”Tuonne meidän pitää päästä!” Neiti X innostuu ja on vähällä horjahtaa kielekkeeltä veteen. ”Miau. Teidän täytyy taikoa esiin tasapainovaaka, jota pitkin pääsette kauppaan. Se on piilotettu näkymättömäksi”, Telepatiakissa kuiskaa. Vecculi tekee taikansa. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taputus] ”Jubbummubbumjub.” [taputus]* Natiseva ja hyvin kiikkerän näköinen tasapainovaaka, joka on kiinnitetty ohueen vaijeriin, tulee näkyviin heidän eteensä. Telepatiakissa sanoo: ”Kerron teille nyt, miten pääsette vaa'an avulla toiselle puolelle. Vaaka ei ole mikä tahansa vaakaa, vaan taikavaaka. Muistakaa se, sillä kun astutte vaakaan, se muuttaa teidät samanpainoisiksi kuin olitte syntyessänne. Eikä tässä ole vielä kaikki! Jotta pääsemme toiselle puolelle, vaa'an täytyy olla täydellisessä tasapainossa, joten meidän on asetuttava vaa'alle tasaisesti. Jotta vaaka olisi tasapainossa, meidän täytyy ottaa toiselle puolelle lisäpainoksi kiviä. Ymmärrättekö?”

Tehtävän jakaminen oppilaille (Liite 23). Vaakakuppien kummallakin puolella tulee olla yhtä paljon massaa, jotta vaaka on tasapainossa.

Vecculi ja Neiti X asettuvat tasapainovaa'an toiselle puolelle ja Gandalf ja Telepatiakissa toiselle. Vecculin ja Neiti X:n yhteinen syntymäpaino oli 5300 grammaa ja Gandalfin ja Telepatiakissan 4000 grammaa, joten Telepatiakissa otti mukaansa yhden kilon ja 300 grammaa kiviä. Tasapainovaaka lähtee liikkumaan hitaasti vaijerin varassa kohti sumun keskellä hohtavaa kauppaa. Neiti X on niin kauhuissaan, että tarraa Vecculia kädestä, eikä avaa silmiään koko matkan aikana.

Ylitettyään sillan he saapuvat kaupan ovelle. Kaupan ikkunoista hohtaa lämmin valo, ja se näyttää kodikkaalta paikalta kaiken sen synkkyyden ja usvan keskellä. Telepatiakissa pujahtaa sisälle kauppaan pienestä ovessa olevasta kissanluukusta, ja muut seuraavat häntä Vecculin ja Neiti X:n kannatellessa Gandalfia. He avaavat oven ja näkevät tiskin, jonka takana häärää herttaisen näköinen vanha mummo. ”Hyvänen aika sentään! Asiakkaita! Tulkaa kulta pienet sisälle. Ja voi herttinen sentään, oletteko te syöneet mitään?” vanha nainen höpöttää. ”Me tarvitsisimme ruokaa ja juomaa. Ystävämme on todella huonossa kunnossa”, Neiti X selittää kiireesti. ”Voi hyvänen aika! Kyllähän täältä ruokaa ja juomaa löytyy, tulkaa peremmälle”, mummo hössöttää ja tulee esiin tiskin takaa. Hän on hyvin vanha nainen, jolla on valkoiset hiukset ja silmälasit nenänvarressaan. Silmissään hänellä onystävällinen katse. ”Kuinka paljon ruoka täällä maksaa?” Vecculi kysyy. ”No voi herranen aika, enhän minä vielä sitä tiedä!” mummo vastaa. ”Miten niin et tiedä?” Neiti X kysyy. ”No voi pieni hupsu, hinnat ovat joka kerta erilaiset”, mummo vastaa ja osoittaa kohti hintalappuja. Ne eivät todellakaan ole tavallisia hintalappuja. Hintalaput ovat kaksi metriä pitkiä lappuja, joissa on lukuja ja laskutoimituksia sekä tyhjä viiva. ”Hintalapuissahan on lauseke, jossa on tyhjä viiva”, Vecculi sanoo kummastuneena. ”Näinhän se on. Teidän täytyy jostakin saada luku viivan paikalle, jotta tiedätte, paljonko tuote maksaa”, nainen sanoo ja hymyilee lempeästi. Neiti X innostuu: ”Minä tiedän, miten saamme siihen paikalle luvun!” (*Opettaja kysyy oppilailta, mitä he luulevat Neiti X:n keksineen. Tavoite on, että oppilaat huomaavat, että voivat käyttää hyväksi Neiti X:n ominaisuutta muuttua joksikin luvuksi.)* Vecculi katsoo Neiti X:ää ja tajuaa samalla sekunnilla, miksi tämä on niin onnellinen. ”Sinähän voit muuttua meidän tarvitsemaksi luvuksi!” Vecculi huudahtaa. ”Niin voin, mutta mistä minä tiedän, miksi luvuksi muutun?” Neiti X kysyy. ”Teidän täytyy tietenkin heittää noppaa, kultapienet”, nainen sanoo ja ojentaa Vecculille nopan. Neiti X asettuu hintalapun eteen viivan kohdalle, ja odottaa, että Vecculi heittää noppaa, joka kertoo, miksi luvuksi hänen täytyy muuttua.

Opettaja jakaa oppilaille Meitteliään vuoren kauppa -tehtävän (Liite 24). Oppilaiden tulee merkitä viivalle X-kirjain, joka merkitsee Neiti X:ää.Tämän jälkeen he heittävät noppaa ja saavat luvun, jonka sijoittavat X:n paikalle. He merkitsevät vihkoonsa lausekkeen ja x:n arvon, minkä jälkeen he sijoittavat lausekkeeseen saadun arvon ja laskevat vastauksen. Nopeille ryhmille tehtäväksi ryhmässä liite 25. Kotitehtäväksi liite 26.

4. päivä

Kaupassa Neiti X katselee haltioituneena erilaisia taikatavaroita. Ne hohtavat hänen mielestään niin kauniisti. Kuinka ihanasti tuo violetin värinen kristallipallo valaisisi hänen kotiaan. Neiti X huokaisee syvään ja alkaa ikävöidä kotiin. ”Toivottavasti minä pääsisin sinne pian”, Neiti X haaveilee ajatuksissaan. Samaan aikaan Vecculi katselee ihania – siis hänen mielestään ihania, limaisia ötököitä. Hän miettii, kuinka mukavaa olisi piilottaa Neiti X:n tyynyn alle yksi vihreä limainen toukka. Tietenkin Vecculi salaa ajattelee, että Neiti X pyytäisi sitten häntä avuksi viemään toukan ulos. Hän saisi viettää Neiti X:n kanssa taas aikaa. Vecculi päättää ostaa kaupasta sitkeää hämähäkinseittiä, limaisen toukan ja jymyhedelmiä. Taikatavaroista hän valitsee taikasauvan. Hän toivoo, että voisi taikoa Neiti X:n rakastumaan itseensä. Kalmankalpea Gandalf on ensimmäisenä ostamassa syötävää, jottei pyörtyisi. Voimarypäleet kuulostavat hyvältä, mutta hinta pitää vielä ratkaista. Voimarypäleiden hintaa kuvaa lauseke 24:x. Gandalf ratkaisee tuotteen hinnan heittämällä noppaa. Nopan silmäluvuksi tulee kaksi, eli x on kaksi. Nopan silmäluvun hän sijoittaa x:n paikalle. *(Opettaja kysyy oppilailta, millaisen lausekkeen he saavat ja pyytää heitä laskemaan tehtävän.) Kultarypäleet maksavat siis 12 kultarahaa.*

”Voimarypäleet maksavat 8 kultarahaa”, vastaa Gandalf. ”Vastasit väärin, voi ei!” huudahtaa kaupan vanha mummo. Yhtäkkiä koko kauppa alkaa vilkkua ja kaikki Gandalfin ystävät jäätyvät paikoilleen. Gandalfia lukuun ottamatta jokaisen rintaan ilmestyy kirjainlauseke. Mietteliäs vuori puhuu möreällä ja hieman vihaisella äänellä: ”Saat pelastettua ystäväsi siten, että ratkaiset kirjainlausekkeet sijoittamalla jokaiseen kirjainlausekkeeseen sen x:n arvon, jota kukin heistä itse ajattelee. He eivät pysty sinulle kertomaan muuta kuin ajattelemansa luvun. Jos et onnistu tehtävässä, muutut itse kivipatsaaksi!” Gandalf koittaa ensimmäisenä pelastaa Vecculin. Vecculin rinnassa on lauseke: X + 9. Gandalf kysyy Vecculilta: ”Mikä on sinun lausekkeen X:n arvo?” ”Kahdeksan”, Vecculi vastaa. Gandalf sijoittaa X:n paikalle luvun 8, eli laskutoimitus on 8 + 9 = 17. ”Lausekkeesi arvo on 17”, sanoo Gandalf. Koska ratkaisu on oikein, Vecculi vapautuu.

Tämän jälkeen opettaja antaa oppilaille lausekelaput kaulaan (Liite 27). Jokaisen oppilaan tulee miettiä jokin luku, jonka vapauttaja sijoittaa lausekkeeseen. Jokainen oppilas itse laskee oikean tuloksen lausekkeeseensa, jolloin tietää onko vapauttaja ratkaissut lausekkeen oikein. Jokainen vapautettu oppilas auttaa vapauttamaan muita. Kaikkien vapauduttua otetaan uusi leikki. Oppilas valitsee omaan lausekkeeseensa x:n arvon ja laskee lausekkeensa arvon. Oppilaat menevät lausekkeiden arvon mukaiseen suuruusjärjestykseen. Leikissä ei saa puhua.

Näin kaikki pelastautuvat unohtamatta kaupan myyjää. Tämän jälkeen Gandalf laskee uudestaan paljonko on 24:2, ja maksaa ostoksensa vastaamalla tällä kertaa oikein. Gandalf laittaa yhden herkullisen vihreän voimarypäleen suuhunsa. Voimarypäle vaikuttaa häneen heti. Ensin hän muuttuu vihreäksi, sitten pinkiksi ja lopulta oranssiksi. Lisäksi hänen käsivartensa ja jalkansa venyvät joka suuntaan mutta lopulta palaavat muotoonsa entistä voimistuneempina. Hänen olonsa on kuin voimamiehellä konsanaan. Hetken kuluttua hänen kasvojensa väri muuttuu ihan normaaliksi, ja hänellä on energinen ja pirteä olo. Gandalf kiertelee kaupassa ja löytää sieltä oman taikakirjansa, jonka hän myös ostaa. ”Jos sitä vaikka sattuukin tarvitsemaan tällä Mietteliään vuoren arvoituksissa”, Gandalf tuumii. Gandalfin taikakirja on mielenkiintoinen kirja, sillä kirjoitus siellä on tehty kuvioista. Sivut ovat täynnä kolmioita, neliöitä, ympyröitä ja suunnikkaita. Taian saa aina selville, kun kirjalle kertoo… Tai no, se on oikeastaan salaisuus. Haluaisitteko tietää, kuinka taiat saadaan selville? Sitä ei sitten saa kertoa kenellekään. Lupaatteko säilyttää salaisuuden varmasti? Tieto ei saa joutua vääriin käsiin. Loitsu taikoihin selviää, kun selittää kuvion kohdalla, miten kuvio muodostuu. Loitsun saa auki esimerkiksi neliön avulla lausumalla: ”Neliö on sellainen tasokuvio, jonka sivut ovat yhtä pitkiä ja yhdensuuntaisia. ”Saadakseen loitsun auki, tulee tietenkin olla ’matemaagikko’, sillä eihän kuka tahansa osaa kuvioiden muodostumista selittää.

Muiden jäädessä kauppaan Telepatiakissa lähtee katselemaan ympärilleen. Häntä eivät paljon shoppailut kiinnosta. Hän kääntyy kaupan ovelta oikealle, mistä alkaa kultainen käytävä. Kultainen käytävä kapenee ja yhtäkkiä hän onkin tunnelin suulla, jonka ulkoreuna on koristeltu keltamustin tiikerinsilmin. Telepatiakissa kurkistaa tunnelin sisäpuolelle. Tunnelin seinä on hämähäkinseittien peitossa, ja tunnelin päässä näkyy valoa. Telepatiakissaa ällöttää ajatus kävellä tuossa tunnelissa, mutta uteliaisuus vie voiton. ”Miauu. Haluan tietää, mitä tuolla tunnelin päässä on. Toivottavasti minun turkkiini ei sotkeudu tuota seittiä”, Telepatiakissa sanoo ja lähtee rohkeasti matkaan. Tunneli avautuu uudeksi suureksi luolaksi, ja Telepatiakissa näkee uskomattoman näyn. Hänen edessään on suuri vuoristorata, jonka alapuolella näyttää olevan syvä ja pitkä kuilu, joka ei Telepatiakissan mielestä näytä päättyvän koskaan. Luolassa kuuluu kaikuva huuto ja kova kolina. Vuoristoradassa liikkuu vaunu, jonka kyydissä on joku ruskea otus, joka huutaa: ”Apua, auttakaa, tahdon pois täältä!” Vauhtia taitaa olla melkoisen paljon, ainakin 50 km/h, sillä tuon otuksen suuret ruskeat korvat ovat viivasuorina taaksepäin 90 asteen kulmassa. Pää on myös hieman taaksepäin kenossa. Luolan reunalla on jokin laite, jossa on näyttö ja numeronäppäimiä. Näytössä lukee code ja sana vilkkuu. Telepatiakissalla ei ole minkäänlaista käsitystä siitä, mitä tuo tarkoittaa ja lähtee tassunnopeasti, eli noin sekunnissa, takaisin Mietteliään vuoren kauppaan.

”Pian, tulkaa äkkiä!” Telepatiakissa huutaa hengästyneenä. ”Löysin jonkin luolan, jossa on vuoristorata. Joku karvainen otus on vuoristoradassa ja tarvitsee apuamme laitteen pysäyttämiseksi. Hänen nopeutensa on ainakin 50 km/h” Telepatiakissa sanoo. ”Ainakin 50km/h!” Gandalf, Neiti X ja Vecculi järkyttyvät yhteen ääneen. ”Sehän on melkein 14 m/s”, Gandalf kertoo. Nelikko lähtee juoksemaan Telepatiakissan johdolla kohti luolaa ja saapuu laitteen luokse. ”Tämä laite tarvitsee jonkin koodin. Sen antamisen jälkeen saamme laitteen hallinnan itsellemme ja pystymme pysäyttämään vuoristoradan. Nyt meidän tulee keksiä koodi laitteelle!” Vecculi kertoo. Gandalf painaa laitteen Help-nappia. Näyttöön tulee ohje: ”Laitteen käyttö vaatii, että näytössä olevat lausekkeet laitetaan oikeaan järjestykseen. Tämän jälkeen saatte lausekkeiden vastauksista koodin, jolla voitte ohjata laitetta.” Ohje poistuu näytöltä ja tilalle tulee lausekkeita, joissa on lukuja ja tyhjä viiva, kuten kaupan hintalapuissa. Kaikki kääntyvät katsomaan Neiti X:ää. ”Neiti X, sinun täytyy mennä koneen sisään, jotta lausekkeet on mahdollista järjestää”, Gandalf sanoo varovaisesti. Neiti X katsoo vuoristoradan vankina olevaa ruskeaa otusta ja sanoo rohkeasti: ”Tottakai minä autan!” Vecculi taikoo Neiti X:n tietokoneen ruudun sisään. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus] Mumbluhumblehump [taikataputus]*

Opettaja jakaa ryhmille tehtävän Dominopalat (Liite 28). Ryhmien tehtävä on muodostaa lapuista dominorata, jossa yläpuolella olevan lapun alaosan lausekkeen arvo on alapuolella olevan lapun yläosassa. Ensimmäisessä palassa on yläosa tyhjä, ja viimeisessä palassa on tyhjä alaosa. Dominopelissä on myös ylimääräisiä paloja. Ryhmän jokaiselle jäsenelle jaetaan tehtävän alussa dominopaloja.

