

TAMPEREEN YLIOPISTO

Lasken, siis opin?
Analyysi viidennen luokan matematiikan oppimateriaaleista

Kasvatustieteiden tiedekunta
Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinna
Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma
TARU SAARINEN JA RAMONA TUOMINEN
Kevät 2007

Tampereen yliopisto

Kasvatustieteiden tiedekunta

Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinna

TARU SAARINEN JA RAMONA TUOMINEN: Lasken, siis opin? Analyysi viidennen luokan matematiikan oppimateriaaleista

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma, 100 sivua, 1 liitesivu

Toukokuu 2007

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli arvioida kolmen eri kustantajan oppimateriaaleja viidennen vuosiluokan osalta. Tutkittaviksi oppimateriaaleiksi valittiin WSOY:n Laskutaito, Otavan Tuhattaituri ja Tammen Matikkamatka. Tämä tutkimus tehtiin osana Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen Hämeenlinnan yksikössä toteutettavaa Matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen (MOT) -hanketta.

Tutkimustehtävistä osa oli muiden MOT -hankkeeseen osallistuvien kanssa yhdessä sovittuja. Lisäksi tutkimus sisälsi kaksi vain tähän tutkimukseen kuuluvaa tutkimustehtävää. Yhdessä sovitut tutkimustehtävät ovat kolme ensimmäistä.

1. Minkälaisia oppimateriaalien harjoitustehtävät ovat?
2. Miten opettajan oppaat tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen (mathematical proficiency) piirteiden kehittymistä?
3. Miten oppimateriaalit vastaavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin?
4. Millä tavalla ja kuinka voimakkaasti oppimateriaalit ohjaavat yhdessä tekemiseen ja oppimiseen?
5. Miten tutkittujen kirjasarjojen valmiiden kokeiden tehtävät vastaavat opettajan oppaiden tehtävien tasoa, ja minkä tyyliin arviointiin oppimateriaalien sekä valmiiden kokeiden käyttö johtaa?

Tutkimusmetodina tässä tutkimuksessa käytettiin sisällönanalyysia. Yksinkertaisia kvantitatiivisia teknikoita on käytetty täydentämään ja tarkentamaan kvalitatiivista tutkimusotetta.

Tutkimustulosten perusteella voidaan sanoa, että jokainen tutkittu kirjasarja painotti perusasioiden hallinnan tärkeyttä, mikä näkyi mekaanisten tehtävien suurena lukumääränä. Eroja oli kuitenkin sen suhteen, minkälaisissa tehtäväosioissa haastavammat tehtävät kirjasarjassa olivat. Pääosin kirjasarjojen tehtävät olivat alku- ja lopputilanteeltaan valmiiksi määriteltyjä.

Kirjasarjojen tehtävät keskittyivät kehittämään pääasiallisesti käsitteiden ja proseduurien hallintaa. Kuvaa matematiikasta kirjasarjat pyrkivät monipuolistamaan esimerkiksi pelien ja leikkien avulla.

Jokainen kirjasarja toteutti perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 määriteltyjä tavoite- ja sisältönormeja. Eroja löytyi kuitenkin opetussuunnitelman väljyyden vuoksi esimerkiksi sen suhteen, miten käsitteet on määritelty.

Pääosin tutkitut kirjasarjat sisälsivät yksin laskettavia tehtäviä. Opettajan osuus yhdessä laskettavien tehtävien käyttämiseen on kuitenkin merkittävä eli opettaja voi halutessaan käyttää yksin ratkaistavia tehtäviä ryhmätehtävinä.

Erilaisina arviointitapoina kirjasarjoissa käytettiin monenlaisia kokeita ja itsearviointia. Kuitenkaan mikään kirjasarjoista ei sisältänyt esimerkiksi arviointia portfolioiden avulla, mikä toisi esille oppilaan oppimisprosessia ja matemaattista ajattelua.

Avainsanat: matematiikka, oppimateriaali, matemaattisen osaamisen piirteet, opetussuunnitelma, sosiokonstruktivismi, arviointi

SISÄLLYS

1	JOHDANTO.....	4
2	TUTKIMUKSEN LÄHTÖKOHTIA.....	6
	2.1 MATEMAATTINEN TIETO	6
	2.2 MATEMAATTINEN AJATTELU	8
	2.3 MATEMATIIKAN OPETUKSEN TEORIAA	10
	2.4 OPPIKIRJA MATEMATIIKAN OPETUKSESSA	13
	2.5 TUTKIMUKSEN METODOLOGIA.....	16
	2.6 KANSAINVÄLISIÄ TUTKIMUKSIA MATEMATIIKAN OSAAMISESTA	19
	2.7 AIKAISEMPIÄ TUTKIMUKSIA	21
3	TEOREETTINEN VIITEKEHYS.....	26
	3.1 MATEMAATTISEN OSAAMISEN PIIRTEET JA MATEMATIIKKAKUVA	26
	3.2 KONSTRUKTIVISTINEN OPPIMISKÄSITYS.....	30
	3.3 PERUSOPETUKSEN OPETUSSUUNNITELMAN PERUSTEET.....	33
	3.4 OPPILASARVIOINTI.....	35
4	MATEMATIIKAN OPPIMATERIAALIN TUTKIMUKSEN HANKE	40
	4.1 TUTKITTAVAT OPPIMATERIAALIT	40
	4.2 TUTKIMUKSEN ETENEMINEN	41
5	TUTKIMUSTEHTÄVÄT	43
6	TUTKIMUSAINEISTON ANALYSOINTI JA TULKINTA.....	45
	6.1 TUTKIMUSAINEISTON LUOKITTELU	45
	6.2 AINEISTON LUOKITTELUAVARUUS	45
	6.3 TEHTÄVIEN ANALYSOINTI JA TULKINTA LUOKITTELUAVARUUDEN AVULLA.....	53
	6.3.1 Laskutaito -kirjasarja	53
	6.3.2 Tuhattaituri -kirjasarja.....	56
	6.3.3 Matikkamatka -kirjasarja.....	58
	6.3.4 Tehtävälajit tehtävätasoinnain.....	60
	6.4 AINEISTON ANALYSOINTI MATEMAATTISTEN PIIRTEIDEN JA MATEMATIIKKAKUVAN SUHTEEN	65
	6.4.1 Käsitteellinen ymmärtäminen.....	65
	6.4.2 Proseduraalinen sujuvuus.....	68
	6.4.3 Strateginen kompetenssi.....	69
	6.4.4 Mukautuva päättely	69
	6.4.5 Matematiikkakuva.....	70
	6.4.6 Yhteenvetoa tehtävätasoista ja matemaattisen osaamisen piirteistä.....	73
	6.5 PERUSOPETUKSEN OPETUSSUUNNITELMAN PERUSTEIDEN TAVOITE- JA SISÄLTÖNORMIT OPPIMATERIAALEISSA	74
	6.6 SOSIOKONSTRUKTIVISMI OPPIMATERIAALEISSA	77
	6.7 ARVIOINTIKÄYTÄNNÖT OPPIMATERIAALEISSA	80
7	TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS.....	85
8	JOHTOPÄÄTÖKSET JA POHDINTA	88
	LÄHTEET.....	95
	ANALYSOIDUT OPPIKIRJAT	100

LIITTEET

1 JOHDANTO

Matematiikan opetuksessa oppikirja on usein keskeisessä asemassa. Koska oppikirjoja ei enää Suomessa tarkasteta keskitetysti, on oppimateriaalitutkimus noussut yhä tärkeämpään asemaan. Oppikirjojen tulisi vastata perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa asetettuja tavoitteita. Nykyään oppikirjojen pätevyyden opetuksessa päättävät kustantajat sekä koulut ja opettajat oppikirjasarjaa valitessaan. Tässä tutkimuksessa on haluttu selvittää viidennen vuosiluokan osalta kolmen eri kustantajan opettajan oppaan edellytykset toimia opettajan työvälineenä. Tutkimukseen valitut kustantajat ovat WSOY (Laskutaito), Otava (Tuhattaituri) ja Tammi (Matikkamatka).

Tämä tutkimus on tehty osana Matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen (MOT) -hanketta. Hanketta toteutetaan Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksella Hämeenlinnassa. Hankkeen tarkoituksena on tutkia oppimateriaaleja yhteisesti sovittujen tutkimustehtävien avulla. Tähän tutkimukseen kuuluu lisäksi kaksi tutkimustehtävää, joita ei ole yhteisesti sovittu hankkeeseen osallistuvien kanssa. Tutkimuksen tarkoituksena on analysoida oppimateriaaleja valituista näkökulmista viidennen vuosiluokan osalta. Analyysimenetelmänä on käytetty kvalitatiivista sisällönanalyysia. Yksinkertaisten kvantitatiivisten menetelmien avulla on täydennetty laadullisesti saatua tietoa oppimateriaaleista.

Tässä tutkimuksessa on tutkittu opettajan oppaat oppilaan tehtävien ja opettajan pedagogisten vihjeiden osalta. Tarkoituksena on ollut selvittää, minkälaiseen oppimiseen ja opetuskäytäntöihin opettajan oppaiden käyttäminen ohjaa. Alla esitellyistä tutkimustehtävistä kolme ensimmäistä tutkimustehtävää ovat MOT -hankkeen myötä yhteisesti sovittuja.

1. Minkälaisia oppimateriaalien harjoitustehtävät ovat?
2. Miten opettajan oppaat tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen (mathematical proficiency) piirteiden kehittymistä?
3. Miten oppimateriaalit vastaavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin?
4. Millä tavalla ja kuinka voimakkaasti oppimateriaalit ohjaavat yhdessä tekemiseen ja oppimiseen?

5. Miten tutkittujen kirjasarjojen valmiiden kokeiden tehtävät vastaavat opettajan oppaiden tehtävien tasoa, ja minkä tyyliin arviointiin oppimateriaalien sekä valmiiden kokeiden käyttö johtaa?

Koska oppimateriaali on keskeisessä asemassa matematiikan opetuksessa, on opettajan ensisijaisen tärkeää tietää, millaiseen oppimiseen ja matemaattiseen osaamiseen opettajan oppaat ohjaavat. Opettajan oppaita käytettäessä opettajalta vaaditaan tietoisia valintoja, jotta hän pystyy kehittämään oppilaiden matemaattista ajattelua monipuolisesti. Tämän tutkimuksen tarkoituksena on antaa opettajalle välineitä oppimateriaalien sekä niiden tehtävien arviointiin ja valitsemiseen.

2 TUTKIMUKSEN LÄHTÖKOHTIA

2.1 *Matemaattinen tieto*

Matematiikalla on aina ollut tärkeä rooli ihmisen elämässä ja keksinnöissä. Ilman matematiikkaa ei ihminen olisi ollut kykenevä luomaan yksinkertaisia eikä varsinkaan monimutkaisia keksintöjään. Alkeellisen matematiikan avulla on kyetty vaatimattomien keksintöjen tekemiseen, mutta monimutkaisia keksintöjä ei ole voitu tehdä ennen matematiikan kasvua monialaiseksi tieteenä. Matematiikkaa tarvitaan kaikkialla: tieteessä, tekniikassa ja taiteessa, mutta matematiikka kasvaa itsestään, eikä tarvitse apua muilta aloilta. (Malaty 2003, 10–11.) Seuraavassa esiteltävä tapa määrittellä matemaattinen tieto on valittu tähän tutkimukseen, koska se vastaa parhaiten vallalla olevaa ajanmukaista tieto- ja oppimiskäsitystä.

Matemaattinen tieto jaetaan usein konseptuaaliseen ja proseduraaliseen tietoon. Konseptuaalisen tiedon muodostumisessa käsite on tärkeässä asemassa. Matemaattisen käsitteen määrittäminen tapahtuu lähinnä käsitteen relevanttien tunnusmerkkien eli attribuuttien avulla. Määrittely tapahtuu siis luettelemalla tarvittavat relevantit tunnusmerkit esimerkiksi neliön tapauksessa kaikkien sivujen ja kulmien keskinäinen yhtäsuuruus. Irrelevantit attribuutit puolestaan tarkoittavat käsitteen tunnusmerkkejä ja ominaisuuksia, jotka eivät ole käsitteen määrittämisen kannalta olennaisia, mutta luovat myös relevanttien attribuuttien lisäksi yhteyksiä eri käsitteiden välille. Matematiikassa käsitteitä voidaan tarkastella myös käsitelajien avulla. Matematiikassa yleisimpänä ja käyttökelpoisimpana käsitelajeihin jakoa voidaan pitää jakoa objekti-, operaatio- ja riippuvuus käsitteisiin. Tärkeintä tässä käsitelajijaossa on tiedostaa, että sama käsite voi olla yhtä aikaa objekti, operaattori sekä suhdetta tai riippuvuutta ilmaiseva käsite. (Haapasalo 1994, 51–53.)

Konseptuaalinen tieto ei kuitenkaan ole vain staattista, vaan sille on ominaista dynaamisuus, jossa riippuvuuksien ymmärtämisen lisäksi tulee ymmärtää käsitteen kehityksellinen syntymekanismi. Konseptuaalisen tiedon lisääntyminen tapahtuu aikaisemman konseptuaalisen tiedon avulla yhdistelemällä uusia tietoelementtejä toisiinsa. Ajanmukaisen tieto- ja oppimiskäsityksen vaatimuksen mukaisesti konseptuaalinen tieto voidaan määrittellä dynaamiseksi, semanttiseksi ja

verkkomaiseksi kokonaisuudeksi, jonka tulkitsemiseen ja rakentamiseen yksilö kykenee osallistumaan tiedostaen ja ymmärtäen toimintansa perusteet ja logiikan. (Haapasalo 1994, 56; Haapasalo 2003, 3–4; Haapasalo 2004b, 53.)

Proseduraaliseksi tiedoksi määritellään formaalin kielen ja käsitteen symboliset esitykset sekä säännöt, toimintakaavat ja algoritmit ongelmien ratkaisemiseksi. Ensiksi mainittuun kuuluu symbolien sekä niiden käyttöä koskevien sääntöjen ymmärtäminen. Tässä proseduraalisen tiedon ei tarvitse olla matemaattisin symbolein esitettyä, vaan se voi olla myös konkreetein apuvälinein esitettyä. Jälkimmäisen määritelmän mukaan proseduraalinen tieto on ikään kuin prosessi, jossa tieto on perättäistä, lineaarisesti etenevää. Proseduurit muodostavat hierarkkisia järjestelmiä. Modernin tulkinnan mukaan proseduraalinen tieto tarkoittaa siis dynaamista ja tarkoituksenmukaista sääntöjen, menetelmien ja algoritmien suorittamista käyttäen hyväksi tiettyjä esitystapoja. Esitystapojen pohjana olevat tietojärjestelmän syntaksi ja esitysmuodot tulee ymmärtää. Näiden ominaisuuksien tietoista ajattelemista ei välttämättä tarvita, ainakaan silloin, jos suoritus on automatisoitunut. Konseptuaalista ja proseduraalista tietoa ei voi kuitenkaan nähdä toisistaan erillisinä. Ymmärtävä ja pysyvä oppiminen on mahdollista vain silloin, kun konseptuaalinen ja proseduraalinen tieto liittyvät kiinteästi toisiinsa ja tukevat toistensa muodostumista. (Haapasalo 1994, 58–59; Haapasalo 2003, 3–4; Haapasalo 2004b, 52–53, Hiebert & Leferve 1986, 6.)

Konseptuaalisen ja proseduraalisen tiedon lisäksi ongelmanratkaisussa tarvitaan sellaisia strategioita, joita ei voi selkeästi jakaa kumpaankaan tietoon. Strategiatiedot ovat henkisiä operaatioita, joilla kognitiivisia prosesseja ohjataan ja kontrolloidaan ongelmanratkaisua vaativissa tilanteissa. Strategiatiedot eivät koostu vain perusoperaatioista. Perusoperaatioiden lisäksi strategioihin kuuluvat oleellisena osana niiden säätelyä ohjaavat metakognitiot. Matemaattiset strategiat koostuvat menetelmistä, joissa käytetään matemaattisia käsitteitä, lauseita tai algoritmeja. (Joutsenlahti 2005, 89.)

Vaikka tähän tutkimukseen on valittu edellä esitelty määrittely matemaattisesta tiedosta, antaa matemaattinen tieto yhdestä näkökulmasta tarkasteltuna aina yksipuolisen kuvan kyseessä olevasta ilmiöstä. Matemaattinen tieto on aina jossain määrin yhteiskunnallisesti määräytynyttä, jolloin ulkoiset rakenteet nousevat keskeisemmiksi kuin tiedon oma logiikka. Lisäksi koulumatematiikan ja tiedeyhteisön hyväksymän matematiikan välistä suhdetta ei voi suoraan rinnastaa. Matematiikan opetuksen tavoitteiden asettaminen on aina normatiivista, ja oppisisältöjen valinta on näin ollen

sidoksissa arvostuksiin. Koulumatematiikan sisällöillä ja periaatteilla tulee olla yhteys laajempaan, kulttuuriseen, matemaattiseen tietoon. On myös tärkeää, että oppilaat ymmärtävät kulloistenkin matematiikan sisältöjen perustuvan tiettyihin yhteisiin sopimuksiin, joita ilman matemaattinen kommunikointi tulisi mahdottomaksi. (Kaasila 1997a, 19–20.) Ristiriitaista kuitenkin on, että matematiikan lähtökohdiksi on määritelty alun perin käytännön tarpeet, mutta koulussa oppilaat eivät kuitenkaan koe matematiikan olevan lähellä heidän arkielämäänsä. (Ahtee & Pehkonen 2000, 41.)

2.2 Matemaattinen ajattelu

Opetussuunnitelman perusteissa on mainittu matematiikan osalta heti ensimmäisessä lauseessa matemaattinen ajattelu ja matematiikan opetuksen tehtävä tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen (ks. Opetushallitus 2004, 105). Matemaattiselle ajattelulle ei kuitenkaan ole yhtä ainoaa kaiken kattavaa määritelmää. Seuraavassa on kuitenkin hahmottelua siitä, mitä matemaattinen ajattelu on ja mistä lähtökohdista käsin sitä voisi lähestyä.

Matemaattinen ajattelu on erotettava matematiikan sisällöistä ja tekniikoista. Matemaattisessa ajattelussa ajattelun prosessit ovat kiinnostavia ongelmanratkaisun kannalta. Prosesseista keskeisimpiä ovat erikoistapaukseen siirtyminen, otaksumien esittäminen, yleistäminen ja vakuuttaminen. Matemaattisessa ajattelussa myös käsite ymmärtäminen on vahvasti läsnä ja ymmärtämisessäkin painotetaan sen prosessinomaisuutta. Ymmärtämisprosessi on aina kiinnitetty tiettyyn henkilöön, tarkasteltavaan matemaattiseen sisältöön ja erityiseen ympäristöön. Täydellisestä asioiden ymmärtämisestä ei ole kuitenkaan mielekästä puhua, sillä vaikka asian ymmärtäisi miten hyvin tahansa, aina sitä voidaan tarkastella uudesta näkökulmasta. Uusi näkökulma saattaa lisätä kyseessä olevan asian ymmärtämistä. Matemaattinen ajattelu ei siis voi olla vain laskemista, vaan opetuksessa tulisi pyrkiä myös ymmärtämiseen. (Pehkonen 2000, 375–376, 378.)

George Malatyn (1998, 116) mukaan matemaattisen ajattelun ydin on deduktiivisuus. Deduktiivinen ajattelu johtaa yleisestä uuteen yleiseen eikä pelkkään yksittäiseen sirpaletietoon, jossa kokonaisuus ei hahmotu. Matemaattisen ajattelun lähtökohtana on todistaminen, josta hyvänä esimerkkinä Malaty antaa nelikulmion kulmien summan todistamisen oppilaiden kanssa. Koska oppilaat osaavat jo todistaa kolmion kulmien summan, on uusi todistus, nelikulmion kulmien summa, helpompi rakentaa tämän vanhan tiedon pohjalle. Opettaja asettaa oppilaille kysymyksiä, joiden avulla

oppilaat itse keksivät matemaattisen todistuksen. Malatyn esimerkissä siis kolmion kulmien mittojen lauseesta saadaan nelikulmion kulmien mittojen summan lause. Todistamisessa tulee käyttää yksinkertaista ja lyhyttä kieltä, mutta ratkaistavat ongelmat ovat silti sekä matematiikan opetuksen spesifitavoitteita että kasvatuksen tavoitteita yleensäkin. Ongelmana kuitenkin on, että koulussa korostetaan usein vain vastausta matemaattisen kielen sijaan. On siis tärkeää oppia kirjoittamaan loogista matemaattista tekstiä ja kertoa, kuinka on tuottamaansa todistukseen päätenyt. Koulussa on tapana käyttää ruutupaperia matematiikan opetuksessa, mikä helposti supistaa matematiikan pelkästään lukujen laskemiseksi allekkain tai jakokulmassa ilman matemaattista ajattelua ja kieltä. Ilman ruutuja oppilaiden olisi pakko opetella piirtämään ja hahmottamaan kuvioita ilman valmiita horisontaaleja ja vertikaaleja janoja, mikä edistäisi deduktiivista ajattelua. (Malaty 1998, 109–123.)

Robert J. Sternberg (1996, 304) puolestaan kuvaa matemaattista ajattelua prototyypimallin avulla. Käsitteelle matemaattinen ajattelu ei ole olemassa piirteitä, jotka määrittäisivät sen tarkasti, mutta sille ominaisia piirteitä on löydettävissä. Käsitettä matemaattinen ajattelu voidaan tarkastella viidestä eri lähtökohdasta sen mukaan, minkälaisia ominaispiirteitä sillä katsotaan olevan. Nämä viisi lähestymistapaa ovat psykometrinen lähestymistapa, komputationaalinen lähestymistapa, antropologinen lähestymistapa, pedagoginen lähestymistapa ja matemaattinen lähestymistapa. (Sternberg 1996, 304–313.)

Psykometrisessä lähestymistavassa matemaattinen ajattelu kuvaa ihmisen mieltä ikään kuin karttana, jossa on useita erikokoisia ja eri puolilla olevia alueita, joista toiset alueet ovat keskeisempiä kuin toiset (Sternberg 1996, 305–306). Keskeinen tutkittava käsite matematiikassa on psykometrisen lähestymistavan mukaan tarvittavat kyvyt (Joutsenlahti 2004, 364). Komputationaalisessa lähestymistavassa puolestaan pidetään tärkeänä työtä, jonka avulla yritetään selvittää sitä informaation prosessointia, jota vaaditaan matemaattisessa ajattelussa. Antropologinen lähestymistapa tarkastelee matemaattista ajattelua kulttuurin ja kontekstin näkökulmasta. Antropologisen lähestymistavan mukaan kulttuuri ja konteksti määrittävät sen, että ihminen voi täysin ymmärtää vain omassa ajassa ja paikassa käytettävän matematiikan. Pedagogisessa lähestymistavassa lähtökohdaksi matemaattiseen ajatteluun otetaan opettaminen. Opettamisessa toiset asiat ovat helpompia opettaa oppilaille kuin toiset. Pedagogisessa lähestymistavassa opettamisen lisäksi tärkeiksi tarkasteltaviksi tekijöiksi nousevat asenteet matematiikkaa kohtaan, vallitsevat suhteet ja sosiaalinen kanssakäyminen luokassa. Matemaattisessa lähestymistavassa tutkitaan niitä piirteitä, jotka ovat keskeisimpiä matemaattisessa ajattelussa. Näitä piirteitä ovat

esimerkiksi analoginen päättely, struktuurien ymmärtäminen ja esittäminen, visuaalinen päättely ja oppijan itseluottamus omiin taitoihinsa. (Sternberg 1996, 306, 308, 312–313.)

Edellä kuvatuista lähestymistavoista voimme päätellä, että käsitteelle matemaattinen ajattelu ei löydy vain yhtä määritelmää tai lähestymistapaa. Opettajien ja opetuksen kannalta pedagoginen lähestymistapa on tärkeä, koska lähtökohtana on opettamisen näkökulma. Tarkastelemalla opettamis- ja oppimisprosesseja jälkeenpäin voidaan kuvailla oppilaiden matemaattiseen ajatteluun vaikuttavia tekijöitä ja yrittää löytää keinoja kehittää ja parantaa oppilaiden matemaattista ajattelua (Joutsenlahti 2005, 65).

Joutsenlahti (2005, 103) määrittelee matemaattisen ajattelun käyttämällä hyväkseen matemaattisen tiedon määritelmää (ks. luku 2.1). Matemaattinen ajattelu on siis opiskelijan metakognitioiden ohjaamaa matemaattisten tietojen (proseduraalista, konseptuaalista, strategiatietoa) prosessointia, jossa yksilö organisoii uudelleen tietoverkkoaan. Ajattelun tavoitteena on käsitteiden ja käsitejärjestelmien syvällisempi ymmärtäminen tai onnistuminen ongelmanratkaisuprosessissa. Matemaattista ajattelua voi tapahtua eri tasoilla riippuen siitä, millainen opiskelijan tietojen asema on tietoverkossa eli kuinka monimutkainen ongelma tai käsite on. Matemaattinen ajattelu on siis tiedon prosessointia, joten tiedon lajin kuvaaminen ja tehtävän kognitiivisen tason arviointi määrittävät matemaattista ajattelua opiskelijan ratkaisuprosessissa. Tehtävän kognitiivisen tason arvioinnin kriteerit muodostuvat tässä tutkimuksessa myöhemmin määritellyistä matemaattisen osaamisen piirteistä (ks. luku 3.1). Matemaattinen osaaminen on matemaattisen ajattelun yksi ilmentymä. (Joutsenlahti 2005, 103–104.)

2.3 Matematiikan opetuksen teoriaa

Matematiikan rakenne on looginen ja rakenteen löytämiseksi käyty prosessi sekä siihen käytetty aika kehittävät ajattelua. Ajattelua ei kehitä valmis tieto, vaikka se olisi loogista. Näin ollen opetuksen laatu vaikuttaa siihen, miten matematiikan opetus kehittää oppijan ajattelua. (Malaty 1993, 22.)

Maija Ahteen ja Erkki Pehkosen (2000, 43) mukaan opettajat käyttävät opetuksen toteutuksen suunnittelussa usein joitakin lainalaisuuksia eli opetuksen periaatteita, kuten spiraaliopetusta, ennakkojäsentelyä, havainnollistamista, konkreettista työskentelyä, avointa lähestymistapaa, kokeellista työskentelyä ja yhteyttä arkielämään. Spiraaliopetuksen periaatteena on, että samaan

asiaan palataan opetuksessa myöhemmin uudestaan, koska oppiminen tapahtuu yleensä vasta useita päiviä sen jälkeen, kun tiedot ja taidot on opetettu. Keskeistä spiraaliopetuksessa on, että oppimisessa tapahtuu edistymistä. Tietyn matemaattisen kokonaisuuden oppimiseen käytettävä aika voidaan siis jakaa jaksoihin, joiden sisältö vaikeutuu siirryttäessä ylemmille luokille. Opiskeltavaa käsitettä kehitellään intuitiiviselta tasolta analyyttiselle tasolle. (mt., 43, 45.) Jotta analyyttiselle tasolle päästäisiin, tulee oppilaita ohjata kriittiseen ajatteluun ja tieteentuntemukseen esittämällä heille kysymyksiä ja tehtäviä, jotka vaativat itsenäistä ajattelua yksin ja ryhmässä (Keranto 2004, 43).

Havainnollistaminen puolestaan perustuu konkretisointiin, jonka avulla matematiikan abstrakteja käsitteitä voidaan opettaa ja havainnollistaa oppilaille. Konkretisoiminen tapahtuu käyttämällä opetuksessa erilaisia piirroksia ja opetusvälineitä. Välineet voivat olla käytännössä mitä vain. Havaintovälineiden tavoitteena on kuitenkin antaa asiasta monipuolinen kuva tai kiinnittää oppilaiden huomio tiettyyn yksityiskohtaan. Konkreettisisä työskentelyssä on puolestaan kyse opetus- tai oppimismallista, jossa oppilas itse tutkii ja käyttää erilaisia apuvälineitä hyväkseen tutustuessaan oppimisen sisältöihin ja luodessaan pohjaa syvemmälle oppimiselle. Konkreettinen työskentely yhdistyy oppilaan toiminnallisuuteen eli oppilaat tarvitsevat konkreettisia apuvälineitä abstraktien sisältöjen oppimiseen koko peruskoulun ajan. (Ahtee & Pehkonen 2000, 47–48.)

Kokeellinen työskentely nojaa oppilaan omakohtaiseen toimintaan, laboratoriotyöskentelyyn, demonstraatioon, opintokäynteihin, audiovisuaalisten välineiden tai kerronnan avulla tapahtuvaan toimintaan. Olennaista kokeellisessa työskentelyssä on johdonmukainen ohjaaminen tiedonhankinnan menetelmään, jonka vaiheita ovat tutkimuksen suunnittelu ja tekeminen, keskustelu sekä havaintojen käsitteistäminen, esittäminen, tulkitseminen ja mallintaminen. Lisäksi menetelmässä on olennaista johtopäätösten ja hypoteesien tekeminen sekä testaaminen, tietojen kriittinen arviointi ja opitun soveltaminen käytännössä. Havaintojen tekemiseen kokeellisessa työskentelyssä tulee liittyä aina näkemisen ja katsomisen lisäksi myös vertailua, mieleen painamista ja muistiinpanojen tekemistä. (Ahtee & Pehkonen 2000, 49.) Matematiikan opetuksen tulee siis lähteä liikkeelle oppilaita kiinnostavien ongelmien etsimisestä, esittämisestä ja ratkaisemisesta (Leino 2004, 27).

Avoin lähestymistapa opetuksessa tarkoittaa sellaisten oppimistehtävien tekemistä, joissa alku- ja/tai lopputilannetta ei täsmälleen rajata. Yksi matematiikan opetuksessa käytetty avoimen lähestymistavan menetelmä on luova ongelmanratkaisu. Ongelmaratkaisussa ideana on, että

oppilaille annettujen tehtävien takaa löytyy jokin yhtenäinen struktuuri, jonka puitteissa voidaan harjoittaa mielekästä pohdiskelua. Luovassa ongelmanratkaisussa on tärkeää kokonaisvaltainen prosessi, jossa oppilas joutuu yhdistelemään ja kokeilemaan erilaisia ideoita ja toimintavaihtoehtoja. Luovaan ongelmanratkaisuun kuuluvat esimerkiksi kysymyslistat ja aivoriihet oppilaiden kesken. (Ahtee & Pehkonen 2000, 50–51.) Ongelmakeskeisessä opetuksessa opettajan tulee hyväksyä oppilaiden näkemykset ja perustelut tasa-arvoiseksi lähtökohdiksi opettajan omien tietojen kanssa. Tällöin ei ole olemassa oikeita ja vääriä käsityksiä matemaattisista ongelmista, on vain erilaisia käsityksiä. (Leino 2004, 29.)

Matemaattisten tehtävien yhteys arkielämään tarkoittaa yksinkertaisesti käytännönläheisyyttä ja oppilaille annettujen tehtävien yhteyttä heidän omaan elämäänsä (Ahtee & Pehkonen 2000, 52). Oppilaat motivoituvat laskemaan ja ratkovat matemaattisia ongelmia helpommin, jos opetuksessa käytetään heidän lähtökohtiinsa perustuvia tehtäviä. Haapasalon (2004a, 89) mukaan todellista oppimista ei kuitenkaan tapahdu, ellei opetuksen perusrakenne muutu. Ei riitä, että annetut tehtävät koskettavat oppilaiden omaa elämää tai ovat käytännönläheisiä, vaan uusi tieto ja ajatukset hyväksytään vasta, kun vanhat osoittautuvat tehottomiksi. Kun uusi tieto syntyy ongelmanratkaisuprosessien yhteydessä, oppilaille muodostuu vankka konseptuaalis-proseduraalinen pohja. Tälle pohjalle oppilaat voivat rakentaa myöhempää tietoaan ilman, että tieto jää irralliseksi. Ongelmanratkaisussa korostetaan kognitiivisia tiedostamisprosesseja, jolloin älyllinen toiminta ymmärretään kognitiivisten operaatioiden ja prosessien virittämänä. (mt., 89–90.)

Geometrinen kuvioiden ja kappaleiden opetuksessa puolestaan oppilaiden tulisi saada hankkia kokemuksia ensin omasta ympäristöstään. Erilaiset rakenteluleikit ja palapelit antavat oppilaalle mahdollisuuksia geometriseen käsitteenmuodostukseen. Kuvioiden ja kappaleiden muodot, ominaisuudet ja suhteet tulevat tutuiksi, vaikka niitä ei vielä tässä vaiheessa määritelläkään. Lajittelu- ja luokittelutehtävät sopivat hyvin geometrian opetukseen, koska niitä voidaan ratkaista ongelmaakeskeisesti. Kuvioita voidaan luokitella erilaisin perustein ja oppilaita voidaan ohjata vähitellen entistä johdonmukaisempaan luokitteluun ja ajatteluun. (Pehkonen 1995, 88–89.)

Pinta-alan käsitteen ymmärtämistä tulisi puolestaan kehittää käytännön esimerkein arvioimalla. Arvioinnin tulee perustua sellaiseen mittayksikköön, jonka oppilas tuntee, ja arvioitavan pinta-alan tulee olla sellainen, jonka lapsi pystyy näkemään ja hahmottamaan kerralla. Pinta-alan opetuksessa voidaan aluksi käyttää ruutupaperia, jonka avulla voidaan mitata ja vertailla pinta-aloja. Mittayksikkönä voi toimia ruutu, mutta myöhemmin mittayksikölle tulee antaa oikea nimi.

(Pehkonen 1995, 91–93.) Oppilaan on siis vaikea hahmottaa pinta-alaa vain käsittein (esimerkiksi kanta \times korkeus) ilmaistuna ilman konkreettisia apuvälineitä.

Yksikönmuunnosten oppiminen peruskoulun alaluokilla on oppilaille hankalaa, jos se ei perustu omiin havaintoihin ja konkreettisuuteen. Yksikönmuunnokset ovat liian abstrakteja käsitettäviksi. Siksi opetuksessa olisikin keskityttävä vain lapsen arkielämän kannalta oleellisimpiin mittayksiköihin ja niiden muunnoksiin. Taito mitata oikein on tärkeämpää kuin yksikönmuunnosten hallinta. (Pehkonen 1995, 93–94.)

Matematiikan opetuksesta on olemassa monenlaisia teorioita, mutta minkään niistä ei voida sanoa olevan muita pätevämpi. Kaikissa teorioissa kuitenkin korostuu oppilaiden oma aktiivinen tekeminen ja abstraktien käsitteiden konkretisointi oppilaille.

2.4 Oppikirja matematiikan opetuksessa

Käsitteelle oppimateriaali on löydettävissä monia määritelmiä. Sirkka Hirsjärven (1978, 125) määritelmän mukaan ”oppimateriaaleja ovat kaikki ne materiaalit, jotka välittävät oppilaille niitä tietoja, taitoja ja asenteita, jotka normatiivisessa suunnittelussa on asetettu koulutuksen tavoitteiksi”. Toisen määritelmän mukaan oppimateriaali on oppiainesta sisältävä tietolähde kuten kirja. Oppimateriaaliksi voidaan lukea myös toiminnan kohteena oleva aines kuten dia, muovailuvaha tai kangas. (Lahdes 1997, 234.)

Sen sijaan oppikirja on teos, joka on laadittu juuri opetus- ja oppimistarkoitusta varten, ja se käsittelee jotakin tiettyä opinalaa. Oppikirjat kuuluvat tietokirjoihin, mutta niiden merkitys on toimia oppimisen apuvälineinä. Yleistä ja yleispätevää oppikirjaa ei ole olemassa, vaan jokaisella opinalalla on omat oppikirjansa, joilla pyritään lisäämään ja parantamaan lukijan tietoja ja taitoja. Koska opinalat ovat yleensä laajoja, on oppikirjan aineisto tietoisesti valittava ja rajattava. Tavallisimmaksi lajiksi oppikirjoja ajatellen mielletään yleensä koulukirjat, vaikka tämä käsitys onkin suppea. Oppikirjan sisällön tulee olla virheetöntä ja ajantasaista tietoa, koska oppikirjan tarkoituksena on uuden tiedon välittäminen oppilaalle. Luotettava faktatieto ei kuitenkaan riitä, vaan on otettava huomioon myös pedagogiset näkökohdat. Oppikirjassa esitettävät asiat on oltava hyvässä järjestyksessä valikoituna ja pelkistettynä niin, että niistä muodostuu järkevä kokonaisuus. (Häkkinen 2002, 11, 81–82.)

Suomessa oppikirjojen suunnittelun juuret ovat jo 1800-luvulla, jolloin maassamme on ollut ensimmäisiä kertoja oppikirjatuotantoa. Kuitenkin vasta 1970-luvulta lähtien on kustannettu varsinaisia materiaalipaketteja opetukseen ja opettajien avuksi. Ensimmäisiin matematiikan materiaalipaketteihin sisältyi kirja oppilaalle, tuloskirja ja opettajan opas. Jo näissä ensimmäisissä oppilaan kirjoissa rakenne oli hyvin nykyisen kaltainen eli matematiikan kirjat sisälsivät kuvauksen teoriasta, malliesimerkkejä ja harjoitustehtäviä. (Ahtineva 2000, 11.)

