

Timo Lamminen

# REIKIEN SJOITTELU, VAHVISTAMINEN JA MITOITTAMINEN LIIMAPUUPAL- KISSA

Kandidaatintutkielma  
Rakennetun ympäristön tiedekunta  
Sami Pajunen  
Toukokuu 2021

# TIIVISTELMÄ

Timo Lamminen: Reikien sijoittelu, vahvistaminen ja mitoittaminen liimapuupalkissa  
Kandidaatintyö  
Tampereen yliopisto  
Rakennustekniikka  
Huhtikuu 2021

---

Liimapuinen mahapalkki soveltuu pitkiä jännevälejä vaativiin rakenteisiin. Talotekniikka vaatii oman tilansa ja aina ei reikien tekemiseltä voida välttyä. Suunnitteluohjeet rajoittavat reiän kokoa ja sallittua sijaintia, jotta reikää ei tehdä minne tahansa. Työn tavoitteena on selvittää miten reikä vaikuttaa yksiaukkoisen mahapalkin rasitukseen, sekä minne on suotuisinta sijoittaa reikä ja mitä vaikutuksia reiän muodolla on.

Työ jakaantuu kahteen osaan. Aluksi perehdytään kirjallisuuskatsauksen avulla käsiteltäviin aiheisiin. Alussa selvitetään liimapuun valmistamisprosessi, sekä Suomessa valmistettavan yhdistetyn liimapuun määritelmä ja sen lujuuden muodostuminen eri lujuusosista lamelleista. Lisäksi perehdytään liimapuun lujuusominaisuuksiin ja mitkä tekijät vaikuttavat siihen. Lopussa tutustutaan myös paloteknisiin ominaisuuksiin ja säilyvyyteen. Kolmannessa luvussa esitellään reiättömän mahapalkin taivutus- ja leikkausmitoitus. Neljännen luvun aiheena on reiän muodon, koon ja sijainnin vaikutus rakenteen rasitukseen ja halkeamiin. Esitellään myös palkin mitoitus reiän kohdalta. Lopussa selvitetään reiän vahvistamistavat ja perehdytään tarkemmin sisäisen vahvistuksen mitoittamiseen.

Tutkimuksen toisessa osassa tehdään esimerkkilaskelmat mitoitukselle ja vahvistamiselle esitetyn teorian perusteella. Laskelmat tehdään ensin mahapalkille ilman reikää ja tämän jälkeen sijoitetaan samaan palkkiin reikä ja tehdään uudet laskelmat. Lisäksi tehdään kuvaajat samalle palkille reiän sijainnin vaikutuksesta sen taivutus- ja leikkausjännitykselle, sekä poikittaiselle vetojännitykselle, reiän ollessa suurin mahdollinen. Kuvaajien tuloksia vertaillaan esimerkkilaskelmaan.

Työn tuloksissa nähdään, miten rasitukset käyttäytyvät palkin eri kohdissa. Palkin keskikohta on esimerkkilaskelmissa esitellyn palkin tilanteessa suotuisin kohta sijoittaa reikä. Ohjeissa esitettyjen vaatimusten mukaan suurinta mahdollista reikää tehtäessä, on neliömäinen paras vaihtoehto, koska korkeutta rajoitetaan enemmän. Mikäli reiän koko olisi vakio, suotuisin tilanne saavutettaisiin pyöreällä reiällä, koska jännityshuiput eivät sijoittaudu reiän yläreunaan, kuten neliömäisellä.

Avainsanat: Reikä, rasitukset, sijoittelu, mitoittaminen, vahvistaminen, mahapalkki

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck –ohjelmalla.

# ALKUSANAT

Tämä kandidaatintyö on tehty Tampereen yliopistossa keväällä 2021. Haluan kiittää A-Insinöörit suunnittelu Oy:tä aiheen antamisesta sekä ohjaajaani Henri Salosta tuesta ja kannustamisesta työn aikana.

Tampereella, 18.4.2021

Timo Lamminen

# SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO .....	1
2. YLEISTÄ LIIMAPUUSTA .....	2
2.1 Liimapuun valmistus.....	2
2.2 Yhdistetty liimapuu.....	4
2.3 Liimapuun lujuusominaisuudet .....	5
2.4 Liimapuun palotekniset ominaisuudet ja säilyvyys.....	6
3. REIÄTTÖMÄN MAHAPALKIN MITOITUS.....	7
3.1 Taivutuskestävyys.....	7
3.2 Leikkauskestävyys .....	8
4. REIÄN VAIKUTUS MAHAPALKKIIN .....	9
4.1 Reiän muodon ja koon vaikutus .....	9
4.2 Reikien sijoittaminen .....	9
4.3 Reiän vaikutus palkin sisäisiin rasituksiin ja halkeamiin.....	10
4.4 Palkin kestävyysmitoitus reiän kohdalla .....	11
5. REIÄLLISEN MAHAPALKIN VAHVISTAMINEN.....	13
5.1 Vahvistamistavat.....	13
5.2 Sisäisen vahvistamisen mitoitus.....	13
6. ESIMERKKILASKELMA.....	16
6.1 Lähtötiedot.....	16
6.2 Reiättömän ja reiällisen mahapalkin mitoitukset .....	17
7. REIÄN KOON JA SIJAINNIN VAIKUTUS PALKIN RASITUKSIIN .....	18
7.1 Lähtötiedot.....	18
7.2 Taivutusjännitykset reiättömässä, neliö- ja pyöreäreikäisessä mahapalkissa.....	18
7.3 Leikkausjännitykset reiättömässä, neliö- ja pyöreäreikäisessä mahapalkissa.....	19
7.4 Poikittainen vetovoima ja -jännitys neliö- ja pyöreäreikäisessä mahapalkissa.....	20
8. YHTEENVETO.....	22
LÄHTEET .....	24
LIITE A: REIÄTTÖMÄN MAHAPALKIN MITOITUS .....	25
LIITE B: REIÄLLISEN MAHAPALKIN MITOITUS .....	27
LIITE C: PYÖREÄREIKÄISEN PALKIN TAULUKOIDUT ARVOT.....	31
LIITE D: NELIÖREIKÄISEN PALKIN TAULUKOIDUT ARVOT .....	32

# 1. JOHDANTO

Ekologisuus näkyy rakentamisessa yhä enemmän ja yhä useampi haluaa valita ympäristöystävällisemmän ratkaisun myös kerrostaloasumisessa. Liimapuu on hyvä rakennusmateriaali, kun vaaditaan pitkiä jännevälejä ja kestävyyttä, joten se soveltuu niin kerrostaloihin, kuin hallimaisiin rakennuksiin. Talotekniikka on olennainen osa toimivaa rakennusta, joten rei'iltä ei aina voida välttyä. Reikää ei voida sijoittaa palkissa minne tahansa, jotta rakenteen kestävyys säilyy vaaditulla tasolla.

Liimapuupalkissa olevan reiän ympäristön rasitusten käyttäytymisestä on tehty tutkimusta niin Suomessa kuin kansainvälisestikin. Tärkeimpänä suunnitteluohjeena palkkien rei'ille Suomessa toimii Suomen Rakennusinsinöörien Liiton RIL ry:n julkaiseman RIL 205-1-2017 (2017) Puurakenteiden suunnitteluohjeen luku 6.7S. Ohje perustuu Eurokoodi 5:n Saksan kansallisen liitteen DIN EN 1995-1-1/NA mitoitusmenetelmään. Reiän sijainnin vaikutuksesta palkin rasitusten jakautumiseen ei ole tehty tutkimusta.

Tässä kandidaatintyössä selvitetään kirjallisuuskatsauksen kautta, miten reiän sijainti, koko ja muoto vaikuttavat liimapuisen mahapalkin rasituksiin. Rasitukset määrittävät, millaista vahvistusta tarvitaan, joten lisäksi selvitetään, miten se voidaan toteuttaa ja mitä vaatimuksia sillä on. Työssä käsitellään yksiaukkoista tasaisesti kuormitettua liimapuista mahapalkkia. Reiät ovat pyöreitä tai neliömäisiä ja vahvistuksena käytetään sisäistä vahvistusta täyskierteisellä puuruuvilla. Tutkimuksessa ei huomioida palotilanteen, kiepahduksen ja tukipaineen vaikutusta rakenteen kestävyuteen. Työn tuloksena selvitetään, mikä on suotuisin sijainti ja muoto reiälle.

Toisessa luvussa perehdytään liimapuun valmistusmenetelmään sekä esitellään sen tärkeimpiä ominaisuuksia. Kolmannessa luvussa käsitellään reiättömän mahapalkin mitoitusleikkaukselle ja taivutukselle. Neljännessä luvussa käsitellään reiän muodon, koon ja sijainnin vaikutusta mahapalkkiin ja sen sisäisiin rasituksiin, sekä esitellään, miten reiällinen palkki mitoitetaan. Viidennessä luvussa esitellään erilaisia vahvistamistapoja ja perehdytään sisäisen vahvistuksen mitoittamiseen. Kuudennessa luvussa tehdään esimerkkilaskelma reiättömän palkin ja reiällisen palkin mitoituksille. Seitsemännessä luvussa esitellään tulokset esiteltyjen kaavojen perusteella, siitä miten reiän koko ja sijainti vaikuttavat palkin rasituksiin ja pohditaan tuloksien luotettavuutta. Lopuksi tehdään yhteenveto, missä käsitellään saavutettuja tuloksia.

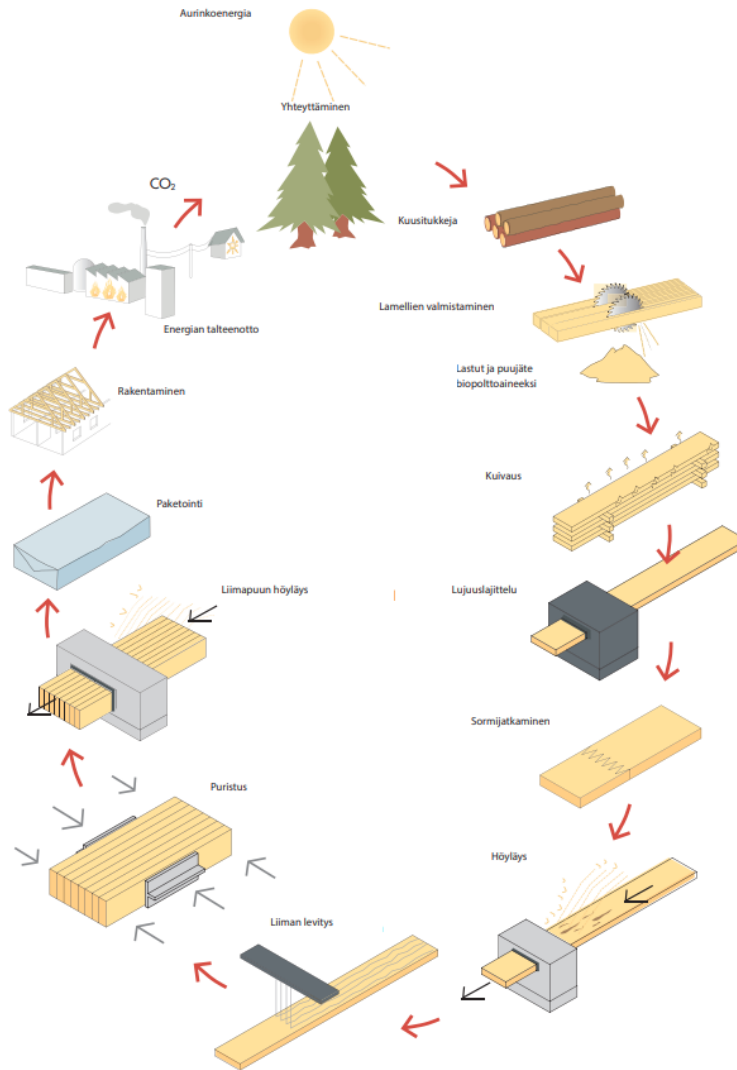
## 2. YLEISTÄ LIIMAPUUSTA

Uusiutuvana rakennusaineena puu on energiatehokas ja ympäristöystävällinen, luja rakennusmateriaali, jonka parhaimpia ominaisuuksia liimapuussa hyödynnetään tehokkaasti. Eurooppalaisen standardin EN 14080 (2013, s.15) mukaan liimapuu koostuu vähintään kahdesta yhdensuuntaisesta 6–45 mm paksusta lamellista.