Ryhmä saa koodin, jolla vapauttaa Hipsun, järjestämällä palat. Koodi muodostuu järjestykseen laitetuista lausekkeen arvoista (213166412157)

Oppilaat lähettävät saamansa koodin taikataputuksin.

(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus] Oppilaat lähettävät ratkaisun telepaattisesti naputtamalla sormia kevyesti päähän ja pitäen silmiänsä kiinni. [taikataputus]

Vecculi painelee laitteeseen koodin 213166412157 ja vuoristoradan vaunu pysähtyy luolan reunalle. Kyydissä on Hipsu, joka on Neiti X:n, Vecculin ja Gandalfin hyvä ystävä. Hipsu on vauhdista ihan sekaisin ja hourii hassuja. Hänen mielestään Vecculilla on oranssi tukka ja Neiti X näyttää enemmän A-kirjaimelta. Gandalf puolestaan näyttää samalta kuin aina ennenkin, ja Hipsu juokseekin Gandalfin syliin. ”Hipsu, sinähän vallan täriset”, Gandalf sanoi. ”Niiin… Minä pelkäsin, etten ikinä selviytyisi tuolta pois. Onneksi te rakkaat ystäväni olette tulleet auttamaan minua”, Hipsu sanoo tärisevällä äänellä. ”Kuinka sinä olet tänne joutunut?” Gandalf kysyy Hipsulta. Se, kuinka Hipsu on joutunut Mietteliäälle vuorelle, onkin sitten oma tarinansa.

Kotitehtäväksi jaetaan tarinapaperi Hipsun matkasta mietteliäälle vuorelle (Liite 29). Opettaja kehottaa oppilaita keksimään tarinan Hipsun matkasta. Tarinaan tulee kuulua jokin matematiikan tehtävä, jonka oppilas ratkaisee tarinapaperin avulla. Opettaja voi yhdessä oppilaiden kanssa käydä läpi esimerkkitarinan ratkaisuineen.

5. päivä

Vecculi, Neiti X, Gandalf, Telepatiakissa ja Hipsu seisovat vuoristoradan vieressä uupuneina mutta iloisina. Tyhjät vaunut kolisevat aavemaisesti radalla. ”Neiti X, sinä autoit taas kerran meidät pulasta! Ilman sinua Hipsu olisi ikuisesti jumissa vuoristoradassa!” Vecculi huudahtaa. Neiti X hymyilee onnellisena. ”Olen varma, että te olisitte tehneet aivan saman minulle”, hän sanoo. ”Katsokaa ruudulle!” Gandalf sanoo äkisti ja osoittaa tietokoneen ruutua. Ruudussa välkkyy lausekkeita, joiden osana Neiti X vähän aika sitten oli. Ruutuun ilmestyy teksti: ”Lausekkeemme ovat olleet sekaisin jo monta vuosikymmentä. Kiitos, että teitte niistä arvokkaita antamalla niille taas arvon.” Samassa teksti katoaa, kone sammuu ja vaunut lakkaavat liikkumasta. ”Hehehe, olipas tyhmä kone. Eiväthän lausekkeet ole mitenkään arvokkaita”, Hipsu nauraa. ”Kuulehan Hipsu, myös lausekkeet voivat saada arvon. Kun Neiti X muuttui joksikin luvuksi, laskutoimitukset oli mahdollista laskea ja lauseke sai arvon”, Gandalf selittää Hipsulle. ”Ahaa! Eli lausekkeen arvo on lausekkeen vastaus. Kai lausekkeet sitten ovat arvokkaita”, Hipsu sanoo mietteliäänä.

Luolasta, jossa vuoristorata on, lähtee kaksi tunnelia. Ne ovat vierekkäin ja näyttävät täsmälleen samalta. Telepatiakissa kääntyy katsomaan muuta joukkiota. ”Oikeanpuoleisesta luolasta pääsee kulkemaan vain pariton määrä henkilöitä ja vasemmanpuoleisesta luolasta parillinen määrä. Luulen, että Mietteliäällä vuorella kanssamme kulkee myös muita henkilöitä. Kumpaan tunneliin siis menemme?” Telepatiakissa kysyy. Vecculi kaivaa esille liuskekivensä. ”Nyt tarvitsemme apua”, hän sanoo.

Opettaja kysyy oppilailta, kummasta luolasta heidän on mentävä. Vastauksessa on otettava huomioon tarinan henkilöt sekä luokassa olevat oppilaat ja opettajat. Vastaus lähetetään taikataputuksin, sormia päähän näppäilemällä ja pitämällä silmät kiinni.

(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus] Oppilaat lähettävät ratkaisun telepaattisesti naputtamalla sormia kevyesti päähän ja pitäen silmiänsä kiinni. [taikataputus]

”Meidän pitää mennä *oikeanpuoleiseen* tunneliin”, Vecculi sanoo lukien taikaliuskekivestä meidän lähettämämme vastauksen. ”Mitä, jos se on väärä tunneli?” Neiti X kysyy pelokkaana. ”Sitten muutumme kivipatsaiksi, ja varisemme lopulta pieninä hiekanjyvinä luolan lattialle, eikä kukaan enää löydä meitä”, Telepatiakissa vastaa. ”Minä en ainakaan tule!” Hipsu sanoo ja istahtaa paikalleen. ”Et voi jäädä tännekään. Luotamme, että saamamme vastaus on oikea. Taikaliuskekivi ei ole koskaan ollut väärässä”, Vecculi sanoo ja ojentaa Hipsulle käden. Yhdessä he viisi astuvat tunneliin. Mitään kummallista ei tapahdu, joten tunneli on oikein valittu.

Mitä kauemmaksi he kävelevät vuoristorataluolasta, sitä pimeämmäksi tunneli muuttuu. Yhtäkkiä tunnelista tulee täysin säkkipimeä. Neiti X, joka kulkee ensimmäisenä, pysähtyy, minkä seurauksena kaikki rysähtävät päin toisiaan. ”Shh, taisin kuulla jotain”, Neiti X sanoo hiljaa. ”Minua pelottaa”, Hipsu kuiskaa. Pimeys on niin täydellistä, ettei kukaan näe yhtään mitään. Edes Telepatiakissa, jolla on muita parempi pimeännäkö, ei pysty erottamaan, mitä edessä on. ”Minä en kuule yhtään mitään”, Gandalf sanoo kuunnellen keskittyneesti. ”Kuulit varmaan omiasi Neiti X. Jatketaan matkaa”, Vecculi sanoo ja astuu askeleen eteenpäin. Siinä samassa maa pettää heidän jalkojensa alta, ja he kaikki tippuvat pimeydessä. He huutavat niin lujaa kuin pystyvät silkasta kauhusta.

Samassa pudotus loppuu ja he tippuvat pehmeälle alustalle. ”Apua, mitä tämä on! Minä haluan kotiin!” Hipsu nyyhkyttää. Luola, jonne he ovat tippuneet, on pieni ja vain himmeä soihtu valaisee sitä jättäen osan luolasta varjojen peittoon. Luolassa ei ole yhtään uloskäyntiä. ”Iik!” Neiti X kiljaisee. ”Minun jalan vierestä meni rotta. Minä pyörryn kohta!” Neiti X sanoo täristen. ”Ja katsokaa, mikä tuolla nurkassa on!” Hipsu henkäisee ja näyttää yhtä sairaalta kuin vuoristoradassa. Nurkassa on kasa hattuja. Se näyttää oikeastaan aika hullunkuriselta, koska luolan synkkyys ja värikkäät hatut ovat ristiriidassa toistensa kanssa. ”Nyt minä tiedän, missä me olemme!” Gandalf huudahtaa. ”Tämä on Mietteliään vuoren salainen ’matemaagikkokellari’”, hän selittää. ”Tänne joutuessaan kohtaa Mietteliään vuoren ovelimpia arvoituksia. Ne, jotka eivät selviä arvoituksista, hiipuvat hiljalleen pois, ja heistä jää jäljelle vain hattu”, Gandalf jatkaa. ”Eli nuo kaikki ovat olleet joskus henkilöitä!” Neiti X sanoo kauhuissaan ja katsoo hattupinoa. ”Jos arvoituksen selvittää, pääseekö täältä pois?” Vecculi kysyy nopeasti. ”Kyllä. Meillä ei ole muuta mahdollisuutta kuin yrittää ratkaista arvoitus. Oletteko valmiita?” Gandalf kysyy. Hän köhii kurkkuaan ja lausuu: (*opettaja näyttää taikataputusmerkin*) *[taikataputus]* ”Mietteliäs vuori, aseta meille arvoituksesi.” *[taikataputus]* Samassa soihtu alkaa väpättää luolassa ja lopulta sammuu. Luolan seinään piirtyy hohtavia lausekkeita. Toiselle puolelle seinää piirtyy kirjaimia ja numeroita. ”Me selviydymme sittenkin!” Vecculi hihkaisee. ”Emmekä selviydy. Kuolemme ja näännymme ja meistä jää jäljelle vain hattu, eikä minulla edes ole hattua!” Hipsu huutaa hysteerisenä. ”Älä panikoi Hipsu! Muut eivät ehkä ole voineet ratkaista näitä lausekkeita, mutta heillä ei olekaan ollut mukanaan erästä henkilöä, joka meillä on. Neiti X oletko valmis taas muuttumaan?” Vecculi kysyy. ”Kai minä olen. Olen varsinainen muuttuja”, Neiti X niiskuttaa ja hymyilee. Lausekkeiden arvon selvittäminen tuo esille arvoituksen, jonka ratkaistuaan viisikon on mahdollista päästä karkuun luolasta. Tässä tehtävässä jokaisen panosta tarvitaan eli jokaisen tulee suorittaa oma tehtävänsä, jotta arvoitus voidaan saada selville. Jokaisen suoritus on tärkeä.

Jokainen oppilas saa tehtäväkseen oman monisteen. Monisteet on jaettu kolmeen eri vaikeustasoon: haastavin Telepatiakissa, keskitaso Gandalf ja helpoin Vecculi. Tulosta vastaa aina tietty kirjain. Jokaiselle ryhmälle jaetaan yksi moniste, josta he katsovat tulosta vastaavan kirjaimen. Jokaisen oppilaan monisteeseen muodostuu siis sana tai sanan osa, jotka yhdessä muiden ryhmän jäsenten sanojen kanssa muodostavat taas kolmen tai neljän sanan kokonaisuuden. Kokonaisuudet muodostavat koko luokan kesken arvoituksen, joten ryhmien sanat tulee lukea ääneen tietyssä järjestyksessä. ***Tehtäväpaperin alareunassa on merkintä tehtävän tasosta ja ryhmän numerosta, kunkin ryhmän jokaisella oppilaalla on eritasoinen tehtävä ja sama ryhmänumero****. Sanat luetaan ääneen aloittamalla ryhmän 1 sanoista ja jatkamalla järjestyksessä ryhmään 8 asti. Nopeat oppilaat voivat auttaa hitaampia suoriutumaan monisteesta. Ennen tarinan jatkamista kannattaa lukea arvoitus muutaman kerran ääneen, ja opettaja voi myös tarvittaessa kirjoittaa sen taululle. ARVOITUS: EI VOIMALLA PYSTY SAAVUTTAMAAN SITÄ, MINKÄ KÄÄNTYEN AIKAAN SAAN. MONI ULKOPUOLELLE JÄÄ SEISOMAAN, JOS EI LÖYTYISI MINUA PIENTÄ AUTTAMAAN. Arvoituksen ratkaisu: Avain. Tehtävän (Liite 30) ja ratkaisupaperin (Liite 31) jakaminen oppilaille. Opettajalle on oikeat ratkaisut liitteessä 32. Mikäli oppilasryhmä on suurempi kuin 24 oppilasta, voi joillekin ryhmille monistaa toisen ryhmän tehtävät, jolloin he voivat tarkistaa yhdessä, että ovat saaneet samat vastaukset.*

Neiti X huhkii vimmatusti lausekkeissa ja muuttuu milloin viitoseksi ja milloin kuutoseksi. Kuuluu vain hyrinää, kun Neiti X muuttuu luvuksi, jonka muut hänelle hihkaisevat. Saatuaan arvoituksen esille he ovat kuitenkin neuvottomia. ”Onneksi otin tämän mukaan”, Vecculi sanoo ja kaivaa repustaan taikaliuskekiven. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus] Oppilaat lähettävät ratkaisun telepaattisesti naputtamalla sormia kevyesti päähän ja pitäen silmiänsä kiinni. [taikataputus]. ”*Vastaus on AVAIN!” Vecculi huudahtaa. Samassa luolaan aukeaa tunnelin suu, johon kaikki viisi ryntäävät helpottuneina. Luola, jossa he olivat vankeina alkaa sortua ja kivenlohkareita tippuu katosta. Kaikki viisi juoksevat pitkin tunnelia niin lujaa kuin pääsevät Telepatiakissa etunenässä. Tunneli ja luola heidän takanaan jatkavat sortumistaan. He ovat todellisessa vaarassa murskaantua pannukakuiksi painavien kivenlohkareiden alle. Helpotus, jota he tunsivat vapautuessaan, muuttuu taas kauhuksi. He juoksevat todella henkensä edestä.

Tunneli loppuu kielekkeelle ja kaverusten ahtauduttua kielekkeen laidalle tunneli heidän takanaan sortuu. ”Miau. Se oli lähellä”, Telepatiakissa naukaisee hengästyneenä. Heidän edessään roikkuu hyvin risaisen näköinen riippusilta, jota pitkin heidän on mahdollista päästä toiselle puolelle luolaa. ”Tulkaa mennään!” Hipsu sanoo ja ottaa askeleen sillalle. ”Ei Hipsu!” muut huutavat kuorossa ja tarttuvat Hipsun käsiin ja vetävät hänet takaisin kielekkeelle. Samassa riippusillan lankku, jolle

Hipsu on astunut, tipahtaa ja katoaa pimeyteen. ”Tällä sillalla täytyy varoa askeliaan. Vain tietyille lankuille saa astua”, Telepatiakissa ohjeistaa. ”Näettekö nuo numerot lankuissa?” hän kysyy. Muut tiirailevat hämärässä ja näkevät juuri ja juuri erottuvat numerot, jotka on kaiverrettu lankkuihin. ”Meidän täytyy selvittää jokainen askel, jotta olisimme turvassa. Vihjeinä meille toimivat nuo sanalliset muodot lausekkeista. Nyt täytyy osata kirjoittaa lausekkeet matematiikan kielellä”, Telepatiakissa neuvoo.