Oppikirja on yleisimmin käytetty oppimateriaali kaikessa muodollisessa opetuksessa ja tärkeä tekijä oppilaiden ja opettajan välille oppitunnista toiseen syntyvässä moninaisessa vuorovaikutuksessa. Oppikirjoja pidetään usein neutraaleina ja objektiivisina. Oppikirjat eivät kuitenkaan ole neutraaleja, vaan oppikirja kertoo aina lukijalleen, mitä pidetään tärkeänä oppia ja kuinka asia tulisi oppia. Monet seikat, kuten opettavan aineen luonne sekä opettajan kokeneisuus ja oppikirjasuhde, vaikuttavat siihen, missä määrin oppikirjat hallitsevat ja ohjaavat opetuksen suuntautumista. Didaktisesti on tärkeää miettiä, minkä asteinen oppikirjaohjaavuus on suotavaa oppimistulosten kannalta. Teollistuneiden maiden oppimateriaalin paljous ja oppikirjojen lisääntyvä määrä voi johtaa opetuksen mekanisoitumiseen. (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 436–437.)

Suomalaista opetuskulttuuria luonnehditaan usein oppikirjakeskeiseksi. Oppikirjakeskeisyyteen johtavina syinä voidaan nähdä esimerkiksi seuraavanlaisia syitä: kirjallista opetusta painottava perinne, pitkään jatkunut valtakunnallisesti standardoidun opetussuunnitelman kausi sekä tasa-arvotavoitteiston tuottama yhdenmukaistamispyrkimys. Oppikirjariippuvuuden ongelmana on pidetty sitä, että oppikirja rajoittaa opettajien ja oppilaiden toimintavapautta muuttaa opetusta ja oppimista yksilöllisten tai laajempien kasvatustavoitteiden kannalta tarkoituksenmukaiseksi. Opettajan suhtautuminen oppimateriaaliin vaikuttaa oppilaiden tulkintoihin ja toimintaan oppimisympäristössään. Tutkimuksessa saadut tulokset viittaavat siihen, että opetuksessaan paljon kirjaan tukeutuvan opettajan oppilaat siirtävät helposti vastuun oppimisestaan opettajalle. (Mikkilä-Erdmann ym. 1999, 437.)

Suomalaiset opettajat käyttävät myös tutkimusten mukaan matematiikan oppikirjoja hyvin paljon opetuksessaan hyväksi. 1990-luvun alussa tehdyn opettajien oppikirjamateriaalien käyttöä kartoittavan tutkimuksen mukaan jopa 94–98 % opettajista käytti aktiivisesti hyväkseen matematiikan opettajan opasta ja oppilaan kirjaa suunnitellessaan ja toteuttaessaan opetusta. (Kupari 1993, 91.) Oppituntien valmisteluun käytetty aika on myös tutkimusten mukaan vähentynyt vuosien mittaan. Esimerkiksi vuonna 1979 luokanopettajat käyttivät viikossa tuntien valmisteluun

noin neljä tuntia, mutta vastaava luku vuonna 1990 oli noin 2,5-3 tuntia. Ilmeisesti tähän on ollut syynä oppimateriaalien kehittyminen. Opettajat käyttivät tunteja suunnitellessaan ja toteuttaessaan säännöllisesti oppikirjaa ja opettajan opasta. Yleistä oli toimintamuoto, jossa yhdellä tunnilla edetään yhden aukeaman verran. Yleisin muu suunnittelun apu oli toinen oppikirja. (Kupari 1999, 56.) Matematiikan oppikirjoista voi huomata, että ne ohjaavat sellaiseen opetukseen, jossa edetään oppikirjan mukaisesti. Tämä ilmenee muun muassa siten, että usein opettajan oppaista löytyy selkeä ohjeistus oppitunnin kulusta (esimerkiksi ehdotuksia päässä laskuista, peleistä, leikeistä ja eriyttämisestä). Tämä on varmasti yksi syy siihen, miksi niin monesta opettajasta saattaa tuntua helpolta ratkaisulta suunnitella tunnit opettajan oppaan mukaisesti. Oppikirjat toimivat myös oppilaiden työskentelyn aikatauluttajina ja ohjaajina. Koska opettajat käyttävät opetuksessaan oppikirjoja, on opetussuunnitelman toteutuminen tällöin sidoksissa siihen, miten tarkoin oppikirjojen tekijät ovat sisäistäneet opetussuunnitelmalliset tavoitteet (Kananaja 1999, 28). Koska oppimateriaaleilla on suuri merkitys opetuksen järjestämisessä, on oppimateriaalitutkimus tärkeä asia kehitettäessä opetus- ja oppimisprosesseja.

Matematiikan oppikirjoissa opetus etenee usein matematiikan sisäisen struktuurin mukaisesti, joka on johdonmukainen ja loogisesti etenevä. On kuitenkin väitetty, että tämä rakenne matematiikan oppikirjoissa näyttää johdonmukaiselta ja eheältä ainoastaan opettajien ja asiantuntijoiden näkökulmasta. Eli rakenne näyttää oppikirjoissa eheältä vain heidän mielestään, jotka tuntevat rakenteen jo ennestään. Oppilaasta, joka vasta opettelee asiaa, saattaa opetettava asia tuntua sirpalemaiselta ja epäjohdonmukaiselta. Oppilas voi oppia suorittamaan mekaanisia operaatioita ja tuottamaan oikeita vastauksia, mutta ymmärtämisen ongelmat tulevat esiin soveltavissa tehtävissä tai opittujen tietojen käyttämisessä uuden oppimisen perustana. (Lehtinen & Kuusinen 2001, 156–157.) Opettajan rooli oppikirjaa käytettäessä on siis tärkeä, eikä opetusta voi perustaa vain oppikirjan varaan.

Oppimateriaalien sisällöt olivat aikaisemmin tarkan kontrollin alla. Nykyään oppikirjoja ei kuitenkaan enää tarkasteta, sillä opetushallitus luopui tästä käytännöstä 1980-luvun lopulla (Ahtineva 2000, 11). Tämä tarkoittaa, että oppikirjat ovat kaupallisia tuotteita ja kustantajat päättävät itse oppikirjojen sisällöstä. Koulujen tehtäväksi jää itsenäisesti valita sopivin oppikirjasarja opetukseen. (Törnroos 2004, 31.) Ahtineva (2000, 35) kuitenkin toteaa, että nykyään kustantajat luetuttavat oppikirjat kyseisen alan asiantuntijoilla ja kielen tarkastajilla. Tämä menettely ei kuitenkaan takaa oppimateriaalin yhtenevyyttä ja pätevyyttä. Koska oppikirjojen asema opetuksessa on hyvin keskeinen, tulisi niiden sisältöjen ja tavoitteiden vastata

perusopetuksen opetussuunnitelman perusteita. Jotta hyviin ja perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden mukaisiin oppimistuloksiin päästäisiin, on oppimateriaalitutkimus todella tärkeää ja ajankohtaista (Perkkilä 2002, 46).

2.5 Tutkimuksen metodologia

Kvalitatiivinen tutkimus tuli Suomeen vasta 1970- ja 1980- luvuilla. Yleensä kvalitatiivinen eli laadullinen tutkimus, on nähty vastakohtana tai kritiikkinä kvantitatiiviselle eli määrälliselle tutkimukselle. (Tuomi, Sarajärvi 2004, 25–26, 66.) Todellisuudessa tällainen kahtiajako, dikotomia, ei ole kovin luonnollinen, sillä kaikessa tieteellisessä tutkimuksessa on paljon yhteisiä periaatteita, kuten pyrkimys loogiseen todistamiseen ja havaintoaineiston käyttämiseen todistamisen pohjana. Usein näitä tutkimusmenetelmiä käytetäänkin yhdessä, jopa samassa tutkimuksessa. Ne voivat toimia tukien toisiaan. (Alasuutari 1994, 22–23.)

Kvalitatiivisen ja kvantitatiivisen tutkimuksen tiukka erottaminen on kyseenalaista myös sen takia, että kasvatustieteelle on tyypillistä erilaisten tutkimustapojen huomattava lisääntyminen. Puhutaankin moniparadigmaattisesta tilanteesta. Laadullisen tutkimuksen alle sijoitetut lähestymistavat saattavat itse asiassa olla kauempana toisistaan kuin määrälliset ja laadulliset menetelmät keskenään. Tyypillistä on myös yhdistellä eri tutkimusotteita keskenään, jolloin saadaan aikaiseksi niin sanottuja combined designs- tyyppisiä tutkimusotteita. Näin ollen on tärkeämpää kiinnittää huomiota tutkimusmenetelmien taustalla oleviin oletuksiin koskien tietoa ja todellisuutta kuin tiukasti jakaa tutkimusmenetelmät kvalitatiivisiin ja kvantitatiivisiin. Kyse on tieteenfilosofisten kysymysten tarkastelusta. (Heikkinen, Huttunen, Niglas & Tynjälä 2005, 341, 343, 350–351.) Yksinkertaisten kvantitatiivisten tekniikoiden avulla, kuten keskiarvo ja erilaiset prosenttiarvot, voidaan laajentaa kvalitatiivisen tutkimuksen avulla saatuja tuloksia koskemaan koko aineistojoukkoa (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2004, 128). Myös tässä tutkimuksessa pyrimme havainnollistamaan tutkimustuloksia käyttäen yksinkertaisia kvantitatiivisia tekniikoita.

Kvantitatiivisen tutkimuksen keskeisimpiin piirteisiin kuuluu muuttujien muodostaminen taulukkomuotoon, aineiston saattaminen tilastollisesti käsiteltävään muotoon ja päätelmien teko havaintoaineiston tilastolliseen analysointiin perustuen (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2004, 131). Tässä tutkimuksessa tilastollista analysointia käytetään aineiston kuvailemisessa lukumäärä- ja prosenttitaulukoiden avulla sekä tulosten merkitsevyyden tilastollisessa testaamisessa. Tulosten merkitsevyyden testaamisessa voidaan käyttää apuna ristiintaulukointia. Ristiintaulukoinnilla

voidaan selvittää kahden luokitellun muuttujan välistä yhteyttä eli millä tavalla ne vaikuttavat toisiinsa (Heikkilä 2002, 210). Tässä tutkimuksessa ristiintaulukointia on käytetty apuna kirjasarjojen tehtävien eri ominaisuuksien testaamisessa.

Kvalitatiivisessa tutkimuksessa tärkeällä sijalla ovat tulkinta ja ymmärtäminen eli merkitysten oivaltaminen (Soininen 1995, 34). Aineistoa tarkastellaan kokonaisuutena. Mikään tutkimuksessa ei saa olla ristiriidassa tulkinnan kanssa. Kvalitatiivinen analyysi vaatii tietynlaista absoluuttisuutta. (Alasuutari 1994, 28–29.) Kuitenkaan laadulliselle tutkimukselle ei ole löydettävissä vain yhtä pätevää määritelmää. Sen sijaan eri määritelmistä on löydettävissä yhteisiä piirteitä, jotka ovat kvalitatiiviselle tutkimukselle tyypillisiä. Sirkka Hirsjärvi, Pirkko Remes ja Paula Sajavaara (2004, 155) ovat koonneet näitä kvalitatiivisen tutkimuksen yhteisiä piirteitä. Tässä joitakin piirteitä, jotka ovat tärkeitä tämän tutkimuksen kannalta: tiedonhankinnan kokonaisvaltaisuus, kohdejoukon tarkoituksenmukainen valinta, tapausten käsittely ainutlaatuisina ja niiden tulkinta ainutlaatuisuutensa mukaisesti. Tässä tutkimuksessa ei ole siis tarkoituksena testata mitään aikaisempaa teoriaa, vaan tutkia ja tarkastella aineistoa yksityiskohtaisesti ja käsitellä tapauksia ainutlaatuisina. Tiedonhankinnan kokonaisvaltaisuus tarkoittaa kaikkien tapausten huomioimista ja käsittelemistä. Aineisto on valittu vastaamaan asetettuihin kysymyksiin. (mt., 155.) Tutkijan tulee siis aina asettaa aineistolle kysymys, voiko tämän aineiston avulla vastata näihin tutkimustehtäviin (Pyörälä 1995, 17).

Laadullinen analyysi voidaan jakaa kahteen eri vaiheeseen: havaintojen pelkistämiseen ja arvoituksen ratkaisemiseen. Ensimmäinen vaihe, eli havaintojen pelkistäminen, jakautuu vielä kahteen osa-alueeseen. Tutkijalla on tietty teoreettinen viitekehys, jonka mukaan hän aineistoa tarkastelee. Tutkija kiinnittää huomiota vain tutkimuksen kannalta olennaiseen. Havaintoja pelkistetään yhdistämällä samantyyppisiä ilmiöitä. Näin aineisto saadaan helpommin hallittavaan muotoon. Arvoituksen ratkaisemisessa on kyse merkitystulkinnan tekemisestä aineiston pohjalta käyttäen hyväksi löydettyjä johtolankoja ja vihjeitä. (Alasuutari 1994, 30–31, 34–35.) Kvalitatiivisen tutkimuksen päämääränä ja tuloksena on siis empiirisen aineiston pohjalta tapahtuva ilmiöiden tulkitseminen ja niiden tarkka kuvaaminen. Tutkijan tulee kirjata ja perustella mahdollisimman tarkkaan aineiston käsittelyssä ja analyysissa tekemänsä ratkaisut, sillä hyvin esitetty kuvaus aineiston käsittelystä ja analyysistä antaa uskottavan kuvan tutkimuksen kulusta ja perustelee loogisesti tutkimusaineistoon pohjautuvat tulkinnat. (Pyörälä 1995, 17, 20–21.)

Tutkimusmetodina tässä tutkimuksessa on käytetty sisällönanalyysia. Sisällönanalyysi on usein käytetty analyysimenetelmä, mutta sitä koskeva tieto on hajanaista. Sisällönanalyysi on perusanalyysimenetelmä, jonka avulla voidaan analysoida erilaisia dokumentteja systemaattisesti ja objektiivisesti. Sanan dokumentti, voidaan laajassa mielessä käsittää koskevan kaikkia inhimillisen toiminnan tuotteita. Niistä esimerkkeinä voidaan mainita päiväkirjat, haastattelut, artikkelit ja kirjat. (Tuomi & Sarajärvi 2004, 93, 105; Pietilä 1973; Kyngäs & Vanhanen 1999.)

Sisällönanalyysissa on siis kyse tekstianalyysista. Sen avulla voidaan tutkia, järjestää, kuvailla ja kvantifioida tutkimusaineistoa, mutta ei käyttäytymistä. Analyysin päämääränä on saada kuvaus tutkittavasta ilmiöstä tiivistetysti, jonka jälkeen voidaan tehdä johtopäätöksiä analyysin perusteella. Sisällönanalyysin avulla saadaan aineisto järjestetyksi johtopäätöksien tekemistä varten, mutta varsinaisesti sen avulla ei voida tehdä johtopäätöksiä. Muistiinpanot siis järjestetään analyysin tekemistä varten. Analyysi voidaan tehdä esimerkiksi seuraavilla kahdella tavalla, induktiivisesti tai deduktiivisesti. Analyysin tekeminen deduktiivisesti tarkoittaa käytännössä sitä, että analyysin tekemistä ohjaa luokittelurunko, joka perustuu aikaisempaan tietämykseen. Luokittelurunkona voivat toimia esimerkiksi kategoriat, käsitteet, teemat tai käsitejärjestelmä. Induktiivisessa lähestymistavassa lähtökohtana on aineisto. Sisällönanalyysin avulla saadaan aines teoreettista pohdintaa varten, mutta pohdinnan tekemiseen tutkija tarvitsee järjellistä ajattelua. Jos sisällönanalyysi nähdään väljänä teoreettisena viitekehyksenä koskien kirjoitettujen, kuultujen ja nähtyjen sisältöjen analyysia, voidaan katsoa useimpien laadullisten tutkimusten analyysimenetelmien perustuvan sisällönanalyysiin. (Tuomi & Sarajärvi 2004, 93, 105; Grönfors 1982, 160–161; Kyngäs & Vanhanen 1999.)

Analyysitavat voidaan jaotella kolmeen osaan: aineistolähtöiseen, teoriasidonnaiseen ja teorialähtöiseen analyysiin. Tarkentaen vielä tässä tutkimuksessa käytettyä analyysimuotoa voidaan sanoa, että tutkimus edustaa teorialähtöistä analyysia. Kysymys on teorian merkityksestä tutkimusaineiston analyysiä tehtäessä. Teorialähtöinen analyysi nojaa tiettyyn teoriaan, joka esitellään tutkimuksessa ja jonka mukaan määritellään muun muassa tutkimuksessa kiinnostavat käsitteet. Tutkittava ilmiö siis määritellään jonkin jo tunnetun mukaisesti ja aineiston analyysia ohjaa aikaisemman tiedon perusteella luotu kehys. Teorialähtöisessä analyysissa nojataan usein deduktiiviseen päättelyyn. Toisin sanoen tutkimuksen teoreettisessa osassa on hahmoteltu valmiit kategoriat, joihin tutkittava aineisto suhteutetaan. Teorialähtöisessä analyysissa jo tiedetty määrittelee, miten aineiston hankinta tapahtuu ja miten tutkittava ilmiö käsitteenä määritellään. (Eskola 2001, 136–140; Tuomi & Sarajärvi 2004, 99–101.)

2.6 Kansainvälisiä tutkimuksia matematiikan osaamisesta

Suomessa toteutettiin vuosina 1998–2000 Kolmas kansainvälinen matematiikka- ja luonnontiedetutkimus eli TIMMS 1999¹. Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää peruskoulun matematiikan ja luonnontieteiden osaamista ja opiskelua. Suomessa TIMMS 1999 -tutkimuksen tavoitteiksi asetettiin tuottaa tietoa peruskoulun seitsemäsluokkalaisten matematiikan ja luonnontieteiden oppimistuloksista sekä antaa mahdollisuus matematiikan ja luonnontieteiden oppimistulosten tason ja laadun kansainväliseen vertailuun. Lisäksi tavoitteena oli kuvata ja vertailla matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen ja opiskelun taustatekijöitä, joiden katsotaan olevan yhteydessä oppimistuloksiin ja joiden avulla oppimistulosten eroja voidaan selittää ja ennakoida. TIMMS 1999 -tutkimukseen osallistui 38 maata, joista 14 oli OECD-maita. Seitsemäsluokkalaisten oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaamista arvioitiin TIMMS 1999 -tutkimuksessa tehtävillä, jotka olivat luokiteltu kansainvälisesti määriteltyjen sisältöalueiden ja suoritusodotusten mukaan. Sisältöalueet pyrittiin valitsemaan niin, että ne vastaisivat mahdollisimman hyvin kaikkien osallistujamaiden koulutusjärjestelmiä ja opetussuunnitelmia. Suoritusodotusten avulla puolestaan kuvattiin tehtävien vaativuutta eli toisin sanoen niitä toimintoja, joita oppilaalta odotettiin tehtävän ratkaisemiseen. Koulumenestykseen yhteydessä olevia taustatekijöitä selvitettiin tutkimuksessa oppilas-, opettaja-, ja koulukyselyillä. (Kupari & Reinikainen 2004, 306–308.)

TIMMS 1999 -tutkimukseen osallistuneiden suomalaisten oppilaiden matematiikan osaaminen oli hyvätasoista. Suomalaisten tulokset matematiikassa olivat selvästi kansainvälistä keskitasoa korkeampia ja ainoastaan kuusi maata 38:sta oli Suomea tilastollisesti merkitsevästi parempia. Tutkimuksessa saatujen tulosten mukaan osallistujamaiden väliset tasoerot matematiikan osaamisessa olivat erittäin suuret. Huomattavaa Suomen kohdalla oli kuitenkin myös se, että suomalaisten seitsemäsluokkalaisten väliset suorituserot olivat osallistujamaiden pienimpiä. OECD-maihin verrattaessa suomalaisten 7. luokkalaisten matematiikan suoritukset olivat keskitasoa. Parhaiten hallittuja matematiikan sisältöalueita Suomessa olivat luvut ja laskutoimitukset sekä tilastot ja todennäköisyys. TIMMS 1999 -tutkimukset saadut tulokset osoittavat myös, että suomalaisten seitsemäsluokkalaisten matematiikan osaamisessa oli puutteita ja ongelmia. Heikoiten hallittuja sisältöalueita OECD-maihin verrattuna suomalaisilla olivat geometria ja algebra. (Kupari & Reinikainen 2004, 308–313.)

¹ Third International Mathematics and Science Study Repeat

TIMMS 1999 -tutkimuksessa tutkittujen taustatekijöiden mukaan tutkimustuloksiin vaikutti myös osallistuneiden oppilaiden eri-ikäisyys. Suomalaiset oppilaat olivat vain seitsemäsluokkalaisia, kun taas joidenkin maiden oppilaat olivat käyneet koulua jopa 9,5 vuotta. Oppimiseen ja opiskeluun vaikuttavien taustatekijöiden tilanne puolestaan oli Suomessa hyvä. Suomi kuului kyseisessä tutkimuksessa opiskelun apuvälineiden suhteen kymmenen parhaiten varustellun maan joukkoon. Matematiikan ja luonnontieteiden osaamisen kannalta oleelliseksi tekijäksi muodostui myös oppilaiden luottamus omiin taitoihin ja asennoituminen oppiainetta kohtaan. Yhteys oli selvä eli ne, jotka luottivat osaamiseensa, menestyivät tutkimuksessa paremmin. Suomalaisilla oppilailla oli selvästi vahva luottamus omiin taitoihinsa, mutta myönteisesti matematiikkaa kohtaan suhtautuvia oppilaita oli vähän. Suomalaisilla pojilla oli matematiikkaan myönteisempi asennoituminen ja vahvempi itseluottamus omiin kykyihin kuin tytöillä. Suomalaisten oppilaiden keskuudessa sukupuolten väliset erot olivat kuitenkin hyvin pienet. (Kupari & Reinikainen 2004, 314–317.)

PISA² -tutkimusohjelman ensimmäinen vaihe toteutettiin vuonna 2000. PISA 2003 on tutkimusohjelman toinen vaihe. PISA -ohjelman tarkoituksena on arvioida 15-vuotiaiden nuorten osaamista matematiikassa, luonnontieteissä, lukutaidossa ja ongelmanratkaisussa. Vuonna 2000 suoritettussa PISA -tutkimuksessa päärooli oli lukutaidolla, kun taas PISA 2003 keskittyi luonnontieteisiin. PISA 2003 kuvaa PISA 2000 -tutkimusta kattavammin nuorten matematiikan taitojen hallintaa. PISA -tutkimuksen tarkoituksena on tietojen ja taitojen lisäksi selvittää oppimista tukevia opiskeluasenteita- ja taitoja. Oppilaille ja kouluille tehdyillä kyselyillä on haluttu selvittää monipuolisesti opiskeluympäristöä kotona ja koulussa, kodin sosiaalista asemaa ja tukea oppilaan opiskelulle, oppilaiden ajankäyttöä sekä heidän suhtautumistaan kouluun ja oppimiseen. PISA -tutkimus selvittää kaiken edellä mainitun lisäksi myös oppilaiden tietotekniikan käyttöä koulussa ja vapaa-aikana. PISA -tutkimuksen tavoitteena on arvioida oppilaiden suoriutumista todennukaisissa arkielämän tilanteissa opetussuunnitelman sisältöjen yksityiskohtaisen hallinnan arvioinnin sijaan. (Välijärvi 2005, 1.)

PISA on yhteishanke, johon kuuluu OECD:n jäsenmaat ja eräitä muita maita. PISA 2003 -tutkimukseen osallistui yhteensä 41 maata. PISA -ohjelman tavoitteena on saada mahdollisimman luotettavaa ja monipuolista tietoa nuorten osaamisesta ja siihen vaikuttavista tekijöistä eri maissa, vaihtelevissa koulukulttuureissa ja erilaisissa koulutusjärjestelmissä. PISA -tutkimuksen

² Programme for International Student Assessment

tarkoituksena on, että sen tuloksia voidaan hyödyntää koulutuksen ja opetuksen kehittämisessä. (Välijärvi 2005, 2, 5.)

PISA 2003 -tutkimuksessa osaamisen arvioinnin tuloksia kuvataan sekä kokonaistuloksen että neljän sisältökokonaisuuden osalta. Nämä neljä sisältökokonaisuutta ovat määrällinen ajattelu, tila ja muoto, muutos ja yhteydet sekä epävarmuus. PISA 2003 -tutkimuksesta saatujen tulosten mukaan suomalaisten nuorten osaaminen matematiikassa kansallisten keskiarvotulosten mukaan on OECD -maiden parhaimmistoa. Suomen lisäksi samalle tasolle ylsi vain kolme OECD -maata ja kaksi OECD -maiden ulkopuolista maata. Suomalaisten oppilaiden osaamisen kokonaistuloksissa korostuu osaamisen tasaisuus. Osaamisen vaihtelua kuvaava keskihajonta oli PISA 2003 -tutkimuksessa Suomessa selkeästi pienin verrattuna tutkimuksen muihin huippumaihin. Suomalaisten oppilaiden osaaminen oli myös hyvätasoista kaikilla PISA:ssa arvioituilla neljällä matematiikan osa-alueella. Parhaana osa-alueena näistä neljästä erottui määrällinen ajattelu. Suomalaisten oppilaiden osaamisen tasaisuus matematiikan eri osa-alueilla näkyy myös verrattaessa oppilaiden sijoittumista eri suoritustasoille osa-alueittain. Suomalaisten oppilaiden joukossa oli runsaasti matematiikan huippuosaajia ja erinomaisesti menestyneitä oppilaita. Tuloksia tarkastelemalla voidaan huomata suomalaisten oppilaiden hyvän menestyksen perustuvan kansallisesti tarkasteltuna siihen, että heikkojen oppilaiden tulokset olivat kansainvälisesti verrattuna varsin hyviä. PISA 2003 -tutkimuksen tulokset osoittavat, että perusopetusmme matematiikan ja sen käyttöaidon taso on edelleen vahva ja että monet Suomessa toteutetuista opetussuunnitelma- ja koulutusratkaisuista ovat olleet onnistuneita. Vaikka matematiikan osaaminen suomalaisilla oppilailta onkin korkeatasoista saatujen tulosten mukaan, on heikompiin kohtiin, geometrisiin ja algebrallisiin sisältöihin, jatkossa kiinnitettävä huomiota. (Törnroos & Kupari 2005, 14–17, 22–25, 34–35.) Myös suomalaisten oppilaiden ongelmanratkaisutaidot olivat PISA 2003 -tutkimuksen parhaimmistoa (Reinikainen 2005, 97).

2.7 Aikaisempia tutkimuksia

Oppikirja-analyysia on tehty 1990-luvulla suhteellisen paljon, mutta matematiikan oppikirjoja on analysoitu vain vähän. Päivi Perkkilä (2002) on tutkinut väitöskirjassaan *Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa* alkuopettajien matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen välistä yhteyttä alkuopetuksessa sekä matematiikan oppikirjojen ja opettajan oppaiden merkitystä opetuksen suunnittelussa ja opetuksessa. Perkkilän saamien tutkimustulosten mukaan suurimmalla osalla alkuopettajista matematiikkauskomuksissa

esiintyi sekä ongelmanratkaisua ja toiminnallisuutta korostavia piirteitä että laskemista, täsmällisyyttä sekä sääntöjä ja menettelytapoja painottavia piirteitä. Työvuosiltaan kokeneimmilla opettajilla oli Perkkilän mukaan havaittavissa voimakkaammin perinteisiä painotuksia. Matematiikan oppimista, opetusta ja opetuskäytäntöjä koskevissa uskomuksissa nousivat esille myös ongelmanratkaisu, toiminnallisuus, konkreettisuus, erilaiset ratkaisumenetelmät, peruslaskutoimitusten hallitseminen ja yksin työskentely. Uudemman koulutuksen saaneilla oli Perkkilän mukaan ristiriitainen suhtautuminen matematiikan oppikirjaan alkuopetuksessa toisin kuin vanhemman koulutuksen saaneilla, jotka luottivat enemmän matematiikan oppikirjan rakenteeseen ja käyttöön. Vaikka alkuopettajilla Perkkilän mukaan on hyvin samanlaisia uskomuksia, opettivat he eri tavalla. Kokeneemmat opettajat painottivat oppitunneilla rutiiniharjoittelua, oikeita vastauksia ja työrauhaa, kun taas vähemmän opetuskokemusta omaavat opettajat pyrkivät opetuksessaan oppilaskeskeisyyteen ja yhteistoiminnallisiin työtapoihin. Matematiikan alkuopetus on Perkkilän saamien tulosten mukaan oppikirjan sisältöihin nojaavaa ja opetus etenee oppikirjan sisältöjen mukaisesti.

Perkkilän (2002) tutkimuksen perusteella matematiikan oppikirjoja käytetään varsin perinteisesti opetuksessa, ja oppikirjoilla ja opettajan oppailla on keskeinen asema opetuksessa ja sen suunnittelussa. Oppikirjat ja opettajan oppaat toimivat toteutuvan opetussuunnitelman asemassa. Alkuopettajat luottavat matematiikan oppikirjoihin ja oppikirja ajaa Perkkilän mukaan lapsen edelle, sillä oppikirjan ajoitus suunnitelma tuo usein kiireen opetukseen. Alkuopetuksessa opettajat lähtevät liikkeelle oppikirjoista eivätkä matematiikan sisällöistä. Matemaattisten sisältöjen merkitys olisi nähtävä opetuksessa, jotta keskeiset käsitteet opittaisiin eikä itsetarkoituksena olisi vain käydä kirjaa läpi.

Eero K. Niemi (2004) tarkastelee väitöskirjassaan *Perusopetuksen oppimistulosten kansallinen arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisessa kontekstissa* perusopetuksen kuudennen vuosiluokan oppilaiden matematiikan oppimistuloksia ja niihin yhteydessä olevia tekijöitä. Lisäksi Niemi selvittää väitöskirjassaan oppimistulosten hyödyntämistä koulutuspoliittisessa päätöksenteossa ja opetuksessa.

Niemen (2004) tutkimukseen osallistuivat kuudennen vuosiluokan oppilaat, matematiikkaa opettavat opettajat ja koulujen rehtorit satunnaisesti valituista kouluista. Niemi on ottanut mukaan

myös LUMA³-viikkoon osallistuneiden koulujen kuudennen vuosiluokan oppilaat. Lisäksi Niemi on valinnut tutkimukseensa mukaan opetustoimen eri tasoilla vaikuttavia henkilöitä haastatteluun. Oppilaiden, opettajien ja rehtoreiden kohdalla tarkasteltiin matematiikan opetusta, oppimistuloksia ja asennetta matematiikkaa kohtaan. Haastattelulla puolestaan selvitettiin tutkimustiedon soveltamista käytäntöön koulutuspoliittisessa kontekstissa.

Niemen (2004) saamien tulosten mukaan kuudennen luokan oppilaiden oppimistulokset olivat opetussuunnitelman perusteissa asetettuihin tavoitteisiin nähden tyydyttävät. Oppimistuloksiin olivat yhteydessä käytetty matematiikan oppikirja sekä yleinen viihtyvyys koulussa. Tyttöjen oppimistulokset olivat geometriaa lukuun ottamatta poikia parempia, ja suomenkieliset oppilaat menestyivät oppimistuloksia mittaavassa kokeessa paremmin kuin ruotsinkieliset oppilaat. LUMA-koulujen oppilaat menestyivät Niemen teettämässä kokeessa paremmin kuin satunnaisella otannalla valittujen koulujen oppilaat.

Matematiikkaa opettavan opettajan tutkinnolla oli yhteys oppimistuloksiin. Kansakoulunopettajan tutkinnon suorittaneiden opettajien oppilaat menestyivät keskimäärin parhaiten Niemen teettämässä kokeessa. Kuudennen luokan oppilaiden asenteet matematiikkaa kohtaan olivat positiiviset, mutta tytöillä oli poikia positiivisempi käsitys itsestään matematiikan opiskelijana. Oppilaiden saamat arvosanat eivät kuitenkaan vastanneet kovinkaan hyvin menestymistä kokeessa. Niemen saamien tulosten mukaan oppikirjat ja työkirjat koettiin parempana pohjana matematiikan opetuksen suunnittelulle ja toteutukselle kuin opetussuunnitelma. (Niemi 2004.)

Jukka Törnroos (2004) on selvittänyt väitöskirjassaan *Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset – seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana matematiikan opetuksen oppisisältöjä 5.–7. luokilla Suomessa*. Opetuksen oppisisältöjä koskevan selvityksen pohjalta Törnroos on tarkastellut 7. luokan oppilaiden matematiikan oppimistuloksia. Törnroos on myös analysoinut tutkimuksessaan kouluissa vuonna 1999 yleisimmin käytettyjen 5.–7. luokkien matematiikan oppikirjojen sisällön. Jokaista vuosiluokkaa kohden tutkimuksessa on analysoitu kolmen eri kustantajan oppikirjat. Lisäksi Törnroos on tarkastellut opetuksen sisältöä vuoden 1994 Opetussuunnitelman perusteiden sekä 7. luokan opettajien kansainvälisen TIMSS 1999 - tutkimuksen yhteydessä antamien tietojen perusteella. Oppimistuloksia on verrattu myös TIMMS 1999 -tutkimuksessa kerättyyn aineistoon.

³ Luonnontieteiden, matematiikan ja teknologian viikko

Törnroosin (2004) saamien tulosten mukaan suomalaisten 7. luokan oppilaiden matematiikan opetuksen sisältö voi vaihdella sen mukaan, minkä kustantajan oppikirjaa he ovat käyttäneet. Käsitellyt matematiikan sisällöt, lähestymistavat opetettaviin asioihin ja sisältöjen käsittelyjärjestykset vaihtelivat oppikirjoissa kustantajan mukaan. Tutkimukseen osallistuneiden opettajien mukaan oppikirjat olivat toimineet pitkälti annetun opetuksen pohjana. Oppimistuloksissa Törnroosin mukaan puolestaan näkyivät selvästi Opetussuunnitelman perusteissa olevat painotukset. Kansainvälisessä vertailussa suomalaisten oppilaiden vahvuutena olivat tilastolliset tehtävät, mutta algebraan liittyvät tehtävät osattiin huonosti. 7. luokan oppilaat hallitsivat paremmin esitetyt ongelmanratkaisutehtävät kuin mekaanista laskua vaativat tehtävät. Eri kustantajan oppikirjaa 7. luokalla käyttäneiden oppilaiden kokonaistuloksissa ei ollut eroja joitakin yksittäisiä osa-alueita lukuun ottamatta. Törnroos nostaa tulostensa perusteella erityisesti peruslaskutoimitusten ja algebrallisten sisältöjen opetuksen perusopetuksen haasteiksi. Oppikirjojen erot Törnroosin mukaan ovat niin suuret, että oppilaiden tasa-arvoiset oppimismahdollisuudet ovat joiltain osin vaarassa. Siirtymä kuudennelta luokalta seitsemännelle luokalle on myös oppikirjojen eroavaisuuden näkökulmasta ongelmallinen.

Juha-Pekka Heinonen (2005) on tutkinut väitöskirjassaan *Opetussuunnitelmat vai oppimateriaalit* opetussuunnitelmien perusteiden ja oppimateriaalien vaikutuksia koulukohtaisiin opetussuunnitelmiin. Lisäksi Heinonen on tutkinut koulukohtaisten opetussuunnitelmien vaikutusta opetuksessa tapahtuneisiin mahdollisiin sisällöllisiin ja opetusmenetelmällisiin muutoksiin. Ensimmäisen tutkimusongelman kohdalla Heinonen ottaa huomioon myös taustalla vaikuttavat opettajien opettamis- ja oppimiskäsityksissä tapahtuneet muutokset. Jotta Heinosen mukaan oppimateriaalien vaikutusta opetussuunnitelmiin tai opetuksessa tapahtuneisiin muutoksiin voidaan tarkastella, täytyy saada selkeä kokonaiskuva oppimateriaalien käytöstä opetuksessa.

Tutkimuksen kvalitatiivisesta aineistosta nousi esiin erilaisia käsityksiä oppimateriaalien merkityksestä opetussuunnitelmien laadinnassa, oppimateriaalien käytöstä opetuksessa sekä opetussuunnitelmien vaikutuksesta opetustyöhön. Näiden käsitysten pohjalta Heinonen on luonut neljä toisistaan poikkeavaa opettajatyyppeä: yksilölliset uudistajat, oppimateriaaleihin tukeutuvat opettajat, opetussuunnitelmalliset uudistajat ja tavoitetietoiset uudistajat. Heinosen saamien tulosten mukaan yksilöllisten uudistajien opetustyöhön opetussuunnitelmauudistuksella ei ollut vaikutusta. Oppimateriaaleihin tukeutuvien opettajien opetusjärjestys pohjautui pelkkään oppikirjaan ja

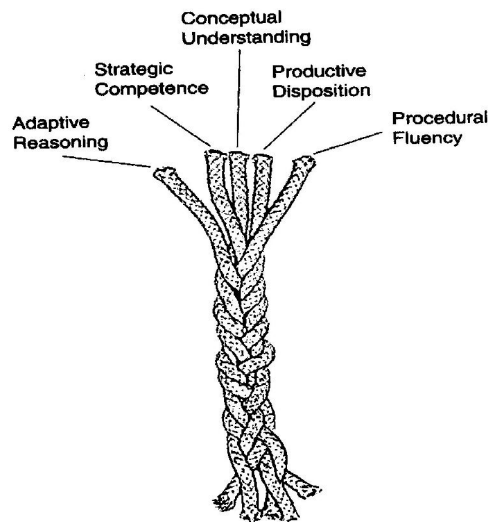
koulukohtaiset opetussuunnitelmat oli laadittu oppikirjojen mukaan. Opetussuunnitelmalliset uudistajat puolestaan olivat tehneet koulukohtaiset opetussuunnitelmat opetussuunnitelmien perusteiden pohjalta. Tämän opettajatyypin edustajien opetusmenetelmät olivat Heinosen mukaan muuttuneet oppilaskeskeisimmiksi. Tavoitetietoisten uudistajien mukaan opetussuunnitelmauudistuksessa tärkeintä oli itse prosessi ja sen myötä tavoitteiden tarkastelu. Heidän opetuksensa eteni opetussuunnitelman pohjalta ja oppikirjaa käytettiin opetuksessa valikoiden. Opettajien käsitys opetussuunnitelmauudistuksen vaikutuksesta opetukseen vaihteli paljon. Osa opettajista oli sitä mieltä, ettei uudistus vaikuttanut mitenkään heidän opetukseensa ja osan opettajista se sai pohtimaan omaa opetustaan ja sen tavoitteita syvällisemmin. (Heinonen 2005.)

