**TAMPEREEN YLIOPISTO**
**Pro gradu -tutkielma**

**Jari Virtanen**

# Vahinkovakuutuksen korvausvastuun laskeminen Solvenssi II:ssa

**Matematiikan ja tilastotieteen laitos**
**Matematiikka**
**Kesäkuu 2009**

Tampereen yliopisto

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

VIRTANEN, JARI: Vahinkovakuutuksen korvausvastuun laskeminen Solvenssi II:ssa

Pro gradu -tutkielma, 48 s., 16 liites.

Matematiikka

Kesäkuu 2009

# Tiivistelmä

Tässä tutkielmassa tarkastellaan vahinkovakuutusyhtiön korvausvastuun laskemista ja sen vaikutusta Solvenssi II:n mukaisiin vakavaraisuusvaatimuksiin. Ensiksi esitetään korvausvastuuseen liittyviä käsitteitä. Tämän jälkeen esitetään tuntemattomien vahinkojen korvausvastuun arvioimiseen käytettävistä menetelmistä Odotusarvoennuste ja Chain Ladder -menetelmä. Lisäksi perehdytään siihen, miten muodostetaan tunnetun vahingon eläkevastuu. Lopuksi esitetään Solvenssi II:een liittyvän QIS4-harjoituksen pohjalta vakavaraisuusvaatimusten laskentamenetelmiä, jotka liittyvät korvausvastuuseen.

# Sisältö

# 1 Johdanto

Tässä tutkielmassa tarkastellaan vahinkovakuutusyhtiön korvausvastuun laskemista ja sen vaikutusta Solvenssi II:n mukaisiin vakavaraisuusvaatimuksiin. Solvenssi II -hankkeen tarkoituksena on mm. luoda uudet, yhtenäiset vakavaraisuusvaatimukset vakuutusyrityksille. Solvenssi II:n vaikutusta korvausvastuuseen liittyviin vakavaraisuusvaatimuksiin on tutkittu Solvenssi II:een liittyvän QIS4-harjoituksen pohjalta.

Tutkielman luvussa 2 esitetään korvausvastuun määritelmä sekä selitetään tutkielmaan liittyviä tärkeimpiä käsitteitä. Luvussa 3 esitetään kaksi tapaa tuntemattomien vahinkojen varaamiseen ja tutkitaan hieman eläkevastuun muodostamista. Luvussa 4 on esitetty, miten korvausvastuuseen liittyvät pääomavaatimukset muodostuivat QIS4-harjoituksessa.

Korvausvastuun laskemista tarkasteltaessa on päälähdeteoksena käytetty Jarmo Jacobssonin SHV-tutkielmaa *Vakuutusyhtiön korvausvastuusta*. QIS4-harjoitukseen liittyviä pääomavaatimuksia tarkasteltaessa päälähdeteoksena on käytetty QIS4-ohjeistusta *QIS4 Technical Specifications*.

# 2 Käsitteitä

## 2.1 Korvausvastuun määritelmä

Vakuutusyhtiölaissa [13, 9. luku 3 §] sanotaan *korvausvastuusta* seuraavaa "Korvausvastuu vastaa sattuneiden vakuutustapahtumien johdosta suoritettavia, maksamatta olevia korvaus- ja muita määriä, tasoitusmäärää sekä liikennevakuutuslain ja tapaturmavakuutuslain mukaisten vakuutusten yhteistakuuerää." Tässä tutkielmassa pääpaino korvausvastuun tarkastelussa on nk. *varsinaisella korvausvastuulla*, joka ei sisällä tasoitusmäärää eikä laissa mainittuja yhteistakuueriä. Jatkossa tässä tutkielmassa korvausvastuusta puhuttaessa tarkoitetaankin ainoastaan varsinaista korvausvastuuta. Laissa mainitut "muut määrät" koostuvat pääosin vahinkojen välittömistä selvittelykustannuksista, jotka kirjataan vahinkoihin kohdistettavissa olevina maksettuihin korvauksiin.

Vakuutusyhtiöissä korvaus merkitään kirjanpitoon menoksi silloin, kun se maksetaan. Korvausta ei kuitenkaan aina makseta sinä tilivuonna, jona vahinko sattui, vaan suoritus voi siirtyä seuraavalle tilivuodelle. Korvausten suoriteperusteinen kirjaaminen edellyttää korvauksen rekisteröimistä sen tilikauden kuluksi, jona vakuutustapahtuma sattuu. Vakuutustapahtuman sattuessa syntyy velvollisuus korvauksen suorittamiseen, vaikka itse korvaus maksettaisiin vasta myöhemmin. Se osa korvauksesta, jonka maksaminen siirtyy seuraaville tilikausille, varataan korvausvastuuseen. Tilikauden korvauskulut saadaan, kun maksettuihin korvauksiin lisätään korvausvastuun muutos tilikauden aikana. [8, s. 165–167]

Korvauskuluiksi saadaankin tällöin tilivuonna $t$

$$C(t) + K(t) - K(t-1),$$

missä $C(t)$ on maksetut korvaukset tilivuonna $t$ ja $K(t)$ sekä $K(t-1)$ korvausvastuut tilivuosina $t$ ja $t-1$. [4, s. 5]

Korvausvastuu muodostuu siitä, että korvausta ei voida maksaa pääasiassa seuraavista syistä [4, s. 2–3] :

1. *Keskeneräinen korvaus.* Vahingon lopullinen korvausmäärä ei ole tiedossa tai vain osa siitä on tiedossa.

2. *Pysyvä/jatkuva korvaus.* Vahinko korvataan pitkän ajan kattavana toistuvaiskorvauksena.

3. *Tuntematon vahinko.* Vahinko ei ole vielä vakuutusyhtiön tiedossa tai jo maksetuksi kirjattu vahinko viriää uudestaan.

Yhdessä *vakuutusmaksuuvastuun* (ks. kappale 2.3) kanssa korvausvastuu muodostaa *vakuutusteknisen vastuuvelan.* Korvausvastuun tehtävinä Jacobssonin [4, s. 3] mukaan onkin antaa omalta osaltaan oikea kuva vakuutusyhtiön velka-asemasta sekä maksettavien korvausten kohdistaminen oikeaan tilikauteen.

## 2.2 Korvausvastuun matemaattista määrittelyä

**Määritelmä 2.1.** (Vrt. [4, s. 6–7]).

Olkoon $t$ vahingon sattumisvuosi. Määritellään kullekin vahingolle seuraavat vahinkokohtaiset satunnaismuuttujat:

(i) $Z(t)$ on vahingosta *vuoden $t$ loppuun mennessä maksetut korvaukset.* Jos vahinko ei ole vielä raportoitunut, niin $Z(t) = 0$.

(ii) $Z$ on *vahingon kokonaiskorvaus.*

(iii) $Y(t) = Z(t) - Z(t-1)$ on vahingosta *vuoden $t$ aikana maksetut korvaukset.*

(iv) $V(t) = Z - Z(t)$ on vahingosta *maksamatta olevat korvaukset vuoden $t$ lopussa.*

*Huomautus.* $Z(t)$ voidaan olettaa nousevaksi eli maksettuja korvauksia ei palauteta, jolloin kun $t \uparrow$, niin $Z(t) \uparrow Z$.

*Huomautus.* Satunnaismuuttujat voidaan tarvittaessa varustaa vahinkoa $i$ kuvaavalla alaindeksillä. Esimerkiksi $Z_i$ tai $V_i(t)$.

*Huomautus.* Satunnaismuuttujia voidaan tarkastella vahingon sattumisvuosittain. Sattumisvuosittaisia symboleja merkitään alaindeksillä $s$.

**Määritelmä 2.2.** Vuosi, jonka aikana vahinko tulee yhtiön tietoon on raportoitumisvuosi, merkitään $R$. Olkoon $A$ väli, $A \subset ]-\infty, \infty[$. Määritellään *indikaattorimuuttuja*, $I(R \in \bullet)$, seuraavasti

$$I\{R \in A\} = \begin{cases} 1, & \text{kun } R \in A \\ 0, & \text{muulloin.} \end{cases}$$

*Huomautus.* Jos $t$ on vahingon sattumisvuosi, niin $R \geq t$.

Määritelmässä 2.1 määriteltiin siis satunnaismuuttujat kullekin vahingolle. Esitetään vielä satunnaismuuttujat, jotka kuvaavat kaikkien vahinkojen yhteenlaskettua korvausmenoa ja maksamatta olevia korvauksia. Kun oletetaan, että *sattunneiden vahinkojen lukumäärää* kuvaa satunnaismuuttuja $N$, niin *kaikista vahingoista maksetut korvaukset vuoden $t$ lopussa* on

$$\begin{aligned} X(t) &= \sum_{i=1}^{N} Z_i(t) \\ &= \sum_{i=1}^{N} I\{R_i \leq t\} Z_i(t) \\ &= \sum_{i=1}^{N} \sum_{r \leq t} I\{R_i = r\} Z_i(t). \end{aligned}$$

Olkoon *sattumisvuoden lopullinen korvausmeno* $X$.Tällöin $X(t) \uparrow X$, kun $t \uparrow$. Näiden avulla saadaan vielä muodostettua *kaikista vahingoista maksamatta* *olevat korvaukset*, joka on muotoa

$$\begin{aligned}
W(t) &= X - X(t) \\
&= \sum_{i=1}^{N} \left( \sum_{r} I\{R_i = r\} Z_i - \sum_{r \le t} I\{R_i = r\} Z_i(t) \right) \\
&= \sum_{i=1}^{N} \left( \sum_{r > t} I\{R_i = r\} Z_i + \sum_{r \le t} I\{R_i = r\} Z_i - \sum_{r \le t} I\{R_i = r\} Z_i(t) \right) \\
&= \sum_{i=1}^{N} \left( \sum_{r > t} I\{R_i = r\} Z_i + \sum_{r \le t} I\{R_i = r\} (Z_i - Z_i(t)) \right) \\
&= \sum_{i=1}^{N} I\{R_i > t\} Z_i + \sum_{i=1}^{N} I\{R_i \le t\} V_i(t).
\end{aligned}$$

Merkitään $W^-(t) = \sum_{i=1}^{N} I\{R_i > t\} Z_i$ ja $W^+(t) = \sum_{i=1}^{N} I\{R_i \le t\} V_i(t)$. Nyt $W^-(t)$ on *kaikkien tuntemattomien vahinkojen lopullinen korvausmeno* ja $W^+(t)$ *tunnettujen vahinkojen vielä maksamatta olevat korvaukset* vuoden $t$ lopussa.

*Korvausvastuu* vuonna $t$ saadaan, kun tarkastellaan vahinkoja sattumisvuosittain $s$. Tällöin korvausvastuu on

$$K(t) = \sum_{s \le t} W_s(t).$$

Nyt tuntemattomien vahinkojen korvausvastuu $K^-(t) = \sum_{s \le t} W_s^-(t)$ ja tunnettujen vahinkojen korvausvastuu $K^+(t) = \sum_{s \le t} W_s^+(t)$. Tuntemattomien vahinkojen korvausvastuusta käytetään usein lyhennettä *IBNR* (Incurred But Not Reported claims) ja tunnettujen vahinkojen korvausvastuusta lyhennettä *IBNER* (Incurred But Not Enough Reported claims). [4, s. 7–9]

## 2.3 Vakuutusmaksuvastuusta

Vakuutusmaksu merkitään kirjanpitoon tuloksi silloin, kun vakuutuskausi alkaa. Tavallista on, että vakuutusmaksu kohdistuu kuitenkin aikaan, joka ei lankea yhteen kirjanpidon tilikauden kanssa ja saattaa kohdistua osittain myöhempäänkin aikaan.

Vakuutusmaksutulo kirjataan siis vakuutuskauden alkaessa, jolloin vakuutusturva luvataan. Tilikauden tuotoksi kirjataan kuitenkin tulosta ainoastaan se osa, joka vastaa luovutettua vakuutusturvaa tilikauden loppuun mennessä. Tulon osa, joka vastaa tilikauden jälkeistä aikaa, kirjataan tuloennakkona vakuutusmaksuvastuuseen. Tämä osa kirjataan tuloksi seuraavana tilikautena tai, jos osa tulosta on edelleen vakuutusmaksuvastuuta, seuraavina tilikausina. [8, s. 165–166]

## 2.4 Solvenssipääoma

Tällä hetkellä *solvenssipääoma* eli *vakavaraisuuspääoma* lasketaan kaavalla Solvenssipääoma = toimintapääoma + tasoitusvastuu. Toimintapääomasta on säädetty vakuutusyhtiölaissa. Vakuutusyhtiön toimintapääoman vähimmäismäärä on suurempi seuraavalla kahdella laskutavalla saadusta määrästä [13, 11. luku 7 §]:

- Yhtiön viimeksi kuluneen tilikauden vakuutusmaksutulo jaetaan kahteen osaan, joista ensimmäinen käsittää enintään 50 000 000 euroa ja toinen ylimenevän osan; ensimmäisestä otetaan 18 prosenttia, jälkimmäisestä 16 prosenttia ja lasketaan ne yhteen. Näin saatu tulos kerrotaan suhdeluvulla, joka saadaan vertaamalla kolmen viimeksi kuluneen tilikauden omalle vastuulle jäävää korvauskulua vastaavaan korvauskuluun ennen jälleenvakuuttajien osuuden vähentämistä. Käytettävä suhdeluku ei saa olla pienempi kuin 0,5. Edellä esitetyssä laskelmassa vakuutusluokkien 11 (Ilmakuljetusvastuu), 12 (Vastuu aluksista) ja 13 (Yleinen vastuu) vakuutusmaksutuloa korotetaan 50 prosenttia. Tarvittaessa voidaan käyttää tilastollisia menetelmiä maksutulon kohdentamiseksi näihin luokkiin. Jos yhtiön viimeksi kuluneen tilikauden vakuutusmaksutuotto on suurempi kuin vakuutusmaksutulo, tehdään laskelma käyttäen vakuutusmaksutulon sijasta vakuutusmaksutuottoa.

- Yhtiön kolmen viimeksi kuluneen tilikauden korvauskulujen keskiarvo jaetaan kahteen osaan, joista ensimmäinen käsittää enintään 35 000 000 euroa ja toinen ylimenevän osan; ensimmäisestä otetaan 26 prosenttia, toisesta 23 prosenttia ja lasketaan ne yhteen. Näin saatu tulos kerrotaan suhdeluvulla, joka saadaan vertaamalla kolmen viimeksi kuluneen tilikauden omalle vastuulle jäävää korvauskulua vastaavaan korvauskuluun ennen jälleenvakuuttajien osuuden vähentämistä. Käytettävä suhdeluku ei saa olla pienempi kuin 0,5. Jos vakuutukset ovat pääasiassa luotto-, myrsky-, raesade- tai hallavakuutuksia, korvauskulujen keskiarvo lasketaan seitsemältä viimeksi kuluneelta tilikaudelta. Edellä olevassa laskelmassa vakuutusluokkien 11, 12 ja 13 korvauskuluja korotetaan 50 prosenttia. Tarvittaessa voidaan käyttää tilastollisia menetelmiä korvauskulujen kohdentamiseksi näihin luokkiin.

## 2.5 Solvenssi II

EU:n vakuutuslainsäädännössä on tarkoitus edistää yhteismarkkinoiden kehittämistä vakuutuspalveluille ja taata samalla riittävä kuluttajansuoja. Viranomaisten suorittamaa toiminnan vakauden valvontaa pidetään yleensä välttämättömänä, sillä vakuuttaminen on sekä taloudellisesti että sosiaalisesti niin merkittävää. Lainsäädäntökehystä alettiin kehittää 1970-luvulla, kun ensimmäiset vakuutusdirektiivit luotiin. Kehys valmistui vasta 1990-luvulla, kun kolmannet vakuutusdirektiivit laadittiin. Kolmansien vakuutusdirektiivien nojalla vakuutuksenantajille perustettiin EU:n kattava toimilupajärjestelmä, yhden toimiluvan periaate. Direktiiveissä edellytettiin, että Euroopan komission on tarkistettava vakavaraisuusvaatimukset. Tarkistuksen jälkeen vuonna 2002 hyväksyttiin rajallinen, mutta nopeutettu uudistus, *Solvenssi I*.

Solvenssi I -hankken aikana ilmeni kuitenkin, että järjestelmässä oli vielä heikkouksia. Nykyinen järjestelmä ei esimerkiksi kata täysin useita keskeisimpiä riskejä, kuten markkina-, luotto - ja operatiivisia riskejä. Järjestelmä sisältää ainoastaan muutamia riskinhallinnan kvalitatiivisia vaatimuksia, eikä edellytä kvalitatiivisten puolten säännöllisiä tarkistuksia. Riskiherkkyyden puute voi johtaa yhtiöissä huonoon riskienhallintaan, joten nykyinen järjestelmä ei suojaa vakuutettuja niin hyvin kuin olisi mahdollista. Lisäksi EU:n nykyisessä lainsäädännössä asetetaan vähimmäisstandardit, joita voidaan täydentää kansallisilla säännöksillä. Nämä lisäsäännökset vääristävät ja heikentävät vakuutusalan yhtenäismarkkinoiden toimivuutta.

*Solvenssi II* -hankkeen tavoitteina on syventää EU:n vakuutusmarkkinoiden yhdentymistä, parantaa vakuutuksenottajien ja edunsaajien suojaa, parantaa EU:n vakuutuksenantajien ja jälleenvakuutuksenantajien kansainvälistä kilpailukykyä sekä parantaa sääntelyä. Tämän tutkielman kannalta keskeisiä aiheita Solvenssi II -hankkeessa on vakuutusteknisen vastuuvelan laskentakeinot sekä kysymykset siitä, että tulisiko vakuutusteknisen vastuuvelan laskeminen yhdenmukaistaa ja mitä menettelytapaa tulisi käyttää pääomavaatimusten laskemisessa. Solvenssi II -hankkeella on tarkoitus luoda vakaisiin taloudellisiin arviointiperusteisiin perustuva järjestelmä. Pääomavaatimukset muodostuvat kunkin vakuutusyrityksen riskiprofiilin mukaan. Yksinkertaistettuna tämä tarkoittaa sitä, että vakuutusyritykset, jotka ottavat vähemmän riskejä, käyttävät sopivia riskienvähennystekniikoita ja hallitsevat riskinsä hyvin, tarvitsevat pienemmän pääoman. Jos vakuutusyrityksessä otetaan enemmän riskejä, vaaditaan yritykseltä myös enemmän pääomaa, jotta saadan taattua korvausten suorittaminen vakuutuksenottajille. [3, s. 2–4]

Tällä hetkellä Solvenssi II -hankkeen tiimoilta on järjestetty neljä laskuharjoitusta, joista neljäs, QIS4, toteutettiin vuonna 2008. Vuonna 2009 direktiivi on tarkoitus hyväksyä Euroopan parlamentissa ja neuvostossa. Vuonna 2010 on tarkoitus järjestää vielä viides laskuharjoitus, QIS5, ja Solvenssi II:n käyttöönotto olisi tarkoitus toteuttaa vuonna 2012. [14]

### 2.6 QIS4

*QIS4* eli *neljäs kvantitatiivinen vaikutustutkimus* (fourth Quantitavive Impact Study) oli Solvenssi II -hankkeeseen liittyvä tutkimus. Tutkimus toteutettiin huhti-heinäkuussa 2008 ETA-laajuisesti ja siihen osallistui kaikki 30 ETA-maata ja yhteensä 1 412 vakuutusyhtiötä. Vastaukset annettiin tilivuoden 2007 luvuilla, mikäli tämä ei ollut mahdollista, niin vuoden 2006 luvuilla. Tutkimuksen tulokset julkistettiin 19.11.2008. [14]

QIS4:ssa testattiin erityisesti yksinkertaistettuja menetelmiä vastuuvelan ja pääomavaatimusten laskemiseen. Tutkimuksen avulla oli tarkoitus kerätä tietoa yksityiskohtaisempia täytäntöönpanotoimenpiteitä varten ja vaihtoehtoisten täytäntöönpanotoimenpiteiden analysointiin. Lisäksi QIS4:n tarkoitus oli auttaa valmistautumisessa Solvenssi II:een ja rohkaista toimijoita keräämään tarvittavaa tilastotietoa jo tässä vaiheessa. [11]

## 3 Korvausvastuun arvioiminen

Vakuutusyhtiössä on tapana varata osa korvauksista ns. *kollektiivivarauksena* ja osa vahinkokohtaisesti. Yleensä vahinkokohtaisesti varataan tietyn rahamäärän ylittävät vahingot. Kaikki tunnetut eläkevastuut on tapana varata kokonaan vahinkokohtaisesti niiden pitkän maksuajan ja korvausvastuuseen vaikuttavien useiden eri tekijöiden johdosta. Tässä luvussa esitetään kaksi tapaa korvausvastuun arviointiin: odotusarvoennuste ja Chain Ladder -menetelmä. Näiden pohjalta muodostetaan myös kollektiivivaraukseen liittyvät *kollektiivikertoimet*. QIS4-ohjeissa [2] on esitelty lisää varausmenetelmiä, joita on tarkoitettu käytettäväksi, kun yhtiöllä ei ole sopivaa dataa luotettavien tilastollisten menetelmien käyttämiseksi. Lisäksi luvussa tarkastellaan vahinkovakuutukseen liittyvien eläkevastuiden muodostamista.