Opettaja jakaa oppilaille kotitehtävän (Liite 33). Kotitehtävässä tulee osata kirjoittaa lausekkeen sanalliset muodot matematiikan kielellä. Esimerkiksi lauseke, jonka sanallinen muoto on ”x:ään lisätään 5”, on matematiikan kielellä $x + 5$.

6. päivä

Hipsu huohottaa säikähdyksestä hengästyneenä. Gandalf sekä Neiti X silittävät Hipsua rauhoittaakseen häntä. Samaan aikaan Vecculi etsii taikaliuskekiveä, ja Telepatiakissa rapsuttaa takajalallaan mahaansa peläten, että sen karvoissa vilistää ällöttävä hämähäkki. Vecculi kaivaa esille taikaliuskekiven, joka kertoo riippusillan oikeat askelmat. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus] Näytä sillan askelmat. [taikataputus]* Taikaliuskekiveen piirtyy silta, jossa on askelmat, joille joukkion tulee hypätä. ”Minä en ainakaan mene tuosta yksin!” Hipsu huudahtaa pelosta värisevällä äänellä. Hän taisi säikähtää pahasti. ”Kuule Hipsu, minä voin vaikka kantaa sinut sylissäni. Jos putoamme kuiluun, niin putoamme sitten yhdessä”, Gandalf sanoo ja hymyilee lempeästi. ”Voi kiitos Gandalf! Sinä sitten olet avulias ystävä. Juuri tuollaisen ystävän jokainen varmasti haluaa.” Sitten kaikki ovatkin hiljaa. Hetken hiljaisuuden jälkeen Vecculi päättää olla rohkea ja kokeilla ensimmäisenä siltaa. Muut lukevat hänelle taikaliuskekivistä askelmat, joiden mukaan hän etenee. Vecculi pääsee kuin pääseekin sillan yli, minkä jälkeen kaikki muut uskaltavat seurata häntä.

”Nyt suuntaamme ulos Mietteliäältä vuorelta. Telepatiakissa, osaatko neuvoa reitin ulos?” Vecculi kysyy. ”Miauuu. Meidän pitää valita tuo pieni luola. Mietteliäs vuori tahtoo tehdä ulosmenosta mahdollisimman vaikeaa”, Telepatiakissa vastaa. ”Yök, tuo luolahan on ihan niljakas! Minä en halua mennä sinne!” Neiti X sanoo järkyttyneenä. ”Miauu. Teillä ei ole vaihtoehtoja. Mutta lupaan, että lopussa kiitos seisoo. Tulette vielä yllättymään”, Telepatiakissa kertoo. ”Eikö meillä todellakaan ole mitään muuta vaihtoehtoa? Jos Mietteliäs vuori asettaa meille tehtäviä, niin minä en kyllä pysty keskittymään yhteenkään tehtävään!” Hipsu sanoo. ”Kyllä me yhdessä selviämme, älä Hipsu huoli”, Gandalf vastaa tyynen rauhallisena. ”Luolassa teidän tulee kulkea viiden sekunnin aikana vähintään yksi metri, muuten jonon viimeinen katoaa luolan suuhun. Miauu. Minä voin mennä viimeisenä, tiedän kyllä mihin minä joudun. Miauu.” Kaikki katsovat kauhistuneina Telepatiakissaa. Niljakas luola on niin ahdas, että he joutuvat ryömimään sen läpi. Neiti X mahtuu kulkemaan luolassa juuri ja juuri, mutta hänen käsivartensa ja jalkansa osuvat jatkuvasti seinään. Mutta hän kestää ajatuksen, sillä vain tämän reitin kautta he pääsevät kotiin.

”Tämä ei ole totta!” Vecculi huutaa selviytyessään ensimmäisenä tunnelin läpi. Perässä tulevat Neiti X, Hipsu, Gandalf ja Telepatiakissa. ”Voi kuinka kaunista!” Gandalf sanoo haltioituneena. ”En ole eläessäni nähnyt mitään yhtä kaunista”, Neiti X lausahtaa lumoutuneena. Heidän edessään on kaunis puutarha. Puutarhassa on kauniita matemaagisia puita ja kukkia. Jokaisen kukan viisi terälehteä ovat hopeisia ja niistä jokainen on numeroitu kultasella numerolla. Puutkaan eivät ole mitä tahansa puita, sillä ne ovat X:n muotoisia. Taustalla on siellä täällä ruohoa, joka on kuin hopeakimalletta. Ruohikon joukosta kasvaa kauniita erivärisiä maagisia kukkia. Eikä tässä vielä kaikki. Luola on täynnä aarteita: timantteja, rubiineja, safiireja, smaragdeja, kultaa ja hopeaa. Kaikki ryntäävät ihastelemaan aarteita, joita jokainen ottaa sylin täyteen viedäkseen niitä kotiin. Aarteiden keräämisen jälkeen he jatkavat matkaansa taskut ja reput pullottaen. Aarreluolasta lähtee tasan yksi luola, jonne joukkio suuntaa. Niljakas luola on umpeutunut jo kokonaan kiinni.

He kävelevät yhdessä luolassa, joka vaikuttaa aivan tavalliselta kallion kololta. Kaikki ovat varmoja, että ulospääsy ei voi olla kaukana. ”Hetkinen, missä Neiti X on?” Vecculi huudahtaa hieman säikähtäneenä. ”Miauu. Niin, missä Neiti X on?” Telepatiakissa toistaa. ”Mihin hän on voinut mennä?” Gandalf kummastelee. He palaavat hieman takaisin, mutta Neiti X:ää ei näy. Kaikki ovat kovin huolissaan. Gandalf ottaa esiin taikakirjansa ja valitsee monikulmion. Monikulmio siksi, koska ongelma on monimuotoinen. Muistatteko, kuinka loitsun sai auki? *Opettaja kysyy oppilailta. (Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus]* Monikulmio on kuvio, jossa on useampi kuin kolme kulmaa. *[taikataputus]* Ilmaan piirtyy kuva Neiti X:stä ja toisesta henkilöstä, joka kantaa Neiti X:ää olkapäällä. Neiti X yrittää pyristellä pois. Tuo henkilö Neiti X:n seurassa on selvästi roisto! Roisto, joka on kidnapannut Neiti X:n. Roiston kasvot ovat symmetriset. Hänen kummassakin poskipäässään on suuret ympyränmuotoiset luomet ja yllään hänellä on musta hattu ja silmille sidottu huivi. Hänen paitansa on hieman rikkinäinen, ja lisäksi hän on hieman hassun kokoinen. Miltä Roisto mielestäsi näyttää?

Ryhmien tulee selvittää Roiston mitat mittaustehtävien avulla (Liite 34). Tämän jälkeen he piirtävät kuvan Roistosta käyttäen hyväkseen tarinassa mainittuja tuntomerkkejä sekä laskemiaan mittoja.

Telepatiakissa osaa kertoa: ”Miauu. Mietteliäs vuori on viisauden vuori. Hän varmasti auttaa teitä, sillä hän ei siedä epäoikeudenmukaisuutta, vaikka esittää aina ongelmia ratkottavaksi.” ”Siispä pyydämme Mietteliäältä vuorelta apua!” Gandalf sanoo ilahtuneena. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus]* ”Mietteliäs vuori, auta meitä saamaan Neiti X.” *[taikataputus]*. Mietteliäs vuori vastaa: ”Muutan Roiston kivipatsaaksi, sillä en siedä rosvoja, ja tuon Neiti X:n luoksenne. Teidän tulee selvittää Neiti X ulos labyrintistä. Olkaa tarkkoja, sillä nyt teidän tulee ratkaista, minkä arvon Neiti X saa.” ”Siis minä en ymmärtänyt tuosta yhtään mitään”, Hipsu tokaisee. Telepatiakissa neuvoo heitä: ”Miauu. Yhdessä te varmasti selviätte. Teidän tulee nyt ratkaista se luku, joksi Neiti X muuttuu. Kerrotte sen hänelle, ja näin hän pääsee labyrintissä eteenpäin. Olkaahan tarkkoja, sillä nyt Neiti X voi muuttua vain yhdeksi luvuksi, sillä hän on joutunut yhtälöihin! Miauuu.” Heidän eteensä ilmestyy pienoislabyrintti, jossa on Neiti X. Hän katselee hämillään ympärilleen. Muut neuvovat Neiti X:ää menemään ensimmäisen yhtälön x:n paikalle. Ensimmäinen yhtälö on x + 5 = 11. ”Muutu Neiti X vaikkapa luvuksi 3!” Hipsu huudahtaa innoissaan keksimänsä luvun. Neiti X astelee yhtälöön X:n paikalle ja suhisten pyörähtää ympäri ja muuttuu luvuksi 3. Neiti X:n pyöriessä ympäri Gandalf huudahtaa: ”Ei Neiti X!” Mutta myöhäistä. Yhtälö näyttää nyt tältä: 3 + 5 = 11 ja se sievenee muotoon 8 = 11. ”Tämä ei pidä paikkaansa! Ei 8 ole yhtä suuri kuin 11!” Gandalf sanoo totisesti. ”Anteeksi, luulin, että Neiti X voi olla taas mikä tahansa luku”, Hipsu sanoo vaisuna. ”Muistakaa, mitä minä teille sanoin”, Telepatiakissa sanoo. ”Niin, eli nyt meidän tulee miettiä tietty luku, joksi Neiti X muuttuu. Vain siten saamme ratkaistua yhtälön”, Gandalf kertoo ja jatkaa samaan hengenvetoon.” Yhtälössä x + 5 = 11 tulee yhtäsuurusmerkin molemmille puolille muodostua sama luku, jotta yhtälön ratkaisu olisi oikea. Tässä tapauksessa Neiti X:n tulee muuttua luvuksi 6. Neiti X, muutu luvuksi 6!” Gandalf neuvoo Neiti X:ää. Neiti X menee uudestaan yhtälöön X:n paikalle ja muuttuu luvuksi 6 pyörähtäen ja suhinaa pitäen. Yhtälö näyttää tämän jälkeen tältä: 6 + 5 = 11 ja sieventyy muotoon 11 = 11. Yhtälö on nyt ratkaistu oikein ja Neiti X pääsee kulkemaan labyrintissä eteenpäin.

Opettaja jakaa oppilaille labyrinttitehtävän. Oppilaiden tehtävänä on auttaa Neiti X labyrintistä ratkaisemalla tarvittavat yhtälöt (Liite 35).

Kotitehtäväksi oppilaat saavat Matemaagikkojen kotitehtävä -monisteen (Liite 36).

7. päivä

Neiti X putkahtaa ulos labyrintistä aivan uupuneena. ”Neiti X! Me olimme niin huolissamme sinusta!” Hipsu huudahtaa ja säntää halaamaan Neiti X:ää. Myös muut parveilevat Neiti X:n ympärillä varmistuakseen, että tämä on todella kunnossa. Vecculi tarttuu Neiti X:n käteen ja hymyilee onnellisesti. ”Mitä olisikaan tapahtunut, jos Roisto olisi vienyt Neiti X:n”, Vecculi ajattelee. Neiti X kääntää päänsä ja hymyilee Vecculille rauhoittavasti aivan kuin voisi lukea tämän ajatukset. Ehkäpä hänelläkin on oma taikaliuskekivi, joka lukee ajatuksia!

”Miau, tulkaa! Me olemme jo todella lähellä uloskäyntiä. Meidän täytyy enää selvitä matemaagikkojen taitoradasta”, Telepatiakissa sanoo ja näyttää päällään, että heidän pitää jatkaa matkaa. ”Taitorata, mikä taitorata? Eihän minulla ole mitään matemaagikon taitoja”, Hipsu kauhistelee heidän jatkaessaan matkaa eteenpäin luolassa. ”Meitä on onneksi useampi. Jokaisella meillä on jotain taitoja aivan varmasti”, Gandalf sanoo. ”Yhdessä meillä on niin paljon taitoja, että olemme yhtä fiksuja kuin maailman älykkäin olento”, Vecculi sanoo ja muut nauravat. ”Minä olen se älykkään olennon vasen polvi, koska olen niin hölmö”, Hipsu sanoo surullisesti. Neiti X hymyilee Hipsulle ja sanoo rohkaisevasti: ”Mietipä, missä se olento olisi ilman vasenta polveaan. Myös se on erittäin tarpeellinen, ja niin olet sinäkin meille.” Hipsulle tulee heti parempi mieli.

Tunneli loppuu ja viisikko tulee pitkän ja kapean luolan suulle. Siinä on koristeellinen kultakirjaimin kaiverrettu kyltti: *”Matemaagikkojen taitorata – täällä taitosi punnitaan.”* Luolassa näkyy erilaisia tavaroita ja lappuja peräkkäin. ”Mitä nyt tehdään?” Neiti X kuiskaa. ”Miau. Luolassa on neljä eri tehtävää, jotka meidän pitää ratkaista, jotta pääsemme uloskäynnille. Tämän lisäksi lopussa on matemaagikon taitotesti. Kun selvitämme ne, olemme turvassa ja pääsemme pois”, Telepatiakissa kertoo. Kaikki vilkaisevat toisiaan jännittyneinä. Tässä on se viimeinen koetus, jonka jälkeen he pääsevät pois Mietteliään vuoren synkkyydestä. Vecculi ottaa askeleen eteenpäin ja kääntyy hymyillen katsomaan muita. ”Tulkaa. On aika näyttää taitomme.”

Oppilaille tehdään luokkaan matemaagikkojen taitorata, joka toteutetaan pistetyöskentelynä. Liiteessä on ohjeet jokaiselle pisteelle (Liitteet 37, 38, 39 ja 40). Pisteet ovat kirjainlausekekone, joenylitys, tasapainovaaka ja ryhmäkoetehtävä/lausekkeenmuodostus vedellä. Tunti tulee valmistella hyvin etukäteen. Taitorata toimii myös kertauksena koko opetusjakson alueelle ja pisteitä on yhteensä neljä.

Joenylitystehtävään kuuluvat askelmat ovat liitteessä 41, 42 ja 43. Esimerkit askelmien sijoittelusta liitteessä 44 (kertolasku) ja 45 (yhteenlasku). Tehtävä kannattaa suunnitella tilan mukaan. Askelmista viisi sijoitetaan yhtäsuuruusmerkin vasemmalle puolelle ja kolme askelmaa yhtäsuuruusmerkin oikealle puolelle.

Taitorataan liittyy myös yksilökoe (Liite 46), joka pidetään eri päivänä.