3 TOOREETTINEN VIITEKEHYS

Tutkimuksessa aineistoa tarkastellaan aina tietystä näkökulmasta. Tätä määriteltyä näkökulmaa nimitetään teoreettiseksi viitekehyyksi. Teoreettinen viitekehys määrittää sitä, millainen aineisto kannattaa kerätä ja millä menetelmällä kerättyä aineistoa analysoidaan. (Alasuutari 1994, 69, 74.)

3.1 *Matemaattisen osaamisen piirteet ja matematiikkakuva*

Jeremy Kilpatrickin, Jane Swaffordin ja Bradford Findellin (2001) teorian mukaan matemaattinen osaaminen voidaan jakaa viiteen piirteeseen. Nämä piirteet ovat käsitteellinen ymmärtäminen, proseduraalinen sujuvuus, strateginen kompetenssi, mukautuva päättely ja yritteliäisyys. Piirteet ovat kietoutuneet toisiinsa, ja matemaattista osaamista ei voida saavuttaa kehittämällä vain yhtä tai kahta piirrettä. Osaaminen kehittyy ajan kanssa ja voi olla monen tasoista. Saavutettu osaaminen mahdollistaa arkielämässä pärjäämisen ja opintojen jatkamisen. Matemaattinen osaaminen ei ole vain älykkäiden etuoikeus, vaan kaikilla tulisi olla mahdollisuus saavuttaa se. (Kilpatrick, Swafford & Findell 2001, 116, 133, 142.) Tässä tutkimuksessa Kilpatrickin ym. matemaattisen osaamisen viides piirre, yritteliäisyys (productive disposition), on korvattu Erkki Pehkosen (1998, 47) määrittelemällä käsitteellä matematiikkakuva, koska se kuvailee tarkemmin ja kattavammin uskomuksia matematiikasta kuin yritteliäisyys.



KUVIO 1. Matemaattisen osaamisen piirteet kietoutuneina toisiinsa (Kilpatrick ym. 2001)

Käsitteellinen ymmärtäminen (conceptual understanding) tarkoittaa yhdistettyä ja tarkoituksenmukaista käsitystä matemaattisista ideoista. Oppilas ymmärtää matemaattisia käsitteitä, operaatioita ja relaatioita. Ideana on, että tiedetään enemmän kuin vain erillisiä faktoja ja metodeja. Käsitteellistä ymmärrystä omaavat oppilaat tietävät, miksi matemaattinen idea on tärkeä ja millaisessa kontekstissa se on hyödyllinen. Tieto on heillä järjestynyt kokonaisuudeksi, ja he oppivat uuden tiedon yhdistämällä sen vanhaan. Näitä yhdistyneitä tietoja on myös helpompi muistaa ja käyttää, koska jos oppilas unohtaa jonkin asian, hän voi rakentaa sen uudelleen. Käsitteellisen ymmärtämisen myötä oppilaan opittavien asioiden määrä laskee, koska hän voi nähdä syvempiä yhtäläisyyksiä asioiden välillä, jotka aluksi näyttävät irrallisilta. Ymmärretty metodi on lisäksi todennäköisemmin oikea kuin ainoastaan muistettu metodi. Kun asia on ymmärretty, se edesauttaa uuden tiedon luomista ja uusien, ennestään vieraiden ongelmien ratkaisemista. Käsitteellistä ymmärtämistä voidaan mitata oppilaan kyvyllä esittää matemaattisia tilanteita eri tavoin. Merkityksellistä on myös tietää, miten eri esitystavat voivat olla hyödyllisiä eri tarkoituksissa. Käsitteellisen ymmärtämisen taso on yhteydessä oppilaiden näkemien asioiden välisten yhteyksien määrään. Hyödyllisimpiä yhteydet ovat silloin, kun ne ovat käsitteiden ja metodien välillä. (Kilpatrick ym. 2001, 116, 118–120.)

Proseduraalisella sujuvuudella (procedural fluency) tarkoitetaan taitoa käyttää proseduureja eli menettelytapoja sujuvasti, täsmällisesti, tehokkaasti ja tarkoituksenmukaisesti. Proseduraalinen sujuvuus on läheisessä yhteydessä käsitteelliseen ymmärtämiseen, sillä proseduurien hallinta

edesauttaa käsitteiden syvällisempää ymmärtämistä. Usein käsitteellinen ymmärtäminen ja proseduraalinen sujuvuus nähdään kilpailevan keskenään, mutta niin ei tarvitse olla, sillä ne ovat läheisessä yhteydessä toistensa kanssa. Ymmärtäminen tekee oppimistaidon helpommaksi, vähemmän herkän perusvirheille ja unohtamiselle. Jonkin asteinen taidon hallinta on oltava, jotta monia matemaattisia käsitteitä voi oppia ymmärtäen ja proseduurien käyttö voi vahvistaa ja kehittää tätä ymmärrystä. Ilman riittävää proseduraalista sujuvuutta oppilaiden on vaikeaa syventää ymmärrystä ja ratkaista ongelmia. Tärkeää kuitenkin on, että proseduurit eli menettelytavat ovat alusta asti oikeita. Väärien proseduurien käyttö on todennäköisempää, jos oppilas ei ymmärrä mistä on kyse. Ilman ymmärrystä ulkoa opetellut proseduurit jäävät erillisiksi tiedoiksi. Tällöin uusien tietojen oppiminen vaikeutuu. Muista erillään oleva tieto jää erilleen myös jokapäiväisessä elämässä tarvittavasta matemaattisesta tiedosta. Proseduraalisen sujuvuuden kanssa on yhteydessä taito osata arvioida proseduurin tulosta. (Kilpatrick ym. 2001, 116, 121–123.)

Strateginen kompetenssi (strategic competence) liittyy kykyyn muotoilla, esittää ja ratkaista matemaattisia ongelmia. Se on eräänlaista ongelmanratkaisua ja ongelman muotoilua. Koulussa oppilaat usein saavat ongelmat valmiiksi muotoiltuna toisin kuin arkipäiväisessä elämässään, jossa heidän täytyy itse selvittää, mikä ongelma on, saada se ratkaistavaan muotoon ja ratkaista se. Siksi oppilaiden tulee saada harjoitusta myös ongelman muotoilussa ongelmanratkaisustrategioiden harjoittelemisen lisäksi. Ensimmäinen askel ongelman ratkaisuun on ongelman saattaminen matemaattisesti esitettyyn muotoon, kuten numeeriseen, symboliseen, verbaaliseen tai graafiseen esitystapaan. Tärkeää on, että oppilaat eivät vain kiinnitä huomiota tehtävien avainsanoihin, vaan luovat mentaalisen mallin. Oppilaiden ei pidä ainoastaan pystyä rakentamaan representaatioita yksittäisissä tilanteissa, vaan heidän tulee myös nähdä, että joillakin representaatioilla on yhteisiä matemaattisia rakenteita. Tullakseen päteväksi ongelmanratkaisijaksi, oppilaat oppivat, miten muotoilla ongelmien mentaalisia representaatioita, löytää matemaattisia yhteyksiä ja keksiä uusia ratkaisumetodeja tarvittaessa. Oppilas, jolla on strategista kompetenssia, onnistuu löytämään tehtävästä ratkaisemisen kannalta olennaisen ja pystyy ratkaisemaan myös tehtäviä, jotka eivät ole rutiininomaisia. Hän osaa valita tehtävän kannalta parhaan metodin. Strategisella kompetenssilla on molemminpuolinen tukeva yhteys käsitteellisen ymmärtämisen ja proseduraalisen sujuvuuden kanssa. (Kilpatrick ym. 2001, 116, 124–127.)

Kykyä loogiseen päättelyyn, reflektointiin, selittämiseen ja todistamiseen kutsutaan mukautuvaksi päättelyksi (adaptive reasoning). Toisin sanoen mukautuva päättely viittaa kapasiteettiin ajatella loogisesti käsitteiden ja tilanteiden suhteista. Tällainen pätevä päättely on peräisin tarkasta

vaihtoehtojen harkinnasta ja sisältää tietoa siitä, miten oikeuttaa ratkaisunsa. Mukautuva päättely pitää matemaattisen ratkaisuketjun yhdessä. Sen avulla voidaan nähdä, että tosiasiat, proseduurit, käsitteet ja ratkaisumetodit sopivat yhteen. Oppilaat pystyvät mukautuvaan päättelyyn, jos kolme ehtoa täyttyy: heillä on riittävä tietopohja, tehtävä on ymmärrettävä ja motivoiva sekä konteksti on tuttu ja miellyttävä. Yksi osoitus mukautuvasta päättelystä on kyky oikeuttaa eli tarjota riittävä syy omalle työlle. Myös mukautuva päättely on yhteydessä toisiin piirteisiin, erityisesti ongelman ratkaisun aikana. Strategista kompetenssia käytetään ongelman muotoilemisessa, esittämisessä ja ratkaisustrategian valinnassa, mutta mukautuvaa päättelyä käytetään, kun oikeutetaan valittua strategiaa. Käsitteellinen ymmärtäminen tarjoaa käsitteitä, operaatioita ja relaatioita, joiden avulla oppilas voi yleistää ja oikeuttaa tekemänsä ratkaisun. (Kilpatrick ym. 2001, 116, 129–131.)

Matematiikan oppimiseen liittyy oleellisesti myös uskomukset matematiikasta, joita voidaan kuvata käsitteellä matematiikkakuva. Opettajan matematiikkakuva ohjaa hänen toimiaan sekä tulkitsee ja suodattaa hänen havaintojaan; vastaavasti oppilaan uskomukset säätelevät hänen oppimistaan (Pehkonen 1999a, 120). Erkki Pehkosen (1998, 47) mukaan matematiikkakuva koostuu neljästä pääkomponentista: uskomuksista matematiikan luonteesta, itsestä matematiikan oppijana ja käyttäjänä, matematiikan opetuksesta ja matematiikan oppimisesta. Nämä neljä pääkomponenttia ovat jaettavissa vielä alakohtiin. Seuraavat ovat esimerkkejä siitä, mitä pääkomponenttien alakohdat voisivat olla. Uskomuksiin matematiikan luonteesta kuuluvat uskomukset matematiikasta kouluaineena, uskomukset siitä, miten matemaattinen tieto on syntynyt ja uskomukset matematiikasta yliopiston aihealueena. Uskomukset itsestä matematiikan oppijana ja käyttäjänä sisältää uskomukset omasta itsetunnosta ja uskomukset omista ongelmanratkaisutaidoista. Matematiikan opetuksen alakohdiksi voidaan luetella uskomukset matematiikan opettamisen luonteesta, uskomukset siitä, kuinka opetus tulisi organisoida, uskomukset opettajan roolista sekä uskomukset siitä, kuinka paljon itsenäisyyttä oppilaille annetaan. Uskomuksiin matematiikan oppimisesta lasketaan uskomukset matematiikan oppimisen luonteesta, uskomukset siitä, kuinka oppiminen tulisi organisoida, uskomukset oppijan roolista, uskomukset siitä, kuinka paljon oppilailta odotetaan itsenäisyyttä oppimisessa ja vielä uskomukset siitä, kuka asettaa kriteerit matematiikan paikkansa pitävyydelle. Edellä esitettyjen pääkomponenttienkin alakohdat ovat jaettavissa vielä uusiin ja uusiin alakohtiin loputtomasti. (mt., 47–48.)

Matematiikkakuvan pääkomponentit eivät ole selkeästi erotettavissa toisistaan, vaan ne ovat osittain limittäisiä. Matematiikkakuva tarkoittaa siis yksilön matematiikkaan liittyvien uskomusten ja käsitysten laajaa spektriä. Olennaista kuitenkin oppilaan ja opettajan matemaattisessa

työskentelyssä on se, miten he näkevät matematiikan tieteenä. ”Työkalupakki” -näkökulman mukaan matematiikka sisältää vain laskusääntöjä ja rutiineja, joita käytetään tarpeen mukaan. Systeemi -näkökulmassa matematiikka nähdään muodollisena systeeminä, jonka mukaan on toimittava. Toiminta on ankaran loogista, tarkkaa ja täsmällistä. Prosessi -näkökulma korostaa matematiikkaa dynaamisena prosessina, jossa oppija itse luo matematiikkaa tarpeittensa ja kykyjensä mukaan. Uskomukset, joihin matematiikkakuva perustuu, määritellään yksilön henkilökohtaisiksi ja kokemusperäisiksi tiedoiksi, joille ei aina pystytä antamaan objektiivisesti hyväksyttäviä perusteluja. (Pehkonen 1999a, 121–122.)

3.2 Konstruktivistinen oppimiskäsitys

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa korostetaan oppijan omaa aktiivista roolia oppimisprosessissa. Tämä oppijan aktiivisuuden tärkeänä pitäminen juontaa juurensa vallalla olevasta oppimiskäsityksestä eli konstruktivismista. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteista ja konstruktivismista on löydettävissä muitakin yhtäläisyyksiä. Seuraavassa esitellään joitakin konstruktivismin perusnäkömääriksiä, jotka vaikuttavat nykyään voimakkaasti käsityksiin oppimisesta.

Konstruktivismin mukaan oppiminen on oppijan aktiivista tiedon konstruoinista eli rakentamista. Tietoa ei siis voi antaa kenellekään valmiina, vaan oppijan on itse rakennettava omat tietorakenteensa. Oppija valikoi ja tulkitsee informaatiota aikaisemmin oppimansa ja odotustensa pohjalta. (Rauste – von Wright 1998, 19.) Ihminen on kuitenkin sosiaalinen olento, eikä siis rakenna merkityksiä vain itselleen. Sosiaalisena olentona ihmisellä on tarve jakaa omaa ymmärrystään ja toisaalta myös ymmärtää muita kieltä, symboleja ja merkkejä käyttäen. Pyrkimyksenä on mahdollisimman samanlaisten merkitysten tuottaminen eri ihmisten välillä. (Tynjälä 1999, 22.) Oppija rakentaa uutta tietoa kahdella tavalla: assimilaation ja akkommodaation kautta. Assimilaatiossa uusi tieto ei poikkea huomattavasti vanhasta, ja tällöin uusi tieto voidaan sulauttaa vanhaan tietoon. Akkommodaatiossa vanhaa tietoa muutetaan uuden tiedon poiketessa siitä. Joka tapauksessa aikaisemmilla tietorakenteilla ja myös oppijan toimintatavoilla opiskelutilanteessa on suuri vaikutus uusien tietorakenteiden rakentamisessa. Siitä johtuen metakognitiivisten taitojen ja strategisten itsesäätelytaitojen kehittäminen on myös tärkeää. (Rauste – von Wright & von Wright 1995, 64, 119; Tynjälä 1999, 61–62.)

Konstruktivismissa on tärkeää ymmärtäminen ja ajattelu, joihin päästään oman kokeilemisen ja kysymysten kautta. Kysymysten avulla oppilasta ohjataan omaan kokeiluun, ongelmanratkaisuun ja ymmärtämiseen. Vähitellen pyritään oppilaan itseohjautuvuuteen, jolloin myös opettajan rooli muuttuu opettajasta ohjaajaksi, jonka tehtävänä on lähinnä luoda oppimisympäristöjä herättämään oppilaassa kysymyksiä ja auttamaan häntä vastausten rakentamisessa. Oppiminen nähdään vuorovaikutusprosessina, jossa opettaja ei hallitse oppimistilannetta, vaan oppilas ottaa itse vastuuta omasta oppimisestaan. Oppimiseen vaikuttaa hyvin vahvasti se, millaisena oppilas itse näkee roolinsa oppimisprosessissa. Oppilaan itsetunto vaikuttaa siihen, näkeekö hän esimerkiksi olevansa itse vastuussa oppimisestaan. Opettaja voi kuitenkin edelleen toimia tärkeässä roolissa tiedon esittäjänä, mutta olennaista on erityisesti se, että oppimistilanne järjestetään oppimista tukevaksi. (ks. esim. Rauste – von Wright 1998, 17, 19; Tynjälä 1999, 61; Ruohotie 1998, 9.)

Konstruktivismi vaikuttaa opetussuunnitelmiin. Koska konstruktivismin mukaan tieto on luonteeltaan muuttuvaa, ovat tiedonhankintataidot ja elinikäisen oppimisen taidot hyvin tärkeässä asemassa, ja tämän tulisi myös näkyä opetussuunnitelmien tavoitteissa. Tiedon valtavan ekspansion takia olennaisia taitoja ovat esimerkiksi tiedon valikointi, jäsentäminen, analysoiminen, yhdistäminen ja arvioiminen. Vähemmälle arvolle jää sen sijaan asioiden ulkoa opetteleminen. Toisaalta ongelmalähtöiset opetussuunnitelmat voivat olla hyvä tapa integroida teoriaa, käytäntöä ja itsesäätelytaitoja sekä luoda autenttisia oppimistilanteita. (Tynjälä 1999, 67.)

Konstruktivismin alta on löydettävissä monia eri suuntauksia. Käsitteiden määrittely vaihtelee jonkin verran lähteestä riippuen ja täydellistä käsitteiden määrittelyä on lähes mahdoton tehdä. Eri suuntausten välillä on kuitenkin löydettävissä eroja esimerkiksi sen suhteen, nähdäänkö oppimisen keskiössä olevan yksilö, ryhmä vai yhä laajempi yhteisö. Konstruktivismi voidaan erottaa esimerkiksi yksilökonstruktivismiksi ja sosiaaliperspektiiviseksi konstruktionismiksi. Lisäksi esimerkiksi sosioperspektiivisen konstruktionismin alla on useita alaluokkia. Yksilökonstruktivistit korostavat muun muassa psykologisia oppimisen mekanismeja ja aktiivisuus tarkoittaa heille kognitiivisia ja sensomotorisia toimintoja. Oppimisen sosiaalista luonnetta painottavat konstruktivistit kohdistavat mielenkiintonsa siihen, miten sosiaaliset ryhmät ja yhteisöt rakentavat tietoa. Tarkastelun kohteena siis on, kuinka yksilö yhteisön osana rakentaa käsityksiään kielenkäytön, toimintatapojen ja kulttuurin osana. Sosiaalinen vuorovaikutus, ryhmässä toimiminen, on sosiaalisen konstruktivismin edustajille itseisarvoista, ja aktiivisuuden nähdään tarkoittavan osallistumista sosiaaliseen toimintaan. Kuitenkin edellä oleva erottelu on hieman kärjistetty, sillä

todellisuudessa suuntausten välillä ei ole varsinaisesti ristiriitaa. Molemmat suuntaukset sisältävät ja hyväksyvät myös toisen näkemykset tietyllä tasolla. (Tynjälä 1999, 58–59; Leino 2004, 22.)

Yksi konstruktivismin suuntaus on sosiokonstruktivismi. Se on tällä hetkellä huomionarvoisin oppimiskäsitys. Se on myös yleisesti hyväksytty ja hyödylliseksi koettu teoria matematiikan opetuksessa. Sosiokonstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaan lähtökohtana opettamiselle tulisi olla se tapa ja ne käsitteet, joiden avulla oppilas hahmottaa maailmaa. Sosiokonstruktivistinen oppimiskäsitys ei anna suoranaisesti mallia matematiikan opettamiseen, mutta se toimii hyvänä taustateorianana. Toisaalta se voi myös toimia matematiikan opetuksen uudistajana. Sosiokonstruktivismin tulisi myös näkyä opetussuunnitelmissa ja niiden tavoitteissa. Sosiokonstruktivistinen ajattelutapa onkin selkeästi lisääntynyt 15 vuoden aikana keskusteltaessa matematiikan opettamisesta ja opetussuunnitelmista. Sosiokonstruktivistiselle ajattelutavalle on ominaista, että opettaminen lähtee merkityksellisistä toimintamuodoista. Nämä merkitykselliset toimintamuodot vaativat esimerkiksi päättelyä, luovaa ajattelua, kommunikointia ja tiedon soveltamista. Tärkeässä asemassa siis ovat ongelmanratkaisutehtävät. Käsitteiden ja menetelmien hallinta ei ole kaiken lähtökohtana, vaan tärkeämpää on mielekkäiden tehtävien suorittaminen, joiden kontekstina on oppilaiden jokapäiväinen elämä. (Kupari 1999, 27, 36–38; Ruohotie 1998, 9.) Olennaista ei ole se, että oppilaat oppivat suuren määrän faktoja ulkoa. Sen sijaan tulisi siirtyä faktapainotteisuudesta ongelmakeskeisyyteen. Vaikka matematiikka sisältääkin paljon ulkoa opeteltavia asioita, voi myös niiden opetteluun liittää todellisen elämän tilanteisiin ja laajempiin kokonaisuuksiin. Tällöin ne eivät jää ainoastaan irralliseksi tiedoksi. Näin voidaan faktojen opettamiseen saada mukaan selittämistä, arviointia ja syy-seuraussuhteiden analysointia. (Tynjälä 1999, 63.)

Kun opetus järjestetään sosiokonstruktivismia pohjana pitäen, on sillä omat vaikutuksensa myös pedagogiikkaan. Luonnollisesti sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitys on suuri, jolloin korostuvat esimerkiksi sellaiset työtavat kuin yhteistoiminnallisuus, keskustelu ja merkitysten rakentaminen käytännöllisissä yhteyksissä. Esimerkiksi yhteistoiminnallisuuden avulla voidaan saada tehtävään aivan uusia ulottuvuuksia. Yhdessä toimiminen voi myös vähentää pelkoa epäonnistumisesta omien kykyjen puutteellisuuden vuoksi. Vaikka oppiminen riippuukin lopulta yksilön motivaatiosta ja kyvyistä, ei kuitenkaan voida unohtaa sitä sosiaalista kontekstia, jossa oppiminen tapahtuu. Sosiaalisissa tilanteissa oppija voi tuoda ajatteluaan muiden nähtäväksi, saada palautetta ja sosiaalista tukea sekä toisaalta myös antaa sitä muille. Lisäksi painotetaan esimerkiksi kulttuuristen välineiden käyttöä. (Tynjälä 1999, 60–61, 65; Ruohotie 1998, 10–11.)

3.3 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet

Termi opetussuunnitelma on muuttunut jonkin verran ajan kuluessa. Eri aikoina ja eri kouluasteilla on opetussuunnitelmasta käytetty esimerkiksi nimityksiä lukusuunnitelma, oppiennätys, opintosuunnitelma, opinto-opas ja koulutussuunnitelma. (Uusikylä & Atjonen 2005, 50.) Myös opetussuunnitelma -käsite voi terminä tarkoittaa hyvin erilaisia asioita (Törnroos 2004, 31). Joka tapauksessa opetussuunnitelma on tärkeimpiä koulua ohjaavia dokumentteja eli asiakirjoja. Se sisältää kyseisen koulun tai kouluasteen tavoitteet, oppiaineiden ja oppilasarvioinnin periaatteet sekä usein jonkinasteisen kannanoton opetusmenetelmistä. Kyse on ennakoitavasta opetustapahtumasta. (Uusikylä & Atjonen 2005, 50–51.) Tämän tyylisten määritelmien lisäksi puhutaan esimerkiksi tarkoitettusta, toimeenpannusta ja toteutuneesta opetussuunnitelmasta. Tarkoitettu opetussuunnitelma tarkoittaa etukäteen kirjoitettua opetussuunnitelmaa, toimeenpantu opettajien toteuttamaa ja toteutunut oppilaiden kokemaa opetussuunnitelmaa. (Malinen 1992, 24.)

Tässä tutkimuksessa opetussuunnitelmalla tarkoitetaan tarkoitettua eli kirjoitettua opetussuunnitelmaa. Kirjoitetussa opetussuunnitelmassa näkyy yhteiskunnan tahto koulutusta kohtaan. Tämä tahto välittyy opetussuunnitelman sisällöissä ja tavoitteissa. (Kananoja 1999, 15.) Nimestään huolimatta kirjoitettu opetussuunnitelma on kuitenkin muutakin kuin vain pala paperia. Se on dynaaminen, jatkuvasti kehittyvä prosessi, johon kuuluvat opetuksen suunnittelu, toteutus ja arviointi. Suuressa asemassa ovat erityisesti opettaja ja oppilas, sillä pääosin opetuksen suunnittelu tapahtuu kuitenkin koulussa. (Haapasalo 1994, 316.)

Uusi perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (POPS) hyväksyttiin 16.1.2004 Opetushallituksen toimesta. Se oli otettava käyttöön kaikilla luokka-asteilla viimeistään 1.8.2006. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet toimii kehyksenä, jonka pohjalta luodaan paikalliset opetussuunnitelmat. (Opetushallitus 2004.)

Konstruktivismi on selkeästi perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden takana vaikuttava oppimiskäsitys. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden mukaan oppiminen on seurausta oppilaan aktiivisesta ja tavoitteellisesta toiminnasta. Oppiminen riippuu siis oppijan aiemmin rakentuneesta tiedosta, motivaatiosta sekä oppimis- ja työskentelytavoista. Opetussuunnitelman perusteissa oppiminen nähdään ongelmanratkaisua sisältävänä prosessina. Tämä prosessi on myös vuorovaikutusprosessi, jossa oppiminen ymmärretään yksilölliseksi ja yhteisölliseksi tietojen ja taitojen rakennusprosessiksi. Oppiminen on myös tilannesidonnaista, joten oppimisympäristöön

tulee kiinnittää erityistä huomiota. Oppimisympäristön tulee tukea oppilaan kasvua ja oppimista. Oppimisen tulee tapahtua erilaisissa tilanteissa itsenäisesti, opettajan ohjauksessa sekä vuorovaikutuksessa opettajan ja vertaisryhmän kanssa. (Opetushallitus 2004, 7.)

Matematiikan opetussuunnitelma

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden mukaan matematiikan opettamisen merkitys ulottuu jopa oppilaan henkiseen kasvamiseen ja esimerkiksi sosiaalisen vuorovaikutuksen edistämiseen. Matematiikan opetuksen tavoitteet eivät siis ulotu ainoastaan matematiikan oppimiseen, vaan opetuksen vaikutusten odotusten odotetaan olevan laajempia. Matematiikan tulisi oppiaineena tarjota mahdollisuus matemaattisen ajattelun kehittämiseen. Sen lisäksi oppilaalla tulisi perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden mukaan olla mahdollisuus matemaattisten käsitteiden ja yleisien ratkaisumenetelmien oppimiseen. Opetuksen tulee ohjata oppilasta luovaan ajatteluun ja ongelmanratkaisuun. Opetuksen olisi edettävä systemaattisesti luoden oppijalle kestävän pohjan myöhemmin opeteltavien asioiden oppimista varten. Konkreettisuus sekä tieto- ja viestintätekniikan käyttö ovat tärkeässä asemassa. Samoin tärkeää on myös käyttää arkisia tilanteita ja niissä eteen tulevia ongelmia hyödyksi opetuksessa (Opetushallitus 2004, 105.)

Viidennen vuosiluokan matematiikan opetussuunnitelma

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet on jaettu vuosiluokkien mukaan kolmeen ryhmään, joista ensimmäinen sisältää luokat 1-2, toinen sisältää luokat 3-5 ja kolmas muodostuu luokista 6-9. Jokaisen ryhmän kohdalta on opetussuunnitelmassa määritelty esimerkiksi sisällöt, tavoitteet ja hyvän osaamisen kriteerit. Koska tämä tutkimus käsittelee viidennen luokan oppimateriaaleja, tulisi viidennen luokan päätyttyä olla saavutettuna ja opetettuna kaikki luokkien 3-5 osalta opetussuunnitelmassa oleva. Seuraavassa on esitelty joitakin tämän tutkimuksen kannalta merkityksellisiä perusopetuksen opetussuunnitelman perusteista löytyviä asioita.

Tärkeimpinä asioina vuosiluokilla 3-5 on matemaattisen ajattelun kehittäminen sekä lukukäsitteen ja peruslaskutoimitusten varmentaminen. Tärkeää opetussuunnitelman mukaan olisi myös kokemusten hankkiminen matemaattisen tiedon pohjaksi ja onnistumisen elämysten saaminen. Oppilaan tulisi oppia peruslaskutaitoja, matemaattisten ongelmien ratkaisemista ja käyttämään matemaattisia käsitteitä. Tutkimista ja havainnointia hyväksikäyttäen oppilaan tulisi muodostaa matemaattisia käsitteitä ja käsitejärjestelmiä. Lisäksi tavoitteisiin kuuluvat esimerkiksi

säännönmukaisuuksien löytäminen, perustelujen tekeminen, ratkaisujen, kysymyksien ja päätelmien esittäminen, sääntöjen käyttäminen, ohjeiden noudattaminen, pitkäjänteinen ja keskittynyt työskenteleminen sekä ryhmässä toimiminen. (Opetushallitus 2004, 107.)

Koska tässä tutkimuksessa on erityisesti keskitytty matematiikan osa-alueista geometriaan ja desimaalilukuihin, on seuraavassa poimittu perusopetuksen opetussuunnitelmasta kohdat, jotka käsittelevät kyseisiä osa-alueita. Keskeisiä sisältöjä desimaalilukujen osalta ovat esimerkiksi desimaaliluvun käsite, murtoluvun, desimaaliluvun ja prosentin välinen yhteys sekä erilaiset laskutoimitukset murto- ja desimaaliluvuilla (yhteen- ja vähennyslasku, kertominen, jakaminen). Geometrian osalta sisällöt muodostuvat esimerkiksi suurennoksista ja pienennöksistä, mittakaavasta, yhdenmuotoisuudesta, peilauksista, symmetriasta, ympyrästä osineen, yhdensuuntaisista ja kohtisuorista suorista, kulmien mittaamisesta ja nimeämisestä. Lisäksi sisältöihin kuuluvat erilaisten monikulmioiden tutkiminen ja luokittelu, piiri ja pinta-ala, kuvioiden ja kappaleiden geometrinen ominaisuuksien tutkiminen, mittaaminen, mittayksiköt (käyttö, vertailu, muuntaminen) sekä mittaustulosten arviointi ja tarkastaminen. (Opetushallitus 2004, 108.) Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteista löytyy myös sellaisia sisältöjä, joita voi sisältyä myös tutkittavien osa-alueiden sisälle, vaikka ne eivät varsinaisesti niiden alle kuulukaan. Tällaisia osa-alueita ovat esimerkiksi päässäälaskut, sulkeiden käyttö, tulosten arviointi ja tarkistaminen, pyöristäminen sekä taulukoiden ja diagrammien lukeminen (Opetushallitus 2004, 108).

Vaikka perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet antaa raamit opetukselle, on opettaja kuitenkin lopulta se, joka on opetussuunnitelman toteuttaja. Opettaja tulkitsee esimerkiksi opetussuunnitelmaan kirjattuja tavoitteita. Näin ollen opettaja on lopulta kuitenkin vastuussa opetuksen kehittämisestä. (Haapasalo 1994, 326.)

3.4 Oppilasarviointi

Arvioinnin uudistamistoimikunnan raportissa vuonna 1988 on arviointi eli evaluaatio käsitteenä määritelty yhteisnimitykseksi niille opetusprosessiin kuuluville toimenpiteille, joilla ohjataan ja tarkistetaan opetuksen tavoitteisiin pääsemistä (Kananoja 1999, 63). Toisen määritelmän mukaan arviointi on toimintaa, jolla pyritään sen määrittämiseen, kuinka hyvä suoritus tai toiminta on (Uusikylä & Atjonen 2005, 191). Määritelmä on kuitenkin melko suppea. Laajassa mielessä arvioinnin voidaan katsoa kohdistuvan oppitulosten lisäksi koko koulutusjärjestelmään eli myös esimerkiksi prosesseihin ja suunnitteluun (Lahdes 1986, 175). Tässä tutkimuksessa arvioinnilla

tarkoitetaan kuitenkin oppilasarviointia, joka kohdistuu oppilaan oppimisprosessiin ja oppimistuloksiin.

Arviointia ja arvostelua ei voida pitää toistensa synonyymeina, sillä arviointi on käsitteenä laajempi. Arvostelu on arvioinnin osa. Se tarkoittaa arvosanan antamista suorituksen perusteella (Åhlberg 1990, 8). Arvioinnilla on monia tehtäviä, joista esimerkkeinä mainittakoon kontrolloiva, valikoiva, motivoiva, ohjaava ja kehittävä tehtävä (Räisänen 1994, 22). Arvioinnin kehittäminen on jo jonkin aikaa nähty yhtenä koulun kehittämisen painopistealueena. 1990-luvulta lähtien on oppilaan yksilöllisen kehityksen tukeminen nähty erityisen tärkeänä. Jotta tämä olisi mahdollista, on arvioinnin kehittäminen välttämätöntä. (Kananoja 1999, 3.)

Oppilasarvioinnissa käytetyt menetelmät voidaan jakaa kahteen osaan: koviin menetelmiin ja pehmeisiin menetelmiin. Kovat menetelmät pitävät sisällään esimerkiksi kontrollointia, valikointia ja ennustamista. Oppiainekeskeisyys on niissä tärkeässä asemassa, ja niiden pohjana on ulkoinen kontrolli. Pehmeät menetelmät sen sijaan pyrkivät motivoimaan oppilasta ja lähtevät oppilaasta käsin. Ideana on, että oppilasta ohjataan omien henkilökohtaisten tavoitteiden asettamisessa, ja niitä pidetään arvioinnin pohjana. Toisin kuin kovissa menetelmissä, tulokset eivät ole vertailukelpoisia keskenään. (Kananoja 1999, 66–67.)

Arviointitapoja voidaan luokitella monella tavalla. Yksi tapa on käyttää jakamisen perusteena arvioinnin tehtäviä yhden opetusjakson aikana. Tällöin arviointitavat voidaan jakaa diagnostiseen, formatiiviseen ja summatiiviseen arviointiin. Kukin edellä mainituista arviointitavoista sijoittuu ajallisesti eri kohtaan opintojaksoa. Diagnostinen arviointi mittaa oppilaan lähtötason ja edellytykset oppimiseen. Diagnostinen arviointi suoritetaan siis ennen opintojakson alkamista. Sen avulla voidaan esimerkiksi löytää sellaiset oppilaat, jotka mahdollisesti tarvitsevat myöhemmin erityistukea. Formatiivinen arviointi tapahtuu ajallisesti oppimisen aikana. Sen avulla voidaan nähdä, onko oppilas saavuttanut osatavoitteiden mukaiset tavoitteet ja tarvitseeko joku oppilaista mahdollisesti lisää harjoitusta. Ideana on siis seurata oppimisen edistymistä. Formatiivisen arvioinnin tehtävä on motivoida oppilasta ja toisaalta myös ohjata oppilasta oikeaan suuntaan. Formatiivinen arviointi ei saisi vaikuttaa oppilaan saamaan arvosanaan. Yksi formatiivisen arvioinnin muoto pienten ”kokeiden“ lisäksi on tarkkailu. Summatiivinen arviointi suoritetaan jakson lopussa päättöarviointina. Ideana on arvioida oppimistuotosta eli saavutettuja tuloksia. Summatiivisen arvioinnin tehtävänä on esimerkiksi kontrolloida, ennustaa ja erotella. Summatiivinen koe on formatiivista koetta pidempi, niitä pidetään harvemmin ja niistä ilmoitetaan

etukäteen. (Kananoja 1999, 68; Suonperä 1992, 132; Lahdes 1986, 177–178.) Useat oppimateriaalit pitävät sisällään valmiiksi diagnostisia, formatiivisia ja summatiivisia kokeita.

Oleellista arviointia ajatellen on se, mihin arviointitiedon tuloksia verrataan. Voidaan puhua absoluuttisista ja suhteellisista kriteereistä. Suhteellisessa arvioinnissa oppimistuloksia verrataan muihin arviointituloksiin eli esimerkiksi luokan tai koko ikäluokan tasoon. Sen avulla voidaan yhdenmukaistaa arviointia, ja näin ollen sillä on esimerkiksi valikoiva tehtävä. Suhteellisessa arvioinnissa on kyse kovasta menetelmästä. Huonoina puolina sillä on, että se aiheuttaa helposti kilpailua oppilaiden välillä, eikä se motivoi ja ohjaa oppilasta. Esimerkkinä suhteellisesta arvioinnista ovat summatiiviset kokeet. Absoluuttinen arviointi, tai tavoitearviointi, puolestaan tarkoittaa tulosten vertaamista etukäteen määriteltyihin kriteereihin. Nämä kriteerit voivat olla esimerkiksi perusopetuksen opetussuunnitelmassa määritellyt tavoitteet tai oppilaan yksilölliset tavoitteet. Absoluuttinen arviointi on oppilaan kannalta motivoivaa. Se ei kuitenkaan anna yleistettävää tietoa oppilaan tasosta. Usein saattaa käydä niin, että tavoitteet asetetaan perustavoitetasolle, jolloin kaikki saavuttavat tavoitteet samantasoisesti. Tällöin ei kuitenkaan voida antaa arvosanoja absoluuttista arviointia käyttäen. Esimerkkinä absoluuttisesta arvioinnista voidaan mainita formatiiviset kokeet. (Kananoja 1999, 70–72.)