### 2.1 Liimapuun valmistus

Kuivattu ja lujuuslajiteltu kuusisahatavara on liimapuun pääraaka-aine, joka tulee tavallisesti suoraan sahalaitokselta tehtaalle. Paineekyllästettyä mäntyä käytetään, kun lopullinen tuote joutuu kosteisiin olosuhteisiin, mutta joskus voidaan myös käyttää lehtikuusta. Liimausvaiheessa lamellien kosteuden täytyy olla 6 - 15 %, eikä vierekkäisten lamellien kosteussuhteiden välinen erotus saa ylittää 5 %:a. Tällä tavoin varmistutaan parhaasta mahdollisesta liimasauman lujuudesta ja asianmukaisesta kosteussuhteesta sekä ehkäistään haitallinen halkeilu ja pienennetään vääntymisriskiä. Puulle ominaista on halkeilu, mutta tavallisesti sillä ei ole epäsuotuisaa vaikutusta rakenteen kestävyYTEEN. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 1 s. 7)

Yksittäiset kuivatut lamellit sormijatketaan pitkiksi lamelleiksi, jotka lopulta katkotaan vaadittuun pituuteen. Liimapuu voidaan muodostaa homogeeniseksi kokoamalla saman lujuusluokan lamellit päällekkäin tai yhdistetyksi liimapuuksi asettamalla uloimmiksi lamelleiksi suuremman lujuusluokan lamellit. Lamellit asetetaan vierekkäin siten, että sydänpuolet ovat aina samaan suuntaan, mutta uloimpana olevat lamellit asetetaan sydänpuoli ulospäin. Lamellien pinnalle levitetään liima, joka täyttää lujuusvaatimukset. Tämän jälkeen lamellit puristetaan hallituissa olosuhteissa haluttuun muotoon. Liiman kovettua rakennusosat höylätään ja viimeistellään vaadittuun laatuluokkaan. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 1 s. 7-8)



**Kuva 1:** Liimapuun elinkaari (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2014, s. 16)

Kuvassa 1 on esitetty liimapuun elinkaari aina metsässä olevasta havupuusta takaisin hiilidioksidiksi, jota puut sitovat yhteyttämällä. Prosessi on hyvin valvottua, jotta säilytetään hyvä laatu. Elinkaariajattelu on keskeinen lähtökohta liimapuumateriaaleilla, jotta ympäristövaikutukset olisivat mahdollisimman pienet. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2014, s. 15)

Liimapuun poikkileikkaus on useimmiten suorakulmion muotoinen, mutta muutkin muodot ovat mahdollisia. Poikkileikkauksen leveyttä rajoittaa saatavilla olevan sahatavaran leveys, joka on yleensä 225 mm tai joskus jopa 275 mm. Sahatavara höylätään, minkä jälkeen mitat pienenevät 10 mm:llä. Korkeutta rajoittavat höyläyskaluston mitat, jolloin suurin mahdollinen korkeus on noin 2 m. Korkeampiakin palkkeja on mahdollista tuottaa, esimerkiksi harjapalkkia valmistaessa liimaamalla harjaosan vasta myöhemmin. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2014, s. 21)

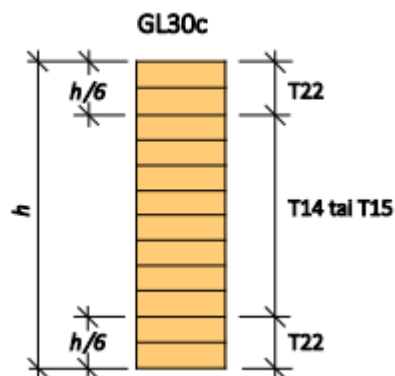
**Taulukko 1:** Liimapuun varastokoot Suomessa (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 1 s. 17)

		KORKEUS												
		90	115	140	180	225	270	315	360	405	450	495	540	585
LEVEYS	90	x				x	x	x	x	x				
	115		x			x	x	x	x	x	x	x		
	140			x			x	x	x	x				
	165								x		x			
	190													
	215													
	240													

Taulukkoon 1 on koottu varastossa saatavilla olevien liimapuupalkkien mitat. Varastointipituus on yleensä 12 m logistisista syistä.

## 2.2 Yhdistetty liimapuu

Yhdistetyllä liimapuulla tarkoitetaan liimapuuta, jossa ulkolamellit ovat lujuusominaisuuksiltaan parempia, kuin sisälamellit. Alla olevan kuvan 2 mukaisesti yhdistettyä liimapuuta valmistettaessa lujuusluokkaan GL30c on huomioitava, että lujempia ulkolamelleja on oltava poikkileikkauksessa vähintään 17 % molemmin puolin. Yhdistetyn liimapuun lujuusluokan merkinnässä oleva kirjain c tulee englannin kielen sanasta combined. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2014, s. 22–23)



**Kuva 2:** Yhdistetty liimapuu lujuusluokassa GL30c (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 1 s. 7)

Lujuusluokkia voidaan muodostaa yhdistämällä eri lujuuksisia lamelleja. Taulukossa 2 esitetään eurooppalaisen standardin EN 14080 (2013) mukaan eri kerrosten lamellien lujuusvaatimukset ja osuudet korkeudesta liimapuun eri lujuusluokille.



**Taulukko 2:** Lamellien lujuusluokat ja osuus poikkileikkauksesta sekä sormijatkosten taivutuslujuuden vähimmäisarvot eri lujuusluokilla (SFS-EN 14080 2013, s. 23)

Liimapuu Lujuus- luokka	Ulkolamellit			Välikerroslamellit			Sisälamellit		
	Lujuus- luokka	Osuus [%]	$f_{m,j,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Lujuus- luokka	Osuus [%]	$f_{m,j,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Lujuus- luokka <sup>a)</sup>	Osuus [%]	$f_{m,j,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
GL 20c	T13	2×33	21	-	-	-	T8	34	18
GL 22c	T13	2×33	26	-	-	-	T8	34	18
GL 24c	T14	2×33	31	-	-	-	T9	34	19
GL 26c	T16	2×33	34	-	-	-	T11	34	22
GL 28c	T18	2×25	37	-	-	-	T14	50	28
GL 28c	T21	2×17	36	-	-	-	T14	66	26
GL 28c	T21	2×17	38	-	-	-	T13	66	25
GL 28c	T21	2×25	35	-	-	-	T11	50	22
GL 28c	T21	2×20	35	T14	2×20	28	T11	20	22
GL 28c	T22	2×20	35	-	-	-	T13	60	25
GL 30c	T22	2×17	40	-	-	-	T15	66	27
GL 30c	T22	2×17	41	-	-	-	T14	66	28
GL 30c	T22	2×20	40	T14	2×20	30	T11	20	22
GL 30c	T22	2×17	42	T14	2×23	31	T11	20	22
GL 32c	T24	2×17	44	-	-	-	T18	66	31
GL 32c	T26	2×17	45	-	-	-	T14	66	26
GL 32c	T26	2×10	48	T18	2×20	32	T11	40	22

Välikerroslamellit ovat ulkolamellien ja sisälamellien välissä. T-lujuusluokassa lujuus määritellään ominaisvetolujuudesta syysuuntaan (SFS-EN 14080:2013). Sahatavaran lujuuslajittelu tehdään sen sijaan taivutuskestävyyden mukaan. Sahatavaran ja lujuuslajittelun liimapuun vertailua ei tämän takia voi tehdä suoraan lukuarvojen mukaan. Tästä syystä täytyy vertailla molempien lujuusluokkien ominaisvetolujuuksia, jolloin C24-luokka vastaa T14-luokkaa. Suoraan tällaista vertailua ei liimapuutehtaalla tehdä, vaan siellä lujuuslajitellaan sahatavara, jolloin voidaan tarkemmin määrittää lamellien T-luokka.

## 2.3 Liimapuun lujuusominaisuudet

Puu on ortotrooppinen materiaali, eli sen ominaislujuudet ovat jännityksen vaikutussuunnasta riippuvia. Liimapuu on lamellivaikutuksen takia merkittävästi lujempaa kuin tavallinen sahatavara. Sahatavarassa lujuus määräytyy heikomman poikkileikkauksen kohdalta: tavallisesti kohta, missä on suuri oksa, sormijatkos tai syyhäiriö. Lamellivaikutuksella tarkoitetaan sitä, että on epätodennäköistä, että lamellien heikoimmat kohdat osuvat täsmälleen samaan kohtaan, joten lujuus on tasaisempi koko pituudella. Tästä syystä liimapuun tärkein ominaisuus on sen lujuus suhteessa painoon. Liimapuusta saadaan pitkiäkin jännevälejä pienillä poikkileikkauksilla. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2014 s. 22)

**Taulukko 3:** Yhdistetyn liimapuun lujuusluokat, yksiköt N/mm<sup>2</sup> ja kg/m<sup>3</sup> (SFS-EN 14080 2013, s. 24)

Ominaisuus <sup>a)</sup>	Merkintä	Liimapuun lujuusluokka						
		GL 20c	GL 22c	GL 24c	GL 26c	GL 28c	GL 30c	GL 32c
Taivutuslujuus	$f_{m,g,k}$	20	22	24	26	28	30	32
Vetolujuus	$f_{t,0,g,k}$	15	16	17	19	19,5	19,5	19,5
	$f_{t,90,g,k}$	0,5						
Puristuslujuus	$f_{c,0,g,k}$	18,5	20	21,5	23,5	24	24,5	24,5
	$f_{c,90,g,k}$	2,5						
Leikkauslujuus (leikkaus ja vääntö)	$f_{v,g,k}$	3,5						
Poikittainen leikkauslujuus	$f_{r,g,k}$	1,2						
Kimmokerroin	$E_{0,g,mean}$	10 400	10 400	11 000	12 000	12 500	13 000	13 500
	$E_{0,g,05}$	8 600	8 600	9 100	10 000	10 400	10 800	11 200
	$E_{90,g,mean}$	300						
	$E_{90,g,05}$	250						
Liukkerroin	$G_{g,mean}$	650						
	$G_{g,05}$	540						
Poikittainen liukkerroin	$G_{r,g,mean}$	65						
	$G_{r,g,05}$	54						
Tiheys <sup>b)</sup>	$\rho_{g,k}$	355	355	365	385	390	390	400
	$\rho_{g,mean}$	390	390	400	420	420	430	440

<sup>a)</sup> Tässä taulukossa esitetyt ominaisuudet on laskettu kohdan 5.1.5 mukaisesti taulukossa 2 esitettyjen lamelliasettelujen perusteella. Jos tietyn lujuusluokan eri lamelliasettelulla saadaan erilaisia ominaisarvoja, tässä esitetään pienin arvo.