8. päivä

Vecculi ottaa askeleen eteenpäin. Hän ottaa epävarmasti toisenkin askeleen eteenpäin. Voisiko tämä olla tässä? Selviytyisivätkö he todella Mietteliäältä vuorelta? Hän näkee edessään kirkasta valoa, mikä tarkoittaa, että vapaus on aivan heidän ulottuvillaan. Neiti X astelee Vecculin viereen ja tönäisee häntä leikkisästi. ”Etkö haluakaan kotiin?” hän kysyy Vecculilta. ”Haluan, mutta en vain voi uskoa, että olemme selvinneet kaikesta. Olemme selvittäneet jokaisen Mietteliään vuoren arvoituksen ja matemaagikkojen taitoradan. En voi uskoa, että olemme jo tässä”, Vecculi sanoo mietteliäänä. ”Minä kyllä uskon! Ja arvatkaa mitä? Minulla on reppu täynnä jalokiviä!” Hipsu huudahtaa ja säntää hullunkurisesti hyppien eteenpäin. Muut nauravat ja seuraavat Hipsua kohti valoa ja vapautta.

Juuri ennen kuin he astuvat ulos auringonpaisteeseen, kuuluu kovaäänistä jyrinää, josta he erottavat nyt jo tutun äänen: ”Onnitteluni, te olette nyt matemaagikkoja. Satoihin vuosiin ei kukaan ole selvittänyt matemaagikkojen taitorataa. Toivottavasti käytätte taitojanne hyvään. Aarteitani en anna teidän viedä, mutta muistakaa, että teillä on jo suurin aarre mukananne”, Mietteliäs vuori jyrisee. ”Kuulittekos tuota! Me saimme kehuja jopa Mietteliäältä vuorelta”, Gandalf sanoo hymyillen. ”Miau, ja nyt hyvät herrat ja arvon neiti, astukaamme valoon”, Telepatiakissa naukaisee ja kävelee ylväästi häntä pystyssä ulos luolasta. Muut kävelevät varovasti, kuin odottaen, että jokin voisi mennä vielä pieleen, mutta mitään kummallista ei tapahdu. ”Ai, minun silmäni!” Neiti X huudahtaa ulkona. He eivät ole nähneet auringon valoa pitkään aikaan. Koko maisema näyttää täysin erilaiselta kuin heidän tullessa. Kaikki on nyt kimmeltävän lumipeitteen alla. ”Onpas kaunista”, Hipsu huokaa unelmoiden. He kaikki viisi seisovat aivan hiljaa kallion reunalla ja tuijottavat kaukaisuuteen.

”Tiedättekö mitä?” Vecculi kysyy lopulta katsellen muita. ”Luulen, että nyt on aihetta juhlaan. Mitäs sanoisitte, jos menisimme yhdessä minun luokseni juhlimaan vapautumistamme?” ”Saako sieltä kakkua?” Hipsu kysyy toiveikkaana. ”Luulisin, että voimme järjestää sen”, Vecculi hymyilee. Gandalf kaivaa loitsukirjansa esiin ja katsoo tasakylkisen kolmion kuvaa. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus]* ”Tasakylkisessä kolmiossa on kaksi yhtä pitkää sivua, joita ovat kolmion kyljet, ja kaksi yhtä suurta kulmaa.” *[taikataputus]* Samassa heidän edessään leijailee pieni punainen potkurikone. ”Tällä me pääsemme pois täältä”, Gandalf sanoo. ”Tuota… Minä taidan kävellä. Tykkään kävelystä todella paljon. Oikeastaan haluaisin aina vain kävellä”, Hipsu sanoo luoden pelokkaita katseita potkurikonetta koti. ”Hipsu, olet ihan hupsu. Tiedätkö, miten tämä kone pysyy ilmassa?” Vecculi kysyy Hipsulta. ”No?”, Hipsu sanoo epävarmasti. ”Se pysyy ilmassa matematiikalla”, Vecculi vastaa voitonriemuisesti. ”No sittenhän meillä ei ole hätää. Emme ole turhaan matemaagikkoja”, Hipsu sanoo iloisena ja hyppää kyytiin.

Kaikki kipuavat potkurikoneeseen paitsi Telepatiakissa, joka seisoo jämähtäneenä paikallaan. ”Telepatiakissa, hyppää kyytiin!” Neiti X huutaa. ”Miau, minä taidan jäädä tänne”, Telepatiakissa vastaa hiljaa. ”Muistatko, kun lupasimme auttaa sinua, jos sinä autat meitä Mietteliäällä vuorella. Nyt on meidän aikamme auttaa. Tule mukaamme. Voit jäädä asumaan meistä jonkun luokse”, Vecculi sanoo Telepatiakissalle. ”Miau, todellako?” Telepatiakissa kysyy toiveikkaana. ”Minä olisin ainakin kiinnostunut kuulemaan enemmän tarinoitasi Mietteliäästä vuoresta. Luulen, että voisimme kirjoittaa siitä yhdessä kirjan”, Gandalf sanoo. Telepatiakissa hypähtää koneeseen Neiti X:n syliin. ”Miau, eiköhän laiteta sitten potkurit töihin”, hän sanoo. Vecculi sanoo loitsun. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.)[taikataputus]* ”Lento gento ylös.” *[taikataputus]*

He huristelevat lumisen maiseman yläpuolella ja nauttivat raikkaasta ilmasta. Tutun näköisen metsän hahmottuessa edessäpäin Vecculi huudahtaa: ”Tuolla on minun kotini!” ”Ai, missä?” Hipsu kysyy ja nojautuu eteenpäin. Hän painaa vahingossa punaista nappia, jossa lukee *”Heittoistuin”*. Samassa Hipsun koko penkki sinkoutuu korkealle ilmaan, minkä jälkeen siitä avautuu laskuvarjo. Hipsu huutaa kauhuissaan ja puristaa silmiään kiinni. ”Hipsu!” muut huutavat hädissään. ”Meidän täytyy laskeutua”, Vecculi sanoo ja tarttuu koneen ohjaimiin. Hän ohjaa koneen taidokkaasti tyhjälle metsäaukiolle. Kaikki kipuavat kyydistä ja huhuilevat Hipsun perään. ”Olen täällä”, kuuluu hiljainen voihkaisu jostain heidän yläpuoleltaan. Laskuvarjo on takertunut puun latvaan, ja Hipsu roikkuu siitä vaarallisen näköisesti. ”Älä huoli, me autamme sinut alas”, Gandalf rauhoittelee Hipsua. ”Meidän täytyy rakentaa jokin torni tai tikapuut, joiden avulla saamme Hipsun alas. Puu on aivan liian jäässä, jotta sitä pitkin olisi turvallista kiivetä”, Neiti X sanoo. ”Minulla on mukana värisauvoja, joita voisimme käyttää apuna Hipsun pelastamisessa”, Gandalf sanoo.”Hyvä idea! Rakennamme värisauvoista mahdollisimman korkean tornin, minkä jälkeen voin taikoa sen pituuden kymmenkertaiseksi”, Vecculi sanoo. ”Pitäkää kiirettä! Minusta tuntuu, että varjo repeää kohta”, Hipsu huudahtaa paniikissa.

Oppilaiden tehtävänä on rakentaa värisauvoilla mahdollisimman korkea torni annetussa ajassa. Tornin kerrosten tulee olla yhtä leveät. Sen ryhmän, jonka torni on pisin, vastaus kerrotaan kymmenellä, jolloin saadaan Hipsun pelastamiseen tarvittavan tornin pituus.

Vecculi kaivaa esille taikaliuskekivensä. ”Selvitetään, kuinka korkea tornista pitäisi tulla”, hän sanoo. *(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus] Oppilaat lähettävät ratkaisun telepaattisesti naputtamalla sormia kevyesti päähän ja pitäen silmiänsä kiinni. [taikataputus]*

”Tornista tulee X metriä pitkä. Voimme pelastaa Hipsun sen avulla!” Vecculi sanoo. Hän taikoo tornin X metriä pitkäksi.*(Opettaja näyttää taikataputusmerkin.) [taikataputus]* ”Hyppy jyppy nyppy.” *[taikataputus]* Nyt torni ylettyy juuri ja juuri Hipsun jalkoihin. Hipsu nousee varovasti seisomaan tornin päälle ja irrottautuu laskuvarjostaan. ”Onneksi minulla oli tämä!” hän sanoo kiitollisena ja taputtaa laskuvarjoaan. Torni kutistuu hiljalleen, ja Hipsu pääsee takaisin maankamaralle. ”Huh”, hän sanoo ja katuu lumikinokseen. ”En ole koskaan ollut näin onnellinen siitä, että makaan keskellä lumikasaa”, Hipsu sanoo onnellisena. Muut nostavat Hipsun käsistä takaisin pystyyn ja tukevat häntä kainaloista. ”Tulkaa, minun kotini on aivan tässä lähellä”, Vecculi sanoo osoittaa vasemmalle. He lähtevät kulkemaan lumikinoksissa kohti Vecculin kotia.

”Odottakaa!” Hipsu parkaisee yhtäkkiä. ”Minun jalokiveni, ne ovat poissa!” hän ulvoo kauhuissaan tunnustellessaan tyhjää reppuaan. ”Etkö muista, mitä Mietteliäs vuori sanoi?” Neiti X muistuttaa. ”Me emme saa viedä hänen aarteitaan.” ”Mutta hän sanoi myös, että meillä on jo suuri aarre mukanamme”, Hipsu sanoo. ”Luulin, että hän tarkoitti smaragdeja ja kultarahoja ja timantteja ja kultaharkkoja ja kaikkea muuta arvokasta.” ”Luulen, että Mietteliäs vuori tarkoitti aivan toisenlaista aarretta”, Gandalf sanoo rauhallisesti. ”Mitä aarretta?” Hipsu kysyy nyyhkyttäen. He kaikki katsovat toisiaan ja hymyilevät. Hipsu katsoo muita kummastuneena, kunnes ymmärtää. ”Ehkäpä Mietteliäs vuori oli oikeassa. Minulla ei voisi olla parempia ystäviä kuin te”, Hipsu hymyilee ja rutistaa vieressään käveleviä Neiti X:ää ja Gandalfia. ”Miau, ystävät ovat aarteista arvokkaimmat. Kukaan ei olisi selviytynyt Mietteliään vuoren seikkailuista yksin”, Telepatiakissa sanoo. Kaikki viisi kävelevät hiljaa metsässä kinosten ja lumisten puiden keskellä illan hämärtyessä. Hyvien ystävien kesken ei aina tarvitse sanoa sanakaan: he ymmärtävät sinua silti – ainakin jos ovat kokeneet yhdessä seikkailun Mietteliäällä vuorella.

Luokalle pidetään juhlat matemaagikoksi valmistumisen kunniaksi.

Hei luokka 4X!

Tarvitsen kipeästi teidän apuanne. Minä ja ystäväni olemme todellisessa pulassa, emmekä selviä siitä yksin. Ystäväni Gandalf on joutunut Mietteliään vuoren vangiksi. Mietteliäs vuori on maaginen paikka, jossa selviävät vai matemaagikot. Minä ja ystäväni emme ole matemaagikkoja vaan tavallisia velhoja. Tarvitsemme vuorelle apuja ja kristallipallostani näin, että te olisitte hyviä matemaagikko kokelaita. Teiltä vaaditaan yhteistyötä, rohkeutta ja nokkeluutta, jotta selviätte seikkailusta. Oletteko valmiita lähtemään mukaamme Mietteliäälle vuorelle?

Hienoa, että olette noin innokkaasti mukana! Lähdemme huomenna matkalle kohti Mietteliästä vuorta.

Huomiseen!

-Vecculi

KIRJURI	- Kirjoittaa ryhmän yhteiset tehtävät - Huolehtii, että ryhmä pysyy aikataulussa
HUOLEHTIJA	- Lukee tehtävän kaikille - Kysyy tarvittaessa apua opettajalta - Pitää huolen, että kaikki ymmärtävät tehtävän ja vastauksen - Huolehtii ryhmälle tarvittavat välineet ja vie ne lopuksi pois
JOHTAJA	- Pitää huolen, että ryhmässä keskustellaan kirjastoäänellä - Kannustaa ja rohkaisee muita - Katsoo, että kaikki osallistuvat - Esittelee tarvittaessa ryhmän vastauksen muulle luokalle

KIRJURI	- Kirjoittaa ryhmän yhteiset tehtävät - Huolehtii, että ryhmä pysyy aikataulussa
HUOLEHTIJA	- Lukee tehtävän kaikille - Kysyy tarvittaessa apua opettajalta - Pitää huolen, että kaikki ymmärtävät tehtävän ja vastauksen - Huolehtii ryhmälle tarvittavat välineet ja vie ne lopuksi pois
JOHTAJA	- Pitää huolen, että ryhmässä keskustellaan kirjastoäänellä - Kannustaa ja rohkaisee muita - Katsoo, että kaikki osallistuvat - Esittelee tarvittaessa ryhmän vastauksen muulle luokalle

MINUN MITTANI

Pituuteni: _______cm = _______ m _________cm = _______ m

Syntymäpituuteni: _______ cm

Syntymäpainoni: _______ g = _______ kg

Kämmenen pituus: _______ cm

Jalkapohjan pituus: _______ cm

Askeleen pituus: _________ cm = _______ m

Painoni: _______ kg = _________g = _______g = _______kg

Koulumatkani päivässä: _______ km _______ m = _______km = _______m

Matka matemaagikoksi.....

Oman ryhmäni nimi on:____

Ryhmääni kuuluvat:____

Ryhmämme harjoittelee yhdessä:____

Näissä asioissa olen hyvä:____

Ryhmäläisteni mielestä osaan:____

Itse olen päättänyt harjoitella erityisesti:____

.... ja matka alkakoon! Jännittäviä hetkiä Mietteliään vuoren seikkailuissa!

GANDALF

VECCULI

NEITI X

HIPSU

Tehtävä 1

Edessänne on nyt kasa värisauvoja. Järjestäkää värisauvat pituusjärjestykseen. Muodostakaa nyt taikasana, joka auttaa Helinän ja Herra X:n sisälle Mietteliääseen vuoreen.

vihreä	U
musta	T
vaaleanpunainen	-
valkoinen	X
keltainen	T
oranssi	N
sininen	T
ruskea	M
sinipunainen	A
punainen	O
vaaleansininen	N
punaruskea	E

Taikasana on ____.