### 3.1 Korvausvastuuseen liittyviä merkintöjä

Seuraavaksi esitetään luvussa 2.2 esitettyjen merkintöjen lisäksi korvausvastuuseen liittyviä matemaattisia merkintöjä. Olkoon $t$ tilivuosi. Maksettuja korvauksia voidaan tarkastella *run off -kolmiona*, jossa sattumisvuotta $s$ seurataan korvausten selviämisvuosina $d$, missä $s \in [1, t]$ ja $d \leq t - s + 1$. Tällöin vuonna $u(\geq s)$ maksetut sattumisvuoden $s$ korvaukset ovat $C_s(u)$. [4, s. 66]

Taulukko 1: Run off -kolmio

| **Sattumisvuosi (s)** | **Selviämisvuosi (d)** | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | . | . | **i** | **i+1** | . | . | **t** |
| **1** | $C_1(1)$ | $C_1(2)$ | . | . | $C_1(i)$ | $C_1(i+1)$ | . | . | $C_1(t)$ |
| **2** | $C_2(2)$ | $C_2(3)$ | . | . | $C_2(i+1)$ | . | . | . | |
| . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| . | . | . | . | . | . | . | | | |
| **i** | $C_i(i)$ | $C_i(i+1)$ | . | . | . | | | | |
| **i+1** | $C_{i+1}(i+1)$ | . | . | | | | | | |
| . | . | . | . | | | | | | |
| . | . | . | | | | | | | |
| **t** | $C_t(t)$ | | | | | | | | |

Korvaussuoritukset voivat olla riippuvia maksettuja korvauksia koskevasta inflaatiosta. Ehkä yleisin tapa *normeerata* korvaukset on se, että ne normeerataan käyttäen sattumisvuoteen kohdistuvaa maksutuloa $P_s$. Tällä tavoin eri sattumisvuodet saadaan vertailukelpoisiksi ja normeeratuiksi korvauksiksi saadaan

$$\widetilde{C}_s(u) \approx \frac{C_s(u)}{P_s}.$$

## 3.2 Odotusarvoennuste

Olkoon $s$ vahingon sattumisvuosi ja $t$ tilivuosi ($s \leq t$). Merkitään $d = t - s + 1$ ja $v = 1/(1+i)$, missä $i$ on vuosikorko. Tilivuoden $t$ korvausvastuuksi saadaan [4, s. 91–92]

$$K_s(t) = a(d) \cdot E(X_s), \text{missä}$$

$E(X_s)$ on odotusarvo vahingon sattumisvuoden lopulliselle korvausmenolle ja

$$a(d) = \sum_{k=d+1}^{t} v^{k-d-\frac{1}{2}} \cdot \hat{f}(k).$$

Selviämiskerroin $\hat{f}(k)$ lasketaan seuraavasti [6]:

$$\hat{f}(k) = \frac{f(\hat{k}) \cdot \bar{m}}{\sum_{d=1}^{t} f(\hat{d}) \cdot \bar{m}}, \text{ missä}$$

$$f(\hat{d}) \cdot \bar{m} = \frac{\sum_{s=1}^{t-d+1} P_s \cdot \widetilde{C}_s(s+d-1)}{\sum_{s=1}^{t-d+1} P_s}.$$

Edellisessä kaavassa $\bar{m}$ on arvioitu keskimääräinen sattumisvuosittainen vahinkosuhde maksutulon $P_s$ suhteen. Vuosittaista vahinkosuhdetta $\bar{m}_s$ voidaan arvioida kaavalla [4, s. 112]

$$\bar{m}_s = \frac{\tilde{x}_s(t)}{\hat{F}(t-s+1)}, \text{ missä}$$

$\tilde{x}_s(t) = \sum_{i=s}^{t} \widetilde{C}_s(i)$ ja $\hat{F}(k) = \sum_{i=1}^{k} \hat{f}(k)$.

Arvioimalla $E(X_s) = \bar{m} \cdot P_s$, missä $P_s$ on vuoden $s$ maksutulo, voidaan muodostaa tilivuoden $t$ koko korvausvastuu

$$\begin{aligned}
K.(t) &= \sum_{s=1}^{t} K_s(t) \\
&= \sum_{d=1}^{t} a(d) \cdot E(X_s) \\
&= \sum_{d=1}^{t} a(d) \cdot \bar{\mathrm{m}} \cdot P_s \\
&= \sum_{d=1}^{t} a(d) \cdot \bar{\mathrm{m}} \cdot P_{t-d+1} \\
&= \sum_{d=1}^{t} \bar{a}(d) \cdot P_{t-d+1}.
\end{aligned}$$

Kaavassa esiintyviä kertoimia $\bar{a}(d) = a(d) \cdot \bar{m}$ kutsutaan kollektiivikertoimiksi. Yleensä on tapana, että kollektiivikertoimia yhdistetään siten, että korvausvastuu pystytään määräämään korkeintaan kolmen viimeisimmän vuoden maksutulon perusteella. [4, s. 92–93]

**Esimerkki 1.** Taulukossa 2 on esitetty vakuutusliikkeen $A$ maksetut korvaukset run off -kolmiona sekä kunkin vuoden maksutulo.

Taulukossa 3 on esitetty maksutulolla normeeretut korvaukset.

Taulukko 2: Maksetut korvaukset run off -kolmiona.

| **s** | **d** 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $X_s(5)$ | $P_s$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 14 500 | 9 357 | 1 839 | 1 001 | 303 | 27 000 | 28 000 |
| 2 | 17 253 | 10 523 | 2 344 | 1 001 | | 31 121 | 33 765 |
| 3 | 19 456 | 9 990 | 2 704 | | | 32 150 | 37 563 |
| 4 | 21 023 | 9 733 | | | | 30 756 | 39 876 |
| 5 | 22 073 | | | | | 22 073 | 42 540 |

Taulukko 3: Normeeratut korvaukset run off -kolmiona.

| **s** | **d** 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\tilde{x}_s(5)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,5179 | 0,3342 | 0,0657 | 0,0358 | 0,0108 | 0,9643 |
| 2 | 0,5110 | 0,3117 | 0,0694 | 0,0296 | | 0,9217 |
| 3 | 0,5180 | 0,2660 | 0,0720 | | | 0,8559 |
| 4 | 0,5272 | 0,2441 | | | | 0,7713 |
| 5 | 0,5189 | | | | | 0,5189 |

Estimoidaan seuraavaksi selviämisjakaumaa $f(\hat{d})$ ja vahinkosuhdetta $\bar{m}$.

$$\begin{aligned}
f(\hat{1}) \cdot \bar{m} &= \frac{\sum_{s=1}^{5} P_s \cdot \widetilde{C}_s(s+1-1)}{\sum_{s=1}^{5} P_s} \\
&= \frac{28000 \cdot 0,5179 + 33765 \cdot 0,5110 + \cdots + 42540 \cdot 0,5189}{28000 + 33765 + 37563 + 39876 + 42540} \\
&= 0{,}5189 \\
f(\hat{2}) \cdot \bar{m} &= \frac{\sum_{s=1}^{4} P_s \cdot \widetilde{C}_s(s+2-1)}{\sum_{s=1}^{4} P_s} \\
&= 0{,}2845 \\
f(\hat{3}) \cdot \bar{m} &= \frac{\sum_{s=1}^{3} P_s \cdot \widetilde{C}_s(s+3-1)}{\sum_{s=1}^{3} P_s} \\
&= 0{,}0693 \\
f(\hat{4}) \cdot \bar{m} &= \frac{\sum_{s=1}^{2} P_s \cdot \widetilde{C}_s(s+4-1)}{\sum_{s=1}^{2} P_s} \\
&= 0{,}0324 \\
f(\hat{5}) \cdot \bar{m} &= \frac{\sum_{s=1}^{1} P_s \cdot \widetilde{C}_s(s+5-1)}{\sum_{s=1}^{1} P_s} \\
&= 0{,}0108.
\end{aligned}$$

Nyt voidaan laskea

$$\sum_{d=1}^{5} f(\hat{d}) \cdot \bar{m} = 0{,}9160$$

ja edelleen

$$\begin{aligned}
\hat{f}(1) &= \frac{f(\hat{1}) \cdot \bar{m}}{\sum_{d=1}^{5} f(\hat{d}) \cdot \bar{m}} \\
&= 0{,}5665 \\
\hat{f}(2) &= 0{,}3106 \\
\hat{f}(3) &= 0{,}0757 \\
\hat{f}(4) &= 0{,}0354 \\
\hat{f}(5) &= 0{,}0118.
\end{aligned}$$

Nyt saadaan

$$\begin{aligned}
\hat{F}(1) &= \hat{f}(1) = 0{,}5665 \\
\hat{F}(2) &= \hat{f}(1) + \hat{f}(2) = 0{,}5665 + 0{,}3106 \\
\hat{F}(3) &= 0{,}9528 \\
\hat{F}(4) &= 0{,}9882 \\
\hat{F}(5) &= 1.
\end{aligned}$$

Nyt voidaan arvioida vuotuisia vahinkosuhteita, jolloin saadaan

$$\begin{aligned}
\bar{m}_1 &= \frac{\tilde{x}_1(5)}{\hat{F}(5)} = 0{,}964 \\
\bar{m}_2 &= \frac{\tilde{x}_2(5)}{\hat{F}(4)} = 0{,}933 \\
\bar{m}_3 &= \frac{\tilde{x}_3(5)}{\hat{F}(3)} = 0{,}898 \\
\bar{m}_4 &= \frac{\tilde{x}_4(5)}{\hat{F}(2)} = 0{,}879 \\
\bar{m}_5 &= \frac{\tilde{x}_5(5)}{\hat{F}(1)} = 0{,}916.
\end{aligned}$$

Nyt vahinkosuhteiden painotetuksi keskiarvoksi saadaan

$$\bar{m} = \frac{\sum_{s=1}^{5} \bar{m}_s \cdot P_s}{\sum_{s=1}^{5} P_s} = 0{,}9148.$$

Koska korvausvastuu tulee asettaa turvaavasti, arvioidaan vahinkosuhdetta ylöspäin. Sattumisvuosittaisten vahinkosuhteiden $\bar{m}_s$ maksutuloilla painotetuksi keskihajonnaksi saadaan 0,0326, jota vastaava Studentin-jakaumaan vapausastein 4 perustuva painotetun keskiarvon 95 %:n luottamusväli on $0{,}9148 \pm 0{,}001$. Jolloin hieman isommaksi vahinkosuhteeksi saadaan $\bar{m} \approx 0{,}916$.

Nyt voidaan laskea kollektiivikertoimet. Olkoon korkoprosentti $i = 3{,}5\%$, jolloin $v = 1/(1 + 0{,}035) = 0{,}9662$. Nyt saadaan

$$\begin{aligned} a(1) &= \sum_{k=1+1}^{5} v^{k-d-\frac{1}{2}} \cdot \hat{f}(k) = 0{,}3053 + 0{,}0719 + 0{,}0325 + 0{,}0105 \\ &= 0{,}4201 \\ a(2) &= 0{,}1189 \\ a(3) &= 0{,}0460 \\ a(4) &= 0{,}0116 \end{aligned}$$

ja edelleen

$$\begin{aligned} \bar{a}(1) &= a(d) \cdot \bar{m} = 0{,}4201 \cdot 0{,}9148 = 0{,}385 \\ \bar{a}(2) &= 0{,}109 \\ \bar{a}(3) &= 0{,}042 \\ \bar{a}(4) &= 0{,}011. \end{aligned}$$

Koska kollektiivivarauskertoimet halutaan usein esittää suhteessa korkeintaan kolmen tuoreimman vuoden maksutulon suhteen ja kertoimet $\bar{a}(3)$ sekä $\bar{a}(4)$ ovat pieniä, niin yhdistetään kertoimet $\bar{a}(2)$, $\bar{a}(3)$ sekä $\bar{a}(4)$ olettaen, että maksutulo kasvaa 5 % vuodessa. Nyt saadaan

$$\bar{a}(2) = 0{,}109 + \frac{0{,}042}{1{,}05} + \frac{0{,}011}{1{,}05^2} = 0{,}159.$$

Pelkästään kollektiivikertoimilla laskettu korvausvastuu aineistosta olisi nyt

$$K.(t) = \bar{a}(1) \cdot P_5 + \bar{a}(2) \cdot P_4 = 0{,}385 \cdot 42540 + 0{,}159 \cdot 39876 = 22722.$$

## 3.3 Chain Ladder -menetelmä

1970-luvun alkupuolella kehitetty Chain Ladder -menetelmä on yksi vanhimpia korvausvastuun arviointimenetelmiä. Menetelmää on suosittu, sillä sitä pidetään yksinkertaisena ja havainnollisena. Menetelmä perustuu olettamukseen, että eri sattumisvuodet voivat olla tasoltaan erilaiset, mutta eri sattumisvuosien korvauskulut kertyvät kuitenkin samaa tahtia. [1, s. 14, 17]

Chain Ladder -menetelmä laskee run off -kolmion kaikille sattumisvuosille yhteisen selviämismallin eli eri kehitysvuosien väliset selviämiskertoimet kumulatiivisen run off -kolmion peräkkäisten sarakesummien suhteista. Selviämiskertoimien avulla run off -kolmio täydennetään neliöksi, jolloin menetelmä antaa viimeiseen sarakkeeseen arvion kunkin vuoden lopullisesta korvausmenosta. Nopeasti selviävä vakuutusliike vaatii vain muutaman vuoden tilastot ($s \approx 3$), kun taas hitaasti selviävä liike vaatii huomattavasti pitemmän tilastohistorian ($s \geq 10$). [1, s. 14]

Chain Ladder -menetelmässä käytetään kumulatiivista selviämiskolmiota, joten nyt muodostetaan uusi run off -kolmio, jossa solun $C_i(j)$ tilalle tulee $C_{i,j}^{sum} = \sum_{k=1}^{j} C_i(k)$. Jolloin siis $C_{i,k}^{sum}$ on sattumisvuodesta $i$ vuoden $j$ loppuun mennessä maksetut korvaukset.

Seuraavaksi lasketaan *selviämiskertoimet* (Chain Ladder -kertoimet)

$$\lambda_j = \frac{\sum_{i=1}^{s-j+1} C_{i,j}^{sum}}{\sum_{i=1}^{s-j+1} C_{i,j-1}^{sum}} \qquad j = 2, \ldots, s-i+1.$$

Selviämiskertoimien avulla voidaan muodostaa arvio vuoden $i$ vuoden $j$ loppuun mennessä maksetuista korvauksista alakolmion soluille $C_{i,j}^{sum}$, kun $i = 2, \ldots, s$ ja $j = s-i+2, \ldots, s$. Nyt näiden solujen estimaatti on

$$\hat{C}_{i,j}^{sum} = C_{i,s-i+1}^{sum} \cdot \prod_{k=s-i+2}^{j} \lambda_k.$$

[1, s. 15–17]

Kokonaisarvio kunkin vuoden $s$ korvausvastuusta saadaan, kun lasketaan viimeisen selviämisvuoden ($d = t$) arvioidun (lopullisen) korvausmenon erotus tiedossa olevasta toteutuneesta korvauskulusta.

**Esimerkki 2.** Käsitellään samaa korvausmenojen aineistoa kuin esimerkissä 1. Nyt maksetut korvaukset vakuutuslajista $A$ on esitetty taulukossa 4 kumulatiivisesti. Oletetaan, että korvaukset kertyvät loppuun viiden vuoden aikana.

Lasketaan seuraavaksi taulukon 4 tietojen avulla selviämiskertoimet $\lambda_2$, $\lambda_3$, $\lambda_4$ ja $\lambda_5$.

Taulukko 4: Vakuutusliikkeen $A$ maksetut korvaukset kumulatiivisesti.

| | **d** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **s** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 14 500 | 23 857 | 25 696 | 26 697 | 27 000 |
| 2 | 17 253 | 27 776 | 30 120 | 31 121 | |
| 3 | 19 456 | 29 446 | 32 150 | | |
| 4 | 21 023 | 30 756 | | | |
| 5 | 22 073 | | | | |

$$
\begin{aligned}
\lambda_2 &= \frac{\sum_{i=1}^{4} C_{i,2}^{sum}}{\sum_{i=1}^{4} C_{i,1}^{sum}} = \frac{23857 + 27776 + 29446 + 30756}{14500 + 17253 + 19456 + 21023} = \frac{111835}{72232} \\
&= 1{,}548275003 \\
\lambda_3 &= \frac{25696 + 30120 + 32150}{23857 + 27776 + 29446} = \frac{87966}{81079} \\
&= 1{,}084941847 \\
\lambda_4 &= \frac{26697 + 31121}{25696 + 30120} = \frac{57818}{55816} \\
&= 1{,}035867852 \\
\lambda_5 &= \frac{27000}{26697} \\
&= 1{,}01134959
\end{aligned}
$$

Taulukossa 5 täytetään alakolmion solut $\hat{C}_{i,j}^{sum}$ ($i = 1 \ldots, 5$ ja $j = 5 - i + 2, \ldots, 5$). Taulukossa 6 on esitetty lopulliset korvausmenot kultakin vuodelta.

Taulukko 5: Run off -kolmion täydentäminen.

| | **d** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **s** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 14 500 | 23 857 | 25 696 | 26 697 | 27 000 |
| 2 | 17 253 | 27 776 | 30 120 | 31 121 | *31 121* $\cdot\lambda_5$ |
| 3 | 19 456 | 29 446 | 32 150 | *32 150* $\cdot\lambda_4$ | *32 150* $\cdot\lambda_4\lambda_5$ |
| 4 | 21 023 | 30 756 | *30 756* $\cdot\lambda_3$ | *30 756* $\cdot\lambda_3\lambda_4$ | *30 756* $\cdot\lambda_3\lambda_4\lambda_5$ |
| 5 | 22 073 | *22 073* $\cdot\lambda_2$ | *22 073* $\cdot\lambda_2\lambda_3$ | *22 073* $\cdot\lambda_2\lambda_3\lambda_4$ | *22 073* $\cdot\lambda_2\lambda_3\lambda_4\lambda_5$ |

Taulukosta 7 nähdään nyt kunkin sattumisvuoden lopullinen korvausmeno sekä korvausvastuu tilivuonna $s = 5$. Tilivuoden $s = 5$ (diskonttaamattomaksi) korvausvastuuksi saadaan näin ollen 22857.

Taulukko 6: Täydennetty run off -kolmio.

| | **d** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **s** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 14 500 | 23 857 | 25 696 | 26 697 | 27 000 |
| 2 | 17 253 | 27 776 | 30 120 | 31 121 | *31 474* |
| 3 | 19 456 | 29 446 | 32 150 | *33 303* | *33 681* |
| 4 | 21 023 | 30 756 | *33 368* | *34 565* | *34 958* |
| 5 | 22 073 | *34 175* | *37 078* | *38 408* | *38 844* |

Taulukko 7: Lopullinen korvausmeno ja korvausvastuu.

| **Sattumisvuosi (s)** | **Lopullinen korvausmeno** | **Korvausvastuu tilivuonna** $s = 5$ |
|---|---|---|
| 1 | 27 000 | 0 |
| 2 | 31 474 | 353 |
| 3 | 33 681 | 1 531 |
| 4 | 34 958 | 4 202 |
| 5 | 38 844 | 16 771 |
| | **Korvausvastuu yht.** | **22 857** |

## 3.4 Varaaminen tapauskohtaisesti

Tapauskohtaisesti vakuutusyhtiössä varataan usein tietyn summan ylittävät vahingot tai joissakin lajeissa esimerkiksi kaikki tunnetut vahingot. Tässä tutkielmassa tarkastellaan eläkevastuiden laskemista, koska ne ovat matemaattisessa mielessä tapauskohtaisesti varattavista vahingoista mielenkiintoisimpia. Tämä johtuu siitä, että eläkevastuissa arvioidaan ihmisen jäljellä olevaa elinaikaa, joka vaikuttaa eläkevastuun määrään. Koska eläkkeiden maksuaika voi olla huomattavan pitkä, myös diskonttauksen rooli korostuu. Esitetään aluksi eläkevastuuseen liittyviä henkivakuutuksessa käytettyjä funktioita.

**Määritelmä 3.1.** (Vrt. [9, s. 40])
Iässä $x \geq 0$ *jäljellä oleva elinaika*

$$T_x = \begin{cases} X - x, & \text{kun } X > x \\ 0, & \text{muulloin.} \end{cases}$$

$x$-ikäisen jäljellä olevan elinajan kertymäfunktiota merkitään

$${}_tq_x = P(T_x \leq t), \qquad t \geq 0.$$

Todennäköisyys, että $x$-ikäinen kuolee ajan $\Delta t$ kuluessa, jaettuna aikavälin pituudella on

$$\frac{_{\Delta t}q_x}{\Delta t} = \frac{P(T_x \leq \Delta t)}{\Delta t}.$$

[9, s. 41]

**Määritelmä 3.2.** [9, s. 41]
Raja-arvoa

$$\mu_x = lim_{\Delta t \to 0+} \frac{_{\Delta t}q_x}{\Delta t}$$

sanotaan *kuolevuusintensiteetiksi* tai *kuolevuudeksi* iässä $x$.