Koska konstruktivismi on perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden taustalla vaikuttava oppimiskäsitys, tulisi konstruktivististen näkemysten näkyä myös arvioinnissa. Ainakaan arviointi ei tällöin saisi olla ristiriidassa konstruktivismin kanssa. Konstruktivistinen oppimiskäsitys johtaa uusien arviointimenetelmien kehittämiseen. Perinteinen arviointi on muodostunut sen näytön pohjalta, jonka oppilas on antanut osaamisestaan laskiessaan lyhyen, tyyliltään tutun tehtävän. Arviointi on perustunut esimerkiksi summatiivisiin kokeisiin ja numeroarvosteluun. Siirryttäessä sen sijaan ajattelemaan oppimista konstruktivismin mukaisesti prosessiluontoiseksi, olennaista ei enää ole se määrä, jonka oppija pystyy tietoa toistamaan. Arvioinnin kohteena ovat sen sijaan esimerkiksi tiedon rakentamisen prosessi, oppijan omat kokemukset ja oppimisen säätely eli kaikki ne asiat, joita oppimisessa korostetaan. Oppimiselle on tyypillistä se, että esimerkiksi sama teksti voidaan tulkita monella tavalla, ja siitä jää mieleen eri asioita riippuen siitä tavasta, jolla tekstiä on käsitelty. Näin ollen on tärkeämpää, että saadaan selville oppijan tulkinnat kuin vain se, kuinka paljon oppija on oppinut. (Tynjälä 1999, 65–66; Haapasalo 1994, 245; Linnakylä 1994, 29.)

Olennaisempaa konstruktivismin mukaisessa arvioinnissa on siis oppimistulosten laatu kuin määrä, ja arviointi on osa oppimisprosessia. Oppimista ei siis arvioida ainoastaan opintojakson lopussa.

Arviointia suorittaa opettajan lisäksi myös oppija itse sekä tilanteen mukaan myös muut opiskelijat. Tärkeää kuitenkin on, että arviointia suunniteltaessa otetaan huomioon konstruktivistinen käsitys tiedosta. Tällöin arviointi ei saa olla esimerkiksi sellainen tentti, jossa menestymiseen vaaditaan tietojen määrällistä toistamista. Arviointi vaikuttaa joka tapauksessa osaltaan voimakkaasti siihen, miten oppilas opiskelee eli millaisia tavoitteita hän oppimiselleen asettaa ja millaisia oppimisstrategioita hän valitsee. Arviointi siis suuntaa oppimista. Jos esimerkiksi oppilas tietää oppimista mitattavan kysymyksillä, joissa vaaditaan kirjassa olevan tiedon tarkkaa muistamista ja toistamista, vaikuttaa se varmasti oppilaan opiskelutapaan. Konstruktivismia vanhemman oppimiskäsityksen, behaviorismin, mukaan oppimisen arviointi voidaan suorittaa kontrolloimalla (esimerkiksi monivalintatestejä käyttämällä), onko oppija oppinut reaktiot annettuihin ärsykkeisiin. Konstruktivismissa tämä ei kuitenkaan riitä. Kontrolli erillisten osa-alueiden hallinnasta ei riitä takaamaan laajempien kokonaisuuksien ja toimintavalmiuksien hallitsemista. Konstruktivismin mukaan arvioinnin suhteen olennaisia kysymyksiä ovat esimerkiksi se, kuinka järkevästi työ on suunniteltu ja toteutettu, kuinka sinnikkäästi oppilas pyrkii tavoitetta kohti ja kuinka aktiivisesti oppilas osallistuu ryhmän toimintaan. (Tynjälä 1999, 65–66; Haapasalo 1994, 245; Kananoja 1999, 74.)

Tarkasteltaessa arviointia juuri sosiokonstruktivismin näkökulmasta, oppimisen arvioinnin asema on hyvin merkittävä. Arvioinnin kautta on mahdollista vaikuttaa oppilaiden ja heidän vanhempiansa käsityksiin siitä, mitä matematiikka oikeastaan on. Sosiaalisen konstruktivismin mukaisia arviointimenetelmiä ovat esimerkiksi haastattelut, portfolioit ja käsitekartat. (Kaasila 1997b, 76–77; Ruohotie 1998, 10.)

Matematiikan osalta on kehitetty monenlaisia opetusmenetelmiä, mutta sen sijaan matematiikan arviointi, esimerkiksi kokeita ajatellen, on käytännössä pysynyt melko samanlaisena jo pitkään. Muutoksia on havaittavissa ainoastaan sisältöjen osalta. Matematiikan oppimisen arviointi perustuu lähinnä laskutaidon arviointiin. Kuitenkin on huomionarvoista, että vaikka lasku olisikin suoritettu aivan oikein, voi suoritus kuitenkin perustua epämatemaattiselle ajattelulle. Tällä tavoin ei voida saavuttaa niitä tavoitteita, joita matematiikalle oppiaineena on asetettu. Vaikka opetussuunnitelman tavoitteet ovatkin monipuolisia, ja näin ollen arvioinnin pitäisi olla monipuolista, ei monipuolisuus kuitenkaan saa olla itsetarkoitus. Sellaisia arviointimenetelmiä, jotka ovat aikaisemmin hyväksi todettuja, ei kannata hylätä. Uusia arviointimenetelmiä voi kuitenkin käyttää vanhojen rinnalla ja lisänä. (Björkqvist 1994, 145–146; Pehkonen 1999b, 128.)

Myös matematiikan osalta arvioinnissa voidaan käyttää hyvin samantyyllisiä, perinteiselle kokeelle vaihtoehtoisia, arviointitapoja kuin monissa muissakin oppiaineissa. Matematiikkaan soveltuu hyvin sellaiset arviointimenetelmät kuten portfoliot ja projektit. Lisäksi erityisesti todellisiin tilanteisiin liitettyjä ongelmanratkaisutehtäviä voidaan käyttää arvioitaessa oppilaan osaamista. Toisaalta voi olla hyvä uudistaa arviointia vähin askelin, jolloin oppilaat ja vanhemmat ehtivät tottua vähitellen uusiin tapoihin. Tällöin opettaja voi lähteä liikkeelle laittamalla perinteisten matematiikan koetehtävien joukkoon uusia tehtävätyyppejä. Tällaisia tehtävätyyppejä ovat esimerkiksi avoimet tehtävät, oppilaiden itse suunnittelemat tehtävät. Uusia tehtävätyyppejä edustavat myös tehtävät, joissa oppilaan pitää päättää, mitä tietoja tulee käyttää sekä valmiiksi suoritettut tehtävät, joista oppilaiden tulee etsiä virheitä ja korjata ne. (Björkqvist 1994, 147–153.)

Arviointi on tärkeässä asemassa myös opetussuunnitelmassa. Arvioinnin tehtävä on sen mukaan osaamisen kuvaamisen lisäksi ohjata ja kannustaa oppilasta opiskelussa. Arvioinnin tulisi toimia tukien oppilaan persoonallisuuden kasvua auttamalla oppilasta muodostamaan realistista näkemystä oppimisestaan ja kehittymisestään. Arvioinnin pitäisi olla suhteessa opetussuunnitelmassa määriteltyihin tavoitteisiin ja kuvauksiin hyvästä osaamisesta, ja sen tulisi perustua monipuoliseen näyttöön. Arvioinnin merkitystä osana oppimisprosessia ei saisi unohtaa. Opetussuunnitelman mukaan tärkeää olisi myös kehittää oppilaan itsearviointitaitoja, jolloin oppilaan itsetuntemus kasvaa ja opiskelutaidot kehittyvät. (Opetushallitus 2004, 166–168.)

4 MATEMATIIKAN OPPIMATERIAALIN TUTKIMUKSEN HANKE

4.1 Tutkittavat oppimateriaalit

Tutkittaviksi oppimateriaaleiksi on valittu kolmen eri kustantajan opettajanoppaat ja kokeet. Kustantajat on valittu yhteisesti kaikkien Matematiikan Oppimateriaalin Tutkimuksen hankkeeseen osallistuvien kanssa. Valitut kustantajat ovat WSOY (Laskutaito), Otava (Tuhattaituri) ja Tammi (Matikkamatka). Tässä tutkimuksessa kustantajien oppimateriaalit on tutkittu viidennen luokan osalta.

Laskutaidon oppimateriaali pitää sisällään oppilaan kirjan, opettajan kirjan, tuloskirjan, koetehtäviä (summatiiviset), lisävihon, tuumavihon, tukiovetustehtäviä, yhteistuumavihon sekä paripohdittavia. Laskutaidon opettajan kirja alkaa ajoitus suunnitelmalla. Alusta löytyy myös johdanto, jossa esitellään esimerkiksi kognitiivisen oppimiskäsityksen mukaista matematiikan opetusta, oppilasarviointia ja matematiikan toimintavälineitä. Laskutaitokirjasarjan opettajan kirjan alkuosasta löytyy lisäksi tietoa matematiikan oppimisvaikeuksista ja lahjakkuusmalli. Opettajan kirja sisältää oppilaan kirjan aukeamat (perustehtävät), kotitehtäviä, lisätehtäviä, päässälaskuja, harjoituksia ja leikkejä sekä pohdintatehtäviä vastauksineen. Jokaiselta aukeamalta löytyy myös didaktisia vinkkejä opettajalle sekä aukeaman tavoitteet. Kirjan lopusta löytyy moniste- ja kalvopohjia sekä formatiivisia testejä.

Tuhattaiturin opetusmateriaali muodostuu opettajan oppaasta, oppilaan kirjasta, koepaketeista, tukiovetuspaketista ja lisämateriaaleista (esimerkiksi numerokortit). Opettajan opas sisältää oppilaan kirjan aukeamat (perustehtävät), kotitehtäviä, lisätehtäviä, päässälaskuja, pulmakulman, laskulaarin ja vinkkipankin vastauksineen. Lisäksi jokaiselta aukeamalta löytyy aukeaman keskeinen sisältö, didaktisia vinkkejä ja ehdotus tunnin kulusta. Kirjan lopusta löytyy moniste- ja kalvopohjia sekä summatiivisia kokeita.

Matikkamatkan oppimateriaali sisältää oppilaan kirjan, opettajan oppaan, vastauskirjan ja opetuskalvopohjia. Matikkamatkan opettajan opas alkaa ajoitussuunnitelman, matematiikan oppimisen ja opetuksen painopistealueiden, matematiikan käsitteiden oppimisen ja matematiikan oppimisvälineiden esittelyllä. Alkusivuilta löytyy myös matematiikan oppimisen seurantalomake. Opettajan opas sisältää oppilaan kirjan aukeamat (perustehtävät), kotitehtäviä, pohdintatehtäviä, päässä-laskuja, vihkolaskuja ja harjoitustehtäviä. Jokaisella aukeamalla on määritelty, mitä on tavoitteena oppia. Lisäksi opas sisältää kunkin aiheen kohdalta didaktisia käsittelyvinkkejä opettajalle. Lisätehtäväosio sijaitsee opettajan oppaan lopussa samoin kuin monistepohjat, tukioetusmateriaali sekä formatiiviset ja summatiiviset kokeet. Näiden kokeiden lisäksi opettajan opas sisältää koko kevään asiat kattavan päättökokeen ja ongelmanratkaisukokeen. Diagnostiset testit sen sijaan sijaitsevat jokaisen jakson alussa.

4.2 Tutkimuksen eteneminen

Tämä tutkimus on tehty osana Tampereen yliopiston Opettajankoulutuslaitoksen Hämeenlinnan yksikön Matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen (MOT) -hanketta. Hanke käynnistyi keväällä 2005 proseminaari-töiden osalta ja tarkoituksena on laajentaa tutkimusta pro gradu-tutkielmien myötä. Hanke päättyy kevään 2007 aikana, jolloin oppimateriaalit on tutkittu esiopetuksesta kuudenteen luokkaan saakka.

Kiinnostuksemme hanketta kohtaan syntyi mielenkiinnosta matematiikan opettamista kohtaan. Koska olimme tietoisia opettajien oppikirjasidonnaisuudesta matematiikkaa opettaessa, koimme mielenkiintoiseksi ja tärkeäksi aiheeksi vertailla eri kustantajien oppimateriaaleja. Hankkeen myötä saimme tutkimukseen oivan tilaisuuden. Kiinnostuksemme on erityisesti suuntautunut siihen, millaiseen oppimiseen oppimateriaalit johtavat.

Hankkeen myötä monista tutkimukseen liittyvistä asioista on sovittu yhteisesti muiden hankkeeseen osallistuvien kanssa. Tällaisia yhdessä sovittuja asioita ovat olleet esimerkiksi tehtävien luokitteluavaruus, osa tutkimustehtävistä ja osittain myös tutkimuksen teoreettinen viitekehys. Yhteisesti on sovittu, että jokaisen luokka-asteen osalta tutkitaan vähintään kaksi osa-aluetta, joista toinen on geometria. Geometrian lisäksi tässä tutkimuksessa tutkitaan toisena osa-alueena desimaaliluvut. Syynä desimaalilukujen valintaan on kyseisen osa-alueen merkittävä osuus viidennen luokan matematiikan oppimateriaaleissa. Laskutaito ja Matikkamatka -kirjasarjoista tutkitaan ne tehtävät, jotka sijoittuvat kirjasarjoissa otsikoiden geometriaa ja desimaaliluvut alle.

Tuhattaituri -kirjasarjassa jaksoja ei ole otsikoitu matemaattisin termein, joten tämän kirjasarjan osalta tutkitaan ne jaksot, jotka sisältävät selkeästi geometrian ja desimaalilukujen sisältöjä.

Molempien osa-alueiden, geometria ja desimaaliluvut, osalta on luokiteltu luokitteluavaruuteen seuraavat tehtävälajit: perustehtävät eli oppilaan aukeaman tehtävät, kotitehtävät, lisätehtävät, päässä-laskut ja päättely-/pohdintatehtävät. Jokaisen kustantajan osalta oppilaan kirjassa sijaitsevat perus-, koti- ja lisätehtävät. Näin ollen ainoastaan opettajan oppaasta löytyvät päässä-laskut ja päättely-/pohdintatehtävät. Eri kustantajilla tehtävistä käytetyt nimitykset vaihtelevat jonkin verran. Tällaisissa tapauksissa sen, minkä tyyppiseksi tehtäväksi tehtävä on luokiteltu, on ratkaissut tutkijoiden katsoma tehtävän käyttötarkoitus. Näin ollen esimerkiksi laskulaari- ja pulmakulmatehtävät on luokiteltu tässä tutkimuksessa pohdintatehtäviksi. Koska Matikkamatka-kirjasarjassa sijaitsevat vihkolasku-osiot eivät sovellu luokiteltaviksi minkään tehtävälajin alle, ne muodostavat oman luokkansa. Luokittelussa ja aineiston kvantifioinnissa on käytetty apuna SPSS-tilasto-ohjelmaa.

5 TUTKIMUSTEHTÄVÄT

MOT -hankkeen myötä osa tutkimustehtävistä on yhteisesti sovittuja. Tällaisia tehtäviä eli tutkimuksen ”ankkuriosioita” on yhteensä kolme. Ne ovat seuraavat:

1. Minkälaisia oppimateriaalien harjoitustehtävät ovat? Harjoitustehtävien arvioinnissa tutkimuksessa käytetään apuna luokitteluavaruutta, johon tehtävät sijoitetaan vaatavuustason sekä tehtävätyypin mukaan. Luokitteluavaruudessa on myös huomioitu se, onko tehtävä avoin vai suljettu. Tämä osa tutkimuksesta suoritetaan kvantitatiivisesti käyttäen apuna SPSS-tilasto-ohjelmaa.

2. Miten opettajan oppaat tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen (mathematical proficiency) piirteiden kehittymistä? Matemaattisen osaamisen piirteillä tarkoitetaan Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin määrittelemiä matemaattisen osaamisen piirteitä sekä Pehkosen määrittelemää matematiikkakuvaa. Tämä osa tutkimuksesta suoritetaan kvalitatiivisesti tutkien materiaali kunkin viiden piirteen osalta.

3. Miten oppimateriaalit vastaavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin? Tutkimusote on tämän tutkimustehtävän kohdalla kvalitatiivinen.

Yhteisten ankkuriosioden lisäksi tämä tutkimus sisältää tutkimustehtäviä, jotka ovat syntyneet oman mielenkiintomme myötä. Ne ovat seuraavat:

4. Millä tavalla ja kuinka voimakkaasti oppimateriaalit ohjaavat yhdessä tekemiseen ja oppimiseen? Mielenkiinnon kohteena on se, missä suhteessa oppimateriaaleista löytyy tehtäviä tehtäväksi yksin ja missä määrin tehtäväksi yhdessä. Tarkoituksena on myös tutkia sosiokonstruktivismin näkymistä oppimateriaaleissa. Tämän tutkimustehtävän kohdalla on käytetty sekä kvalitatiivista että kvantitatiivista tutkimusotetta.

5. Miten tutkittujen kirjasarjojen valmiiden kokeiden tehtävät vastaavat opettajan oppaiden tehtävien tasoa, ja minkä tyyliin arviointiin oppimateriaalien sekä valmiiden kokeiden käyttö johtaa? Tämä osa tutkimuksesta suoritetaan käyttäen sekä kvalitatiivista että kvantitatiivista tutkimusotetta.

6 TUTKIMUSAINEISTON ANALYSOINTI JA TULKINTA

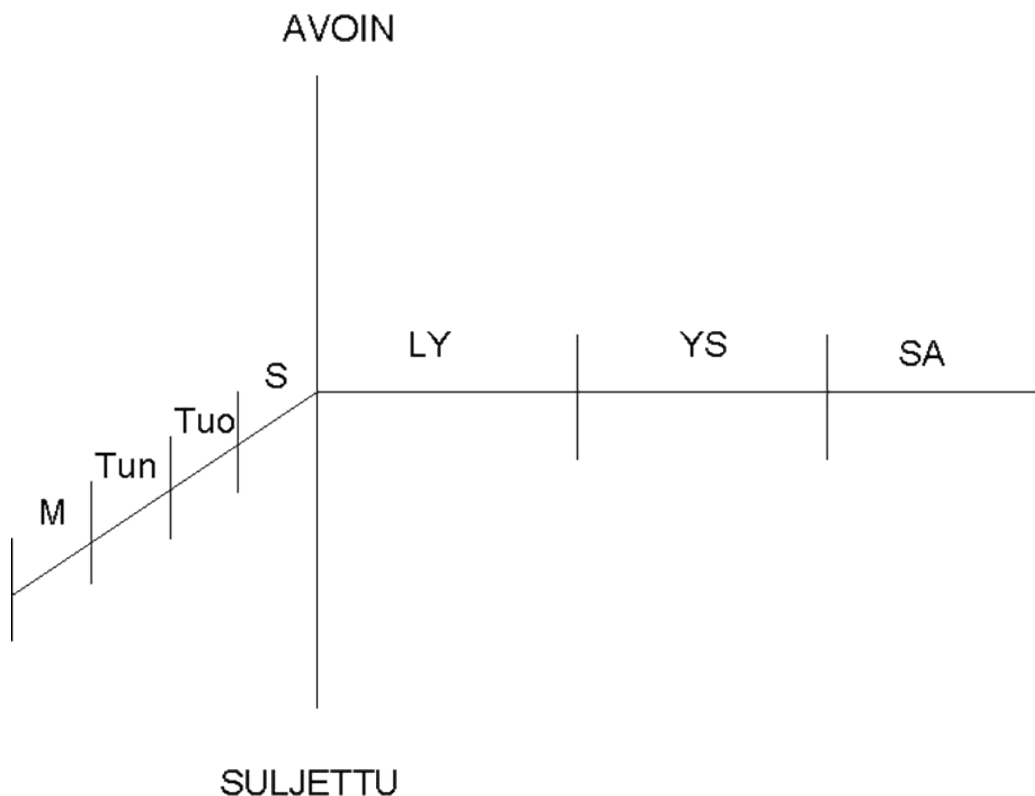
Laadullisessa tutkimuksessa on useita tapoja nähdä analyysi- ja tulkintavaiheiden suhde toisiinsa tutkimuksen kulussa. Juha Suoranta ja Jari Eskola (1992, 276) ovat jakaneet nämä tavat kahtia. Ensimmäisessä tavassa ei varsinaisesti eroteta analyysia ja tulkintaa toisistaan, vaan aineistoa analysoidessaan tutkija tekee tulkintoja, jotka puolestaan ohjaavat analyysia. Analyysi ja tulkinta etenevät kehämäisesti ilman, että voidaan nähdä, kumpaa vaihetta tutkija milläkin hetkellä toteuttaa. Toisen näkemyksen mukaan analyysi- ja tulkintavaiheet ovat teknisesti toisistaan erillisiä tapahtumia. Analyysivaiheessa aineistosta erotetaan olennaiset asiat ja vasta luokitellusta aineistosta tehdään tulkintoja. (mt., 276–277.) Tässä tutkimuksessa analysointia ja tulkintaa ei eroteta toisistaan.

6.1 Tutkimusaineiston luokittelu

Tutkimusaineisto on saatava jokaisessa tutkimuksessa tutkittavaan ja hallittavaan muotoon. Koska tutkimuksemme kohteena on opettajan opas tehtävineen, täytyi tehtävät saada jollakin tapaa ryhmiteltyä analysointia varten. Suorannan ja Eskolan (1992, 277) mukaan yksi tapa saada aineisto hallittavaan muotoon, on käyttää analyysitekniikkana luokittelua. Luokittelulla tarkoitetaan sitä, että aineisto luokitellaan erilaisten tekijöiden mukaan luokkiin. Luokittelun avulla saadaan aineisto tiivistettyä tarkempaa tarkastelua varten. (mt., 277.)

6.2 Aineiston luokitteluavaruus

Tässä tutkimuksessa oppilaan tehtävien luokittelu tehtiin käyttäen useista teorioista yhdisteltyä luokitteluavaruutta.



KUVIO 2. Oppilaan tehtävien luokitteluavaruuden ulottuvuudet

Kuviosta 1 voidaan nähdä, että oppilaan tehtävät on luokiteltu sen mukaan, ovatko tehtävät avoimia vai suljettuja. Tämä pystyakselilla mitattu tehtävien avoimuuden idea on saatu Lesley Jonesin (2003, 95) nelikentästä. Vaaka-akselilla puolestaan on mitattu tehtävän kognitiivista tasoa. Lisäksi kuviossa on kolmas ulottuvuus, joka pitää sisällään seuraavat luokat: sievennys- (S), tuottamis- (Tuo), tunnistamis- (Tun) ja muut (M) tehtävät. Kolmannen akselin ideana on kuvailla, millainen tehtävä on.

Vaaka-akselilla on mitattu tehtävien kognitiivista tasoa. Vaaka-akseli on rakennettu käyttäen pohjana Erkki Kangasniemen ja Jorma Joutsenlahden muunnoksia Wilsonin taksonomiasta. Kangasniemi (1989, 101–108) on kuvannut tutkimuksessaan tehtävien kompleksisuutta neljällä tasolla: laskutaito, ymmärtäminen, soveltaminen ja analysoiminen. Joutsenlahti (2005, 123) on väitöskirjassaan yhdistänyt eri tasoja niin, että luokkia on jäänyt kolme: laskutaito-ymmärtäminen (LY), ymmärtäminen-soveltaminen (YS) ja soveltaminen-analysoiminen (SA).

Kangasniemen (1989, 101) mukaan laskutaitotaso edustaa yksinkertaisinta, mekaanista, tasoa. Tämän tason tehtävien ratkaiseminen vaatii vain yksinkertaisten matemaattisten käsitteiden

muistamista ja rutiininomaisten käsittelyharjoitusten tekemistä. Tehtävien tekeminen ei vaadi oppilailta operaatioita, joissa tarvitaan päätöksentekoa. Tiettyjen tosiasioiden muistaminen ja matemaattisten käsitteiden käyttökyky on laskutaitotason käyttäytymistä. Algoritmien noudattaminen on myös laskutaitotason käyttäytymistä. (mt., 101–102.)

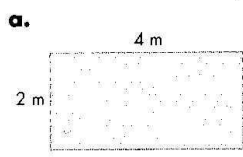
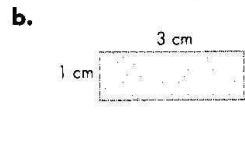
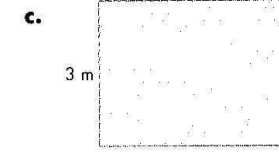
Ymmärtämisellä tarkoitetaan monimutkaisempaa kykyä kuin mekaaninen laskeminen. Tämän tason tehtävät vaativat kykyä muuntaa tehtävän elementtejä muodosta toiseen. Muuntamisella tarkoitetaan esimerkiksi tehtävän muuntamista verbaalisesta muodosta symbolimuotoon. Ymmärtämiseen sisältyy kyky tunnistaa matemaattisia käsitteitä, periaatteita, sääntöjä ja yleistyksiä sekä taito vastaanottaa tietoa matematiikasta, kommunikoida matemaattisesti. Matemaattisten käsitteiden tunnistaminen kuuluu ymmärtämistasoon, koska tieto käsitteestä on monimutkaisempi kuin tieto jostakin tietystä tosiasista. Kyky laskea ja tulkita matemaattista tehtävää luetaan myös ymmärtämistason käyttäytymiseksi. (Kangasniemi 1989, 102–104.)

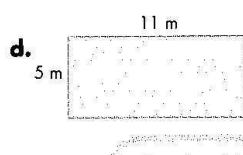
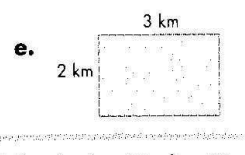
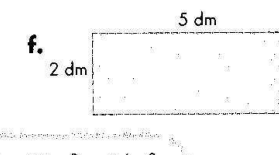
Soveltamiseen kuuluu useiden reaktioiden peräkkäisyys tehtävän ratkaisemiseksi. Soveltamiskäyttäytymisen tasoiset tehtävät ovat usein monimutkaisia mekaanisia tehtäviä tai sanallisia tehtäviä, mutta ne voivat kuitenkin olla vielä rutiininomaisia harjoituksia vähän aikaa sitten opetelluista asioista. Soveltaminen pitää sisällään kyvyn suorittaa vertailuja ja valintoja algoritmien kesken sekä analysoida tietoa eli paloitella sitä osiin. Lisäksi siihen liittyy taito yhdistellä jo ratkaistuja alaongelmia. (Kangasniemi 1989, 104–106.)

Analysointitaso vaatii monimutkaista käyttäytymistä: analysointia, synteesiä ja arviointia. Analysointitason tehtävät ovat ei-rutiininomaisia ongelmanratkaisutehtäviä, joissa tutun algoritmin soveltaminen ei ole mahdollista, ja niiden ratkaisemiseen vaaditaan luovuutta ja kekseliäisyyttä. Tehtävät siis poikkeavat aikaisemmin ratkaistuista, ja ne vaativat kykyä havaita suhteita sekä muodostaa ja valikoida yleistyksiä. Matemaattinen todistaminen ja kyky arvioida todistuksia on yksi analyysitason käyttäytymismuodoista. (Kangasniemi 1989, 106–108.)

Tässä tutkimuksessa käytetään Joutsenlahdelta (2005, 123) mallia ottaen yhdistelmiä edellä kuvatuista kognitiivisista tasoista. Kuviot 3–5 ovat tutkituista kirjasarjoista otettuja esimerkkejä yhdistetyistä kognitiivisista tasoista.

14. Laske suorakulmion pinta-ala. Tarkista tulospalkista.

a.  b.  c. 

d.  e.  f. 







3 cm² 10 dm² 8 m² 12 m² 20 m² 55 m² 6 km²

KUVIO 3. Esimerkki laskutaito-ymmärtäminen-tason tehtävästä (Tuhattaituri, s. 236)

61. a) Neliön pinta-ala on 81 cm².
Päättele neliön sivun pituus.
- b) Neliön pinta-ala on 100 cm².
Päättele neliön piirin pituus.

KUVIO 4. Esimerkki ymmärtäminen-soveltaminen-tason tehtävästä (Laskutaito, syysosa, s.151)

1. Tutki monikulmioiden kulmien summia ja kirjaa ne taulukkoon.

Monikulmio	Kulmien lukumäärä	Kulmien summa
Kolmio 	3	180°
Nelikulmio 	4	360° (2 · 180°)
Viisikulmio 	5	540° (3 · 180°)
Kuusikulmio 	6	720° (4 · 180°)
Seitsenkulmio 	7	900° (5 · 180°)
10-kulmio 	10	1 440° (8 · 180°)

Löydätkö kulmien lukumäärän ja niiden summan välille yhteyttä?

Kulmien lukumäärästä vähennetään kaksi ja kerrotaan erotuksella 180 astetta.

Osaatko päätellä seuraavat?

Monikulmio	Kulmien lukumäärä	Kulmien summa
20-kulmio	20	(20 - 2) · 180° = 3 240°
100-kulmio	100	(100 - 2) · 180° = 17 640°
n-kulmio	n	(n - 2) · 180°

KUVIO 5. Esimerkki soveltaminen-analysoiminen-tason tehtävästä (Matikkamatka, kevätosa, s.155)

Avoimien tehtävien avulla on suhteellisen helppo toteuttaa luovaa ongelmanratkaisua. Avoimissa tehtävissä ongelman määrittely jätetään joko tahallisesti tai tilanteen takia epämääräiseksi. Avoin tehtävä voidaankin määritellä tehtäväksi, jolta puuttuu sekä alku- että lopputila tai vain toinen niistä. Näin ollen ratkaisijalla on jätetty suurempi vapaus, ja eri ratkaisijat saattavat päätyä erilaisiin lopputuloksiin. Silti kaikki ratkaisijat voivat päätyä oikeisiin tuloksiin. Suljettu tehtävä tarkoittaa sen sijaan tehtävää, jolla on sekä alku- että lopputila valmiiksi määriteltynä. (Haapasalo 1994, 44, Pehkonen 2000, 378.)

Lenni Haapasalo (1994, 45) on esitellyt joitakin avoimille ja suljetuille tehtäville tyypillisiä piirteitä. Avoimille tehtäville on esimerkiksi tyypillistä, että niiden avulla ei pyritä ainoastaan puhtaasti älyllisten prosessien kehittämiseen, vaan niillä on myös jokin muu tehtävä (esimerkiksi käsitteiden ymmärtäminen). Ne ovat tyyliltään tutkimuksen kaltaisia kvalitatiivisia reaalimaailman ongelmia, jotka usein sisältävät myös ongelman ratkaisemisen kannalta epäolennaista informaatiota. Avoimet tehtävät ovat rajaukseltaan epämääräisiä, ja niiden tuotokset voivat olla esimerkiksi tiimissä tuotettuja. Henkisten ominaisuuksien lisäksi avoimet tehtävät kehittävät myös affektiivisia, sosiaalisia ja käytännöllisiä taitoja. (mt., 45.) Tutkimustehtävän lisäksi esimerkiksi projektityö, ongelmajonot, ongelmat, jossa ei ole kysymystä ja ongelmien muunnokset ovat esimerkkejä avoimista tehtävistä. Avoimien tehtävien avulla oppilaan kuva matematiikasta voi kehittyä oikeampaan suuntaan ja luokkaan saadaan syntymään helposti välitön ja vapautunut ilmapiiri. Tehtävät, joihin on useita ratkaisuja, rohkaisevat oppilaita vertailemaan vastauksiaan keskustellen. Keskustelulla päästään luontevasti verbalisoimaan matematiikkaa ja ongelmanratkaisua. Samalla voidaan kehittää myös oppilaan itsenäistä ja kriittistä tiedonhankintakykyä, pitkäjännitteisyyttä, oma-aloitteisuutta, töiden suunnittelemisen kykyä ja ajan sopivaa käyttöä. Monet edellä mainituista taidoista ovat tarpeellisia myös koulun ulkopuolisessa työskentelyssä. (Pehkonen 1994, 62–63; Pehkonen 2000, 378; Leppäaho 2007, 73.) Kuviossa 6 on esimerkki avoimesta tehtävästä.

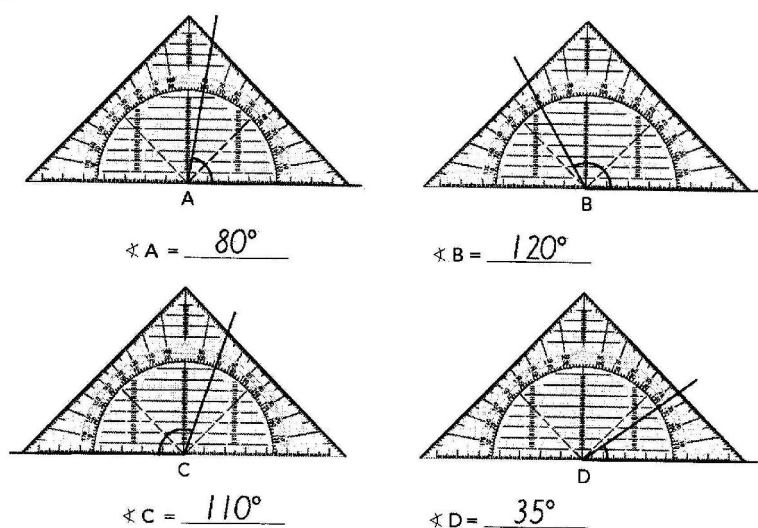
34. Suunnittele ja piirrä eläin tai olento.
 Käytä piirroksessa vain kolmioita.
 Väritä piirros.



KUVIO 6. Esimerkki avoimesta tehtävästä (Laskutaito, syysosa, s.145)

Suljetulle tehtävälle on Haapasalon (1994, 45) mukaan sen sijaan ominaista esimerkiksi puhtaasti älyllisten prosessien kehittäminen. Tehtävät ovat usein kvantitatiivisia, kirjoista otettuja ongelmia. Suljetut tehtävät ovat yleensä yksin kynää ja paperia sekä nykyään myös laskinta apuna käyttäen ratkaistavia. Ongelma on rajattu tarkasti, eikä se sisällä ongelman ratkaisemisen kannalta epäolennaisia tietoja. (mt., 45.) Kuviossa 7 on tyypillinen esimerkki suljetusta tehtävästä. Tehtävä on sekä alku- että lopputilanteeltaan valmiiksi määritelty.

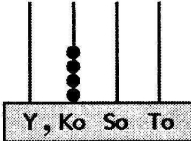
1. Merkitse kulman suuruus.



KUVIO 7. Esimerkki suljetusta tehtävästä (Matikkamatka, kevätosa, s.130)

Luokitteluavaruuden kolmas akseli ei pohjaa suoraan mihinkään teoriaan, vaan se on luotu yhteisesti MOT -hankkeen myötä kevään 2006 aikana. Jokaiselle kolmannen akselin luokalle voidaan löytää tiettyjä tunnuspiirteitä. Sievennystehtävissä on laskulauseke annettu valmiina, ja ratkaisijan tehtävänä on sieventää lauseke lukuarvoksi. Sievennystehtävät ovat ”mekaanisia” tehtäviä, joissa sovelletaan opittuja laskulakeja ja sääntöjä. Tyypillinen sievennystehtävä sisältää tehtävänannon ”Laske...”. Kuviossa 8 oleva esimerkkitehtävä havainnollistaa sievennystehtävän mekaanisuutta.

2.



a) $0,4 + 0,2 = \underline{0,6}$	b) $0,4 + 0,8 = \underline{1,2}$
c) $0,4 + 0,01 = \underline{0,41}$	d) $0,4 + 1,21 = \underline{1,61}$
e) $0,4 + 1,021 = \underline{1,421}$	f) $0,4 + 2,003 = \underline{2,403}$

KUVIO 8. Esimerkki sievennystehtävästä (Matikkamatka, kevätosa, s.26)

Tuottamistehtävät ovat tehtäviä, joissa ratkaisija aluksi etsii ratkaisustrategian. Tämän jälkeen hän joko selvittää tehtävän vaiheittain, kielentämällä tai muodostamalla ratkaisustrategiaa kuvaavan laskulausekkeen ja sieventämällä sen. Myös vaiheittain selvittämiseen liittyy laskulausekkeitä ja niiden sievennyksiä. Vastaus voi olla luvun lisäksi myös esimerkiksi johtopäätös, joka odotetaan annettavan erikseen. Ideana on, että ratkaisija aluksi tuottaa strategian mukaisen ratkaisuprosessin. Tämän jälkeen hän dokumentoi sen ja antaa vastauksen esitettyyn kysymykseen. Tuottamistehtävät ovat usein niin sanottuja ”sanallisia” tehtäviä. Ratkaisuvaiheita voi olla joko vain yksi tai useita. Tuottamistehtäviin kuuluvat tehtävät voivat olla sekä suljettuja että avoimia. Kuviossa 9 on esimerkki sanallisesta tuottamistehtävästä, joka sisältää useita ratkaisuvaiheita.

70. Viisi poikaa osti Anulle syntymäpäivälahjan, joka maksoi 10,50 euroa ja kortin, joka maksoi 1,50 euroa. Kuinka paljon kukin maksoi lahjasta, kun hinta jaettiin tasan?

