

Ville Vanhala

**AUTOMATISOITU
NURJAHDUSVARMUUDEN
OPTIMOINTI NUMEERISELLA
PARAMETRILASKENNALLA**

Kandidaatintyö
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta
Helmikuu 2023

TIIVISTELMÄ

Ville Vanhala: Automatisoitu nurjahdusvarmuuden optimointi numeerisella parametrilaskennalla
Tampereen yliopisto
Konetekniikan tutkinto-ohjelma
Kandidaatintyö
Helmikuu 2023

Rakenteiden optimoinnista on nykyään tullut välttämätön toimenpide kilpailukyvyyn ylläpitämiseksi jatkuvasti kehittyvässä yhteiskunnassa. Tässä työssä tutkitaan I-palkin nurjahdusvarmuuden optimointia FEM-sovellus (Finite Element Method) Abaquksen parametrillisellä laskennalla. Työn tavoitteena on verrata numeerisen laskennan ja analyyttisten laskentamenetelmien eroavaisuuksia nurjahdusvarmuuden optimoinnissa I-palkin nurjahdusanalyyseissä.

Tutkimuksessa tarkastellaan Abaquksella tehtävien numeeristen simulaatioiden tuloksia ja analyyttisellä kaavalla laskettuja tuloksia. I-palkille valittuja parametriarvoja muuntelemalla saatiin laskettua palkeille analyyttisiä ja numeerisia nurjahduksen varmuuskertoimia.

Lopputuloksina ovat suurin analyyttinen ja suurin numeerinen varmuuskerroin. Ne eroavat toisistaan sekä varmuuden suuruuden että geometriaparametrien osalta. Materiaaliparametrien eli kimmomoduulin ja Poissonin luvun kannalta optimointitulokset ovat samat. Tutkimus osoittaa kuitenkin, etteivät numeerisen laskennan tulokset ole niin luotettavia, että yksinomaan niiden perusteella voitaisiin tehdä koko optimointiprosessi. Lisäksi todetaan, ettei parametrillisellä FEM-laskennalla saavuteta hyötyä analyyttiseen laskemiseen nähden näin yksinkertaisessa laskentatapauksessa. Yksinkertaisuutensa vuoksi analyyttisillä kaavoilla saadaan nopeammin ja tehokkaammin tehtyä nurjahdusoptimointia numeeriseen laskentaan verrattuna. Numeerisen laskennan huonoiksi puoliksi osoittautuvat virhemahdollisuudet ja laskennan hitaus. Hyvinä puolina todetaan puolestaan olevan kaikkien tulosten visuaalinen tallentuminen ja helppo skaalautumien monimutkaisempiin analyysitilanteisiin, joihin analyyttisiä kaavoja ei enää ole yhtä helppoa soveltaa. Viimeisenä esitetään jatkotutkimusideoita, joiden avulla voitaisiin jatkaa automaattisen optimoinnin tutkimista.

Avainsanat: FEM, parametrilaskenta, rakenneoptimointi, nurjahdus

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck –ohjelmalla.

ABSTRACT

Ville Vanhala: Automatized optimization of buckling safety factor using numerical parametric calculation

Tampere University
Mechanical Engineering program
Bachelor's Thesis
February 2023

Structural optimization has become a necessary procedure for maintaining competence in a society continuously striving for improvement. This research examines the buckling safety factor optimization of I-beams using parametric studies with FEM-program (Finite Element Method) Abaqus. The goal of this study is to compare numerical computation with analytical calculation methods in optimization of buckling safety factor.

The study consists of numerical simulations performed with Abaqus and results obtained with an analytical formula. By varying geometry and material parameters chosen for the I-beam, several analytical and numerical buckling safety factors were attained.

The highest analytical and the highest numerical safety factors were achieved as the result. The values differed from one other regarding both the safety factors and geometry parameters, although the material parameters were the same. This research demonstrates that the results of numerical calculation alone are not reliable enough for performing the entire optimization process. The results also state that parametric FEM-computing does not grant significant benefit over analytical calculation in such a simple calculation case. Because of the simplicity, analytical formulas attained faster and more efficiently buckling safety factors compared to the numerical calculation. The downsides of numerical calculation were high possibilities of errors and the slowness of the computing. On the other hand, the upsides were found to be the visual recording of all results and easy scaling for more complex analyses in which analytical formulas could be harder to use. Lastly ideas for further research are presented for continuing to study the automatized optimization.

Keywords: FEM, parametric studies, structural optimization, buckling

The originality of this thesis has been checked using the Turnitin OriginalityCheck service.

SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO.....	1
2. NURJAHDUS	4
2.1 Stabiilisuusteoria	4
2.2 Nurjahdus analyttisesti	5
3. MALLIN PARAMETRISOINTI	7
3.1 Geometrian optimointi	7
3.2 Materiaalivalinta.....	8
4. TYÖN TOTEUTUS.....	11
5. TULOKSET JA NIIDEN TARKASTELU.....	15
6. YHTEENVETO	20
LÄHTEET	23

LYHENTEET JA MERKINNÄT

FEM	Finite Element Method
I	hitausmomentti
L	tehollinen pituus
E	kimmomoduuli
A	poikkipinta-ala
i	neliöllinen keskisäde
λ	hoikkuusluku
l_n	sauvan nurjahduspituus
λ_{min}	rajahoikkuusluku
R_s	suhteellisuusraja
σ	jännitys
ε	venymä

1. JOHDANTO

Rakenteiden optimointi on oleellinen osa nykypäivän lujuuslaskentaa. Optimointi tarkoittaa rakenteen hyvien ominaisuuksien säilyttämistä tai parantamista ja huonojen ominaisuuksien minimoimista. Optimointia tehdään, jotta välttyttäisiin rakenteiden osien yli- tai alimitoitamiselta. Samalla pyritään kuitenkin saamaan riittävä varmuus rakenteiden kestävydestä tehokkaalla materiaalikäytöllä. Puutteellinen rakenteen optimointi johtaa mitoitusvirheisiin eli kappaleiden ali- tai ylimitoitamiseen. Alimitoitaminen voi johtaa rakenteen ennenaikaiseen hajoamiseen. Ylimitoitaminen puolestaan on turhaa materiaalikäyttöä eikä välttämättä aina edes paranna kappaleen kestävyttä, sillä suurempi massa lisää hitausvoimia. (Hietikko 2013, s. 13, s. 74–75; Huang & Xie 2010, s. 1)

Optimointitehtävissä erilaisten muuttujien määrä on valtava, joten ratkaisujen saaminen ilman tietokonetta ja numeerisia FEM-ohjelmistoja (Finite Element Method) osoittautuu usein vaikeaksi ja työlääksi (Hietikko 2013, s. 75). Jo yksittäisen kappaleen simulointitilanteessa voi olla tuhansia tai jopa miljoonia muuttujia. Tämän vuoksi numeerisen mallin muodostaminen ja simuloiminen voivat molemmat olla hitaita prosesseja. Muuttujamäärän seurauksena jo muutamien erilaisten rakenneyhdistelmien vertailu vie paljon aikaa niin mallien muodostuksen kuin tulosten analysoinnin osalta.

Monilla FEM-ohjelmistoilla tutkittava geometria, siihen liittyvät materiaaliarvot, tuennat ja kuormitukset asetetaan manuaalisesti sovelluksen graafisen käyttöliittymän avulla. Graafisella käyttöliittymällä voidaan välttää koodin kirjoittaminen manuaalisesti, mutta sen käyttö on huomattavasti työläämpää analysoitaessa useita samankaltaisia tilanteita. Sen sijaan voi olla tehokkaampaa ensin luoda koodi, jolla voidaan parametrisoida koko malli. Tämän parametrisoidun mallin geometriaa, materiaaliominaisuuksia ja kuormituksia voidaan koodin luomisen jälkeen automatisoidusti simuloida toisen koodin avulla. Tällöin lujuuslaskijan aikaa vapautuu muihin tehtäviin.

Nurjahdus on tärkeä tutkimuskohde, sillä se on määräävänä tekijänä monien palkkien mitoituksessa (Hietikko 2013, s. 127). Jiao, et al. (2017) ovat tutkineet puisten I-palkkien poikki pintasuureiden vaikutusta nurjahduksen varmuuskertoimeen numeerisilla ja empiirisillä menetelmillä. Lisäksi nurjahdusta on aikaisemmin tutkittu tilanteissa, joissa kiepahdus eli yhdistetty vääntö- ja puristusnurjahdus on estetty tuentojen avulla (Serna et al. 2006). Tämän lisäksi Kubiak et al. (2016) ovat vertailleet kokeellisesti todettuja

nurjahduksen varmuuskertoimia analyytisesti ja numeerisesti laskettuihin varmuuskertoimiin.

Parametreillä tarkoitetaan tässä työssä erilaisia numeroarvoja, jotka vastaavat jotakin mallin ominaisuutta kuten materiaali- tai geometria-arvoja. Näitä parametreja ovat tässä tutkimuksessa materiaalin kimmomoduuli, Poissonin luku ja tiheys sekä tarkasteltavan I-palkin leveys, korkeus, laipan ja seinämän paksuudet. Parametrianalyysillä tarkoitetaan näitä edellä lueteltuja parametreja sisältäviä numeerisia tai analyytisiä laskutoimituksia tai simulaatioita (Anon 2015, s. 10).

