

TAMPEREEN YLIOPISTO

Lasken leikkiä?

Analyysi toisen luokan matematiikan oppimateriaaleista

Kasvatustieteiden tiedekunta

Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinna

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

LAURA AROMAA

Kevät 2007

Tampereen yliopisto

Kasvatustieteiden tiedekunta

Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinna

LAURA AROMAA: Lasken leikkiä? Analyysi toisen luokan matematiikan oppimateriaaleista

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma, 112 sivua, 8 liitesivua

Toukokuu 2007

Tämä tutkimus on toteutettu osana matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen (MOT) hanketta. Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää mitä perusopetuksen opetussuunnitelman mukaisesti laaditut matematiikan oppimateriaalit pitävät sisällään. Tutkimuksen kohteena olivat kolmen kustantajan toisen vuosiluokan opettajan oppaat ja oppilaan kirjat. Kirjasarjat olivat Laskutaito (WSOY), Tuhattaituri (Otava) ja Matikkamatka (Tammi). Oppimateriaalia tutkittiin MOT -hankkeen yhteisten tutkimustehtävien kautta. Tutkimustehtävät olivat

1. Miten matematiikan opettajan oppaat tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen (mathematical proficiency) piirteiden kehittymistä?
2. Millaisia ovat oppimateriaalin harjoitustehtävät?
3. Miten oppimateriaali vastaa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tavoite- ja sisältönormeihin?

Lisäksi tutkija itse määritteli seuraavan oman tutkimustehtävän. Tutkimustehtävän kohteeksi oli valittu yksilöllistettyyn opetukseen tarkoitetut Tuhattaituri (Otava) ja Laskutaito (WSOY) kirjasarjojen oppilaan kirjat. Tutkimustehtävänä oli

4. Millaisia yksilöllistettyyn matematiikan opetukseen tarkoitettujen oppikirjojen harjoitustehtävät ovat?
 - 4.1 Mitä perusopetuksen opetussuunnitelman sisältönormeja kirjoissa on huomioitu?

Tutkimuksessa yhdistyivät kvalitatiivinen ja kvantitatiivinen tutkimusmenetelmä. Molempien menetelmien hyödyntäminen mahdollisti aineiston kokonaisvaltaisen arvioinnin. Kirjasarjoja tutkittiin teorialähtöisen sisällönanalyysin keinoin, tehtävien kvantifiointia apuna käyttäen.

Tutkimuksessa selvisi, että kirjasarjojen tehtävissä tähdätään pääasiallisesti proseduraaliseen sujuvuuteen, proseduraalisen tiedon hallintaan. Tehtävät olivat pääasiallisesti kognitiiviselta vaatavuudeltaan laskennallisia perustaitoja harjoittavia tehtäviä. Tutkittujen kirjasarjojen välillä ei ollut suuria eroja. Tulokset osoittivat, että Tuhattaituri kirjasarjan tehtävät sisälsivät kuitenkin eniten helppoja laskennallista sujuvuutta harjoittavia tehtäviä. Matikkamatka kirjasarjassa oli määrällisesti eniten tuntitehtäviä aukeamaa kohden. Laskutaito kirjasarjan lisätehtävissä oli eniten painotettu korkeampien kognitiivisten tasojen harjoittamista sekä mukautuvan päättelyn että strategisen kompetenssin kehittymistä.

Kokonaisuudessaan kaikkien kirjasarjojen oppimateriaali noudatti perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tavoite- ja sisältönormeja, mutta yksistään oppilaan kirjan tekeminen ei vastaa kaikkiin opetussuunnitelman tavoitteisiin. Yksilöllistettyyn opetukseen tarkoitetut oppilaan kirjat painottivat keskeisten käsitteiden oppimista ja perustavanlaatuisten proseduurien harjoittamista. Nämä kirjat poikkesivat toisistaan niin sisällöltään kuin tavoitteiltaan.

Tutkimuksen tuloksista voi päätellä, että oppilaan matemaattisen osaamisen ja ajattelun monipuolinen kehittäminen on opettajan asenteista ja menetelmistä riippuvaista. Ainoastaan oppilaan kirjojen tehtävien tekemisellä saavutetaan laskennallisen sujuvuutta, mutta ei vahvoja ongelmanratkaisun, päättelyn ja soveltamisen taitoja. Kirjasarjojen opettajan oppaissa on paljon laadukkaita ja monipuolisia tehtäviä, niiden hyödyntäminen oppimisessa on opettajasta riippuvaista.

Avainsanat: oppimateriaali, matematiikan oppiminen, alkuopetus, perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet

SISÄLLYS

1	JOHDANTO.....	1
2	TUTKIMUKSEN TAUSTOJA.....	3
2.1	MOT -HANKKEEN ESITTELY	3
2.2	OPPIMATERIAALI	4
2.2.1	Oppikirja.....	4
2.2.2	Oppikirjojen tuotannosta ja arvioinnista	6
2.3	OPPIMISKÄSITYKSISTÄ.....	7
2.3.1	Behavioristinen oppimiskäsitys	8
2.3.2	Konstruktivistinen oppimiskäsitys	10
2.4	AIKAISEMPIÄ TUTKIMUKSIA	12
3	OPETUSSUUNNITELMA	16
3.1	OPETUSSUUNNITELMAN OPPIMISKÄSITYS	17
3.2	MATEMATIIKAN OPETUKSEN TAVOITTEET JA KESKEISET SISÄLLÖT	17
3.3	ERYTYISTÄ TUKEA TARVITSEVIEN OPPILAIDEN OPETUS	18
4	MATEMATIIKAN OPPIMINEN	20
4.1	MATEMAATTINEN TIETO JA AJATTELU	20
4.1.1	Matemaattinen tieto.....	20
4.1.2	Matemaattinen ajattelu.....	22
4.1.3	Matemaattinen ymmärtäminen.....	24
4.2	MATEMAATTISTEN TAITOJEN KEHITTYMINEN JA LUKUKÄSITE	25
4.3	MATEMAATTISEN OSAAMISEN PIIRTEET	28
4.3.1	Matematiikkakuva.....	31
4.3.2	Yhteenvedo matemaattisen osaamisen piirteistä	32
4.4	MATEMATIIKAN OPPIMISEN VAIKEUDET	33
5	TUTKIMUSTEHTÄVÄT	35
6	TUTKIMUKSEN ETENEMINEN	36
6.1	TUTKIMUSMENETELMÄT JA TUTKIMUSMETODI.....	36
6.1.1	Sisällönanalyysi ja aineiston kvantifiointi.....	37
6.2	TUTKIMUKSEN VAIHEITA	38
6.3	TUTKIMUSAINEISTON ESITTELY	40
6.3.1	Laskutaito	41
6.3.2	Matikkamatka.....	42
6.3.3	Tuhattaituri	43
6.3.4	Mukautettu Laskutaito	44
6.3.5	Tuhattaituri E.....	44
6.4	LUOKITTELUN PERUSTEET.....	45
6.4.1	Matemaattisen käyttäytymisen tasot	45
6.4.2	Avoin ja suljettu tehtävä.....	50
6.4.3	Tehtävätyyppien luokittelu	52
7	OPPIMATERIAALIANALYYSI.....	56
7.1	MILLAISIA OVAT OPPIMATERIAALIN HARJOITUSTEHTÄVÄT?	56
7.1.1	Laskutaito	57
7.1.2	Matikkamatka.....	60
7.1.3	Tuhattaituri	64
7.1.4	Yhteenvedo.....	68
7.2	MITEN OPETTAJAN OPAAAT TUKEVAT MATEMAATTISEN OSAAMISEN PIIRTEIDEN KEHITTYMISTÄ?	72
7.2.1	Käsitteellinen ymmärtäminen.....	72
7.2.2	Proseduraalinen sujuvuus.....	74

7.2.3. Strateginen kompetenssi.....	76
7.2.4. Mukautuva päättely	77
7.2.5. Yritteliäisyys.....	78
7.2.6. Yhteenveto matemaattisen osaamisen piirteistä kirjasarjoissa.....	79
7.3 MITEN OPPIMATERIAALI VASTAA PERUSOPETUKSEN OPETUSSUUNNITELMAN PERUSTEIDEN 2004 TAVOITE- JA SISÄLTÖNORMEIHIN?	81
7.4 MITÄ YKSILÖLLISTETTYYN MATEMATIIKAN OPETUKSEEN TARKOITETUT OPPILAAN KIRJAN HARJOITUSTEHTÄVÄT SISÄLTÄVÄT?.....	87
7.4.1. Laskutaito E.....	87
7.4.2. Tuhattaituri.....	90
7.5 MITÄ PERUSOPETUKSEN OPETUSSUUNNITELMAN PERUSTEIDEN MATEMATIIKAN SISÄLTÖNORMEJA ERITYISOPETUKSEN KIRJOISSA ON HUOMIOITU?	93
8 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS.....	95
9 JOHTOPÄÄTÖKSET JA POHDINTA	97
9.1 JATKOTUTKIMUSAIHEITA	103
9.2 LOPUKSI.....	104

1 JOHDANTO

Oppikirja on pitkään oppimisen tukena käytetty väline. Oppikirjat kulkevat oppilaan mukana vuodesta toiseen ja niiden varaan on rakentunut moni peruskoulun keskeinen oppiaine. Vaikka oppikirja ei suinkaan ole ainut oppimiseen liittyvä väline, on se oppilaalle henkilökohtainen oppimisen työkalu sekä osoitus etenemisestä, omista saavutuksista ja oppimisesta. Oppikirjoissa tiivistyy niin opetussuunnitelmassa esitetyt sisällöt sekä se, mitä yleisesti pidetään tärkeänä oppia (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 437). Opetus nojaakin usein oppikirjojen sisältöihin enemmän kuin vallitsevaan opetussuunnitelmaan (esim. Perkkilä 2002). Erityisesti perusopetuksessa laajasti käytössä olevat opettajan oppaat ja niiden tarjoama ohjeistus saattaa määrittää opetuksen etenemistä enemmän kuin virallinen opetussuunnitelma (Vainionpää 2006, 83).

Matematiikkaa pidetään oppikirjakeskeisenä aineena. Yksilötehtävien tekeminen ja kirjan mukaan eteneminen näkyy myös oppimateriaaleissa, jotka on laadittu hyvin helppokäyttöisiksi ja opetusta ohjaaviksi lukukauden mittaisiksi kokonaisuuksiksi. Perkkilän (2002) mukaan alkuopetuksen matematiikan oppilaan kirjojen tehtävissä näkyi myös behavioristisen oppimiskäsityksen piirteitä. Tämän tutkimuksen tarkoituksena on ollut selvittää, millaiseen oppimiseen käytössä olevat matematiikan toisen vuosiluokan oppimateriaalit ohjaavat ja mitä matemaattisen osaamisen piirteitä kirjat kehittävät. Tutkimuksessa on myös selvitetty miten oppimateriaalit vastaavat perusopetuksen opetussuunnitelman 2004 sisältö- ja tavoitenormeihin. Tutkimusaineisto on koottu kolmen kustantajan, WSOY:n, Otavan sekä Tammen, matematiikan opettajan oppaasta ja oppilaan kirjasta. Aineistoa on analysoitu pääasiassa kvalitatiivisesti, mutta myös kvantitatiivisia menetelmiä apuna käyttäen. Tutkimusmetodina on käytetty sisällönanalyysia.

Tutkimus kuuluu matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen hankkeeseen (MOT -hanke), jonka puitteissa tutkimukselle on asetettu tietyt yhteiset tutkimustehtävät. Koska nykypäivän luokissa on yhä useammin myös erityistä tukea tarvitsevia oppilaita ja opettajan tulee huomioida yksilöllisesti myös heidän tarpeensa, halusin laajentaa tutkimustani myös yksilöllistettyyn opetukseen

suunnattuihin erityisopetuksen kirjoihin. Olen muotoillut oman tutkimustehtävän siitä, mitä WSOY:n ja Otavan kustantamat matematiikan yksilöllistettyyn opetukseen tarkoitettua oppilaita kirjat pitävät sisällään ja mitä perusopetuksen opetussuunnitelman sisältöjä kirjoissa on huomioitu.

2 TUTKIMUKSEN TAUSTOJA

Tässä kappaleessa esittelen tutkimukseni lähtökohtia sekä matematiikan oppimateriaalin tutkimus hankkeen taustoja. Koska oppimateriaali, erityisesti oppikirjat ovat tutkimukseni kohteena, kerron myös oppimateriaalin tuotannon ja arvioinnin kehityksestä sekä oppimateriaalin asemasta tämän päivän kouluissa. Lopussa esittelen aikaisempia tutkimuksia oppimateriaalin ja oppikirjojen arvioinnista sekä matematiikan oppimisesta ja oppimistuloksista.

2.1 MOT -hankkeen esittely

Matematiikan oppimateriaalin tutkimus hankkeeseen on osallistunut 13 opiskelijaa Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitoksesta. MOT -hankkeen tarkoituksena on arvioida yhteisten kriteerien avulla valtakunnallisen opetussuunnitelman perusteiden 2004 mukaan laadittua matematiikan oppimateriaalia ja tuottaa riippumaton arvio niiden vahvuuksista ja heikkouksista hankkeen yhteisistä näkökulmista. MOT -hanke on käynnistynyt keväällä 2005, jolloin valmistuivat proseminaaritutkielmat. Proseminaaritutkielmissa analysoitiin yhden kirjasarjan eri luokka-asteiden ja esiopetuksen opettajan oppaiden ja oppilaan kirjojen sisältöä. Pro gradu -tutkimukset valmistuvat kevään 2007 kuluessa. Jokaisessa Pro gradu -tutkimuksessa aineistoa on lisäksi tarkasteltu tekijöiden omien tutkimuskysymysten valossa.

Pro gradu -tutkimuksien kohteena ovat kolmen kustantajan oppimateriaali; oppilaan kirjat sekä opettajan oppaat. Oppimateriaalia analysoidaan luokka-asteittain, erityisesti huomio on keskittynyt opettajan oppaaseen. Kirjasarjat ovat Tammen Matikkamatka¹, Otavan Tuhattaituri² ja WSOY:n Laskutaito³. MOT -hankkeen myötä pro gradu töitä valmistuu kahdeksan, yksi jokaista luokka-astetta 1-6 sekä esiopetusta kohden. Lisäksi hankkeeseen kuuluvat Pro gradu -tutkimus oppimateriaalin suunnittelusta ja kokeilusta algoritmin opetuksessa tarinankerronnan (*Storytelling*) avulla sekä Pro gradu -tutkimus geometrian opetuksesta.

¹ Lilli, M., Putkonen, H. & Sinnemäki J. 2003. Lilli, M., Putkonen, H. & Sinnemäki J. 2004.

² Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A. & Voima, J. 2003. Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A. & Voima, J. 2004.

³ Uus-Leponiemi, T. & Sintonen, A-M. 2002. Uus-Leponiemi, T. & Sintonen, A-M. 2003. Laskutaito 2b.

MOT -hankkeen yhteisenä teoreettisena lähtökohtana ovat Kilpatrickin Swaffordin ja Findellin (2001) matemaattisen osaamisen piirteet. Analysoinnin runkona olemme yhteisesti käyttäneet Wilsonin (1978) ja myöhemmin Kangasniemen (1989) muotoilemaa matemaattisen käyttäytymisen nelitasoista mallia, jota olemme soveltaneet oppikirjan tehtävien kuvauksessa sekä tarkastelleet ovatko tehtävät avoimia vai suljettuja. Tehtäviä on myös luokiteltu tehtävätyypin mukaisesti (ks. 47). Lisäksi olemme tutkineet miten oppimateriaali vastaa valtakunnallisen perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeja (ks. sivu 16, liite 1). Erillisenä näkökulmana tässä tutkimuksessa ovat yksilöllistettyyn opetukseen tarkoitettujen erityisopetuksen oppilaan kirjojen arviointi ja tarkastelu.

2.2 *Oppimateriaali*

Oppimateriaali on oppimista tukeva väline. Oppimateriaalia on valmistettu eri oppiaineiden tarpeisiin oppilaiden ja opettajan työvälineeksi. Ekolan (1978) mukaan oppimateriaalilla tarkoitetaan tiettyyn aineeseen kytkettyä oppiainesta, jonka tulee välittyä oppilaille sekä saada aikaan elämyksiä ja oppimisen kokemuksia, joiden seurauksena syntyy tavoitteiden mukaista pysyvää tietojen ja taitojen muutosta ja affektiivista vaikutusta. Muun muassa Määtän (1984) mukaan oppimateriaaliksi voidaan luokitella kaikki oppimisprosessissa ja opetuksessa käytetty materiaali, kuten **kirjallinen oppimateriaali** (oppikirjat, työ- ja harjoitus- ja lisätehtäväkirjat, opettajan oppaat, monisteet), visuaalinen oppimateriaali (kuva-, piirto-, tarrataululla tai dia-, piirto, kuvaheittimillä esitetyt kuvat, www-sivut), **auditiivinen oppimateriaali** (äänitteet, radio-ohjelmat), **audiovisuaalinen oppimateriaali** (elokuvat, videot, opetusohjelmat, verkkopohjaiset oppimisympäristöt, cd-romit) sekä **muu materiaali** (esineet, pelit).

2.2.1 Oppikirja

Oppikirja on oppimateriaaleista vanhin ja yleisimmin käytetty väline kaikessa formaalissa opetuksessa. Oppikirjan käsitteen erottaminen kauno- tai tietokirjasta ei ole yksiselitteistä. Oppikirjalla tarkoitetaan yleensä aina teosta, joka on laadittu varta vasten opetustarkoituksiin. (Lappalainen 1992, 11; Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 436-437.) Oppikirjat ja niihin liittyvät tehtäväkirjat pohjautuvat aina perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin. Oppi- ja harjoituskirjoissa tuodaan lisäksi esille, millaisiin opetusmenetelmiin ne pohjautuvat. Oppikirjojen teksti on kohdistettu yleensä tietylle ikäkaudelle sopivaksi. Opetuksessa on aikaisemmin käytetty ja

käytetään yhä myös teoksia, joita ei ole kirjoitettu nimenomaan opetustarkoituksiin. (Heinonen 2005, 29.)

Oppikirja on myös tärkeä osatekijä vuorovaikutuksessa oppilaan ja opettajan välillä. Se, millainen vuorovaikutussuhde opettajan, oppilaan ja kirjan välille syntyy, riippuu opettajan oppikirjasuhteesta, oppikirjantekijöiden valitsemista ominaisuuksista, painotuksista ja oppimiskäsityksestä. (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 436–437.) Opettaja valittavaksi jää miten hän oppikirjaa hyödyntää ja millainen oppimiskäsitys hänen työskentelystään heijastuu.

Oppikirja ei ole koskaan neutraali, vaan ilmentymä koulussa vallitsevasta pedagogisesta ajattelusta. Oppikirja kertoo lukijalleen mitä pidetään tärkeänä oppia. (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 436–437.) Oppikirjojen tehtävien tarkoitus on ohjata oppilasta tiedon hankintaan, vertailuun, käsittelyyn, soveltamiseen, tulkintaan ja tiedon muokkaamiseen. Tehtävien tekemisen tavoitteena on täydentää ja laajentaa kuin mahdollisesti myös muuttaa oppilaan käsitystä oppiaineesta lähemmäs tieteenalan tiedon luonnetta ja rakennetta. (Ahtineva 2000, 41.) Oppikirjat opettavat oppilaita myös oppimaan, sillä tehtävien, tekstien ja kuvien ominaisuudet ohjaavat oppilasta siihen, miten asiat oletetaan opittavan. Oppikirja on sidoksissa vallitsevaan oppimiskäsitykseen kuin myös opettamisen traditioon. (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 437.) Tutkimukseni yksi tavoitteista on selvittää millaista oppimista oppikirjojen tekijät pitävät merkityksellisenä.

Oppikerojen ohjaavaa ja kontrolloivaa vaikutusta opetustapahtumaan voidaan tarkastella useasta näkökulmasta. Ohjaava vaikutus voi olla opetussuunnitelman tavoitteiden saavuttamisen tai opetuksen yleisen laadun näkökulmasta heikko tai vahva, positiivinen tai negatiivinen. (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 437.) Atjosen (1993, 116) mukaan oppimateriaali on ollut opetusta ohjaavalta vaikutukseltaan merkittävämpi kuin kirjoitettu opetussuunnitelma⁴. Oppimateriaali on siis tärkeimpiä tekijöitä koulu-uudistusten taustalla. Siihen, kuinka paljon oppikirjat ja oppimateriaali vaikuttavat opetuksen suuntautumiseen, vaikuttavat muun muassa opettavan aineen luonne, opettajan oppikirjasuhde, kokeneisuus ja käsityksen oppimisesta ja opettamisesta, kansallinen opetustraditio ja oppimateriaalin ominaispiirteet.

⁴ Ks. Vainionpää 2006.

Suomalaista matematiikan opetuskulttuuria on luonnehdittu oppikirjakeskeiseksi. Oppikirjan keskeiseen asemaan ovat vaikuttaneet kirjallista opetusta painottava perinne, pitkään jatkunut valtakunnallisesti standardoidun opetussuunnitelman kausi sekä tasa-arvo-tavoitteiston tuottama yhdenmukaistamispyrkimys. Opettajien liiallinen oppikirjariippuvuus on rajoittanut opettajien ja oppilaiden toiminnanvapautta muuttamaan opetusta ja oppimista yksilöllisten tai laajempien kasvatustavoitteiden kannalta tarkoituksenmukaiseksi. (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 437.)

2.2.2 Oppikirjojen tuotannosta ja arvioinnista

Niin kauan kuin oppikirjoja on ollut olemassa, niitä on arvioitu jossain muodossaan. Oppikirjoja arvioidaan ennen käyttöä eritasoisten kriteerien avulla suhteessa valtakunnalliseen opetussuunnitelmaan. Arviointitutkimuksen perustana ovat olleet tutkittavan tieteenalan tieto- ja oppimiskäsitykset. Oppikirjoja arvioidaan myös käytön aikana, mutta käytönaikainen arviointi liitetään nykyisin lähinnä luetunymmärtämiseen arviointiin. (Ahtineva 2000, 35.) Oppikirja on säilynyt keskeisessä asemassa kouluopetuksessa sähköisen viestimen tulosta huolimatta. Varsinaisten koulukirjojen tuotanto alkoi Suomessa 1800 -luvulla, mutta vasta 1970-luvulla alkoi opetukseen tarkoitettujen materiaalipakettien kustantaminen. Uusi materiaalipaketti sisälsi esimerkiksi matematiikassa oppilaan matematiikan kirjan, opettajan oppaan ja tuloskirjan. Oppilaan kirja sisälsi malliesimerkkejä, teoriaosuuksia ja harjoitustehtäviä, mahdollisesti myös lisätehtäviä. Lisäksi muissa aineissa oli mahdollisesti myös tehtävä- tai työkirjoja. (Ahtineva 2000, 11.)

Oppikirjojen tuotannon alkuvaiheisiin liittyi voimakkaasti kansallistunteen nostattaminen ja suomenkielen aseman parantaminen. Oppikirjojen tuotantoa valvottiin yleisen painovalvonnan lisäksi mielipidevalvonnan, pedagogisen valvonnan ja taloudellisen valvonnan tahoilta. Mielipidevalvonta varmisti, että oppikirjoissa ei ollut valtion tai kirkon kannalta haitallisia mielipiteitä. Pedagoginen valvonta tarkasti oppikirjojen tarkoituksenmukaisuutta ja taloudellinen valvonta hinnan kohtuullisuutta. Tuotanto ja valvonta toimivat erillään toisistaan ja valvonta oli hyvin passiivista, sillä oppikirjatuotannolle ei ollut suunniteltu järjestelmällistä ohjausta tai toteutussuunnitelmaa. Koululaitoksen johto ja oppikirjojen valvonta siirtyi kirkolta valtiolle vuonna 1870 kouluhallituksen aloittaessa toimintansa. Kouluhallitus, nykyinen opetushallitus, laati aikansa opetussuunnitelman. Valtakunnallisen opetussuunnitelman tavoitteet ja sisällöt ohjaavat oppikirjojen laadintaa. Näin koululaitosta pyritään ohjaamaan opetussuunnitelman lisäksi oppikirjojen kautta. (Lehtonen 1983, 16–30; Ahtineva 2000, 11.)

Koulukirjatuotannon alkuvaiheissa opetussuunnitelman toteutuminen varmistettiin luomalla didaktinen runko, jonka pohjalta oppikirjoja tehtiin. Kouluhallitus tarkisti oppikirjat vielä 1980-luvulla ja antoi painatusluvan jos oppikirjat täyttivät opetuksen perusmallista (Leino 1978) johdetut kriteerit. Oppimateriaaleja on tarkasteltu lähinnä yksittäisten oppiaineiden näkökulmasta. (Ahtineva 2000, 35.) Kouluhallitus on asettanut oppimateriaalille seuraavat opetuksen perusmallista johdetut kriteerit:

1. opetussuunnitelma tärkeimpänä ohjenuorana
2. koulun ja opettajan tasolla tehty opetuksen suunnittelu, joka erityisesti jaksosuunnitteluna tähtää tavoitteisuuden lisäämiseen ja oppikokonaisuuksien muodostumiseen
3. opetustapahtuma toteuttamistason edustajana (Leino 1978, 6.)

Yllä olevien kriteerien perusteella oppikirjojen tuli olla ymmärrettäviä, tiedon tuli olla tuoretta, virheetöntä ja objektiivista sekä sen tuli toteuttaa oppiaineen perustavoitteet. Opetustapahtuman suunnittelun kriteereinä olivat motivoivuus, kielen, tehtävien ja kuvien soveltuvuus erilaisiin opetusmuotoihin ja eriyttämiseen. Oppikirjojen tuli sisältää tehtäviä diagnostista, formatiivista ja summatiivista arviointia varten sekä tukiopetukseen ja kertaukseen soveltuvia tehtäviä. Muun muassa oppikirjan ulkoisen laadun, kuten kestävyuden, hinnan, painon ja selkeyden sekä oppikirjan käytettävyyden ja jakelun perusteella arvioitiin oppikirjojen käytännöllisyyttä. (Leino 1978, 14–22.)

Opetushallitus luopui 1990-luvulla oppikirjojen kriteeriarvioinnin perusteella tehdystä hyväksymismenettelystä. Nykyisin oppikirjojen kustantajat luettavat käsikirjoituksiaan oppialan asiantuntijoilla ja kielentarkastajilla. Käsikirjoitusten arviointiohjeet muistuttavat kriteeriarviointia sisällön, työtapojen ja käytännöllisyyden osalta. Oppikirjan esitystapaa arvioidessa tulee huomioida myös tiedon sidosteisuus ja työtapoja arvioidessa niiden oppilaskeskeisyys. Oppikirjojen käsikirjoitukset päätyvät vain harvoin opettajien kokeilukäyttöön, sen sijaan arviointi perustuu käsikirjoitusten lukemiseen ja kuviteltuun käyttöön. Tekstin ja sisällön viimeistelyn sekä asiantuntijalausuntojen perusteella kirja painetaan. (Ahtineva 2000, 11, 35.)

2.3 Oppimiskäsityksistä

Oppimiskäsitys tarkoittaa selitystä tai teoriaa oppimisesta ja siihen liittyvistä periaatteista. Meillä kaikilla on erilainen käsitys siitä, mitä oppiminen on ja mitä oppimisprosessin aikana tapahtuu.

Toisilla käsitys oppimisesta on selkeä, toisilla taas sumeampi. Valmiiden ulkopuolisten oppimisteorioiden avulla on mahdollista jäsentää ja käsitteellistää oppimisen periaatteita. (Berry & Sahlberg 1995, 18.) Käsitys oppimisesta on vaikuttanut aikansa opetussuunnitelmiin sekä oppikirjojen tuotantoon. Oppimisteoriat eivät sellaisenaan ratkaise oppimisen ja opettamisen ongelmia, vaan ne täytyy ensin sisäistää, prosessoida ja tulkita oman ymmärtämisen kielellä (Berry & Sahlberg 1995, 18). Vanhat, ehkä jo aikansa eläneet oppimiskäsitykset ovat pitkään vaikuttaneet kouluoppimisen taustalla. Tarkasteltaessa matematiikan oppimateriaalia on syytä huomioida oppimiskäsitysten kehitysvaiheiden merkitys koulumatematiikassa ja oppimateriaaleissa. (Rauste von Wright & von Wright 1994, 146).

Käsitys onnistuneesta matematiikan oppimisesta on muuttunut 1900-luvulla koulun ja yhteiskunnan muutosten lomassa⁵. Viime vuosisadan alussa onnistunut matematiikan oppiminen esi- ja alkuopetuksessa tarkoitti laskennallisten menettelytapojen hallintaa aritmetiikassa. Toiset korostivat menetelmien ulkoa oppimista ja toiset niiden ymmärtämistä. (Kilpatrick ym. 2001, 115.) Vuosina 1950–60 uusi suuntaus ”uusi matematiikka” (*New Math*) tähtäsi ymmärtämiseen pohjautuvan opettamisen kautta oppilaiden matemaattisen ajattelun kehittymiseen ja matemaattisten rakenteiden ymmärtämiseen kokonaisuutena yhtenäisesti aina ensimmäisestä luokasta alkaen. (Kupari 1999, 49; Kilpatrick ym. 2001, 115.)

Uuden matematiikan kautta seurasi takaisin perusteisiin, back to Basics -liike, jonka myötä haluttiin luoda vankka pohja oppilaiden matematiikan perustaidoille. Hyvät matemaattiset taidot tarkoittivat kykyä laskea nopeasti ja tarkasti. Reformiliikettä 1980–90 -luvulla voidaan kutsua ongelmanratkaisun ajaksi. Painopisteiksi muodostuivat päättely, ongelmanratkaisu, matemaattisten ideoiden yhdistäminen ja matematiikan selittäminen. Suomessa on yhä meneillään matematiikan soveltamista, ongelmanratkaisua ja matematiikan ilmaisua korostava vaihe. (Kupari 1999, 50–51; Kilpatrick ym. 2001, 15.)

2.3.1 Behavioristinen oppimiskäsitys

Behaviorismi on pitkään vaikuttanut nykyiseen kouluopetukseen ja tuskin koskaan menettää täysin vaikuttavuuttaan koulussa toteutettaviin opetus- ja oppimistilanteisiin. Behavioristinen oppimiskäsitys pohjautuu objektiiviseen ja empiristiseen ajatteluun. Taustalla on vaikuttanut John Locken 1600-luvulla esittämä käsitys oppijasta tyhjänä tauluna (*tabula rasa*), johon kokemukset

⁵ Ks. matematiikan opetuksen kehitysvaiheita Kroll (1989) 200.

piirtävät jälkiä. Behavioristisen koulukunnan varhaisia edustajia olivat muun muassa Ivan Pavlov, Edvard L. Thorndike ja B.F. Skinner, joiden eläinkokeisiin pohjautuvien teorioiden mukaan oppimisen peruseräatteen ilmentyvät samanlaisina niin eläimillä kuin ihmisillä. Heidän tutkimukset keskittyivät objektiivisesti havaittavaan ulkoiseen käyttäytymiseen. Behaviorismin perusteluna ulkoisesti havaittavan käyttäytymisen tarkkailuun on ollut se, että ihmisen mielen sisällöistä ja tietoisuudesta ei olisi mahdollista saada objektiivista tietoa. (Tynjälä 1999, 29.)

Oppiminen nähdään behaviorismissa ärsyke-reaktiokytkentöjen muodostumisena, jota voidaan säädellä ulkopuolelta vahvistamisella. Opetettava aines esitetään pieninä yksikköinä, ärsykeinä (S), joihin oppija vastaa, reagoi (R). Behavioristinen opetus tähtää konkreettisiin, mitattaviin toimintoihin ja tieto nähdään pysyvänä ominaisuutena (Rauste von Wright & von Wright 1994, 111–113). Behavioristisella oppimisen mallilla on monia etuja. Se on muovautunut pitkän tradition pohjalta selkeäksi ja arkiajattelun mukaiseksi. Opettajan kannalta se on johdonmukainen ja turvallinen, sekä opettajan valtaa tukeva. Perinteisesti sitä on pidetty toimivana perustaitoja opettaessa. (Rauste von Wright & von Wright 1994, 113.) Behavioristisesti rakennetut oppirakennelmat on löydettävissä lähes kaikista oppikirjoista ja niiden mukainen opetus on normaalitoimintaa lähes kaikessa matematiikan opetuksessa aina varhaiskasvatuksesta yliopisto-opetukseen saakka. (Leino 1998, 40.)

Behaviorismin myötä kehitettiin oppimisen tavoitteellisuutta ja tavoitekuvausjärjestelmien rakentamista, tiedollisten tavoitteiden mittaamista ja kansainvälistä koulusaavutusvertailua varten ohjelmoidun opetuksen malli, joka oli ennen kaikkea suunnattu oppimateriaalin laadintaan. Ohjelmoidun opetuksen malli on vaikuttanut merkittävästi mekaanisten opetuskoneiden ja tietokoneohjelmien kehittämiseen 1950 -luvulta alkaen. Ohjelmoidun opetuksen malleista vaikutteita saaneita ohjelmia kutsutaan ”drill and practice” -harjoituksiksi eli drillaukseksi. Näitä ohjelmia käytettiin erityisesti automatisoituneiden taitojen harjoittamiseksi, jollaisena matematiikka nähtiin. (Lehtinen & Kuusinen 2001, 69–70.) Behavioristisen oppimiskäsityksen ja ohjelmoidun opetuksen mallin myötä oppimateriaaleissa painottui sisältö, jonka kielteisenä seurauksena yksityiskohtaisen tiedon määrä lisääntyi oppikirjoissa nykyisiin kohtuuttomiin mittoihin. Behavioristisen kehittelyn myönteisin vaikutus oppimateriaaleihin oli perusteellinen sisällöllinen analyysi, tekstin luettavuuden analyysi ja oppiaineksen jaksottelu. Tekstin oli vastattava kunkin ikäkauden luettavuustutkimusten mukaista sanastoa. Lisäksi kuvituksen piti olla havainnollista ja kansainvälisten lasten havaintokykyyn liittyvien tutkimusten mukaista, mutta kuva ei kuitenkaan saanut johdattaa lapsen huomiota pois olennaisista opittavista asioista. (Nöjd 1994, 181–182.)

Suomessa oppikirjat saivat huomattavasti vaikutteita behavioristisesta opettamisen mallista. Matematiikan oppikirjoissa on yhä nähtävissä behavioristisen oppimiskäsityksen piirteitä. Oppiaines on pilkottu aukeama per oppitunti -periaatteella. Tehtäväsarjat toistuvat samanlaisina ja valmiit mallit ovat usein aukeaman yläosassa. Oppikirja houkuttelee oppikirjasidonnaiseen opetusmalliin, jolloin oppitunnin alussa on opetustuokio, jonka jälkeen oppilaat harjoittelevat uutta asiaa hiljaisesti laskien. Behavioristisesti tällä pyritään laskennalliseen sujuvuuteen. (Perkkilä 2002, 21–22.) Behaviorismin heikkoudet kuitenkin korostuvat kun tarkastellaan ymmärtämistä painottavaa oppimista tai opettamista eli siirrytään konstruktivististen näkemysten puolelle (Raustevon Wright & von Wright 1994, 113).

2.3.2 Konstruktivistinen oppimiskäsitys

Konstruktivismi ei ole yhtenäinen teoria vaan sen juuret juontavat useista eri lähteistä ja se sisältää useita eri suuntauksia. Konstruktivistinen tiedon olemusta käsittelevä paradigma on levinnyt laajalti yhteiskunta- ja ihmistieteisiin ja sitä on käsitelty runsaasti kasvatustieteiden alan kirjallisuudessa⁶. Tämän tietoteoreettisen paradigman ilmenemismuoto oppimisen tutkimuksen ja pedagogiikan alueella on konstruktivistinen oppimiskäsitys. Konstruktivismiin suuntaukset tarkastelevat oppimista eri suunnista ja suuntaavat tutkimuksensa eri oppimisen osa-alueille. Selkein ero konstruktivististen näkemysten välillä liittyy siihen, tarkastellaanko oppimista yksilön, ryhmän vai laajemman yhteisön tasolla. Yhdistävä näkemys on, että tieto ei voi olla tietäjästä riippumatonta objektiivista heijastusta maailmasta, vaan se on aina yksilön tai yhteisön itsensä rakentamaa. Eri konstruktivistiset näkemykset korostavat luovia, konstruktivisia ja reflektiivisiä toimintoja oppimisessa toistamisen ja muistamisen sijasta. Kaikissa suuntauksissa painotetaan myös oppijan aktiivisuuden ja sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitystä oppimisessa, vaikkakin hieman eri tavoilla. Konstruktivismi ei hyväksy objektivistista ja empirististä epistemologiaa, jonka mukaan objektiivista tietoa maailmasta on mahdollista saada suoraan yksilön havaintojen ja kokemusten kautta. (Tynjälä 1999, 37, 58.)

Konstruktivismiin suuntaukset eroavat toisistaan erityisesti käsityksestä onko niiden mielenkiinnon kohteena yksilöllinen vai sosiaalinen tiedon konstruointi. Konstruktivismiin pääsuuntaukset ovat karkeasti jaoteltuna *yksilökonstruktivismi* ja *sosiaalinen konstruktivismi* (taulukko 1). Moderni IP -teoria (heikko konstruktivismi) ja radikaali eli kognitiivinen konstruktivismi edustavat

⁶ Esim. Bauersfeld (1995).

yksilökonstruktivismia, muut suuntaukset ovat sosiaalisen konstruktivismin eri muotoja. (Tynjälä 1999, 38–39.) Sosiokulttuuriset lähestymistavat painottavat, että tiedonmuodostus ja oppiminen ovat perusteiltaan sosiaalisia ilmiöitä, niitä ei voi tarkastella irrallaan sosiaalisesta, kulttuurisesta ja historiallisesta kehyksestään. Suuntauksen perustajana pidetään L. S. Vygotskya⁷, jolta konstruktivistinen oppimiskäsitys on saanut vaikutteita. Vygotsky on ideoinut välittyneen toiminnan käsitteen, sisäistämisen ja lähikehityksen vyöhykkeen sekä tutkinut kielen merkitystä ihmisen käyttäytymisen ja toiminnan välittäjänä.

TAULUKKO 1. Konstruktivismin suuntauksia (Tynjälä 1999, 39).

YKSILÖKONSTRUKTIVISMI	SOSIAALINEN KONSTRUKTIVISMI
- heikko konstruktivismi eli moderni IP-teoria (ei aina hyväksytty konstruktivismin piiriin)	- sosiokulttuuriset lähestymistavat
- radikaali konstruktivismi eli kognitiivinen konstruktivismi	- symbolinen interaktionismi
	- sosiaalinen konstruktionismi

Viime vuosikymmeninä sosiokonstruktivistinen ajattelu on yleistynyt matematiikan opetuksen ja opetussuunnitelman uudistamista koskevissa julkaisuissa ja se on yleisesti hyväksytty matematiikan opetuksen keskuudessa. Sosiokonstruktivistisen oppimisenäkemyksen mukaan matematiikan opetuksessa oppilaille tulee tarjota ongelmalähtöisiä, päättelyä ja luovaa ajattelua vaativia merkityksellisiä toimintamuotoja, joissa oppilas pääsee soveltamaan matemaattista osaamistaan sekä kommunikoimaan sekä testaamaan matemaattisia ideoitaan. (esim. Kupari 1999, 27, 36) Sosiaalisen konstruktivismin suuntaus on toiminut perustana viimeisintä valtakunnallista opetussuunnitelmaa laadittaessa.

Haapasalon (1994, 100) mukaan sosiaalisessa konstruktivismissa yhdistyvät sekä tietoteoreettiset, oppimispsykologiset ja sosiologiset näkökohdat. Haapasalo (1994, 100) on koonnut Bauesfeldin näkemysten pohjalta yhteenvedon sosiaalisen konstruktivismin piirteistä ja todennut muun muassa, että oppiminen on oman elämän järjestämistä koskeva prosessi, jossa yksilö on aktiivisessa vuorovaikutuksessa kulttuuriin sosiaalisten siteittensä ja aktiivisen osallistumisensa kautta. Tiedon sisäinen esitys syntyy niiden prosessien seurauksena, joita yksilö joutuu läpikäymään konstruoidessaan sosiaalisesti tietoa ja välittäessään sitä muille, ei niinkään yrityksestä muodostaa

⁷ Esim. Vygotsky (1978) 85–88.

itselleen kuva todellisuudesta tai annetuista tiedoista. Tällöin matematiikka ei ole absoluuttinen ulkoapäin omaksuttu totuus vaan yksilön sosiaalisissa ja kulttuurisissa siteissä syntynyt kommunikaation muoto. (mt. 100)

2.4 Aikaisempia tutkimuksia

Oppikirjoja on tutkittu melko paljon niiden merkittävän asemansa vuoksi oppimisprosessissa. Viirin (2000, 47–48) mukaan Oppikirjatutkimus voidaan jakaa luotettavuustutkimuksiin, pedagogisiin tutkimuksiin ja asiasisällön tutkimuksiin. Luotettavuustutkimuksissa on keskitytty oppikirjojen tekstin tutkimiseen, kuten tekstin sidosteisuuden, rakenteiden ja käsitteenmuodostuksen tarkasteluun. Oppikirjojen pedagogisessa tutkimuksessa on tutkittu muun muassa opettavien käsitteiden esittämisjärjestystä ja niiden liittymistä muuhun oppikirjan sisältöön, sekä oppiaineen valintaan, järjestelyihin ja kieleen liittyviä kysymyksiä. Oppikirjan asiasisällön tutkimuksissa on tarkasteltu kuvaako teksti tieteen näkökulmasta asiaa oikein vai väärin ja onko teksti tieteellisesti hyväksyttävää. (Heinonen 2005, 53–54.)

Edellä esitetyissä oppikirjatutkimuksen tyypeissä menetelmänä on useimmiten käytetty sisällönanalyysia. Oppikirjatutkimus on siis keskittynyt tutkimaan luettavia oppikirjoja luotettavuuden, rakenteen, sisällön tai oppikirjan edustaman tieteenalan tai oppiaineen näkökulmasta. Heinonen (2005, 54) on kuvannut oppikirjatutkimuksen jaottelun ulkopuolelle jääväksi omaa tutkimustaan, jota hän on luonnehtinut oppimateriaalin vaikuttavuus -tutkimukseksi. Heinosen (2005) kasvatustieteiden alaan kuuluvan väitöskirjatutkimuksen tarkoituksena on ollut tutkia oppimateriaalin ja opetussuunnitelmien perusteiden vaikutusta koulukohtaisiin opetussuunnitelmiin ja opetukseen. Tutkimuksessa on tultu samankaltaisiin tuloksiin kuin aikaisemmissakin samankaltaisissa tutkimuksissa; opettajan työtä peruskoulussa eivät juuri ohjaa kasvatustavoitteet ja opetussuunnitelma, vaan oppiaineiden yleistavoitteet ja sisällöt oppimateriaalilähtöisesti, ei niinkään opetussuunnitelmaa seuraten. Lisäksi tutkimuksessa selvisi, että opettajien mielestä oppikirjoilla on keskeinen asema opetussuunnitelmatyössä. Oman tutkimukseni kannalta on oleellista huomioida oppikirjan merkittävyys. Oppikirjan sisällöllä on suuri vaikutus oppimistapahtumaan ja opittavaan ainekseen.

Vaikka oppikirjoja on viimeaikoina tutkittu enemmän⁸, vähemmälle tarkastelulle ovat jääneet matematiikan oppikirjat. Matematiikan oppimateriaalin tutkimuksen hankkeen kaltaista kaikkia alaluokkien luokka-asteita käsittävää tutkimusta ei ole tehty aikaisemmin. Myöskään kaikkia luokka-asteita kattavaa tutkimusta siitä, miten oppikirjat tukevat matemaattisen osaamisen kehittymistä yhteisen teoreettisen lähtökohdan mukaisesti ei ole tehty aikaisempia tutkimuksia. Matematiikan oppimiseen, oppikirjojen sisältöön ja opetussuunnitelman vaikuttavuuteen opetustapahtumaan liittyviä kansallisia ja kansainvälisiä tutkimuksia on kuitenkin muutamia tältä vuosituhannelta.

Päivi Perkkilän (2002) kasvatustieteen alaan kuuluvan väitöskirjatutkimuksen tavoitteena on ollut selvittää ensimmäisen ja toisen luokan opettajien matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen välistä yhteyttä alkuopetuksessa sekä matematiikan oppikirjojen sekä opettajan oppaiden merkitystä opetuksen suunnittelussa ja opetuksessa. Tutkimuksessa selvisi, että alkuopetuksen matematiikan oppikirjalla ja opettajan oppaalla on yhä keskeinen asema alkuopetuksessa. Perinteiset matematiikan opetustavat ovat edelleen käyttökelpoisia ja opettajien hyvinkin dynaamiset uskomukset matematiikasta jäivät taka-alalle. Matematiikkaa pyrittiin opettamaan ymmärtämisen näkökulmasta, mutta opetuksen tavoitteeksi muodostui oppikirjan sisällön läpikäyminen. Matematiikan opetus on oppikirjan sisältöihin nojaavaa, jolloin opetus perustuu oppikirjoihin, ei matemaattisiin sisältöihin ja opetussuunnitelmaan. Opettajat luottavat oppikirjoihin ja uskovat toteuttavan valtakunnallista linjaa käyttämällä niitä. Oppikirjan läpikäyminen toi opetukseen kiireen ja syrjäytti lasten tarpeet.