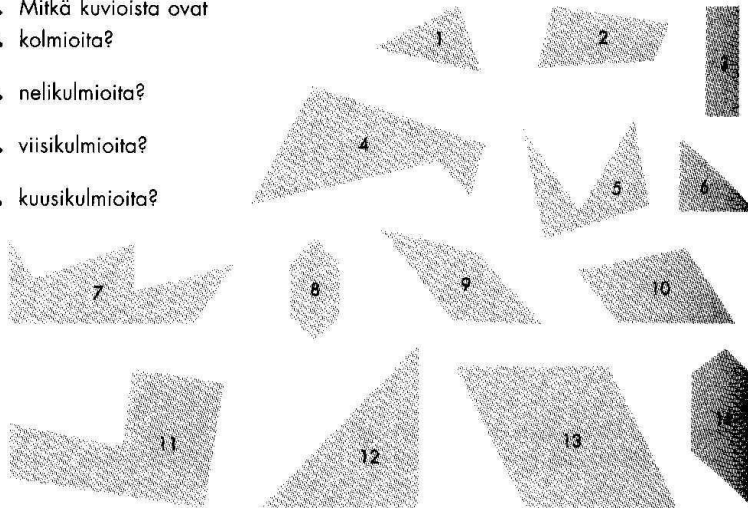
KUVIO 9. Esimerkki tuottamistehtävästä (Laskutaito, syysosa, s.93)

Tunnistamistehtävissä on kyse matemaattisten käsitteiden ominaispiirteiden tunnistamisesta. Ratkaisijan tulee osata tunnistaa ominaispiirteet annetussa kontekstissa, nimetä ne ja yhdistää

annetut objektit niiden perusteella. Tyypillinen tehtävänanto alkaa ”Nimeä...”, ”Mitkä seuraavista kuvioista ovat...” tai ”Mitkä seuraavista kuuluvat yhteen?”. Kuviossa 10 on esimerkki tyypillisestä tunnistamistehtävästä. Sievennys-, tuottamis- ja tunnistamistehtävien lisäksi on löydettävissä joukko sellaisia tehtäviä, joita ei voi laittaa edellä mainittujen luokkien alle. Nämä tehtävät on sijoitettu luokkaan muut tehtävät. Tällaisia tehtäviä ovat esimerkiksi mittaamistehtävät, joista esimerkkinä toimii kuvio 11.

53. Mitkä kuvioista ovat

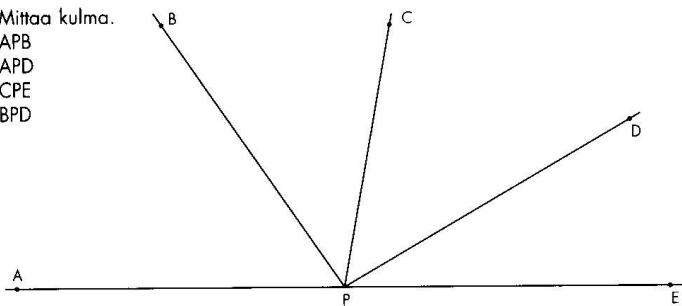
- a. kolmioita?
- b. nelikulmioita?
- c. viisikulmioita?
- d. kuusikulmioita?



KUVIO 10. Esimerkki tunnistamistehtävästä (Tuhattaituri s.220)

29. Mittaa kulma.

- a. APB
- b. APD
- c. CPE
- d. BPD



KUVIO 11. Esimerkki muusta tehtävästä (Tuhattaituri s.217)

Tutkija voi käsitellä ja esittää periaatteessa aineistonsa kahdella tavalla, joko sanallisesti eli laadullisesti tai määrällisesti ilmiöitä mittaamalla. Näistä tavoista on kuitenkin myös olemassa yhdistelmiä. (Karma 1983, 63.) Myös sisällönanalyysia voidaan jatkaa kvantifioimalla aineisto sen

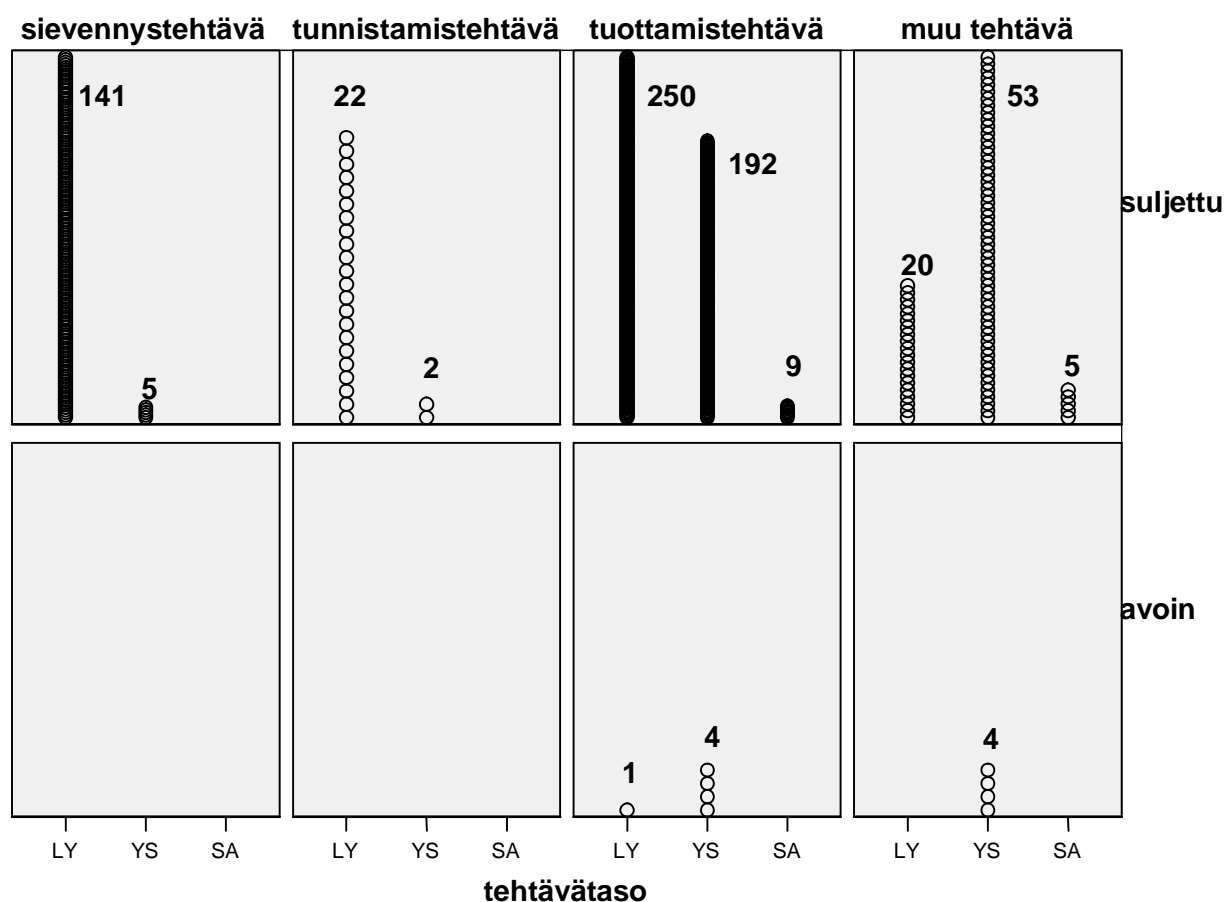
jälkeen, kun se on ensin kategorioitu (Tuomi & Sarajärvi 2004, 117). Näin myös tehdään tässä tutkimuksessa eli luokitellut tehtävät kvantifioidaan tulkinnan kannalta havainnolliseen muotoon.

6.3 Tehtävien analysointi ja tulkinta luokitteluavaruuden avulla

Luokitteluavaruuteen on sijoitettu jokaisesta tutkittavasta kirjasarjasta perus-, koti-, lisä-, päässä-lasku- ja pohdintatehtävät desimaaliluvut ja geometria -jaksoista. Matikkamatka -kirjasarjasta löytyy lisäksi vihkolasku-osio, joka on omana osionaan, koska sitä ei varsinaisesti voi sijoittaa minkään muun osion alle. Näillä tutkituilla osa-alueilla Laskutaito -kirjasarjassa on tehtäviä yhteensä 708, Tuhattaituri -kirjasarjassa 745 ja Matikkamatka -kirjasarjassa 805. Tehtävien yhteismäärä sisältää opettajan oppaissa olevat numeroidut tehtävät, joten tehtävien alakohtien määrä (a,b,c,d...) ei näy tässä tehtävien yhteismäärässä. Seuraavassa käsitellään kirjasarjoittain ja jaksoittain tehtävien sijoittumista eri ominaisuuksien perusteella (taso, luokka, tyyppi, laji).

6.3.1 Laskutaito -kirjasarja

Seuraavassa esitellään Laskutaito -kirjasarjan harjoitustehtäviä vaativuustason ja tehtävätyypin mukaan. Lisäksi on huomioitu se, onko tehtävä avoin vai suljettu.



KUVIO 12. Laskutaito -kirjasarjan tehtävien sijoittuminen luokitteluavaruuteen (n=708)

Laskutaito-ymmärtäminen-tason tehtävät

Laskutaito -kirjasarjassa yli puolet (61,3 prosenttia) tehtävistä kuuluu laskutaito-ymmärtäminen-tason (LY) tehtäviin. Tyypillisin LY-tason tehtävä on suljettu tuottamistehtävä (57,6 prosenttia), mutta myös suljettuja sievennystehtäviä on jopa kolmasosa (32,4 prosenttia) kaikista LY-tasoisista tehtävistä. Avoimia tehtäviä on tämän tasoisissa tehtävissä ainoastaan yksi, vaikka LY-tasoisia tehtäviä on yhteensä jopa 434. Tarkasteltaessa LY-tason tehtäviä tutkimiemme jaksosten välillä voidaan huomata, että tämän tason tehtäviä on desimaaliluvut -jaksossa enemmän kuin geometria -jaksossa. Erityisesti ero näkyy sievennystehtävien määrässä, joita desimaaliluvut -jaksossa on 135 ja geometria -jaksossa ainoastaan kuusi.

Ymmärtäminen-soveltaminen-tason tehtävät

Ymmärtäminen-soveltaminen-tason (YS) tehtäviä on 36,7 prosenttia kaikista tehtävistä. YS-tason tehtävistä tyypillisin tehtävä on selkeästi suljettu tuottamistehtävä (73,8 prosenttia kaikista YS-tason tehtävistä). Suljettuja muita tehtäviä on suunnilleen viidesosa (20,4 prosenttia) kaikista YS-tasoisista tehtävistä. Sievennys- ja tunnistamistehtäviä ei YS-tason tehtävissä siis ole lähes ollenkaan. Avoimia tehtäviä on yhteensä kahdeksan eli vain 3,1 prosenttia. YS-tason tehtävät ovat jakautuneet suhteellisen tasaisesti desimaaliluvut ja geometria -jaksojen välillä.

Soveltaminen-analysoiminen-tason tehtävät

Soveltaminen-analysoiminen-tason (SA) tehtäviä on ainoastaan 2,0 prosenttia kaikista Laskutaito -kirjasarjan tehtävistä. SA-tason tehtäviä löytyy vain suljetuista tuottamistehtävistä ja suljetuista muista tehtävistä. Yhtään avointa tehtävää ei siis ole. SA-tason tehtävät löytyvät pääosin desimaaliluvut -jaksosta, sillä ainoastaan yksi tehtävä sijaitsee geometria -jaksossa.

Tehtävätasot tehtävälajeittain

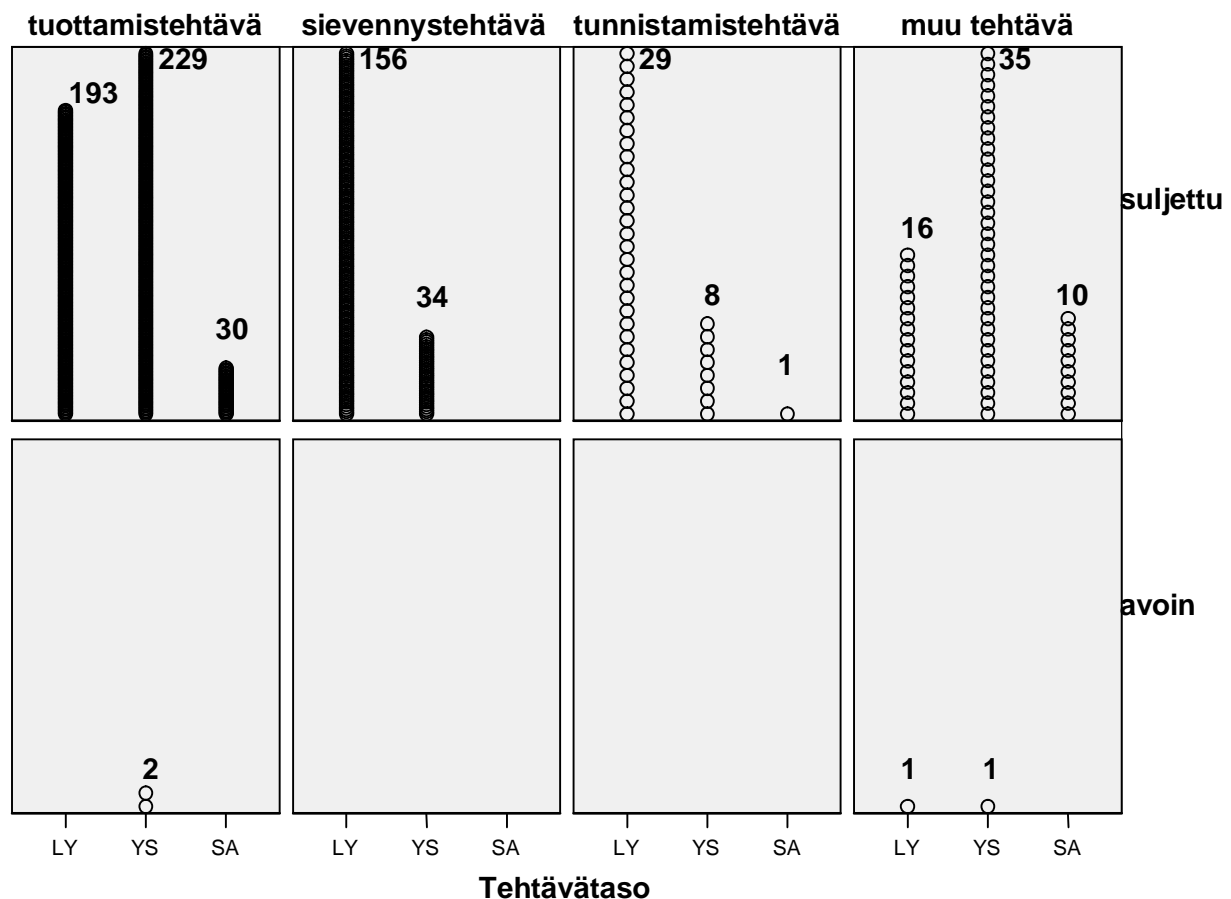
TAULUKKO 1. Tehtävälajien esiintyminen tehtävätasoissa Laskutaito-kirjasarjassa (n=708)

	perusteht.	kotiteht.	lisäteht.	päässälasku	pohdintateht	yhteensä
LY	189 43,5 %	60 13,8 %	46 10,6 %	132 30,4 %	7 1,6 %	434 100,0 %
YS	82 31,5 %	37 14,2 %	63 24,2 %	54 20,8 %	24 9,2 %	260 100,0 %
SA	2 14,3 %	2 14,3 %	0 0,0 %	0 0,0 %	10 71,4 %	14 100,0 %

Yllä olevasta taulukosta voidaan nähdä, että LY- ja YS-tasoisista tehtävistä eniten on perustehtäviä, ja vähiten näiden tasojen tehtävistä löytyy pohdintatehtäviä. Vaikka YS-tasoisista tehtävistä suurin osa sijaitsee perustehtävissä, ovat tämän tason tehtävät kuitenkin jakaantuneet melko tasaisesti tehtävälajeittain. SA-tason tehtävät löytyvät lähinnä pohdintatehtävistä (71,4 prosenttia). SA-tason tehtäviä ei ole yhtään lisä- ja päässälaskutehtävissä. Laskutaito -kirjasarjassa siis vaikeimmat tehtävät löytyvät pohdintatehtävistä ja helpoimmat tehtävät sijaitsevat useimmiten perustehtävissä.

6.3.2 Tuhattaituri -kirjasarja

Seuraavassa esitellään Tuhattaituri -kirjasarjan harjoitustehtäviä vaativuustason ja tehtävätyypin mukaan. Lisäksi on huomioitu se, onko tehtävä avoin vai suljettu.



KUVIO 13. Tuhattaituri -kirjasarjan tehtävien sijoittuminen luokitteluavaruuteen (n=745)

Laskutaito-ymmärtäminen-tason tehtävät

Tuhattaituri -kirjasarjassa suunnilleen puolet (53,0 prosenttia) tehtävistä kuuluu laskutaito-ymmärtäminen-tason (LY) tehtäviin. Kuten yllä olevasta kuviosta voidaan nähdä, tyypillisin LY-tason tehtävä on suljettu sievennys- (39,5 prosenttia) tai tuottamistehtävä (48,9 prosenttia). Ainoastaan yksi LY-tason tehtävistä on avoin, joten tämän tason tehtävät ovat lähes poikkeuksetta suljettuja.

Ymmärtäminen-soveltaminen-tason tehtävät

Ymmärtäminen-soveltaminen-tason (YS) tehtäviä on alle puolet (41,5 prosenttia) kaikista tehtävistä. Tyypillisin YS-tason tehtävä on suljettu tuottamistehtävä (74,1 prosenttia). Kolme YS-tason tehtävistä on avoimia, eli myös tällä tasolla lähes kaikki Tuhattaituri -kirjasarjan tehtävät ovat suljettuja.

Soveltaminen-analysoiminen-tason tehtävät

Soveltaminen-analysoiminen-tason (SA) tehtäviä on vain hieman yli viisi (5,5) prosenttia kaikista tehtävistä eli tämän tason tehtäviä löytyy vain vähän. Kaikki SA-tason tehtävät ovat suljettuja, ja tehtävistä yksikään ei kuulu sievennystehtäviin. Tyypillisin SA-tason tehtävä löytyy tuottamistehtävistä.

Tehtävät ovat jakautuneet geometria ja desimaaliluku -jaksojen välillä siten, että geometria -jakso sisältää 87 tehtävää desimaaliluvut -jaksoa enemmän. Pääosin tehtävät ovat jakautuneet varsin tasaisesti geometria ja desimaaliluvut -jaksojen välillä poikkeuksena geometria -jakson suurempi tehtävämäärä LY- ja YS-tason suljettujen tuottamistehtävien määrissä.

Tehtävätasot tehtävälajeittain

TAULUKKO 2. Tehtävälajien esiintyminen tehtävätasoissa Tuhattaituri -kirjasarjassa (n=745)

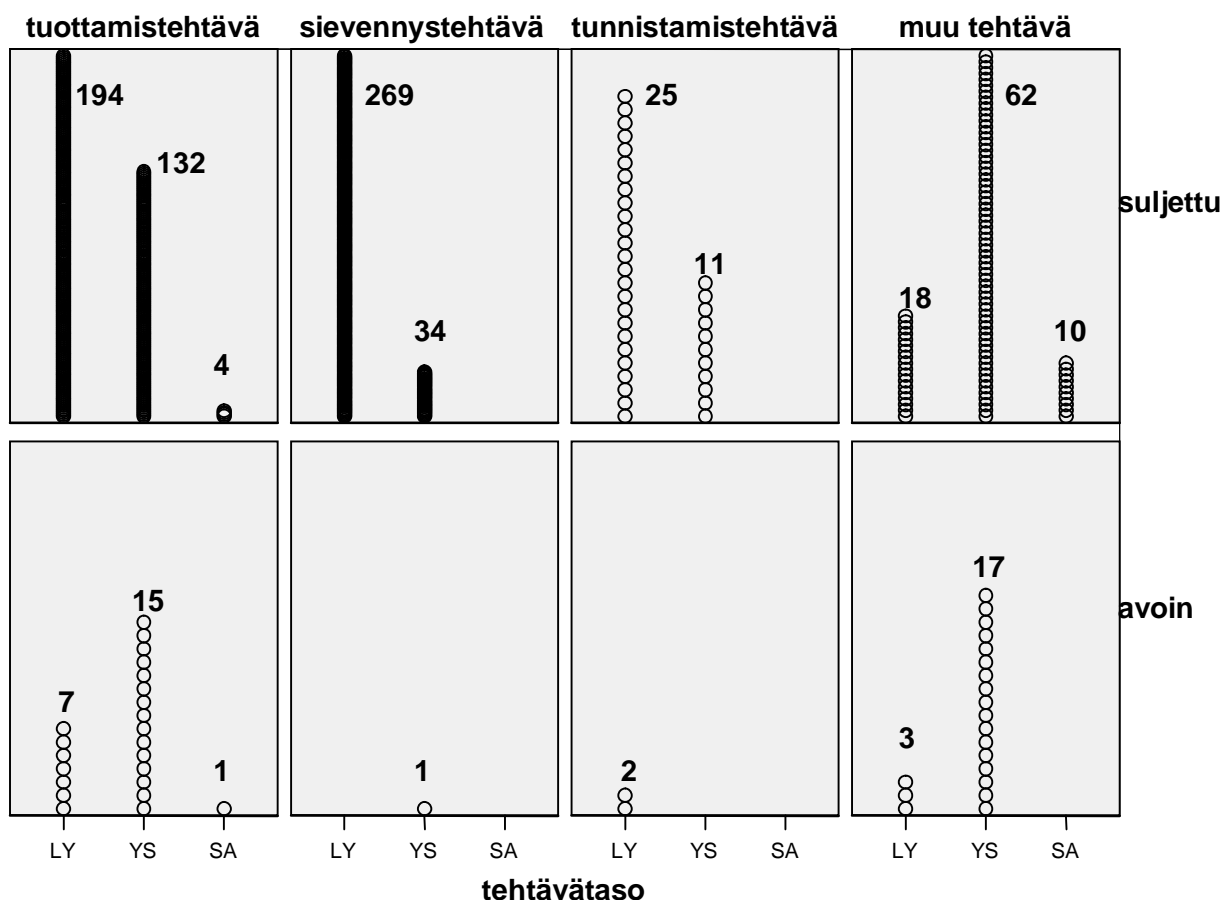
	perusteht.	kotiteht.	lisäteht.	päässä-lasku	pohdintateht	yhteensä
LY	151 38,2 %	57 14,4 %	21 5,3 %	154 39,0 %	12 3,0 %	395 100,0 %
YS	46 14,9 %	10 3,2 %	67 21,7 %	74 23,9 %	112 36,2 %	309 100,0 %
SA	1 2,4 %	0 0,0 %	17 41,5 %	0 0,0 %	23 56,1 %	41 100,0 %

Tuhattaituri -kirjasarjan LY-tasoisissa tehtävissä on eniten päässä-lasku- ja perustehtäviä. Vähiten tämän tason tehtävissä on pohdintatehtäviä. LY-tason tehtävien sijoittuminen on siis Tuhattaituri -kirjasarjassa samanlainen kuin Laskutaito -kirjasarjassa. YS-tason tehtävistä suurin osa on pohdintatehtäviä, mikä tekee tilanteen erilaiseksi verrattuna Laskutaito -kirjasarjaan, jossa suurin

osa YS-tason tehtävistä löytyy perustehtävistä. Vähiten YS-tason tehtäviä Tuhattaituri -kirjasarjassa on kotitehtävissä. SA-tason tehtäviä on eniten pohdintatehtävissä samoin kuin Laskutaito -kirjasarjassakin. Vähiten, eli ei yhtään, SA-tason tehtäviä on koti- ja päässälaskutehtävissä.

6.3.3 Matikkamatka -kirjasarja

Seuraavassa esitellään Matikkamatka -kirjasarjan harjoitustehtäviä vaativuustason ja tehtävyytysin mukaan. Lisäksi käsittelyssä on huomioitu se, onko tehtävä avoin vai suljettu.



KUVIO 14. Matikkamatka -kirjasarjan tehtävien sijoittuminen luokitteluavaruuteen (n=805)

Laskutaito-ymmärtäminen-tason tehtävät

Matikkamatka -kirjasarjassa yli puolet (64,3 prosenttia) tehtävistä kuuluu laskutaito-ymmärtäminen-tason (LY) tehtäviin. Tyypillisin LY-tason tehtävä on suljettu sievennystehtävä (51,9 prosenttia kaikista LY-tason tehtävistä), ja noin kolmasosa (37,5 prosenttia) kaikista LY-tason

tehtävistä on suljettuja tuottamistehtäviä. Huomionarvoista on, että Matikkamatka -kirjasarjassa LY-tasolla on enemmän avoimia tehtäviä kuin muissa kirjasarjoissa. LY-tasolla avoimia tehtäviä on 12, kun kahdessa muussa kirjasarjassa lukumäärä on yksi. Desimaaliluvut -jaksossa on tämän tasoisia tehtäviä huomattavasti enemmän (162 tehtävää) kuin geometria -jaksossa. Tehtävämäärän ero tulee näkyviin erityisesti sievennystehtävien kohdalla, joita desimaaliluvut -jaksossa on jopa 243 tehtävää enemmän kuin geometria -jaksossa. Kuitenkin tilanne on päinvastainen tuottamistehtävien kohdalla, joissa geometriajaksossa on 77 tehtävää enemmän kuin desimaaliluvut -jaksossa.

Ymmärtäminen-soveltaminen-tason tehtävät

Ymmärtäminen-soveltaminen-tason (YS) tehtäviä on kolmasosa (33,8 prosenttia). YS-tason tehtävissä tyypillinen tehtävä on suljettu tuottamistehtävä (48,5 prosenttia). Tärkeä havainto on, että Matikkamatka -kirjasarjan YS-tason tehtävissä on jopa 33 avointa tehtävää, mikä on 12,1 prosenttia kaikista Matikkamatka -kirjasarjan YS-tason tehtävistä. Voidaan myös todeta, että desimaaliluvut -jaksossa ei ole yhtään tämän tasoista tunnistamistehtävää ja geometria -jaksosta ei puolestaan löydy yhtään sievennystehtävää. Muuten erot geometria ja desimaaliluvut -jaksojen välillä eivät ole kovin suuret.

Soveltaminen-analysoiminen-tason tehtävät

Soveltaminen-analysoiminen-tason (SA) tehtäviä on Matikkamatka -kirjasarjassa 15 eli 1,9 prosenttia kaikista tehtävistä. Vain yksi SA-tason tehtävistä on avoin, vaikka avoimien tehtävien määrä on Matikkamatka -kirjasarjassa suurempi kahteen muuhun kirjasarjaan verrattuna. Suurin osa SA-tason tehtävistä on suljettuja muu tehtävä luokkaan kuuluvia. Desimaaliluvut -jakso ei sisällä yhtään tämän tason tehtävää eli kaikki SA-tason tehtävät löytyvät geometria -jaksosta.

Tehtävätasot tehtävälajeittain

TAULUKKO 3. Tehtävälajien esiintyminen tehtävätasoissa Matikkamatka -kirjasarjassa (n=805)

	perusteht.	kotiteht.	lisäteht.	päässä-lasku	pohdintateht.	vihkolasku	yhteensä
LY	104 20,1 %	63 12,2 %	16 3,1 %	205 39,6 %	11 2,1 %	119 23,0 %	518 100,0 %
YS	68 25,0 %	48 17,6 %	26 9,6 %	55 20,2 %	66 24,3 %	9 3,3 %	272 100,0 %
SA	6 40,0 %	5 33,3 %	4 26,7 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	15 100,0 %

LY-tason tehtävistä löytyy eniten päässä-laskutehtäviä ja vähiten, myös tässä kirjasarjassa, pohdintatehtäviä. YS-tason tehtävistä eniten on perustehtäviä samoin kuin Laskutaito -kirjasarjassa. Vähiten YS-tason tehtävistä löytyy vihkolaskuja ja lisätehtäviä. Toisin kuin kahdessa muussa tutkittavassa kirjasarjassa, Matikkamatka -kirjasarjan yleisin SA-tason tehtävä ei ole pohdintatehtävä. Tässä kirjasarjassa yksikään SA-tason tehtävä ei ole pohdintatehtävä, vaan SA-tason tehtävät löytyvät perus-, koti- ja lisätehtävistä.

6.3.4 Tehtävälajit tehtävätasoittain

Tutkittavat kirjasarjat on jaettu tehtävälajeihin: perus-, koti-, lisä-, päässä-lasku- ja pohdintatehtäviin. Tehtävälajien taso vaihtelee jonkin verran kirjasarjojen välillä. Seuraavassa käsitellään näitä huomionarvoisia eroja.

TAULUKKO 4. Perustehtävien sijoittuminen tehtävätasoin kirjasarjoissa

	Laskutaito	Tuhattaituri	Matikkamatka
LY	189 69,2 %	151 76,3 %	104 58,4 %
YS	82 30,0 %	46 23,2 %	68 38,2 %
SA	2 0,7 %	1 0,5 %	6 3,4 %
yhteensä	273 100,0 %	198 100,0 %	178 100,0 %

Perustehtävien osalta kirjasarjojen tehtävälajien tasojen välillä on eroja. Voidaan todeta, että suurin osa perustehtävistä on LY-tasoa kirjasarjasta riippumatta. Tuhattaituri -kirjasarja on perustehtävien osalta kognitiiviselta tasoltaan helpoin sisältäen muihin kirjasarjoihin nähden prosentuaalisesti enemmän LY-tason tehtäviä ja vähemmän YS- ja SA-tason tehtäviä. Vähiten LY-tason perustehtäviä on prosentuaalisesti Matikkamatka -kirjasarjassa, jossa on puolestaan enemmän sekä YS- että SA-tason tehtäviä kuin kahdessa muussa kirjasarjassa. Matikkamatka -kirjasarja on siis kirjasarjoista kognitiiviselta tasoltaan haastavin perustehtävien osalta. Kirjasarjan haastavuutta lisää vielä se, että se sisältää kahta muuta kirjasarjaa vähemmän perustehtäviä myös lukumäärällisesti. Tällöin oppilaan laskemien LY-tasoisten tehtävien lukumäärä on vielä pienempi, ja oppilas siirtyy nopeasti laskemaan haastavampia tehtäviä.

TAULUKKO 5. Kotitehtävien sijoittuminen tehtävätasoin kirjasarjoissa

	Laskutaito	Tuhattaituri	Matikkamatka
LY	60 60,6 %	57 85,1 %	63 54,3 %
YS	37 37,4 %	10 14,9 %	48 41,4 %
SA	2 2,0 %	0 0,0 %	5 4,3 %
yhteensä	99 100,0 %	67 100,0 %	116 100,0 %

Kotitehtävien osalta Tuhattaituri -kirjasarjassa jopa 85,1 prosenttia on LY-tason tehtäviä. Laskutaito ja Matikkamatka -kirjasarjoissa puolestaan kotitehtävät sisältävät LY-tason tehtäviä yli puolet. Koska Tuhattaituri -kirjasarjan kotitehtävissä on LY-taso vahvasti edustettuna, löytyy YS-tason tehtäviä ainoastaan 14,9 prosenttia. Matikkamatka -kirjasarjassa YS-tason tehtävien osuus kotitehtävissä on jopa 41,4 prosenttia ja Laskutaito -kirjasarjassa 37,4 prosenttia. Koska SA-tason tehtäviä on kokonaisuudessaan kotitehtävissä vain todella vähän, ei suuria eroja pääse syntymään. Myös kotitehtävien osalta Tuhattaituri -kirjasarja on kognitiiviselta tasolta helpoin ja Matikkamatka -kirjasarja haastavin.

TAULUKKO 6. Lisätehtävien sijoittuminen tehtävätasoin kirjasarjoissa

	Laskutaito	Tuhattaituri	Matikkamatka
LY	46 42,2 %	21 20,0 %	16 34,8 %
YS	63 57,8 %	67 63,8 %	26 56,5 %
SA	0 0,0 %	17 16,2 %	4 8,7 %
yhteensä	109 100,0 %	105 100,0 %	46 100,0 %

Kuten edellisestä taulukosta voidaan havaita, lisätehtävien lukumäärissä on huomattavia eroja, sillä Matikkamatka -kirjasarja sisältää lukumäärällisesti huomattavasti vähemmän lisätehtäviä kuin kaksi muuta kirjasarjaa. YS-tason tehtävät ovat parhaiten edustettuina jokaisessa kirjasarjassa. Huomattava ero prosentuaalisesti löytyy lisätehtävien SA-tason tehtävistä. Tuhattaituri -kirjasarjassa SA-tason tehtäviä on 16,2 prosenttia kaikista lisätehtävistä, kun Laskutaito -kirjasarjassa SA-tason tehtäviä ei ole lisätehtävissä yhtään. Tuhattaituri -kirjasarja on kognitiiviselta tasoltaan haastavin. Vaikka Laskutaito -kirjasarja on prosentuaalisesti tarkasteltuna kirjasarjoista helpoin, löytyy haastavampia YS-tason tehtäviä lukumäärällisesti paljon (63).

TAULUKKO 7. Päässälaskutehtävien sijoittuminen tehtävätasoinen kirjasarjoissa

	Laskutaito	Tuhattaituri	Matikkamatka
LY	132 71,0 %	154 67,5 %	205 78,8 %
YS	54 29,0 %	74 32,5 %	55 21,2 %
SA	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
yhteensä	186 100,0 %	228 100,0 %	260 100,0 %

Päässälaskutehtävien tasoissa ei ole kirjasarjojen välillä suuria eroja. Kokoavasti voidaan kuitenkin todeta, että kirjasarjasta riippumatta päässälaskut ovat tasoltaan helppoja, sillä yli puolet päässälaskutehtävistä on LY-tasoa jokaisessa kirjasarjassa. Yksikään päässälaskuista ei ole SA-tasoa missään tutkituista kirjasarjoista. Tuhattaituri -kirjasarja on vähän muita kirjasarjoja haastavampi.

TAULUKKO 8. Pohdintatehtävien sijoittuminen tehtävätasoin kirjasarjoissa

	Laskutaito	Tuhattaituri	Matikkamatka
LY	7 17,1 %	12 8,2 %	11 14,3 %
YS	24 58,5 %	112 76,2 %	66 85,7 %
SA	10 24,4 %	23 15,6 %	0 0,0 %
yhteensä	41 100,0 %	147 100,0 %	77 100,0 %

Pohdintatehtävien osalta on mielenkiintoista, että kaikissa kirjasarjoissa YS-tason tehtävät ovat parhaiten edustettuina. Eroja kirjasarjojen välillä kuitenkin löytyy. Matikkamatka -kirjasarjassa YS-tason tehtäviä on 85,7 prosenttia, kun taas Laskutaito -kirjasarjassa tehtäviä löytyy 58,5 prosenttia. Tuhattaituri- kirjasarja asettuu näiden kahden väliin. Tosin kirjasarjojen välillä on eroja myös sen suhteen, kuinka paljon ne ylipäänsä lukumäärällisesti sisältävät pohdintatehtäviä. Tuhattaituri - kirjasarjassa pohdintatehtäviä on huomattavasti enemmän kuin toisessa ääripäässä eli Laskutaito - kirjasarjassa. Laskutaito -kirjasarjassa neljännes (24,4 prosenttia) pohdintatehtävistä on SA-tasoisia tehtäviä, mutta Matikkamatka -kirjasarjan pohdintatehtävissä ei ole yhtään SA-tason tehtävää. Tuhattaituri -kirjasarjassa SA-tason pohdintatehtäviä on 15,6 prosenttia.

Kokoavasti voidaan todeta, että lisä- ja pohdintatehtäviä lukuun ottamatta kaikissa tehtävälajeissa kirjasarjasta riippumatta suurin osa tehtävistä on LY-tasoa. Tämä on varsin ymmärrettävää, sillä juuri näiden tehtävien avulla luodaan pohja osaamiselle. Niiden avulla kehittyvät matemaattisen osaamisen piirteistä erityisesti käsitteellinen ymmärtäminen ja proseduraalinen sujuvuus.

Ymmärrettävää on myös se, että lisä- ja pohdintatehtävissä tehtävät ovat pääosin YS-tasoa. Näitä tehtävälajeja käytetään usein vasta perustehtävien tekemisen jälkeen, jolloin on loogista, että ne ovat tasoltaan myös hieman haastavampia. Lisätehtävät tosin eivät aina välttämättä jokaisessa kirjasarjassa käsittele perustehtävissä opeteltua sisältöä. Tämä ei kuitenkaan ole huono asia, sillä usein lisätehtävistä löytyy sellaisia tehtäviä, jotka harjoittavat muuten vähälle harjoittelulle jääviä

matematiikan sisältöjä. Tästä voidaan mainita esimerkkinä erilaiset hahmottamista harjoittavat tehtävät.

6.4 Aineiston analysointi matemaattisten piirteiden ja matematiikkakuvan suhteen

Matemaattisen osaamisen piirteet ovat kietoutuneet toisiinsa hyvin voimakkaasti. Useat tehtävät kehittävät monia matemaattisen osaamisen piirteitä, mutta silti voidaan sanoa, minkä tyyppiset tehtävät erityisesti kehittävät jotakin tiettyä piirrettä. Seuraavaksi käsitellään kutakin matemaattisen osaamisen piirrettä erikseen kunkin kirjasarjan kohdalta.

6.4.1 Käsitteellinen ymmärtäminen

Opettajan oppaat kustantajasta riippumatta tavallisesti sisältävät didaktisia ohjeita opettajalle eli neuvoja siitä, miten asian voisi oppilaille opettaa. Lisäksi tutkittavat kirjasarjat sisältävät myös teoriaosan, joka sijaitsee oppilaan kirjassa ja on näin ollen jokaisen oppilaan itse nähtävissä. Opettajan oppaan didaktiset ohjeet ja oppilaan kirjan opetusosuudet edistävät oppilaan käsitteellistä ymmärtämistä, koska didaktisten ohjeiden (jos opettaja niitä käyttää) ja teoriaosuuksien myötä oppilaille muodostuu ensimmäinen mielikuva opeteltavista asioista ja käsitteistä.

