

Harri Lehtonen

KÄÄNTÖHEILURIN ESTIMAATTORIPOH- JAISEN TILASÄÄDÖN JA PD-SÄÄDÖN SUORITUSKYKYVERTAILU

Kandidaatintyö
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta
Tarkastaja: Veli-Pekka Pyrhönen
Syyskuu 2021

TIIVISTELMÄ

Harri Lehtonen: Kääntöheilurin estimaattoripohjaisen tilasäädön ja PD-säädön suorituskykyvertailu
Kandidaatintyö
Tampereen yliopisto
Teknisten tieteiden TkK-tutkinto-ohjelma, Automaatiotekniikka
Syyskuu 2021

Kääntöheilurit ovat tasapainosysteemien sovelluksia, joita käytetään säätötekniikassa uusien säätöalgoritmien testaamiseen. Hankalia säätökohteita kääntöheilureista tekevät niiden luonnollinen epästabiilius yläasennossa sekä niiden epälineaarisuudet.

Tässä työssä suunnitellaan yläasentoon linearisoidulle kääntöheiluri-kärrysysteemille sekä estimaattoripohjainen tilatakaisinkytketty säätö että PD (Proportional-Integral) -säätö pohjautuen tilasäädön säätölakiin. Kääntöheiluri-kärrysysteemi on SITO (Single-Input, Two-Output) -systeemi, jossa ohjataan kärryn paikkaa kärryyn kohdistuvalla voimalla siten, että heilurin kulma pidetään mahdollisimman lähellä yläasennon nollakulmaa. Täyden tilan tilatakaisinkytkentä ja täyden tilan tilaestimaattori suunnitellaan napojen asettelumenetelmällä. Tilasäädön säätölain pohjalta muodostetaan sen jälkeen kaksi PD-säädintä sisältävä säätöjärjestelmä, jossa on yksi PD-säädin kummallekin ulostulolle.

Suunnittelun tuloksena saadaan kaksi simulointiympäristössä hyvin toimivaa säätöjärjestelmää. Kummankin säätöjärjestelmän suorituskykyä tutkitaan neljästä eri näkökulmasta. Ensiksi vertaillaan ulostulojen vasteita kärryn paikan askelmaisella muutoksella sekä vasteita, kun kulmaan tulee hetkellinen impulssimainen häiriö. Sen jälkeen tutkitaan edeltävien tilanteiden aiheuttamia ohjausarvoja, ja viimeisenä mittauskohinan vaikutusta säätöjärjestelmiin.

Simulointien tuloksina saatavat vasteet ovat monessa tapauksessa hyvin samankaltaiset. Simulointien perusteella asetusravomuuksissa PD-säädetyllä järjestelmällä on hieman pienemmät nousu- ja asettumisajat. Kulmaan tulevan häiriön tapauksessa tilasäätö poistaa häiriön vaikutuksen nopeammin kulman vasteesta ja PD-säätö paikan vasteesta. Mittauskohina vaikuttaa huomattavasti vähemmän tilasäädettyyn järjestelmään. Yhteenvetona voidaan todeta molempien säätöjärjestelmien toimivan hyvin kaikissa testatuissa tapauksissa simulointiympäristössä.

Avainsanat: tilasäätö, PD-säätö, kääntöheiluri, tilaestimaattori, LTI

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -ohjelmalla.

SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO	1
2. TILASÄÄTÖ JA TILAESTIMOINTI	2
2.1 LTI-tilamalli	2
2.2 Ohjattavuus ja havaittavuus	3
2.3 Tilatakaisinkytketty säätö	4
2.4 Napojen asettelumenetelmä.....	5
2.5 Tilaestimaattori.....	5
2.6 Tilaestimaattorin käyttö tilatakaisinkytkennässä	7
3. PID-SÄÄTÖ	9
3.1 P-, I- ja D-osien roolit	10
3.2 Mittauskohinan suodatus	12
4. KÄÄNTÖHEILURISYSTEEMIN TEOREETTINEN TARKASTELU	14
4.1 Haasteet säädössä	14
4.2 Kääntöheiluri-kärrysysteemin tilaesitys ja parametrisointi.....	15
4.3 Kääntöheiluri-kärrysysteemin navat, nollat ja stabiilius	18
4.4 Kääntöheiluri-kärrysysteemin säätöratkaisut	18
5. SÄÄTÖJÄRJESTELMÄN SIMULOINTITULOKSET	22
5.1 Askelvaste	22
5.2 Häiriövaste.....	25
5.3 Ohjausarvot	26
5.4 Mittauskohinan vaikutus.....	27
6. YHTEENVETO.....	30
LÄHTEET	32
LIITTEET.....	33
Liite A: Simulink, estimaattoripohjainen tilasäädetty järjestelmä	33
Liite B: Simulink, PD-säädetty järjestelmä	34

KUVALUETTELO

Kuva 2.1.	<i>LTI-tilamallin (2.1) alkeislohkokaavio.....</i>	3
Kuva 2.2.	<i>Tilatakaisinkytketyn säätöpiirin rakenne.</i>	5
Kuva 2.3.	<i>Tilaestimaattorin rakenne.....</i>	7
Kuva 3.1.	<i>PID-säätimen lohkokaavio.....</i>	9
Kuva 4.1	<i>Kääntöheiluri-kärrysysteemi.....</i>	15
Kuva 5.1.	<i>Paikan suodattamattoman yksikköaskelsignaalin vasteet.</i>	22
Kuva 5.2.	<i>Suodatetun yksikköaskelsignaalin vasteet aikavakioilla 2 ja 5.....</i>	24
Kuva 5.3.	<i>Häiriöimpulssivasteet heilurin kulmalle ja kärryn paikalle.</i>	25
Kuva 5.4.	<i>Järjestelmien ohjausfunktiot paikan askelreferenssille.</i>	26
Kuva 5.5.	<i>Kulman impulssihäiriön vaikutus ohjausarvoihin.....</i>	27
Kuva 5.6.	<i>Systeemien ulostuloihin summattu kohina.....</i>	28
Kuva 5.7.	<i>Mittauskohinan vaikutus ulostuloihin.</i>	28
Kuva 5.8.	<i>Mittauskohinan vaikutus ulostuloihin paikan yksikköaskelmuutoksessa.....</i>	29

LYHENTEET JA MERKINNÄT

Lyhenteet

DC-vahvistus	Jatkuvuustilan ulostulon ja sisäänmenon amplitudien suhde
LTI	Linear Time-Invariant, lineaarinen ja aikariippumaton
MIMO	Multi-Input, Multi-Output, useita sisäänmenoja ja ulostuloja
PD	Proportional-Derivative, PD-säädin
PID	Proportional-Integral-Derivative, PID-säädin
2DOF	Two-degrees-of-freedom, kaksi vapausasetta
SITO	Single-Input, Two-Output, yksi sisäänmeno ja kaksi ulostuloa
SIMO	Single-Input, Multiple-Output, yksi sisäänmeno ja useita ulostuloja

Merkinnät

$\alpha(s)$	Haluttujen napojen polynomifunktio
A	Tilamallin dynamiikkamatriisi
B	Tilamallin ohjausmatriisi
c	Kitkakerroin
C	Tilamallin mittausmatriisi
$C(s)$	Säätimen siirtofunktio
D	Tilamallin suoravaikutusmatriisi
$D(s)$	Alipäästösuotimellinen D-haaran siirtofunktio
$e(t)$	Erosuure ajanhetkellä t
$F(t)$	Kärryyn kohdistuva ulkoinen voima
g	Putoamiskiihtyvyys
$G_{er}(s)$	Siirtofunktio asetusarvosta erosuureeseen
$G(s)$	Ylipäästösuotimen siirtofunktio
$\theta(t)$	Heilurin kulma
$\dot{\theta}(t)$	Heilurin kulmanopeus
J	Heilurin hitausmomentti
k_f	Tilasäädön kalibrointiparametri
K	Tilatakaisinkytkennän vahvistusmatriisi
K_d	Derivointiosan vahvistus
K_i	Integroitiosan vahvistus
K_p	Proportionaalivahvistus
$\lambda(s)$	Karakteristinen polynomi
l	Heilurivarren pituus

L	Tilaestimaattorin vahvistusmatriisi
m	Heilurin massa
M	Kärryn massa
N	Alipäästösuotimen aikavakion valinnassa käytetty parametri
ω	Kulmataajuus
ω_{np}	Ylipäästösuotimen nurkkataajuus
$P(s)$	Prosessin siirtofunktio
$q(t)$	Kärryn paikka
$\dot{q}(t)$	Kärryn nopeus
Q_c	Ohjattavuusmatriisi
Q_o	Havaittavuusmatriisi
$r(t)$	Asetusarvo hetkellä t
s_{1-4}	Systeemin navat
τ	Aikavakio
t	Aika
T_d	Derivointiaika
T_f	Alipäästösuotimen aikavakio
T_i	Integrointiaika
$\mathbf{u}(t)$	Sisäänmenovektori
u_b	P-säädön vakiotermi
$x(t)$	Tila
$\mathbf{x}(t)$	Tilavektori
$\hat{\mathbf{x}}(t)$	Tilaestimaattivektori
$\tilde{\mathbf{x}}(t)$	Tilojen estimaattivirhevektori
$\mathbf{y}(t)$	Ulostulovektori
$y_m(t)$	Mitattu ulostulo
γ	Ilmanvastus

1. JOHDANTO

Mekaaniset tasapainosysteemit ovat järjestelmiä, joissa massakeskipiste on tasapainotettu tukipisteen yläpuolelle. Tasapainosysteemien säätöä hyödynnetään monissa eri käytännön teknologiasovelluksissa, kuten esimerkiksi rakettien ja ohjusten tasapainotuksessa, henkilökuljettimissa kuten Segway, ja pohjimmiltaan ihmisen pystyssä pysymisenkin pohjautuu eräänlaiseen tasapainosysteemin säätöön. Tällaiset systeemit ovat luonnostaan epästabiileita, ja ilman ulkoisia voimia esimerkiksi raketin tapauksessa runko lähtee kaatumaan.

Tässä työssä käsitellään Karl J. Åströmin ja Richard M. Murrayn kirjassa *Feedback Systems: An introduction for Scientists and Engineers* esiteltyä kääntöheiluri-kärrysysteemiä, joka on yksi esimerkki tasapainosysteemistä. Käsiteltävä systeemi on myös yksi klassinen esimerkki järjestelmästä, jossa on enemmän säädettäviä ulostuloja kuin ohjauksia. Kääntöheiluri-kärrysysteemissä heiluri pyritään pitämään mahdollisimman lähellä yläasennon nollakulmaa kärryn paikkaa ohjaamalla. Kääntöheiluri-kärrysysteemin epälineaarinen differentiaaliyhtälö linearisoidaan yläasentoon ja mallinnetaan LTI (*Linear Time-Invariant*) -tilamallilla. Järjestelmälle suunnitellaan ensiksi LTI-tilasäätö, sekä täyden tilan tilaestimaattori estimoimaan mittaamattomien tilojen arvoja. Estimaattoripohjaisen tilasäädön suunnittelun jälkeen tilasäätäjä muunnetaan vastaavaksi PD-säätimeksi, jossa nopeuksien estimaatit muodostetaan ylipäästösuotimilla.

Säätöjärjestelmien servo- ja regulointitehtäviä simuloidaan MATLAB/Simulink-ohjelmistolla. Servotehtävässä tutkitaan kärryn paikan ja heilurin kulman vasteita kärryn paikan askelreferenssimuutoksille. Regulointitehtävässä puolestaan tutkitaan vasteita kulman impulssimaiselle häiriölle. Näiden lisäksi analysoidaan edeltävien tapahtumien ohjausarvoja, ja arvioidaan mittauskohinan vaikutusta säätöjärjestelmiin.

Kirjallinen työ on jaettu neljään lukuun. Toisessa luvussa käsitellään tilasäädön ja tilaestimoinnin perusteita. Luvussa käsitellään LTI-tilamallia, tilatakaisinkytkettyä säätöä ja napojen asettelumenetelmää, tilaestimaattoria sekä tilaestimaattorin käyttöä tilatakaisinkytketyssä säädössä. Kolmannessa luvussa käsitellään PID (*Proportional-Integral-Derivative*) -säädintä, sen osien rooleja sekä mittauskohinan suodatusta. Neljännessä luvussa tarkastellaan tasapainosysteemeitä ja niiden säädön hankaluuksia, parametrisoidaan työn kääntöheiluri-kärrysysteemi, tutkitaan sen stabiiliutta ja suunnitellaan sille edellä mainitut säätöjärjestelmät. Lopussa vertaillaan säätöpiirien suorituskykyjä.

2. TILASÄÄTÖ JA TILAESTIMOINTI

Tämän luvun alussa käsitellään MIMO (*Multi-input, Multi-Output*) -systemien mallintamiseen käytettävän LTI-tilamallin perusteet. LTI-tilamallin jälkeen esitellään ohjattavuuden ja havaittavuuden käsitteet. Seuraavaksi tarkastellaan tilatakaisinkytkettyä säätöä, ja vahvistusten määrittystä napojen asettelumenetelmällä. Luvun lopussa esitellään täyden tilan tilaestimaattori ja sen suunnittelu sekä käsitellään sen hyödyntämistä takaisinkytketyn tilasäädön tapauksissa, joissa kaikki tilat eivät ole mitattavissa.