<sup>b)</sup> Laskettu eri lamellivyöhykkeiden tiheyksien painotettuna keskiarvona, katso kohta 5.1.5.3, viides kappale.

Standardissa SFS-EN 14080 (2013) on esitetty eri liimapuun lujuusluokille ominaislujuudet ja -arvot taulukon 3 mukaisesti. Taulukossa on huomioitu syiden suuntaiset ja niitä vastaan kohtisuorat lujuudet.

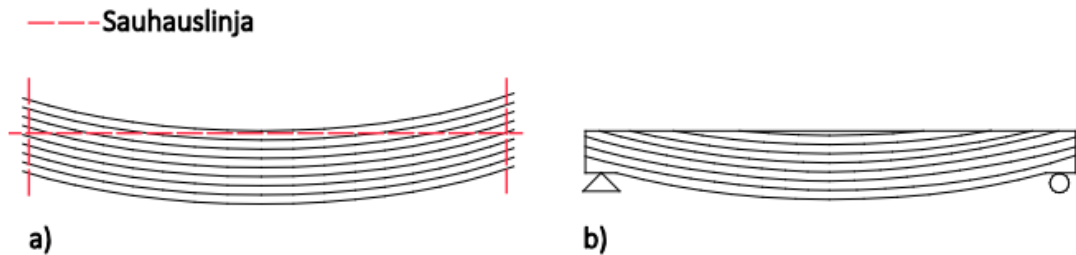
## 2.4 Liimapuun palotekniset ominaisuudet ja säilyvyys

Lujuusominaisuudet eivät ole liimapuun ainoat hyvät ominaisuudet, sillä se on myös palonkestävää, koska syttyminen tapahtuu hitaasti ja se myös palaa hitaasti: hiiltymisnopeus on tavallisesti 0,6–1,0 mm/min. Palamisen aikana pinnalle muodostuva hiiltynyt kerros suojaa sen sisäosia ja auttaa säilyttämään kantokykynsä. Pintakäsittelyllä ja suojaerhousella voidaan vielä parantaa palonkestävyyttä. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2014, s. 24)

Oikein käytettynä ja hyvin suunniteltuna liimapuu on orgaanisena tuotteena hyvin kestävä ja pitkäikäinen materiaali. Tärkeintä on pitää puu kuivana tai mahdollistaa hyvät kuivumismahdollisuudet, jotta puu ei pääse lahoamaan. Kestävyyttä voidaan myös parantaa pintakäsittelyllä tai käyttämällä painekyllästettyjä lamelleja. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2014 s. 24)

### 3. REIÄTTÖMÄN MAHAPALKIN MITOITUS

Mahapalkilla tarkoitetaan harjapalkkia, joka on käännetty. Siinä alareuna on kaarevan muotoinen ja lamellit jatkuvia, mutta yläreunan lamellit ovat vinoon sahattuja, jolloin vältytään syitä vastaan kohtisuorilta vetojännityksiltä. (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 7 s. 4)



**Kuva 3:** Mahapalkki ennen ja jälkeen sahausta (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 7 s. 4)

Kuva 3 havainnollistaa mahapalkin valmistusprosessia, missä a) on palkki ennen sahausta ja b) sahauksen jälkeen. Tässä luvussa tarkastellaan mahapalkin mitoitusta.

#### 3.1 Taivutuskestävyys

Mahapalkissa poikkileikkauksen korkeus ei ole vakio, mikä vaikuttaa oleellisesti taivutusjännityksiin. Mitoittavan taivutusjännityksen arvo lasketaan kaavalla (3.1)

$$\sigma_{m,d} = \frac{6 M_t}{bh^2}, \quad (3.1)$$

missä  $M_t$  on taivutusmomentti tarkasteltavassa kohdassa,  $b$  on leveys ja  $h$  on poikkileikkauksen korkeus tarkastelukohdassa. (RIL 205-1-2017 s. 92)

Kohta, missä poikkileikkauksen korkeus on suurin, ei tule koskaan mitoittavaksi tasaisesti kuormitetulla, vapaasti tuetulla mahapalkilla. Rasitetuin kohta voidaan määrittää laskemalla taivutusjännityksen maksimiarvo kaavalla (3.1) palkin jokaisessa poikkileikkauksessa. Erityisesti käsinlaskennassa tämä on työläs, jolloin rasitetuin kohta voidaan määrittää analyyttisesti kaavalla (3.2) (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 7 s. 6)

$$x_0 = \frac{h_0}{2 \cdot h_{ap}} \cdot l. \quad (3.2)$$

missä  $h_0$  on palkin korkeus tuella,  $h_{ap}$  on palkin korkeus harjalla ja  $l$  on palkin jänneväli.

Taivutusjännityksen tulee toteuttaa kaavan (3.3) ehto

$$\sigma_{m,d} \leq k_{m,\alpha} f_{m,d}, \quad (3.3)$$

missä  $k_{m,\alpha}$  on kerroin kaavan (3.4) mukaan ja  $f_{m,d}$  on taivutuslujuuden mitoitusarvo.

Kertoimen  $k_{m,\alpha}$  arvo on

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5f_{v,d}} \tan \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \tan^2 \alpha\right)^2}}, \quad (3.4)$$

missä  $f_{m,d}$  on taivutuslujuuden mitoitusarvo,  $f_{v,d}$  on leikkauslujuuden mitoitusarvo,  $f_{c,90,d}$  on poikkittaisen puristuslujuuden mitoitusarvo ja  $\alpha$  on viistetyt reunan ja syysuunnan välinen kulma. (RIL 205-1-2017, s. 92)

Lisäksi mahapalkin taivutetun osan on toteutettava kaavan (3.5) ehto

$$\sigma_{m,d} \leq k_r f_{m,d}, \quad (3.5)$$

missä kerroin  $k_r$  ottaa huomioon valmistuksen aikana tapahtuvan lamellin taivutuksesta johtuvan lujuuden pienennyksen (RIL 205-1-2017, s. 92).

Kertoimen  $k_r$  arvo lasketaan kaavalla (3.6)

$$k_r = \begin{cases} 1 & \text{kun } \frac{r_{in}}{t} \geq 240 \\ 0,76 + 0,001 \cdot \frac{r_{in}}{t} & \text{kun } \frac{r_{in}}{t} < 240 \end{cases} \quad (3.6)$$

missä  $r_{in}$  on sisäpuolinen kaarevuussäde ja  $t$  on lamellin paksuus (RIL 205-1-2017, s. 92).

## 3.2 Leikkauskestävyys

Tukien lähellä täytyy tarkastella palkin leikkauskestävyys. Leikkauskestävyyden tulee toteuttaa kaavan (3.7) ehto (RIL 205-1-2017, s. 74)

$$\tau_d \leq f_{v,d}, \quad (3.7)$$

missä  $\tau_d$  on mitoitusarvo leikkausjännitykselle ja  $f_{v,d}$  on leikkauslujuuden mitoitusarvo.

Tasaisella kuormalla mitoittavana leikkausvoimana käytetään sitä voimaa, mikä on tuen kohdalla olevan poikkileikkauksen korkeuden päässä tuen reunalta (RIL 205-1-2017 s. 76) Koska poikkileikkaus on neliö, voidaan soveltaa leikkausjännityksen laskentaan kaavaa (Porteous & Kermani 2007, s. 116) (3.8)

$$\tau_d = \frac{3 V_{d,mit}}{2 A}, \quad (3.8)$$

missä  $V_{d,mit}$  on mitoittava leikkausvoima ja  $A$  on poikkileikkauksen pinta-ala mitoittavassa kohdassa.

## 4. REIÄN VAIKUTUS MAHAPALKKIIN

Reikien vaikutuksesta liimapuupalkkiin on tehty varsin vähän tutkimusta Suomessa. Suomessa reiityksen ohjeena käytetään RIL 205-1-2017 Puurakenteiden suunnitteluohjeen sivun 94 lukua: Palkkien reiät. Ohje perustuu saksan kansalliseen liitteeseen DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08. RIL 205-1-2017 perustuu Eurooppalaiseen standardiin EN 1995-1-1.

### 4.1 Reiän muodon ja koon vaikutus

Pyöreitä reikiä tulisi käyttää neliömäisten tai suorakulmaisten reikien sijaan. Mikäli pyöreää reikää ei voida käyttää, tulee suorakulmaisessa reiässä reunojen olla pyöristetty vähintään 15 mm kaarevuussäteellä. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a luku, 5 s. 7)

Reiän koko vaikuttaa merkittävästi sen ympärillä vaikuttaviin rasituksiin. Suurempi reikä aiheuttaa suuremmat poikittaiset vetovoimat. Poikkileikkausta reiän kohdalla voidaan tarkastella myös pienennettynä poikkileikkauksena, kun pyöreän reiän halkaisija  $d$  on pienempi kuin 30 mm ja keskikohdan etäisyys palkin reunasta vähintään  $3d$ . Reiän keskikohdan etäisyys palkin päästä on oltava vähintään  $5d$  ja useampia reikiä tehtäessä keskikohtien välin on oltava vähintään  $5d$  syysuunnassa ja  $3d$  kohtisuorassa suunnassa syitä vastaan. (RIL 205-1-2017, s. 95)

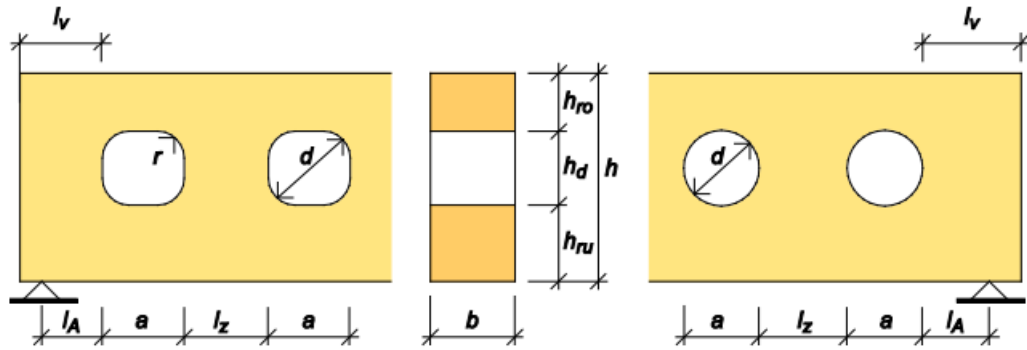
### 4.2 Reikien sijoittaminen

Reikä tulisi sijoittaa neutraaliakselin lähetyville, erityisesti taivutusmomentin vallitsevilla alueilla (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 7). Taulukossa 4 on ohjeet reikien kokoa ja sijoittelua varten.