Todennäköisyys sille, että $x$-ikäinen elää ajan $t$ kuluttua on

$$_tp_x = P(T_x > t) = 1 -_t q_x.$$

[9, s. 40]

**Määritelmä 3.3.** [9, s. 5]
*Korkoutuvuus* on $\delta = \ln(1 + i)$, jossa $i$ on vuosikorko.

**Määritelmä 3.4.** (Vrt. [9, s. 56–57])
Olkoon $x$ vakuutetun ikä. Funktiota

$$D_x = e^{-\int_0^x (\delta+\mu_s)\ ds}$$

ja sen avulla muodostettua funktiota

$$\bar{N}_x = \int_x^\infty D_t\ dt$$

kutsutaan *kommutaatiofunktioiksi.*

**Määritelmä 3.5.** (Vrt. [9, s. 61])
Oletetaan, että $x$-ikäiselle henkilölle maksetaan jatkuvasti vuotuismäärältään summan $E = 1$ suuruista eläkettä niin kauan, kun henkilö on elossa. Tällaista $x$-ikäisen henkilön *jatkuvan elinikäisen yksikköelinkoron* pääoma-arvoa laskettuna hetkelle, jona henkilö on $x$-ikäinen, merkitään

$$a_x = E(a_{\bar{T_x}}).$$

Jos elinkorko on määräaikainen siten, että eläkettä maksetaan iästä $x$ ikään $n$ asti, niin kyseessä on $x$-ikäisen henkilön *jatkuva $n - x$-vuotinen yksikkö-elinkorko*, jonka pääoma-arvoa laskettuna hetkelle, jona henkilö on $x$-ikäinen, merkitään

$$a_{x-n} = E(a_{min\bar{\{n,T_x\}}}).$$

Erityisesti $a_x = a_{x-\infty}$.

Jos henkilön jäljellä oleva elinaika $T_x = T$ olisi etukäteen tiedossa, niin eläkettä maksettaisiin jatkuvan $n - x$-vuotisen yksikköelinkoron tapauksessa aika $u = min\{n, T\}$, ja eläkkeen pääoma-arvo eläkkeen alkamishetkellä olisi aikakorko

$$a_{\bar{u}} = \int_0^u e^{-\delta t} \, dt, \qquad u = min\{n, T\}.$$

Tämä voidaan kirjoittaa indikaattorimuuttuujaa käyttäen muotoon

$$a_{\bar{u}} = \int_0^n I\{T > t\} \cdot e^{-\delta t} \, dt,$$

missä indikaattorimuuttuja $I\{T > t\}$ osoittaa onko henkilö elossa ajan $t$ kuluttua. Sijoittamalla ajan $T$ paikalle $x$-ikäisen jäljellä oleva elinaika $T_x$ saadaan indikaattorimuuttuja $I\{T_x > t\}$. Jatkuvan $n - x$-vuotisen yksikköeläkkeen pääoma-arvolle saadaan nyt esitys

$$a_{x-n} = E\left(\int_0^{n-x} I\{T_x > t\} \cdot e^{-\delta t} \, dt\right) = \int_0^{n-x} E(I\{T_x > t\}) \cdot e^{-\delta t} \, dt.$$

[9, s. 61–62]

**Lause 3.1.** *[9, s. 62]*
*Jatkuvan yksikköelinkoron pääoma-arvolle pätee*

(i)
$$a_x = \int_0^\infty {}_tp_x \cdot e^{-\delta t} \, dt = \int_0^\infty \frac{D_{x+t}}{D_x} \, dt = \frac{\bar{N}_x}{D_x},$$

(ii)
$$a_{x-n} = \int_0^{n-x} {}_tp_x \cdot e^{-\delta t} \, dt = \int_0^{n-x} \frac{D_{x+t}}{D_x} \, dt = \frac{\bar{N}_x - \bar{N}_n}{D_x},$$

(iii)
$$a_{x-n} = a_x - \frac{D_n}{D_x} \cdot a_n.$$

*Todistus.* [9, s. 62–63]
Koska $E(I\{T_x > t\}) = P(T_x > t) = {}_tp_x$, niin kaava (ii) seuraa suoraan edellä esitetystä kaavasta $a_{x-n} = \int_0^n E(I\{T_x > t\}) \cdot e^{-\delta t} \, dt$. Elinikäisen yksikköelinkoron pääoma-arvo (i) on tämän erikoistapaus, sillä $\bar{N}_\infty = 0$. Yhtälö (iii) seuraa edellisistä:

$$a_{x-n} = \frac{\bar{N}_x}{D_x} - \frac{N_n}{D_n} \cdot \frac{D_n}{D_x} = a_x - \frac{D_n}{D_x} \cdot a_n.$$

□

Esitetään seuraavaksi Liikennevakuutuskeskuksen (LVK) ja Tapaturmavakuutuslaitosten liiton (TVL) käyttämä malli pääoma-arvon laskemiseen. Kuolevuusmalli miehille ($m$) on

$$\mu_x(v,m) = 1{,}1k(v,m)\tilde{\mu_x}(v,m),$$

ja naisille ($n$)

$$\mu_x(v,n) = k(v,n)\tilde{\mu_x}(v,n),$$

missä $x$ on henkilön ikä ja $v$ henkilön syntymävuosikymmen. Arvot $k(v,sp)$ on esitetty taulukossa 8. Miehille on määritelty

$$\ln(\tilde{\mu_x}(v,m)) = \begin{cases} A_1(m) + (x + S1(v,m))B_1(m), & \text{kun } x < 40 \\ A_2(m) + (x + S2(v,m))B_2(m), & \text{kun } 40 \leq x < 60 \\ A_3(m) + (x + S3(v,m) + \frac{(60-x)S3(v,m)}{59})B_3(m), & \text{kun x} \geq 60 \end{cases}$$

ja naisille

$$\ln(\tilde{\mu_x}(v,m)) = \begin{cases} A_1(n) + (x + S1(v,n))B_1(n), & \text{kun } x < 40 \\ A_2(n) + (x + S2(v,n))B_2(n), & \text{kun } 40 \leq x < 70 \\ A_3(n) + (x + S3(v,n) + \frac{(70-x)S3(v,n)}{42})B_3(n), & \text{kun } x \geq 70. \end{cases}$$

Muuttujien $A_i(sp)$, $B_i(sp)$ ja $Si(sp)$ arvot löytyvät taulukosta 8. [5, Liite / Kuolevuuden referenssimalli]

Lauseen 3.1 mukaan pääoma-arvo

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{\bar{N}_x}{D_x} \\ &= \frac{\int_x^\infty D_t \, dt}{D_x} \\ &= \frac{\int_x^\infty e^{-\int_0^x (\delta+\mu_s) \, ds} \, dt}{D_x}. \end{aligned}$$

Laskemisen helpottamiseksi LVK:ssa on käytetty kaavaa

$$a_x \approx \frac{1}{D_x} \sum_{u=0}^{104-x} D_{x+u} - \frac{12-1}{2 \cdot 12} - \frac{12^2-1}{12 \cdot 12^2} \cdot (\mu_x(v,sp) + \delta),$$

joka muistuttaa Eulerin summakaavaa (ks. [9, s. 68–69]). Lisäksi LVK:ssa on oletettu, että kuolevuus alle 15-vuotiailla on 0. [7]

Taulukko 8: Kuolevuusmallin muuttujien arvot. [5, Liite / Kuolevuuden referenssimalli]

| | **Miehet** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $k(v,m)$ | $S1(m)$ | $S2(m)$ | $S3(m)$ | |
| 1930 | 0,94 | 11,60 | 9,74 | 5,74 | |
| 1940 | 0,92 | 7,48 | 6,68 | 3,81 | |
| 1950 | 0,89 | 3,36 | 3,62 | 1,88 | |
| 1960 | 0,87 | -0,76 | 0,56 | -0,05 | |
| 1970 | 0,85 | -4,88 | -2,50 | -1,98 | |
| 1980 | 0,83 | -9,00 | -5,56 | -3,91 | |
| 1990 | 0,81 | -13,12 | -8,62 | -5,84 | |
| 2000 | 0,79 | -17,24 | -11,68 | -7,77 | |
| $A_1(m)$ | $B_1(m)$ | $A_2(m)$ | $B_2(m)$ | $A_3(m)$ | $B_3(m)$ |
| -7,39234 | 0,030239 | -8,31314 | 0,057658 | -10,39972 | 0,093298 |
| | **Naiset** | | | | |
| | $k(v,n)$ | $S1$ | $S2$ | $S3$ | |
| 1930 | 0,91 | 8,186 | 5,884 | 4,21 | |
| 1940 | 0,88 | 5,408 | 3,932 | 2,81 | |
| 1950 | 0,85 | 2,63 | 1,98 | 1,41 | |
| 1960 | 0,82 | -0,148 | 0,028 | 0,01 | |
| 1970 | 0,79 | -2,926 | -1,924 | -1,39 | |
| 1980 | 0,76 | -5,704 | -3,876 | -2,79 | |
| 1990 | 0,74 | -8,482 | -5,828 | -4,19 | |
| 2000 | 0,71 | -11,26 | -7,78 | -5,59 | |
| $A_1(n)$ | $B_1(n)$ | $A_2(n)$ | $B_2(n)$ | $A_3(n)$ | $B_3(n)$ |
| -9,05492 | 0,04863 | -9,79071 | 0,071872 | -13,17313 | 0,122169 |

*Huomautus.* Kun käsitellään suurta populaatiota, niin tilivuonna $t$ on tapana arvioida, että vuonna $t-x$ syntyneet henkilöt ovat tilivuoden $t$ lopussa keski-iältään $x+0,5$ vuotta. Koska eläkkeiden katkaisuiät ovat tasaikiä, niin jatkossa merkintöjä $a_x$ sekä $D_x$ käytetään iän $x+0,5$ yhteydessä ja merkintöjä $a_{xtasa}$ sekä $D_{xtasa}$ käytetään tasaiän $x$ yhteydessä.

LVK:n ja TVL:n käyttämän kuolevuusmallin mukaan muodostetut funktioiden $a_x$, $D_x$, $a_{xtasa}$ ja $D_{xtasa}$ arvot miehille löytyvät liitteestä A. Funktioiden arvojen laskemisessa on käytetty LVK:n käyttämää kaavaa $a_x$:lle ja asetettu alle 15-vuotiaiden kuolevuudeksi 0. Lisäksi 101-vuotiaille on lopuksi asetettu $a_{101}=0$, $D_{101}=0$, $a_{101tasa}=0$ ja $D_{101tasa}=0$.

**Esimerkki 3.** Vahinkovakuutuksessa työkyvyttömyyseläkettä voidaan korvata joko lakisääteisestä tapaturmavakuutuksesta tai liikennevakuutuksesta.

Täysi tapaturmaeläke on alle 65-vuotiaalle 85 % vuosityöansiosta ja 65 vuotta täyttäneelle 70 % vuosityöansiosta. [12]

Lasketaan tapaturmavakuutuksesta korvattavan täyden tapaturmaeläkkeen eläkevastuu tilivuoden 2007 lopussa 48-vuotiaalle miehella $A$, joka on todettu työkyvyttömäksi. $A$:n vuosityöansio oli 38 000. Lasketaan pääomaarvo korkoutuvuudella 0 ja diskontataan vuosittain maksettava elinkorko QIS4-harjoituksen mukaisilla riskittömillä koroilla. Nämä korot on esitetty liitteessä B.

65-vuotiaaksi asti $A$:n eläkkeen määrä on $0{,}85 \cdot 38000 = 32300$ ja 65 ikävuoden jälkeen $0{,}70 \cdot 38000 = 26600$. Arvot $D_{48} = 0{,}930694$, $a_{48} = 31{,}2697$, $D_{65tasa} = 0{,}809376$ sekä $a_{65tasa} = 18{,}0133$ löytyvät liitteestä A. Esitetään arvon $D_{48}$ laskeminen.

Integraalien

$$\begin{aligned}
&\int_{15}^{40} \mu_s \, ds = \int_{15}^{40} 1{,}1k(1950, m)\tilde{\mu_s}(1950, m) \, ds \\
&= 1{,}1k(1950, m) \int_{15}^{40} e^{A_1(m)+(s+S1(1950,m))B_1(m)} \, ds \\
&= \frac{1{,}1k(1950, m)}{B_1(m)} \big(e^{A_1(m)+(40+S1(1950,m))B_1(m)} - e^{A_1(m)+(15+S1(1950,m))B_1(m)}\big)
\end{aligned}$$

ja

$$\begin{aligned}
&\int_{40}^{48{,}5} \mu_s \, ds \\
&= \frac{1{,}1k(1950, m)}{B_2(m)} \big(e^{A_2(m)+(48{,}5+S2(1950,m))B_2(m)} - e^{A_2(m)+(40+S2(1950,m))B_2(m)}\big)
\end{aligned}$$

avulla saadaan laskettua

$$\begin{aligned}
D_{48} &= e^{-\int_{15}^{48{,}5} \mu_s \, ds} \\
&= e^{-(\int_{15}^{40} \mu_s \, ds + \int_{40}^{48{,}5} \mu_s \, ds)} \\
&= 0{,}930694.
\end{aligned}$$

Pääoma-arvo ikävälille $[48{,}5; 65]$ on

$$\begin{aligned}
a_{48-65} &= a_{48} - a_{65tasa} \cdot \frac{D_{65tasa}}{D_{48}} \\
&= 31{,}2697 - 18{,}0133 \cdot \frac{0{,}809376}{0{,}977479} \\
&= 15{,}6045.
\end{aligned}$$

Merkitään riskittömän $i$:n vuoden koron korkotermiä $r_i$:llä. Asetetaan eläkevastuu turvaavasti siten, että vuonna $a$ maksettavia korvauksia diskontataan vain $a-t+1$ vuotta. Nyt $A$:n eläkevastuuksi saadaan

$$
\begin{aligned}
&\sum \text{eläkevastuu ikävälille } [48,5;65]+\\
&\sum \text{eläkevastuu ikävälille } [65,\infty]\\
=&\sum_{i=1}^{15} \frac{32300}{(1+r_{i-1})^{i-1}} + \frac{(a_{48-65}-15)\cdot 32300}{(1+r_{15})^{a_{48-65}}}\\
&+\frac{0{,}5\cdot 26600}{(1+r_{16})^{16}} + \sum_{j=18}^{31} \frac{26600}{(1+r_{j-1})^{j-1}} + \frac{(32-a_{48})\cdot 26600}{(1+r_{31})^{a_{48}}}\\
&= 358011 + 9255 + 6168 + 121893 + 4361\\
&= 499688.
\end{aligned}
$$

## 3.5 Korvausvastuun riittävyystarkastelu

Korvausvastuun määrämisen onnistumista voidaan tarkastella tutkimalla, miten määrätty korvausvastuu on riittänyt toteutuneiden korvausten maksamiseen. Korvausvastuun riittävyyslaskennan avulla voidaan tutkia onko esimerkiksi kollektiivikertoimia tarpeen muuttaa tai onko syytä muuttaa perusteita tapauskohtaiselle varaamiselle.

Kollektiivivarauksen riittävyyslaskenta tilivuonna $t$ voidaan suorittaa siten, että tilivuodelle $t-1$ varatusta kollektiivivarauksesta $(\bar{a}(1)\cdot P_{t-1}+\bar{a}(2)\cdot P_{t-2}+\bar{a}(3)\cdot P_{t-3})$ vähennetään tilivuonna $t$ huomioon otettava edelleenvaraus $(\bar{a}(2)\cdot P_{t-1}+\bar{a}(3)\cdot P_{t-2})$ sekä tilivuonna $t$ maksetut korvauskulut sattumisvuosien $[1,t-1]$ vahingoista. Koska kollektiivivarauskertoimet halutaan usein esittää suhteessa korkeintaan kolmen tuoreimman vuoden maksutulon suhteen, niin kollektiivikertoimilla lasketun korvausvastun eli kollektiivivarauksen riittävyyslaskennan mukaiseksi ylijäämäksi (tai alijäämäksi) saadaan tilivuonna $t$

$$
\begin{aligned}
Y_{\le t-1}(t) &= \bar{a}(1)\cdot P_{t-1} + \bar{a}(2)\cdot P_{t-2} + \bar{a}(3)\cdot P_{t-3}\\
&\quad - \bar{a}(2)\cdot P_{t-1} - \bar{a}(3)\cdot P_{t-2} - C_{\le t-1}(t)\\
&= (\bar{a}(1)-\bar{a}(2))\cdot P_{t-1} + (\bar{a}(2)-\bar{a}(3))\cdot P_{t-2} + \bar{a}(3)\cdot P_{t-3} - C_{\le t-1}(t),
\end{aligned}
$$

missä $C_{\le t-1}(t) = \sum_{s=1}^{t-1} C_s(t)$ eli korvauskulut tilivuonna $t$ sattumisvuosien $[1,t-1]$ vahingoista. [4, s. 33, 36–37]

**Esimerkki 4.** Tarkastellaan kollektiivivarauksen riittävyyttä esimerkin 1 aineistosta. Tarkastellaan tilivuonna $t=5$ syntynyttä ylijäämää, jos korvausvastuu olisi varattu maksutulosta esimerkissä 1 lasketuilla kollektiivikertoimilla jo tilivuotta 5 edeltävinä vuosina. Nyt $\bar{a}(1) = 0{,}385$, $\bar{a}(2) = 0{,}159$, $\bar{a}(3) = 0$, $P_4 = 39876$, $P_3 = 37563$, $P_2 = 33765$ ja $C_{\leq 4}(5) = 303 + 1001 + 2704 + 9733 = 13741$.

Kollektiivivarauksen ylijäämä tilivuonna 5 on

$$\begin{aligned} Y_{\leq 4}(5) &= (0{,}385 - 0{,}159) \cdot 39876 + 0{,}159 \cdot 37563 - 13741 \\ &= 1243. \end{aligned}$$

Yksinkertainen tapa arvioida korvausvastuun riittävyyttä on verrata sattumisvuoden $s$ lopullisia korvauskuluja arvioituun korvausvastuuseen joko näiden suhteena tai erotuksena, ts. voidaan tarkastella osamäärää

$$\frac{X_s}{K_s} \qquad \text{tai erotusta} \qquad X_s - K_s.$$

# 4 Pääomavaatimuksen $SCR$ laskemisesta

$SCR$ (Solvency Capital Requirement) eli *vakavaraisuuspääomavaatimus* muodostuu eri moduuleista (sekä näiden alamoduuleista, ks. [2, s. 112]) seuraavasti:

$$SCR = BSCR - Adj + SCR_{Op},$$

missä

- $BSCR$ = Basic SCR eli peruspääomavaatimus
- $Adj$ = tulevan harkinnanvaraisen voitonjaon ja laskennallisen verovelan tappioita vaimentava vaikutus
- $SCR_{Op}$ = operatiiviseen riskiin liittyvä pääomavaatimus.

$BSCR$ muodostuu seuraavista moduuleista:

- $SCR_{mkt}$ = markkinariskiin liittyvä pääomavaatimus
- $SCR_{def}$ = vastapuoliriskiin liittyvä pääomavaatimus
- $SCR_{life}$ = henkivakuutusriskiin liittyvä pääomavaatimus
- $SCR_{health}$ = sairausvakuutusriskiin liittyvä pääomavaatimus
- $SCR_{nl}$ = vahinkovakuutusriskiin liittyvä pääomavaatimus.

Taulukossa 9 esitetyn korrelaatiomatriisin avulla voidaan laskea (vrt. [2, s. 128])

$$BSCR = \sqrt{\sum_{r=1}^{5}\sum_{c=1}^{r} CorrSCR_{r,c} \cdot SCR_r \cdot SCR_c},$$

missä

- $CorrSCR_{r,c}$ = korrelaatiomatriisin riviltä $r$ ja sarakkeesta $c$ luettu solu
- $SCR_r$ = rivin $r$ pääomavaatimus
- $SCR_c$ = sarakkeen $c$ pääomavaatimus.

Taulukko 9: Korrelaatiomatriisi [2, s. 128]

| $CorrSCR =$ | $SCR_{mkt}$ | $SCR_{def}$ | $SCR_{life}$ | $SCR_{health}$ | $SCR_{nl}$ |
|---:|---:|---:|---:|---:|---:|
| $SCR_{mkt}$ | 1 | | | | |
| $SCR_{def}$ | 0,25 | 1 | | | |
| $SCR_{life}$ | 0,25 | 0,25 | 1 | | |
| $SCR_{health}$ | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 1 | |
| $SCR_{nl}$ | 0,25 | 0,5 | 0 | 0,25 | 1 |

Tässä tutkielmassa tutkitaan $BSCR$:ään vaikuttavia moduuleja $SCR_{life}$, $SCR_{health}$ ja $SCR_{nl}$. Kyseiset pääomavaatimukset ovat riippuvaisia vakuutusmaksu- ja korvausvastuusta. Näissä moduuleissa keskitytään niihin kohtiin, jotka koskevat olennaisesti vahinkovakuutustoimintaa. Lisäksi esitetään varsinaisten laskutapojen ohella mahdollisia yksinkertaistettuja laskutapoja (nk. simplifications [2]).