Parametrianalyyseja hyödynnetään laajasti useissa tutkimuksissa, esimerkiksi kanavapalkkien momenttilaskennassa (AlHendi & Celikag 2015). Parametrianalyyseja on käytetty myös teräksisten I-palkkien korroosionkeston analysoimisessa (Kullashi et al. 2021) ja ohutseinäisten kanavapalkkien nurjahduksen varmuuskestävyyden optimoinnissa (SudhirSastry et al. 2015). Yleisesti parametrilaskennan tarkoituksena on simuloida useita hieman toisistaan eroavia analyysitilanteita nopeasti ja tehokkaasti kooten kaikki saadut tulokset tarkempaa, joskus manuaalistakin, analyysia varten.

Yleisesti parametrilaskennassa saavutetaan useita mahdollisia tuloksia, joita verrataan keskenään manuaalisesti. Mikäli manuaalinen vertailu poistettaisiin, tällaisen parametrinen FEM-laskennan avulla voitaisiin saada huomattava hyöty perinteiseen manuaaliseen materiaalivalintaan eli materiaalien valitsemiseen esimerkiksi Ashbyn taulukoista ja analyytiseen rakenneoptimointiin verrattuna.

Tässä työssä tarkastellaan hoikkien I-palkkien nurjahdusvarmuuden optimointia numeerisen parametrilaskennan avulla. Tutkimuksen simulaatio-osuus toteutetaan FEM-laskentaohjelma Abaquksessa, jossa muodostetaan halutun mallinen geometria ja simuloidaan malleja erilaisilla parametreilla. Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä on selvittää, voiko Abaquksen parametrilaskennalla korvata analyytisen materiaalin ja geometrian optimoinnin I-palkin nurjahdusanalyysissa. Toisena tutkimuskysymyksenä on selvittää millaisia hyviä ja huonoja puolia on I-palkin automatisoidussa nurjahdusanalyysissa Abaquksella. Tutkimusmenetelmänä toimivat Abaquksella tehtävät numeeriset simulaatiot ja niistä saadut tulokset. Tämän lisäksi kootaan myös analyytisiä tuloksia Eulerin kaavan perusteella. Analyyttisten tulosten laskenta toteutetaan osana Abaquksessa suoritettavaa Python-koodia. Työssä käytettävä Abaquksen versio on Abaqus 2020 (Dassault Systèmes 2022a).

Tutkimus on rajattu geometrian osalta vain I-palkkeihin, joiden laipan ja seinämän välissä ei ole pyörityksiä ja joiden pituudet ovat vakioita. Tutkittavat materiaalit käyttäytyvät lineaarisesti elastisesti ja ovat isotrooppisia. Kaikkien analyysien tuennat ja kuormitukset ovat samanlaiset: analyyseissa tutkitaan vain staattisia kuormitustapauksia ja niihin

muodostuvien nurjahdusten ominaisarvoja. Tarkasteltavana nurjahduksen tyyppinä on tasonurjahdus.

Tutkimuksessa käytettävä I-palkki on nimensä mukaisesti poikkileikkaukseltaan I-kirjaimen muotoinen palkki, joka on hyvin yleinen rakenne erilaisissa rakennuksissa ja rakenteissa. I-palkissa on yleensä neljä muuttuvaa parametriä: korkeus, leveys sekä laippojen ja seinämän paksuus. Näitä parametrejä tullaan tässä työssä käyttämään geometrian muuttujina erilaisten mallien simuloinnissa.

Työn toisessa luvussa esitellään nurjahduksen teoriaa ja nurjahdusvarmuuteen vaikuttavia tekijöitä Eulerin kaavan mukaisesti. Kolmas luku syventyy mallin parametrisointiin eli mallin erilaisten arvojen määrittämiseen. Työssä määritettävänä arvoina toimivat materiaaliarvot, joita ovat kimmomoduuli, Poissonin luku ja tiheys. Geometrian osalta tarkastellaan poikkipintasuureita eli palkin korkeutta, leveyttä sekä laippojen ja seinämän paksuutta.

Neljännessä luvussa esitellään työn toteutusmenetelmä. Työssä toteutetaan Abaqus Scripting -käyttöliittymän avulla Python-koodi. Tämän koodin avulla on mahdollista muodostaa I-palkki sekä siihen kohdistuvat rasitukset ja tuennat annetuilla parametreillä. Viidennessä luvussa esitetään tämän tutkimuksen tulokset, niiden analysointi sekä luotettavuus ja niihin liittyvät epävarmuustekijät. Kuudes luku on yhteenveto, jossa kootaan tutkimuksen lopulliset päätelmät. Lisäksi esitetään mahdollisia jatkotutkimusaiheita.

2. NURJAHDUS

Nurjahduksella tarkoitetaan tilannetta, jossa esimerkiksi sauvaa tai muuta hoikkaa kappaletta puristettaessa tapahtuu nopea tasapainon menetys. Paksun kappaleen kohdalle ei useinkaan tapahdu nurjahdusta, vaan kappale puristuu kasaan pysyvästi eli tyssääntyä. Pitkät rakenteet nurjahtavat yleensä varsin vähäiselläkin puristusvoimalla. Tämän vuoksi nurjahdus onkin usein mitoitusta määrittävä tekijä puristuksessa olevissa rakenteissa. Jotkut kappaleet eivät ole yksinomaan hoikkia tai paksuja, jolloin ne voivat sekä nurjahtaa tai tyssääntyä. Joissain tilanteissa nurjahdusta ja tyssääntymistä voi tapahtua jopa samanaikaisesti. Hoikat palkit ovat poikki pintasuureidensa vuoksi alttiita myös lokaalille nurjahdukselle eli lommahdukselle (Couto et al. 2016, Hietikko 2013, s.127–128). Kappaleen hoikkuutta käsitellään tarkemmin luvussa 2.2

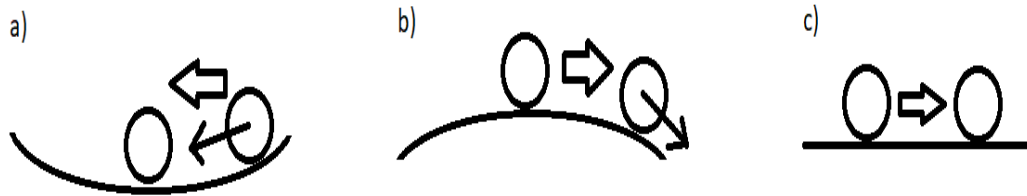
Nurjahduksen tapahtumisesta on olemassa kolme erilaista nurjahdusvaihtoehtoa: taipumisnurjahdus, vääntönurjahdus tai näiden yhdistelmä taipumisvääntönurjahdus (Serna et al. 2006). Tässä tutkimuksessa tarkasteltava tasonurjahdus on taipumisnurjahdus, jossa kappaleen kiepahtaminen ei ole mahdollista. Käytännössä tällainen tila saavutetaan kiepahduksen estävillä tuennoilla (Salmi & Pajunen 2010, s. 272; Serna et al. 2006).

Yleisesti nurjahduslaskennassa FEM-ohjelmistoilla saadaan ratkaisuksi nurjahduksen varmuuskerroin. Tällä tarkoitetaan sitä kerrointa, jolla palkkiin vaikuttava pituussuuntainen puristava voima pitää kertoa, jotta saadaan kriittinen kuormitus. Kriittinen kuormitus tarkoittaa sitä kuormitusta, joka aiheuttaa palkin nurjahduksen. Tätä arvoa kutsutaan myös nurjahduskuormitukseksi tai nurjahdusvoimaksi. (Salmi & Pajunen 2010, s. 271–272) Jotta FEM-laskentaohjelmistoilla saadut nurjahdusvoimien arvot vastaisivat mahdollisimman tarkasti kokeellisesti saatuja arvoja, on tärkeää, että molemmissa analyysissä on sama vaikuttava nurjahdusmuoto (Kubiak et al. 2016). Vääriä nurjahdusmuotoja simuloimalla FEM-laskentaohjelma voi antaa huomattavasti todellisuudesta poikkeavia arvoja. Nurjahdusmuotoja käsitellään luvussa 2.2.

2.1 Stabiilisuusteoria

Kun tasapainoasemassaan olevaa kappaletta häiritään niin, että se menettää tasapainoasemansa, se joutuu liikkeeseen. Riippuen tasapainoaseman laadusta kappaleen liike joko palauttaa kappaleen takaisin tasapainoon tai etäännyttää sitä

tasapainoasemastaan entistä enemmän (Salmi 2014, s. 364). Erilaisia tasapainon lajeja on kolme ja ne on esitetty kuvassa 1.