Tutustutaan värisauvoihin

Merkitse sauvan pituus ja väritä alla olevat sauvat.

valkoinen V =

vaaleanpunainen VP =

vaaleansininen VS =

punainen P =

keltainen K =

sinipunainen SP =

ruskea R =

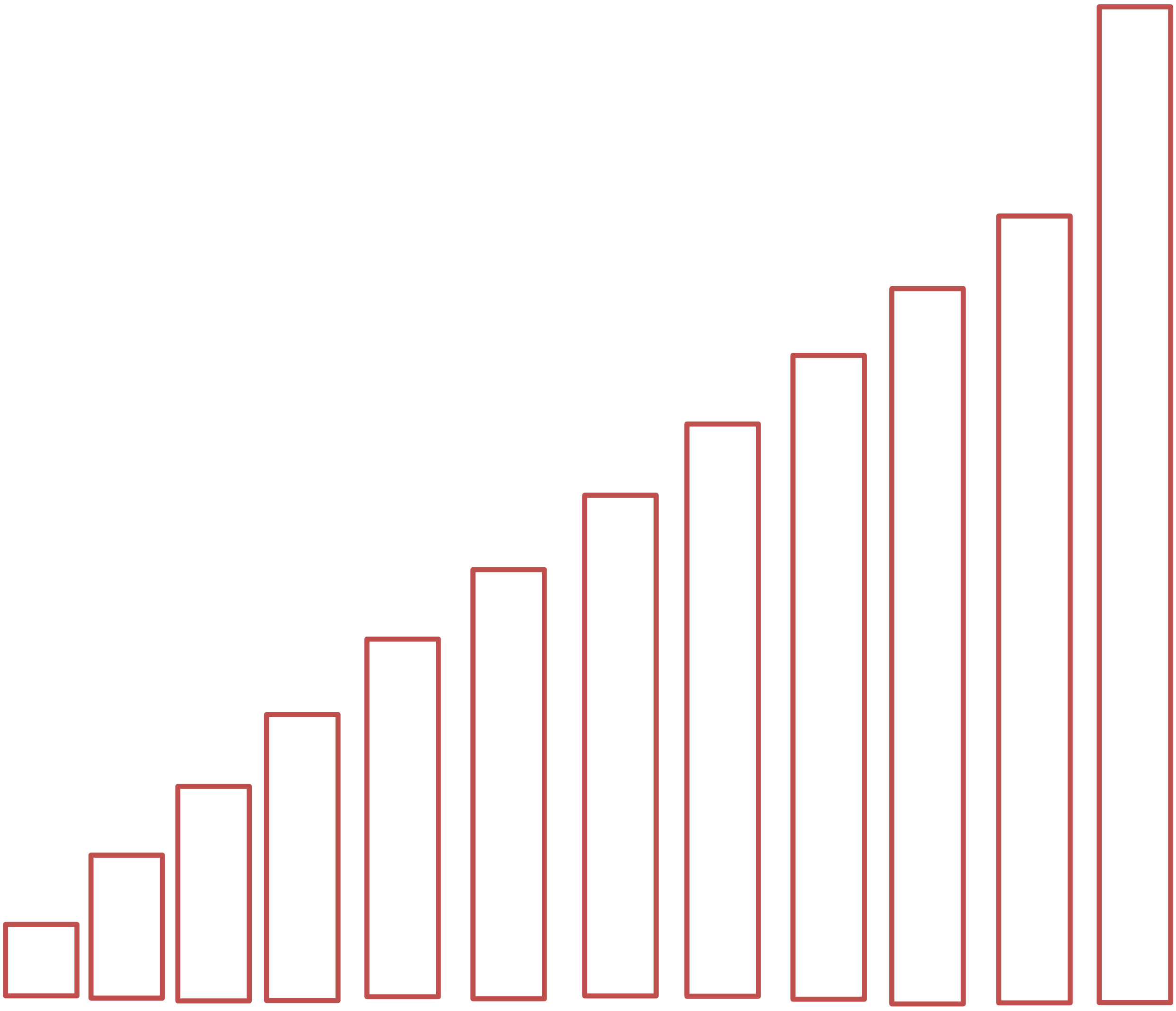
punaruskea PR =

sininen S =

oranssi OR =

vihreä VÄ =

musta M =



Tehtävä 2

Kokeile ja laske käyttämällä värisauvoja yhdessä ryhmäsi kanssa.

oranssi = ___ keltaista

punaruskea = ____ punaista

musta= ____ ruskeaa

vihreä = ____ sinipunaista

tummansininen = ____ vaaleansinistä

punainen = ____ vaaleanpunaista

vaaleanpunainen = ____ valkoista

vaaleansininen = ____valkoista

MIETTELIÄÄN VUOREN TEHTÄVÄ

Kokeile ja keksi, kuinka monella eri tavalla voit pienempiä värisauvoja käyttäen muodostaa

a) keltaisen sauvan   b) ruskean sauvan.

Kirjoita ja piirrä ratkaisusi.

a)

b)

Vertailkaa vastauksia ryhmässä ja kopioikaa toistenne vastaukset niin, että kaikilla on samat vastaukset. Palauttakaa yksi moniste opettajille.

Valitkaa kaksi eriväristä sauvaa ja asettakaa ne jonoksi. ”Kutokaa” värisauvoilla mahdollisimman monta yhtä pitkää, mutta eriväristä raitaa mattoon. Kaikki yhdistelmät ovat sallittuja.

TELEPATIAKISSAN TELEPATIATEHTÄVÄ

1) Arvaa joku yksinumeroinen luku.

2) Kerro luku kahdella.

4) Lisää tulokseen 8.

4) Jaa tulos kahdella.

5) Vähennä tästä tuloksesta alkuperäinen, ensimmäiseksi ajattelemasi luku.

6) Nyt tiedät, mitä lukua minä ajattelen.

Muodostakaa tähän jokaisesta kohdasta lauseke ja vastaus:

1)__________

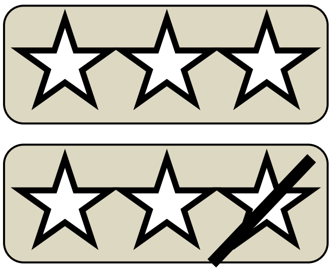
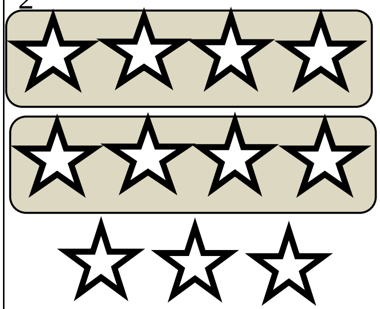
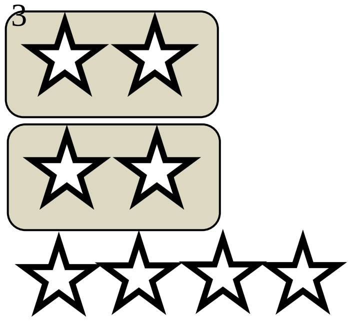
2)____

3)____

4)____

5)____

6)______

1 	$2 \cdot 3 - 1$	$6 - 1$
5	2 	$2 \cdot 4 + 3$
$8 + 3$	11	3 
$2 \cdot 2 + 4$	$4 + 4$	8

Ryhmä 1 N	A	G
L	A	D
A	I	F
E	T	

Ryhmä 2 T	U	A
T	T	A
N		E
N	I	Ä

Ryhmä 3 R	E	K
K	O	T
	A	A
T	Y	N

Ryhmä 4 K	I	M
L		Ä
U	K	U
I	E	

Ryhmä 5 I	K	I
	Ä	N
U	U	M
	U	T

Ryhmä 6 I	A	V
A	K	K
I	S	
	Ä	T

Ryhmä 7

R	E	K
O	O	T
A	T	
		I

Ryhmä 8

K	A	J
	A	A
L	I	M
?	Ä	L

Vecculi	Gandalf	Telepatiakissa
VP VP PR	VS VS VS V	VP VP VP P
R R VP	K K SP	V V S S
K K K V	OR VS VS	VS VS VS VS VP VP

TELEPATIAKISSAN OHJEET LAUSEKKEEN MUODOSTAMISEEN

1) Katso tarkkaan, mitä kuvassa / tehtävässä on.

2) Mieti, millaisen lausekkeen voisit siitä tehdä.

3) Kirjoita lauseke. Muista ottaa kaikki tarvittavat luvut mukaan.

4) **Ennen lausekkeen sievennystä kirjoita =**

5) Sievennä lauseke. **Ne laskut ja luvut, jotka eivät vielä sievene, pysyvät ennallaan.**

6) Tee sievennys tarvittavan monta kertaa. Lopuksi kirjoita vastaus.

TELEPATIAKISSAN OHJEET LAUSEKKEEN MUODOSTAMISEEN

1) Katso tarkkaan, mitä kuvassa / tehtävässä on.

2) Mieti, millaisen lausekkeen voisit siitä tehdä.

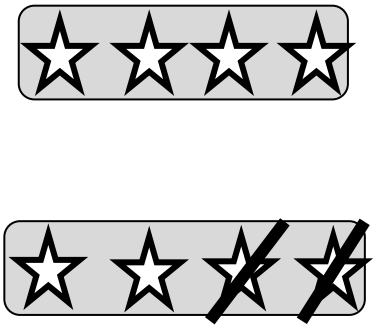
3) Kirjoita lauseke. Muista ottaa kaikki tarvittavat luvut mukaan.

4) **Ennen lausekkeen sievennystä kirjoita =**

5) Sievennä lauseke. **Ne laskut ja luvut, jotka eivät vielä sievene, pysyvät ennallaan.**

6) Tee sievennys tarvittavan monta kertaa. Lopuksi kirjoita vastaus.

V



G

Viisi haamua lymyilee luolan nurkassa. Jokaisella haamulla on kädessään kaksi smaragdia. Luolan nurkassa on lisäksi neljä smaragdia, joista haamut riitelevät. Montako smaragdia luolassa on yhteensä?

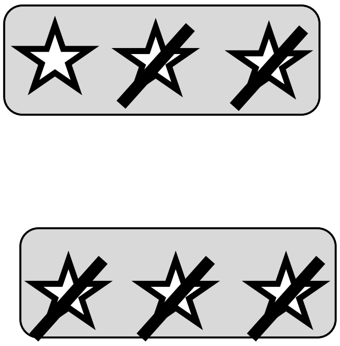
T

Kolme hiirtä kipittää pitkin Mietteliään vuoren rinnettä. Heidän seurassaan on myös yksi kolmijalkainen rotta. Montako jalkaa kaikilla näillä on yhteensä?

V

Kaksi velhoa yrittää etsiä luolassa tietä ulos. Heillä on molemmissa käsissä soihdut. Tämän lisäksi seinustalla on neljä lisäsoihtua. Montako soihtua on yhteensä?

G



T

3

3 2

3 3

3 2

V

4

4

4 8

4

G

1 3

2

3 3

T

Kolme **hämähäkkiparia** kulkee pitkin luolan seiniä. Yksi hämähäkeistä jää kutomaan verkkoaan pimeään luolan nurkkaan. Montako hämähäkkiä jatkaa matkaa?

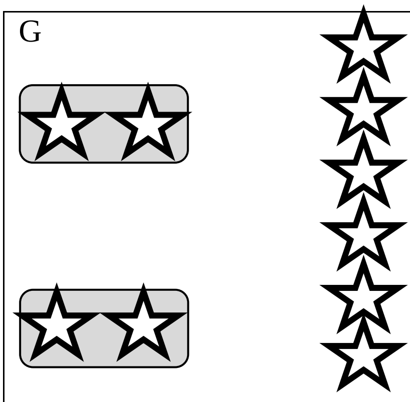
V

5

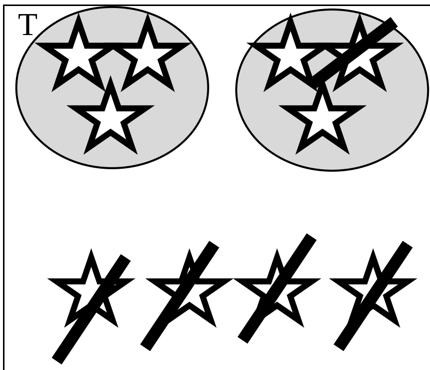
6

5 5

G



T



Telepatiakissatehtävä - Kuinka teidän ryhmä pääsee kuilun ylitse?

Hyppäätte taikatasapainovaakaan. Taikatasapainovaaka punnitsee painosi syntymäpainon. Kaksi teistä matkustaa vasemmanpuoleisessa kupissa ja yksi oikeanpuoleisessa kupissa. Kuinka paljon teidän tulee lisätä painoa oikeanpuoleiseen kuppiin, jotta vaa'an molemmissa kupeissa on yhtä paljon painoa?

____________ g + ____________ g = ____________ g + ______________ g

MIETTELIÄÄN VUOREN KAUPPA

Mitetteliään vuoren kauppa on taikakauppa, jossa tuotteiden hinnat muuttuvat. Hinnat ovat kuvattu laskulausekkeen avulla, jossa yksi numero vaihtelee. Tuotteiden hinnan saa selville heittämällä noppaa ja sijoittamalla nopan silmäluvun tyhjän paikalle.

1) *Valitse tuote(kaksi ötökkää, kaksi syömistä ja kaksi taikatavaraa).*
2) *Merkitse tuotteen hintaa kuvaava laskulauseke vihkoosi.*
3) *Heitä noppaa.*
4) *Sijoita nopan näyttämä silmäluku lausekkeeseen ja laske tuotteen hinta.*

ÖTÖKÄT

Sitkeä hämähäkinseittiLimainen toukka Hämähäkki Nopsajalkainen




9 – _____ 6 – _____ _____ + 28 15 - _____

Runoperhonen Myrkkytoukka Happopistiäinen Läpinäkyvä perhonen




3 + _____ _____ - 1 _____ + 2·2 4·3 + _____

SYÖMISET

Toivomusomena Muistichili Voimarypäleet Innokuusbanaaneja




_____ : 1 ___ · 10 60: _____ ______

Notkistava leipä

9 · ____

Energiahotsi

30: ____

Jymyhedelmät

6· ____

Ilokurpitsa

4 · ____ + ____

TAIKATAVAROITA

Lentävä luuta

2·____ + ____ - 2

Mietintämyssy

2·____ + 6·7 - ____

Haarniska

9:3 – ____:2

Salainen avain

60:____ - 3· ____

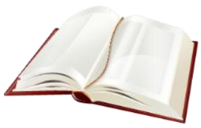
Yhtälötasapainovaaka

9·2 – ___ : 1

Kristallipallo

8 · ____ - 7

Gandalfintaikakirja

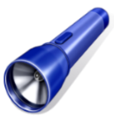


42:7 – ____

Taikasauva

2 · ____ - 2

Maaginen lamppu



8·3 + 3 ·___

MIETTELIÄÄN VUOREN TEHTÄVÄ 1:

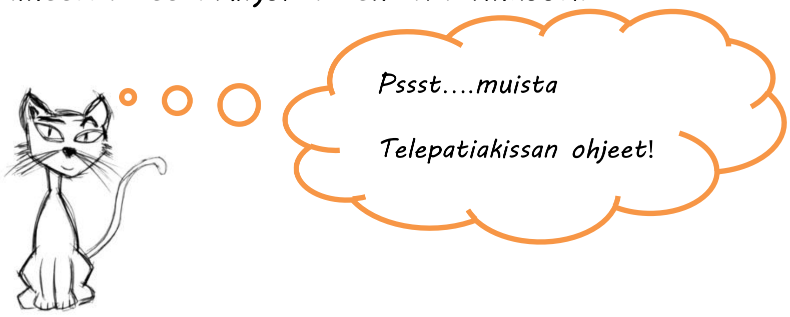
Ryhmäsi saa valita kuusi tuotetta, jotka haluaisi ottaa Mietteliään vuoren seikkailuihin. **Kirjuri** valitsee kaksi taikatavaraa, **johtaja ja huolehtija**valitsevat kumpikin yhden syömisen ja yhden ötökän. Kirjoittakaa kukin itse valitsemasi tuotteet ja sen hinta:

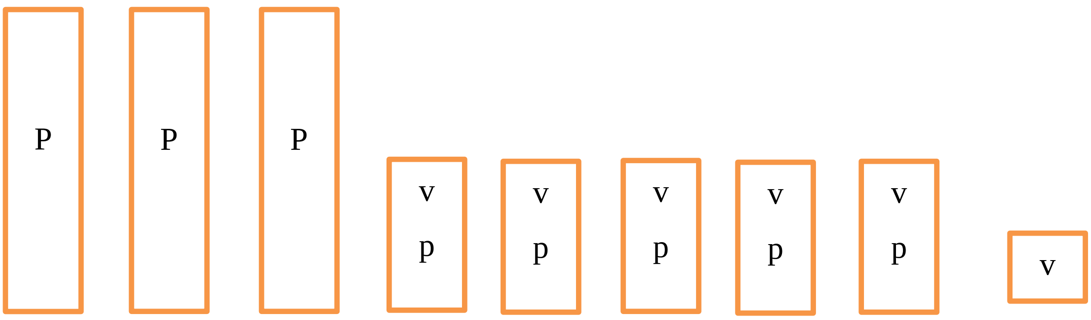
1. ____
2. ____
3. ____
4. ____
5. ____
6. ____

Tämän jälkeen miettikää yhdessä, mitkä tuotteet saatte ostettua 20 kultarahalla. Voitte käyttää alla olevaa ruudukkoa hyväksenne laskuissa. Kirjoittakaa tuotteet.