Yksinkertaistettuja menetelmiä voidaan käyttää, jos ne vastaavat riskin luonnetta, laajuutta ja monimutkaisuutta. $SCR$:n arvioinnissa yksinkertaisempia laskutapoja voi käyttää, jos näin saatu tulos ei eroa olennaisesti tarkemmasta arvioinnista. Yksinkertaistuksia (jatkossa simplifications) voi käyttää, mikäli seuraavat perusehdot täyttyvät:

1. tarkasteltavat vakuutussopimukset eivät ole monimutkaisia
2. tarkasteltava vakuutusluokkaryhmä on riskiluonteeltaan yksinkertainen
3. kyseisessä simplificationissa olevat lisäehdot täyttyvät

4. laskettava pääomavaatimus ei ole määrältään suuri tai verrattaen suuri. Tämä tarkoittaa QIS4-ohjeistuksessa sitä, että toinen seuraavista ehdoista täyttyy:
    - laskettava pääomavaatimus ei ylitä 50 miljoonaa euroa henkivakuutusyhtiöissä tai 10 miljoonaa euroa vahinkovakuutusyhtiöissä
    - jokainen alariskin pääomavaatimus, joka on laskettu simplificationilla, on korkeintaan 10 % koko $SCR$:stä ja alariskien pääomavaatimusten summa on korkeintaan 30 % koko $SCR$:stä.

[2, s. 115–116]

## 4.1 Vahinkovakuutusriski $SCR_{nl}$

Vahinkovakuutusriskiin liittyvä pääomavaatimus, $SCR_{nl}$, saadaan muodostettua kahdesta riskitermistä: $NL_{pr}$ (vakuutusmaksu- ja korvausvastuuriskin pääomavaatimus) ja $NL_{CAT}$ (katastrofiriskin pääomavaatimus). Seuraavaksi määritellään kyseiset riskitermit.

### 4.1.1 Vakuutusmaksu- ja korvausvastuuriski

Esitetään aluksi $NL_{pr}$:n laskemiseen tarvittavia merkintöjä [2, s. 197]:

- $PCO_{j,lob}$ = arvio korvausvastuusta alueelle $j$ ryhmässä $lob$
- $P_{j,lob}^{t,written}$ = arvio kirjatuista nettovakuutusmaksuista alueelta $j$ ryhmässä $lob$ tulevalta vuodelta $t$
- $P_{j,lob}^{t,earned}$ = arvio ansaituista nettovakuutusmaksuista alueelta $j$ ryhmässä $lob$ tulevalta vuodelta $t$
- $P_{j,lob}^{t-1,written}$ = kirjatut nettovakuutusmaksut alueelta $j$ ryhmässä $lob$ kuluneelta vuodelta $t-1$
- $n_{lob}$ = historiallisten vuosien määrä (enimmillään 5, 10 tai 15 vuotta riippuen ryhmästä). Määrään ei saa ottaa huomioon vakuutusluokkaryhmän harjoittamisen kolmea ensimmäistä vúotta
    - ryhmille 2, 4, 7, 8 ja 10 $n_{lob}$ on korkeintaan 5
    - ryhmille 3, 9 ja 12 $n_{lob}$ on korkeintaan 10
    - ryhmille 1, 5, 6 ja 11 $n_{lob}$ on korkeintaan 15

- $LR^{y}_{lob}$ = nettovahinkosuhde ryhmässä $lob$ vuotena $y$ (nettovahinkosuhde = $\frac{\text{vuonna } y \text{ maksetut korvaukset ja arvioitu korvausvastuu vuoden } y \text{ vahingoista}}{\text{vuonna } y \text{ ansaitut vakuutusmaksut}}$, $y = t-1, t-2, \ldots, t-n$)
- $P^{y,earned}_{j,lob}$ = ansaitut nettovakuutusmaksut alueelta $j$ ryhmässä $lob$ historiallisena vuotena $y = t-1,\ t-2, \ldots,\ t-n$

Edellä mainituissa merkinnöissä indeksi $lob$ (line of business) tarkoittaa taulukossa 10 kyseisen $lob$-numeron kohdalla esitettyä vakuutusluokkaryhmää ja indeksi $j$ maantieteellistä aluetta, kun alueet on jaettu seuraavasti [2, s. 196–198]:

1. EEA-maat
2. Sveitsi
3. Muu Eurooppa
4. Aasia (pl. Japani ja Kiina)
5. Japani
6. Kiina
7. Oseania (pl. Australia)
8. Australia
9. Yhdysvallat
10. Kanada
11. Meksiko
12. Muut Pohjois- ja Väli-Amerikan maat (pl. Karibian maat)
13. Etelä-Amerikka ja Karibia
14. Afrikka

**Määritelmä 4.1.** [2, s. 199]
*Korvausvastuuriskin volyymimitta* alueella $j$ ryhmässä $lob$ on

$$V_{(res,j,lob)} = PCO_{j,lob}.$$

*Vakuutusmaksuriskin volyymimitta* alueella $j$ ryhmässä $lob$ on

$$V_{(prem,j,lob)} = \max\{P^{t,written}_{j,lob},\ P^{t,earned}_{j,lob},\ 1{,}05P^{t-1,written}_{j,lob}\}.$$

Taulukko 10: Vakuutusluokkien ryhmittely. [2, s. 195–196]

| $lob$-numero | Vakuutusluokkaryhmä |
|---|---|
| 1 | Moottoriajoneuvon vastuu |
| 2 | Maa-ajoneuvot |
| 3 | Alukset, Ilma-alukset, raiteilla liikkuva kalusto ja kuljetus |
| 4 | Palo- ja muu omaisuusvahinko |
| 5 | Vastuu |
| 6 | Luotto ja takaus |
| 7 | Oikeusturva |
| 8 | Matka-apu |
| 9 | Muut |
| 10 | Ei-suhteellinen jälleenvakuutus: omaisuus |
| 11 | Ei-suhteellinen jälleenvakuutus: sotauhrit |
| 12 | Ei-suhteellinen jälleenvakuutus: $lob$-numero 3 |

Muodostetaan ryhmän $lob$ vakuutusmaksu- sekä korvausvastuuriskin volyymimitta $V_{lob}$. Muodostetaan ensin *Herfindahlin indeksi*, joka pyrkii mittaamaan maantieteellistä hajautusta

$$DIV_{pr,lob} = \frac{\sum_j (V_{(prem,j,lob)} + V_{(res,j,lob)})^2}{(\sum_j (V_{(prem,j,lob)} + V_{(res,j,lob)}))^2}.$$

Herfindahlin indeksin avulla saadaan nyt muodostettua

$$V_{lob} = (V_{(prem,lob)} + V_{(res,lob)}) \cdot (0{,}75 + 0{,}25 \cdot DIV_{pr,lob}), \text{ missä}$$

$V_{(prem,lob)} = \sum_j V_{(prem,j,lob)}$ ja $V_{(res,lob)} = \sum_j V_{(res,j,lob)}$. $NL_{pr}$:n volyymimitaksi saadaan nyt $V = \sum_{lob} V_{lob}$. [2, s. 202]

*Huomautus.* [2, s. 202] Maantieteellistä hajautusta ei oteta huomioonn $lob$-ryhmissä 6 ja 9.

Taulukoissa 11, 12 ja 13 esitetään kunkin ryhmän $lob$ korvausvastuuriskin keskihajonta, $\sigma_{(res,lob)}$, sekä vakuutusmaksuriskin markkinakeskihajonta, $\sigma_{(M,prem,lob)}$, ja luotettavuuskertomen $c_{lob}$ arvot. Esitetään vielä vakuutusyhtiökohtaisen vakuutusmaksuriskin keskihajonnan laskeminen:

$$\sigma_{(U,prem,lob)} = \sqrt{\frac{1}{(n_{lob} - 1) \cdot V_{(prem,lob)}} \sum_y P_{lob}^{y,earned} \cdot (LR_{lob}^y - \mu_{lob})^2}, \text{ missä}$$

$$P_{lob}^{y,earned} = \sum_j P_{j,lob}^{y,earned} \text{ ja } \mu_{lob} = \frac{\sum_y P_{lob}^{y,earned} \cdot LR_{lob}^y}{\sum_y P_{lob}^{y,earned}}.$$

Nyt saadaan muodostettua vakuutusmaksuriskin keskihajonta

$$\sigma_{(prem,lob)} = \sqrt{c_{lob} \cdot \sigma^2_{(U,prem,lob)} + (1 - c_{lob}) \cdot \sigma^2_{(M,prem,lob)}},$$

jonka jälkeen voidaan muodostaa ryhmän $lob$ vakuutusmaksu- ja korvausvastuuriskin keskihajonta $\sigma_{lob} =$

$$\frac{\sqrt{(\sigma_{(prem,lob)}V_{(prem,lob)})^2 + 2\alpha\sigma_{(prem,lob)}\sigma_{(res,lob)}V_{(prem,lob)}V_{(res,lob)} + (\sigma_{(res,lob)}V_{(res,lob)})^2}}{V_{(prem,lob)} + V_{(res,lob)}},$$

missä $\alpha = 0{,}5$ on korrelaatiokerroin. [2, s. 200–201]

Taulukko 11: Korvausvastuuriskin keskihajonta ryhmässä *lob*. [2, s. 200]

| lob= | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma_{(res,lob)}$ | 12 % | 7 % | 10 % | 10 % | 15 % | 15 % | 10 % | 10 % | 10 % | 15 % | 15 % | 15 % |

Taulukko 12: Vakuutusmaksuriskin markkinakeskihajonta ryhmässä *lob*. [2, s. 200]

| lob= | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma_{(M,prem,lob)}$ | 9 % | 9 % | 12,5 % | 10 % | 12,5 % | 15 % | 5 % | 7,5 % | 11 % | 15 % | 15 % | 15 % |

Taulukko 13: Luotettavuuskertoimen $c_{lob}$ arvot. [2, s. 201]

| $n_{lob}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,64 | 0,67 | 0,69 | 0,71 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,64 | 0,69 | 0,72 | 0,74 | 0,76 | 0,79 |
| 5 | 0 | 0 | 0,64 | 0,72 | 0,79 | - | - | - | - | - |
| $n_{lob}$ | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | | | | | |
| 15 | 0,73 | 0,75 | 0,76 | 0,78 | 0,79 | | | | | |
| 10 | - | - | - | - | - | | | | | |
| 5 | - | - | - | - | - | | | | | |

$NL_{pr}$:n keskihajonnaksi saadaan

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{V^2} \cdot \sum_{r=1}^{12} \sum_{c=1}^{r} CorrLoB_{r,c} \cdot \sigma_r \cdot \sigma_c \cdot V_r \cdot V_c}, \text{ missä}$$

$r$ ja $c$ viittavat ryhmään $lob$ ja $CorrLoB_{r,c}$ on taulukon 14 rivin $r$ sarakkeen $c$ arvo. [2, s. 202]

Nyt $NL_{pr}$ saadaan laskettua seuraavasti

$$NL_{pr} = \rho(\sigma) \cdot V, \text{ missä } \rho(\sigma) = \frac{e^{N_{0,995} \cdot \sqrt{\ln(\sigma^2+1)}}}{\sqrt{\sigma^2+1}} - 1,$$

kun $N_{0,995}$ on standardoidun normaalijakauman ($N(0,1)$) 99,5 % kvantiili (= 2,58). [2, s. 198, 202]

Taulukko 14: Vakuutusryhmien välinen korrelaatio $CorrLoB$. [2, s. 203]

| **CorrLoB** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | | | | | | | | | | | |
| **2** | 0,5 | 1 | | | | | | | | | | |
| **3** | 0,5 | 0,25 | 1 | | | | | | | | | |
| **4** | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 1 | | | | | | | | |
| **5** | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 1 | | | | | | | |
| **6** | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 1 | | | | | | |
| **7** | 0,5 | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 0,5 | 1 | | | | | |
| **8** | 0,25 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 1 | | | | |
| **9** | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 1 | | | |
| **10** | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 0,25 | 1 | | |
| **11** | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 1 | |
| **12** | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 1 |

**Esimerkki 5.** Tarkastellaan $NL_{pr}$:n muodostumista tilivuonna $t$. Laskentaa helpottavat taulukot löytyvät QIS4-harjoituksen vastauslomakkeesta [10]. Tarkastellaan yhtiötä $A$, joka vakuuttaa vain vahinkovakuutusluokkaryhmiä 1, 2 ja 3 (kts. taulukko 10) ainoastaan EEA-maissa sekä Sveitsissä. Tässä esimerkissä laskettavat luvut on tarkoituksella valittu alhaisiksi, jotta laskemisprosessin ymmärtäminen olisi helpompi hahmottaa. Olkoon

$$\begin{aligned} V_{(res,1,1)} &= 25500 \\ V_{(res,1,2)} &= 3000 \\ V_{(res,1,3)} &= 50 \\ V_{(res,2,1)} &= 6000 \\ V_{(res,2,2)} &= 1000 \\ V_{(res,2,3)} &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} V_{(prem,1,1)} &= P_{1,1}^{t,earned} = 20000 \\ V_{(prem,1,2)} &= P_{1,2}^{t,earned} = 13000 \\ V_{(prem,1,3)} &= P_{1,3}^{t,earned} = 500 \\ V_{(prem,2,1)} &= P_{2,1}^{t,earned} = 5000 \\ V_{(prem,2,2)} &= P_{2,2}^{t,earned} = 4500 \\ V_{(prem,2,3)} &= P_{2,3}^{t,earned} = 50. \end{aligned}$$

Herfindahlin indekseiksi saadaan

$$\begin{aligned}
DIV_{pr,1} &= \frac{(V_{(prem,1,1)} + V_{(res,1,1)})^2 + (V_{(prem,2,1)} + V_{(res,2,1)})^2}{(V_{(prem,1,1)} + V_{(res,1,1)} + V_{(prem,2,1)} + V_{(res,2,1)})^2} \\
&= 0{,}686 \\
DIV_{pr,2} &= 0{,}619 \\
DIV_{pr,3} &= 0{,}841.
\end{aligned}$$

$NL_{pr}$:n volyymimitaksi saadaan

$$\begin{aligned}
V &= V_1 + V_2 + V_3 \\
&= (V_{prem,1} + V_{res,1}) \cdot (0{,}75 + 0{,}25 \cdot DIV_{pr,1}) \\
&+ (V_{prem,2} + V_{res,2}) \cdot (0{,}75 + 0{,}25 \cdot DIV_{pr,2}) \\
&+ (V_{prem,3} + V_{res,3}) \cdot (0{,}75 + 0{,}25 \cdot DIV_{pr,3}) \\
&= 52071 + 19453 + 579 \\
&= 72103.
\end{aligned}$$

Taulukosta 11 saadaan korvausvastuuriskin keskihajonnat

$$\sigma_{(res,1)} = 0{,}12, \qquad \sigma_{(res,2)} = 0{,}07, \qquad \sigma_{(res,3)} = 0{,}10$$

ja taulukosta 12 vakuutusmaksuriskin markkinakeskihajonnat

$$\sigma_{(M,prem,1)} = 0{,}09, \qquad \sigma_{(M,prem,2)} = 0{,}09, \qquad \sigma_{(M,prem,13} = 0{,}125.$$

Taulukossa 15 on esitetty $P_{lob}^{y,earned}$ ja $LR_{lob}^{y}$, kun $j = 1, 2$ $lob = 1, 2, 3$ ja $y = t-1, t-2, \ldots, t-n_{lob}$.

Nyt voidaan muodostaa vakuutusyhtiökohtaisen vakuutusmaksuriskien keskihajonnat, jolloin saadaan

$$\sigma_{(U,prem,1)} = 0{,}118, \qquad \sigma_{(U,prem,2)} = 0{,}032, \qquad \sigma_{(U,prem,3)} = 0{,}077.$$

Vakuutusmaksuriskin keskihajonnoiksi saadaan

$$\begin{aligned}
\sigma_{(prem,1)} &= \sqrt{c_1 \cdot \sigma_{(U,prem,1)} + (1 - c_1) \cdot \sigma_{M,prem,1}} = 0{,}113 \\
\sigma_{(prem,2)} &= 0{,}050 \\
\sigma_{(prem,3)} &= 0{,}089,
\end{aligned}$$

jolloin vakuutusmaksu- ja korvausvastuuriskin keskihajonnat ovat

$$\sigma_1 = 0{,}101, \qquad \sigma_2 = 0{,}049, \qquad \sigma_3 = 0{,}086.$$

Taulukko 15: Vakuutusyhtiön $A$ ansaitut nettovakuutusmaksut sekä nettovahinkosuhteet väliltä $[t - n_{lob}, t - 1]$.

| | **t-1** | **t-2** | **t-3** | **t-4** | **t-5** |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_1^{y,earned}$ | 22 500 | 21 200 | 20 500 | 20 100 | 18 500 |
| $LR_1^y$ | 55,3% | 74,2% | 73,1% | 75,0% | 81,2% |
| | **t-6** | **t-7** | **t-8** | **t-9** | **t-10** |
| $P_1^{y,earned}$ | 18 400 | 18 100 | 16 500 | 17 000 | 12 300 |
| $LR_1^y$ | 56,0% | 45,0% | 82,0% | 73,4% | 82,0% |
| | **t-11** | **t-12** | **t-13** | **t-14** | **t-15** |
| $P_1^{y,earned}$ | 11 500 | 11 000 | 10 800 | 10 400 | 9 500 |
| $LR_1^y$ | 95,0% | 101,0% | 92,1% | 76,4% | 69,7% |
| | **t-1** | **t-2** | **t-3** | **t-4** | **t-5** |
| $P_2^{y,earned}$ | 15 000 | 14 200 | 13 400 | 13 350 | 13 100 |
| $LR_2^y$ | 72,3% | 66,7% | 72,5% | 69,0% | 76,2% |
| | **t-1** | **t-2** | **t-3** | **t-4** | **t-5** |
| $P_3^{y,earned}$ | 500 | 460 | 450 | 440 | 425 |
| $LR_3^y$ | 64,0% | 67,6% | 54,2% | 56,8% | 73,5% |
| | **t-6** | **t-7** | **t-8** | **t-9** | **t-10** |
| $P_3^{y,earned}$ | 400 | 395 | 340 | 320 | 290 |
| $LR_3^y$ | 67,8% | 82,4% | 78,0% | 65,4% | 74,7% |

Nyt koko $NL_{pr}$:n keskihajonta on

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{1}{V^2} \cdot \sum_{r=1}^{3} \sum_{c=1}^{r} CorrLoB_{r,c} \cdot \sigma_r \cdot \sigma_c \cdot V_r \cdot V_c} \\ &= 0{,}081.\end{aligned}$$

Vakuutusmaksu- ja korvausvastuuriskiin liittyvä pääomavaatimus vakuutusyhtiöllä $A$ on nyt

$$\begin{aligned}NL_{pr} &= \rho(\sigma) \cdot V \\ &= \left( \frac{e^{N_{0,995} \cdot \sqrt{\ln(\sigma^2+1)}}}{\sqrt{\sigma^2+1}} - 1 \right) \cdot 72103 \\ &= 16430.\end{aligned}$$

### 4.1.2 Katastrofiriski

Riskitermi $NL_{CAT}$ voidaan muodostaa joko yhtiön omilla skenaarioilla, oman maan valvojan antamilla skenaarioilla (Suomessa ei ole käytössä valvojan antamia skenaarioita) tai seuraavaksi esitetyllä laskukaavalla. Pääomavaatimus

$$NL_{CAT} = \sqrt{\sum_{t \neq 3,4,10,12} (c_t \cdot P_t)^2 + (c_3 \cdot P_3 + c_{12} \cdot P_{12})^2 + (c_4 \cdot P_4 + c_{10} \cdot P_{10})^2},$$

missä muuttuja $t$ on jokin vakuutusluokkaryhmä $lob$, $P_t = P_{lob}^{t,written}$ ja $c_t$ saadaan taulukosta 16. [2, s. 204–205]

Taulukko 16: Kertoimen $c_t$ arvoja. [2, s. 205]

| $lob\ t$ | $c_t$ |
|---|---|
| 1 | 0,15 |
| 2 | 0,075 |
| 3 | 0,50 |
| 4 | 0,75 |
| 5 | 0,15 |
| 6 | 0,60 |
| 7 | 0,02 |
| 8 | 0,02 |
| 9 | 0,25 |
| 10 | 1,50 |
| 11 | 0,50 |
| 12 | 1,50 |

**Esimerkki 6.** Tarkastellaan esimerkin 5 vakuutusyhtiön $A$ katastrofiriskiin liittyvää pääomavaatimusta. Olkoon

$$\begin{aligned} P_1^{t,written} &= P_1 = 23500 \\ P_2^{t,written} &= P_2 = 16500 \\ P_3^{t,written} &= P_3 = 550. \end{aligned}$$

Pääomavaatimukseksi saadaan

$$\begin{aligned} NL_{CAT} &= \sqrt{(c_1 \cdot P_1)^2 + (c_2 \cdot P_2)^2 + (c_3 \cdot P_3)^2} \\ &= \sqrt{(0,15 \cdot 23500)^2 + (0{,}075 \cdot 16500)^2 + (0{,}50 \cdot 550)^2} \\ &= 3746. \end{aligned}$$

### 4.1.3 $SCR_{nl}$:n laskeminen

**Määritelmä 4.2.** (Vrt. [2, s. 194–195]).

Olkoon $NL_{pr}$ vakuutusmaksu- ja korvausvastuuriskin ja $NL_{CAT}$ katastrofiriskin pääomavaatimus. *Vahinkovakuutukseen liittyvä pääomavaatimus*, $SCR_{nl}$, lasketaan kaavalla

$$SCR_{nl} = \sqrt{NL_{pr} \cdot NL_{pr} + NL_{CAT} \cdot NL_{CAT}}.$$

**Esimerkki 7.** Esimerkeissä 5 ja 6 esitetyn vakuutusyhtiön $A$ vahinkovakuutukseen liittyvä pääomavaatimus on

$$\begin{aligned} SCR_{nl} &= \sqrt{16430^2 + 3746^2} \\ &= 16851. \end{aligned}$$

## 4.2 Henkivakuutusriski $SCR_{life}$

Henkivakuutusriskiin liittyvä pääomavaatimus, $SCR_{life}$, muodostuu seitsemästä alariskiin liittyvästä pääomavaatimuksesta. Seuraavaksi esitetään kyseisten alariskien muodostaminen, jonka jälkeen $SCR_{life}$:n laskeminen on mahdollista. Kustakin alariskistä esitetään myös yksinkertaistettu laskutapa (simplification), mikäli tällainen on QIS4-ohjeistuksessa annettu. Alariskien laskemisessa käytetään usein merkintää $\Delta NAV$, jossa $NAV$ tarkoittaa nettovarallisuutta (net asset value) ja $\Delta NAV$ on nettovarallisuuden muutos. Alariskeissä merkinnällä $\Delta NAV|shock$ tarkoitetaan nettovarallisuuden muutosta johtuen shokista $shock$. Koska pääomavaatimukset perustuvat shokkien käyttöön, voi näiden laskeminen olla hyvinkin erilaista riippuen siitä, mitä laskuperusteita käytetään.