2.1 LTI-tilamalli

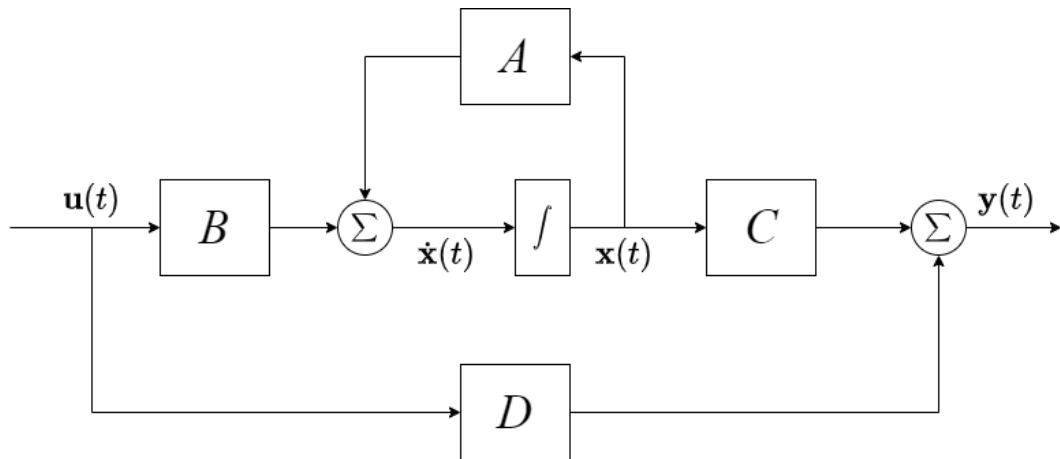
Systeemi on lineaarinen ja aikainvariantti (eng. *Linear Time-Invariant, LTI*), mikäli sen sisäänmenot ja ulostulot toteuttavat superpositioperiaatteen ja homogeenisuuden, sekä ovat ajasta riippumattomia [5, s. 18–20]. Käytännön systeemit toteuttavat harvoin LTI-ehdot, jolloin lineaaristen mallien työkaluja ei voida soveltaa suoraan, vaan järjestelmä tulee ensin linearisoida tutkittavaan toimintapisteeseen.

Systeemien linearisointiin voidaan hyödyntää erilaisia työkaluja, kuten Taylorin sarjaa, jota käyttämällä saadaan epälineaarinen systeemi linearisoitua jonkin tietyn toimintapisteen ympäristöön. Linearisoinnissa syntyy kuitenkin approksimaatiovirheitä, ja mitä kauemmas siirrytään toimintapisteestä, sitä epätarkempi malli on. Suunnittelussa approksimoinnista aiheutuvat mallivirheet pitää huomioida virhemarginaaleissa.

LTI-tilamalli on yksi tapa esittää systeemin dynamiikkaa mallilla, joka on helposti skaalattavissa usealle sisäänmenolle ja ulostulolle [6, s. 201]. LTI-tilamalli esitetään differentiaaliyhtälöryhmällä

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

jossa vektoria $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ kutsutaan *tilavektoriksi*, joka sisältää n kappaletta systeemin *tilamuuttujia*. Tilamuuttujien ei tarvitse olla mitattuja ulostuloja, eikä välttämättä edes mitattavissa, mutta niiden pitää pystyä ilmaisemaan systeemin dynamiikkaa [6, s. 201]. Vektoria $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{k \times 1}$ kutsutaan sisäänmenovektoriksi, ja se sisältää k kappaletta systeemin ohjauksia, ja ulostulovektori $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{j \times 1}$ sisältää j kappaletta mitattuja ulostuloja. Tilamallin matriisit ovat dynamiikkamatriisi $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, ohjausmatriisi $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times k}$, mittausmatriisi $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{j \times n}$ ja suoravaikutusmatriisi $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{j \times k}$ [8, s. 32]. Suoravaikutusmatriisi \mathbf{D} on käytännössä hyvin usein nollamatriisi. Kuvassa 2.1 on yksinkertainen tilamallin alkeislohkokaavio.



Kuva 2.1. LTI-tilamallin (2.1) alkeislohkokaavio.

2.2 Ohjattavuus ja havaittavuus

LTI-tilasäätöön liittyy läheisesti kaksi tärkeää käsitettä: ohjattavuus ja havaittavuus. Ohjattavuuden tarkastelulla pyritään selvittämään, voidaanko tilamallin tilamuuttujia ja siten koko systeemiä ohjata sisäänmenojen avulla. Havaittavuutta tarkasteltaessa pyritään puolestaan selvittämään, voidaanko systeemin tiloja estimoida ohjausten ja mittausten perusteella. [2, s. 143–153]

LTI-systeemin

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (2.2)$$

ohjattavuus määritellään seuraavasti:

Määritelmä 2.1: Tilayhtälön (2.2) tai matriisiparin (\mathbf{A}, \mathbf{B}) sanotaan olevan ohjattavissa, mikäli mille tahansa alkutilalle $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ ja lopulliselle tilalle \mathbf{x}_1 , on olemassa jokin sisäänmeno, joka siirtää tilan alkutilasta \mathbf{x}_0 lopulliseen tilaan \mathbf{x}_1 äärellisessä ajassa [2, s. 144].

Systeemi on ohjattava, mikäli Kalman testistä saatava ohjattavuusmatriisi

$$\mathbf{Q}_c = [\mathbf{B} \ \mathbf{A}\mathbf{B} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B} \ \dots \ \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]_{n \times n} \quad (2.3)$$

on täysiasteinen eli $\text{rank}(\mathbf{Q}_c) = n$ [13, s. 82].

Havaittavuus puolestaan määritellään seuraavasti:

Määritelmä 2.2: Tilayhtälön (2.1) sanotaan olevan havaittavissa, mikäli mille tahansa tuntemattomalle alkutilalle $\mathbf{x}(0)$ löytyy äärellinen $t_1 > 0$, siten että välin $[0, t_1]$ ohjausarvojen \mathbf{u} ja ulostuloarvojen \mathbf{y} avulla voidaan määrittää alkutila $\mathbf{x}(0)$ [2, s. 153].

Myös havaittavuutta voidaan tarkastella Kalman testillä, jossa käytetään dynamiikkamatriisia \mathbf{A} ja mittaamatriisia \mathbf{C} . Systeemi on havaittava, mikäli havaittavuusmatriisi

$$Q_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

on täysiasteinen eli $\text{rank}(Q_o) = n$. [13, s. 85–92]

2.3 Tilatakaisinkytketty säätö

Tilasäädössä suljetun tilasäätöpiirin dynamiikka voidaan suunnitella halutun kaltaiseksi [8, s. 177]. Jotta systeemille voidaan suunnitella tilatakaisinkytkentä, pitää systeemin olla ohjattava [2, s. 233]. Mikäli havaittavan systeemin kaikki tilat eivät ole mitattavissa, voidaan niitä estimoida tilaestimaatorilla, joka esitellään alaluvussa 2.5. Tilatakaisinkytketyn säätöpiirin rakenne on esitelty lohkoakaaviona kuvassa 2.2.

Tarkastellaan ohjattavissa olevaa systeemiä, jonka kaikki tilat ovat mitattavissa sekä tilamallin suoravaikutusmatriisi D on nollamatriisi. Tällöin tilamalli on

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

Täyden tilan tilatakaisikytkennän ohjaus $\mathbf{u}(t)$ on

$$\mathbf{u}(t) = -K\mathbf{x}(t) + k_f r(t), \quad (2.6)$$

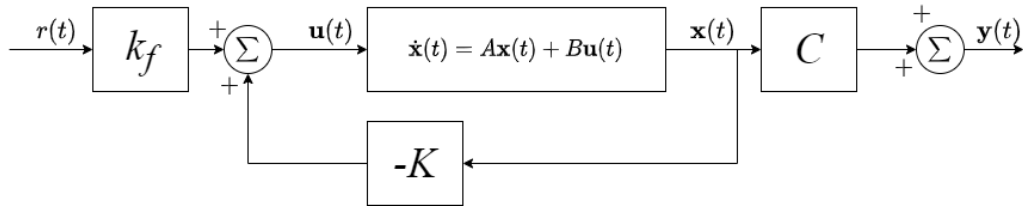
jossa k_f on skalaariarvoinen kalibrointiparametri asetusrvolle r ja K on tilasäädön tilavahvistusmatriisi. $K \in \mathbb{R}^{n \times p}$, koska tilamallilla on n kappaletta tilamuuttujia ja p kappaletta ohjauksia [2, s. 255]. Kalibrointiparametriä k_f käytetään vähentämään asetusrvovirhettä ja parantamaan transienttivaihetta asetusrvomuutoksissa. Kalibrointiparametri k_f voidaan laskea kaavasta

$$k_f = -1/(C(A - BK)^{-1}B). \quad (2.7)$$

Kalibrointiparametrin k_f muuttaminen ei vaikuta takaisinkytketyn systeemin stabiiliuteen. [8, s. 175–190]

Sijoittamalla ohjaus (2.6) systeemin tilamalliin (2.5) saadaan suljetun järjestelmän tilayhtälöt muotoon

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = (A - BK)\mathbf{x}(t) + Bk_f r(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (2.8)$$



Kuva 2.2. Tilatakaisinkytketyn säätöpiirin rakenne.

Takaisinkytketyn säädön tavoite on säätää systeemin ulostuloa y siten, että se seuraa tarkasti sisäänmenoa häiriöistä ja prosessin dynamiikan epävarmuudesta huolimatta.

2.4 Napojen asettelumenetelmä

Tilasäädön tilavahvistusmatriisin K ratkaisemiseen on olemassa useita eri tekniikoita. Tässä työssä vahvistuksen K laskemiseen käytetään napojen asettelumenetelmää. Napojen asettelumenetelmällä pyritään tilavahvistusmatriisi K valitsemaan siten, että se sekä stabiloi tilatakaisinkytketyn säätöpiirin, että toteuttaa säätöpiirille asetetut vaatimusmäärittelyt. Systeemin matriisiparin (A, B) ohjattavuus on riittävä ehto tilatakaisinkytketyn systeemin mielivaltaiseen napojen asetteluun kompleksitasossa [2, s. 235].

Oletetaan, että tilatakaisinkytketylle systeemille halutaan navat p_1, p_2, \dots, p_n . Tällöin navoista voidaan muodostaa polynomifunktio [12, s. 255]

$$\begin{aligned} \alpha(s) &= (s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n) \\ &= s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \cdots + \alpha_1s^1 + \alpha_0, \end{aligned} \quad (2.9)$$

jossa s on kompleksimuuttuja $s = \sigma + i\omega$.

Tilatakaisinkytketyn säätöpiirin navat ratkaistaan suljetun systeemin ominaisarvoista, jolloin ominaisarvojen yhtälöksi saadaan

$$|sI - (A - BK)| = 0. \quad (2.10)$$

Asettamalla yhtälöt (2.9) ja (2.10) yhtä suuriksi saadaan

$$|sI - A + BK| = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \cdots + \alpha_1s^1 + \alpha_0, \quad (2.11)$$

josta voidaan ratkaista tilavahvistusmatriisin K arvot [12, s. 256].

2.5 Tilaestimaattori

Tilatakaisinkytketyn säädön luvussa 2.3 oletettiin, että systeemin kaikki tilat ovat mitattavissa. Näin ei kuitenkaan yleisessä tapauksessa ole, sillä mitattavat tilamuuttujat eivät

välttämättä ole saavutettavissa, koska niitä ei voida yksinkertaisesti mitata tai mittalaitteet ovat liian kalliita [2, s. 248]. Tässä alaluvussa käydäänkin läpi tilannetta, jossa kaikki mittaukset eivät ole saatavilla, jolloin ne voidaan korvata laskennallisilla estimaateilla.