Nimi:______________________ Kotitehtävä

1.Gandalf vapautui kertoessanne Mietteliäälle vuorelle, kuinka lauseke muodostetaan. Varmista, että osaat muodostaa lausekkeen ja kirjoita sanallisesti mitä kussakin vaiheessa teet. Kirjoita tehtävä vihkoosi.





2. Keksi kolme uutta tuotetta Mietteliään vuoren kauppaan ja jokaiselle tuotteelle sitä kuvaava lauseke. Lausekkeessa tulee esiintyä Neiti X eli kirjan X. Piirrä ja nimeä tuotteet pilviin ja laske niille hinta heittämällä noppaa.

$$x:6+2$$

$$8 \cdot x$$

$$8:x+x$$

$$2 \cdot x+3$$

$$2 \cdot x + x$$

$$2 \cdot x : 2 + 1$$

$$x : 2 + 2$$

$$26 - 2 \cdot x$$

$$2 \cdot x + 4$$

$$5 \cdot x$$

$$6 \cdot x$$

$$x - 17$$

16-x-1

20-x-1

x-8-4

x-7

$$x+5+2$$

$$x-16$$

$$17+x-4$$

$$13+x$$

$8+x+1$

$29-x$

$8+x+7$

$7-x$

——— 3-x x=1	2 ——— x+5 x=8	13 ——— 2·x x=8
16 ——— x-14 x=20	6 ——— x:6 x=24	4 ——— x+3+1 x=8
12 ——— 20-x-1 x=4	15 ——— 3·x-5 x=4	7 ———

YLIMÄÄRÄISET DOMINOPALAT

17 ——— $3 \cdot x - 1$ $x=5$	14 ——— $x-7-3$ $x=15$	5 ——— $x+8+2$ $x=5$
15 ——— $45 : x - 1$ $x=5$	8 ——— $35-x-7$ $x=10$	18 ——— $2 \cdot x + 2$ $x=9$
20 ——— $13-x+8$ $x=12$	9 ——— $x-33$ $x=50$	

Mitä Hipsulle on tapahtunut Mietteliäällä vuorella? Keksi tarina ja siihen liittyvä tehtävä.

Tarina ja kysymys sanallisesti

Kysymys matematiikan kielellä

Ratkaisu piirtämällä

Lasku ja tulos matematiikan kielellä

Vastaus sanallisesti

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $16 : x$, missä $x = 8$

d. $2 \cdot x - 5$ missä $x = 5$

b. $21 - 7 - x$, missä $x = 13$

e. $21 : 3 - x$, missä $x = 2$

c. $x - 9 - 1 - 2$, missä $x = 15$

________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. 3.

Gandalf / 1

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $2 + x + 1$, missä $x = 3$

d. $x - 7 - 3$, missä $x = 14$

b. $10 - x - 1$, missä $x = 7$

e. $x + 1 + 2 + 3$, missä $x = 2$

c. $2 \cdot x - 8$, missä $x = 4$

_________ _________ _________ _________ _________

a. b. c. d. e.

Vecculi/1

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $x : 7$, missä $x = 21$

d. $100 : x$ missä $x = 10$

b. $3 \cdot x - 8$, missä $x = 5$

e. $5 \cdot x + x - 1$, missä $x = 2$

c. $2 \cdot x + x$, missä $x = 3$

f. $x + 6 - 4 - 2$, missä $x = 9$

________ ________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e. f.

Telepatiakissa/ 1

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $16 : x + 9$, missä $x = 8$

d. $2 \cdot x - 9$ missä $x = 5$

b. $21 - 7 - x$, missä $x = 3$

e. $21 : 3 - x$, missä $x = 4$

c. $x - 9 - 1 - 2$, missä $x = 15$

_________ _________ _________ _________ _________

a. b. c. d. 3.

Gandalf / 2

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $2 + x + 1$, missä $x = 7$

d. $x - 7 - 3$, missä $x = 14$

b. $10 - x - 1$, missä $x = 6$

e. $x + 1 + 2 + 8$, missä $x = 2$

c. $2 \cdot x - 5$, missä $x = 4$

_________ _________ _________ _________ _________

a. b. c. d. e.

Vecculi/2

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $x : 7$, missä $x = 21$

d. $100 : x$ missä $x = 50$

b. $4 \cdot x - 6$, missä $x = 5$

e. $5 \cdot x + x - 1$, missä $x = 2$

c. $2 \cdot x + x + 1$, missä $x = 3$

f. $2 \cdot x - 4 - 2$, missä $x = 9$

a. b. c. d. e. f.

Telepatiakissa/ 2

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $16 : x + 10$, missä $x = 8$

d. $2 \cdot x + 2$ missä $x = 5$

b. $21 - 7 - x$, missä $x = 14$

e. $21 : 3 + x$, missä $x = 5$

c. $x - 9 + 10$, missä $x = 15$

_________ _________ _________ _________ _________

a. b. c. d. 3.

Gandalf / 3

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $2 + x - 10$, missä $x = 7$

d. $x - 7 - 3$, missä $x = 24$

b. $10 - x - 3$, missä $x = 6$

e. $x + 1 + 5 + 8$, missä $x = 2$

c. $2 \cdot x - 6$, missä $x = 4$

________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e.

Vecculi/3

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $x : 3 + 5$, missä $x = 27$

d. $100 : x - 4$ missä $x = 10$

b. $4 \cdot x : 2 + 1$, missä $x = 5$

e. $5 \cdot x + 2 \cdot x$, missä $x = 2$

c. $2 \cdot x + x$, missä $x = 3$

f. $2 \cdot x - 4 - 2$, missä $x = 3$

______ ______ ______ ______ ______ ______

a. b. c. d. e. f.

Telepatiakissa/ 3

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. 16 : x + 6, missä x = 2

d. 2 · x - 7 missä x = 5

b. 21 - 7 - x, missä x = 14

e. 21 : 3 - x, missä x = 4

c. x - 9 + 4, missä x = 15

__________ __________ __________ __________ __________

a. b. c. d. 3.

Gandalf / 4

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $2 + x - 6$, missä $x = 7$

d. $x - 7 - 3$, missä $x = 13$

b. $10 - x - 2$, missä $x = 6$

e. $x + 5 - 4$, missä $x = 2$

c. $2 \cdot x + 6$, missä $x = 5$

________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e.

Vecculi/4

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $x : 9 + 11$, missä $x = 27$

d. $56 : x$ missä $x = 7$

b. $4 \cdot x : 2 - 8 - 2$, missä $x = 5$

e. $5 \cdot x + 2 \cdot x$, missä $x = 2$

c. $2 \cdot x + x - 8$, missä $x = 3$

f. $2 \cdot x - 4$, missä $x = 3$

_________ _________ _________ _________ _________ _________

a. b. c. d. e. f.

Telepatiakissa/ 4

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $x + 3$, missä $x = 10$

d. $5 \cdot x - 9$, missä $x = 3$

b. $2 \cdot x$, missä $x = 4$

e. $15 : x + 2$, missä $x = 5$

c. $10 - x$, missä $x = 5$

a. b. c. d. e.

Gandalf/5

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $x + 6$, missä $x = 7$

d. $2 \cdot x$, missä $x = 4$

b. $x - 1$, missä $x = 6$

e. $2 \cdot x + 3$, missä $x = 2$

c. $2 \cdot x + 6$, missä $x = 5$

________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e.

Vecculi/5

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $x + 3$, missä $x = 2$

b. $2 \cdot x$, missä $x = 3$

c. $8 \cdot x$, missä $x = 0$

d. $2 \cdot x + 3 \cdot x$, missä $x = 3$

e. $3 \cdot x - 9$, missä $x = 7$

f. $24 : x + 6$, missä $x = 4$

________ ________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e. f.

Telepatiakissa/5

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaavaa kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $7 - x$, missä $x = 6$

d. $4 + 5 \cdot x$, missä $x = 2$

b. $x + 2$, missä $x = 1$

e. $2 \cdot x - 14$, missä $x = 7$

c. $2 \cdot x - 7$, missä $x = 5$

________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e.

Gandalf/6

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $x - 2$, missä $x = 12$

d. $5 \cdot x$, missä $x = 2$

b. $x + 1$, missä $x = 5$

e. $4 + x \cdot 2$, missä $x = 2$

c. $2 \cdot x - 4$, missä $x = 3$

________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e.

Vecculi/6

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $x + 7$, missä $x = 8$

d. $3 \cdot x – 9:3$, missä $x = 3$

b. $2 \cdot x + 4$, missä $x = 2$

e. $2 \cdot x - 8$, missä $x = 7$

c. $10 : x + 5$, missä $x = 2$

f. $7 \cdot x + 2$, missä $x = 0$

________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e.

Telepatiakissa/6

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $5 \cdot x - 6$, missä $x = 3$

d. $6 : x – 1$, missä $x=2$

b. $5 - x$, missä $x = 3$

e. $x - 4$, missä $x = 4$

c. $2 \cdot x + 2$, missä $x = 4$

_________ _________ _________ _________ _________

a. b. c. d. e.

Gandalf/7

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $x - 4$, missä $x = 4$

d. $5 \cdot x - 6$, missä $x = 3$

b. $x + 2$, missä $x = 3$

e. $2 \cdot x - 5 + 2$, missä $x = 7$

c. $2 \cdot x + 7$, missä $x = 5$

________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e.

Vecculi/7

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $2 + x - 5$, missä $x = 4$

d. $3 + 20 : x$, missä $x = 2$

b. $x - 4$, missä $x = 6$

e. $2 \cdot x - 11$, missä $x = 7$

c. $2 \cdot x + 2 \cdot 4$, missä $x = 3$

f. $20 \cdot x$, missä $x = 0$

________ ________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e. f.

Telepatiakissa/7

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $2 + x + 3$, missä $x = 7$

d. $5 \cdot x + 3$, missä $x = 2$

b. $x - 4$, missä $x = 4$

e. $2 \cdot x - 3$, missä $x = 7$

c. $2 \cdot x - 3$, missä $x = 3$

________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e.

Gandalf/8

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $2 + x + 1$, missä $x = 4$

d. $5 \cdot x + 4$, missä $x = 2$

b. $x - 4$, missä $x = 6$

e. $2 \cdot x - 3$, missä $x = 7$

c. $2 \cdot x$, missä $x = 3$

_________ _________ _________ _________ _________

a. b. c. d. e.

Vecculi/8

Laske lausekkeen arvo ja kirjoita arvoa vastaava kirjain tehtävien alla oleville viivoille.

a. $2 \cdot x + 3$, missä $x = 4$

d. $5 \cdot x - 4 \cdot 3$, missä $x = 3$

b. $x : 2$, missä $x = 6$

e. $2 \cdot x - 11$, missä $x = 7$

c. $x \cdot 2 - 5$, missä $x = 3$

f. $28 : x + 7$, missä $x = 4$

________ ________ ________ ________ ________ ________

a. b. c. d. e. f.

TelepatiaKissa/8

6	E
2	I
4	V
8	O
1	M
3	A
5	L
7	P
9	Y
10	S
11	T
13	U
14	N
12	Ä
16	K
15	J
18	D
17	Ö
0	

6	E
2	I
4	V
8	O
1	M
3	A
5	L
7	P
9	Y
10	S
11	T
13	U
14	N
12	Ä
16	K
15	J
18	D
17	Ö
0	

6	E
2	I
4	V
8	O
1	M
3	A
5	L
7	P
9	Y
10	S
11	T
13	U
14	N
12	Ä
16	K
15	J
18	D
17	Ö
0	

6	E
2	I
4	V
8	O
1	M
3	A
5	L
7	P
9	Y
10	S
11	T
13	U
14	N
12	Ä
16	K
15	J
18	D
17	Ö
0	

6	E
2	I
4	V
8	O
1	M
3	A
5	L
7	P
9	Y
10	S
11	T
13	U
14	N
12	Ä
16	K
15	J
18	D
17	Ö
0	

6	E
2	I
4	V
8	O
1	M
3	A
5	L
7	P
9	Y
10	S
11	T
13	U
14	N
12	Ä
16	K
15	J
18	D
17	Ö
0	

Ryhmien vastaukset (tarkistus)

1. Ryhmä

Vecculi	a) 6 E	b) 2 I	c) 0	d) 4 V	e) 8 O	
Gandalf	a) 2 I	b) 1 M	c) 3 A	d) 5 L	e) 5 L	
Telepatiakissa	a) 3 A	b) 7 P	c) 9 Y	d) 10 S	e) 11 T	f) 9 Y

2. Ryhmä

Vecculi	a) 10 S	b) 3 A	c) 3 A	d) 4 V	e) 13 U	
Gandalf	a) 11 T	b) 11 T	c) 3 A	d) 1 M	e) 3 A	
Telepatiakissa	a) 3 A	b) 14 N	c) 10 S	d) 2 I	e) 11 T	f) 12 Ä

3. Ryhmä

Vecculi	a) 0	b) 1 M	c) 2 I	d) 14 N	e) 16 K	
Gandalf	a) 12 Ä	b) 0	c) 16 K	d) 12 Ä	e) 12 Ä	
Telepatiakissa	a) 14 N	b) 11 T	c) 9 Y	d) 6 E	e) 14 N	f) 0

4. Ryhmä

Vecculi	a) 3 A	b) 2 I	c) 16 K	d) 3 A	e) 3 A	
Gandalf	a) 14 N	b) 0	c) 10 S	d) 3 A	e) 3 A	
Telepatiakissa	a) 14 N	b) 0	c) 1 M	d) 8 O	e) 14 N	f) 2 I

5. Ryhmä

Vecculi	a) 13 U	b) 5 L	c) 16 K	d) 8 O	e) 7 P	
Gandalf	a) 13 U	b) 8 O	c) 5 L	d) 6 E	e) 5 L	
Telepatiakissa	a) 5 L	b) 6 E	c) 0 _	d) 15 J	e) 12 Ä	f)12 Ä

