T A M P E R E E N   Y L I O P I S T O

”Pienestä matikasta suuri soppa”

Analyysi perusopetuksen ensimmäisen luokan matematiikan oppimateriaaleista

Kasvatustieteiden tiedekunta

Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinna

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

JUSSI RITVASALO

LASSE VUORINEN

Kevät 2007

Tampereen yliopisto
Kasvatustieteiden tiedekunta
Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinna
JUSSI RITVASALO & LASSE VUORINEN: Pienestä matikasta suuri soppa. Analyysi perusopetuksen ensimmäisen luokan matematiikan oppimateriaaleista.
Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma, 89 sivua, 4 liitesivua
Toukokuu 2007

Tämä tutkimus on osa Matematiikan oppimateriaalin tutkimus -hanketta (MOT-hanke), joka on toteutettu Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen Hämeenlinnan yksikössä. Hankkeen tarkoituksena on tuottaa riippumaton arvio kolmen kustantajan matematiikan kirjoista. Kaikissa hankkeeseen kuuluvissa tutkimuksissa tutkimusaineiston muodostivat Laskutaito (WSOY), Matikkamatka (Tammi) ja Tuhattaituri (Otava). Tässä tutkimuksessa tutkittiin perusopetuksen ensimmäisen luokan kirjoja ja erityisesti niiden lukukäsitteen ja geometrian sisältöalueita.

MOT-hankkeen tutkimuksille oli asetettu kolme yhteistä tutkimustehtävää, jotta tutkimusten tuloksia olisi mahdollista vertailla keskenään. Neljäs tutkimustehtävä on itse määrittelemämme näkökulma perusopetuksen ensimmäisen luokan oppimateriaalien tutkimiseen.

1. Minkälaisia ovat matematiikan oppimateriaalien harjoitustehtävät?
2. Miten matematiikan oppimateriaalit tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen (mathematical proficiency) piirteiden kehittymistä?
3. Miten matematiikan oppimateriaalit vastaavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoitteisiin ja sisältönormeihin?
4. Minkälainen on matematiikan oppikirjojen kuvitus?

Oppimateriaalien analyysi tehtiin kvalitatiivisena tutkimuksena. Laadullista sisällönanalyysia täydentämään otettiin kuitenkin kvantitatiivisen tutkimuksen menetelmiä. Tarkoituksena oli saada mahdollisimman selkeä kuva oppimateriaalien luonteesta heikkouksineen ja vahvuuksineen.

Tutkimustulosten mukaan kirjat ovat keskenään melko samankaltaisia. Oppikirjojen harjoitustehtävät ovat suhteellisen yksipuolisia kaikissa kirjoissa. Tämä on kuitenkin ymmärrettävää perusopetuksen ensimmäisen luokan matematiikassa – eihän esimerkiksi numeromerkin piirtämistä opi kuin tarpeeksi toistamalla.

Matemaattisen osaamisen piirteistä oppikirjoissa vahvimmin painotetaan käsitteellistä ymmärtämistä ja proseduraalista sujuvuutta. Positiivisen matematiikkakuvan luomista on tavoiteltu kaikissa kirjoissa. Oppimateriaalit vastaavat hyvin Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin, ja ne onkin selkeästi tehty uuden opetussuunnitelman mukaisiksi. Oppilaan kirjojen kuvitus on runsasta. Jaoimme kuvat niiden tarkoituksen mukaan neljään ryhmään. Oppikirjoista löytyy niin kuvatehtäviä, tehtävien apukuvia, aiheeseen orientoivia kuvia kuin puhtaita koristekuviakin. Runsaalla oheiskuvituksella pyritään elävöittämään aihetta, mutta aina kuvitus ei edistä opittavan asian oppimista toivotulla tavalla. Tehtävien ratkaisemista helpottavat apukuvat ovat hyödyllisiä, koska ne auttavat selkeyttämään matemaattisia käsitteitä ja auttavat erilaisia oppijoita.

Avainsanat: matematiikka, oppimateriaali, oppimateriaalitutkimus, lukukäsite, geometria, kuvitus.

SISÄLLYSLUETTELO

1 JOHDANTO

Oppikirjojen ennakkotarkistaminen lopetettiin Suomessa 1980-luvun lopulla. Siitä asti kustantamot ovat saaneet itsenäisesti suunnitella oppikirjojensa sisällön ja opetettavien asioiden järjestyksen. Tämä vapaa kilpailu on luonnollisesti antanut matematiikan oppimateriaaleille paljon mahdollisuuksia kehittyä eri suuntiin.

Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen Hämeenlinnan toimipaikassa aloitettiin keväällä 2005 lehtori Jorma Joutsenlahden johdolla Matematiikan oppimateriaalin tutkimus (MOT) -hanke. Hankkeen tarkoituksena oli tutkia, miten eri kustantamojen matematiikan oppikirjat pystyvät vastaamaan valtakunnallisen Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden asettamiin haasteisiin. Samoin tutkimushankkeen tarkoitus oli tutkia, miten matematiikan oppikirjat tukevat lasten matemaattisen osaamisen eri osa-alueiden kehitystä nykyisien oppimiskäsitysten valossa. Kokonaisuudessaan hanke käsitti kolmen eri kustantamon matematiikan oppikirjojen oppisisällön vuosiluokilla 1–6 sekä lisäksi esikoulun oppimateriaalin. Tutkimuskohteiksi valittiin kolmen kustantamon matematiikan kirjan opettajan oppaat: WSOY:n Laskutaito, Otavan Tuhattaituri sekä Tammen Matikkamatka. Tämän tutkimuksen kohteena on perusopetuksen ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjojen sisältö lukukäsitteen ja geometrian osalta.

Tutkimustyö aloitettiin keväällä 2005 proseminaaritutkielmana, jossa tutkittiin pelkän Laskutaito-kirjasarjan oppikirjoja. Syksyllä 2005 pidetyissä palavereissa hahmoteltiin pro gradu -tutkielmasarjaa varten yhteiset tutkimustehtävät, jotka ovat siis jokaisessa MOT-hankkeen tutkimuksessa samat.

Lisäksi päätimme tutustua oppikirjojen kuvamaailmaan. Hyvin tyypillinen piirre minkä tahansa aineen oppikirjoille on se, että niistä löytyy huomattavan paljon kuvia. Matematiikan kirjoissa kuvat saattavat olla osa tehtävän ratkaisua tai sitten vain koristeena sivun reunassa. Tämä kuvituksen monimuotoisuus kiehtoi meitä siinä määrin, että päätimme ryhtyä tutkimaan, millainen on matematiikan oppikirjojen kuvamaailma.

Tutkimuksesta muodostui kvalitatiivinen sisällönanalyysi, jossa on mukana kvantitatiivisen tutkimuksen elementtejä. Kvantifiointia on käytetty apuna tehtävien ja kuvien luokittelussa. Näin olemme saaneet vertailtua aineistoa keskenään sekä laadullisesti että tilastollisesti.

2 TUTKIMUKSEN LÄHTÖKOHDAT

Tuorein opetussuunnitelmauudistus, Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (Opetushallitus 2004), vaikuttaa nykyisiin oppikirjoihin. Koska tuon valtakunnallisen opetussuunnitelman taustalla piilee konstruktivistinen oppimiskäsitys, esitellään tässä luvussa sekä Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden ensimmäiselle luokalle asettamia sisältöjä ja tavoitteita että konstruktivismia oppimiskäsityksenä. Aluksi tarkastellaan kuitenkin oppikirjojen kohderyhmän, 7–8-vuotiaiden lasten, kognitiivista kehitystä sekä matemaattisen ajattelun kehitystä. Lopuksi esitellään tutkimuksen kannalta tärkeä malli matemaattisen ajattelun piirteistä.

2.1 Lapsen kehitys

Tässä luvussa käsittelemme lapsen kehittymistä kognitiivisesta näkökulmasta sekä matemaattisen ajattelun kehittymistä. Lapsen ajattelun kehitys ja matemaattisten taitojen oppiminen liittyvät olennaisesti toisiinsa. Siksi on hyvä tarkastella, minkälaisessa kehitysvaiheessa tutkimiemme oppikirjojen käyttäjät eli 7–8-vuotiaat lapset ovat ja minkälaiset edellytykset heillä on matematiikan oppimiselle.

2.1.1 Kognitiivinen kehitys

Tutkimusten mukaan oppiminen ja kehitys ovat riippuvaisia toisistaan (Brotherus ym. 2002, 68). Siksi näemme tarpeelliseksi käsitellä lapsen kognitiiviseen kehitykseen liittyvää tutkimusta. Kognitiivisella kehityksellä tarkoitetaan tiedon vastaanottamiseen, käsittelyyn ja varastointiin liittyvien toimintojen kehitystä (Vilkko-Riihelä 1999, 209).

Kognitiivisen kehityksen tunnetuimpia tutkijoita ovat Jean Piaget (1896–1980) ja Lev Vygotski (1896–1934). He molemmat korostavat lapsen vuorovaikutusta ympäristön kanssa tärkeänä osana kognitiivista kehitystä. Piaget´n (1988) mukaan lapsi luo ja rakentaa ymmärrystään itse, kun taas Vygotski korostaa kulttuuria ja ihmisten välistä kommunikaatiota ja näkee sosiaalisen vuorovaikutuksen olevan sisäisen ymmärryksen kannalta ratkaisevaa. Piaget ja

Vygotski ovat samaa mieltä siitä, että opetuksen täytyy lähteä lapsen spontaaneista käsityksistä. Heidän käsityksensä kuitenkin eroaa siinä, kuinka tämän opetuksen tulee tapahtua. Vygotski korostaa ihmisten välistä kommunikaatiota, vuorovaikutusta ja kulttuurisia toimintamalleja, kun on kyse ihmisen kehitykseen vaikuttamisesta. Piaget sen sijaan tähdentää lapsen konkreettista asioiden tekemistä ja aktiivisuutta ihmisen kehityksessä. (Brotherus ym. 2002, 68–69.)

Tässä tutkimuksessa käsittelemme tarkemmin Piaget´n teoriaa lapsen kognitiivisesta kehityksestä, koska se on nykykäsityksen valossa sellainen perusteoria, jonka mukaan lapsen ajattelun katsotaan kehittyvän (Vilkko-Riihelä 1999, 209). Piaget (1988) jakaa ajattelun vaiheet neljään osaan, jotka ovat: *sensomotorinen vaihe*, *esioperationaalinen vaihe*, *konkreettisten operaatioiden vaihe* sekä *formaalisten operaatioiden vaihe*. Jokainen lapsi käy läpi nämä vaiheet samassa järjestyksessä, mutta kehitysnopeus vaihtelee yksilöiden välillä, koska esimerkiksi sosiaalinen ympäristö voi joko jouduttaa tai viivyttää jonkin tietyn vaiheen esiintymistä. (Piaget 1988, 98.) Suurin osa 7–8-vuotiaista lapsista on esioperationaalisen vaiheen ja konkreettisten operaatioiden vaiheen taitekohdassa. Tästä syystä käsittelemme tarkemmin näitä kahta ajattelun kehittymisen vaihetta.

Esioperationaalinen vaihe ajoittuu noin kahden ja seitsemän ikävuoden välille. Tämän vaiheen keskeinen muutos verrattuna edelliseen sensomotoriseen vaiheeseen on se, että lapsi oppii käyttämään erilaisia symboleita kuvatessaan konkreettisia asioita ja esineitä. Lapsi alkaa käyttää operaatioita tai niiden alkeita toimintansa perustana ajatellessaan ja päätöksiä tehdessään. Näitä esioperaatioita lapsen ajattelussa ja oppimisessa ovat sellaiset toiminnot, jotka perustuvat vertaamiseen, yhtäläisyyksien ja erojen havaitsemiseen sekä syyn ja seurauksien löytämiseen. Tälle kehitysvaiheelle on tyypillistä lapsen egosentrisyys eli itsekeskeisyys, eikä lapsi vielä kykene ajattelemaan asioita toisen ihmisen näkökulmasta. Lapsen ajattelu esioperationaalisessa vaiheessa on yhteydessä välittömiin havaintoihin. Yksi tämän kehitysvaiheen puute tulee esiin säilyvyystehtävissä. Esimerkiksi nesteen säilyvyystehtävissä lapsi kiinnittää huomionsa vain yhteen näkyvään seikkaan, kuten nesteen pinnan korkeuteen. Näin lapsi ei ymmärrä, että kun vesi kaadetaan leveästä ja matalasta astiasta kapeaan ja korkeaan, veden määrä ei muutu vaikka veden pinta nouseekin korkeammalle. (Brotherus ym. 2002; Hännikäinen & Rasku-Puttonen 2001; Piaget 1988.)

Esioperationaalista vaihetta seuraa konkreettisten operaatioiden kausi, joka ajoittuu noin seitsemän ja yhdentoista – kahdentoista ikävuoden välille. Tässä kehitysvaiheessa lapsen ajattelua eivät ohjaa enää pelkästään välittömät havainnot ja lapsi alkaa ajatella sisäisten representaatioiden varassa. Myös esioperationaalisen vaiheen leimallinen egosentrisyys vähenee, ja lapsi oppii paremmin ottamaan muut huomioon. Toisen roolin omaksuminen on edelleen vaikeaa, mutta lapsen tietoisuus sosiaalisista suhteista kasvaa. Konkreettisten operaatioiden kaudella ajattelu on edelleen sidoksissa konkreettiseen maailmaan, mutta lapsi oppii esimerkiksi säilyvyyden periaatteen. (Miller 2002; Piaget 1988.)

2.1.2 Matemaattisen ajattelun kehitys

Lukujonon oppiminen on keskeistä matemaattisen ajattelun kehitykselle. Aluksi lapsi oppii toistamaan lukusanoja lorumaisena listana, mutta taitojen karttuessa hän alkaa tuottamaan sanoja lukujonossa entistä tavoitteellisemmin. Lasten välillä on suuria eroja siinä, missä vaiheessa he alkavat ymmärtää, että numeroiden luettelulla ja asioiden laskemisella on yhteys. Kehityksellisesti merkittävin askel on se, kun lapsi alkaa hyödyntää laskemista lukumäärän selvittämiseen. Tällöin lapsi ymmärtää, että laskeminen on toimintaa, jolla on tulos sen sijaan että se olisi vain erillinen aktiviteetti. Kehittyessään lapsi oppii toimimaan lukujonolla siten, että hän osaa aloittaa lukujen luettelemisen myös muualta kuin ykkösestä. Näin hän voi vähitellen siirtyä kehittyneempiin laskustrategioihin (3+2 -> 3, 4, 5). Lukujonotaitojen edistynein vaihe on se, kun lapsi oivaltaa, että suurempi luku muodostetaan yhdistelemällä pienempiä lukuja. Tässä vaiheessa lukujonotaidot sekä yhteen- ja vähennyslaskutaidot tukevat toisiaan saumattomasti. Lapsi ymmärtää, että lukujonossa voidaan liikkua kahteen eri suuntaan erimittaisin askelin. (Aunio ym. 2004, 202–203.)

Numeroita käytetään myös muissa yhteyksissä kuin luetteleminen ja laskeminen. Näitä ovat lukumäärät, järjestysluvut, erilaiset mittausympäristöt, lukujonoympäristöt sekä numeroiden käyttö tunnuksina ja symboleina ilman lukumäärään tai järjestykseen liittyvää merkitystä. Lukumäärämerkityksessä luku viittaa yksiköiden lukumäärään isommassa joukossa (”Tahdon kaksi keksiä!”). Järjestysluku puolestaan kertoo yhden osan paikan suhteessa muihin (”Olin ensimmäinen!”). Mittausympäristöissä joukkoa mitataan jatkuvana määränä (”Olen neljä vuotta vanha.” tai ”Olen 110 senttimetriä pitkä.”). Myös raha on mittayksikkö, jolla kuvataan erilaisten tavaroiden arvoa. Lukujonoympäristössä lapsi luettelee lukuja ilman konkreettista viittausta esineisiin tai asioihin. Esimerkiksi piiloleikeissä etsijä luettelee lukuja kuluttaakseen/laskeakseen aikaa. Erilaisina symboleina lapsi oppii tunnistamaan luvut esim. linja-autojen numeroina, rekisterikilpinä tai vaikkapa puhelinnumeroina. (Aunio ym. 2004, 204.)

Lapselle on ominaista verrata asioita niiden koon mukaan. Aunio, Hannula ja Räsänen (2004) viittaavat artikkelissaan Grecon (1962) tekemään tutkimukseen, jossa tutkittiin 4-8-vuotiaiden lasten ymmärrystä lukumäärän säilyvyydestä. Tutkimuksessa lapsille annettiin tehtäväksi vertailla kahden eri esinejonon lukumääriä. Molemmissa jonoissa oli yhtä monta esinettä, mutta toinen jono oli pidempi, koska esineet olivat kauempana toisistaan. Kuusivuotiaat ja sitä nuoremmat lapset olivat sitä mieltä, että pidemmässä jonossa on enemmän esineitä. Huolimatta siitä, että lapset saivat laskea esineet, ja totesivat että molemmissa jonoissa oli kahdeksan esinettä, alle kuusivuotiaat olivat silti edelleen sitä mieltä, että pidemmässä jonossa oli enemmän esineitä. Samassa artikkelissa viitataan myös Piaget'n (1966) tutkimukseen, jonka mukaan matemaattisten taitojen juuret ovat lasten kehittyvässä kyvyssä ajatella loogisesti. Piaget'n mukaan lasten ymmärrys luvuista ja laskemisesta siis kehittyy itse asiassa käsitteellisen ymmärtämisen kanssa. Lukujen luettelutaidolla ei ole tämän kehityksen kannalta niin suurta merkitystä. Laskutaito ei siis sinällään anna todellista kuvaa lasten yksi yhteen -vastaavuuden käsitteellisestä ymmärtämisestä. (Aunio et al. 2004, 205) Artikkelissa viitataan myös Bryantin (1996) teoriaan kardinaaliluvuista. Kardinaalikäsityksessä Bryantin mukaan on kaksi eri vaihetta, 'sama luku' (quotité) ja 'sama lukumäärä' (quantité). Sama luku -vaiheessa oleva lapsi ei erota samanlukuisten esinerykelmien eroja, vaan on tiukasti sitä mieltä, että suuremmalta näyttävässä joukossa on enemmän esineitä. Sama lukumäärä -vaiheessa lapsi ymmärtää että kaksi samanlukuista joukkoa ovat yhtä suuret, riippumatta siitä, näyttääkö toinen joukko suuremmalta kuin toinen. (Aunio ym. 2004, 206.)

Lapsi oppii laskemaan ensin palikoiden tai muiden aineellisten esineiden avulla. Myöhemmin hän laskee sormien tai helmitaulun avulla. Samalla lapsi laskee ääneen, käyttäen apuna puhetta ja kieltä. Vähitellen lapsi sisäistää suorituksen, ja laskeminen alkaa tapahtua ”päässä” ja ääneti. Kynää ja paperia tarvitaan kuitenkin yhä apuna monissa laskutehtävissä. (Engeström 1990, 21.)

Lukukäsite puolestaan on abstrakti, jonka oppimista voidaan auttaa vaikkapa erilaisien käsitteenmuodostusvälineiden avulla. Erilaisten palikoiden avulla voidaan kätevästi opiskella lukualuetta 0-10. Lukusuoran avulla voidaan helposti operoida lukualueella 0-20, tai jopa alueella 0-100. Uusien asioiden opettaminen kannattaakin aloittaa ilman kirjaa, erilaisten opetusvälineiden avulla. Näin saadaan tarvittava aika asioiden perusteelliselle oppimiselle. Erilaiset opetusvälineet ovat myös oiva keino opetuksen eriyttämisessä. Lukukäsitteen problematiikkaan kuuluvat myös eri lukujen erilaiset hajotelmat. (Ikäheimo & Risku 2004, 228–229.)

Ennen kuin luvun käsite tulee lapselle selväksi, lapsi tarvitsee sen perustaksi käsitteitä ”enemmän kuin”, ”vähemmän kuin” ja ”yhtä paljon kuin”. Lapsen käsitys lukumäärän säilymisestä samana on asia, jonka vahvistamiseen tulee kiinnittää eritoten huomiota. Tämän käsityksen vahvistamiseen on olemassa lukuisia menetelmiä, joiden käyttö oppitunneilla suuntaa lapsen huomion toiminnallisen matematiikan avulla kohti syvempää ymmärrystä opittavista asioista. Esineiden lukumäärän pysyvyys riippumatta siitä, millaiseen rasiaan ne on pakattu, on selkein tapa osoittaa lapselle, kuinka niiden lukumäärä pysyy muuttumattomana. (Ikäheimo & Risku 2004, 235.)

Kun luvun käsite selkiytyy lapselle, voidaan lukualuetta laajentaa. Konkreettisten esimerkkien avulla on helpompi opettaa lapselle esimerkiksi luku sata. Erilaisien esineiden kokoelmilla voidaan osoittaa vaikkapa se, että luku sata on erikokoinen riippuen siitä, onko kyseessä sata nappia, legopalikkaa, maissinjyvää tai kynää. Luvulla sata voidaan kokeilla erilaisia mittaustehtäviä: kuinka pitkä jono saadaan aikaiseksi sadasta kynästä, kuinka pitkä matka on sata askelta, kuinka paljon on sata lusikallista hiekkaa jne. (Ikäheimo & Risku 2004, 237.)

2.2 Opetussuunnitelman perusteet 2004

Kaikki tässä luvussa käytetyt tiedot ovat peräisin valtakunnallisesta Peruskoulun opetussuunnitelman perusteista (Opetushallitus 2004).

Valtakunnallisesta peruskoulun opetussuunnitelmasta löytyvät määritelmät sille, mitä matematiikan tunneilla tulisi opettaa ja mitä taitoja oppilaan tulisi kunkin luokka-asteen päättyessä hallita. Vuosiluokkien 1-2 matematiikan opetuksen ydintehtävinä ovat matemaattisen ajattelun kehittäminen, keskittymisen, kuuntelemisen ja kommunikoinnin harjaannuttaminen sekä kokemusten hankkiminen matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden muodostumisen perustaksi.

Valitsimme tutkimustamme ajatellen olennaisimpia kohtia opetussuunnitelmasta ja pohdimme niiden realistisuutta ja tarkoituksenmukaisuutta, sekä tietysti sitä, kuinka tutkimamme matematiikan oppikirjat kykenevät tehtävineen vastaamaan peruskoulun opetussuunnitelman asettamiin haasteisiin.

Opetussuunnitelma ilmoittaa sangen monisanaisesti, mitkä ovat matematiikan opetukselliset tavoitteet. Oppilaan tulisi oppia mm. kehittämään ajatteluaan ja saamaan tyydytystä ja iloa ongelmien ratkaisusta ja ymmärtämisestä. Oppilaan tulisi myös saada monipuolisia kokemuksia eri tavoista esittää matemaattisia käsitteitä. Samoin oppilaan tulisi ymmärtää luonnollisen luvun käsite ja oppia siihen soveltuvia peruslaskutaitoja.

Opetussuunnitelma tarjoaa suuren määrän keskeisiä asiasisältöjä 1. luokan oppilaille. Tarkkoja vaatimuksia ei aseteta nimenomaan ensimmäiselle luokalle, vaan opetussuunnitelmassa niputetaan kaksi ensimmäistä luokkaa ja osaamisen taso määritellään vasta toisen luokan jälkeen. Tämä on alkuopetuksen kannalta hyvä asia ja antaa opettajalle hieman vapautta oman opettamisensa rytmittämiseen. Kun poimimme tutkimustamme varten olennaisimpia seikkoja, löysimme seuraavanlaisen listan asioita, jotka ovat keskeisiä ensimmäisenä kouluvuotena.

Lukukäsitteen oppimiseen ja sen vahvistamiseen liittyviä asioita peruskoulun opetussuunnitelmassa ovat lukumäärä, lukusana ja numerosymboli. Oppilaan tulisi ymmärtää kymmenjärjestelmän rakenne ja lukujen ominaisuudet, jotta hän pystyisi vertailemaan ja luokittelemaan lukuja sekä asettamaan niitä järjestykseen. Oppilaan tulisi myös osata hajottaa ja koota lukuja konkreettisin välinein.

Peruskoulun opetussuunnitelman geometrian osuudessa oppilaan tulisi osata havainnoida ympäröivän tilan avaruudellisia suhteita ja kuvailla niitä. Hänen tulisi myös osata nimetä ympäristössään olevia geometrisia muotoja. Oppilaan tulisi osata geometriset peruskäsitteet, kuten piste, jana, suora, kulma, murtoviiva sekä puolisuora sekä ymmärtää niiden yhteys yksinkertaisimpiin tasokuvioihin. Myös kaksiulotteisten muotojen tekeminen, piirtäminen ja jäljentäminen ovat tärkeässä osassa.

Hyvän arvosanan oppilas saa, mikäli hän osoittaa ymmärtävänsä lukujen sijainnin, lukusuoran, paikkajärjestelmän, eli siis ykkösten ja kymmenten käytön. Oppilaan tulisi osata nimetä eri tasokuvioiden perusmuodot - kolmio, ympyrä, nelikulmio - sekä tuntea geometrian peruskäsitteet piste, jana, suora, kulma, murtoviiva sekä puolisuora ja nähdä niiden yhteys yksinkertaisimpiin tasokuvioihin. Oppilaan tulisi myös hallita peilauksen ja suurennoksen käyttö.

”Opetuksen tulee kehittää oppilaan luovaa ja täsmällistä ajattelua, ja sen tulee ohjata oppilasta löytämään ja muokkaamaan ongelmia sekä etsimään ratkaisuja niihin.” (Opetushallitus 2004.) Tällainen konstruktivismin mukainen lähestyminen on uutta niin matematiikassa kuin muissakin oppiaineissa. Nyt se on saatu virallisesti kirjattua opetussuunnitelmiin, joten opettajan on huomioitava tämä omassa opetuksessaan. Enää ei riitä se, että tehdään mekaanisia laskutaitotehtäviä suoraan kirjasta. Valtakunnallinen opetussuunnitelma velvoittaa opettajia haastamaan oppilaita älyllisesti myös muilla tavoilla. Toinen asia sitten on, tukevatko uudetkaan oppikirjat tätä lähestymistapaa käytännössä. Yksi tutkimuksemme lähtökohdistahan on tutkia, millaiseen oppimiseen ja opettamiseen eri matematiikan oppikirjat ja opettajan oppaat johdattelevat. Noudattavatko matematiikan oppikirjat valtakunnallisen Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden henkeä? Tutkimuksessamme tarkastellaan läheisemmin matematiikkakäsitteen, lukukäsitteen, geometrian ja mittaamisen osa-alueita.

2.3 Oppimiskäsitys

Opettaminen sisältää varsinaisen didaktisen teorian lisäksi kannanoton erilaisiin oppimisteorioihin, tietoteoriaan sekä käsitykseen todellisuuden luonteesta. Nämä kannanotot ovat opetuksessa läsnä – joko kätketysti tai tietoisesti. Kuitenkin vain niiden tiedostamisen kautta voidaan arvioida ja kehittää opetuksen perustana olevia käsityksiä. (Puolimatka 2002, 11.)

Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden (Opetushallitus 2004) taustalla vaikuttava oppimiskäsitys noudattaa melko puhtaasti *konstruktivistisia* periaatteita. Näkyvän sijan asiakirjassa saa muun muassa tiedon rakentaminen aikaisemman tiedon päälle. Oppiminen nähdään tilannesidonnaisena ja yhteisöllisenä tapahtumana. (Lehto 2005.)

Tutkiessamme perusopetuksen oppikirjoja – yhtenä tutkimustehtävänämme selvittää, kuinka oppikirjat vastaavat Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa asetettuihin tavoitteisiin ja sisältöihin – joudumme väistämättä pohtimaan vallalla olevaa oppimiskäsitystä.

2.3.1 Konstruktivismi

Konstruktivismi on noussut suomalaisessa koulutusta koskevassa keskustelussa esiin voimakkaasti 1990-luvun puolivälistä lähtien (Lehto 2005, 7). Jo muutamien vuosikymmenten ajan se on ollut mukana opetusta koskevassa keskustelussa, mutta sen ongelmana on ollut käsitteen epämääräisyys ja monimerkityksisyys. Konstruktivismilla ei aina tarkoiteta pelkästään oppimisen teoriaa, vaan sen merkitys on laajentunut koskemaan tiettyä tietoteoriaa, opetuksen ja kasvatuksen teoriaa ja jopa kaiken kattavaa maailmankatsomusta. (Puolimatka 2002.) Tässä katsauksessa pyrimme tarkastelemaan konstruktivismia nimenomaan oppimisen teoriana. On kuitenkin hyvä muistaa, että konstruktivismilla ei tarkoiteta mitään tiettyä opetusmenetelmää vaan se on laajempi paradigma (Lehto 2005, 8).

Konstruktivistinen oppimiskäsitys perustuu sille ajatukselle, että oppija rakentaa tiedollisia käsityksiään aikaisempien tietorakenteidensa eli skeemojensa varassa. Uudet tiedolliset käsitykset rakentuvat aikaisempien käsitysten pohjalta, ja oppija toimii aktiivisesti ja luovasti rakentaessaan tätä uutta tietoa. Oppijaa ei siis enää nähdä passiivisena tiedon vastaanottajana. Tässä mielessä konstruktivistinen oppimiskäsitys on vastakkainen kuin behavioristinen, jossa oppimisen pohjana nähdään ulkoisten ärsykkeiden tuottama reaktio organismissa. (Puolimatka 2002, 41–42.) Konstruktivistinen opetus painottaa oppilaiden omatoimisuutta, yhteistoiminnallisuutta ja osallistumista opettajakeskeisten lähestymistapojen sijaan. Opettajan tehtävänä on tämän käsityksen mukaan tukea oppijan luontaista uteliaisuutta ja pyrkimystä itsenäisten tiedollisten ajatusrakennelmien luomiseen. (Mt., 44.)

Yksilöä korostavan konstruktivistisen oppimiskäsityksen uudemmissa tulkinnoissa kiinnitetään huomiota myös yhteisen kielen ja kulttuurin merkitykseen eli sosiokulttuurisen ympäristön osuuteen oppimisessa (Leino 2004, 20). Yksilö oppii käytännössä osallistumalla yhteisölliseen toimintaan. Ei ole olemassa mitään yleispätevää kehityskulkua, jota oppiminen kaikkina aikoina ja kaikkialla seuraisi. Oppiminen tapahtuu vuorovaikutuksessa kulttuurisen ja yhteiskunnallisen ympäristön kanssa ja on sidoksissa kulttuurin tarjoamiin ajattelun ja toiminnan välineisiin. (Puolimatka 2002, 93.)

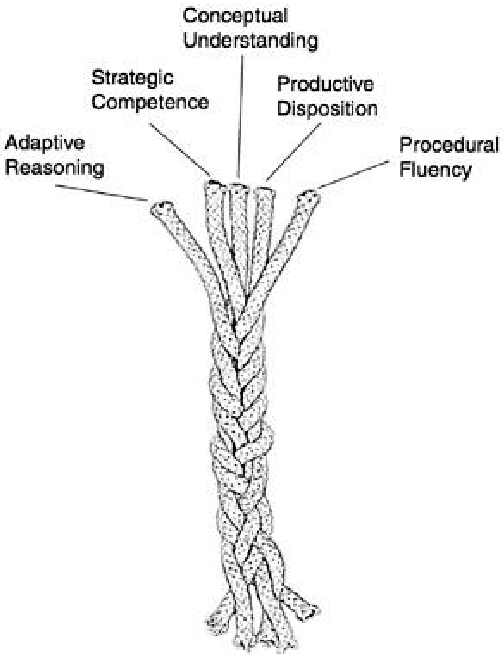
Tavallisesti on helppo asettaa konstruktivistinen ja behavioristinen oppimisteoria, vaikka behavioristista opetusta voidaan helposti täydentää esimerkiksi kognitiivisen psykologian tutkimustiedolla. Näiden kahden oppimisteorian vastakkainasettelu ei näin ollen ole aina ollenkaan perusteltua. Matematiikan opettamisessa on edelleen paljon hyväksi havaittuja toimintatapoja, jotka juontuvat behavioristisesta oppimisteoriasta. (Leino 2004, 21 – 22.)