Jukka Törnroosin (2004) matemaattisluonnontieteelliseen alaan kuuluvassa väitöskirjatutkimuksessa on selvitetty matematiikan opetuksen oppisisältöjä 5.–7. luokilla Suomessa. Tutkimuksessa on analysoitu jokaiselta vuosiluokalta kolmen eri kustantajan oppikirjaa. Lisäksi tutkimuksessa on tarkasteltu opetuksen sisältöä ja oppimistuloksia vuoden 1994 opetussuunnitelman perusteiden sekä 7. luokan opettajien kansainvälisen TIMMS 1999 - tutkimuksen yhteydessä saatujen tietojen perusteella. Tutkimuksessa selvisi, että 7. luokan oppilaiden saaman matematiikan opetuksen sisältö voi vaihdella sen mukaan, mitä oppikirjoja he ovat käyttäneet. Eri luokka-asteiden oppikirjoilla oli eroja käsiteltävien matematiikan sisältöjen suhteen sekä 5. ja 6. luokan oppikirjasarjojen välillä huomattavia eroja käytetyn lähestymistavan suhteen.

⁸ Esim. Perkkilä 2002.

Yhteiskunnallinen tiedon ja osaamisen nopea kehittyminen on tuonut haasteita teollisuuden ja elinkeinoelämän aloille, jolloin erityisesti matemaattis-luonnontieteellisen sivistyksen tarve on kasvanut. Opetusministeriö käynnisti vuonna 1996 LUMA⁹ -hankkeen, jonka tarkoituksena oli nostaa suomalaisten matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen kansainväliselle tasolle. Muun muassa kysymyksiin millaista suomalaisten peruskoululaisten matematiikan osaaminen on ja mitkä ovat oppilaiden vahvuuksia ja kehitettäviä osa-alueita on haettu vastauksia kahdella kansainvälisillä arviointitutkimuksilla; TIMSS¹⁰ 1999 -tutkimus ja PISA¹¹ -tutkimusohjelma. (Brunell ym. 2003; Kupari & Törnroos 2004, 139.)

TIMSS 1999 -tutkimuksessa on selvitetty laajasti peruskoulun matematiikan ja luonnon-tieteiden osaamista ja opiskelua. TIMSS 1999 -tutkimukseen osallistuivat 14 OECD -maan lisäksi 24 muuta maata. Tutkimuksen aineiston perusjoukon muodostivat sen luokka-asteen oppilaat, joista suurin osa oli 13 -vuotiaita, Suomessa tämä luokka-aste oli seitsemäs. Tutkimuksen mukaan suomalaisoppilaiden matematiikan osaaminen oli hyvätasoista. Suomen tuloksen olivat kansainvälistä keskitasoa selvästi korkeampia ja matematiikassa ainoastaan kuusi maata oli Suomea tilastollisesti merkitsevästi parempia. (Kupari ym. 2001; Kupari & Törnroos 2004, 138–141.)

PISA -tutkimusohjelmassa arvioidaan 15-vuotiaiden koululaisten osaamista matematiikassa, luonnontieteissä, lukutaidossa ja ongelmanratkaisussa tulevaisuuden osaamisen haasteiden näkökulmasta. PISA 2003 on tutkimusohjelman toinen vaihe, jossa päähuomio on kohdistunut matematiikan osaamiseen. Tutkimusohjelmaan osallistui 30 OECD -maan lisäksi 11 muuta maata. Tutkimuksen kansallisten keskiarvotulosten mukaan suomalaisten 15-vuotiaiden nuorten matematiikan osaaminen on OECD -maiden parhaimmistoa. (Brunell ym. 2003, 7–8; Kupari & Törnroos 2004, 145–147)

Jorma Joutsenlahden (2005) kasvatustieteelliseen alaan kuuluvassa väitöskirjatutkimus on toiminut monilta osin lähteenä pro gradu -tutkimuksessani. Vaikka aihe ei suoranaisesti liity matematiikan oppimateriaalin tutkimukseen, Joutsenlahden laatimat ja väitöskirjassa esitetyt luokitteluperusteet ja matemaattisen ajattelun ja tiedon piirteet ovat toimineet lähtökohtina MOT -hankkeessa ja tässä

⁹ LUMA eli matematiikan ja luonnontieteiden kehittämisprojekti vuosina 1996–2002.

¹⁰ TIMSS eli Third International Mathematics and Science Study Repeat.

¹¹ PISA eli Programme for International Student Assessment.

tutkimuksessa. Joutsenlahden (2005) väitöskirjassa on tarkasteltu erilaisia lähestymistapoja matemaattisen ajattelun käsitteeseen sekä tutkimuksen empiirisessä osassa pitkän matematiikan opiskelijan matemaattista ajattelua kolmesta eri näkökulmasta: yhteiskunnan, opiskelijan ja opettajan. Tutkimuksen pääongelmana oli pitkän matematiikan opiskelijan matemaattisen ajattelun kuvaaminen edellisistä näkökulmista arvioimalla ja kuvaamalla opiskelijan matemaattista osaamista sekä matematiikkakuva. Tutkimuksessa selvisi, että matematiikan ylimääräisenä kirjoittavien opiskelijoiden osaaminen oli oleellisesti heikompaa kuin matematiikan pakollisena kirjoittavien opiskelijoiden. Tutkimuksessa muotoutuivat seuraavat tunnusmerkilliset ryhmät: ”menestyjät”, ”kypsyjät”, ”suoriutajat” ja sen alaryhminä ”luovuttajat” ja ”pettyjät”.

3 OPETUSSUUNNITELMA

Valtakunnallinen opetussuunnitelma on kansallinen kehys, joka on laadittu valtakunnallisten ja paikallisten perusopetusta koskevien päätösten yhdessä muodostaman kokonaisuuden kanssa ohjaamaan perusopetusta, luomaan kehys paikallisten opetussuunnitelmien laadintaan sekä perusopetuksen toteuttamiseen. Oppimateriaali tulee olla valtakunnallisen opetussuunnitelman mukaisesti laadittua. (Opetushallitus 2002, 12–17.)

Aikansa opetussuunnitelma on laadittu perustuen vallitsevaan oppimiskäsitykseen sekä huomioiden lapsen kehitysvaiheet. Jean Piaget on muotoillut kehitysvaiheteorian lapsen kognitiivisen kehityksen tutkimuksen pohjalta, josta myös konstruktivistinen oppimiskäsitys on saanut merkittävästi vaikutteita. Piaget on jakanut lapsen ajattelun kehityksen neljään vaiheeseen: sensomotorinen kausi, esioperationaalinen kausi, konkreettisten operaatioiden kausi ja formaalisten operaatioiden kausi. Hänen mukaan lapsi käy läpi kaikki vaiheet, mutta kaikki eivät sosiokulttuurisista tai perintötekijöihin liittyvistä syistä saavuta ajattelun korkeinta tasoa. (Piaget 1972.)

Tutkimukseni kannalta merkittävin kehitysvaihe sijoittuu 8–9 vuotiaisiin lapsiin, jotka ovat Piaget'n mukaan kognitiiviselta kehitystasoltaan konkreettisten operaatioiden vaiheessa. Kolmas kognitiivisen kehityksen vaihe, konkreettisten operaatioiden kausi, sijoittuu 6/7–10/11 -ikävuoteen. Lapsen päättely ei enää ohjaudu välittömistä havainnoista samalla tavalla kuin aikaisemmin. Operationaalinen ajattelukyky kehittyy vähitellen ja lapsi pystyy suorittamaan loogisia toimintoja sisäisesti, kun kyse on konkreettisista asioista. Lapsi alkaa hallita operaatioita lisääminen ja vähentäminen sekä ymmärtää niiden käänteisyyden. Lapsi myös ymmärtää, että esineitä voidaan luokitella tai järjestää sarjaksi useiden ominaisuuksien perusteella. Kehitysvaiheessa ajattelu on kuitenkin konkreettista ja sidoksissa konkreettisiin havaintoihin ja toimintaan. (Piaget 1972).

3.1 Opetussuunnitelman oppimiskäsitys

Valtakunnallisen opetussuunnitelman perusteet perustuvat sosiaalisen konstruktivismin oppimiskäsitykseen (ks. sivu 10), jonka mukaan oppiminen ymmärretään yksilölliseksi ja yhteisölliseksi tietojen ja taitojen konstruointiprosessiksi, jonka kautta syntyy kulttuurinen osallisuus. Oppimisen tulee valtakunnallisen opetussuunnitelman mukaan tapahtua tavoitteellisena opiskeluna itsenäisesti, opettajan ohjauksessa sekä vuorovaikutuksessa opettajan ja vertaisryhmän kanssa. Uuden tiedon ja uusien taitojen lisäksi oppilaan tulisi oppia oppimis- ja työskentelytapoja, jotka ovat välineitä elinikäiseen oppimiseen. (Opetushallitus 2004, 16.)

Oppiminen on oppilaan aktiivisen ja tavoitteellisen toiminnan seurausta, jossa hän käsittelee ja tulkitsee opittavaa ainesta aiempien tietorakenteidensa pohjalta. Oppiminen on riippuvaista oppilaan aiemmin rakentuneesta tiedosta, motivaatiosta sekä oppimis- ja työskentelytavoista, vaikkakin oppimisen yleiset periaatteet ovat kaikille oppilaille samat. Oppiminen on aktiivista, päämääräsuuntautunutta, itsenäistä ja yhteistä ongelmanratkaisua sisältävä prosessi. Yksilöllistä oppimista tukee vastavuoroisessa yhteistyössä tapahtuva oppiminen. Oppimisen tilannesidonaisuuden vuoksi tulee oppimisympäristöjen monipuolisuuteen kiinnittää erityistä huomiota. (Opetushallitus, 2004, 16–17.)

3.2 Matematiikan opetuksen tavoitteet ja keskeiset sisällöt

Matematiikan opetuksen tehtävänä on tarjota oppilaalle mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja matemaattisten käsitteiden sekä erilaisten ratkaisumenetelmien oppimiseen. Opetuksen tulee ohjata oppilasta löytämään, muokkaamaan ja ratkaisemaan ongelmia, sekä kehittää oppilaan luovaa ja täsmällistä ajattelua. Matematiikan merkitys on laaja, se vaikuttaa oppilaan henkiseen kasvamiseen sekä edistää oppilaan tavoitteellista toimintaa ja sosiaalista vuorovaikutusta. (Opetushallitus 2004, 156–157)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa tuodaan esille seuraavat matematiikan opetuksen tavoitteet (Opetushallitus 2004, 156–157.):

”Vuosiluokkien 1–2 matematiikan opetuksen ydintehtävinä ovat matemaattisen ajattelun kehittäminen, keskittymisen, kuuntelemisen ja kommunikoinnin harjaannuttaminen sekä

kokemusten hankkiminen matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden muodostumisen perustaksi.”

Oppilas

- *oppii keskittymään, kuuntelemaan, kommunikoimaan ja kehittämään ajatteluaan ja saa tyydytystä ja iloa ongelmien ymmärtämisestä ja ratkaisemisesta*
- *saa monipuolisia kokemuksia eri tavoista esittää matemaattisia käsitteitä; käsitteiden muodostusprosessissa keskeisiä ovat puhuttu ja kirjoitettu kieli, välineet, symbolit*
- *oppilas ymmärtää käsitteiden muodostavan rakenteita*
- *ymmärtää luonnollisen luvun käsitteen ja oppii siihen soveltuvia peruslaskutaitoja*
- *oppii perustelemaan ratkaisujaan ja päätelmiään konkreettisin mallein ja välinein, kuvin, kirjallisesti tai suullisesti ja löytää ilmiöistä yhtäläisyyksiä ja eroja, säännönmukaisuuksia sekä syy-seuraussuhteita*
- *harjaantuu tekemään havaintoja eteen tulevista itsensä kannalta merkityksellisistä ja haasteellisista matemaattisista ongelmista.”*

Lisäksi valtakunnallisen opetussuunnitelma perusteissa on eritelty viisi matematiikan keskeistä sisältöä vuosiluokilla 1-2: luvut ja laskutoimitukset, algebra, geometria, mittaaminen sekä tietojen käsittely ja tilastot. Keskeisiin sisältöihin kuuluu useita osa-alueita, jotka tarkentavat ja selittävät matematiikan keskeisiä sisältöjä (Liite 1).

3.3 Erityistä tukea tarvitsevien oppilaiden opetus

Koska tarkastelen tutkimuksessani eriyttävään opetukseen ja oppimäärän yksilöllistettyyn opetukseen tarkoitettuja matematiikan oppikirjoja, tuon esille valtakunnallisen opetussuunnitelman perusteissa esitettyjä erityistä tukea tarvitsevien oppilaiden opetukseen liittyviä säädöksiä.

Valtakunnallisen opetussuunnitelman perusteiden mukaan oppilasta autetaan oppimisvaikeuksissa eri tukimuodoin, jotka määräytyvät oppilaan vaikeuksien laadun ja laajuuden mukaan. Keskeistä on tunnistaa varhaisessa vaiheessa oppimisvaikeus ja aloittaa tarvittavat tukitoimet ehkäisten oppimisvaikeuksien kielteistä vaikutusta oppilaan kehitykseen. Erityistä tukea opetuksessa tarvitsevat oppilaat, joiden kasvun, kehityksen ja oppimisen edellytykset ovat heikentyneet vamman, sairauden tai toimintavajavuuden vuoksi. Erityisen tuen piiriin kuuluvat myös oppilaat, jotka tarvitsevat psyykkistä tai sosiaalista tukea, tai oppilaat, joilla on opetuksen ja oppilashuollon

asiantuntijoiden sekä huoltajan mukaan kehityksessään oppimiseen liittyviä riskitekijöitä. (Opetushallitus 2004, 26–27)

Oppilaan opiskelun tukemiseksi oppimisvaikeuden laajuudesta ja laadusta riippuen, voidaan oppilaalle antaa tukiopetuksen lisäksi osa-aikaista erityisopetusta. Jos tämä ei ole riittävä tai oppilaan kannalta paras mahdollinen tukimuoto, voidaan oppilas ottaa tai siirtää erityisopetukseen. Silloin oppimäärät ja opetusjärjestelyt sekä muut tukipalvelut määritellään henkilökohtaisessa opetuksen järjestämistä koskevassa suunnitelmassa (HOJKS). Erityisopetus tulee järjestää niin, että oppilaalla on tasavertaiset mahdollisuudet suorittaa oppivelvollisuus yhdessä ikätovereidensa kanssa sekä saavuttaa yleisen oppimäärän mukaiset tavoitteet. Mikäli opetus muun opetuksen yhteydessä ei ole mahdollista tai oppilaan kehityksen kannalta tarkoituksenmukaista, opetus tulee järjestää osittain tai kokonaan erityisopetuksen ryhmässä. Jos oppilas ei tukitoimista huolimatta saavuta yleisen oppimäärän mukaisia tavoitteita, oppimäärä yksilöllistetään. Yksilöllistäminen voi koskea perusopetuksen koko oppimäärää tai yksittäistä oppiainetta. (Opetushallitus 2004, 27–29.)

4 MATEMATIIKAN OPPIMINEN

Oppiminen on monimutkainen prosessi, jota voidaan tarkastella eri näkökulmista. Esimerkiksi oppiminen voidaan nähdä tavoitellun toiminnan tai käyttäytymisen juurruttamisena, aivoihin rakentuvien skeemojen tai muiden rakenneyksiköiden muodostumisena tai sosiaalisen toiminnan ja tavoitteellisuuden tuloksena¹² (Leino 1998). Konstruktivistisesta näkökulmasta tarkasteltuna oppiminen on oppijasta riippuvaista, jolloin opettaja ei voi siirtää tietoa oppilaalle vaan oppilaan täytyy itse aktiivisesti konstruoida uutta tietoa aikaisempien tietorakenteidensa pohjalta.

Ajattelu, kieli ja ymmärtäminen ovat monin tavoin kietoutuneet toisiinsa ja ovat kiinteästi yhteydessä oppimiseen (Leinonen 2003, 56). Jotta olisi mahdollista ymmärtää matemaattista osaamista ja oppimista sekä käsittää ymmärtämisen merkitystä koulumatematiikassa, haluan selvittää tutkimukseni kannalta merkityksellistä käsitteistöä matemaattisen tiedon luonteesta, matemaattisesta ajattelusta ja ymmärtämisestä. Matematiikan oppimisen perustana on matemaattisten käsitteiden hallinta ja ymmärtäminen. Siksi tässä kappaleessa käsitteelen myös käsitteen muodostusta ja käsitteellisen muutoksen ongelmaa. Lopussa käsitteelen matemaattisten taitojen ja lukukäsitteen kehittymistä sekä matematiikan oppimisvaikeuksia.

4.1 Matemaattinen tieto ja ajattelu

4.1.1 Matemaattinen tieto

Tiedonhankinnassa on erotettavissa eri suuntauksia, kuten empirismi¹³ ja rationalismi¹⁴. Psykologisesti tiedon käsite jaetaan usein kahteen eri tyyppiin, jossa jaon perusteena on ollut erottaa toisistaan taidon oppiminen ja tiedon ymmärtäminen. Tämän luokittelun mukaisesti matemaattinen tieto voidaan jakaa proseduraaliseksi tiedoksi eli menetelmätiedoksi (*procedural*

¹² Vrt. behaviorismi, 8.

¹³ Empirismi eli kokemustieto on tietoteoreettinen käsitys jonka mukaan tieto perustuu kokemukseen.

¹⁴ Rationalismi on tietoteoreettinen näkemys, jonka mukaan tiedon lähteenä on ensisijaisesti järki, ei kokemus, dogmi tai usko.

knowledge) ja konseptuaaliseksi tiedoksi eli käsitetiedoksi (*conceptual knowledge*). Molemmat tiedonlajit ovat merkittäviä matematiikan oppimisessa. (Hiebert & Lefevre 1986, 10–13; Hiebert & Carpenter 1992, 67; Pehkonen 2000, 375–380.)

Haapasalo ja Kadjevich (2000) ovat täydentäneet konseptuaalisen ja proseduraalisen tiedon määritelmää todettuaan puutteita käsitteiden määrittelyssä sekä tutkimuksen että käytännön opetustyön kannalta. Erityisesti he ovat halunneet korostaa konseptuaalisen tiedon dynaamisuutta, semanttisuutta ja verkkomaisuutta yksilön tietoisien tietorakenteiden konstruoinnin lisäksi. Esitän tiedonlajien määritelmän Haapasalon ja Kadjevichin modernin tulkinnan mukaan:

Konseptuaalinen tieto on semanttinen verkko, jonka solmujen tulkintaan ja rakentamiseen yksilö kykenee osallistumaan, tiedostaen ja ymmärtäen toimintansa perusteet ja logiikan. Solmut voivat merkitä käsitteitä tai niiden attribuutteja, proseduureja, toimintoja, näkökulmia tai jopa ongelmia. Solmujen ei tarvitse perustua objektiiviseen tietoon, vaan ne voivat olla yksilön omia mentaalisia konstruktioita. Perinteiset staattiset tavat määrittää ja esittää käsitteitä eivät sovi tähän tulkintatapaan, eivätkä ne tue semanttisten rakenteiden muodostumista, esimerkiksi että nelikulmio on neljästä janasta muodostuva suljettu tason murtoviiva tai monikulmio, jossa on neljä kulmaa. Konseptuaalista tietoa ei myöskään voida rakentaa, mikäli semanttisen verkon solmut ja linkit määritellään ulkoapäin ilman, että oppilaalle itselleen tarjoutuu mahdollisuutta rakentaa omia mentaalisia esityksiään. (Haapasalo 2004, 52–53)

Proseduraalinen tieto tarkoittaa dynaamista ja tarkoituksenmukaista sääntöjen, menetelmien tai algoritmien suorittamista hyväksi käyttäen tiettyjä esitystapoja. Tämä tavallisesti edellyttää näiden esitystapojen pohjana olevien tietojärjestelmän loogisen päättelyn sääntöjen ja niitä koskevien teorioiden ja esitysmuotojen ymmärtämistä, mutta ei välttämättä näiden ominaisuuksien tietoista ajattelemista, ainakaan mikäli suoritus on automatisoitunut. Konseptuaalisen ja proseduraalisen tiedon välinen ero on käytännössä vaikeaa ja jopa epätarkoituksenmukaista tehdä juuri muulla perusteella, kuin luonnehtimalla suorituksen automatisoitumista ja sitä, kuinka tietoisesti yksilö perustelee toimintojensa vaiheita. (Haapasalo 2004, 53–54.)

Joutsenlahden (2005, 89) mukaan kaikkea tietoa ei voida luontevasti jakaa konseptuaaliseksi tai proseduraaliseksi tiedoksi. Tällaista tietoa on esimerkiksi ongelmanratkaisussa käytettävät strategiat, joista Joutsenlahti (2005) käyttää nimitystä strategiatiedot. Strategioilla tarkoitetaan toimintoja, joilla yksilö kontrolloi ja ohjaa kognitiivisia prosessejaan monimutkaisissa ongelmissa.

Matematiikassa nämä strategiat ovat matemaattisia käsitteitä, lauseita tai algoritmeja hyödyntäviä menetelmiä. (mt. 89.)

4.1.2 Matemaattinen ajattelu

Matemaattinen ajattelu (*mathematical thinking*) koostuu useasta elementistä ja liittyy niin matemaattiseen ymmärtämiseen, matemaattiseen tietoon kuin matematiikan oppimiseen. Matemaattista ajattelua saatetaan pitää samana asiana kuin looginen ajattelu, mutta aktiivisesti matematiikkaa käyttävältä henkilöltä vaaditaan myös luovaa ajattelua. Matemaattisessa ongelmanratkaisussa nämä kaksi asiaa, looginen ja luova ajattelu, kuuluvat kiinteästi yhteen. (Pehkonen 2005, 375–379.) Matemaattinen ajattelu ei myöskään ole ainoastaan ajatteluprosessi, jota käytetään matematiikan opiskelussa.¹⁵ Matemaattinen ymmärtäminen, matemaattinen tietorakenne ja tiedon luonne – konseptuaalinen tieto ja proseduraalinen tieto – liittyvät läheisesti matemaattiseen ajatteluun. (Hiebert & Lefevre 1986, 9; Pehkonen 2005, 375–380.)

Matemaattinen ajattelu tulee erottaa matematiikan sisällöistä ja tekniikoista, sillä matemaattinen ajattelu ei ole ajattelua matematiikasta. Burtonin (1984, 35–38) mukaan matemaattinen ajattelu muodostuu matemaattisiksi tunnistettavista operaatioista ja prosesseista sekä niihin liittyvästä dynamiikasta (*operations, processes and dynamics of mathematical thinking*). Rice (1992) on puolestaan esittänyt lähtökohdaksi matemaattisen ajattelun käsitteelle ajattelustrategiat, joihin hän laskee kuuluvan luokittelun, lukujonotaidot, analogian muodostamisen, deduktiivisen päättelyn ja ongelmanratkaisutaidot.

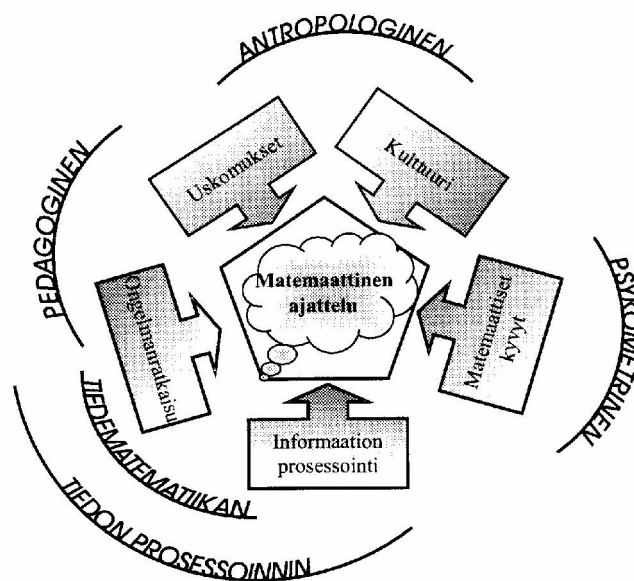
Voidaan todeta, että matemaattisen ajattelun käsitettä käytetään niin kansallisessa kuin kansainvälisessä tutkimuskirjallisuudessa hyvin erilaisissa yhteyksissä tarkemmin puuttumatta sen sisältöön. Tutkijat eivät ole päätyneet yhteneviin mielipiteisiin käsitteen sisällöstä. Stenberg (1996, 303–313) on jakanut matemaattisen ajattelun lähestymistavat seuraaviksi prototyypeiksi:

1. Psykometrinen lähestymistapa (*The psychometric approach*) – tutkitaan matemaattisia kykyjä.
2. Laskennallinen lähestymistapa (*The computational approach*) – tutkitaan matemaattisen tiedon prosessointia ja ongelmanratkaisuprosesseja.
3. Antropologinen lähestymistapa (*The anthropological approach*) – tutkitaan matematiikka kulttuurin näkökulmasta.

¹⁵ Vrt. Dreyfus & Eisenberg 1996, 254.

4. Pedagoginen lähestymistapa (*The pedagogical approach*) – tutkitaan matematiikkaa, opettamis- ja oppimisprosesseja opettamisen näkökulmasta.
5. Matemaattinen lähestymistapa (*The mathematical approach*) – tutkitaan matemaattisen ajattelun piirteitä. (Sternberg 1996, 303–313)

Joutsenlahti (2005, 64) on käyttänyt kohdasta 2 käännöstä tiedon prosessoinnin lähestymistapa, jolloin nimi ei viittaisi ajattelun tietokonemaiseen informaation prosessointiin. Kohdan 5 hän on kääntänyt tiedematematiikaksi erotuksena matematiikan tai koulumatematiikan lähestymistavasta. Tutkimuksessaan Joutsenlahti (2005) on ottanut matemaattisen ajattelun lähtökohdiksi seuraavat viisi näkökulmaa: uskomukset, kulttuuri, matemaattiset kyvyt, informaation prosessointi ja ongelmanratkaisu. Hän on muotoillut seuraavan kuvion kuvaamaan matemaattista ajattelua käsitteellisistä lähtökohdista ja Stenbergin (1996) lähestymistavoista.



KUVIO 1. Käsitteelliset lähtökohdat ja Stenbergin (1996) lähestymistavat matemaattiseen ajatteluun (Joutsenlahti 2005, 65).

Toisella vuosiluokalla olevien oppilaiden matemaattinen ajatteluun vaikuttavat merkittävästi opettajan kautta välittyvät uskomukset ja opetusjärjestelyt. Matemaattinen ajattelu on oppilaan metakognitioidensa ohjaamaa proseduraalisen, konseptuaalisen ja strategiatiedon prosessointia, jossa oppilas yhdistää ja järjestää tietoverkkoaan (Joutsenlahti 2005, 103). Oppilaan matemaattisen

osaamisen piirteiden (ks. sivu 28) kehittäminen tukee oppilaan matemaattisen ajattelun kehittymistä. Joutsenlahden (2005, 68) mukaan oppilaiden matemaattista ajattelua ei voida havainnoida suoraan työskentelyn perusteella, vaan matemaattinen ajattelu ilmenee koulumatematiikassa pääasiassa kahdessa prosessissa: uusien käsitteiden oppimisessa ja ongelmien ratkaisujen yhteydessä.

4.1.3 Matemaattinen ymmärtäminen

Matemaattinen ymmärtäminen (mathematical understanding) on matemaattiseen ajatteluun keskeisesti liittyvä käsite (Hiebert & Carpenter 1992, 67). Ymmärtämistä voidaan luokitella useista eri lähtökohdista ja ymmärtämisessä on erotettavissa hierarkkisia vaiheita, jotka muodostavat monimutkaisesti kehittyvän prosessin. Matemaattinen ymmärtäminen on osoitusta oppilaan konseptuaalisen tiedon hallinnasta. (Joutsenlahti 2005, 84, 103) Kansainvälisten tutkimusten kohteena on erityisesti ollut se, miten ymmärtäminen näkyy ongelmanratkaisutaidoissa. Tutkimukseni kannalta on merkityksellistä tuoda esille, että ymmärtämisellä on keskeinen asema matematiikan oppimisen, konseptuaalisen tiedon rakentumisen lähtökohtana.

Ymmärtäminen voidaan käsittää prosessina, joka yksilöllisesti tarkasteltuna kiinnittyy tiettyyn henkilöön, tarkasteltavaan matemaattiseen sisältöön ja erityiseen ympäristöön. Kun matemaattinen idea, menetelmä tai tosiasia on osa henkilön sisäistä tietorakennetta, voidaan puhua ymmärtämisestä. (Hiebert & Carpenter 1992, 67.) Ymmärtäminen voidaan nähdä myös potentiaalisena kykynä tehdä sellaisia tiettyyn aiheeseen liittyviä ajattelua vaativia toimintoja kuten selittämistä, todisteiden löytämistä, yleistämistä, soveltamista, analogioiden löytämistä ja käsitellyn aiheen esittämistä toisella tavalla. Edellä mainitut ajattelua vaativat toiminnot tulisi huomioida koulumatematiikassa. Koulun matematiikan opetuksella tähdätään sekä laskuvalmiuksien saamiseen että ymmärtämiseen. Kummankaan opettaminen yksistään ei riitä, sillä ymmärtäminen ei kasva paljon laskemisen tuloksena eikä laskutaito kehity itsestään ymmärryksen lisääntyessä. (Joutsenlahti 2005, 84).

Toisella vuosiluokalla oleva oppilas on Piaget'n kehitysvaiheteorian mukaan (ks. sivu 16) konkreettisten operaatioiden vaiheessa, jolloin ymmärtäminen on yhä sidoksissa konkreettisiin asioihin. Edellä esitetyt ajattelua vaativat toiminnot kehittyvät matemaattisten käsitteiden lisääntyessä ja sisäistyessä osaksi oppilaan tietorakenteita. Vaikka toisen vuosiluokan oppisisällöt

keskittyvät uusien käsitteiden ja proseduraalisten taitojen hallintaan, tulisi matemaattinen ymmärtäminen nähdä osana kouluoppimisessa ja lapsen matemaattisten taitojen kehittämisessä.

4.2 Matemaattisten taitojen kehittyminen ja lukukäsite

Lapsen ensimmäiset kouluvuodet ovat merkittäviä lapsen matemaattisten taitojen kehittymisen kannalta. Jotta lapsi pystyisi kehittämään matemaattista osaamistaan, on rakennettava kestävä perusta matemaattiselle ajattelulle. Keskeiset käsitteet on ymmärrettävä hyvin jotta ne voivat toimia pohjana myöhemmälle oppimiselle (Risku 2002, 115). Käsitteiden tunnistaminen, omaksuminen ja hallinta ovat ajattelun kehittymisen perusta sekä edellytys kommunikoinnille ja oppimiselle.¹⁶ Käsitteiden hallinnalla on merkittävä asema ihmisen ajattelussa ja niiden avulla lapselle muotoutunut tietomaailma vaikuttaa hänen kykyynsä tulkita ympäristöään ja luoda omaa maailmankuvaansa. (Leinonen 2003, 57; Hartikainen ym. 2001, 77).

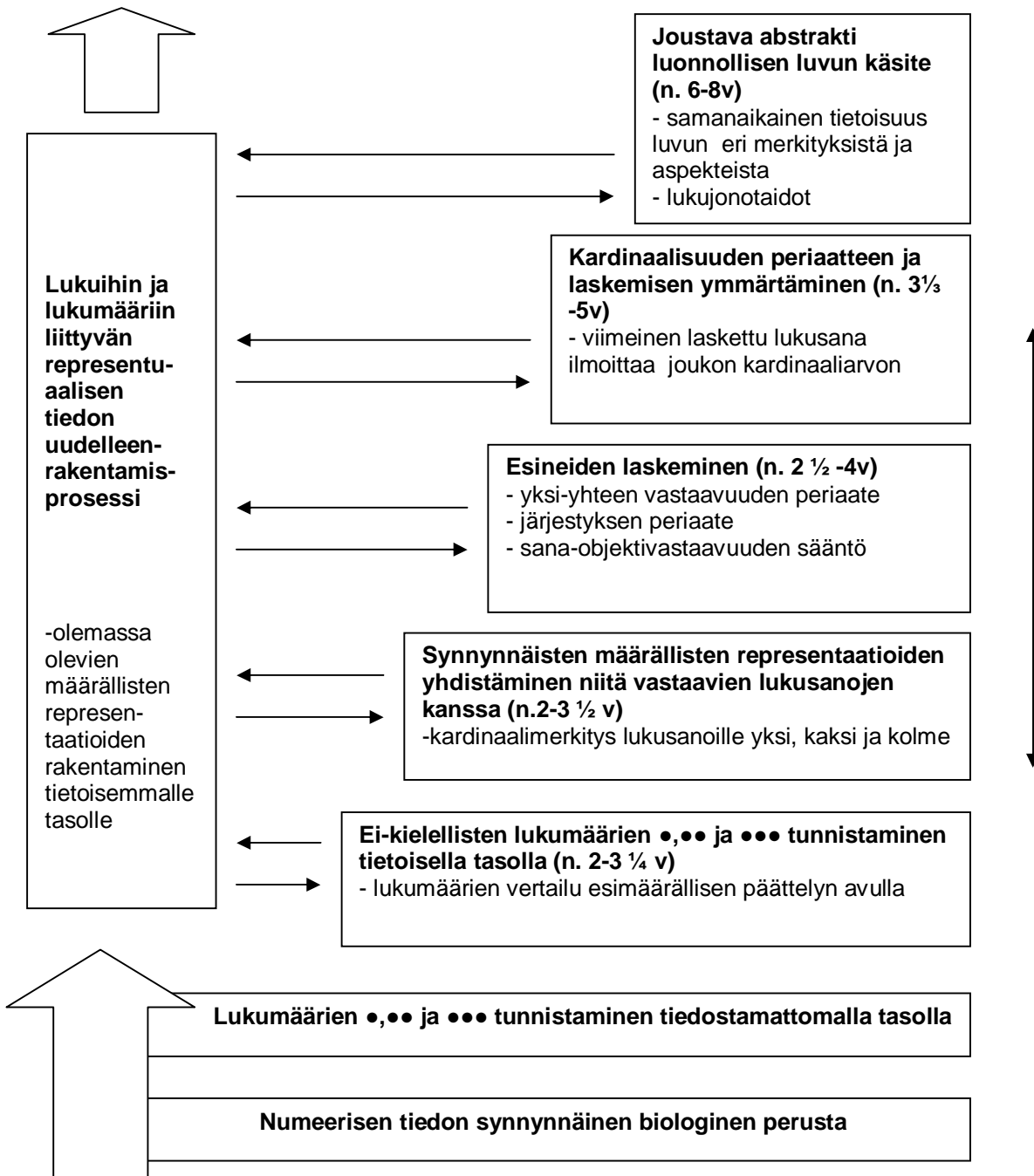
Omaksuessaan uutta käsitettä lapsi tulkitsee uutta tietoa aineista aiemmin koetun ja ymmärretyn tietorakenteensa kautta¹⁷ (Risku 2002, 77). Taipumus jäsentää ympärillä olevaa maailmaa ja ilmiöitä ymmärrettävään muotoon on lapselle tyypillistä jo hyvin varhaisessa iässä. (esim. Hatano & Inagaki 1998, 111–115; Leinonen 2003, 56–67.) Lapsi konstruoi oman henkisen toimintansa avulla ajattelun rakenteitaan ja ajan myötä käsitteen ominaisuuksien havaitseminen ja tulkinta täsmentyy ja käsitteet alkavat vastata yhteisön vakiintuneita käsittemerkityksiä (Hartikainen ym. 2001, 77).

Vaikka oppiminen tapahtuu aikaisempien käsitteiden ja aikaisemmin opitun varaan, ei oppiminen kuitenkaan aina johda olennaisiin muutoksiin niissä käsitteissä, joiden varassa yksilö tulkitsee ja hahmottaa ympäristöään ja ymmärtää ja selittää eri ilmiöitä. Käsitteellisen muutoksen ongelmaksi kutsutaan sitä, kun ihminen on taipuvainen suojelemaan teorioitaan rakentamalla todistuksia uudelle tiedolle omille käsityksilleen sopivalla tavalla. Ristiriitainen tieto omaksutaan osittamalla tietoa ja tekemällä vain pieniä paikallisia muutoksia ajatusmalleihin. Tieto omaksutaan irrallisina osina, jolloin ratkaisumallien soveltaminen uusissa tilanteissa ei ole mahdollista (mm. Merenluoto 2002; Hakkarainen ym. 2005, 87–88.)

¹⁶ Ks. käsitteiden muodostus L.S. Vygotsky 1982.

¹⁷ Vrt. konstruktivismi, 10.

Luvulla on monta ulottuvuutta. Lukusanan lisäksi luku tarkoittaa myös numeromerkintää sekä konkreettista lukumäärää. Lukukäsite on keskeinen käsite ja perusta lapsen matemaattisten taitojen kehittämisessä.¹⁸ Luvun ymmärtäminen edellyttää, että lapsi on luonut itselleen mielikuvan luvusta.



KUVIO 2. Numeerisen tiedon ja taidon hierarkkinen rakentuminen (Mattinen 2006, 33).

¹⁸ Ks. Hautamäki & Kuusela, 2004; Wright 2006.

Lukukäsitettä edustavaa luvun mielikuvaa lapsi käyttää apunaan päätellessään ja ratkaistessaan matemaattisia ongelmia. Mattisen (2006, 32) mukaan lapsen lukukäsitteen muodostumisessa, numeerisen tiedon ja taidon kehittämisessä korostuu sen hierarkkinen luonne. Prosessin lähtökohtana on ihmisen synnynnäinen kyky tunnistaa pieniä lukumääriä. Lapsen tiedostamattoman käsityksen muuttuminen tietoiseksi lukukäsitteeksi etenee vaihe vaiheelta. (Brysbaert 2005, 23–25) Luonnollisen luvun käsitteen kehittyminen on pitkä ja moniaiheinen prosessi, joka vie aikaa ja edellyttää lapselta systemaattista harjoittelua ja harjaantumista. Mattinen (2006, 32–33) on esittänyt seuraavasti lapsen lukukäsitteen ja numeerisen tiedon ja taidon hierarkkisesta rakentumisesta (kuvio 2).

Matematiikan alkeiden oppiminen perustuu jo ennen kouluikää hankituille lukumäärän ymmärtämisen ja luettelemalla laskemisen taidoille. Matematiikan oppiminen on aikaisemman opitun varaan rakentuva hierarkkinen taito. Lapselle kehittyvät 0–2 -vuotiaana esikielelliset matemaattiset kyvyt. Lapsella on jonkinlainen käsitys lukumäärästä tiedostamattomalla tasolla, jolloin lapsi ei vielä osaa laskea. He pystyvät erottelemaan pieniä lukumääriä sekä näkö- että kuuloärsykkeiden avulla. (Ahonen ym. 1998, 183–186; Brysbaert 2005; 23–28 Hartikainen ym. 2001, 84; Mattila 2006, 32–33)

Varhaiset numeeriset taidot kehittyvät noin 2–4 -vuotiaana. Lapsi oppii yhdistämään lukumäärän ja lukusanan, hänellä on ymmärrys lukukäsitteestä ja sen kardinaalimerkityksestä pienillä luvuilla 1–3. Lapsi pystyy myös havaitsemaan muutoksia pienissä lukumäärissä. Pienten lasten lukumäärien vertailu perustuu esineryhmistä muodostuvaan visuaaliseen mielikuvaan. Tällaista mielikuvaa havainnollistaa lasten virhekäsitys siitä, että ryhmässä, jossa esineet ovat lähempänä toisiaan, niitä on vähemmän. (Ahonen ym. 1998, 183–186; Hartikainen 2001, 84–85; Mattila 2006, 32–33.) Kehitysvaiheelle tyypillinen yksi yhteen -vastaavuus on yhtenevä Piaget'n teorian (1965) kanssa. Taidon hallintaa kuvaa lapsen kyky huomata, että kymmenen autoa on sama määrä kuin kymmenen jäätelöä. (esim. Vilenius-Tuohimaa 2005, 42)

Luonnolliset aritmeettiset taidot kehittyvät 3–7 -vuotiaana. Lukukäsite selkiytyy ja lapsi ymmärtää kardinaali-¹⁹ ja ordinaaliperiaatteet.²⁰ Numerojärjestelmän oppimisessa ja yksinkertaisten laskuoperaatioiden suorittamisessa keskeistä on luettelemalla laskemisen taito. Tällöin lapsen tulee jo ymmärtää yksittäisten numeroiden nimiä sekä niiden oikean järjestyksen. Tämän opittuaan lapsi

¹⁹ Kardinaalisuus eli perusluku (esim. yhdeksän).

²⁰ Ordinaalisuus eli järjestysluku (esim. yhdeksäs).

ei ole enää sidoksissa pelkkään visuaaliseen mielikuvaan. Luettelemalla laskiessa lapsen tulee pystyä yhdistämään lukusana kuhunkin kappaleeseen ja ymmärtää, että viimeinen lukusana vastaa myös esineiden kokonaismäärää. (Ahonen ym. 1998, 183–186; Mattila 2006, 32–33.)

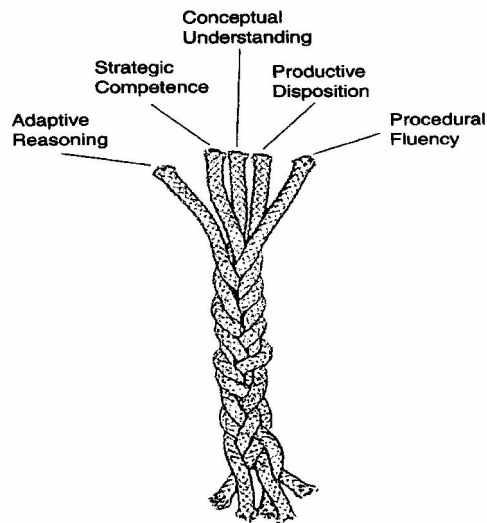
Formaalit matemaattiset taidot alkavat kehittyä 6/7 -vuotiaasta eteenpäin. Ulkoisen puheen avulla suoritettu luettelemalla laskeminen automatisoituu harjoittelun myötä ja muuttuu lapsen sisäiseksi puheeksi ja sisäistyy muistirakenteiksi sekä automatisoituu nopeaksi mieleenpalauttamiseksi. Mattila (2006, 33) on käyttänyt termiä joustava abstrakti luonnollisen luvun käsite kuvatessaan tyypillisiä piirteitä lapsen lukukäsitteen kehityksessä noin 6–8 -vuotiaana. Kehitysvaiheelle tyypillinen piirre on lukujonotaitojen kehittyminen ja ymmärrys luvun eri merkityksistä. (Ahonen ym. 1998, 183–186; Mattila 2006, 32–33.)

4.3 Matemaattisen osaamisen piirteet

Matematiikan asiantuntemuksen, pätevyuden, tiedon ja valmiuksien aspektien kiteyttäminen tiettyyn käsitteeseen on haasteellista. Kilpatrick, Swafford ja Findell (2001) käyttävät termiä *mathematical proficiency*, jonka Joutsenlahti (2005) on suomentanut ”matemaattinen osaaminen”, kuvaamaan matematiikan eri osa-alueiden monipuolista hallintaa. Kilpatrickin ym. (2001) mukaan matemaattinen osaaminen koostuu viidestä komponentista:

- **käsitteellinen ymmärtäminen** (conceptual understanding) – *matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja suhteiden käsittäminen*
- **proseduraalinen sujuvuus** (procedural fluency) – *taito käyttää menetelmiä joustavasti, huolellisesti ja tarkoituksenmukaisesti*
- **strateginen kompetenssi** (strategic competence) – *kyky muodostaa, esittää ja ratkaista matemaattisia ongelmia*
- **mukautuva päättely** (adaptive reasoning) – *johdonmukaisen ajattelun, reflektoinnin, selittämisen ja todistamisen taito ja*
- **tuottelias luonne eli yritteliäisyys** (productive disposition) – *kyky nähdä matematiikka merkityksellisenä ja kannattavana yhdistettynä omaan ahkeruuteen ja tehokkuuteen*

Kuvio 3 havainnollistaa sitä, kuinka matemaattisen osaamisen piirteet eivät ole itsenäisiä vaan ne ovat riippuvaisia toisistaan. Piirteet ovat kietoutuneet yhteen muodostaen monimutkaisen kokonaisuuden.



KUVIO 3. Matemaattisen osaamisen viisi piirrettä. (Kilpatrick ym. 2001, 117.)

Käsitteellisellä ymmärtämisellä tarkoitetaan oppilaan kykyä käyttää yhtenäisesti ja tarkoituksenmukaisesti matemaattista tietoa eri tilanteissa. Käsitteellisesti ymmärtävä oppilas tietää enemmän kuin vain erillisiä faktoja ja menetelmiä. Hän ymmärtää miksi tietty matemaattinen idea on tärkeä sekä millaisissa tilanteissa ja yhteyksissä ne ovat käyttökelpoisia. Oppilas myös tietää käsitteiden väliset yhteydet sekä kykenee liittämään uusia käsitteitä hyvin organisoituun tietorakenteeseensa. Käsitteellinen ymmärtäminen ei tarkoita, että oppilas osaisi heti ilmaista käsitteiden välisiä yhteyksiä verbaalisesti, vaikka opettajat usein näin olettavatkin. Usein oppilas ymmärtää käsitteen ennen kuin hän pystyy ilmaisemaan sen kielellisesti.²¹ (Kilpatrick ym. 2001, 118–119.)