Kuva 1. Erilaiset tasapainon lajit. Vasemmalta oikealle a) stabiili, b) labiili ja c) indifferentti. (Muokattu lähteestä Salmi & Pajunen 2010, s. 271)

Mikäli tasapainosta poikkeutuksen jälkeen kappaleen tukireaktiot pyrkivät palauttamaan kappaleen tasapainoasemaansa (kuva 1.a), kappale on *stabiili* eli vakaa. Toisaalta jos kappale etäänny entisestään tasapainosta (kuva 1.b), kappaleen tasapainoasema on *labiili* eli epävakaa. Rajatapausta edustaa *indifferentti* eli epämääräinen tai neutraali tasapaino (kuva 1.c). Tällaisessa tilanteessa tasapainosta poikkeutettu kappale palaa takaisin tasapainoon, mutta uuteen tasapainoasemaan. (Salmi 2014, s. 364)

Puristuksessa oleva suora palkki pysyy tiettyyn kuormitukseen saakka vakaassa tasapainoasemassa, jossa palkki säilyy suorana. Kun kuormitus ylittää laskennallisen rajan eli kriittisen kuormituksen, pienikin sivuttaissuuntainen kuormitus aiheuttaa hyvin suuren sivuttaissuuntaisen siirtymän. Palkin tasapainoasema muuttuu tällöin nopeasti stabiilista labiiliksi. Tämä suuri siirtymä johtaa nurjahdukseen ja usein nopeasti myös palkin hajoamiseen. (Timoshenko & Gere 2012 s.82–88; Hietikko 2013, s. 128)

2.2 Nurjahdus analyytisesti

Nurjahduksen aiheuttavan voiman suuruus voidaan laskea Eulerin kaavalla

$$F = n \frac{\pi^2 EI}{L^2},$$

jossa F on nurjahdusvoima, E on materiaalin kimmokerroin, I on sauvan neliömomentti, L on sauvan pituus ja n on sauvan tuennoista riippuva kerroin (Hietikko 2013, s. 128). Kaava on voimassa vain suorille, hoikille ja täysin homogeenisille sauvoille. Hoikan sauvan leveys on huomattavasti suurempi kuin sen paksuus (Couto et al. 2016) Jotta voidaan määrittää, onko sauva paksu vai hoikka, pitää laskea sauvan hoikkuusluku. Hoikkuusluvun laskemiseksi tarvitaan sauvan poikkipinnan neliöllinen keskisäde, joka saadaan kaavasta

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}},$$

jossa A on sauvan poikkipinnan pinta-ala. Neliöllinen keskisäde sijoitetaan sitten hoikkuusluvun kaavaan

$$\lambda = \frac{l_n}{i},$$

jossa l_n on sauvan nurjahduspituus, joka riippuu sauvan pituudesta ja tuennasta.

Saatua hoikkuuslukua verrataan sitten materiaaliominaisuuksista riippuvaan rajahoikkuuslukuun, joka lasketaan kaavasta

$$\lambda_{min} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{R_s}},$$

jossa R_s on materiaalille ominainen suhteellisuusraja. Mikäli hoikkuusluku on pienempi kuin puolet rajahoikkuusluvusta, sauva on lyhyt ja se tyssähtää. Rajahoikkuusluvun ylittävät sauvat puolestaan nurjahtavat Eulerin kaavan mukaisesti. (Hietikko 2013, s. 131–132; Salmi & Pajunen 2010, s. 276–277)

Kappaleen lämpötila vaikuttaa sen poikkipintasuureisiin ja täten myös kappaleen hoikkuuteen, joten lämpötilasta riippuen yksi ja sama sauva voi käyttäytyä paksun tai hoikan sauvan mallin mukaisesti eri lämpötiloissa. (Couto et al. 2016) Kaikki tässä tutkimuksessa käytettävät I-palkkien geometriat ovat hoikkuuslukunsa puolesta pitkiä ja hoikkia sauvoja, eikä niihin kohdistu lämpölaajenemista.

Kappale voi nurjahtaa usealla erilaisella nurjahduksen tavalla ja näitä erilaisia nurjahduksen mahdollisuuksia kutsutaan nurjahdusmuodoiksi. Yleensä vain ensimmäisen nurjahdusmuodon tarkasteleminen on mielekästä, sillä sen muodostumiseen tarvitaan pienin puristuskormitus. Ensimmäistä nurjahdusta seuraavat nurjahdusmuodot esiintyvätkin useimmiten vasta suuremmilla kuormituksilla. Mikäli kuitenkin kahden tai useamman erilaisen nurjahdusmuodon aiheuttavat puristuskormitukset ovat lähellä toisiaan ja ensimmäisen nurjahdusmuodon tasolla, on tärkeää tarkastella jokaista näistä nurjahdustapauksista ja tutkia mikä niistä on kriittisin rakenteen kestävyden kannalta. Eulerin kaavalla saatu arvo on ensimmäisen nurjahdusmuodon puristuskormituksen arvo. (Salmi & Pajunen 2010, s. 272–276)

3. MALLIN PARAMETRISOINTI

Parametrisoinnilla tarkoitetaan analyysissä olevien muuttuja-arvojen eli parametrien, kuten materiaali- ja geometria-arvojen muuntelua. Parametrisoinnin tarkoituksena on näiden arvojen yhdenaikaisen muuntelun avulla muodostaa numeroarvoyhdistelmä, jolla jokin parametreihin pohjautuva tulos saisi optimaalisen arvonsa. Tässä tutkimuksessa parametreina ovat materiaalin kimmomoduuli, Poissonin luku ja tiheys sekä I-palkin korkeus, leveys, laipan ja seinämän paksuudet. Parametrisoinnista saatavana tuloksena on ensimmäisen nurjahdusmuodon ominaisarvo, jolla haetaan optimaalista ratkaisua eli suurinta nurjahdusvarmuutta. (Anon 2015, s.10)

Parametrisointiin liittyvää muuntelua voidaan tehdä manuaalisesti korvaamalla olemassa olevia lukuarvoja uusilla arvoilla. Muuttuja-arvoille voidaan myös määrittää nimikkeet, jolloin muuttujien arvoja voidaan muuttaa niiden nimikkeiden avulla. Näin voidaan esimerkiksi tuoda Excel-tiedostosta arvoja nimetyille muuttujille. Myös arvojen lukeminen taulukosta tai kuvaajalta sekä niistä tehdyt päätelmät ovat parametrianalyysin eri käyttötapoja (Anon 2015, s. 41; Rita et al. 2018).

Automatisoidussa parametrianalyysissä tämä muuntelu tehdään täysin automaattisesti koodin avulla. Tällöin saadaan läpikäytyä useita erilaisia yhdistelmiä ilman tarvetta kirjoittaa jokaista yhdistelmää manuaalisesti. Tämä on useimmiten nopeampaa ja vähemmän työlästä kuin muuttujien asettaminen manuaalisesti. Tehokkuuden vuoksi parametrianalyysien avulla voidaan käydä läpi huomattavasti suurempi määrä analyysieja tietyssä ajassa.

3.1 Geometrian optimointi

Rakenteiden optimoinnilla tarkoitetaan yleisesti kaikkia niitä toimenpiteitä, joiden avulla rakenne säilyttää hyvät ominaisuutensa, mutta sen hintaa, valmistusaikaa tai muuta haitalliseksi koettua ominaisuutta voidaan pienentää. Rakenteiden optimointi on välttämätöntä, sillä koko maailmassa olevien resurssien summa on vakio, jolloin ylikäyttö tarkoittaisi näiden resurssien hupenemista tarpeettoman nopeasti (Huang & Xie 2010, s. 1).

Geometrian optimointi tarkoittaa optimointia geometrian tai materiaalin osalta. Geometrian optimoimisessa käytetään perinteisesti kahta erilaista tapaa: analyyttisiä matemaattisia algoritmeja tai stokastisilla laskentatavoilla saavutettuja numeerisia algoritmeja (Leng et al. 2011).

Geometrian optimointi voidaan jakaa kolmeen eri kategoriaan: *koon*, *muodon* ja *topologian* optimointeihin. *Koon* optimointi tarkoittaa kappaleen koko- ja materiaaliparametrien, kuten poikkipintasuureiden, paksuuksien ja käytettävien materiaalien muuntelua. *Muodon* optimointi on yleensä paikallisten maksimijännitysten lieventämistä muokkaamalla kappaleen paikallisia suureita ja geometriaa. *Muodon* optimointia ovat esimerkiksi pyöristykset ja viisteet. *Topologian* optimointi taas tarkoittaa koko geometrian tarkastelua siten, että vähennetään materiaalia niistä alueista, joissa se ei paranna lujuutta. Näitä alueita ovat ne kohdat, joihin ei kohdistu juurikaan jännityksiä. Topologian optimoinnilla pyritäänkin saamaan kaikkiin kappaleen pisteisiin yhtä suuri turvallisella tasolla oleva jännitys. Topologiaa optimoidaan useimmiten iteratiivisesti FEM-analyysiohjelmilla. (Ponginan 2021; Huang & Xie 2010, s. 1–5; Dassault Systèmes 2022a)

Työssä käytetään geometrian optimointimenetelmänä *koon* optimointia, sillä tällöin vältetään useiden analyysien tekeminen. Topologian optimointia varten täytyy ensin määrittää palkkiin kohdistuvat jännitykset, minkä jälkeen poistetaan matalan jännityksen pisteet. Tämän jälkeen voi olla tarpeen manuaalisesti muunnella mallia, sillä topologian optimoinnin toiminnot eivät useinkaan ota huomioon niiden avulla muodostettujen kappaleiden valmistusmenetelmiä tai sitä, pystyttäisiinkö näitä kappaleita valmistaa. Vasta tämän jälkeen voitaisiin tehdä nurjahduksen varmuuskertoimien laskenta. Mikäli laskenta tehtäisiin edellä mainitulla tavalla, olisi tarpeen simuloida kaikki mallit kahteen kertaan, ensin optimointia ja sitten nurjahdusta varten. Tähän kuluisi kuitenkin hyvin paljon aikaa, mikä ei ole mielekäästä tämän työn mittakaavassa.

Jiao et al. (2017) totesivat I-palkin kohdalla korkeus- ja leveysparametrien kasvattamisen suurentavan palkin nurjahduksen varmuutta. Heidän tutkimuksessaan ei kuitenkaan otettu huomioon laippojen tai seinämien paksuuden kasvattamisen vaikutusta. Samaan tulokseen voidaan myös päätyä Eulerin kaavasta, jonka mukaan palkin poikkipinta-alan suurentaminen kasvattaa nurjahduksen varmuuskerrointa.