**Taulukko 4:** Pyöreän ja neliömäisen reiän sijoittelua ja kokoa koskevat säännöt (RIL 205-1-2017 s. 94)

$l_v \geq h$	$l_z \geq 1,5h,$ kuitenkin $\geq 300mm$	$l_A \geq \frac{h}{2}$	$h_{ro} \geq 0,35h$ $h_{ru} \geq 0,35h$	$a \leq 0,4h$	$h_d \leq 0,15h$ pyöreillä $\emptyset d \leq 0,3h$
--------------	--	------------------------	--	---------------	---

Yllä olevassa taulukossa olevia suureita käytetään mitoittamisessa. Kuvassa 4 on selitetty taulukon suureet.

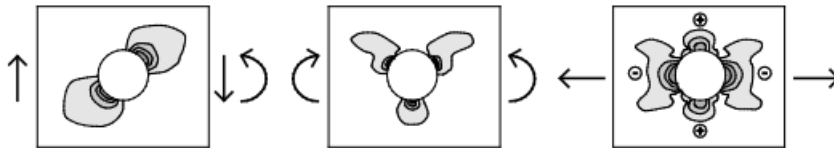


**Kuva 4:** Taulukon 4 suureiden selitykset. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 7)

Reikää sijoittaessa tulee varmistaa, että kuvan 4 mukaiset suureet täyttävät taulukon 4 ehdot. Reiän läpäistäessä nämä vaatimukset, voidaan edetä kestävyysmitoitukseen.

### 4.3 Reiän vaikutus palkin sisäisiin rasituksiin ja halkeamiin

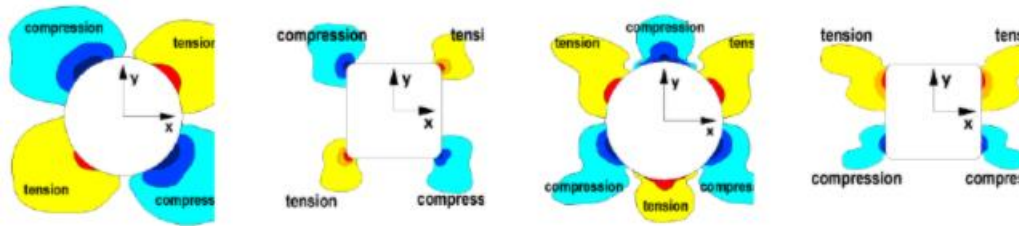
Palkin poikkileikkaus muuttuu reiän kohdalla, mikä vaikuttaa merkittävästi jännitysten käyttäytymiseen rakenteessa. Erityisesti suuria syitä vastaan kohtisuoria veto- ja leikkausjännityksiä syntyy reiän läheisyyteen. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 6)



**Kuva 5:** Syitä vastaan kohtisuorat rasitukset reikien lähettyvillä (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 6)

Yllä olevaan kuvaan 5 on havainnollistettu, miten syitä vastaan kohtisuorat vetojännitykset jakaantuvat pyöreän reiän ympärillä. Vasemmanpuoleisessa kuvassa leikkausjännitys on vallitseva, keskellä on puhdasta taivutusjännitystä ja oikealla on aksiaalisesti rasitettu.

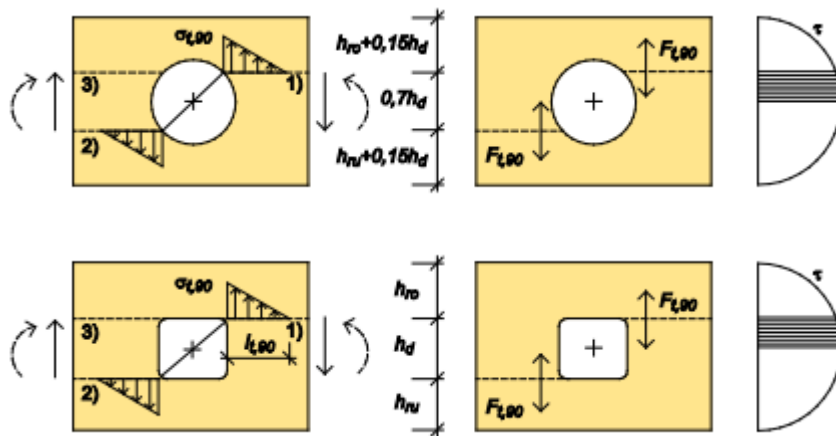
Varevac et al. (2014, s. 24) esittävät omassa tutkimuksessaan myös jännitysten käyttäytymistä reiän lähettyvillä. Tulokset ovat verrattavissa Liimapuukäsikirjaan ja vastaavat pyöreiden reikien ympärillä vaikuttavia jännityksiä. Kuva 6 on ote heidän tutkimusraportistansa.



**Kuva 6:** Syitä vastaan kohtisuorat rasitukset pyöreiden ja neliön muotoisten reikien ympärillä (Varevac et al. 2014, s. 24)

Kuvan 6 kahdessa vasemmanpuoleisessa reiässä vaikuttaa leikkaus- ja taivutusjännitys. Kahdessa oikeanpuoleisessa reiässä vaikuttaa puhdas taivutusjännitys. Neliömäisillä ja pyöreillä rei'illä vaativimmat alueet ovat samoilla alueilla riippuen rasitustavasta.

Reiän ympärille muodostuvat syitä vastaan kohtisuorat vetojännitykset aiheuttavat halkeamia reiän ympärille. Alla olevassa kuvassa havainnollistetaan näiden halkeamien muodostumista pyöreällä ja neliömäisellä reiällä.



**Kuva 7:** Halkeamien muodostuminen neliömäisten ja pyöreiden reikien ympärille. Tasot 1) ja 2) ovat hallitsevan leikkausvoiman alueella ja tasot 1) ja 3) positiivisen taivutusmomentin alueella. (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 8)

Kuvassa 7 katkoviivat esittävät halkeamia, jotka muodostuvat eri rasitustilanteissa. Kuvassa on myös esitetty syitä vastaan kohtisuoran vetojännityksen jakautuminen, jonka oletetaan olevan kolmiomainen (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 8). Poikittaisen vetovoiman laskenta esitetään luvussa 4.4 RIL 205-1-2017 mukaan.

#### 4.4 Palkin kestävyysmitoitus reiän kohdalla

Koska puun poikittaisvetokestävyys on pieni, niin reikien kohdalla vaikuttava syitä vastaan kohtisuora vetojännitys on mitoittavin tekijä rakenteessa. Reiän kohdalla syitä vastaan kohtisuoran vetojännityksen tulee toteuttaa kaavan (4.1) ehto (RIL 205-1-2017, s. 94)

$$\sigma_{t,90,d} = \frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot l_{t,90}} \leq f_{t,90,d}, \quad (4.1)$$

missä

$b$  on palkin leveys,

$$k_{t,90} = \min \left\{ 1; \left( \frac{450}{h} \right)^{0,5} \right\}, \quad (4.2)$$

$$l_{t,90} = \begin{cases} 0,5 \cdot (h_d + h) \\ 0,35 \cdot d + 0,5 \cdot h \end{cases}, \quad (4.3)$$

jossa ylempi on suorakaiteen muotoisille ja alempi pyöreille rei'ille.

$f_{t,90,d}$  on syitä vastaan kohtisuoran vetolujuuden mitoitusarvo ja

$F_{t,90,d}$  on esitetty kaavassa (4.4).

Leikkausvoiman ja taivutusmomentin yhteisvaikutuksesta aiheutuu reikien ympärillä olevien vetojännitysten alueelle vetovoima, (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 8) joka lasketaan kaavalla (4.2) (RIL 205-1-2017, s.95)

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left( 3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r}, \quad (4.4)$$

missä

$V_d$  on vallitseva leikkausvoima,

$M_d$  on vallitseva taivutusmomentti

$$h_r = \begin{cases} \min(h_{ro}; h_{ru}) \\ \min(h_{ro} + 0,15 \cdot d; h_{ru} + 0,15 \cdot d) \end{cases}, \quad (4.5)$$

jossa ylempi on neliömäisille rei'ille ja alempi on pyöreille rei'ille.

$h, h_{ro}, h_{ru}$  ja  $d$  on määritelty kuvassa 4,

$h_d$  on neliömäisellä reiällä aukon korkeus ja pyöreällä reiällä  $h_d = 0,7d$ .

RIL 205-1-2017 (2017, s. 95) esittää lisäksi, että reiän kohdalla tulee tarkastaa leikkaus, taivutus- ja veto-/puristuskestävyys pienennetylle poikkileikkaukselle.



## 5. REIÄLLISEN MAHAPALKIN VAHVISTAMINEN

Vahvistamattoman palkin laskentamenetelmät ovat epävarmoja, joten reiän vahvistaminen on aina suositeltua. Mitoitusmenetelmät vahvistuksille perustuu eurokoodi 5:n Saksan kansalliseen liitteeseen (DIN EN 1995-1-1/NA). (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 10) Tässä luvussa esitellään eri vahvistamistapoja sekä esitetään sisäisen vahvistamisen mitoitus.

### 5.1 Vahvistamistavat

Reiän kohdalta vahvistaminen voidaan toteuttaa joko sisäisesti tai ulkoisesti. Ulkoisessa vahvistustavassa liimataan palkin pintaan reiän ympärille kertopuuta tai vaneria. Levyt liimataan molemmille puolille palkkia siten, että se ympäröi koko reiän vaatimusten mukaan. (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 11–12)

Sisäinen vahvistus toteutetaan liimaruuveilla tai täyskierteisillä puuruuveilla. Ruuvit tulevat molemmille puolille reikää. Molemmiin puolin palkkia oletetaan toimivan vain yhden ruuvirivin. (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 10–11)

### 5.2 Sisäisen vahvistamisen mitoitus

Vahvistamisessa on huomioitava vallitsevan rasiustavan mukaiset mahdollisten halkeamien sijainnit kuvan 7 mukaan. Jos käytetään liimaruuvia, niin reiän molemmiin puolin tulee osoittaa, että liimasaumaan muodostuva leikkausjännitys toteuttaa kaavan (5.1) ehdon (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 10)

$$\tau_{ef} = \frac{F_{t,90,d}}{n \cdot d_r \cdot \pi \cdot l_{ad}} \leq f_{k,1}, \quad (5.1)$$

missä

$F_{t,90,d}$	kaavan 4.4 mukaan laskettu poikittainen vetovoima
$n$	liimaruuvien määrä, vain yksi rivi palkin pituussuunnassa on toimiva
$d_r$	ruuvin ulkohalkaisija, $d_r \leq 20 \text{ mm}$
$f_{k,1}$	liimasauman leikkauslujuus
$l_{ad}$	$h_{ru}$ tai $h_{ro}$ neliömäisille rei'ille, kuvan 8 mukaan TAI
$l_{ad}$	$h_{ru} + 0,15h_d$ tai $h_{ro} + 0,15h_d$ pyöreille rei'ille, kuvan 8 mukaan

Tulee myös tarkastaa ruuvien aksiaalisen vedon kestävyys (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 11).