Proseduraalinen sujuvuus viittaa proseduurien, menetelmätapojen hallintaan, miten ja missä tilanteissa niitä käytetään tarkoituksenmukaisesti, täsmällisesti ja toimivasti. Proseduraalinen sujuvuus tukee käsitteellistä ymmärtämistä, sillä esimerkiksi rationaalilukujen ja paikkajärjestelmän ymmärtäminen ei onnistu ilman niihin liittyvien proseduurien hallintaa. Jos taas oppilas on näennäisesti oppinut jonkin proseduurin ilman käsitteellistä ymmärrystä, hän ei ymmärrä miten proseduuuri toimii ja mitkä syyt vaikuttavat käsitteen takana. Oppilaan tulee siis saavuttaa riittävä proseduraalinen sujuvuus ymmärtääkseen useimpia matemaattisia käsitteitä.

²¹ Ks. konseptuaalinen tieto, sivu 21.

(Kilpatrick ym. 2001, 121–122.) Proseduraalinen sujuvuus voidaan yleistää laskemistaidoksi, jolloin oppilas hallitsee matemaattisia proseduureja joustavasti ja tarkoituksenmukaisesti.²² (Kilpatrick ym. 2002, 9.)

Strateginen kompetenssi viittaa kykyyn muodostaa matemaattisia ongelmia, esittää ja ratkaista ne. Tämä matemaattisen osaamisen komponentti tunnetaan kognitiotieteessä ja matematiikkaa koskevassa kirjallisuudessa nimellä ongelmanratkaisu ja ongelmanmuodostus (*problem solving and problem formulation*). (Kilpatrick ym. 2001, 124.) Strateginen kompetenssi ilmenee tietojen ja taitojen soveltamisena, jossa oppilas osaa muotoilla ongelmia matemaattisesti ja keksii ratkaisustrategioita käyttämällä tarkoituksenmukaisesti matemaattisia käsitteitä ja proseduureja. (Kilpatrick ym. 2002, 9.) Koulun matematiikan opetuksessa esiintyvät ongelmat ovat usein muotoiltu niin, että ongelma on valmiiksi annettu. Oppilaan tehtäväksi jää vain laskutoimituksen ratkaiseminen. Tällaisen tehtävän ratkaiseminen ei vaadi oppilaalta ongelmanmuodostustaitoa. Arkielämässä oppilas kohtaa tilanteita, joissa hänen täytyy itse muodostaa ongelma ja ratkaista se matematiikkaa käyttäen. Siksi olisikin tärkeää harjoitella ongelmanmuodostus- ja ongelmanratkaisutaitoa jo koulussa. Strateginen kompetenssi tukee niin käsitteellistä ymmärtämistä kuin proseduraalista sujuvuutta, sekä päinvastoin. (Kilpatrick ym. 2001, 124–127.)

Mukautuva päättely viittaa kykyyn ajatella loogisesti eri käsitteiden ja tilanteiden välisistä suhteista. Matematiikassa mukautuva päättely on liima, joka pitää kaiken kasassa ja ohjaa oppimista. Oppilas kykenee mukautuvaan päättelyyn, jos hänellä on riittävä tietopohja, tehtävä on ymmärrettävä ja motivoiva sekä konteksti on tuttu ja mukava. Oppilas käyttää mukautuvaa päättelyä sovittaessaan yhteen faktat, proseduurit, käsitteet ja ratkaisumenetelmät järkevällä tavalla. Mukautuva päättely on vuorovaikutuksessa muiden komponenttien kanssa, erityisesti ongelmanratkaisussa, jossa oppilas turvautuu strategiseen kompetenssiin muodostaakseen ja esittääkseen matemaattisen ongelman ja käyttää heuristisia lähestymistapoja, jotka saattavat auttaa ratkaisustrategian löytämisessä. Strategian valinnan perustelun täytyy kuitenkin tapahtua mukautuvan päättelyn avulla. (Kilpatrick ym. 2001, 129–133.) Kielentäminen on yksi mukautuvan päättelyn ilmentymä.

Yritteliäisyys viittaa oppilaan kykyyn nähdä matematiikka mielekkäänä ja järkevänä, sekä ymmärtää sen hyödyllisyyden. Yritteliäs oppilas näkee pitkäjänteisen matematiikan opiskelun kannattavana. Hän

²² Ks. proseduraalinen tieto, 21–22.

pitää itseään tehokkaana matematiikan oppijana ja käyttäjänä. Oppilas uskoo, että matematiikka on ymmärrettävää ja käyttökelpoista. Yritteliäisyys kehittyy muiden matemaattisen osaamisen komponenttien kehittyessä ja tukee niiden muodostumista. Esimerkiksi ei-rutiiniomaisten matemaattisten ongelmien ratkaiseminen lisää oppilaan strategista kompetenssia, jolloin oppilaan asenteet ja uskomukset itsestään matematiikan oppijana muuttuvat myönteisemmiksi. Kun oppilas kokee matematiikan oppimisen mielekkäänä, kehittyvät sen myötä muut matemaattisen osaamisen komponentit. (Kilpatrick ym. 2001, 131–132.) Tähän komponenttiin sisällytän oppilaan matematiikkakuvan.

4.3.1 Matematiikkakuva

Käsitteellä matematiikkakuva (*View of mathematics*) haluan tutkimuksessani kuvata niitä subjektiivisia käsityksiä ja uskomuksia, joita yksilöllä on matematiikasta. Pehkonen (1998) on kuvannut artikkelissaan ”On the Concept Mathematical Belief” matematiikkakuvaa (*view of mathematics*) neljänä osa-alueena:

1. uskomukset matematiikan luonteesta (*beliefs about mathematics*)
2. uskomukset itsestä matematiikan parissa (*beliefs about oneself as a user of mathematics*)
3. uskomukset matematiikan opettamisesta (*beliefs about mathematics teaching*)
4. uskomukset matematiikan oppimisesta (*beliefs about mathematics learning*)

(Pehkonen 1998, 47.)

Uskomuksiin matematiikan luonteesta sisältyvät muun muassa käsitys matematiikasta kouluaineena sekä käsitys matemaattisen tiedon synnystä. Uskomuksiin itsestä matematiikan parissa kuuluvat käsitykset itsestä ongelmanratkaisijana ja olettaus omista matemaattisista taidoista. Uskomukset matematiikan opettamisesta sisältävät käsitykset matematiikan opettamisen luonteesta, opettajan roolista matematiikan opetuksessa ja oppimisessa sekä siitä kuinka matematiikan opetus tulisi järjestää. Uskomuksiin matematiikan oppimisesta kuuluvat muun muassa käsitykset siitä, kuinka oppiminen tulisi järjestää, millainen rooli oppijalla on ja kuinka itsenäistä otetta oppimiseen oppilaalta odotetaan. (Pehkonen 1998, 48.)

Matematiikkakuvan jako neljään osa-alueeseen on kuitenkin keinotekoinen, sillä useat uskomusten piirteistä menevät päällekkäin ja voivat kuulua useampaan pääkomponenttiin (Pehkonen 1999, 121). Matematiikkakuvan osa-alueet vaikuttavat toisiinsa ja ne ovat jaettavissa aina pienempiin

osiin (Pehkonen 1998, 48). Pietilä (2002, 23–24) on puolestaan määritellyt tutkimuksessaan matematiikkakuvan muodostuvan yksilön subjektiivisesta tiedosta ja tunteista, joihin liittyvät hänen asenteensa, uskomuksensa ja käsityksensä matematiikasta. Pietilä on tiivistänyt matematiikkakuvan kahteen komponenttiin, jotka rakentuvat tiedosta, tunteesta, uskomuksista, käsityksistä ja asenteista:

1. Kuva itsestä matematiikan oppijana ja opettajana
2. Kuva matematiikasta ja sen oppimisesta ja opettamisesta

Kuva itsestä matematiikan oppijana ja opettajana sisältävät oppilaan matematiikkaan liittyvät tavoitteet ja motiivit, tunteet matematiikkaa kohtaan sekä arvion omista kyvyistä matematiikan oppimisessa. Kuva matematiikasta ja sen oppimisesta ja opettamisesta sisältävät käsityksiä mitä ja minkälaista matematiikka on sekä miten matematiikkaa opitaan ja opetetaan.

Merkittävä vaikutus matematiikkakuvan muodostumisessa on oppilaan omilla onnistumisen ja epäonnistumisen kokemuksilla. Matematiikkakuva vaikuttaa oppilaan asenteeseen matematiikan oppimista kohtaan ja sen myötä oppimisprosessiin. Matematiikkakuva on tutkimuksessani yksi matemaattisen osaamisen osa-alue, johon sisältyy matemaattisen pätevyyden piirre yritteliäisyys (ks. sivu 29).

4.3.2 Yhteenveto matemaattisen osaamisen piirteistä

Edellä matemaattisen osaamisen piirteitä on tarkasteltu erillisinä osina, mutta kuten aikaisemmin jo todettiin, komponentit ovat yhteydessä toisiinsa ja onnistunut oppiminen edellyttää kaikkien osa-alueiden kehittymistä samanaikaisesti. Matemaattisen osaamisen kehittyminen vie aikaa ja vaatii harjoittelua. Opettajalle on haasteellista huomioida kaikki osa-alueet erityisesti esi- ja alkuopetuksessa, ei vain painottaa muutaman komponentin kehittymistä. Tärkeänä osana matemaattisten taitojen kehittymistä on oppilaan matematiikkakuva. Joutsenlahti (2005) on tutkimuksessaan korvannut Kilparickin ym. (2001) matemaattisen osaamisen yritteliäisyyden piirteen matematiikkakuvalla. Tässä tutkimuksessa matematiikkakuva kuuluu matemaattisen osaamisen yritteliäisyyden piirteeseen.

Matemaattisen osaamisen piirteiden kehittyminen tukeutuu toisiin osa-alueisiin. Tämänhetkisten tutkimusten mukaan erityisesti käsitteellinen ymmärtäminen ja proseduraalinen sujuvuus toimivat kiinteässä vuorovaikutuksessa. Kun oppilaan käsitteellinen ymmärtäminen kehittyy, matemaattisten

proseduurien muistaminen ja käyttö helpottuu uusia matemaattisia ongelmia ratkaistaessa. Proseduurien käytön automatisoituessa oppilas kykenee näkemään matemaattiset ongelmat uusista näkökulmista ja suoriutumaan uudenlaisista ongelmista. Käyttäessään proseduureja, oppilas pohtii proseduurin toimintaperiaatetta, mikä vuorostaan lujittaa jo olemassa olevaa käsitteellistä ymmärrystä. (Kilpatrick ym. 2001, 133–134.)

4.4 Matematiikan oppimisen vaikeudet

Tutkimukset ovat osoittaneet, että joillekin lapsille matemaattisten taitojen omaksuminen on erityisen hankalaa, jopa mahdotonta. Joissain tapauksissa näitä oppimisen vaikeuksia ei ole voitu selittää sosiaalisilla tai motivaatioon liittyvillä tekijöillä, jolloin voidaan olettaa, että oppimisvaikeuden taustalla on aivojen toiminnallinen tai rakenteellinen poikkeama. (Räsänen & Ahonen 2004, 275.) Matematiikan oppimisvaikeuksia on tarkasteltu useista eri lähtökohdista, kuten esimerkiksi yksilöllisten kykyjen erottelun näkökulmasta, neurologisesta näkökulmasta tai kehityksellisestä näkökulmasta (esim. Lehtinen & Kinnunen 1993). Muun muassa Butterworthin (2005, 455) mukaan matematiikan oppimisen vaikeudet ovat seurausta yksittäisestä häiriöstä tai vammasta tai mahdollisesti kyseessä voi olla useamman häiriön kombinaatio. Vaikeimpiin matematiikan oppimisen vaikeuksiin liittyy usein muita kognitiivisia vaikeuksia, joista johtuen lapsi ei kykene käyttämään ajattelunsa kehittämiseksi määrien ja suhteiden kuvastamis- ja toiminnallistamistapoja (Butterworth 2005, 455–456; Räsänen 1999, 332, 358). Tutkimukseni kannalta ei ole tarkoituksenmukaista erotella oppimisvaikeuksiin vaikuttavia neurologisia poikkeavuuksia tai sairausluokituksia, vaan tuoda esille ne matematiikan osa-alueet, joissa oppimisvaikeuksia yleisimmin esiintyy, sekä pohtia miten oppimateriaali tukee oppilaan lukukäsitteen kehittymistä.

Kehityksellinen dyskalkulia (*developmental dyskalkulia*) on vasta viimeaikoina vakiintunut oppimisvaikeuksia käsittävään kirjallisuuteen, sillä matematiikan oppimisvaikeuksien tutkimus on kansainvälisesti vielä melko nuorta. Ensimmäisiä numeroiden ja aritmetiikan oppimista tutkimuksia tehnyt tshekkoslovakialainen Ladislav Kosc käytti kuitenkin jo vuonna 1974 tutkimuksissaan termiä kehityksellinen dyskalkulia (Butterworth 2005, 457). Kehityksellisellä dyskalkulialla tarkoitetaan synnynnäistä kehityksen aikana ilmenevää kognitiivista laskemisen erityisvaikeutta muuten päättelykyvyltään normaalitasoisella lapsella. Viimeisimpien tutkimusten mukaan on todettu, että kehityksellinen dyskalkulia on pääsääntöisesti perinnöllinen häiriö ja sitä esiintyy

tutkimusaineistosta riippuen noin 3–7% väestöstä (Butterworth 2005; Gross-Tsur, Manor & Shalev 1996; Sjöberg 2006).

Dyskalkuliaa pidetään nykyisten tutkimusten valossa pysyvänä, riippuen matemaattisten ongelmien vaikeudesta ja liitännäisoireista. Sen pysyvyys tai häviäminen ei ole riippuvainen sukupuolesta, muiden oppimisvaikeuksien esiintymisestä tai oppimisvaikeuksien hoidosta. Joillakin lapsilla dyskalkuliaan liittyy myös muita häiriöitä, mikä on myös yksi selittävä tekijä sille, että erityinen matematiikan oppimisvaikeus on jäänyt usein huomaamatta. (Butterworth 2005, 456–457.) Keskimäärin joka viidennellä dyskalkulia -lapsella esiintyy myös dysleksiaa²³ eritasoisena. Tarkkaavaisuuden ongelmia on todettu keskimäärin neljänneksellä matematiikkahäiriöisellä lapsella.

Matematiikan oppimisen vaikeuksia voidaan määritellä yleisellä tasolla aritmeettisten taitojen häiriönä, kuten ongelmina peruslaskutoimituksissa (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskussa), allekkainlaskuissa, sanallisissa tehtävissä ja ongelmanratkaisussa (Räsänen 1999, 332). Esimerkiksi Geary (1993) on jakanut matematiikan oppimisvaikeudet kolmeen alatyypin. Ensimmäisen alatyypin mukaan vaikeudet matematiikassa ovat seurausta semanttisen muistin vaikeuksista, jolloin lapsen on vaikea oppia aritmeettisiä faktoja tai palauttaa niitä muistista. Toinen alatyypissä, proseduraalisessa vaikeudessa lapsen on työlästä muistaa erilaisten laskutoimitusten algoritmeja. Kolmannessa alatyypissä lapsilla on vaikeutta numeerisen tiedon järjestämisessä ja ymmärtämisessä johtuen visuospatiaalisista vaikeuksista. Lähes kaikissa lasten matemaattisissa oppimisvaikeuksissa yhteistä on aritmeettisten faktojen muistamiseen, opetuksen ja kokemuksen kautta hankittuun tietoon luvuista ja laskuoperaatioista, liittyvät vaikeudet (esim. Mentula 2002; Temple 1998). Kehityksellistä dyskalkuliaa pidetäänkin useissa tutkimuksissa aritmeettisten faktojen hallinnan vaikeuden seurauksena (Temple 1998).

²³ Dysleksia eli lukihäiriö on neurologisista tai neurobiologisista syistä johtuva häiriö, joka aiheuttaa vaikeuksia lukemisessa kuulemisessa ja kirjoittamisessa.

5 TUTKIMUSTEHTÄVÄT

MOT -hankkeen myötä olemme määrittäneet yhteiset tutkimustehtävät. Lisäksi olen muotoillut oman tutkimustehtävän omien intressien ohjaamana. Tutkimustehtävät ovat:

1. **Miten matematiikan opettajanoppaat ja niihin liittyvä lisämateriaali tukevat oppilaan matemaattisen osaamisen (mathematical proficiency) piirteiden kehittymistä?** Tämän tutkimustehtävän kohdalla aineistoa on tarkasteltu kvalitatiivisesti.
2. **Millaisia ovat oppimateriaalin harjoitustehtävät?** Tämän tutkimustehtävän kohdalla luokittelun tukena olen käyttänyt kvantitatiivista SPSS -tilasto-ohjelmaa. Tehtävät on luokiteltu kognitiivisen vaativuuden perusteella LY-, YS- ja SA- tasoihin sekä tehtävyytyyppeihin. Lisäksi luokittelussa on huomioitu ovatko tehtävät avoimia vai suljettuja.
3. **Miten oppimateriaali vastaa valtakunnallisen perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin?** Tämän tutkimustehtävän kohdalla aineistoa on tarkasteltu kvalitatiivisesti.
 - 3.1 **Mitä valtakunnallisessa opetussuunnitelmassa esitettyjä matematiikan osa-alueita kirjasarjat painottavat?**
4. **Mitä yksilöllistettyyn matematiikan opetukseen tarkoitetut harjoitustehtävät sisältävät?** Tämän tutkimustehtävän kohdalla olen tutkinut aineistoa kvalitatiivisesti ja tarkastellut kirjojen sisältöjä verraten niitä saman kustantajan yleisopetuksen kirjaan.
 - 4.1 **Mitä valtakunnallisen opetussuunnitelman perusteiden matematiikan tavoite- ja sisältönormeja kirjoissa on huomioitu?**

6 TUTKIMUKSEN ETENEMINEN

Tässä kappaleessa tuon esille tutkimuksen etenemisen vaiheita ja tutkimusmenetelmiä. Lopussa selvennän tutkimuksen aineiston luokittelun perusteita.

Oppimateriaalin tarkoitus on toimia oppimisen apuvälineenä ja tukea monipuolisesti oppilaan matematiikan oppimista toteuttaen perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden sisältö- ja tavoitenormeja. Oppimateriaali antaa oppilaalle käsitykset oppiaineen sisällöstä ja tärkeänä pidettävistä aihekokonaisuuksista. (ks. sivu 5) Opetuksessa hyödynnetään oppimateriaalia, erityisesti oppikirjoja lähes kaikissa opetettavissa aineissa. Tutkimusten mukaan opetus pohjautuu oppimateriaalin sisältöihin enemmän kuin opetussuunnitelmaan (ks. sivut 12–13), jolloin oppikirjojen sisällöllä on huomattava merkitys suomalaisessa koulukulttuurissa ja oppimiskäytänteissä.

Tutkimukseni keskeisimpänä tavoitteena oli selvittää mitä toisen luokka-asteen matematiikan oppilaan kirjat ja opettajan oppaat pitävät sisällään. Tarkastelun kohteena ovat kolmen eri kustantajan matematiikan kirjasarjan opettajan oppaat ja oppilaan kirjan tehtävät sekä kahden kustantajan erityisopetukseen suunnatut oppilaan kirjat. Halusin selvittää tiettyjen kriteerien valossa mitä kirjojen tekijät painottavat matematiikan opetuksessa ja oppimisessa sekä millaisia oppilaan kirjan tehtävät ovat ja miten ne osaltaan tukevat matemaattisen osaamisen kehitystä. Matematiikan oppimateriaalin tutkimus -hankkeen myötä valmistuu pro gradu työ jokaista alakoulun luokka-astetta kohden. MOT -hankkeen myötä on mahdollisuus saada kokonaiskuva kaikkien luokka-asteiden matematiikan kirjasarjojen tilasta.

6.1 Tutkimusmenetelmät ja tutkimusmetodi

Metodikirjallisuudessa laadullisen tutkimuksen käsitettä on määritelty kirjavasti. Tuomen & Sarajärven (2002, 16–17) mukaan laadullisen tutkimuksen tarkoituksena on tutkia kohdetta

kokonaisvaltaisesti. Pyrkimyksenä on löytää enemmän uutta tietoa kuin todentaa jo olemassa olevia väittämiä. Laadullista tutkimusta on kuvattu usein vastakkainasetteluna määrälliselle tutkimukselle. Muun muassa Tuomi & Sarajärvi (2002) perustelevat vastakkainasettelun turhaksi ja osoittavat, että tutkimuksessa voidaan yhdistää sekä laadullisia että määrällisiä menetelmiä. Hirsijärven ym. (2004, 127) mukaan eri tutkimusmenetelmät rinnakkain käytettynä täydentävät toisiaan ja laskennallisten tekniikoiden avulla laadullisen tutkimuksen tuloksia voidaan laajentaa alueille, joihin muutoin olisi vaikea saada otetta.

Tutkimuksessani olen halunnut kuvailla matematiikan oppimateriaalia mahdollisimman monipuolisesti ja perustellusti. Pelkkä laadullinen tarkastelu ei mielestäni anna riittävän kokonaisvaltaista kuvausta oppimateriaalista. Koska kahtiajako määrällisen ja laadullisen tutkimuksen välillä on häilyvä ja menetelmien erottelu ei tässä tapauksessa ole mielekästä, olen käyttänyt tutkimuksessani kvalitatiivisen tutkimusotteen tukena kvantitatiivisia menetelmiä kuvatessani matematiikan oppimateriaalia.

6.1.1 Sisällönanalyysi ja aineiston kvantifiointi

Sisällönanalyysi on laadullisessa tutkimuksessa käytetty perusanalyysimenetelmä, jonka avulla aineistoa voidaan kuvailla systemaattisesti ja järjestää aineisto johtopäätöksiä varten. Sisällönanalyysin avulla pyritään saamaan kuvaus tutkittavasta aineistosta tiivistetyssä ja yleisessä muodossa sekä tuottaa aineistoa teoreettiseen pohdintaan. (Grönfors 1982, 160–161.) Tutkimuksessani analyysi on pääasiallisesti luonteeltaan teorialähtöistä sisällönanalyysia. MOT -hankkeen yhteisten tutkimustehtävien taustalla on yhteiset teoreettisen lähtökohdat, jolloin aineiston analyysin luokittelu perustuu aikaisempaan viitekehukseen, tässä tapauksessa teoriaan. Oman tutkimustehtäväni kohdalla on piirteitä myös aineistolähtöisestä sisällönanalyysista, sillä tutkimustehtäväni erillisestä aineistosta nousi esille havaintoja, jotka ohjasivat uusien teorioiden yhdistymistä tutkimukseen.

Sisällönanalyysin sanallisen kuvailun tukena käytin tutkimuksessani myös kvantifiointimenetelmää. Määrällistä tietoa aineistosta tuotin SPSS -tilasto-ohjelman avulla. Kvantifiointilla tarkoitetaan aineiston määrällistä käsittelyä kuten luokittelemista eri tekijöiden mukaan. Kvantifiointissa voidaan laskea mekaanisia mainintoja ja niiden toistumista aineistossa. Menetelmän avulla voidaan myös laskea kuinka usein tietty asia vaikuttaa tilanteen kulkuun, jolloin tutkija joutuu tulkitsemaan aineistoaan mainintojen sijasta. (Eskola & Suoranta 1998, 165–

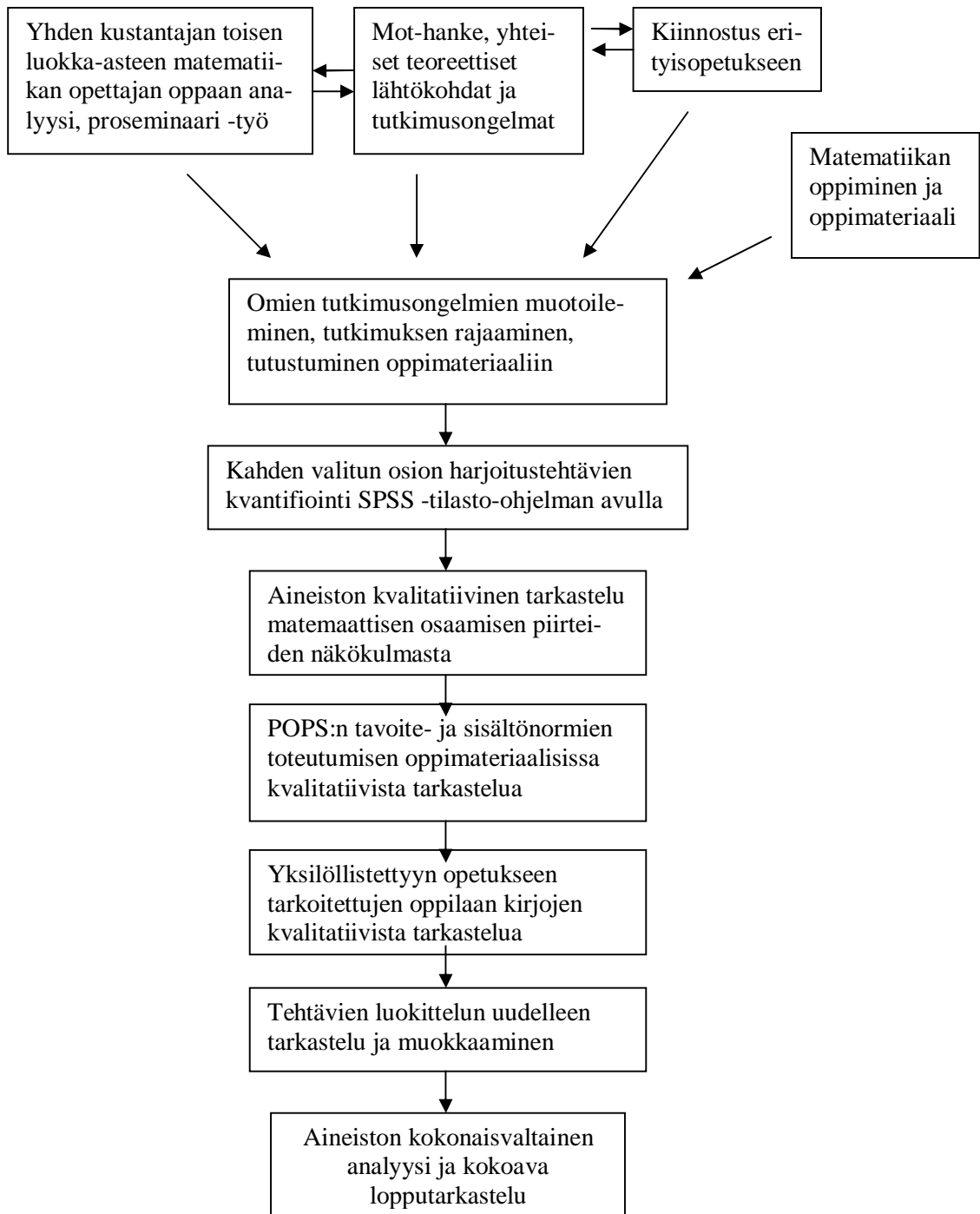
166.) Sisällönanalyysin avulla tuotetun tutkimustuloksen heikkouden näkyvät usein juuri analyysin keskeneräisyytenä. Aineistoa on saatettu kuvattu hyvinkin tarkasti, mutta tutkimuksesta ei ilmene mielekkäitä johtopäätöksiä, vaan hyvin järjestetty aineisto on esitetty tutkimuksen tuloksina. (Tuomi & Sarajärvi 2004, 105.) Tutkimuksessani olen pyrkinyt kvantifioinnin avulla tuottamaan kattavan kuvauksen aineistosta ja rakentamaan analyysin pohjalta tuloksellisia johtopäätöksiä.

Tutkimuksessani aineiston kvantifiointia toteutin tutkimusongelmien myötä nousseiden tarpeiden mukaan. Matematiikan harjoitustehtävien analysoinnissa kvantifioin tehtäviä tiettyjen ominaisuuksien perusteella, esimerkiksi tehtävän kognitiivisen vaativuuden mukaan. Tutkiessani opetussuunnitelman sisältönormien esiintymistä kirjasarjoissa, laadin taulukon, jossa käy ilmi onko tietty sisältö huomioitu oppilaan kirjan tuntitehtävissä tai opettajan oppaassa.

6.2 Tutkimuksen vaiheita

Tutkimuksen toteuttamiseen on vaikuttanut kiinnostukseni matematiikan oppimista ja siihen vaikuttavia tekijöitä, kuten oppimateriaalia ja oppimiskäsitystä kohtaan. Osallistuminen MOT -hankkeeseen tuntui luontevalta vaihtoehdolta päästä tarkastelemaan tietyn luokka-asteen eri kustantajien oppimateriaalia osana suurempaa kokonaisuutta. Tehtyäni yhteisten tutkimustehtävien näkökulmasta proseminaari tutkielman yhden kustantajan toisen vuosiluokan opettajan oppaasta, halusin ehdottomasti jatkaa aiheesta pro gradu -tutkimusta. Vuosien varrella olen päässyt hyvinkin läheltä seuraamaan lapsia, joilla on vaikeuksia oppia matematiikan keskeisiä käsitteitä ja aritmetiikkaa, joten mielenkiintoni kohdistui erityisesti niihin oppikirjoihin, jotka on suunnattu oppilaille, joilla on matematiikan oppimisen vaikeuksia. Halusin liittää erityisopetukseen tarkoitettua oppimateriaalia osaksi tutkimusaineistooni, vaikka niiden luonteva yhdistäminen yhteisiin tutkimustehtäviin tuntui aluksi haastavalta. Kuviossa 4 olen selventänyt tutkimuksen etenemistä ja sen vaiheita.

Muotoiltuani tutkimustehtävät sekä rajattuani aineiston, tuntui tutkimukseni mahdottomalta saattaa päätökseen sen moniulotteisuutensa vuoksi. Koska tutkimusaineistoni muotoutui laajaksi ja luokittelin yli 6000 tehtävää, aineiston käsitteleminen olisi ollut mahdotonta ilman SPSS -tilasto-ohjelman käyttöä aineiston laadullisen tarkastelun tukena.



KUVIO 4. Tutkimuksen eteneminen.

Luokittelin tehtävät SPSS -tilasto-ohjelman avulla, jonka jälkeen tarkastelin aineistoa yhteisten tutkimustehtävien taustalla olevien teorioiden valossa sekä opetussuunnitelman näkökulmasta. Kun olin tutustunut tarkemmin kirjallisuuteen ja edennyt tutkimuksessani erityisopetukseen

tarkoitettujen matematiikan oppilaan kirjojen tarkasteluun, koin tarpeelliseksi uudelleen läpikäydä luokitellut tehtävät. Tehtävien luokitteluun tuli vähäisiä muutoksia kun punnitsin tekemiäni ratkaisuja sekä tarkastelin enemmän luokittelun perusteiden taustalla olevia teorioita. Lopuksi kokosin analyysin pohjalta saadut tulokset ja tarkastelin koko aineistoa yhteisten teoreettisen viitekehyksen valossa.

6.3 Tutkimusaineiston esittely

Oppimateriaaliksi voidaan luokitella kaikki opetukseen ja oppimiseen käytettävä materiaali (ks. s.4). Tässä tutkimuksessa **oppimateriaalilla** tarkoitetaan opettajan opasta. Opettajan oppaat pitävät sisällään oppilaan kirjan tehtävät, didaktisia ohjeita opettajalle, eritasoisia harjoitusmonisteita eriyttävään opetukseen, sekä lisämateriaalia, kuten havaintomateriaalia ja kalvopohjia. **Tuntitehtävillä** tarkoitetaan tuntikokonaisuuden perustehtäviä, jotka on suunnattu koulussa tehtävään tuntityöskentelyyn. Tutkimusaineisto koostuu kolmen eri kustantajan kirjasarjan toisen luokka-asteen matematiikan opettajan oppaista: WSOY:n Laskutaito, Tammen Matikkamatka ja Otavan Tuhattaituri. Kirjasarjoihin kuuluu erikseen syys- ja kevätosan kirjat. Lisäksi aineistoon kuuluu kahden kustantajan yksilöllistettyyn opetukseen tarkoitetut oppilaan kirjat: WSOY:n Mukautettu laskutaito 2a ja 2b sekä Otavan Tuhattaituri 2a E ja 2b E. Kirjoille ei ole erikseen opettajan opasta.

Tutkimani yleisopetuksen toisen vuosiluokan opettajan oppaat etenevät tuntikokonaisuuksittain aihealue kerrallaan. Laskutaidossa ja Matikkamatkassa edetään aukeama oppituntia kohden, Tuhattaiturissa tuntikokonaisuuteen kuuluu kaksi aukeamaa, joista toinen on lisätehtäväaukeama. Muissa kirjasarjoissa oppilaan kirjan lisätehtävät sijaitsevat kirjan lopussa, mutta opettajan oppaassa lisätehtävät on sijoitettu tuntikokonaisuuden käsittävälle aukeamalle. Opettajan oppaiden tuntikokonaisuuksien rakenne on kaikissa kirjasarjoissa samankaltainen. Yksi tuntikokonaisuus, yksi opettajan oppaan aukeama - Tuhattaiturissa kaksi aukeamaa - sisältävät tiivistetyn tiedon opettajalle tunnin keskeisestä sisällöstä ja tavoitteesta, sekä ohjaavat rakenteella ja tekstin asettelulla tunnin etenemistä. Oppilaan kirjan aukeama vastauksineen on oppaissa keskellä aukeamaa. Lisäksi oppaiden aukeamilla on näkyvissä oppilaan kirjan kotitehtävät ja lisätehtävät poikkeuksena Matikkamatka, jossa lisätehtävät vastauksineen sijaitsevat opettajan oppaan lopussa.

Kaikkien oppaiden tuntikokonaisuus sisältää myös erillisen päässä-laskuosion ja pohdintatehtäväosion. Päässä-laskujen määrä vaihtelee kirjasarjoittain muutamasta tehtävästä useisiin kymmeneen tehtäviin tuntikokonaisuutta kohden. Pohdintatehtävät, joita on yhdestä kolmeen tehtävään tuntikokonaisuutta kohden, ovat kaikissa kirjasarjoissa selvästi kognitiiviselta tasoltaan haastavampia ongelmanratkaisutehtäviä. Lisäksi kaikissa oppaissa on erialaisia didaktisia vinkkejä opettajalle, kuten leikkejä, harjoituksia ja pelejä jakson aihekokonaisuuteen liittyen. Tuhattaturin tuntikokonaisuus sisälsi lisäksi valmiin ehdotuksen opettajalle tunnin kuluksi, mallin taulutyöskentelyyn sekä kehyskertomuksen käsiteltävään aiheeseen liittyen.

6.3.1 Laskutaito

Laskutaito on WSOY:n kustantama kirjasarja, jonka uusin yhdeksäs painos on julkaistu vuonna 2003. Toisen luokka-asteen opettajan oppaiden tekijät ovat Ann-Mari Sintonen ja Tuula Uusleponiemi. Kirjan on toimittanut Kaisa-Liisa Lavonen, ulkoasusta on vastannut Tove Enkvist. Laskutaidon monisteet on laatinut Tarja Petrell ja taiton on toteuttanut Eija Högman. Kirjan tekijöiden mukaan Laskutaidon opettajan opas ei rajoita opettajaa opetusmenetelmien valinnassa vaan oppaassa on haluttu tuoda esille erilaisia työtapoja ja toimintavälineitä sekä huomioida erilaiset oppijat ja nopeammat laskijat eritasoisilla tehtävillä.

Laskutaidon sekä syyslukukauden että kevätlukukauden opettajan oppaat ja oppilaan kirjat on jaettu viiteen erilliseen osa-alueeseen. Osa-alueiden etenemiseen on laadittu ajoitus suunnitelma, josta selviää jakson arvioitu ajankohta ja pituus. Opettajan oppaiden alussa kerrotaan vallitsevasta oppimiskäsityksestä (ks. sivut 10, 16), erilaisista työtavoista ja toimintavälineistä sekä annetaan tietoa eriyttämisen menetelmistä ja arvioinnin mahdollisuuksista. Jokaisen jakson alussa on kerrottu kyseisen osa-alueen oppisisällöt ja keskeiset tavoitteet. Jaksot koostuvat aukeaman mittaisista tuntikokonaisuuksista. Opettajan oppaassa jokainen tuntikokonaisuus koostuu oppilaan kirjan tehtävien lisäksi aukeamakohtaisista tavoitteista, päässä-laskuosioista, pohdittavaa -tehtävistä ja didaktisista vinkeistä, kuten erilaisista harjoituksista ja leikeistä (liite 3). Jaksoa kohden opettajan oppaassa on myös monistettavaa materiaalia kuten opetuksen tukena käytettäviä kalvopohjia, eritasoisia monisteita eriyttävään opetukseen esimerkiksi tukiopetukseen ja nopeuseriyttämiseen sekä yhteistoiminnallisia tehtäväsivuja. Lisäksi opettajan oppaassa on formatiivinen koe jokaista jaksoa kohden.

Oppilaan kirjan tehtävät on jaettu aukeaman mittaisiin perustehtäviin, ja lisäksi kotitehtäviin sekä lisätehtäviin. Perustehtävät sisältävät kaikille oppilaille tarkoitetun perusoppiaineksen. Jokaiseen aukeaman tuntikokonaisuuteen liittyy lisätehtäväsivu, joka on tasoltaan vaativampi kuin perustehtävät. Lisäksi jokaista tuntikokonaisuutta kohden on puolen sivun mittainen kotitehtävä. Kotitehtävät koostuvat tuntikokonaisuuden perustehtävistä. Jokaisen jakson lopussa on yksi aukeama, jonka toinen sivu avoimia tehtäviä ja toinen sivu perustehtäviä. Jakson viimeinen aukeama sisältää erilaisia ongelma- ja päättelytehtäviä.

6.3.2 Matikkamatka

Matikkamatka on Tammen kustantama kirjasarja. Kirjasarjasta on julkaistu ensimmäinen painos vuonna 2003. Toisen luokka-asteen opettajan oppaat ovat tehneet Henriikka Arhoma, Hellevi Putkonen, Jussi Sinnemäki ja Miisa Tikka. Kirjan on toimittanut Minna Tuovinen. Elina Vanninen ja Carloz Da Cruz ovat tehneet kirjojen piirroksat ja taitosta on vastannut Leena Lintunen. Kirjan tekijöiden mukaan Matikkamatka kirjasarja antaa mahdollisuuden toteuttaa matematiikan opetusta nykyaikavastavien mukaisesti, tehtävissä on painotettu monipuolisuutta ja matemaattisten taitojen kehittämistä yksin ja yhteistoiminnallisesti. Lisäksi kirjasarja tarjoaa mahdollisuuksia ja ideoita opetuksen eriyttämiseen, eheyttämiseen ja erilaisten työtapojen ja menetelmien käyttöön.

Matikkamatkan syys- ja kevätlukukauden opettajan oppaat on jaettu kolmeen erilliseen aihekokonaisuuteen. Jaksojen etenemiseen on laadittu ajoitus suunnitelma, josta selviää kirjantekijöiden arvio jaksojen pituudesta ja ajankohdasta. Opettajan oppaiden alussa on kerrottu matematiikan opetuksen tavoitteista, matematiikan oppimisen painopistealueista sekä käsitteenmuodostusprosessista. Lisäksi oppaassa esitetään vaihtoehtoja erilaisten konkreettisten välineiden käytöstä matematiikan oppimisen tukena ja annetaan valmis lomakepohja matematiikan oppimisen seurantaan eri osa-alueilta. Opettajan oppaassa on oppilaan kirjan tehtävien lisäksi lähtötason kartoitukseen tarkoitettuja sivuja, kokeita, kalvopohjia ja eriyttävään opetukseen tarkoitettua materiaalia ja toiminta-alueita yksilö- ja yhteistoimintaan.

Eri aihealueiden jaksot koostuvat aukeaman mittaisista tuntikokonaisuuksista (liite 2). Opettajan oppaassa yksi tuntikokonaisuus koostuu oppilaan kirjan harjoitustehtävien lisäksi aukeamakohtaisista tavoitteista, pääsälaskutehtävistä, pohdintatehtävistä sekä didaktisista vinkeistä, kuten erilaisista käsiteltävään aiheeseen liittyvistä leikeistä ja harjoituksista. Oppilaan kirjan harjoitustehtävät on jaettu tuntikokonaisuuksittain aukeaman mittaisiin perustehtäviin.

Perustehtävien jälkeen kirjan lopussa on jokaista tuntikokonaisuutta kohden kolmasosasisivun mittainen kotitehtävä. Kirjan lopussa olevat lisätehtävät on merkitty jaksoon liittyvin tunnuskuvoin, lisätehtäviä ei ole erikseen nimetty tuntikokonaisuuksittain. Kirjassa on myös päässä laskuruudukot. Kirjan jokaiseen jaksoon kuuluu ongelmanratkaisutehtäviä ja yhteistoiminnallisia tehtäviä sekä itsearviointisivu.

6.3.3 Tuhattaituri

Tuhattaituri on Otavan kustantama kirjasarja, jonka toinen painos on julkaistu vuonna 2004. Toisen luokka-asteen opettajanoppaiden tekijät ovat Sirpa Haapaniemi, Sirpa Möysky, Arto Tikkanen ja Juha Voima. Kirjan on toimittanut Anna Maria Borg, Kuvituksesta on vastannut Terhi Ekebon, Graafisen suunnittelun ovat toteuttaneet Silja Peltinen ja Mikko Sallinen ja taitosta ovat vastanneet Mikko Sallinen ja Terhi Sallinen.

Tuhattaituri kirjasarjan syys- ja kevätlukukauden opettajan oppaat on jaettu viiteen eri aihe-alueita käsittelevään jaksoon (ks. liite 3). Toisin kuin toisissa kirjasarjoissa jaksoja ei ole nimetty niiden sisältöalueen mukaan ja opettajan oppaassa ei esitetä arviota jaksojen pituuksista ja ajankohdista. Jaksot koostuvat kahden aukeaman mittaisista tuntikokonaisuuksista (ks. liite 4). Tuntikokonaisuuden alussa kerrotaan aukeaman keskeisistä tavoitteista ja annetaan kirjantekijöiden ehdotus tunnin kuluksi. Opettajan oppaassa on jokaista tuntia kohden valmis piirrosehdotus taulukuvaksi. Jokaiseen tuntikokonaisuuteen kuuluu kehyskertomus joka johdattaa oppilaan tunnin aiheeseen. Lisäksi tuntikokonaisuus sisältää päässä laskuja, pohdintatehtäviä, didaktisia vinkkejä kuten erilaisia harjoituksia ja leikkejä. Sivunumerot ovat yhtenevät oppilaan kirjassa ja opettajan oppaassa.

Oppilaan kirjan tuntikokonaisuuden ensimmäisellä aukeamalla on perustehtäviä ja puolen sivun mittainen kotitehtävä osio. Toinen aukeama sisältää perustehtävien kaltaisia lisätehtäviä sekä ongelmanratkaisua ja soveltamista vaativia tehtäviä. Jaksoihin kuuluu lisäksi toimintaa ja hahmotusta -tuntikokonaisuuksia, joissa ensimmäisellä aukeamalla on toimintatehtäviä ja toisella aukeamalla hahmotustehtäviä. Jaksot päättyvät Mitä osaan? -aukeamaan ja itsearviointiin.

6.3.4 Mukautettu Laskutaito

Mukautettu Laskutaito on WSOY:n kustantama Laskutaitosarjaan kuuluva oppilaan tehtäväkirja, josta on erikseen syyslukukauden ja kevätlukukauden tehtäväkirjat. Kirjat ovat tarkoitettu yksilöllistettyyn opetukseen yleisopetuksessa tai erillisessä erityisopetuksessa (ks. sivut 18–19), joissa noudatetaan oppilaalle laadittua yksilöllistettyä opetussuunnitelmaa. Kirjojen tekijät ovat Helena Haavisto, Kaarina Parviainen, Tuula Uus-Leponiemi ja Sirpa Wass. Kirjan uudistettu kolmas painos on julkaistu vuonna 2004. Kirjat on kuvittanut Timo Kontoniemi ja Tarja Petrell, taitosta on vastannut Tuovi Laine.

Mukautetun Laskutaiton kirjoissa etenemistä on hidastettu ja opittavaa ainesta kevennetty siirtämällä joitain matemaattisia aiheita myöhemmäksi ja jättämällä kirjan tekijöiden mielestä vaikeita asioita pois. Perusharjoittelua ja selventäviä mallikuvia on lisätty ja sanallisten tehtävien määrää vähennetty. Koska käsite mukautettu on vanhentunut termi ja poistumassa käytöstä, jatkossa käytän Mukautetusta Laskutaidosta nimeä **Laskutaito E**.