3.2 Materiaalivalinta

Materiaalivalinnalla tarkoitetaan sitä systemaattista prosessia, jossa tutkitaan ja listataan tehokkaasti ja nopeasti erilaisia materiaaleja haluttuun käyttötarkoitukseen ja valitaan niiden joukosta soveltuvimmat vaihtoehdot (Mouritz 2012, s. 571–572). Materiaalilla on suuri vaikutus rakenteen toimivuuteen ja käytettävyyteen minkä tahansa rakenteen suunnittelussa.

Materiaalivalinnan alussa on oleellista määritellä ja priorisoida mitkä ovat tärkeimpiä materiaaliarvoja. Nurjahduksen tapauksessa tärkeimmäksi arvoksi nousee Eulerin

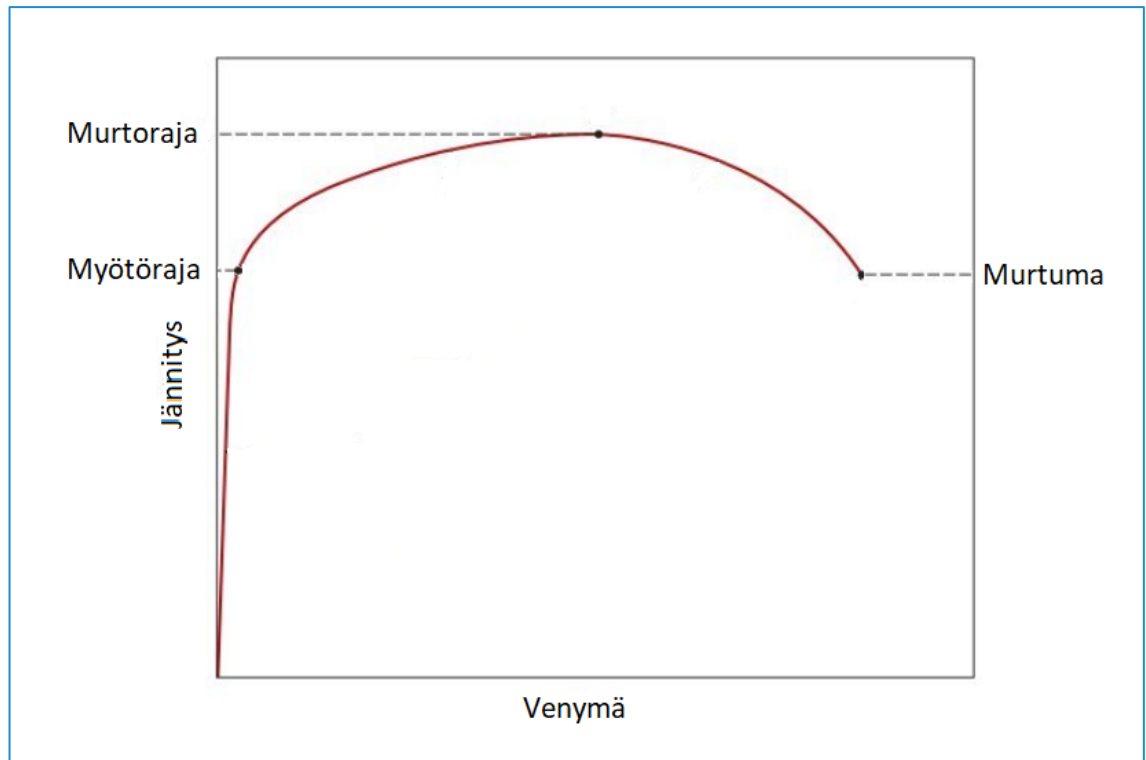
kaavan mukaisesti kimmomoduuli. Muita tärkeitä materiaaliarvoja ovat muun muassa vetolujuus, tiheys ja lämmönjohtavuus. Merkittäviä tekijöitä ovat myöskin materiaalin saatavuus ja hinta, jotka voivat sulkea pois monia nurjahduksen kannalta laadukkaita materiaaleja. (Safranski & Griffis 2017) Useimmiten materiaalivalinnassa on tarpeen lopulta tehdä kompromisseja, sillä kaikkia haluttuja ominaisuuksia voi olla vaikeaa tai jopa mahdotonta saavuttaa yhtä aikaa (Mouritz 2012, s. 572).

Yksi perinteisimmistä ja nopeimmista tavoista tehokkaaseen materiaalikartoitukseen on materiaalien valitseminen Ashbyn taulukoista. Ashbyn taulukoissa esitetään joku materiaaliarvo toisen materiaaliarvon funktiona. Useimmiten taulukossa esitetään murtolujuus tiheyden funktiona ja kuvaajalle on sijoitettu tunnettujen materiaalien arvoja pisteinä. (Ashby 2010, s. 5) Tämän visuaalisen katsauksen avulla voidaan helposti ja nopeasti määrittellä useita potentiaalisia materiaalivaihtoehtoja, vertailla erilaisten materiaalien ominaisuuksia ja niiden valmistusprosesseja tai etsiä vaihtoehtoisia materiaaleja korvaustilanteissa (Shah 2014).

Tässä työssä käytettävät materiaalit ovat lineaarisesti kimmoisia ja isotrooppisia. Lineaarinen kimmoisuus tarkoittaa sitä, että materiaali seuraa Hooken lakia

$$\sigma = E\varepsilon,$$

jossa σ on jännitys ja ε on venymä. Hooken lakia noudattavasta materiaalista valmistetun kappaleen jännitys on suoraan verrannollinen kappaleen venymään. Tällaiselle kappaleelle on mahdollista määrittää muuttumaton kimmomoduuli, kun operoidaan myötörajaa pienemmillä jännityksillä. (Salmi & Pajunen 2010, s.33–47). Kuvassa 3 on esitetty jännitys-venymäkäyrässä materiaalien tärkeitä pisteitä, kuten myötö- ja murtoraja. Kuvasta voidaan myös lukea kimmomoduuli käyrän lineaarisen osan kulmakertoimena. Epälineaarilla materiaaleilla tai myötörajan yläpuolella operoitaessa on tarpeen käyttää jännitys-venymäkäyrän tangenttia, joka vaihtelee eri jännityksillä. (Callister & Rethwisch 2020, s. 160–162)



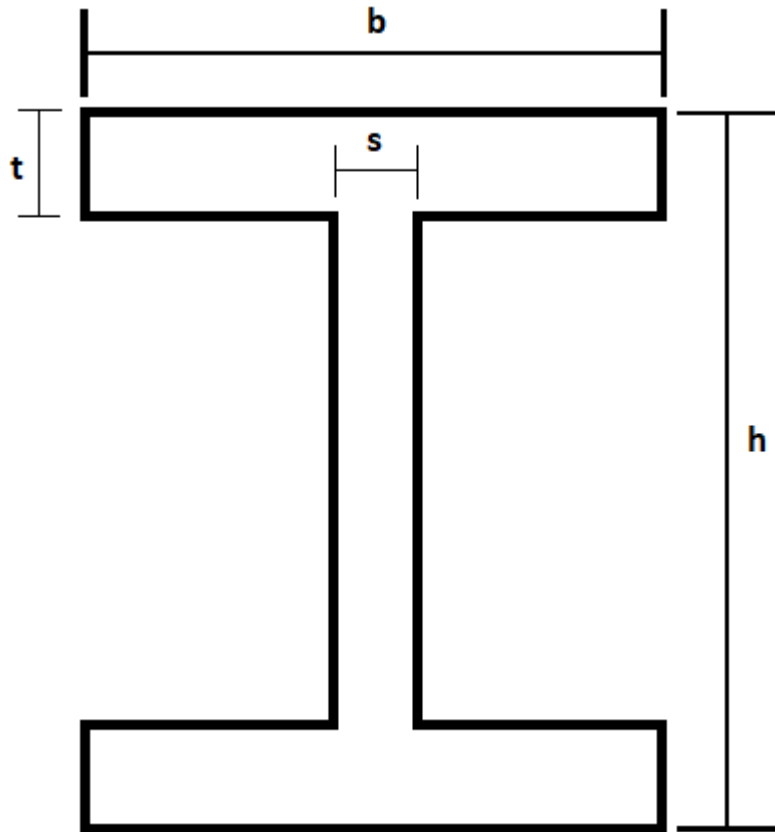
Kuva 2. Jännitys-venymäkäyrä, johon on sijoitettu materiaalien tärkeitä pisteitä (Muokattu lähteestä Callister & Rethwisch 2020, s. 168)

Materiaalin isotrooppisuus kuvastaa sitä, että materiaalin ominaisuudet jatkuvat samanlaisina jokaiseen suuntaan. Tämän vuoksi materiaalia ei siis ole esimerkiksi helpompi tai vaikeampi murtaa tiettyyn suuntaan. Materiaalin elastisuus kuvastaa sitä, että materiaali toimii täysin kimmoisesti eli kaikki siihen kohdistunut venymä palautuu kuormituksen poistuessa. (Salmi & Pajunen 2010, s. 33–35; Dassault Systèmes 2022b)

4. TYÖN TOTEUTUS

Työssä toteutettiin Abaquksen Python-pohjaisen ohjelmointikäyttöliittymän, Abaqus Scriptingin, MacroManager-toiminnon avulla Python-koodi, jonka avulla muodostettiin I-palkin ja asetettiin sille materiaali, kuormitus ja tuenta. Samalla koodilla simuloitiin myös palkin nurjahduksen ominaisarvot eli nurjahduksen varmuuskertoimet erilaisille nurjahduksen muodoille. Koodia paranneltiin manuaalisesti PyCharm-sovelluksessa ja siihen lisättiin parametrisointifunktio. Funktion toimintana oli ottaa parametreikseen malliin liittyvät geometrian ja materiaalin arvot ja näiden tietojen pohjalta muodostaa parametrisoitu, kuormitettu ja tuettu I-palkki. Tämän koodipohjan avulla pystyttiin simuloimaan useita samankaltaisia I-palkkeja eri muuttujaparametreilla ja ratkaistiin palkkien nurjahdusten ominaiskertoimia. Työssä toteutettiin myös toinen funktio, joka kokosi laskettujen nurjahdusten ominaiskertoimien keskuudesta pienimmän positiivisen varmuuskertoimen. Tämä arvo ja siihen liittyvät parametrit tallennettiin omiin listoihinsa myöhempää käyttöä varten.