Täyskierteinen puuruuvi täytyy mitoittaa  $F_{t,90,d}$  vetovoimasta muodostuvalle aksiaaliselle rasitukselle ja ulosvedolle (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 11). Ruuvien ulosvetokestävyyden arvo lasketaan kaavalla (5.2) (SFS-EN 1995-1-1 2014, s. 72)

$$F_{ax,k,Rk} = \frac{n_{ef} \cdot f_{ax,k} \cdot d \cdot l_{ef} \cdot k_d}{1,2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}, \quad (5.2)$$

missä

$n_{ef}$  on ruuvien lukumäärä rivissä

$f_{ax,k}$  on ulosvetojännityksen arvo,

$d$  on ruuvin halkaisija,

$l_{ef}$  on ruuvin tehollinen pituus

$$k_d = \min \left\{ \frac{d}{8}, 1 \right\}, \quad (5.3)$$

$\alpha$  on ruuvin ja syysuunnan välinen kulma, kun  $\alpha \geq 30^\circ$ .

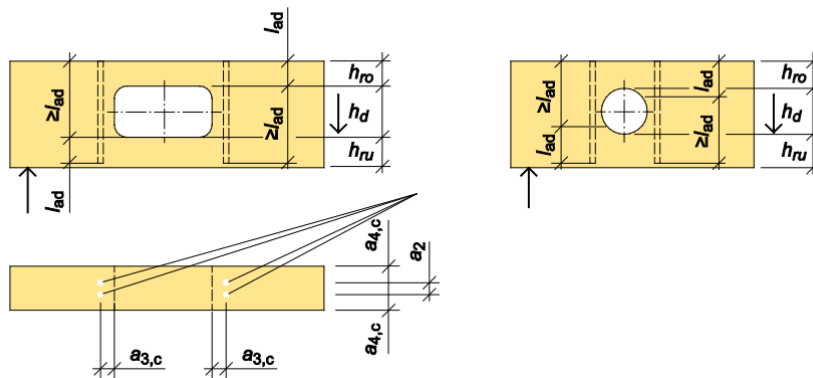
Pienin sallittu pituus ruuville on  $2l_{ad}$  ja ulkohalkaisijan  $d_r$  tulee olla alle 20 mm. Lisäksi ruuvien etäisyyksien on täytettävä seuraavat ehdot (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 11)

$$3d_r \leq a_2, \quad (5.4)$$

$$2,5d_r \leq a_{3,c} \leq 4d_r, \quad (5.5)$$

$$2,5d_r \leq a_{4,c}, \quad (5.6)$$

joiden merkinnät on esitetty kuvassa 8.



**Kuva 8:** Merkinnät sisäisen vahvistuksen mitoituksessa. (Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 11)

Kuvassa 8 on havainnollistettu mitä vaatimuksia ruuvien sijoittelulla reikien ympärille on. Kuvan vasemmassa alareunassa palkki on ylhäältä päin kuvattuna. Ruuveja voidaan siis sijoittaa tällä tavoin riviksi, jolloin niiden yhteisvaikutus huomioidaan.

Vahvistuksen mitoituksessa syitä vastaan kohtisuorat vetovoimat siirtyvät kokonaan vahvistukselle, jolloin palkin omaa syitä vastaan kohtisuoraa vetokestävyyttä ei oteta huomioon. Edelleen tulee tarkastaa vahvistamattoman palkin mitoituksen tapaan pienentyn poikkileikkauksen kestävyys syiden suuntaan, vaikka reikä vahvistetaankin. (Suomen liimapuu yhdistys ry & Puuinfo oy 2015a, luku 5 s. 10–11)

## 6. ESIMERKKILASKELMA

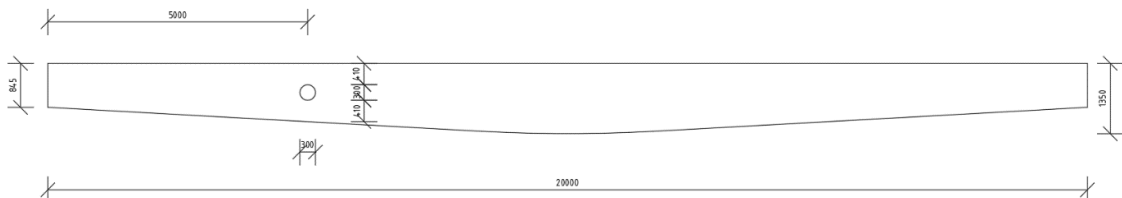
Tässä luvussa tarkastellaan esimerkkilaskelman avulla, miten reiän tekeminen vaikuttaa mahapalkin mitoitukseen. Aluksi mitoitetaan reiätön mahapalkki edellä mainittujen menetelmien mukaan. Tämän jälkeen samaan mahapalkkiin tehdään reikä ja tehdään uudet mitoitukset lukujen 4 ja 5 mukaan.

Esimerkkilaskelmien on tarkoitus havainnollistaa laskentaprosesseja, joita hyödynnetään seuraavan luvun analysoimisessa. Lisäksi nähdään vahvistuksen vetokapasiteetin tarpeellisuus suoraan kuvaajista ja voidaan vertailla laskelmia suoraan seuraavan luvun kuvaajiin, jotta voidaan todeta ovatko ne luotettavia.

### 6.1 Lähtötiedot

Käsiteltävä rakenne on osa hallimaisen rakennuksen kattokannattimia. Laskelmat tehdään Mathcad Express Prime 5.0.0.0 laskentaohjelmalla. Tulokset esitetään erillisissä liitteissä. Laskennoissa ei huomioida kiepahdusta ja tukipainetta.

Mitoitettava mahapalkki sijaitsee hallimaisessa rakennuksessa, joka on jänneväliltään 20 m. Palkki on leveydeltään 190 mm, keskikohdan korkeus on 1 350 mm ja päiden korkeudet ovat 845 mm. Keskiosan kaarevuussäde on 20 000 mm ja lamellin paksuus on 45 mm. Palkkijakona on 4 500 mm ja materiaalina käytetään GL30c:tä. Lumikuormana käytetään  $2,0 \text{ kN/m}^2$ , kattorakenteiden oma paino on  $0,8 \text{ kN/m}^2$  ja palkin oma paino on  $0,98 \text{ kN/m}$ . Reikä sijoitetaan 5 000 mm palkin vasemmasta reunasta ja on halkaisijaltaan 300 mm. Reikä sijoitetaan siten, että sen keskikohta on poikkileikkauksen puolivälissä. Alla oleva kuva havainnollistaa mahapalkkia ja reiän sijoittelua.



**Kuva 9:** Lähtötietojen mukainen mahapalkki, johon on reikä sijoitettuna

Kuvan 9 mukaisen mahapalkin laskelmat tehdään sekä reiättömänä, että reiällisenä. Nyt voidaan vertailla saatuja tuloksia toisiinsa ja nähdä reiän vaikutukset rasituksiin.

## 6.2 Reiättömän ja reiällisen mahapalkin mitoitukset

Lähtötietojen perusteella liitteeseen A on tehty laskelmat reiättömälle mahapalkille. Kuorimitukset on valittu siten, että ne vastaavat oikeaa tilannetta. Neliökuorma on muutettu palkin tasaiseksi kuormaksi palkkijaon avulla. Laskelmat on tehty luvussa 3 esitettyjen periaatteiden mukaan. Mahapalkin mitoituksessa on huomioitava sen alapuolen kaarevuus, jolloin mitoituskohdaksi ei valikoidu palkin keskikohta. Laskelmien tuloksina saatiin palkin käyttöasteiksi taivutukselle 99 % ja leikkaukselle 68 %.

Liitteessä B esitetään laskelmat reiälliselle palkille, jossa käytetään samaa mahapalkkia, kuin liitteen A laskelmissa. Laskelmat tehdään lukujen 3, 4 ja 5 mukaan. Mitoitavaksi kohdaksi muodostuu reiän kohta, jolloin poikkileikkaus muuttuu äkillisesti. Nyt mahapalkin käyttöasteeksi reiän kohdalla tulee 198 %, jolloin reiän kohtaa on vahvistettava syitä vastaan kohtisuoraan. Vahvistamiseen käytetään Rotho Blaasin VGS131000 täyskierteistä ruuvia. Ruuvien kestävyysarvot on kerätty liitteeseen B, Rotho Blaasin oman katalogin (2020) mukaan. Käyttöasteiksi ruuville saadaan 61 % ulosvedolle ja 75 % aksiaaliselle vetovoimalle. Reiän kohdalla pienennetyn poikkileikkauksen taivutus- ja leikkauskestävyyden tarkasteluissa käyttöasteiksi saadaan 94 % ja 40 %.

## 7. REIÄN KOON JA SIJAINNIN VAIKUTUS PALKIN RASITUKSIIN

Aiempaa tutkimusta reiän vaikutuksesta palkin rasitukseen on tehty reiän ympärillä, mutta ei siitä, miten reiän sijainti ja koko vaikuttavat palkin rasitukseen. Tässä luvussa esitellään aiemmin esitettyjen kaavojen avulla reiän koon, muodon ja sijainnin vaikutusta mahapalkin rasitukseen.

### 7.1 Lähtötiedot

Käsiteltävä palkki on esimerkkilaskelman mukainen. Laskenta suoritetaan vain palkin vasemmalle puolelle sen keskikohtaan asti. Reiän koko ja sijainti muuttuvat laskettavan kohdan mukaan siten, että reikä on aina suurin mahdollinen ja sijainti pystyakselilla pyöreällä reiällä on keskellä ja neliömäisellä reiällä lähimpänä alareunaa. Reiät on asetettu alkamaan 1000 mm päästä vasemmasta reunasta.