Tällaisessa tilanteessa, jotta tilatakaisinkytkentää voidaan käyttää, pitää säätöpiirille suunnitella tilaestimaattori, joka generoi puuttuvan tilatiedon ohjausten \mathbf{u} ja ulostulojen \mathbf{y} avulla. Tilaestimaattori voidaan suunnitella, mikäli matriisipari (A, C) on havaittavissa [7, s. 154]. Tilaestimaattorin rakenne on esitetty kuvassa 2.3. Käsitellään aluksi tilamallia (2.5) ja suunnitellaan sille täyden tilan tilaestimaattori, joka estimoi myös mitattuja tiloja. Täyden tilan tilaestimaattorilla voidaan myös alipäästösuodattaa kohinaisia mittauksia [3, s. 472]. Yksinkertainen tilaestimaattori perustuu täysin alkuperäisen systeemin lineaariseen tilamalliin, jolloin saadaan yhtälö

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = A\hat{\mathbf{x}}(t) + B\mathbf{u}(t), \quad (2.12)$$

jossa $\hat{\mathbf{x}}$ sisältää tilojen derivaattojen estimaatit. Estimaatin hyvyuden arvioimiseksi tarvitaan estimaattivirheen yhtälö

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t). \quad (2.13)$$

Yhtälöistä (2.12) ja (2.5) seuraa siten

$$\tilde{\dot{\mathbf{x}}}(t) = A\tilde{\mathbf{x}}(t). \quad (2.14)$$

Mikäli dynamiikkamatriisin A ominaisarvot ovat vasemmassa puolitasossa, estimaattivirhe $\tilde{\mathbf{x}}$ suppenee nollaan, ja siten myös yhtälön (2.12) arvo suppenee tilan oikeaan arvoon. Tämä suppeneminen saattaa kuitenkin olla liian hidasta verrattuna suljetun systeemin dynamiikkaan, jolloin estimaattorin virhe näkyy systeemin vasteessa. Tästä syystä tilaestimaattorin dynamiikka halutaan suunnitella nopeammaksi kuin suljetun systeemin. [8, s. 207]

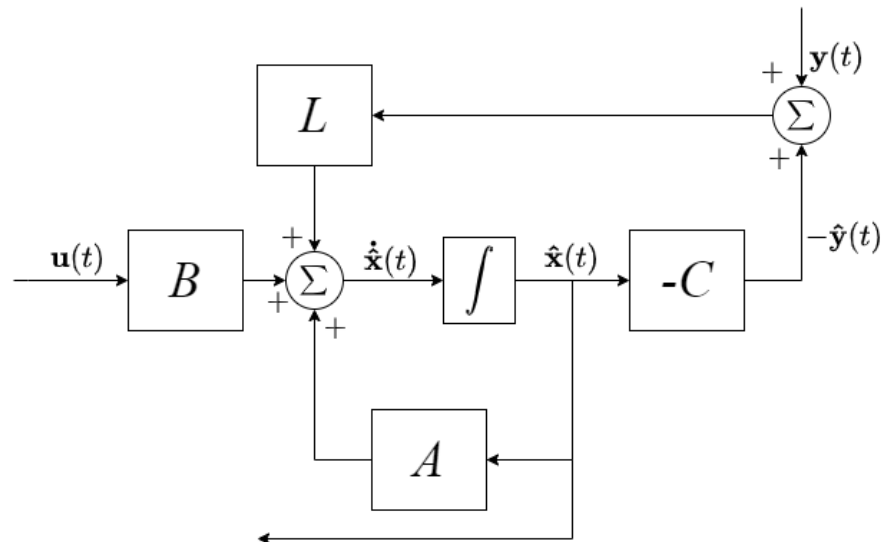
Tilaestimaattorin dynamiikkaan voidaan vaikuttaa muokkaamalla yhtälö (2.12) muotoon

$$\hat{\dot{\mathbf{x}}}(t) = A\hat{\mathbf{x}}(t) + B\mathbf{u}(t) + L(\mathbf{y}(t) - C\hat{\mathbf{x}}(t)), \quad (2.15)$$

jossa $L \in \mathbb{R}^{n \times j}$ on tilaestimaattorin vahvistusmatriisi [12, s. 301]. Estimaattivirheen yhtälöksi saadaan

$$\tilde{\dot{\mathbf{x}}}(t) = (A - LC)\tilde{\mathbf{x}}(t), \quad (2.16)$$

jonka rakenne on samankaltainen kuin yhtälön (2.14). Mikäli estimaattorin vahvistusmatriisi L valitaan siten, että matriisin $A - LC$ ominaisarvot ovat vasemmassa puolitasossa, saadaan virhe $\tilde{\mathbf{x}}$ suppenemaan nollaan ja systeemin estimoitu tila vastaamaan oikeaa.



Kuva 2.3. Tilaestimaattorin rakenne.

Estimaattorin navat tulisi valita siten, että estimaattorin dynamiikka olisi 2–6 kertaa nopeampi kuin tilatakaisinkytketyn järjestelmän. Tällä valinnalla takaisinkytketyn järjestelmän dynamiikka dominoi, eikä estimaatin virhe ehdi vaikuttaa suuresti ulostuloon. Vahvistusmatriisin L mielivaltaista valintaa kuitenkin rajoittaa tasapainoilu hyvän mittauskohinan vaimennuksen ja nopean estimointivirheen suppenemisen kanssa. Mitä nopeampi suppeneminen, sitä vähemmän estimaattori suodattaa mittauskohinaa ja toisinpäin. [3, s. 476]

Tilahavaintajan vahvistus voidaan myös laskea napojen asettelumenetelmällä. Estimoinnin ja säädön ongelmien duaalisuuden sekä transpoosin laskuominaisuuksien pohjalta voidaan johtaa yhteydet

$$A \leftrightarrow A^T \quad B \leftrightarrow C^T \quad K \leftrightarrow L^T, \quad (2.17)$$

joissa vasen puoli vastaa tilatakaisinkytkennän vahvistuksen laskentaa ja oikea puoli tilahavaintajan vahvistuksen laskentaa [12, s. 303].

2.6 Tilaestimaattorin käyttö tilatakaisinkytkennässä

Kuten edeltävässä luvussa mainittiin, kaikki tilat eivät ole syystä tai toisesta mitattavissa. Mikäli tilatakaisinkytkentää halutaan käyttää tällaisessa tilanteessa, pitää tilatakaisinkytkentä muokata käyttämään estimoituja tiloja. Tarkastellaan säätölakia (2.6), jossa tilavektorissa on estimoidut tilat, jolloin saadaan säätölaki

$$\mathbf{u}(t) = -K\hat{\mathbf{x}}(t) + k_f r(t). \quad (2.18)$$

Sijoittamalla ylemmän yhtälön säätölain tiladifferentiaaliyhtälöryhmään (2.5), saadaan

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) = A\mathbf{x}(t) + B(-K\tilde{\mathbf{x}}(t) + k_f r(t)). \quad (2.19)$$

Muuttamalla yhtälön (2.19) koordinaatteja ja korvaamalla tilaestimaatit tilaestimaattivirheillä, saadaan yhtälö muotoon

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (A - BK)\mathbf{x}(t) + BK\tilde{\mathbf{x}}(t) + Bk_f r(t). \quad (2.20)$$

Suljettua säätöpiiriä ohjaavat siten yhtälöt (2.16) ja (2.20), jotka voidaan esittää matriisimuodossa

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \tilde{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Bk_f \\ 0 \end{bmatrix} r(t). \quad (2.21)$$

Tämän esitysmuodon dynamiikkamatriisin determinantti saadaan suoraan diagonaalielementtien tulona, koska matriisi on yläkolmiomatriisi. Saadaan siis karakteristisen polynomin yhtälöksi

$$\lambda(s) = \det(sI - A + BK) \det(sI - A + LC). \quad (2.22)$$

Karakteristinen polynomi rakentuu kahdesta termistä: takaisinkytketyn systeemin karakterisesta polynomista sekä tilaestimaattorin karakterisesta polynomista. Tästä syystä estimaattorin ja tilasäädön stabiiliudet eivät riipu toisistaan ja voidaan siksi suunnitella toisistaan riippumatta.

3. PID-SÄÄTÖ

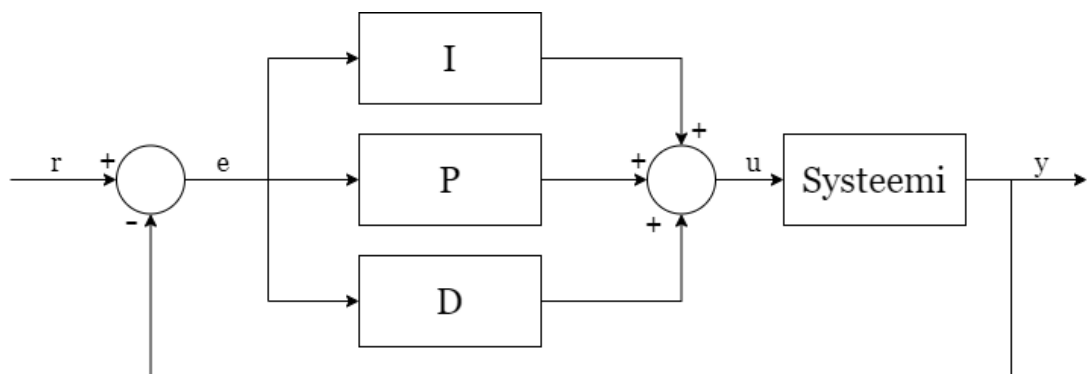
PID-säätö on selvästi käytetyin säädintyyppi käytännön järjestelmissä [8, s. 293]. PID-säädin voidaan implementoida usealla eri tavalla käyttäen hyväksi mekaanisia, pneumaattisia, sähköisiä tai tietokoneeseen perustuvia ratkaisuja [9, s. V]. PID-säädin pyrkii poistamaan erosuureen eli asetusarvon ja mitatun ulostulon välisen eron päätyen lopulta tavoiteltuun asetusarvoon.

PID-säädin koostuu kolmesta osasta, joista jokaisella on oma tarkoituksensa ohjauksen laskennassa. Nämä kolme osaa ovat proportionaali-, integrointi-, ja derivointiosa. P-osa eli proportionaalisäädin tuottaa ohjaussignaalksi vahvistetun erosuureen. I-osa eli integroiva säädin toimii integroimalla erosuuretta mahdollistaen tarkan säädön. D-osa eli derivoiva säädin puolestaan muokkaa ohjausta erosuureen muutosnopeuden perusteella. PID-säätimestä voidaan muodostaa myös muita tapauskohtaisia variaatioita valitsemalla osia pois, kuten esimerkiksi PD-säädin, jossa ovat mukana vain P- ja D-osat.

PID-säätimen sisääntulosignaali on erosuure:

$$e(t) = r(t) - y_m(t), \quad (3.1)$$

jossa r asetusarvo ja y_m mitattu ulostulo. Yllä olevassa kaavassa (3.1) ulostulon mittaus huomioi myös mittausdynamiikan, mutta se jätetään huomiotta seuraavassa alaluvussa ja käytetään ulostulosta merkintää $y(t)$. Erosuureen muodostuminen ja PID-säätimen rakenne on esitelty kuvassa 3.1.



Kuva 3.1. PID-säätimen lohkokkaavio.

Alaluvussa 3.1 käsitellään tarkemmin näiden kolmen termin rooleja ja alaluvussa 3.2 tarkastellaan derivointitermin mittauskohinan vaimennuskykyä.

3.1 P-, I- ja D-osien roolit

Seuraavassa tarkastellaan PID-säätimen P-osaa. Proportionaali-säädin tuottaa ohjauksen, joka on suoraan verrannollinen erosuureeseen. Tällainen säädin on nopea asetusarvomuutoksissa ja häiriötilanteissa johtuen suurehkoista ohjausmuutoksista erosuureen ollessa tarpeeksi suuri. Verrannollisuudesta johtuen pienillä erosuureen arvoilla ohjausarvot ovat pieniä, josta seuraa P-säätimen keskeinen ongelma asetusarvon seurannassa. P-säädöllä harvoin päästään tarkkaan asetusarvoseurantaan, sillä tasapainotilaan jää usein nollasta poikkeava virhe. Tasapainotilan säätövirhettä voidaan pyrkiä pienentämään suurentamalla proportionaalivahvistusta tai se voidaan poistaa kokonaan lisäämällä vakio-ohjaustermi. P-säätimen ohjaussignaali on

$$u(t) = K_p e(t) + u_b, \quad (3.2)$$

jossa K_p on proportionaalivahvistus ja u_b vakiotermi. Vakiotermi voidaan valita vakioksi tai muokata manuaalisesti siten, että säätövirhe saadaan nollattua. [1, s. 4]

Tarkastellaan proportionaalivahvistuksen vaikutusta säätövirheeseen. Olkoon prosessin siirtofunktio $P(s)$ ja P-säätimen siirtofunktio $C(s) = K_p$. Takaisinkytketyn järjestelmän siirtofunktio asetusarvosta erosuureeseen on silloin

$$G_{er}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + C(s)P(s)} = \frac{1}{1 + K_p P(s)}. \quad (3.3)$$

Oletetaan takaisinkytketty järjestelmä stabiiliksi, jolloin yksikköaskelvasteen säätövirhe on [8, s. 294]

$$G_{er}(0) = \frac{1}{1 + K_p P(0)}. \quad (3.4)$$

Yllä olevasta yhtälöstä seuraa, että vahvistusta K_p kasvattamalla säätövirhe pienenee, muttei kuitenkaan poista sitä kokonaan. Vahvistuksen K_p kasvattaminen toisaalta lisää värähtelyä ja saattaa johtaa epästabiiliuteen [8, s. 294]. Lopullinen säätövirhe määräytyy siis askeleen koosta, proportionaali-vahvistuksesta ja prosessin DC-vahvistuksesta. Jos prosessissa on integraattori, eikä ulkoisia häiriötä ole, voi erosuure saavuttaa nollan ja hävittää säätövirheen.