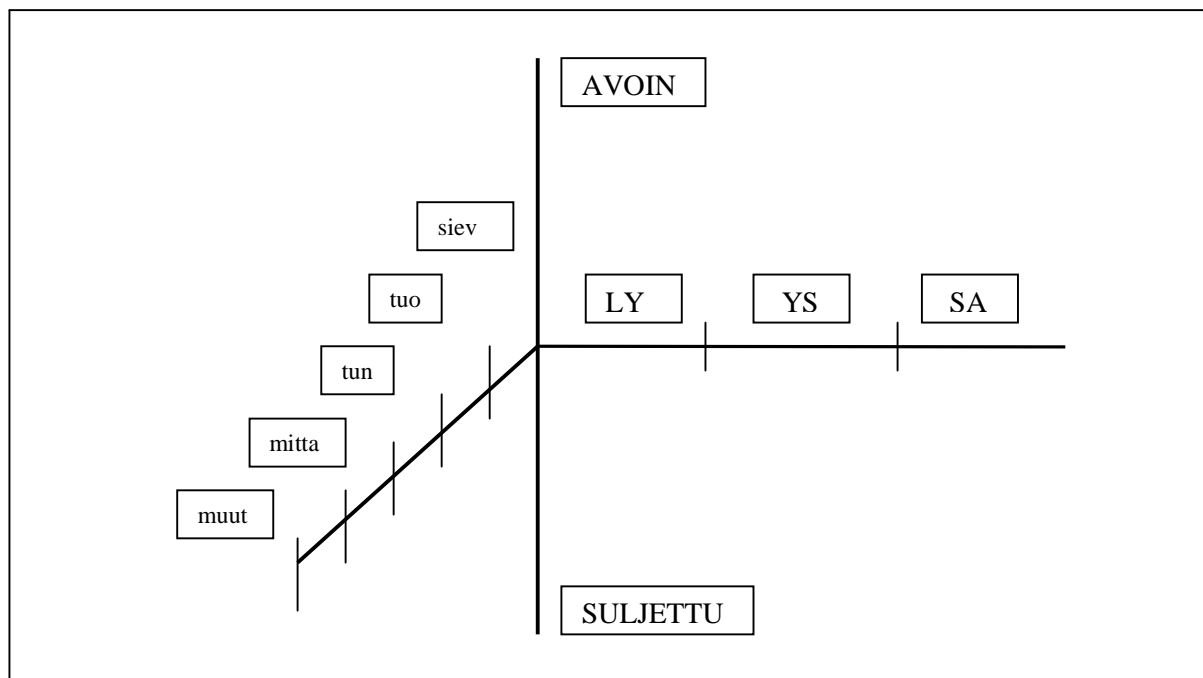
6.3.5 Tuhattaituri E

Tuhattaituri E on Otavan kustantama Tuhattaiturisarjaan kuuluva oppilaan tehtäväkirja. E -kirjoista on erikseen syyslukukauden ja kevätlukukauden kirja. Kirjat on tarkoitettu yksilöllistettyyn opetukseen yleisopetuksessa tai erillisessä erityisopetuksessa (ks. sivut 18–19), joissa toteutetaan oppilaalle laadittua yksilöllistettyä opetussuunnitelmaa. Kirjat on sovellettu yleisopetuksen toisen luokka-asteen kirjoista, sovelluksesta ovat vastanneet Kerttu Ristola, Tiina Tapaninaho ja Leena Vaaraniemi. Kirjat on toimittanut Anna Maria Borg, kuvituksen on tehnyt Maisa Rajamäki ja taitosta on vastannut Mikko Sallinen. Kirjojen uudistettu kolmas painos on julkaistu vuonna 2005.

Tuhattaituri E -kirjat noudattavat yleisopetuksen Tuhattaituri-kirjojen rakennetta. Kirjoille ei ole erillistä opettajan opasta, yleisopetuksen opettajan opas on tarkoitettu myös E -kirjojen opetukseen. E -kirjoissa on vähennetty opittavaa ainesta ja jätetty kirjan tekijöiden mielestä vaikeampia aiheita kokonaan pois tai siirretty myöhemmille luokka-asteille. Jatkossa käytän Otavan yksilöllistettyyn opetukseen tarkoitettua oppilaan tehtäväkirjasta kustantajan käyttämää nimeä **Tuhattaituri E**.

6.4 Luokittelun perusteet

Matematiikan oppilaan kirjojen tunti- koti ja lisätehtävien sekä opettajan oppaan päässä lasku- ja pohdintatehtävät on luokiteltu kuvion 5 mukaisesti. Tehtävän kognitiivinen taso on joko laskutaito/ymmärtäminen (LY), ymmärtäminen/soveltaminen (YS) tai soveltaminen/analyysi (SA). Tehtävä on tyypiltään joko sievennystehtävä, tuottamistehtävä, tunnistamistehtävä, mittaamistehtävä tai muu tehtävä. Lisäksi tehtävä on luonteeltaan joko suljettu tai avoin. Tehtävien luokkia on selvennetty tarkemmin seuraavissa kappaleissa.



KUVIO 5. Tehtävien luokitteluavaruus.

6.4.1 Matemaattisen käyttäytymisen tasot

Tehtävien vaativuustason luokittelun perustana ovat matemaattisen käyttäytymisen tasot. Matemaattisia tehtäviä voidaan luokitella useilla eri tavoilla. Wilson (1971) on esittänyt Bloomin taksonomiaan pohjaten matemaattisen käyttäytymisen (*Model for mathematics achievement*) nelitasoisen mallin seuraavasti: laskutaito (*computation*), ymmärtäminen (*comprehension*), soveltaminen (*application*) ja analysoiminen (*analysis*). Kangasniemi (1989) on muotoillut Wilsonin (1971) hierarkkisten tasojen pohjalta samankaltaisen luokituksen matemaattisen käyttäytymisen tasoista.

Laskutaito

Laskutaito-tason käyttäytyminen on yksinkertaista muistamista vaativaa mekaanista laskutaitoa, jollaista odotetaan oppilailta matematiikan opetuksen tuloksena. Laskutaito-tasolla laskeminen sisältää yksinkertaisia muistiharjoituksia ja rutiinomaisia käsittelyharjoituksia. Tämä kognitiivinen taso edustaa pääasiallisesti niitä operaatioita, jotka eivät vaadi päätöksentekoa tai monimutkaista muistamista. (Wilson 1971, 660; Kangasniemi 1989, 101–102.)

Algoritmien noudattaminen on tärkein piirre käytännön laskutaito-tason käyttäytymisestä. Se on kykyä käsitellä matemaattisia elementtejä tiettyjen opittujen sääntöjen mukaisesti. Oppilaan ei oleteta valitsevan algoritmia, sillä sen tasoinen valinta ja päätöksenteko kuuluvat ylemmän tasoiseen käyttäytymiseen. Algoritmit eivät rajoitu vain aritmetiikkaan, vaan myös geometriassa esimerkiksi janan puolittaminen saattaa olla laskutaitotason käyttäytymistä. (Wilson 1971, 660; Kangasniemi 1989, 101–102.)

Ymmärtäminen

Ymmärtämisen tasolla käyttäytyminen on usein monimutkaisempaa kuin laskutaito-tason mekaaninen laskeminen. Näiden kognitiivisten tasojen välinen raja on kuitenkin keinotekoinen, sillä käytännön laskutaitoon edellytetään tai siihen saattaa liittyä ymmärtämistason käyttäytymistä. Keskeinen ymmärtämistä ilmentävä käyttäytymisen muoto on kyky muuntaa tehtävän elementit muodosta toiseen. Oppilas pystyy kääntämään tehtävän verbaalisesta muodosta graafiseen muotoon tai verbaalisesta muodosta matemaattiseen muotoon eli symbolimuotoon tai päinvastoin. (Wilson 1971, 660–661; Kangasniemi 1989, 102–104.)

Esimerkkinä ymmärtämisen tason käyttäytymisestä on kyky tunnistaa matemaattisia käsitteitä, periaatteita, sääntöjä ja yleistyksiä. Jos tehtävä taas vaatii sitä, että oppilaan täytyy itse tuottaa periaate, sääntö tai yleistyys tai soveltaa jotain niistä vastatakseen kysymykseen, on kyseessä ymmärrystä korkeampi tasoinen käyttäytyminen. Toinen esimerkki ymmärtämistason käyttäytymisestä on kyky vastaanottaa tietoa matematiikasta ja kommunikoida matemaattisesti. Kyky laskea ja tulkita matemaattista tehtävää on myös ymmärtämisen tason käyttäytymistä, vaikkakin se on huomattavasti vähemmän kuin kyky ratkaista tehtävä. Silti se on välttämätön askel matemaattista ongelmaa ratkaistaessa. Matemaattisen aineiston tehtävien lukemisessa on taitoja, jotka ovat korkeampitasoisia kuin yleinen verbaalinen taito ja lukutaito. (Wilson 1971, 660–661; Kangasniemi 1989, 103–104.)

Soveltaminen

Soveltamistason käyttäytyminen eroaa edellisistä kognitiivisista tasoista vaatimuksella hallita useita peräkkäisiä reaktioita tehtävän ratkaisuun. Tämä piirre erottaa sen laskutaito- ja ymmärtämistason käyttäytymisestä. Soveltamistason käyttäytyminen on läheisesti yhteydessä oppiaiheeseen ja kurssiin ja sen siirtovaikutus uusiin tilanteisiin saattaa olla minimaalinen. (Wilson 1971, 661–662; Kangasniemi 1989, 104–106.)

Seuraavat neljä esimerkkiä ovat soveltamisen kognitiivisen tason ominaispiirteitä. Kyky ratkaista rajoitetummassa tapauksessa rutiiniongelmia sisältää algoritmin valinnan ja suorittamisen. Jos tehtävä esitetään sanallisesti, ratkaisukäyttäytymistä edeltää ongelman esittäminen symbolitermein. Käyttäytymisvaiheiden peräkkäisyys saattaa olla monimutkaisempi, sillä tehtävä voi käsittää periaatteen tai säännön valinnan, periaatteen käyttämisen algoritmia valittaessa tai useampia laskelmia suorittaessa. Jos ei voida olettaa oppilaan tunnistavan tehtävää samanlaisista kuin opiskellut tehtävät, silloin vaaditaan korkeamman tason ongelmanratkaisua.

Kyky suorittaa vertailua on soveltamistason käyttäytymistä, sillä oppilaan odotetaan palauttavan mieleensä relevanttia tietoa (käsitteet, säännöt, matemaattiset rakenteet, terminologia), havaitsevan suhteita ja tekevän johtopäätöksiä. Oppilaan suorittaessa vertailua hän kehittää algoritmin ja algoritmia seuraten tekee päätöksen. Tämä kehittäminen on luonteeltaan rutiininomaista ja kuuluu siksi soveltamiskäyttäytymiseen. Tärkeä osa tätä käyttäytymistä on kyky osata valita useista vaihtoehdoista.

Kolmas esimerkki soveltamistason käyttäytymisestä on kyky analysoida tietoa. Se sisältää tiedon lukemista ja tulkintaa, tiedon muokkaamista ja johtopäätösten tekoa, sekä kykyä paloitella tehtävä osiinsa sekä yhdistellä alaongelmia, jotka on jo ratkaistu. Lisäksi kyky useamman käyttäytymistavan peräkkäisyyteen, kuten tunnistaa malleja, rakenneyhteyksiä ja symmetrioita voi sisältää olennaisen tiedon mieleenpalauttamista, ongelman elementtien muuntamista, käsittelyä ja suhteiden havaitsemista, ovat soveltamistason käyttäytymistä. Jos oppilaan tulee luoda tai kehittää uusia malleja, rakenneyhteyksiä tai symmetrioita, silloin käyttäytymistaso kuuluu analyysitasolle. (Wilson 1971, 661–662; Kangasniemi 1989, 104–106.)

Analysoiminen

Analysoimisen käyttäytymistaso on korkein kognitiivisista luokista ja sisältää monimutkaisinta käyttäytymistä. Siihen kuuluu ei-rutiininomainen ongelmanratkaisu, keksimisen kokemukset sekä

luova käyttäytyminen matemaattisten ongelmien parissa. Kognitiivinen taso erottuu alemmista matemaattisen käyttäytymisen tasoista, sillä analyysitasoon kuuluu jonkin verran siirtovaikutusta sisältöalueella, jolla ei ole ollut harjoitusta, opetus- ja oppimiskokemuksia. Analyysitaso esiintyy tehtävissä, joissa algoritmin soveltaminen ei ole mahdollista, tehtävissä vaaditaan kekseliäisyyttä, suunnittelua ja tilanteen toistuvaa vertailua ja erojen määrittelyä. Ongelmanratkaisu analyysitasolla saattaa sisältää myös ongelman erittelemistä osiin ja sen tarkastelemista, mitä kustakin osasta voidaan oppia. Oppilas voi joutua uudelleen järjestämään tehtävän osia ratkaisun määrittämiseksi, häneltä vaaditaan sellaisten tehtävien ratkaisemista, jotka poikkeavat aikaisemmista ratkaisuista.

Analyysitason käyttäytymiselle on tyypillistä suhteiden havaitseminen. Havaitseminen vaatii tehtävän osien uudelleen järjestämistä suhteen määrittelemiseksi. Tämä eroaa soveltamistason käyttäytymisestä, sillä oppilas ei vain tunnista tuttua yhteyttä uudessa aineistossa, vaan hänen täytyy löytää uusi suhde tehtävän osien välille. Lisäksi matemaattinen todistaminen ja kyky arvioida matemaattista argumentointia ovat olennaista käyttäytymistä analyysitasolla. Analyysikäyttäytyminen on kykyä havaita suhteita ja laatia todistus osoittamaan havainto oikeaksi. (Wilson 1971, 662; Kangasniemi 1989, 104–106.)

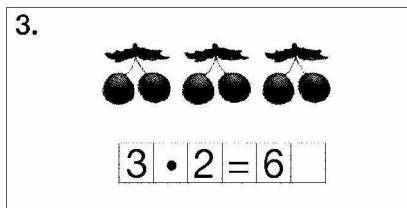
Edellä esitettyjen matemaattisen käyttäytymisen tasojen erotteleminen toisistaan ei ole yksiselitteistä ja toisinaan se ei ole edes mahdollista (Wilson 1971, 660). Oppilaiden lähtötason vaihdellessa toiselle analysointitason tehtävä voi olla toiselle oppilaille entuudestaan tuttu soveltamistason tehtävä. Tehtävissä on myös usein piirteitä kahdesta tasosta. Koska rajanveto tasojen välille on vaikeaa, käytän tehtävien vaativuustason luokitteluun Joutsenlahden (1996, 2005) pelkistetympää luokitusta kolmesta kognitiivisesta tasosta:

Laskutaito/Ymmärtäminen (LY)

Ymmärtäminen/Soveltaminen (YS)

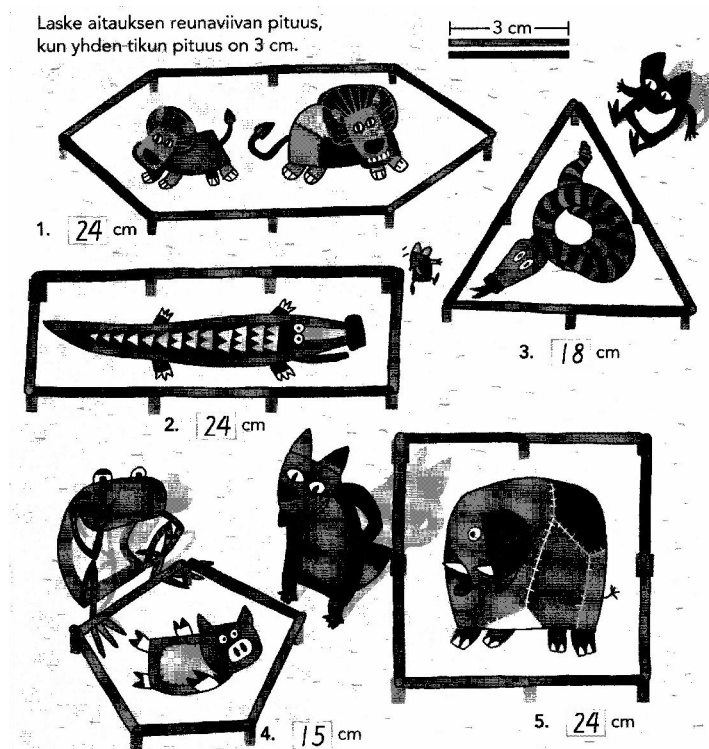
Soveltaminen/Analyysi (SA)

Vastaavanlaista kolmiportaista asteikkoa on käytetty muun muassa kansainvälisessä PISA - tutkimuksessa (Joutsenlahti 2005, 93–94). Kognitiivisia tasoja hyödyntäen voidaan luokitella tehtävien vaikeusastetta ja siten arvioida tehtävän ratkaisuun vaadittavan ajatteluprosessin vaativuutta. Kolmiportaisen asteikon perustana ovat Wilsonin hierarkkiset tasot ja niiden piirteet. Alimmalla LY-tasolla korostuvat faktojen muistamisen lisäksi algoritmien käytön hallinta eli proseduraalisen tiedon hallinta. (Joutsenlahti 2005, 123.) LY -tasolle kuuluu tarvittaessa myös tehtävän osien muuntaminen muodosta toiseen.



KUVIO 6. Laskutaidon LY -tason tehtävä (Sintonen ym. 2002, 132).

Kuvion 6 esimerkkitehtävä on tyypillinen toisen vuosiluokan LY -tason tehtävä, jossa oppilaan tulee muodostaa kuvan perusteella kertolaskun algoritmi tehtävän ratkaisemiseksi. Tehtävässä oppilas muuntaa kuvan informaation matematiikan symbolikielelle.



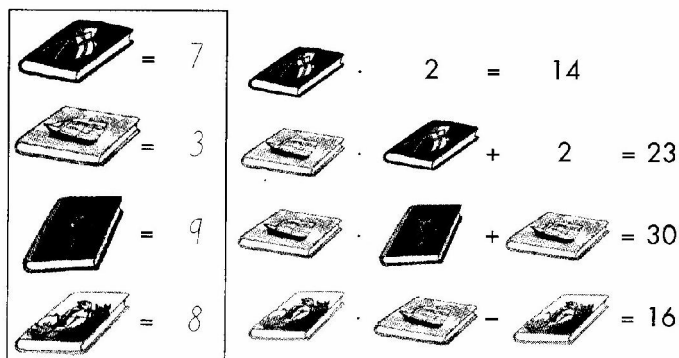
KUVIO 7. Matikkamatkan YS -tason tehtävä (Lilli ym. 2004, 70).

Keskimmaisellä YS -tasolla oppilas hallitsee proseduureja ja pystyy siirtämään ja soveltamaan niitä samankaltaisissa tilanteissa. (Joutsenlahti 2005, 123.) YS -tason tehtävät ovat kuitenkin rutiininomaisten tehtävien ratkaisemista, vaikkakin tehtävät saattavat vaatia siirtovaikutusta

aihepiirin sisällä, kuten kuvion 7 esimerkkitehtävässä, jossa oppilas hyödyntää aiemmin opittua yhteenlaskun tai kertolaskun algoritmia tutussa aihepiirissä, mutta hieman eri yhteydessä. Tehtävässä pohjustetaan uuden käsitteen (piiri) oppimista.

Ylimmällä SA -tasolla oppilas tarvitsee konseptuaalista tietoa ja strategiatietoa ongelmanratkaisutehtävissä. Oppilas tarvitsee kykyä siirtää opittu asiasisältö uudelle sisältöalueelle, josta hänellä ei ole aikaisempaa kokemusta. (Joutsenlahti 2005, 122–123.)

9. Jokainen kirja tarkoittaa yhtä lukua. Ratkaise luvut.



1. Alekski tekee neljän palikan torneja ja viiden palikan torneja, kumpiakin yhtä monta. Hän käyttää torneihin 18 palikkaa. Kuinka monta tornia Alekski tekee?
(4, kaksi kumpaakin lajia)

KUVIO 8. Tuhattaiturin (Haapaniemi ym. 2003, 11) ja Laskutaidon (Sintonen 2004, 159) SA -tason tehtävät.

Tuhattaiturin tuntitehtäviin kuuluvassa SA -tason esimerkkitehtävässä (kuvio 8) ei ole ohjeistettu ratkaisemaan tehtävää tietyssä järjestyksessä, jolloin tehtävän on haasteellisempi. Tehtävässä oppilas ratkaisee yhtälön, jonka ratkaisemiseksi oppilas soveltaa useita proseduureja uudessa kontekstissa. Laskutaidon SA -tason esimerkkitehtävä on pohdintatehtävä. Tehtävän ratkaisu vaatii oppilaalta ongelmanmuodostustaitoa ja kykyä siirtää aikaisemmin opittua uudelle sisältöalueelle.

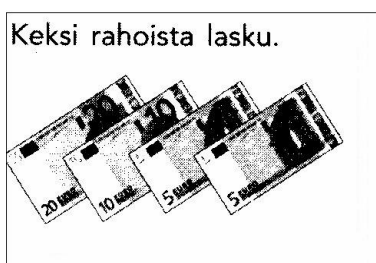
6.4.2 Avoin ja suljettu tehtävä

Avointa ja suljettua tehtävää määriteltäessä käytän apuna ongelmatypologioita. Ongelmien luokittelu on tapa opetella selvittämään ongelmanratkaisuprosessin sisältöjä eri tapauksissa. Ongelmien luokittelemista voidaan tarkastella esimerkiksi ongelmien syntyminen ja esiintymisen, ongelmien laadun ja muodon tai ongelman ratkaisemiseksi tarvittavien menetelmien perusteella. Pedagogiselta kannalta on perusteltua korostaa yksilöstä riippuvia näkökohtia, erityisesti ajattelutoimintaa sekä emotionaalisia lähtökohtia. Haapasalo (1994) on Dörnerin typologiaa

muotoillen tehnyt seuraavanlaisen tehtävien luokituksen: interpolaatio-ongelmat, analyysi-synteesiongelmat, dialektiset ongelmat. (Haapasalo 1994, 37–44.)

Interpolaatio-ongelmissa sekä alku- että lopputilanne, ns. navat, ovat tunnetut. Tehtävässä täytyy vain rakentaa reitti napojen välille. *Analyysi-synteesi -ongelmissa* vaaditaan ratkaisijalta luovaa lähestymistapaa ongelmaan. Ongelman ratkaisemiseen tarvittavien mahdollisten operaatioiden joukko ei välttämättä ole oppilaan tiedossa, se ei myöskään käy ilmi ongelmanasettelussa. Tehtävistä puuttuu varsin usein lopputilanne ja alkutilanne on usein epämääräinen. *Dialektiset ongelmat* poikkeavat muista ongelmatyypeistä siten, että niissä ei ole annettu lopputilannetta, vaan lopputilanne syntyy ratkaisuprosessin aikana, ongelmanasettelu on epätarkka ja lopputilanne tai toivottu ratkaisu ei ole sisällöllisesti kiinnitetty, vaan selvästi avoin laajuudeltaan, sisällöltään kuin muodoltaan. (Haapasalo 1994, 37–44.)

Tutkimuksessani olen käyttänyt luokitusta **avoin** ja **suljettu tehtävä**, sillä suurin osa tehtävistä on suunnattu yksilötyöskentelyyn. Avoimella tehtävällä tarkoitetaan ongelmaa, jossa tehtävän alku- tai lopputilanne tai molemmat on annettu avoimena tai ne sisältävät useita vaihtoehtoja.²⁴ Avoimilta tehtäviltä voi myös puuttua kokonaan alku- tai lopputilanne. (Haapasalo 1994, 37–44; Pehkonen 1994, 61–62) Erityyppisiä avoimia tehtäviä ovat muun muassa *tutkimustehtävä*, jossa on yleensä annettuna alkutilanne ja suuntaviivat ratkaisulle, mutta ei välttämättä selkeää lopputilannetta. Tutkimustehtävää laajempi kokonaisuus on *projektityö*. Kouluopetuksessa sillä tarkoitetaan useita oppitunteja kestävästä laajahkoa tehtävää, jonka oppilaat tekevät usein pareittain tai ryhmissä ja tehtävä ei ole yhteen oppiaineeseen rajoittuva. (Pehkonen 1994, 62.) Avoin tehtävä vastaa em. dialektista ongelmaa tai analyysi-synteesi -ongelmaa. Analyysi-synteesi -ongelmia esiintyy koulumatematiikassa kuitenkin harvoin²⁵. (Haapasalo 1994, 37–44.)



KUVIO 9. Matikkamatkan avoin tehtävä (Lilli ym. 2004, 59).

²⁴ Ks. myös avoinongelmanratkaisu Pehkonen & Zimmermann 1990.

²⁵ Ks. myös Leppäaho (2007).

Matikkamatkan esimerkkitehtävässä oppilaalle on annettu alkutilanteeksi tietty rahasumma, josta oppilas muodostaa haluamansa ongelman ja ratkaisee sen valitsemansa proseduurin avulla. Tehtävälle ei ole yhtä oikeaa ratkaisua tai ratkaisustrategiaa. Avoin tehtävä antaa oppilaalle vapauden laatia tehtävästä oman taitotasonsa mukainen. Koulumatematiikassa avointa tehtävää voidaan kuvailla tehtävänä, jolta puuttuu joko alku- tai lopputilanne tai molemmat sisältävät useita vaihtoehtoja. (Haapasalo 1994, 37–44.)

Suljetulla tehtävällä tarkoitetaan interpolaatio -ongelman kaltaista tehtävää, joissa on aina tietty alku- ja lopputilanne. Ratkaisijan tehtäväksi jää reitin löytäminen alku- ja lopputilanteiden välille. (Haapasalo 1994, 37–44.) Oppikirjojen tehtävät ovat suurimmalta osin suljettuja tehtäviä, joissa alku- ja lopputilanne on yksiselitteisesti määritelty.

6. Salla saa nopilla 3 nelosta ja yhden kuutosen. Kuinka monta pistettä hän saa?

$$3 \cdot 4 + 6 = 18$$

Vastaus: 18 pistettä

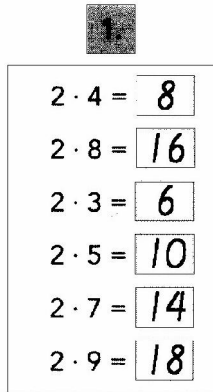
KUVIO 10. Laskutaidon suljettu tehtävä (Sintonen ym. 2002, 129).

Laskutaidon esimerkkitehtävässä (kuvio 10) oppilaalle on annettu alku- ja lopputilanne. Oppilaan tulee valita oikeat algoritmit ja muodostaa laskulauseke päästäkseen haluttuun ratkaisuun.

6.4.3. Tehtävätyyppien luokittelu

Olen luokitellut tehtävät kertolaskujakson ja geometriajakson osilta seuraaviin tehtävätyyppeihin: **sievennystehtävät**, **tuottamistehtävät**, **tunnistamistehtävät**, **mittaamistehtävät** ja **muut tehtävät**. Tehtävätyyppi selventää sitä, millaista ratkaisuprosessia oppilaalta vaaditaan tehtävän ratkaisuksi.

Sievennystehtävät ovat mekaanisia peruslaskutoimituksia, jotka harjoittavat opittavan osa-aleen perusalgoritmeja. Tehtävissä on annettu valmiiksi laskulauseke, joka pitää sieventää lukuarvoksi. Laskujen ratkaisuun sovelletaan laskulakeja ja opittuja säännönmukaisuuksia.

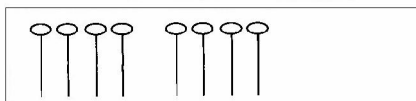


KUVIO 11. Matikkamatkan sievennystehtävä (Lilli ym. 2004, 37).

Esimerkiksi kuvion 11 Matikkamatkan esimerkkitehtävässä oppilas sieventää valmiin laskulausekkeen lukuarvoksi. Saadakseen tehtävän ratkaistuksi oppilaan tulee tuntea kertolaskun algoritmin periaate.

Tuottamistehtävät ovat sanallisia yksi- tai useampivaiheisia tehtäviä, joissa oppilas tuottaa strategiansa mukaisen ratkaisuprosessin, dokumentoi sekä antaa erillisen vastauksen. Tehtävän ratkaisemiseksi oppilaan täytyy ensin löytää ratkaisustrategia. Tämän jälkeen oppilas selvittää vaiheittain laskulausekkeitä ja niiden sievennyksiä apuna käyttäen, sekä kielentää ratkaisujaan tai muodostaa ratkaisustrategiaa kuvaavan lausekkeen ja sieventää sen. Vastauksena voi olla luku yksikköineen, tai muu johtopäätös, joka odotetaan annettavan erikseen. Tuottamistehtävät voivat olla suljettuja tai avoimia.

- b.** Kasse hakee 2 kertaa nauloja. Kummallakin kerralla se tuo 4 naulaa. Kuinka monta naulaa se hakee yhteensä?



$$2 \cdot 4 = 8$$

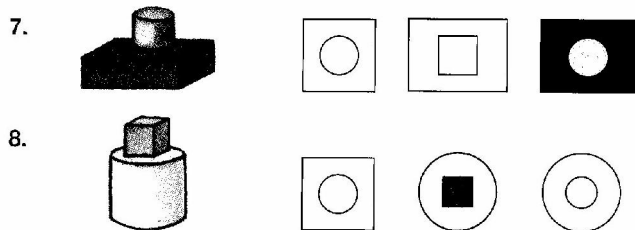
Tulos: 8 naulaa

KUVIO 12. Tuhattaiturin tuottamistehtävä (Haapaniemi ym. 2003, 127).

Tuhattaiturin suljetussa tuottamistehtävässä oppilas muotoilee ensin ratkaisustrategian ja valitsee käytettävän proseduurin. Tässä tehtävässä laskulausekkeen muodostuksen tukena on lisäksi käytetty piirtämistä. Vastaukseksi tehtävässä halutaan luku ja yksikkö.

Tunnistamistehtävissä oppilaan tulee tunnistaa matemaattisten käsitteiden ominaispiirteitä annetussa yhteydessä sekä nimetä tai yhdistää tehtävässä annetut objektit tämän perusteella.

Rakennelmaa katsotaan ylhäältä päin. Mikä kuvio nähdään?
Väritä se kappaleiden väreillä.

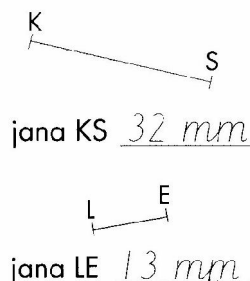


KUVIO 13. Laskutaidon tunnistamistehtävä (Sintonen ym. 2003, 117).

Laskutaidon esimerkkitehtävässä oppilaan pitää hahmottaa miltä kappale näyttää eri kuvakulmasta. Oppilas tunnistaa vaihtoehdoista värin ja muodon perusteella oikean kappaleen.

Aineistosta nousi esille tehtäviä, jotka liittyivät selkeästi mittaamiseen. Nämä tehtävät olisi ollut mahdollista liittää muihin tehtäviin, mutta koska tehtävät muodostivat selvälinjaisen oman tyyppinsä ja ratkaisuun tarvittavan strategian, oli perusteltua muodostaa uusi tehtävätyyppi.

Kt. 1. Mittaa. Merkitse janan pituus millimetreinä.



KUVIO 14. Tuhattaiturin mittaamistehtävä (Haapaniemi ym. 2004, 69).

Mittaamistehtävissä oppilaan täytyy eri mittausvälineitä apuna käyttäen mitata annetun kuvion tai kappaleen mittoja tai etäisyyksiä. Tuhattaiturin esimerkkitehtävässä oppilaan tulee mitata janan pituus millimetreinä. Mittaustehtävissä ratkaisu tuotetaan ainoastaan mittaamalla.

Lisäksi **muihin tehtäviin** kuuluvat ne tehtävät, jotka eivät täytä edellä mainittujen tehtävätyyppien piirteitä tai niiden luokittelu em. luokkiin ei ole mahdollista.

7 OPPIMATERIAALIANALYYSI

7.1 Millaisia ovat oppimateriaalin harjoitustehtävät?

Olen analysoinut oppilaan kirjan harjoitustehtäviä kertolaskujakson ja geometriajakson osilta. Laskutaidossa jaksot ovat selkeästi erillään muista aihealueista. Kertolaskujakso on syyslukukauden kirjassa kolmas käsiteltävä kokonaisuus. Kirjan tekijöiden laatiman aikataulun mukaan jakso sijoittuu syyskuun loppupuolelta marraskuun alkuun. Jakson aikana käydään läpi lukujen 1-5 kertotaulut sekä harjoitellaan yhdistettyjen laskutoimitusten laskemista. Lisäksi kevätlukukauden oppilaan kirjan lopussa käydään lyhyesti lukujen 6, 8 ja 9 kertotaulut. Geometriajakso on kevätlukukauden kirjan kolmas osio, aikataulun mukaan jakso sijoittuu maaliskuun alusta huhtikuun alkuun.

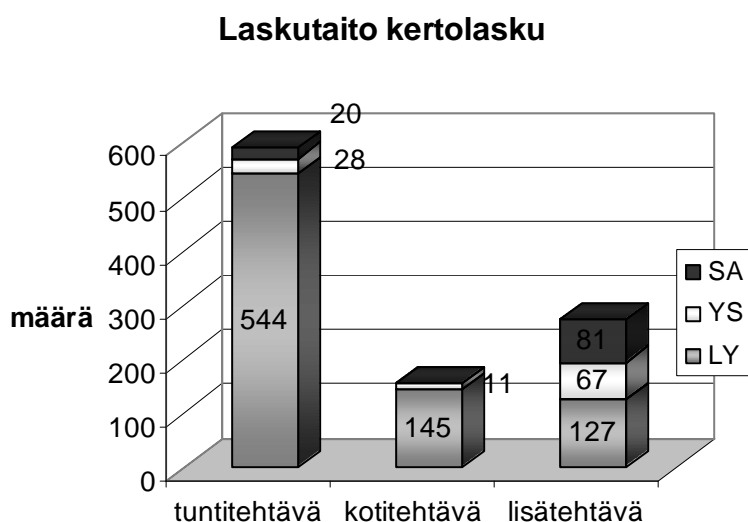
Matikkamatkassa kertolaskujakso on yhdistetty jakolaskun kanssa. Olen luokitellut koko jakson tehtävät, sillä kerto- ja jakolaskut kuuluivat ajoittain samaan tuntikokonaisuuteen, joten en kokenut mielekkäänä erottaa jakson sisältä tiettyjä sivuja tai tehtäviä. Vaikka jakso on aihealueeltaan laajempi kuin muiden kirjojen vertailtavat kertolaskujaksot, ei se vaikuta merkitsevästi tutkimuksen tuloksiin. Kerto- ja jakolaskua jakso on Matikkamatkassa kevätlukukauden kirjassa ensimmäisenä osiona. Kirjan tekijöiden laatiman aikataulun mukaan jakso sijoittuu tammikuun puolivälistä helmikuun puoliväliin. Jakso sisältää lukujen 0–6 sekä 10 kertotaulut. Geometriajakso on seuraavana osiona kerto- ja jakolaskujakson jälkeen. Se on aikataulussa sijoitettu maaliskuun kohdalle.

Tuhattaiturissa jaksoja ei ole nimetty aihealueiden mukaan. Sekä syyslukukauden että kevätlukukauden kirjassa on kummassakin viisi jaksoa. Kertolaskun harjoittelu on jaettu kahteen jaksoon, joista ensimmäinen on syyslukukauden neljäs osio ja toinen kevätlukukauden ensimmäinen osio. Jaksot sisältävät lukujen 1-5 sekä 10 kertotaulut. Tuhattaiturin kevätlukukauden kirjan kolmas jakso sisältää pääasiallisesti geometriaan liittyviä tehtäviä ja jaksossa käsitellään geometrisia kappaleita ja käsitteitä, jonka perusteella olen valinnut sen tutkimukseni analyysin geometriajaksoksi. Geometriatehtäviä sisältyy myös muihin kirjan jaksoihin.

7.1.1 Laskutaito

Kertolasku

Laskutaidon oppilaan kirjan tehtäviä kertolaskuosiossa oli yhteensä 1023, joista tuntitehtäviä oli 592, kotitehtäviä 156 ja lisätehtäviä 275. Jakso kestää noin 16 oppituntia, mikäli oppilaan kirjaa edetään aukeama oppituntia kohden. Yhdellä tuntitehtävien aukeamalla on keskimäärin 37 tehtävää.



KUVIO 15. Laskutaidon oppilaan kirjan kertolaskujakson kognitiiviset tasot.

Kuviosta 15 voidaan todeta, että Laskutaidon oppilaan kirjan kertolaskujakson tuntitehtävistä suurin osa (91,8 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason mekaanisia peruslaskutoimituksia harjoittavia tehtäviä. Tuntitehtävistä YS -tason proseduurien hallintaa ja soveltamista vaativia tehtäviä on 4,8 prosenttia ja SA -tason ei-rutiininomaisia tehtäviä 3,4 prosenttia. Kotitehtävistä myös suurin osa (92,9 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason tehtäviä. YS -tason tehtäviä on 7,1 prosenttia ja SA -tason tehtäviä ei ole ollenkaan. Lisätehtävien kohdalla tehtävät jakautuvat tasaisemmin eri kognitiivisille tasoille. Huomioitavaa on, että YS ja SA -tason tehtäviä on suhteessa merkittävästi enemmän lisätehtävissä kuin tuntitehtävissä ja kotitehtävissä, mikä osoittaa, että lisätehtävissä on haluttu painottaa kognitiiviselta tasoltaan haastavampia tehtäviä. Lisätehtävistä alle puolet (46,2 prosenttia) on LY -tason tehtäviä. YS -tason tehtäviä on neljännes (24,4 prosenttia) ja SA -tason tehtäviä lähes kolmasosa (29,4 prosenttia) lisätehtävistä.

Taulukosta 2 voidaan todeta, että Laskutaidon oppilaan kirjassa lähes kaikki tehtävät (99,6 prosenttia) ovat suljettuja tehtäviä. Avoimia tehtäviä on vain neljä, jotka sijaitsevat oppilaan kirjan tuntitehtäviin kuuluvissa perustehtävissä.

TAULUKKO 2. Laskutaidon kertolaskujakson tehtävätyypit sekä avoimet ja suljetut tehtävät.

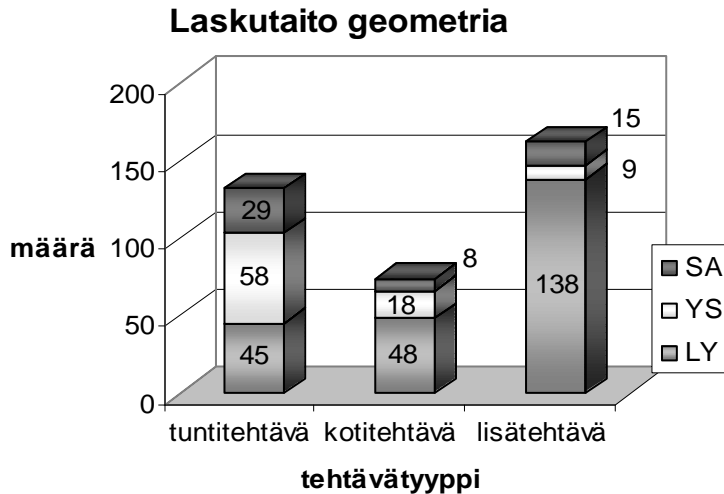
			tehtävätyyppi			yhteensä
			sievennys tehtävä	tuottamis tehtävä	tunnistamis tehtävä	
avoin/suljettu						
suljettu	tuntitehtävä	määrä	442	143	3	588
		% osion tehtävistä	75,2%	24,3%	,5%	100,0%
	kotitehtävä	määrä	84	55	17	156
		% osion tehtävistä	53,8%	35,3%	10,9%	100,0%
	lisätehtävä	määrä	93	161	21	275
		% osion tehtävistä	33,8%	58,5%	7,6%	100,0%
yhteensä	määrä	619	359	41	1019	
	% osion tehtävistä	60,7%	35,2%	4,0%	100,0%	
avoin	tuntitehtävä	määrä		4		4
		% osion tehtävistä		100,0%		100,0%
	yhteensä	määrä		4		4
		% osion tehtävistä		100,0%		100,0%

Taulukon 2 mukaan suurin osa (75,2 prosenttia) kertolaskujakson tuntitehtävistä on sievennystehtäviä, tuottamistehtäviä on noin neljännes (24,3 prosenttia) ja tunnistamistehtäviä alle prosentti. Noin puolet (53,8 prosenttia) kotitehtävistä on sievennystehtäviä. Kotitehtävissä tuottamistehtävien määrä on suurempi kuin tuntitehtävissä, niiden osuus kotitehtävistä on 35,3 prosenttia. Kotitehtävistä sievennystehtäviä on 7,6 prosenttia. Lisätehtävistä yli puolet (58,5 prosenttia) on tuottamistehtäviä. Noin kolmannes (33,8 prosenttia) lisätehtävistä on sievennystehtäviä ja tunnistamistehtäviä on 4,0 prosenttia.

Kaikista laskutaidon oppilaan kirjan kertolaskuosion tehtävistä yli puolet (60,7 prosenttia) on algoritmeja harjoittavia sievennystehtäviä. Noin kolmannes (35,2 prosenttia) tehtävistä on tuottamistehtäviä. Vähiten kertolaskuosion tehtävistä on tunnistamistehtäviä (4 prosenttia).

Geometria

Laskutaidon geometriaosiossa on yhteensä 368 tehtävää, joista tuntitehtäviä on 132, kotitehtäviä 74 ja lisätehtäviä 162. Geometriajakso on keskimäärin kymmenen oppitunnin mittainen, olettaen että kirjaa edetään aukeama oppitunnissa. Yhdellä aukeamalla on noin 13 tuntitehtävää.



KUVIO 16. Laskutaidon oppilaan kirjan geometriajakson kognitiiviset tasot.

Kuvion 16 mukaan Laskutaidon geometriajakson tuntitehtävät jakautuvat melko tasaisesti kognitiivisille tasoille. Tuntitehtävistä alle puolet (45,3 prosenttia) on LY -tason tehtäviä. YS -tason tehtäviä on noin kolmannes (32,0 prosenttia) tehtävistä ja SA -tason tehtäviä noin viidesosa (22,7 prosenttia) geometrian tehtävistä.

Yli puolet (64,9 prosenttia) kotitehtävistä on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason tehtäviä. YS -tason tehtäviä on 24,3 prosenttia ja SA -tason tehtäviä 10,8 prosenttia. Selkeästi eniten LY -tason tehtäviä suhteessa muihin kognitiivisiin tasoihin on lisätehtävissä, joista jopa 85,2 prosenttia on LY -tason tehtäviä. Lisätehtävistä YS -tason tehtäviä on vähiten (5,6 prosenttia), hieman enemmän on SA -tason vaativia tehtäviä (9,3 prosenttia).

Taulukosta 3 selviää, että lähes kaikki (98,9 prosenttia) Laskutaidon geometriajakson tehtävät ovat suljettuja, avoimia tehtäviä on yhteensä neljä kaikista jakson tehtävistä. Kaikki avoimet tehtävät ovat tuntitehtäviä.

TAULUKKO 3. Laskutaidon geometriajakson tehtävätyypit sekä avoimet ja suljetut tehtävät.

			tehtävätyyppi			yhteensä
			sievennys tehtävä	tuottamis tehtävä	tunnistamis tehtävä	
avoin/suljettu	suljettu	tuntitehtävä määrä	15	52	61	128
		% osion tehtävistä	11,7%	40,6%	47,7%	100,0%
	kotitehtävä	määrä	24	20	30	74
		% osion tehtävistä	32,4%	27,0%	40,5%	100,0%
	lisätehtävä	määrä	102	17	43	162
		% osion tehtävistä	63,0%	10,5%	26,5%	100,0%
	yhteensä	määrä	141	89	134	364
% osion tehtävistä		38,7%	24,5%	36,8%	100,0%	
avoin	tuntitehtävä	määrä		4	4	
		% osion tehtävistä		100,0%		100,0%
	yhteensä	määrä		4		4
		% osion tehtävistä		100,0%		100,0%

Taulukon 3 mukaan Laskutaidon geometriajakson suljetuista tuntitehtävistä noin puolet (47,7 prosenttia) on tunnistamistehtäviä. Lähes yhtä paljon on tuottamistehtäviä (40,6 prosenttia) ja vähiten sievennystehtäviä (11,7 prosenttia). Kotitehtävissä tehtävät ovat jakautuneet tasaisesti eri tehtäväluokkiin. Kotitehtävistä on sievennystehtäviä 32,4 prosenttia, tuottamistehtäviä 27,0 prosenttia ja tunnistamistehtäviä 40,5 prosenttia. Geometriajakson lisätehtävistä suurin osa (63,0 prosenttia) on mekaanisia peruslaskutoimituksia harjoittavia sievennystehtäviä. Tuottamistehtäviä on 10,5 prosenttia ja tunnistamistehtäviä 26,5 prosenttia.

7.1.2 Matikkamatka

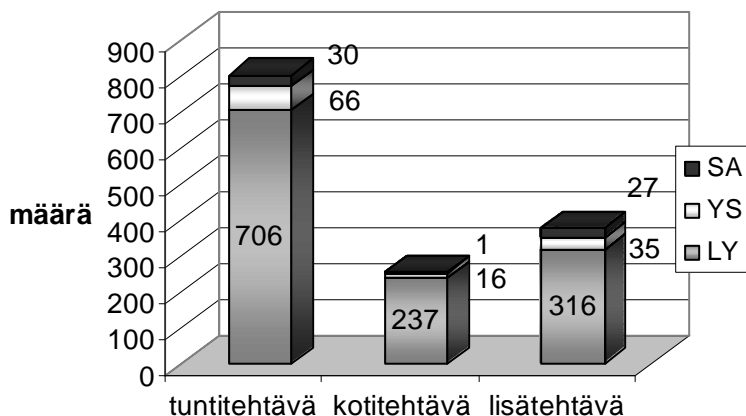
Kertolasku

Matikkamatkan kertolaskuja sisältävässä jaksossa on yhteensä 1474 tehtävää, joista tuntitehtäviä on 802, kotitehtäviä 290 ja lisätehtäviä 378. Jakso kestää noin 32 oppituntia, olettaen, että kirjaa edetään aukeama oppituntia kohden. Matikkamatkan kertolaskujaksoon kuuluu myös jakolaskua, mikä selittää jakson laajuuden. Yhdellä aukeamalla on keskimäärin 46 tuntitehtävää.