Vaikka matematiikan opetus on perinteisesti ollut pitkälti behaviorismiin nojautuvaa toimintaa, jossa tieto on käsitetty oppijan ulkopuoliseksi ja ongelmattomaksi asiaksi, voitiin jo 1950-luvulla osoittaa, että kaikkea oppimista ei voida selittää behaviorismin avulla. Puhutaan ”kognitiivisesta vallankumouksesta”, joka nosti informaation prosessointimekanismin ja oppimistuloksen luonteen keskeiseen asemaan. Uusi skeemateoria salli oppijan jo tallentaman tiedon olla vuorovaikutuksessa esille otetun tiedon kanssa muodostaen näin uutta tietoa. Oppiminen alettiin nähdä tiedon konstruointina pelkän mieleen painamisen asemesta. Myöhemmin matematiikan opetuksessa on alettu myös korostaa konstruktivismin sosiaalista luonnetta ja yhteisöllistä oppimista. Tällainen konstruktivismi sallii ja jopa vaatii oppilaiden ennakkokäsitysten ja kiinnostuksen ottamisen opetuksen lähtökohdaksi. Nykykäsitys matematiikan opetuksesta on, että oppijan aikaisempi tietopohja kanavoituu asteittain laajeneviksi tietorakenteiksi. Matematiikan opettajan päätehtävä on näiden laajenemisreittien suunnitteleminen oppilaiden kulloisiakin mahdollisuuksia ja tarpeita myötäillen. (Leino 2004, 22–28.)

2.4 Matemaattisen osaamisen piirteet

Oppimateriaalin analyysin yhtenä taustateoriana toimii Jeremy Kilpatrickin ym. (2001) kehittämä kuvaus matemaattisen osaamisen piirteistä. Yhtä piirrettä, *yritteliäisyyttä*, on täydennetty Pehkosen (1998) määrittelemällä *matematiikkakuvalla*.

Jeremy Kilpatrickin teoriaa matemaattisen osaamisen eri osa-alueista visualisoidaan usein kuvalla köydestä, joka muodostuu pienemmistä narunpätkistä. Näitä narunpätkiä ovat siis erilaiset matemaattiset kyvyt, joiden kehitystä erilaiset tehtävät tukevat eri tavoin. Matemaattinen osaaminen ei siis ole yksiulotteinen ominaisuus, vaan se muodostuu monista eri osa-alueista. Nämä osa-alueet ovat Kilpatrickin mukaan *conceptual understanding* (käsitteellinen ymmärtäminen), *procedural fluency* (proseduraalinen sujuvuus), *strategic competence* (strateginen kompetenssi), *adaptive reasoning* (mukautuva päättely) ja *productive disposition* (yritteliäisyys). (Kilpatrick ym. 2001, 115–118.)



KUVIO 1. Matemaattisen osaamisen narunpäät (Kilpatrick ym. 2001).

Kilpatrick painottaa, että nämä nuoranpätkät muodostavat kokonaisuuden, jossa ne muodostavat vuorovaikutteisen kehittymisympäristön. Oppiminen ei ole ilmiö, jossa yhtäkkiä saataisiin kaikki informaatio jostain asiasta, vaan jokaisen nuoranpätkän ominaisuutta tulisi kehittää pikkuhiljaa, yhtaikaisesti muiden kanssa. Eritoten näiden nuoranpätkien yhteiskehityksen huomaa käsitteellisen ymmärtämisen ja proseduraalisen sujuvuuden tapauksessa. Tutkimusten valossa nämä kaksi ominaisuutta ovat jatkuvassa vuorovaikutuksessa toistensa kanssa. Kun oppijan käsitteellinen ymmärtäminen kehittyy, hän oppii muistamaan paremmin erilaisia laskentoproseduureja, joiden avulla hän pystyy ratkomaan uudenlaisiakin ongelmia sujuvammin. Kun taas oppija ymmärtää, miksi kyseinen proseduuri tuottaa oikeanlaisen vastauksen käsillä olevaan ongelmaan ja miten kyseinen proseduuri toimii, se vahvistaa entisestään hänen käsitteellistä ymmärtämistään. (Kilpatrick ym. 2001, 133–134.)

Tässä tutkimuksessa olemme kuitenkin korvanneet yritteliäisyyden Erkki Pehkosen (1998, 29) kehittämällä termillä *matematiikkakuva*, joka kuvaa paremminkin uskomuksia matematiikasta ja sen oppimisesta. Tämä ratkaisu pohjautuu Jorma Joutsenlahden (2005) kehittämään malliin. Nämä eivät siis ole itsenäisiä osioita, vaan ne kuvaavat kokonaisuuden eli matemaattisen osaamisen eri puolia. (Kilpatrick ym. 2001, 116.)

Kaikki tärkeät matemaattiset ideat voidaan käsittää monin eri tavoin ja monilla eri tasoilla. Jopa niinkin yksinkertainen asia kuin parittoman ja parillisen luvun käsite tarvitsee useita eri ajatusprosesseja tullakseen ymmärretyksi. Lukusuoralla täytyy osata valita oikeat kohdat, esineet täytyy osata jakaa kahden esineen ryhmiin, esineet tulee osata jakaa kahteen ryhmään, ja lisäksi tulee osata katsoa luvun viimeisestä numerosta, onko luku pariton vai parillinen. Kun lapset oppivat parittoman ja parillisen luvun käsitteet, he saattavat tietää yhden tai kaksi näistä metodeista. Varttuneempina he kuitenkin ymmärtävät, että kaikki nämä metodit ovat yhteydessä toisiinsa, ja että niillä voidaan ratkoa erilaisia ongelmia riippuen siitä, mitä halutaan selvittää. (Kilpatrick ym. 2001, 135.)

Matemaattinen osaaminen kehittyy ajan kanssa. Jotta oppija tulisi mahdollisimman päteväksi erilaisten proseduurien käyttäjäksi, oppijan tulee harjoitella matemaattisia taitoja yhtäjaksoisesti ongelmia ratkoen, päättelemällä, kehittämällä ymmärrystään, ja liittämällä uutta tietoa jo ennestään olemassa olleeseen tietoon. (Kilpatrick ym. 2001, 135.)

Vaikkakin matemaattisen osaamisen piirteet -malli keskittyy lähinnä numeraalisiin arvoihin, nuoranpätkämalli pätee yhtälailla myös muilla matematiikan osa-alueilla, kuten geometrian, mittaamisen, todennäköisyyksien ja tilastotieteen alueilla. Riippumatta siitä, millä matematiikan alueella liikutaankin, käsitteellinen ymmärtäminen viittaa matemaattisten ideoiden ja käytäntöjen sujuvaan käyttöön. Jos taas proseduraalisen sujuvuuden siirtää muille matematiikan osa-alueille, se viittaa muotojen tunnistamisessa, tilavuuden mittaamisessa, todennäköisyyslaskennassa käytettäviin proseduureihin. Siihen kuuluu myös kyky tietää miten ja missä yhteydessä käyttää kyseistä proseduuria. Strateginen kompetenssi tarkoittaa kykyä muodostaa ja ratkoa matemaattisia ongelmia, olivatpa ne sitten algebran, geometrian, mittaamisen, todennäköisyyksien tai tilastojen osa-alueilta. (Kilpatrick ym. 2001, 141–142.)

Kyky hahmottaa erilaisten proseduurien välisiä suhteita loogisena kokonaisuutena ja nähdä matematiikka pelkkiä numeroita suurempana kokonaisuutena on erittäin oleellinen matemaattisen osaamisen kehittymisen kannalta. Kilpatrick näkee, että matemaattisen osaamisen piirteet kehittyvät riippumatta siitä, millä matematiikan osa-alueella kehitystä tapahtuu. Nuoranpätkät ulottuvat monille eri matematiikan osaamisen tasoille siten, että käsitteellisen ymmärtämisen kehittyminen geometrian osa-alueella kehittää myös käsitteellistä ymmärtämistä numeroiden parissa. (Kilpatrick ym. 2001, 142.)

2.4.1 Käsitteellinen ymmärtäminen

Käsitteellinen ymmärtäminen (*conceptual understanding*) on matemaattisessa ajattelussa se osa-alue, jota kehittämällä lapsi oppii ratkaisemaan vaikeimpia mekaanisia tehtäviä sekä sanallisia tehtäviä. Käsitteellisen ymmärtämisen piiriin kuuluu myös matemaattisten käsitteiden, suhteiden ja toimintojen ymmärtäminen. Lapset, joiden käsitteellinen ymmärtäminen on vahva, ymmärtävät miksi tietty matemaattinen kaava tai käsite on tarpeellinen ja tunnistavat tilanteet, joissa niitä voi käyttää tehtävien ratkaisemiseen. Tällaiset lapset ymmärtävät myös matematiikasta järjestelmänä enemmän, eivätkä pidä matemaattista osaamista pelkkinä ulkoa opittuina faktoina ja menetelminä.

Käsitteellisen ymmärtämisen avulla oppija kykenee siis sulauttamaan uuden tiedon osaksi aiemmin oppimaansa, ja käyttämään sitä uudenlaisten ongelmien ratkaisussa. Eritoten tämä kyky tulee esille sellaisten ongelmien ratkaisussa, joissa uutta opittua asiaa sovelletaan vanhojen opittujen asioiden ratkaisuun. Käsitteellisen ymmärtämisen kehityksen tukeminen on siis erittäin tärkeää oppijan kannalta, kun hän omaksuu uutta tietoa joka tukeutuu vanhojen, jo opittujen matemaattisten sääntöjen ja proseduurien varaan. (Kilpatrick ym. 2001, 118–120.)

2.4.2 Proseduraalinen sujuvuus

Proseduraalisen sujuvuuden (*procedural fluency*) piiriin kuuluu taito laskea mekaanisia tehtäviä oikein tehokkaasti ja tarkasti. Ilman proseduraalisen sujuvuuden perustaitoa oppija ei pysty syventämään matemaattista ymmärtämystään, eikä myöskään pysty ratkaisemaan ongelmia oikein. Proseduraalinen sujuvuus on siis taito valita ongelmaan sopiva ratkaisumalli. Samoin oppijan on tärkeä ymmärtää, milloin erilaisten apuvälineiden käyttö on tarpeen.

Mitä paremmin oppija ymmärtää, että matematiikka on selkeästi ja loogisesti rakentuva, ennakoitavissa oleva systeemi, joka on täynnä erilaisia kaavoja, joilla rutiininomaiset tehtävät ovat ratkaistavissa jonkin proseduurin avulla, sen paremmin oppija osaa etsiä ja käyttää näitä proseduureja. Proseduurien tulisi olla siis tehokkaita ja niitä tulisi käyttää oikein. Proseduurien tarkkuutta ja tehokkuutta voi parantaa harjoittelemalla niiden käyttöä. Tämä on myös tärkeää proseduurien sujuvuuden kannalta.

Jos oppijan proseduraalinen sujuvuus ei ole riittävän korkealla tasolla, oppijan on vaikea syventää ymmärtämystään, mitä tulee matemaattisiin ongelmiin ja kaavoihin. Väärin ymmärretyt proseduurit saattavat muodostua todelliseksi taakaksi oppijalle, ja niistä pois oppiminen on todella hankala prosessi. Kun oppija oppii oikeanlaisen proseduurin korvaamaan aiemmin oppimansa virheellisen proseduurin, oppija ei aina lakkaa käyttämästä aiemmin oppimaansa, vaan käyttää näitä molempia tilanteesta riippuen. Vain ajan ja harjoittelun myötä oppija lakkaa käyttämästä virheellistä proseduuria. Opittavan asian ymmärtäminen tekee asian oppimisen tehokkaammaksi.

Proseduraalinen sujuvuus ja käsitteellinen ymmärtäminen ovat läheisessä vuorovaikutuksessa keskenään. Käsitteellinen ymmärtäminen auttaa erilaisten proseduurien sujuvassa ja oikeassa käytössä, kun taas vastavuoroisesti erilaisten proseduurien oikea käyttö vahvistaa oppijan käsitteellisen ymmärtämisen kykyä. Käsitteellisen ymmärtämisen kyky auttaa esimerkiksi havaitsemaan, jos väärän proseduurin käytön seurauksena saatu tulos onkin auttamattoman pieni tai liian suuri. (Kilpatrick ym. 2001, 121–123.)

2.4.3 Strateginen kompetenssi

Strategisen kompetenssin (*strategic competence*) piiriin kuuluu kyky esittää ja ratkoa matemaattisia ongelmia ja pulmia. Oppilaan tulisi itse osata oppia asettamaan matemaattisia ongelmia ja löytämään niihin ratkaisuja. Strategisen kompetenssin taitava oppija osaa löytää tehtävästä vaivattomasti ne osat, jotka ovat tehtävän ratkaisun kannalta olennaisia. Ongelmanratkaisutaidot ovat sellainen osa matematiikkaa, jota oppija tarvitsee jokapäiväisessä elämässä. Oppijan tulisi osata muotoilla ongelma sellaiseksi, että hän selviää siitä matemaattisen päättelyn ja laskemisen avulla.

Strategiselta kompetenssiltaan vahva oppilas hallitsee lukuisia erilaisia ongelmanratkaisutapoja matemaattisiin ongelmiin. Erilaisten ratkaisumallien sujuva käyttö kytkeytyy hyvin vahvasti kykynä proseduraaliseen sujuvuuteen. Strateginen kompetenssi antaa myös valmiuksia ongelmanratkaisuun siten, että oppija pystyy myös valitsemaan useista mahdollisista ratkaisumalleista sen, jonka avulla pääsee parhaiten päämääräänsä. Strateginen kompetenssi kehittyneimmillään antaa oppijalle oppimiskokemuksen siitä, että monin eri ratkaisutavoin pystyy päätymään oikeaan lopputulokseen. Tätä taitoa tarvitaan esimerkiksi vertaillessa eri painoisten pakkausten kilohintoja. Mahdollisimman tehokkaan ratkaisumallin tai proseduurin löytäminen vaatii strategisen kompetenssin lisäksi tehtävän ratkaisijalta myös kykyä hahmottaa ongelma mahdollisimman monelta taholta, jotta tehtävän ratkaisemiseksi löytyisi mahdollisimman tehokas keino. Tätä kykyä Kilpatrick kutsuu mukautuvaksi päättelyksi. (Kilpatrick ym. 2001, 124–129.)

2.4.4 Mukautuva päättely

Erilaisten pulma- ja pähkinätehtävien ratkaisemiseen vaaditaan mukautuvan päättelyn (*adaptive reasoning*) taitoa. Mukautuva päättely käyttää oppijan aivokapasiteettia loogiseen ajatteluun ja selitysten löytämiseen. Sen lisäksi, että oppijalla tulee olla riittävä tietopohja, tarvitsee oppijan myös ymmärtää tehtävä ja pystyä motivoitumaan sen ratkaisemiseen. Myös tehtävän kontekstin on hyvä olla tuttu ja turvallinen.

Jotkut tutkijat ovat päätelleet että lapsen päättelykyky on varsin rajallinen ennen 12 vuoden ikää. Kuitenkin jopa 4-5-vuotiaat lapset pystyvät tarvittaessa selittämään, kuinka he päätyvät tiettyyn ratkaisuun, ja pystyvät pitämään oman ratkaisunsa puolta jos heille tarjotaan muunlaisia vaihtoehtoja. Oppijoiden tulisi oppia perustelemaan ja selittämään matemaattisia ratkaisujaan selkeästi. Tämä parantaa myös käsitteellisen ymmärtämisen kykyä.

Mukautuvaa päättelyä hyödynnetään muun muassa silloin, kun valitaan ja perustellaan oikean ratkaisumallin käyttöä. Eritoten tätä kykyä tarvitaan arkisten ongelmien ratkaisuissa. Pohdintatehtävät ovat hyvä esimerkki tällaisista tehtävistä. Mukautuva päättely on matemaattinen liima, joka pitää kaiken koossa, oikeanlaiseen oppimiseen johdattava johtotähti. Tehtävien ratkaisut ovat oikein, koska ne ovat tulosta oikeassa järjestyksessä suoritetuista päättelyketjuista. (Kilpatrick ym. 2001, 129–131.)

2.4.5 Yritteliäisyys

Yritteliäisyyden (*productive dispositioning*) piiriin kuuluvat ne ominaisuudet, jotka tekevät matematiikan opiskelusta mielekästä. Matematiikka tulisi nähdä hyödyllisenä ja järkevänä oppiaineena, jossa etenkin omaa oppimisprosessia tulisi korostaa. Yritteliäisyys on siis Kilpatrickin teoriassa se osa-alue, joka yhdistelee muita kykyjä ja niiden käyttöä matemaattisten ongelmien ratkaisussa. Jokaisen osa-alueen hyvä hallinta helpottaa erityyppisten ongelmien ratkaisua ja auttaa niiden ratkaisemiseen vaadittavien erilaisten käyttötapojen hyödyllisyyden ymmärtämisessä. Se siis tarjoaa valmiita ratkaisumalleja ongelmiin muiden osa-alueiden kautta. (Kilpatrick ym. 2001, 131–133.)

2.4.6 Matematiikkakuva

Erkki Pehkosen termi matematiikkakuva (*view of mathematics)* koskee erilaisia käsityksiä ja uskomuksia matematiikasta. Tämä osa-alue voidaan jakaa ominaisuuksiensa mukaan kolmeen, enemmän tai vähemmän itsenäiseen osaan. Pehkosen malli otettiin tutkimukseen mukaan, koska se kuvaa laajemmin oppijan matemaattisen ajattelun tasoja kuin Kilpatrickin teorian yritteliäisyys.

Ensimmäinen osa-alue Pehkosen matematiikkakuvassa on oppijan oma käsitys matematiikasta tieteenä. Tämä osa-alue näkee matematiikan eräänlaisena työkalupakkina, jonka avulla ratkotaan erilaisia matemaattisia ongelmia. Oppija voi myös kokea matematiikan esimerkiksi kielioppia vastaavaksi systeemiksi. Matematiikka voidaan myös nähdä prosessina, jonka kulkiessa ongelmitta eteenpäin ongelmat ja tehtävät ratkeavat omalla painollaan. Käsitys matematiikasta tieteenä on jokaisella oppijalla omanlaisensa. Jokaisella matematiikkaa opiskelleella on jonkinlainen mielikuva siitä, millainen tieteenala matematiikka on ja mitä siihen sisältyy.

Matematiikkakuvan toinen osa-alue koskee oppijan omaa kuvaa itsestä matematiikan oppijana. Tämän osa-alueen myönteiseen kehitykseen vaikuttavat erityisesti onnistumisen elämykset, joita oppijan on tietysti hyvä saada mahdollisimman runsaasti. Kuva itsestä matematiikan oppijana kattaa nimensä mukaisesti oppijan omat mielikuvat ja käsitykset itsestään. Mitä parempi kuva oppijalla itsestään oppijana on, sen paremmat valmiudet hänellä on ratkoa hankalampiakin matemaattisia ongelmia ja tehtäviä. Tämän osa-alueen kohdalla nousevat esiin stereotypiat siitä, että pojat ovat tyttöjä parempia matematiikassa. Oppija saattaa myös lokeroida itsensä helposti omien mielikuviensa perusteella sellaiseksi oppijaksi, jolle jokin asia tuottaa hankaluuksia jo ennen kuin opittavaan asiaan on ehditty alkuunkaan perehtyä.

Kolmantena osa-alueena tulee oppijan uskomukset matematiikan opetuksesta ja oppimisesta. Siihen kuuluvat olennaisimpana osana kaikki ne toimintamateriaalit, joilla matematiikan opiskelua tuetaan ja elävöitetään. Tähän osa-alueeseen liittyvät siis olennaisesti myös oppijan uskomukset matematiikan oppimisesta. Oppijalla saattaa olla esimerkiksi valmiita ennakkoluuloja matematiikan oppimisesta. Hän saattaa esimerkiksi kokea murtolukujen laskemisen vaikeaksi ennen kuin hänellä on mitään tietoa siitä, kuinka yhteenlasku murtoluvuilla tapahtuu. Tällaisella tapauksessa opettajalla on suuri vastuu siitä, että oppija saisi mahdollisimman paljon onnistumisen elämyksiä ja että oppija pysyisi kärryillä opittavan asian tiimoilta. Oppijalle pitäisi järjestää tarpeeksi aikaa sisäistää uusi, opittava asia, että hän saisi jonkinlaisen perustietämyksen, jonka päälle syvempää tietämystä on mahdollista rakentaa.

3 TUTKIMUKSEN TAUSTA

Tutkimuksen taustana esittelemme aiempaa oppikirjatutkimusta – liittyen oppikirjan käyttöön yleensä ja eritoten matematiikan oppimateriaaleihin. Tässä luvussa kuvaillaan myös Matematiikan oppimateriaalin tutkimus -hanketta ja siinä käytettävää tehtävien luokittelumallia. Lopuksi esitellään tutkimuksessa käytettävät menetelmät.

3.1 Aiempi tutkimus

Opetushallitus luopui 1980-luvun lopulla oppikirjojen ennakkotarkastuksista. Nykyisin kirjojen sisällöstä, esitystavasta ja ulkoasusta vastaavat käytännössä oppikirjan kirjoittajat, asiantuntijat ja kustantajat. (Ahtineva 2000, 11.) Tästä syystä oppikirja- tai oppimateriaalitutkimus onkin tärkeää.

Tutkimuksilla saadaan tietoa, jonka avulla oppikirjoja ja opetusta voidaan kehittää. Oppikirjatutkimus on ainakin matematiikan oppikirjojen osalta tärkeää, sillä monet tutkimukset osoittavat opettajien käyttävän oppikirjaa ja muuta oppimateriaalia hyvin paljon. Joskus jopa puhutaan, että oppikirja ja opettajan opas ohjaavat opetusta enemmän kuin mitkään opetussuunnitelmat.

Alkuopetuksen matematiikan opettajat arvostavat sekä matematiikan oppikirjan että opettajan oppaan hyvin korkealle. Oppikirjaa pidetään tärkeimpänä oppimateriaalina, kun taas seuraavaksi tärkeimpänä pidetään opettajan opasta. Vasta niiden jälkeen tulevat erilaiset toiminnalliset oppimateriaalit kuten viivaimet ja mittanauhat. (Perkkilä 2002, 87.) Opettajien oppikirjasidonnaisuuteen viitataan monissa muissakin tutkimuksissa. Kuusiston (1989, 51) mukaan opettajan oppaiden ja oppikirjojen merkitys on huomattavasti suurempi kuin opetussuunnitelmien, ohjaavien opettajien ja koulutuspäivien. Kuusiston tutkimuksista käy myös ilmi, että ala-asteiden opettajat ovat jonkin verran oppikirjasidonnaisempia kuin yläasteiden opettajat.

Myös Kupari (1993) on tutkinut opettajien matematiikan kirjan käyttöä. Matematiikan opetuksen suunnittelua ja toteutusta hallitsevat vankasti matematiikan oppikirja ja siihen liittyvät opettajan oppaat. Näitä käyttää säännöllisesti 94–98 prosenttia opettajista opetuksensa suunnittelussa ja toteutuksessa kaikilla luokka-asteilla. 60–70 prosenttia käyttää lisäksi muita lähteitä suunnittelussaan, mutta nekin lähteet ovat enimmäkseen muita matematiikan kirjoja. (Kupari 1993, 91.) Kupari on tutkimuksessaan vertaillut opettajien matematiikkauskomuksia vuosina 1979 ja 1990. Luokanopettajien ja aineenopettajien matematiikan opetustuntien määrässä ei ollut 11 vuodessa tapahtunut juurikaan muutosta. Sen sijaan suuri ero tuli esille siinä, että opettajat ilmoittivat käyttävänsä aikaa matematiikan tuntien valmisteluun huomattavasti vähemmän kuin edellisessä tutkimuksessa. Kun vuonna 1979 luokanopettajat valmistelivat matematiikan tuntejaan keskimäärin neljä tuntia viikossa, vuonna 1990 valmisteluun käytettävä aika oli pudonnut selvästi: suunnitteluun käytettiin enää 2,5-3 tuntia. Yhdeksännen luokan opettajien keskuudessa tulokset olivat samansuuntaisia. Vuonna 1979 he käyttivät tuntien valmisteluun runsaat seitsemän tuntia viikossa ja vuonna 1990 vajaat viisi tuntia. (Mts. 89–90.)

Matematiikan opetussuunnitelma on asteittain muuttunut soveltamis- ja ongelmanratkaisupainotteisemmaksi. Tämä on näkynyt myös opettajien asenteissa. Kuparin mukaan opettajat pitivät aiemmin joitakin tehtäviä soveltavina vain siksi, että ne olivat sanallisessa muodossa. Sittemmin opettajien asenteet ovat muuttuneet, ja he osaavat paremmin perustaa arvionsa eri tehtävien luonteesta niihin laadullisiin vaatimuksiin, joita tehtävä oppilaille asettaa. (Kupari 1993. 92). Omassa pro gradu -työssämme pureudumme nimenomaan matematiikan tehtävien eri tasoihin. Kupari on myös tutkinut sitä, minkälaisia tehtäviä opetuksessa käytetään. Kun opetussuunnitelmissa on korostunut soveltamis- ja ongelmanratkaisutehtävien lisääntyminen, on suunta ollut sama myös käytännössä. Laskutaitojen osuus opetuksessa on vähentynyt vuoteen 1979 verrattuna ja lisää painoa on annettu ajattelun taidoille. Erityisen selkeä tämä muutos on kuudennella luokalla. Ajattelun taitojen lisäksi on korostettu soveltamis- ja ongelmanratkaisutehtäviä, ja niidenkin osuus on korostunut juuri kuudennen luokan kohdalla. (mt., 91–94).

Myös Päivi Perkkilän tutkimukset (1999 & 2002) ovat oman tutkimuksemme kannalta kiinnostavia. Perkkilä on tutkinut eri oppikirjasarjoja ja saanut mielenkiintoisia tuloksia, jotka ovat ainakin osittain ristiriidassa edellisessä kappaleessa esitettyjen tutkimustulosten kanssa. Näiden tutkimusten valossa opetus on varsin opettajakeskeistä ja mekaanista, ja opettajan oppaat ohjaavat oppikirjasidonnaisuuteen. Oppikirjojen rakennekin on varsin mekaaninen: opetuksen katsotaan etenevän aukeama / oppitunti -periaatteella. Jo ensimmäisen luokan syksyllä tehtävät korostavat symbolista merkitsemistä, johon siirrytään hyvin lyhyen lukukäsitteeseen orientoitumisen jälkeen. Usein uudet tehtävätyypitkin ovat erilaisia vain näennäisesti. Esimerkiksi kuviin perustuvat tehtävät ovat pohjimmiltaan yllättävän mekaanisia, koska kuvat ovat selkeitä eikä niissä ole häiriötekijöitä. Lisäksi kuvaa luetaan lähes aina vasemmalta oikealle, jolloin se on jo valmiiksi laskulausekkeen suuntainen. Oppilasta ohjataan tietynlaisen lausekkeen tuottamiseen myös kirjan mallilausekkeilla ja opettajan oppaan tauluesimerkeillä. (Perkkilä 1999.)

Perkkilän tutkimusten mukaan myös konkreettinen toiminta - itse tekeminen ja toimiminen - jää liian vähäiseksi, kun mekaanisilla tehtävillä on liian suuri asema matematiikan kirjoissa. Lisäksi lasten ennakkokäsitysten hyödyntämiseen ei ole ohjausta oppikirjoissa tai opettajan oppaissa. Yhtenä suurena puutteena Perkkilä näkee myös sanallisten tehtävien vähyyden ja niiden yksipuolisuuden. Sanallisetkin tehtävät vahvistavat lähinnä pintastrategioiden käyttöä: ne ovat samankaltaisia, köyhiä (sisältävät vain ratkaisuun tarvittavat luvut ja tekstin – ei ylimääräistä), tehtäviin vastataan vain yhden aritmeettisen operaation avulla ja tehtävän kysymyksestä ilmenee ratkaisutapa. Yleisesti Perkkilä näkee oppikirjojen tehtävien rakenteessa samankaltaisten tehtävien toistuvuutta, yhteen oikeaan ratkaisuun pyrkimistä sekä oikein suoritettujen laskurutiinien korostumista. (Perkkilä 1999.)

Opettajien käsityksiä hyvistä oppikirjoista on tutkittu Juha-Pekka Heinosen (2005) väitöskirjassa. Siinä aineenopettajien ja luokanopettajien näkemyksiä matematiikan oppikirjoista selvitetään kyselylomakkeen avulla. Tulokset eivät ole yllättäviä, sillä ne muistuttavat hyvin paljon muita tutkimuksia ja empiirisiä kokemuksia opetusalalta. Seuraavassa kappaleessa referoidaan Heinosen tutkimuksen tuloksia.

Eniten opettajat arvostavat oppikirjassa sitä, että se olisi oppilaasta motivoiva ja kiinnostava. Toinen suuri toive on, että kirja olisi mahdollisimman havainnollinen. Lisäksi oppikirjan tulisi tarjota hyvät edellytykset eriyttämiselle ja oppilaiden käsityskyvyn ja ajatusmallien kehittämiselle. Opettajan kirjalta sen sijaan toivotaan selkeyttä, mutta sen ei kuitenkaan tule näyttäytyä kaavamaisuutena: opettajat eivät toivo kirjalta aukeama / tunti -etenemistä. Heinosen tutkimuksessa haastatellut opettajat toivovat oppikirjojen rohkaisevan oppilaita kokeellisuuteen, itsenäiseen työskentelyyn ja tutkimusten tekemiseen. Tästä tutkija tekee johtopäätöksen, että opettajat odottavat oppimateriaalien tukevan erilaisten opetusmenetelmien käyttöä. Kyselylomakkeen tueksi Heinonen on syventynyt aiheeseensa teemahaastattelun avulla. Näin opettajat ovat voineet selkeämmin kertoa omista näkemyksistään. Tässä vaiheessa käsitykset hieman täsmentyivät, mutta ne noudattelivat hyvin pitkälti kyselylomakkeen tuloksia: peräti 20 haastateltavaa 23:sta mainitsi oppikirjan parhaana puolena joko selkeyden tai hyvät eriyttämismahdollisuudet. (Heinonen 2005.)

Ala- ja yläasteen taitekohdan matematiikkaa on tutkinut Jukka Törnroos (2005). Hän on tutkinut eri kirjasarjoja löytänyt tiettyjä eroavaisuuksia kirjojen tehtävistä siirryttäessä kuudennelta luokalta seitsemännelle. Geometrian alue laajenee silloin huomattavasti, ja desimaali- ja murtolukujen määrä pienenee. Yläasteen matematiikassa keskitytään enemmän kokonaisluvuilla laskemiseen. Mittaamisen kohdalla yksiköt ja perussuureet saavat selvästi enemmän huomiota kuudennen luokan matematiikan kirjoissa verrattuna seitsemännen luokan kirjoihin. Oman tutkimuksemme kannalta yläluokkien matematiikka ei ole aivan olennaista, mutta ainakin yksi kiintoisa huomio Törnroosin tutkimuksesta tulee ilmi: alaluokkien matematiikan kirjat ovat sisällöltään suhteellisen yhdenmukaisia. Selkeämpiä eroja kirjojen välillä tulee vasta ylemmillä luokilla.

3.2 MOT-hanke

Tutkimus on toteutettu osana Matematiikan oppimateriaalin tutkimus -hanketta, joka käynnistyi Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen Hämeenlinnan toimipaikassa keväällä 2005 tehdyillä proseminaaritöillä. Töihin kuului silloin vain yksi kirjasarja, joka oli WSOY:n kustantama Laskutaito.

Syksyllä 2005 ja keväällä 2006 hanketta jatkettiin pro gradu -tutkimusten käynnistämisellä. Mukaan tutkimuskohteiksi saatiin WSOY:n Laskutaidon lisäksi Tammen Matikkamatka sekä Otavan Tuhattaituri. Hankkeen sisällä sovittiin kaikille tutkijoille yhteiset tutkimustehtävät, joita muodostui lopulta kolme. Tämän lisäksi tutkijat muodostivat omaan tutkimukseensa sopivia tutkimustehtäviä.

MOT-hankkeesta valmistuu tutkimus kaikista perusopetuksen luokkien 1 – 6 sekä esiopetuksen matematiikan oppimateriaaleista. Tutkimusten on määrä valmistua keväällä 2007. Ne kaikki esittelevät oppikirjojen luonnetta ja keskinäisiä eroja vuosiluokittain, ja niiden on tarkoitus toimia eräänlaisena käsikirjana matematiikan oppikirjoja kouluihin valitseville opettajille ja rehtoreille.

3.2.1 Luokitteluperusteet

Oppimateriaalin analysointia varten on MOT-hankkeessa kehitetty luokittelurunko, jota käytämme analysoidessamme oppikirjojen tehtäviä. Luokittelu perustuu Wilsonin (1971) matemaattisten tehtävien hierarkkiseen malliin. Tässä taksonomiassa on neljä kognitiivista tasoa: laskutaito, ymmärtäminen, soveltaminen ja analysointi. Suomessa tätä mallia on tutkinut Erkki Kangasniemi

(1989). Seuraavaksi kuvailemme tätä nelitasoista mallia tarkemmin. Kuvaukset perustuvat Kangasniemen (mt. 101–108) matemaattisen käyttäytymisen määritelmiin.