Tarkastellaan seuraavaksi I-säätimen toimintaa. Integroivan säätimen toiminta perustuu erosuureen integrointiin tuottaen tarkan asetusarvoseurannan [8, s. 296]. Tästä syystä I-säädintä käytetäänkin hyvin usein P-säätimen kanssa tasapainotilan säätövirheen poistamiseksi. I-säätimen viritysparametri on integrointiaika T_i , ja yhdessä P-säätimen kanssa säädin voidaan esittää yhtälöllä

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(\tau) d\tau \right). \quad (3.5)$$

Erosuuretta integroitaessa ohjaussignaali muuttuu yhä tarkemmaksi ajaen erosuureen lopulta nolnaan. I-säätimen lisääminen P-säätimen rinnalle siis poistaa tarpeen termille u_b , sillä I-osa laskee tälle tasapainotilaan oikean arvon automaattisesti. Integraattorin viritysparametrillä T_i voidaan vaikuttaa I-osan nopeuteen. Mitä pienempi sen arvo on, sitä nopeampi on integraattorin vaste. Toisaalta hyvin suurilla arvoilla integraattorin arvo lähestyy nolaa ja säätimestä tulee P-säädin. Yhdistämällä proportionaalivahvistuksen ja integrointiajan saadaan integrointivahvistus

$$K_i = \frac{K_p}{T_i}, \quad (3.6)$$

jolla voidaan arvioida häiriöiden vaimennusta. Suuri integrointivahvistus vaimentaa kuormitushäiriöitä merkittävästi, mutta liian suuri arvo aiheuttaa värähtelyä, heikentää robustisuutta sekä pahimmillaan aiheuttaa epästabiiliuden [8, s. 296].

Myös PI-säätimelle voidaan johtaa kaavan (3.4) mukainen loppuarvotarkastelu. Erosuureen loppuarvoa voidaan tarkastella yhtälöllä

$$\lim_{s \rightarrow 0} G_{er}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + P(s) \left(K_p + \frac{K_p}{T_i s} \right)}. \quad (3.7)$$

Yhtälön perusteella voidaan todeta, että erosuureen arvo suppenee nolnaan, kun $s \rightarrow 0$ eikä tasapainotilaan jää virhettä. Integraattoria käyttäessä pitää kuitenkin tiedostaa mahdollinen windup-ilmiö johtuen säätöparametrin saturaatiosta [1, s. 5]. Tätä ilmiötä ei käsitellä tässä työssä, mutta aiheesta löytyy runsaasti kirjallisuutta, ja lisää tietoa voi katsoa esimerkiksi lähteen [1] luvusta kolme.

Viimeisenä osana tarkastellaan derivointiosaa eli D-osaa. D-osa perustuu erosuureen ennustettuihin tulevaisuuden arvoihin. Derivointiosa derivoi erosuuretta ja ennustaa siten muutosnopeuden perusteella erosuureen tulevia arvoja ja ohjaa niiden mukaisesti.

Derivointiosalla voidaan parantaa takaisinkytketyn järjestelmän suhteellista stabiiliutta. D-osalla voidaan usein parantaa säätötulosta merkittävästi, jos säädettävän järjestelmän dynamiikka on aikavakion dominoivaa. Jos säädettävän järjestelmän dynamiikka on viiveen dominoivaa ei D-osalla yleensä voida parantaa säätötulosta. Tämä näkyy esimerkiksi hitailla prosesseilla, joilla ohjausarvojen vaikutus näkyy ulostulossa hitaasti, ja ilman ennustavaa derivointiosaa säädin olisi myöhässä korjausliikkeiden kanssa. [9, s. 68]

Taylorin sarjakehitelmän kahden ensimmäisen termin avulla saadaan erosuureen ennustukseksi

$$e(t + T_d) \approx e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (3.8)$$

jossa derivointiaika T_d kuvaa sitä aikaa, kuinka pitkälle derivointi ennustaa erosuuretta. PD-säätimen ohjausfunktio on

$$u(t) = K_p \left(e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right). \quad (3.9)$$

Derivointitoimintoa ei kuitenkaan voida toteuttaa ideaalisen derivoinnin mukaisesti. Ongelmaksi muodostuu derivointiosan aiheuttama säätimen siirtofunktion epäaitous, jonka takia systeemi ei ole käytännössä toteutettavissa millään fyysisellä laitteella [1, s. 9]. Tästä syystä ideaalisen derivoinnin tilalla käytetäänkin derivaatan approksimaatiota. Hyvällä derivointiajan T_d valinnalla voidaan takaisinkytketyn järjestelmän värähtelyä vaimentaa tehokkaasti, mutta toisaalta liian suurella valinnalla derivointiosa voi olla värähtelyn aiheuttaja [9, s. 69]. Derivointiosan vahvistus voidaan esittää myös kaavan (3.6) tavalla muodossa

$$K_d = K_p T_d. \quad (3.10)$$

Yhdistämällä kaikki kolme osaa saadaan ideaalisen PID-säätimen yhtälö

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right). \quad (3.11)$$

3.2 Mittauskohinan suodatus

PID-säätimen derivointiosa voi aiheuttaa ongelmia sen ominaisuuksista johtuen, ja siksi käytetäänkin usein PI-säätimiä. Derivointiosan kanssa pitää olla erityisen tarkka asetusarvomuutoksissa. Nopeat asetusarvomuutokset johtavat suureen erosuureen muutosnopeuteen, mikä aiheuttaa ohjauspiikin säätimen lähtöön, jota toimilaitteet eivät välttämättä kestä. Tämä ongelma voidaan korjata käyttämällä asetusarvopainotettua 2DOF (*two-degrees-of-freedom*) PID-säädintä, jonka säädinosat käyttävät eri tavoin määritellyjä erosuureita. Tätä rakennetta ei kuitenkaan käsitellä tässä työssä.

Derivointiosa voi myös vahvistaa suuritaajuisia mittauskohinaa. Oletetaan mittaussignaalin y olevan muotoa

$$y(t) = \sin(t) + A \sin(\omega t), \quad (3.12)$$

jossa ensimmäinen termi kuvaa oikeaa ulostulon arvoa, ja jälkimmäinen siihen summautunutta mittauskohinaa amplitudilla A . Tämän syöttäminen mittaushaarassa toteutettuun derivointiosaan tuottaa ohjauskomponentin

$$u_d(t) = K_d(\cos(t) + A\omega\cos(\omega t)), \quad (3.13)$$

josta voidaan todeta, että kohinatermin amplitudi $A\omega$ voi olla hyvin suuri, vaikka A olisi pieni. [1, s. 9]

Mittauskohinan vahvistumiseen voidaan vaikuttaa suodattamalla kohinaista mittaussignaalia tai käyttämällä alipäästösuodinta osana derivointia, tai molempia. Yksinkertaisin ratkaisu on derivointitermin toteuttaminen ensimmäisen kertaluokan alipäästösuotimella

$$D(s) = \frac{K_p T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s}, \quad (3.14)$$

jossa aikavakio $T_f = \frac{T_d}{N}$ tulee valita siten, että se suodattaa kohinaa, muttei kuitenkaan häiritse derivointitoimintaa [1, s. 9]. Prosessiteollisuuden sovelluksissa parametri N valitaan yleensä väliltä 2–20, mutta muissa sovelluksissa se voidaan valita myös välin ulkopuolelta [9, s. 73]. Suotimena voidaan myös käyttää korkeamman kertaluokan suotimia kuten toisen kertaluokan suodinta

$$D(s) = \frac{s}{1 + T_f s + \frac{(T_f)^2}{2}}, \quad (3.15)$$

jonka vaimennuskaista on ensimmäisen kertaluokan suodinta jyrkempi.

4. KÄÄNTÖHEILURISYSTEEMIN TEOREETTINEN TARKASTELU

Monet käytännön sovellukset, kuten Segway henkilökuljettimet, raketit ja ohjukset ovat tasapainosysteemejä. Tutuin käytännön tasapainosysteemi on monelle varmasti ihminen itse. Ihmisen seistessä jalat toimivat tukipisteenä. Ilman jatkuvaa lihasten hallintaa ihminen kaatuisi. Ihmisen hermostojärjestelmä toimii eräänlaisena takaisinkytkettynä säätöjärjestelmänä, jonka sisäänmenoina ovat silmien, lihasten, nivelten ja tasapainoelimen tilat. Aivot toimivat säätimen roolissa ohjaamalla kehon lihaksia tasapainon säilyttämisen vaatimusten mukaisesti.

Kuten johdannossa mainitaan, tässä työssä käsitellään kääntöheiluri-kärrysysteemiä, joka on yksi tasapainosysteemien sovellus. Tämän luvun alussa käsitellään tällaisten heilurisysteemien säätöhaasteita, jonka jälkeen esitellään systeemin matemaattisfyysikaalinen mallinnus, sen tilamalli ja stabiiliustarkastelu. Viimeisessä alaluvussa esitellään säädettävälle systeemille suunnitellut säätöratkaisut.

4.1 Haasteet säädössä

Kääntöheiluri on yksi klassinen säätötekniikan kohdejärjestelmä, jota käytetään laajasti uusien säätöalgoritmien testaamiseen. Kääntöheilurisysteemi on fyysikaaliselta rakenteeltaan yksinkertainen, mutta stabiloivan takaisinkytketyn säädön suunnittelemisen on haastavaa. Kääntöheilurisysteemi on tyypillinen epälineaarinen systeemi, jolla on stabiili tasapainopiste heilurin ollessa levossa ala-asennossa ja epästabiili tasapainopiste, kun heiluri on yläasennossa. [10, s. 14]

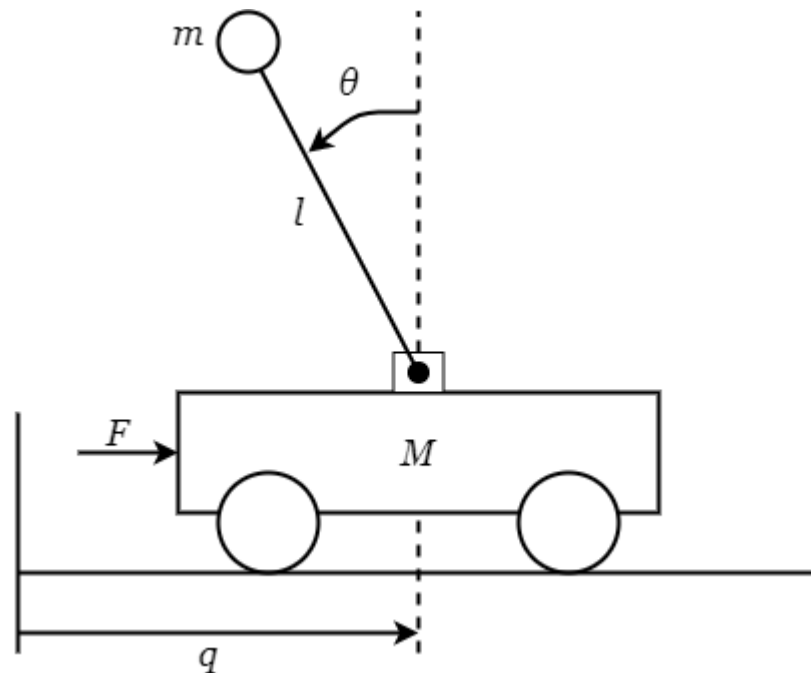
Ensimmäinen haaste kääntöheilurien säädössä on ylös heilautusvaihe, jossa heiluri heilautetaan stabiilista lepoasennosta epästabiiliin yläasentoon. Tähän heilurin säätöongelmaan ei kuitenkaan tässä työssä perehdytä syvällisemmin, mutta ongelmasta on olemassa runsaasti kirjallisuutta.

Tässä työssä sen sijaan perehdytään kahteen muuhun kääntöheilurin säädön haasteeseen. Ensimmäinen näistä on heilurin tasapainotus yläasentoon. Tämän tekee haastavaksi heilurin epästabiilius yläasennossa sekä mallin epälineaarisuus. Toinen säätöhaaste on asetusarvoseuranta, jossa tavoitteena on siirtää kärryä paikasta toiseen pitäen heilurin pystyasennossa. Tämä joudutaan toteuttamaan yhdellä ohjauksella, eikä systeemin kaikista tiloista ole mittauksia. [10, s. 14–15]

4.2 Kääntöheiluri-kärrysysteemin tilaesitys ja parametrisointi

Tässä alaluvussa käsitellään kärry-heilurisysteemin fysikaalisia ominaisuuksia ja mallinusta. Kyseinen systeemi on esitelty Karl J. Åströmin ja Richard M. Murrayn kirjassa *Feedback Systems: An introduction for Scientists and Engineers* sivuilla 35–37 ja 188–190. Järjestelmän vapaa kappalekuva on esitelty kuvassa 4.1.

Kääntöheiluri-kärrysysteemi koostuu kärryyn nivelellä kiinnitetystä yhden vapausasteen heilurista sekä yhden vapausasteen kärrystä. Kääntöheiluri-kärrysysteemin tavoite on pyrkiä pitämään kulma θ mahdollisimman lähellä yläasennon nollakulmaa ohjaamalla kärryn paikkaa q kärryyn kohdistuvalla voimalla F . Kärryn massa on M , ja heilurin sekä heilurivarren yhteismassa on m . Kärryn nopeus on \dot{q} ja heilurin kulmanopeus $\dot{\theta}$. Heilurivarren pituus on l . Näiden lisäksi tarvitaan heilurin hitausmomentti J , viskoosiset vaimennuskertoimet c ja γ nivelen ja kärryn liikettä vastustaville kitkoille sekä putoamiskiikkyvyys g .



Kuva 4.1 Kääntöheiluri-kärrysysteemi.