Tutkittavissa kirjasarjoissa on kuitenkin eroja sen suhteen, miten oppilas johdatetaan uuteen opiskeltavaan asiaan ja uusiin käsitteisiin. Matematiikan abstrakteja käsitteitä voidaan havainnollistaa oppilaille konkretisoimalla ne (Ahtee & Pehkonen 2000, 47). Havainnollistamisen osuus vaihtelee kirjasarjoissa. Matikkamatka -kirjasarjassa erilaiset havainnollistavat kuvat konkreettisista apuvälineistä ovat hyvin tärkeässä asemassa, sillä ne kulkevat mukana läpi koko kirjan. Tällainen kuvien käyttö konkreettisista apuvälineistä auttaa oppilasta ymmärtämään opeteltavaa asiaa pelkkien muistisääntöjen muistamisen sijaan. Tällöin opeteltava asia ei jää ulkoa muistettavaksi irralliseksi tiedoksi. Ymmärtämisen myötä muistettavien asioiden määrä on lopulta oppilaalla pienempi, koska opittu ei ole pelkän muistamisen varassa (Kilpatrick ym. 2001, 118–120). Myös Tuhattaituri -kirjasarja käyttää hyväkseen havainnollistamiskuvia, kuten lukusuoraa. Havainnollistamiskuvien käyttö on kuitenkin vähäisempää kuin Matikkamatka -kirjasarjassa. Lisäksi eroja on siinä, kuinka tärkeäksi nämä kaksi kirjasarjaa näkevät proseduurien suorittamista helpottavien vinkkien opettamisen. Vaikka Tuhattaituri -kirjasarja pyrkiikin selkeästi siihen, että oppilas muistisääntöjen opetteluun sijaan myös ymmärtäisi uudet opeteltavat asiat, antaa se oppilaalle myös tämän muistisääntöjen oppilaan kirjassa sijaitsevassa teoriaosuudessa. Näin ei

kuitenkaan jokaisen asian kohdalla Matikkamatka -kirjasarjassa ole. Jos muistisääntö löytyy, se saattaa olla ainoastaan opettajalle suunnatuissa didaktisissa ohjeissa. Tällöin muistisääntö ei ole oppilaan nähtävissä, ja sen oppiminen on kiinni siitä, miten opettaja ottaa asian esille. Muistisäännön kertaaminen ei näin oppilaalta itsenäisesti onnistu.

Viimeksi mainittu asia käy ilmi esimerkiksi desimaalilukujen kertolaskua koskevassa osiossa. Matikkamatka -kirjasarjassa asia opetetaan käyttämällä apuna välineitä, lukusuoraa ja yhteenlaskua (s.30). Tuhattaituri -kirjasarja sen sijaan käyttää opetuksen apuna ainoastaan lukusuoraa, mutta sen lisäksi opettaa oppilaille proseduurin suorittamista nopeuttavan ja helpottavan vinkin (s.103), jota puolestaan ei löydy lainkaan Matikkamatka -kirjasarjasta. Näin ollen Tuhattaituri -kirjasarja ohjaa voimakkaammin myös proseduraaliseen sujuvuuteen. Matikkamatka -kirjasarja ohjaa vahvaan käsitteelliseen ymmärtämiseen, mutta sen sijaan proseduraaliseen sujuvuuteen ohjaaminen saattaa jäädä heikommaksi.

Laskutaito -kirjasarja puolestaan käyttää kolmesta kirjasarjasta vähiten havainnollistamisvälineitä ja havainnollistavia kuvia. Käsitteellistä ymmärtämistä tärkeämmäksi on nähty proseduraalisen sujuvuuden harjoittelu. Tämä näkyy kirjasarjassa proseduraalista sujuvuutta lisäävien vinkkien yleisyydessä ja käsitteellistä ymmärtämistä lisäävien välineiden vähydessä oppilaan kirjan teoriaosuudessa. Oppilas mahdollisesti kehittyy vahvaksi proseduurien hallitsijaksi, mutta jos hän unohtaa opetetun vinkin proseduurin ratkaisemiseksi, ei hän voi rakentaa asiaa uudelleen mielessään. Tällöin proseduurin hallinta on perustunut ainoastaan muistamiseen ymmärtämisen sijaan (Kilpatrick ym. 2001, 121–123). Vaikka välineitä ja havainnollistavia kuvia ei Laskutaito -kirjasarjasta löydy kovin paljon oppilaan kirjan teoriaosuuksista, löytyy niitä kuitenkin enemmän takana olevista monisteista. Niiden käyttö on kuitenkin opettajan harkinnan varassa, eikä oppilaalla ole mahdollisuutta tutkia asiaa itsenäisesti oman oppikirjan sivuilta.

Tutkittavista kirjasarjoista löytyy eroja sen suhteen, yhdistetäänkö niissä käsitteitä toisiinsa. Tästä on esimerkkinä murtolukujen, desimaalilukujen ja prosenttien yhteys. Tuhattaituri -kirjasarja yhdistää murtoluvut desimaalilukuihin, desimaaliluvut prosentteihin sekä murtoluvut prosentteihin. Matikkamatka -kirjasarja yhdistää murtoluvut desimaalilukuihin, mutta ei etene desimaaliluvut -jaksossaan vielä prosentteihin. Desimaalilukujen, murtolukujen ja prosenttien yhdistäminen tapahtuu desimaaliluvut -jaksoa seuraavassa prosenttilaskua -jaksossa. Laskutaito -kirjasarja yhdistää desimaaliluvut ja prosentit, mutta yhdistämistä murtolukuihin ei tapahdu syysosassa. Näin ollen on hyvin oppikirjasarjasta riippuvaista, millaiset välineet oppilas saa käsitteiden

yhdistämiseen. On siis osittain kirjasarjasta kiinni, jäävätkö tiedot vain erillisiksi faktoiksi, vai syntyykö oppilaalle jäsentynyt tietorakenne asioista.

Kirjasarjojen välillä on eroja myös sen suhteen, miten käsitteet on niissä määritelty. Geometrian osalta hyvän esimerkin antaa puolisuunnikkaan määrittely. Matikkamatka -kirjasarjassa puolisuunnikas on määritelty seuraavasti: ”Kaksi vastakkaista sivua ovat yhdensuuntaiset” (s.138). Määritelmä ei siis ota kantaa puolisuunnikkaan kahden muun sivun suuntiin. Näin ollen puolisuunnikkaita ovat myös suunnikas, suorakulmio ja neliö. Sen sijaan Laskutaito -kirjasarja määrittelee puolisuunnikkaan kuvioksi, jossa ”vain toinen pari vastakkaisista sivuista on yhdensuuntainen” (s.169). Tämän määritelmän mukaisesti suunnikas, suorakulmio ja neliö eivät kuulu puolisuunnikkaisiin. Tosin kyseinen määritelmä ei löydy missään muodossa oppilaan kirjasta, vaan ainoastaan opettajan oppaan didaktisista ohjeista ja käsittekkortteista, jotka löytyvät liitteenä opettajan oppaasta geometria -jakson lopusta. Tuhattaituri -kirjasarja ei taas määrittele puolisuunnikasta lainkaan. Käsitteellisen ymmärtämisen kannalta onkin siis olennaista, millä kirjasarjalla oppilaita opetetaan.⁴

Tutkittavat kirjasarjat sisältävät paljon laskutaito-ymmärtäminen-tason harjoitustehtäviä⁵, joiden avulla oppilas harjoittelee opitun käsitteen käyttämistä. Tällöin myös käsitteellinen ymmärtäminen vahvistuu. Kirjasarjasta riippumatta oppilaan kirjan perustehtävistä ja kotitehtävistä löytyy paljon tällaisia tehtäviä. Perustehtävät ja kotitehtävät sisältävät myös kognitiiviselta tasoltaan helppoja sanallisia tehtäviä, joissa oppilaan ei oikeastaan tarvitse keksiä tai oivaltaa mitään uutta, mutta niiden avulla oppilas ymmärtää, millaisessa kontekstissa opittu matemaattinen idea on käyttökelpoinen (ks. Kilpatrick ym. 2001). Kun uusi taito on muuttunut rutiininomaisemmaksi toistamisen ansioista, on uuden tiedon yhdistäminen vanhaan ja tuttuun asiaan helpompaa.

Tuhattaituri -kirjasarjassa erityisesti laskulaari -osiossa oppilaita kannustetaan piirtämään tehtävistä kuvia. Kuvat ovat tehtävästä riippuen esimerkiksi lukusuoria tai rahoja. Kun oppilas piirtää tehtävää havainnollistavan kuvan, se auttaa häntä hahmottamaan yhteyttä matemaattisesti ja verbaalisesti esitetyn muodon välillä. Näin myös käsitteellinen ymmärtäminen syvenee.

⁴ Vrt. Joki 2002.

⁵ Laskutaito 61,3 %, Tuhattaituri 53,0 %, Matikkamatka 64,3 % kaikista kirjasarjan tehtävistä

6.4.2 Proseduraalinen sujuvuus

Tutkittavien oppikirjasarjojen sisältämät laskutaito-ymmärtäminen-tason perustehtävät ja kotitehtävät edistävät käsitteellisen ymmärtämisen lisäksi myös proseduraalista sujuvuutta. Perustehtävien ja kotitehtävien avulla varmennetaan oppilaan perusasioiden taidon hallinta, jolloin myös käsitteellinen ymmärtäminen syventyy. Näiden tehtävien avulla varmistetaan proseduurien hallinta, mutta myös haasteellisemmat tehtävät lisäävät proseduraalista sujuvuutta. On tärkeää, että kirjasarjoista löytyy laskutaito-ymmärtäminen-tason mekaanisia (sievennys)tehtäviä, koska proseduraalisen sujuvuuden avulla oppilaiden on helpompi syventää ymmärrystä. Proseduraalinen sujuvuus myös mahdollistaa ongelmanratkaisun. (ks. Kilpatrick ym. 2001, 121–123.)

Tutkittavien kirjasarjojen sisältämät opettajan didaktiset ohjeet (jos opettaja niitä käyttää) sekä oppilaan kirjassa olevat teoriaosuudet tukevat proseduraalisen sujuvuuden kehittymistä, sillä niiden avulla oppilas saa ensimmäisen käsityksen uudesta opiskeltavasta asiasta. Ne myös usein sisältävät proseduurien ratkaisemista helpottavia vinkkejä, kuten desimaalipilkun oikean paikan löytämisen desimaalilukujen yhteen- ja vähennyslaskussa allekkain. Kuitenkin on tärkeää, että oppilas pelkän vinkin muistamisen lisäksi ymmärtäisi taustalla olevan ajatuksen eli hänellä olisi myös käsitteellistä ymmärrystä. Jos oppilaalla ei ole käsitteellistä ymmärrystä taustalla, vinkin unohtaminen johtaa myös proseduraalisen sujuvuuden heikkouteen (ks. konseptuaalinen ja proseduraalinen tieto, luku 2.1). Kun oppilaalla on vahva käsitteellinen ymmärrys, on proseduurin virheellisen käytön todennäköisyys pienempi, koska tällöin oppilas ei ainoastaan toista ulkoa opettelemaansa sääntöä.

Erityisesti proseduraalista sujuvuutta kehittäviä tehtäviä on jokaisessa kirjasarjassa myös muissa osioissa kuin ainoastaan perustehtävissä ja kotitehtävissä. Muita osioita ovat esimerkiksi Tuhattaiturissa laskulaari, Laskutaidossa osittain lisätehtävät ja Matikkamatkassa opettajan oppaasta löytyvät vihkolaskut. Myös näistä osioista löytyy siis mekaanisia laskuja. Kuitenkin eri kirjasarjojen välillä on eroja sen suhteen, missä määrin ne sisältävät näitä laskutaito-ymmärtäminen ja ymmärtäminen-soveltaminen-tason mekaanisia proseduraalista sujuvuutta kehittäviä tehtäviä (ks. luku 6.3).

Proseduraalisen sujuvuuden kanssa yhteydessä olevaa arviointitaitoa (Kilpatrick ym. 2001, 123) kehittäviä tehtäviä löytyy kunkin kustantajan kirjasarjoista. Lähinnä tämän tyyppiset tehtävät löytyvät kuitenkin geometria -jaksosta. Arviointitaitoa kehittäviä tehtäviä löytyy opettajan oppaista vain opettajalle tarkoitettujen osioiden alta. Laskutaito -kirjasarjassa osio on nimeltään harjoituksia

ja leikkejä, Tuhattaituri -kirjasarjassa vinkkipankki ja Matikkamatka -kirjasarjassa harjoituksia. Tehtävissä pitää esimerkiksi arvioida, mitä tulee tulokseksi tai onko väittämä mahdollinen.

6.4.3 Strateginen kompetenssi

Strategista kompetenssia kehittäviä tehtäviä on kirjasarjoissa vähemmän kuin käsitteellistä ymmärtämistä ja proseduraalista sujuvuutta kehittäviä tehtäviä. Tämä johtuu siitä, että mekaaniset, laskutaito-ymmärtäminen-tason tehtävät, ovat paljon yleisempiä kuin ongelmanratkaisutehtävät. Joitakin yksittäisiä osioita, joista löytyy strategista kompetenssia kehittäviä tehtäviä, voi jokaisesta kirjasarjasta kuitenkin löytää.

Strategista kompetenssia kehittäviä tehtäviä löytyy kunkin kirjasarjan perustehtävien sanallisista tehtävistä (ks. luku 6.4.6). Sanalliset tehtävät vaativat kykyä saada ongelma ratkaistavaan muotoon pelkän ongelman ratkaisemisen sijaan (Kilpatrick ym. 2001, 124–125). Kuitenkin perustehtävät ovat pääosin melko mekaanisia. Enemmän strategista kompetenssia kehittäviä ongelmanratkaisutehtäviä löytyy Laskutaito -kirjasarjan pohdittavaa -osiosta, harjoituksia ja leikkejä -osiosta sekä myös lisätehtävistä. Tuhattaituri -kirjasarjassa pulmakulma, vinkkipankki ja vapaavalintaiset lisätehtävät -osiot sisältävät erityisesti strategista kompetenssia kehittäviä tehtäviä. Matikkamatka -kirjasarjassa vastaavanlaisia tehtäviä sisältävät lisätehtävät, pohdittavaa -osio sekä Nyt tuli ongelmia -sivut. Näistä osioista löytyy tehtäviä, jotka ovat kognitiiviselta tasoltaan perustehtäviä haastavampia ja vaativat oppilaalta ei-rutiininomaisia ratkaisutapoja.

Vaikka kirjasarjoista voidaankin mainita erillisiä osioita, jotka sisältävät erityisesti strategista kompetenssia kehittäviä tehtäviä, ei kuitenkaan voida unohtaa, että kyseiset tehtävät kehittävät samalla myös esimerkiksi käsitteellistä ymmärtämistä ja proseduraalista sujuvuutta. Matemaattisen osaamisen piirteet tukevat siis toisiaan. (ks. Kilpatrick ym. 2001.)

6.4.4 Mukautuva päättely

Myös mukautuvaa päättelyä kehittäviä tehtäviä on vähemmän kuin käsitteellistä ymmärtämistä ja proseduraalista sujuvuutta kehittäviä tehtäviä. Mukautuvaa päättelyä kehittävät tehtävät ovat samantyyllisiä kuin strategista kompetenssia kehittävät tehtävät. Mukautuva päättely auttaa laskijaa säilyttämään mielessään ”punaisen langan” koko laskun ajan. Näin ollen loogisuus käsitteiden ja tilanteiden suhteista säilyy mukautuvan päättelyn avulla. Laskija tietää koko ajan, mitä on

tekemässä ja miksi. Tämä edellyttää siis sitä, että laskija perustelee ja todistaa ainakin itselleen oman toimintansa loogisuuden. Näin laskutoimitus saa oikeutuksen. (Kilpatrick ym. 2001, 129–131.)

Mukautuvaa päättelyä kehittävät tehtävät ovat mekaanisia tehtäviä vaativampia eli kognitiiviselta tasoltaan esimerkiksi soveltaminen-analysoiminen-tason tehtäviä⁶. Kirjasarjoista mikään ei sisällä muutamia tehtäviä lukuun ottamatta sellaisia tehtäviä, joissa varsinaisesti vaadittaisiin esimerkiksi ratkaisun oikeuttamista. Sen sijaan haastavimmat, soveltaminen-analysoiminen-tason, tehtävät vaativat ainakin jollakin tasolla ratkaisun oikeutuksen tekemistä kuitenkin itselle sekä ”punaisen langan” säilyttämistä. Tällaisia haastavampia tehtäviä sisältäviä osioita ovat edellä mainitut, myös strategista kompetenssia kehittävät, osiot. Tällaisia osioita ovat Laskutaito -kirjasarjassa lisätehtävät, pohdittavaa -osiot sekä harjoituksia ja leikkejä -osiot, Tuhattaituri -kirjasarjassa vapaavalintaiset lisätehtävät sekä pulmakulma ja vinkkipankki -osiot ja Matikkamatka -kirjasarjassa lisätehtävät, pohdittavaa -osio sekä Nyt tuli ongelmia -sivut.

Mukautuva päättely vaatii kykyä loogiseen selittämiseen (Kilpatrick ym. 2001, 129). Kielentämistä kuitenkin vaaditaan kirjasarjoissa vain muutamissa tehtävissä. Parhaiten pyrkimys kielentämisen ohjaamiseen näkyy Matikkamatka -kirjasarjassa. Kirjasarja sisältää tehtäviä, joiden tehtävänannossa pyydetään esimerkiksi selittämään omin sanoin käsitteitä tai omaa ajatteluprosessia tehtävän ratkaisemiseksi. Tuhattaituri ja Laskutaito -kirjasarjoissa ei jatkuvasti ohjata oppilaita kielentämiseen tehtävien avulla. Tällöin vastuu kielentämisestä on enemmän opettajan vastuulla kuin Matikkamatka -kirjasarjassa.

6.4.5 Matematiikkakuva

Seuraavassa esitellään neljän pääkomponentin osalta sitä, millaiseen matematiikkakuvaan eri kirjasarjat johtavat. Matematiikkakuvan pääkomponentit eivät ole selkeästi erotettavissa toisistaan, vaan ne liittyvät toisiinsa läheisesti. (Pehkonen 1998, 47.) Oppilaan kirjojen osalta välittyvä matematiikkakuva matematiikan luonteesta on suurelta osin varsin mekaaninen. Suurin osa tehtävistä on kynää ja paperia käyttäen laskettavia laskuja (ks. Malaty 1998). Sanalliset tehtävät kuitenkin auttavat oppilasta ymmärtämään, että matematiikka ei ole ainoastaan jotakin reaali maailmasta irrallaan olevaa, vaan siihen läheisesti liittyvä. Usein tutkitusta kirjasarjasta riippumatta sanalliset tehtävät liittyvät matematiikan jokapäiväiseen elämään kuuluvaksi

⁶ Laskutaito 2,0 %, Tuhattaituri 5,5 %, Matikkamatka 1,9 % kaikista kirjasarjan tehtävistä

apuvälineeksi (ks. Ahtee & Pehkonen 2000, 52). Vaikka oppilaan kirjojen myötä välittyvä kuva onkin yksipuolinen, opettajan oppaat sen sijaan antavat monipuolisemman kuvan matematiikasta.

Tutkittavissa kirjasarjoissa on eroja sen suhteen, kuinka paljon ne sisältävät oppilaan kirjan osalta muita kuin ”kynä-paperi” -laskuja. Laskutaito -kirjasarjan oppilaan kirja ei sisällä pelejä tai leikkejä desimaaliluvut ja geometria -jaksojen osalta. Niitä löytyy kuitenkin opettajan oppaasta, mutta tällöin niiden käyttäminen on opettajasta riippuvaista. Pelit ja leikit eivät ole oppilaan nähtävissä ja ulottuvilla, eikä hänellä ole tällöin esimerkiksi mahdollisuutta pelata ja leikkiä niitä oma-aloitteisesti. Koska pelit ja leikit eivät ole oppilaan nähtävillä, eivätkä kuulu osaksi hänen matematiikan kirjaansa, ne eivät muodostu välttämättä osaksi hänen matematiikkakuvaansa. Tällöin kuva matematiikasta saattaa jäädä suppeaksi. Laskutaito -kirjasarjan oppilaan kirja sisältää vain vähän ongelmanratkaisutehtäviä, jotka voisivat myös omalta osaltaan olla monipuolistamassa oppilaan uskomuksia matematiikan luonteesta. Kuitenkin ongelmanratkaisutehtäviä löytyy jälleen opettajan oppaasta esimerkiksi pohdittavaa -osiosta. Laskutaidon avulla voi siis saada myös monipuolisen kuvan matematiikasta. Kyse on lähinnä opettajan tavasta opettaa ja käyttää oppimateriaalia.

Tuhattaituri ja Matikkamatka -kirjasarjat sisältävät sen sijaan pelejä myös oppilaan kirjassa. Matikkamatka -kirjasarjassa nämä pelit löytyvät desimaaliluvut -jaksosta, mutta Tuhattaituri -kirjasarja sisältää pelejä sekä desimaaliluvut että geometria -jaksoissa. Näiden kahden kirjasarjan etuna siis on, että oppilas voi saada niiden avulla monipuolisemman ja värikkäämmän kuvan matematiikan luonteesta. Matematiikan ei tarvitse kouluaineena olla ainoastaan kynän ja paperin avulla itsenäisesti tehtävien laskemista.

Uskomuksiin itsestä matematiikan oppijana ja käyttäjänä liittyvät läheisesti avoimet tehtävät (ks. luvut 2.3 ja 6.2). Koska avoimessa tehtävässä ei esimerkiksi ole välttämättä määritelty lopputilannetta, vähentää se oppilaan paineita onnistua. Tällöin oppilas pystyy keskittymään olennaiseen, eli oppimiseen, epäonnistumisen pelon sijaan. Samalla myös uskomukset matematiikan luonteesta monipuolistuvat, koska avoimien tehtävien avulla oppilas voi huomata, ettei matematiikassa aina ole selkeästi oikeita ja väriä vastauksia. Avoimia tehtäviä löytyy jonkin verran⁷ tutkittavista kirjasarjoista.

⁷ Laskutaito 1,3 %, Tuhattaituri 0,5 %, Matikkamatka 5,7 % kaikista kirjasarjan tehtävistä

Myös mekaanisten tehtävien rooli on merkittävä ajatellen oppilaan uskomuksia itsestä matematiikan oppijana ja käyttäjänä. On tärkeää, että kaikki voivat saada onnistumisen elämyksiä. Kognitiiviselta tasoltaan yksinkertaisten matematiikan tehtävien toistamisen avulla oppilas alkaa vähitellen onnistua. Lisäksi mekaanisten tehtävien tekeminen on tärkeää, koska jos oppilaan odotetaan sisäistävän asia nopeasti ilman helppojen laskutaito-ymmärtäminen-tasoisten harjoitusten toistamista, on ongelmanratkaisutehtävien ratkaiseminen vaikeampaa. Tällöin vahvaa pohjaa ei ole vielä rakentunut. Vaikka kirjasarjoista löytyisikin ongelmanratkaisutehtäviä, ei niistä ole hyötyä, jos oppilas ei heikon itsetunnon takia jo lähtökohtaisesti usko pystyvänsä tehtävää ratkaisemaan. Jos huomio jo alun perin kohdistuu epäolennaiseen eli omaan epäonnistumiseen tehtävän ratkaisemisen sijaan, ei oppilas varmasti osakaan ratkaista tehtävää. Tällöin myös oppilaan negatiivinen minäkuva vahvistuu ennestään. Toisaalta olisi kuitenkin myös tärkeää, että kirjasarjoista löytyisi haastavampia tehtäviä asian jo hallitseville oppilaille.

Laskutaito ja Tuhattaituri -kirjasarjoissa opeteltua asiaa harjoitellaan monilla yksinkertaisilla tehtävillä ennen kuin siirrytään haastavampien tehtävien pariin. Matikkamatka -kirjasarjassa sen sijaan mekaanisia laskutaito-ymmärtäminen-tason tehtäviä on vähemmän ennen haastavampia tehtäviä. Matikkamatka -kirjasarja sopiikin siis paremmin sellaisille oppilaille, joille matematiikan oppiminen on helppoa. He saavat nopeammin siirtyä haastavampien tehtävien pariin, eivätkä tällöin turhaudu. Kuitenkin Laskutaito ja Tuhattaituri -kirjasarjat ovat paremmin sopivia sellaisille oppilaille, joille matematiikan omaksuminen on vaikeampaa. Jos tällaiset oppilaat käyttäisivät Matikkamatka -kirjasarjaa, saattaisi heille muodostua helposti heikko kuva itsestään matematiikan oppijana ja käyttäjänä.

Tutkitut kirjasarjat välittävät varsin samanlaista kuvaa matematiikan opetuksesta. Jokainen opettajan oppaan aukeama sisältää opettajalle tarkoitetut didaktiset ohjeet, joissa paikoin jopa vuorosanat on kirjoitettu opettajalle valmiiksi. Uskomukset matematiikan opetuksesta muodostuvat opettajakeskeiseksi. Lisäksi tuntien kulut ovat varsin samankaltaisia kirjasarjasta riippumatta. Eri tuntien kuluilla ei ole juurikaan eroa saman opettajan oppaan sisälläkään. Oppitunti koostuu opettajan oppaan mukaan suunnilleen seuraavasti: taulutyöskentely ja opetuskuvan tarkastelu, pelejä/leikkejä, päässälaskut, oppikirjan tehtävät ja läksyksi kotitehtävät. Vaikka oppitunnin kulku muodostuu opettajan oppaan mukaan joka tunti melko samanlaiseksi, on opettajalla kuitenkin mahdollisuus vaihdella tunnin kokonaisuutta harkintansa mukaan.

Tutkittavien kirjasarjojen myötä opettaminen tapahtuu yleensä siten, että asiaan tutustutaan aluksi opettajan kanssa yhteisesti ja tämän jälkeen oppilas työstää asiaa itse harjoitustehtävien avulla. Koska oppilaan kirjan teoriaosiot ovat suppeita ja saattavat olla vaikeasti lapsen ymmärrettävissä itsenäisesti, on opettajalla tärkeä rooli uuteen asiaan johdattelemisessa. Oppilaan oma tekeminen korostuu vasta itse proseduurin harjoittelemisessa. Tutkittavat kirjasarjat sisältävät kuitenkin runsaasti sellaisia tehtäviä, jotka ovat ainoastaan opettajan oppaassa (esimerkiksi pelit). Opettaja voi mielensä mukaan teettää niitä oppilailla itsenäisesti tai ryhmissä. Tällöin uskomukset matematiikan oppimisesta muodostuvat monipuolisemmiksi. Oppimisen ei siis tarvitse olla vain oppilaan yksinäistä työskentelyä opettajan opettamisen jälkeen.

Matematiikkakuvaan liittyy olennaisesti myös oppilaiden ja opettajien käsitykset matematiikasta tieteenä. Kirjasarjoista nousee esille ”Työkalupakki” -näkökulma, jossa korostuu laskusääntöjen ja rutiinien tärkeys. Ideana on, että eri laskusäännöt ja rutiinit ovat käytössä tarpeen mukaan. Kirjasarjojen tehtävissä korostuu proseduurien harjoittelu ja opettajan oppaan didaktisissa ohjeissa opettajan rooli opetuksessa. Ongelmanratkaisutehtävät sisältävät kuitenkin piirteitä, jotka kuuluvat matematiikkakuvaan Prosessi -näkökulmaan. Ongelmanratkaisutehtävissä oppilas joutuu ratkaisemaan ei-rutiininomaisia tehtäviä omien kykyjensä mukaan. Ongelmanratkaisutehtävät ovat usein myös avoimia tehtäviä, joissa ei ole vain yhtä oikeaa vastausta. (ks. Pehkonen 1999a, 121–122.)

6.4.6 Yhteenvetoa tehtävätasoista ja matemaattisen osaamisen piirteistä

Kilpatrickin ym. (2001) mallin mukaiset matemaattisen osaamisen piirteet voidaan yhdistää myös tutkimuksessa määriteltyihin tehtävien kognitiivisiin tasoihin. Matemaattisen osaamisen piirteet ja tutkimuksessa määritellyt tasot eivät kuitenkaan ole täysin toisiaan vastaavia, joten seuraava käsitteiden yhdistely on karkea ja vain suuntaa antava. Laskutaito-ymmärtäminen-tason tehtävät vastaavat sisällöltään pitkälti käsitteellistä ymmärtämistä ja proseduraalista sujuvuutta. Kaikkien edellä mainittujen käsitteiden määritelmien mukaan oppilas joutuu tehtäviä ratkoessaan käyttämään vain yksinkertaisia algoritmeja, laskutoimitukset ovat usein mekaanisia ja sisältävät useita toistoja juuri opiskelusta asiasta.

Ymmärtäminen-soveltaminen-taso kehittää usein Kilpatrickin ym. matemaattisen osaamisen piirteistä strategista kompetenssia. Tämän tason tehtävissä on kyse tehtävän muotoilusta, esittämisestä ja ratkaisemisesta. Tähän tasoon kuuluvat siis useimmiten sanalliset tehtävät.

Soveltaminen-analysoiminen-tason tehtävien voidaan katsoa vastaavan mukautuvaa päättelyä, jossa omalle tehtävän ratkaisulle on löydettävä perustelut. Oppilas joutuu todistamaan tekemänsä ratkaisut ja etenkin analysoimista vaativissa tehtävissä tarvitaan matemaattista todistamista. Soveltamiseenkin kuuluu kuitenkin jo korkeamman tason matemaattista ajattelua, mutta se ei vielä välttämättä vaadi ei-tuttujen ratkaisujen tekemistä tehtävissä. Tämän tutkimuksen viimeistä matemaattisen osaamisen piirrettä, matematiikkakuvaa, ei voi varsinaisesti sijoittaa mihinkään näistä edellä mainituista tehtävätasoista.

6.5 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tavoite- ja sisältönormit oppimateriaaleissa

Tutkittavat kirjasarjat noudattavat pääosin perusopetuksen opetussuunnitelman perusteita. Vaikka perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet on jaettu siten, että vuosiluokkien 3-5 oppisisältöjä, tavoitteita ja hyvän osaamisen kuvauksia ei ole näiden vuosiluokkien sisällä eroteltu, löytyy kuitenkin viidennen luokan oppikirjoista lähes kaikki opetussuunnitelmassa mainitut sisällöt ja käsitteet jollain tapaa käsiteltyinä tai mainittuina. Ainostaan muutama opetussuunnitelmassa mainittu sisältö jää tutkittavissa kirjasarjoissa käsittelemättä. Esimerkkeinä puutteista voidaan mainita Tuhattaituri -kirjasarjassa peilaus suoran ja pisteen suhteen, Matikkamatka -kirjasarjassa yhdenmuotoisuuden käsite ja Laskutaito -kirjasarjassa yhdensuuntaisten ja kohtisuorien suorien käsitteet. Kyseiset sisällöt löytyvät perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden sisällöistä, mutta ei kirjasarjoista. Tämä ei kuitenkaan tarkoita sitä, että tiettyä kirjasarjaa käyttäessä oppilas ei näitä sisältöjä oppisi lainkaan. Kyse voi olla siitä, että nämä sisällöt on jo esimerkiksi käsitelty aiempina vuosina, jolloin ne jäävät tämän tutkimuksen ulkopuolelle.

Oppikirjat tarjoavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden mukaisesti mahdollisuuksia matemaattisten käsitteiden ja yleisimmin käytettyjen ratkaisumenetelmien oppimiseen systemaattisesti, mutta sen sijaan opiskelu ei kirjasarjojen avulla ole kovin ongelmakeskeistä. Vaikka lisämateriaalipaketeista löytyy ongelmanratkaisutehtäviä sisältäviä vihkoja, on niitä oppilaan kirjassa kuitenkin vähän. Arkipäivän tilanteet näkyvät kirjasarjoissa erityisesti sanallisissa tehtävissä, jotka liittyvät pääasiallisesti oppilaan jokapäiväiseen elämään kuitenkin kirjasarjasta riippuen. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa mainittu tieto- ja viestintäteknikan käyttö on vähäistä. Peruslaskutoimitusten varmentaminen on tutkituissa kirjasarjoissa erityisen tärkeässä asemassa. (ks. Opetushallitus 2004, 105–107.)

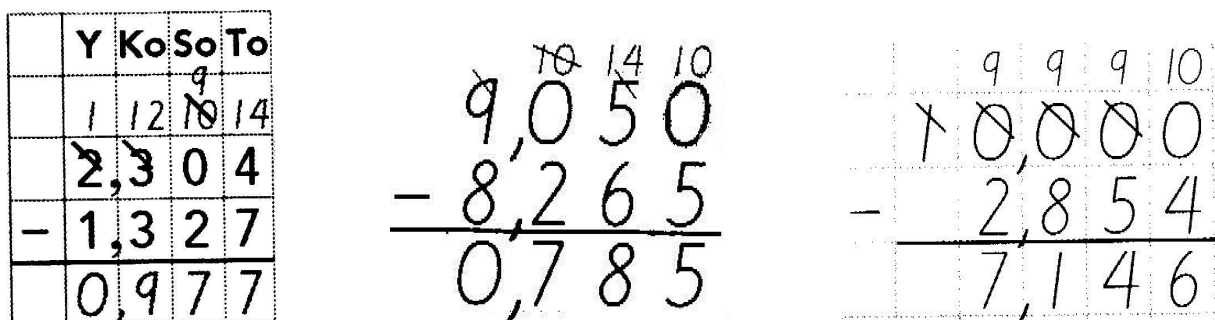
Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tavoitteissa mainittu onnistumisen kokemusten saaminen matematiikan parissa toteutuu parhaiten avointen tehtävien kohdalla. Ne eivät sisällä ainoastaan yhtä oikeaa vastausta, jolloin oppilaan ei tarvitse pelätä epäonnistumista yhtä paljon kuin suljettujen tehtävien kohdalla. Avomien tehtävien määrä kirjasarjoissa ei ole kuitenkaan suuri. Oppilas voi saada onnistumisen elämyksiä myös laskiessaan peräkkäin useita samantyyppisiä peruslaskuja, koska laskurutiinin kehittyessä peruslaskut alkavat vähitellen sujua vahvistaen oppilaan luottamusta omaan osaamiseen. Tavoitteiden mukainen toiminnan perusteleva ja kysymysten esittäminen ovat lähinnä tutkittavissa kirjasarjoissa opettajan didaktisten ohjeiden varassa, sillä oppilaan tekemät tehtävät tähän harvoin ohjaavat. Lisäksi tavoitteissa mainittu työskentelyn pitkäjänteisyys ja keskittyminen toteutuvat kirjasarjoja käytettäessä luonnostaan, koska kirjasarjat sisältävät paljon itsenäistä työskentelyä vaativia tehtäviä. (ks. Opetushallitus 2004, 107.)

Pääasiallisesti kaikissa kolmessa kirjasarjassa viidennen luokan opetus keskittyy samoihin sisältöihin. Tutkittavat kirjasarjat alkavat jaksolla, joka sisältää aiemmilla vuosiluokilla opetettujen sisältöjen kertausta. Muut viidennellä vuosiluokalla käsiteltävät sisällöt ovat murtoluvut, desimaaliluvut, tietojen käsittely ja tilastot sekä geometrian osalta esimerkiksi pinta-ala, kuviot ja kappaleet, suurennot/pienennökset, mittakaava ja mittayksiköt. Sisältöjen käsittelyjärjestykset ja –tavat kuitenkin vaihtelevat kirjasarjasta riippuen. Tietojen käsittely ja tilastot -jaksoa lukuun ottamatta kirjasarjat käsittelevät sisällöt lähes samalla tavalla samoja asioita painottaen. Laskutaito -kirjasarjassa tietojen käsittely ja tilastot -jakso sisältää esimerkiksi vaihteluvälin käsitteen ja erikoisempiakin diagrammeja kuten venn-diagrammi, puudiagrammi ja piktodiagrammi. Sen sijaan Tuhattaituri -kirjasarja lähestyy aihetta yksinkertaisemmin keskittyen lähinnä keskiarvon käsitteeseen sekä tyypillisimpiin diagrammeihin kuten pylväsdiagrammi ja sektoridiagrammi. Matikkamatka -kirjasarja puolestaan käsittelee aihetta viidennellä vuosiluokalla Tuhattaituri -kirjasarjaa monipuolisemmin, mutta keskittyen silti opetussuunnitelmassakin mainittuihin peruskäsitteisiin. Tietojen käsittely ja tilastot -jakso on myös sijoittunut eri kirjasarjoissa aivan eri kohtaan lukuvuotta. Toisaalta perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet ei ota kantaa siihen, missä järjestyksessä asiat tulisi opettaa. (ks. Opetushallitus 2004, 108.)

Koska perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet ei ole luonteeltaan kovin tarkka, ovat oppikirjojen tekijät saaneet ratkaista esimerkiksi sisältöjen esitystavat itsenäisesti. Tästä syystä tutkittavien kirjasarjojen välillä on eroja sen suhteen, miten esimerkiksi jotkin käsitteet on määritelty. Esimerkiksi suorakulmion pinta-ala on Matikkamatka ja Laskutaito -kirjasarjoissa

määritelty laskettavaksi ”kanta x korkeus” (Matikkamatka s.109, Laskutaito s.150). Tuhattaituri -kirjasarjassa sen sijaan suorakulmion pinta-ala on määritelty laskettavaksi ”leveys x korkeus” (s.235). Opetussuunnitelman väljyyden takia eroja on myös sen suhteen, mitä asioita on ylipäänsä tuotu esille. Opetussuunnitelma määrittelee geometrian yhdeksi sisällöksi ympyrän ja sen osia. Sisällön epätarkkuus kuitenkin johtaa siihen, että eri kirjasarjat ovat tuoneet esille eri osia ympyrästä. Laskutaito ja Matikkamatka -kirjasarjat esittelevät ympyrän osiksi kehän, säteen, halkaisijan ja keskipisteen. Tuhattaituri -kirjasarja esittelee vielä edellisten lisäksi sektorin ja jänteen. Näin ollen kirjasarjan valinta vaikuttaa siihen, millaisia asioita oppilas voi oppia.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden väljyyden vuoksi oppilaat saattavat oppia saman asian eri tavoin. Tästä esimerkkinä voidaan mainita desimaalilukujen vähennyslaskussa nollan yli lainaaminen. Laskutaito -kirjasarjassa asia opetetaan siten, että viiva vedetään aina lainatun numeron yli, vaikka numero olisi nolla. Matikkamatka- ja Tuhattaituri-kirjasarjoissa sen sijaan opetetaan, että nollasta ei voi lainata.