*Huomautus.* Nettovarallisuus = varat − velat.

*Huomautus.* Vahinkovakuutuksessa henkivakuutusriski koskee ainoastaan liikennevakuutusta.

*Huomautus.* QIS4-ohjeistuksessa [2] viitataan usein taattuun korvaussummaan, joka tarkoittaa henkivakuutuksessa suurinta korvausmäärää, joka vahingosta maksetaan. Käytetään tästä jatkossa merkintää $SA$ (Sum Assured).

### 4.2.1 Kuolevuusriski

Kuolevuusriskillä on tarkoitus kuvata laskemisessa käytettävien trendien ja parametrien epävarmuutta, ellei näitä ole otettu jo huomioon vastuuvelan laskemisessa. Kuolevuusriskiä on tarkoitus käyttää ainoastaan sellaisissa tapauksissa, että kuolevuuden nousun johdosta myös vastuvelka kasvaa. Tästä johtuen vahinkovakuutuksessa kuolevuusriski voidaankin tulkita 0:ksi, sillä suuret eläkevastuut pienenevät, kun kuolevuus kasvaa.

Vakuutuksia, joista maksetaan korvauksia sekä kuolemis- että selviytymistapauksissa, voidaan kohdella kahdella eri tapaa. Ensimmäistä tapaa käytettäessä vakuutuksia, joissa korvaukset kuolemis- ja selviytymistapauksesta riippuvat samasta vakuutetusta henkilöstä (tai henkilöistä), ei saisi yhdistää. Näissä tapauksissa pitäisi laskea kuolevuusriskin nettovaikutus. Nettovaikutuksen voi tulkita myös nollaksi, jos laskemisen tekevä vakuutusyhtiö kokee sen mielekkääksi. Toinen tapa on jakaa kaikki vakuutukset kahdeksi eri komponentiksi: toisessa korvausten maksaminen riippuu vakuutetun eloonjäämisestä ja toisessa vakuutetun kuolemasta. Tässä tapauksessa vain jälkimmäinen komponentti otetaan huomioon kuolevuusriskiä laskettaessa. [2, s. 162]

Pääomavaatimus kuolevuusriskille on

$$Life_{mort} = \sum_i (\Delta NAV | mortshock), \text{ missä}$$

$i$ viittaa kaikkiin vakuutuksiin, jossa korvausten maksaminen riippuu kuolevuusriskistä ja $mortshock$ on 10 % nousu kuolevuudessa kaikissa ikäluokissa. [2, s. 162–163]

**Simplification.** [2, s. 163]

$Life_{mort}$:n laskemisessa voi käyttää seuraavaa yksinkertaistusta, mikäli

1. Riskiin liittyvässä pääomassa ei ole suurta muutosta johtuen vakuutussopimuksen kestosta.

2. Perusvaatimukset yksinkertaisuksen käytölle täyttyvät.

$$Life_{mort} = CaR \cdot q \cdot n \cdot 0{,}10 \cdot 1{,}1^{(n-1)/2}, \text{ missä}$$

$CaR$ on riskiin liittyvä pääoma, $n$ on velkakassavirran modifioitu duraatio ja $q$ on odotettu kuolleisuus tulevana vuonna $SA$:lla painotettuna.

### 4.2.2 Pitkäikäisyysriski

Pitkäikäisyysriski kuvaa laskemisessa käytettävien trendien ja parametrien epävarmuutta, ellei näitä ole otettu huomioon jo vastuuvelan laskemisessa. Niiden vakuutusten kanssa, joista maksetaan korvauksia sekä kuolemis-, että selviytymistapauksissa, toimitaan vastaavalla tavalla kuin luvussa 4.2.1 kuolevuusriskin kanssa, tosin nyt tarkastellaan selviytymistapauksia. [2, s. 164]

Pitkäikäisyysriskin pääomavaatimus on

$$Life_{long} = \sum_i (\Delta NAV | longevityshock), \text{ missä}$$

$i$ viittaa kaikkiin vakuutuksiin, jossa korvausten maksaminen riippuu pitkäikäisyysriskistä ja *longevityshock* on 25 % lasku kuolevuudessa kaikissa ikäluokissa. [2, s. 164]

**Simplification.** (Vrt. [2, s. 165])
$Life_{long}$:n laskemisessa voi käyttää seuraavaa yksinkertaistusta, mikäli

1. Pitkäikäisyysriskiin liittyvien vakuutuksenottajien keski-ikä on vähintään 60 vuotta.

2. Perusvaatimukset yksinkertaisuksen käytölle täyttyvät.

$$Life_{long} = 0{,}25 \cdot q \cdot 1{,}1^{(n-1)/2} \cdot n \cdot TP_{long}, \text{ missä}$$

$n$ on velkakassavirran modifioitu duraatio, $q$ on odotettu kuolleisuus tulevana vuonna $SA$:lla painotettuna ja $TP_{long}$ pitkäikäisyysriskiin liittyvien vakuutusten vastuuvelka.

### 4.2.3 Työkyvyttömyysriski

Työkyvyttömyysriski kuvaa epävarmuutta laskemisessa käytettävissä trendeissä ja parametreissa, ellei näitä ole huomioitu jo vastuuvelkaa laskettaessa. Työkyvyttömyysriskin pääomavaatimus on

$$Life_{dis} = \sum_i (\Delta NAV | disshock), \text{ missä}$$

$i$ viittaa kaikkiin vakuutuksiin, jossa korvausten maksaminen riippuu työkyvyttömyysriskistä ja *disshock* on 35 % kasvu työkyvyttömyysasteessa tulevana vuonna ja 25 % nousu työkyvyttömyysasteessa kaikissa ikäluokissa sitä seuraavina vuosina. [2, s. 165–166]

**Simplification.** (Vrt. [2, s. 166])
$Life_{dis}$:n laskemisessa voi käyttää seuraavaa yksinkertaistusta, mikäli

1. Riskiin liittyvässä pääomassa ei ole suurta muutosta johtuen vakuutussopimuksen kestosta.

2. Perusvaatimukset yksinkertaisuksen käytölle täyttyvät.

$$Life_{dis} = SaR \cdot i \cdot 0{,}35 \cdot 1{,}1^{(n-1)/2} \cdot n, \text{ missä}$$

$SaR$ on $SA$:n ja riskiin liittyvän vastuuvelan erotus, $n$ on velkakassavirran modifioitu duraatio ja $i$ odotettu sairastuvuus ensi vuonna painotettuna summana joko $SA$:n tai vakuutusmaksujen suhteen.

### 4.2.4 Raukeamisriski

Raukeamisriski lasketaan kaavalla, jossa pääomavaatimus lasketaan vakuutusten takaisinostoista, joten raukeamisriskiä ei voi soveltaa vahinkovakuutusyhtiöissä.(Ks. [2, s. 167–169])

### 4.2.5 Kustannusriski

Kustannusriski lasketaan kaavalla

$$Life_{exp} = \Delta NAV|expshock, \text{ missä}$$

$expshock$ on 10 % nousu tulevissa kuluissa odotuksiin nähden, 1 % vuosittainen nousu kustannusinflaatiokurssissa (lukuun ottamatta vakuutuksia, joissa kustannushintoja voidaan säätää seuraavien 12 kuukauden aikana, 75 % näin syntyvistä lisämaksuista voidaan kattaa kahden vuoden päästä alkaen nostetuilla vakuutusmaksuilla). [2, s. 169–170]

**Simplification.** (Vrt. [2, s. 170])

$$Life_{exp} = Exp_{renewal} \cdot n(exp) \cdot (0{,}1 + 0{,}005 \cdot n(exp)),$$

missä $Exp_{renewal}$ on uudistamiskustannukset 12 kuukauden ajalta ennen arviointiajankohtaa ja $n(exp)$ on uudistamiskustannuksilla painotettu keskiarvo riskin päättymiseen kestävästä ajasta.

### 4.2.6 Muuttamisriski

Muuttamisriski lasketaan kaavalla

$$Life_{rev} = \Delta NAV|revshock, \text{ missä}$$

$revshock$ on 3 % nousu vuosittain maksettavissa elinkoroissa. Vaikutusta arvioidaan vain lopulta run-off-ajalta. Muuttamisriski lasketaan ainoastaan niistä tapauksista, joissa voi tapahtua muutoksia tulevan vuoden aikana. [2, s. 171]

**Simplification.** [2, s. 171]

$$Life_{rev} = 0{,}03 \cdot (\text{riskille altistuvien elinkorkojen nettovastuuvelka})$$

### 4.2.7 Katastrofiriski

Katastrofiriski lasketaan kaavalla

$$Life_{CAT} = \Delta NAV|CATshock, \text{ missä}$$

$CATshock$ on 1,5 promilleyksikön nousu vakuutettujen kuolevuudessa ja 1,5 promilleyksikön nousu sairastuvuudessa tulevana vuonna. Voidaan olettaa, että kolmasosa näistä vakuutetuista sairastaa 6 kuukautta, kolmasosa 12 kuukautta ja kolmasosa 24 kuukautta. [2, s. 172]

**Simplification.** [2, s. 172–173]

$$Life_{CAT} = \sum_i 0{,}0015 \cdot Capital\_at\_Risk_i, \text{ missä}$$

$i$ viittaa kaikkiin vakuutuksiin, joissa korvausten maksu riippuu joko kuolevuudesta tai työkyvyttömyydestä ja

$$Capital\_at\_Risk_i = SA_i + AB_i \cdot Annuity\_factor - TP_i, \text{ missä}$$

- $SA_i$ = vakuutusten $i$, missä korvaukset maksetaan kertasummana, taattu kertakorvaus kuolemasta tai työkyvyttömyydestä. Muutoin, 0.
- $AB_i$ = vakuutusten $i$, missä korvauksia ei makseta kertasummana, vuotuinen korvaussumma kuolemasta tai työkyvyttömyydestä. Muutoin, 0.
- $Annuity\_factor$ = keskimääräinen elinkorkotekijän odotettu duraatio, jona korvauksia maksetaan.
- $TP_i$ = kaikkiin vakuutuksiin $i$ liittyvä vastuuvelka.

### 4.2.8 $SCR_{life}$:n laskeminen

Edellä esitettyjen alariskien avulla pystytään nyt määrittämään henkivakuutukseen liittyvä pääomavaatimus $SCR_{life}$.

**Määritelmä 4.3.** (Vrt. [2, s. 161]

Olkoon $Life_{mort}$ kuolevuusriskiin, $Life_{long}$ pitkäikäisyysriskiin, $Life_{dis}$ työkyvyttömyysriskiin, $Life_{lapse}$ raukeamisriskiin, $Life_{exp}$ kustannusriskiin, $Life_{rev}$ muuttamisriskiin ja $Life_{CAT}$ katastrofiriskiin liittyvä pääomavaatimus. *Henkivakuutusriskiin liittyvä pääomavaatimus* lasketaan kaavalla

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{r=1}^{7} \sum_{c=1}^{r} CorrLife_{r,c} \cdot Life_r \cdot Life_c}, \text{ missä}$$

$r$ on taulukon 17 rivi, $c$ sarake, $CorrLife_{r,c}$ rivin $r$ sarakkeen $c$ arvo, $Life_r$ rivin $r$ alariski ja $Life_c$ sarakkeen $c$ alariski.

Taulukko 17: $Corrlife$:n arvoja.

| **CorrLife** | $Life_{mort}$ | $Life_{long}$ | $Life_{dis}$ | $Life_{lapse}$ | $Life_{exp}$ | $Life_{rev}$ | $Life_{CAT}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Life_{mort}$ | 1 | | | | | | |
| $Life_{long}$ | -0,25 | 1 | | | | | |
| $Life_{dis}$ | 0,5 | 0 | 1 | | | | |
| $Life_{lapse}$ | 0 | 0,25 | 0 | 1 | | | |
| $Life_{exp}$ | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 0,5 | 1 | | |
| $Life_{rev}$ | 0 | 0,25 | 0 | 0 | 0,25 | 1 | |
| $Life_{CAT}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

## 4.3 Sairausvakuutusriski $SCR_{health}$

Sairausvakuutusriskiin liittyvä pääomavaatimus, $SCR_{health}$, muodostuu kolmesta alariskin pääomavaatimuksesta, jotka ovat $Accident\&Health_{ST}$ (lyhytkestoinen tapaturma- ja sairausvakuutus), $Health_{LT}$ (pitkäkestoinen sairausvakuutus) sekä $Health_{WC}$ (työtapaturma). Sairausvakuutusriskiin liittyvä pääomavaatimus lasketaan yhdistelemällä edellä mainitut alariskit korrelaatiotekniikalla. Alariskiin $Health_{LT}$ luetaan ainoastaan Saksassa ja Itävallassa harjoitettu vakuutusliike, joten sitä ei tässä tutkielmassa tarkastella. Suomessa sairausvakutuusriskin pääomavaatimus koostuukin siis vain termeistä $Accident\&Health_{ST}$ ja $Health_{WC}$.

### 4.3.1 Lyhytkestoinen tapaturma- ja sairausvakuutus

$Accident\&Health_{ST}$ eli lyhytkestoiseen tapaturma- ja sairausvakuutukseen liittyvä pääomavaatimus muodostuu kahdesta eri riskitermistä, jotka ovat $Accident\&Health_{ST_{pr}}$ (vakuutusmaksu- ja korvausvastuuriskin pääomavaatimus) ja $Accident\&Health_{ST_{CAT}}$ (katastrofiriskin pääomavaatimus). Pääomavaatimus $Accident\&Health_{ST_{pr}}$ lasketaan samalla tapaa kuin $Nl_{pr}$, mutta arvot $\sigma_{res,lob}$, $\sigma_{M,prem,lob}$ ja $CorrLob$ löytyvät taulukoista 18 ja 19, lisäksi $n_{lob}$ on korkeintaan 5 ja ryhmiä $lob$ on kaksi: 1. lyhytkestoinen sairausvakuutus ja 2. tapaturmavakuutus.

Taulukko 18: $Accident\&Health_{ST_{pr}}$:ään liittyviä keskihajontoja. [2, s. 184]

| **lob** | **1** | **2** |
|---|---|---|
| $\sigma_{res,lob}$ | 7,5 % | 15 % |
| $\sigma_{M,prem,lob}$ | 3 % | 5 % |

Taulukko 19: Sairausvakuutusryhmien välinen korrelaatio. [2, s. 184]

| **CorrLoB** | **1** | **2** |
|---|---|---|
| **1** | 1 | |
| **2** | 0,5 | 1 |

$Accident\&Health_{ST_{CAT}}$ lasketaan kaavalla [2, s. 185]

$$Accident\&Health_{ST_{CAT}} = \sqrt{(0{,}1 \cdot P_1^{t,written})^2 + (0{,}1 \cdot P_2^{t,written})^2}.$$

Nyt voidaan määritellä termin $Accident\&Health_{ST}$ laskeminen.

**Määritelmä 4.4.** (Vrt. [2, s. 183])
Olkoon $Accident\&Health_{ST_{pr}}$ vakuutusmaksu- ja korvausvastuuriskin ja $Accident\&Health_{ST_{CAT}}$ katastrofiriskin pääomavaatimus. *Lyhytkestoisen tapaturma- ja sairausvakuutuksen pääomavaatimus*, $Accident\&Health_{ST}$, lasketaan kaavalla

$$\begin{aligned}&Accident\&Health_{ST}\\ &= \sqrt{(Accident\&Health_{ST_{pr}})^2 + (Accident\&Health_{ST_{CAT}})^2}.\end{aligned}$$

**Esimerkki 8.** Tarkastellaan riskitermin $Accident\&Health_{ST}$ muodostumista vakuutusyhtiössä $B$ tilivuonna $t$. Yhtiö harjoittaa lyhytkestoista tapaturma- ja sairausvakuutusta sekä sairausvakuutusta EEA-maissa ja Sveitsissä. Olkoon

$$\begin{aligned}V_{(res,1,1)} &= 25500 & V_{(prem,1,1)} &= P_{1,1}^{t,earned} = 20000\\ V_{(res,1,2)} &= 3000 & V_{(prem,1,2)} &= P_{1,2}^{t,earned} = 13000\\ V_{(res,2,1)} &= 6000 & V_{(prem,2,1)} &= P_{2,1}^{t,earned} = 5000\\ V_{(res,2,2)} &= 1000 & V_{(prem,2,2)} &= P_{2,2}^{t,earned} = 4500\end{aligned}$$

Kuten esimerkissä 5 Herfindahlin indekseiksi saadaan $DIV_{pr,1} = 0{,}686$ sekä $DIV_{pr,2} = 0{,}619$ ja $Accident\&Health_{ST_{pr}}$:n volyymimitaksi $V = V_1 + V_2 = 52071 + 19453 = 71524$.

Nyt $\sigma_{(res,1)} = 0{,}075$, $\sigma_{(res,2)} = 0{,}15$ ja $\sigma_{(M,prem,1)} = 0{,}03$, $\sigma_{(M,prem,2)} = 0{,}05$. Taulukossa 20 on esitetty $P_1^{y,earned}$ ja $P_2^{y,earned}$ sekä $LR_1^{lob}$ ja $LR_2^{lob}$ Taulukon 20 tiedoista saadaan vakuutusyhtiökohtaisiksi vakuutusmaksuriskien keskihajonnoiksi

$$\sigma_{(U,prem,1)} = 0{,}090 \qquad \text{ja} \qquad \sigma_{(U,prem,2)} = 0{,}032.$$

Vakuutusmaksuriskin keskihajonnat ovat

$$\sigma_{(prem,1)} = 0{,}081 \qquad \text{ja} \qquad \sigma_{(prem,2)} = 0{,}037,$$

Taulukko 20: Vakuutusyhtiön $B$ ansaitut nettovakuutusmaksut sekä nettovahinkosuhteet väliltä $[t-5,t]$.

| | **t-1** | **t-2** | **t-3** | **t-4** | **t-5** |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_1^{y,earned}$ | 22 500 | 21 200 | 20 500 | 20 100 | 18 500 |
| $LR_1^y$ | 55,3% | 74,2% | 73,1% | 75,0% | 81,2% |
| $P_2^{y,earned}$ | 15 000 | 14 200 | 13 400 | 13 350 | 13 100 |
| $LR_2^y$ | 72,3% | 66,7% | 72,5% | 69,0% | 76,2% |

jolloin vakuutusmaksu- ja korvausvastuuriskin keskihajonnat ovat

$$\sigma_1 = 0{,}067 \qquad \text{ja} \qquad \sigma_2 = 0{,}050.$$

$Accident\&Health_{ST_{pr}}$:n keskihajonta on nyt

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{1}{V^2}(\sigma_1^2 \cdot V_1^2 + \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot V_1 \cdot V_2 + \sigma_2^2 \cdot V_2^2)} \\ &= 0,06.\end{aligned}$$

Nyt voidaan laskea

$$Accident\&Health_{ST_{pr}} = \rho(\sigma) \cdot V = 11200.$$

Olkoon $P_1^{t,written} = 23500$ ja $P_2^{t,written} = 16500$. $Accident\&Health_{ST_{CAT}}$ saadaan kaavasta

$$\begin{aligned}\sqrt{(0{,}1 \cdot P_1^{t,written})^2 + (0{,}1 \cdot P_2^{t,written})^2} &= \sqrt{(0{,}1 \cdot 23500)^2 + (0{,}1 \cdot 16500)^2} \\ &= 2871.\end{aligned}$$

Nyt vakuutusyhtiön $B$ lyhytkestoiseen tapaturma- ja sairausvakuutukseen liittyvä pääomavaatimus on

$$\begin{aligned}Accident\&Health_{ST} &= \sqrt{11200^2 + 2871^2} \\ &= 11563.\end{aligned}$$

### 4.3.2 Työtapaturmavakuutus

Työtapaturmavakuutukseen liittyvä pääomavaatimus, $Health_{WC}$, muodostuu kolmesta riskitermistä, jotka ovat $WComp_{General}$, $WComp_{Annuities}$ ja $WComp_{CAT}$. Muodostetaan ensin $WComp_{General}$. Kyseinen riskitermi koskee vakuutusmaksu- ja korvausvastuuriskiä siten, että eläkevastuita ei oteta huomioon. $WComp_{General}$ lasketaankin samaan tapaan kuin $NL_{pr}$, mutta nyt

$PCO_{WComp,NL}$ viittaa korvausvastuuseen, jotka eivät ole eläkevastuita, $n_{lob}$ on korkeintaan 5, $\sigma_{(res,nl)} = 10\%$, $\sigma_{(M,prem)} = 7\%$ ja $V = V_{prem} + V_{res,NL}$. Keskihajonta on

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{V^2} \cdot (\sigma_{prem}^2 \cdot V_{prem}^2 + \sigma_{res,NL} \cdot V_{res,nl}^2 + \sigma_{prem} \cdot \sigma_{res,nl} \cdot V_{prem} \cdot V_{res,nl})}$$

Riskitermin $WComp_{General}$ laskemista on kuitenkin vielä tarkoitus kehittää tulevissa QIS-harjoituksissa. [2, s. 188–189]

*Huomautus.* [2, s. 189]

Jos pitkäkestoisten elinkorkojen suhteellinen osuus on merkittävä, voidaan määritellä, että $n_{lob}$ on korkeintaan 15.