Käyttämällä klassisen mekaniikan Newtonin lakeja voidaan kärryn epälineaariset liikeyhtälöt esittää differentiaaliyhtälöryhmällä

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{q} - ml\cos(\theta)\ddot{\theta} + c\dot{q} + ml\sin(\theta)\dot{\theta}^2 = F \\ -ml\cos(\theta)\ddot{q} + (J + ml^2)\ddot{\theta} + \gamma\dot{\theta} - mgl\sin(\theta) = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

Molemmat liikeyhtälöt ovat epälineaarisia, joten ne tulee linearisoida, jotta systeemille voidaan käyttää lineaarisia suunnittelutyökaluja ja malleja. Heilurin kulma tulee pääasiassa olemaan hyvin lähellä nollaa, joten linearisoidaan systeemi heilurin nollakulman läheisyyteen. Käytetään approksimaatioita $\cos(\theta) \approx 1$ ja $\sin(\theta) \approx \theta$. Pienistä kulman muutoksista johtuen voidaan myös kulmanopeutta $\dot{\theta}$ pitää pienenä ja siten sen potensseja nollina. Käyttämällä näitä approksimaatioita saadaan yhtälöryhmästä (4.1) lineaariset liikeyhtälöt

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{q} - ml\ddot{\theta} + c\dot{q} = F \\ -ml\ddot{q} + (J + ml^2)\ddot{\theta} + \gamma\dot{\theta} - mgl\theta = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Valitaan tiloiksi vaunun paikka q ja nopeus \dot{q} , sekä heilurin kulma θ ja kulmanopeus $\dot{\theta}$. Sisäänmenoksi eli ohjaussignaaliksi u valitaan kärryyn kohdistuva voima F . Otetaan käyttöön vakiot $M_t = M + m$, $J_t = J + ml^2$ sekä $\mu = M_t J_t - m^2 l^2$. Edellisestä yhtälöryhmästä voidaan muodostaa systeemille tilaesitys

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{q} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{m^2 l^2 g}{\mu} & -\frac{c J_t}{\mu} & -\frac{\gamma l m}{\mu} \\ 0 & \frac{M_t m g l}{\mu} & -\frac{c l m}{\mu} & -\frac{\gamma M_t}{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{J_t}{\mu} \\ \frac{l m}{\mu} \end{bmatrix} u \\ \begin{bmatrix} q \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \end{cases} \quad (4.3)$$

Mittausmatriisista huomataan, että tällä systeemillä on kaksi mitattua ulostuloa, kärryn paikka q ja kulma θ .

Säädettävän kääntöheiluri-kärrysysteemin parametrit ovat esitely taulukossa 4.1. Taulukossa on parametrien tunnuksset, selitteet ja arvot, jotka ovat otettu lähteen [8] sivulta 189. Parametrit vastaavat karkeasti ihmisen tasapainotusta esitetyllä kärrysysteemillä.

Taulukko 4.1. Säädettävän kääntöheiluri-kärrysysteemin parametrit.

Tunnus	Selite	Lukuarvo
g	Putoamiskiihtyvyys	$9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
M	Kärryn massa	10 kg
m	Heilurin massa	80 kg
J	Heilurin hitausmomentti	$100 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2}$
l	Matka tukipisteestä heilurin massakeskipisteeseen	1 m
c	Kitkakerroin	$0,1 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$
γ	Kerroin ilmanvastukselle	0,01 Nms

Taulukon 4.1 arvoilla tilamalliksi saadaan:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{q} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6,4 & -1,836 \cdot 10^{-3} & -8,163 \cdot 10^{-5} \\ 0 & 7,2 & -8,163 \cdot 10^{-4} & -9,184 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1,837 \cdot 10^{-2} \\ 8,163 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} u \\ \begin{bmatrix} q \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \end{cases} \quad (4.4)$$

Tilavektorissa paikka q esitetään metreinä ja kulma θ radiaaneina, siten myös näiden muutosnopeudet ovat m/s ja rad/s. Ohjaussignaalin u yksikkö on voiman yksikkö N. Kääntöheiluri-kärrysysteemin tilamallista huomataan, että se on SIMO (*Single-input, Multi-output*) -systemien realisaatio. Systemillä on yksi sisäänmeno ja kaksi mitattua ulostuloa, joten systeemi on SITO-systeemi.

4.3 Kääntöheiluri-kärrysysteemin navat, nollat ja stabiilius

Kuten aiemmin aluvuossa 4.1 mainittiin ovat tällaiset kääntöheilurityyppiset sovellukset epästabiileita yläasennossa. Tässä aluvuossa tarkastellaan hieman tarkemmin kääntöheiluri-kärrysysteemin epästabiiliutta nollien ja napojen avulla. Navat ovat siirtofunktion nimittäjän nollakohtia, jotka määrittelevät aikavasteen luonteen. Siirtofunktion osoittajan nollakohdat puolestaan määrittävät systeemin nollat. Napojen kohdalla kompleksitasossa systeemin siirtofunktion arvot lähestyvät ääretöntä ja nollien kohdalla nollaa. [11, s. 62]

Kaikki systeemin mahdolliset navat saadaan selville tilamallimuodossa dynamiikkamatriisin A avulla. Tällöin systeemin karakteristinen polynomi saadaan selville yhtälöstä

$$|sI - A| = 0, \quad (4.5)$$

jonka ratkaisut ovat kaikki systeemin mahdollisia napoja. Kaikki karakterisen yhtälön ratkaisut eivät kuitenkaan ole systeemin napoja, sillä osa niistä voi supistua pois. Mikäli systeemi kuitenkin on minimirealisaatio eli se on sekä havaittava että ohjattava, ei tällaista supistumista tapahdu [11, s. 157]. Tällaisessa minimirealisaatio tilanteessa systeemin kaikki navat siis saadaan intuitiivisesti yllä esitellyn yhtälön (4.5) ratkaisuisista.

Tässä työssä tarkasteltavan kääntöheiluri-kärrysysteemin navat ovat

$$s_1 = 0, s_2 = -0,0011, s_3 = -2,684 \text{ ja } s_4 = 2,684.$$

Napojen perusteella voidaan todeta kääntöheiluri-kärrysysteemi epästabiiliksi, koska yksi navoista on reaalisaltaan positiivinen. Tämä ratkaisu tukee myös intuitiivista päätelmää heilurin epästabiiliudesta, joka pohjautuu mahdottomuuteen pitää heiluri yläasennossa ilman ulkoista voimaa.

4.4 Kääntöheiluri-kärrysysteemin säätöratkaisut

Tässä aluvuossa suunnitellaan kääntöheiluri-kärrysysteemille estimaattoripohjainen tilasäätäjä sekä kahteen PD-säätimeen perustuva säätöjärjestelmä, joka muodostetaan tilasäädön ohjauslain avulla. Säätimet ovat siis periaatteessa samoja, mutta niiden erot ovat estimaattien laskennassa ja suodatuksessa. Molempien säätöratkaisujen MATLAB-toteutukset löytyvät liitteistä A ja B.

Ensimmäisenä esitellään tilasäädön ja tilaestimaattorin suunnittelu. Jotta tilasäätäjä ja tilaestimaattori voitaisiin suunnitella aiemmin esitetyillä menetelmillä, pitää kääntöheiluri-kärrysysteemin olla ohjattava ja havaittava. Nämä ovat molemmat vaatimuksia tilasäädön ja -estimaattorin toteuttamiselle, joten todetaan systeemi ohjattavaksi ja havaittavaksi kaavojen (2.3) ja (2.4) avulla. Ohjattavuusmatriisiksi saadaan

$$Q_c = \begin{vmatrix} 0 & 183,6 & -0,34 & 522,4 \\ 0 & 81,6 & -0,16 & 587,7 \\ 183,6 & -0,34 & 522,4 & -2,0 \\ 81,6 & -0,16 & 587,7 & -1,6 \end{vmatrix} \cdot 10^{-4} = -4,26 \cdot 10^{-7}, \quad (4.6)$$

ja koska $\det(Q_c) \neq 0$, niin matriisi on täysiasteinen ja siten matriisipari (A, B) ohjattava. Havaittavuusmatriisi puolestaan saa muodon

$$Q_o = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6,4 & -0,0018 & -0,001 \\ 0 & 7,2 & -0,0018 & -0,001 \\ 0 & -0,012 & 0 & 6,4 \\ 0 & -0,006 & 0 & 7,2 \end{vmatrix}, \quad (4.7)$$

mutta koska matriisi ei ole neliömatriisi, ei siitä voida laskea determinanttia. Matriisi voidaan kuitenkin todeta täysiasteiseksi, sillä sen kaikki sarakkeet ovat lineaarisesti riippumattomia. Näin ollen matriisipari (C, A) on havaittava.

Kun systeemi on todettu havaittavaksi ja ohjattavaksi, voidaan sille suunnitella tilasäätäjä ja -estimaattori. Tilasäätäjä suunnitellaan aikaisemmin esitellyllä napojen asettelumenetelmällä. Suunnittelussa suljetun järjestelmän dynamiikan voidaan kuvitella koostuvan kahdesta eri komponentista. Toinen komponentti vastaa nopeasta heiluria stabiloivasta dynamiikasta, ja toinen hitaammasta kärryä ohjaavasta dynamiikasta. Nopean dynamiikan komponentin suunnittelussa valitaan vaimennussuhteeksi 0,5 ja luonnolliseksi kulmataajuudeksi $\omega_0 = 1$, jolloin saadaan ensimmäinen ominaisarvopari kohtaan $\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm i\omega_0\sqrt{(1-\zeta^2)} \approx -0,5 \pm i$. Toiselle ominaisarvoparille valitaan vaimennussuhteeksi 0,7 ja luonnollinen kulmataajuus $\omega_0 \approx 0,4$, jolloin ominaisarvopari on $\lambda_{3,4} = -\zeta\omega_0 \pm i\omega_0\sqrt{(1-\zeta^2)} \approx -0,27 \pm 0,27i$. Kun valitaan kaikki neljä ominaisarvoa reaalisiltaan negatiivisiksi, saadaan tilatakaisinkytketty järjestelmä varmasti stabiiliksi.

Näillä valituilla napojen paikoilla voidaan laskea tilavahvistusmatriisin K arvot kaavalla (2.11). Vahvistusmatriisiksi saadaan

$$K = [-2,278 \quad 1124,3 \quad -10,36 \quad 211,7]. \quad (4.8)$$

Lopuksi lasketaan kalibrointiparametri k_f kaavalla (2.7), josta saadaan $k_f = -2.278$.

Kääntöheiluri-kärrysysteemin kaikki tilat eivät kuitenkaan ole mitattavissa. Systeemillä on kaksi mitattua ulostuloa: kärryn paikka q ja heilurin kulma θ . Näiden tilojen derivaatat sen sijaan eivät ole mitattavissa, joten ne tulee estimoida. Systeemi todettiin havaittavaksi,

joten täyden tilan tilaestimaattori voidaan suunnitella systeemille. Tilaestimaattorin navoiksi on valittu arvot $\lambda_1 = -1,35$, $\lambda_2 = -1,84$ sekä konjugaattipari $\lambda_{3,4} = -1,73 \pm 5,18i$. Näillä tavoitenavoilla saadaan tilaestimaattorin vahvistusmatriisiksi

$$L = \begin{bmatrix} -1,42 & -6,61 \\ 7,57 & 8,05 \\ -3,71 & -3,85 \\ 10,19 & 15,50 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Toinen säätöjärjestelmä muodostetaan edeltävän tilasäädön perusteella. Tilasäädön säätölaista saadaan kertoimet jokaiselle tilalle, joiden perusteella voidaan rakentaa kaksi PD-säädintä, toinen kulmalle ja toinen kärryn paikalle. Näin ollen tilasäädön vahvistusmatriisista K voidaan erottaa siis kahden PD-säätimen viritysparametrit. Koska systeemin tilat ovat järjestyksessä $[q \ \theta \ \dot{q} \ \dot{\theta}]^T$, niin säätimille saadaan taulukon 4.2 mukaiset viritysparametrit.

Taulukko 4.2. Tilasäädön säätölaista johdetut parametrit PD-säätimille.

Paikkasäätimen viritysparametrit	
K_p	-2,278
K_d	-10,36
Kulman säätimen viritysparametrit	
K_p	1124,3
K_d	211,7

Koska säädin reagoi erosuureeseen pitää sekä kulmalle, että paikalle muodostaa erosuuresignaali. Paikan erosuure saadaan paikan mittauksen ja asetusarvon erotuksesta. Kulman erosuure sen sijaan saadaan mittauksen ja nollareferenssisignaalin erotuksena, sillä kulman tavoitearvo on nolla.

PD-säädössä mittaamattomissa olevat kulman ja paikan derivaatat pitää estimoida. Tämä estimointi tehdään kulman ja paikan mittauksista käyttämällä ylipäästösuodinta, jonka siirtofunktio on muotoa

$$G(s) = \frac{s \cdot \omega_{hp}}{s + \omega_{hp}}. \quad (4.10)$$

Parametrilla ω_{hp} valitaan ylipäästösuotimelle kaistanleveys. Tässä työssä parametriksi on valittu $\omega_{hp} = 2$. Erilaisen estimoinnin lisäksi ylipäästösuodin suodattaa derivointihäärassa mittaussignaalia eri tavalla kuin aikaisemmin suunniteltu täyden tilan tilaestimaattori, jolloin osa säätöjärjestelmien vasteiden eroista johtuu erilaisesta suodatuksesta.