Kuvion 17 mukaan oppilaan kirjan kerto- ja jakolaskuosion tuntitehtävistä suurin osa (88,0 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuustasoltaan peruslaskutoimituksia ja proseduureja harjoittavia LY -tason tehtäviä. Tuntitehtävistä proseduurien hallintaa ja soveltamista vaativia YS -tason tehtäviä on 8,2 prosenttia ja kognitiiviselta tasoltaan vaativimpia SA -tason tehtäviä 3,7 prosenttia.

Kotitehtävistä lähes kaikki tehtävät (93,3 prosenttia) ovat LY -tason tehtäviä, SY -tason tehtäviä on 6,3 prosenttia. Kotitehtävissä on ainoastaan yksi SA -tason tehtävä.

Matikkamatka kertolasku



KUVIO 17. Matikkamatkan oppilaan kirjan kertolaskujakson kognitiiviset tasot.

Matikkamatkan kerto- ja jakolaskuosion lisätehtävistä suurin osa (83,6 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason tehtäviä. YS -tason tehtäviä on 9,3 prosenttia ja vaativia ei-rutiiniomaisia SA -tason tehtäviä 7,1 prosenttia. Kokonaisuudessaan Matikkamatkan kerto- ja jakolaskuosion oppilaan kirjan tehtävistä suurin osa (88,0 prosenttia) on LY -tason mekaanisia peruslaskutoimituksia harjoittavia tehtäviä. Alle kymmenesosa (8,1 prosenttia) on YS -tason tehtäviä ja vähiten (3,9 prosenttia) on SA -tason tehtäviä.

Matikkamatkan kerto- ja jakolaskuosion 1474 tehtävästä lähes kaikki (99,4 prosenttia) on suljettuja tehtäviä. Koko jaksossa on yhdeksän avointa tehtävää. Avoimista tehtävistä kaksi on tuntitehtävää ja seitsemän kuuluu kotitehtäviin. Kahdeksan yhdeksästä avoimesta tehtävästä on tuottamistehtäviä.

Taulukossa 4 on nähtävissä, että sievennystehtävien prosentuaalinen osuus tunti-, koti- ja lisätehtävistä on melko yhtenevä, määrät vaihtelevat välillä 64–68 prosenttia. Tuntitehtävistä tuottamistehtäviä on noin viidesosa (21,7 prosenttia) ja tunnistamistehtäviä on noin kymmenesosa (9,7 prosenttia). Muiden tehtävien osuus tuntitehtävistä on alle prosentti. Kotitehtävistä tuottamistehtävien osuus on noin kolmasosa (30,3 prosenttia) tehtävistä ja tunnistamistehtävien

osuus 2,4 prosenttia. Muita tehtäviä kotitehtävissä on 3,8 prosenttia. Lisätehtävistä noin neljäsosa (24,6 prosenttia) on tuottamistehtäviä ja alle kymmenesosa (8,7 prosenttia) on tunnistamistehtäviä.

TAULUKKO 4. Matikkamatkan kertolaskuosion tehtävätyypit sekä avoimet ja suljetut tehtävät.

Matikkamatka kertolasku

avoin/ suljettu			tehtävätyyppi				yhteensä
			sievennys tehtävä	tuottamis tehtävä	tunnistamis tehtävä	muu tehtävä	
suljettu	tuntitehtävä	määrä	545	172	78	5	800
		% osion tehtävistä	68,1%	21,5%	9,8%	,6%	100,0%
	kotitehtävä	määrä	183	82	7	11	283
		% osion tehtävistä	64,7%	29,0%	2,5%	3,9%	100,0%
	lisätehtävä	määrä	252	93	33	0	378
		% osion tehtävistä	66,7%	24,6%	8,7%	,0%	100,0%
	peli	määrä	0	1	0	3	4
		% osion tehtävistä	,0%	25,0%	,0%	75,0%	100,0%
	yhteensä	määrä	980	348	118	19	1465
		% osion tehtävistä	66,9%	23,8%	8,1%	1,3%	100,0%
avoin	tuntitehtävä	määrä	0	2			2
		% osion tehtävistä	,0%	100,0%			100,0%
	kotitehtävä	määrä	1	6			7
		% osion tehtävistä	14,3%	85,7%			100,0%
	yhteensä	määrä	1	8			9
		% osion tehtävistä	11,1%	88,9%			100,0%

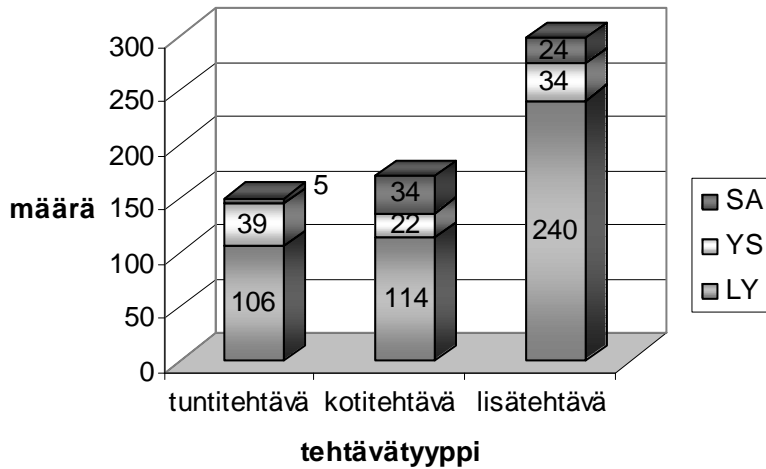
Kokonaisuudessaan Matikkamatkan kerto- ja jakolaskuosion oppilaan kirjan tehtävistä 88,0 prosenttia on kognitiiviselta vaativuudeltaan LY -tason mekaanisia peruslaskuja harjoittavia tehtäviä. YS -tason tehtäviä on 8,1 prosenttia ja SA -tason tehtäviä 3,9 prosenttia jakson tehtävistä.

Geometria

Matikkamatkan geometriajaksoissa on yhteensä 587 tehtävää, joista tuntitehtäviä on 150, kotitehtäviä 137 ja lisätehtäviä 298. Geometriajakso kestää keskimäärin 11 oppituntia, olettaen, että kirjaa edetään aukeama oppituntia kohden. Yhdellä perustehtäviä sisältävällä tuntitehtävääukeamalla on noin 13 tehtävää.

Kuvion 18 mukaan matikkamatkan geometriajakson tuntitehtävistä yli kaksi kolmasosaa (70,7 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason tehtäviä. Noin neljäsosa (26,0 prosenttia) tuntitehtävistä on YS -tason tehtäviä ja SA -tason tehtäviä on 3,3 prosenttia tuntitehtävistä. Kotitehtävistä suurin osa (83,2 prosenttia) on LY -tason tehtäviä. Kognitiiviselta vaativuudeltaan YS -tasoon kuuluu kotitehtävistä 16,1 prosenttia. SA -tason kotitehtäviä on alle prosentti.

Matikkamatka geometria



KUVIO 18. Matikkamatkan oppilaan kirjan geometriajakson kognitiiviset tasot.

Matikkamatkan lisätehtäviä suurin osa (80,5 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason mekaanisia peruslaskutoimituksia harjoittavia tehtäviä. YS -tason tehtäviä on noin kymmenesosa (11,4 prosenttia) lisätehtävistä ja SA -tason tehtäviä hieman vähemmän (8,4 prosenttia).

Kokonaisuudessaan Matikkamatkan geometriajakson tehtävistä suurin osa (78,4 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuudeltaan LY -tason tehtäviä. YS -tason tehtäviä on noin kuudesosa (16,5 prosenttia) ja SA -tason tehtäviä 5,1 prosenttia geometriajakson tehtävistä.

Taulukon 5 mukaan Matikkamatkan geometriajakson tehtävistä lähes kaikki (99,5 prosenttia) on suljettuja tehtäviä. Avoimia tehtäviä on kolme. Tuntitehtävissä on painotettu tunnistamistehtäviä, joita on yli puolet (54,7 prosenttia) tehtävistä. Tuottamistehtäviä on noin kolmannes kotitehtävistä (36,0 prosenttia) ja sievennystehtäviä 1,6 prosenttia. Kotitehtävissä painotetaan tuntitehtävistä poiketen sievennystehtäviä, joita on kaksi kolmasosaa (67,4 prosenttia) kotitehtävistä.

TAULUKKO 5. Matikkamatkan geometriajakson tehtävätyypit sekä avoimet ja suljetut tehtävät.

Matikkamatka geometria

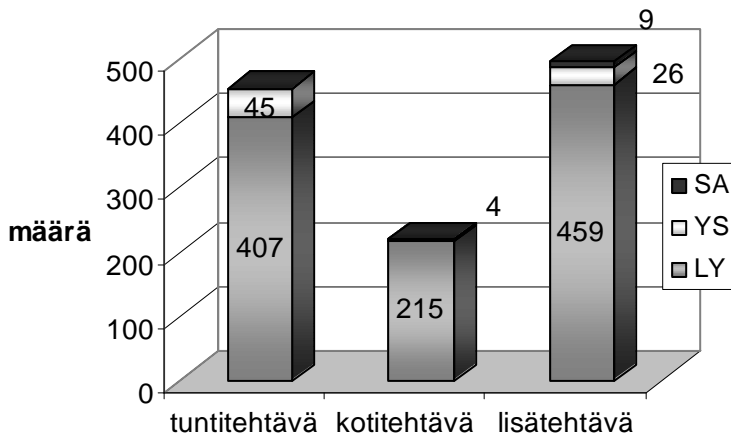
avoin/ suljettu			tehtävätyyppi					yhteensä
			sievennys tehtävä	tuottamis tehtävä	tunnistamis tehtävä	muu tehtävä	mittaamis tehtävä	
suljettu	tuntitehtävä	määrä	2	54	82	0	12	150
		% osion tehtävistä	1,3%	36,0%	54,7%	,0%	8,0%	100,0%
	kotitehtävä	määrä	91	22	22	0	0	135
		% osion tehtävistä	67,4%	16,3%	16,3%	,0%	,0%	100,0%
	lisätehtävä	määrä	239	10	46	2	0	297
		% osion tehtävistä	80,5%	3,4%	15,5%	,7%	,0%	100,0%
	peli	määrä	0	2	0	0	0	2
		% osion tehtävistä	,0%	100,0%	,0%	,0%	,0%	100,0%
	yhteensä	määrä	332	88	150	2	12	584
		% osion tehtävistä	56,8%	15,1%	25,7%	,3%	2,1%	100,0%
avoin	kotitehtävä	määrä		2		0		2
		% osion tehtävistä		100,0%		,0%		100,0%
	lisätehtävä	määrä		0		1		1
		% osion tehtävistä		,0%		100,0%		100,0%
	yhteensä	määrä		2		1		3
		% osion tehtävistä		66,7%		33,3%		100,0%

7.1.3 Tuhattaituri

Kertolasku

Tuhattaiturin oppilaan kirjan kertolaskuosiossa on yhteensä 1169 tehtävää, joista 452 on tuntitehtäviä, 219 kotitehtävää ja 494 lisätehtävää. Yhdellä perustehtävistä koostuvalla tuntitehtävääukeamalla on keskimäärin 28 tehtävää. Jokaisen tuntitehtävääukeaman jälkeen on lisätehtävääukeama. Yhdellä lisätehtävääukeamalla on keskimäärin 35 tehtävää. Kertolaskuosio koostuu kahdesta jaksosta, joista ensimmäinen on syyslukukauden kirjassa ja jälkimmäinen kevätlukukauden kirjassa. Kertolaskuosion jaksot kestävät yhteensä noin 16 oppituntia, olettaen, että kirjaa edetään aukeama oppituntia kohden.

Tuhattaituri kertolasku



KUVIO 19. Tuhattaiturin oppilaan kirjan kertolaskujakson kognitiiviset tasot.

Kuviosta 19 selviää, että Tuhattaiturin kertolaskujakson tuntitehtävistä suurin osa (90,0 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason mekaanisia peruslaskutoimituksia harjoittavia tehtäviä. Tuntitehtävistä YS -tason tehtäviä on kymmenesosa (10,0 prosenttia). SA -tason tehtäviä ei tuntitehtävissä ole ollenkaan. Kotitehtävistä lähes kaikki (98,6 prosenttia) tehtävät ovat LY -tason tehtäviä. YS -tason tehtäviä on neljä eli hieman yli prosentti kotitehtävistä. SA -tason tehtäviä ei ole Tuhattaiturin kertolaskujakson kotitehtävissä. Lisätehtävistä myös suurin osa (92,9 prosenttia) on LY -tason peruslaskutoimituksia. YS -tason tehtäviä on noin 5,3 prosenttia ja SA -tason lisätehtäviä on 1,8 prosenttia.

Taulukon 6 mukaan Tuhattaiturin kertolaskujaksossa on yksi avoin tehtävä. Jakson ainoa avoin tehtävä on tuottamistehtävä ja sijaitsee kotitehtävissä. Kaikki muut tehtävät ovat suljettuja tehtäviä.

Taulukosta 6 voidaan todeta, että suurin osa (69,5 prosenttia) Tuhattaiturin kertolaskujakson tuntitehtävistä on sievennystehtäviä. Tuottamistehtäviä on alle kolmasosa (28,5 prosenttia) ja tunnistamistehtäviä 2,0 prosenttia. Kotitehtävissä sievennystehtävien osuus on suurempi kuin tuntitehtävissä, sillä 86,3 prosenttia koitehtävistä on sievennystehtäviä. Kotitehtävistä 8,7 prosenttia on tuottamistehtäviä ja 5,0 prosenttia tunnistamistehtäviä. Lisätehtävistä hieman yli puolet (57,5 prosenttia) on sievennystehtäviä.

TAULUKKO 6. Tuhattaiturin kertolaskujakson tehtävätyypit sekä avoimet ja suljetut tehtävät.

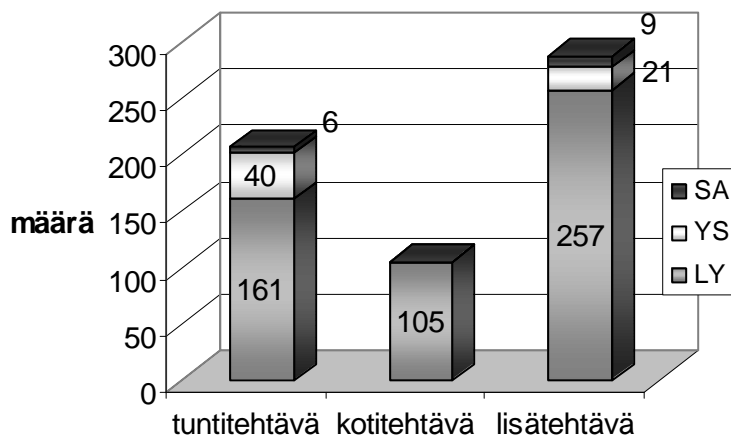
Tuhattaituri kertolasku

avoin/suljettu			tehtävätyyppi			yhteensä	
			sievennys tehtävä	tuottamis tehtävä	tunnistamis tehtävä		
suljettu	tuntitehtävä	määrä	314	129	9	452	
		% osion tehtävistä	69,5%	28,5%	2,0%	100,0%	
	kotitehtävä	määrä	189	18	11	218	
		% osion tehtävistä	86,7%	8,3%	5,0%	100,0%	
	lisätehtävä	määrä	284	76	134	494	
		% osion tehtävistä	57,5%	15,4%	27,1%	100,0%	
	peli	määrä	0	4	0	4	
		% osion tehtävistä	,0%	100,0%	,0%	100,0%	
	yhteensä		määrä	787	227	154	1168
			% osion tehtävistä	67,4%	19,4%	13,2%	100,0%
avoin	kotitehtävä	määrä		1		1	
		% osion tehtävistä		100,0%		100,0%	
	yhteensä		määrä		1	1	
			% osion tehtävistä		100,0%	100,0%	

Geometria

Tuhattaiturin oppilaan kirjan geometriajaksoissa on yhteensä 600 tehtävää, joista tuntitehtäviä on 207, kotitehtäviä 105 ja lisätehtäviä 287. Jakso kestää keskimäärin 13 oppituntia olettaen, että kirjaa edetään aukeama oppituntia kohden. Kaikille yhteisiä tuntitehtäviä on noin 16 aukeamaa kohden. Tuhattaiturin tuntikokonaisuuteen kuuluu lisäksi lisätehtäväaukeama. Yhdellä lisätehtäväaukeammalla on keskimäärin 23 tehtävää.

Tuhattaituri geometria



KUVIO 20. Tuhattaiturin oppilaan kirjan geometriajakson kognitiiviset tasot.

Kuten kuvio 20 osoittaa, Tuhattaiturin geometriajakson tuntitehtävistä suurin osa (77,8 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason mekaanisia peruslaskutoimituksia harjoittavia tehtäviä. Tuntitehtävistä hieman alle viidesosa (19,3 prosenttia) on YS -tason tehtäviä. Kognitiiviselta tasolta vaativimpia SA -tason tehtäviä on tuntitehtävistä 2,9 prosenttia. Kuviosta 20 käy ilmi, että kaikki Tuhattaiturin geometriajakson kotitehtävistä on LY -tason tehtäviä. Lisätehtävissä noin yhdeksän kymmenestä tehtävästä (89,5 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason tehtäviä. YS -tason tehtäviä on 7,3 prosenttia ja SA -tason tehtäviä 3,1 prosenttia.

Kokonaisuudessaan Tuhattaiturin geometriajakson tehtävistä suurin osa (87,2 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason peruslaskutoimituksia harjoittavia tehtäviä. YS -tason tehtäviä on noin kymmenesosa (10,3 prosenttia) ja SA -tason tehtäviä ainoastaan 2,5 prosenttia.

Taulukon 7 mukaan Tuhattaiturin oppilaan kirjan geometriajakson tuntitehtävistä lähes puolet (48,8 prosenttia) on tunnistamistehtäviä. Tuntitehtävistä lähes kolmasosa (32,9 prosenttia) on tuottamistehtäviä. Sievennystehtävien osuus on kymmenesosa (10,1 prosenttia) ja mittaamistehtäviä hieman alle kymmenesosa (8,2 prosenttia) geometriajakson tuntitehtävistä.

TAULUKKO 7. Tuhattaiturin geometriajakson tehtävätyypit sekä avoimet ja suljetut tehtävät.

			Tuhattaituri geometria					
avoin/ suljettu			tehtävätyyppi					yhteensä
			sievennys tehtävä	tuottamis tehtävä	tunnistamis tehtävä	muu tehtävä	mittaamis tehtävä	
suljettu	tuntitehtävä	määrä	21	66	101		17	205
		% osion tehtävistä	10,2%	32,2%	49,3%		8,3%	100,0%
	kotitehtävä	määrä	77	3	23		2	105
		% osion tehtävistä	73,3%	2,9%	21,9%		1,9%	100,0%
	lisätehtävä	määrä	120	47	97		22	286
		% osion tehtävistä	42,0%	16,4%	33,9%		7,7%	100,0%
	peli	määrä	0	1	0		0	1
		% osion tehtävistä	,0%	100,0%	,0%		,0%	100,0%
	yhteensä	määrä	218	117	221		41	597
		% osion tehtävistä	36,5%	19,6%	37,0%		6,9%	100,0%
avoin	tuntitehtävä	määrä		2		0		2
		% osion tehtävistä		100,0%		,0%		100,0%
	lisätehtävä	määrä		0		1		1
		% osion tehtävistä		,0%		100,0%		100,0%
	yhteensä	määrä		2		1		3
		% osion tehtävistä		66,7%		33,3%		100,0%

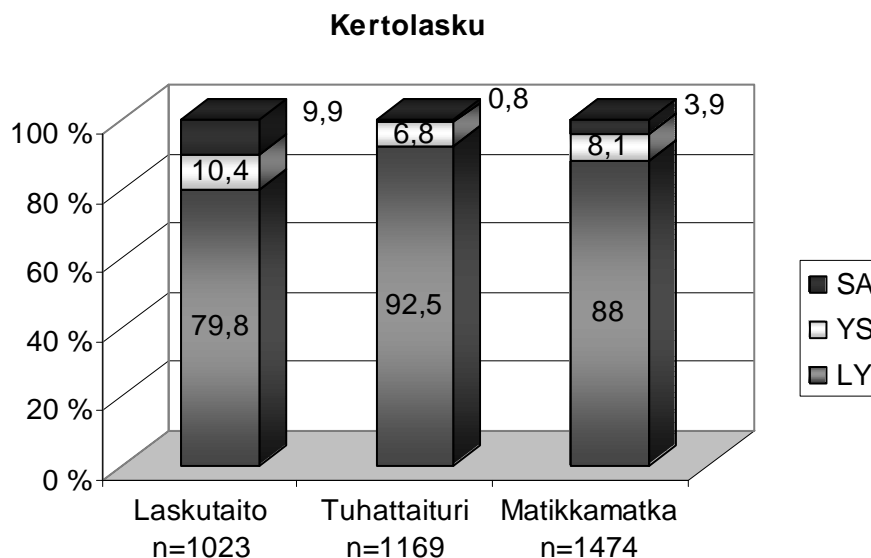
Taulukon 7 mukaan toisin kuin tuntitehtävistä geometriajakson kotitehtävistä suurin osa (73,3 prosenttia) on sievennystehtäviä. Noin viidesosa (21,9 prosenttia) kotitehtävistä on

tunnistamistehtäviä. Niin tuottamis- kuin mittaamistehtävien osuus kotitehtävistä on hyvin pieni. Lisätehtävät ovat jakautuneet hieman tasaisemmin eri tehtäväluokkiin. Sievennystehtävien osuus on 41,8 prosenttia, tuottamistehtävien osuus 16,4 prosenttia, tunnistamistehtävien osuus 33,8 prosenttia ja mittaamistehtävien osuus 7,7 prosenttia lisätehtävistä.

Tuhattaiturin kaikkia geometriajakson tehtäviä tarkasteltaessa voidaan todeta, että suurin osa (87,1 prosenttia) tehtävistä on kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason mekaanisia peruslaskutoimituksia harjoittavia tehtäviä. YS -tason tehtävien osuus jakson tehtävistä on 10,2 prosenttia. SA -tason tehtäviä on alle kolme sataa tehtävää kohden (2,5 prosenttia) kaikista jakson tehtävistä.

7.1.4 Yhteenveto

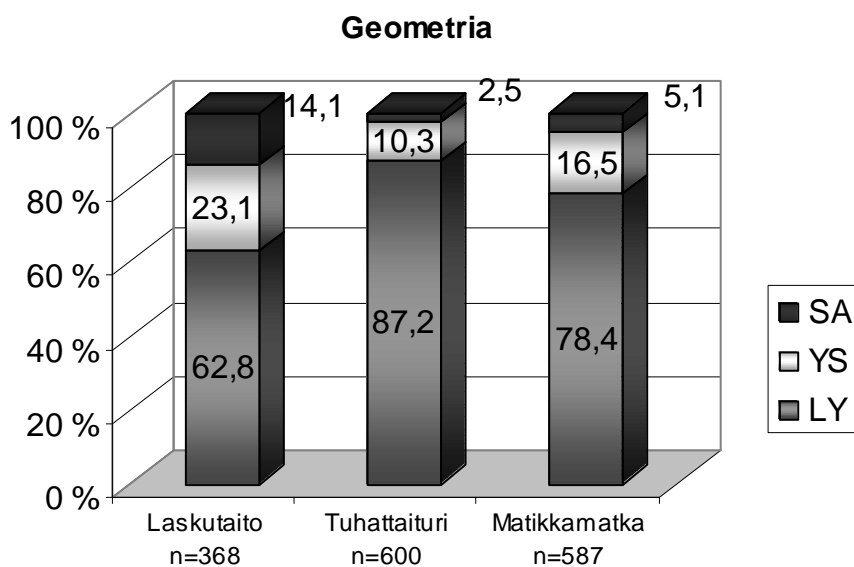
Kuvio 21 osoittaa, että kokonaisuudessaan kirjasarjojen kertolaskujaksojen oppilaan kirjan tehtävien välillä ei ole suuria prosentuaalisia eroja. Kuvion ristiintaulukoinnista on tehty Khin neliö -testi (liite 5). Kaikkien kirjasarjojen tehtävät painottavat kognitiiviselta vaativuustasoltaan LY -tason tehtäviä. LY -tason tehtävien osuus kaikista tehtävistä on kirjoissa yli 79 prosenttia. Eniten LY -tason tehtäviä on Tuhattaiturin kertolaskujaksossa. LY -tason tehtävissä korostuvat yksittäisten faktojen muistaminen sekä kertolaskun algoritmin hallitseminen eli proseduraalisen tiedon hallinta.



KUVIO 21. Kertolaskuosioiden tehtävien jakautuminen kognitiivisille vaativuustasoille.

Eniten soveltavia ja ymmärrystä vaativia YS -tason tehtäviä on Laskutaidon oppilaan kirjassa (10,4 prosenttia). Tuhattaiturin YS -tason tehtävien osuus on 6,8 prosenttia ja Matikkamatkan 8,1 prosenttia. Myös kognitiiviselta tasoltaan vaativimpia SA -tason tehtäviä on eniten Laskutaidon oppilaan kirjassa (9,9 prosenttia) kun Tuhattaiturissa SA -tason tehtäviä on alle prosentti ja Matikkamatkassa 3,9 prosenttia. SA -tason tehtävät kehittävät erityisesti strategisen kompetenssin sekä mukautuvan päättelyn matemaattisen osaamisen piirteitä.

Eri kirjasarjojen oppilaan kirjojen geometriajakson tehtävät jakautuvat kuvion 22 mukaisesti kognitiivisille vaativuustasoille. Geometriajaksoissa kirjasarjojen väliset erot ovat suurempia. Laskutaidon geometriajakson LY -tason tehtävien osuus jakson tehtävistä on 62,8 prosenttia kun taas Tuhattaiturissa samojen tehtävien osuus on 87,2 prosenttia. YS -tason tehtävien prosentuaaliset osuudet eri kirjasarjoissa vaihtelevat noin 10 – 20 prosentin välillä. Laskutaidossa on painotettu muihin kirjasarjoihin verrattuna enemmän YS -tason tehtäviä, joita on 23,1 prosenttia jakson tehtävistä. Matikkamatkan YS -tason tehtävien osuus on 16,5 prosenttia ja Tuhattaiturissa samojen tehtävien osuus jakson tehtävistä on 10,3 prosenttia. Kuvion ristiintaulukoinnista on tehty Khin neliö -testi (liite 6).

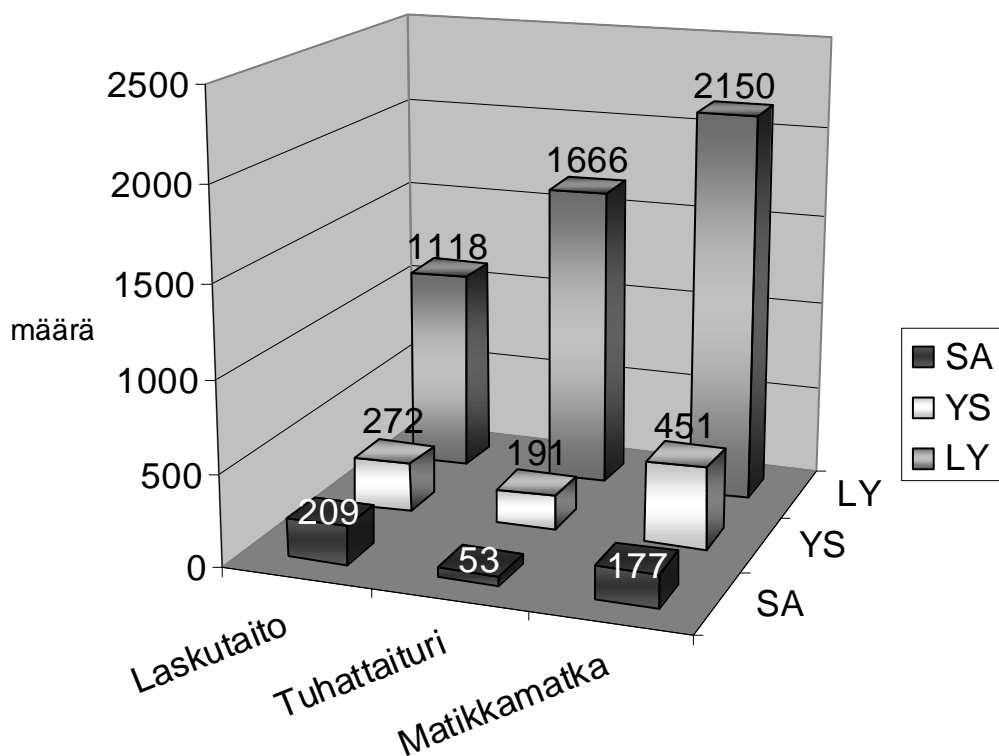


KUVIO 22. Geometriaosioiden tehtävien jakautuminen kognitiivisille vaativuustasoille.

Kuviosta 22 voidaan todeta, että geometriajakson soveltamista ja siirtovaikutusta vaativien SA -tason tehtävien prosentuaalisten osuuksien välillä kirjasarjoissa on havaittavissa eroja.

Prosenttiosuudet vaihtelivat muutamasta prosentista aina liki 15 prosenttiin. Näissä tehtävissä korostui niin konseptuaalisen tiedon kuin strategiatiedon hallinta (Joutsenlahti 2005, 123). Vähiten (2,5 prosenttia) SA -tason tehtäviä oli Tuhattaiturissa. Matikkamatkassa SA -tason tehtävien osuus on noin 5,1 prosenttia, kun taas Laskutaidossa samojen tehtävien osuus on 14,1 prosenttia.

Kun tarkastellaan kokonaisuudessaan kirjasarjoja sisältäen oppilaan kirjan geometriajakson ja kertolaskujakson tehtävät sekä opettajan oppaan geometriajakson ja kertolaskujakson päässälaskutehtävät sekä pohdintatehtävät, tulokset eivät merkittävästi muutu kirjasarjojen tehtävien jakaantumisessa kognitiivisille vaativuustasoille. Kirjasarjojen välillä on kuitenkin merkitseviä eroja (ks. Khin neliö -testi, liite 7). Tehtävät jakautuvat kuvion 23 mukaisesti kognitiivisille vaativuustasoille.



KUVIO 23. Kirjasarjojen analysoitujen jaksoiden kaikkien tehtävien jakautuminen kognitiivisille vaativuustasoille.

Kuten kuvio 23 osoittaa, Laskutaidon 1599 tehtävästä 69,9 prosenttia on LY -tason tehtäviä. Matikkamatkan 2778 tehtävästä 77,4 prosenttia on LY -tason tehtäviä ja Tuhattaiturin 1910 tehtävästä LY -tason tehtävien osuus on suurin, 87,3 prosenttia. Kognitiiviselta vaativuustasoltaan

YS -tason tehtävien osuus vaihtelee 10–17 prosentin välillä. Lähes samoihin YS -tason tehtävien prosentuaalisiin osuuksiin kaikista tehtävistä ylsivät Laskutaito (17,0 prosenttia) ja Matikkamatka (16,2 prosenttia). Tuhattaiturin YS -tason tehtävien osuus oli 10 prosenttia. Prosentuaalisesti eniten (13,1 prosenttia) kognitiiviselta vaativuustasoltaan SA -tason tehtäviä oli Laskutaidon kirjojen tehtävissä. Matikkamatkan SA -tason tehtävien osuus kirjasarjan tehtävistä oli 6,4 prosenttia ja Tuhattaiturin 2,8 prosenttia.

Kun tarkastellaan kaikkien kirjasarjojen kertolaskujakson ja geometriajakson tehtäviä sekä jaksojen opettajan oppaiden päässä lasku- ja pohdintatehtävien sijoittumista kognitiivisille vaativuustasoille sekä näiden yhteyttä tehtäväluokkiin (taulukko 8) osoittaa se sitä, että sievennystehtävistä lähes kaikki (98,7 prosenttia) on kognitiiviselta vaativuudeltaan LY -tason tehtäviä. Nämä tehtävät kehittävät oppilaan proseduraalista sujuvuutta (ks. sivu 29). Mittaamistehtävistä kaikki on LY -tason tehtäviä. Tarkasteltaessa LY -tason tehtävien jakaantumista tehtäväluokkien välille yli puolet (68,6 prosenttia) on sievennystehtäviä.

TAULUKKO 8. Tehtävien kognitiivisen vaativuuden ja tehtävätyyppien välinen yhteys.

			tehtävätyyppi					yhteensä
			sievennys tehtävä	tuottamis tehtävä	tunnistamis tehtävä	muu tehtävä	mittaamis tehtävä	
tehtävän vaativuus	LY	määrä	3386	921	554	20	53	4934
		% vaativuusluokasta	68,6%	18,7%	11,2%	,4%	1,1%	100,0%
	YS	määrä	33	686	186	9	0	914
		% vaativuusluokasta	3,6%	75,1%	20,4%	1,0%	,0%	100,0%
	SA	määrä	10	333	96	0	0	439
		% vaativuusluokasta	2,3%	75,9%	21,9%	,0%	,0%	100,0%
yhteensä		määrä	3429	1940	836	29	53	6287
		% vaativuusluokasta	54,5%	30,9%	13,3%	,5%	,8%	100,0%

YS -tason tehtävistä kolme neljästä (75,1 prosenttia) on tuottamistehtäviä ja noin viidennes tehtävistä (20,4 prosenttia) on tunnistamistehtäviä. Tuottamistehtäviä löytyy tehtäväluokista tasaisesti eri kognitiivisista vaativuustasoista. Oppikirjojen tehtävien ja opettajan oppaan päässä lasku- ja pohdintatehtävien SA -tason tehtävistä suurin osa on tuottamistehtäviä. Nämä tehtävät kehittävät niin oppilaan strategista kompetenssia kuin mukautuvaa päättelyä (ks. sivu 30). Noin viidennes SA -tason tehtävistä on tunnistamistehtäviä. Tunnistamistehtävistä suurin osa on geometriajakson tehtäviä.

7.2 Miten opettajan oppaat tukevat matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä?

Tämän tutkimustehtävän kohdalla opettajan oppaiden ja oppilaan kirjan tehtävien analysointi kertolaskujakson ja geometriajakson osalta on toteutettu laadullisesti. Tutkimuskysymyksen teoreettisena lähtökohtana on Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin (2001) matemaattisen osaamisen piirteet, (ks. sivu 27) jotka ovat kietoutuneet kiinteästi yhteen. Matemaattisen osaamisen kehittymiseen vaaditaan kaikkien piirteiden kehittämistä ja ne ovat riippuvaisia toisistaan. Monet matematiikan tehtävät kehittävät useita matemaattisen osaamisen piirteitä ja tietyt piirteet näkyvät lähes kaikissa matematiikan tehtävissä ja opettajan oppaan didaktisissa ohjeissa. Erojen tekeminen niiden välille ei ole aina mielekästä, mutta tarkastelen kuitenkin aluksi jokaista matemaattisen osaamisen piirrettä erikseen kirjalähtöisesti. Lopussa tarkastelen matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä kirjasarjoittain.

7.2.1 Käsitteellinen ymmärtäminen

Käsitteiden tunnistaminen, omaksuminen ja hallinta matematiikan eri sisältöalueilla ovat merkityksellisiä lapsen ajattelun kehittämisessä. Matematiikka perustuu matemaattiseen kieleen, jonka käsitteet poikkeavat arkipäivän kielestä. (Hartikainen 2001, 77–79) Kieli on keskeistä käsitteiden oppimisessa ja hallinnassa. Vaikka oppilas usein ymmärtää käsitteen ennen kuin pystyy ilmaisemaan sen kielellisesti (ks. sivu 28), on kielellä ja kommunikoinnilla suuri merkitys käsitteiden vahvistamisessa. Erityisesti Laskutaidon ja Matikkamatkan opettajan oppaiden didaktisissa vinkeissä ohjeistetaan käyttämään puhuttua kieltä, mutta yksistään oppilaan kirjojen tehtävät eivät ohjaa lasta matemaattiseen kommunikointiin.

Käsitteellisen ymmärtämisen osoituksena on matematiikan käsitteiden välisen yhteyden ymmärtäminen sekä niiden sujuva käyttö eri menetelmissä. (Kilpatrick ym. 2002, 118–119) Opettajan oppaissa käsitteiden muodostus ja käsitteellinen ymmärtäminen on huomioitu eri yhteyksissä ja uutta käsitettä opeteltaessa ja vahvistaessa oppilaan kirjan tehtävät tukevat käsitteellisen ymmärtämisen kehittymistä. Laskutaidon ja Matikkamatkan opettajan oppaiden jaksojen alussa on kerrottu jakson keskeiset käsitteet ja tavoitteet. Lisäksi kaikkien opettajan oppaiden tuntikokonaisuuksien alussa on tietoa opettajalle aiheeseen liittyvistä keskeisistä käsitteistä, mitä käsitteitä tehtävissä harjoitetaan ja miten käsitteitä tulisi oppilaiden kanssa lähestyä. Tuhattaiturissa tuntikokonaisuuden sisältöä ja tavoitteita sekä keskeisiä käsitteitä on selitetty lyhyesti. Matikkamatkassa ja Laskutaidon opettajan oppaissa esimerkiksi kertolaskun käsitettä ja

lähestymistapaa on selitetty opettajalle laajemmin sekä perusteltu mitä asioita opetuksessa ja uuden käsitteen oppimisessa tulisi ottaa huomioon.

Käsitteellinen ymmärtäminen edellyttää perustehtävien harjoittamista, jotta uusi käsite yhdistyisi konkreettisella tasolla oppilaan aikaisempiin tietorakenteisiin. Esimerkiksi kertolaskun käsitettä tulisi harjoitella ja yhdistää niin lapselle tuttuun jakolaskuun kuin myös yhteenlaskun periaatteeseen sekä selventää, että kertolasku muodostuu yhteenlaskusta. Kilpatrickin ym. (2001) mukaan uuden tiedon yhdistäminen aikaisemmin opittuun on keskeinen osoitus käsitteellisestä ymmärtämisestä. Käsitteitä ei tulisi harjoitella irrallisina, vaan ne tulisi pystyä yhdistämään aikaisempiin tietorakenteisiinsa. (ks. sivut 27–28) Jos lapsi ei ole ymmärtänyt kertolaskun muodostumisperiaatetta, jää kertotaulu irrallisesti ulkoa opetelluksi algoritmiksi, jolloin oppilaan unohtaessa kertolaskun tuloksen, hän ei osaa muuttaa laskutoimitusta yhteenlaskuksi tai soveltaa osaamiensa kertolaskujen tuloksia tai jakolaskua selvittääkseen vähennystekniikalla tulon. Kaikki kirjasarjat lähestyvät kertolaskun käsitettä yhteenlaskun kautta kuvien avulla. Matikkamatkan oppilaan kirjan tehtävissä on käytetty kertolaskun käsitteen harjoittamiseen lisäksi lukusuoratehtäviä.

Geometristen käsitteiden ymmärrystä vahvistavia tehtäviä ovat tunnistamistehtävät, joissa oppilaan pitää esimerkiksi tunnistaa tiettyjä geometrisia kappaleita niiden ominaisuuksien perusteella. Tuhattaiturin ja Laskutaidon oppilaan kirjan tuntitehtävissä on tunnistamista vaativia tehtäviä, joilla vahvistetaan käsitteiden ominaisuuksien tunnistamista ja yhdistämistä oikeaan kappaleeseen esimerkiksi kappaleen sivujen, kulmien ja muodon perusteella. Myös värin perusteella tunnistamista on yhdistetty Tuhattaiturin ja Laskutaidon oppilaan kirjan tehtävissä, joissa harjoitellaan useamman ominaisuuden tunnistamista kappaleista. Kaikissa kirjasarjoissa harjoitellaan kolmiulotteisten kappaleiden yhdistämistä vastaaviin lapselle tuttuihin kappaleisiin, kuten esimerkiksi jäätelöön, jalkapalloon tai muropakettiin. Tällöin geometrinen käsite saa konkreettisen mallin lapselle todellisesta ympäristöstä. Tehtävissä korostuu ikäkaudelle tyypillinen Piaget'n konkreettisten operaatioiden vaiheen kehityksen huomioiminen, jolloin lapsi ymmärtää, että esineitä voidaan luokitella ja järjestää sarjaksi useiden ominaisuuksien perusteella (ks. sivu 16).

Geometrisia käsitteitä tulisi harjoitella tutkimalla konkreettisia malleja, rakentamalla ja tekemällä oppilaan ajattelua kehittäviä piirrostehtäviä. Joen (2004, 21, 87) mukaan klassiset piirrostehtävät, joissa pyydetään piirtämään tietty kuvio ohjeiden mukaan, tukevat ainoastaan ulkolukua, eivät oppilaan ajattelun taitoja. Toisella vuosiluokalla useat geometriset käsitteet tulevat uusina

opeteltavina aiheina, jolloin kolmiulotteisten kappaleiden rakentaminen ja tunnistaminen konkreettisista malleista on tärkeä osa käsitteen oppimista ja hallintaa (ks. liite 1). Esimerkiksi Tuhattaituri kirjasarjan oppilaan kirjassa on kuution rakentamiseen ohjaava tehtävä. Laskutaidossa ja Matikkamatkassa geometrinen kappaleiden rakentamiseen liittyviä tehtäviä on ainoastaan opettajan oppaassa. Kaikkien kirjasarjojen opettajan oppaasta löytyy kaksiulotteisten kappaleiden tutkimiseen ja hahmottamiseen liittyviä harjoituksia.

Kirjasarjoissa edetään uudesta käsitteestä abstraktiin käsitteiden käyttöön ja tarvittavan algoritmin harjoittamiseen. Laskutaidon oppilaan kirjassa uusi käsite ja opetettava proseduri on esitetty jokaisen uuden aihekokonaisuuden alussa keltaisessa tietolaatikossa. Myös Tuhattaiturissa on erillinen vihreä tietolaatikko, jossa uusi aihe on esitetty tiiviissä muodossa. Molemmissa kirjasarjoissa tarvittava tietoaine on helposti löydettävissä. Matikkamatkassa oppilaalle osoitetut tiedot eivät ole erillisessä osiossa, vaan tiedot on esitetty eri osissa jaksoa ja eri puolilla sivua, jolloin oppilaalle suunnatun tarvittavan tiedon etsiminen on vaikeampaa. Kirjoissa edetään käsitettä ja algoritmia harjoittavista sievennystehtävistä (ks. sivu 53) sannallisiin tuottamistehtäviin (ks. sivut 53–54) ja päättelyä sekä ongelmanratkaisua vaativiin tehtäviin.

Perusopetuksen opetussuunnitelman tavoitteissa (ks. sivu 16) matematiikan osalta on todettu, että oppilaan tulee ymmärtää, että käsitteet muodostavat rakenteita, sekä saada monipuolisia kokemuksia eri tavoista esittää matemaattisia käsitteitä. Eri kirjasarjojen opettajan oppaat kehottavat käyttämään konkreettisia välineitä käsitteenmuodostuksen tukena. Opettajan oppaissa on useita didaktisia vinkkejä ja materiaaliehdotuksia konkreettisiksi välineiksi matematiikan tunneille. Käsitteiden lisääntymisen ja selkiytymisen tukena on perusteltua käyttää pelejä, leikkejä sekä erilaisia konkreettisia välineitä (esim. Ikäheimo & Risku 2004, 224–227). Kaikkien kirjasarjojen opettajan oppaissa ohjataan konkreettisten välineiden käyttöön. Opettajan didaktisissa vinkeissä on eritelty eri tapoja hyödyntää toimintamateriaaleja matematiikan oppimisen tukena. Yksistään kirjasarjojen oppilaan kirjan tehtävät eivät ohjaa konkreettisten välineiden käyttöön esimerkiksi kertolaskun käsitettä harjoiteltaessa. Pääsevätkö oppilaat käyttämään käsitteiden ja laskutoimitusten vahvistamisen tukena konkreettisia välineitä on riippuvainen opettajasta.

7.2.2. Proseduraalinen sujuvuus

Proseduraalinen sujuvuus on kiinteästi vuorovaikutuksessa käsitteellisen ymmärtämisen kanssa (ks. sivu 28). Ilman ymmärrystä proseduurin taustalla olevasta käsitteestä oppilas ei ole ymmärtänyt

käsiteltävän algoritmin rakentumisperiaatetta. Toisaalta proseduurien käyttö vahvistaa ja kehittää käsitteellistä ymmärtämistä. Käsitteellinen ymmärtäminen antaa valmiudet tarkastella proseduraalisella sujuvuudella ratkaistua tuloksen oikeellisuutta, esimerkiksi onko tulokseksi saatu luku suuruusluokaltaan mahdollinen. (Kilpatrick ym. 2001, 121–123). Proseduraalinen sujuvuus on algoritmien sujuvaa hallintaa. Suurin osa eri kirjasarjojen oppilaan kirjojen tehtävistä on kognitiiviselta vaativuudeltaan helppoja, proseduraalista sujuvuutta harjoittavia suljettuja sievennystehtäviä ja sanallisia tuottamistehtäviä.