Vähiten kompleksista käyttäytymistä edustaa *laskutaito*-taso. Tämän tason tehtävät ovat kaikkein yksinkertaisimpia, yleensä ne ovat lähinnä muistamisharjoituksia ja rutiininomaisia käsittelyharjoituksia. Laskutaito-tason tehtävät eivät vaadi oppilaalta päätöksentekoa tai monimutkaista muistamista. Algoritmien noudattaminen on tärkein esimerkki käytännön laskutaito-tasoisesta käyttäytymisestä. Oppilaan ei edellytetä valitsevan itse algoritmia. Riittää, että oppilas osaa toimia tiettyjen opittujen sääntöjen mukaisesti.

Ymmärtäminen on jo monimutkaisempaa kuin edellä kuvattu laskutaito-tason mekaaninen laskeminen. Ymmärtämistä ilmentävässä käyttäytymisessä keskeistä on kyky muuntaa tehtävän elementit muodosta toiseen. Tämä voi tarkoittaa esimerkiksi kääntämistä verbaalisesta muodosta graafiseen tai matemaattiseen (symboli-) muotoon tai päinvastoin. Raja mekaanisen laskutaidon ja ymmärtämisen välillä on häilyvä. On hyvä huomioida, että monivaiheinen mekaaninen tehtävä vaatii myös ymmärtämistä.

Oppilaan useiden reaktioiden peräkkäisyys liittyy seuraavaan matemaattisen käyttäytymisen tasoon, *soveltamiseen*. Soveltamisen tasolla oppilaan odotetaan palauttavan mieleensä relevanttia tietoa, kuten käsitteitä, sääntöjä, matemaattisia rakenteita ja terminologiaa. Tähän liittyy yksi soveltamistason keskeisistä elementeistä, kyky suorittaa vertailuja. Vertailujen tekemiseen liittyy tavallaan oman algoritmin kehittely ja päätöksenteko sitä seuraten. Toisaalta soveltamistason tehtävät ovat aika suoraan sidoksissa opiskeltuihin asioihin ja oppikurssiin. Tämän vuoksi oppilaan valinnat perustuvat usein opittuihin asioihin tai edellisiin tehtäviin, joten todellinen siirtovaikutus, transfer, voi olla vähäistä.

Analysoiminen on kognitiivisista luokista korkein käyttäytymistaso, ja se sisältää monimutkaisinta käyttäytymistä. Analysoimiseen kuuluu luovaa matemaattista käyttäytymistä, ei-rutiininomaista ongelmanratkaisua ja keksimisen kokemuksia. Tämä taso eroaa ymmärtämis- tai soveltamistasosta siinä, että se sisältää jonkin verran transferia sellaisilla sisältöalueilla, joita ei ole vielä harjoitettu. Useat matematiikan ”etäistavoitteet” kuuluvat analyysin tasolle. Kun oppilas operoi analysoinnin tasolla, hän ei voi rakentaa ratkaisujaan aikaisemmin opitun tiedon varaan. Tällainen ongelmanratkaisu saattaa sisältää ongelman erittelemistä osiin ja näiden osien uudelleenjärjestämistä. Olennaista analyysitason käyttäytymistä ovat lisäksi kyky havaita suhteita (löytää uusia suhteita, ei pelkästään tunnistaa tuttuja) sekä matemaattinen todistaminen.

Edellä esitetyissä matemaattisen käyttäytymisen tasoissa on paljon päällekkäisyyksiä. Näin ollen tehtävien luokittelu tiukasti johonkin ryhmään olisi hankalaa – perustuuhan koko tutkimuksemme siihen lähtökohtaan, että oppikirjojen tehtävät voidaan luokitella sen mukaan, minkä tasoista matemaattista käyttäytymistä ne oppilailta edellyttävät. Tästä syystä käytämme tehtäviä analysoidessamme Joutsenlahden (2005) luokittelurunkoa, joka on muokattu Wilsonin neliportaisesta järjestelmästä. Joutsenlahden (mt. 123) mallissa käyttäytymistasoja on yhdistelty ja saatu kolme kognitiivista tasoa, jotka ovat:

1. Laskutaito / Ymmärtäminen (L/Y-taso)
2. Ymmärtäminen / Soveltaminen (Y/S-taso)
3. Soveltaminen / Analyysi (S/A-taso).

Tehtävien vaikeusaste siis luokitellaan edellä esitetyn mallin mukaisesti. Näitä kolmea tasoa kuvailtaessa käytetään Wilsonin mallin mukaisia määritelmiä. LY-tasolla toimiessaan oppilas hallitsee algoritmeihin liittyviä taitoja ja muistaa faktuaalisia tietoja. Oppilaan osaaminen keskittyy lähinnä proseduraalisen tiedon hallintaan. YS-tasolla proseduurit ovat jo kehittyneempiä oppilaan kyetessä sekä siirtämään että soveltamaan niitä samantyyppisiin tilanteisiin. SA-tasolla ratkotaan jo ongelmanratkaisutehtäviä, mihin tarvitaan konseptuaalista ja strategiatietoa. (Joutsenlahti 2005. 123.)

Tämän kognitiivista tasoa mittaavan luokittelun lisäksi olemme jaotelleet oppikirjojen tehtävät neljään luokkaan, jotka on yhteisesti määritelty MOT-hankkeessa (9.3.2006). Tämän luokittelun on tarkoitus antaa tehtävien luonteesta vielä hieman lisätietoa ja täydentää edellä esiteltyä kognitiivisten tasojen mallia. Tehtävät voidaan tässä katsastelussa jakaa seuraaviin luokkiin: sievennystehtävät, tuottamistehtävät, tunnistamistehtävät ja muut tehtävät.

Sievennystehtäviksi luokitellaan kaikkein mekaanisimmat tehtävät. Niissä on annettu valmiiksi laskulauseke, joka pitää sieventää lukuarvoksi. Ratkaisuun sovelletaan tällöin laskulakeja ja opittuja sääntöjä. Tyypillinen sievennystehtävä voi alkaa esimerkiksi sanalla ”Laske…”.

Tuottamistehtävissä ratkaisija joutuu ensin löytämään ratkaisustrategian ja sen jälkeen joko selvittämään vaiheittain (laskulausekkeiden ja niiden sievennysten avulla), kielentämällä ratkaisujaan tai muodostamalla ratkaisustrategiaa kuvaavan laskulausekkeen ja sieventämällä sen. Vastaus odotetaan annettavan erikseen, ja se voi olla joko luku mahdollisine yksikköineen, johtopäätös tai muu vastaava. Tuottamistehtävät ovat usein sanallisia, ja lisäksi ne voivat olla joko yksi- tai useampivaiheisia ja joko suljettuja tai avoimia. Perusajatuksena tuottamistehtävissä on, että ratkaisija tuottaa strategiansa mukaisen ratkaisuprosessin ja dokumentoi sen.

Tunnistamistehtävät mittaavat ratkaisijan kykyä tunnistaa matemaattisten käsitteiden ominaispiirteitä annetussa kontekstissa. Tyypillisessä tunnistamistehtävässä ratkaisijan tulee nimetä, tunnistaa tai yhdistellä annettuja objekteja niiden ominaispiirteiden perusteella. Tällaiset tehtävät alkavat usein lauseella ”Mitkä seuraavista kuvioista ovat…” tai ”Mitkä seuraavista kuuluvat yhteen?”

Joitakin tehtäviä ei voida sijoittaa mihinkään näistä kolmesta luokasta. Sellaiset tehtävät joudutaan niputtamaan otsikolla *Muut tehtävät.*

Jotta luokittelu kuvaisi tehtävien luonnetta mahdollisimman osuvasti, on MOT-hankkeen luokittelurunkoon lisätty vielä yksi dimensio. Se kertoo, onko tehtävä avoin vai suljettu tehtävä. *Avoimessa* tehtävässä on useampi kuin yksi oikea vastaus. Tällaiset tehtävät saattavat olla esimerkiksi mittaamistehtäviä jonkin oman mittavälineen avulla, vaikkapa oman sormen. Tällöin oikea vastaus riippuu käytettävän mittavälineen koosta. Tyypillisiä avoimia tehtäviä ovat lisäksi sellaiset piirtämistehtävät, joissa vain tiettyjä kuvioita käyttämällä pitää suunnitella ja piirtää kuvia. Jos tehtävänä on esimerkiksi piirtää talo käyttämällä pelkkiä kolmioita ja nelikulmioita, saadaan todennäköisesti yhtä monta erilaista vastausta kuin on tehtävän ratkojiakin – ja kaikki voivat olla oikein. *Suljettu* tehtävä sen sijaan ei tunne kuin yhden oikean vastauksen.

3.3 Tutkimusmenetelmät

3.3.1 Kvalitatiivinen tutkimus

On houkuttelevan helppo jakaa tutkimus kahteen vastakkaiseen leiriin sen mukaan, onko tutkimus laadullista eli *kvalitatiivista* vai määrällistä eli *kvantitatiivista*. Tämän jaon onkin perinteisesti nähty olevan olemassa, onhan esimerkiksi yliopistoissa yleensä kaksi metodikurssia tai luentosarjaa – toinen kvalitatiivisista ja toinen kvantitatiivisista menetelmistä. Kyseinen jäsennys vastaa kuitenkin huonosti todellisuutta. Kaikessa tieteellisessä tutkimuksessa on paljon yhteisiä periaatteita, kuten pyrkimys loogiseen todisteluun sekä objektiivisuuteen. (Alasuutari 1999, 31–32.) Jos nämä tutkimusperinteet nähtäisiin vastakkaisiksi, ne sulkisivat toisensa pois. Näin ei kuitenkaan ole. Monen laadullista tutkimusta esittelevän metodioppaan mukaan laadullinen ja määrällinen tutkimus voivat parhaassa tapauksessa täydentää toisiaan (Tuomi & Sarajärvi 2002, 68). Myös Alasuutarin (mt., 32) mukaan eri metodeja voidaan aivan hyvin yhdistää ja soveltaa tutkimusaineiston analysoinnissa jopa siinä määrin, että laadullinen ja määrällinen analyysi nähdään eräänlaisena jatkumona.

Oman tutkimuksemme kohdalla tilanne on juuri niin kuin edellä esitettiin. Tutkimuksemme lähti liikkeelle laadullisena. Tehtävänä oli tutkia ja analysoida matematiikan oppikirjoja. Pian kuitenkin kävi selväksi, että parhaaseen tulokseen päästään, kun tutkimukseen lisätään kvantitatiivinen osuus, jonka avulla tutkimusaineiston lukuisat tehtävät saadaan selkeästi jäsenneltyä. Tämä kvantifiointi toimii kvalitatiivisen tutkimuksen apuna tehtävien analysoinnissa.

Monien tutkimusoppaiden (esim. Alasuutari 1999; Tuomi & Sarajärvi 2004) mukaan kvalitatiivisen tutkimuksen tarkoituksena on tutkia kohdetta kokonaisvaltaisesti, ja se pyrkii ennemmin löytämään uutta tietoa kuin todentamaan jo olemassa olevia väittämiä. Tutkimuksessamme pyrimme saamaan mahdollisimman kattavan kuvan matematiikan ensimmäisen luokan oppimateriaaleista, ja tästä syystä se onkin toteutettu pääosin laadullisella tutkimusotteella.

3.3.2 Sisällönanalyysi kvalitatiivisena tutkimusmenetelmänä

Sisällönanalyysi on perusanalyysimenetelmä, jota voidaan käyttää kaikissa laadullisen tutkimuksen perinteissä. Sen avulla tehdään monenlaista tutkimusta, koska sitä voidaan pitää paitsi yksittäisenä metodina myös väljänä teoreettisena kehyksenä, joka voidaan liittää erilaisiin analyysikokonaisuuksiin. (Tuomi & Sarajärvi 2002.) Tuomi ja Sarajärvi (mt., 110) määrittelevät sisällönanalyysin seuraavasti:

> *”Tutkimuksen aineisto kuvaa tutkittavaa ilmiötä ja analyysin tarkoitus on luoda sanallinen ja selkeä kuvaus tutkittavasta ilmiöstä. Sisällönanalyysilla pyritään järjestämään aineisto tiiviiseen ja selkeään muotoon kadottamatta sen sisältämää informaatiota. Laadullisen aineiston analysoinnin tarkoituksena on informaatioarvon lisääminen, koska hajanaisesta aineistosta pyritään luomaan mielekästä, selkeää ja yhtenäistä informaatiota.”*

Edellä esitetyn lisäksi sisällönanalyysia voidaan kuvata menettelytavaksi, jolla voidaan analysoida kirjoitettuja ja puhuttuja dokumentteja systemaattisesti ja objektiivisesti (Kyngäs & Vanhanen 1999, 4). Sisällönanalyysilla pyritään aina tekemään johtopäätöksiä aineistosta. Hyvää laadullista tutkimusta ei Tuomen ja Sarajärven (2002, 105) mukaan ole se, että tutkija esittelee hyvinkin tarkasti kuvatun aineistonsa ikään kuin tuloksina – kykenemättä tekemään mielekkäitä johtopäätöksiä. Vasta johtopäätöksien tekeminen tekee laadullisesta analyysista mielekkään.

Sisällönanalyysissa on perinteisesti nähty induktiivisesti tai deduktiivisesti etenevä ajattelutapa sen mukaan, millaista päättelyn logiikkaa tutkimuksessa on käytetty. Tällainen kahtiajako on kuitenkin ongelmallinen (Tuomi & Sarajärvi 2002, 97). Paremmin analyysin tekoa ohjaavat tekijät voidaan huomioida Eskolan (2001) esittämässä jaottelussa, jossa sisällönanalyysi jaetaan kolmeen eri luokkaan - aineistolähtöiseen, teoriasidonnaiseen ja teorialähtöiseen analyysiin. Seuraavat kuvaukset on tiivistetty Eskolan (2001) teoksesta.

Aineistolähtöisessä analyysissa luodaan tutkimusaineistosta teoreettinen kokonaisuus. Tällaisessa analyysissa ei aikaisemmilla havainnoilla, tiedoilla tai teorioilla pitäisi olla mitään merkitystä; analyysin oletetaan olevan aineistolähtöistä. Tämäntyyppiseen analyysiin pyritään usein esimerkiksi fenomenologis-hermeneuttisessa perinteessä. Aineistolähtöinen tutimus on vaikeaa toteuttaa, sillä ajatus havaintojen teoriapitoisuudesta on yleisesti hyväksytty periaate. Havaintojen objektiivisuuskin on kyseenalaistettu, kun on tutkittu havaintojen tekemiseen vaikuttavia tekijöitä. *Teoriasidonnainen analyysi* sen sijaan sisältää teoreettisia kytkentöjä, ja teoria voi toimia apuna analyysin tekemisessä. Aikaisemman tiedon merkitys ei kuitenkaan ole teoriaa testaava vaan pikemminkin se luo suuntaa uusille ajatuksille. (Eskola 2001.)

Oman tutkimuksemme viitekehyksenä on *teorialähtöinen analyysi*. Tämänkaltainen analyysimalli nojaa johonkin tiettyyn teoriaan, malliin tai auktoriteetin esittämään ajatteluun (Tuomi & Sarajärvi 2002). Tällöin tutkimukseen kuuluu kuvaus kyseessä olevasta mallista ja muun muassa tutkimuksessa kiinnostavat käsitteet määritellään sen mukaan. Pelkistettynä teorialähtöinen analyysi tarkoittaa sitä, että tutkimusaineiston analyysia ohjaa valmis, aikaisemmin luotu kehys. Omassa tutkimuksessamme tällaisina kehyksinä toimivat toisaalta matemaattisten käyttäytymistasojen malli (Kangasniemi 1989), johon tehtävien luokittelu pohjautuu, sekä matemaattisen osaamisen piirteet (Kilpatrick ym. 2001). Matemaattisten käyttäytymistasojen mallia on vielä täydennetty MOT-hankkeessa määritellyllä tehtävien luokitteluperiaatteella, josta kerrotaan lisää tehtävien luokitteluperiaatetta esittelevässä luvussa (3.2.1).

4 TUTKIMUKSEN ETENEMINEN JA TUTKIMUSTEHTÄVÄT

4.1 Tutkimuksen eteneminen

Aloitimme matematiikan oppikirjatutkimuksen proseminaarityössämme keväällä 2005, kuten edellisessä luvussa jo kerrottiin. Myös proseminaari kuului Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen Hämeenlinnan toimipaikassa käynnistettyyn Matematiikan Oppimateriaalin Tutkimuksen hankkeeseen (MOT-hanke). Silloin tutkimuksen kohteena oli vain yksi kirjasarja, joka oli Laskutaito.

Proseminaarityön jälkeen pidimme taukoa tutkimuksen tekemisestä, mutta jatkoimme aiheeseen tutustumista kirjallisuuden ja aikaisemman tutkimuksen avulla. Syksyllä 2006 palasimme aiheeseen ja aloimme työstää omaa pro gradu -työtämme. Syksyn aikana tutustuimme tutkimuksemme teoriapohjaan ja kävimme läpi kaikki oppikirjojen tehtävät. Luokittelimme uudestaan myös Laskutaito-kirjan tehtävät, koska proseminaarityömme jälkeen tehtävien luokitteluperusteisiin tehtiin muutoksia ja mukaan otettiin lisädimensioita. MOT-hankkeen tavoitteena on koota osatutkimusten tulokset yhteen ja saada uutta tietoa matematiikan oppikirjojen ja opetuksen kehittämistä varten

4.2 Tutkimustehtävät

Laadullisen tutkimuksen yhteydessä voidaan puhua joko tutkimustehtävästä tai tutkimusongelmasta, vaikka yhtenä näkökulmana esitetäänkin, että tutkimusongelma käsitteenä liittyy määrällisen tutkimuksen traditioon. Tällöin tutkimus on vastauksen hakemista ongelmaan, mutta yhtä lailla näin voidaan ajatella laadullisessa tutkimuksessa. Kyse onkin lähinnä tutkimuskohtaisesti ratkaistavasta kysymyksestä, ei niinkään laadullista tutkimusta kattavasta terminologiasta. (Tuomi & Sarajärvi 2002, 94.) Omassa tutkimuksessamme puhumme jatkossa tutkimustehtävistä.

Matematiikan Oppimateriaalin Tutkimus -hankkeessa (MOT-projekti) on kaikille tutkimuksille asetettu kolme yhteistä tutkimustehtävää. Ensimmäisessä niistä haetaan vastausta siihen, miten oppikirjojen tehtävät ja opettajan oppaat ottavat huomioon matemaattisen osaamisen eri piirteet. Tässä on taustateoriana Jeremy Kilpatrickin matemaattisen osaamisen teoria. Toisessa tutkimustehtävässä tutkitaan, minkälaisia tehtäviä oppikirjat oikein sisältävät. Minkälainen on niiden vaatimustaso ja kuinka mekaanisia ne ovat? Kolmannessa tutkimusongelmassa selvitetään, kuinka hyvin oppikirjat vastaavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tavoitteisiin ja sisältöihin. MOT-projektin kaikille yhteiset tutkimustehtävät ovat:

1. Miten opettajan oppaat ja niihin liittyvä lisämateriaali tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä?
2. Minkälaisia ovat oppimateriaalin harjoitustehtävät?
3. Miten oppimateriaali vastaa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin?

Tämän lisäksi tutkimme kirjojen kuvitusta. Keskitymme siihen, minkälaisia kuvia kirjoista löytyy ja mikä kirjan kuvituksen tehtävä on. Ryhmittelemme kuvat niiden funktion mukaan tarkoituksenamme selvittää, liittyvätkö kuvat opetettavaan asiaan vai ovatko ne pelkkää tyhjän tilan täytettä. Luokittelumme mukaan kuvat ovat joko tehtävään orientoivia, kuvallisia tehtäviä, tehtävän hahmottamista helpottavia apukuvia tai pelkkiä koristeita. Itse asettamamme neljäs tutkimustehtävä on:

4. Minkälainen on matematiikan oppikirjojen kuvitus?

5 TUTKIMUKSEN TULOKSET JA ANALYSOINTI

Tässä luvussa esitellään ja analysoidaan tutkimuksen tuloksia. Tulokset käydään läpi järjestyksessä tutkimustehtävä kerrallaan. Tehtävien luokittelua käsittelevä tutkimustehtävä (luku 5.2) on jaettu kahteen osaan, koska lukukäsite- ja geometriatehtävät on katsottu tarpeelliseksi käsitellä ja analysoida erikseen.

5.1 Opettajan oppaat

Olemme tehtävien luokittelussa päättäneet ottaa mukaan vain oppilaan kirjasta löytyvät tehtävät. Tätä perustelemme muun muassa sillä, että ne ovat kaikille yhteisiä – siis oppilaat kaikkialla Suomessa laskevat niitä samoja tehtäviä. Opettajan oppaasta löytyvän lisämateriaalin käyttö sen sijaan on opettajasta kiinni, ja jotkut opettajat saattavat käyttää näitä kirjan ulkopuolisia tehtäviä huomattavasti enemmän kuin toiset. Tästä syystä on hyvä tarkastella nimenomaan sitä materiaalia, jota kaikki joka tapauksessa käyttävät.

Opettajan kirjan tai oppaan lisämateriaali on kuitenkin osittain aivan erilaista kuin oppilaan kirjan tehtävät. Siksi luomme katsauksen myös tähän lisämateriaaliin, joka usein toimii valveutuneen opettajan suurena apuna tuntien suunnittelussa. Esimerkiksi eriyttämisen kannalta opettajan kirja on usein ensiarvoisen tärkeä.

5.1.1 Laskutaito

Laskutaito-kirjan opettajan oppaassa – tai opettajan *kirjassa* kuten sen nimi kirjasarjassa kuuluu – korostetaan varman laskutaidon merkitystä myöhemmän matematiikan opiskelun kannalta. Tätä laskutaitoa harjoitetaan kirjan perustehtävillä, ja opettajan kirjasta löytyy sitten monipuolisempaa materiaalia. Tällainen jako tuntuu ymmärrettävältä ja luontevalta. Opettajan kirjan materiaalin kerrotaan perustuvan kognitiiviselle oppimiskäsitykselle. ”Kognitiivisen oppimiskäsityksen mukaan lapsen tulee saada eri aistiensa välityksellä ja itse aktiivisesti toimien monipuolisia kokemuksia opittavasta asiasta”, kirjan johdannossa sanotaan. Mitä Laskutaidon opettajan kirja sitten pitää sisällään?

Opettajan kirja näyttäisi olevan hyvä apu eriyttämiseen. Kirja tarjoaa eriyttämiseen sopivia pelejä, leikkejä ja muita harjoituksia. Laskutaidon oheismateriaalista eriyttämiseen on tarkoitettu Tuumavihkot ja Timanttivihkot, jotka sopivat erityisesti lahjakkaille ja nopeille laskijoille. Tukiopetukseen löytyy monisteita kunkin luvun lopusta. Eriyttävät lisätehtävät ovat kognitiiviselta tasoltaan haastavampia ja monipuolisia, kun taas tukiopetuksen tehtävät menisivät suurelta osin LY-tason sieventämistehtävien kategoriaan.

Opettajan kirjan jokaiselta aukeamalta löytyy päässälaskuja, yleensä neljästä kuuteen kappaletta. Päässälaskut tehdään niin, että opettaja lukee tehtävän ääneen ja merkitsee laskussa tarvittavat luvut taululle näkyviin. Opettajan kirjan johdannossa korostetaan päässälaskujen tärkeyttä kognitiivisena suorituksena. Lisäksi niiden avulla lapsi rakentaa kytkentöjä matematiikan ja arkielämän välille, mikä helpottaa matemaattisten tietojen ja taitojen soveltavaa käyttöä. Didaktisina vinkkeinä neuvotaan muun muassa, että oppilaat voivat käyttää päässälaskujenkin apuna palikoita, numerokortteja ja muita apuvälineitä. Näiden käyttäminen vähenee kirjan mukaan itsestään siinä vaiheessa, kun oppilas huomaa päässälaskun olevan nopeampaa kuin apuvälineiden avulla laskemisen. Päässälaskut ovat kognitiivisesti monipuolisia. Pari ensimmäistä on yleensä aika mekaanisia, ja niiden tarkoitus kirjan mukaan onkin parantaa laskutaidon sujuvuutta. Osa päässälaskuista taas on selvästi haastavampia, ja ne voivat edustaa YS- tai SA-tasoa ja olla jopa tuottamistehtäviä.

Toinen jokaiselta aukeamalta löytyvä lisä on Pohdittavaa-otsikon alta löytyvä ongelmanratkaisuharjoitus. Näitä ongelmanratkaisutehtäviä on yleensä kaksi jokaista aukeamaa kohden. Opettajaa ohjeistetaan teettämään tehtävät joko yksin tai ryhmä-/paritöinä. Oppilaille voidaan antaa vaikka koko päivä aikaa miettiä ratkaisua kysymykseen: tehtävä voidaan antaa aamulla matematiikan tunnilla ja käsitellä iltapäivällä ennen kotiinlähtöä. Tällaiset ongelmanratkaisutehtävät ovat kognitiivisesti haastavia, yleensä SA-tason tuottamistehtäviä. Ongelmanratkaisua pidetäänkin matematiikan tutkijoiden keskuudessa yhtenä tärkeimmistä osa-alueista, ja eräät tutkijat ovat pitäneet sitä koko matemaattisen ajattelun ytimenä (Joutsenlahti 2004). Tästä näkökulmasta on hyvä, että ongelmanratkaisu on opettajan kirjassa huomioitu näin suuresti. Oppilaan kirjoista kun voidaan todeta, että ongelmanratkaisutehtävät ovat aika vähissä. Opettajan kirjan johdannossa esitelty kognitiivinen oppimiskäsitys korostaa myös ongelmanratkaisun tärkeyttä. Ymmärtävän oppimisen avulla ”luodaan perusta uusien matemaattisten tietojen ja taitojen oppimiselle”. Lesterin ja Lambdinin (2004) tutkimuksen mukaan ongelmanratkaisusta on suurta hyötyä matematiikan opetuksessa. Ongelmanratkaisu matematiikassa kehittää matemaattista ymmärrystä opiskelijaa motivoivalla tavalla, vaikuttaa opiskelijan asenteisiin ja uskomuksiin, helpottaa opitun muistamista sekä vahvistaa opitun siirtovaikutusta uusiin tilanteisiin ja tukee syvempää ymmärrystä (mt. 192–194).

Näiden joka aukeamalla toistuvien tehtävien lisäksi opettaja saa paljon materiaalia ja apua erilaisten matemaattisten pelien ja leikkien tekemiseen. Niiden avulla tunneista saadaan monipuolisempia ja erilaiset oppijat tulevat paremmin huomioiduiksi. Opettajan kirjassa on myös viisi valmista koepohjaa ensimmäiselle lukuvuodelle.

5.1.2 Matikkamatka

Matikkamatkan opettajan opas tarjoaa samat perusosiot opettajalle kuin muutkin kirjat. Päässälaskuja on suhteellisen paljon, joskus toistakymmentä laskua aukeamaa kohden. Matikkamatkan päässälaskuille on varattu vastausruudukko oppilaan kirjan takaosasta. Pohdittavaa-otsikon alta löytyy ongelmanratkaisutehtäviä. Niiden ohjeissa suositellaan joskus joitakin apuvälineitä tehtävien tueksi, esimerkiksi Multilink-palikoita tai numerokortteja. Joskus neuvotaan myös käyttämään sormia apuna ja joidenkin tehtävien kohdalla suositellaan pari- tai ryhmätyötä. Ongelmanratkaisutehtäviin on tarjolla myös kirjasarjan oma maskotti Vanha Kettu. Opettaja voi tilata käsinuken ja esittää pohdintatehtävät Vanhan Ketun tehtävinä käyttämällä tätä käsinukkea apuna.

Päässälaskujen ja ongelmatehtävien lisäksi opettajan oppaasta löytyy konkreettisia ohjeita asioiden opettamiseen ja taulutyöskentelyyn sekä pedagogisia vihjeitä. Myös yhteistoiminnallisia oppimisleikkejä ja -pelejä on tarjolla. Matikkamatkankin kuvitusta hyödynnetään. Kuvista voidaan johtaa erilaisia tehtäviä, ja oppilaat voivat parityöskentelynä itse keksiä kuvista laskutehtäviä toisilleen. Aukeamakohtaiset tavoitteet on merkitty näkyviin opettajan oppaaseen jokaisen aukeaman alkuun. Tämä käytäntö näyttää olevan sama kirjasarjasta toiseen. Opettajan oppaassa on tässäkin kirjasarjassa huomioitu eriyttämisen ja tukiopetuksen kysymykset. Lisätehtäviä ja kalvopohjia on tarjolla erilaisia tarpeita varten. Jokaiselle oppitunnille on myös oma kalvopohja, johon on koottu oppitunnin keskeinen oppiaines, ongelmanratkaisutehtävä sekä sellaisia tehtävätyyppejä, joita ei ole oppilaan kirjan perustehtävissä.

5.1.3 Tuhattaituri

Tuhattaiturin opettajan oppaassa on paljon samoja piirteitä kuin Laskutaidon opettajan kirjassa. Jokaista tuntia varten on kolme päässälaskua, eli hieman vähemmän kuin edellä esitellyssä

Laskutaito-kirjassa. Päässälaskut ovat jokseenkin samantasoisia molemmissa kirjoissa, mutta kun laskuja on enemmän, niin niissä on myös hieman enemmän vaihtelua. Tuhattaiturin erikoisuutena voidaan nähdä se, että päässälaskut liittyvät aukeaman aloituskuvaan. Tämä aktivoi oppilaita visuaalisesti ja auttaa tehtävän hahmottamisessa. Aloituskuvalla on muutenkin tärkeä rooli uuden asian opettelussa. Kuva liittyy opeteltavaan asiaan, ja opettajalle annetaan muutama kysymys, joiden avulla kuvaa voidaan oppilaiden kanssa tarkastella. Näin saadaan kiinnitettyä huomio opeteltavan asian kannalta olennaisiin seikkoihin, esimerkiksi tiettyihin lukuihin. Kuvista voidaan myös johtaa vapaampia tehtäviä, joissa oppilaat saavat itse keksiä kuvasta matemaattisia ”laskutarinoita”. Tällaisten tehtävien teettämisellä voidaan paikata kirjan perustehtävissä esiintyvää avointen tehtävien vähyyttä. Aiheeseen johdattamisen avuksi on opettajan oppaaseen laadittu kehyskertomus jokaista asiakokonaisuutta varten. Kehyskertomukset muodostavat yhtenäisen tarinan, ja niissä seikkailevat kirjan päähenkilöt.

Ongelmanratkaisutehtäviä löytyy vähintään kaksi jokaista kappaletta kohden. Niitä suositellaan tehtäväksi ryhmissä keskustellen. Tehtävät on otsikoitu Pulmakulmaksi, ja ne ovatkin yleensä enemmän pohdintaa vaativia kuin päässälaskut.

Muusta opettajan oppaan tarjonnasta mainittakoon ainakin valmiiksi suunnitellut taulukuvat, jotka helpottavat opettajan työtä. Kuvat ovat yksinkertaisia ja selkeitä, ja niistä saa ideoita muuhunkin taulutyöskentelyyn. Taulukuvaan liittyy ehdotus tunnin kuluksi. Tätä valmista suunnitelmaa noudattamalla tunneista tulee selkeästi jäsenneltyjä. Ehdotuksissa huomioidaan myös opettajan oppaan lisämateriaali, joten valmiista tuntisuunnitelmasta saa ainakin vinkkejä siihen, kuinka kirjan tehtävien lisäksi tunneilla voidaan käyttää muuta oheismateriaalia. Joiltakin aukeamilta löytyy myös ”Vinkkipankki”, joka antaa ideoita leikkien, pelien, numerokorttien ja palikoiden käyttöön matematiikan opetuksessa. Opettajan tiedollista tasoa auttaa ”Tietolaari”, jossa annetaan lisätietoa opetettavasta aiheesta. Lisämateriaalina on kalvo- ja monistepohjia sekä cd-levy. Myös www-sivut mainitaan opettajan oppaan johdannossa, mutta niiden käyttämisestä ei anneta lisätietoa.

Tuhattaiturin opettajan oppaasta nousee yksi käytännön asia ylitse muiden: opettajan oppaan ja oppilaan kirjan sivunumerot vastaavat toisiaan. Muissa kirjoissa tällaista pikkuseikkaa ei ole huomioitu, mikä vaikeuttaa kirjojen joustavaa käyttöä huomattavasti. Opettaja työskentelee koko ajan opettajan oppaan ja oppilaan kirjan kanssa, ja on hyvin käytännöllistä, että oppilaan kirjan sivunumerot vastaavat opettajan oppaan sivuja.