KUVIO 15. Nollan yli lainaaminen kirjasarjoissa (Matikkamatka, kevätosa, s.28; Tuhattaituri, s.97; Laskutaito, syysosa, s.84)

Kirjasarjojen välillä on eroja sen suhteen, miten niissä opetetaan desimaalilukujen jakolasku. Matikkamatka ja Tuhattaituri -kirjasarjoissa opetetaan jakolasku jakokulmaa käyttäen. Laskutaito -kirjasarja sen sijaan antaa opettajalle mahdollisuuden valita jakokulman ja allekkain jakamisen välillä.

Sisältöjen sijoittaminen eri otsikoiden alle erityisesti geometriaan liittyvissä osioissa on kirjasarjoissa ratkaistu eri tavoin kuin perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa. Eroja on myös eri kirjasarjojen välillä. Geometrian sisällöt on jaoteltu kirjasarjoissa vähintään kahden eri jakson alle, joista toinen on mittaaminen ja toinen sisältää perinteisemmin geometriaan alle

miellettävämpiä sisältöjä. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa puolestaan geometriaan liittyvät asiat sijaitsevat yhden otsikon alla. Kirjasarjojen avulla opiskellessa saattaa oppilaalle jäädä sellainen mielikuva, että mittaaminen on geometrian ulkopuolella oleva osa-alue.

6.6 Sosiokonstruktivismi oppimateriaaleissa

Konstruktivismin mukaan oppiminen tapahtuu tietoa rakentamalla (Rauste – von Wright 1998, 19). Kaikki tutkittavat kirjasarjat toteuttavat omalla tavallaan konstruktivismin ideaa, sillä oppilaat rakentavat itse tietämystään tehtäviä tekemällä. Oppiakseen matematiikkaa oppilaan on tehtävä tunnilla aktiivista ajatustyötä. Näin tilanne on siitakin huolimatta, että matematiikan tunnit helposti muodostuvat itsenäisestä työskentelystä kynää ja paperia käyttäen. Tärkeää konstruktivismin kannalta on kuitenkin se, miten uusi asia oppilaille opetetaan. Jos oppilaille vain näytetään, miten oikeaan vastaukseen päästään, ei konstruktivismi toteudu. Tällöin opiskeltavaa asiaa ei liitetä oppilaan aikaisempaan tietämykseen aiheesta ja oppilas ei ymmärrä, miten oikeaan vastaukseen on päädytty (Rauste – von Wright & von Wright 1995, 119). Tällöin oppilas vain toistaa tehtäviä tehdessään oppimaansa tapaa saada oikea vastaus, mutta hän ei varsinaisesti rakenna tietämystään asiasta. Jos sen sijaan uusi asia opetetaan huomioiden oppilaan aikaisemmat tietorakenteet, ja uuden asian assimiloiminen koetaan tärkeänä, oppilas myös tehtäviä tehdessään todella rakentaa tietämystään asiasta. Kirjasarjoissa on eroja sen suhteen, kuinka hyvin konstruktivismi niissä toteutuu.

Ymmärtämisen helpottamiseksi on Matikkamatka -kirjasarjassa käytetty useita erilaisia havainnollistamistapoja. Kahdessa muussa kirjasarjassa sen sijaan uusi asia on usein esitetty vain yhdellä tavalla. Tutkittavat kirjasarjat kuitenkin pyrkivät lähtemään liikkeelle uutta asiaa opeteltaessa varsin yksinkertaisista asioista kertauksen omaisesti. Näin pyritään aktivoimaan oppilaan aikaisemmat tiedot asiasta, jonka päälle uuden asian opetteleminen on helpompaa, ja tieto ei jää irralliseksi. Samalla vanhaa asiaa kerrattaessa opettaja pystyy saamaan tietoa siitä, mitä oppilaat muistavat asiasta ennestään, ja millaisia ennakkokäsityksiä aiheesta oppilailla on.

Konstruktivismin mukaan opettajan roolin tulisi muuttua vähitellen tiedon jakajasta oppimisen ohjaajaksi (Rauste – von Wright 1998). Näin ei tilanne kuitenkaan missään kirjasarjassa ole. Tutkittavat kirjasarjat ohjaavat siihen, että opettaja opettaa tunnin alussa asian ja sen jälkeen lasketaan tehtäviä. Opetukseen tarkoitettujen ohjeiden on aina suunnattu opettajan esitettäväksi, ja kaikissa kirjasarjoissa myös havainnollistamiskeinot ja -välineet on yksityiskohtaisesti selitetty ja

piirretty opettajalle valmiiksi. Kirjasarjat sisältävät myös didaktisissa ohjeissa valmiita esimerkkilaskuja, joiden avulla opettaja voi havainnollistaa opettamaansa asiaa. Tunnin kulkuehdotus kokonaisuudessaan on myös annettu valmiina, joten opettaminen opettajan oppaaseen nojautuen on helppoa. Opettajan ei siis juurikaan itse tarvitse miettiä, mitä matematiikan tunneilla sanoisi tai mitä oppilaat tekisivät. Opetus kirjasarjojen ehdottamalla tavalla on hyvin opettajakeskeistä, eikä yksikään kirjasarjoista ohjaa esimerkiksi tutkivaan oppimiseen, jossa oppilaat itse asiaa tutkimalla oppisivat matematiikkaa. Opettajakeskeisyys johtaa myös helposti siihen, että oppilas ei itse joudu ottamaan vastuuta oppimisestaan. Toki alakoulussa opettajalla on päävastuu oppilaiden oppimisesta, mutta pikkuhiljaa oppilaita tulisi ohjata ottamaan itse vastuuta omasta oppimisestaan.

Yhtenä tärkeänä osana sosiokonstruktivismissa on yhdessä tekeminen ja tiedon jakaminen (Tynjälä 1999, 60–61; Ruohotie 1998, 10–11). Seuraavassa käsitellään ryhmässä suoritettavien tehtävien esiintymistä kirjasarjoittain. Oletuksena tehtävien luokittelussa on ollut, että tehtävä tehdään yksin, jos toisin ei ole mainittu. Kirjasarjoissa on siis ryhmätehtävien kohdalla erikseen sanottu, että tehtävä tehdään ryhmässä.

TAULUKKO 9. Yhdessä ratkaistavien tehtävien määrät kirjasarjoittain

	Laskutaito	Tuhattaituri	Matikkamatka
Yksin	708 100,0 %	667 89,5 %	757 94,0 %
Yhdessä	0 0,0 %	78 10,5 %	48 6,0 %
Yhteensä	708 100,0 %	745 100,0 %	805 100,0 %

Taulukosta 9 voidaan havaita, että Laskutaito -kirjasarjassa ei ole luokitelluissa tehtävissä yhtään sellaista tehtävää, joka ohjattaisiin tehtäväksi yhdessä. Tuhattaituri ja Matikkamatka -kirjasarjoista yhdessä tehtäviksi ohjattuja tehtäviä löytyy. Mielenkiintoista on, että näissä molemmissa kirjasarjoissa ryhmätehtävät löytyvät perus- ja pohdintatehtävistä. Muista tehtävälajeista ei siis löydy yhtään ryhmätehtävää. Ryhmätehtävät pohdintatehtävien osalta ovat lähinnä yhdessä pohdittavia ongelmanratkaisutehtäviä. Perustehtävissä sijaitsevat yhdessä ratkaistavat tehtävät ovat

lähinnä erilaisia pelejä, joissa matemaattisia tehtäviä ratkaistaan ryhmässä keskustelemalla ja laskemalla.

Tuhattaituri -kirjasarjassa ryhmässä ratkottavia tehtäviä on 78 eli kymmenesosa (10,5 prosenttia) kaikista tehtävistä. Ryhmätehtävistä 73 (93,6 prosenttia) löytyy pohdintatehtävistä eli perustehtävistä löytyy vain muutama ryhmätehtävä. Pääosin Tuhattaituri -kirjasarjan ryhmätehtävät ovat tasoltaan ymmärtäminen-soveltaminen-tason tehtäviä.

Matikkamatka -kirjasarjassa ryhmätehtäviä on 48 eli kuusi prosenttia kaikista tehtävistä. Ryhmätehtävistä 64,6 prosenttia kuuluu pohdintatehtäviin ja loput perustehtäviin. Suurin osa ryhmätehtävistä on myös tässä kirjasarjassa ymmärtäminen-soveltaminen-tason tehtäviä.

Vaikka ryhmässä ratkottaviksi ohjattuja tehtäviä ei ole suurta määrää missään kirjasarjassa, ei se tarkoita sitä, että tunnit muodostuisivat pääosin itsenäisestä työskentelemisestä. Oppilaiden ryhmässä työskentelemisen määrä on pääosin kiinni opettajasta, sillä monia kirjasarjojen tehtäviä voi halutessaan tehdä yhdessä. Myös Tuhattaituri ja Matikkamatka -kirjasarjoissa, joissa siis ryhmätehtäviä löytyy kuitenkin jonkin verran, ryhmätehtävien todellisen tekemisen määrä riippuu opettajasta, koska näissä kirjasarjoissa ryhmätehtävät ovat pääosin sijoittuneet pohdintatehtäviin. Pohdintatehtävät kuitenkin ovat ainoastaan opettajan oppaassa. Voi siis olla, että käytännössä Tuhattaituri ja Matikkamatka -kirjasarjaa käyttävien opettajien oppilaat eivät tee ryhmätehtäviä yhtään sen enempää kuin Laskutaito -kirjasarjaa käyttävän opettajan oppilaat. Opettajat eivät välttämättä käytä pohdintatehtäviä opetuksessaan. Toisaalta taas Laskutaito -kirjasarjaa käyttävä opettaja voi käyttää opetuksessaan paljon pohdintatehtäviä, ja hänellä voi olla tapana, että pohdintatehtävät tehdään yhdessä. Myös Laskutaito -kirjasarjan pohdintatehtävät sopisivat hyvin yhdessä tehtäviksi. Lisäksi Laskutaito -kirjasarjan opettajan didaktiset ohjeet sisältävät pelejä ja harjoituksia, jotka myös sisältävät kommunikaatiota ja yhdessä toimimista. Laskutaito -kirjasarjassa pelit eivät vain sisälly oppilaan kirjaan, joten ne eivät välttämättä ole helposti oppilaan käytettävissä toisin kuin kahdessa muussa kirjasarjassa.

Ongelmanratkaisutehtävissä ja luovaa ajattelua vaativissa tehtävissä ei ole paljon eroa kirjasarjojen välillä. Eniten ongelmanratkaisutehtäviä tutkittavien kirjasarjojen kohdalla löytyy opettajan oppaassa olevista pohdintatehtävistä ja didaktisista ohjeista. Perustehtävissä ongelmanratkaisutehtäviä ei paljon löydy. Pohdintatehtävät ja opettajan oppaassa olevat ongelmanratkaisutehtävät eivät kuitenkaan aina liity opeteltavaan asiaan. Tämä ei kuitenkaan ole

vain negatiivinen asia, koska tehtävät sisältävät loogista päättelyä ja hahmottamiskykyä vaativia ja kehittäviä ongelmia, joita ei ehkä muuten tulisi harjoiteltua. Kun pohdintatehtävät ja ongelmanratkaisutehtävät löytyvät ainoastaan opettajan oppaasta, pääsee oppilas tekemään niitä ainoastaan, jos opettaja niin päättää. Voi siis käydä niin, että oppilaat eivät pääse koskaan tekemään niitä. Jos ongelmatehtävät löytyisivät myös oppilaan kirjasta, oppilas pääsisi tekemään niitä halutessaan myös itsenäisesti.

Tutkittavat kirjasarjat pyrkivät liittämään matematiikan lapsen arkielämään. Erityisesti tämä tulee näkyville sanallisten tehtävien kohdalla. Paremmin arkielämään liittämässä on kuitenkin onnistuttu desimaaliluvut -jaksossa kuin geometria -jaksossa. Desimaaliluvut -jaksossa tehtävät käsittelevät esimerkiksi kaupassa käyntiä, jalkapallopelejä, eläinten liikkumisnopeutta ja ratsastustarvikkeiden hintoja. Geometria -jaksossa on keskitytty sen sijaan mittaamaan ja laskemaan kulmien suuruuksia paperilla. Ehkä myös tätä aihetta voisi liittää enemmän arkipäivään mittaamalla ja laskemalla kulmien suuruuksia ympärillä olevista konkreettisista esineistä. Laskutaito-kirjasarja pyrkii eniten kirjasarjoista liittämään matematiikan lapsen omaan arkielämään. Myös Tuhattaituri -kirjasarjassa tähän asiaan on kiinnitetty huomiota. Sen sijaan Matikkamatka -kirjasarjan sanalliset tehtävät liittyvät usein esimerkiksi ulkomaalaisiin eläimiin, eivätkä ehkä ole suomalaiselle lapselle niin konkreettisia ja arkisia.

6.7 Arviointikäytännöt oppimateriaaleissa

Arvioinnin näkökulmasta kirjasarjojen välillä on eroja sen suhteen, löytyykö kunkin jakson osalta diagnostisia ja formatiivisia testejä. Tutkittavat kirjasarjat kuitenkin sisältää summatiivisia kokeita jokaisen jakson osalta. (ks. Kananoja 1999, 68; Suonperä 1992, 132; Lahdes 1986, 177–178.) Kirjasarjoista Laskutaito ja Tuhattaituri sisältävät yhden diagnostisen testin, jolla mitataan oppilaiden lähtötasoa viidennen luokan alkaessa. Kirjasarjoista Matikkamatka ei sisällä sellaista diagnostista testiä, joka mittaisi oppilaiden lähtötasoa lukuvuoden alussa kokonaisuudessaan, mutta sen sijaan Matikkamatka on ainoa kirjasarjoista, joka sisältää diagnostisia testejä ennen joitakin jaksoja. Tällaisia jaksoja ovat esimerkiksi tutkimamme jaksot geometria ja desimaaliluvut. Tuhattaituri ei sisällä formatiivisia testejä toisin kuin Matikkamatka ja Laskutaito. Tutkittavat kirjasarjat kuitenkin sisältävät useampia summatiivisia kokeita, joita opettaja voi vaihdella esimerkiksi eri vuosina. Kaikki kirjasarjat sisältävät A- ja B-versiot kokeista, mutta Tuhattaituri -kirjasarja sisältää lisäksi kolmannen koeversion, joka sijaitsee opettajan oppaassa. Tällöin opettajan ei tarvitse tilata erillisiä koepaketteja, vaikka haluaisikin käyttää valmiita koepaketteja. Tuhattaituri

ja Laskutaito -kirjasarjojen A- ja B-versiot ovat kirjasarjojen tekijöiden mukaan vaikeustasoltaan samanlaiset keskenään. Sen sijaan Matikkamatka -kirjasarjan A- ja B-versiot ovat tekijöiden mukaan eritasoiset. Lisäksi tutkittavat kirjasarjat sisältää loppukokeen (Laskutaito-kirjasarjassa nimellä kertauskoe, Matikkamatka-kirjasarjassa nimellä päättökoe), joka mittaa, kuinka hyvin oppilas hallitsee koko vuonna opetetut asiat. Matikkamatka-kirjasarjasta löytyy myös ongelmanratkaisukoe.

Formatiivisten testien tehtävät ovat sekä Laskutaito että Matikkamatka -kirjasarjoissa lähinnä laskutaito-ymmärtäminen-tasoa. Muutamat tehtävät ovat kuitenkin ymmärtäminen-soveltaminen-tasoa. Soveltaminen-analysoiminen-tason tehtäviä ei ole yhtään. Toisaalta kyse on kuitenkin formatiivisista testeistä, joiden tarkoitus on ennemminkin testata perusasioiden hallintaa. Näin tilanne on varsinkin sen takia, että opettajan oppaiden tehtävissäkään ei löydy SA-tason tehtäviä kovin paljon. Tällöin formatiivisissa testeissäkään ei näitä tehtäviä voi juuri olla. Kaikki formatiivisten testien tehtävät ovat suljettuja, mikä luultavasti selittyy arvioinnin ongelmilla avointen tehtävien suhteen. Tosin avoimien tehtävien osuus opettajan oppaan tehtävissä on todella pieni, mikä myös osaltaan selittää niiden puuttumisen formatiivisista testeistä. Tuhattaituri -kirjasarjassa ei ole formatiivisia testejä.

Laskutaito ja Tuhattaituri -kirjasarjojen tekijöiden mukaan summatiivisten kokeiden A- ja B-versiot ovat samantasoiset. Näin asia myös on, sillä tehtävien lukumäärien ero eri tehtävätasolla on korkeintaan yksi tai kaksi tehtävää A- ja B-versioiden sekä Tuhattaituri -kirjasarjan opettajan oppaassa sijaitsevien kokeiden välillä. Samoin tilanne on desimaaliluvut ja geometria -jaksojen välillä eli jaksojen kokeet ovat keskenään suunnilleen samantasoisia tehtävätasoiltaan.

Laskutaito -kirjasarjan kokeet sisältävät päässälaskutehtäviä enemmän kuin Tuhattaituri ja Matikkamatka -kirjasarjat. Laskutaito -kirjasarjan kokeissa on jopa kymmenen päässälaskutehtävää, jotka on tarkoitus tehdä eri tunnilla kuin muu koe. Kahdessa muussa kirjasarjassa päässälaskujen lukumäärä on kolme tai neljä. Laskutaito -kirjasarjan koe jakautuu neljään eri osaan: päässälasku-, perus-, sovellus- ja ongelmatehtäviin. Jokaisesta tehtävätyypistä annetaan pisteet erikseen, ja koe ei edes ohjaa opettajaa antamaan koko kokeesta yhtä arvosanaa. Tehtävätyypit jakautuvat siten, että perus- ja sovellustehtävistä saa eniten pisteitä ja ongelmatehtävistä vain muutaman. Kun kokeen arvosana muodostuu neljästä osasta, on se havainnollistava sekä oppilaalle itselleen, vanhemmille että opettajalle. Kokeesta on helppo nähdä, minkälaisien tehtävien suhteen oppilaalla on mahdollisesti ongelmia ja minkälaiset tehtävät oppilas hallitsee. Jos kokeesta annettaisiin vain yksi

arvosana, ei siitä voisi nähdä, ovatko oppilaan ongelmat keskittyneet vain haastavampien tehtävien ratkaisemiseen, vai onko oppilaalla ongelmia myös aivan perusasioissa. Eniten kokeissa on LY-tason tehtäviä, jotka sijaitsevat pääasiallisesti perus- ja päässälaskutehtävissä. YS-tason tehtäviä on toiseksi eniten, ja ne sijaitsevat pääosin kokeiden sovellustehtävissä. Huomionarvoista on myös se, että jokainen Laskutaito -kirjasarjan koe sisältää myös vähintään yhden SA-tasoisen tehtävän, joka sijaitsee ongelmatehtävissä. Näin ollen tehtävätyyppien nimitykset ovat kuvaavia, sillä tehtävätasot muuttuvat haastavammiksi kokeen edetessä. Kokeen tehtävät ovat tasoltaan suunnilleen samassa suhteessa opettajan oppaan harjoituksiin, sillä myös ne sisältävät eniten LY-tason tehtäviä, kun taas SA-tasoisten tehtävien osuus on vähäinen.

Laskutaito -kirjasarja sisältää myös loppukokeen (nimeltään kertauskoe). Loppukoe on tarkoitettu tehtäväksi sitten, kun kaikki asiat on käsitelty. Tällöin summatiivisista kokeista tulee tavallaan formatiivisia testejä, koska niillä mitataan vain välitavoitteen toteutumista. Lopullisesti asioiden hallinta mitataan vasta loppukokeessa. Laskutaito -kirjasarjan loppukoe on tasoltaan haasteellinen. Lähes kaikki tehtävät ovat tasoltaan YS-tason tehtäviä. Vain muutama tehtävä on LY-tasoinen. Kokeen vaikeutta lisää vielä se, että koe pitää sisällään koko vuoden opetellut asiat. Näin ollen oppilaan on todella pitänyt sisäistää nämä asiat pärjätäkseen loppukokeessa.

Tuhattaituri -kirjasarjassa summatiivisesta kokeesta annetaan sekä koko kokeen pistemäärä että arvosana. Myös tämän kirjasarjan kokeiden tehtävissä on eniten LY-tasoisia tehtäviä. Kuitenkaan ero LY- ja YS-tasoisten tehtävien lukumäärässä ei ole kovin suuri. Huomionarvoista kuitenkin on, että ainoastaan kaksi tutkituista kokeista sisältää SA-tasoisen tehtävän. Verrattaessa kokeiden tehtävätasoja opettajan oppaan tehtäviin voidaan huomata, että LY- ja YS-tasoisten tehtävien suhde on suunnilleen sama kokeissa ja opettajan oppaan tehtävissä. Kokeissa siis mitataan suunnilleen sitä, mitä on harjoiteltukin. Loppukoe on tasoltaan helppo. Se sisältää selkeästi eniten LY-tason tehtäviä. SA-tason tehtäviä ei ole yhtään ja YS-tason tehtäviäkin vain muutama.

Matikkamatka -kirjasarjan tekijöiden mukaan kokeiden A- ja B-versiot ovat eritasoisia keskenään. A-versioissa kokeiden tehtävistä suurin osa on LY-tasoisia, kun taas B-versioissa vähintään puolet tehtävistä on joko YS- tai SA-tasoisia. Eritasoisien kokeiden avulla opettaja voi koetta valitessaan ottaa huomioon oman koulun opetussuunnitelman ja sen painotukset, oman opetuksen painotukset sekä oppilaiden motivoimisen ja osaamistason. A- ja B-versioiden avulla voi myös yksilöllistää opetusta. Summatiivisten kokeiden A-versio vastaa tehtävätasoltaan suunnilleen opettajan oppaan

tehtävien tasoa. B-version tehtävät ovat puolestaan hieman haasteellisempia tasoltaan kuin opettajan oppaan tehtävät.

Matikkamatka -kirjasarja kuitenkin sisältää A- ja B-koeversioiden lisäksi loppukokeen ja ongelmanratkaisukokeen, joista on olemassa ainoastaan yhdet versiot. Tällöin arviointi suoritettuna näiden kokeiden mukaan tapahtuu kaikille samoin kriteerein. Loppukoe on kognitiiviselta tehtävätasoltaan yksinkertainen. Se sisältää jokaiselta opetellulta jaksolta jonkin yksinkertaisen tehtävän eli lähes kaikki tehtävät ovat tasoltaan LY-tasoisia. Ongelmanratkaisukoe on puolestaan haastava sisältäen ainoastaan YS- tai SA-tasoisia tehtäviä. Ongelmanratkaisukoe ei kuitenkaan suurimmaksi osaksi liity vuoden aikana opeteltuihin asioihin, vaan tehtävät mittaavat lähinnä päättelytaitoja. Kirjasarjojen kaikki koetehtävät ovat suljettuja.

Kaikkien kirjasarjojen summatiiviset kokeet ovat siis tasoltaan suunnilleen samoja kuin oppilaan tunnilla harjoittelemat tehtävät. Näin ollen voidaan todeta, että oppilailta vaaditaan kokeessa samantasoista ajattelua ja osaamista kuin tunnillakin. Poikkeuksena on kuitenkin Matikkamatka -kirjasarjan B-versio, jota opettaja voi käyttää halutessaan esimerkiksi eriyttämisen apuna. Kirjasarjojen loppukokeet eroavat kuitenkin tasoltaan sekä suhteessa toisiinsa että oppilaan tunnilla tekemiin tehtäviin. Matikkamatka ja Tuhattaituri -kirjasarjoissa loppukokeen avulla pystytään mittaamaan sitä, hallitseeko oppilas kunkin jakson perusasiat vai ei. Kuitenkaan kokeen avulla ei voida nähdä sitä, kuinka syvällisesti oppilas hallitsee jonkin jakson asiat. Loppukokeen ideana näissä kirjasarjoissa onkin ehkä enemmän perusasioiden kuin opitun soveltamisen testaaminen. Laskutaito -kirjasarjassa sen sijaan loppukoe testaa asioiden todellista sisäistämistä. Ei riitä, että oppilas osaa toistaa kultakin opetetulta osa-alueelta jonkin helpon algoritmin, vaan tieto on pitänyt ymmärtää syvällisemmin. Kuitenkin on muistettava, että arviointia ei tarvitse, eikä pidäkään tehdä ainoastaan kokeiden perusteella, vaan arviointiin tulee vaikuttaa myös kaikki oppilaan muu näyttö.

Kirjasarjojen arviointitavat sisältävät sekä pehmeää että kovaa arviointia (ks. Kananoja 1999, 66–67). Pehmeää arviointia edustavat diagnostiset ja formatiiviset kokeet. Niiden avulla oppilas saa tietoa omasta osaamisestaan ja voi käyttää niitä apuna asettaessaan itselleen tavoitteita. Samalla myös opettaja näkee, millaisissa asioissa oppilas tarvitsee apua ja millaisia asioita hän jo hallitsee. Diagnostisten ja formatiivisten kokeiden ei ole tarkoitus vaikuttaa arvosanaan. Kovaa arviointia edustavat puolestaan summatiiviset kokeet ja loppukokeet. Ne ovat perinteisesti suuressa roolissa annettaessa oppilaille arvosanoja. Niiden merkitys ei rajoitu ainoastaan yhden oppilaan osaamisen arviointiin, vaan niiden avulla yleensä suoritetaan vertailua myös oppilaiden kesken. Diagnostisten

ja formatiivisten kokeiden käyttö on konstruktivismin mukaista, koska se tuo oppimiseen mukaan myös prosessiluonteisuuden (Tynjälä 1999, 65–66; Haapasalo 1994, 245; Linnakylä 1994, 29). Jos opettaja kuitenkin käyttää arvioinnissa hyväkseen vain summatiivisia kokeita ja loppukokeita, jää arvioinnissa oppimisen prosessiluonteisuus vaille huomiota.

Kirjasarjat ohjaavat arvioinnin tapahtumiseen lähinnä kokeiden avulla. Huomiotta ovat jääneet vaihtoehtoiset arviointimenetelmät kuten portfoliot tai erilaiset projektit. Vaikka arviointia suoritettaisiin myös käyttäen vaihtoehtoisia arviointimenetelmiä, ei esimerkiksi summatiivista koetta tarvitsisi kokonaan hylätä. Sen rinnalla voitaisiin käyttää kuitenkin uudempia arviointimuotoja, jotka toisivat myös oppimisprosessin näkyviin. Arviointimuodot vaikuttavat lisäksi käsityksiin matematiikasta. Vaikka esimerkiksi oppitunneilla tehtäisiin monenlaisia tehtäviä ja käytettäisiin erilaisia työtapoja, mutta arviointi suoritetaan vain perinteisin arviointimenetelmin, ei käsitys matematiikasta pääse avartumaan. Kuitenkin selkeästi jo nyt on havaittavissa uuteen suuntaan menemistä, sillä esimerkiksi opettajan oppaista ja jopa kokeista löytyy ongelmanratkaisutehtäviä. Toisaalta on myös hyvä, että muutos ei tapahdu liian nopeasti. Uuteen työskentelytapaan opettaminen on opettajan vastuulla, eikä uuden tavan mukaista työskentelyä voi vaatia hetkessä oppilailta ja vanhemmilta. (ks. Björkqvist 1994, 147–153.)

Kirjasarjojen valmiissa koepaketeissa ei konstruktivismin idea kuitenkaan täysin toteudu. Kokeet eivät esimerkiksi sisällä sellaisia tehtäviä, jotka vaativat perustelemista tai oman ajattelun kielentämistä. Tällöin oppilaan oma tulkinta asioista ja ajatteluprosessi ei tule esille, mikä olisi tärkeää konstruktivismin ideaa ajatellen (Björkqvist 1994, 145–146). Ajatteluprosessin kielentämiselle ja perustelemiselle ei valmiissa kokeissa ole edes varattu tilaa. Oppilaan ajattelun taustalla voi siis olla epämatemaattista ajattelua, mutta siitä huolimatta annetun tehtävän tulos voi olla oikea.

Kirjasarjat myös ohjaavat oppilasta arvioimaan itse omaa osaamistaan. Matikkamatka -kirjasarja esimerkiksi sisältää jokaisen jakson osalta itsearviointilomakkeen sekä Mitä osaan -sivut. Tuhattaituri -kirjasarja puolestaan sisältää jokaisen jakson lopuksi kertaustehtäviä, joista oppilas voi oman taitotasonsa mukaisesti tehdä itselleen sopivan haastavia tehtäviä. Myös Laskutaito -kirjasarjassa on lomake, jossa oppilas saa pohtia omaa osaamistaan ja omia käsityksiään matematiikasta.

7 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS

Kvalitatiivista tutkimusta kohtaan on esitetty paljon kritiikkiä. Sitä on syytetty subjektiivisuudesta ja epäluotettavuudesta. (Soininen 1995, 34.) Laadullisessa tutkimuksessa totuudellisuuden arvioinnilla ei ole olemassa minkäänlaisia yksiselitteisiä ohjeita, mutta ainakin seuraavat asiat olisi Tuomen ja Sarajärven (2004, 135–136) mukaan hyvä ottaa huomioon: tutkimuksen kohde ja tarkoitus, tutkijan asema ja omat sitoumukset, aineistonkeruu, aineiston analyysi sekä tutkimuksen luotettavuus ja raportointi. Oleellista luotettavuuden tarkastelussa onkin, että edellä mainitut seikat on kerrottu tutkimusraportissa ja niiden pitää olla myös suhteessa toisiinsa. (mt., 135–136.)

Tässä tutkimuksessa on luotettavuutta pyritty tarkastelemaan koko prosessin ajan. Tutkimusraportti on pyritty kirjoittamaan kattavasti ja lukijalle tutkijoiden ratkaisuja perustellen. Tutkimuksessa on pyritty kokonaisuuteen, jossa tehdyt ratkaisut ovat sopusoinnussa keskenään. Tutkimusmenetelmät on valittu tutkimuksen kohteen ja tarkoituksen mukaan. Aineistonkeruussa ja analyysissä on noudatettu avoimuutta, jotta lukijalla olisi mahdollisuus arvioida tutkijoiden tekemiä ratkaisuja.

Laadullisessa tutkimuksessa itse tutkimus on koko ajan arvioinnin alla (Varto 1996, 104). Yhdeksi tärkeäksi seikaksi erityisesti juuri laadullisessa tutkimuksessa nousee kuitenkin tutkijan asema ja omat sitoumukset. Tutkija on kvalitatiivisessa tutkimuksessa osa tutkimusprosessia (Syrjäläinen 1990, 274). Tässä tutkimuksessa on pyritty olemaan lukijoille avoimia ja kertomaan jokainen tutkimuksen vaihe yksityiskohtaisesti. Osaltaan tämän tutkimuksen luotettavuutta lisää tutkijoiden osallisuus MOT -hankkeeseen, jossa tutkimukseen liittyviä ongelmia on voitu ratkoa yhdessä luotettavimmiksi. Ratkaisuja on täytynyt siis arvioida jo tutkimuksen aikana. Tässä tutkimuksessa tutkijoiden subjektiivisuus vaikuttaa myös tutkimuksen luotettavuuteen. Tutkimus on tehty tutkijoiden omaa harkintaa ja pohdintaa käyttäen. Vaikka tutkijoiden subjektiivisuus vaikuttaa tutkimukseen, voidaan Eskolan ja Suorannan (1998, 215) mukaan kahden havainnoitsijan käytöllä parantaa tutkimuskohteen kuvausta ja tutkimuksen objektiivisuutta. Tutkimuksen luotettavuudesta tutkimuksessa voi kuitenkin lopullisesti päättää vasta lukija.

Tutkimuksen luotettavuutta voidaan arvioida myös validiteetin ja reliabiliteetin käsittein. Sekä validiteetin että reliabiliteetin käsite voidaan jakaa useampiin alakohtiin, mutta seuraavassa esitellään vain yleisimmät ja tämän tutkimuksen kannalta olennaisimmat alakohdat. Validiteetti jaetaan usein sisäiseen ja ulkoiseen validiteettiin. Sisäisellä validiteetilla tarkoitetaan tutkimuksen teoreettisen ja käsitteellisten määrittelyjen sopusointua. Tutkimuksen teoreettisten lähtökohtien, käsitteellisten määrittelyjen ja menetelmällisten ratkaisujen tulee olla loogisessa suhteessa keskenään. Tutkimusraportin tulee kuvata tutkittua ilmiötä totuudenmukaisesti. (Eskola & Suoranta 1998, 214; Cohen, Manion & Morrison 2000, 107; Grönfors 1982, 174.) Tässä tutkimuksessa tutkimusaineisto on kerätty vastaamaan nimenomaan teoreettisista lähtökohdista nousseita tutkimustehtäviä. Tutkimuksen lähtökohdat, teoreettinen viitekehys sekä analyysi ja tulkinta on pyritty rakentamaan perustellusti toisiaan tukien, oikeuttaen jokaisen osa-alueen olemassaolon. Analyysin perusteella tehdyt johtopäätökset on myös tässä tutkimuksessa pyritty perustelemaan aineistosta annettujen esimerkkien avulla.

Ulkoinen validiteetti tarkoittaa tutkimuksen tulkintojen, johtopäätösten, ja aineiston välisten suhteiden pätevyyttä. Ulkoinen validiteetti viittaa myös tutkimuksen yleistettävyyteen eli vertailtavuuteen ja siirrettävyyteen. (Cohen, Manion & Morrison 2000, 109; Grönfors 1982, 174.) Tässä tutkimuksessa oppimateriaalien tehtävät on luokiteltu luokitteluavaruuteen, jonka avulla aineistoa on analysoitu ja tulkittu. Vaikka tutkimuksen tulokset ovat ainutlaatuisia, on tutkimus pyritty tekemään ja raportoimaan siten, että se on mahdollista siirtää toiseen kontekstiin ja toteuttaa vastaavissa olosuhteissa. Luokitteluavaruuden ulottuvuudet (ks. kuvio 2) ovat sovellettavissa myös muiden matematiikan kirjojen tehtävien luokitteluun. Matematiikan tehtävien luokitteluun on ollut myös yksi tämän tutkimuksen haasteellisimmista tutkimustehtävistä. Luokittelukriteerien yhteneväisyyden säilyttäminen läpi luokitteluprosessin on ollut haastavaa. Luokittelukriteerien yhtenevyyttä on kuitenkin pyritty parantamaan ja lisäämään tarkastamalla satunnaisia tehtäviä useampaan kertaan.

Tutkimuksen validiteettiin liittyy aina oleellisena osana myös reliabiliteetin osoittaminen. Kerätty aineisto on reliaabeli silloin, kun se ei sisällä ristiriitaisuuksia. Reliabiliteetti tarkoittaa aineiston pysyvyyttä, vastaavuutta ja sisäistä yhtenevyyttä. Tutkitun aineiston tulee siis antaa samat tulokset, jos tutkimus toistettaisiin. Tutkimustulosten tulee olla johdonmukaisia, ilmiötä pyritään havainnoimaan useaan kertaan ja saatuja tuloksia verrataan keskenään. (Cohen, Manion & Morrison 2000, 117–118; Grönfors 1982, 175–176.) Reliabiliteettiin liittyy oleellisesti tässä tutkimuksessa myös kahden tutkijan osallisuus, mikä lisää luotettavuutta. Tutkimustulosten johdonmukaisuuteen,

ja näin ollen reliabiliteettiin, tässä tutkimuksessa vaikuttaa oleellisesti tutkimusaineiston laajuus (ks. luku 6.3). Tutkittavia kirjasarjoja on ollut kolme ja jokaisessa kirjasarjassa yli 700 analysoitua tehtävää, mikä lisää oleellisesti tutkimustulosten ja johtopäätösten yhdenmukaisuutta ja luotettavuutta.

Tämän tutkimuksen kannalta olennaisia luotettavuuden osoittajia ovat aineiston riittävyys ja analyysin kattavuus sekä triangulaatio. Yksi tapa riittävyyden arviointiin on analysoida ensin pieni aineisto ja sitten koetella tuloksia laajemmassa aineistossa (Eskola & Suoranta 1998, 216). Koska tutkimus on tehty osana MOT -hanketta, on yksi kirjasarja aineistosta analysoitu jo proseminaaritöissä. Aineistoa on laajennettu kattavammaksi pro gradu -tutkielmissa ottamalla mukaan myös kahden muun kustantajan kirjasarjat. Analyysin kattavuus puolestaan tarkoittaa sitä, että tulkintoja ei ole perustettu vain satunnaisiin poimintoihin aineistosta (Eskola & Suoranta 1998, 216). Tässä tutkimuksessa aineistoksi otetut kirjasarjat ovat tietoisesti valittuja ja kaikki valittujen osa-alueiden (desimaaliluvut ja geometria) tehtävät on luokiteltu. Myös muu opettajan oppaan materiaali on analysoitu kvalitatiivisesti. Triangulaation yksi merkitys on useamman tutkimusmetodin käyttäminen tutkimuksessa luotettavuuden lisäämiseksi (Cohen, Manion & Morrison 2000, 112). Tässä tutkimuksessa on käytetty sekä kvalitatiivista että kvantitatiivista tutkimusotetta (ks. luku 2.5). Kvalitatiivisen tutkimusotteen lisäksi on haluttu saada kattavampi ja luotettavampi kuvaus tutkimusaineistosta kvantifioimalla aineisto. Analysointi ja tulkinta olivat huomattavasti helpompia toteuttaa käyttäen sekä kvalitatiivista että kvantitatiivista tutkimusotetta. Kvantitatiivisen menetelmin saaduilla tutkimustuloksilla pystyttiin perustelevaan kvalitatiivisin metodein saatuja tuloksia. Tilastollinen merkitsevyys on varmistettu käyttäen ristiintaulukointia ja Khiin neliö -testiä (ks. liite 1).