Muuttujina työssä olivat I-palkin geometria ja materiaaliominaisuudet eli kimmomoduuli, Poissonin luku ja tiheys. Geometrian parametreina työssä toimivat I-palkin korkeus, leveys sekä laippojen ja seinämän paksuudet. Palkki parametreineen on esitetty havainnollistettuna kuvassa 3. Parametrien vaihteluvälit on esitetty taulukossa 1. Parametrit on valittu IPE-80-palkin molemmilta puolilta säännöllisin välein. Valinta on varsin väljä täydellisen optimointituloksen saavuttamiseksi, mutta riittävä työn vaatimalle tarkkuudelle selvittämään sopiiko FEM-laskenta optimointitehtävään. I-palkin pituus oli kaikissa tutkimuksen iteraatioissa vakio 3000 mm. Geometrian ja materiaalin optimointimenetelmänä oli *koon* optimointi.



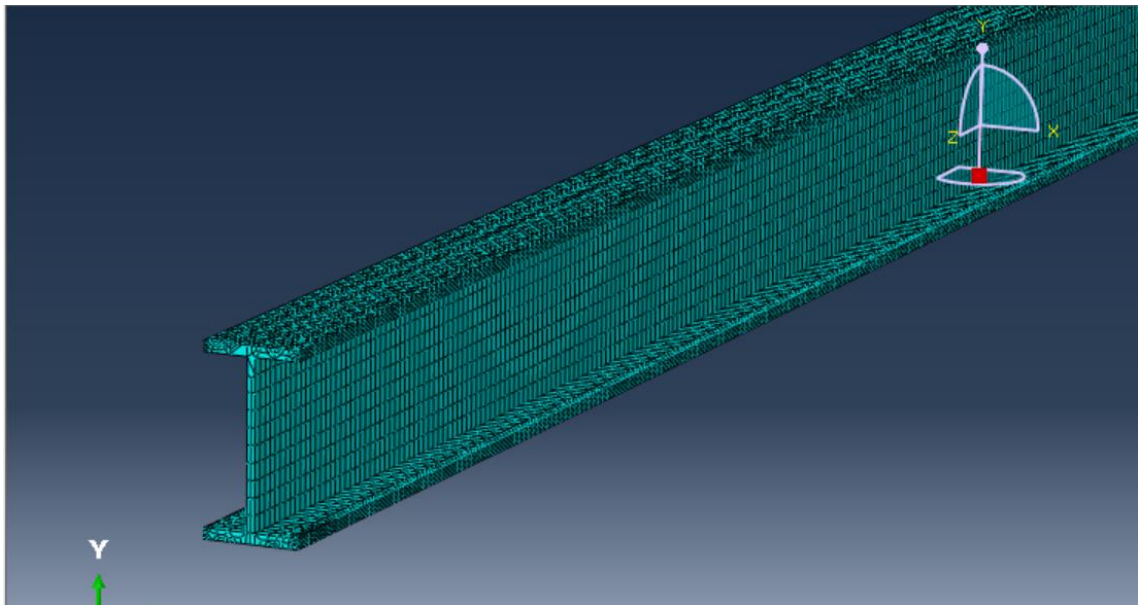
Kuva 3. Parametrisoitu I-palkki

Taulukko 1. Tutkimuksessa muunneltavat parametriarvot ja niiden vaihteluvälit. Materiaalit ovat järjestyksessä vasemmalta oikealle: teräs, alumiini, titaani ja valurauta.

Parametri	Parametriarvot
Kimmomoduuli (GPa)	210; 69; 120; 120
Poissonin luku	0,28; 0,33; 0,32; 0,31
Tiheys (kg/m ³)	7700; 2700; 4370; 7100
Korkeus (mm)	60; 70; 80; 90
Leveys (mm)	31; 36; 41; 46
Laippojen paksuus (mm)	3,2; 3,4; 3,6; 3,8
Seinämän paksuus (mm)	4,6; 4,8; 5,0; 5,2

Materiaalivalinnassa keskityttiin ottamaan sekä tiheyden että muiden ominaisuuksien kannalta eroavia materiaaleja, jotta oli mahdollista saada laajempi käsitys erilaisten materiaalien vaikutuksista nurjahduksen varmuuteen. Tämän alustavan materiaalivalinnan tukena hyödynnettiin Ashbyn taulukoita. Kaikki työssä käytetyt materiaalit olivat ominaisuuksiltaan lineaarisia elastisia ja isotrooppisia metalleja. Jokaisessa kappaleessa oli vain yksi vaikuttava materiaali. Vaikuttavat materiaalit olivat teräs, alumiini, titaani ja valurauta. Materiaalien esivalinnassa hyödynnettiin perinteistä materiaalivalintaa, sillä kaikki valitut materiaalit olivat lähtökohtaisesti metalleja ja ominaisuuksiltaan samanlaisia. Materiaaliarvoja tarkasteltiin aina kokonaisuuksina eli yhdessä iteraatiossa käytettiin vain yhtä neljästä valitusta materiaaliarvoyhdistelmästä, eikä niiden arvoja yhdistelty samalla tavalla kuin geometrian arvoja.

Jokaisessa koodin iteraatiossa oli samanlainen tuenta, kuormitus ja verkotus: toisesta päästä palkit olivat jäykästi tuettuja eli kaikki vapausasteet oli estetty tuentapinnalla, ja toisesta päästä palkki oli vapaa. Palkilla ei ollut muita tuentoja. Vapaaseen päähän kohdistui tasaisesti jakautunut kuormitus 1 N. Laskentamallista saadaan ratkaisuna se kerroin, jolla vaikuttava voima pitää kertoa, jotta palkki nurjahtaisi. Koska vaikuttava voima oli 1 N, kerroin oli itsessään palkin nurjahdusvarmuuden kerroin eli kriittinen kuormitus. Verkotuksen osalta kaikki palkit jaettiin pituussuunnassa 600 osaan, leveysuunnassa 20 osaan, laipat jaettiin 10 osaan ja seinämät 5 osaan. Näiden osien välille muodostettiin sitten tetraedriverkko tekniikalla **sweep** ja algoritmilla **advanced front**, jossa käytettiin **mapped meshingia**. Näillä asetuksilla saavutettiin tutkimuskysymyksiä varten riittävä (alle 5 %) konvergenssi, mutta koko tutkimuksen laskenta-aika pysyi suhteellisen lyhyenä noin 24 tunnissa. Palkin verkotus on esitetty kuvassa 4.



Kuva 4. Tutkimuksessa käytetty verkotus.

Eulerin kaavan perusteella nurjahduksen varmuus kasvaa palkin poikkileikkauksen pinta-alaa suurentamalla, minkä vuoksi nurjahdusvarmuutta voisi kasvattaa rajattomasti geometriaparametrejä suurentamalla. Tämä ei kuitenkaan ole mielekäästä todellisuudessa tai simulaatiossa, joten tutkimuksessa rajattiin palkin suurin sallittu massa 15 kilogrammaan. Tämä vaatimus toteutetaan laskemalla jokaisen mallin massa ja vertaamalla sitä koodilla edellä mainittuun sallittuun ylärajaan. Mikäli mallin massa on alle sallitun rajan, sisällytettiin se analyysiin, muussa tapauksessa siirryttiin seuraavaan iteraatioon. Tutkimustuloksissa esitetään, kuinka monta kappaletta ylitti sallitun massarajan ja poistettiin massansa vuoksi laskennasta.

Jokaisesta analyysistä, joka alitti sallitun massarajan, poimittiin nurjahduksen varmuuskerroin. Varmuuskertoimien kokoaminen toteutettiin toisen esitellyn funktion avulla, joka kokosi pienimmän positiivisen nurjahduksen ominaisarvon, jos sellainen oli. Välillä numeerinen laskenta saa tuloksikseen negatiivisia ominaisarvoja, jotka eivät todellisuudessa ole mahdollisia. Tämän vuoksi näitä saatuja arvoja ei voitu hyödyntää itseisarvoinakaan, vaan nurjahdusmuotoja läpikäytiin siihen asti, että löydettiin positiivinen ominaisarvo. Mikäli yhdelläkään nurjahdusmuodolla ei ollut positiivista ominaisarvoa, käytettiin kriittisenä rajana 0 N eli käytännössä jätettiin kyseinen iteraatio huomioimatta. Numeeristen arvojen lisäksi iteraatioiden yhteydessä laskettiin myös Eulerin kaavalla analyttinen kriittinen raja. Sekä analyttisen että numeerisen nurjahdusvarmuuden tulokset ja niitä vastaavat parametriarvot tallennettiin omiin listoihinsa, joista niitä hyödynnettiin analyysien lopuksi. Jokaisen numeerisen analyysin tulokset tallentuivat myös visuaalisesti Abaqukseen, josta niiden tarkastelu olisi mahdollista vielä myöhemmin.