5.2 *Minkälaisia ovat oppimateriaalin harjoitustehtävät?*

Tässä luvussa tarkastellaan tehtävistä tehtyjä luokitteluja. Pyrimme hakemaan vastauksia siihen, minkälaisia painotuksia ensimmäisen luokan matematiikan kirjojen geometrian ja lukukäsitteen osuuksissa on. Kaikista kirjoista esitellään ensin lyhyt kuvaus. Kuvauksesta käy ilmi, minkälaiseen tulokseen olemme luokittelussa päätyneet kunkin kirjan osalta. Yhteenvedossa katsomme tuloksia kokonaisuutena, jolloin myös kirjojen väliset erot tulevat paremmin esille. Yhteenvedon ideana on lähestyä aineistoa jokaisen luokittelutavan kautta. Ensiksi katse on avoin–suljettu-akselilla, sitten tehtävien luokittelussa kognitiivisen haastavuuden mukaan (LY, YS, SA) ja lopulta tehtävien tyypin mukaisessa luokittelussa (sievennys-, tunnistamis- ja tuottamistehtävät). Näin pääsemme selville siitä, miten mikäkin tehtävien ominaisuus painottuu kussakin kirjassa.

5.2.1 Lukukäsitetehtävät

Tutkimuksessamme laskimme lukukäsitetehtäviksi tehtävät, joissa pitää laskea kuvasta eri asioiden lukumäärä ja yhdistää oikea lukumäärä vastaavaan lukusanaan. Lisäksi tehtävät, joissa liikutaan lukusuoralla annettujen ohjeiden mukaisesti, kuuluvat luokittelumme mukaan lukukäsitetehtäviin. Seuraavaksi tutustumme saamiimme tuloksiin kirjasarja kerrallaan.

Laskutaito

Laskutaito-kirjassa erilaisia lukukäsitetehtäviä on yhteensä 130. Kaikki Laskutaito-kirjan tehtävät ovat tasoltaan Laskutaito-/Ymmärtämistason tehtäviä. Ne eivät siis vaadi oppijalta syvempää ymmärtämistä, eivätkä varsinkaan opitun taidon soveltamista.

Näistä 130 tehtävistä 123 on suljettuja ja seitsemän avoimia. Suljetut tehtävät ovat pääasiassa oikean lukumäärän yhdistämistä oikeaan lukusanaan. Tehtävissä on myös jonkin verran lukujonolla liikkumista. Lukukäsitetehtävät ovat kirjassa lähes poikkeuksetta samalla kaavalla etenevä kokonaisuus. Jokaisen uuden numeron kohdalla tehtävät ovat lähes identtisiä edellisen kanssa. Avoimissa tehtävissä tehtävänä on keksiä itse lasku (”Mitä itse ostaisit? Tee itse lasku.”). Kuvassa on tietty rahasumma, sekä erihintaisia ostoksia. Vaikka tehtävässä onkin vain tietty määrä oikeita vastauksia, on se ensimmäisen luokan oppilaan näkökulmasta avoin tehtävä.

87,7 prosenttia tehtävistä on sievennystehtäviä. Niitä on siis yhteensä 114 kappaletta. Tunnistamistason lukukäsitetehtäviä on yhteensä 11 kappaletta (8,5 % kaikista lukukäsitetehtävistä) ja tuottamistason tehtäviä 5 kappaletta (3,8 %).

Matikkamatka

Matikkamatka-kirjassa on 167 lukukäsitetehtävää. Myös Matikkamatkan kaikki lukukäsitetehtävät ovat Laskutaito-/Ymmärtämistason tehtäviä. Tehtävät etenevät kaavamaisesti oppijan edetessä lukujonolla, eikä tehtävissä ole juurikaan vaihtelua.

Matikkamatkassa on 164 suljettua ja 3 avointa tehtävää. Avoimet tehtävät liittyvät yksi-yhteen-vastaavuuteen. Tehtävissä lasketaan luokasta löytyviä asioita ja tehdään niistä pylväsdiagrammeja.

Matikkamatkan lukukäsitetehtävistä 94,6 prosenttia on tyypiltään sievennystehtäviä. 167 tehtävän joukkoon mahtuu vain 9 kappaletta tunnistamistehtäviä. Tuottamistason tehtäviä kirjassa ei ole lainkaan. Matikkamatka osoittautuukin kaikkein yksipuolisimmaksi kirjasarjaksi lukukäsitetehtävien osalta.

Tuhattaituri

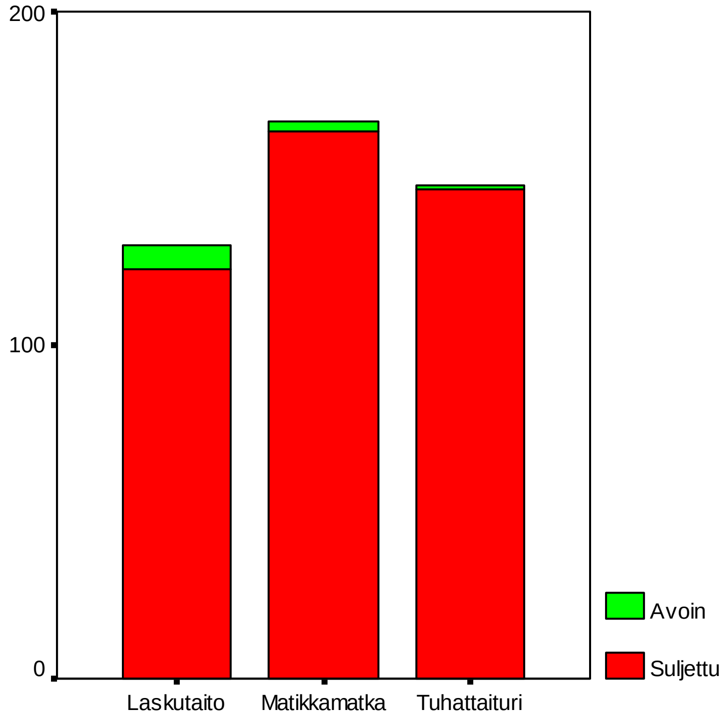
Tuhattaituri-kirjassa on 148 lukukäsitetehtävää. Kuten muissakin tutkimissamme kirjasarjoissa, kaikki tehtävät ovat Laskutaito-/Ymmärtämistason tehtäviä. Tuhattaiturissa edetään kuitenkin nopeammin yhteenlaskutehtäviin kuin muissa kirjasarjoissa. Tuhattaiturin 147 tehtävässä on yksi avoin tehtävä, muut ovat suljettuja. Tehtävien ratkaisut eivät siis eroa juuri lainkaan toisistaan, käytettiinpä kirjaa sitten missä päin Suomea tahansa.

Tuhattaiturissa lukukäsitetehtävistä 81 kappaletta (54,7 %) on sievennystason tehtäviä. Tunnistamistehtäviä on 54 kappaletta (36,5 %) ja tuottamistehtäviä 12 kappaletta (8,1 %).

Yhteenveto

Näin olemme esitelleet kirjasarjakohtaisesti kaikki lukukäsitetehtävät. Seuraavaksi vertailemme kirjasarjoja keskenään. Ristiintaulukoimalla aineiston olemme saaneet tuloksia, joiden perusteella olemme löytäneet kirjojen luonteesta olennaisimmat eroavaisuudet ja yhteneväisyydet. Toisissa ominaisuuksissa kirjat ovat hyvin samankaltaisia, mutta eroavaisuuksiakin löytyy.

Ristiintaulukoinnin yhteydessä olemme tehneet Khiin neliö -testit, jotka kertovat meille, ovatko tulokset tilastollisesti merkitseviä. Aloitamme tulosten purkamisen siitä, onko tehtävä suljettu vai avoin.



KUVIO 2. Suljetut ja avoimet lukukäsitetehtävät kirjasarjoittain.

Kuvasta nähdään, että lukukäsitetehtävissä ei juurikaan ole avoimia tehtäviä, kuten olemme jo edellä todenneet. Yhteensä näissä kolmessa kirjasarjassa on 445 lukukäsitetehtävää, joista 11 kappaletta on avoimia tehtäviä. Lähes kaikki kirjojen tehtävät ovat suljettuja tehtäviä, joista voidaan siis saada vain yksi oikea vastaus.

Avointen tehtävien määrä on häviävän pieni. Laskutaito-kirjassa on seitsemän avointa tehtävää, joka osoittautuu kirjasarjoista tällä ominaisuudella mitaten monipuolisimmaksi, varsinkin kun Matikkamatkassa ja Tuhattaiturissa on yhteensä vain neljä avointa tehtävää. Suljetut tehtävät ovat omiaan vahvistamaan oppijan proseduraalista sujuvuutta. Niiden yksipuolisuus lienee tältä osin perusteltua. Kirjat eivät kuitenkaan sinällään tarjoa juurikaan vaativampia tehtäviä esimerkiksi niille oppilaille, jotka osaavat jo laskea aloittaessaan peruskoulun.

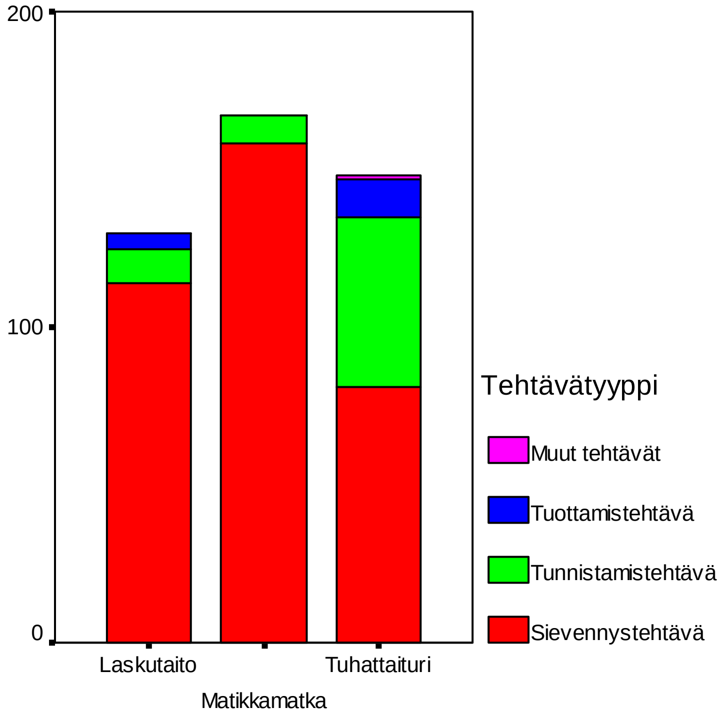
Suljettujen ja avointen tehtävien määrästä on tehty ristiintaulukointi ja Khiin neliö -testi (Liite 1). Khiin neliö ei tässä tapauksessa anna luotettavaa tulosta, joten kirjasarjojen välisiä eroja ei voida tilastollisesti tulkita. Ristiintaulukoinnin tärkein tulos on kuitenkin sama kuin diagrammistakin näkyy, eli avoimia tehtäviä on häviävän pieni määrä.

TAULUKKO 1. Tehtäväluokat kirjasarjoittain

			Tehtäväluokka
			LY
Kirjasarja	Laskutaito	Määrä	130
		% Kirjasarjan sisällä	100,0%
	Matikkamatka	Määrä	167
		% Kirjasarjan sisällä	100,0%
	Tuhattaituri	Määrä	148
		% Kirjasarjan sisällä	100,0%
Yhteensä		Määrä	445
		% Kaikista	100,0%
			100,0%

Seuraavaksi katsomme taulukkoa, josta näkyy, että kaikki kirjasarjojen lukukäsitetehtävät pohjautuvat LY-tasolle. Kirjasarjojen välillä ei ole siis minkäänlaisia eroja. Proseminaaritutkielmamme perusteella osasimmekin odottaa tällaisia tuloksia. Tehtävät ovat lähes poikkeuksetta mekaanisia, eikä niissä vaadita syvempää matemaattista osaamista tai ajattelua. Proseduraalisen sujuvuuden tukeminen menee mielestämme tässä jo liiallisuuksiin. Jo Ymmärtämis-/Soveltamistason tehtävätkin rikkoisivat kaavamaista tehtävärakennetta ja tarjoaisivat matemaattisilta taidoiltaan kehittyneemmille oppijoille enemmän haastetta sekä tietysti tukisivat matemaattisen osaamisen eri osa-alueiden kehittymistä paremmin.

Edellä mainittujen ominaisuuksien lisäksi jaottelimme tehtävät niiden tyypin mukaan sievennys-, tunnistamis- ja tuottamistehtäviin. Nämä eri tehtävätyypit kertovat paljon tehtävien tasosta ja siitä, millaisia tehtävät ovat. Sievennystehtävät ovat tyypillisimmin sellaisia, joissa pyydetään laskemaan eriväristen perhosten lukumäärä, ja sitten joko kirjoittamaan samanvärisen perhosen viereen oikea lukusana kuvaamaan perhosten määrää, tai vaihtoehtoisesti vetämään perhosesta viiva lukusuoralle oikeaa lukumäärää vastaavaan kohtaan.



KUVIO 3. Lukukäsitetehtävien jakautuminen tehtävätyypeittäin.

Kaikkien kirjasarjojen kaikista lukukäsitetehtävistä, joita on yhteensä 445 kappaletta, kaikkiaan 353 kappaletta on sievennystehtäviä. Tämä tarkoittaa siis kaikkiaan 79,3 prosenttia kaikista tehtävistä. Kun tarkastellaan eri kirjasarjojen sievennystehtävien prosentuaalisia osuuksia, huomataan että Tuhattaiturissa niiden osuus on selkeästi pienempi kuin Laskutaidossa tai Matikkamatkassa. Matikkamatkassa sievennystehtävien osuus on 94,6 prosenttia, Laskutaidossa taas 87,7 prosenttia.

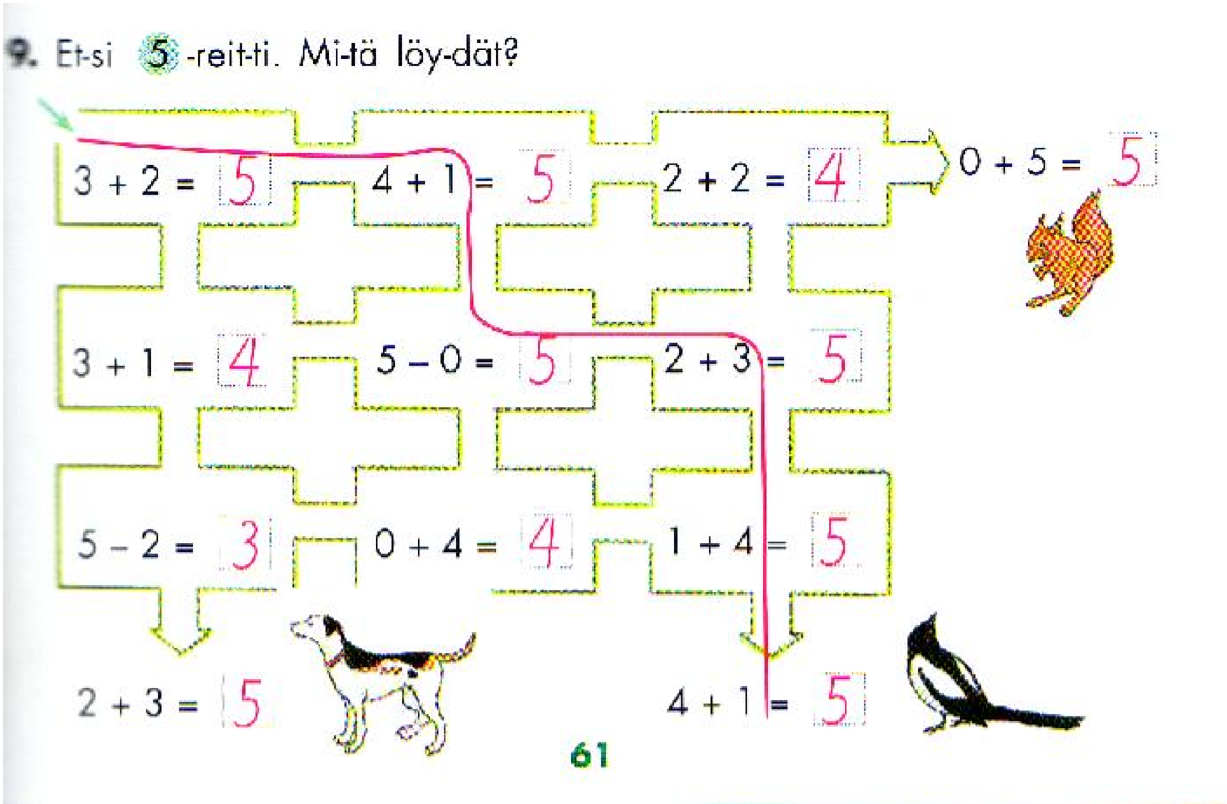
Tunnistamistehtävien prosentuaalinen osuus kaikkien kirjojen tehtävämääristä on 16,6 prosenttia. Absoluuttisena määränä tämä tarkoittaa yhteensä 74:ää tehtävää. Jälleen kerran Tuhattaituri osoittautuu kirjoista monipuolisimmaksi. Sen 148 tehtävästä 36,5 prosenttia eli yhteensä 54 tehtävää on tunnistamistehtäviä, kun taas Laskutaidon ja Matikkamatkan lukukäsitetehtävissä tunnistamistehtäviä on yhteensä vain 20 kappaletta.

Tuottamistehtävien osuus on selkeästi pienin, niitä on koko tutkimusmateriaalista vain 3,8 prosenttia. Matikkamatkassa tuottamistehtäviä ei ole yhtään. Laskutaidossa niitä on 5 ja Tuhattaiturissa 12 kappaletta. Lisäksi Tuhattaiturista löytyi yksi tehtävä, joka ei istunut mihinkään edellä mainituista kategorioista. Se näkyy kohdassa Muut tehtävät.

Ristiintaulukoinnista ainoa Muihin tehtäviin kuuluva tehtävä on jätetty pois, jotta saisimme luotettavamman tuloksen tilastollisesta analyysista. Khiin neliö -testin mukaan tulos on tilastollisesti erittäin merkitsevä. Tilastolliset erot näkyvät erityisesti vertailtaessa Tuhattaiturin tehtäviä muiden kirjojen tehtäviin. Ristiintaulukointi ja Khiin neliö -testi on liitetty tutkimuksen loppuun (Liite 1).

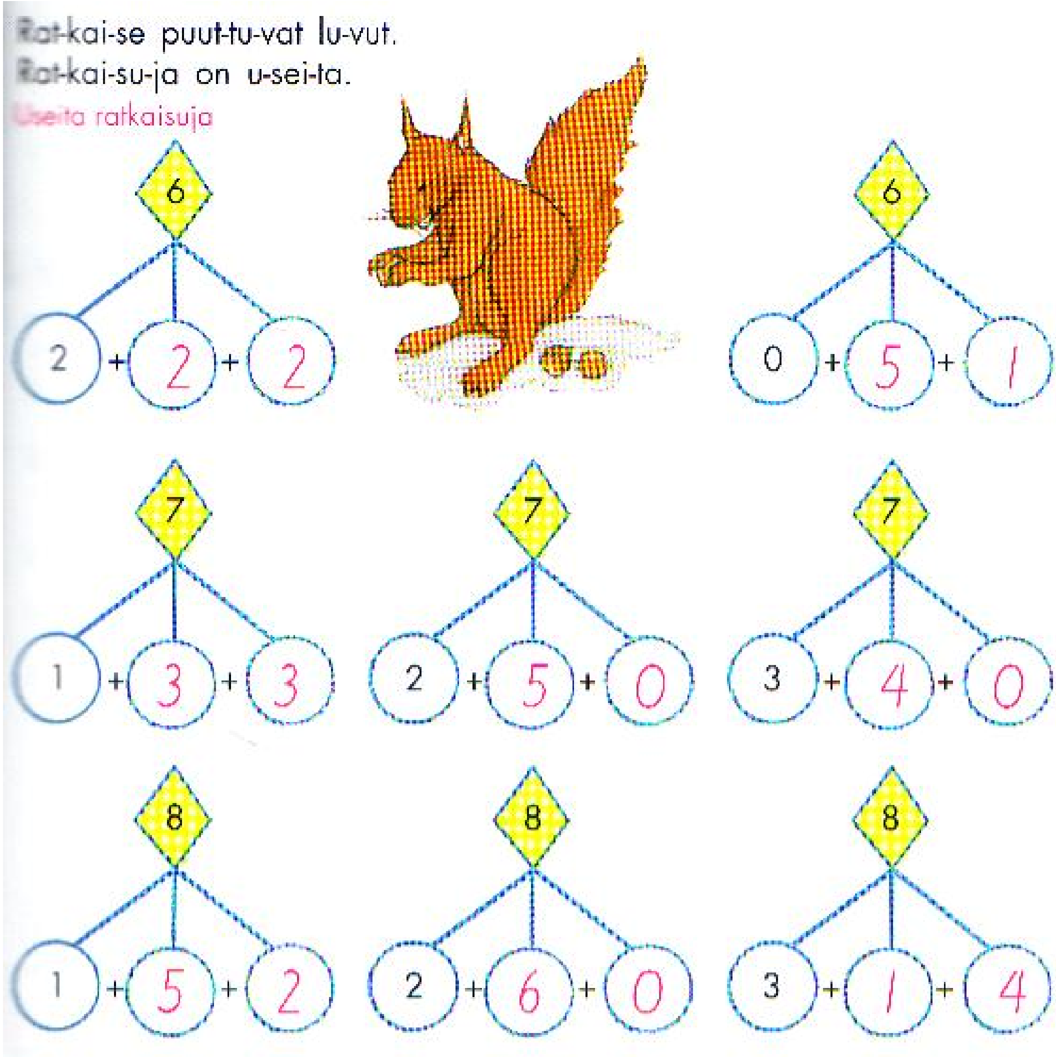
Esimerkkejä eritasoisista lukukäsitetehtävistä

Edellä on esitelty tuloksia lukukäsitealueen tehtävistä. Seuraavaksi selvennämme kahden esimerkin avulla, mistä on kyse, kun puhutaan suljetusta tuottamistehtävästä tai avoimesta tunnistamistehtävästä.



KUVIO 4. Esimerkki suljetusta tuottamistehtävästä. (Tuhattaituri 1a, s. 61.)

Oheisessa esimerkissä oppijan pitää löytää 5-reitti läpi yhteenlaskusokkelon. Tehtävä on kognitiiviselta tasoltaan L/Y -tason tehtävä, mutta siinä on useampia eri vaiheita, joten tehtävä on nopeasti tunnistettavissa tuottamistehtäväksi. Tehtävän ratkaisemiseksi tarvitsee ensin laskea yhteenlaskut ja sitten liikkua tulosten avulla ”viitostietä” pitkin ulos sokkelosta. Koska tehtävän voi myös ratkaista siten, ettei tarvitse laskea kaikkia laskuja, vaan edetä kokeilemalla aina seuraavaan mahdolliseen ruutuun, vaatii tämä tehtävä laskemiseen tietynlaisen etenemisstrategian. Näin tehtävä täyttää tuottamistehtävän kriteerit.



KUVIO 5. Esimerkki avoimesta tunnistamistehtävästä. (Tuhattaituri 1a, s. 111.)

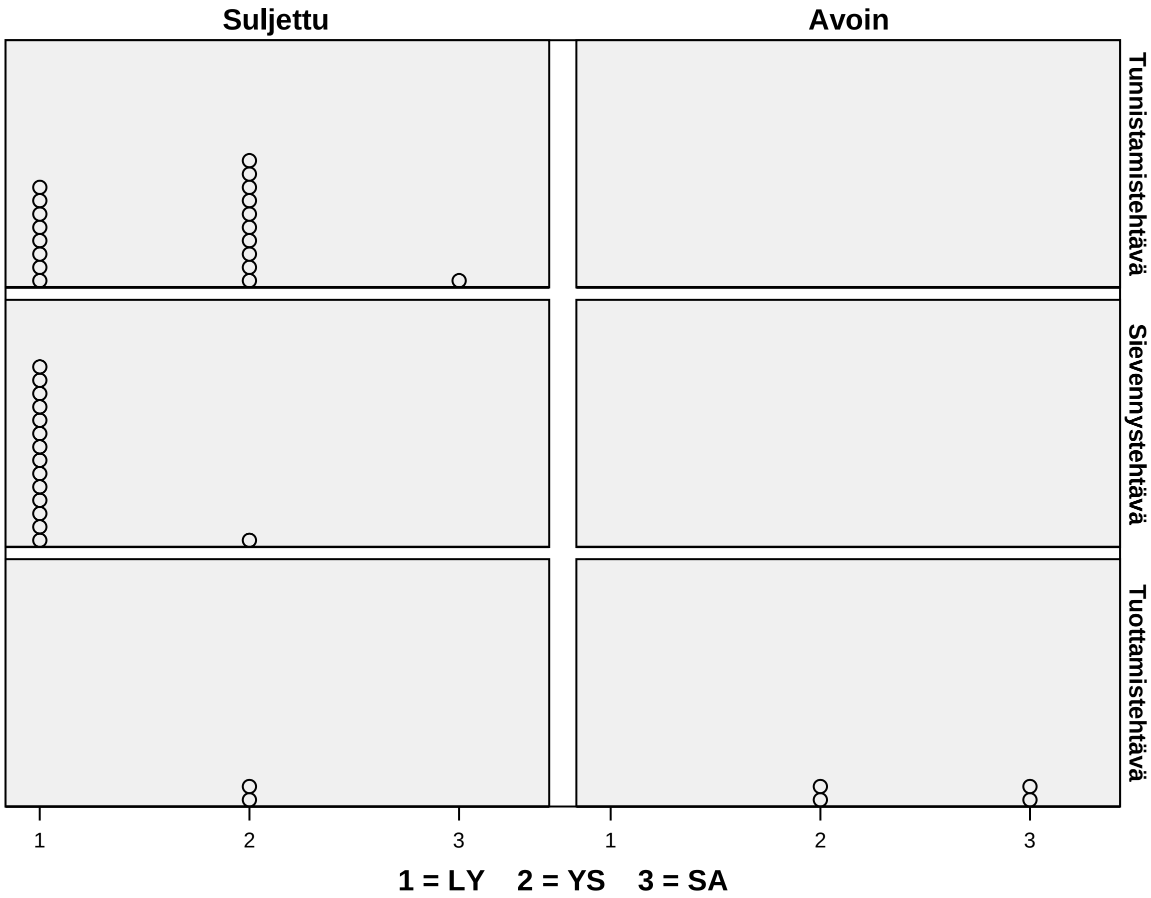
Yläpuolella on esimerkki avoimesta lukukäsitetehtävästä. Ensimmäisen luokan oppilaalle tämä on avoin tehtävä, vaikka matemaattisesti lahjakkaampi ihminen voisikin todeta, että oikeita vaihtoehtoja on rajallinen määrä. Tehtävässä harjoitellaan hajotelmien tekoa. Kuten tehtävänantokin sanoo, tehtävässä on useita ratkaisuja. Luvut 6, 7 ja 8 ovat jo sen verran suuria, että niillä voidaan suorittaa kolmen lukuryhmän hajotelmia, vieläpä siten, että oppilaat saavat itse miettiä, mikä olisi paras vaihtoehto. Tehtävä on kognitiiviselta tasoltaan L/Y-tason tehtävä, kuten kaikki muutkin kirjojen lukukäsitetehtävät. Olemme luokitelleet tehtävän tyypiltään tunnistamistehtäväksi. Oppijan tehtävänä on yhdistää tyhjät pallot oikeilla numeroilla yläpuolisessa vinoneliössä olevaan numeroon. Vinoneliössä olevan numeron perusteella oppijan pitäisi osata päätellä, mitkä numerot kuuluvat alapuolella oleviin palloihin, ja kuinka suuria ne voivat olla. Kysymyshän on siitä, mitkä numerot kuuluvat yhteen annettujen numeroiden kanssa.

5.2.2 Geometriatehtävät

Edellä on esitelty matematiikan kirjojen lukukäsitetehtävät. Seuraavaksi käsitellään tehtävät, jotka kuuluvat geometrian ja mittaamisen aihealueeseen. Aluksi käydään kirjakohtaisesti läpi, millaisia tehtäviä oppilaan kirjoissa on. Lopuksi tehdään yhteenveto saaduista tuloksista, jotta tehtävien luonteesta muodostuu yhtenäinen kokonaiskuva.

Laskutaito

Laskutaito-kirjan geometriaosuudessa on 40 tehtävää. Alla olevasta kuviosta voidaan heti todeta, että tehtävät painottuvat lähes täysin kuvaajan vasemmalle puoliskolle ja ovat siis suljettuja tehtäviä. Avoimia tehtäviä on vain neljä kappaletta ja suljettuja näin ollen loput 36.



KUVIO 6. Laskutaito-kirjan geometrian tehtävät. 1 pallo = 1 tehtävä.

Taulukon pystysarakkeet ilmoittavat tehtävän vaatiman matemaattisen käyttäytymisen tason. Ensimmäinen sarake (1) tarkoittaa Laskutaito-/Ymmärtämistason tehtäviä, toinen (2) Ymmärtämis-/Soveltamistasoa ja kolmas (3) Soveltamis-/Analyysitasoa. Suljetuista tehtävistä 22 edustaa LY-tasoa. Avoimissa tehtävissä ei tätä tasoa esiinny ollenkaan eli kaikki LY-tehtävät ovat suljettuja. YS-tason tehtäviä kirjassa on 15 kappaletta, joista kaksi on avoimia. SA-tason tehtäviksi määritellään kolme tehtävää, ja niistä kaksi on avoimia ja yksi suljettu tehtävä.

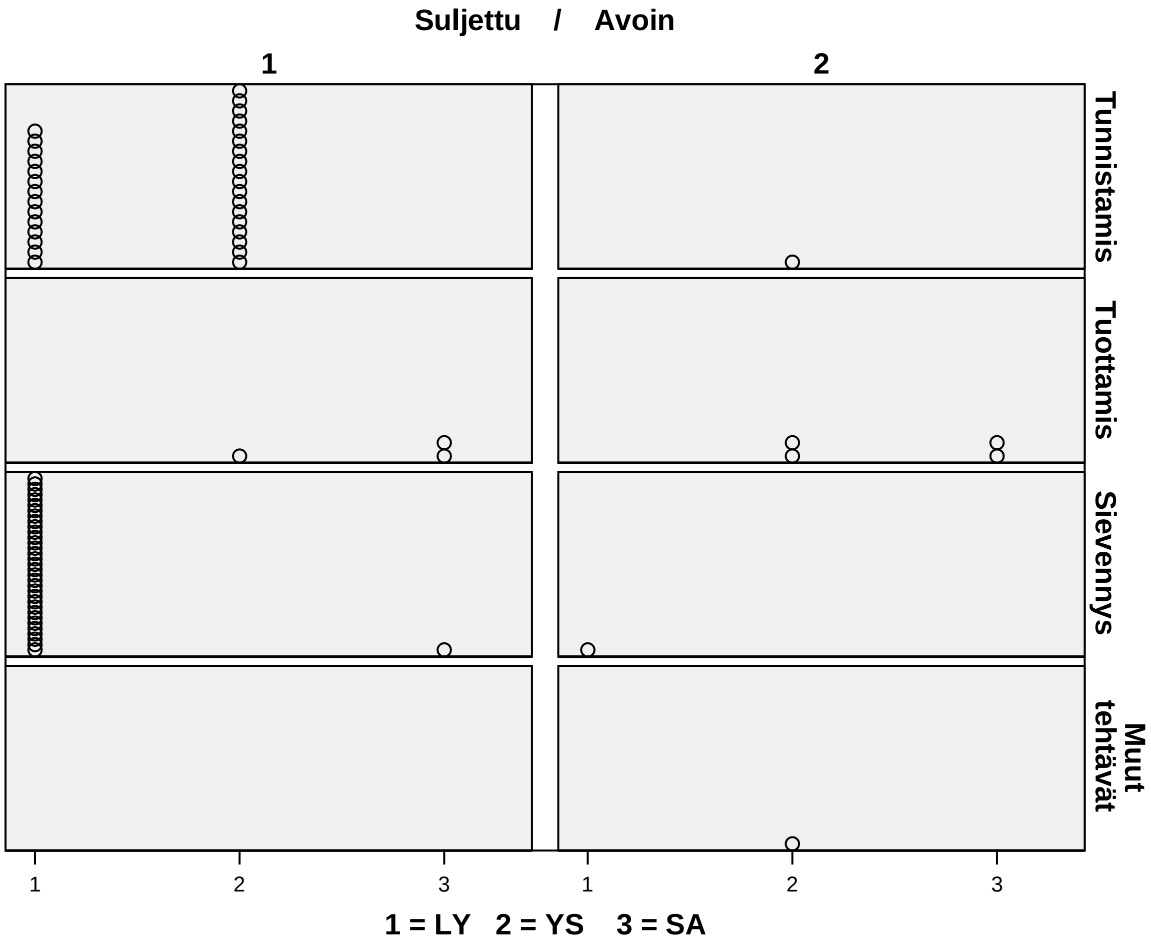
Kuvaajan kolmas ulottuvuus kertoo tehtävistä lisää. Keskimmäiseltä riviltä nähdään, että sievennystehtäviä kirjasta löytyy 15 kappaletta ja ne kaikki ovat suljettuja tehtäviä. Tunnistamistehtäviä on hieman enemmän eli 19 kappaletta, ja nekin kaikki ovat tyypiltään suljettuja tehtäviä. Tuottamistehtävissä sen sijaan on sekä suljettuja että avoimia tehtäviä – suljettuja kaksi ja avoimia neljä kappaletta.