8 JOHTOPÄÄTÖKSET JA POHDINTA

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli arvioida kolmen eri kustantajan oppimateriaalien suhteen tekemiä ratkaisuja. Jokainen tutkittu kirjasarja on helppokäyttöinen, ja kirjasarjoissa toteutuu hyvin perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa määritellyt sisällöt ja tavoitteet. Opettaja pystyy kirjan käteen saatuaan nopeasti hahmottamaan kirjan rakenteen ja käyttötavan. Kirjasarjojen avulla opetuksen kohtuullisen tasokkuuden pystyy pitämään myös opettaja, joka ei ole kiinnostunut matematiikan opettamisesta. Kirjasarjat sisältävät laadukkaita tehtäviä ja monia erilaisia mahdollisuuksia oppitunnin rakentamiseen. Kuitenkin on tärkeää, että opettaja tiedostaa joitakin kirjasarjojen käyttöön liittyviä asioita.

Yksi tärkeä huomioitava asia on, että usein oppilaan kirjan aukeaman vasen sivu muodostuu laskutaito-ymmärtäminen-tason tehtävistä, joissa harjoitellaan opeteltavaa proseduuria. Jos oppilaiden tehtävänä on laskea tehtäviä järjestyksessä, eivät hitaimmat oppilaat ehdi välttämättä koskaan haastavampiin tehtäviin. Ei siis ehkä ole aina tarpeellista laskea tehtäviä numerojärjestyksessä, vaan sekoittaen, jolloin kaikki ehtivät laskea kaikenlaisia laskuja.

Ylipäänsä oppitunnit voivat olla erilaisia samaakin kirjasarjaa käyttäen riippuen opettajan tavasta hyödyntää oppimateriaalia. Monet ratkaisut oppimateriaalien käytön suhteen vaikuttavat oppilaan oppimiseen ja oppilaalle muodostuvaan matematiikkakuvaan. Jos opettaja ei koe matematiikkaa vahvaksi osaamisalueekseen, hän tukeutuu helpommin rakentamaan oppitunnin kirjasarjan ohjeiden mukaisesti. Tällöin oppitunnit saattavat muodostua keskenään samanlaisiksi. Kirjasarjojen (näennäisestä) helppoudesta huolimatta, opettajan omaa harkintaa ja pohdintaa tarvitaan paljon. Seuraavassa käsitellään tämän tutkimuksen kannalta tärkeimpiä huomioita ja tutkimustuloksia kirjasarjoittain. Tarkoituksena on profiloida tutkitut kirjasarjat. Taulukkoon 10 on koottu kokoavasti kirjasarjojen tehtävät kognitiivisen tason mukaan. Khiin neliö -testin perusteella voidaan todeta, että kirjasarjojen välillä on tilastollisesti merkitseviä eroja ($p = ,000$).

TAULUKKO 10. Kirjasarjojen kaikki tehtävät tehtävätasoin (ks. liite 1)

	Laskutaito	Tuhattaituri	Matikkamatka
LY	434 61,3 %	395 53,0 %	518 64,3 %
YS	260 36,7 %	309 41,5 %	272 33,8 %
SA	14 2,0 %	41 5,5 %	15 1,9 %
Yhteensä	708 100,0 %	745 100,0 %	805 100,0 %

Laskutaito -kirjasarja

Laskutaito -kirjasarja sijoittuu hyvin monilta osin Tuhattaituri ja Matikkamatka -kirjasarjojen väliin. Tämä tulee esille esimerkiksi taulukosta 10, jossa tarkastellaan kirjasarjojen kaikkia tehtäviä tehtävätasoin. Yli puolet Laskutaito -kirjasarjan kaikista tehtävistä muodostuu laskutaito-ymmärtäminen-tason tehtävistä. Uusi proseduuri opetetaan, jonka jälkeen sitä drillataan useilla laskutaito-ymmärtäminen-tason (sievennys) tehtävillä. Proseduraalinen sujuvuus ja peruslaskutoimitusten hallinta ovat siis Laskutaito -kirjasarjassa tärkeässä asemassa. Tämä on ymmärrettävää, sillä jos kirjasarjat siirtyisivät nopeasti kognitiiviselta tasoltaan vaikeampiin tehtäviin, eivät oppilaat välttämättä ehtisi laskea riittävästi perustaitoja harjoitettavia tehtäviä. Perustaitojen hallitseminen on kuitenkin haastavampien tehtävien ratkaisemisen edellytys.

Laskutaito -kirjasarja sisältää perus- ja kotitehtävissä Tuhattaituri -kirjasarjaa enemmän haastavampia ymmärtäminen-soveltaminen-tason tehtäviä. Näitä haastavampia tehtäviä on kuitenkin vähemmän kuin Matikkamatka -kirjasarjassa. Laskutaito-ymmärtäminen-tasojen tehtävien avulla oppilaille pyritään saamaan vahvat perustaidot, mutta tehtävissä on myös huomioitu haasteellisuus. Suurelta osin soveltaminen-analysoiminen-tason tehtävät eli kaikista haastavimmat tehtävät sijaitsevat pohdintatehtävissä. Tämä on opettajan syytä ottaa huomioon, jotta oppilaat saavat myös näitä kognitiiviselta tasoltaan haastavimpia tehtäviä ratkaistavakseen. Pohdintatehtävät eivät sijaitse oppilaan kirjassa, joten opettajan on erikseen niitä oppilaille annettava. Asiaan on kiinnitettävä huomiota, koska soveltaminen-analysoiminen-tason tehtäviä on

Laskutaito -kirjasarjassa vain kaksi prosenttia kaikista tehtävistä, ja jokainen Laskutaito -kirjasarjan summatiivinen koe sisältää kuitenkin ainakin yhden soveltaminen-analysoiminen-tason tehtävän. Jotta oppilas pystyisi koetehtävän ratkaisemaan, olisi hänellä oltava mahdollisuus harjoitella soveltaminen-analysoiminen-tason tehtäviä oppitunneilla. Kirjasarjan lisämateriaalit ja liitesivut saattavat sisältää enemmän kognitiivisesti tehtävätasoltaan haastavampia tehtäviä. Ne ovat kuitenkin jääneet tämän tutkimuksen ulkopuolelle.

Opettajan on syytä kiinnittää huomiota myös sosiokonstruktivismin osalta erityisesti yhdessä tekemiseen Laskutaito -kirjasarjaa käytettäessä. Laskutaito -kirjasarjan käyttämisen myötä saattaa yhdessä oppiminen olla todella vähäistä edettäessä oppikirjan mukaisesti. Vaikka varsinaisesti yhdessä oppimiseen ohjaavia tehtäviä ei kirjasarjasta löydy oppilaan kirjan osalta, voi opettaja saada yhdessä toimimista tunnille käyttäen opettajan oppaasta löytyviä leikkejä ja harjoituksia. Lisäksi monia muitakin tehtäviä voi tehdä pareittain tai pienissä ryhmissä, vaikka niitä ei olisi varsinaisesti ohjattu yhdessä tehtäviksi. Laskutaito -kirjasarja on opettajakeskeinen, sillä uutta opeteltavaa asiaa lähestytään aina opettajajohtoisesti. Ongelmakeskeinen lähestymistapa uuteen sisältöön vaatii aina opettajalta oppikirjasta irtautumista.

Laskutaito -kirjasarjassa varmistetaan oppilaan perustaitojen hallinta, mutta korkeamman tason kognitiivisen osaamisen kehittäminen jää vähäisemmäksi. Mukautuvaa päättelyä kehittäviä ja kielentämistä vaativia tehtäviä löytyy kirjasarjasta vähän. Tosin opettaja voi käyttää kielentämistä oppitunneilla, vaikka kirjasarja ei siihen ohjaisikaan. Jotta ongelmakeskeiseen oppimiskulttuuriin päästäisiin, on opettajan luotava ongelmakeskeisyyttä omilla opetusmetodeillaan. Kirjasarja ei tutkittujen osa-alueiden osalta ongelmanratkaisuun ja kielentämiseen vahvasti ohjaa.

Yleisilmeeltään Laskutaito -kirjasarja on todella selkeä ja helppokäyttöinen. Kirjasarjan avulla oppilas saa vahvan perusasioiden ja proseduurien hallinnan. Kirjasarja pitää huolen siitä, että kaikki oppilaat pysyvät mukana opetuksessa. Kuitenkin lahjakkaille oppilaille Laskutaidon oppilaan kirja ei välttämättä anna tarpeeksi haastetta kognitiivisesti haastavampien tehtävien ollessa lähinnä opettajan oppaassa ja mahdollisesti lisämateriaaleissa.

Tuhattaituri -kirjasarja

Taulukosta 10 voidaan huomata, että tarkasteltaessa kirjasarjojen kaikkia luokiteltuja tehtäviä Tuhattaituri -kirjasarja on kognitiiviselta tehtävätasoltaan haastavin. Kuitenkin perus- ja kotitehtävien osalta kirjasarja on tasoltaan helpoin kolmesta tutkitusta kirjasarjasta. Sen sijaan

kyseinen kirjasarja on tasoltaan vaikein esimerkiksi lisätehtävien osalta. Jokaisen oppilaan todennäköisimmin tekemät tehtävälajit eli perus- ja kotitehtävät ovat siis Tuhattaituri -kirjasarjassa laskutaito-ymmärtäminen-tasoa. Sen sijaan todennäköisesti useammin eriyttämiseen käytetyt tehtävälajit kuten pohdinta- ja lisätehtävät, ovat kyseisessä kirjasarjassa kognitiiviselta tasoltaan vaikeampia. Suurin osa kirjasarjan soveltaminen-ymmärtäminen-tason tehtävistä sijaitsee juuri näiden kahden tehtävälajin alla.

Soveltaminen-analysoiminen-tason tehtäviä on sekä prosentuaalisesti että lukumäärällisesti tutkituilla alueilla tässä kirjasarjassa enemmän kuin kahdessa muussa kirjasarjassa. Tuhattaituri -kirjasarjassa on kuitenkin kiinnitetty myös huomiota siihen, että kaikille oppilaille muodostuisi hyvät perustiedot. Perustietojen opettamisessa Tuhattaituri -kirjasarja ottaa huomioon oppilaiden erilaiset tavat oppia sisältämällä useita havainnollistamistapoja. Perus- ja kotitehtävien avulla drillataan opeteltua proseduuria, ja lisä- ja pohdintatehtäviä käyttämällä puolestaan päästään syventämään osaamista. Tämän kirjasarjan avulla myös oppilaat, jotka kokevat matematiikan vaikeaksi, pysyvät opetuksessa mukana ja saavat onnistumisen elämyksiä. Kuitenkin opettajan on harkittava tarkkaan, miten opetus kannattaa järjestää lahjakkaiden oppilaiden kanssa, jotta esimerkiksi perustehtävissä saman proseduurin toistaminen ei veisi oppimisen iloa.

Tuhattaituri -kirjasarja pyrkii laajentamaan oppilaiden matematiikkakuvausta esimerkiksi sisältämällä pelejä myös oppilaan kirjassa sekä kolmesta tutkitusta kirjasarjasta eniten yhdessä laskettavia tehtäviä. Yhdessä laskemisen myötä kielentäminen ja oman ajattelun perustelemine tulevat osaksi opetusta ja oppimista huomaamattakin. Samalla oppilaan mukautuvan päättelyn taidot kehittyvät. Lisäksi yhdessä tekeminen saattaa vähentää oppilaan epäonnistumisen pelkoa, mitä Tuhattaituri -kirjasarjassa ei tapahdu avoimien tehtävien avulla niiden vähäisen lukumäärän vuoksi.

Laskutaito -kirjasarjan tavoin Tuhattaituri -kirjasarja on selkeä käyttää. Kuitenkin käyttämistä ja sisällön hahmottamista vaikeuttaa se, että sisällysluettelon jaksot ei ole otsikoitu. Jaksot kuitenkin muodostavat aina selkeän sisällöllisen kokonaisuuden. Jokaisen jakson lopussa on myös oppilaalle tiivistelmä jakson asioista kertaustehtävien lisäksi. Kertaustehtävät ovat kolmen tasoisia, mikä mahdollistaa oppilaan harjoittelun omalla tasolla. Samalla oppilaan itsearviointitaidot kehittyvät oppilaan valitessa itselleen sopivan haastavia tehtäviä. Kaksi muuta tutkittua kirjasarjaa eivät sisällä tiivistelmäosioita ja kertaustehtävät ovat kaikille samat.

Matikkamatka -kirjasarja

Taulukosta 10 voidaan nähdä, että tarkasteltaessa kirjasarjojen kaikkia tehtäviä, Matikkamatka -kirjasarja on tutkituista kirjasarjoista kognitiiviselta tehtävätasoltaan helpoin. Kaikkien tehtävien tarkasteleminen yhdessä antaa kuitenkin asiasta väärän kuvan. Tehtävälajit, joita todennäköisesti kaikki oppilaat laskevat, sisältävät myös haastavampia tehtäviä. Perus- ja kotitehtävissä lähes puolet tehtävistä on ymmärtäminen-soveltaminen-tason tehtäviä ja soveltaminen-analysoiminen-tason tehtäviä. Lisätehtäviä on tässä kirjasarjassa vähän, mutta koska haastavampia tehtäviä on läpi kirjan, ei niitä tarvitsekaan olla ainakaan syvyyseryttämistä varten. Kirjasarja toimii lahjakkaiden oppilaiden kanssa, koska kirjasarjan jokaisesta tehtävälajista löytyy haasteita. Myös summatiivisissa kokeissa on huomioitu oppilaiden eritasoisuus koepaketin sisältäessä kognitiivisesti kaksi eritasoista versiota. Matikkamatka -kirjasarjassa siirrytään perustehtävissä nopeasti kognitiivisesti haastavampiin tehtäviin. Siksi opettajan kannattaa harkita tarkasti, miten opetuksen järjestää oppilaiden kanssa, jotka kokevat matematiikan vaikeaksi oppiaineeksi.

Tuhattaituri -kirjasarjan tavoin Matikkamatka -kirjasarjassa kiinnitetään opetuksessa huomiota monenlaisten havainnollistamistapojen käyttämiseen. Oppilas johdatetaan uuteen asiaan antamalla välttämättä edes laskemista helpottavaa vinkkiä. On hyvä, että oppilas saa itse konstruktivismin mukaisesti muodostaa tietorakenteita opeteltavasta asiasta. Opettajan on tosin tarkastettava, että kaikki oppilaat ovat asian ymmärtäneet, varsinkin, kun kaikissa sisällöissä ei ole välttämättä teoriaosia oppilaan nähtävillä. Useiden havainnollistamistapojen lisäksi Matikkamatka -kirjasarja sisältää kirjasarjoista eniten avoimia tehtäviä. Myös pelien, leikkien ja kielentämistä vaativien tehtävien osuus oppilaan kirjassa on merkittävä. Avoimet tehtävät tuottavat oppilaille onnistumisen kokemuksia ja rohkaisevat keskusteluun sekä oman matemaattisen ajattelun perustelemiseen. Oman ajattelun kielentäminen ja perusteleva kehittäminen samalla matemaattisen osaamisen piirteistä mukautuvaa päättelyä. Pelit ja leikit laajentavat myös oppilaan matematiikkakuvaa tuomalla esiin monipuolisemman tavan lähestyä matematiikkaa.

Yleisilmeeltään Matikkamatka -kirjasarja poikkeaa kahdesta muusta tutkitusta kirjasarjasta. Esimerkkinä mainittakoon opettajan oppaan mustavalkoinen väritys. Mustavalkoisuudesta johtuen, kirjan aukeamien hahmottaminen on työlästä. Matikkamatka -kirjasarja on kuitenkin todella monipuolinen esimerkiksi tehtäviltään. Tehtävien monipuolisuus näkyy myös oppilaan kirjassa. Pelejä ja muita perinteisestä matematiikasta poikkeavia tehtäviä ei ole sijoitettu ainoastaan opettajan oppaaseen. Oppilaalla on mahdollisuus tehdä niitä oma-aloitteisesti, eikä ainoastaan opettajan niitä hänelle tarjotessa.

Tutkituista kirjasarjoista löytyy paljon asioita, jotka ovat yhteisiä kaikissa kirjasarjoissa. Kaikista kirjasarjoista löytyy eniten sievennys- ja tuottamistehtäviä. Sievennystehtävien suuri määrä liittyy läheisesti laskutaito-ymmärtäminen-tason tehtävien suureen määrään, sillä niiden avulla usein varmistetaan opiskellun proseduurin hallinta. Tuottamistehtävät ovat yleensä sanallisia tehtäviä, joissa oppilaan tulee itse muodostaa laskulauseke ja poimia oleelliset tiedot tehtävän ratkaisun kannalta. Tuottamistehtävillä tuetaan proseduraalisen sujuvuuden lisäksi oppilaan strategisen kompetenssin kehittymistä. Koska suurin osa kirjasarjojen avoimista tehtävistä on luokan muu tehtävä lisäksi tuottamistehtävissä, kehittävät myös avoimet tehtävät strategista kompetenssia. Avoimet tehtävät vaativat oppilaalta ongelman muotoilemista ja ratkaisustrategian valitsemista. Tosin avoimien tehtävien määrä on pieni kaikissa tutkituissa kirjasarjoissa.

Kaikki kirjasarjat toteuttavat hyvin perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tavoite- ja sisältönormeja. Koska kustantajilla on kuitenkin vapaus tehdä itsenäisesti valintoja sisällöissä perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden väljyyden vuoksi, voivat oppilaat oppia eri asioita ja erilaisilla tavoilla. Tämä saattaa aiheuttaa ongelmia siirryttäessä yläkouluun, sillä eri kirjasarjaa käyttäneillä oppilailla voi olla erilaiset pohjatiedot. (ks. myös Törnroos 2004)

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on ollut lisätä opettajien tietoisuutta kirjasarjojen eroista. Tutkimus pyrkii helpottamaan opettajien kirjasarjavalintojen tekemistä. Tutkimustulosten avulla opettaja voi tulla tietoiseksi siitä, minkälaisia ja minkä tasoisia tehtäviä opettajan oppaat ja oppilaan kirja sisältävät. Valikoimalla tehtäviä opettaja voi monipuolisemmin kehittää matemaattisen osaamisen piirteitä ja huomioida myös sosiaalisen näkökulman oppimisessa. Arvioinnin tutkiminen viimeisenä tutkimustehtävänä antoi vielä uuden näkökulman oppimateriaaleihin. Oppimateriaalien arviointikäytäntöjen tutkiminen kertoi, miten aiempien tutkimustehtävien avulla saatu tieto oppimateriaaleista suhteutuu arviointiin.

MOT -hanke asetti tälle tutkimukselle raamit, joiden puitteissa tutkimus on pitkälti tehty. Tutkimustehtävien suuren määrän ansiosta oppimateriaaleja on tarkasteltu monesta näkökulmasta. Toisaalta jokainen yksittäinen tutkimustehtävä oli laaja. Jos tutkimustehtäviä olisi ollut vähemmän, olisi ollut mahdollista paneutua asiaan vielä syvemmin. Kuitenkin onnistuimme mielestämme antamaan tässä tutkimuksessa kattavan yleiskuvan tutkituista kirjasarjoista. Laajan aineiston ja viiden tutkimustehtävän ansiosta saimme myös itsellemme hyvät lähtökohdat matematiikan oppimateriaalivalintoihin ja niiden käyttämiseen. Samalla on syntynyt kriittinen ja arvioiva

näkökulma muiden oppiaineiden oppimateriaaleja kohtaan. Tutkimustulokset osoittivat sen, että opettajan on oltava tietoinen käyttämänsä oppimateriaalin heikkouksista ja vahvuuksista.

Koska tutkimusta tehtiin ajallisesti pitkään, luokittelukriteereiden pitäminen yhtenäisinä läpi tutkimuksen tuntui hankalalta. Useissa tutkimuksen vaiheissa täytyi palata uudelleen jo aikaisemmin tehtyihin luokituksiin ja tarkastaa linjan yhtenevyys. Pitkästä tutkimusajasta johtuen oli myös vaikeaa löytää yhteyksiä tutkimustehtävien välillä. Suuri tutkimustehtävien määrä vaikeutti tutkimuksen pitämistä yhtenä loogisena kokonaisuutena. Tutkimustehtävien olisi ollut hyvä olla aihealueiltaan lähempänä toisiaan, mikä olisi vähentänyt tutkimuksen sirpaleisuutta. Luokiteltujen tehtävien suuri määrä lisäsi kuitenkin tutkimuksen luotettavuutta, koska mahdolliset yksittäiset luokitteluvirheet eivät päässeet vaikuttamaan tutkimustuloksiin.

Luotettavuutta olisi lisännyt kirjojen kaikkien tehtävien ja myös lisämateriaalien tutkiminen. Lisämateriaalien ja liitesivujen jääminen tutkimuksen ulkopuolelle saattoi vaikuttaa esimerkiksi avoimien tehtävien määrään. Jatkotutkimusta ajatellen olisi mielenkiintoista tutkia, kuinka laajasti lisämateriaaleja ja liitesivuja kouluissa käytetään. Kattavamman ja totuudenmukaisemman kuvan kirjasarjoista olisi antanut myös koko viidennen vuosiluokan oppimateriaalin tutkiminen. Sen sijaan tässä tutkimuksessa olisi voinut keskittyä vain muutamaankin tutkimusongelmaan syvällisemmin.

Myös jatkotutkimusta ajatellen koko viidennen vuosiluokan oppimateriaalit olisi hyödyllistä tutkia. Tämän tutkimuksen ulkopuolelle jäivät esimerkiksi eriyttämisen eri mahdollisuudet. Koska yksilöllinen opetus nähdään tärkeänä tavoitteena opetuksessa, olisi sen tutkiminen tärkeää. Mielenkiintoinen lähestymistapa asiaan olisi tutkimus koskien sitä, millä tapaa opettajat käyttävät oppimateriaalia hyödykseen.

LÄHTEET

Ahtee, M. & Pehkonen, E. 2000. Johdatus matemaattisten aineiden didaktikkaan. Helsinki: Oy Edita Ab.

Ahtineva, A. 2000. Oppikirja – tiedon välittäjänä ja opintojen innoittajana? Lukion kemian oppikirjan – Kemian maailma 1 – tiedonkäsitys ja käyttökokemukset. Turun yliopiston julkaisuja, sarja C 164.

Alasuutari, P. 1994. Laadullinen tutkimus. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.

Björkqvist, O. 1994. Matematiikan oppimisen monipuolinen arviointi. Korhonen, H. (suom.), Teoksessa Seppälä, R. (toim.), Matematiikka – taitoa ajatella. Helsinki: Opetushallitus, 144–154.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. 2000. Research Methods in education. London and New York: Routledge Falmer.

Eskola, J. & Suoranta, J. 1998. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Tampere: Vastapaino.

Eskola, J. 2001. Laadullisen tutkimuksen juhannustaiat. Laadullisen aineiston analyysi vaihe vaiheelta. Teoksessa Aaltola, J. & Valli, R. (toim.), Ikkunoita tutkimusmetodeihin II. Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. Jyväskylä: PS-kustannus, 133–157.

Grönfors, M. 1982. Kvalitatiiviset kenttätutkimusmenetelmät. Juva: WSOY.

Haapasalo, L. 1994. Oppiminen, tieto, ongelmanratkaisu. Jyväskylä: Medusa-Software.

Haapasalo, L. 2003. The conflict between conceptual and procedural knowledge: Should we need to understand in order to be able to do, or vice versa? Teoksessa Haapasalo, L. & Sormunen, K. (toim.), Towards Meaningful Mathematics and Science Education. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan selosteita 86, 1–20.

Haapasalo, L. 2004a. Ongelmanratkaisukulttuuri konstruktivismin peruselementtinä. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T., Malinen, P. (toim.), Matematiikka- näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos, 84-99.

Haapasalo, L. 2004b. Pitääkö ymmärtää voidakseen tehdä vai pitääkö tehdä voidakseen ymmärtää? Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T., Malinen, P. (toim.), Matematiikka- näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos, 50–83.

Heikkilä, T. 2002. Tilastollinen tutkimus. Helsinki: Edita.

- Heikkinen, H. L. T., Huttunen, R., Niglas, K. & Tynjälä, P. 2005.** Kartta kasvatustieteen maastosta. *Kasvatus* 36 (5), 340–354.
- Heinonen, J-P. 2005.** Opetussuunnitelmat vai oppimateriaalit. Peruskoulun opettajien käsityksiä opetussuunnitelmien ja oppimateriaalien merkityksestä opetuksessa. Helsingin yliopisto. Soveltavan kasvatustieteen laitos. *Tutkimuksia* 257. Väitöskirja.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. 1986.** Conceptual and procedural knowledge in mathematic: an introductory analysis. Teoksessa Hiebert, J. (toim.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*. Hillsdale (NJ): Lawrence Erlbaum, 1–27.
- Hirsjärvi, S. (toim.) 1978.** Kasvatustieteen sanasto. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteen laitos. *Opetusmoniste* 73.
- Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2004.** Tutki ja kirjoita. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.
- Häkkinen, K. 2002.** Suomalaisen oppikirjan vaihteita. Helsinki: Suomen tietokirjailijat.
- Joki, J. 2002.** Ulkoluvusta hahmottavaan geometriaan. Aineksia geometrian opetukseen erityisesti peruskoulussa. Joensuun yliopisto. Matematiikan laitos. *Didaktisen matematiikan sarja N:o 1*. Väitöskirja.
- Jones, L. 2003.** The problem with problem solving. Teoksessa Thompson, I. (toim.), *Enhancing primary mathematics teaching*. Philadelphia: Open University Press maidenhead, 86–98.
- Joutsenlahti, J. 2004.** Matemaattinen ajattelu lukiossa. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T., Malinen, P. (toim.), *Matematiikka- näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos, 363–380.
- Joutsenlahti, J. 2005.** Lukiolaisen tehtävääorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Väitöskirja.
- Kaasila, R. 1997a.** Konstruktivismin eri muodot matematiikan opetuksessa peruskoulun ala-asteella. Lapin yliopisto. *Kasvatustieteellisiä julkaisuja B. Tutkimusraportteja ja selvityksiä* 26.
- Kaasila, R. 1997b.** Sosiaalisen konstruktivismin asemasta matematiikan opetuksessa peruskoulun ala-asteella. Teoksessa Eskola, J. (toim.), *Reflektio, realismi, konstruktionismi sekä muita kasvatustieteellisiä teemoja*. Lapin yliopisto. *Kasvatustieteellisiä julkaisuja C* 15, 65–81.
- Kananoja, S. 1999.** Arviointi lasten kehityksen seurannassa. Oppilasarviointi eriyttämisen tukena peruskoulussa. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. *Tutkimuksia* 202. Väitöskirja.
- Kangasniemi, E. 1989.** Opetussuunnitelma ja matematiikan koulusaavutukset. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. *Tutkimuksia* 28.
- Karma, K. 1983.** Käyttäytymistieteiden metodologian perusteet. Keuruu: Otava.

- Keranto, T. 2004.** Kriittinen ajattelu ja tieteentuntemus matematiikan opetuksessa. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T., Malinen, P. (toim.), *Matematiikka- näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos, 32-49.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (toim.) 2001.** *Adding it up. Helping children learn mathematics*. Washington DC: National Academy Press.
- Kupari, P. 1993.** Millä tavoin matematiikan opiskelu ja opetus on muuttunut? Teoksessa Brunell, V. & Kupari, P. (toim.), *Peruskoulu oppimisympäristönä. Peruskoulun arviointi 90 –tuloksia*. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitos, 81–104.
- Kupari, P. 1999.** Laskutaitoharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 7.
- Kupari, P. & Reinikainen, P. 2004.** Matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen Suomessa vuosituuhannen vaihteessa: TIMMS 1999 –tutkimus. Teoksessa Leimu, K. (toim.), *Kansainväliset IEA –tutkimukset Suomi-kuvaa luomassa*. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos, 305–334.
- Kyngäs, H. & Vanhanen, L. 1999.** Sisällön analyysi. *Hoitotiede* 11 (1), 3-12.
- Lahdes, E. 1986.** *Peruskoulun didaktiikka*. Helsinki: Otava.
- Lahdes, E. 1997.** *Peruskoulun uusi didaktiikka*. Keuruu: Otava.
- Lehtinen, E. & Kuusinen, J. 2001.** *Kasvatuspsykologia*. Juva: WSOY.
- Leino, J. 2004.** Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T., Malinen, P. (toim.), *Matematiikka- näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos, 20–31.
- Leppäaho, H. 2007.** Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa. Ongelmanratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi. Jyväskylän yliopisto. *Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research* 298. Väitöskirja.
- Linnakylä, P. 1994.** Arviointi oppilaan oppimisen ja kasvun tukena. Teoksessa Jakku-Sihvonen, R., Räsänen, A. & Väyrynen, P. (toim.), *Virikkeitä koulutuksen arvioinnin kehittäjille*. Arviointi ja seuranta 2/1994. Helsinki: Opetushallitus, 29–41.
- Malaty, G. 1993.** *Geometrinen ajattelu 1: Didaktiikka*. Helsinki: Weilin+Göös.
- Malaty, G. 1998.** Matemaattinen ajattelu ja matematiikan opetus. Teoksessa Julkunen, M-L. (toim.), *Opetus, oppiminen, vuorovaikutus*. Juva: WSOY, 109–133.
- Malaty, G. 2003.** *Johdatus matematiikan rakenteeseen*. Helsinki: Opetushallitus.
- Malinen, P. 1992.** *Opetussuunnitelmat koulutyössä*. Opetus & Kasvatus -sarja. Helsinki: VAPK-kustannus.

Mikkilä-Erdmann, M., Olkinuora, E. & Mattila, E. 1999. Muuttuneet käsitykset oppimisesta ja opettamisesta – haaste oppikirjoille. *Kasvatus* 30 (5), 436–449.

Niemi, E. 2004. Perusopetuksen oppimistulosten kansallinen arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisessa kontekstissa. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Turun yliopiston julkaisuja sarja C osa 216. Turku: Turun yliopisto.

Opetushallitus. 2004. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet. Helsinki: Opetushallitus.

Opetushallitus 2004. Portaali. <http://www.oph.fi/pageLast.asp?path=1,17627,927,1558>. (16.6.2006)

Pehkonen, E. 1994. Avoimet tehtävät vastauksena oppimisenäkemyksen esittämiin haasteisiin. Teoksessa Seppälä, R. (toim.), *Matematiikka – taitoa ajatella*. Helsinki: Opetushallitus, 60–64.

Pehkonen, E. 1995. Geometrian opettaminen. Teoksessa Seppälä, R. (toim.), *Toimi, laske ja ajattele. Ala-asteen matematiikka*. Helsinki: Opetushallitus, 88–94.

Pehkonen, E. 1998. On the concept “mathematical belief”. Teoksessa Pehkonen, E. & Törner, G. (toim.), *The state-of-art in mathematics-related belief research. Results of the MAVI activities*. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research report 195, 37–72.

Pehkonen, E. 1999a. Professorien matematiikkakäsityksistä. *Kasvatus* 30 (2), 120–127.

Pehkonen, E. 1999b. Miten peruskoulun ala-asteen oppilaat perustelevat ratkaisujaan ristiriitaisessa matemaattisessa tilanteessa? *Kasvatus* 30 (2), 128–137.

Pehkonen, E. 2000. Ymmärtäminen matematiikan opetuksessa. *Kasvatus* 31 (4), 375–381.

Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylän yliopisto. *Jyväskylä studies in education, psychology and social research* 195. Väitöskirja.

Pietilä, V. 1973. Sisällön erittely. Helsinki: Oy Gaudeamus Ab.

Pyörälä, E. 1995. Kvalitatiivisen tutkimuksen metodologiaa. Teoksessa Leskinen, J. (toim.) *Laadullisen tutkimuksen risteysasemalla*. Helsinki: Kuluttajatutkimuskeskus, 11–25.

Rauste – von Wright, M. & von Wright, J. 1995. *Oppiminen ja koulutus*. Juva: WSOY.

Rauste – von Wright, M. 1998. *Opettaja tienhaarassa – konstruktivismia käytännössä*. Juva: WSOY.

Reinikainen, P. 2005. Ongelmanratkaisutaidot uutena alueena. Teoksessa Kupari, P. & Välijärvi, J. (toim.), *Osaaminen kestäväällä pohjalla. PISA 2003 Suomessa*. Jyväskylä: Gummerus Oy, 83–104.

Ruohotie, P. 1998. *Motivaatio, tahto ja oppiminen*. Helsinki: Oy Edita Ab.

Räisänen, A. 1994. Arvioinnin tehtävät. Teoksessa Jakku-Sihvonen, R., Räisänen, A. & Väyrynen, P. (toim.), Virikkeitä koulutuksen arvioinnin kehittäjille. Arviointi ja seuranta 2/1994. Helsinki: Opetushallitus, 22–28.

Soininen, M. 1995. Tieteellisen tutkimuksen perusteet. Turun yliopiston täydennyskoulutuskeskuksen julkaisuja, A:43.

Sternberg, R. 1996. What is mathematical thinking? Teoksessa Sternberg, R. & Ben-Zeew, T. (toim.), The Nature of Mathematical Thinking. Mahwah (NJ): Lawrence Erlbaum Associates, 303–318.

Suonperä, M. 1992. Opettamiskäsitys: oppijakeskeisen opettamiskäsityksen perusaineeksiä. Hämeenlinna: Educons Oy.

Suoranta, J. & Eskola, J. 1992. Kvalitatiivisten aineistojen analyysitapoja luokittelemassa – eli noin 8 tapaa aineiston erittelyyn. Kasvatus 23 (3), 276–280.

Syrjäläinen, E. 1990. Oppilaiden ja opettajan roolikäyttäytyminen luokkayhteisössä. Etnografinen tapaustutkimus peruskoulun ja steinerkoulun ala-asteen 4. vuosiluokalta. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 78. Väitöskirja.

Tuomi, J. & Sarajärvi, A. 2004. Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Jyväskylä: Tammi.

Tynjälä, P. 1999. Oppiminen tiedon rakentamisena. Konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita. Helsinki: Kirjayhtymä.

Törnroos, J. 2004. Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset - seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Väitöskirja.

Törnroos, J. & Kupari, P. 2005. Suomalaisnuorten matematiikan osaaminen. Teoksessa Kupari, P. & Välijärvi, J. (toim.), Osaaminen kestäväällä pohjalla. PISA 2003 Suomessa. Jyväskylä: Gummerus Oy, 7–36.

Uusikylä, K. & Atjonen, P. 2005. Didaktiikan perusteet. Helsinki: WSOY.

Varto, J. 1996. Laadullisen tutkimuksen metodologia. Helsinki: Kirjayhtymä.

Välijärvi, J. 2005. Suomalainen peruskoulu kansainvälisessä vertailussa. Teoksessa Kupari, P. & Välijärvi, J. (toim.), Osaaminen kestäväällä pohjalla. PISA 2003 Suomessa. Jyväskylä: Gummerus Oy, 1–5.

Åhlberg, M. 1990. Opetuksen ja oppimisen evaluaatio. Pieni käsikirja opettajille ja tutkijoille. Joensuu yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita N:o.6.

ANALYSOIDUT OPPIKIRJAT

Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P. & Vehmas, P. 2005. Tuhattaituri 5. Opettajan opas. Helsinki: Otava.

Koivisto, M., Salonen, M., Sintonen, A-M., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 2006. Laskutaito 5, syysosa. Opettajan kirja. Helsinki: WSOY.

Koivisto, M., Salonen, M., Sintonen, A-M., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 2006. Laskutaito 5, kevätosa. Opettajan kirja. Helsinki: WSOY.

Lilli, M., Ranta, P., Hänninen, L. & Laine, A. 2004. Matikkamatka 5, syksy. Opettajan opas. Helsinki: Tammi.

Lilli, M., Ranta, P., Hänninen, L. & Laine, A. 2004. Matikkamatka 5, kevät. Opettajan opas. Helsinki: Tammi.

Kirjasarja * Tehtävätaso Crosstabulation

			Tehtävätaso			Total
			LY	YS	SA	
Kirjasarja	laskutaito	Count	434	260	14	708
		% within Kirjasarja	61,3%	36,7%	2,0%	100,0%
	tuhattaituri	Count	395	309	41	745
		% within Kirjasarja	53,0%	41,5%	5,5%	100,0%
	matikkamatka	Count	518	272	15	805
		% within Kirjasarja	64,3%	33,8%	1,9%	100,0%
Total	Count	1347	841	70	2258	
	% within Kirjasarja	59,7%	37,2%	3,1%	100,0%	

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	35,736 ^a	4	,000
Likelihood Ratio	34,300	4	,000
Linear-by-Linear Association	1,705	1	,192
N of Valid Cases	2258		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 21,95.