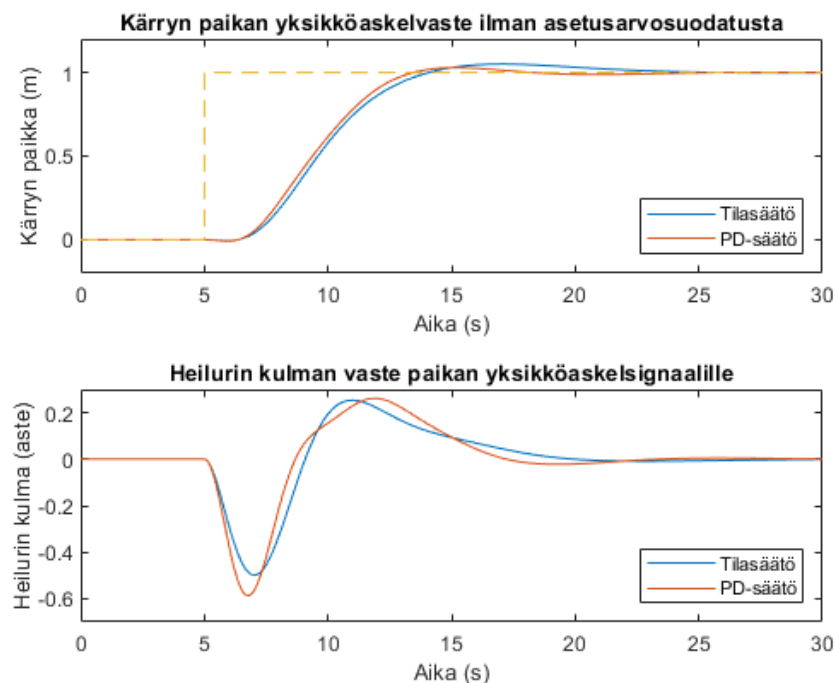
Molemmilla säätöjärjestelmillä käytetään asetusarvosuodinta pehmentämään suurikoista ja nopeasti muuttuvaa erosuuretta, ja siten pienennetään ohjausarvojen hyppäyksiä. Asetusarvosuotimen käyttö hidastaa systeemin servotehtävää asetusarvomutoksissa, mutta sillä saadaan ohjausarvot transienttivaiheessa järkevän suuruisiksi. Alipäästösuotimena käytetään yksinkertaista ensimmäisen kertaluokan alipäästösuodinta, jonka aikavakiota muokkaamalla vaikutetaan suotimen vaimennuskykyyn ja systeemin hidastumiseen.

5. SÄÄTÖJÄRJESTELMÄN SIMULOINTITULOKSET

Tässä luvussa vertaillaan edeltävässä luvussa esiteltyjen säätöratkaisujen suorituskykyä. Ensiksi verrataan järjestelmien kulmien ja paikkojen vasteita paikan askelmaisille asetusravoille sekä kulman impulssimaiselle häiriölle. Näiden jälkeen vertaillaan järjestelmien ohjausarvoja sekä mittauskohinan vaimennusta. Tuloksia vertaillaan MathWorks:n MATLAB & Simulink ohjelmistojen versiolla R2020b tehdyillä simulaatioilla. Säätöjärjestelmien Simulink-simulaattorit ovat liitteissä A ja B. Liitteiden säätöpiireissä on mukana elementtejä, joita ei käytetä jokaisessa simuloinnissa. Käytettävät kytkennät spesifioidaan aina erikseen.

5.1 Askelvaste

Seuraavassa vertaillaan säätöjärjestelmien vasteita sekä kärryn paikalle että heilurin kulmalle, kun kärryn paikkaa ohjataan yksikköaskelsignaalilla. Kuvassa 5.1 on molemmille säätöjärjestelmille sekä kärryn paikkojen että heilurin kulmien vasteet suodattamattomalle yksikköaskelsignaalille.



Kuva 5.1. Paikan suodattamattoman yksikköaskelsignaalin vasteet.

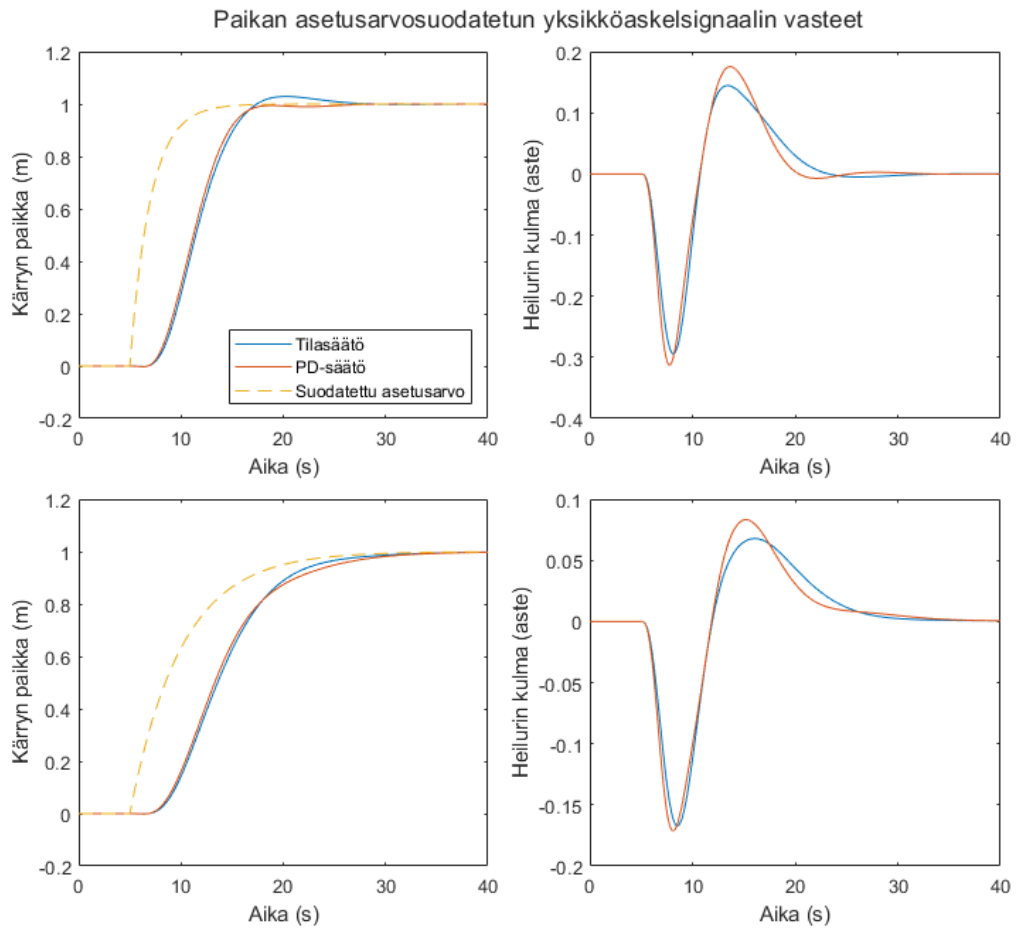
Kuvasta 5.1 huomataan, että molempien säätöjärjestelmien kärryn paikan vasteet ovat muodoltaan hyvin samanlaiset suodattamattomalle yksikköaskelsignaalille. Taulukossa 5.1 on näiden vasteiden tunnuslukuja.

Taulukko 5.1. Erot paikan suodattamattoman yksikköaskelsignaalin vasteissa.

	Tilasäädetty järjestelmä	PD-säädetty järjestelmä
Nousuaika	4,9 s	4,8 s
Asettumisaika	16,3 s	13,6 s
Prosentuaalinen ylitys	5 %	3 %

PD-säädön ja tilasäädön nousuajat ovat lähestulkoon samat, mutta PD-säädön asettumisaika on lähes 3 s nopeampi kuin tilasäädetyllä järjestelmällä. PD-säädetyllä järjestelmällä myös prosentuaalinen ylitys on 2 % pienempi kuin tilasäädetyllä. PD-säädetyllä järjestelmällä saadaan siis hivenen nopeampi reagointi ja suppeneminen tässä servotehtävässä, kuin estimaattoripohjaisella tilasäädöllä toteutetulla järjestelmällä. Myös heilurin kulmien vasteet ovat hyvin samankaltaiset molemmilla säätöjärjestelmillä. Tilasäädetyllä järjestelmällä kulma heilahtaa tavoitellusta nollakulmasta n. 17 % vähemmän kuin PD-säädöllä, mutta käytännössä, koska kulman muutos on hyvin pieni ei tällä suurehkolta tuntuvalla erolla ole juurikaan merkitystä. Koska PD-säädöllä paikan vaste supenee tilasäätöä nopeammin tavoitearvoon, palaa myös kulma nopeammin takaisin nol- laan.

Seuraavaksi askelvastekäyttäytymistä tarkastellaan samalla yksikköaskelsignaaliilla, mutta se suodatetaan ensimmäisen kertaluokan alipäästösuotimella. Liitteiden säätöpiireissä siis asetusarvo on kytketty kulkemaan asetusarvosuotimen kautta. Kuvan 5.2 vasemmalla puolella on kärryn paikkojen ja oikealla puolella heilurin kulmien vasteet paikan asetusarvosuodatetulle yksikköaskelsignaalille. Ylemmissä kuvissa on käytetty suotimella aikavakiota 2 ja alemmissä aikavakiota 5. Kaikkien vasteiden värikoodit noudattavat samaa kuin vasemmalla ylhäällä.

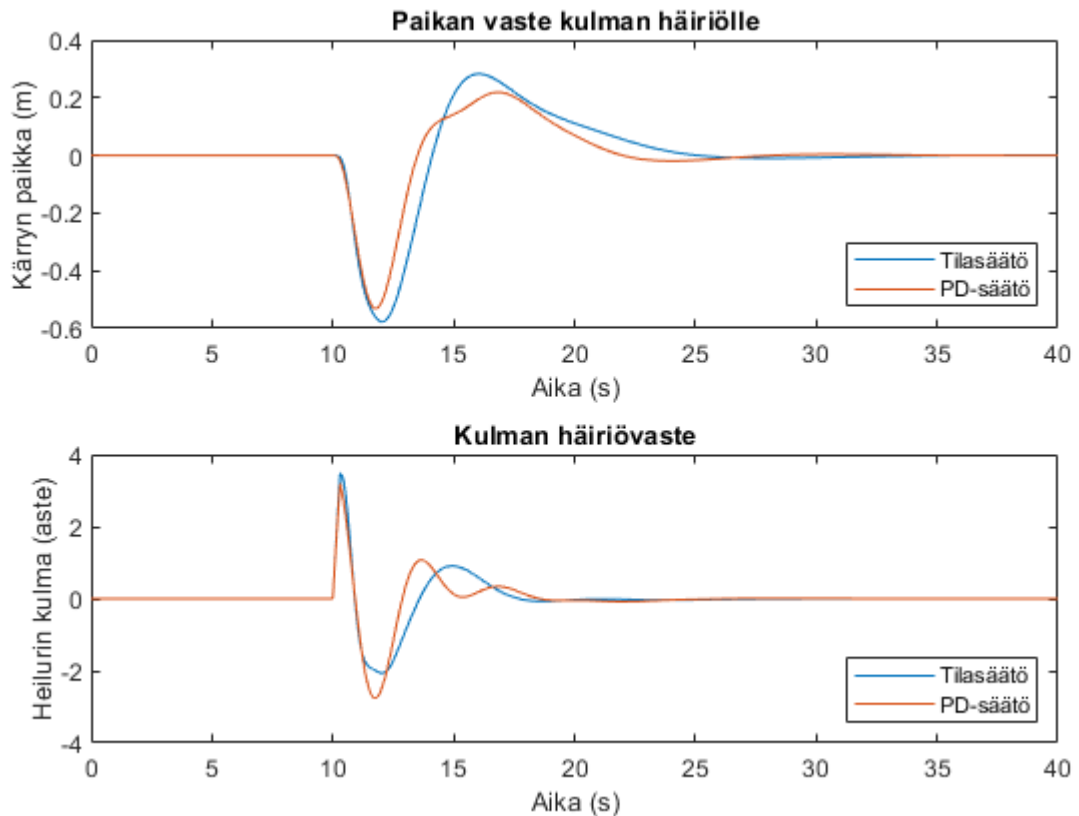


Kuva 5.2. Suodatetun yksikköaskelsignaalin vasteet aikavakioilla 2 ja 5.