Proseduraalinen sujuvuus edellyttää oppilaan lukujonotaitojen hallintaa. Lapsen lukujonotaidot kehittyvät lukukäsitteen kehittymisen myötä noin 6–8 vuoden iässä (ks. sivut 25–26). Lapselle on yleensä toiseen vuosiluokkaan mennessä muotoutunut käsitys luvun eri merkityksistä, sekä sen kardinaali- ja ordinaalisperiaatteesta (Mattila 2006). Kaikkien kirjasarjojen oppilaan kirjojen alussa kerrataan lukualuetta 0–20, erityisesti kymmenten ylittämistä. Esimerkiksi Tuhattaiturin oppilaan kirjan alussa lukualuetta pienillä luvuilla on kerrattu piirtäen, laskien, lukusuoran sekä lukujen suuruusluokkavertailun avulla. Hyvin pian kirjasarjoissa edetään lukualueelle 0-100. Lukujonotaitoja harjoitetaan täydennystehtävien avulla, joissa lukujonoon lisätään puuttuvat luvut tai lukujonoa jatketaan. Erityisesti kirjasarjoissa on huomioitu taitekohdat; kymmenten ja satojen ylityksen ja alitukset.

Oppikirjat etenevät aihealue kerrallaan. Koska toisella vuosiluokalla usea matematiikan käsite tulee uutena opittavana asiana ja uusien algoritmien oppimiseen on varattava aikaa, on perusteltua, että aiheita käsitellään aluksi erikseen. Huomioitavaa kuitenkin on, että matematiikan eri osa-alueet eivät jäisi irrallisiksi kokonaisuuksiksi ja algoritmien mekaanista toistoa ei olisi liikaa. Esimerkiksi Matikkamatkan ja Laskutaidon oppilaan kirjojen kertolaskujaksoissa on aukeamia, joissa yhdellä sivulla saattaa olla noin 50 kertolaskua. Samojen sievennystehtävien peräkkäinen toisto muistuttaa behaviorismille tyypillistä drillausta (ks. sivu 9), jossa useiden toistojen myötä halutaan saavuttaa ulkoa opittu automatisoitunut taito, jollaisena matematiikka behaviorismin mukaisesti nähdään. Uudet sisällöt tulisi kytkeä luontevasti aikaisempiin aihekokonaisuuksiin, jolloin oppilas ymmärtää proseduurien käytön eri yhteyksissä sekä näiden käsitteiden välisen yhteyden (Kilpatrick ym. 2001, 121–123).

Selkeimmin proseduraalista sujuvuutta harjoittavista tehtävistä on osoituksena kognitiiviselta vaativuudeltaan LY -tason sievennystehtävät sekä tuottamistehtävät, jotka harjoittavat pääasiassa algoritmien käyttöä. Esimerkiksi Laskutaidon oppilaan kirjan tuntitehtävistä yli kolme neljäsosaa

(78,5 prosenttia) on ainoastaan proseduraalista sujuvuutta harjoittavia tehtäviä. Matikkamatkan ja Tuhattaiturin oppilaan kirjoissa kyseisten tehtävien osuus on noin seitsemän kymmenestä tuntitehtävästä (72,0 ja 71,6 prosenttia). Matikkamatkan ja Tuhattaiturin oppilaan kirjojen proseduraalista sujuvuutta harjoittavien tehtävien prosentuaalinen osuus on suurempi kotitehtävissä, sillä Matikkamatkan kotitehtävistä 85,3 prosenttia ja Tuhattaiturin kotitehtävistä 87,7 prosenttia on LY -tason sievennys- tai tuottamistehtäviä. Laskutaidon oppilaan kirjoissa kyseisten tehtävien osuus on hieman pienempi (71,3 prosenttia) kuin kirjasarjan tuntitehtävissä. Selvästi enemmän muita piirteitä painotetaan Laskutaidon lisätehtävissä, sillä hieman yli puolet (54,9 prosenttia) lisätehtävistä on algoritmien harjoittelua. Tuhattaiturin oppilaan kirjojen lisätehtävistä 61,0 prosenttia harjoitetaan proseduraalista sujuvuutta ja Matikkamatkan oppilaan kirjojen lisätehtävistä 79,3 prosenttia.

7.2.3. Strateginen kompetenssi

Strateginen kompetenssi näkyy kun lapsi on ymmärtänyt tehtävän luonteen, hän oivaltaa ratkaistavan ongelman sekä keksii käytettävän strategian tehtävän ratkaisemiseksi (ks. sivu 30). Strateginen kompetenssi sekä tukee että hyödyntää käsitteellistä ymmärtämistä sekä proseduraalista sujuvuutta (Kilpatrick 2002, 9–10). Kilpatrick ym. (2001) ovat todenneet, että koulutehtävissä on yleistä valmiiden ongelmien antaminen oppilaiden ratkaistavaksi. Tämä ongelma esiintyi kaikkien kirjasarjojen oppilaan kirjan tehtävissä, sillä pääasiallisesti tehtävissä painotetaan proseduraalisen tiedon hallintaa sekä käsitteellistä ymmärrystä.

Kirjasarjojen oppilaan kirjan sanallisissa tehtävissä toistuvat valmiit tehtävät, joita ratkaistessaan oppilaan ei tarvitse itse muodostaa ongelmaa ja tuottaa ratkaisustrategiaa. Sanallisten tehtävien tehtävänannoissa toistuvat käsitteet ”enemmän”, ”vähemmän”, ”yhteensä” ja ”kertaa”. Käsitteiden vahvistaminen ja harjoittaminen on olennainen tavoite toisen vuosiluokan matematiikan oppimisessa (ks. sivu 17). Samojen käsitteiden toistaminen samankaltaisissa tehtävissä ohjaa oppilasta tunnistamaan laskustrategian yksittäisten sanojen perusteella ja kytkemään ne tiettyihin aiheisältöihin. Matikkamatkassa sanallisten tehtävien avainsanat on lihavoitu, jolloin laskulauseke on helposti luettavissa suoraan tehtävänannosta. Kun sanalliset tehtävät on pääsääntöisesti kytketty käsiteltävään aihekokonaisuuteen, oppilas toistaa samaa laskutapaa sanallisissa tehtävissä kuin saman tuntikokonaisuuden aikaisemmin käsitellyissä mekaanisissa peruslaskutoimituksissa. Tämä heikentää merkittävästi tarvittavien ratkaisustrategioiden siirtovaikutusta uusiin tilanteisiin, sekä mukautuvan päättelyn kehittymistä.

Kaikissa kirjasarjoissa olevien opettajan oppaiden pohdinta-tehtävät, jotka ovat kognitiiviselta tasoltaan vaativampia kuin oppilaan kirjan tehtävät, tukevat strategisen kompetenssin kehittymistä. Suuressa osassa SA -tasoisissa pohdintatehtävissä oppilaan täytyy itse muodostaa ongelma ja valita ratkaisustrategia. Esimerkiksi Laskutaidossa suurin osa (74,6 prosenttia) pohdintatehtävistä on kognitiiviselta vaativuustasoltaan SA -tason tehtäviä, jotka tukevat strategisen kompetenssin kehittymistä. Tuhattaiturissa SA -tason tehtäviä on puolet (50,0 prosenttia) pohdintatehtävistä ja Matikkamatkassa alle puolet (43,9 prosenttia). Wood (1999, 172–273) on todennut, että erilaisten ratkaisustrategioiden käyttö ja ymmärrys siitä, että eri tavoilla voidaan saavuttaa sama ratkaisu, kehittää oman toiminnan arviointikykyä. Kun oppilas arvioi omaa työskentelyään ja pohtii käyttämiään menetelmiä, mahdollistaa se menetelmien siirtovaikutusta uusiin tilanteisiin. Opettajasta riippuvaiseksi jää, kuinka usein oppilas saa haastavampia, strategista kompetenssia kehittäviä pohdintatehtäviä ratkaistakseen.

Avoimet tehtävät, joissa oppilas itse muotoilee ongelman ja valitsee käytettävän algoritmin ja ratkaisustrategian, tukevat strategisen kompetenssin kehittymistä. Eri kirjasarjojen oppilaan kirjan tehtävistä avoimia tehtäviä on alle prosentti. Avoimia tehtäviä esiintyy hieman enemmän opettajan oppaan didaktisissa vinkeissä ja monistettavissa lisämateriaaleissa. Määrällisesti eniten (23) avoimia tehtäviä analysoiduista jaksoista on Matikkamatkan opettajan ja oppilaan kirjoissa. Laskutaidossa avoimia tehtäviä on kahdeksan ja Tuhattaiturissa kuusi. Pääsevätkö oppilaat ratkaisemaan strategisen kompetenssin kehittymistä tukevia avoimia tehtäviä, on opettajasta riippuvaista.

7.2.4. Mukautuva päättely

Mukautuva päättely viittaa oppilaan kykyyn ajatella loogisesti sekä reflektoida, selittää ja perustella omia ratkaisustrategioita (Kilpatrick ym. 2001, 118–119). Kirjasarjojen oppilaan kirjojen tehtäville on tyypillistä, että niissä ei tarvitse perustella ratkaisujaan tai tarkkailla omia strategioita. Suuressa osassa kirjasarjojen oppilaan kirjojen tuntitehtävissä ratkaisustrategia on valmiiksi annettu tai helposti luettavissa sannallisista ohjeista. Myös tämän komponentin kohdalla esille nousee kielentämisen aspekti, jonka puuttuminen oppilaan kirjan tehtävistä heikentää oppilaan mukautuvan päättelyn kehittymistä. Omien ratkaisustrategioiden perusteluun ohjataan Laskutaito ja Tuhattaituri kirjasarjojen opettajan oppaiden didaktisissa vinkeissä. Pääsääntöisesti oppilaan kirjan tehtävissä ei vaadita mukautuvaa päättelyä ja oman toiminnan perustelua, poikkeuksena Matikkamatkan

kotitehtävissä olevat tehtävät, joissa oppilasta pyydetään perustelemaan miten voi päätellä esimerkiksi tietyn kertolaskun tuloksen.

Mukautuva päättely vaatii riittävän tietopohjan pystyäkseen sovittamaan yhteen faktat, proseduurit, käsitteet ja ratkaisustrategiat järkevällä tavalla (ks. sivu 30). Mukautuvan päättelyn taidon omaava oppilas pystyy selvästi kognitiiviselta tasoltaan haastavampiin ratkaisuprosesseihin. Kuten edellisessä kappaleessa on todettu, opettajan oppaiden pohdintatehtävät tukevat strategisen kompetenssin kehittymistä, mutta myös mukautuvan päättelyn kehittymistä. Tehtävissä oppilas joutuu soveltamaan aikaisemmin opittua tietoa uusissa asiayhteyksissä. Samoin avoimet tehtävät edesauttavat molempien komponenttien kehittymistä. Vaikka mukautuvaa päättelyä kehittäviä tehtäviä ei juuri esiinny toisen vuosiluokan oppilaan kirjojen tehtävissä, on kuitenkin huomattava, että PISA 2003 tutkimuksessa (ks. sivu 14) suomalaisnuoret pärjäsivät parhaiten määrällistä ajattelua vaativissa tehtävissä. Määrällistä ajattelua vaativissa tehtävissä korostui muun muassa päättelyn taidot sekä matemaattisesti tarkoituksenmukaiset laskentatavat sekä arvioinnin taidot (Kupari & Välijärvi 2005, 17–21).

7.2.5. Yritteliäisyys

Positiivinen kuva matematiikasta on edellytys proseduurien ja strategioiden sujuvalle hallinnalle, mukautuvalle päättelylle sekä matematiikan ymmärtämiselle (Kilpatrick ym. 2001, 131–133). Yritteliäisyyden komponentin saavuttanut oppilas uskoo itseensä omiin taitoihinsa sekä ylipäätään siihen, että matematiikka on opittavissa (ks. sivu 31). Yritteliäisyys tukee muiden matematiikan osaamisen komponenttien kehittymistä ja samalla myös kehittyä itse.

Tässä tutkimuksessa yritteliäisyyteen kuuluvalla matematiikkakuvalla tarkoitetaan yksilön uskomuksia matematiikasta. Oppilaan uskomukset matematiikasta vaikuttavat hänen matemaattisen ajattelun kehittymiseen (ks. sivu 21). Pehkonen (1998, 29) on jakanut matematiikkakuvan neljään osaan. Oppilaan matematiikan kirja sekä opettajan suunnittelemat oppitunnit vaikuttavat oppilaan uskomuksiin matematiikan luonteesta, erityisesti käsitykseen matematiikasta kouluaineena. Oppilaan kirjojen monipuoliset ja eri osa-alueita kehittävät tehtävät antavat matematiikasta oppiaineena kuvan, jossa matematiikka on muutakin kuin yksittäisiä laskutoimituksia ja ulkoaoppimista. Toisaalta erityisesti Laskutaidon ja Matikkamatkan kirjoissa esiintyvä saman algoritmin harjoittamisen peräkkäinen toisto antaa ajoittain matematiikasta yksipuolisen kuvan.

Opettajasta riippuvaiseksi jää, kuinka monipuolinen kuva koulumatematiikasta oppilaille muodostuu.

Matematiikkakuvan toinen osa koostuu oppilaan uskomuksista itsestä matematiikan parissa. Saadakseen onnistumisen kokemuksia oppilaan tulisi saada ratkaista omalle taitotasolleen sopivia tehtäviä. Oppilaan kirjat sisältävät paljon peruslaskutoimituksia, joissa vahvistetaan uutta käsitettä ja harjoitellaan proseduurien sujuvuutta. Lähes kaikki kognitiiviselta vaativuudeltaan LY -tason tehtävät harjoittavat proseduraalista sujuvuutta. Koska kaikkien kirjasarjojen luokitelluista oppilaan kirjojen tuntitehtävistä ja kotitehtävistä yli 80 prosenttia on LY -tason tehtäviä, on perusteluta olettaa, että kaikki oppilaat pystyvät ratkaisemaan ja saamaan onnistumisen kokemuksia näistä tehtävistä. Enemmän kognitiiviselta tasoltaan haastavampia tehtäviä tarvitsevat ne oppilaat, jotka kokevat perustehtävät helpoiksi. Eniten kognitiiviselta tasoltaan haastavampia tehtäviä oppilaan kirjan lisätehtävistä on Laskutaidon oppilaan kirjassa, joista nopeuseriyttämiseen tarkoitettuja lisätehtävistä lähes kolmannes (29,4 prosenttia) on YS tai SA -tason tehtäviä. Matikkamatkassa lisätehtävistä haastavampia YS tai SA -tason tehtäviä on alle viidennes (17,9 prosenttia) ja Tuhattaiturissa alle kymmenesosa (8,2 prosenttia).

Pehkosen (1998) matematiikkakuvan kolmas ja neljäs osio liittyvät uskomuksiin matematiikan oppimisesta ja matematiikan opettamisesta. Näissä kiteytyvät oppilaan käsitykset opettajan roolista sekä opetuksen järjestämisestä. Suomalaisessa koulukulttuurissa vallitseva oppikirjakeskeisyys (ks. sivut 5–6) saattaa luoda oppilaille matematiikasta kirjakeskeisen mielikuvan. Myös oppikirjojen suuret tehtävämäärät saattavat ohjata matematiikan oppitunteja kirjakeskeisyyteen ja tehtävien läpikäymiseen erilaisten toimintatapojen sijasta. Opettajien erilaiset oppituntijärjestelyt ja työtavat vaikuttavat oppilaan käsityksiin matematiikasta oppiaineena.

7.2.6. Yhteenveto matemaattisen osaamisen piirteistä kirjasarjoissa

Strategisen osaamisen avulla muotoillaan ongelmat ja proseduraalista sujuvuutta käytetään ratkaistaessa ongelmaa. Mukautuvaa päättelyä hyödynnetään kun perustellaan ratkaisumalli tai sovelletaan sitä uudessa tilanteessa. Käsitteellinen ymmärtäminen luo pohjan perustelulle ja osaamiselle. (Kilpatrick 2001 129–131.) Matemaattisen osaamisen piirteet kehittyvät yhdessä ja liittyvät kiinteästi toisiinsa. Kirjojen tehtävät harjoittavat useampia matemaattisen osaamisen piirteitä samanaikaisesti. Kaikkien kirjasarjojen oppilaan kirjan tehtävissä näkyy proseduraalisen

sujuvuuden painotus. Joitain kirjasarjojen välisiä eroja matemaattisten piirteiden kehittymisen näkökulmasta on kuitenkin havaittavissa.

Laskutaidon oppilaan kirjan tuntitehtävissä korostuu johdonmukainen eteneminen käsitteenmuodostuksesta algoritmien harjoitteluun. Tuntitehtävissä painotetaan proseduraalisen sujuvuuden kehittymistä algoritmien peräkkäisillä toistoilla. Laskutaidon oppilaan kirjan nopeuseriyttämiseen suunnatuissa lisätehtävissä on kognitiiviselta tasoltaan vaativampia tehtäviä, jotka tukevat myös mukautuvan päättelyn kuin strategisen kompetenssin kehittymistä. Opettajan oppaassa ohjataan monipuolisesti eri menetelmien ja konkreettisten välineiden käyttöön. Opettajan oppaan pohdintatehtävät kehittävät niin ikään mukautuvan päättelyn ja strategisen kompetenssin kehittymistä. Kokonaisuudessaan Laskutaidon oppimateriaali mahdollistaa oppilaan positiivisen matematiikkakuvan ja yritteliäisyyden kehittymisen kun opettajan oppaan didaktisia ohjeita hyödynnetään opetuksessa.

Tuhattaiturin oppilaan kirjan tehtävissä painottuvat niin ikään proseduraalisen sujuvuuden kehittymistä algoritmien peräkkäistä toistoa sisältävissä tehtävissä. Strategisen kompetenssin ja mukautuvan päättelyn kehittymiseen ohjaavia tehtäviä on vähän. Tehtävissä edetään melko nopeasti käsitteestä algoritmin harjoittamiseen. Tuhattaiturissa lisätehtävääukeaman yhdistäminen tuntitehtäviin mahdollistaa oppilaan valinnanmahdollisuuksia tehtävien suuntaamisessa mielenkiinnon mukaan. Valinnaisuus yhdistettynä oppilaan kirjan monipuolisiin vaikkakin helppoihin tehtäviin tukee oppilaan positiivisen matematiikkakuvan kehittymistä. Kielentämiseen ohjaavat tehtävät tukevat lapsen matemaattisen ajattelun kehittymistä sekä auttavat oppilasta omien ratkaisustrategioiden tunnistamisessa.

Matikkamatkan oppilaan kirja tehtävissä painotetaan proseduraalisen sujuvuuden kehittymistä. Oppilaan kirjan tehtävissä edetään käsitteen harjoittamisesta niin proseduurien harjoittamiseen mutta myös proseduurien soveltamiseen. Vaikka samojen algoritmien toistoa on paljon, oppilaan kirjan tehtävissä on nähtävissä tehtävätyyppien vaihtelu. Matikkamatkan kotitehtävissä painottuu proseduraalisen sujuvuuden harjoittaminen enemmän kuin kirjan tuntitehtävissä. Opettajan oppaan haastavat pohdintatehtävät tukevat niin aikaisemman opitun soveltamista uusissa tilanteissa, eli mukautuvan päättelyn kehittymistä sekä strategisen kompetenssin kehittymistä. Opettajan oppaan tehtävien ja didaktisten ohjeiden hyödyntäminen mahdollistaa oppilaan matematiikkakuvan ja yritteliäisyyden piirteiden kehittymistä.

7.3 Miten oppimateriaali vastaa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 tavoite- ja sisältönormeihin?

Perusopetuksen opetussuunnitelma (POPS) luo raamit oppikirjojen sisällöille ja tavoitteille. Matematiikan ydintehtävät (ks. sivut 17–18) ovat lähtökohtina oppimisen suunnittelulle niin oppimateriaalissa kuin oppituntien toteutuksessa. Perusopetuksen opetussuunnitelmassa matematiikan keskeiset sisällöt; luvut ja laskutoimitukset, algebra, geometria, mittaaminen sekä tietojen käsittely ja tilastot, on laadittu vuosiluokille 1–2, jolloin kirjan tekijät ovat tehneet omat valintansa, miten aihealueet on jaettu näille vuosiluokille. Tietty keskeisten sisältöjen aihealueista on oletettavasti jätetty vasta kolmannen vuosiluokan oppikirjaan opetussuunnitelmasta poiketen. Kirjasarjojen välillä on kuitenkin eroja tiettyjen keskeisten sisältöjen aihealueissa ja käsiteltävien aihealueiden laajuudessa. Opetushallitus ei enää tarkasta oppimateriaaleja (Ahtineva 2000, 11), jolloin vastuu oppikirjojen sisällön oikeellisuudesta ja tarkoituksenmukaisuudesta sekä valtakunnallisen opetussuunnitelman noudattamisesta on kustantajalla.

Taulukossa 9 on eritelty viiden matematiikan keskeisen sisällön osa-alueet toisella vuosiluokalla ja niiden esiintyminen kolmen eri kirjasarjan matematiikan kirjoissa. Osa-alueet on taulukossa erotettu viideksi osioksi. Eri kirjasarjoista on lisäksi erotettu opettajan opas (kirjasarja) ja oppilaan kirjan tuntitehtävät (kirjasarja t.). Halusin huomioida erikseen sisältöjen esiintymisen oppilaan kirjan tuntitehtävissä, sillä tuntitehtävät koostuvat oppisisällön ja kirjan tekijöiden painottamasta perusaineksesta ja todennäköisimmin kaikki oppilaat tekevät tuntitehtäviä tai osia niistä. Perkkilän (2002) mukaan alkuopetuksessa matematiikan opetuksen tavoitteena on yhä oppikirjan läpikäyminen ja opetus perustuu oppikirjan sisältöihin opetussuunnitelman sisältöjen sijasta.

Lähes kaikki perusopetuksen opetussuunnitelman keskeiset sisällöt tulivat esille kirjasarjojen opettajan oppaissa ja oppaiden didaktisissa ohjeissa. Miten keskeiset sisällöt esiintyvät oppilaan kirjojen tuntitehtävissä, on havaittavissa eroja kirjasarjojen välillä. Taulukossa 9 on esitetty, että geometriassa avaruudellisten suhteiden havainnointiin ja ympäristön geometrinen muotojen havainnointiin, kuvailuun ja nimeämiseen liittyviä tehtäviä ei ole kirjasarjojen oppilaan kirjan tehtävissä. Myöskään ympäröivän tilan hahmottamiseen suuntaavia tehtäviä ja sen jäsentämiseen lapsen omin sanoin ei esiinny minkään kirjasarjan oppilaan kirjan tehtävissä. Havainnointiin ja kuvailuun liittyviä käsitteitä ”edessä”, ”takana”, ”alapuolella” ja ”yläpuolella” (Risku 2002, 133–134) on ainoastaan tehtävissä, joissa lapsen pitää tunnistaa kuvasta, missä tietty kappale sijaitsee, mutta ei tuottaa itse kuvailua, vertailua tai sijainnin määrittelyä. Myöskään oppilaan kirjan

tuntitehtävät eivät ohjaa konkreettisten kolmiulotteisten esineiden tutkimiseen ja kuvailuun²⁶. Pääsääntöisesti oppilaan kirjan tehtävissä tarkastellaan ja nimetään kirjan kuvissa olevia geometrisia kuvioita. Ympäröivän tilan hahmottamiseen ja geometrinen muotojen havainnointiin ohjaavia tehtäviä on kuitenkin kaikkien kirjasarjojen opettajan oppaiden didaktisissa toiminnallisuuteen ja tutkimiseen ohjaavissa ohjeissa.

TAULUKKO 9. POPS:n keskeiset sisällöt oppimateriaalissa

Keskeiset sisällöt aihealueittain	Laskutaito	Laskutaito t.	Tuhattaituri	Tuhattaituri t.	Matikkamatka	Matikkamatka t.
Lukumäärä, lukusana, numerosymboli	X	X	X	X	X	X
Lukujen ominaisuudet	X	X	X	X	X	X
Kymmenjärjestelmän rakentumisen periaate	X	X	X	X	X	X
Yhteen- ja vähennyslasku, laskutoimitusten väliset yhteydet	X	X	X	X	X	X
Kertolaskua ja kertotauluja	X	X	X	X	X	X
Jakolaskua konkreettisilla välineillä	X		X	X	X	X
Eri laskutapojen ja välineiden käyttöä	X	X	X	X	X	X
Yksinkertaista kombinatoriikkaa	X		X	X	X	X
Murtoluvun käsitteen pohjustaminen konkreettisilla välineillä	X		X	X	X	X
Säännönmukaisuusien, suhteiden ja riippuvuuksien näkeminen kuvista	X	X	X	X	X	X
Yksinkertaisia lukujonoja	X	X	X	X	X	X
Ympäröivän tilan avaruudellisten suhteiden havainnointi ja kuvailu	X		X		X	
Ympäristössä olevien geometrinen muotojen havainnointi	X		X		X	
kuvailu	X		X		X	
nimeäminen	X		X		X	
Kaksiulotteisten ja kolmiulotteisten muotojen tunnistaminen	X	X	X	X	X	X
selostaminen	X		X		X	
nimeäminen	X	X	X	X	X	X
Geometriset peruskäsitteet:	X	X	X	X	X	X
piste	X	X	X	X	X	X
jana	X	X	X	X	X	X
murtoviiva			X	X	X	X
puolisuora			X	X	X	X
suora	X	X	X	X	X	X
kulma	X	X	X	X	X	X
Kaksiulotteisten muotojen tekeminen, piirtäminen ja jäljentäminen	X	X	X	X	X	X
Kolmiulotteisten kappaleiden tunnistaminen	X	X	X	X	X	X
rakentaminen	X		X	X	X	X
Peilauksia	X	X	X	X	X	X
Ruutusuurennoksia	X		X	X	X	X
Mittaamisen periaate	X	X	X	X	X	X
Käsitteet:						
pituus	X	X	X	X	X	X
massa	X	X	X	X	X	X
pinta-ala	X	X	X	X	X	X
tilavuus	X	X	X	X	X	X
aika	X	X	X	X	X	X
hinta	X	X	X	X	X	X
Mittavälineiden käyttö	X	X	X	X	X	X
Tärkeimpien mittayksiköiden käyttö	X	X	X	X	X	X
Tärkeimpien mittayksiköiden vertailu	X	X	X	X	X	X
Mittaustuloksen arviointi	X	X	X	X	X	X
Tietojen etsiminen, kerääminen ja tallentaminen	X	X	X	X	X	X
Yksinkertaisten taulukoiden ja diagrammien lukeminen	X	X	X	X	X	X
Koottujen tietojen esittäminen pylväsdiagrammina	X	X	X	X	X	X

26 Ks. Joki (2004).

Taulukossa 9 on nähtävissä, että Laskutaidon toisen vuosiluokan oppilaan kirjassa ei harjoitella jakolaskua, toisin kuin Tuhattaiturin ja Matikkamatkan kirjoissa. Aihetta ei käsitellä myöskään Laskutaidon ensimmäisen vuosiluokan oppilaan kirjassa, jolloin jakolasku on oletettavasti jätetty kolmannen vuosiluokan kirjoihin. POPS:n mukaan jakolasku konkreettisilla välineillä kuuluu osana käsiteltäviin aihekokonaisuuksiin. Riskun (2002, 128) mukaan jakolasku on luontevaa yhdistää kertolaskun käsitteeseen jakolaskun käänteiseen laskutoimitukseen. Tuhattaiturissa ja Matikkamatkassa jakolasku on omana aihekokonaisuutena tai yhdistettynä kertolaskuun. Konkreettinen jakaminen on lapselle luonteva ja tuttu toiminta esimerkiksi karkkeja jakaessa, jolloin on perusteltua harjoitella niin sisältöjakoja kuin ositusjakoa konkreettisilla välineillä 1–2 vuosiluokilla. Laskutaidon opettajan oppaan didaktisissa vinkeissä on mainittuna sisältö- ja ositusjakoon liittyviä harjoituksia, mutta aihetta ei käsitellä kirjasarjan oppilaan kirjassa.

Perusopetuksen opetussuunnitelmassa on eritelty vuosiluokille 1–2 kuuluvan geometrisia peruskäsitteitä (ks. liite 1) jotka kuuluvat myös hyvän osaamisen kriteereihin toisen luokan päättyessä. Näistä geometrisista käsitteistä murtoviivaa ja puolisuoraa ei käsitellä Laskutaidon toisen luokka-asteen oppimateriaalissa, joten käsitteet on oletettavasti jätetty kolmannelle vuosiluokalle käsiteltäviksi. Geometrisista tasokuvioiden ja kappaleiden perusmuodoista hyvän osaamisen kriteereihin on mainittu nelikulmio, kolmio, ympyrä, pallo ja kuutio. Nämä perusmuodot löytyvät kaikista kirjasarjoista. Lisäksi eri kirjasarjat ovat laajentaneet geometrian käsitteistöä omien valintojensa mukaan. Esimerkiksi kaksiulotteisista kuvioista kolmion, nelikulmion ja monikulmion lisäksi Matikkamatkassa harjoitellaan suorakulmion ja neliön käsitteet. Myös etenemisjärjestyksessä ja kappaleiden luokittelussa on kirjasarjojen välisiä eroja. Laskutaidon oppilaan kirjassa edetään kolmiulotteisista kappaleista kaksiulotteisiin tasokuvioihin ja yksiulotteisiin kuvioihin. Matikkamatkassa ja Tuhattaiturissa harjoitellaan ensin yksiulotteiset kuviot, tasokuviot ja vasta sitten kolmiulotteisia kappaleita. Kolmiulotteisten kappaleiden luokituksissa on myös eroja kirjasarjoittain. Laskutaidossa on erotettu kappaleet pallo, ympyräkartio, ympyrälieriö ja suorakulmaiset särmiöt joista erikseen on nimetty nelikulmio. Matikkamatkassa on erotettu lieriöt, joihin kuuluvat nelikulmiot ja suorakulmaiset särmiöt, kartiot ja muut kappaleet joihin kuuluu pallo. Tuhattaiturissa kolmiulotteisista kappaleista harjoitellaan nimeämään ainoastaan kuutio ja pallo.

Geometrian sisältöön perusopetuksen opetussuunnitelmassa kuuluvat myös erilaiset suurennokset ja peilaukset. Ruutusuurennoksia ei ole Laskutaidon oppilaan kirjan tuntitehtävissä, mutta kyseisiä tehtäviä on oppilaan kirjan lisätehtävissä sekä opettajan oppaan lisämateriaaleissa. Tehtäviä, joissa

oppilaan tulee piirtää peilikuva annetusta kuvasta esimerkiksi ruutujen avulla, on kaikkien kirjasarjojen oppilaan kirjoissa. Toisin kuin Laskutaidon ja Matikkamatkan kirjasarjoissa Tuhattaiturin oppilaan kirjassa ei ole tehtäviä, joissa tarkastellaan kuvista peilauksia ja tarkastellaan peilikuvia symmetria-akselin avulla. Tämä ei kuitenkaan ole puute kirjasarjassa, sillä perusopetuksen opetussuunnitelman sisällöissä ei ole eritelty millaisia peilauksia ja symmetrisiä kuvioita oppilaan tulisi harjoitella alkuopetuksessa.

Perusopetuksen opetussuunnitelmassa on eritelty luvut ja laskutoimitukset osioon kuuluvaksi kombinatoriikan, joka on pohjana yksinkertaiselle todennäköisyyslaskennalle. Tuhattaiturin ja Matikkamatkan oppilaan kirjan tehtävissä on kombinatoriikkaan liittyviä tehtäviä, joissa tutkitaan kuvan avulla millaisia yhdistelmiä annetuista kappaleista voidaan muodostaa. Laskutaidon opettajan oppaassa ja oppilaan kirjan lisätehtävissä on kombinatoriikkaan liittyviä tehtäviä, mutta oppilaan kirjan tuntitehtävissä todennäköisyyslaskentaa pohjustavia tehtäviä ei ole.

Perusopetuksen opetussuunnitelman viitekehyksen ollessa väljä kirjasarjat ovat tehneet omia valintoja erilaisissa merkitsemistavoissa. Esimerkiksi eri kirjasarjoissa allekkain vähennyslaskuissa esiintyy kahdenlaista merkitsemistapaa.

9. $515 - 507$

		0	15
	5	1	5
-	5	0	7
			8

2.

S	K	Y
	6	11
	6	1
-	4	5
	2	1
		9

i. $75 - 16$

		15
	7	5
-	1	6
	5	9

KUVIO 24. Laskutaidon, Matikkamatkan ja Tuhattaiturin allekkain vähennyslaskun merkitsemistavat.

Kirjasarjassa Tuhattaituri on valittu merkitsemistapa, jossa allekkain vähennyslaskussa lainatessa kymmeniltä luvun yläpuolelle ei merkitä uutta numeroa, vaan lopullinen satojen lukumäärä merkataan vasta tulokseen. Matikkamatkassa ja Laskutaidossa puolestaan kehoitetaan merkitsemään lainatun luvun yläpuolelle lukua vastaavan uuden numeron lainauksen yhteydessä. Merkitsemistapojen erilaisuus ei vaikuta allekkain vähennyslaskun algoritmiin. Myös kirjojen esittämistavoissa on eroja. Kuten kuviosta näkyy, Matikkamatkassa on korostettu ykkösten,

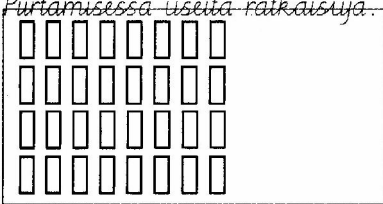
kymmenten ja satojen paikkajärjestystä, jotka kulkevat mukana allekkainlaskutehtävissä. Tuhattaiturissa on korostettu muistinumeron paikkaa erillisellä ruudulla.

Matematiikka ei ole ainoastaan kirjoitettua symbolikieltä vaan se on myös kirjoitettua ja puhuttua kieltä, jonka avulla lapsi jäsentää ajatteluaan ja tuo sen tietoiseksi. Fusonin (1997, 136–147) mallin mukaan matematiikkaa voidaan käsitteellistää ja prosessoida kolmen kielen avulla: matemaattisten symbolien ja lukujen, puhutun kielen sekä mielikuvien avulla. Näiden monipuolinen käyttö luo oppilaalle mahdollisuuden eri ratkaisustrategioiden käyttöön ja matematiikan käsitteellistämiseen eri tavoin. Niin ikään opetussuunnitelman perusteissa yksi keskeisistä tavoitteista ja hyvän osaamisen kriteereistä (Opetushallitus 2004, 157–158) on omien ratkaisujen ja päätelmien perusteleminen konkreettisin mallein, kuvin, kirjallisesti ja suullisesti. Johnsen Hoines (2000) on osoittanut kuinka matematiikasta tulee kieli lapsen kielellisen monimuotoisuuden kautta leikkien, puhuen, piirtäen ja kirjoittaen matematiikkaa. Tällöin lapsen informaali, epämuodollinen kieli ja matemaattinen tietoisuus toimivat matemaattisten käsitteiden ja matematiikan oppimisen perustana. Kielen asema oppimisessa on keskeinen myös vallitsevan oppimiskäsityksen mukaan (ks. sivu 10). Pääsääntöisesti matematiikan oppikirjojen tehtävät eivät johdattele oppilasta kielentämään ratkaisujaan, puhutun kielen käyttöön tai ratkaisuprosessin vaiheiden ja mielikuvien selittämiseen.

7. Piirrä. Merkitse kertolasku ja laske.

- a.** Antin kansiossa on 4 riviä autotarroja. Yhdellä rivillä on 8 tarraa. Kuinka monta autotarraa kansiossa on yhteensä?

Piirtämisessä useita ratkaisuja.



$4 \cdot 8 = 32$

Tulos: 32 autotarraa

KUVIO 25. Tuhattaiturin tuottamistehtävä (Haapaniemi ym. 2004, 29).

Tuhattaiturin osassa sanallisista tuottamistehtävistä on kuitenkin pyritty oppilaan ratkaisustrategian kielentämiseen, sillä joissain sanallisissa tehtävissä on varattu tila tehtävän vaiheiden piirtämiselle.

Esimerkkitehtävässä oppilasta kehoitetaan piirtämään sanallisen tehtävän perusteella kuva. Piirroksen jälkeen oppilas muodostaa tarvittavan algoritmin laskulausekkeeksi ja ratkaisee tehtävän.

Vuosiluokkien 1–2 matematiikan opetuksen ydintehtävissä on mainittu matemaattisen ajattelun kehittäminen, keskittymisen, kuuntelemisen ja kommunikoinnin harjaannuttaminen sekä kokemusten hankkiminen matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden muodostumisen perustaksi (ks. sivu 16). Joutsenlahden (2005, 68) mukaan matemaattinen ajattelu ilmenee koulumatematiikassa uusien käsitteiden oppimisessa ja ongelmien ratkaisujen yhteydessä. Kirjasarjojen erilaiset tehtävät auttavat oppilasta keskittymään. Oppilaan taitotasolle sopivat tehtävät auttavat oppilasta motivoitumaan sekä saaman erilaisia kokemuksia matematiikan parissa. Oppilaan kirjojen lisätehtävät ovat kognitiiviselta vaativuudeltaan eritasoisia (ks. sivut 57–67). Haastavia SA -tason lisätehtäviä sekä ongelmanratkaisua vaativia lisätehtäviä on eniten Laskutaidon oppilaan kirjassa. Matikkamatkan ja Tuhattaiturin oppilaan kirjan lisätehtävät sopivat lisäharjoitusmateriaaliksi, mutta eivät tarjoa haasteellisuutta taitaville oppilaille.

Kaikkien kirjasarjojen opettajan oppaat ohjaavat monipuolisesti eri laskutapojen ja välineiden käyttöön. Risku (2002, 129) on tuonut esille esimerkiksi palikoiden, kymmenjärjestelmän, lukusuoran, päässä-laskujen ja paperin käytön käsitteenmuodostuksen tukena. Opettajan oppaat ohjaavat eri välineiden käyttöön, mutta oppilaan kirjan tehtävissä ei oppilasta ohjata muiden kuin kirjan kuvallisen tehtäviin liittyvän havaintomateriaalin käyttöön, kuten lukusuorien ja kymmenjärjestelmäkuvien käyttöön. Opettajasta riippuvaiseksi jää, kuinka monipuolisesti oppilas pääsee käyttämään konkreettisia havaintomateriaalia ja menetelmiä oppimisen tukena.

Jos oppikirjoissa oppilasta ohjattaisiin perustelemaan ratkaisujaan ja päätelmiään sekä vaadittaisiin ratkaisuprosessin vaiheiden kielentämistä, tukisi se syventymistä matematiikkaan tieteenä, sillä perustelemaan oppiminen jo lapsena edesauttaa todistamisajattelun ymmärtämistä myöhemmällä iällä. Perusteleminen ja erityisesti kielentäminen auttaa lasta ymmärtämään ratkaisuprosessiaan ja sen myötä oppimista. Oman ajattelun ja ratkaisustrategian kielentäminen helpottaa oppilasta myös huomaamaan tekemänsä virheet. Käsitteiden kielentäminen tukee käsitteiden muodostumista ja on osa oppilaan käsitteenmuodostusprosessia. (Risku 2002, 121, Joutsenlahti 2003; 6.) Koska lapsen oman toiminnan perusteleminen ja tuominen tietoiseksi eri menetelmin vaatii harjoittelua, on perusteltua olettaa, että myös alkuopetuksen oppikirjoissa olisi tähän toimintakulttuuriin ohjaavia tehtäviä.

7.4 Mitä yksilöllistettyyn matematiikan opetukseen tarkoitettut oppilaan kirjan harjoitustehtävät sisältävät?

Oppimateriaali niin kuin oppikirjakin on oppimista tukeva väline, ei opetuksen lähtökohta. Opittavat aihealueet on tuotu esille perusopetuksen opetussuunnitelmassa (liite 1). Oppilaille, joilla on erityisiä vaikeuksia matematiikan oppimisessa ja hankaluutta pysyä yleisopetukseen tarkoitettujen matematiikan oppikirjojen vauhdissa, on suunniteltu erilliseen erityisopetukseen sekä yksilöllistettyyn opetukseen tarkoitettu oppilaan kirja. Erityisopetukseen suunnatut oppilaan kirjat soveltuvat yleisopetukseen kevennettynä oppimateriaalina, kunhan oppilaan kokonaisvaltaisessa oppimisessa on huomioitu kaikki opetussuunnitelmassa esiin tuodut osa-alueet, sekä tavoite ja sisältönormit. Tutkimuksessani olen tarkastellut yksilöllistettyyn opetukseen suunnattuja oppilaan kirjoja kokonaisuudessaan. Erityisesti olen halunnut huomioida mitkä matematiikan sisällöt kirjoista on jätetty pois kun verrataan saman kustantajan yleisopetuksen oppilaan kirjaan ja opetussuunnitelmaan, sekä mitä aihealueita kirjoissa erityisesti painotetaan.

7.4.1.Laskutaito E

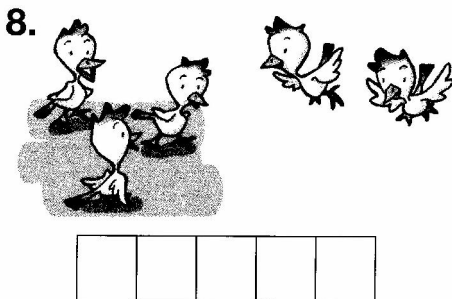
Toisen vuosiluokan Laskutaito E -kirjat eroavat selvästi kirjasarjan yleisopetuksen kirjoista. Kirjoissa ei ole pyritty samanaikaisopetukseen yleisopetuksen kirjan kanssa, joten kirjojen sisällöt eivät ole yhteneviä. Laskutaito E:n oppiainesta on huomattavasti kevennetty ja etenemistä hidastettu. Joitain matemaattisia sisältöjä on jätetty myöhemmälle ja vaativia tehtävätyyppejä on jätetty pois. Lukemisen helpottamiseksi sekä syksyn että kevään oppilaan kirjassa on käytössä tavuviivat. Laskutaito E -kirjat on jaettu viiteen jaksoon. Syksyn ensimmäinen jakso sisältää lukukäsitteen harjoittamista lukualueella 1–10, lukujonotaitoja ja luvun 10 hajotelmien hallintaa yhteen ja vähennyslaskun avulla. Toisessa jaksossa kerrataan lukualuetta 10–20 yhteen- ja vähennyslaskujen, lukujonojen ja parillisten ja parittomien lukujen avulla. Kolmannessa ja neljännessä jaksossa edetään kymmenten ylityksiin ja alituksiin. Viidennessä jaksossa lukualuetta laajennetaan 40:een tunnistamalla lukumääriä, harjoittelemalla lukujonotaitoja ja vertaamalla lukujen suuruuksia. Etenemistä on hidastettu huomattavasti ja oppiainesta kevennetty kun verrataan Laskutaidon E -kirjaa kirjasarjan yleisopetuksen kirjaan, jossa edetään syksyn aikana lukualueelle 0–1000 sekä harjoitellaan kertolaskua.

Kevään Laskutaito oppilaan kirjassa lukukäsitettä harjoitellaan luvuilla 0–50 yhteen ja vähennyslaskujen sekä lukujonoharjoitusten avulla. Toisessa jaksossa tutustutaan ensimmäisen kerran kertolaskun käsitteeseen ja harjoitellaan kertolaskun algoritmia kahden ja viiden

kertotauluilla. Kolmannessa jaksossa käsitellään geometriaa, mittaamista ja kellonaikoja. Kellonajoista uutena opittavana asiana tulee 15 yli ja 15 vaille ajat. Neljännessä luvussa kerrataan kymmenten ylitykset pienillä luvuilla ja uutena asiana tulee kaksinumeroinen vähentäjä. Kevään viimeisessä jaksossa lukualue laajenee sataan. Jaksossa harjoitellaan suuruusluokkavertailua sekä paikkajärjestelmän ja lukujonojen harjoittelua uudella lukualueella.

Laskutaidon E -kirjojen jaksojen lopussa on kokeile taitojasi -sivu, sekä hahmotus- ja ongelmatehtäviä sisältävä sivu. Hahmotus- ja ongelmanratkaisua vaativia strategista kompetenssia ja mukautuvaa päättelyä . vaativia tehtäviä ei ole muualla kirjassa. Kirjan lopussa on yhdistetyt koti- ja lisätehtäväsivut, joita on yksi tuntikokonaisuutta kohden. Kirjan ohjeistuksen mukaan näistä tehtävistä valitaan oppilaalle sopivat kotitehtävät.

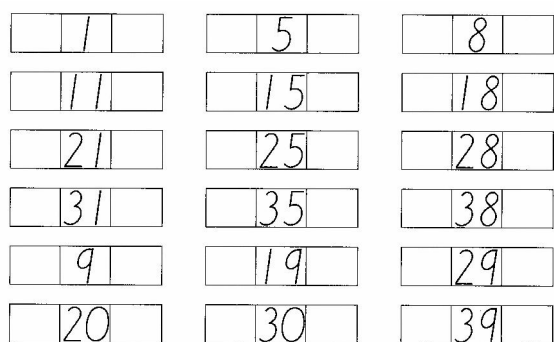
Toisen vuosiluokan Laskutaito E -kirjojen tehtävissä on painotettu lukukäsitteen harjoittamista, lukujonotaitoja ja yhteen- sekä vähennyslaskun algoritmin harjoittelua. Hidastettu eteneminen mahdollistaa lukukäsitteen perusteellisen harjoittamisen, sillä lukualuetta 1–20 harjoitellaan kahden jakson ajan ja koko syksyn aikana Laskutaidon E -kirjassa liikutaan vasta lukualueella 0–40. Laskutaidon yleisopetuksen kirjassa edetään syksyn aikana yhteen ja vähennyslaskussa jo lukualueelle 0–1000 ja uutena opittava kertolaskun algoritmia opetellaan syksyllä. Lukukäsite ja lukujonotaidot ovat pohja matematiikan eri osa-alueiden kehittymiselle, jolloin lukukäsitteen ymmärryksen kehittäminen ja monipuolinen harjoittelu on matematiikan oppimisen perusta. Luvun prosessoinnissa keskeistä on luvun merkityksen eli sen suuruusluokan hahmottaminen ja luvun paikan tunnistaminen lukujonossa suhteessa muihin lukuihin (Temple, 1998). Laskutaito E:ssä on erityisesti huomioitu kuvien käyttö lukukäsitteen ja yhteen- ja vähennyslaskujen tukena.