$WComp_{Annuities}$ tarkoittaa eläkevastuuseen liittyvää riskiä. Se koostuu neljästä alariskistä, jotka ovat $Annuities_{long}$, $Annuities_{rev}$, $Annuities_{exp}$ ja $Annuities_{dis}$. Näistä $Annuities_{long}$ ja $Annuities_{dis}$ lasketaan samalla tavalla kuin $Life_{long}$ ja $Life_{dis}$. $Annuities_{exp}$ lasketaan samalla tapaa kuin $Life_{exp}$, mutta ei oteta huomioon mahdollisuutta nostaa vakuutusmaksuja. Pääomavaatimus $Annuities_{rev}$ lasketaan samalla tapaa kuin $Life_{rev}$, mutta shokki $revshock$ on

- elinkoroille: 2 % nousu vuotuisissa maksuissa
- hoitoon ja kuntoutukseen liittyville kuluille: 5 % nousu vuotuisissa maksuissa.

Lisäksi vaikutusta arvioidaan vain lopulta run-off-ajalta. Nyt voidaan laskea $WComp_{Annuities}$ seuraavalla kaavalla:

$$WComp_{Annuities} = \sqrt{\sum_{r=1}^{4} \sum_{c=1}^{r} CorrAnnuities_{r,c} \cdot Annuities_r \cdot Annuities_c},$$

missä $CorrAnnuities_{r,c}$ on taulukon 21 rivin $r$ sarakkeen $c$ arvo, $Annuities_r$ rivin $r$ alariski ja $Annuities_c$ sarakken $c$ alariski. [2, s. 189–192]

Taulukko 21: $CorrAnuities_{r,c}$:n arvoja. [2, s. 191]

| **CorrAnnuities** | $Annuities_{long}$ | $Annuities_{dis}$ | $Annuities_{rev}$ | $Annuities_{exp}$ |
|---|---|---|---|---|
| $Annuities_{long}$ | 1 | | | |
| $Annuities_{dis}$ | 0 | 1 | | |
| $Annuities_{rev}$ | 0 | 0 | 1 | |
| $Annuities_{exp}$ | 0,25 | 0,5 | 0,25 | 1 |

Vielä täytyy muodostaa $WComp_{CAT}$. Kyseinen riskitermi voidaan muodostaa joko yhtiön omilla skenaarioilla tai seuraavalla kaavalla:

$$WComp_{CAT} = 0{,}07 \cdot P, \text{ missä}$$

$P$ on arvio työkyvyttömyysvakuutusten kirjatuista nettovakuutusmaksuista tulevalta vuodelta. [2, s. 193]

**Määritelmä 4.5.** [2, s. 187]
Olkoon edellä kuvatut $WComp_{General}$, $WComp_{Annuities}$ ja $WComp_{CAT}$ riskitermejä. *Työtapaturmavakuutukseen liittyvä pääomavaatimus* lasketaan kaavalla

$$Health_{WC} = \sqrt{\sum_{r=1}^{3} \sum_{c=1}^{r} CorrWComp_{r,c} \cdot WComp_r \cdot WComp_c},$$

missä $CorrWComp_{r,c}$ on taulukon 22 rivin $r$ sarakkeen $c$ arvo, $WComp_r$ on rivin $r$ alariski ja $WComp_c$ sarakkeen $c$ alariski.

Taulukko 22: $CorrWComp_{r,c}$:n arvoja. [2, s. 187]

| $CorrWComp$ | $WComp_{General}$ | $WComp_{Annuities}$ | $WComp_{CAT}$ |
|---|---|---|---|
| $WComp_{General}$ | 1 | | |
| $WComp_{Annuities}$ | 0,5 | 1 | |
| $WComp_{CAT}$ | 0 | 0 | 1 |

**Esimerkki 9.** Lasketaan esimerkin 8 vakuutusyhtiölle $B$ työtapaturmavakuutukseen liittyvä pääomavaatimus $Health_{WC}$. $WComp_{General}$ muodostetaan samalla tapaa kuin esimerkeissä 5 ja 8 $NL_{pr}$ ja $Accident\&Health_{ST_{pr}}$. Olkoon $WComp_{General} = 11099$.

Muodostetaan $WComp_{Annuities}$. Lasketaan $Annuities_{long}$ käyttämällä simplificationia, kun $q = 0{,}003$, $n = 10{,}5$ ja $TP_{long} = 12000$. Nyt

$$\begin{aligned} WComp_{Annuities} &= 0{,}25 \cdot 0{,}003 \cdot 1{,}1^{(10{,}5-1)/2} \cdot 10{,}5 \cdot 12000 \\ &= 149. \end{aligned}$$

Lasketaan sitten $Annuities_{dis}$ simplificationia käyttäen. Olkoon $SaR = 9500$, $i = 0{,}008$ ja $n = 9{,}5$. Nyt

$$\begin{aligned} Annuities_{dis} &= 9500 \cdot 0{,}008 \cdot 0{,}035 \cdot 1{,}1^{(9{,}5-1)/2} \cdot 9{,}5 \\ &= 379. \end{aligned}$$

Lasketaan sitten $Annuities_{rev}$ simplificationia käyttäen, kun muuttamisriskiin liittyvien elinkorkojen nettovastuuvelka on 275. Tällöin

$$Annuities_{rev} = 0{,}03 \cdot 275 = 8{,}25.$$

Vielä täytyy laskea $Annuities_{exp}$. Käytetään jälleen simplificationia. Olkoon $Exp_{renewal} = 20$ ja $n(exp) = 6{,}5$. Nyt

$$\begin{aligned} Annuities_{exp} &= 20 \cdot 6,5 \cdot (0{,}1 + 0{,}005 \cdot 6{,}5) \\ &= 17. \end{aligned}$$

Eläkevastuuriskiin liittyvä pääomavaatimus vakuutusyhtiöllä $B$ on nyt

$$WComp_{Annuities} = 417.$$

Olkoon arvio työkyvyttömyysvakuutusten kirjatuista nettovakuutusmaksuista $P = 23500$, jolloin

$$WComp_{CAT} = 0{,}07 \cdot 23500 = 1645.$$

Nyt voidaan laskea yhtiön $B$ työtapaturmavakuutukseen liittyvä pääomavaatimus, joka on

$$Health_{WC} = 11432.$$

### 4.3.3 $SCR_{health}$:n laskeminen

**Määritelmä 4.6.** (Vrt. [2, s. 175]

Olkoon $Accident\&Health_{ST}$ lyhytkestoisen tapaturma- ja sairausvakuutukseen ja $Health_{WC}$ työtapaturmaan liittyvä riskitermi. *Sairausvakuutusriskiin liittyvä pääomavaatimus* lasketaan kaavalla $SCR_{health} =$

$$\sqrt{(Accident\&Health_{ST})^2 + (Health_{WC})^2 + 0{,}5 \cdot Accident\&Health_{ST} \cdot Health_{WC}}.$$

**Esimerkki 10.** Esimerkeissä 8 ja 9 esiintyneen vakuutusyhtiön $B$ sairausvakuutusriskiin liittyvä pääomavaatimus on

$$\begin{aligned} SCR_{health} &= \sqrt{11563^2 + 11432^2 + 0{,}5 \cdot 11563 \cdot 11432} \\ &= 19914. \end{aligned}$$

# Viitteet


[1] Aitio Riitta, *Lakisääteisen tapaturmavakuutuksen korvausvastuun varaamismenetelmät*, TOPSOS - Sosiaalivakuutuksen ammatillinen lisensiaattitutkielma, Turku, 2007.

[2] European commission, *QIS4 Technical Specifications (MARKT/2505/08)*, Annex to Call for Advice from CEIOPS on QIS4 (MARKT/2504/08), Bryssel, 2008.

[3] Euroopan Yhteisöjen komissio, *Tiivistelmä vaikutusten arvioinnista*, Komission yksiköiden valmisteluasiakirja, Oheisasiakirja asiakirjaan: Euroopan parlamentin ja neuvoston direktiivi vakuutus- ja jälleenvakuutustoiminnan aloittamisesta ja harjoittamisesta Solvenssi II, Bryssel, 2007.

[4] Jacobsson Jarmo, *Vakuutusyhtiön korvausvastuusta*, SHV-tutkielma, Helsinki, 1992.

[5] Kauppi Mira & Pesonen Martti, *Kuolevuustarkasteluja SHV-tutkintoa varten*, 16.5.2005, http://www.actuary.fi/ac_koulutus/2005/shv_vaatimuksetkuolevuus.pdf.

[6] Kumpulainen Merja, *Muistiinpanot* Jarmo Jacobssonin teoksesta *Vakuutusyhtiön korvausvastuusta*, Jari Virtasen hallussa.

[7] Lilja Ville, *VS: Kysymys kuolevuusmallista gradua varten*, sähköpostikirje Jari Virtaselle 12.5.2009, vastaanottajan hallussa.

[8] Pentikäinen Teivo & Rantala Jukka, *Vakuutusoppi*, Vammalan kirjapaino Oy, Vammala, 2003.

[9] Pesonen Martti, Soininen Pentti & Tuominen Tapani, *Henkivakuutusmatematiikka*, Yliopistopaino Oy, Helsinki, 2000.

[10] *QIS4 Solo Spreadsheet*, 31.6.2008, http://www.ceiops.eu/content/view/118/124/.

[11] Salomaa Hely, *Kutsu osallistua Solvenssi II -tutkimukseen (QIS4)*, Vakuutusvalvontaviraston kutsu vahinkovakuutusyhtiöiden toimitusjohtajille, 10.4.2008.

[12] *Tapaturmavakuutuslaki* 20.8.1948/608

[13] *Vakuutusyhtiölaki* 18.7.2008/521

[14] Welin-Siikaluoma Pirkko, *Solvenssi II: QIS 4 -tulokset*, 17.12.2008, http://www.actuary.fi/ac_kok/ac_2008/welin_siikaluoma_1217.pdf.