Viimeisenä toimenpiteenä poimittiin molemmista nurjahdusarvojen listoista suurimmat arvot ja niitä vastaavien iteraatioiden numerot. Nämä tulokset tulostettiin sitten parametreineen Abaquksen komentokenttään. Vertailun vuoksi haettiin myös analyttisen laskennan listasta numeerisen listan korkeinta ominaisarvoa vastaava Eulerin kaavan loppuarvo ja tulostettiin se. Samanlainen toimenpide suoritettiin myös korkeimmalle analyttiselle ominaisarvolle ja sitä vastaavan iteraation numeeriselle simulaatiolle. Näin tulosteettiin kaksi korkeimpien nurjahduksen varmuuskertoimien omaavaa iteraatiota, niihin liittyvät parametriarvot sekä analyttiset ja numeeriset tulokset.

Tässä työssä olisi ollut mahdollista kerätä listoihin muutamia korkeimpia nurjahduksen varmuuskertoimia ja valita niistä paras vaihtoehto tutkimalla palkkien käyttäytymistä näissä iteraatioissa. Tämä ei kuitenkaan olisi ollut tutkimuskysymysten mukaista, sillä tarkoituksena oli selvittää koodin kyvykkyyttä suorittaa koko optimointiprosessi ilman inhimillistä keskeytystä. Tämän automatisointivaatimuksen vuoksi tutkimuksessa ei koottu useita korkeimpien nurjahdusvarmuuksien tuloksia, vaikka niiden vertailu käytännössä olisikin ollut melko nopeaa, sillä vertailu olisi vaatinut manuaalista tarkastelua.

5. TULOKSET JA NIIDEN TARKASTELU

Edellisessä luvussa kuvailun koodin suorittamisella muodostettiin erilaisia parametriarvoja yhdistelemällä 1024 erilaista iteraatiota. Näistä 95 rajattiin tutkimuksen ulkopuolelle mallin liian suuren massan vuoksi ja loput 929 analysoitiin loppuun asti. Suurimmat varmuudet nurjahtamisen suhteen on esitetty parametreineen taulukossa 2. Taulukossa on parametrien lisäksi numeroitu ne iteraatiot, jotka tuottivat suurimmat varmuuskertoimen arvot. Tulosten oikeellisuuden vertailun tueksi taulukossa on esitetty myös suurinta numeerista varmuuskerrointa vastaava analyttinen varmuuskerroin ja vastaavasti suurinta analyttistä varmuuskerrointa vastaava numeerinen varmuuskerroin. Nurjahduksen varmuuskertoimet osoittavat sen voiman määrän, joka tarvitaan palkin nurjahtamiseen.

Taulukko 2. *Tutkimuksessa saadut tulokset ja niihin liittyvät parametrit ja iteraatiot. Suurimpia tuloksia vastaavat numeeriset ja analyttiset arvot molemmat on esitetty vertailun vuoksi.*

	Numeerinen suurin varmuus	Analyttinen vastaava varmuus	Analyttinen suurin varmuus	Numeerinen vastaava varmuus
Iteraation numero	47	47	55	55
Kimmomoduuli (GPa)	210	210	210	210
Poissonin luku	0,28	0,28	0,28	0,28
Tiheys (kg/m ³)	7700	7700	7700	7700
Korkeus (mm)	60	60	60	60
Leveys (mm)	41	41	46	46
Laippojen paksuus (mm)	5,2	5,2	5,2	5,2
Seinämän paksuus (mm)	3,8	3,8	3,4	3,4
Nurjahduksen varmuus (N)	11177,0	3452,0	4866,1	3268,0

Ensimmäisenä huomataan, että analyttisten ja laskennallisten tulosten arvot eroavat toisistaan varsin suuresti sekä varmuuskertoimen että parametriarvojen osalta. Näistä tuloksista numeerinen arvo on suurempi, joten sen parametreilla tulisi saada suurempi

varmuuskerroin nurjahduksen suhteen. Numeeristen ja analyttisten varmuuskertoimien suuruuksien tulisi olla lähellä toisiaan, mutta tämän tutkimuksen tulosten numeerinen varmuuskerroin on huomattavasti suurempi kuin analyttinen varmuuskerroin, joten numeeriseen varmuuskertoimeen on syytä suhtautua varauksella.

Tuloksien materiaaliparametrit ovat samat, joten sekä analyttinen että numeerinen tapa päätyivät optimoinnissa samaan materiaaliin. Tällä kuitenkin ei ole erityisen suurta merkitystä koko optimoinnin onnistumisen kannalta, sillä materiaaliarvot olivat pääosin varsin erilaisia toisiinsa nähden, jolloin eroavien materiaaliarvojen saaminen oli lähtökohtaisestikin melko epätodennäköistä. Mikäli parametreinä käytetyt materiaaliarvot olisivat olleet lähempänä toisiaan, voisi lopputuloksena olla toisistaan eroavia numeerisia ja analyttisiä tuloksia.

Geometrian kannalta saadut parametrit eroavat jonkin verran toisistaan. Palkin leveys 60 mm ja laippojen paksuus 5,2 mm ovat yhteisiä tekijöitä molemmissa tuloksissa. Geometriasta ei kyetä suoraan tekemään johtopäätöstä siitä, kumpi tulos on oikea, sillä kummassakaan tuloksessa kaikki parametrit eivät selkeästi ole suurempia tai pienempiä kuin toisessa. Vaikka aiemmin todettiin nurjahdusvarmuuden yleisesti parantuvan poikkipinta-alaa kasvattamalla, on selkeästi merkitystä myös sillä, kuinka poikkipinta-alaa kasvatetaan. Nurjahduksen analyttisessä Eulerin kaavassa oleva neliömomentti huomioi, missä poikkipinta-ala kasvaa, joten analyttisten tulosten kuuluisikin erota toisistaan ja tämän vuoksi niiden oikeellisuutta voidaan pitää parempana kuin numeeristen tulosten oikeellisuutta. Numeeristen tulosten osalta on näiden tietojen perusteella mahdotonta sanoa kumpi iteraatioista kuvastaa todellista tilannetta, sillä ero on liian suuri selitettäväksi muutaman millimetrin poikkipinta-alamuutoksilla.

Jos Eulerin kaavalla laskettua nurjahdusvarmuutta pidetään tarkkana arvona, huomattavasti eroava Abaquksella simuloitu arvo vaatii tarkastelua oikeellisuutensa suhteen. Toisaalta kuitenkin Eulerin kaavalla laskettua arvoa ei voida välttämättä pitää täysin tarkkana arvona, sillä se on tasonurjahduksen varmuuskerroin, vaikka joillakin parametrijhdistelmillä todellisuudessa ensimmäisenä vaikuttava nurjahduksen tyyppi olisikin joku toinen. Nurjahduksen tarkastelu onkin hyvin yksityiskohtaista ja usein se vaatii paljon lujuuslaskijan omaa osaamista tulosten varmistamiseksi. Tämän vuoksi suora luottaminen analyttiseen kaavaan tai pelkkään FEM-analyysiin, ilman että muodostettua mallia tutkitaan manuaalisesti, ei ole riittävä analysointitapa nurjahduksen tulosten varmistamiseksi tässä tutkimuksessa. Tämän epävarmuuden vuoksi täysin automatisoitu nurjahduslaskenta ei ole toimiva ratkaisu rakenteen optimointiin, sillä kaikkien saatujen tulosten varmentaminen vaatii manuaalista lisätarkastelua. Erilaisille nurjahduksen muodoille on useita vaihtoehtoisia analyttisiä laskentakaavoja, jotka

soveltuvat joihinkin tilanteisiin Eulerin kaavaa paremmin, kuten Timoshenko & Gere (2012 s. 267) esittävät.

Virhemahdollisuuksien ohella toinen laskennan heikkous oli sen kesto-aika. Laskentaan kului aikaa noin 24 tuntia, kun jätetään huomiotta koodin kirjoittamiseen kulunut aika. Pelkkien analyttisten tulosten laskeminen kesti ajallisesti vain muutaman sekunnin, joten numeerinen laskenta-aika on huomattavasti pidempi. Pitkä laskenta-aika yhdistettynä laskennan esivalmisteluihin tekee numeerisesta laskennasta varsin tehottoman työkalun tilanteisiin, joissa simuloitava malli on yksinkertainen ja sille löytyy suoraan valmiita kaavoja tulosten ratkaisemiseen. Toisaalta monimutkaisten kappaleiden FEM-laskennasta on merkittävä hyöty, sillä lujuuslaskennan yhtälöiden soveltaminen analyttisiksi kaavoiksi on vaikeampaa tehdä manuaalisesti kuin FEM-analysiohjelmalla.

Käytännön suunnittelutyössä kappaleen massaraja ei ole useinkaan yhtä tarkka kuin tutkimuksen simulaatioissa. Todellisuudessa pienet poikkeamat massasta sallitun rajan yli voivat olla hyväksyttävissä, sillä jostakin muusta rakenteen osasta voi olla mahdollista poistaa haluttu määrä massaa. Tämä riippuu paljon suunnittelutilanteesta, sillä joskus raja voi todellisuudessakin olla ehdoton, mutta usein siinä on hieman liikkumavaraa.

Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä työssä oli selvittää voiko Abaquksen parametrilaskennalla korvata analyttisen materiaalin ja geometrian optimoinnin. Toinen tutkimuskysymys oli Abaqus parametrilaskennan hyvien ja huonojen puolien selvittäminen I-palkin automatisoidussa nurjahdusanalysissa.

Ensimmäisen tutkimuskysymyksen osalta voidaan todeta, että tässä tutkimuksessa parametrilaskenta ei soveltunut materiaalin ja geometrian optimointiin. Vaikka sekä analyttisessä että numeerisessä analyysissä lopputuloksena oli sama optimoitu materiaali, geometrian arvot eivät täsmänneet analyysien välillä. On mahdollista, että analyttisillä menetelmillä saadut parametriarvot ovat virheellisiä ja numeerisesti lasketut parametriarvot lähempänä todellisuutta. Kuitenkin ainoastaan tämän tutkimuksen tuloksia tarkastelemalla on mahdotonta olla varma siitä, kummalla laskentamallilla saatiin oikeat arvot. On myös mahdollista, ettei kumpikaan tuloksista kuvasta todenmukaista tilannetta. Vaikka numeerinen arvo on suuruutensa vuoksi todennäköisesti virheellinen, tätä ei voida kuitenkaan varmuudella todeta pelkkien Abaquksen koodiriville tulostettujen syötteiden avulla. Varmennus vaatisi manuaalista tarkastelua, joka on rajattu tutkimuksen ulkopuolelle.

Toiseen tutkimuskysymykseen soveltuvia hyötyjä olivat nurjahdustilanteiden tallentaminen visuaalisesti ja kyvykyys monimutkaiseen laskentaan. Koska nurjahduksen analysointi vaatii usein visuaalista nurjahdusmuodon varmentamista, on

hyödyllistä, että tällaiset tulokset ovat tallennettuna FEM-laskentajärjestelmässä, jossa niitä voidaan tarkastella. Vaikka tulosten tallentaminen ei suoranaisesti muuta automatisoitua nurjahduslaskentaa, on siitä merkittävä hyöty tulosten jälkikäsitelyssä, kun tuloksia aletaan hyödyntämään optimointitoimenpiteisiin.

Parametrilaskentaa voidaan suorittaa myös analyyttisesti ja koska tutkimuksessa analysoidaan yksinkertaista nurjahduskappaletta, tämä on melko yksinkertaista. Monimutkaisia kappaleita tarkastellessa analyyttisten kaavojen hyödyntäminen manuaalisesti vaikeutuu, sillä niiden käyttäminen on varsin työlästä, jos kappaleen tulosarvoja ei kyetä laskemaan vain yhden tai enintään muutaman kaavan avulla. Tällaisissa tilanteissa FEM-laskennan hyöty analyysissä kasvaa, sillä vaikka laskenta vie paljon aikaa, tuloksia syntyy vähemmällä työllä kuin analyyttisiä yhtälöitä manuaalisesti soveltamalla.

Heikkouksia automatisoidussa laskennassa puolestaan ovat laskennan hitaus ja virhemahdollisuudet. Kuten edellä mainittiin, tällaisessa yksinkertaisessa tilanteessa saavutetaan paljon nopeammin analyyttinen ratkaisu kuin numeerisia tuloksia. Laskennan hitaus korostui erityisesti näin yksinkertaisessa analyysissä, jossa voidaan ratkaista vain yksi analyyttinen kaava, kun numeerisessa laskennassa puolestaan lasketaan tuhansien solmujen liikeyhtälöitä. Monimutkaisemmilla geometrioilla tai kuormituksilla tilanne voisi olla täysin erilainen.

Suurimpana ongelmana tulosten virheelliselle tulkinnalle on se, ettei ole mahdollista varmistua siitä, että FEM-laskenta simuloi vain yhtä tiettyä nurjahduksen tyyppiä ja sitä vastaavaa nurjahdusmuotoa. Todellisuudessa ei ole merkitystä, mikä nurjahdusmuoto rakenteen hajottaa. Vaikka nurjahdusmuodot olisivatkin olleet tässä tutkimuksessa todenmukaisia, lasketut numeeriset tulokset eroavat silti huomattavasti analyyttisistä varmuuskertoimista. Elementtikokoa pienentämällä olisi todennäköisesti mahdollista parantaa numeeristen tulosten oikeellisuutta laskenta-ajan kustannuksella. Tämän tutkimuksen mittakaavassa tämä ei kuitenkaan ole tarpeellista, sillä tarkemmallaan verkotuksella parametrit eivät optimoidu samoihin arvoihin.

Yksi syy huomattavasti eroaville arvoilla on se, että koodi hyväksyy vain ensimmäisen positiivisen ominaisarvon eli varmuuskertoimen. Numeerinen laskenta johtaa joskus negatiivisiin nurjahduksen ominaisarvoihin, jotka eivät ole todellisuudessa mahdollisia, joten nämä tulokset jätetään huomiotta. Negatiivinen arvo tarkoittaisi, että voiman pitäisi kohdistua vastakkaiseen suuntaan, jotta nurjahdus tapahtuisi. Tämä tarkoittaisi, että venytyksessä oleva palkki voisi nurjahtaa, mikä ei ole todellisuudessa mahdollista, joten tulos ei ole käyttökelpoinen. Arvojen hylkääminen johtaa kuitenkin tulosten virheellisyyteen, sillä ominaisarvojen itseisarvot kasvavat useimmiten järjestyksessä suuremmiksi ja hylättyjä arvoja seuraavat ominaisarvot voivat kuvastaa erilaisia

nurjahdustilanteita. Tämän vuoksi ne eivät ole välttämättä vertailukelpoisia keskenään tai ensimmäisten ominaisarvojen kanssa. Osaltaan eroavaisuutta selittävät myös erilaiset nurjahduksen tyypit. FEM-laskentaohjelma ei huomioi sitä, että tarkastellaan vain yhtä nurjahduksen tyyppiä, joten saadut tulokset eivät välttämättä vastaa toisiaan jokaisessa iteraatiossa. Esimerkiksi jonkin FEM-mallin varmuuskertoimen arvo saattaa kuvastaa kiepahdusta ja analyyttinen arvo puolestaan tasonurjahdusta, sillä FEM-analyyseissä ei voida rajata tarkasteltavia nurjahdustyyppisiä.

Mikäli tarkasteltu nurjahdusmuoto ja -tyyppi ovat todenmukaisia, on saaduissa tuloksissa silti huomattavan erilaiset numeeriset ja analyyttiset varmuuskertoimet yhden iteraation sisällä. Tämän virheellisuuden syy selvitettiin manuaalisella verkotuksen tarkentamisella, kun todettiin että ensimmäisen nurjahdusmuodon ominaisarvot pysyvät negatiivisena pienemmälläkin elementtikoolla. Abaquksen aiheuttama laskennan virheellisyys oli siis suurimpana syynä eroaviin tuloksiin. Tämän lisäksi virheellisyyttä saattoi aiheutua myös elementtikoosta ja siitä, ettei Eulerin kaava välttämättä kuvasta tarpeeksi hyvin nurjahduksen ominaisarvoa I-palkin geometrialla. Nämä muut mahdolliset virheet peittyivät kuitenkin negatiivisista ominaisarvoista johtuvan huomattavan virheen alle, joten niiden osuutta tuloksiin ei ollut mahdollista varmuudella määrittää tässä tutkimuksessa.

6. YHTEENVETO

Tässä tutkimuksessa oli tavoitteena tutkia numeerisen laskennan kykyä korvata analyyttiset laskentamenetelmät nurjahdusvarmuuden optimoinnissa. Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä oli selvittää voiko Abaquksen parametrilaskennalla korvata analyyttisen materiaalin ja geometrian optimoinnin. Toisena tutkimuskysymyksenä oli selvittää Abaquksen parametrilaskennan hyviä ja huonoja puolia I-palkin automatisoidussa nurjahdusanalyysissa. Tutkimusmenetelminä toimivat Abaquksella suoritettut simulaatiot ja analyyttisiin kaavoihin perustuva laskenta.

Tutkimuksessa kirjoitettiin Python-koodi, jolla kyettiin parametrisoimaan ja simuloimaan I-palkkeja FEM-laskentasovellus Abaquksessa. Parametrisoitujen palkkien poikkipintasuureita ja materiaaliarvoja simuloitiin koodilla ja koottiin niihin muodostuvien ensimmäisten nurjahdusten varmuuskertoimet. Näitä numeerisia varmuuskertoimia verrattiin analyyttisillä kaavoilla saatuihin varmuuskertoimiin ja selvitettiin, kuinka hyvin parametrinen laskennan tuottama optimaalisten arvojen yhdistelmä vastasi analyyttisesti selvitettyä yhdistelmää.

Tuloksina saatiin suurimman analyyttisen ja numeerisin laskentatavan nurjahdusvarmuuskertoimet. Numeerinen kriittinen kuormitus oli 11177,0 N ja analyyttinen kriittinen kuormitus oli 4866,1 N. Nämä tulokset erosivat toisistaan varsin suuresti, joten niistä ei kyetty tekemään yhtä tiettyä johtopäätöstä, joka varmuudella olisi oikea.

Nurjahdusmallien numeerisesta parametrilaskennasta ei kaiken kaikkiaan ollut huomattavaa hyötyä, sillä nurjahduslaskennan tulokset vaativat liian usein lujuuslaskijan huomiota niiden oikeellisuuden varmentamiseksi. Tämän tutkimuksen perusteella Abaquksen laskenta ei tuota täysin oikeaa ja virheetöntä tietoa nurjahduslaskennassa, vaan ongelmiksi muodostuivat muun muassa negatiiviset ominaisarvot. Vaikka Abaquksesta saadut nurjahdusarvot olisivatkin täysin tarkkoja, niiden laskeminen on hidasta ja työlästä pelkkään matemaattiseen kaavaan verrattuna. Sen sijaan FEM-laskenta soveltuu hyvin mallin optimointiin tilanteissa, joissa matemaattisia kaavoja ei kyetä soveltamaan helposti.