6. Ryhmä

Vecculi	a) 10 S	b) 6 E	c) 2 I	d) 10 S	e) 8 O	
Gandalf	a) 1 M	b) 3 A	c) 3 A	d) 14 N	e) 0	
Telepatiakissa	a) 15 J	b) 8 O	c) 10 S	d) 0 _	e) 6 E	f)2I

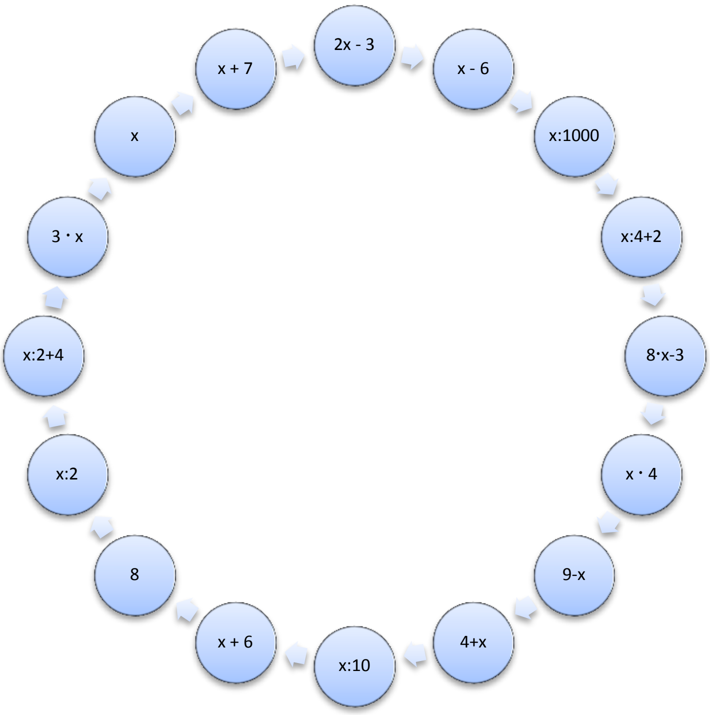
7. Ryhmä

Vecculi	a) 0_	b) 5 L	c) 17 Ö	d) 9 Y	e) 11 T	
Gandalf	a) 9 Y	b) 2 I	c) 10 S	d) 2 I	e) 0 _	
Telepatiakissa	a) 1 M	b) 2 I	c) 14 N	d) 13 U	e) 3 A	f) 0

8. Ryhmä

Vecculi	a) 7 P	b) 2 I	c) 6 E	d) 14 N	e) 11 T	
Gandalf	a) 12 Ä	b) 0 -	c) 3 A	d) 13 U	e) 11 T	
Telepatiakissa	a) 11 T	b) 3 A	c) 1 M	d) 3 A	e) 3 A	f)14N

Silta jatkuu ja jatkuu ja jatkuu ympyränä. Mietteliään vuoren sillan saa ylitettyä hyppäämällä tietyille askelmille. Selvitä askelmat kirjoittamalla sanalliselle muodolle lauseke. Jokainen lauseke löytyy sillan askelmista. Ympyröi sillalta ne laudat, joille voit astua.



1. askelma: Luku x kerrotaan kolmella.

____

2. askelma: Lukuun x lisätään 7.

____

3. askelma: Luvusta 9 vähennetään x.

____

4. askelma: Luku x kerrotaan kahdeksalla ja
tulosta vähennetään 3.

____

5. askelma: Luvusta x vähennetään 6.

____

6. askelma: Luku x jaetaan kahdella ja lisätään 4.

____

7. askelma: Lukuun 4 lisätään x.

____

8. askelma: Luku x jaetaan tuhannella.

____

SELVITTÄKÄÄ ROISTON MITAT JA PIIRTÄKÄÄ KUVA, JOSTA ROSVON TUNNITAA. (MUISTAKAA MYÖS, MITÄ KUULITTE TARINASSA!)

Johtaja – Mittaaja, Huolehtija – Mitattava, Kirjuri – Kirjuri

Kirjoittakaa lausekkeet ja selvittäkää roiston mitat

(Miau, muistakaa yksiköt! -Taikakissa)

Roiston pituus on 12 kämmenen pituutta: ______________________________

Roiston nenä on yhtä pitkä kuin yksi pikkusormi: ______________________________

Roiston hiusten pituus on kaksi peukalon ja pikkusormen välistä mittaa:

____

Roiston leveys mahan kohdalta on kolme käsivarren mittaa (kyynärpäästä sormenpäihin):

____

Roiston paino verrattuna lapsen syntymäpainoon on viisikymmenkertainen:

____

Roiston jalkojen pituus on puolet koko roiston pituudesta: ______________________

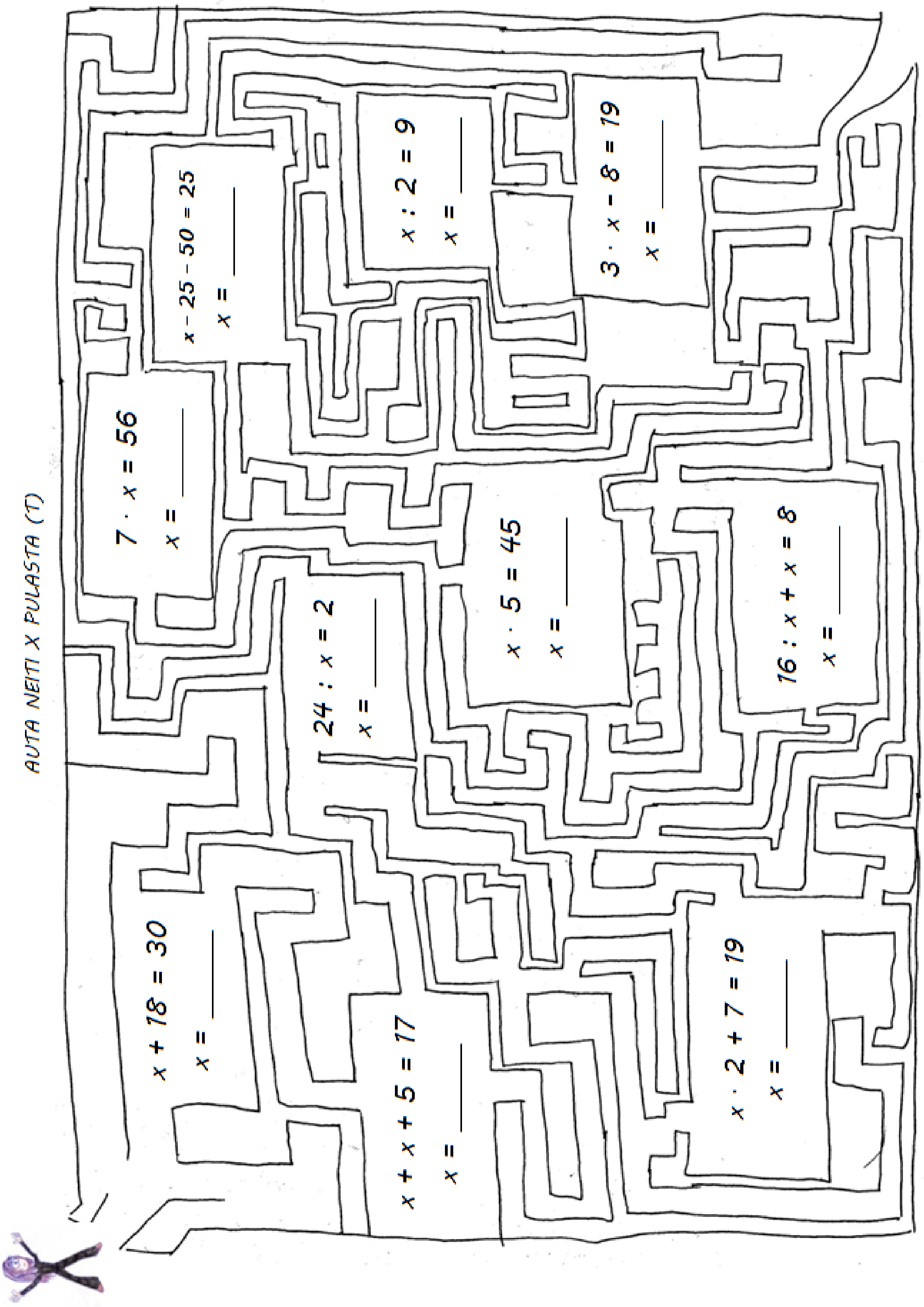
Roiston käsivarsien pituus on neljä jalkapohjan pituutta:

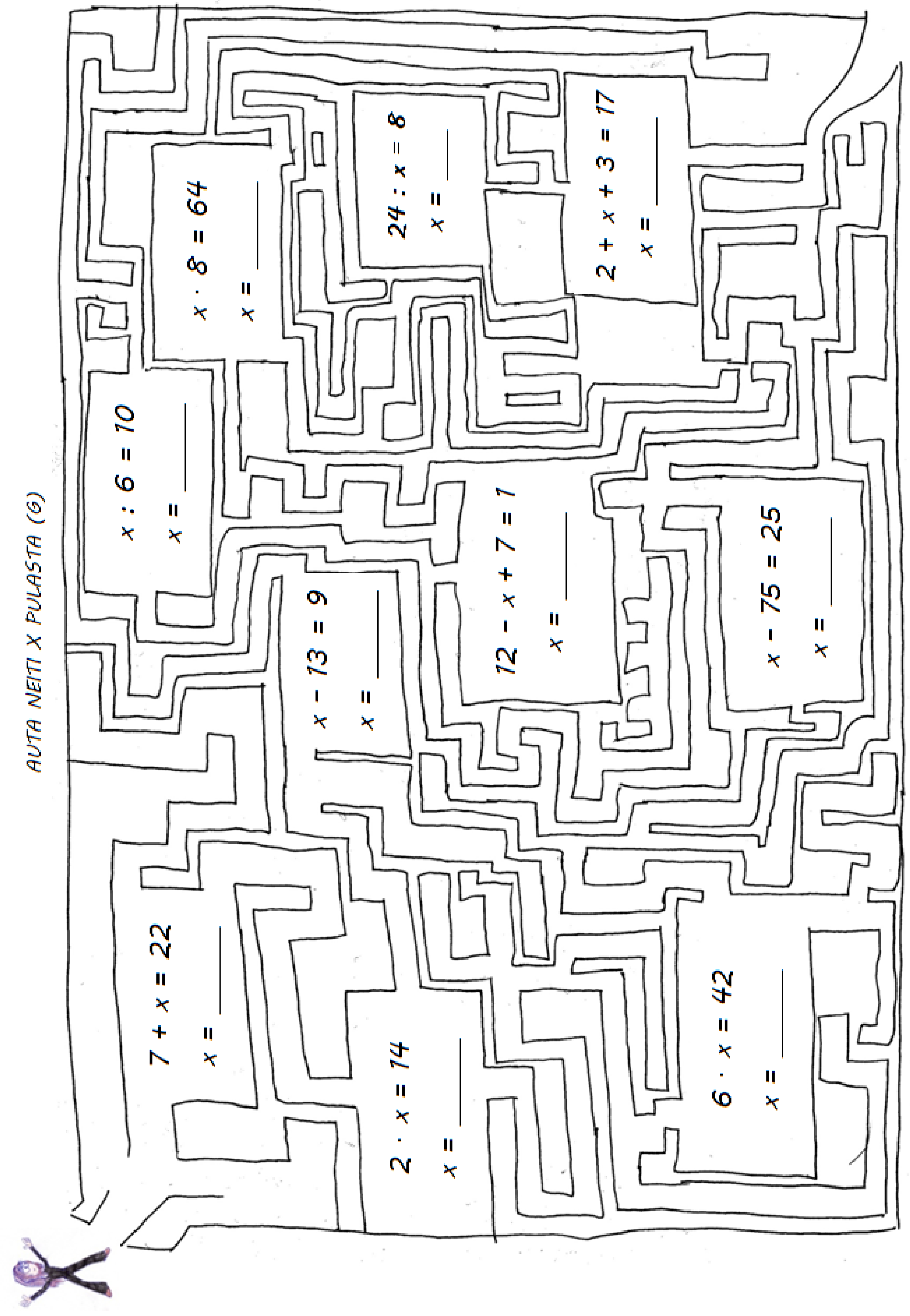
____

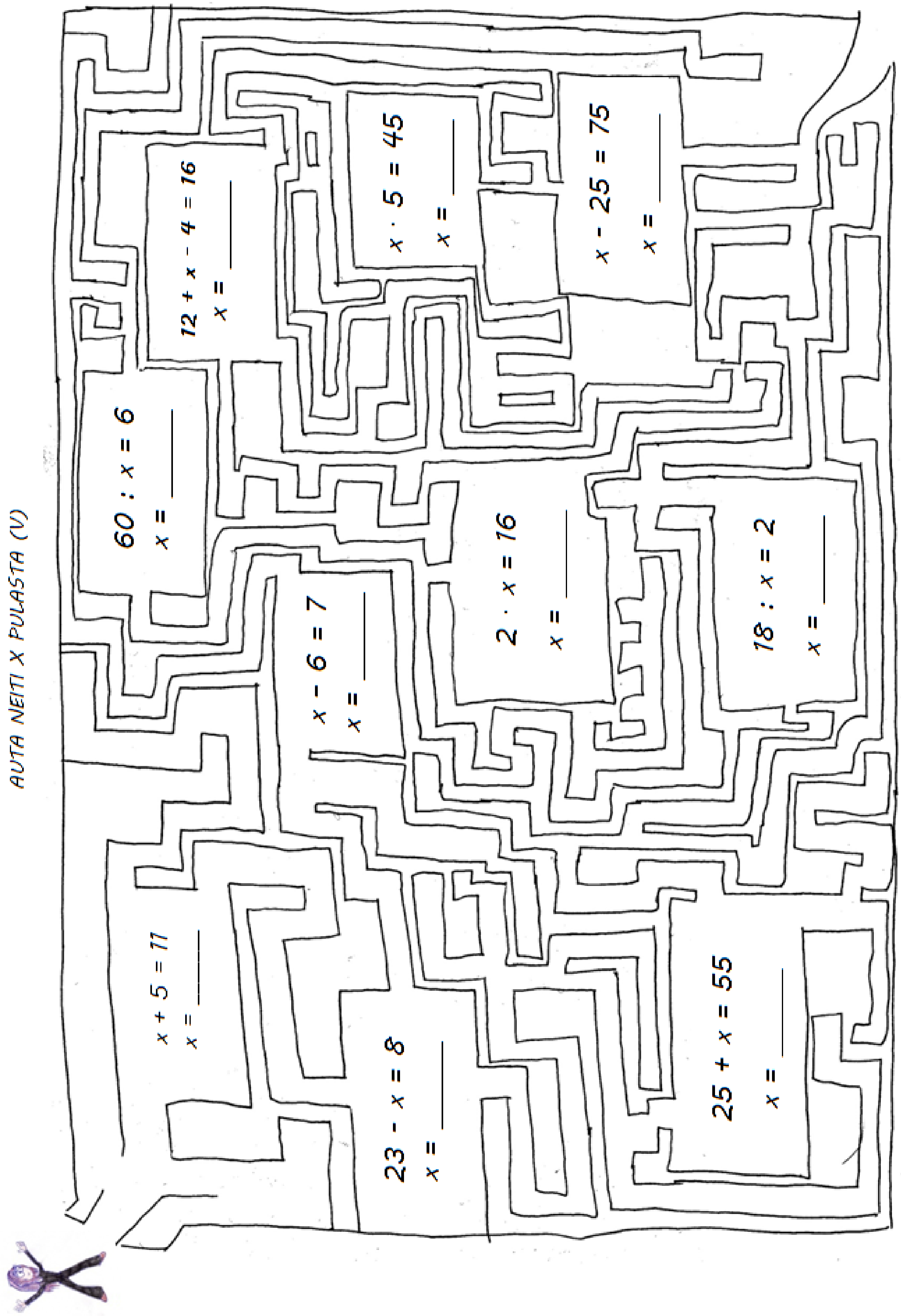
Roiston kenkien pituus on kuusi kämmenen **leveyttä:**