Kuvaajasta nähdään myös eri sarakkeiden keskinäinen jakautuminen. LY-tason tehtävistä 14 on sievennystehtäviä ja loput 8 tunnistamistehtäviä. Kuten jo edellä todettiin, ne ovat kaikki suljettuja tehtäviä, ja niissä ei ole tuottamistehtäviä ollenkaan. YS-tason tehtävistä taas vain yksi on sievennystehtävä ja pääosa, 10 tehtävää, on tunnistamistehtäviä. Neljä YS-tason tehtävää luokitellaan tuottamistehtäviksi, joiden joukossa tämän tason kaksi avointakin tehtävää ovat. Kognitiivisesti vaikeimman eli SA-tason tehtävät jakautuvat hieman muista poikkeavasti. Sievennystehtäviä niissä ei ole lainkaan ja tunnistamistehtäviäkin vain yksi. Kaksi muuta tämän tason tehtävää ovat avoimia tuottamistehtäviä

Matikkamatka

Matikkamatka-kirjassa on 76 geometrian tehtävää. Kuvion vasemmasta alalaidasta kohdasta 1 nähdään, että huomattavan suuri osa eli 48 näistä on LY-tason tehtäviä. YS-tason tehtäviä on puolestaan 23 kappaletta ja SA-tason tehtäviä viisi. Sievennystehtäviä Matikkamatkan geometrian tehtävissä on 35 kappaletta.

Seuraavaksi eniten on tunnistamistehtäviä, 33 kappaletta. Tuottamistehtäviä löytyy seitsemän kappaletta ja muihin tehtäviin luokiteltiin kuuluvaksi yksi tehtävä. Kaikista 76 tehtävästä suljettuja on 69 ja avoimia seitsemän.



KUVIO 7. Matikkamatka-kirjan geometrian tehtävät. 1 pallo = 1 tehtävä.

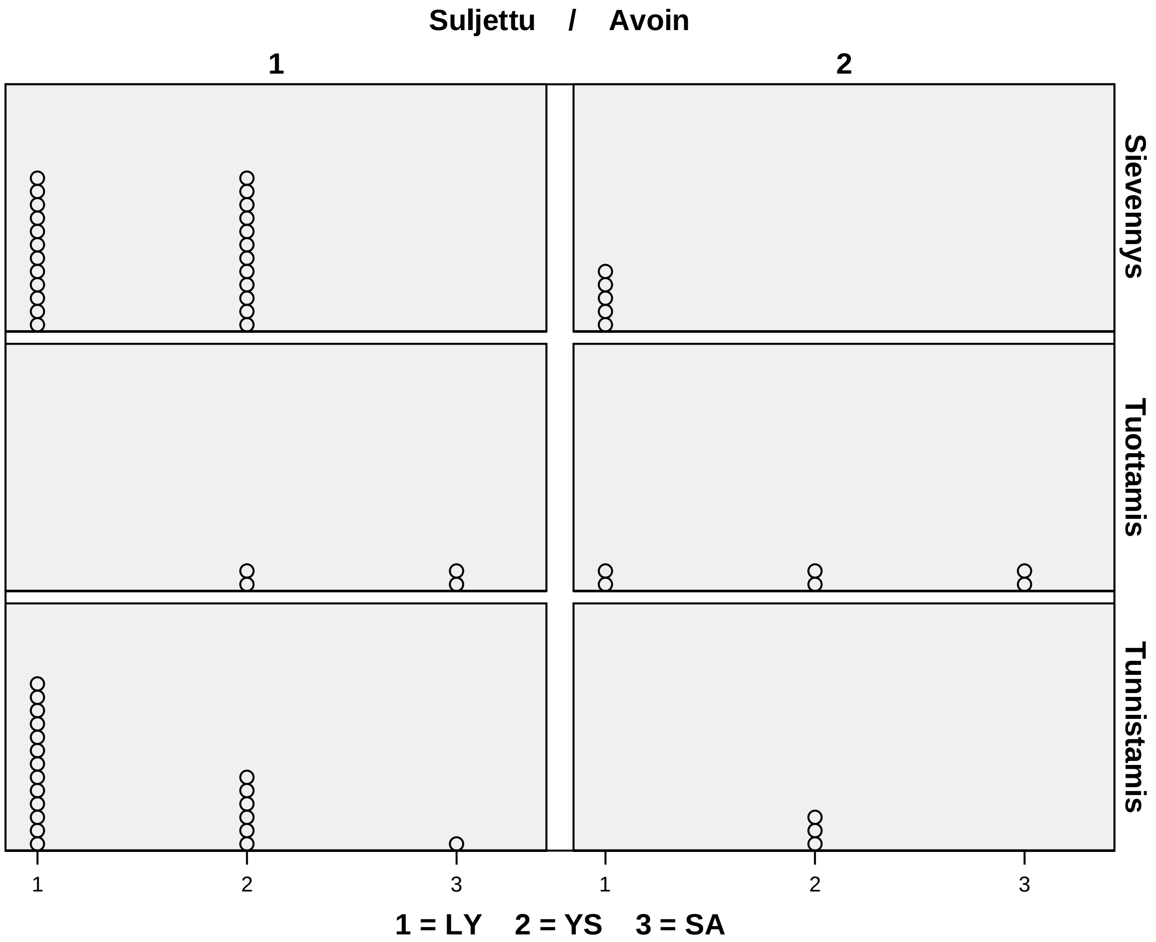
LY-tason tehtävät jakautuvat kahtaalle: ne ovat kaikki joko sievennys- tai tunnistamistehtäviä. Sievennystehtäviä näistä on 34 ja tunnistamistehtäviä 14 kappaletta. Sievennystehtävistä yksi on avoin loppujen LY-tehtävien ollessa suljettuja.

YS-tason tehtävissä taas ei ole yhtään sievennystehtävää. Valtaosa eli 19 näistä YS-tehtävistä on tunnistamistehtäviä, joiden joukossa on yksi avoin tehtävä. YS-tason tehtävissä on myös kolme tuottamistehtävää, joista kaksi on avoimia ja yksi suljettu. Yksi avoin tehtävä on lisäksi luokiteltu kuuluvaksi kohtaan Muut tehtävät.

SA-tason tehtävistä kaksi on avoimia ja kaksi suljettuja tunnistamistehtäviä. Lisäksi joukossa on suljettu sievennystehtävä.

Tuhattaituri

Tuhattaiturissa on 62 geometrian tehtävää. Näistä 48 on suljettuja ja 14 avoimia tehtäviä. Matemaattista käyttäytymistä mitattaessa eniten on LY-tason tehtäviä, 32 kappaletta. YS-tason tehtäviä on 25 ja SA-tason tehtäviä viisi kappaletta.



KUVIO 8. Tuhattaituri-kirjan geometrian tehtävät

Sievennystehtäviä Tuhattaiturin geometrian tehtävistä löytyi 29 kappaletta. Näistä sievennystehtävistä 17 on LY-tasoa ja 12 lasketaan YS-tasoon kuuluviksi. Tunnistamistehtäviä on 23 kappaletta, joista 13 edustaa LY-tasoa. YS-tason tehtäviä on yhdeksän ja lisäksi yksi SA-tason tehtävä. Tuottamistehtäviä kirjan geometriaosuudesta löytyi 10 kappaletta – niistä kaksi edustaa LY-tasoa, neljä YS-tasoa, ja neljä SA-tasoa. Tuottamistehtävissä avoimia oli suurempi osa kuin suljettuja: kuusi avointa ja neljä suljettua tehtävää.

Yhteenveto

Edellä on esitelty kaikkien tutkimiemme kirjojen geometrian tehtävät. Kaikkien kirjojen osalta on tehty sama tarkastelu, joka sisältää tehtävien luokittelun kolmella akselilla. Tehtävät on luokiteltu kolmella akselilla sen mukaan, ovatko ne suljettuja vai avoimia, minkälainen on niiden kognitiivinen haastavuus (LY, YS, SA) sekä tehtävätyypeittäin sievennys-, tunnistamis- tai tuottamistehtäviin. Ristiintaulukoimalla olemme saaneet selville kirjasarjojen väliset erot tehtävien luonteesta. Ristiintaulukoinneista on tehty Khiin neliö -testi, joka kertoo, ovatko erot kirjasarjojen välillä vertailukelpoisia. Tässä yhteenvedossa esittelemme ja vertailemme tuloksia kirjasarjojen välillä.

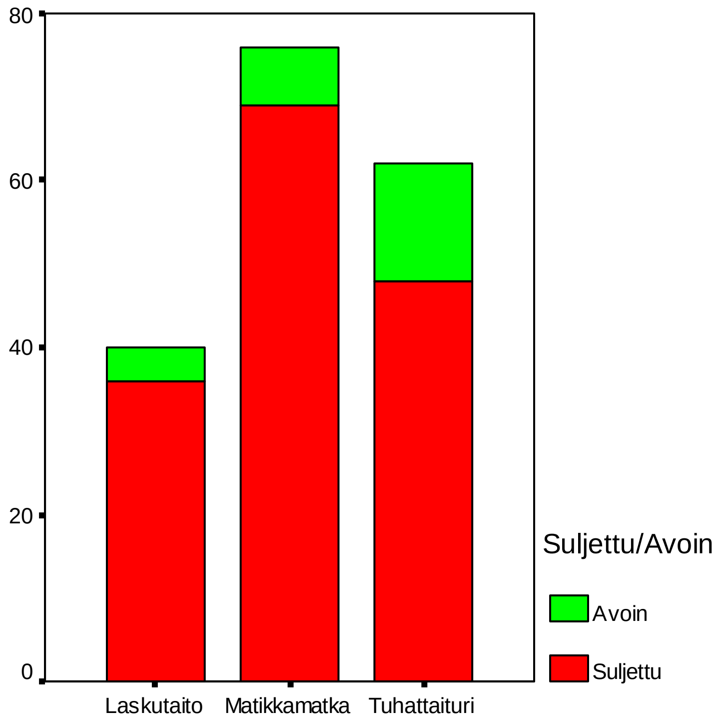
Ensiksi tarkastelemme tehtävien jakautumista suljettuihin ja avoimiin. Alla olevassa ristiintaulukoinnissa on esitetty kaikkien kirjasarjojen osalta, minkälainen osuus geometrian tehtävistä on suljettuja ja minkälainen avoimia. Taulukossa on tulokset ensin kirjakohtaisesti, ja sen alaosassa on yhteenveto, jossa on laskettu avoimet ja suljetut tehtävät kaikissa kirjasarjoissa yhteensä. Luvut on ilmoitettu sekä absoluuttisina määrinä että prosentteina. Kirjasarjojen vertailussa käytetään enemmän prosentuaalista vertailua kuin lukumäärällistä, koska tehtävien määrät kirjoissa vaihtelevat ja prosenttimäärät ovat siksi käyttökelpoisempia. Ristiintaulukoinnista on tehty Khiin neliö -testi (Liite 1). Sen mukaan p-arvo on 0,056 eli se ylittää niukasti tilastollisen merkitsevyyden rajan ja on siis oireellinen.

TAULUKKO 2. Ristiintaulukointi geometriatehtävistä asteikolla suljettu / avoin.

			Suljettu/Avoin		Yhteensä
			Suljettu	Avoin	
Kirjasarja	Laskutaito	Määrä	36	4	40
		% Kirjasarjan sisällä	90,0%	10,0%	100,0%
	Matikkamatka	Määrä	69	7	76
		% Kirjasarjan sisällä	90,8%	9,2%	100,0%
	Tuhattaituri	Määrä	48	14	62
		% Kirjasarjan sisällä	77,4%	22,6%	100,0%
Yhteensä		Määrä	153	25	178
		% Kaikista	86,0%	14,0%	100,0%

Taulukosta nähdään, että kirjojen 178 geometrian tehtävästä suljettuja on 153 ja avoimia 25. Suljettuja tehtäviä on siis 86 prosenttia kaikista tehtävistä ja avoimia 14 prosenttia. Kirjasarjojen välisistä eroista merkittävin on Tuhattaiturin suhteellisen suuri avointen tehtävien määrä. Kun kahdessa muussa kirjasarjassa suljettuja tehtäviä on yli 90 prosenttia, on Tuhattaiturissa vastaava luku 77,4 prosenttia. Tuhattaiturin avointen tehtävien osuus on siis 22,6 prosenttia. Tässä kirjassa on enemmän avoimia geometrian tehtäviä kuin Laskutaidossa ja Matikkamatkassa yhteensä.

Kaiken kaikkiaan avointen tehtävien vähäisyys on silmiinpistävää. Avoimet tehtävät ovat erinomainen tapa tukea erilaisten oppijoiden oppimista. Rutiininomaisille tehtäville on tietenkin oma oikeutuksensa peruslaskutaidon opettelussa, ja tällaiset proseduraalista sujuvuutta vahvistavat tehtävät ovat usein suljettuja. Geometriassa uskoisi kuitenkin olevan mahdollista käyttää erilaisia luovuutta hyödyntäviä tehtäviä – esimerkiksi piirtäminen olisi tässä mielekäs vaihtoehto. Esimerkki avoimesta tehtävästä (s. 53–54) kuvastaa hyvin niitä mahdollisuuksia, joita geometria aiheena tarjoaa erilaisille tehtäville.



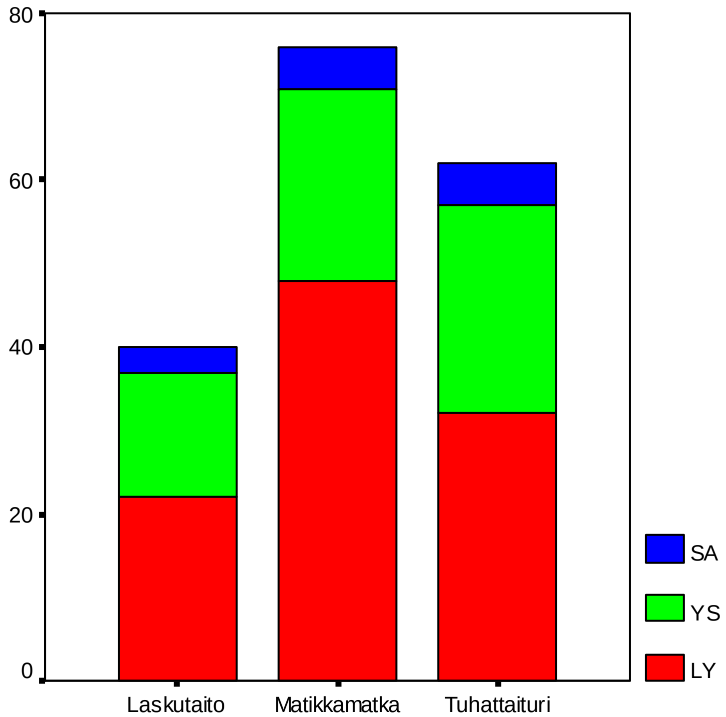
KUVIO 9. Geometriatehtävät kirjasarjoittain asteikolla suljettu / avoin.

Seuraavasta taulukosta selviää, mihin matemaattisen käyttäytymisen tasoon tehtävät kuuluvat. Kirjasarjojen välillä ei ole dramaattisia eroja, vaan kaikista on nähtävillä sama suuntaus: LY-tehtäviä on eniten, YS-tehtäviä hieman vähemmän, ja SA-tehtävät ovat yhden käden sormilla laskettavissa. Tämä suuntaus on sama kuin aikaisemmin tehdyissä tutkimuksissa (esim. Perkkilä 2002). Aikaisemman tutkimuksen perusteella osasimme siis odottaakin tämänsuuntaisia tuloksia. Tehtävät ovat mekaanisia, eikä niissä vaadita syvällistä analyysitason ajattelua. Täytyy tässäkin yhteydessä muistaa, että ensimmäisellä luokalla matematiikka on vielä tiettyjen perusasioiden harjoittelua, ja tästä syystä mekaanisetkin tehtävät ovat perusteltuja. Soveltamista ja analyysia vaativat tehtävät ovat kuitenkin niin vähissä (7,3 % tehtävistä), että niiden osuutta kasvattamalla kirjoista tulisi paljon monipuolisempia. Näin ne tukisivat paremmin erilaisten oppijoiden oppimista, ja koulumatematiikassa hyödynnettäisiin matemaattista ajattelua ja sen kehitystä huomattavasti runsaammin. Tässä kohdassa voidaan ajatella Kilpatrickin (ks luku 2.4) matemaattisen osaamisen osa-alueita. Proseduraalisen sujuvuuden tärkeys korostuu varhaisessa matematiikan opiskelussa. Tiettyjen proseduurien hallinta vasta mahdollistaa korkeammille tasoille pääsyn. Kuitenkin tähtäimenä pitää olla käsitteellisen ymmärtämisen tukeminen, ja se ei onnistu ilman haastavia ongelmanratkaisutehtäviä, joissa oppilaat toden teolla joutuvat keksimään muitakin ratkaisumalleja kuin vanhoihin kaavoihin ja ulkoa opittuihin sääntöihin nojautumisen.

TAULUKKO 3. Ristiintaulukointi geometriatehtävistä tehtäväluokittain.

			Tehtäväluokka			Yhteensä
			LY	YS	SA	
Kirjasarja	Laskutaito	Määrä	22	15	3	40
		% Kirjasarjan sisällä	55,0%	37,5%	7,5%	100,0%
	Matikkamatka	Määrä	48	23	5	76
		% Kirjasarjan sisällä	63,2%	30,3%	6,6%	100,0%
	Tuhattaituri	Määrä	32	25	5	62
		% Kirjasarjan sisällä	51,6%	40,3%	8,1%	100,0%
Yhteensä		Määrä	102	63	13	178
		% Kaikista	57,3%	35,4%	7,3%	100,0%

Kaikki kirjat huomioiden LY-tason tehtäviä on 57,3 prosenttia geometrian tehtävistä. Matikkamatkassa tämä keskiarvo ylittyy, ja muiden luokkien tehtäviä siinä onkin vähemmän kuin muissa kirjoissa. YS-tason tehtäviä on 35,4 prosenttia, kun taas kognitiiviselta tasoltaan haastavimpia SA-tason tehtäviä vain mainittu 7,3 prosenttia. Tehtävien luokittelua tarkasteltaessa tulee helposti mieleen, että tehtävät ovat varsin yksipuolisia ja mekaanisia. Hartikainen ym. (2001) pitävät tehtävien yksipuolisuutta ongelmana. Lasten luontaista kiinnostusta matematiikkaa kohtaan tulee pitää yllä tarjoamalla sopivan haasteellisia tehtäviä ja toimintoja (mt., 76). Tältäkin kannalta tarkasteltuna olisi hyvä, mikäli tehtävät eivät painottuisi liian selkeästi vain tietynlaisiin tehtävätyyppeihin. Tehtäväluokista tehdyn Khiin neliö -testin (Liite 1) mukaan kirjasarjojen väliset erot eivät ole tilastollisesti merkitseviä.



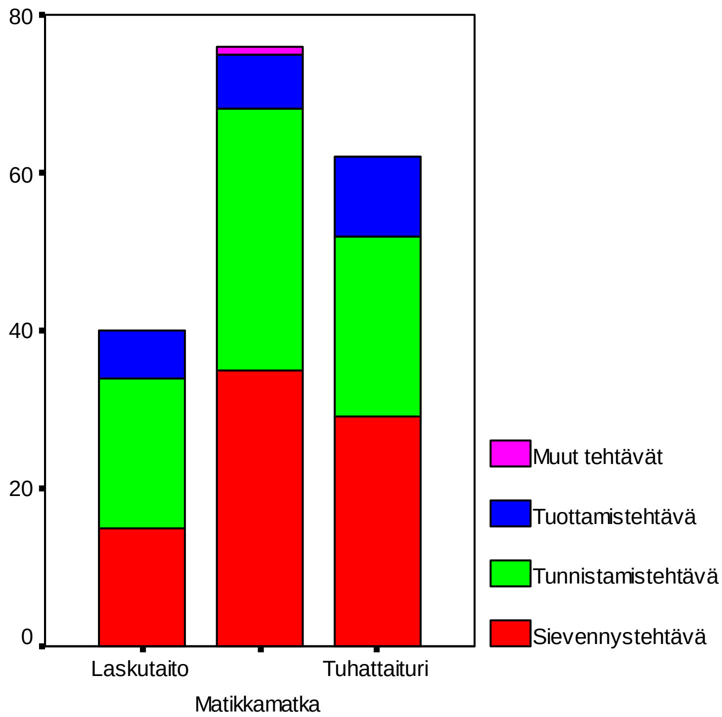
KUVIO 10. Kirjasarjojen geometriatehtävät tehtäväluokittain.

Viimeinen luokittelu tehtävien välillä oli jako sievennystehtäviin, tunnistamistehtäviin, tuottamistehtäviin ja muihin tehtäviin. Tämä jaottelu kertoo paljon tehtävien luonteesta. Sievennystehtävät ovat tyypillisesti mekaanisia ja sisältävät valmiin laskulausekkeen, kun taas tuottamistehtävän tuloksena on ratkaisijan oma ratkaisustrategia ja sen mukainen vastaus. Geometrian tehtäville ominainen tehtävätyyppi on tunnistamistehtävä. Tällaisessa tehtävässä mitataan ratkaisijan kykyä tunnistaa matemaattisten käsitteiden ominaispiirteitä. Tyypillisessä tunnistamistehtävässä nimetään, tunnistetaan ja yhdistellään annettuja objekteja niiden ominaispiirteiden perusteella. Tunnistamistehtävien suhteellisen suuri osuus on siis selitettävissä yhteensopivuudella asiasisällön kanssa. Monet geometrian tehtävät alkavat lauseella ”Mitkä seuraavista kuvioista ovat…” tai ”Mitkä seuraavista kuuluvat yhteen?”

TAULUKKO 4. Ristiintaulukointi geometriatehtävistä tehtävätyypeittäin.

			Tehtävätyyppi			
			Sievennyst ehtävä	Tunnistamis tehtävä	Tuottamist ehtävä	Yhteensä
Kirjasarja	Laskutaito	Määrä	15	19	6	40
		% Kirjasarjan sisällä	37,5%	47,5%	15,0%	100,0%
	Matikkamatka	Määrä	35	33	7	75
		% Kirjasarjan sisällä	46,7%	44,0%	9,3%	100,0%
	Tuhattaituri	Määrä	29	23	10	62
		% Kirjasarjan sisällä	46,8%	37,1%	16,1%	100,0%
Yhteensä		Määrä	79	75	23	177
		% Kaikista	44,6%	42,4%	13,0%	100,0%

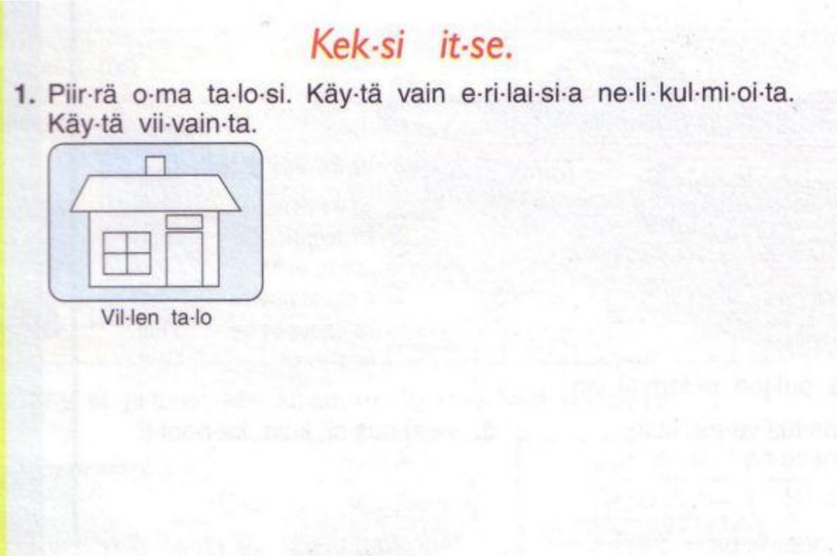
Edellä esitetystä syystä kaikkein mekaanisimpien tehtävien ylivalta on tässä katsannossa pienempi kuin LY/YS/SA-jaottelussa. Tunnistamistehtävien osuus on lähes yhtä suuri kuin sievennystehtävien – eroa on vain 2,3 prosenttiyksikköä. Laskutaito-kirjassa tunnistamistehtävien osuus on jopa sievennystehtäviä suurempi. Tuottamistehtävien määrä ei tässäkään luokittelussa ole suuri. Tämä puhuu samaa kieltä niiden tulosten kanssa, että avoimien tehtävien määrä on pieni ja analyysitason prosessointia ei edellytetä kuin ani harvassa tehtävässä. Kun omaa tuottamista ei edes geometrian osa-alueella ole kuin näin vähän, on sitä muilla matematiikan alueilla varmasti vähemmän. Geometriassa oma tuottaminen voi tapahtua piirrosten, suunnittelun, luokittelun ja monen muunkin asian yhteydessä. Yhden Matikkamatka-kirjan tehtävän sijoittaminen mihinkään näistä tehtävätyypeistä tuntui keinotekoiselta, joten kyseinen tehtävä on yksinään kohdassa muut tehtävät (ks. diagrammi alla). Ristiintaulukoinnista tämä yksittäinen tehtävä jätettiin pois, jotteivät tulokset sen takia vääristyisi. Ristiintaulukoinnista tehty Khiin neliö -testi osoittaa (Liite 1), että kirjasarjojen väliset erot eivät tässä suhteessa ole tilastollisesti merkitseviä. Tilastollisen merkitsevyyden kannalta geometriatehtäviä on kovin vähän. Suuremmissa aineistoissa tilastollista merkitsevyyttä löydetään helpommin.



KUVIO 11. Kirjasarjojen geometriatehtävät tehtävätyypeittäin.

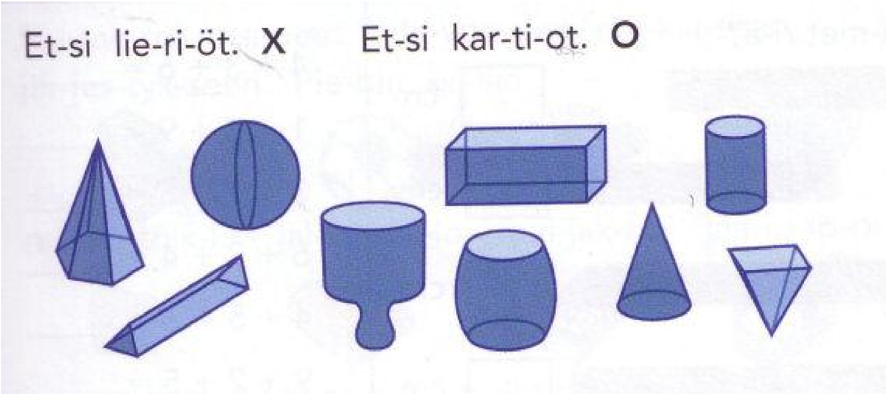
Esimerkkejä eritasoisista geometrian tehtävistä

Alla oleva Laskutaidon geometrian tehtävä on esimerkki avoimesta tehtävästä. Siinä oikeita vastauksia on rajaton määrä, ja hyvinkin erilaiset talot voivat olla täysin oikein tehtyjä.



KUVIO 12. Esimerkki avoimesta geometriatehtävästä. (Laskutaito 1 Kevätosa, s. 76.)

Talo on oikein ”rakennettu”, mikäli siinä on käytetty vain nelikulmioita eikä muita geometrisiä kuvioita ollenkaan. Esimerkkitehtävä on luokittelussamme sijoitettu kognitiivisesti korkeimpaan kategoriaan eli SA-tasolle. Tehtävän vaikeusaste tulee suhteuttaa siihen, että kyseessä on ensimmäisen luokan matematiikan kirja ja tehtävä on suunnattu noin 7-vuotiaille lapsille. Tässä tehtävässä täytyy hallita nelikulmion käsite niin hyvin, että pystyy käyttämään ja luomaan erilaisia nelikulmioita. Tällainen luovuus on tyypillinen piirre SA-tason tehtäville, joissa luovan matemaattisen käyttäytymisen myötä hankitaan keksimisen kokemuksia. Juuri tämän luovuuden elementin puolesta tehtävä on luokiteltu myös *tuottamistehtäväksi*. Pelkkä nelikulmion käsitteen tunnistaminen ei riitä, kun tehtävänä on itse kehitellä annettua matemaattista käsitettä käyttäen oma kuvallinen vastaus annettuun tehtävään..



KUVIO 13. Esimerkki suljetusta geometriatehtävästä. (Matikkamatka 1 Kevät, s. 133.)

Yllä olevassa tehtävässä on tarkoituksena erottaa lieriöt ja kartiot. Kyseessä on kotitehtävä, joka mittaa tunnilla opeteltua asiaa. Lieriöitä ja kartioita on tietty määrä, joten tehtävässä on vain yksi oikea vastaus eli se on niin sanottu suljettu tehtävä. Kyseessä on geometrian tehtäville tyypillinen *tunnistamistehtävä,* jossa ratkaisijan tulee osata tunnistaa tietyt matemaattiset käsitteet annetussa kontekstissa. Tunnistaminen ja nimeäminen tapahtuu annettujen objektien ominaispiirteiden avulla. Tässä tapauksessa näitä kartioiden ja lieriöiden ominaispiirteitä on juuri harjoiteltu tunnilla. Kognitiiviselta tasoltaan tehtävä edustaa luokittelussamme YS-tasoa. Tällaisia tehtäviä ei ole aivan ongelmatonta luokitella ja jokainen tapaus täytyykin käsitellä erikseen. Tässä tapauksessa katsomme, että soveltamistason elementtejä on sen verran, ettei tehtävä jää aivan LY-tasolle. Tehtävässä täytyy palauttaa mieleen relevanttia tietoa ja sääntöjä uusista matemaattisista kuvioista. Lisäksi lieriön ja kartion tunnistamisessa täytyy suorittaa vertailua, ennen kuin käsitteiden ominaispiirteistä on tullut rutiinia. Soveltamistasolle tyypillisesti tehtävä perustuu kuitenkin opittuihin asioihin ja edellisiin tehtäviin, joten todellinen siirtovaikutus eli transfer jää vähäiseksi.

5.3 Miten opettajan oppaat ja niihin liittyvä lisämateriaali tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä?

Kilpatrickin ym. (2001) matemaattisen osaamisen piirteitä kuvaava malli on esitelty tutkimuksen luvussa 2.4. Tässä luvussa käsittelemme jokaista piirrettä erikseen tarkoituksenamme selvittää, kuinka kyseistä piirrettä ja sen kehittymistä tuetaan tutkimissamme matematiikan kirjoissa. Tämä osuus on tehty ainoastaan kvalitatiivisesti. Koska matemaattisen osaamisen piirteet kytkeytyvät niin kiinteästi toisiinsa, ei kaikkia tehtäviä voida erottaa sillä perusteella, mitä piirrettä ne eniten tukevat. Samakin tehtävä voi tukea useita matemaattisen osaamisen piirteitä.