# A Pääoma-arvot miehille

| **syntymä-vuosikymmen** | $x$ | $a_x$ | $D_x \cdot 10^6$ | $a_{xtasa}$ | $D_{xtasa} \cdot 10^6$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1930 | 64 | 15,9088 | 740499 | 16,2420 | 748225 |
| 1930 | 65 | 15,2523 | 724302 | 15,5784 | 732527 |
| 1930 | 66 | 14,6104 | 707085 | 14,9291 | 715823 |
| 1930 | 67 | 13,9834 | 688818 | 14,2946 | 698084 |
| 1930 | 68 | 13,3714 | 669482 | 13,6751 | 679285 |
| 1930 | 69 | 12,7749 | 649063 | 13,0708 | 659409 |
| 1930 | 70 | 12,1940 | 627556 | 12,4821 | 638446 |
| 1930 | 71 | 11,6289 | 604969 | 11,9091 | 616397 |
| 1930 | 72 | 11,0799 | 581318 | 11,3519 | 593274 |
| 1930 | 73 | 10,5470 | 556638 | 10,8109 | 569104 |
| 1930 | 74 | 10,0303 | 530979 | 10,2861 | 543927 |
| 1930 | 75 | 9,5301 | 504405 | 9,7776 | 517801 |
| 1930 | 76 | 9,0462 | 477005 | 9,2855 | 490803 |
| 1930 | 77 | 8,5789 | 448885 | 8,8099 | 463028 |
| 1930 | 78 | 8,1280 | 420174 | 8,3507 | 434595 |
| 1930 | 79 | 7,6935 | 391021 | 7,9080 | 405642 |
| 1930 | 80 | 7,2754 | 361599 | 7,4817 | 376332 |
| 1930 | 81 | 6,8735 | 332100 | 7,0716 | 346846 |
| 1930 | 82 | 6,4878 | 302735 | 6,6778 | 317387 |
| 1930 | 83 | 6,1179 | 273731 | 6,2999 | 288173 |
| 1930 | 84 | 5,7638 | 245325 | 5,9379 | 259438 |
| 1930 | 85 | 5,4252 | 217761 | 5,5915 | 231423 |
| 1930 | 86 | 5,1019 | 191279 | 5,2603 | 204370 |
| 1930 | 87 | 4,7934 | 166115 | 4,9443 | 178519 |
| 1930 | 88 | 4,4995 | 142484 | 4,6429 | 154095 |
| 1930 | 89 | 4,2198 | 120578 | 4,3558 | 131305 |
| 1930 | 90 | 3,9538 | 100554 | 4,0826 | 110323 |
| 1930 | 91 | 3,7011 | 82528 | 3,8229 | 91286 |
| 1930 | 92 | 3,4612 | 66568 | 3,5760 | 74287 |
| 1930 | 93 | 3,2335 | 52690 | 3,3413 | 59370 |
| 1930 | 94 | 3,0172 | 40857 | 3,1181 | 46522 |
| 1930 | 95 | 2,8113 | 30981 | 2,9054 | 35682 |
| 1930 | 96 | 2,6148 | 22928 | 2,7019 | 26737 |
| 1930 | 97 | 2,4257 | 16526 | 2,5056 | 19533 |
| 1930 | 98 | 2,2416 | 11573 | 2,3139 | 13881 |
| 1930 | 99 | 2,0581 | 7855 | 2,1220 | 9573 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1930 | 100 | 1,8679 | 5153 | 1,9223 | 6390 |
| 1930 | 101 | 0,0000 | 0 | 0,0000 | 0 |
| 1940 | 54 | 24,6627 | 878991 | 25,0588 | 882659 |
| 1940 | 55 | 23,8734 | 871379 | 24,2668 | 875231 |
| 1940 | 56 | 23,0893 | 863387 | 23,4801 | 867431 |
| 1940 | 57 | 22,3105 | 855001 | 22,6986 | 859244 |
| 1940 | 58 | 21,5367 | 846206 | 21,9223 | 850656 |
| 1940 | 59 | 20,7679 | 836988 | 21,1510 | 841651 |
| 1940 | 60 | 20,0075 | 827186 | 20,3846 | 832215 |
| 1940 | 61 | 19,2610 | 816545 | 19,6320 | 821964 |
| 1940 | 62 | 18,5273 | 805089 | 18,8919 | 810922 |
| 1940 | 63 | 17,8066 | 792773 | 18,1646 | 799042 |
| 1940 | 64 | 17,0994 | 779548 | 17,4506 | 786277 |
| 1940 | 65 | 16,4061 | 765369 | 16,7503 | 772580 |
| 1940 | 66 | 15,7270 | 750190 | 16,0640 | 757907 |
| 1940 | 67 | 15,0624 | 733971 | 15,3921 | 742213 |
| 1940 | 68 | 14,4128 | 716672 | 14,7349 | 725459 |
| 1940 | 69 | 13,7784 | 698261 | 14,0929 | 707608 |
| 1940 | 70 | 13,1595 | 678710 | 13,4662 | 688629 |
| 1940 | 71 | 12,5565 | 658000 | 12,8552 | 668501 |
| 1940 | 72 | 11,9696 | 636122 | 12,2602 | 647207 |
| 1940 | 73 | 11,3990 | 613077 | 11,6814 | 624745 |
| 1940 | 74 | 10,8449 | 588883 | 11,1190 | 601122 |
| 1940 | 75 | 10,3075 | 563570 | 10,5732 | 576364 |
| 1940 | 76 | 9,7870 | 537189 | 10,0441 | 550509 |
| 1940 | 77 | 9,2833 | 509809 | 9,5320 | 523618 |
| 1940 | 78 | 8,7967 | 481521 | 9,0368 | 495772 |
| 1940 | 79 | 8,3272 | 452442 | 8,5586 | 467072 |
| 1940 | 80 | 7,8747 | 422711 | 8,0975 | 437648 |
| 1940 | 81 | 7,4391 | 392493 | 7,6534 | 407651 |
| 1940 | 82 | 7,0205 | 361978 | 7,2263 | 377259 |
| 1940 | 83 | 6,6188 | 331381 | 6,8160 | 346675 |
| 1940 | 84 | 6,2336 | 300937 | 6,4224 | 316124 |
| 1940 | 85 | 5,8649 | 270898 | 6,0453 | 285850 |
| 1940 | 86 | 5,5125 | 241530 | 5,6845 | 256113 |
| 1940 | 87 | 5,1759 | 213105 | 5,3398 | 227183 |
| 1940 | 88 | 4,8550 | 185890 | 5,0108 | 199330 |
| 1940 | 89 | 4,5493 | 160143 | 4,6971 | 172817 |
| 1940 | 90 | 4,2584 | 136099 | 4,3983 | 147894 |
| 1940 | 91 | 3,9819 | 113961 | 4,1140 | 124780 |
| 1940 | 92 | 3,7191 | 93892 | 3,8435 | 103660 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1940 | 93 | 3,4694 | 76003 | 3,5861 | 84670 |
| 1940 | 94 | 3,2320 | 60347 | 3,3411 | 67895 |
| 1940 | 95 | 3,0058 | 46919 | 3,1072 | 53358 |
| 1940 | 96 | 2,7896 | 35651 | 2,8831 | 41022 |
| 1940 | 97 | 2,5812 | 26420 | 2,6666 | 30791 |
| 1940 | 98 | 2,3778 | 19050 | 2,4546 | 22515 |
| 1940 | 99 | 2,1746 | 13333 | 2,2420 | 16000 |
| 1940 | 100 | 1,9639 | 9033 | 2,0208 | 11021 |
| 1940 | 101 | 0,0000 | 0 | 0,0000 | 0 |
| 1950 | 44 | 34,7004 | 946952 | 35,1331 | 948750 |
| 1950 | 45 | 33,8360 | 943207 | 34,2665 | 945105 |
| 1950 | 46 | 32,9760 | 939256 | 33,4043 | 941258 |
| 1950 | 47 | 32,1206 | 935089 | 32,5466 | 937200 |
| 1950 | 48 | 31,2697 | 930694 | 31,6933 | 932921 |
| 1950 | 49 | 30,4234 | 926062 | 30,8447 | 928408 |
| 1950 | 50 | 29,5817 | 921179 | 30,0008 | 923652 |
| 1950 | 51 | 28,7448 | 916034 | 29,1615 | 918640 |
| 1950 | 52 | 27,9126 | 910616 | 28,3269 | 913360 |
| 1950 | 53 | 27,0851 | 904911 | 27,4970 | 907800 |
| 1950 | 54 | 26,2624 | 898906 | 26,6719 | 901947 |
| 1950 | 55 | 25,4444 | 892589 | 25,8516 | 895787 |
| 1950 | 56 | 24,6311 | 885945 | 25,0359 | 889308 |
| 1950 | 57 | 23,8225 | 878960 | 24,2250 | 882496 |
| 1950 | 58 | 23,0185 | 871621 | 23,4187 | 875336 |
| 1950 | 59 | 22,2190 | 863913 | 22,6169 | 867814 |
| 1950 | 60 | 21,4267 | 855712 | 21,8196 | 859916 |
| 1950 | 61 | 20,6470 | 846779 | 21,0341 | 851334 |
| 1950 | 62 | 19,8791 | 837109 | 20,2602 | 842039 |
| 1950 | 63 | 19,1237 | 826651 | 19,4985 | 831982 |
| 1950 | 64 | 18,3810 | 815355 | 18,7494 | 821111 |
| 1950 | 65 | 17,6516 | 803168 | 18,0133 | 809376 |
| 1950 | 66 | 16,9359 | 790037 | 17,2906 | 796723 |
| 1950 | 67 | 16,2343 | 775911 | 16,5819 | 783101 |
| 1950 | 68 | 15,5471 | 760739 | 15,8874 | 768459 |
| 1950 | 69 | 14,8749 | 744472 | 15,2076 | 752745 |
| 1950 | 70 | 14,2179 | 727066 | 14,5429 | 735914 |
| 1950 | 71 | 13,5765 | 708482 | 13,8936 | 717924 |
| 1950 | 72 | 12,9511 | 688684 | 13,2602 | 698736 |
| 1950 | 73 | 12,3419 | 667648 | 12,6428 | 678322 |
| 1950 | 74 | 11,7493 | 645360 | 12,0418 | 656661 |
| 1950 | 75 | 11,1734 | 621817 | 11,4575 | 633745 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1950 | 76 | 10,6146 | 597031 | 10,8900 | 609578 |
| 1950 | 77 | 10,0731 | 571034 | 10,3398 | 584182 |
| 1950 | 78 | 9,5488 | 543875 | 9,8068 | 557596 |
| 1950 | 79 | 9,0421 | 515627 | 9,2912 | 529882 |
| 1950 | 80 | 8,5530 | 486388 | 8,7931 | 501124 |
| 1950 | 81 | 8,0814 | 456281 | 8,3126 | 471434 |
| 1950 | 82 | 7,6275 | 425461 | 7,8497 | 440950 |
| 1950 | 83 | 7,1911 | 394108 | 7,4044 | 409839 |
| 1950 | 84 | 6,7722 | 362434 | 6,9765 | 378297 |
| 1950 | 85 | 6,3706 | 330676 | 6,5660 | 346550 |
| 1950 | 86 | 5,9861 | 299097 | 6,1726 | 314847 |
| 1950 | 87 | 5,6185 | 267978 | 5,7962 | 283462 |
| 1950 | 88 | 5,2675 | 237617 | 5,4365 | 252684 |
| 1950 | 89 | 4,9327 | 208315 | 5,0930 | 222815 |
| 1950 | 90 | 4,6138 | 180367 | 4,7655 | 194153 |
| 1950 | 91 | 4,3102 | 154057 | 4,4533 | 166991 |
| 1950 | 92 | 4,0213 | 129638 | 4,1560 | 141597 |
| 1950 | 93 | 3,7464 | 107325 | 3,8726 | 118207 |
| 1950 | 94 | 3,4847 | 87279 | 3,6023 | 97011 |
| 1950 | 95 | 3,2349 | 69604 | 3,3439 | 78142 |
| 1950 | 96 | 2,9954 | 54334 | 3,0957 | 61669 |
| 1950 | 97 | 2,7642 | 41432 | 2,8553 | 47592 |
| 1950 | 98 | 2,5378 | 30794 | 2,6192 | 35839 |
| 1950 | 99 | 2,3111 | 22255 | 2,3820 | 26275 |
| 1950 | 100 | 2,0758 | 15597 | 2,1350 | 18706 |
| 1950 | 101 | 0,0000 | 0 | 0,0000 | 0 |
| 1960 | 34 | 45,4801 | 976199 | 45,9411 | 976991 |
| 1960 | 35 | 44,5548 | 974580 | 45,0154 | 975395 |
| 1960 | 36 | 43,6301 | 972913 | 44,0904 | 973752 |
| 1960 | 37 | 42,7062 | 971199 | 43,1661 | 972062 |
| 1960 | 38 | 41,7829 | 969435 | 42,2425 | 970323 |
| 1960 | 39 | 40,8602 | 967621 | 41,3195 | 968534 |
| 1960 | 40 | 39,9487 | 965501 | 40,3971 | 966694 |
| 1960 | 41 | 39,0504 | 963015 | 39,4970 | 964275 |
| 1960 | 42 | 38,1557 | 960389 | 38,6005 | 961720 |
| 1960 | 43 | 37,2647 | 957614 | 37,7077 | 959020 |
| 1960 | 44 | 36,3774 | 954684 | 36,8185 | 956169 |
| 1960 | 45 | 35,4939 | 951589 | 35,9331 | 953157 |
| 1960 | 46 | 34,6143 | 948321 | 35,0516 | 949977 |
| 1960 | 47 | 33,7387 | 944872 | 34,1739 | 946620 |
| 1960 | 48 | 32,8671 | 941232 | 33,3003 | 943077 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1960 | 49 | 31,9995 | 937391 | 32,4307 | 939337 |
| 1960 | 50 | 31,1361 | 933339 | 31,5651 | 935392 |
| 1960 | 51 | 30,2768 | 929066 | 30,7038 | 931231 |
| 1960 | 52 | 29,4216 | 924560 | 29,8465 | 926843 |
| 1960 | 53 | 28,5707 | 919811 | 28,9935 | 922217 |
| 1960 | 54 | 27,7240 | 914807 | 28,1447 | 917342 |
| 1960 | 55 | 26,8816 | 909535 | 27,3001 | 912205 |
| 1960 | 56 | 26,0433 | 903984 | 26,4597 | 906795 |
| 1960 | 57 | 25,2092 | 898140 | 25,6235 | 901099 |
| 1960 | 58 | 24,3792 | 891990 | 24,7915 | 895104 |
| 1960 | 59 | 23,5533 | 885522 | 23,9635 | 888797 |
| 1960 | 60 | 22,7336 | 878637 | 23,1396 | 882163 |
| 1960 | 61 | 21,9251 | 871119 | 22,3257 | 874958 |
| 1960 | 62 | 21,1277 | 862938 | 21,5226 | 867114 |
| 1960 | 63 | 20,3420 | 854046 | 20,7310 | 858584 |
| 1960 | 64 | 19,5684 | 844389 | 19,9513 | 849316 |
| 1960 | 65 | 18,8073 | 833912 | 19,1838 | 839256 |
| 1960 | 66 | 18,0593 | 822559 | 18,4292 | 828348 |
| 1960 | 67 | 17,3248 | 810273 | 17,6879 | 816536 |
| 1960 | 68 | 16,6043 | 796996 | 16,9603 | 803762 |
| 1960 | 69 | 15,8982 | 782670 | 16,2469 | 789968 |
| 1960 | 70 | 15,2070 | 767238 | 15,5481 | 775095 |
| 1960 | 71 | 14,5310 | 750645 | 14,8644 | 759090 |
| 1960 | 72 | 13,8707 | 732842 | 14,1962 | 741898 |
| 1960 | 73 | 13,2265 | 713782 | 13,5438 | 723472 |
| 1960 | 74 | 12,5987 | 693427 | 12,9077 | 703768 |
| 1960 | 75 | 11,9876 | 671747 | 12,2881 | 682754 |
| 1960 | 76 | 11,3937 | 648726 | 11,6855 | 660405 |
| 1960 | 77 | 10,8170 | 624358 | 11,1000 | 636710 |
| 1960 | 78 | 10,2579 | 598659 | 10,5320 | 611674 |
| 1960 | 79 | 9,7166 | 571660 | 9,9816 | 585319 |
| 1960 | 80 | 9,1933 | 543420 | 9,4491 | 557691 |
| 1960 | 81 | 8,6879 | 514019 | 8,9345 | 528858 |
| 1960 | 82 | 8,2007 | 483569 | 8,4381 | 498917 |
| 1960 | 83 | 7,7317 | 452212 | 7,9597 | 467993 |
| 1960 | 84 | 7,2807 | 420122 | 7,4993 | 436246 |
| 1960 | 85 | 6,8478 | 387508 | 7,0571 | 403866 |
| 1960 | 86 | 6,4328 | 354610 | 6,6327 | 371078 |
| 1960 | 87 | 6,0356 | 321699 | 6,2261 | 338138 |
| 1960 | 88 | 5,6557 | 289074 | 5,8369 | 305331 |
| 1960 | 89 | 5,2930 | 257053 | 5,4649 | 272967 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1960 | 90 | 4,9471 | 225967 | 5,1097 | 241372 |
| 1960 | 91 | 4,6174 | 196150 | 4,7707 | 210879 |
| 1960 | 92 | 4,3032 | 167926 | 4,4473 | 181820 |
| 1960 | 93 | 4,0040 | 141594 | 4,1388 | 154506 |
| 1960 | 94 | 3,7186 | 117414 | 3,8441 | 129220 |
| 1960 | 95 | 3,4458 | 95595 | 3,5618 | 106199 |
| 1960 | 96 | 3,1839 | 76280 | 3,2902 | 85618 |
| 1960 | 97 | 2,9305 | 59538 | 3,0267 | 67586 |
| 1960 | 98 | 2,6820 | 45357 | 2,7675 | 52131 |
| 1960 | 99 | 2,4329 | 33646 | 2,5068 | 39201 |
| 1960 | 100 | 2,1744 | 24239 | 2,2356 | 28667 |
| 1960 | 101 | 0,0000 | 0 | 0,0000 | 0 |
| 1970 | 24 | 56,5770 | 991430 | 57,0442 | 991943 |
| 1970 | 25 | 55,6363 | 990381 | 56,1032 | 990909 |
| 1970 | 26 | 54,6964 | 989301 | 55,1629 | 989845 |
| 1970 | 27 | 53,7573 | 988190 | 54,2234 | 988750 |
| 1970 | 28 | 52,8190 | 987045 | 53,2847 | 987622 |
| 1970 | 29 | 51,8815 | 985867 | 52,3468 | 986461 |
| 1970 | 30 | 50,9447 | 984654 | 51,4097 | 985265 |
| 1970 | 31 | 50,0087 | 983406 | 50,4733 | 984035 |
| 1970 | 32 | 49,0735 | 982121 | 49,5376 | 982768 |
| 1970 | 33 | 48,1389 | 980798 | 48,6027 | 981464 |
| 1970 | 34 | 47,2051 | 979436 | 47,6685 | 980122 |
| 1970 | 35 | 46,2720 | 978034 | 46,7350 | 978740 |
| 1970 | 36 | 45,3395 | 976592 | 45,8022 | 977318 |
| 1970 | 37 | 44,4077 | 975108 | 44,8701 | 975855 |
| 1970 | 38 | 43,4765 | 973580 | 43,9386 | 974349 |
| 1970 | 39 | 42,5460 | 972008 | 43,0077 | 972799 |
| 1970 | 40 | 41,6232 | 970223 | 42,0774 | 971205 |
| 1970 | 41 | 40,7100 | 968177 | 41,1627 | 969214 |
| 1970 | 42 | 39,7999 | 966014 | 40,2511 | 967110 |
| 1970 | 43 | 38,8931 | 963727 | 39,3426 | 964886 |
| 1970 | 44 | 37,9894 | 961311 | 38,4373 | 962536 |
| 1970 | 45 | 37,0891 | 958758 | 37,5354 | 960052 |
| 1970 | 46 | 36,1922 | 956061 | 36,6367 | 957428 |
| 1970 | 47 | 35,2988 | 953213 | 35,7415 | 954656 |
| 1970 | 48 | 34,4088 | 950204 | 34,8498 | 951729 |
| 1970 | 49 | 33,5224 | 947027 | 33,9616 | 948637 |
| 1970 | 50 | 32,6396 | 943673 | 33,0770 | 945373 |
| 1970 | 51 | 31,7604 | 940133 | 32,1960 | 941927 |
| 1970 | 52 | 30,8850 | 936398 | 31,3186 | 938291 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1970 | 53 | 30,0132 | 932457 | 30,4450 | 934454 |
| 1970 | 54 | 29,1451 | 928300 | 29,5751 | 930406 |
| 1970 | 55 | 28,2808 | 923916 | 28,7089 | 926137 |
| 1970 | 56 | 27,4202 | 919295 | 27,8464 | 921636 |
| 1970 | 57 | 26,5634 | 914425 | 26,9877 | 916892 |
| 1970 | 58 | 25,7102 | 909294 | 26,1326 | 911893 |
| 1970 | 59 | 24,8606 | 903890 | 25,2812 | 906627 |
| 1970 | 60 | 24,0163 | 898140 | 24,4335 | 901082 |
| 1970 | 61 | 23,1820 | 891844 | 23,5941 | 895062 |
| 1970 | 62 | 22,3580 | 884962 | 22,7648 | 888479 |
| 1970 | 63 | 21,5448 | 877445 | 21,9462 | 881286 |
| 1970 | 64 | 20,7430 | 869241 | 21,1386 | 873432 |
| 1970 | 65 | 19,9530 | 860295 | 20,3425 | 864864 |
| 1970 | 66 | 19,1753 | 850550 | 19,5586 | 855526 |
| 1970 | 67 | 18,4104 | 839946 | 18,7872 | 845359 |
| 1970 | 68 | 17,6589 | 828421 | 18,0289 | 834302 |
| 1970 | 69 | 16,9212 | 815913 | 17,2842 | 822294 |
| 1970 | 70 | 16,1979 | 802357 | 16,5536 | 809270 |
| 1970 | 71 | 15,4893 | 787689 | 15,8374 | 795166 |
| 1970 | 72 | 14,7960 | 771846 | 15,1364 | 779918 |
| 1970 | 73 | 14,1184 | 754768 | 14,4508 | 763465 |
| 1970 | 74 | 13,4569 | 736397 | 13,7811 | 745747 |
| 1970 | 75 | 12,8120 | 716684 | 13,1277 | 726712 |
| 1970 | 76 | 12,1840 | 695586 | 12,4911 | 706311 |
| 1970 | 77 | 11,5733 | 673069 | 11,8715 | 684506 |
| 1970 | 78 | 10,9802 | 649116 | 11,2694 | 661273 |
| 1970 | 79 | 10,4050 | 623723 | 10,6850 | 636599 |
| 1970 | 80 | 9,8479 | 596906 | 10,1186 | 610490 |
| 1970 | 81 | 9,3092 | 568708 | 9,5704 | 582976 |
| 1970 | 82 | 8,7889 | 539193 | 9,0406 | 554110 |
| 1970 | 83 | 8,2872 | 508460 | 8,5293 | 523971 |
| 1970 | 84 | 7,8041 | 476638 | 8,0365 | 492675 |
| 1970 | 85 | 7,3397 | 443894 | 7,5622 | 460369 |
| 1970 | 86 | 6,8938 | 410432 | 7,1065 | 427238 |
| 1970 | 87 | 6,4663 | 376493 | 6,6692 | 393505 |
| 1970 | 88 | 6,0571 | 342356 | 6,2501 | 359431 |
| 1970 | 89 | 5,6657 | 308334 | 5,8488 | 325310 |
| 1970 | 90 | 5,2919 | 274765 | 5,4651 | 291471 |
| 1970 | 91 | 4,9352 | 242011 | 5,0984 | 258264 |
| 1970 | 92 | 4,5949 | 210440 | 4,7481 | 226055 |
| 1970 | 93 | 4,2702 | 180416 | 4,4133 | 195213 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1970 | 94 | 3,9600 | 152285 | 4,0930 | 166094 |
| 1970 | 95 | 3,6632 | 126352 | 3,7858 | 139026 |
| 1970 | 96 | 3,3776 | 102873 | 3,4896 | 114293 |
| 1970 | 97 | 3,1009 | 82032 | 3,2017 | 92115 |
| 1970 | 98 | 2,8290 | 63931 | 2,9182 | 72637 |
| 1970 | 99 | 2,5563 | 48583 | 2,6329 | 55916 |
| 1970 | 100 | 2,2735 | 35907 | 2,3364 | 41919 |
| 1970 | 101 | 0,0000 | 0 | 0,0000 | 0 |
| 1980 | 14 | 67,8271 | 1000000 | 68,3218 | 1000000 |
| 1980 | 15 | 66,8499 | 999660 | 67,3217 | 1000000 |
| 1980 | 16 | 65,8960 | 998966 | 66,3675 | 999316 |
| 1980 | 17 | 64,9428 | 998251 | 65,4139 | 998611 |
| 1980 | 18 | 63,9904 | 997514 | 64,4611 | 997885 |
| 1980 | 19 | 63,0387 | 996755 | 63,5091 | 997137 |
| 1980 | 20 | 62,0877 | 995974 | 62,5577 | 996367 |
| 1980 | 21 | 61,1375 | 995169 | 61,6071 | 995574 |
| 1980 | 22 | 60,1880 | 994340 | 60,6572 | 994757 |
| 1980 | 23 | 59,2392 | 993486 | 59,7081 | 993916 |
| 1980 | 24 | 58,2912 | 992607 | 58,7597 | 993050 |
| 1980 | 25 | 57,3439 | 991702 | 57,8121 | 992158 |
| 1980 | 26 | 56,3974 | 990770 | 56,8651 | 991240 |
| 1980 | 27 | 55,4515 | 989810 | 55,9189 | 990294 |
| 1980 | 28 | 54,5064 | 988822 | 54,9734 | 989320 |
| 1980 | 29 | 53,5620 | 987804 | 54,0287 | 988317 |
| 1980 | 30 | 52,6183 | 986757 | 53,0846 | 987284 |
| 1980 | 31 | 51,6753 | 985678 | 52,1413 | 986221 |
| 1980 | 32 | 50,7330 | 984567 | 51,1986 | 985127 |
| 1980 | 33 | 49,7913 | 983424 | 50,2566 | 984000 |
| 1980 | 34 | 48,8503 | 982247 | 49,3153 | 982839 |
| 1980 | 35 | 47,9100 | 981035 | 48,3746 | 981645 |
| 1980 | 36 | 46,9703 | 979787 | 47,4346 | 980416 |
| 1980 | 37 | 46,0312 | 978503 | 46,4952 | 979150 |
| 1980 | 38 | 45,0928 | 977181 | 45,5564 | 977847 |
| 1980 | 39 | 44,1549 | 975821 | 44,6182 | 976506 |
| 1980 | 40 | 43,2221 | 974319 | 43,6806 | 975126 |
| 1980 | 41 | 42,2959 | 972637 | 42,7531 | 973490 |
| 1980 | 42 | 41,3724 | 970858 | 41,8282 | 971760 |
| 1980 | 43 | 40,4516 | 968977 | 40,9061 | 969930 |
| 1980 | 44 | 39,5337 | 966988 | 39,9868 | 967996 |
| 1980 | 45 | 38,6187 | 964885 | 39,0703 | 965951 |
| 1980 | 46 | 37,7066 | 962663 | 38,1567 | 963789 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1980 | 47 | 36,7974 | 960314 | 37,2460 | 961505 |
| 1980 | 48 | 35,8914 | 957833 | 36,3384 | 959091 |
| 1980 | 49 | 34,9884 | 955211 | 35,4339 | 956540 |
| 1980 | 50 | 34,0886 | 952441 | 34,5324 | 953845 |
| 1980 | 51 | 33,1919 | 949515 | 33,6342 | 950998 |
| 1980 | 52 | 32,2985 | 946426 | 32,7391 | 947992 |
| 1980 | 53 | 31,4083 | 943164 | 31,8473 | 944817 |
| 1980 | 54 | 30,5213 | 939721 | 30,9587 | 941466 |
| 1980 | 55 | 29,6377 | 936088 | 30,0734 | 937929 |
| 1980 | 56 | 28,7573 | 932254 | 29,1913 | 934196 |
| 1980 | 57 | 27,8803 | 928209 | 28,3126 | 930259 |
| 1980 | 58 | 27,0064 | 923944 | 27,4371 | 926105 |
| 1980 | 59 | 26,1359 | 919447 | 26,5649 | 921725 |
| 1980 | 60 | 25,2697 | 914663 | 25,6959 | 917108 |
| 1980 | 61 | 24,4124 | 909415 | 24,8340 | 912100 |
| 1980 | 62 | 23,5645 | 903652 | 23,9813 | 906600 |
| 1980 | 63 | 22,7267 | 897330 | 23,1383 | 900564 |
| 1980 | 64 | 21,8994 | 890397 | 22,3057 | 893943 |
| 1980 | 65 | 21,0831 | 882802 | 21,4837 | 886686 |
| 1980 | 66 | 20,2783 | 874487 | 20,6731 | 878738 |
| 1980 | 67 | 19,4856 | 865394 | 19,8742 | 870041 |
| 1980 | 68 | 18,7055 | 855459 | 19,0877 | 860535 |
| 1980 | 69 | 17,9386 | 844618 | 18,3140 | 850156 |
| 1980 | 70 | 17,1853 | 832802 | 17,5538 | 838836 |
| 1980 | 71 | 16,4462 | 819943 | 16,8074 | 826507 |
| 1980 | 72 | 15,7219 | 805969 | 16,0755 | 813100 |
| 1980 | 73 | 15,0127 | 790810 | 15,3586 | 798542 |
| 1980 | 74 | 14,3193 | 774397 | 14,6571 | 782765 |
| 1980 | 75 | 13,6420 | 756663 | 13,9716 | 765699 |
| 1980 | 76 | 12,9815 | 737546 | 13,3024 | 747281 |
| 1980 | 77 | 12,3379 | 716989 | 12,6501 | 727450 |
| 1980 | 78 | 11,7119 | 694948 | 12,0151 | 706157 |
| 1980 | 79 | 11,1037 | 671389 | 11,3976 | 683360 |
| 1980 | 80 | 10,5136 | 646292 | 10,7982 | 659033 |
| 1980 | 81 | 9,9420 | 619659 | 10,2170 | 633167 |
| 1980 | 82 | 9,3891 | 591514 | 9,6543 | 605773 |
| 1980 | 83 | 8,8550 | 561909 | 9,1103 | 576890 |
| 1980 | 84 | 8,3399 | 530927 | 8,5852 | 546584 |
| 1980 | 85 | 7,8439 | 498686 | 8,0790 | 514955 |
| 1980 | 86 | 7,3669 | 465343 | 7,5918 | 482141 |
| 1980 | 87 | 6,9090 | 431098 | 7,1235 | 448319 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1980 | 88 | 6,4698 | 396193 | 6,6740 | 413711 |
| 1980 | 89 | 6,0493 | 360912 | 6,2430 | 378580 |
| 1980 | 90 | 5,6470 | 325581 | 5,8301 | 343231 |
| 1980 | 91 | 5,2624 | 290561 | 5,4350 | 308009 |
| 1980 | 92 | 4,8950 | 256240 | 5,0569 | 273288 |
| 1980 | 93 | 4,5439 | 223021 | 4,6950 | 239467 |
| 1980 | 94 | 4,2081 | 191310 | 4,3481 | 206952 |
| 1980 | 95 | 3,8860 | 161496 | 4,0148 | 176142 |
| 1980 | 96 | 3,5757 | 133934 | 3,6930 | 147413 |
| 1980 | 97 | 3,2745 | 108922 | 3,3797 | 121093 |
| 1980 | 98 | 2,9782 | 86687 | 3,0707 | 97447 |
| 1980 | 99 | 2,6808 | 67363 | 2,7597 | 76657 |
| 1980 | 100 | 2,3727 | 50983 | 2,4371 | 58807 |
| 1980 | 101 | 0,0000 | 0 | 0,0000 | 0 |
| 1990 | 4 | 79,5084 | 1000000 | 80,0002 | 1000000 |
| 1990 | 5 | 78,5084 | 1000000 | 79,0002 | 1000000 |
| 1990 | 6 | 77,5084 | 1000000 | 78,0002 | 1000000 |
| 1990 | 7 | 76,5084 | 1000000 | 77,0002 | 1000000 |
| 1990 | 8 | 75,5084 | 1000000 | 76,0002 | 1000000 |
| 1990 | 9 | 74,5084 | 1000000 | 75,0002 | 1000000 |
| 1990 | 10 | 73,5084 | 1000000 | 74,0002 | 1000000 |
| 1990 | 11 | 72,5084 | 1000000 | 73,0002 | 1000000 |
| 1990 | 12 | 71,5084 | 1000000 | 72,0002 | 1000000 |
| 1990 | 13 | 70,5084 | 1000000 | 71,0002 | 1000000 |
| 1990 | 14 | 69,5084 | 1000000 | 70,0002 | 1000000 |
| 1990 | 15 | 68,5285 | 999707 | 69,0002 | 1000000 |
| 1990 | 16 | 67,5692 | 999109 | 68,0405 | 999410 |
| 1990 | 17 | 66,6106 | 998493 | 67,0816 | 998803 |
| 1990 | 18 | 65,6526 | 997858 | 66,1233 | 998177 |
| 1990 | 19 | 64,6953 | 997204 | 65,1656 | 997533 |
| 1990 | 20 | 63,7387 | 996530 | 64,2087 | 996869 |
| 1990 | 21 | 62,7827 | 995836 | 63,2524 | 996186 |
| 1990 | 22 | 61,8274 | 995121 | 62,2967 | 995481 |
| 1990 | 23 | 60,8728 | 994385 | 61,3418 | 994756 |
| 1990 | 24 | 59,9188 | 993627 | 60,3874 | 994009 |
| 1990 | 25 | 58,9655 | 992847 | 59,4338 | 993240 |
| 1990 | 26 | 58,0129 | 992042 | 58,4808 | 992447 |
| 1990 | 27 | 57,0609 | 991214 | 57,5285 | 991631 |
| 1990 | 28 | 56,1095 | 990362 | 56,5768 | 990791 |
| 1990 | 29 | 55,1588 | 989483 | 55,6258 | 989926 |
| 1990 | 30 | 54,2088 | 988579 | 54,6754 | 989035 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1990 | 31 | 53,2594 | 987648 | 53,7257 | 988117 |
| 1990 | 32 | 52,3106 | 986689 | 52,7766 | 987172 |
| 1990 | 33 | 51,3625 | 985702 | 51,8281 | 986199 |
| 1990 | 34 | 50,4150 | 984685 | 50,8803 | 985197 |
| 1990 | 35 | 49,4680 | 983638 | 49,9331 | 984165 |
| 1990 | 36 | 48,5217 | 982560 | 48,9864 | 983103 |
| 1990 | 37 | 47,5759 | 981451 | 48,0404 | 982010 |
| 1990 | 38 | 46,6307 | 980308 | 47,0949 | 980884 |
| 1990 | 39 | 45,6861 | 979132 | 46,1500 | 979725 |
| 1990 | 40 | 44,7444 | 977869 | 45,2056 | 978532 |
| 1990 | 41 | 43,8069 | 976488 | 44,2669 | 977188 |
| 1990 | 42 | 42,8718 | 975026 | 43,3306 | 975767 |
| 1990 | 43 | 41,9390 | 973481 | 42,3966 | 974264 |
| 1990 | 44 | 41,0086 | 971846 | 41,4650 | 972675 |
| 1990 | 45 | 40,0807 | 970117 | 40,5359 | 970993 |
| 1990 | 46 | 39,1554 | 968289 | 39,6092 | 969215 |
| 1990 | 47 | 38,2326 | 966356 | 38,6851 | 967336 |
| 1990 | 48 | 37,3125 | 964312 | 37,7637 | 965348 |
| 1990 | 49 | 36,3950 | 962152 | 36,8448 | 963247 |
| 1990 | 50 | 35,4803 | 959869 | 35,9287 | 961027 |
| 1990 | 51 | 34,5683 | 957457 | 35,0153 | 958680 |
| 1990 | 52 | 33,6591 | 954908 | 34,1047 | 956200 |
| 1990 | 53 | 32,7527 | 952215 | 33,1969 | 953580 |
| 1990 | 54 | 31,8492 | 949370 | 32,2920 | 950812 |
| 1990 | 55 | 30,9486 | 946366 | 31,3899 | 947889 |
| 1990 | 56 | 30,0509 | 943194 | 30,4907 | 944802 |
| 1990 | 57 | 29,1560 | 939845 | 29,5943 | 941542 |
| 1990 | 58 | 28,2640 | 936311 | 28,7008 | 938102 |
| 1990 | 59 | 27,3748 | 932581 | 27,8102 | 934471 |
| 1990 | 60 | 26,4894 | 928615 | 26,9225 | 930640 |
| 1990 | 61 | 25,6117 | 924257 | 26,0406 | 926489 |
| 1990 | 62 | 24,7427 | 919451 | 25,1672 | 921912 |
| 1990 | 63 | 23,8829 | 914156 | 24,3026 | 916867 |
| 1990 | 64 | 23,0327 | 908324 | 23,4475 | 911310 |
| 1990 | 65 | 22,1926 | 901907 | 22,6022 | 905192 |
| 1990 | 66 | 21,3633 | 894849 | 21,7674 | 898461 |
| 1990 | 67 | 20,5453 | 887094 | 20,9436 | 891062 |
| 1990 | 68 | 19,7391 | 878580 | 20,1313 | 882936 |
| 1990 | 69 | 18,9452 | 869242 | 19,3311 | 874018 |
| 1990 | 70 | 18,1643 | 859011 | 18,5436 | 864242 |
| 1990 | 71 | 17,3969 | 847817 | 17,7692 | 853539 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1990 | 72 | 16,6436 | 835584 | 17,0086 | 841835 |
| 1990 | 73 | 15,9048 | 822236 | 16,2624 | 829054 |
| 1990 | 74 | 15,1813 | 807696 | 15,5310 | 815120 |
| 1990 | 75 | 14,4734 | 791886 | 14,8150 | 799955 |
| 1990 | 76 | 13,7818 | 774730 | 14,1150 | 783481 |
| 1990 | 77 | 13,1069 | 756156 | 13,4314 | 765625 |
| 1990 | 78 | 12,4491 | 736095 | 12,7648 | 746315 |
| 1990 | 79 | 11,8090 | 714490 | 12,1155 | 725489 |
| 1990 | 80 | 11,1869 | 691291 | 11,4840 | 703092 |
| 1990 | 81 | 10,5832 | 666466 | 10,8706 | 679083 |
| 1990 | 82 | 9,9983 | 640000 | 10,2758 | 653438 |
| 1990 | 83 | 9,4323 | 611903 | 9,6997 | 626154 |
| 1990 | 84 | 8,8855 | 582209 | 9,1427 | 597252 |
| 1990 | 85 | 8,3581 | 550990 | 8,6048 | 566785 |
| 1990 | 86 | 7,8500 | 518350 | 8,0862 | 534839 |
| 1990 | 87 | 7,3614 | 484440 | 7,5869 | 501543 |
| 1990 | 88 | 6,8921 | 449452 | 7,1067 | 467066 |
| 1990 | 89 | 6,4419 | 413630 | 6,6456 | 431628 |
| 1990 | 90 | 6,0106 | 377264 | 6,2031 | 395495 |
| 1990 | 91 | 5,5976 | 340693 | 5,7789 | 358981 |
| 1990 | 92 | 5,2024 | 304299 | 5,3723 | 322449 |
| 1990 | 93 | 4,8242 | 268498 | 4,9825 | 286297 |
| 1990 | 94 | 4,4617 | 233728 | 4,6082 | 250956 |
| 1990 | 95 | 4,1135 | 200437 | 4,2479 | 216870 |
| 1990 | 96 | 3,7774 | 169059 | 3,8994 | 184483 |
| 1990 | 97 | 3,4506 | 139996 | 3,5597 | 154215 |
| 1990 | 98 | 3,1289 | 113592 | 3,2243 | 126443 |
| 1990 | 99 | 2,8058 | 90112 | 2,8868 | 101474 |
| 1990 | 100 | 2,4717 | 69720 | 2,5373 | 79524 |
| 1990 | 101 | 0,0000 | 0 | 0,0000 | 0 |
| 2000 | 0 | 85,0981 | 1000000 | 85,5861 | 1000000 |
| 2000 | 1 | 84,0981 | 1000000 | 84,5861 | 1000000 |
| 2000 | 2 | 83,0981 | 1000000 | 83,5861 | 1000000 |
| 2000 | 3 | 82,0981 | 1000000 | 82,5861 | 1000000 |
| 2000 | 4 | 81,0981 | 1000000 | 81,5861 | 1000000 |
| 2000 | 5 | 80,0981 | 1000000 | 80,5861 | 1000000 |
| 2000 | 6 | 79,0981 | 1000000 | 79,5861 | 1000000 |
| 2000 | 7 | 78,0981 | 1000000 | 78,5861 | 1000000 |
| 2000 | 8 | 77,0981 | 1000000 | 77,5861 | 1000000 |
| 2000 | 9 | 76,0981 | 1000000 | 76,5861 | 1000000 |
| 2000 | 10 | 75,0981 | 1000000 | 75,5861 | 1000000 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2000 | 11 | 74,0981 | 1000000 | 74,5861 | 1000000 |
| 2000 | 12 | 73,0981 | 1000000 | 73,5861 | 1000000 |
| 2000 | 13 | 72,0981 | 1000000 | 72,5861 | 1000000 |
| 2000 | 14 | 71,0981 | 1000000 | 71,5861 | 1000000 |
| 2000 | 15 | 70,1158 | 999748 | 70,5860 | 1000000 |
| 2000 | 16 | 69,1517 | 999233 | 69,6216 | 999492 |
| 2000 | 17 | 68,1882 | 998702 | 68,6578 | 998969 |
| 2000 | 18 | 67,2253 | 998155 | 67,6945 | 998430 |
| 2000 | 19 | 66,2629 | 997592 | 66,7319 | 997875 |
| 2000 | 20 | 65,3012 | 997011 | 65,7698 | 997304 |
| 2000 | 21 | 64,3400 | 996414 | 64,8084 | 996715 |
| 2000 | 22 | 63,3795 | 995798 | 63,8475 | 996108 |
| 2000 | 23 | 62,4195 | 995164 | 62,8873 | 995483 |
| 2000 | 24 | 61,4602 | 994510 | 61,9276 | 994839 |
| 2000 | 25 | 60,5014 | 993837 | 60,9685 | 994176 |
| 2000 | 26 | 59,5432 | 993144 | 60,0101 | 993493 |
| 2000 | 27 | 58,5857 | 992430 | 59,0522 | 992790 |
| 2000 | 28 | 57,6287 | 991695 | 58,0949 | 992065 |
| 2000 | 29 | 56,6723 | 990938 | 57,1382 | 991319 |
| 2000 | 30 | 55,7165 | 990158 | 56,1822 | 990551 |
| 2000 | 31 | 54,7613 | 989355 | 55,2266 | 989759 |
| 2000 | 32 | 53,8067 | 988528 | 54,2717 | 988944 |
| 2000 | 33 | 52,8526 | 987676 | 53,3174 | 988105 |
| 2000 | 34 | 51,8991 | 986799 | 52,3636 | 987240 |
| 2000 | 35 | 50,9462 | 985895 | 51,4103 | 986350 |
| 2000 | 36 | 49,9938 | 984965 | 50,4576 | 985434 |
| 2000 | 37 | 49,0419 | 984007 | 49,5055 | 984490 |
| 2000 | 38 | 48,0906 | 983021 | 48,5539 | 983518 |
| 2000 | 39 | 47,1398 | 982005 | 47,6028 | 982517 |
| 2000 | 40 | 46,1902 | 980943 | 46,6522 | 981486 |
| 2000 | 41 | 45,2430 | 979810 | 45,7040 | 980385 |
| 2000 | 42 | 44,2977 | 978611 | 44,7578 | 979219 |
| 2000 | 43 | 43,3545 | 977343 | 43,8135 | 977986 |
| 2000 | 44 | 42,4134 | 976000 | 42,8713 | 976681 |
| 2000 | 45 | 41,4744 | 974581 | 41,9312 | 975301 |
| 2000 | 46 | 40,5376 | 973079 | 40,9933 | 973840 |
| 2000 | 47 | 39,6029 | 971491 | 40,0575 | 972296 |
| 2000 | 48 | 38,6706 | 969811 | 39,1240 | 970662 |
| 2000 | 49 | 37,7406 | 968034 | 38,1928 | 968935 |
| 2000 | 50 | 36,8129 | 966156 | 37,2639 | 967108 |
| 2000 | 51 | 35,8876 | 964170 | 36,3374 | 965177 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2000 | 52 | 34,9647 | 962071 | 35,4132 | 963135 |
| 2000 | 53 | 34,0442 | 959852 | 34,4916 | 960977 |
| 2000 | 54 | 33,1263 | 957508 | 33,5723 | 958696 |
| 2000 | 55 | 32,2108 | 955030 | 32,6556 | 956286 |
| 2000 | 56 | 31,2978 | 952412 | 31,7413 | 953739 |
| 2000 | 57 | 30,3874 | 949647 | 30,8296 | 951048 |
| 2000 | 58 | 29,4794 | 946726 | 29,9203 | 948206 |
| 2000 | 59 | 28,5740 | 943641 | 29,0136 | 945205 |
| 2000 | 60 | 27,6717 | 940364 | 28,1094 | 942035 |
| 2000 | 61 | 26,7761 | 936756 | 27,2101 | 938606 |
| 2000 | 62 | 25,8884 | 932762 | 26,3183 | 934810 |
| 2000 | 63 | 25,0090 | 928344 | 25,4347 | 930609 |
| 2000 | 64 | 24,1385 | 923458 | 24,5595 | 925962 |
| 2000 | 65 | 23,2772 | 918058 | 23,6935 | 920825 |
| 2000 | 66 | 22,4258 | 912093 | 22,8370 | 915149 |
| 2000 | 67 | 21,5849 | 905510 | 21,9907 | 908883 |
| 2000 | 68 | 20,7549 | 898250 | 21,1551 | 901968 |
| 2000 | 69 | 19,9365 | 890249 | 20,3307 | 894346 |
| 2000 | 70 | 19,1302 | 881441 | 19,5181 | 885950 |
| 2000 | 71 | 18,3367 | 871754 | 18,7180 | 876712 |
| 2000 | 72 | 17,5565 | 861114 | 17,9309 | 866558 |
| 2000 | 73 | 16,7902 | 849440 | 17,1574 | 855411 |
| 2000 | 74 | 16,0384 | 836653 | 16,3981 | 843191 |
| 2000 | 75 | 15,3017 | 822667 | 15,6536 | 829815 |
| 2000 | 76 | 14,5807 | 807397 | 14,9244 | 815198 |
| 2000 | 77 | 13,8760 | 790760 | 14,2112 | 799255 |
| 2000 | 78 | 13,1880 | 772672 | 13,5144 | 781902 |
| 2000 | 79 | 12,5172 | 753054 | 12,8346 | 763059 |
| 2000 | 80 | 11,8643 | 731836 | 12,1722 | 742649 |
| 2000 | 81 | 11,2295 | 708955 | 11,5278 | 720607 |
| 2000 | 82 | 10,6133 | 684365 | 10,9017 | 696876 |
| 2000 | 83 | 10,0161 | 658036 | 10,2943 | 671419 |
| 2000 | 84 | 9,4381 | 629962 | 9,7059 | 644216 |
| 2000 | 85 | 8,8795 | 600164 | 9,1367 | 615275 |
| 2000 | 86 | 8,3406 | 568698 | 8,5869 | 584634 |
| 2000 | 87 | 7,8214 | 535660 | 8,0567 | 552368 |
| 2000 | 88 | 7,3219 | 501190 | 7,5459 | 518594 |
| 2000 | 89 | 6,8419 | 465478 | 7,0544 | 483476 |
| 2000 | 90 | 6,3811 | 428766 | 6,5821 | 447229 |
| 2000 | 91 | 5,9393 | 391353 | 6,1284 | 410126 |
| 2000 | 92 | 5,5157 | 353591 | 5,6928 | 372491 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2000 | 93 | 5,1095 | 315883 | 5,2743 | 334703 |
| 2000 | 94 | 4,7196 | 278674 | 4,8719 | 297187 |
| 2000 | 95 | 4,3444 | 242441 | 4,4839 | 260405 |
| 2000 | 96 | 3,9818 | 207673 | 4,1079 | 224844 |
| 2000 | 97 | 3,6286 | 174851 | 3,7409 | 190990 |
| 2000 | 98 | 3,2804 | 144422 | 3,3783 | 159311 |
| 2000 | 99 | 2,9309 | 116777 | 3,0135 | 130231 |
| 2000 | 100 | 2,5702 | 92215 | 2,6365 | 104095 |
| 2000 | 101 | 0,0000 | 0 | 0,0000 | 0 |