KUVIO 26. Mukautetun Laskutaidon tuottamistehtävä (Haavisto ym. 2004a, 10).

Kuvallisessa esimerkkitehtävässä konkretisoituu lukua vastaava lukumäärä kuvassa, luvun numerosymboli sekä yhteenlaskun algoritmi. Kuva tukee lukukäsitteen kehittymistä, mutta myös helpottaa algoritmin rakentumisen muistamista. Erityisesti lapsilla, joilla on vaikeuksia muistaa erilaisten laskutoimitusten suoritusperiaatetta (ks. sivu 33), kuva tukee merkittävästi proseduurien hallintaa²⁷. Tutkimusten mukaan (esim. Adams ja Hitch 1997, 21–28) visuaalisesti esitetyillä tehtävillä on saatu parempia tuloksia lapsilla, joilla on vaikeuksia matematiikan oppimisessa, kuin esimerkiksi auditiivisesti esitetyillä tehtävillä. Lapset käyttävät aluksi pienissä yhteen- ja vähennyslaskuissa hyväkseen luettelemista. Tätä strategiaa käyttävät hyväkseen myös oppilaat, joilla on matematiikan oppimisen vaikeuksia, erityisesti muistivaikeuksien kompensoimisessa (esim. Temple 1994). Yhteenlaskun algoritmin harjoittamisen myötä pyritään siirtymistä nopeampiin strategioihin, jolloin esimerkiksi edellisen laskun mukaan (3+2) luetteleminen aloitetaan vasta jälkimmäisestä yhteenlaskettavasta.

Lukukäsitteen kehittyminen vaatii ymmärrystä lukujen sijoittumisesta lukujonoon. Lukujonotaidot kehittyvät normaalisti 6–8 vuoden iässä (ks. sivut 25–26), mutta vaikeudet matematiikan oppimisessa saattavat hankaloittaa lukujonotaitojen kehittymistä. Koska lukujonotaidot ovat edellytyksenä sujuvalle liikkumiselle laajemmilla lukualueilla ja isompia lukuja käsiteltäessä, ovat lukujonoharjoitukset tärkeitä oppimisen kannalta.



KUVIO 27. Mukautetun Laskutaidon lukujonotaitoja harjoittava tehtävä (Haavisto ym. 2004a, 92).

Laskutaidon E -kirjassa on huomioitu lukujonojen harjoittaminen täydennystehtävien avulla (kuvio 27), jossa oppilaan pitää jatkaa lukujonoa tai merkitä tietyn luvun naapuriluvut, kuten esimerkkit tehtävässä. Erityisesti tehtävissä on huomioitu kymmenten ylityskohdat. Lukujonot ja lukusuorat ovat myös muissa tehtävissä algoritmin ratkaisun ja lukujonolla liikkumisen tukena.

²⁷ Ks. myös McCloskey, M. Caramazza, A. & Basili, A. 1985.

Laskutaidon E -kirjassa on vähän päättely- ja ongelmanratkaisutehtäviä, tehtävät ovat erikseen jokaisen yhdellä sivulla jakson lopussa. Myös sanallisia tehtäviä on huomattavasti vähemmän verrattaessa kirjasarjan yleisopetuksen toisen vuosiluokan oppilaan kirjaan. Sanallisissa tehtävissä on painotettu visuaalista esittämistä. Sanallisten tehtävien tehtävänannot ovat lyhyitä ja kielellisesti yhdenmukaisia ja algoritmia korostavia, jolloin esimerkiksi yhteenlaskussa on mainittu sana yhteen. Tehtävissä on vain ratkaisuun tarvittavia lukuja ja ylimääräinen, häiritsevä tieto on jätetty pois. Sanallisissa tehtävissä lasketaan kahden luvun laskutoimituksia ja tehtävissä on aina kuva lukumäärän hahmottamisen ja algoritmin muodostamisen tukena. Sanallisten tehtävien sijasta Laskutaidon E -kirjoihin on kuvasta tehtäviä laskuja.

7.4.2. Tuhattaituri E

Tuhattaiturin E -kirjat eroavat niin ulkoasultaan kuin sisällöltään vain vähän kirjasarjan yleisopetuksen kirjoista. Tuhattaiturin toisen vuosiluokan E -kirjojen perusrakenne noudattaa kirjasarjan yleisopetuksen kirjojen rakennetta. Ulkoasu ja tuntikokonaisuuksien aukeamat ovat tehtävien asettelultaan ja kuvitukseltaan samanlaisia. Yleisopetuksen kirjassa tuntikokonaisuuteen kuuluu perustehtävääukeama kotitehtävineen sekä eriyttävä lisätehtävääukeama. E -kirjoissa lisätehtävääukeama on nimetty hiotaan taitoja -aukeamaksi. Jaksot ja tuntikokonaisuudet etenevät samojen aihealueiden mukaisesti, E -kirjassa tehtävämäärää on vähennetty ja joitain sisältöjä helpotettu tai jätetty pois. Yhtenevä eteneminen sopii kirjojen rinnakkaiseen opetukseen. Tuhattaituri E:n syksyn sekä kevään oppilaan kirjoissa on käytössä tavuviivat lukemisen helpottamiseksi.

Tuhattaituri E -kirjat on jaettu yleisopetuksen kirjojen mukaisesti viiteen jaksoon. Ensimmäisessä jaksossa edetään yhteen ja vähennyslaskussa lukualueelle 0–100. Seuraavassa jaksossa harjoitellaan kymmenten ylityksiä ja alituksia yhteen ja vähennyslaskuissa lukualueella 0–50. Kolmannessa jaksossa edetään yleisopetuksen kirjan mukaisesti kahden ja kolmen luvun allekkain yhteen- ja vähennyslaskuihin. Neljännessä jaksossa siirrytään yhteenlaskusta kertolaskuihin. Jaksossa käsitellään kerotaulut 2, 5 ja 10. Viides jakso käsittelee kellonaikoja sekä viikkoja, päiviä ja kuukausia.

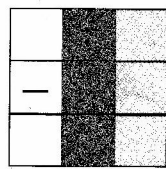
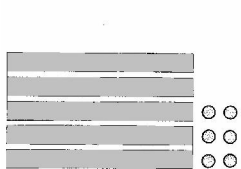
Tuhattaituri E:n kevään kirjan ensimmäisessä jaksossa kerrataan kertotauluja sekä opetellaan uutena kolmen ja neljän kertotaulut. Toinen jakso käsittelee jakolaskua sekä murtolukuja.

Kolmannessa jaksossa harjoitellaan mittaamista sekä geometrisia tasokuvioita ja kappaleita. Lisäksi jaksossa harjoitellaan mittaamisen ja tilavuuden käsitteet senttimetri, millimetri, litra ja desilitra. Neljännessä jaksossa lukualuetta laajennetaan lukualueelle 0–1000. Jakson yhteen ja vähennyslaskuissa ei kuitenkaan ole tuhansia. Lisäksi jaksossa harjoitellaan rahalaskuja. Viidennessä jaksossa harjoitellaan uutena asiana muistinumero ja lainaaminen allekkain yhteen ja vähennyslaskuissa.

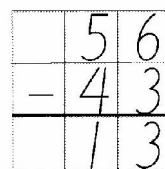
Toisen vuosiluokan Tuhattaituri E -kirjoissa on painotettu kymmenjärjestelmän rakentumisen periaatetta ja proseduraalista sujuvuutta. E -kirjassa edetään samaa vauhtia yleisopetuksen kirjan kanssa, jolloin lapselle, jolla on matematiikan oppimisvaikeuksia, ei ole varattu enempää aikaa käsitteiden, lukujonojen ja algoritmien oppimiseen kuin yleisopetuksen kirjoissa. E -kirjoissa edetään nopeasti käsitteestä proseduraalista sujuvuutta (ks. sivu 29) korostamaan algoritmien harjoitteluun. Vaikeudet matematiikan oppimisessa voivat ilmetä vaikeutena muistaa erilaisten laskutoimitusten algoritmeja (ks. sivu 34), jolloin näiden takana olevat käsitteet eivät ole jäsentyneet oppilaalle. Käsitteiden harjoittelulle konkreettisilla välineillä tulisi varata aikaa.

Tuhattaiturin E -kirjoissa lukusuorien ja kymmenjärjestelmää hahmottavien tukikuvien määrää on lisätty kaikkiin jaksoihin tukemaan proseduurien hallintaa (esim. Adams ja Hitch 1997, 21–28). Koska lukujonotaitojen kehittyminen (ks. sivut 25–27) saattaa olla hidasta lapsilla joilla on matematiikan oppimisen vaikeuksia (ks. sivu 33) lukusuoria on lisätty niin yhteen- ja vähennyslaskuosioihin sekä kertolaskun tueksi. Kymmenjärjestelmää hahmottavia tukikuvia on lisätty tehtäviin, joissa vaaditaan yli kymmenten ylittävän lukualueen hallintaa.

d. 56 – 43








d. 56 – 43




















KUVIO 28. Tuhattaituri E:n (Ristola ym. 2005a, 88) ja Tuhattaiturin (Haapaniemi ym. 2003, 88) sama tehtävä.






Kuviossa 28 näkyy Tuhattaituri E -kirjan tehtävään lisätty tukikuva sekä kirjasarjan yleisopetuksen kirjan sama tehtävä. E -kirjan tehtävässä allekkain laskuruudukkoon on korostettu ykkösten ja kymmenten paikat. Lisäksi laskutoimituksen tukena on lukumääräisyyttä ja kymmenjärjestelmän rakentumista hahmottava tukikuva. E -kirjan tehtävän ohjeistuksessa kehoitetaan yliviivaamaan vähentäjä kuvasta. Tuhattaituri E -kirjassa kymmenjärjestelmä rakentuu ympyröistä (ykköset) ja neliöistä muodostuvista jonoista (kymmenet).

















8. Jokainen ku-va tar-koit-taa yh-tä lu-ku-a. Las-ke.

	= 2
	= 5
	= 10
	= 3
	= 4

	+		+		+		=	<input type="text"/>		
	+		=	<input type="text"/>						
	+		+		=	<input type="text"/>				
	+		+		=	<input type="text"/>				
	+		+		+		+		=	<input type="text"/>

9. Jokainen kuvio tarkoittaa yhtä lukua. Ratkaise luvut.

	= 2
	=
	=
	=
	=

	+		+		+		=	
	·		=					
	-		-		-		=	
	·		=					

KUVIO 29. Tuhattaituri E:n (Ristola ym. 2005a, 132) ja Tuhattaiturin (Haapaniemi ym. 2003, 132) sama tehtävä.

Tuhattaiturin E -kirjan tehtävä on muutettu luonteeltaan erilaiseksi kuin sama tehtävä yleisopetuksen kirjassa. Yleisopetuksen kirjan päättelyä vaativa kognitiiviselta tasoltaan haastava yhtälön ratkaisutehtävä on E -kirjassa proseduraalista sujuvuutta harjoittava tehtävä. Oppilaan ratkaistavaksi jää lukumäärän ja sitä vastaavan kuvasymbolin yhdistäminen laskutoimitukseksi.

Tuhattaiturin toisen vuosiluokan E -kirjoista on karsittu päättely- ja ongelmanratkaisutehtäviä. Myös sanallisten tuottamistehtävien määrää on vähennetty ja tukikuvia lisätty niin sievennystehtäviin kuin tuottamistehtäviin. Kuten Laskutaidon E -kirjoissa, sanallisten tehtävien tehtävänannot ovat lyhyitä ja kielellisesti yhdenmukaisia sekä algoritmia korostavia. Tehtävissä on vain ratkaisuun tarvittavia lukuja ja ylimääräinen, häiritsevä tieto on jätetty pois. Tuhattaiturin sanallisissa tuottamistehtävissä on myös useampivaiheisia laskutoimituksia sisältäviä tehtäviä. Eri laskutoimitusten algoritmien yhdistäminen ja uusien käsitteiden nopea eteneminen symbolitasolle saattaa tuottaa vaikeuksia oppilaille, joilla on vaikeuksia muistaa eri laskutoimitusten algoritmeja ja tarvittavia operaatioita (ks. sivu 33).

7.5 Mitä perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden matematiikan sisältönormeja erityisopetuksen kirjoissa on huomioitu?

Kirjan tekijöiden pois jättämät tai myöhemmäksi siirretyt aihealueet verrattuna kirjasarjan yleisopetuksen kirjoihin ovat oletettavasti niitä matematiikan sisältöjä, jotka vaativat riittävää peruskäsitteiden ja algoritmien hallintaa ja tuottavat erityistä vaikeutta niille lapsille, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia. Taulukossa 10 on tarkasteltu perusopetuksen opetussuunnitelman sisältöjen esiintymistä yksilöllistettyyn opetukseen tarkoitetuissa oppilaan kirjoissa.

TAULUKKO 10. POPS:n sisältöalueet erityisopetuksen kirjoissa.

Keskeiset sisällöt aihealueittain	Laskutaito	Tuhattaituri
Lukumäärä, lukusana, numerosymboli	X	X
Lukujen ominaisuudet	X	X
Kymmenjärjestelmän rakentumisen periaate	X	X
Yhteen- ja vähennyslasku sekä laskutoimitusten väliset yhteydet	X	X
Kertolaskua ja kertotauluja	X	X
Jakolaskua konkreettisilla välineillä		X
Eri laskutapojen ja välineiden käyttöä	X	X
Yksinkertaista kombinatoriikkaa	X	X
Murtoluvun käsitteen pohjustaminen konkreettisilla välineillä		X
Säännönmukaisuuksien, suhteiden ja riippuvuuksien näkeminen kuvista	X	X
Yksinkertaisia lukujonoja	X	X
Ympäröivän tilan avaruudellisten suhteiden havainnointi ja kuvailu		
Ympäristössä olevien geometrinen muotojen havainnointi		
kuvailu		
nimeäminen		
Kaksiulotteisten ja kolmiulotteisten muotojen tunnistaminen	X	X
selostaminen		
nimeäminen	X	X
Geometriset peruskäsitteet:		
piste	X	X
jana	X	X
murtoviiva		X
puolisuora		X
suora	X	X
kulma	X	X
Kaksiulotteisten muotojen tekeminen, piirtäminen ja jäljentäminen	X	X
Kolmiulotteisten kappaleiden tunnistaminen ja rakentaminen		X
Peilauksia	X	
Ruutusuurennoksia		X
Mittaamisen periaate		X
Käsitteet:		
pituus	X	X
massa		X
pinta-ala		X
tilavuus		X
aika	X	X
hinta	X	X
Mittavälineiden käyttö	X	X
Tärkeimpien mittayksiköiden käyttö		X
Tärkeimpien mittayksiköiden vertailu		X
Mittaustuloksen arviointi		X
Tietojen etsiminen, kerääminen ja tallentaminen	X	X
Yksinkertaisten taulukoiden ja diagrammien lukeminen	X	X
Koottujen tietojen esittäminen pylväsdiagrammina	X	X

Toisen vuosiluokan Laskutaidon E -kirjassa on jätetty pois mittayksiköt lukuun ottamatta senttimetrejä, sekä mittayksiköiden vertailu ja mittaustulosten arviointi. Myös käsitteet massa, pinta-ala ja tilavuus on jätetty pois Laskutaidon toisen vuosiluokan E -kirjasta. Myöskään ympäröivän tilan avaruudellisten suhteiden ja geometristen muotojen havainnointiin liittyviä tehtäviä ei ole Laskutaidon E -kirjassa.

Laskutaidon E -kirjoissa lukualueen laajentaminen yli sadan on jätetty seuraaville luokka-asteille toisin kuin kirjasarjan toisen vuosiluokan yleisopetuksen kirjoissa. Myös allekkain laskuja ei ole Laskutaidon E -kirjoissa. Kertolaskuista harjoitellaan kahden ja viiden kertotaulut, kun kirjasarjan yleisopetuksen kirjoissa harjoitellaan kertotaulut 2–5. Laskutaidon syyslukukauden E -kirjan niin sievennystehtävissä kuin sanallisissa tai kuvan perusteella tehtävissä tuottamistehtävissä on vain yhden laskutoimituksen tehtäviä. Kevään kirjassa on kolmen luvun yhteen ja vähennyslaskuja lukualueella 0–20. Yhdistetyt laskutoimitukset on jätetty pois toisen vuosiluokan E -kirjoista. Myös tehtävät, joissa sanallisten ohjeiden perusteella muodostetaan useampi kuin yksivaiheinen laskulauseke, on jätetty pois.

Tuhattaiturin toisen vuosiluokan E -kirjoista löytyvät kaikki samat sisällöt kuin saman kirjasarjan yleisopetukseen suunnatuista kirjoista. Taulukossa Tuhattaiturista puuttuvat sisällöt puuttuvat myös kirjasarjan yleisopetuksen oppilaan kirjoista. Tuhattaiturin E-kirjojen sisältöalueita ei ole merkittävästi muutettu tai etenemistä hidastettu kun verrataan kirjaa kirjasarjan yleisopetuksen oppilaan kirjaan. Sisällölliset erot näkyvät sanallisissa tehtävissä sekä päättelyä vaativissa tehtävissä, joita toisen vuosiluokan Tuhattaiturin E -kirjoissa on vähemmän verrattuna kirjasarjan yleisopetuksen kirjoihin.

8 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS

Laadullinen tutkimus ei ole yksi yhtenäinen tutkimusperinne, vaan siihen kuuluu useita erilaisia perinteitä ja tapoja. Tästä johtuen laadullisen tutkimuksen luotettavuustarkastelussa on painotettu hyvin erilaisia käsityksiä. Tutkimusmenetelmien luotettavuutta on usein tarkasteltu validiteetin ja reliabiliteetin käsitteiden avulla. (Tuomi & Sarajärvi 2004, 131–134.) Validiteetilla tarkoitetaan sitä, että tutkimuksessa on tutkittu niitä ominaisuuksia, mitä alkujaan oli tarkoitus. Reliabiliteetilla puolestaan tarkoitetaan tutkimustulosten toistettavuutta. Jos tutkimus suoritettaisiin uudestaan, tutkimuksessa päädyttäisiin samoihin tuloksiin. (Hirsijärvi, Remes & Sajavaara 2004, 216; Cohen, Manion & Morrison 2000, 105–107.) Laadullisen tutkimuksen piirissä näitä käsitteitä on usein kritisoitu pääosin siksi, että ne ovat saaneet alkunsa määrällisen tutkimuksen piirissä ja eivät näin vastaisi laadullisen tutkimuksen tarpeisiin (Tuomi & Sarajärvi 2004, 133). Koska tutkimuksessani on käytetty määrällistä tutkimusmenetelmää laadullisen tutkimuksen tukena, on mielestäni perusteltua tarkastella tutkimukseni luotettavuutta myös näiden käsitteiden avulla.

Validiteetti on usein jaettu sisäiseen ja ulkoiseen validiteettiin. Sisäisellä validiteetilla tarkoitetaan tutkimuksen teoreettisten lähtökohtien, käsitteellisten määrittelyjen ja menetelmällisten ratkaisujen loogisuutta sekä sopusointua. Tutkittua ilmiötä tulee kuvata mahdollisimman totuudenmukaisesti. (Eskola & Suoranta 1998, 214; Cohen ym. 2000, 107.) Teoreettisista lähtökohdista nousseita tutkimustehtäviä vastaamaan valittu aineisto ja sen kattavaan analyysiin valitut tutkimusmenetelmät sekä tarkasti kirjatut tulokset johtopäätöksineen on pyritty rakentamaan toisiaan tukevaksi kokonaisuudeksi, jolloin jokaisella osa-alueella on oikeutetusti tilaa tässä tutkimuksessa.

Ulkoisella validiteetilla tarkoitetaan tutkimuksen johtopäätösten ja aineiston välisen suhteen pätevyyttä. Tutkimuksen tulisi olla yleistettävissä, vertailtavissa sekä uudelleen toteutettavissa. (Cohen ym. 2004, 109.) Tämä tutkimus on pyritty laatimaan ja raportoimaan niin, että tutkimus voitaisiin toteuttaa toisessa kontekstissa. Tutkimuksen toistettavuudesta on osoituksena yhden kustantajan oppimateriaalin aikaisempi analyysi, joka on toteutettu aikaisemmin

proseminaarityönä MOT -hankkeen puitteissa. Tutkimuksen analyysin toistettavuutta osoittaa myös aineiston luokittelu luokittelukenttään, jonka olen toteuttanut tutkimuksen edetessä kahteen kertaan luokittelun kriteerien säilyttämisen sekä yhtenevyyden haasteellisuuden vuoksi.

Laadullisessa tutkimuksessa tutkija itse on osana tutkimusta, jolloin luotettavuustarkastelu koskee koko tutkimusprosessia (Eskola & Suoranta 1998, 211). Tässä tutkimuksessa on pyritty luotettavuuden tarkasteluun koko tutkimusprosessin ajan. Tutkimuksessa on selitetty tutkimuksen etenemisen vaiheita yksityiskohtaisesti sekä perusteltu mahdollisimman kattavasti tutkijan tekemiä ratkaisuja, jolloin lukija voi itse arvioida tehtyjen valintojen oikeellisuutta. Tutkimusaineistoa on pyritty kuvailemaan mahdollisimman kokonaisvaltaisesti ja analyysissa on noudatettu avoimuutta käyttämällä apuna esimerkkitehtäviä.

Tässä tutkimuksessa keskeinen osoitus luotettavuudesta on analyysin monipuolisuuden lisäksi aineiston riittävyys. Kolmen kustantajan kirjasarjoista on luokiteltu kahden jakson (geometria ja kertolasku) oppilaan kirjan tunti-, koti ja lisätehtävät sekä opettajan oppaan päässälasku- sekä pohdintatehtävät. Luokittelussa on huomioitu yksittäisen tehtävän alakohdat, joita saattoi olla yhdessä tehtävässä useita kymmeniä. Koska olen luokitellut myös tehtävien alakohdat lisätäkseen tulosten oikeellisuutta, luokiteltu aineisto muotoutui laajaksi, luokiteltuja tehtäviä on yhteensä 6287. Analyysin kattavuutta todistavat aineiston tietoiset valinnat ja kaikkien valittujen jaksojen tehtävien luokittelu.

Triangulaatiolla tarkoitetaan eri menetelmien, useiden tutkijoiden ja teoreettisten näkökulmien huomioiminen samassa tutkimuksessa (esim. Cohen ym. 2000, 112–113.) Tässä tutkimuksessa on käytetty sekä kvalitatiivista että kvantitatiivista tutkimusmenetelmää. Tutkimusmenetelmien vaihtelun avulla on mahdollistettu sitä, että tutkimusaineistosta saataisiin mahdollisimman kattava ja monipuolinen kuvaus. Analyysimenetelmien triangulaatio (Tuomi & Sarajärvi 2004, 142) toteutuu tässä tutkimuksessa, sillä aineiston kvantifiointi SPSS -tilasto-ohjelman avulla sekä aineiston laadullisen tarkastelu mahdollistavat kirjasarjoissa esiintyvien ratkaisujen yksityiskohtaisen ja toisaalta kokonaisvaltaisen analysoinnin. MOT -hankkeen myötä luokittelun perusteista on voitu keskustella toisten tutkijoiden kanssa ja ongelmallisten valintojen kohdalla on saatu useamman tutkijan mielipide oikean ratkaisun saavuttamiseksi. Tutkijatriangulaatiota (Tuomi & Sarajärvi 2004, 142) on vahvistanutkin useiden tutkijoiden osallistuminen MOT -hankkeeseen sekä tiivis yhteistyö hankkeen ohjaavien opettajien kanssa.

9 JOHTOPÄÄTÖKSET JA POHDINTA

Tutkimukseni päätarkoituksena oli selvittää mitä uuden opetussuunnitelman mukaan laaditut toisen vuosiluokan matematiikan opettajan oppaat pitävät sisällään ja millaisia oppilaan kirjan tehtävät ovat. Lisäksi halusin selvittää mitä matematiikan sisältöjä painotetaan yksilöllistettyyn opetukseen tarkoitetuissa matematiikan oppilaan kirjoissa ja miten ne toteuttavat erityisopetuksen tarpeita. Opettajan oppaan ja oppilaan kirjan tehtäviä luokittelin niiden kognitiivisen tason, tehtävätyypin sekä sen perusteella oliko tehtävä avoin vai suljettu. Sitä, miten oppimateriaali tukee oppilaan matemaattisten taitojen kehittymistä, tutkin Kilpatrickin ym. (2001) matemaattisen osaamisen piirteiden näkökulmasta. Lopuksi tutkin perusopetuksen opetussuunnitelman tavoite- ja sisältönormien näkymistä oppimateriaalissa. Oman tutkimustehtäväni kohdalla tutkiessani erityisopetuksen kevennettyä, yksilöllistettyyn oppimiseen tarkoitettuja oppilaan kirjoja, hyödynsin niin ikään Kilpatrickin ym. (2001) matemaattisen osaamisen piirteiden näkökulmaa.

Tutkimuksessa selvisi, että kirjasarjoissa painotettiin matemaattisen osaamisen piirteistä (Kilpatrick ym. 2001), proseduraalista sujuvuutta ja käsitteellistä ymmärrystä huomattavasti toisia matemaattisen osaamisen piirteitä enemmän. Proseduraalisen sujuvuuden kehittyminen edellyttää proseduraalista tietoa (Hiebert & Lefevre 1986, 10–13; matemaattinen tieto, sivu 20), sillä proseduurien tunteminen on mahdotonta ilman tietoa algoritmeista, toimintakaavoista ja matemaattisista säännöistä. Proseduraalisen sujuvuuden harjoittaminen kirjasarjojen oppimateriaaleissa korostui erityisesti samojen algoritmien peräkkäisellä harjoittelulla saman aihepiirin sisällä. Käsitteellinen ymmärtäminen puolestaan vaatii konseptuaalista tietoa (Hiebert & Lefevre 1986, 10–13; ks. matemaattinen tieto, sivu 20), eli tietoa matemaattisista käsitteistä sekä niiden välisistä suhteista. (Hiebert & Lefevre 1986, 10–13; Kilpatrick 2001.) Käsitteellisen ymmärtämisen korostus kirjasarjojen oppimateriaaleissa näkyi erityisesti käsitteiden valmiilla ja selkeällä esittämisellä sekä käsitteen johdonmukaisella harjoittamisella. Matemaattisen osaamisen piirteiden kehittäminen yhdessä olisi helpompaa kuin irrallisina piirteinä (Kilpatrick & Swafford 2002, 17.) sekä se tukisi parhaiten kokonaisvaltaisen matemaattisen ajattelun kehittymistä. Kaikkien piirteiden kehittäminen tekee omaksutun tietopohjan kestävämmäksi, helpommin

sovellettavaksi ja relevantimmaksi (Kilpatrick & Swafford 2002, 17). Opettajan oppaiden didaktisissa vinkeissä, peleissä ja leikeissä oli huomioitu oppilaan kirjaa paremmin kaikkien matemaattisen osaamisen piirteiden kehittyminen, mutta oppilaan kirjojen tehtävissä painottuivat vain tietyt piirteet.

Kaikkien kirjasarjojen oppilaan kirjojen tehtävissä näkyi selvästi matemaattisen osaamisen piirteistä (Kilpatrick ym. 2001) proseduraalisen sujuvuuden korostus. Kirjasarjojen oppilaan kirjojen tuntitehtävät painottivat LY -tason sievennys- ja tuottamistehtävien harjoittamista. Tuhattaiturin oppilaan kirjan tehtävistä yli 90 prosenttia on kognitiiviselta tasoltaan LY -tason tehtäviä, mikä osoittaa, että Tuhattaiturin tehtävät ovat muihin kirjasarjoihin verrattaessa helpoimpia ja eniten laskennalliseen sujuvuuteen tähtääviä. Matikkamatkassa oppilaan kirjan LY -tason tehtävien osuus oli noin 85 prosenttia ja Laskutaidossa noin 75 prosenttia. Kertolaskukarjoissa LY -tason tehtävien osuus tuntitehtävistä oli lähes 90 prosenttia kaikissa kirjasarjoissa, mikä osoittaa, että kirjasarjojen tuntitehtävissä painottui selvästi laskennallisen sujuvuuden harjoittaminen tutussa kontekstissa saman algoritmin peräkkäisillä toistoilla (ks. proseduraalinen sujuvuus, 29) ja vähäisellä tehtävätyyppien vaihtelulla.

LY -tason laskennallista sujuvuutta painottavien tehtävien korostus näkyi myös Matikkamatkan ja Tuhattaiturin geometriajakson tehtävissä, joista suurin osa oli geometrian käsitteitä ja algoritmien toistoa harjoittavia, käsitteellistä ymmärrystä ja proseduraalista sujuvuutta kehittäviä tehtäviä. Poikkeuksena olivat Laskutaidon oppilaan kirjan geometriajakson tuntitehtävät, joissa oli enemmän aikaisemman tiedon soveltamista ja ongelmanratkaisua painottavia tehtäviä. Laskutaidon oppilaan kirjan geometriajakson tuntitehtävistä alle puolet oli LY -tason tehtäviä. Loput tehtävistä oli YS ja SA -tason tehtäviä, joissa korostui aikaisemmin opitun soveltamista harjoittavat mukautuvaa päättelyä (ks. mukautuva päättely, sivu 30) kehittävät tehtävät sekä uusien strategista kompetenssia (ks. strateginen kompetenssi 30) kehittävät ongelmanratkaisutehtävät. Näin ollen myös oppilaan strategiatietoa (Joutsenlahti 2005, 21–22) kehitetään ja harjoitetaan näissä tehtävissä.

Huomioitavaa oli, että kaikkien kirjasarjojen kotitehtävissä painottui LY -tason proseduurien harjoittaminen tuntikokonaisuuden tehtävistä riippumatta. Ilmavirran (2003, 25) mukaan kotitehtävissä tulisi olla kolmentasoisia tehtäviä, lahjakkaille, keskitasoisille ja tukea tarvitseville oppilaille. Tutkittujen jaksojen kotitehtävät olivat selkeästi helppoja, jotta kaikki pystyisivät ratkomaan kotitehtävät, mutta ne eivät tarjoa haastetta keskitasoisille ja lahjakkaille oppilaille.

Kotitehtävissä ei huomioitu mukautuvan päättelyn tai strategisen kompetenssin piirteitä. Tuhattaiturin oppilaan kirjan kertolaskujakson kotitehtävistä 98 prosenttia ja geometriajakson kotitehtävistä 100 prosenttia olivat ainoastaan LY -tason tuttujen algoritmien toistoa harjoittavia tehtäviä, vaikka tuntikokonaisuuksien muissa tehtävissä oli kognitiiviselta tasoltaan haastavampiakin tehtäviä. Matikkamatkassa LY -tason kotitehtävien osuus oli 83 prosenttia geometriajaksoissa ja 93 prosenttia kertolaskujaksoissa. Laskutaidossa puolestaan geometriajaksoissa oli 65 prosenttia ja kertolaskujaksoissa 93 prosenttia LY -tason tehtäviä. Tuhattaiturin kotitehtävistä kahdeksan kymmenestä tehtävästä oli sievennystehtäviä, joissa oppilas laskee ainoastaan valmiiksi annetun algoritmin. Laskutaidon ja Matikkamatkan kotitehtävissä oli huomioitu monipuolisemmin myös muita tehtävätyyppejä.

Kaikkien kirjasarjojen oppilaan kirjojen proseduraalista sujuvuutta harjoittavissa sievennystehtävissä korostui behaviorismille tyypillinen drillaus (Lehtinen & Kuusinen 2001, 69–70). Samoja algoritmeja toistettiin useita kymmeniä kertoja ja tehtävätyyppien vaihtelu oli vähäistä. Lapsen osaamista ja tuntityöskentelyä mitattiin laskennalliseen sujuvuuteen tähtäävillä tehtävillä. Kun samaa algoritmia oli toistettu riittävästi, edettiin sanallisiin tuottamistehtäviin. Kirjasarjoissa jaksojen lopussa tai erillisessä kappaleessa oli mahdolliset päättely- ja ongelmanratkaisutehtävät, mikä erottaa ne muista aihealueista ja heikentää tehtäville luonteenomaisen soveltamisen ja tiedon siirtämisen kykyä eri asiayhteyteen. Näin ollen erityisesti strategisen kompetenssin ja mukautuvan päättelyn samanaikainen kehittäminen proseduraalisen sujuvuuden kanssa ei toteudu tehokkaimmalla mahdollisella tavalla. Se, miten tehtävät vaikuttavat oppilaan matematiikkakuvaan, on pitkälti oppilaasta riippuvaista.

Tuhattaiturin ja Matikkamatkan oppilaan kirjoissa oli toiminnallisuuteen ja yhdessä tekemiseen ohjaavia tehtäviä ja pelejä, joka mahdollistaa ajattelun ja oman toiminnan kielentämisen sekä irrottautumisen hiljaisesta yksilötyöskentelystä. Matematiikan sosiaalinen ulottuvuus sekä sisältöjen konkreettien yhdistäminen aitoihin tilanteisiin monipuolistaa oppilaan matematiikkakuva (Pehkonen 1998), sekä sitoo opittavia aiheita lapsen omaan kokemusmaailmaan. Laskutaidon oppilaan kirjassa oli vain yksilötyöskentelyyn suunnattuja tehtäviä. Osassa Tuhattaiturin oppilaan kirjan tuottamistehtävissä pyrittiin myös oman toiminnan kielentämiseen piirtämisen avulla. Kielentäminen on myös osa oppilaan käsitteen konstruointiprosessia sekä oman matemaattisen ajattelun jäsentämistä (Joutsenlahti 2003, 6).

Kirjasarjojen oppilaan kirjojen sanallisissa tuottamistehtävissä oli havaittavissa kielellinen yhdenmukaisuus laskun ratkaisemiseksi vaadittavan proseduurin kanssa. Sanallisissa tehtävissä oli ilmaistu selvästi millaista proseduuria oikean vastauksen saamiseksi edellytetään ja tehtäviin oli olemassa vain yksi oikea vastaus. Lähes kaikki kirjasarjojen oppilaan kirjojen tuottamistehtävät olivat suljettuja tehtäviä. Sanallisissa tuottamistehtävissä oli vain ratkaisuun tarvittavia lukuja. Tehtävissä oppilaalta ei juurikaan vaadittu mukautuvaa päättelyä, sillä sanalliset tuottamistehtävät harjoittivat vain käsiteltävän aihealueen prosedureja ja käsitteitä. Avoimia tehtäviä, joissa oppilas saisi itse muodostaa ongelman ja ratkaisustrategian ei juurikaan ollut kirjasarjojen oppilaan kirjan tehtävissä. Tällöin myös strategisen kompetenssin harjaannuttaminen (ks. sivu 30) ja siinä tarvittavan oppilaan strategiatiedon (ks. sivut 21–22) hyödyntäminen oppilaan kirjan tehtävissä oli vähäistä. Pehkosen (1994, 62) mukaan avoimet ongelmanratkaisutehtävät johtavat lähes automaattisesti ongelma-keskeiseen opetukseen. Avoimien tehtävien lisääminen oppilaan kirjan tehtäviin ja opettajan oppaan didaktisiin vinkkeihin ohjaisi oppimis- ja opettamiskäytänteitä ongelma-keskeisen oppimisen suuntaan.

Didaktisia vinkkejä oli monipuolisimmin Laskutaidon ja Matikkamatkan opettajan oppaissa. Didaktisissa vinkeissä, leikeissä ja tehtävissä korostuivat oppilaan kirjan tehtäviä monipuolisemmin käsitteiden muodostuksen tukeminen ja käsitteiden välisten yhteyksien (esim. Hartikainen 2001, 77, lukukäsite 25–28) selventäminen sekä motivointi positiivisen matematiikkakuvan rakentumisen tueksi. Positiivinen kuva matematiikasta ja itsestä matematiikan oppijana tukee ja edesauttaa matemaattisen osaamisen piirteiden kehittämisessä (Kilpatrick ym. 2001, 131–132; Pehkonen 1998, 47–48.). Lisäksi kirjasarjojen didaktisissa vinkeissä oli havaittavissa myös sosiaalisen konstruktivismin piirre (ks. sivu 11), yhdessä tekeminen ja puhuttu kieli. Opettajan oppaan tehtävät, joissa oppilaiden puhutun kielen ja sosiaalisen vuorovaikutuksen avulla ratkottiin matemaattisia leikkejä ja ongelmia, ohjaavat oppilaita ajattelemaan matemaattisesti ja kielentämään omia ajatuksia, jonka myötä kehittyvät niin kielentäminen mukautuvaan päättelyyn ilmentymänä, kuin strategiselle kompetenssille tyypillinen ongelmanmuodostus- ja ratkaisutaito sekä yritteliäisyys (Kilpatrick ym. 2001; Pehkonen 1998, 48). Mukautuvan päättelyn sekä strategisen kompetenssin piirteiden kehittämisen painotus näkyi didaktisten vinkkien lisäksi kaikkien kirjasarjojen opettajan oppaiden haastavissa YS ja SA -tason pohdintatehtävissä.

Pääsääntöisesti kaikki perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tavoite- ja sisältönormit (Opetushallitus 2004) esiintyivät kirjasarjoissa kun tarkasteltiin kokonaisuutena opettajan opasta ja

oppilaan kirjan tehtäviä, lukuun ottamatta Laskutaidosta puuttuvia geometrisia peruskäsitteitä puolisuora ja murtoviiva. Tarkasteltaessa pelkästään oppilaan kirjan tehtäviä, eivät kaikki tavoite- ja sisältönormit täytyneet. Erityisesti konstruktivistinen tiedon rakentaminen ja oppilaan aikaisempien käsitysten huomioiminen ei kaikilta osin toteudu oppilaan kirjassa. Myös oman toiminnan perustelua, kielentämistä ja ratkaisustrategioiden tuomista oppilaan tietoisuuteen sekä puhuttua kieltä ei erityisesti huomioitu kirjasarjojen oppilaan kirjan tehtävissä. Muutamissa Tuhattaiturin oppilaan kirjan tehtävissä oppilasta ohjattiin algoritmin kielentämiseen piirtämisen avulla. Näissäkin tehtävissä samaa proseduuria oli toistettu jo pitkään, jolloin tuottamistehtävän piirtäminen oli lähinnä kertaavaa, kuin että se olisi tarjonnut uusia ajattelun ja ymmärtämisen ulottuvuuksia. Täysin opettajasta riippuvaiseksi jää, kuinka hyvin matemaattista ajattelua ja ymmärrystä koulussa tuetaan ja miten kokonaisvaltaisesti matemaattisen osaamisen piirteitä harjoitetaan.

Erityisopetuksen kirjoissa on painotettu matematiikan perusteiden ja kirjan tekijöiden valitsemien keskeisten sisältöjen kehittämistä. Tehtävissä painotetaan proseduraalista sujuvuutta eli proseduraalisen tiedon hallintaa (ks. proseduraalinen tieto, 21) sekä käsitteiden ymmärrystä ja niiden välisten suhteiden korostamista eli konseptuaalisen tiedon hallintaa (ks. konseptuaalinen tieto, 21) koulumatematiikan yksinkertaisten perusteiden tasolla ja oppilaan aritmeettisiä vaikeuksia (esim. Temple 1998) tukien. Käsitteitä lukukäsite ja lukumääräisyys (Mattinen 2006, 33), yhteen ja vähennyslaskun algoritmi sekä kertolaskun käsite, sekä lukujonotaidot, jotka ovat edellytyksenä matemaattisten taitojen kehittymiselle, pyritään harjoittelemaan sekä Laskutaidon että Tuhattaiturin toisen vuosiluokan erityisopetuksen kirjoissa. Kirjoista on karsittu sanalliset tehtävät ja soveltamista vaativat ongelmanratkaisutehtävät, jolloin ongelmanratkaisutaitoja, strategiatietoa (ks. sivut 21–22) ja opitun soveltamista ei juurikaan harjoiteta erityisopetuksen kirjoissa.

Laskutaidon E -kirjassa on painotettu erityisesti lukukäsitteen ja lukumääräisyyden kehittämistä sekä lukujonotaitoja, yhteen- ja vähennyslaskun algoritmeja perusteellisesti lukualueella 0–50 sekä kertolaskun käsitteeseen tutustumista. Kirjassa edetään hitaasti ja edellä mainittuja painotuksia korostaen. Tehtävätyyppien vaihtelu on vähäistä, jolloin korostuu myös algoritmien ulkoa oppiminen ilman käsitteellistä ymmärrystä. Tehtävät on suunnattu yksilötyöskentelyyn ja avoimia tehtäviä ei ole. Tehtävien yhteydessä oppilasta ei ohjata konkreettisten välineiden käyttöön, mutta kirjan alussa on opettajalle annettu ohjeita, millaisia oppimista tukevia ja algoritmeja mallintavia havaintomateriaaleja opetuksen tukena kannattaisi käyttää.

Tuhattaiturin E -kirjassa on painotettu yleisopetuksen oppimateriaalin kanssa yhtenevää etenemistä. Tehtävissä on huomioitu lukujonotaitojen tukeminen tukikuvien sekä kymmenjärjestelmän rakentumisen periaatteen havainnollistaminen vaativien laskutoimitusten yhteydessä. Tehtävissä ei erityisesti huomioida oppilaan aikaisempia opittuja käsitteitä tai mallinneta oppilaan omaa ajattelua, jolloin virhekäsitykset ja osa-alueet, joilla erityisesti vaikeuksia ilmenee, tulisi tietoisuuteen. Myös Tuhattaiturin E -kirjassa korostuu algoritmien ulkoa oppimisen aspekti. Myöskään konkreettisten välineiden käyttöön ei ohjata kirjan tehtävissä. Nopea eteneminen uusiin käsitteisiin ja proseduureihin sekä yleisopetuksen kirjojen kanssa samojen sisältöjen läpikäyminen saattaa olla liian haastavaa niille oppilaille, joilla on vaikeuksia numeerisen tiedon järjestämisessä ja ymmärtämisessä, sekä aritmeettisten faktojen ja algoritmien muistamisessa (Geary 1993), erityisesti jos kirjaa pyritään opettamaan rinnakkain yleisopetuksen kirjan kanssa.

Kirjasarjoja, opettajan oppaita sekä oppilaan kirjoja tutkiessa nousi erityisiä huomioita oppimateriaalianalyysin lisäksi ratkaisuihin, joita kirjasarjoissa on toteutettu. Laskutaidossa korostui kirjan selkeys ja johdonmukaisuus. Aihealueet olivat erotettuina toisistaan, jolloin opitun soveltaminen uusissa tilanteissa saattaa heikentyä. Laskutaidon kirjasarjassa on huomioitu monipuolisimmin matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä eritasoisissa tehtävissä. Laskutaidon kirjasarjaan kuului paljon materiaalia eriyttävään opetukseen niin nopeammille kuin erityistä tukea tarvitseville oppilaille, mikä mahdollistaa erilaisten oppijoiden huomioimisen. Laskutaidon ja Tuhattaiturin selkeään rakenteeseen ja kuvien aseteluun verrattuna Matikkamatkasta välittyy sekavampi kokonaiskuva, joka saattaa tuottaa vaikeuksia erityisesti oppilaille, joilla on hahmottamisen vaikeuksia. Matikkamatkan oppilaan kirjan kuvitus on hallitsevampaa ja kirjavampaa kuin muissa kirjasarjoissa, ja jotkut tehtävät sotkeutuvat helposti taustakuviin.

Matikkamatkan ja Tuhattaiturin oppilaan kirjoissa on Laskutaidon kirjasarjaa enemmän toiminnallisuuden ohjaavia tehtäviä, kuten pelejä ja yhteistoiminnallisia sivuja. Tehtävät antavat matematiikasta monipuolisemman kuvan ja oppilaat pääsevät todennäköisemmin ratkomaan yhteistoiminnallisia tehtäviä, kun tehtävät sijaitsevat oppilaan kirjassa, ei ainoastaan opettajan oppaan didaktisissa vinkeissä.

Laskutaidosta ja Tuhattaiturista on helposti löydettävissä tietolaatikko, jossa uudet käsitteet ja proseduurit on esitetty oppilaalle tiiviisti. Matikkamatkassa tarvittava tieto on esitetty hajanaisemmin ja proseduurien ratkaisuperiaatteisiin ei ole Matikkamatkan toisen vuosiluokan oppilaan kirjassa ei ole ollenkaan vihkotehtäviä. Kirjasarjan oppilaan kirjoissa on paljon sellaisia tehtäviä, joissa oppilaan tulee kirjoittaa ainoastaan vastaus, ei laskulauseketta.