5.3.1 Käsitteellinen ymmärtäminen

Käsitteiden tunnistamisen, omaksumisen ja hallinnan opettelu on erityisen keskeistä matemaattisen ajattelun kehittymisessä (Hartikainen ym. 2001, 77). Käsitteiden avulla lapsi jäsentää ympäristöään. Matematiikassa käytetään matemaattista kieltä, joka on erilaista kuin arkikieli. Siksi on tärkeää, että kaikkinaista käsitteen muodostusta ja hallintaa tuetaan. Näin käsitteet vahvistuvat ja auttavat lasta eteenpäin. Lasten käsitteellistä sanavarastoa voidaan laajentaa esimerkiksi sanaleikkien, satujen ja lorujen avulla. Kun lapsi on ymmärtänyt käsitteen, hän voi käsitellä sitä sen eri ilmenemismuodoissa. Matemaattisella käsitteellä voi yleensä olla useita muotoja, kuten oikea tapahtuma, konkreettinen malli, puhuttu kieli tai symboli. (Mt., 76–79.)

Kilpatrickin ym. (2001) matemaattisen osaamisen mallissa *käsitteellisellä ymmärtämisellä* tarkoitetaan matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja relaatioiden ymmärtämistä. Käsitteelliseen ymmärtämiseen kykenevällä oppilaalla on jäsentynyt kokonaiskäsitys matematiikasta. Matematiikka ei silloin tarkoita vain ulkoa opittuja faktoja ja toimintatapoja. (Mt.)

Esi- ja alkuopetuksen matematiikassa kaikkien keskeisin asiasisältö on lukukäsitteen hallinta ja ymmärtäminen. Kunnollinen lukukäsitteen hallinta on edellytys myöhemmälle oppimiselle (Hartikainen ym. 2001). Aiheen tärkeyden huomaa myös kaikista tutkimistamme oppikirjoista. Lukukäsitteen syvälliseen oppimiseen tähtääviä harjoituksia on niin oppilaan kirjoissa kuin opettajan oppaissa. Kaikki kirjasarjat sisältävät numeroiden hajotelmia, ja niitä suositellaan käytettäväksi uuden numeron ja luvun opettelussa. Kunnollinen lukukäsitteen harjoituttaminen on alkuopetuksen matematiikassa askel kohti käsitteiden hallintaa, ja esimerkiksi Ikäheimon ja Riskun (2004, 225) mukaan liian varhainen symbolitasolle siirtyminen voi aiheuttaa puutteita keskeisten käsitteiden ymmärtämisessä ja hallinnassa. Symbolitasolle kiirehtiminen johtuu ennen kaikkea siitä, että perinteisesti yhteen- ja vähennyslaskua on pidetty niin sanottuna oikeana matematiikkana, johon on siirrytty lukukäsitevalmiuksien kustannuksella. (Mt, 225.) Uuden opetussuunnitelman mukaiset oppikirjat tuntuvat olevan tässä suhteessa edeltäjiään valveutuneempia. Yhteen- ja vähennyslaskuihin siirrytään vasta lukukäsitteeseen paneutumisen jälkeen.

Uuden käsitteen opettelu kannattaa aloittaa ilman oppikirjaa. Apuna voidaan käyttää erilaisia käsitteenmuodostusvälineitä. Tällainen kirjaton vaihe mahdollistaa käsitteen perusteellisen opettamisen ja antaa tarvittavaa lisäaikaa oppimiselle. (Ikäheimo & Risku 2004, 228.) Kaikki tutkimamme oppikirjat perustavat lukukäsitteen opettamisen tälle lähtökohdalle. Missään oppikirjassa ei mennä suoraan kirjan tehtäviin, vaan opettajaa kehotetaan tutustuttamaan oppilaita uusiin käsitteisiin ja asioihin muilla tavoilla. Ikäheimo & Risku (2004, 228) esittävät luettelon alkuopetuksen tärkeistä käsitteenmuodostusvälineistä. Niitä ovat esimerkiksi:

– palikat, joiden avulla opiskellaan lukualuetta 0 – 10
– lukusuora 0 – 20 ja 0 – 100
– 10-järjestelmävälineet, joiden avulla opiskellaan lukualuetta 0 – 1000
– värisauvat, joiden avulla opiskellaan lukualuetta 0 – 100
– loogiset palat, joiden avulla kehitetään loogista ajattelua
– mittaamiseen tarvittavat välineet ja
– geometrian käsitteitä havainnollistavat välineet.

Oppikirjojen lisämateriaaleihin kuuluu runsaasti tällaisia havainnollistamisvälineitä. Lisäksi opettajaa ohjeistetaan tekemään ja teettämään itse erilaista opetusmateriaalia. Esimerkiksi Laskutaito-kirjassa suositellaan, että kaikilla oppilailla olisi omassa käytössään kymmenen pientä palikkaa, joita voisi vapaasti käyttää laskemisen tukena. Matikkamatkassa leikkirahat toimivat lukumäärän konkretisoinnin apuna, ja Tuhattaiturissa oppilaiden omaan välineistöön suositellaan numerokortteja. Kaikkien kirjojen opettajan oppaissa on vinkkejä esimerkiksi siihen, kuinka lukukäsitteitä havainnollistetaan taulutyöskentelyllä. Edellä esitellyn luettelon välineistö esiintyy tutkimissamme oppikirjoissa kokonaisuudessaan.

Matikkamatkan opettajan oppaassa on esitelty käsitteenmuodostusprosessia kuvaava malli. Siinä siirrytään konkreeteista strategioista mentaalisiin strategioihin, ja viimeisenä etappina on automatisoitunut käsitteen hallinta. Puheella on keskeinen rooli tässä siirtymisessä konkreetista abstraktiin. Konkreetin toiminnan yhteydessä käytetyt tutut sanat auttavat lasta liittämään matematiikan käsitteet aiemmin omaksuttuihin käsitejärjestelmiin.

Geometriatehtävissä käsitteillä on suuri rooli. Koko geometrian ja mittaamisen osa-alue on lähtökohdiltaan täynnä erilaisia käsitteitä mittayksiköistä tasokuvioihin (muun muassa senttimetri, metri, kolmio, nelikulmio, ympyrä). Tällä sisältöalueella käsitteellistä ymmärtämistä pystytään vahvistamaan esimerkiksi *pidempi kuin*, *lyhyempi kuin* ja *samanpituinen* -käsitteillä. Kirjojen eräänlaisena perustehtävänä on esineiden luokittelu niiden pituuden perusteella. Joissakin tehtävissä oppilaan tulee arvioida kirjassa kuvattuja esineitä sen mukaan, onko esine pidempi kuin metri, lyhyempi kuin metri, vai noin yhden metrin mittainen. Tällaisessa tehtävässä oppilaan täytyy sisäistää, minkälaista konkreettista pituutta metrin käsite tarkoittaa. Pituuksien vertailua tapahtuu myös konkreettisten välineiden avulla. Ikäheimon ja Riskun (2004, 232–233) mukaan *vertailu*-symboliin johdattamisessa konkreettista vertailua voi seurata kuvallinen vaihe, jossa piirretään eri määrät vaikkapa hedelmiä tai eläimiä kahteen ryhmään. Ryhmien välille opetellaan tekemään vertailumerkkejä (><). Lopulta voidaan symbolivaiheessa vertailla keskenään lukuja (esimerkiksi 2<5).

5.3.2 Proseduraalinen sujuvuus

Proseduraalinen sujuvuus tarkoittaa sitä, että oppilas osaa käyttää matemaattisia menettelytapoja eli proseduureja tehokkaasti ja sujuvasti. Proseduurien sujuva käyttö edellyttää taitoa valita oikea proseduuri kulloiseenkin tilanteeseen, myös oikean apuvälineen valitseminen on olennainen taito. Kaikissa tilanteissa apuvälineitä ei kuitenkaan sovi käyttää, ja silloin proseduureja tulee osata soveltaa myös ilman niitä. (Kilpatrick ym. 2001, 121–124.)

Edellä esitelty käsitteellinen ymmärtäminen ja proseduraalinen sujuvuus kietoutuvat monin paikoin yhteen, eikä näitä kahta käsitettä voida irrottaa toisistaan. Käsitteellistä ymmärrystä ei synny ilman tiettyjen proseduurien hallitsemista, mutta proseduurien sujuva käyttö vaatii käsitteiden syvällistä ymmärtämistä. Käsitteen ymmärtämisen kyky auttaa oppilasta esimerkiksi havaitsemaan, jos väärän proseduurin käytön seurauksen saatu tulos on suuruusluokaltaan epärealistinen. (Kilpatrick ym. 121–123.)

Tutkimiemme oppikirjojen tehtävät painottuvat laskutaidon ja ymmärtämisen osa-alueelle ennemmin kuin soveltamisen ja analysoinnin (ks. luku 5.2). Tämän perusteella jo voidaan todeta, että proseduraalisen sujuvuuden hallinnalla on tärkeä rooli. Tehtävien suuri enemmistö koostuu perustaitojen harjoittelusta, ja käsitteellisen ymmärtämisen syventäminen on enemmänkin opettajan oppaan ja lisämateriaalin varassa. Nämä kaksi matemaattisen osaamisen piirrettä ovat kuitenkin niin kiinteässä vuorovaikutuksessa, että useissa tehtävissä ne tukevat toinen toistaan.

Proseduraalisen sujuvuuden kohdalla tulee esiin alkuopetuksen matematiikan erikoisluonne. Ensimmäisen luokan matemaattisesta sisällöstä huomattava osa on numeromerkin ja luvun käsitteen ymmärtämistä. Numeroa harjoiteltaessa lähdetään liikkeelle numeron piirtämisestä.

Tällainen tehtävä on tärkeä ajatellen jo lapsen hienomotorista kehitystä. Numeron piirtämistä on niin paljon, että taito automatisoituu ennen kuin numeroilla aletaan operoida laskutoimitusten parissa. Myös lukujonon kanssa toimitaan niin paljon, että lukujonon käsitteen ymmärtäminen ja lukujonoon liittyvät proseduurit kulkevat rinnakkain: käsitteen ymmärtäminen auttaa sujuvien proseduurien hallintaa. Ikäheimon ja Riskun mukaan (2004) matematiikan osaaminen syntyy kuin talo. Tiettyjen perustusten on oltava kunnossa, jotta niiden päälle voidaan myöhemmin rakentaa uutta oppimista. Koululaisen alkutaipaleella on siksi perusteltua harjoitella paljon niitä yksinkertaisia perusproseduureja, joita myöhemmin voidaan syventää osana käsitteellistä ymmärtämistä. Ensimmäisellä luokalla opetellaan myös yhteen- ja vähennyslaskun proseduureja. Vasta lukukäsitteen ja lukujonojen ymmärtäminen mahdollistaa sujuvan yhteen- ja vähennyslaskun opettelun.

5.3.3 Strateginen kompetenssi

Strategisella kompetenssilla tarkoitetaan ongelmanratkaisuun liittyviä kykyjä. Se ei tarkoita pelkästään ongelmien ratkaisemista vaan myös niiden muodostamista ja esittämistä. Olennainen piirre ongelmanratkaisussa on sen kytkeytyminen jokapäiväiseen elämään. Strategisesti taitavan oppilaan kykyihin kuuluu taito muotoilla ongelmat sellaisiksi, että ne voidaan ratkaista matemaattisin menetelmin. Strategiseen kompetenssiin lukeutuu monia metakognitiivisia ominaisuuksia: Oppilas ymmärtää, mitä hän jo etukäteen tietää ratkaistavasta ongelmasta ja mitä vielä tulisi selvittää, jotta ongelman voi ratkaista. Lisäksi oppilas valitsee ongelman selvittämisen kannalta sopivimman ratkaisumallin. (Kilpatrick ym. 2001, 124–129.)

Tutkimuksemme kohteena olevat oppikirjat eivät juurikaan sisällä kognitiivisesti haastavia ongelmanratkaisutehtäviä (vrt. luku 5.2). Osaksi tämä palautuu alkuopetuksen erityisluonteeseen, mutta kokonaan se ei selitä ongelmanratkaisutehtävien vähyyttä. Kaikissa oppikirjoissa nimittäin on strategista kompetenssia vahvistavia tehtäviä, mutta ne ovat lähes kokonaan opettajan oppaiden lisämateriaalina (vrt. luku 5.1). Oppilaan kirjojen perusteella tehdyt luokittelut osoittavat tehtävien yksipuolisuuden, mutta opettajan oppaita tarkasteltaessa tilanne näyttää valoisammalta. Kirjoissa on opettajan käyttöön annettu paljon erilaisia ongelma- ja pulmatehtäviä. Ne ovat pääsääntöisesti monipuolisia, ja niitä voidaan ratkaista joko yksin tai ryhmässä.

Opettajan oppaisiin erikseen merkityt ongelmanratkaisutehtävät eivät ole ainoa tapa vahvistaa oppilaiden strategisen kompetenssin kehittymistä – avoimet tehtävät ovat vaivaton tapa haastaa oppilaita oman ratkaisustrategian etsimiseen. Avoimen tehtävän ominaisuuksiin kuuluu, että oikeaan vastaukseen voi päästä monella eri tavalla, siis erilaisia proseduureja käyttäen. Strategisen kompetenssin vahvistuessa oppilas oppii käyttämään tehtävään parhaiten soveltuvaa proseduuria. Tässä mielessä on huomionarvoista, kuinka vähän oppilaan kirjassa – kirjasarjasta riippumatta – on avoimia tehtäviä (ks. luku 5.2).

5.3.4 Mukautuva päättely

Mukautuvaksi päättelyksi kutsutaan kykyä ratkaista erilaisia pulma- ja pähkinätehtäviä loogisen ajattelun, reflektoinnin, perustelun ja todistamisen avulla. Mukautuvaa päättelyä tarvitaan ennen kaikkea omien ratkaisumallien perustelussa ja kyvyssä yhdistää matematiikan ongelmia ja arkielämän tilanteita. (Kilpatrick ym. 2001, 129–131.)

Ensimmäisen luokan matematiikassa ei luonnollisestikaan voi olla kovin monimutkaista soveltamista vaativia ongelmanratkaisutehtäviä, joissa oppilaan täytyisi itse keksiä ratkaisumalli ja kyetä sen käyttöä perustelemaan. Toisaalta perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (Opetushallitus 2004) asetetaan kahdelle ensimmäiselle vuodelle tavoitteeksi, että oppilas oppisi perustelemaan ratkaisujaan ja päätelmiään (ks. luku 5.4). Tällainen omien ratkaisutapojen perustelu tulee esille ennen kaikkea pari- ja ryhmätehtävissä. Niissä oppilas joutuu ottamaan myös muiden esittämät ratkaisut huomioon ja vertailemaan niitä omiinsa. Ryhmätehtäviä on kaikissa tutkimissamme kirjoissa, mutta niiden määrä on vähäinen. Lisäksi oppilaan kirjan perustehtävissä niitä ei oikeastaan ole lainkaan vaan ne löytyvät lähinnä opettajan oppaiden lisätehtävistä. Toki esimerkiksi pohdintatehtävät voidaan välillä tehdä pareittain. Matikkamatkan ja Laskutaidon opettajan oppaiden johdannossa tähdennetään yhteistoiminnallisuuden merkitystä matematiikan oppimisessa.

Mukautuvaa päättelyä ei tarvita pelkästään ongelmanratkaisujen perustelemisessa. Sitä tarvitaan, kun matemaattisia ongelmia sovelletaan lapsen muuhun elämään (Kilpatrick ym. 2001, 129–131). Matematiikan kirjoissa monet tehtävät ja ongelmat on kytketty arkisiin asioihin ja tehtävien aiheet on poimittu lasten elämästä. Tehtävissä lasketaan leluja, tarrakirjan tarroja, pelejä, jalkapalloja ja monenlaisia asioita ja esineitä, jotka ovat lapsille tuttuja. Myös ongelma- ja pohdintatehtävät kytketään yleensä lapsen omaan kokemusmaailmaan, jolloin lapsen huomio kiinnittyy matematiikan ja arkielämän asioiden väliseen yhteyteen.

5.3.5 Yritteliäisyys ja matematiikkakuva

Matemaattisen osaamisen piirteet -mallissa (Kilpatrick ym., 2004) viimeisenä narunpäänä on *yritteliäisyys*, jota olemme täydentäneet Erkki Pehkosen (1998) määrittelemällä käsitteellä *matematiikkakuva*.

Yritteliäisyydellä tarkoitetaan niitä ominaisuuksia, jotka tekevät matematiikan opiskelusta mielekästä. Matematiikka tulisi nähdä hyödyllisenä ja järkevänä oppiaineena, jossa etenkin oppilaan omaa oppimisprosessia tulisi korostaa. Oppimiskokemus on siinä määrin arvokas, että oppilas uskoisi pystyvänsä oppimaan matematiikkaa ja luottaisi omiin kykyihinsä. Toisin sanoen oppilaalla tulee olla positiivinen kuva sekä matematiikasta ylipäänsä että itsestään matematiikan oppijana, jotta hän pystyisi mukautuvaan päättelyyn, hallitsisi sujuvasti proseduurit ja saavuttaisi syvällisen käsitteellisen ymmärtämisen. Yritteliäisyys on siis se ominaisuus, joka yhdistää kaikki muut osa-alueet. (Kilpatrick ym. 2004, 131–133.)

Pehkosen (1998) matematiikkakuva rakentuu yksilön uskomuksille matematiikasta. Uskomukset Pehkonen jakaa kolmeen luokkaan, jotka ovat:

1. uskomukset matematiikasta,
2. uskomukset itsestä matematiikan parissa sekä
3. uskomukset matematiikan opettamisesta ja oppimisesta.

Kolmannen kohdan voi jakaa vielä kahtia, mutta tässä yhteydessä näemme opettamisen ja oppimisen saman asian eri puolina. Uskomukset löytyvät tarkemmin luvusta 2.5.6.

Matematiikkakuva sisältää saman positiivisia oppimiskokemuksia korostavan näkökulman kuin yritteliäisyys Matemaattisen osaamisen piirteet -mallissa. Oppimiskokemukset vaikuttavat oppilaan matematiikkakuvaan, ja matematiikkakuva taas siihen, miten oppilas lähestyy uusia oppimistilanteita. Myös opettajan matematiikkakuvalla on merkitystä: jos opettajan matematiikkakuvan mukaan oppiminen tapahtuu parhaiten laskemalla, tulee tehtävien suorittamisesta keskeinen tapa opetella uusia asioita. (Pehkonen 1998, 29–30.)

Uskomukset matematiikasta ohjaavat oppilasta monin tavoin. Pehkosen (1998, 30) mukaan sellaiset oppilaat, joilla on pääsääntöisesti negatiivisia uskomuksia matematiikasta, päätyvät muita helpommin opettelemaan asioita ulkoa ymmärtämiseen tähtäävän opiskelun sijaan. Ei siis ole samantekevää, minkälainen käsitys matematiikasta oppilaalla on. Tässä kohdassa katseet kiinnittyvät esi- ja alkuopetukseen, jossa otetaan ensimmäiset askeleet matematiikan polulla. Vielä esikouluiässä lapsilla on pääsääntöisesti myönteinen kuva matematiikasta (Hartikainen ym. 2001), ja monen tutkimuksen mukaan lasta voi luonnostaan pitää matemaattisena olentona (Aunio, Hannula, Räsänen 2004). Koulumatematiikan haaste onkin pitää yllä lapsen luontaista kiinnostusta matematiikkaa kohtaan. Positiivista matematiikkakuvaa voidaan kehittää ainakin tarjoamalla lapselle sopivan haastavia tehtäviä, jolloin lapsi näkee matematiikan sekä hauskana että hyödyllisenä taitona (Hartikainen ym. 2001).

Monipuolisen matematiikkakuvan ja sopivan haasteellisten tehtävien tarjoaminen on varmasti huomioitu matematiikan oppikirjoja laadittaessa. Kaikkien tutkimiemme oppikirjojen ja opettajan lisämateriaalien lähtökohtana on lapsen oma kokemusmaailma. Lapsia motivoidaan omasta elämänpiiristä poimituilla esimerkeillä ja tilanteilla. Oppimateriaali on myös monipuolista, ja siinä huomioidaan toiminnallinen ja ennen kaikkea käytännönläheinen näkökulma matematiikan oppimiselle. Toisaalta, kuten jo aiemminkin on todettu, tämä monipuolisuus ei kaikilta osin päde oppilaan kirjan tehtäviin. Opettajan materiaali on kuitenkin vivahteikkaampaa ja sisältää runsaasti didaktisia vihjeitä opetuksen avuksi. Näiden vihjeiden avulla opettaja pystyy halutessaan siltaamaan oppilaiden arkielämän ja koulumatematiikan välistä kuilua.

Yksi esimerkki tavasta, jolla matematiikkaa on pyritty tuomaan esille mielekkäällä ja käytännöllisellä tavalla, on Matikkamatka-kirjassa oleva ”Eemelin riisisuklaat” -resepti. Leipominen on useille lapsille tuttua ja mukavaa puuhaa. Sen avulla saadaan tuotua matematiikkaa arkielämän tasolle kuin huomaamatta: reseptin ensimmäinen toimenpide on mitata ja sulattaa 200 grammaa suklaata. Näin aiemmin esillä ollut massan ja painon käsite tulee hyödylliseksi osata, mikäli aikoo leipoa kotona Eemelin riisisuklaita.

Tuhattaiturissa koko kirjan läpi jatkuvat kehyskertomukset ovat toinen esimerkki tavasta, jolla matematiikkaa voidaan tuoda lähelle oppilaan elämää. Tuntikokonaisuuteen liittyvä kehyskertomus johdattaa opettajan oppaan johdannon mukaan oppilaat pohtimaan kulloinkin opetettavaa asiaa. Kertomukset muodostavat yhteisen tarinan, jossa seikkailevat henkilöt tulevat oppilaille vuoden aikana tutuiksi. Kehyskertomus on esimerkiksi numeroa kahdeksan opeteltaessa sellainen, että päähenkilöt ajelevat autoradalla. Autorata on kahdeksikon muotoinen, ja lopulta tämä yhteys autoradan ja uuden opeteltavan numeron välillä huomataan. Näin opitaan ehkä helpommin muistamaan, minkä muotoinen on numero kahdeksan. Lisäksi tällainen vertaus, jossa autorata yhdistetään matematiikan opiskeluun, saattaa luoda positiivista matematiikkakuvaa pikkuautoista kiinnostuneille. Kaikissa tutkimissamme oppikirjossa oli suhteellisen paljon kauppaleikkeihin liittyvää matematiikkaa. Matikkamatkassa on opettajalle jopa teetetty valmis monistepohja leikkirahojen tekemiselle. Näitä rahoja voidaan käyttää monenlaisissa tehtävissä.

5.3.6 Yhteenveto matemaattisen osaamisen piirteistä

Kuten luvun alussa todettiin, matemaattisen osaamisen piirteitä on vaikea kokonaan erotella toisistaan. Edellä olemme kuitenkin hahmotelleet sitä, kuinka matemaattisen osaamisen piirteet näkyvät tutkimissamme oppikirjoissa. Kirjojen tarkastelussa on huomioitu oppilaiden ikä- ja kehitystaso, eikä kaikkien piirteiden tulkitseminen ole täysin mutkatonta. Ainakin strategisen kompetenssin ja mukautuvan päättelyn kohdalla on vaikea sanoa, mikä seitsenvuotiaan ollessa kyseessä on juuri sitä, mitä Matemaattisen osaamisen piirteet -mallissa (Kilpatrick ym. 2001) on tarkoitettu. Olemme kuitenkin jokaisen piirteen kohdalla miettineet, miten sen tyypilliset ominaisuudet näkyvät juuri kyseisellä ikäkaudella ja kyseisenlaisissa tehtävissä.

Kilpatrickin ym. (2001) matemaattisen osaamisen piirteistä proseduraalinen sujuvuus ja käsitteellinen ymmärtäminen ovat alkuopetuksen matematiikassa keskeisiä. Ensimmäisellä luokalla luodaan pohja myöhemmälle oppimiselle, ja sujuvan proseduurien hallinnan ja käsitteellisen ymmärtämisen avulla oppiminen saa hyvän perustan. Proseduureista puhuttaessa ensimmäisen kouluvuoden jälkeen ajankohtaisia ovat ainakin lukujonotaidot, numeromerkin piirtäminen, luokittelu, vertailu, järjestykseen asettaminen, helpohkot yhteen- ja vähennyslaskut sekä mittaaminen. Näiden perustavaa laatua olevien proseduurien sujuva hallinta perustuu runsaaseen toistoon. Automatisoituakseen ne kaipaavat kuitenkin käsitteellistä ymmärtämistä. Tutkimamme kirjat vahvistavat oppilaan käsitteellistä ymmärtämistä monin tavoin, ja käsitteenmuodostukselle on varattu paljon aikaa ja harjoitustehtäviä.

Kolmas tutkimillemme oppikirjoille ominainen piirre on positiivisen matematiikkakuvan luominen. Kaikkien kirjojen yleisilme on kaikkea muuta kuin harmaa ja teoreettinen. Opiskeltavia asioita yritetään myös kytkeä oppilaiden elämänpiiriin kuuluviin asioihin ja siten elävöittää ja tuoda matematiikkaa lähemmäksi jokapäiväistä elämää.

5.4 Miten oppimateriaali vastaa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin?

Olemme tarkastelleet tutkimuksessamme mukana olevien kirjasarjojen ensimmäisen luokan kirjoja. Niistä olemme tutkineet ja luokitelleet kaikki lukukäsitteeseen liittyvät tehtävät sekä geometrian ja mittaamisen alueisiin kuuluvat tehtävät. Lisäksi olemme tutkineet opettajan oppaiden tarjoamaa materiaalia ja oppilaan kirjojen kuvitusta. Tutkimusaineistoon tutustuessamme olemme tehneet myös huomioita siitä, kuinka perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 asettamat tavoite- ja sisältönormit on huomioitu matematiikan kirjoissa. Tämän luvun kaikki lainaukset ovat valtakunnallisesta peruskoulun opetussuunnitelman perusteista 2004.

”Matematiikan opetuksen tehtävänä on tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja matemaattisten käsitteiden sekä yleisimmin käytettyjen ratkaisumenetelmien oppimiseen.” Tällaisen matemaattisen perusosaamisen merkitys ensimmäisinä kouluvuosina on korostetun tärkeä, sanotaanhan vuosiluokkakohtaisissa tavoitteissakin 1-2-luokille, että yhtenä matematiikan opetuksen ydintehtävänä on ”---kokemusten hankkiminen matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden muodostumisen perustaksi”. Saamamme tulokset tukevat voimakkaasti sitä, että ensimmäisen vuosiluokan tehtävät ovat mekaanisia harjoitustehtäviä, joiden avulla luodaan vankkaa perustaa sujuvalle laskutaidolle. Tehtävien prosentuaalisesta jakautumisesta voidaan havaita, minkälaisiin toimintoihin ne oppilasta ohjaavat: Laskutaito-kirjan geometrian tehtävistä 55 prosenttia luokitellaan mekaanisiksi LY-tason tehtäviksi, jotka mittaavat lähinnä proseduraalista sujuvuutta. Tuhattaiturissa vastaava luku on 52 ja Matikkamatkassa 63 prosenttia. Lukukäsitteeseen keskittyvissä tehtävissä jakauma on vielä radikaalimpi, kun lähes kaikki tehtävät luokitellaan peruslaskutaitoa harjaannuttaviksi LY-tason tehtäviksi.

Edellä esitellyistä luvuista voidaan päätellä, että oppilaan perustason kehittyminen on ensimmäisen vuosiluokan kirjoissa pääpainona. Opetussuunnitelman perusteissa on kuitenkin koko liuta muita tavoitteita, jotka ovat aivan erilaisia kuin mekaanisen sujuvuuden kehittyminen. Opetussuunnitelmassa mainittuihin keskeisiin sisältöihin on tämän tutkimuksen puitteissa vaikea puuttua siksi, että sisällöt on määritelty kahdelle ensimmäiselle kouluvuodelle yhdessä, eikä ole ollenkaan tarkoitus opetella näitä sisältöjä vielä ensimmäisellä luokalla. Sen kuitenkin havaitsee sisältöjä tarkastellessa, että aika suuri osa niistä ainakin mainitaan jo ensimmäisellä luokalla. Toisen luokan matematiikan kirjoja käsittelevä tutkimus voisi paremminkin vastata siihen, löytyvätkö kirjoista kaikki opetussuunnitelmassa edellytetyt asiasisällöt. Tavoitteita sen sijaan on mielekkäämpi tarkastella, sillä ne liittyvät oleellisesti toisiinsa molemmilla luokilla – opetuksen tavoitteet tulee huomioida niin ensimmäisellä kuin toisellakin luokalla eikä niitä voi oleellisesti muuttaa kesken kaiken. Jos opetukselle on asetettu tiettyjä sosiaalisia ja kasvatuksellisia tavoitteita, on luonnollista huomioida ne jo ensimmäisellä luokalla.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa ensimmäiselle ja toiselle vuosiluokalle asetetaan selkeä tavoite matemaattisen ajattelun kehittymiselle. Ongelmia ei pelkästään ole tarkoitus saada ratkaistua vaan painotus on ongelmien ymmärtämisessä. ”Oppilas ymmärtää käsitteiden muodostavan rakenteita”, sanotaan tavoitteissa. Toinen matemaattista ajattelua vaativa tavoite on, että oppilas ”---oppii perustelemaan ratkaisujaan ja päätelmiään” ja ”---löytää ilmiöistä yhtäläisyyksiä ja eroja, säännönmukaisuuksia sekä syy-seuraussuhteita”. Tällaiset tavoitteet eivät toteudu, jos tehdään pelkästään LY-tason mekaanisia tehtäviä. Vasta soveltamistason tehtävissä voidaan edellyttää kykyä suorittaa vertailuja ja valintoja sekä analysoida tietoa. Matemaattinen todistaminen, kyky havaita suhteita ja muodostaa ja valikoida yleistyksiä kuuluvat vaativimman eli analyysitason tehtäviin. Tutkimuksessamme käytettävän luokittelun perusteella edellä mainitut asiat siis kuuluvat SA-tason otsakkeen alle. Näiden tehtävien vähyydestä kertoo se, että geometrian osuudessa niitä on Laskutaidossa 7,5 prosenttia tehtävistä, Tuhattaiturissa 8 prosenttia ja Matikkamatkassa vain 6,6 prosenttia. Lukukäsitetehtävissä niitä ei ole.

Toista luokittelutapaamme käyttämällä voidaan myös tarkastella, minkälaisia tavoitteita kirjan tehtävillä on. Sievennystehtävät tähtäävät mekaanisen laskutaidon harjaannuttamiseen. Näitä tehtäviä on kirjoissa paljon: Laskutaidossa 37,5 prosenttia geometriatehtävistä ja 87,7 prosenttia lukukäsitetehtävistä. Tuhattaiturissa vastaavat luvut ovat 46,8 ja 52 prosenttia ja Matikkamatkassa 46 ja 94,6 prosenttia.. Luvut kertovat, että tälläkin tavalla luokiteltuna tehtävät painottuvat mekaanisiin laskutehtäviin, jotka toteuttavat enemmän sitä tavoitetta, joka tähtää proseduraaliseen sujuvuuteen ja varmaan laskutaitoon. Opetuksen syvempiä matemaattisia tavoitteita esiintyy sen sijaan tuottamistehtäviksi luokiteltavissa tehtävissä. Ne mittaavat muun muassa ratkaisijan kykyä tunnistaa matemaattisia käsitteitä ja niiden ominaispiirteitä. Tällaisia tuottamistehtäviä löytyy geometrian tehtävistä jonkin verran. Laskutaidossa niitä on 15 prosenttia tehtävistä, Tuhattaiturissa 16,1 ja Matikkamatkassa 9,2 prosenttia. Nämä tehtävät olivat yleensä sellaisia, että niiden avulla harjaannutetaan geometristen kappaleiden ominaisuuksien tunnistamista ja näiden kappaleiden käyttöä uusissa konteksteissa. Niiltä osin ne vastaavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa asetettuihin tavoitteisiin. Painotus on kuitenkin selkeästi proseduraalisen sujuvuuden hallinnassa.

Näiden kahden tavoitteen – laskuvarmuuden ja toisaalta syvemmän matemaattisen ajattelun – lisäksi kahdelle ensimmäiselle vuosiluokalle asetetaan muitakin tavoitteita. Ensimmäisen luokan yhdeksi keskeiseksi tavoitteeksi voidaan asettaa monipuolisten kokemusten hankkiminen matemaattisten käsitteiden esittämisestä. ”Käsitteiden muodostusprosessissa keskeisiä ovat puhuttu ja kirjoitettu kieli, välineet ja symbolit.” Tehtävien suhteellisen yksipuolisesta luonteesta huolimatta kirjojen lisämateriaaliin kuuluu runsaasti toiminnallisia virikkeitä sisältäviä tehtäviä ja materiaalia, joka ohjaa apuvälineiden käyttöön. Lukukäsitettä havainnollistetaan symbolien avulla ja päässälaskujen apuna voidaan käyttää apuvälineitä. Kirjoista ainoastaan Matikkamatkan opettajan oppaassa mainitaan opetussuunnitelma, vaikka sen tavoitteet ja sisällöt kaikkien kirjojen johdannoissa on jotenkin huomioitu. Matikkamatkassa kerrotaan kirjan noudattavan uutta opetussuunnitelmaa viemällä oppilaat monipuolisten tehtävien pariin kehittämään taitojaan yksin ja yhteistoiminnallisesti. Kaikkien kirjojen lisämateriaali on kuitenkin toiminnallisempaa kuin perusmateriaali.