# B Riskitön vuoden 2007 korko eurolle QIS4:ssa

| maturiteetti | korko | maturiteetti | korko | maturiteetti | korko |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 3,9160% | 24 | 4,9647% | 50 | 4,6331% |
| 3 kk | 4,6840% | 25 | 4,9623% | 51 | 4,6219% |
| 6 kk | 4,7071% | 26 | 4,9503% | 52 | 4,6111% |
| 1 | 4,6960% | 27 | 4,9393% | 53 | 4,6007% |
| 2 | 4,5262% | 28 | 4,9290% | 54 | 4,5907% |
| 3 | 4,5097% | 29 | 4,9195% | 55 | 4,5811% |
| 4 | 4,5330% | 30 | 4,9105% | 56 | 4,5719% |
| 5 | 4,5529% | 31 | 4,8932% | 57 | 4,5629% |
| 6 | 4,5797% | 32 | 4,8769% | 58 | 4,5543% |
| 7 | 4,6137% | 33 | 4,8616% | 59 | 4,5459% |
| 8 | 4,6529% | 34 | 4,8472% | 60 | 4,5379% |
| 9 | 4,6975% | 35 | 4,8337% | 61 | 4,5301% |
| 10 | 4,7417% | 36 | 4,8208% | 62 | 4,5225% |
| 11 | 4,7843% | 37 | 4,8087% | 63 | 4,5152% |
| 12 | 4,8197% | 38 | 4,7973% | 64 | 4,5081% |
| 13 | 4,8508% | 39 | 4,7864% | 65 | 4,5013% |
| 14 | 4,8775% | 40 | 4,7760% | 66 | 4,4946% |
| 15 | 4,9006% | 41 | 4,7586% | 67 | 4,4882% |
| 16 | 4,9197% | 42 | 4,7420% | 68 | 4,4819% |
| 17 | 4,9365% | 43 | 4,7261% | 69 | 4,4758% |
| 18 | 4,9514% | 44 | 4,7110% | 70 | 4,4699% |
| 19 | 4,9648% | 45 | 4,6966% | 71 | 4,4642% |
| 20 | 4,9769% | 46 | 4,6828% | 72 | 4,4586% |
| 21 | 4,9734% | 47 | 4,6695% | 73 | 4,4532% |
| 22 | 4,9702% | 48 | 4,6569% | 74 | 4,4479% |
| 23 | 4,9674% | 49 | 4,6447% | 75 | 4,4428% |