Kuvaa 5.1 ja 5.2 vertaamalla huomataan, että asetusarvosuodatus hidastaa merkittävästi säätöjärjestelmien servotehtäviä. Vasemmalla ylhäällä aikavakio on noussut noin kahdella ja alhaalla vasemmalla noin viidellä, sillä nämä ovat asetusarvosuotimien aikavakioiden suuruksia muutoksia. Vasemmalla alhaalla huomataan ylityksen kadonneen kokonaan, mutta asettumisajan lähes tuplaantuneen. Suodatettu asetusarvo ei luo niin suurta erosuuretta kuin suodattamaton, joka johtaa pienempiin ohjausarvoihin ja siten hitaampaan reagointiin asetusarvomutoksissa. Kulmien tapauksessa voidaan intuitiivisesti päätellä, että mikäli kärryä lähdetään siirtämään hitaasti, ei myöskään kulman ensimmäinen muutos ole suuri. Vertaamalla kulman vastetta kuvassa 5.1 ja ylemmän oikean puoliskon vasteita, huomataan että kulman suurin amplitudimuutos pienenee systeemin reagoinnin hidastuessa. Vasteiden perusteella voidaan todeta, että järjestelmät käyttäytyvät hyvin samalla tavalla suurilla asetusarvosuotimen aikavakioilla. Tämä on odotettua, sillä asetusarvosuotimien dynamiikka dominoi.

5.2 Häiriövaste

Tässä alaluvussa analysoidaan häiriön vaikutusta järjestelmien vasteisiin. Häiriötä simuloidaan heilurin kulman häiriöimpulssilla. Tällä pyritään mallintamaan heilurin tökkäämistä, jolloin se siirtyy hetkellisesti pois tavoitellusta nollakulmasta. Nyt simulaattoreista on kytketty asetusarvosuodin pois päältä, asetusarvosignaali muuttetaan vakiosignaali 0 ja kytketään häiriösignaalilohko päälle. Kuvassa 5.3 on esitelty heilurin kulman ja kärryn paikan vasteet kulman impulssimaiselle häiriölle, jonka voimakkuus on 0,3 rad ja kesto 0,3 s.

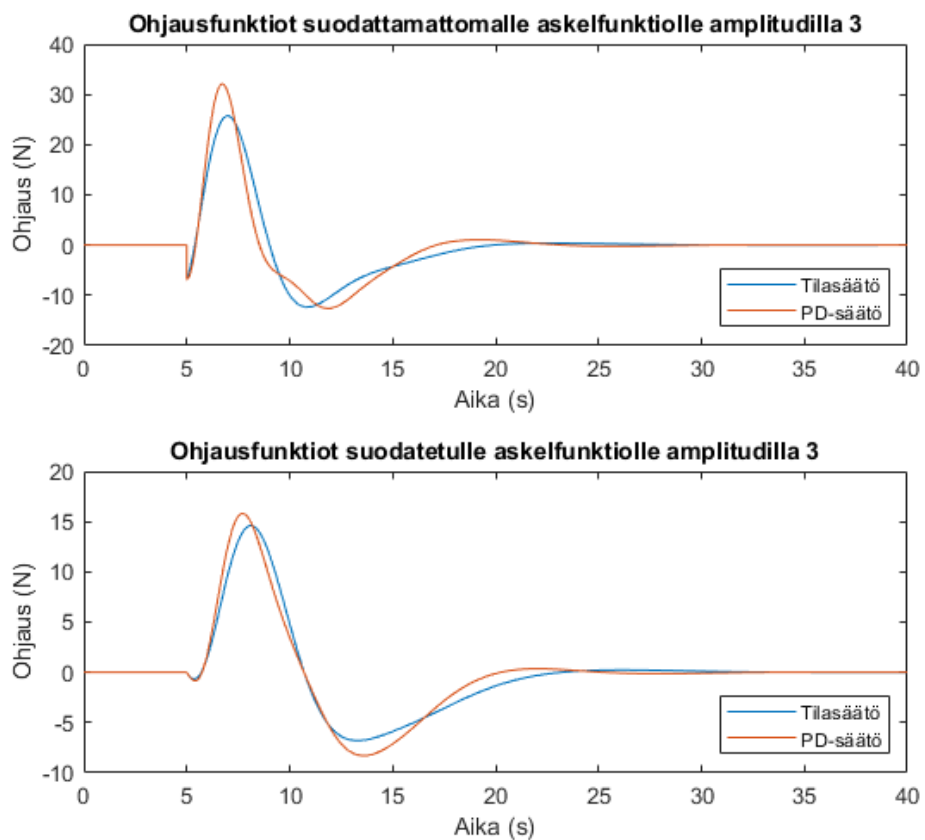


Kuva 5.3. Häiriöimpulssivasteet heilurin kulmalle ja kärryn paikalle.

Vasteet näyttävät jälleen kerran molemmilla säätöjärjestelmillä hyvin samankaltaisilta. Tilasäädetty järjestelmä reagoi häiriöön hieman PD-säädettyä järjestelmää vaimeammin, mikä nähdään siitä, että kulman häiriövasteen maksimiampplitudi on tilasäädöllä hieman suurempi. Tilasäätö toisaalta värähtelee pienemmällä amplitudilla kuin PD-säätö, ja suppenee nolliin pari sekuntia nopeammin. Paikan vaste taas suppenee nolliin nopeammin PD-säädöllä, ja asetusarvon maksimipoikkeama on pienempi kuin tilasäädetyllä järjestelmällä.

5.3 Ohjausarvot

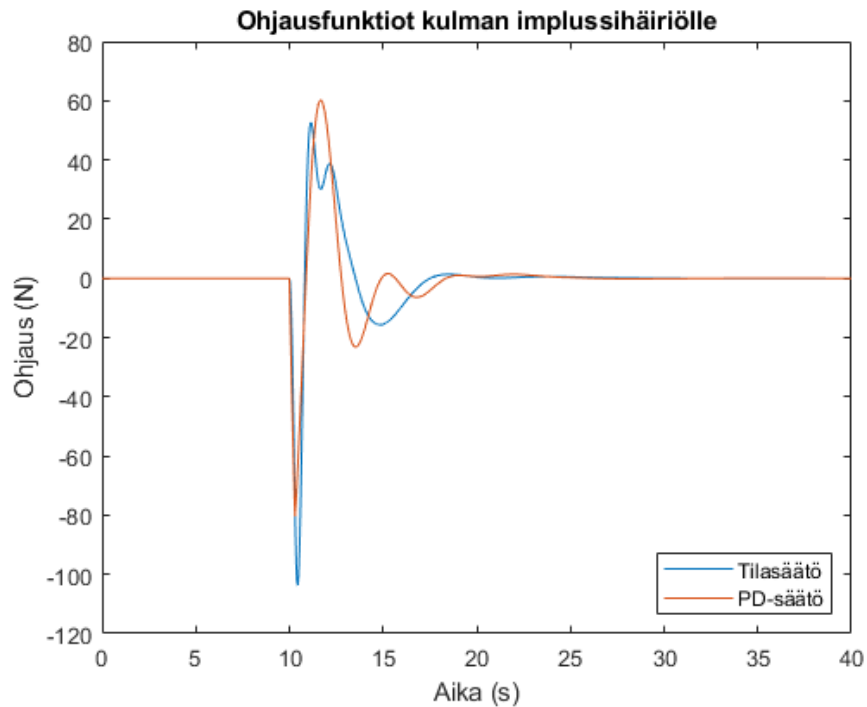
Seuraavaksi vertaillaan kummankin järjestelmän ohjausarvoja. Ohjausarvojen tarkastelu on tärkeää, koska simulaatioissa järjestelmä voidaan suunnitella esimerkiksi hyvin nopeaksi, mikäli ohjausarvojen amplitudien koko ja muutosnopeus sivuutetaan. Reaalisessa tapauksessa ohjausarvot eivät voi saada mitä tahansa arvoja eivätkä ne voi muuttua mielivaltaisen nopeasti, vaan ne ovat rajattu toimilaitteiden fysikaalisten ominaisuuksien perusteella. Liitteissä on nyt kytketty referenssisignaali nolaksi ja häiriösignaali päälle. Seuraavassa kuvassa on esitelty järjestelmien ohjausfunktiot paikan askelreferenssille 3.



Kuva 5.4. Järjestelmien ohjausfunktiot paikan askelreferenssille.

PD-säädetty järjestelmä reagoi hieman ärhäkkäämmin ja nopeammin asetusarvomuu-
toksiin, joka nähdään yllä olevassa kuvassa suurempana ohjausarvona asetusarvomuu-
tostilanteessa. PD-säädetyt järjestelmän ohjausarvot kuitenkin värähtelevät suurem-
malla amplitudilla kuin tilasäädetyt järjestelmän. Ohjausarvojen suurin amplitudi on PD-
säädetyllä järjestelmällä lähes 32 N ja tilasäädetyllä 26 N. Nämä voivat olla liian suuria
ohjausarvoja tällaiselle sovellukselle [8, s. 190]. Asetusarvosuodin vaikuttaa myös oh-

jausarvoihin hidastaen systeemin reagointia, mikä näkyy yllä olevassa kuvassa ohjausarvojen amplitudien pienentymisenä. Alemassa osassa kuvaa on käytetty alipäästösuodinta aikavakiolla 2, jolloin ohjausarvojen huiput ovat pudonneet puoleen. Kuvassa 5.5 on edeltävän luvun impulssihäiriön aikaansaama muutos ohjausarvoissa.

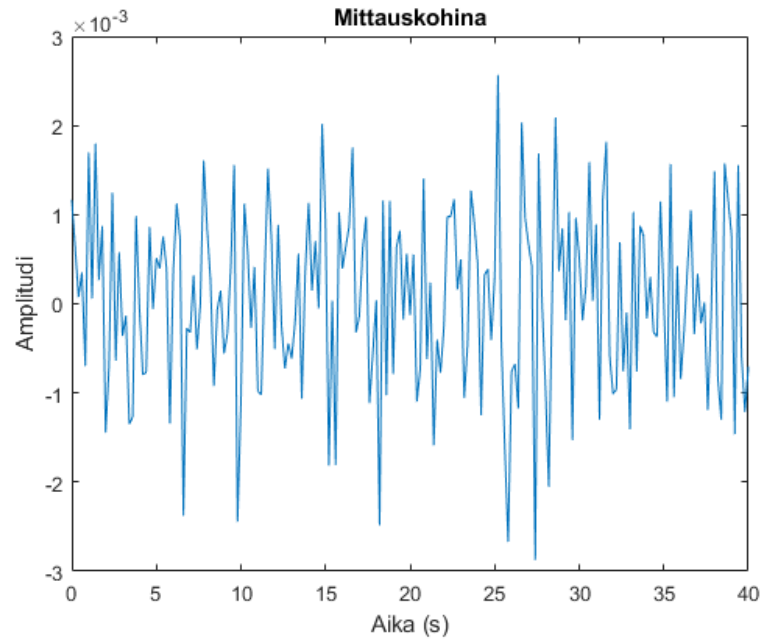


Kuva 5.5. Kulman impulssihäiriön vaikutus ohjausarvoihin.

Kuvan 5.4 ja 5.5 ohjausarvoja vertaamalla huomataan, että jo pieni kulman häiriöimpulssi saa aikaan huomattavasti suuremmat ohjausarvot kuin paikan askelvaste amplitudilla 3. Kuvan 5.5 mukaan tilasäätö reagoi kulman häiriöön huomattavasti suuremmalla voimalla kuin PD-säädetty järjestelmä. Kuvasta 5.3 tämä voidaan havaita suurempana kärryn paikan muutoksena. Molempien järjestelmien ohjausarvojen muutokset ovat hyvin suuria, jolloin niiden reaalin toteuttaminen on käytännössä hankalaa tai mahdotonta.

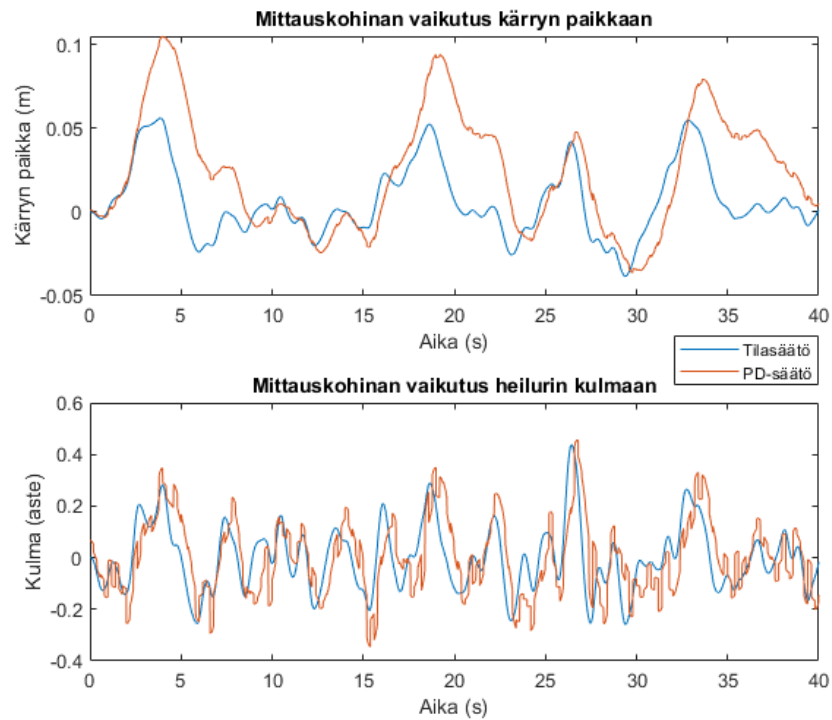
5.4 Mittauskohinan vaikutus

Viimeisessä vertailussa tutkitaan mittauskohinan vaikutusta järjestelmien käyttäytymiseen. Mittauskohinaa on pyritty mallintamaan sellaisena, että se voisi esiintyä reaalisessa mittauslaitteistossa samankaltaisena. Kuvassa 5.6 esitelty mittauskohina summataan molemmissa järjestelmissä sekä paikan että kulman mittauksiin.