Merkittävimmät heikkoudet mallien laskemisessa Abaquksella olivat laskennan hitaus ja virhemahdollisuudet. Parametrilaskennalla ei saada täysin automatisoidusti paikkaansa pitävää tulosta, sillä epävarmat tulokset täytyy varmentaa manuaalisesti ennen kuin niitä voidaan hyödyntää. Toisaalta kuitenkin laskennan jälkeen on muodostettuna satoja analyyseja, joita voidaan tarkastella yksityiskohtaisemmin. Abaquksen

parametrilaskenta toimii hyvänä lisäapuna materiaalien ja geometrioiden optimoinnissa, mutta yksistään sen käyttö ei ole kovin hyödyllistä tai tehokasta näin yksinkertaisessa tapauksessa.

I-palkkien suunnittelussa nurjahdus ei ole ainut palkkia mitoittava tekijä, joten myös palkin muut vaurioitumismahdollisuudet täytyy huomioida mittasuhteiden ja materiaalin valikoinnissa. Tässä tutkimuksessa analysoitiin ainoastaan pitkiä, hoikkia, materiaalimalliltaan lineaarisia homogeenisiä palkkeja ja niiden poikkipintasuureita. Jatkotutkimuksiin voisi kuitenkin sisällyttää epälineaarisia materiaalimalleja tai palkin pituusgeometrian muutoksia, kuten massan keventämistä reikien tai uurteiden avulla. Tällaisiin tilanteisiin on haastavampi vastata pelkällä matemaattisella kaavalla, sillä esimerkiksi Eulerin kaava olettaa mallin poikkipinta-alan pysyvän vakiona koko tarkastelupituudelta ja materiaalin noudattavan Hooken lakia. Näin ollen FEM-laskennasta olisi suurempi hyöty tällaisissa tutkimustapauksissa.

I-palkin yksinkertaista geometriaa optimoitiin tässä työssä ainoastaan koon optimoinnilla. Todellisuudessa I-palkeissa on usein myös pyöristyksiä laipan ja seinämän välissä, jotta näihin pisteisiin ei muodostuisi jännityskeskittymiä. Pyöristykset kasvattavat palkin poikkipinta-alaa ja hitausmomenttia ja siten myös nurjahdusvarmuutta. Jatkotutkimuksiin voisi sisällyttää myös pyöristykset ja selvittää, olisiko niiden avulla mahdollista parantaa nurjahdusvarmuutta jopa pienemmällä massalla. Materiaalin osalta voitaisiin palkkeja muodostaa erilaisten materiaalien yhdistelminä esimerkiksi niin, että laipat ja seinämä olisivat eri materiaaleja, jotka on liitetty toisiinsa. Tällöin sekä liitännöistä että eroavista materiaaleista muodostuisi muutoksia saatuihin tuloksiin. Pyöristysten osalta analyttisillä kaavoilla kyettäisiin vielä saavuttamaan tuloksia, mutta etenkin monesta eri materiaalista valmistetun palkin kohdalla FEM-laskentaohjelmistot voivat olla välttämättömiä.

Myöskin eri FEM-laskentaohjelmien välisiä eroja olisi mahdollista tutkia suorittamalla saman tai samankaltaisen koodin esimerkiksi Ansysillä ja tutkimalla, kuinka saadut tulokset eroavat Abaquksella saaduista. Toisella FEM-ohjelmalla ei kuitenkaan välttämättä saataisi samanlaisia negatiivisia ominaisarvoja, kuten Abaquksen laskennalla saatiin. Koodia voisi myös jatko-optimoida huomioimaan massa-nurjahdusvarmuussuhteen tai muunnella verkotusta nopeamman laskennan aikaansaamiseksi. Massatarkastelussa voitaisiin esimerkiksi suhteuttaa palkin nurjahduksen varmuuskerroin massaan, minkä jälkeen parametriyhdistelmät olisivat paremmin vertailukelpoisia. Käytännössä myöskin olisi hyvä valita useampia korkean nurjahdusvarmuuden omaavia parametriyhdistelmiä ja tehdä niille manuaalinen jatkotarkastelu.

Empiirisillä tutkimuksilla voitaisiin varmentaa se nurjahduksen tyyppi, joka vaikuttaa I-palkin geometriaan ensimmäisenä. Tämän tiedon pohjalta olisi mahdollista suorittaa uusi analyysi, mikäli huomataan, että jokin muu kuin tässä työssä tarkasteltu nurjahduksen tyyppi vaikuttaa I-palkkiin aiemmin. Näin voitaisiin esimerkiksi todentaa tässä tutkimuksessa olleita nurjahduksen varmuuskertoimia ja varmistaa mitä nurjahduksen tyyppiä ne simuloivat. Eulerin kaavakaan ei välttämättä tuota täysin oikeaa tietoa, mikäli jokin muu nurjahduksen tyyppi vaikuttaa aiemmin palkkiin. Hyvänä jatkotutkimusaiheena olisikin sisällyttää useampia nurjahduksen lajeja mukaan analyysiin ja vertailla, mikä niistä vaikuttaa ensimmäisenä, ja kohdistaa rakenteen optimointi erityisesti sitä vastaan.

LÄHTEET

- AlHendi, H. & Celikag, M. (2015) Parametric study on moment–rotation characteristics of reverse channel connections to tubular columns. *Journal of constructional steel research*. [Online] 104261–273.
- Anon (2015) Strategic Allocation of Resources Using Linear Programming Model with Parametric Analysis: in MATLAB and Excel Solver. Anchor Academic Publishing. s. 10, s. 41
- Ashby, M. F. (2010) *Materials selection in mechanical design*. 4th ed. Amsterdam: Butterworth-Heinemann. s. 5
- Callister, W. D. J. & Rethwisch, D. G. (2020) *Callister's Materials Science and Engineering*. Wiley-Blackwell. s. 160–162, s. 168
- Couto, C. et al. (2016) Numerical investigation of the lateral–torsional buckling of beams with slender cross sections for the case of fire. *Engineering structures*. [Online] 106410–421.
- Dassault Systèmes (2022a) Abaqus Documentation, SIMULIA, Saatavissa (viitattu 17.11.2022): <http://130.149.89.49:2080/v6.14/index.html>
- Dassault Systèmes (2022b) Elasticity Models. SolidWorks. Saatavissa (viitattu 30.10.2022): https://help.solidworks.com/2022/english/SolidWorks/cworks/c_Elasticity_Models.htm?id=18e67fcec59a4799ac24f85295c13389#Pg0
- Hietikko, E. (2021) *Palkki: lujuuslaskennan perusteet*. 2. p. Helsinki: Books on Demand s.13, s. 74-75, s.127–132.
- Huang, X. (Xiaodong) & Xie, Y. M. (2010) *Evolutionary topology optimization of continuum structures methods and applications*. Chichester, West Sussex, U.K.; Wiley. s. 1–5.
- Jiao, P. et al. (2017) Lateral-torsional buckling analysis of wood composite I-beams with sinusoidal corrugated web. *Thin-walled structures*. [Online] 11972–82.
- Kubiak, T. et al. (2016) Local buckling and post-buckling of composite channel-section beams – Numerical and experimental investigations. *Composites. Part B, Engineering*. [Online] 91176–188.
- Kullashi, G. et al. (2021) Lateral torsional buckling capacity of corroded steel beams: A parametric study. *IOP conference series. Materials Science and Engineering*. [Online] 1201 (1), 12038–.
- Leng, J. et al. (2011) Shape optimization of cold-formed steel columns. *Thin-walled structures*. [Online] 49 (12), 1492–1503.
- Mouritz, A. P. (2012) *Introduction to aerospace materials*. 1st edition. Cambridge, England: Woodhead Publishing. s. 571–572

- Ponginan R. (2021) What is Size, Shape and Free-Shape Optimization. Altair University. Saatavissa (viitattu 5.11.2022): <https://altairuniversity.com/52528-what-is-size-shape-and-free-shape-optimization/>
- Rita, R. et al. (2018) Efficiency performance and cost structure of Portuguese energy 'utilities' – Non-parametric and parametric analysis. Energy (Oxford). [Online] 15535–45.
- Safranski, D. & Griffis, J. C. (2017) Shape-Memory Polymer Device Design. Norwich: Elsevier Science & Technology Books.
- Salmi, T. (2014) Statiikka. 4. painos. Tampere: Pressus Oy. s. 364
- Salmi, T. & Pajunen, S. (2010) Lujuusoppi. Tampere: Pressus s.33–47, s. 271–277
- Serna, M. A. et al. (2006) Equivalent uniform moment factors for lateral–torsional buckling of steel members. Journal of constructional steel research. [Online] 62 (6), 566–580.
- Shah, D. U. (2014) Natural fibre composites: Comprehensive Ashby-type materials selection charts. Materials in engineering. [Online] 6221–31.
- SudhirSastry, Y. B. et al. (2015) Parametric studies on buckling of thin walled channel beams. Computational materials science. [Online] 96416–424.
- Timosenko, S. P. & Gere, J. M. (2012) Theory of Elastic Stability. Newburyport: Dover Publications. s. 82–88, s. 267