Laskenta tehdään 100 mm välein, siten että tarkasteltavan kohdan korkeus lasketaan kaavalla (7.1)

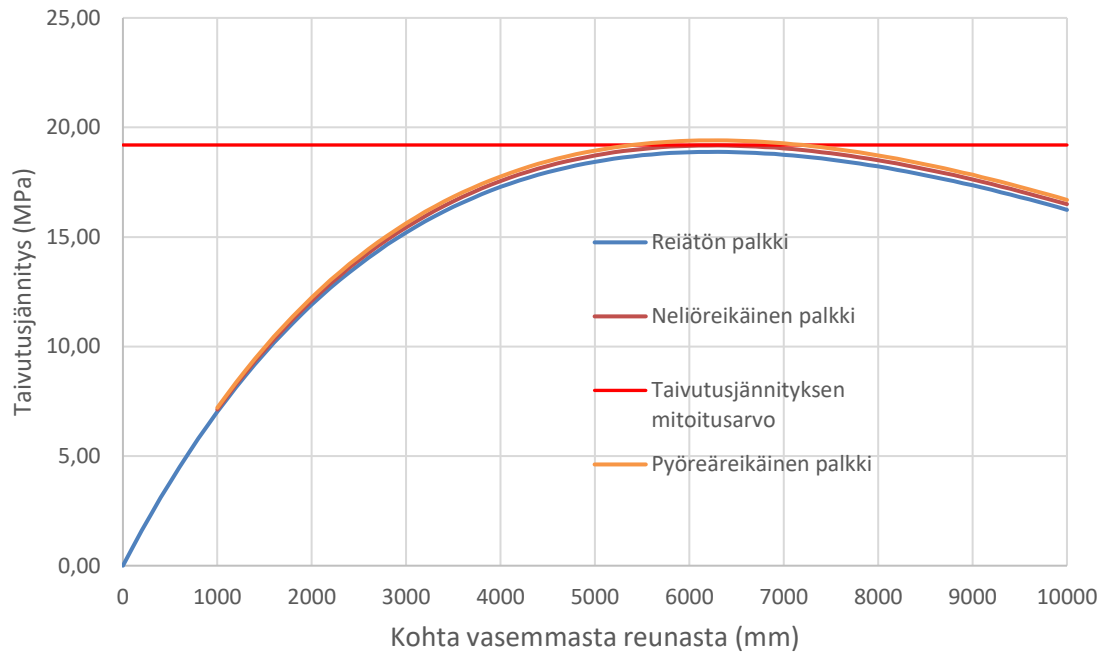
$$h = 0,0505 \cdot x + 845, \quad (7.1)$$

missä  $x$  on tarkasteltava kohta vasemmasta reunasta.

Kaava (7.1) esittää mahapalkin alareunaa mahdollisimman tarkasti. Pieniä virheitä aiheuttaa kuitenkin palkin todellinen kaarevuus, mitä ei kaavassa ole huomioitu. Muut arvot on laskettu joko aiemmin esitetyn mukaisesti tai lujuusopin avulla. Reiän sijainnin ja koon reunaehdot on myös huomioitu. Liitteessä C on pyöreäreikäisen palkin arvot taulukoituna ja liitteessä D on taulukoitu arvot, missä palkissa on neliömäinen reikä.

### 7.2 Taivutusjännitykset reiättömässä, neliö- ja pyöreäreikäisessä mahapalkissa

Liitteiden C ja D mukaiset taivutusjännitykset palkin eri kohdissa ovat esitettyinä kuvassa 10. Reiättömän palkin taivutusjännitykset ovat laskettuina kaavan (3.1) mukaan. Reiällisten palkkien taivutusjännitykset ovat laskettu pienennettyinä poikkileikkauksina. Kuvaaajaan on lisätty taivutusjännityksen mitoituskestävyys, jotta nähdään kohdat, jossa palkin mitoituslujuus ylitetään.

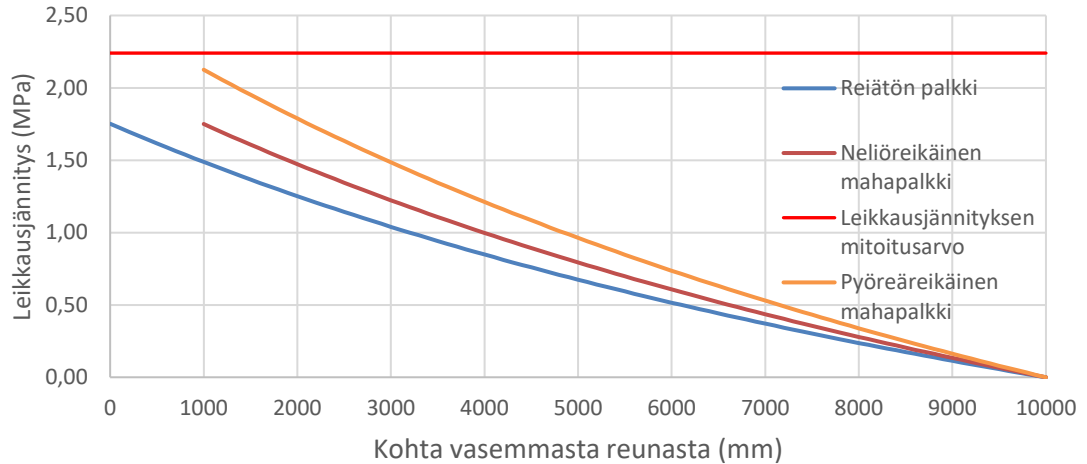


**Kuva 10:** Taivutusjännitys jakauma mahapalkille ilman reikää, neliömäisellä reiällä ja pyöreällä reiällä

Kuvaajista nähdään, että mahapalkissa keskikohta ei ole taivutuksen kannalta mitoitettava. Tämä pätee myös liitteiden A ja B esimerkkilaskelmissa, joista ilmenee, että mitoitettava kohta on noin 6300 mm vasemmasta reunasta. Nyt kuvaajissa jännitysten huippu asettuu suunnilleen samaan kohtaan. Kaavaa (3.2) voidaan siis pitää luotettavana arviona mitoitettavan kohdan laskentaan. Kuvaajista nähdään myös, että pyöreä reikä mahapalkissa tuottaa suuremmat vaikutukset taivutusjännityksiin, kuin neliömäinen reikä. Tämä johtuu reiän korkeudesta, koska pyöreällä reiällä sallitaan suurempi korkeus, kuin neliömäisellä reiällä.

### 7.3 Leikkausjännitykset reiättömässä, neliö- ja pyöreäreikäisessä mahapalkissa

Kuvaan 11 on havainnollistettu leikkausjännityksien muutosta liitteiden C ja D taulukoiden pohjalta. Reiättömän mahapalkin leikkausjännitykset ovat laskettu kaavan (3.8) mukaisesti ja reiällisten palkkien leikkausjännitykset ovat laskettu pienennettyinä poikkileikkauksina. Leikkausjännityksen mitoitusarvon suora auttaa jännitysten vertailussa kestävyteen.

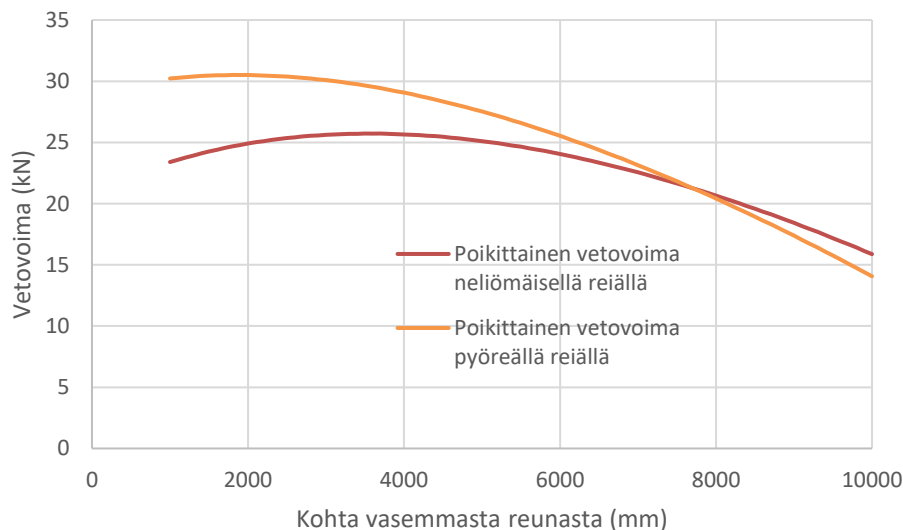


**Kuva 11:** Leikkausjännitys jakauma mahapalkille ilman reikää, neliömäisellä reiällä ja pyöreällä reiällä

Kuvaajien kaareva muoto johtuu mahapalkin korkeuden muutoksesta vaikka kuorma on tasainen. Kuten taivutusjännityksillä, niin myös leikkausjännityksillä pyöreä reikä vaikuttaa suurimman hyppäyksen, koska reiän korkeus on suurempi.

## 7.4 Poikittainen vetovoima ja -jännitys neliö- ja pyöreäreikäisessä mahapalkissa

Liitteissä C ja D on myös laskettuna poikittaiset vetovoimat ja -jännitykset. Poikittaisten vetovoimien muutokset pyöreä- ja neliöreikäisessä palkissa on esitetty kuvassa 12.

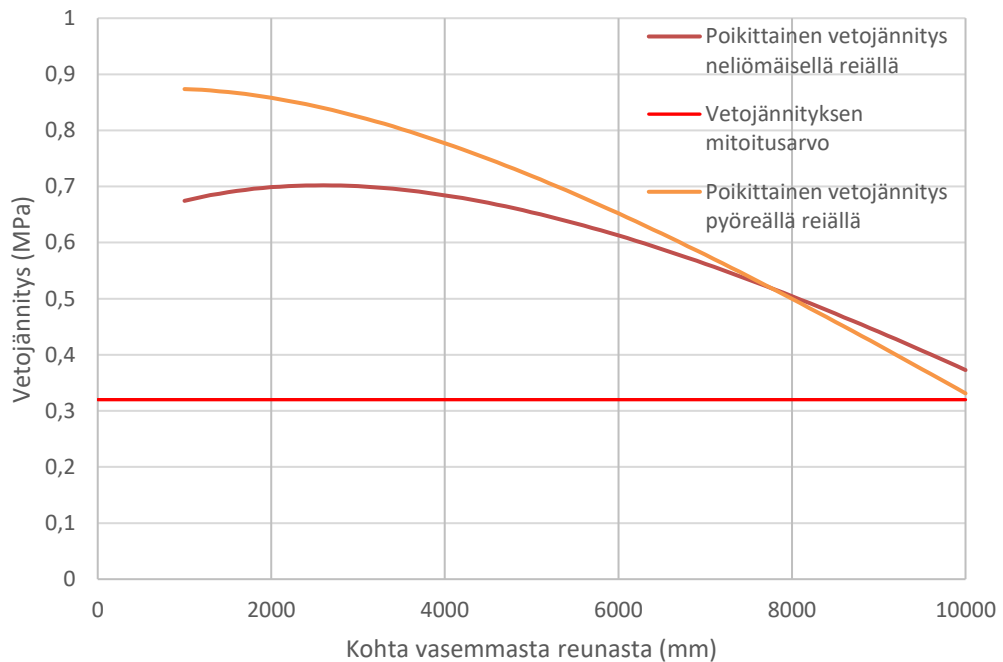


**Kuva 12:** Poikittainen vetovoima mahapalkissa, kun reikä on pyöreä tai neliömäinen



Poikittaiset vetovoimat ovat laskettuina kaavalla (4.4). Neliömäinen reikä vaikuttaa palkin keskiosassa suuremman vetovoiman, kuin pyöreä reikä. Pyöreä reikä aiheuttaa noin 8000 mm asti suuremman vetovoiman. Tämä johtunee siitä, että pyöreällä reiällä veto-voima ei kohdistu täysin reiän yläreunaan, vaan hieman sen sisäpuolelle.