Ensimmäisen luokan eräänä keskeisenä sisältönä mainitaan keskittymisen, kuuntelemisen ja kommunikoinnin harjaannuttaminen. Tämä aspekti on huomioitu kaikissa kirjasarjoissa, ja se näkyy muun muassa sanallisten päässälaskujen suhteellisen suurena määränä. Niissä oppilas joutuu sekä keskittymään että kuuntelemaan huolella, jotta saa tehtävän ratkaistuksi. Kommunikointiin pyritään pari- ja ryhmätehtävien avulla. Niiden määrä on kuitenkin verrattain pieni – tehtävien luokittelusta nähdään, ettei näitä monipuolisia tehtävätyyppejä juurikaan oppilaan kirjoissa ole. Opettajan kirjoista ja muista lisämateriaaleista niitä löytyy, mutta niiden käyttö jää silloin opettajan harkinnan ja viitseliäisyyden varaan.

5.4.1 Lukukäsite

Lukukäsitteen muodostumiselle on asetettu valtakunnallisessa peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa 2004 tietyt sisällöt. Lukumäärät, lukusanat ja numerosymbolit on asetettu ensimmäiseksi sisällöksi tällä alueella. Lukukäsitetehtävien luokittelustakin voimme havaita, että tehtävät ovat luonteeltaan mekaanisia. Tämä johtuu osittain siitä, että tässä vaiheessa matemaattisen ajattelun muodostumista toistolla ja kertauksella on tärkeä merkitys. Kaikissa kirjasarjoissa on paljon numerosymboleihin, lukumääriin ja lukusanoihin tutustumista. Aina uuden numeron kohdalla lukumäärää ja uutta symbolia käsitellään perusteellisesti, ennen kuin luvuilla aletaan operoida muissa yhteyksissä.

Lukujen ominaisuuksiin tulee opetussuunnitelman perusteiden mukaan tutustua vertailun, luokittelun, järjestykseen asettamisen sekä lukujen hajottamisen ja kokoamisen avulla. Näitä ominaisuuksia harjoitetaan ensimmäisellä luokalla runsaasti. Jokaisen opeteltavan numeron kohdalla suoritetaan vertailuja (*Kuinka monta enemmän?* -tyylisiä tehtäviä), järjestetään lukuja suurimmasta pienimpään tai päinvastoin sekä vertaillaan uutta lukua aiemmin opittuihin. Opettajan oppaista löytyy luvun hajottamiseen ja kokoamiseen omat tehtävänsä kaikissa kirjasarjoissa.

Kaikkien opetussuunnitelman perusteiden kohtien tarkastelu ei ole mielekästä, koska sisällöt ja tavoitteet on asetettu yhteisesti luokille 1-2. Esimerkiksi kymmenjärjestelmän hallittuun osaamiseen tulee eväitä jo ensimmäisellä luokalla, mutta hyvän osaamisen kriteerinä se toimii vasta toisen luokan päättyessä. Pyrimmekin opetussuunnitelmaa tutkiessamme keskittymään niihin seikkoihin, jotka selkeästi kuuluvat ensimmäisen luokan sisältöihin.

5.4.2 Geometria

Ensimmäisen luokan geometrian tehtävien keskeinen sisältö painottuu ympäristössä olevien geometristen muotojen havainnointiin, kuvailuun ja nimeämiseen. Opetussuunnitelmassa mainitaan myös kaksiulotteisten ja kolmiulotteisten muotojen tunnistaminen, selostaminen ja nimeäminen. Oppikirjojen geometrian tehtävät rakentuvat juuri näiden asioiden opettelulle. Muotojen havainnointi on se lähtökohta, josta ensimmäisen luokan geometria alkaa. Erilaisia kappaleita havainnoidaan ja luokitellaan jo ennen kuin niitä edes osataan nimetä. Myöhemmin luokittelut tapahtuvat nimeämisen kanssa rinnakkain ja matemaattiset käsitteet saavat oikeat nimensä. Kirjojen ensimmäiset tunnistettavat tasokuviot tuntuvat olevan pallo, suorakulmainen särmiö, kolmio, lieriö ja kartio. ”Yksinkertaisia peilauksia ja suurennoksia” on myös nimetty kahden ensimmäisen vuosiluokan asiasisällöiksi. Tuhattaituri on tutkittavista kirjoista ainoa, jossa tätä aihetta käsitellään – joskin vain pintapuolisesti ja aiheeseen syventymättä.

Kaksiulotteisten muotojen tekeminen, piirtäminen ja jäljentäminen tuntuu olevan sellainen sisältö, joka opetellaan jo ensimmäisellä vuosiluokalla. Oppilaiden tulee kirjasarjasta riippumatta hallita esimerkiksi kolmioiden ja nelikulmioiden tekeminen ja luova käyttäminen geometrian osuuden loppuessa.

Myös mittaaminen kuuluu tutkimuksessamme geometrian alaan, vaikka se joissakin yhteyksissä nähdään omana kokonaisuutenaan. Mittaamisen periaate (kuinka monta kertaa mittayksikkö sisältyy mitattavaan?) tulee kaikissa kirjasarjoissa hyvin esille. Mittavälineiden ja -yksiköiden käyttäminen on myös mainittu opetussuunnitelman perusteissa, ja ensimmäisellä luokalla ainakin omaa sormea ja viivoitinta opetellaan käyttämään mittavälineinä ja senttimetriä yksikkönä. Mittaaminen ensimmäisellä luokalla perustuu pitkälti myös vertailun varaan: Kumpi on pidempi? Mikä reiteistä on pisin tai lyhyin? Kahden ensimmäisen vuosiluokan sisällöissä mainitaan sellaiset mitattavat ominaisuudet kuin pituus, massa, pinta-ala, tilavuus, aika ja hinta. Näistä pinta-alaa ja tilavuutta ei käsitellä ensimmäisellä luokalla, mutta muut esiintyvät kaikissa tutkimissamme kirjasarjoissa ainakin jossakin määrin.

5.5 Kirjojen kuvitus

Nykysuomen sanakirjan mukaan kuva on *"1. Pysyvä tasapintainen t. plastillinen esitys jostakin esineestä, henkilöstä, tapahtumasta tms. ... erik. a) piirros, maalaus, valokuva, tm. tasapintainen kuva."* Eri aineiden oppikirjat ovat nykyisellään täynnä mitä moninaisimpia kuvia, taulukoita ja kuvaajia.

Opetuskuvalla on ihmisen tiedonkäsittelyjärjestelmän eri vaiheissa tehtäviä, jotka saattavat olla vaatimuksiltaan keskenään ristiriitaisia. Siksi opettajan olisi tarkoin mietittävä, mihin tarkoitukseen hän aikoo kuvaa käyttää. Loistavasti toteutettu kuva voi muuttua oppimisen haitaksi, mikäli kuva ja sana eivät tue toisiaan. Millainen sitten hyvän opetuskuvan pitäisi olla ja miten se voisi vaikuttaa oppimisprosessin kannalta hedelmällisesti ja tukea oppimisprosessia? (Hatva 1986, 28.)

5.5.1 Näköhavainnosta hyväksi opetuskuvaksi

Aluksi kuva synnyttää pelkän näköhavainnon. Tähän riittää jonkinlainen valoisuus- tai värikontrasti. Jos kontrasti muodostaa riittävän kiinnostavan sisällön, se saattaa pysähdyttää katseen. Kuvamuisti taltioi hetkeksi verkkokalvolle projisoituneen kuvan, joka eliminoi kilpailevat katselukohteet, mikäli se on katselijan kannalta kiinnostava. (Hatva 1986, 29.)

Hyvä opetuskuva kokoaa opetuksen sisältöön liittyvää olennaista tietoa niin, että se vähentää pika- eli työmuistin kuormitusta. Jos kuvan antama informaatio on relevanttia tekstiin nähden, kuva ja sana täydentävät onnistuneesti toisiaan. Onnistunut oppimiskuva suuntaa tarkkaavaisuutta edelleen aktiiviseen synteesiin. Tällainen kuva orientoi katsojaa selkeästi syvällisemmin, ja se voi herättää assosiaatioita ja tuoda uusia näkökulmia opetukseen tai jopa luoda vertauskuvia jotka helpottavat tiedon integrointia kestomuistiin. (Hatva 1986, 29.)

Aivot pyrkivät kuvion tunnistamisen kautta analysoimaan kuvan sisältöä. Analysointi tapahtuu kontrastien, viivojen ominaisuuksien ja suuntien, värien ja tilavaikutelman mukaan. Kuvalta vaaditaan vähintäänkin, että kuvio erottuu taustastaan, on riittävän suuri, luo oikean tilavaikutelman ja on sommiteltu siten, että se ohjaa silmää ja ajatusta toivottuun suuntaan. (Hatva 1986, 29.)

Kuva, on se sitten oppikirjassa tai muualla, määritellään näköaistin varaan nojautuvaksi oppimateriaaliksi (Määttä 1984, 50). Tällaisen oppimateriaalin sisältö on varsin tärkeä. Kun oppilas avaa matematiikan kirjan aukeaman, hän näkee aukeamalla lukujen lisäksi myös kuvia. Erilaiset värilliset kuvat tulevat varmasti huomatuiksi ja olisi erittäin suotavaa, että näihin kuviin olisi upotettu opetettavan asian osasia.

Aikuisen ja lapsen suhde kuvaan on luonnollisesti hyvin erilainen. Lukuun ottamatta näköjärjestelmän biologista heikentymistä ihmisen vanhentuessa aikuisella on tukenaan lukutaito ja mahtavasti suurempi valmius käsitellä kuvallistakin tietoa. Lapsella käsitteet ovat aluksi hyvin epämääräisiä, kun taas aikuiselle on muodostunut suuri joukko erilaisia skeemoja, jotka mahdollistavat tiedon jäsentämistä ja kriittistä arviointia. Tämä voi olla haittakin, sillä aikuinen hylkää tai muuttaa ristiriitaista tietoa ennemmin kuin muuttaa omia uskomuksiaan. (Hatva 1986, 29.)

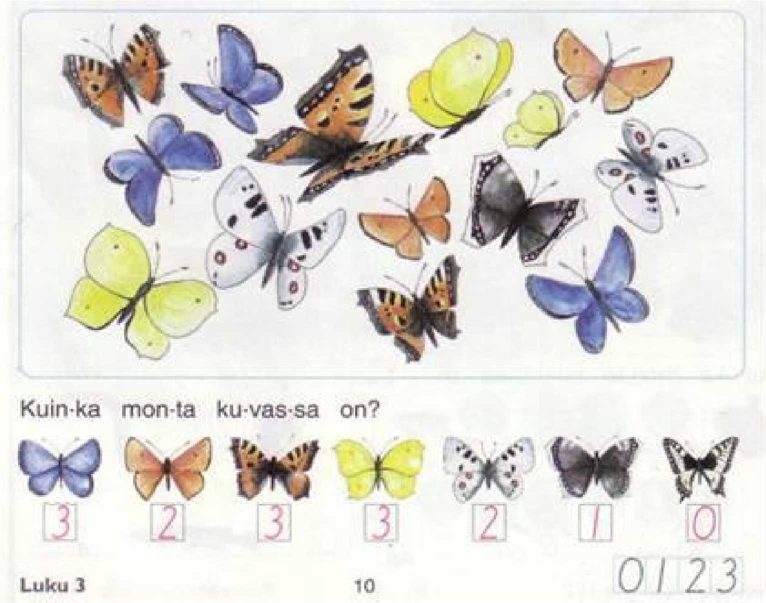
Kuvan voidaan sanoa kärsivän arvostuspulasta tekstiin nähden. Onhan yleistä, että koulussa läksy kuulustellaan vain tekstin osalta, eikä kuviin kiinnitetä juuri huomiota. Harvemmin niitä ainakaan annetaan läksyksi, kuten tekstiä. Kuvaa ei täten osata tehokkaasti hyödyntää ja käyttää tiedon lähteenä. (Nuorteva & Nurmi 1992.)

Nykytiedon mukaan kuva ja teksti kulkevat käsikkäin. Nykyisten paljon kuvia sisältävien oppikirjojen lukemisrytmi on muuttunut: tietojen käsittelytapa on yhä enemmän simultaaninen, rinnakkainen. Kuva ja teksti ovat sikäli rinnakkaiset ilmaukset, että kummatkin saavat aikaan kommunikaatioprosessin. (Esim. Hassi 1978; Eklund ym. 1982.)

Joidenkin tutkimusten mukaan (Hannus 1987; Hannus 1996.) nykyisissä oppikirjoissa on liikaa kuvia. Hannuksen (1996) mukaan kirjojen kuvitusta pitäisi vähentää. Laadukkaiden oppikirjatekstien määrää tulisi lisätä, sillä niiden avulla voidaan vahvistaa tietynikäisen oppilaan kielellistä ja käsitteiden määrittelyyn liittyvää kehitystä. Hannus esittää, että oppikirjojen kuvitusta voitaisiin vähentää jopa 60–70 prosentilla. (Hannus 1996, 147.)

5.5.2 Kuvien jaotteluperusteet

Tutkimuksessamme jaottelemme kuvat niiden funktion mukaan. Näin kaikille kuville löytyy verraten vaivattomasti selkeä ryhmä, johon ne kuuluvat. Jaottelumme perusteella kuvat voidaan jakaa neljään eri ryhmään: kuvatehtäviin, orientoiviin kuviin, apukuviin ja koristekuviin.

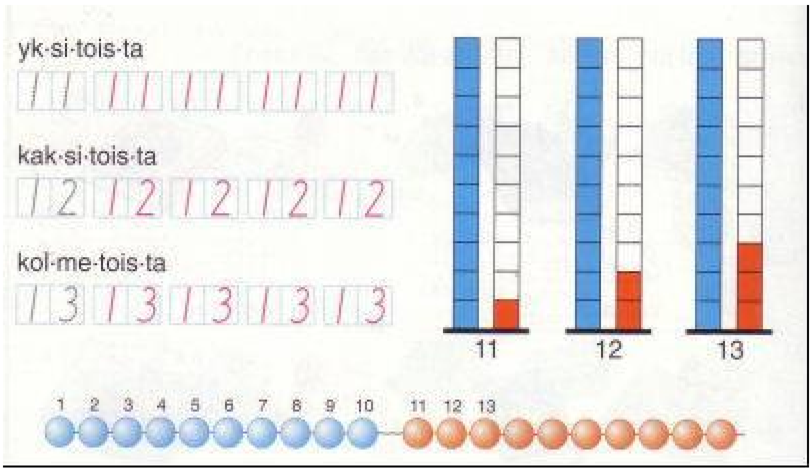


KUVIO 14. Esimerkki kuvatehtävästä. (Laskutaito 1 Syysosa, s. 10.)

Kuvatehtävät on ryhmistä itseselitteisin. Tähän ryhmään kuuluvat muun muassa ne tehtävät, joissa oppilaan tulee laskea, montako perhosta tai kolmiota kuvassa on. Samaten tehtävät, joissa pitää tunnistaa kuvasta erilaisia geometrisiä muotoja, on luokiteltu kuvatehtäviksi. Kuvatehtävien osuus kirjoissa on kaikista kuvista merkittävin.

KUVIO 15. Esimerkki orientoivasta kuvasta. (Laskutaito 1 Syysosa, s. 10.)

Orientoivat kuvat ovat kuvia, jotka johdattelevat opetettavaan aiheeseen. Tällaisia ovat esimerkiksi oppikirjan aukeamilta löytyvät aloituskuvat, joihin on vaikkapa numeron 3 yhteydessä sijoitettu useita esineitä joita on kolme kappaletta. Laskemme orientoivaksi kuvaksi myös sellaiset kuvat, jotka liittyvät opetettavaan aiheeseen laskujen aiheen kautta. Esimerkiksi kuva uivista koirista sellaisen laskutehtävän yhteydessä, jossa lasketaan uimamatkoja tai uimareiden määriä, on selkeästi aiheeseen orientoiva kuva. Samaten geometriatehtävien yhteydessä on kuvia, jotka muodostuvat pelkistä kolmioista tai nelikulmioista jne. Nämä ovat selkeästi opittavaan aiheeseen orientoivia kuvia.



KUVIO 16. Esimerkki apukuvasta. (Laskutaito 1 Syysosa, s. 74.)

Kolmannen ryhmän muodostavat niin sanotut *apukuvat*. Apukuviksi lasketaan esimerkiksi pallot tai pylväsdiagrammit, jotka konkretisoivat laskettavaa lukua. Esimerkiksi kuva 13 pallosta laskutehtävän (13-4=) yhteydessä auttaa oppilasta konkretisoimaan laskutehtävää. Laskutehtävästä selviää ilman kuvaakin, mutta kuvan näkeminen auttaa selkiyttämään ongelmaa ja tällöin laskutehtävän tuloksen ratkaisu yksinkertaistuu huomattavasti.


2. 1 + 1 = 2
11 + 1 = 12
1 + 2 = 3
11 + 2 = 13
2 + 1 = 3
12 + 1 = 13

3. 1 − 1 = 0
11 − 1 = 10
2 − 1 = 1
12 − 1 = 11
3 − 1 = 2
13 − 1 = 12

5. 3 + 10 = 13
2 + 10 = 12
2 + 11 = 13
1 + 12 = 13
1 + 11 = 12
0 + 12 = 12

KUVIO 17. Esimerkki koristekuvasta. (Laskutaito 1 Syysosa, s. 74.)

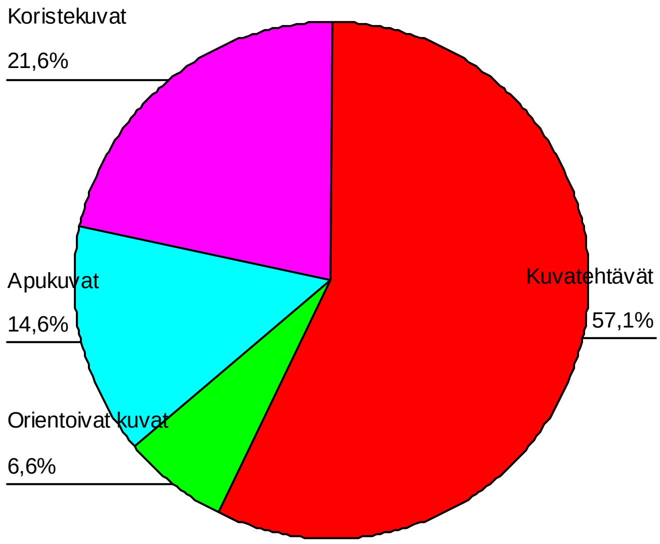
Neljännen ryhmän muodostavat *koristekuvat*, joille ei löydy muuta funktiota kuin toimia silmänilona. Näitä kuvia löytyy kirjoista sieltä täältä, eikä niillä ole jaottelumme perusteella muuta tarkoitusta kuin täyttää tyhjää tilaa kirjan aukeamalla. Niillä ei siis ole minkäänlaista orientoivaa funktiota eikä niistä ole apua tehtävien ratkaisussa.

5.5.3 Minkälainen on matematiikan oppikirjojen kuvitus?

Edellä on esitelty opetuskuvien tarkoitusta. Oppikirjojen kuvitukseen liittyvän teorian ja tutkimiemme kirjojen pohjalta luokittelimme kaikki kuvat, joita kirjojen lukukäsitteen ja geometrian alueilta löytyi. Edellisessä alaluvussa esitellyn luokittelun mukaan kaikki kuvat ovat siis joko kuvatehtäviä, orientoivia kuvia, apukuvia tai koristekuvia. Tässä luvussa esittelemme tuloksia kuvien luokittelusta. Aluksi käymme kirjakohtaisesti läpi, millä lailla kuvat jakautuvat missäkin kirjassa.

Laskutaito

Laskutaito-kirjassa tutkimiemme osa-alueiden kuvamäärä on 301. Näistä 279 (92,7 %) löytyy lukukäsitteen aihealueesta ja 22 (7,3 %) geometrian osuudesta. Suuren eron kuvien määrässä selittää pitkälti aihealueiden erilaisuus. Lukukäsitteen alue on monin verroin pidempi kuin geometrian. Lisäksi Laskutaidossa on muihin kirjoihin verrattuna huomattavan lyhyt geometrian osuus.



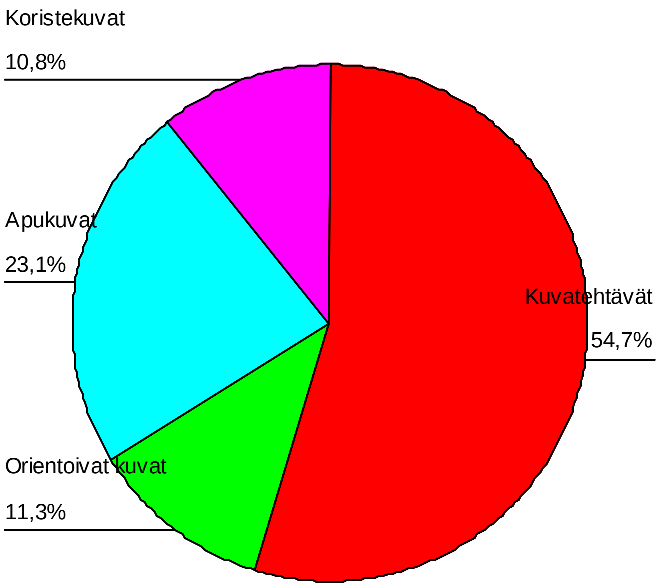
KUVIO 18. Kuvien jakautuminen Laskutaito-kirjassa.

Suurin osa Laskutaidon kuvista on kuvatehtäviä – siis sellaisia kokonaisuuksia, joissa kuva ja tehtävä liittyvät erottamattomasti toisiinsa eikä tehtävää voi ratkaista ilman kuvan sisältämää informaatiota. Tällaisia kuvia on 172 kappaletta – siis reilusti yli puolet kaikista kuvista (57,1 %). Orientoiviksi kuviksi Laskutaidossa luokiteltiin 20 ja apukuviksi 44 kuvaa. Silkkaa koristusta varten tässä kirjassa on 65 kuvaa, joten koristekuvat nousevat toiseksi suurimmaksi kuvien ryhmäksi kuvatehtävien jälkeen.

Matikkamatka

Matikkamatkan kuvat jakautuvat lukukäsitteen ja geometrian aihealueiden osalta tasaisemmin kuin Laskutaidon kuvat. Kuvia on yhteensä 212 kappaletta, ja lukukäsitteen osuudessa on kuvia 143 kappaletta, joka on 67,5 prosenttia kaikista kuvista. Geometrian osuudessa kuvia on 69 kappaletta eli 32,5 prosenttia kuvista. Laskutaidossa vastaavat luvut ovat 92, 7 prosenttia ja 7,3 prosenttia.

Kuvatehtävien osuus on samaa luokkaa kuin Laskutaidossa. Kuvatehtäviä on 116 kappaletta eli 54,7 prosenttia kaikista Matikkamatkan kuvista. Orientoivia kuvia on tässä kirjassa 24 kappaletta, ja apukuvia löytyy 49. Koristekuvien osuus on 23 kappaletta eli noin yksi kuva kymmenestä on kirjassa vain koristusta varten.

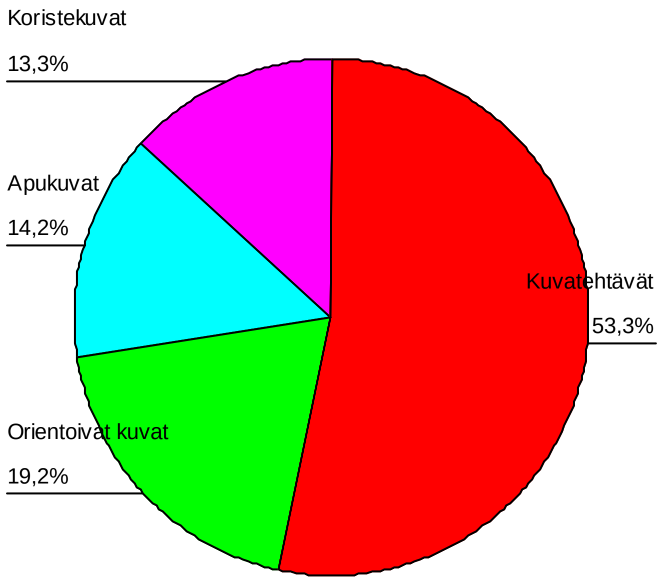


KUVIO 19. Kuvien jakautuminen Matikkamatka-kirjassa.

Tuhattaituri

Tuhattaituri-kirjassa on 120 kuvaa lukukäsitteen ja geometrian aihealueilla – selvästi pienin määrä tutkimistamme kirjoista. Selvä enemmistö kuvituksesta on tässäkin kirjassa lukukäsitteen osuudessa: 95 kuvaa eli 79,2 prosenttia löytyy lukukäsitteen sisältä ja 25 kuvaa eli 20,8 prosenttia geometrian osuudesta.

Kuvatehtävien osuus noudattaa Tuhattaiturissakin samaa linjaa kuin muissa kirjoissa: 64 kuvaa eli 53,3 prosenttia kaikista kuvista on kuvallisia tehtäviä. Orientoivia kuvia on 23 kappaletta, ja apukuvia kirjasta löytyy 17. Koristeena olevien kuvien osuus on 16 kappaletta eli 13,3 prosenttia tutkimiemme osuuksien kuvituksesta.



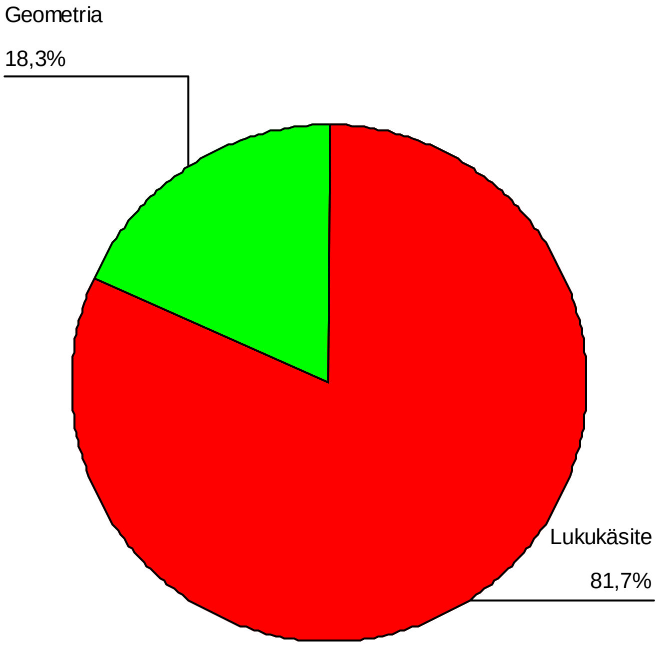
KUVIO 20. Kuvien jakautuminen Tuhattaituri-kirjassa.

Yhteenveto kirjojen kuvituksesta

Lukukäsitteen ja geometrian aihealueiden kuvitusta vertailtaessa voidaan huomata, että näistä aihealueista nimenomaan lukukäsitteen sisällä on paljon kuvitusta. Kaikkien kolmen kirjasarjan kuvista 81,7 prosenttia löytyy lukukäsitettä harjoituttavien tehtävien yhteydestä. Geometrian osuudessa vastaavasti on 18,3 prosenttia kuvista.

Lukukäsitealueen runsasta kuvien määrää selittää ainakin kaksi tekijää. Ensinnäkin geometrian alue on kaikissa kirjoissa huomattavasti pienempi kuin lukukäsitteen alue. Tämä on ensimmäisen luokan oppikirjoissa tietenkin luonnollista, onhan lukukäsitteen ja numeroiden oppiminen koko vuoden aihesisällöistä merkittävin. Esimerkiksi Laskutaito-kirjassa geometrian alue on pituudeltaan 42 oppikirjan sivua, kun taas lukukäsitettä opetellaan periaatteessa koko syksyn ajan, yhden kokonaisen kirjan verran. Näin se on toki muissakin kirjoissa. Lukukäsitteen ja yhteen- ja vähennyslaskun opettelua on koko syksy, kun taas geometria on vain yksi kevään aihealueista.

Aihealueiden luonteessakin on eroja. Vaikka geometria onkin hyvin visuaalista ja perustuu pitkälti erilaisiin kuvioihin ja kuviin, ei se välttämättä näy kuvien määrässä. Geometriassa on usein yksi iso kuva, johon tehtävä liittyy. Mahdollinen on esimerkiksi sellainen tehtävä, jossa aukeaman vasemmalla sivulla on koko sivun suuruinen kuva ja oikealla sivulla on kuvaan liittyviä tehtäviä. Lukukäsitetehtävissä sen sijaan on paljon pienempiä kuvia, ja uutta lukua usein havainnollistetaan erilaisin apukuvin. Tämä näkyy suurempana kuvien määränä lukukäsitetehtävien alueella.



KUVIO 21. Kirjasarjojen kuvien jakautuminen aihealueittain.

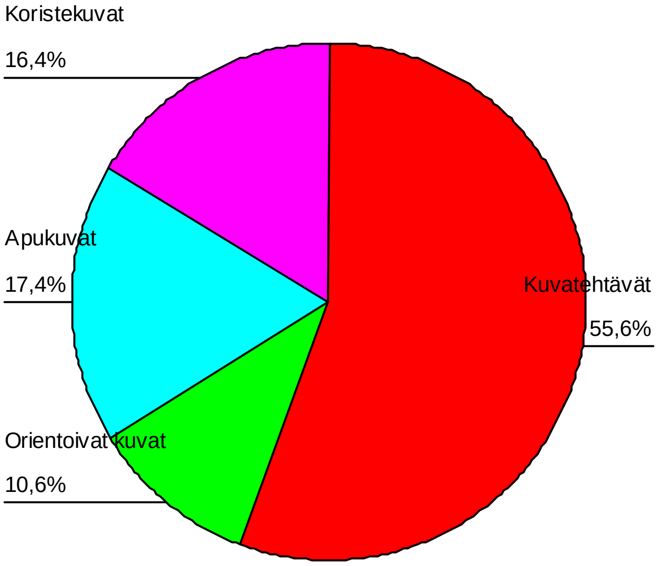
Lukukäsitealueen suuruus näkyy paitsi suurempana kuvien määränä, myös tehtävien määrässä (ks. luku 5.2). Selvimmin näiden aihealueiden välinen kokoero tulee esille Laskutaito-kirjassa, jonka kuvat jakautuvat niin, että lukukäsitealueella on 92,7 prosenttia kuvista ja geometrian alueella 7,3 prosenttia. Samassa kirjassa on nähtävissä myös geometriatehtävien vähäinen määrä – vain 40, kun muissa kirjoissa tehtävien määrä on 76 (Matikkamatka) ja 62 (Tuhattaituri).

Tutkittaessa kuvien luonnetta voidaan todeta, että hyvin suuri osa kirjojen kuvista on nimenomaan kuvatehtäviä. Kaikissa kirjoissa kuvatehtävien osuus kuvien kokonaismäärästä on yli puolet. Tuhattaiturissa osuus on pienin, 53,3 prosenttia, ja Laskutaidossa suurin, 57,1 prosenttia. Keskimäärin kuvatehtävien osuus kaikista kuvista on 55,6 prosenttia. Kirjojen välinen hajonta tässä suhteessa on siis vähäistä. Kuvatehtävien runsaus on huomionarvoinen asia. Kuvallisia tehtäviä on näiden kolmen tutkittavan kirjan lukukäsite- ja geometriatehtävissä yhteensä 352 kappaletta. Tämä havainto on yhteneväinen niiden tutkimustulosten kanssa, joiden mukaan oppikirjojen lukemisrytmi on muuttunut ja tietojen käsittelytavasta on tullut simultaaninen: teksti ja kuva kulkevat oppimisprosessissa rinnakkain (ks. luku 5.5.1). Opetuskuva on onnistunut vain, mikäli kuva ja sana tukevat toisiaan – huonosti toteutettu kuva voi viedä oppijan ajatukset harhapoluille (Hatva 1987).