____

ROISTO


AUTA NEITI X PULASTA (T)
x – 25 – 50 = 25
x = ____
x : 2 = 9
x = ____
3 · x – 8 = 19
x = ____
7 · x = 56
x = ____
24 : x = 2
x = ____
x · 5 = 45
x = ____
16 : x + x = 8
x = ____
x + 18 = 30
x = ____
x + x + 5 = 17
x = ____
x · 2 + 7 = 19
x = ____


AUTA NEITI X PULASTA (6)
x : 6 = 10
x = ___
x · 8 = 64
x = ___
24 : x = 8
x = ___
2 + x + 3 = 17
x = ___
x – 13 = 9
x = ___
12 – x + 7 = 1
x = ___
x – 75 = 25
x = ___
7 + x = 22
x = ___
2 · x = 14
x = ___
6 · x = 42
x = ___


AUTA NEITI X PULASTA (V)
12 + x - 4 = 16
x =
x · 5 = 45
x =
x - 25 = 75
x =
60 : x = 6
x =
2 · x = 16
x =
18 : x = 2
x =
x - 6 = 7
x =
x + 5 = 11
x =
23 - x = 8
x =
25 + x = 55
x =

Matemaagikon kotitehtävät.

Päättele, miksi luvuksi Neiti X:n tulee muuttua, jotta *yhtälö* on tosi.

Esim. 8 + x = 7 + 5, Yhtälö on tosi, kun x = 4

12 = 12

2 + x = 7 – 1, Yhtälö on tosi, kun x = _______

_____ = _____

x – 2 = 5 + 2, Yhtälö on tosi, kun x = ______

_____ = _____

12 – X = 1 + 1, Yhtälö on tosi, kun x = ______

______ = ______

x + 4 = 16 – 9, Yhtälö on tosi, kun x = ______

_____ = ______

Piirrä kuva tarinan tapahtumasta, joka on ollut sinusta mielenkiintoisin.

Kerro, mitä kuvassa tapahtuu.

____

____

____

____

____

____

Kirjainlausekekone

Kirjainlausekekone toimii siten, että ensin koneeseen syötetään kirjainlauseke ja sen jälkeen annetaan tiettyjä lukuja, joksi kirjain (eli Neiti X) muuttuu.

Yksi oppilaista menee funktiokoneen sisäpuolelle, yksi oppilaista on ulkopuolella. Ulkopuolella oleva oppilas keksii lausekkeen, jonka hän syöttää koneeseen ylemmästä luukusta. Tämän jälkeen hän syöttää koneeseen myös eri arvoja (mikä tahansa luku 0:sta 10:neen), joksi kirjain eli Neiti X muuttuu. Koneen sisäpuolella oleva oppilas laskee kirjainlausekkeelle arvoja ja syöttää ne alemmasta luukusta ulos koneesta. Kolmas oppilas kirjoittaa jokaisen vaiheen monisteeseen.

Pssst. Nyt Neiti X voi taas muuttua miksi tahansa luvuksi, sillä olemme kirjainlausekkeessa! T. Telepatiakissa

Joen ylitys

Joen yli pääsette siten, että teidän tulee hyppiä tiettyjen lukujen päällä yhtäsuuruusmerkin kummallakin puolella. Kaksi oppilaista on aina vasemmalla puolella ja yksi oikealla puolella. Liikkeelle lähdetään siten, että oikealla puolella oleva oppilas hyppää esimerkiksi luvun 3 päälle, jolloin vasemmalla puolella olevien oppilaiden tulee olla lukujen 1 ja 2 päällä. Tämän jälkeen oikealla puolella oleva oppilas astuu seuraavan luvun päälle, esimerkiksi luku 4, jolloin yhtälön tasapainon säilymiseksi vasemmalla puolella olevien oppilaiden tulee olla esimerkiksi lukujen 1 ja 3 päällä.

Keltaisissa lapuissa on yhteenlaskuja, valkoisissa vähennyslaskuja ja oransseissa kertolaskuissa.

Tasapainovaaka

Vaa'an molemmat puolet tulee olla yhtä painavia, jotta vaaka on tasapainossa.

Tehtävänänne on selvittää, mikä sauva tulee olla tyhjän paikan tilalla, jotta vaaka on tasapainossa. Testatkaa vaa'an avulla, oletteko oikeassa.

Kirjoittakaa sauvan väri viivalle ja muodostakaa alapuolelle *yhtälö,* joka sauvojen painoista muodostuu.

(Psst. Käyttäkää apunanne matemaagikkovihossanne olevaa taulukkoa sauvoista. Nyt tarvitset sauvojen painoa. Yksikkö on gramma. t. Gandalf)

Ryhmäkoe

Teillä on edessänne yksi litran astia, 1 desilitran, 1,5 desilitran ja 2 desilitran mitat.

Ryhmässä keksikää mahdollisimman monta erilaista tapaa täyttää litran astia vedellä näitä mittoja käyttäen.

Jokaista mittaa tulee käyttää astiaa täytettäessä.

Muodostakaa laskulauseke jokaisesta vaihtoehdosta. Muistakaa yksiköt!

(Psst. Tiedän, että yksi litra on kymmenen desilitraa t. Hipsu)

4 3

4 3

5 9

12 15

7 21

6 2

8 48

56 42

2 8

9 5

36 72

45 18

0

7 5

7 5

20 49

25 10

0

6 9

6 1

0 54

36 0

12 6

4 2

8	6
2	4

32 10

3 19

16 16

9 7

33 6

9 13

2	27
20	4

-8 -5

2 0

8 3

0 -6

−

5

17

2

-8

6 -3

– –

11 15

2 1

1 2

3 2

3 4

4 2

4 1

1 6

2 8

3 6

3 3

1 7

9 4

12 9

6 9

1 15

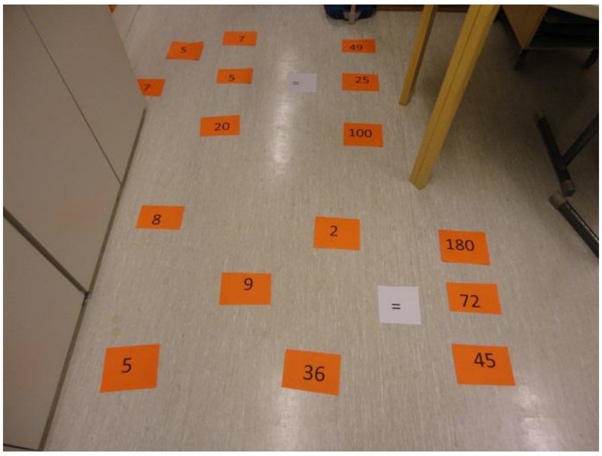
10 18

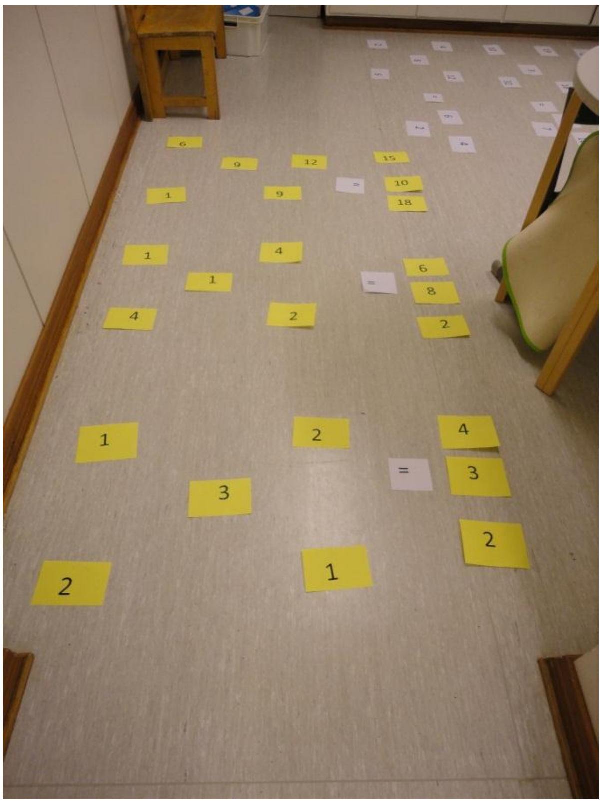
7 5

70 10

51 44

80 46


5
7
49
7
5
=
25
20
100
8
2
180
9
=
72
5
36
45



Matemaagikkojen viimeinen koetus

Tehtävä 1 **____/6**

Gandal, Vecculi, Neiti X ja Telepatiakissa kulkevat Mietteliään vuoren luolassa. Luolan seinillä he näkevät hämähäkkejä ja lattialla vilistää hiiriä. Luolaa valaisevat soihtuparit, joista osa on sammunut. Luolan hämärissä nurkissa kimmeltää jalokivikasoja.

Keksi luolasta tehtävä, jossa käytät **vähintään kahta laskutoimitusta.** Piirrä tehtävästä kuva, muodosta lauseke ja ratkaise se sekä anna vastaus sanallisesti.

Tehtävä sanallisesti

Kuva

Lauseke ja sievennys

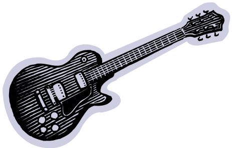
Ratkaisu sanallisesti

Tehtävä 2 ____/4

He pääsevät luolasta jatkamaan matkaansa selviydyttyään laskulausekkeiden muodostamisesta ja päätyvät Mietteliään vuoren kauppaan. Vecculi ja Hipsu haluavat ostaa molemmat kaksi tuotetta kotiin matkamuistoksi. Neiti X auttaa heitä selvittämään tuotteiden hinnan.

Ratkaise tuotteille hinta valitsemalla Neiti X:lle jokin arvo. Jokaisessa tuotteessa tulee olla eri x:n arvo.

Ilmakitara



$5 \cdot x + 12$,

missä x = ____

____

____

____

Mega-muffinssi

$12 : x + 9$,

missä x = _____

____

____

____

Taikalamppu

$x \cdot 10 - 15$,

missä x = _____

____

____

____

Villihevonen

$24 : x + x$,

missä x = ___

____

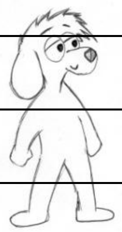
____

____

Tehtävä 3 ____/4

Tuotteiden valitsemisen jälkeen joukkio siirtyy kassalle maksamaan. Vecculi ja Hipsu saavat tuotteensa siten, että vastaavat kaupan vanhalle mummolle tämän kysymyksiin. Auta heitä saamaan ostoksensa!

Hipsu: Mikä on lauseke? Kerro lausekkeen ratkaisun eteneminen.



____

____

____

Vecculi: Mitä tarkoitetaan X:n arvolla?

____

____

____

Tehtävä 4 ____/4

Joukkio matkaa nyt tyytyväisenä eteenpäin ulos luolassa ja näkevätkin ulospääsyn ja auringon valoa. ”Tuolla me pian olemme, taas omilla kotikonnuilla!”, Neiti X riemastuu. Viimeisenä tehtävänä heidän on ylitettävä yhtälöjoki. Ole tarkkana, sillä jos he astuvat väärille askelmille, he putoavat jokeen ja muuttuvat merenneidoiksi, eivätkä koskaan enää pääse omaan kotiinsa.

Ratkaise, mikä luku tulee X:n paikalla olla, jotta yhtälöstä tulee tosi ja kivelle voi astua. Kirjoita yhtälö viivoille.

x + 6 = 13 x = ______

____ + _____ = ______

3 • X = 21 x = _______

_____ • _____ = _____

X : 5 = 8 x = ______

_____ : _____ = _____

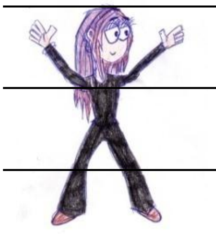
4 • X + X = 30 x = _____

______ • ______ + ______ = _______

______ + ______ = ______

Koe oli:	helppo	keskitasoinen	vaikea
	tylsä	ei herättänyt tunteita	mielenkiintoinen

Miksi?



Telepatiakissan mysteeritehtävä

X : X = X   x = ____

1. säkeistö

Mietteliäälle vuorelle matkaan nyt Gandalfia pelastamaan,

seikkailusta minä selviän laskien matematiikkaa.

Kuuntelen ja autan muita ryhmän jäseniä,

me yhdessä opitaan muodostamaan laskulausekkeita.

________________________, ________________________ ja
________________________ ratkaisee arvoitukset,

________________________ ja ________________________ muostostaa laskulausekkeet.

________________________, ________________________ ja
________________________,

samat asiat aikoivat oppia ei tule matkaan stoppia!

2. säkeistö

Laskulausekkeen muodostuksessa muistan mä
ensin tarkastella tehtävän kuvaa,

sekä tarkkaan mietin mitä lasketaan,
ei mua kukaan hämää.

Lue tehtävä, piirrä kuva ja sitten merkitse

vihkoon numeroilla tehtävästä muodostuva laskulauseke.

3. säkeistö

Poimin tehtävästä tarpeelliset luvut,

jotka sauvoilla voi muodostaa.

Niiden avulla voin nähdä sen,

mitä vihkoon merkitsen.

Lue tehtävä, piirrä kuva ja sitten merkitse

vihkoon numeroilla tehtävästä muodostuva laskulauseke.

4. säkeistö

Mietteliäällä vuorella osaataan,
lausekkeita muodostaa,
sekä ratkaista luvun sellaisen,
miksi Neiti X muuntautuu.
Olen tarkkana ja kuuntelen,
miten yhtälön ratkaisen.
Käymme yhdessä näin tuumaillen yhtälön ratkaisua.

5. säkeistö

Yhtälöissä tulee pohtia,
mikä luku Neiti X on.
Kerron sulle salaisuuden sen, se on tietty luku verraton.
Katso yhtälöä ja pohdi,
miten yhtäsuurusmerkin,
vasemmasta puolesta saadaan yhtä suuri kuin oikeesta!