Vetovoima aiheuttaa reiän ympärille vetojännityksen. Vetojännitysten tulokset liitteiden C ja D mukaan ovat esitettyinä kuvassa 13.



**Kuva 13:** Vetojännitykset neliömäisellä ja pyöreällä reiällä

Vetojännitykset on laskettu kaavalla (4.1). Käyrien muodot vastaavat vetovoimien käyriä. Tässäkin havaitaan selkeästi, että neliömäisellä reiällä vetojännitys ylittää keskiosassa pyöreän reiän vetojännitykset.

## 8. YHTEENVETO

Liimapuulla voidaan saavuttaa pitkiä jännevälejä suhteellisen pienelläkin poikkileikkauksella. Lamellivaikutuksen ansiosta liimapuu on kestävämpää, kuin sahatavara ja siitä voidaan tehdä erimuotoisia rakenteita. Tässä työssä perehdyttiin erityisesti mahapalkkiin, joka on tyypillinen suuria jännevälejä vaativissa rakenteissa. Suomessa käytetään yhdistettyä liimapuuta, jossa sisälamellit ovat eri lujuuksisia, kuin ulkolamellit. Puun lujuus on erilainen syiden suuntaan, kuin niitä vastaan kohtisuoraan. Tämä vaikuttaa erityisesti reiän ympärillä palkin kestävyuteen, koska se aiheuttaa äkillisen muodonmuutoksen poikkileikkauksessa. Reiän ympärille muodostuvat syitä vastaan kohtisuorat vetojännitykset määrittävät, että tarvitseeko sen ympäriltä vahvistaa.

Tässä työssä selvitettiin laskentakaavojen pohjalta, miten reiän sijainti ja koko vaikuttavat rasitukseen. Työssä tehtiin myös esimerkkilaskelma, jotta pystyttiin vertaamaan saatuja tuloksia niihin. Kuvaajat auttavat havainnollistamaan rasitusten käyttäytymistä palkin eri kohdissa, kun reikä on suurin mahdollinen. Aiemman tutkimusdatan puuttuminen vaikeutti analysointia ja vertailua tulosten oikeellisuuteen.

Taivutus- ja leikkausjännityksien kannalta suurimmat vaikutukset aiheuttaa pyöreä reikä, koska silloin reiälle sallitaan suurempi korkeus. Lisäksi taivutusjännityksen mitoittava kohta osoittautui laskentakaavan (3.2) mukaiseksi. Jos käyttöaste ilman reikää sijoittuu lähelle 100 %:a, niin silloin erityisesti täytyy tarkastaa reiän vaikutus taivutus- ja leikkausjännityksiin.

Poikittainen vetovoima osoittautui pyöreällä reiällä suurimmaksi tuen lähetyvillä, missä leikkausvoima on suurimmillaan. Neliömäisellä reiällä noin 3000 mm tuen päästä voidaan havaita jännityshuippu, mikä johtunee mahapalkin korkeuden vaihtelusta. Tämä aiheuttaa myös neliömäisen reiän dimensioiden vaihtelun. Voidaan päätellä, että poikittaisen vetojännityksen kannalta leikkausvoima on kaikkein vaarallisinta. Mikäli reikää ei voida välttää, suotuisin sijainti sille on kyseisessä palkissa keskikohdan alue, missä leikkausvoima on pienimmillään. Reiän muoto vaikuttaa myös vetojännityksiin merkittävästi, koska mitoitusohjeet rajaavat reiän sallittua kokoa sen muodon mukaan. Mikäli reiän korkeus olisi sama, suotuisin vaihtoehto olisi pyöreä reikä, jolloin halkeama muodostuisi hieman sen yläreunaa alemmaksi ja pienentäisi poikittaista vetojännitystä. Vetovoiman kuvaajasta voidaan nähdä suoraan vahvistukselta vaadittavat vetolujuudet. Ulosvetolujuus on kuitenkin syytä tarkastaa erikseen kaavan (5.2) mukaisesti.

Reiän sijainnin ja koon vaikutuksesta liimapuun rasitukseen ei löydy Suomessa tutkimustietoa. Laskentakaavat ovat myös epävarmoja, joten olisi mielenkiintoista tutkia, että miten rasitukset käyttäytyvät todellisuudessa reiän ympärillä. Näin voitaisiin tutkia, onko ohjeissa esitetyt kaavat totuudenmukaisia. Työssä tutkittiin vain yhtä rakennetta tietyllä kuormalla ja maksimaalisella reiän koolla. Tulokset antavat suuntaa, miten rasitukset käyttäytyvät, mutta olisi syytä tutkia eri muotoisia palkkeja erilaisilla kuormilla ja tietyn kokoisella reiällä. Reiän korkeuden suhteesta palkin korkeuteen ja sen vaikutuksista rasitukseen voisi myös olla seuraava jatkotutkimusidea, jotta voitaisiin mahdollisesti arvioida suoraan niillä rakenteen kestävyyttä. Rasitukset riippuvat paljolti kuormasta, jolloin se täytyisi myös ottaa tässä huomioon.

# LÄHTEET

Damir Varevac, Jeleč Mario & Zovkić Jurko (2014). Glulam beams with holes. University of Osijek. Pp. 22-33. Saatavissa: (viitattu 26.3.2021) [https://www.researchgate.net/publication/270574353\\_Glulam\\_beams\\_with\\_holes](https://www.researchgate.net/publication/270574353_Glulam_beams_with_holes)

European Technical Assessment (2019). ETA-11/0030. 68 p. Saatavissa: (viitattu 16.4.2021) [https://www.rothoblaas.com/ftp/ETA\\_11\\_0030\\_RB\\_screws\\_2019.pdf](https://www.rothoblaas.com/ftp/ETA_11_0030_RB_screws_2019.pdf)

Jack Porteous & Abdy Kermani (2007). Structural Timber Design to Eurocode 5. Blackwell Science Ltd, pp. 115–116. Saatavissa: (viitattu 18.4.2021) <https://www.engbookspdf.com/Civil-Books/Structural-Timber-Design-to-Eurocode-5>

RIL 205-1-2017 (2017). Puurakenteiden suunnitteluohje. Suomen rakennusinsinöörien liitto RIL ry. 230 s.

Rotho Blaas Srl (2020). Screws and connectors for wood. Pp. 186–199. Saatavissa: (viitattu 16.4.2021) <https://issuu.com/rothoblaas/docs/screws-and-connectors-for-timber-2021-en?mode=embed>

SFS-EN 14080 (2013). Puurakenteet. Liimapuu ja liimattu sahatavara. Vaatimukset. Suomen standardisoimisliitto SFS ry. 224 s.

SFS-EN 1995-1-1 + A1 + A2 + AC (2014). Eurokoodi 5: Puurakenteiden suunnittelu. Suomen standardisoimisliitto SFS ry. 224 s.

Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy (2014). Liimapuukäsikirja, osa 1. 92 s. Saatavissa: (viitattu 18.2.2021) <https://puuinfo.fi/wp-content/uploads/2020/07/Liimapuuk%C3%A4sikirja-Osa-1.pdf>

Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy (2015a). Liimapuukäsikirja, osa 2. 297 s. Saatavissa: (viitattu 18.2.2021) [https://www.liimapuu.fi/files/liimapuu.kotisivukone.com/tiedostot/liimapuukasikirja\\_osa\\_2.pdf](https://www.liimapuu.fi/files/liimapuu.kotisivukone.com/tiedostot/liimapuukasikirja_osa_2.pdf)

Suomen liimapuuyhdistys ry & Puuinfo oy (2015b). Liimapuukäsikirja, osa 3. 188 s. Saatavissa: (viitattu 10.2.2021) [https://www.liimapuu.fi/files/liimapuu.kotisivukone.com/tiedostot/liimapuukasikirja\\_osa\\_3.pdf](https://www.liimapuu.fi/files/liimapuu.kotisivukone.com/tiedostot/liimapuukasikirja_osa_3.pdf)

# LIITE A: REIÄTTÖMÄN MAHAPALKIN MITOITUS

## Reiättömän mahapalkin mitoitus

### Lähtötiedot:

$$\begin{aligned}
 b &:= 190 \text{ mm} & k_{mod} &:= 0.8 \\
 h_{mid} &:= 1350 \text{ mm} & \gamma_M &:= 1.25 \\
 h_{end} &:= 845 \text{ mm} & f_{m;k} &:= 30 \text{ MPa} & f_{m;d} &:= k_{mod} \cdot \frac{f_{m;k}}{\gamma_M} = 19.2 \text{ MPa} \\
 R &:= 20000 \text{ mm} \\
 t &:= 45 \text{ mm} \\
 k &:= 4500 \text{ mm} & f_{v;k} &:= 3.5 \text{ MPa} & f_{v;d} &:= k_{mod} \cdot \frac{f_{v;k}}{\gamma_M} = 2.24 \text{ MPa} \\
 l &:= 20000 \text{ mm} \\
 q_{lumi} &:= 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot k = 9 \frac{\text{kN}}{\text{m}} & f_{c,90;k} &:= 2.5 \text{ MPa} & f_{c,90;d} &:= k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90;k}}{\gamma_M} = 1.6 \text{ MPa} \\
 & & \alpha &:= 3.05 \text{ deg}
 \end{aligned}$$

$$g_{kattorakenneiden\_paino} := 0.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot k = 3.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{palkin\_oma\_paino} := 0.98 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$p_d := 1.15 \cdot g_{kattorakenneiden\_paino} + 1.15 \cdot g_{palkin\_oma\_paino} + 1.5 \cdot q_{lumi} = 18.767 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$A_y := p_d \cdot \frac{l}{2} = 187.67 \text{ kN} \quad \text{Palkin tukivoimat molemmissa päissä}$$

### Taivutuskestävyys mitoittavassa kohdassa:

Rasitetuin kohta:

$$x := \frac{h_{end}}{2 \cdot h_{mid}} \cdot l = 6.259 \text{ m}$$

Taivutusmomentti rasitetuimmassa kohdassa:

$$M_t := -p_d \cdot \frac{x^2}{2} + A_y \cdot x = 807.045 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Korkeus rasitetuimmassa kohdassa:

$$h_{mit} := 1187 \text{ mm}$$

Taivutusjännitys rasitetuimmassa kohdassa:

$$\sigma_{m,d} := \frac{6 \cdot M_t}{b \cdot h_{mit}^2} = 18.088 \text{ MPa}$$

Kertoimen  $k_{m,\alpha}$  arvo:

$$k_{m,\alpha} := \frac{1}{\sqrt[2]{1 + \left(\frac{f_{m;d}}{1.5 \cdot f_{v;d}} \cdot \tan(\alpha)\right)^2 + \left(\frac{f_{m;d}}{f_{c;90;d}} \cdot (\tan(\alpha))^2\right)^2}} = 0.956$$

$$k_{m,\alpha} \cdot f_{m;d} = 18.358 \text{ MPa}$$

$$\text{Käyttöaste: } \frac{\sigma_{m;d}}{k_{m,\alpha} \cdot f_{m;d}} = 0.99 \quad \text{OK!}$$