Tuhattaiturin opettajan opas ohjaa selkeimmin opettajaa tiettyyn tunnin etenemiseen ja menetelmään, joka tukee entisestään oppikirjakeskeisyyttä matematiikassa (esim. Perkkilä 2002). Valmis ehdotus tunnin kuluksi noudattaa perinteistä oppitunnin kaavaa. Tuhattaituri on tehty hyvin käyttäjäystävälliseksi, sillä esimerkiksi oppilaan kirjan sivunumerot sekä Tuhattaituri E kirjan sivunumerot etenevät opettajan oppaan sivunumeroiden kanssa yhtenevästi. Tuhattaituri kirjasarjassa on valittu muista kirjasarjoista poikkeava tuntikokonaisuuden rakenne, jossa lisätehtävät kuuluvat osana perusaukeamiin. Näin oppilaan tuntityöskentelyyn tulee enemmän valinnaisuutta ja työskentelyn suuntaamista omien taitojen ja mielenkiinnon mukaan. Laskutaidon ja Matikkamatkan kirjasarjoissa eriyttävät lisätehtävät ovat oppilaan kirjan lopussa.

9.1 Jatkotutkimusaiheita

Niin tämän tutkimuksen kuin MOT -hankkeen muiden pro gradu tutkimusten tulokset antavat suuntaa käytössä olevien matematiikan oppimateriaalien tilasta. Pian oppimateriaalit kuitenkin taas uudistuvat, jolloin samankaltaisesta tutkimuksesta voitaisiin saada uudenlaista tietoa oppimateriaaleista. Tutkimusta voisi laajentaa käsittämään opettajan oppaan ja oppilaan kirjan lisäksi kaikkea kustantajien laatimaa matematiikan oppimateriaalia. Lisäksi kattavuutta tutkimuksille toisi se, jos kahden jakson sijaan oppikirjoista analysoitaisiin kaikki tehtävät. Tehtäviä voisi tutkia myös eri näkökulmista, kuten

Koska opettamiskäytänteissä ja oppimisympäristöissä on vaihtelua ja kullakin opettajalla on omat persoonalliset tapansa luoda erilaisia oppimistilanteita, olisi mielenkiintoista tutkia miten opettajat hyödyntävät oppimateriaalia opetuksessaan ja miten oppimateriaali ohjaa opetuskäytänteitä. Yleisesti hyväksytty konstruktivistinen oppimisenäkemyks on perusta niin kouluoppimisessa kuin kaikessa lapsen tiedonmuodostuksessa, olisi uusille tutkimuksille tarvetta itse opetustyylien ja menetelmien alueella. Vaikka oppimateriaali itsessään ei ohjaisi opettajan opetuskäytänteitä, olisi kiinnostavaa tietää, millaisia tuloksia saadaan aikaan erilaisilla opetusmenetelmillä.

Valtakunnallinen opetussuunnitelma vaikuttaa oppimateriaalituotannon suunnannäyttäjänä. Kunnat ja koulut ovat laatineet omat opetussuunnitelmansa valtakunnalliseen opetussuunnitelmaan pohjautuen. Koulujen opetussuunnitelmissa on usein eritelty vuosiluokittain käsiteltäviä oppisisältöjä valtakunnallista opetussuunnitelmaa tarkemmin. Mielenkiintoinen tutkimuksen kohde olisikin nojaavanko koulukohtaisten opetussuunnitelmien tarkat sisällöt koulussa käytettävien oppimateriaalien pohjalta. Ohjaako oppimateriaali myös koulujen opetussuunnitelmien laadintaa?

9.2 Lopuksi

MOT -hanke on asettanut tutkimukselleni tietyt lähtökohdat ja tavoitteet. Hankkeen myötä on saatu kattava kokonaiskuva käytössä olevista matematiikan kirjasarjoista. Yhteisten tutkimustehtävien ja oman tutkimustehtäväni myötä pro gradu -tutkimuksestani tuli laajempi kuin odotin. Jo yhdestä tutkimustehtävästä olisi saanut aikaiseksi pro gradu -tutkimuksen laajuisen työn. Mieleni teki karsia joitain tutkimustehtäviä ja kohdistaa tutkimus syvemmin vain tiettyihin aihealueisiin, mutta yhteisen hankkeen myötä tämä ei luonnollisesti ollut mahdollista. Tutkimuksen tekeminen vei mennessään ja osoittautui mielenkiintoiseksi ja erittäin hyödylliseksi omaa alkavaa opettajan uraa ajatellen. Jälkeenpäin voin todeta, että suhtautumiseni oppimateriaaliin on kriittisempää ja omalla työurallani pyrin perustamaan oman opetukseni enemmän opetussuunnitelman tavoitteisiin kuin oppimateriaaliin. Kirjasarjojen vahvuudet on mahdollista yhdistää ja eri kirjasarjojen materiaalien hyödyntäminen edesauttaa monipuolisen matematiikan opetuksessa ja oppimisessa.

Vaikka oppimateriaali ei kaikilta osin vastaisikaan opetussuunnitelman tavoitteisiin ja toteuttaisi kaikkia ihanteellisten matemaattisen osaamisen piirteiden kehittymistä, on huomioitavaa, että opettaja omilla valinnoillaan ja asenteillaan vaikuttaa oppimateriaalia enemmän siihen, millainen kuva oppilaille koulumatematiikasta muodostuu ja millaista oppimista luokkahuoneessa viimekädessä tapahtuu. Vaikka matematiikan oppilaan kirjoissa on nähtävissä enemmän behavioristista oppimiskäsitystä mallintavia tehtäviä kuin yleisesti hyväksyttyä konstruktivistista oppimiskäsitystä, tulee muistaa, että behaviorismista on saatu myös monia hyviä piirteitä matematiikan oppimiseen ja oppimateriaali on vain oppimisen ja opettamisen yksi pala palapelistä, jonka lopullisen rakennustavan laatii opettaja itse. Suomessa matematiikan osaaminen on hyvätasoista ja oppimateriaali on ollut tukemassa suomalaisten matematiikan osaamisen kehittymistä.

Lopuksi haluan kiittää MOT -hankkeen peruskiviä, eli ohjaavia opettajiamme Jorma Vainionpäättä ja Jorma Joutsenlahtea, jotka mahdollistivat tämän hankkeen, sekä opastivat ja ohjasivat niin teoreettisen viitekehyksen luomisessa, tutkimuksen toteuttamisessa kuin minun suuren haasteen SPSS -tilasto-ohjelman käytössä. En tiedä, sainko riittävän hyvin koottua kaikki narut käsiini ja sidottua ne yhtenäiseksi kokonaisuudeksi, mutta jossain vaiheessa oli aika laittaa viimeinen piste työlleni. Vaikka tutkimukseni on vasta pro gradu, tuntui sen tekeminen ajoittain paljon suuremmalta haasteelta niin laajuudeltaan kuin lopulliselta toteutukseltaan kuin monilla opiskelijatovereillani, jotka kävivät vierilemassa pro gradunsa parissa ja poistuivat paperin kädessä paljon ennen minua, olen onnellinen, että sain sen lopulta päätökseen ja olisin yhä valmis ryhtymään projektiin uudelleen!

LÄHTEET

Adams, J.H. & Hitch, G.J. 1997. Working Memory and children's mental addition. *Journal of experimental child psychology* 67, 21–28.

Ahonen T., Lamminmäki T., Närhi V. ja Räsänen P. 1998. Teoksessa P. Lyytinen, M. Korkiakangas, H. Lyytinen (toim.). Näkökulmia kehityspsykologiaan. Kehitys kontekstissaan. Helsinki: WSOY, 183–186.

Ahtineva, A. 2000. Oppikirja – tiedon välittäjä ja opintojen innoittaja? Lukion kemian oppikirjan – Kemian maailma 1 – tiedonkäsitys ja käyttökokemukset. Turku: Turun yliopisto.

Atjonen, P. 1993. Kunnan opetussuunnitelma koulun hallinnollisen ja pedagogisen kehittämisen kohteena ja välineenä: peruskoulun ala-asteen luokanopettajien kokemukset ja käsitykset kunnan opetussuunnitelman laadinnasta, toteuttamisesta ja kehittämisestä. Oulu: Oulun yliopisto.

Bauersfeld, H. 1995. The Structuring of the Structures: Development and Funktion of Mathematizing as a Social Practice. Teoksessa L. Steffe & J. Gale (toim.) *Constructivism in Education*. Hilldale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Berry, J. & Sahlberg, P. 1995. Matematiikka elämään. Porvoo : WSOY.

Brybaert, M. 2005. Number Recognition in Different Formats. Teoksessa Cambell, J. (toim.) *Handbook of mathematical cognition*. New York: Psychology Press, 23–27.

Burton, L. 1984. Mathematical thinking: the struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education* 15 (1), 35–49.

Butterworth, B. 2005. Developmental Dyskalkulia. Teoksessa J.I.D. Campbell (toim.) *Handbook of Mathematical Cognition*. New York: Psychology Press, 445–449.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. 2000. *Research Methods in Education*. 5th Edition. London & New York: Routledge Falmer, 105–113.

Dreyfus, T. & Eisenberg, T. 1996. On different facets of mathematical thinking. Teoksessa R. Sternberg & T. Ben-Zeev (toim.) *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale (NJ): Erlbaum, 254.

Ekola, J. 1978. Oppikirjan arviointikriteerien kehittäminen peruskoulu 1–4. luokkien opettajien arviointien pohjalta. Research reports N:o 64/1978. University of Jyväskylä. Department of Education.

Eskola, J. & Suoranta, J. 1998. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Tampere: Vastapaino.

Fuson, K.C., Wearne, D., Hiebert, J., Human, P., Olivier, A., Carpenter, T.P., & Fennema, E. 1997. Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit Addition and Subtraction, 130–162.

Gross-Tsur, V., Manor, O. & Shalev, R.S. 1996. Developmental dyskalkulia: prevalence and demographic features. *Developmental Medicine and Neurology*.

Grönfors, M. 1982. Kvalitatiiviset kenttätöskentelymenetelmät. Helsinki: WSOY.

Haapasalo L. 1994. Oppiminen, tieto ja ongelmanratkaisu. Jyväskylä: MEDUSA- Software, 37–44.

Haapasalo L. 2004. Pitääkö ymmärtää voidakseen tehdä vai pitääkö tehdä voidakseen ymmärtää? Teoksessa P.Räsänen, P.Kupari, T.Ahonen & P.Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. 50–57.

Hakkarainen, K., Lonka, K. & Lipponen, L. 2005. Tutkiva oppiminen. Järki, tunteet ja kulttuuri oppimisen sytyttäjinä. Helsinki: WSOY, 87–88.

Hartikainen, S., Leppävuori, S-L., Mattinen, A., Pahkinen, L. & Vuorio, J-M. 2001. *Matematiikka*. Teoksessa B. Högström & O. Saloranta (toim.) *Esiopetus tavoitteellisen oppimispolun alkuna*. Opetushallitus. Jyväskylä: Gummerus kirjapaino Oy.

Hatanago, G. & Inagagi, K. 1998. Qualitative changes in intuitive biology. *European journal of psychology of education*. 12 (4), 111–130.

Hautamäki, J. & Kuusela, J. 2004. Diagnostisen päättelämisen pulmista ja keinoista - matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa T. Ahonen, P. Kupari, P. Malinen & P. Räsänen (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki instituutti, 255–265.

Hiebert, J. & Carpenter, T.P. 1992. Learning and teaching with understanding. Teoksessa D.A. Grouws (toim.) *Handbook of research on mathematics learning and teaching*. New York: Macmillian, 65–90.

Hiebert, J. & Lefevre, P. 1986. Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. Teoksessa J. Hiebert (toim.) *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*. Hillsdale (NJ): Lewrance Erlbaum, 10–13.

Hirsijärvi, S., Remes & Sajavaara. 2004. Tutki ja kirjoita. Helsinki: Tammi.

Ilmavirta, R. 2003. Kolmen kohdan ohjelma matematiikan opetuksen tehostamiseksi. Teoksessa J. Joutsenlahti, R. Ilmavirta, H. Sieppi, P. Riikonen, T. Laine, J. Tuomi, P. Ahtiainen, S. Okkonen, P. Jerkku, T. Ukkola, J. Holttinen, M. Horila, A. Syvänen, J. Överlund & K. Forsblom. *Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä*. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 8, 25.

Johnsen Hoines, M. 2000. *Matematic som språk. Verksamhetsteoretiska perspektiv*. Kristianstad: Liber Ab.

Joki, J. 2004. Hahmottavaa geometriaa. Didaktisen geometrian alkeita perusopetukseen. Helsinki: Opetushallitus. 21, 87.

- Joutsenlahti, J. 2003.** Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.) Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisusarja B:72, 188–196.
- Joutsenlahti, J. 2005.** Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. Tampere: Tampere University Press.
- Kangasniemi, E. 1989.** Opetussuunnitelma ja matematiikan kouluosaavutukset. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 28. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. ja Findell, B. 2001.** Adding it up. Helping children learn mathematics. Washington DC: National Academy press, 115–138.
- Kilpatrick, J. & Swafford, J. (toim.) 2002.** Helping children learn mathematics. Washington DC: National Academy press.
- Kroll, D. 1989.** Connections between Psychological Learning Theories and the Elementary Mathematics Curriculum. Teoksessa A. Shulte ja P. Trafton (toim). New Directions for Elementary School Mathematics. National Council of Teachers of Mathematics. Yearbook 1989. Virginia: Association Drive.
- Kupari, P. 1999.** Laskutaitoharjoittelusta ongelmanratkaisuun: matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos, 27, 36, 49–51.
- Kupari, P. & Törnroos, J. 2004.** Matematiikan osaaminen peruskoulussa kansainvälisten tutkimusten valossa. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari. T. Ahonen & P. Malinen (toim). Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki -instituutti 138–152
- Lappalainen, A. 1992.** Oppikirjan historia. Helsinki: WSOY, 11.
- Lehtinen, E. & Kinnunen, R. 1993.** Matemaattisista oppimisvaikeuksista. Teoksessa M. Vauras (toim.) Oppimisvaikeuden ja opetuksen kehittäminen: Katsaus Turun yliopiston Oppimistutkimuksen keskuksen toimintaan ja tutkimukseen. Soveltavan psykologian monografioita 6. Turku: Turun yliopisto.
- Lehtinen, E. & Kuusinen, J. 2001.** Kasvatuspsykologia. Helsinki: WSOY.
- Lehtonen, K. 1983.** Valtiovalta ja oppikirjat. Senaatti ja kouluhallitus oppi- ja kansakoulun oppikirjojen valvojina Suomessa 1870-1884. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksen tutkimuksia 9. Helsinki: Helsingin yliopisto, 16–17.
- Leino, J. 1978.** Oppimateriaalin kriteerit ja niiden käyttäminen. Helsinki: Kouluhallitus.
- Leino, J. 1997.** Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari. T. Ahonen & P. Malinen (toim). Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki –instituutti.

- Leinonen, J. 2003.** Käsite ja ymmärtäminen. Teoksessa *Kasvatus*. Suomen kasvatustieteellinen aikakauskirja. 34 (2). 56–67
- Leppäaho, H. 2007.** Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa: Ongelmaratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Mattinen, A. 2006.** Huomio lukumääriin. Tutkimus 3 -vuotiaiden lasten matemaattisten taitojen tukemisesta päiväkodissa. Sarja C osa 247. Turku: Turun yliopisto, 31–33.
- McCloskey, M. Caramazza, A. & Basili, A. 1985.** Cognitive mechanism in number processing and calculation. Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition* 4, 171–196.
- Mikkilä-Erdmann, M., Olkinuora, E. & Mattila, E. 1999.** Muuttuneet käsitykset oppimisesta ja opettamisesta – haaste oppikirjoille. *Kasvatus* 5 (30). 436–441.
- Määttä, K. 1984.** Oppimateriaalin käyttö ja valinta. *Kasvatustieteiden osaston julkaisuja C 4*. Helsinki: Helsingin yliopisto.
- Nöjd, O. 1994.** Oppimismallit, oppimateriaalit ja oppimisvälineet. Teoksessa J. Kari (toim.). *Didaktiikka ja opetus suunnittelu*. Helsinki: WSOY, 181–182.
- Ollila, A., Puura, P. & Räsänen, P. 2001.** Matematiikka. Teoksessa T. Ahonen, T. Siiskonen & Tuoja Aro (toim.) *Sanat sekaisin? Kielelliset oppimisvaikeudet ja opetus kouluikässä*. Opetus 2000. Helsinki: WSOY, 107–109
- Opetushallitus 2004.** Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. Helsinki: Opetushallitus.
- Pehkonen, E. 1994.** Avoimet tehtävät vastauksena oppimisenäkemyksen esittämiin haasteisiin. Teoksessa R. Seppälä (toim) *Matematiikka –taitoa ajatella*. Yläaste ja lukio. Helsinki: Opetushallitus.
- Pehkonen, E. 1998.** On the Concept ”Mathematical Belief. teoksessa Pehkonen, E. ja Törnen, G. (toim.). 1998. *The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research. Result of the MAVI activities*. Helsinki: Helsingin yliopiston tutkimuksia 195, 44–48.
- Pehkonen, E. ja Zimmermann, B. 1990.** Probleemakentät matematiikan opetuksessa ja niiden yhteys opetuksen ja oppilaiden motivaation kehittämiseen. Osa 1: Teoreettinen tausta ja tutkimusasetelma. Helsinki: Helsingin yliopiston tutkimuksia 86, 41–43.
- Pehkonen, E. 2000.** Ymmärtäminen matematiikan opetuksessa. *Kasvatus* 31. (4), 375–380.
- Perkkilä, P. 2002.** Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Piaget J. 1972.** Lapsi maailmansa rakentajana. S. Palmgren (Suom.)1988. Helsinki: WSOY.
- Pietilä, A. 2002.** Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. *Matematiikkakokemukset matematiikkakuvaan muodostajana*. Helsingin yliopiston tutkimuksia 238. Helsinki: Helsingin yliopisto.

- Rauste von Wright, M. ja von Wright, J. 1994.** Oppiminen ja koulutus. Helsinki: WSOY, 111–113, 146.
- Rice, B. 1992.** Increasing critical thinking skills of the fourth grade student through problem solving activities. ERIC ED351273.
- Risku, A-M.2002.** Leikisti ja oikeesti – oikeata matematiikkaa lapsesta lähtien. Teoksessa O.Saloranta (toim.) Ensimmäiset kouluvuodet. Perusopetuksen vuosiluokkien 1–2 opetus. Helsinki: Opetushallitus.
- Räsänen, P. 1999.** Matematiikan oppimisvaikeudet. Teoksessa T Ahonen & T. Aro (toim.) Oppimisvaikeudet. Kuntoutus ja opetus yksilöllisen kehityksen tukena. Helsinki: WSOY. 332, 358.
- Takala A. & Takala M. 1988.** Psykologinen kehitys lapsuusiässä. Helsinki: WSOY. 115–128.
- Temple, C.M. 1998.** Arithmetic Ability and Disability in Turner's Syndrome: A Cognitive Neuropsychological Analysis. *Developmental Neuropsychology* 14 (1). 47–67.
- Temple, C.M. 1994.** The cognitive neuropsychology of the developmental dyscalculia. *Current Psychology of Cognition* 13 (3), 351–370.
- Tuomi, J. & Sarajärvi, A. 2004.** Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Tammi.
- Tynjälä, P. 1999.** Oppiminen tiedon rakentamisena: konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita. Helsinki: Kirjayhtymä, 29, 37–39, 58.
- Törnroos, J. 2004.** Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset: seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Stenberg, R. 1996.** What is Mathematical Thinking. teoksessa R. Stenberg ja T. Ben-Zeev. (toim) *The nature of mathematical thinking.* Mahwah (NJ): Erlbaum, 303–318.
- Vainionpää, J. 2006.** Erilaiset oppijat ja oppimateriaali verkko-opiskelussa. Tampere: Tampere University Press.
- Viiri, J. 2000.** Vuorovesi-ilmiön selityksen opetuksellinen rekonstruktio. Joensuu: Joensuun yliopiston kasvatustieteellisiä julkaisuja n:o 59, 47–48.
- Vygotsky, L. J. 1982.** Ajattelu ja kieli (suom. K. Helkama & A. Koski-Jännes). Espoo: Amer - yhtymä Oy Weilin + Göös kirjapaino.
- Wilson, J. 1977.** Secondary School Mathematics. Teoksessa B. Bloom, J. Hastings ja G. Madaus. *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning.* 660–662.
- Wright, R. J. 2006.** Early numeracy: assesment for teaching and intervention. London: Paul Chapman Thousand Oaks.

Internetlähteet

Brunell, V., Kupari, P., Leino, K., Linnakylä, P., Malin, A., Puhakka, E., Reinikainen, P., Törnroos, J., Välijärvi, J. 2003. Nuoret osajat. PISA 2003 ensituloksia. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos. http://www.jyu.fi/ktl/pisa/PISA_2003_-KIRJA_press.pdf

Heinonen, J-P. 2005. Opetussuunnitelmat vai oppimateriaalit. Peruskoulun opettajien käsityksiä opetussuunnitelmien ja oppimateriaalien merkityksestä opetuksessa. Helsingin yliopiston tutkimuksia 257. <http://ethesis.helsinki.fi/julkaisut/kay/sovel/vk/heinonen/opetussu.pdf>, 53–54.

Joutsenlahti, J. 2003b. Kielentäminen matematiikan opiskelussa. <http://www.joutsenlahti.net/Languaging.pdf>, 6-9.

Mentula, T. 2002. Diagnostinen kuntoutustutkimus kehityksellisessä dyskalkuliassa; tapaustutkimus. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto. Psykologian laitos. <http://selene.lib.jyu.fi:8080/gradu/h/tuumen.pdf>

Merenluoto, K. 2002. Matkalla käsitteellisen muutoksen prosessikuvaukseen matematiikassa. Teoksessa H. Sinevaara-Niskanen & R. Rajala (toim.) Kasvatuksen yhteisöt - uupumusta, häirintää vai yhteisöllistä kasvua? Kasvatustieteen päivien 2002 julkaisu. <http://ktk.ulapland.fi/kasvatuspaivat/kasvatuksenyhteisot.pdf>

Pehkonen, E. 2005. Matemaattinen ajattelu. http://www.helsinki.fi/sokla/malu/luento/3_1_matem.pdf

Sjöberg, G. 2006. Om det inte är dyskalkuli - vad är det då? En multimetodstudie av eleven i matematikproblem ur ett longitudinellt perspektiv. http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:umu:diva-777-2__fulltext.pdf

Vielnius–Tuohimaa, P. 2005. Vanhempien koulutustaso, lapsen kielellinen ilmaisu ja tehtäväorientaatio matemaattisten taitojen selittäjänä koulutien alussa. Helsinki: Yliopistopaino. <http://ethesis.helsinki.fi/julkaisut/kay/sovel/vk/vilenius-tuohimaa/vanhempi.pdf>

Aineisto

Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A., Vehmas, P. & Voima, J. 2003. Tuhattaituri. Opettajan opas. 2a. Helsinki: Otava.

Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A. & Voima, J. 2004. Tuhattaituri. Opettajan opas. 2b. Helsinki: Otava.

Haavisto, H., Parviainen, K., Uusleponiemi, T. & Wass, S. 2004a. Mukautettu Laskutaito yksilölliseen opetukseen. 2a. Helsinki: WSOY.

Haavisto, H., Parviainen, K., Uusleponiemi, T. & Wass, S. 2004b. Mukautettu Laskutaito yksilölliseen opetukseen. 2b. Helsinki: WSOY.

Lilli, M., Putkonen, H. & Sinnemäki, J. 2003. Matikkamatka. Opettajan opas. 2a. Helsinki: Tammi.

Lilli, M., Putkonen, H. & Sinnemäki, J. 2004. Matikkamatka. Opettajan opas. 2b. Helsinki: Tammi.

Ristola, K., Tapaninaho, T. & Vaaraniemi, L. 2005a. Tuhattaituri E. 2a. Helsinki: Otava.

Ristola, K., Tapaninaho, T. & Vaaraniemi, L. 2005b. Tuhattaituri E. 2b. Helsinki: Otava.

Sintonen, A-M. & Uus-Leponiemi, T. 2002. Laskutaito 2. Syysosa. Opettajan kirja. Helsinki: WSOY.

Sintonen, A-M. & Uus-Leponiemi, T. 2003. Laskutaito 2. Kevätosa. Opettajan kirja. Helsinki: WSOY.

Luvut ja laskutoimitukset

- Lukumäärä, lukusana ja numerosymboli
- Lukujen ominaisuudet
- Kymmenjärjestelmän rakentumisen periaate
- Yhteen- ja vähennyslasku sekä laskutoimitusten väliset yhteydet luonnollisilla luvuilla
- Kertolaskua ja kertotauluja
- Jakolaskua konkreettisilla välineillä
- Eri laskutapojen ja välineiden käyttöä
- Kombinatoriikkaa
- Murtoluvun käsitteen pohjustaminen konkreettisilla välineillä

Algebra

- säännönmukaisuuksien, suhteiden ja riippuvuuksien näkeminen kuvista
- yksinkertaisten lukujonojen tulkitseminen ja kirjoittaminen

Geometria

- ympäröivän tilan avaruudellisten suhteiden havainnointi ja kuvailu
- ympäristössä olevien geometrinen muotojen havainnointi, kuvailu ja nimeäminen
- kaksiulotteisten ja kolmiulotteisten muotojen tunnistaminen, selostaminen ja nimeäminen
- geometriset peruskäsitteet: piste, jana, murtoviiva, puolisuora, suora ja kulma
- kaksiulotteisten muotojen tekeminen, piirtäminen ja jäljentäminen, kolmiulotteisten kappaleiden tunnistaminen ja rakentaminen
- peilauksia ja suurennoksia

Mittaaminen

- mittaamisen periaate
- käsitteet pituus, massa, pinta-ala, tilavuus, aika ja hinta
- mittavälineiden käyttö
- tärkeimpien mittayksiköiden käyttö, vertailu
- mittaustuloksen arviointi

Tietojen käsittely ja tilastot

- tietojen etsiminen, kerääminen ja tallentaminen
- yksinkertaisten taulukoiden ja diagrammien lukeminen
- koottujen tietojen esittäminen

Tavoitteena on oppia

- luvut 100–200,
- rahamaarit 0–200 €.

Rahamaarit 0–200 €

Tuokitaan yhdessä pöytäohjelmien ja toiminta-alustan kalvopohjalaisia rahamaaria 0–200 €.

- Ykköissä on kymmenen yhden euron kolikkoja. Mikä tähänään? Vaihdaetaan ne kymmenen euron seteleiksi ja siirretään kymmenin.
- Kymmenissä on 1 kymmenen euron seteli. Laitetaan sinne vielä 9 kymmenen euron seteleitä. Mitä tehdään? Muutetaan ne sadan euron seteleiksi ja siirretään satoin.
- Usataan ykkösiin 3 yhden euron kolikkoja. Kuinka paljon alustalla on nyt yhteensä rahaa? (113 €)

- Asetetaan ykkösiin 4 yhden euron kolikkoa, kymmeniin 5 kymmenen euron seteleitä ja satoihin 1 sadan euron seteli.
- Kuinka paljon alustalla on nyt rahaa yhteensä? (154 €)
- Kuinka paljon puuttuu 160 eurosta? (6 €)
- Kuinka paljon puuttuu 200 eurosta? (46 €)

Jatketaan eri rahamaarilla.

Harjoituksia

Rahamaarit 0–200 € toiminta-alustalla

Oppilasparilla on takakannen toiminta-alusta ja leikkuraha (matkassa pakasteraasissa). Toinen asettaa sopivia (ei yli 200 euron) rahamaaria alustalle. Toinen laskee ja kertoo rahojen yhteismäärän.

Voidaan mieltä yhdessä, kuinka paljon rahamaaria puuttuu lähimmästä täydestä kymmenestä tai täydestä sadasta.

58 2. Luvut 0–1 000

Kuluttamasi 0–200 €
Kuinka paljon rahaa?

46 Suositellaan viikkopöytäohjelmien käyttöä oppilaiden ja vanhempien välillä.

Luvut 0–200 numerokortilla

Oppilasparilla on yhdeksän päällekkäin asetettua numerokorttia 0–200. Toinen kokoa niistä jonkin kolminumeroinen luvun pulpetille ja toinen kertoo, mikä luku saatiin. Vaihdaetaan osia.

Tarina rahamaarilla 0–200 €

Oppilaat saavat rahamaaria 0–200 euroa ja opettaja täydentää tarinan aukot niillä. Luetaan rahamaarilla täydennetty tarina ääneen ja mietitään, mikä tarinan asiat ovat mahdollisia ja mitkä mahdottomia.

Vanha Ketu menee ruokakauppaan

Oppilasparilla on 20 kymmenen euron seteliä ja 4 sadan euron seteliä sekä noppa. Kumpikin heittää juhlheijapöytä ja ___ euroa noppaan. Voittajan puolelta on ottaa maksavan makaronipussin. Onnekkaimman puolelta on ottaa jomppakumpi on saanut 10 kymmenen euron seteleitä. Kuinka paljon jomppakumpi on saanut? (10 kymmenen euron seteliä ja 10 kymmenen euron seteliä.)

59 2. Luvut 0–1 000

Jatka

1. 95 94 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200

Esi. Mikä kirjain kuuluu pöytäohjelmien tähtäykseen?

1. sivilta 105 sivilta 150 sivilta 116
(sivilta 115) sivilta 501 sivilta 146

2. sivilta 100 sivilta 168 sivilta 198
(sivilta 100) sivilta 111 sivilta 198

3. sivilta 13 sivilta 131 sivilta 140
(sivilta 13) sivilta 31 sivilta 131 sivilta 401

4. sivilta 10 sivilta 105 sivilta 108
(sivilta 5) sivilta 10 sivilta 510 sivilta 116

5. sivilta 15 sivilta 116
(sivilta 46) sivilta 46 sivilta 146

6. sivilta 109 sivilta 209
(sivilta 137) sivilta 119 sivilta 209

7. sivilta 14 sivilta 401 sivilta 401
(sivilta 140) sivilta 14 sivilta 401 sivilta 401

8. sivilta 18 sivilta 108 sivilta 116
(sivilta 81) sivilta 81 sivilta 116

47 Pöytäohjelmien käyttöä oppilaiden ja vanhempien välillä.

1. Mikä luku on yhtä kaukana luonnon euron seteleiltä, kuin saa vaihtaa ne sadan euron seteleiksi. Vastaa luonnon euron seteleillä. (100)

2. Mikä luku on yhtä kaukana luonnon euron seteleiltä, kuin saa vaihtaa ne sadan euron seteleiksi. Vastaa luonnon euron seteleillä. (100)

3. Mikä luku on yhtä kaukana luonnon euron seteleiltä, kuin saa vaihtaa ne sadan euron seteleiksi. Vastaa luonnon euron seteleillä. (100)

4. Mikä luku on yhtä lähellä lukua 100, kuin on lukujen 100 ja 1000 keskiarvo? (550)

5. Mikä luku on yhtä lähellä lukua 100, kuin on lukujen 100 ja 1000 keskiarvo? (550)

Pohdittavaa

Pöytäohjelmien tehtävät voidaan esittää käsi- ja jalkapöytäpöytäohjelmien avulla. Vanha Ketu on noppapöytäohjelma.



59 2. Luvut 0–1 000

6. Mikä luku on yhtä lähellä lukua 500 ja 1 000? (750)

Päässäskuja

Opettaja valitsee ja lukee kuusi tehtävää ja oppilaat kirjoittavat vastaukset kirjan s. 186 vastausruudukkoon.

1. Kirjoita luku, jossa on yksi sata, kaksi kymmentä ja viisi ykköstä. (125)

2. Kirjoita luku, jossa on yksi sata, kuusi kymmentä ja neljä ykköstä. (164)

3. Kirjoita luku, jossa on nolla sata, seitsemän kymmentä ja kolme ykköstä. (73)

4. Kirjoita luku, jossa on yksi sata, nolla kymmentä ja yhdeksän ykköstä. (109)

5. Kirjoita luku, jossa on yksi sata, yksi kymmenen ja yksi ykkönen. (111)

6. Kirjoita luku, jossa on kaksi sataa, nolla kymmentä ja nolla ykköstä. (200)

7. Kirjoita luku, jossa on satosen ja kymmenien paikalla numero 1 ja yksiköiden paikalla numero 2. (112)

8. Kirjoita luku, jossa on satosen ja yksiköiden paikalla numero 1 ja kymmenien paikalla numero 9. (191)

9. Kirjoita luku, jossa on yksiköiden paikalla numero 3 ja satosen paikalla numero 1. (123)

10. Kirjoita luku, jossa on satosen paikalla numero 1, kymmenien paikalla numero 3 ja yksiköiden paikalla numero 6. (136)

59 2. Luvut 0–1 000

13. Kymmenlyitys yhteenslaskussa

Keakkeinen sisäkö:

- Yhteenlaskun kymmenlyityksen havainnollistaminen sataruudukossa
- Hoitajien hyödyntäminen kymmenlyityksessä, kun molemmat yhteenlaskettavat ovat kaksisumeroisia

Kuvan tarkastelu

- Kuinka monta kirjaa yhdelle kirjailijalle hylylle mehu? (10)
- Kuinka monta sinistä kirjaa ensimmäisessä hylyssä on? (36)
- Kuinka monta kehottista kirjaa ensimmäisessä hylyssä on? (17)
- Mitkä lasku ensimmäisen kirjailijan kirjoista soodan? (36 + 17)
- Kerro, miten lasket laskun 36 + 17. (useita ratkaisuja)
- Tutustu toiseen kirjailijalle ja laeksi laskuturhin laskusta 28 + 34. (useita ratkaisuja)
- Miten lasket laskun 28 + 34? (useita ratkaisuja)

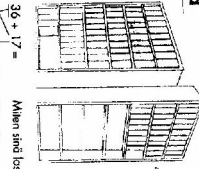
Päässälaskut

1. Kirjailijassa on 36 kirjaa. Sinne tuodaan 4 kirjaa lisää. Kuinka monta kirjaa hylyssä nyt on? (40)
2. Kirjailijassa on 28 kirjaa. Sinne tuodaan 6 kirjaa lisää. Kuinka monta kirjaa hylyssä nyt on? (34)
3. Antti luki 34 sivua ja Iida 30 sivua. Kuinka monta sivua he lukivat yhteensä? (64)

13. Kymmenlyitys yhteenslaskussa



$36 + 17 =$ tai $36 + 17 =$
 $46 + 13 = 59$ $46 + 7 = 53$
 Miten saat lasket? $28 + 34 =$



1. Vainio toinen yhteenlaskettava sataruudukon ja merkitse tuloks.

$a. 46 + 35 = 81$ $b. 52 + 28 = 80$ $c. 36 + 37 = 73$
 $d. 45 + 48 = 93$ $e. 39 + 27 = 66$ $f. 67 + 18 = 85$

Ehdotus tunnin kuuliksi

1. Päässälaskut
2. Keakkeinen sisäkö
3. Kuvan tarkastelu
4. Tauluille merkittävät nekytiin myös laskun vaihtoehdot
5. Oppikirjan tehtävät

Tehtävät

2. Lue! Merkitse luku tavalla.

a. $5 + 6 = 11$	b. $2 + 9 = 11$	c. $4 + 8 = 12$
$35 + 6 = 41$	$72 + 9 = 81$	$64 + 8 = 72$
$35 + 26 = 61$	$72 + 19 = 91$	$64 + 28 = 92$
d. $27 + 20 = 47$	e. $53 + 30 = 83$	f. $47 + 20 = 67$
$27 + 26 = 53$	$53 + 38 = 91$	$47 + 28 = 75$
$37 + 26 = 63$	$43 + 38 = 81$	$48 + 29 = 77$
3. Piirrä. Merkitse lasku ja lue! Merkitse lasku tavalla.

a. Hylyssä on 48 esivankekirjoa ja 18 henkikirjoa. Kuinka monta kirjaa on yhteensä?	b. Hylyssä on 37 henkikirjoa. Myyppä tuo 25 kirjaa lisää. Kuinka monta kirjaa on yhteensä?
---	--

Kehotehtävät

Kt. 1. Lue!
 $48 + 118 = 66$
 Tulos: 66 kirjaa

Kt. 2. Piirrä. Merkitse lasku ja lue!
 Korte lukee 46 sivua henkikirjoja. Korte lukee 17 sivua esivankekirjoja. Kuinka monta sivua Korte lukee?
 $46 + 35 = 81$
 Tulos: 81 sivua

Laskun 46 + 28 voi laskoa monella tavalla.

$46 + 28 =$ tai $46 + 28 =$
 $40 + 6 + 20 + 8 =$ $46 + 20 =$
 $60 + 14 = 74$ $66 + 8 = 74$

$46 + 28 =$ tai $46 + 28 =$
 $46 + 4 + 24 =$ $28 + 2 + 44 =$
 $50 + 24 = 74$ $30 + 44 = 74$

Keakkeinen sisäkö

Opihoiden tulisi huomata, että a., b. ja c-sarjoissa on kolmessa kolmessa laskussa samat yksiköt. Niinpä tulostenkin tulisi päättyä samoon numeroon.

Rititavasti luettavaa

Antti oli jo pitkään ollut kunnossuunniteltavaa avaruuden ja lentamisen hiihdyksistä. Hän toivoi, että osaisi lentää yhä hyvin kuin Kasse. Oli Kasse muuttanut kertaan koettanut sitä opettaa Antti oli tehnyt itselleen siivet lakanoista ja hiihtolautaa kasainan niin keveys kuin suunnin jaksot. Kasse oli kannustanut ja neuvonut, mutta eihän lentämisessä ollut mitään tällaista. Kurse vaan oli saanut hyvät murat. Niinpä Antti oli päättänyt: "Minusta tulee isona astronautti tai lentäjä."
 "Naisia kirjoista opin vaikka mitään arviolasta", Antti tunnusti selkeästi tyymänsä. "Naisia kirjoista opin vaikka mitään arviolasta", Antti tunnusti selkeästi tyymänsä. "Naisia kirjoista opin vaikka mitään arviolasta", Antti tunnusti selkeästi tyymänsä.

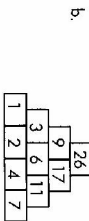
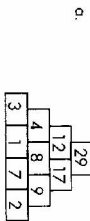
vastasi: "Tähtien oppia kaikkein avaruudesta ja lentämisestä. Sitäsi minun täytyy opiskella ja ahkerasti ja hankkia kaikki mahdollinen tieto. Aion osata nuo kirjat." Kurson suu lausua antti, sillä hylyssä oli 36 sinistä avaruuskirjaa ja 17 keltaista lentokonekirjaa. "Ais kaikki nuo kirjat? Tehtäväkö kunnolla paljon niitä on?" Antti sanoi: "Kyllä me osamme sen lasket. Laskemme vain 36 + 17. Kumpikin rupeest pohintaan laskua Antti mietti: "Iäken ensin kymmenkeskenä: 30 + 10 = 40. Siinä laskun yksiköset keskennän: 6 + 7 = 13. Lopuksi sitten 40 + 13 = 53." Kurse puolestaan ajatteli näin: "Iäken ensin 36:een kymmenen eli 36 + 10 = 46. Siinä laskun siihen vielä seliteen ja muistan menän taas kymmenen kautta: 46 + 7 = 53." Kaverukset pääsivät samaan tulokseen eri reittejä. Miten sinä laskisit?

Pulmakulma

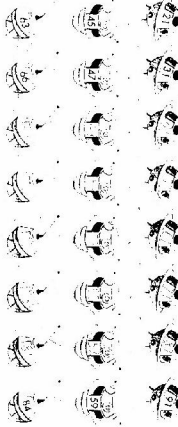
1. Keksi yhteenlaskukahtikolmin puuttuvat luvut siten, että yhimmästä noudussa tulee olla mahdollisimman pieni luku. Jokaisista luvusta saa käyttää vain kerran.



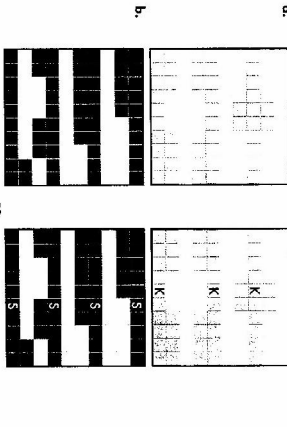
Useita ratkaisuja, esim.



Eryhtyvät lähtevät

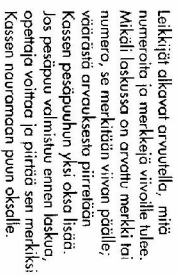


5. Ties sanoitoinen

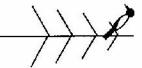
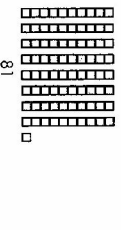


Vinkkipanikki

1. **Kassan pesäpau-letki:** Leikittöän kuten Hirsipuu-letkiä: Opettaja suunnittelee laskun, esimerkiksi $63 + 15 = 42$, ja kirjoittaa taululle jokaisen numeron ja merkin kohdalle pelkän viivan:



2. **Laskunäyely-piirtoleimillä:** Opettaja tai pari oppilasta leittää piirtoleimille kaksi polkukartemallina, jotka kuvaavat kahja yhteenlaskuun luku. Oppilaat merkitsevät polkukoista yhteenlaskun ja sen tuloksen.



Eryhtyvät lähtevät

6. Lasku. Vähä: ulotte vohdava rullu.

13 + 12 = 25	47 + 18 = 65
26 + 26 = 52	19 + 17 = 36
57 + 28 = 85	19 + 25 = 44
17 + 9 = 26	26 + 17 = 43
18 + 16 = 34	39 + 16 = 55
28 + 17 = 45	47 + 29 = 76
28 + 19 = 47	29 + 28 = 57
18 + 19 = 37	16 + 38 = 54
49 + 17 = 66	9 + 26 = 35
35 + 24 = 59	47 + 6 = 53
27 + 19 = 46	48 + 27 = 75

7. Pöytäle rökettien, viini, ohjooja ja määrittöpiä.

Kokkainen röketti on keskimmäinen: sininen röketti on metsästä, kukaan. Yhinen röketti ohjooja on metsästä, kukaan. Kukaan on metsästä, kukaan. Kukaan on metsästä, kukaan. Kukaan on metsästä, kukaan.

Pöytäle ei ohjooja kukaan ei ole viinistä rökettiä.

viini: *SININEN*
ohjooja: *KAKKAIN*
määränpöytä: *VAHKA*

viini: *VAHKA*
ohjooja: *KAKKAIN*
määränpöytä: *MUUT*

viini: *VAHKA*
ohjooja: *HOITAJA*
määränpöytä: *PELON*

Lisämateriaali

Liite 13a: Kymmenylyys yhteenlaskussa s. 217 Liite 13b: Ongelmaohjeita s. 218

Liite 13a: Kymmenylyys-yhteenlaskussa

1. Lasku: Viini, Vahka, Kukaan

2. Määränpöytä: Vahka, Kukaan

3. Ongelmaohjeita: Viini, Vahka, Kukaan

Liite 13b: Ongelmaohjeita

1. Viini, Vahka, Kukaan

2. Vahka, Kukaan, Viini

3. Kukaan, Viini, Vahka

Kertolaskujakso oppilaan kirjan tehtävät

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
kirjasarja * tehtävän vaikeustaso	3673	100,0%	0	,0%	3673	100,0%

kirjasarja * tehtävän vaikeustaso Crosstabulation

			tehtävän vaikeustaso			Total
			LY	YS	SA	
kirjasarja	Laskutaito	Count	816	106	101	1023
		% within kirjasarja	79,8%	10,4%	9,9%	100,0%
	Tuhattaituri	Count	1085	80	8	1173
		% within kirjasarja	92,5%	6,8%	,7%	100,0%
	Matikkamatka	Count	1297	119	61	1477
		% within kirjasarja	87,8%	8,1%	4,1%	100,0%
Total		Count	3198	305	170	3673
		% within kirjasarja	87,1%	8,3%	4,6%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	119,824 ^a	4	,000
Likelihood Ratio	127,186	4	,000
Linear-by-Linear Association	37,106	1	,000
N of Valid Cases	3673		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 47,35.

Geometriajakso oppilaan kirjan tehtävät

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
kirjasarja * tehtävän vaikeustaso	1555	100,0%	0	,0%	1555	100,0%

kirjasarja * tehtävän vaikeustaso Crosstabulation

			tehtävän vaikeustaso			Total
			LY	YS	SA	
kirjasarja	Laskutaito	Count	231	85	52	368
		% within kirjasarja	62,8%	23,1%	14,1%	100,0%
	Tuhattaituri	Count	523	62	15	600
		% within kirjasarja	87,2%	10,3%	2,5%	100,0%
	Matikkamatka	Count	460	97	30	587
		% within kirjasarja	78,4%	16,5%	5,1%	100,0%
Total		Count	1214	244	97	1555
		% within kirjasarja	78,1%	15,7%	6,2%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	92,883 ^a	4	,000
Likelihood Ratio	87,582	4	,000
Linear-by-Linear Association	29,017	1	,000
N of Valid Cases	1555		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 22,96.

Kaikki analysoidut tehtävät

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
kirjasarja * tehtävän vaikeustaso	6287	100,0%	0	,0%	6287	100,0%

kirjasarja * tehtävän vaikeustaso Crosstabulation

			tehtävän vaikeustaso			Total
			LY	YS	SA	
kirjasarja	Laskutaito	Count	1118	272	209	1599
		% within kirjasarja	69,9%	17,0%	13,1%	100,0%
	Tuhattaituri	Count	1667	191	52	1910
		% within kirjasarja	87,3%	10,0%	2,7%	100,0%
	Matikkamatka	Count	2150	451	177	2778
		% within kirjasarja	77,4%	16,2%	6,4%	100,0%
Total		Count	4935	914	438	6287
		% within kirjasarja	78,5%	14,5%	7,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	209,774 ^a	4	,000
Likelihood Ratio	209,862	4	,000
Linear-by-Linear Association	34,159	1	,000
N of Valid Cases	6287		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 111,40.