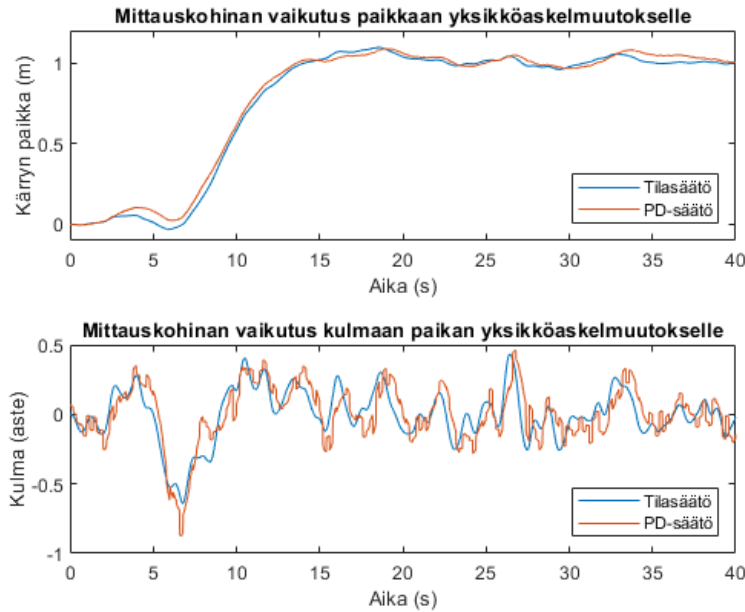


Kuva 5.6. Systemien ulostuloihin summattu kohina.

Seuraavissa kuvissa on esitelty mittauskohinan vaikutusta sekä reguloititilanteessa nol-lareferenssillä, että asetusarvomuutoksessa yksikköaskelfunktiolla. Kuvien 5.7 ja 5.8 ti-lanteissa on kytketty liitteiden mittauskohina päälle, ensimmäisessä referenssisignaali on nolla ja toisessa asetusarvomuutos on yksikköaskelfunktio.



Kuva 5.7. Mittauskohinan vaikutus ulostuloihin.



Kuva 5.8. Mittauskohinan vaikutus ulostuloihin paikan yksikköaskelmuutoksessa.

Varsinkin kuvan 5.7 paikan vasteesta huomataan, että PD-säädetty järjestelmä vahvistaa häiriötä paikan mittaukseen huomattavasti enemmän kuin tilasäädetty järjestelmä. Molemmista kuvan 5.7 vasteista huomataan myös, että tilasäädetyssä järjestelmän vaste värähtelee vähemmän ja suodattaa siten enemmän suuritaajuisia kohinaa. Kulman kohdalla mittauskohina vahvistuminen johtaa suurin piirtein yhtä suuriin amplitudivaihteluihin. Kuvasta 5.8 voidaan tehdä samat johtopäätökset.

Mittauskohina suodattuu paremmin tilasäädetyssä järjestelmässä johtuen tilaestimaattorin kyvystä suodattaa mittauskohinaa. Korkeataajuinen mittauskohina sen sijaan menee osittain läpi PD-säädetyssä järjestelmässä, koska siinä kärryn paikan muutosnopeus ja heilurin kulmanopeus ovat muodostettu ylipäästösuotimilla, jotka käyttävät sisäänmenoina kohinaisia mittaussignaaleita. PD-säätimen D-osa myös vahvistaa mittauskohinaa suurilla taajuuksilla, ja siksi sillä on suuremmat amplitudivaihtelut vasteissa. Mittauskohinan suodatuskyky on siis parempi tilasäädetyllä järjestelmällä.

6. YHTEENVETO

Kääntöheiluri-kärrysysteemi on yksi tasapainosysteemien sovellus, jonka säädöstä tekevät hankalaa sen ominainen epästabiilius yläasennossa sekä järjestelmän epälineaarisuudet. Tässä työssä suunniteltiin kääntöheiluri-kärrysysteemille estimaattoripohjainen tilasäätö, ja tämän pohjalta PD-säädetty järjestelmä sekä vertailtiin näiden kahden säätöjärjestelmän suorituskykyä. Työssä keskityttiin vain systeemin säätöön heilurin ollessa yläasennossa. Järjestelmää ohjattiin kärryyn kohdistuvalla voimalla, ja ulostuloina mitattiin kärryn paikka ja heilurin kulma.

Estimaattoripohjaisen tilasäädön suunnittelun pohjana käytettiin Karl J. Åströmin ja Richard M. Murrayn kirjan *Feedback Systems: An introduction for Scientists and Engineers* sivuja 35–37 ja 188–190. Tilasäätö suunniteltiin napojen asettelumenetelmällä muokaten hieman pohjana käytetyn esimerkin napojen paikkoja. Tilaestimaattori suunniteltiin myös napojen asettelumenetelmällä siten, että mittauskohinan vaimennus on tyydyttävä. Edeltävän tilasäädön tilavahvistusmatriisista saatiin PD-säädetyt järjestelmän P- ja D-osille vahvistusparametrit. PD-säädetyssä järjestelmässä erosuureen muutosnopeuden estimointi toteutettiin ylipäästösuoitimella. Molemmilla piireillä käytettiin joissain simuloinneissa ensimmäisen kertaluokan alipäästösuo-dinta asetusarvosuotimena.

Säätöjärjestelmien vertailu tehtiin MathWorks:n MATLAB & Simulink ohjelmistojen versiolla R2020b. Järjestelmistä vertailtiin kärryn paikan yksikköaskelvasteita sekä asetusarvosuotimella että ilman, impulssihäiriövasteita sekä ohjausarvoja ja mittauskohinan vaimennusta. Taulukossa 6.1 on koostettuna simuloinneista saadut tulokset.

Taulukko 6.1. Säätojärjestelmien simuloitut tulokset.

	Tilasäädetty järjestelmä	PD-säädetty järjestelmä
Askelvasteet	Värähtelee vähemmän.	Hieman pienempi nousuaika. Pienempi prosentuaalinen ylitys. Pienempi 2 % asettumisaika.
Häiriövasteet	Värähtelee pienemmällä amplitudilla. Häiriö suppenee nopeammin pois kulman vasteesta.	Pienempi maksimipoikkeama kulman ja paikan vasteissa. Häiriö suppenee nopeammin pois paikan vasteesta.
Ohjausarvot	Suuremmat ohjausarvot kulman häiriötilanteessa.	Suuremmat ohjausarvot asetusarvomuutoksessa.
Mittauskohinan vaikutus	Vahvistaa vähemmän. Suodattaa paremmin.	Kaikin puolin reagoi huonommin.

Simuloituista tuloksista pyrittiin tunnistamaan eroja säätojärjestelmien välillä, mutta koska säätimien säätölait olivat samoja ja erot muodostuivat vain estimaateista, niin simuloitut vasteet käyttäytyivät hyvin samankaltaisesti ja olivat lähellä toisiaan. Asetusarvomutosten kohdalla voidaan todeta PD-säädön olevan hieman parempi, mikäli tavoitellaan nopeampaa asettumisaikaa. Tilasäädetty järjestelmä poistaa kulman häiriöimpulssin vaikutuksen nopeammin kulman vasteesta ja PD-säädetty järjestelmä paikan vasteesta. Ohjausarvojen suuruudet olivat monessa tapauksessa liian suuria, jolloin reaaliossa tapauksessa jouduttaisiin työn mukaisesti käyttämään asetusarvosuodatusta. Mittauskohinan poistossa tilasäädetty järjestelmä oli kaikin puolin parempi kuin PD-säädetty.

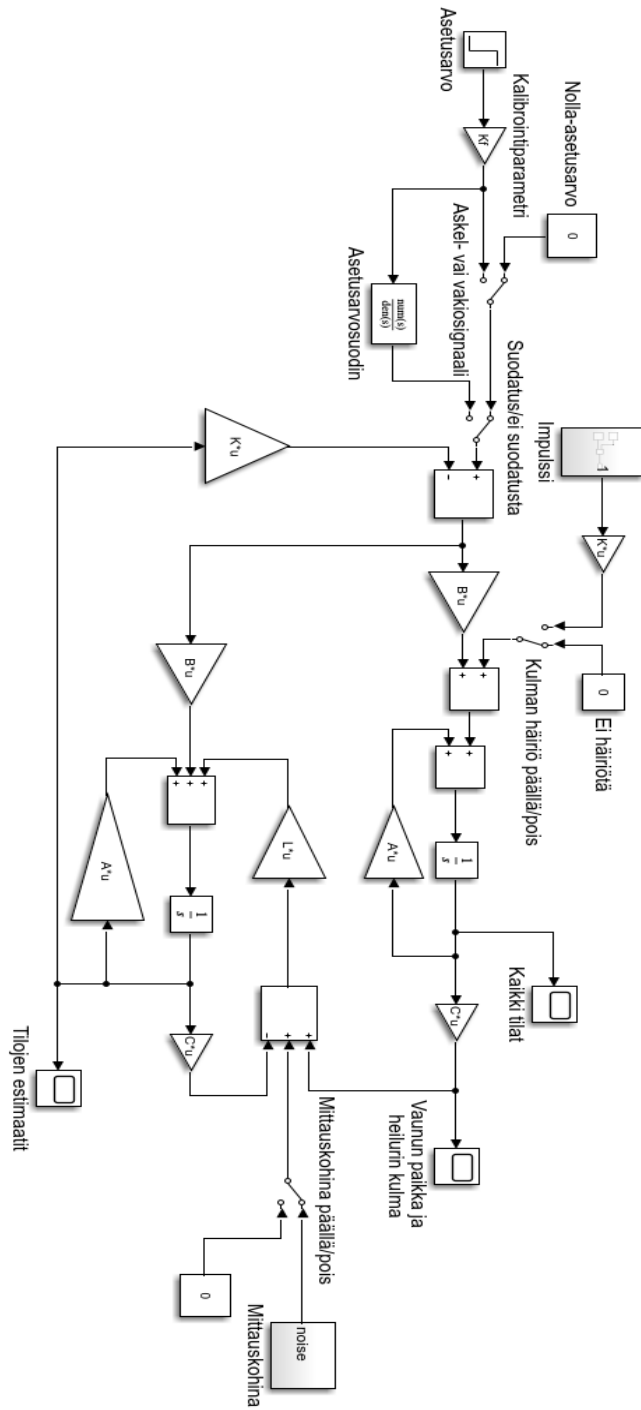
Työssä onnistuttiin muodostamaan simulaattoriympäristössä toimivat säätojärjestelmät ja vertailemaan näitä keskenään. Säätojärjestelmät ovat molemmat kuitenkin rakennettu linearisoidulle prosessimallille, eikä tässä työssä ole otettu kantaa järjestelmän käyttäytymisestä tämän toimintapisteen ulkopuolella, jolloin mallit eivät välttämättä tarkkaan vastaa reaaliossa epälineaarisen järjestelmän toimintaa. Jatkotutkimuskohteena voisi olla muodostettujen säätojärjestelmien implementointi fyysiseen kääntöheilurisovellukseen, josta voitaisiin tutkia säätojärjestelmien toimivuutta reaaliossa laitteistossa.

LÄHTEET

- [1] A. Visioli. Practical PID Control. 1. Aufl. London: Springer Verlag London Limited; 2006.
- [2] C.-T. Chen. Linear system theory and design. 3rd ed. New York: Oxford University Press; 1999.
- [3] G. F. Franklin, J. D. Powell, A. Emami-Naeini. Feedback control of dynamic systems. 6th ed. Upper Saddle River, N.J: Pearson; 2009.
- [4] H. Boursès. Linear systems. London, U.K: ISTE; 2010.
- [5] J. C. Olivier. Linear Systems and Signals: A Primer. Norwood, MA: Artech House; 2018.
- [6] J. L. Hellerstein, Y. Diao , S. Parekh, D. M. Tilbury. Feedback Control of Computing Systems. New York: John Wiley & Sons; 2004.
- [7] J. P. Hespanha. Linear systems theory. Princeton, NJ: Princeton University Press; 2009.
- [8] K. J. Åström, R. M. Murray. Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers. Princeton, NJ: Princeton University Press; 2010.
- [9] K. J. Åström, T. Hägglund. Advanced PID control. Research Triangle Park, NC: ISA; 2006.
- [10] O. Boubaker, R. Iriarte. The Inverted Pendulum in Control Theory and Robotics: From theory to new innovations. Stevenage: The Institution of Engineering and Technology; 2018.
- [11] R. C. Dorf, R. H. Bishop. Modern control systems. Thirteenth edition. Harlow: Pearson; 2017.
- [12] R. L. Williams, D. A. Lawrence. Linear State-Space Control Systems. Hoboken, NY: John Wiley & Sons inc.; 2007.
- [13] S. Tripathi. Modern control systems. 1st edition. Infinity Science Press; 2008.

LIITTEET

Liite A: Simulink, estimaattoripohjainen tilasäädetty järjestelmä



Liite B: Simulink, PD-säädetty järjestelmä