Orientoivia kuvia kirjoissa on keskimäärin 10,6 prosenttia kaikista kuvista. Orientoivat kuvat on tarkoitettu virittämään oppilaan ajatukset uutta aihetta varten. Laskutaidossa on näitä orientoivia kuvia suhteellisesti vähiten: 6,6 prosenttia kirjan kuvista. Eniten niitä löytyy Tuhattaiturista: 19,2 prosenttia. Laskutaidon kuvista sen sijaan huomattavan suuri osuus on puhtaita koristekuvia, joilla ei ole mitään informatiivista sisältöä: 21,6 prosenttia. Laskutaidon kuvista luokitellaan tällaisiksi viihdyttäviksi oheiskuviksi. Muissa kirjoissa osuus on pienempi: Tuhattaiturissa 13,3 prosenttia ja Matikkamatkassa vain 10,8 prosenttia.

Koristekuvien merkitys oppikirjoissa on hieman kyseenalainen. Kuvan avulla voidaan kiistatta edistää oppimista ja tehostaa viestintää, mutta ongelmatonta sekään ei ole. Huonosti toteutettu kuva voi sekoittaa juuri muodostumassa olevaa käsitystä opiskeltavasta asiasta ja jopa häiritä koko ymmärtämistapahtumaa. Hyväkin kuva voi olla oppimistilanteelle haitallinen, jos se on esitetty väärässä tilanteessa. (Hatva 1987.) On hankala tulkita, milloin oppikirjassa on liikaa kuvia. Sopivasti esitetyt kuvat lisäävät kirjan kiinnostavuutta ja sitä kautta oppimista. Laskutaidon koristekuvat ovat enimmäkseen pieniä ja sijaitsevat sivujen reunoilla. Siinä mielessä ne tuskin häiritsevät oppimista. On kuitenkin muistettava, että on monenlaisia oppijoita – joillekin kuvien suuri määrä on enemmän haitaksi kuin toisille.

Neljäs kuvien luokka on niin sanotut apukuvat. Niiden tehtävänä on helpottaa tehtävän ratkaisemista, ikään kuin visualisoida tehtävä. Apukuvat toimivat usein samassa tarkoituksessa kuin muut abstraktia tehtävää konkretisoimaan tarkoitetut välineet, kuten palikat tai leikkirahat. Esimerkkinä apukuvasta voidaan mainita yhteenlasku, jossa numeroiden yläpuolelle on piirretty kyseinen määrä vaikkapa marjoja tai sieniä. Tällaisia apukuvia on kirjoissa keskimäärin 17,4 prosenttia kuvituksesta. Laskutaidossa ja Tuhattaiturissa niitä on lähes saman verran: Laskutaidossa 14,6 prosenttia ja Tuhattaiturissa 14,2 prosenttia kirjojen kuvista. Matikkamatkassa näitä apukuvia on eniten, 23,1 prosenttia kirjan kuvista. Teimme kirjojen kuvituksesta ristiintaulukoinnin ja Khiin neliö -testin, jonka mukaan kirjasarjojen väliset erot ovat tilastollisesti erittäin merkitseviä. Sama tulos, eli erittäin merkitsevä ero, on myös geometria- ja lukukäsitetehtävien välillä. (Liite 1)



KUVIO 22. Kuvien jakautuminen kuvatyypeittäin.

6 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS

Kaikessa tutkimustoiminnassa pyritään luonnollisesti välttämään virheitä, ja yksittäisessä tutkimuksessa onkin arvioitava tehdyn tutkimuksen luotettavuutta. Koska laadullinen tutkimus ei ole yksi yhteinen tutkimusperinne vaan se sisältää useita erilaisia perinteitä, on laadullisen tutkimuksen piirissä myös erilaisia käsityksiä tutkimuksen luotettavuuteen liittyvissä kysymyksissä. (Tuomi & Sarajärvi 2004, 131.)

Metodikirjallisuudessa tutkimusmenetelmien luotettavuutta kuvataan usein *validiteetin* ja *reliabiliteetin* käsittein. Ensin mainitulla tarkoitetaan sitä, että tutkimuksessa on tutkittu sitä, mitä on luvattukin, ja jälkimmäisellä tarkoitetaan tehdyn tutkimuksen toistettavuutta. Näiden käsitteiden käyttöä on kritisoitu laadullisen tutkimuksen yhteydessä kuitenkin suuresti – ennen kaikkea siksi, että ne ovat syntyneet määrällisen tutkimuksen piirissä ja vastaavat lähinnä sen tarpeisiin. Joissakin metodioppaissa ehdotetaan jopa näiden käsitteiden hylkäämistä laadullisen tutkimuksen luotettavuutta tarkasteltaessa. (Mt. 133 – 134.)

Laadullisen tutkimuksen lähtökohtana on tutkijan avoin subjektiviteetti. Tutkija itse onkin kvalitatiivisen tutkimuksen keskeinen tutkimusväline ja luotettavuuden kriteeri. Näin ollen luotettavuuden arviointi koskee koko tutkimusprosessia. Tässä on suuri ero verrattuna kvantitatiiviseen tutkimukseen, jossa luotettavuudella tarkoitetaan nimenomaan mittauksen luotettavuutta eikä tutkijan muita toimenpiteitä ole ollut tapana arvioida. Kvalitatiivisessa tutkimuksessa tutkimusraportit ovat paljon henkilökohtaisempia ja ne sisältävät enemmän tutkijan omaa pohdintaa. (Eskola & Suoranta 1998, 210 – 211.)

Tutkimuksessamme olemme pyrkineet avoimuuteen. Olemme selittäneet, mitä teemme ja miksi. Näin lukija voi itse määritellä tekemiemme ratkaisujen mielekkyyttä ja luotettavuutta. Luokitellessamme oppikirjojen tehtäviä olemme selostaneet, minkälaiset tehtävät kuuluvat mihinkin luokkaan ja antaneet tilanteen mukaan esimerkkejä tehtävätyypeistä. Luokittelurunko on MOT-hankkeen yhteinen, joten kaikki projektiin kuuluvat tutkimukset ovat sikäli vertailtavissa keskenään. Luokittelun runko on muokattu useasta aiheeseen liittyvästä teoriasta ja aikaisemmasta tutkimuksesta. Tehtävien luokittelu on esitelty siinä määrin selkeästi, että uskomme sen olevan toistettavissa tai käytettävissä jossakin uudessa kontekstissa.

Matematiikan oppimateriaalin tutkimus -hanke käynnistettiin Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen Hämeenlinnan yksikössä vuonna 2005. Mikään kustantamo ei ole rahoittanut tai tilannut tutkimusta. Tässä itsenäisessä tutkimushankkeessa on tutkittu kolmen eri kustantamon oppikirjoja, mikä lisää tulosten vertailtavuutta ja luotettavuutta. Projektin suhteellisen pitkä kesto on mahdollistanut hankkeen sisäisen tarkastelun, ja esimerkiksi tehtävien luokittelurunko syventyi tutkimuksen edetessä. Myös aineiston kvantifiointi – määrälliset tiedot erilaisten tehtävien osuuksista oppikirjoissa – otettiin mukaan täydentämään analyysia.

Tutkimusmenetelmien yhdistäminen on osa niin sanottua *triangulaatiota.* Eri metodien yhdistämisen lisäksi triangulaatiolla tarkoitetaan tutkimusotetta, jossa käytetään useita aineistoja, teorioita ja tutkijoita. (Ks. esim. Eskola & Suoranta 1998; Tuomi & Sarajärvi 2004.) Triangulaation käyttöä perustellaan sillä, että yksittäisellä tutkimusmenetelmällä on vaikea saada kattavaa kuvaa tutkimuskohteesta. Kun yksi tutkimusmenetelmä kuvaa kohdetta vain yhdestä näkökulmasta, voidaan useammalla menetelmällä korjata tätä luotettavuusongelmaa. (Eskola & Suoranta 1998, 68.)

Eskolan & Suorannan (1998) mukaan useamman kuin yhden tutkijan tutkiessa samaa asiaa on tutkijoiden neuvoteltava havainnoistaan ja näkemyksistään suhteellisen paljon. Heidän on myös päästävä yksimielisyyteen erilaisista tutkimukseen liittyvistä ratkaisuista, kuten aineiston hankinnasta, luokittelusta ja tulkinnasta sekä raportin kirjoittamisesta. Vaikka yhteistyö tutkijoiden välillä saattaa aiheuttaa myös vaikeuksia, nähdään useamman tutkijan monipuolistavan tutkimusta ja tarjoavan laajempia näkökulmia, jotka osoittautuvat usein tutkimuksen kannalta olennaisiksi. (Mt., 69.) Täten oman tutkimuksemme luotettavuutta lisää se, että tutkijoita on ollut kaksi. Jatkuvasti käymämme keskustelu on vähentänyt tutkimukseen liittyviä epäloogisuuksia ja jäsentänyt tutkimustamme.

7 JOHTOPÄÄTÖKSET JA POHDINTA

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli tutkia kolmen eri kustantajan matematiikan oppimateriaaleja. Tutkimus oli osa Matematiikan oppimateriaalin tutkimus -hanketta (MOT), jossa tutkittiin matematiikan oppimateriaaleja esikoulusta kuudennelle luokalle. Tässä tutkimuksessa tutkittiin ensimmäisen luokan materiaaleja, ja tarkoituksenamme oli tuottaa puolueeton arvio kolmen kustantajan matematiikan kirjoista.

Koska tutkimus oli osa suurempaa hanketta, saneli tämä hanke tietyt reunaehdot niin tutkimustehtäville kuin käyttämillemme tutkimusmenetelmille. Osatutkimusten yhdenmukaisuus mahdollistaa hankkeessa tehtyjen tutkimusten keskinäisen vertailtavuuden.

Opetushallitus julkaisi Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet vuonna 2004. Matematiikan oppimateriaaleista ei ollut tehty kattavaa tutkimusta tämän opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen. Tällä voidaan perustella MOT-hankkeen tarpeellisuus oppimateriaalitutkimuksen kentällä.

Tutkimustehtävistä kolme oli kaikille MOT-projektin tutkimuksille yhteisiä. Ensinnäkin tutkittiin oppilaan kirjan tehtäviä. Tehtävien luokittelua varten oli muodostettu luokittelurunko, jonka avulla kaikista tehtävistä pystyttiin tutkimaan kolme ulottuvuutta. Ensimmäiseksi tehtiin luokittelu sen mukaan, onko tehtävä avoin vai suljettu, eli onko siinä vain yksi oikea vastaus vai useampia oikeita tapoja ratkaista tehtävä ja saada siihen vastaus. Luokittelun toinen ulottuvuus koski tehtävän kognitiivista tasoa. Tarkoituksena oli selvittää, kuinka haastavaa ajattelua tehtävät oppilailta edellyttävät. Luokittelurungon kolmas dimensio täsmensi tehtävien luonnetta – tehtävien katsottiin olevan luonteeltaan joko sievennys-, tunnistamis- tai tuottamistehtäviä.

Toiseksi tutkittiin taustateoriaan nojaten (Kilpatrick ym. 2001; Pehkonen 1998), millä tavalla matematiikan oppimateriaali tukee matemaattisen osaamisen kehittymistä. Tässä katsannossa matemaattinen ajattelu rakentuu viidestä osatekijästä, ja tutkimus kohdistui näiden osatekijöiden keskinäisiin painotuseroihin oppimateriaaleissa.

Kolmanneksi pyrimme vastaamaan siihen kysymykseen, kuinka tutkimamme oppimateriaalit vastaavat uuden opetussuunnitelman asettamiin tavoitteisiin ja haasteisiin. Itse asettamamme tutkimustehtävä koski kirjojen kuvitusta. Kuvituksen luonnetta selvitettiin tekemämme kuvien luokittelurungon avulla.

Tutkimuksessa selvisi, että oppikirjojen tehtävät ovat pääosin suljettuja eikä niissä ole vaihtoehtoisia tapoja ratkaista ongelmaa. Kirjojen välillä oli tässä vain pieniä eroavaisuuksia, ja kaikissa kirjoissa oli nähtävissä sama suuntaus suljettujen tehtävien suuresta määrästä. Tehtävien kognitiivista haastavuutta tutkittaessa havaittiin selvä suuntaus: tehtävien suuri enemmistö oli kognitiiviselta vaikeustasoltaan vaatimattomia LY-tason tehtäviä. Näitä tehtäviä oli kaikissa kirjoissa eniten. Seuraavaksi eniten oli YS-tason tehtäviä, jotka edustavat hieman korkeampaa kognitiivista tasoa. Eniten soveltamista vaativia SA-tason tehtäviä, joissa osaamista pitäisi soveltaa uudenlaisiin ongelmiin, oli kaikissa kirjoissa vain muutama.

Tehtävien luonnetta analysoitaessa tulokset olivat melko lailla yhteneviä edellisten huomioiden kanssa. Mekaaniset sievennys- ja tunnistamistason tehtävät olivat yleisimpiä kaikissa kirjoissa. Tämänkin luokittelun haastavin tehtävätyyppi, tuottamistehtävät, oli kaikkein harvinaisin. Niitä oli kuitenkin hieman enemmän kuin SA-tason tehtäviä.

Edellä on jo käynyt selväksi tutkimuksemme tulokset tehtävien luokittelusta: valtaosa tehtävistä on suljettuja tehtäviä, jotka mittaavat lähinnä opeteltujen laskualgoritmien hallintaa ja asiatietojen muistamista. Kognitiivisesti haastavien tehtävien osuutta on mitattu peräti kahdella eri mittarilla, ja molemmat osoittavat korkeaa kognitiivista tasoa edellyttävien tehtävien olevan harvinaisia.

Tutkimuksessa on eritelty tehtävien luokittelu geometrian ja lukukäsitteen osalta. Tällä tavalla on pystytty välttämään vääristymisiä tuloksissa. Lukukäsitetehtävät ovat niin mekaanisia, ettei niissä ole vaihtelua juuri ollenkaan. Tämä on tietysti melko luonnollista, kun ottaa huomioon lukukäsitteen ja numeroiden opettelun erityisluonteen matematiikan asiasisältönä. Tehtävien oikeaa luonnetta onkin pystytty paljon selkeämmin analysoimaan geometrian tehtävissä. Molempien osa-alueiden kohdalla on hyvä muistaa, että tehtävien luokittelussa on mukana vain oppilaan kirjasta löytyvät tehtävät. Opettajan oppaan didaktisia vihjeitä esitellessämme huomasimme, että opettajan materiaalista löytyvät lisätehtävät, päässälaskut, ongelmatehtävät ja muut lisämateriaalit ovat monipuolisempia kuin oppilaan kirjan tehtävät. Usein eriyttävä materiaali löytyy juuri opettajan oppaan lisäsivuilta.

Matemaattisen osaamisen piirteitä tutkittaessa pari osa-aluetta korostui. Ensimmäisen luokan matematiikan voidaan melko selvästi sanoa perustuvan kahdelle matemaattisen osaamisen piirteelle: toisaalta harjoitutetaan proseduraalista sujuvuutta ja toisaalta käsitteellistä ymmärtämistä. Tämä on taustateorian (Kilpatrick ym. 2001) valossa perusteltua. Sujuva proseduurien hallinta on edellytys myöhemmälle oppimiselle, ja syvä käsitteellinen ymmärtäminen mahdollistaa sujuvan proseduurien käytön. Myös positiivisen matematiikkakuvan luominen on tutkimissamme kirjoissa huomioitu ja todettu tärkeäksi tekijäksi matematiikan oppimisessa.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2004) on oppikirjoissa huomioitu täsmällisesti. Asiasisällöt tulevat käsitellyksi, mutta tarkempaa analyysia vaikeuttaa se, että tavoitteet on kirjattu kahdelle ensimmäiselle vuodelle yhdessä. Erikseen ensimmäiselle vuodelle ei ole asetettu tavoitteita tai hyvän osaamisen kriteerejä. Ainoa opetussuunnitelman kohta, joka enemmän aiheuttaa pohdintaa, on yhteisöllisyyden korostaminen. Oppilaan kirjan tehtävät eivät juuri mahdollista pari- tai ryhmätöitä. Opettajan kirjan materiaali on kuitenkin tässä suhteessa tärkeä. Sen tehtävistä huomattava osa on toiminnallisia tehtäviä tai pari- / ryhmätöitä. Myös opettajan didaktisissa vihjeissä korostetaan yhdessä oppimisen merkitystä.

Oma tutkimustehtävämme oli tutkia kirjan kuvitusta. Tuloksemme kuvien määrästä oppikirjoissa on samansuuntainen aikaisemman tutkimuksen kanssa. Oppikirjojen lukutapa on nykyään siinä mielessä päällekkäinen, että kuva ja teksti kulkevat rinnakkain. Kuvituksen määrä kirjoissa on suuri, vaikka kirjojen välillä onkin vaihtelua. Tuhattaiturissa on vähiten kuvia ja Laskutaidossa eniten. Kuvatyypeistä apukuvilla on oma erityistarkoituksensa: konkretisoida abstrakteja tehtäviä. Apukuvien merkitys on hieman sama kuin erilaisilla palikoilla, leikkirahoilla ja numerokorteilla, joilla helpotetaan tehtävien ratkaisemista. Näiden apukuvien määrä on varsin perusteltu, ja ne ovat varsinkin alkuopetuksessa tärkeitä, koska oppilaan oma hahmotuskyky on vielä vajavainen. Kirjojen kuvituksessa ehkä suurin ero oli Laskutaidon suuri koristekuvien määrä. Näiden kuvien ongelmallisuus on tiedossa, ja joissakin tapauksissa suuri koristekuvien määrä saattaa enemmänkin olla haitaksi kuin hyödyksi oppilaan ajatusten kiinnittyessä muuhun kuin olennaiseen.

Tutkimuksessamme kaikkein suurimman haasteen toi tutkimuksen laajuus. Tutkimustehtäviä oli neljä, ja niitä kaikkia olisi voinut tutkia paljon syvällisemminkin kuin mihin nyt pystyttiin. Tehtävien rajaaminen olikin keskeistä tutkimuksen onnistumisen kannalta. Tässä pro gradu -työssämme onnistuimme mielestämme tuottamaan käyttökelpoisen analyysin tämänhetkisistä matematiikan oppimateriaaleista ensimmäisellä luokalla. Yhdessä MOT-projektin muiden töiden kanssa tutkimus on uskoaksemme ollut tuloksekas. Hankkeen avulla on saatu kattava kuvaus matematiikan oppimateriaaleista, mistä voi olla hyötyä myös käytännön tasolla. Oppimateriaalin tutkimus voi osoittaa sekä hyviä että huonoja puolia oppimateriaaleissa. Tässä tutkimuksessa saadut tulokset ovat samansuuntaisia aiemmin MOT-hankkeessa valmistuneiden tutkimusten kanssa, joissa tehtävien yksipuolisuus on noussut keskeiseksi havainnoksi (ks. Korvenoja & Laaksonen 2007; Ollikainen & Rossi 2007).

On mielenkiintoista ajatella, millä tavalla tehtävien monipuolistaminen voisi parantaa matematiikan oppimistuloksia jatkossa. Oppimateriaalitutkimusta olisi hyvä tehdä aina kun uutta oppimateriaalia on saatavilla. Sähköisien oppimateriaalien käyttämistä matematiikan opetuksessa olisi myös syytä tutkia. Jatkotutkimuksen kannalta kuvitukseen liittyvät aiheet voisivat olla mahdollisia. Olisi ollut mielenkiintoista tutkia kuvien merkitystä enemmänkin. Tässä tutkimuksessa resurssit eivät riittäneet tämän tarkempaan kuva-analyysiin, mutta kysymyksiä jäi kyllä kytemään useitakin. Kuvien määrä kaikessa nykyisessä viestinnässä on niin suuri, että perinteiset oppimateriaalit ovat olleet uuden haasteen edessä. Kuvien käyttöä opetusmielessä on tutkittu verrattain vähän, joten opetuskuvien käytön tutkimiselle olisi mielestämme tarvetta. Mielenkiintoista olisi myös tutkia, kuinka paljon matematiikan oppikirjoista pystyisi poistamaan ylimääräistä kuvitusta. Myös hyppäys esiopetuksen matematiikan opetuksesta perusopetuksen ensimmäisen luokan oppisisältöihin olisi varteenotettava tarkemman tutkimuksen kohde.

LÄHTEET

Ahtineva, A. 2000. Oppikirja – tiedon välittäjä ja opintojen innoittaja? Lukion kemian oppikirja – Kemian maailma 1 – tiedonkäsitys ja käyttökokemukset. Turun yliopisto. Annales Universitatis Turkuensis C 164. Kasvatustieteiden tiedekunta, Turun opettajankoulutuslaitos.

Alasuutari, P. 1999. Laadullinen tutkimus. Jyväskylä: Osuuskunta Vastapaino.

Aunio, P., Hannula M-M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 198 – 221.

Brotherus, A., Hytönen, J & Krokfors, L. 2002. Esi- ja alkuopetuksen didaktiikka. Juva: WSOY.

Brunell, V. & Kupari, P. (toim.) 1993. Peruskoulu oppimisympäristönä. Kasvatustieteiden tutkimuslaitos. Jyväskylän yliopisto

Eklund, S. & Lassen, L. & Möller, Y. 1982. Lärarhandledning till bildboken. Kristianstad: Kristianstads boktryckeri.

Engeström, Y. 1990. Perustietoa Opetuksesta. 2.-5. painos. Valtiovarainministeriö. Valtion painatuskeskus.

Eskola, J & Suoranta, J. 1998. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Jyväskylä: Osuuskunta Vastapaino.

Hannus, M. 1987. Kuvanerittelytaidon kehittyminen oppilaan ja materiaalin vuorovaikutuksessa. Lisensiaattitutkimus. Turun yliopisto. Psykologian laitos.

Hannus, M. 1996. Oppikirjan kuvitus – koriste vai ymmärtämisen apu. Turun yliopiston julkaisuja C 122.

Hartikainen, S., Vuorio, J-M., Mattinen, A., Leppävuori, S-L., Pahkin, L. 2001. Matematiikka. Teoksessa Högström, B. & Saloranta, O. (toim.) Esiopetus tavoitteellisen oppimispolun alkuna. Jyväskylä: Gummerus kirjapaino Oy. Opetushallitus, 76–95.

Hassi, A. 1978. Oppikirjan kuva. Valokuvauksen vuosikirja 1978. Helsinki: Suomen valokuvataiteen säätiö.

Hatva, A. 1986. Opetuskuvan tehtävät ja suunnittelu. Aikuiskasvatus 1/1986. Kansanvalistusseura ja Aikuistutkimuksen tutkimusseura. Oriveden Sanomalehti Oy – Kirjapaino, 28–33.

Hatva, A. 1987. Kuva – hyvä renki, huono isäntä. Porvoo: Oy Urex.

Heinonen, J-P. 2005. Opetussuunnitelmat vai oppimateriaalit. Peruskoulun opettajien käsityksiä opetussuunnitelmien ja oppimateriaalien merkityksestä opetuksessa. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto.

Hännikäinen, M. & Rasku-Puttonen, H. 2001. Piaget´n ja Vygotskin merkitys varhaiskasvatuksessa. Teoksessa Karila, K., Kinos, J. & Virtanen, J. (toim.) Varhaiskasvatuksen teoriasuuntauksia. Juva: PS-Kustannus, 158–183.

Ikäheimo, H. & Risku, A-M. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksesta. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 222 – 240.

Joutsenlahti, J. 2005. Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä: 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. Acta Universitatis Tamperensis 1061.

Kangasniemi, E. 1989. Opetussuunnitelma ja matematiikan koulusaavutukset. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 28.

Kilpatrick, J., Swafford J. & Findell, B.(toim.) 2001. Adding it Up: Helping Children learn Mathematics. Washington D.C.: National Academy Press.

Korvenoja, H. & Laaksonen, K. 2007. Kauppaleikkejä ja proseduraalista sujuvuutta. Analyysi esiopetuksen matematiikan oppimateriaaleista. Pro gradu -tutkielma. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

Kuusisto, J. 1989. Oppimateriaalit peruskoulun ala- ja yläasteella 1988. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A 26.

Lehto, J-E. 2005. Konstruktivismi peruskoulun didaktiikan ohjenuoraksi? Kriittinen katsaus eräisiin suomalaisiin sovellutuksiin. Kasvatus 36 (1), 7–19.

Lester, F. & Lambdin, D. 2004. Teaching Mathematics Through Problem Solving. Teoksessa Clarke B., Clarke, D., Emanuelsson, G. Johansson, B., Lambdin, D., Lester, F., Wallby, A. & Wallby, K. (toim.) International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics. Göteborg: Göteborg University, 189-204.

Miller, P. H. 2002. Theories of Developmental Psychology. Fourth edition. Worth Publishers: New York.

Määttä, K. 1984. Oppimateriaalin käyttö ja valinta. Lapin korkeakoulun kasvatustieteiden osaston julkaisuja. Sarja C, Opintojulkaisuja nro 4.

Nuorteva, N. & Nurmi, E. 1992. Katso kuvaa! Oppikirjan kuva-analyysi. Tampereen yliopisto, kasvatustieteiden tiedekunta. Kasvatustieteen projektitutkielma.

Ollikainen, T. & Rossi, J. 2007. Puuduttavia rutiineja vai oivaltavaa oppimista? Analyysi perusopetuksen kolmannen luokan matematiikan oppikirjoista. Pro gradu -tutkielma. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

Opetushallitus 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. Opetushallitus: Vammala.

Pehkonen, E. 1998. Uskomukset matematiikan tunneilla. Niiden hyödyt ja haitat matematiikan oppimiselle. Dimensio 5 (62). 29–32.

Perkkilä, P. 1999. Kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan didaktinen analyysi. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Lisensiaatintyö

Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

Piaget, J. 1988. Lapsi maailmansa rakentajana. Juva: WSOY.

Puolimatka, T. 2002. Opetuksen teoria. Konstruktivismista realismiin. Vammala: Kustannusosakeyhtiö Tammi.

Sadeniemi, M. ym. 1985. Nykysuomen sanakirja. Suomalaisen kirjallisuuden seura. Porvoo: WSOY.

Tuomi, J. & Sarajärvi, A. 2002. Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Kustannusosakeyhtiö Tammi.

Törnroos, J. 2005. Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset – seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylän yliopisto.

Vilkko-Riihelä, A. 1999. Psyyke – Psykologian käsikirja. Porvoo: WSOY.

Wilson, J. 1971. Evaluation of Learning Secondary School Mathematics. Teoksessa Bloom, B., Hastings, T. & Madaus, G. (toim.) Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. New York: McGraw-Hill, 643-695.

Analysoitu aineisto

Rikala, S., Sintonen, A.-M. & Uus-Leponiemi, T. 2003. Laskutaito1. Opettajan kirja. Kevätosa. Porvoo: Werner Söderström Osakeyhtiö.

Rikala, S., Sintonen, A.-M. & Uus-Leponiemi, T. 2002. Laskutaito1. Opettajan kirja. Syysosa. Porvoo: Werner Söderström Osakeyhtiö.

Lilli, M., Putkonen, H., & Sinnemäki, J. 2002. Matikkamatka 1. Opettajan opas. Syksy. Hämeenlinna: Kustannusosakeyhtiö Tammi.

Lilli, M., Putkonen, H., & Sinnemäki, J. 2002. Matikkamatka 1. Opettajan opas. Kevät. Hämeenlinna: Kustannusosakeyhtiö Tammi.

Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A., Vehmas, P. & Voima, J. 2004. Tuhattaituri 1a. Opettajan opas. Keuruu: Kustannusosakeyhtiö Otava.

Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A., Vehmas, P. & Voima, J. 2004. Tuhattaituri 1b. Opettajan opas. Keuruu: Kustannusosakeyhtiö Otava.

Tehtävien analysoinnissa käytetyt ristiintaulukoinnit ja niiden luotettavuustarkastelussa käytetyt Pearsonin Khiin neliö -testit.

Lukukäsitetehtävien ristiintaulukointi akselilla suljettu/avoin ja siitä tehty Khiin neliö -testi.

Kirjasarja * Suljettu/Avoin Ristiintaulukointi

			Suljettu/Avoin		Yhteensä
			Suljettu	Avoin	
Kirjasarja	Laskutaito	Määrä	123	7	130
		% Kirjasarjan sisällä	94,6%	5,4%	100,0%
	Matikkamatka	Määrä	164	3	167
		% Kirjasarjan sisällä	98,2%	1,8%	100,0%
	Tuhattaituri	Määrä	146	1	147
		% Kirjasarjan sisällä	99,3%	,7%	100,0%
Yhteensä		Määrä	433	11	444
		% Kaikista	97,5%	2,5%	100,0%

Khiin neliö -testi

	Khiin neliö	Vapausaste	p-arvo
Pearson Chi-Square	6,833(a)	2	,033
N of Valid Cases	444		

a 3 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 3,22.

Lukukäsitetehtävien ristiintaulukointi tehtävätyypeittäin ja siitä tehty Khiin neliö -testi.

Kirjasarja *Tehtävätyyppi Ristiintaulukointi

			Tehtävätyyppi			
			Sievennystehtävä	Tunnistamistehtävä	Tuottamistehtävä	Yhteensä
Kirjasarja	Laskutaito	Määrä	114	11	5	130
		% Kirjasarjan sisällä	87,7%	8,5%	3,8%	100,0%
	Matikkamatka	Määrä	158	9	0	167
		% Kirjasarjan sisällä	94,6%	5,4%	,0%	100,0%
	Tuhattaituri	Määrä	81	54	12	147
		% Kirjasarjan sisällä	55,1%	36,7%	8,2%	100,0%
Yhteensä		Määrä	353	74	17	444
		% Kaikista	79,5%	16,7%	3,8%	100,0%

Khiin neliö -testi

	Khiin neliö	Vapausaste	p-arvo
Pearson Chi-Square	84,022(a)	4	,000
N of Valid Cases	444		

a 1 cells (11,1%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 4,98.

Geometrian tehtävien ristiintaulukoinnista (suljettu/avoin) tehty Khiin neliö -testi.

Khiin neliö -testi

	Khiin neliö	Vapausaste	p-arvo
Pearson Chi-Square	5,755(a)	2	,056
N of Valid Cases	178		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 5,62.

Geometrian tehtävien ristiintaulukoinnista (tehtäväluokka) tehty Khiin neliö -testi.

Khiin neliö -testi

	Khiin neliö	Vapausaste	p-arvo
Pearson Chi-Square	1,989(a)	4	,738
N of Valid Cases	178		

a 2 cells (22,2%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2,92.

Geometrian tehtävien ristiintaulukoinnista (tehtävätyyppi) tehty Khiin neliö -testi.

Khiin neliö -testi

	Khiin neliö	Vapausaste	p-arvo
Pearson Chi-Square	2,658(a)	4	,617
N of Valid Cases	177		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 5,20.

Kirjojen kuvatyyppien ristiintaulukointi ja siitä tehty Khiin neliö -testi.

Kuvan tyyppi ' Kirjasarja Ristiintaulukointi

			Kuvan tyyppi				
			Kuvatehtävä	Orientoiva kuva	Apukuva	Koriste	Yhteensä
Kirjasarja	Laskutaito	Määrä	172	20	44	65	301
		% Kirjasarjan sisällä	57,1%	6,6%	14,6%	21,6%	100,0%
	Matikkamatka	Määrä	116	24	49	23	212
		% Kirjasarjan sisällä	54,7%	11,3%	23,1%	10,8%	100,0%
	Tuhattaituri	Määrä	64	23	17	16	120
		% Kirjasarjan sisällä	53,3%	19,2%	14,2%	13,3%	100,0%
Yhteensä		Määrä	352	67	110	104	633
		% Kaikista	55,6%	10,6%	17,4%	16,4%	100,0%

Khiin neliö -testi

	Khiin neliö	Vapausaste	p-arvo
Pearson Chi-Square	28,794(a)	6	,000
N of Valid Cases	633		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 12,70.

Kuvien määrä kirjasarjoittain aihealueen mukaan. Ristiintaulukointi ja siitä tehty Khiin neliö -testi.

Aihealue * Kirjasarja Ristiintaulukointi

			Aihealue		Yhteensä
			Lukukäsite	Geometria	
Kirjasarja	Laskutaito	Määrä	279	22	301
		% Kirjasarjan sisällä	92,7%	7,3%	100,0%
	Matikkamatka	Määrä	143	69	212
		% Kirjasarjan sisällä	67,5%	32,5%	100,0%
	Tuhattaituri	Määrä	95	25	120
		% Kirjasarjan sisällä	79,2%	20,8%	100,0%
Yhteensä		Määrä	517	116	633
		% Kaikista	81,7%	18,3%	100,0%

Khiin neliö -testi

	Khiin neliö	Vapausaste	p-arvo
Pearson Chi-Square	53,559(a)	2	,000
N of Valid Cases	633		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 21,99.