**Taivutuskestävyys palkin keskellä:**

Taivutusmomentti keskellä:

$$x := 10000 \text{ mm}$$

$$M_t := -p_d \cdot \frac{x^2}{2} + A_y \cdot x = 938.35 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Taivutusiännitys keskellä:

$$\sigma_{m;d} := \frac{6 \cdot M_t}{b \cdot h_{mid}^2} = 16.259 \text{ MPa}$$

Kertoimen  $k_r$  arvo:

$$r_{in} := R - t = 19955 \text{ mm}$$

$$\frac{r_{in}}{t} = 443.444 > 240 \Rightarrow k_r := 1$$

$$\text{Käyttöaste: } \frac{\sigma_{m;d}}{k_r \cdot f_{m;d}} = 0.85 \quad \text{OK!}$$

**Mitoitus leikkaukselle:**

Mitoitava leikkausvoima mahapalkin reunan korkeuden päässä tuen reunalta

$$V_{d,mit} := A_y - h_{end} \cdot p_d = 171.8 \text{ kN}$$

$$h_{v,mit} := 892 \text{ mm} \quad \text{Palkin korkeus mitoittavan leikkausvoiman kohdalla}$$

$$A := b \cdot h_{v,mit} = 169480 \text{ mm}^2$$

Mitoitava leikkausiännitys:

$$\tau_d := \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{d,mit}}{A} = 1.521 \text{ MPa}$$

$$\text{Käyttöaste: } \frac{\tau_d}{f_{v;d}} = 0.68 \quad \text{OK!}$$

# LIITE B: REIÄLLISEN MAHAPALKIN MITOITUS

## Reiällisen yksiaukkoisen mahapalkin mitoitus

Lähtötiedot:

Materiaali: GL30c

$$k_{mod} := 0.8$$

$$\gamma_M := 1.25$$

Lähtötiedot:

$$b := 190 \text{ mm}$$

$$h_{mid} := 1350 \text{ mm}$$

$$h_{end} := 845 \text{ mm}$$

$$R := 20000 \text{ mm}$$

$$l := 20000 \text{ mm}$$

$$k := 4500 \text{ mm}$$

$$f_{m,k} := 30 \text{ MPa} \quad f_{m,d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 19.2 \text{ MPa}$$

$$f_{v,k} := 3.5 \text{ MPa} \quad f_{v,d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 2.24 \text{ MPa}$$

$$f_{c,90,k} := 2.5 \text{ MPa} \quad f_{c,90,d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 1.6 \text{ MPa}$$

$$\alpha := 3.05 \text{ deg}$$

$$f_{t,90,k} := 0.5 \text{ MPa} \quad f_{t,90,d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{t,90,k}}{\gamma_M} = 0.32 \text{ MPa}$$

$$q_{lumi} := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot k = 9 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{kattorakenteiden_oma_paino} := 0.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot k = 3.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{palkin_oma_paino} := 0.98 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$p_d := 1.15 \cdot g_{kattorakenteiden_oma_paino} + 1.15 \cdot g_{palkin_oma_paino} + 1.5 \cdot q_{lumi} = 18.77 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$A_y := p_d \cdot \frac{l}{2} = 187.67 \text{ kN}$$

Palkin tukivoimat molemmissa päissä

**Reiän lähtötiedot:**

Reiän keskikohdan sijainti vasemmasta reunasta:  $x := \frac{l}{4} = 5000 \text{ mm}$

Reiän halkaisija:  $d := 300 \text{ mm}$

Reiän korkeus (pyöreällä sama kuin halkaisija):  $h_d := d = 300 \text{ mm}$

Reiän leveys (pyöreällä sama kuin halkaisija):  $a := d = 300 \text{ mm}$

Reunojen pyöristyssäde (neliömäisellä reiällä):  $r := 0$

Reiän keskikohdan sijainti palkin yläreunasta:  $y := \frac{1120 \text{ mm}}{2} = 560 \text{ mm}$

Palkin korkeus reiän kohdalla:  $h_{rei} := 1120 \text{ mm}$



Mahapalkki, johon sijoitettu halkaisijaltaan 300 mm oleva reikä. Reikä on 5000mm vasemmasta reunasta ja puolessavälin palkin korkeutta tässä kohtaa.

Taivutusmomentin suuruus:

$$M_d := -p_d \cdot \frac{\left(\frac{l}{4}\right)^2}{2} + A_y \cdot \left(\frac{l}{4}\right) = 703.763 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

**Reunaehtojen tarkastus:**

$$l_V := x - \frac{d}{2} = 4850 \text{ mm} \quad \parallel \geq h_{rei} = 1350 \text{ mm OK!}$$

$l_z \geq 1.5 h$ , kuitenkin suurempi kuin 300mm. Vain yksi reikä, joten OK!

$$l_A := x - \frac{d}{2} = 4850 \text{ mm} \quad \parallel \geq h_{rei}/2 = 560 \text{ mm OK!}$$

$$h_{ro} := y - \frac{d}{2} = 410 \text{ mm} \quad \parallel \geq 0.35 h_{rei} = 392 \text{ mm OK!}$$

$$h_{ru} := h_{rei} - h_{ro} - d = 410 \text{ mm} \quad \parallel \geq 0.35 h_{rei} = 392 \text{ mm OK!}$$



$$a = 300 \text{ mm} \quad \parallel \leq 0.4 h_{rei} = 448 \text{ mm OK!}$$

$$d = 300 \text{ mm} \quad \parallel \leq 0.3 h_{rei} = 336 \text{ mm OK!}$$

$$\min \begin{cases} k_{t,90} := 1 \\ k_{t,90} := \left( \frac{450}{h_{rei}} \right)^{0.5} \end{cases} \Rightarrow k_{t,90} := 0.634 \quad h_{rei} = (1.12 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

$$l_{t,90} := 0.35 \cdot d + 0.5 \cdot h_{rei} = 665 \text{ mm}$$

Sytä vastaan kohtisuora poikittainen vetovoima:

$$h_d := 0.7 \cdot d = 210 \text{ mm}$$

$$h_r := h_{ro} + 0.15 \cdot d = 455 \text{ mm}$$

$$V_d := A_y - x \cdot p_d = 93.835 \text{ kN}$$

$$F_{t,90;d} := \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h_{rei}} \cdot \left( 3 - \frac{h_d^2}{h_{rei}^2} \right) + 0.008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = 25.415 \text{ kN}$$

Poikittainen vetojännitys:

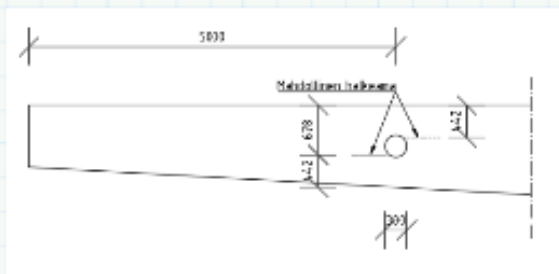
$$\sigma_{t,90;d} := \frac{F_{t,90;d}}{0.5 \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot l_{t,90}} = 0.635 \text{ MPa} \quad > \quad f_{t,90;d} = 0.32 \text{ MPa}$$

Käyttöaste:  $\frac{\sigma_{t,90;d}}{f_{t,90;d}} = 1.983 \Rightarrow$  Reikää tulee vahvistaa

**Vahvistuksen mitoitus:**

$$l_{ad} := h_{ro} + 0.15 \cdot h_d = 441.5 \text{ mm}$$

$$l_{ef} := l_{ad} = 441.5 \text{ mm}$$



Rothblaasin ruuvikatalogista:

Ruvin minimipituus:  $l_{ruuvi} := l_{ef} \cdot 2 = 883 \text{ mm} \Rightarrow$  valitaan 1000mm pitkä ruuvi, missä kierteiden osuuden pituus on 980 mm

Ruuvi: VGS131000  $f_{tens;k} := 53.0 \text{ kN}$  Ruuvin vetokestävyys

Halkaisija:  $d_{ruuvi} := 13 \text{ mm}$

Pituus:  $l_{ruuvi} := 980 \text{ mm}$   $f_{ax;k} := 11.7 \text{ MPa}$  Ruuvin ulosvetolujuus

$$f_{tens;d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{tens;k}}{\gamma_M} = 33.92 \text{ kN} \quad \text{Vetokestävyuden mitoitusarvo}$$

$$f_{ax;d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{ax;k}}{\gamma_M} = 7.488 \text{ MPa} \quad \text{Ulosvetolujuuden mitoitusarvo}$$

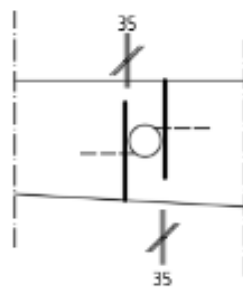
$$k_d := 1 \quad n_{ef} := 1$$

$$F_{ax,rd} := \frac{n_{ef} \cdot f_{ax,d} \cdot d_{ruuvi} \cdot l_{ef} \cdot k_d}{1.2 \cdot \cos(90 - \alpha)^2 + \sin(90 - \alpha)^2} = 41.646 \text{ kN} \quad \text{Ruuvin ulosvetokestävyys}$$

$$\frac{F_{l,90;d}}{F_{ax,rd}} = 0.61 \quad \text{Ruuvin ulosvedon käyttöaste}$$

$$\frac{F_{l,90;d}}{f_{tens;d}} = 0.75 \quad \text{Ruuvin aksiaalisen vetovoiman käyttöaste}$$

Ruuvin aksiaalisen kestävyyskäyttöasteeksi saadaan 75% ja ulosvedon käyttöasteeksi 61 % joten voidaan todeta, että ruuvi on riittävän kestävä.



Ruuvin sijoittelu palkissa, missä molemmille puolille porataan yksi ruuvi keskelle palkkia yllä olevan kuvan mukaan, jossa katkoviivat esittävät halkeamien mahdollista muodostumista

### Taivutuskestävyys pienennetylle poikkileikkaukselle:

$$I_{eff} := \frac{b \cdot h_{rei}^3}{12} - \frac{b \cdot d^3}{12} = (2.182 \cdot 10^{10}) \text{ mm}^4 \quad \text{Koska reikä on keskellä palkkia}$$

Palkin ylä- ja alapinnan taivutusjännitykset reiän kohdalla:

$$\sigma_a := \frac{M_d}{I_{eff}} \cdot \frac{h_{rei}}{2} = 18.064 \text{ MPa} < f_{m,d} = 19.2 \text{ MPa}$$

$$\text{Käyttöaste: } \frac{\sigma_a}{f_{m,d}} = 0.941 \quad \text{OK!}$$

### Leikkauskestävyys reiän kohdalla:

$$A_{eff} := b \cdot h_{rei} - b \cdot d = 155800 \text{ mm}^2$$

$$\tau_d := \frac{3}{2} \cdot \frac{V_d}{A_{eff}} = 0.903 \text{ MPa} < f_{v,d} = 2.24 \text{ MPa}$$

$$\text{Käyttöaste: } \frac{\tau_d}{f_{v,d}} = 0.4 \quad \text{OK!}$$



